

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет _____

Кафедра _____

(назва)

«Допущено до захисту»
Завідувач кафедри

(підпис) (прізвище, ініціали)
«__» _____ 20__ р.

Реєстраційний № _____
«__» _____ 20__ р.

МЕТОДИКА РОБОТИ З ПОНЯТТЯМИ ТЕМИ «ЧОТИРИКУТНИКИ»
НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ У 8 КЛАСІ

Кваліфікаційна робота студента
групи Мім-22
ступінь вищої освіти магістр
спеціальності
014.04 Середня освіта (Математика)
Донецького Іллі Олександровича

Керівник
доктор пед. наук, професор
Лов'янова І. В.

Оцінка:
Національна шкала _____
Шкала ECTS _____ Кількість балів _____
Голова ЕК _____
(підпис) (прізвище, ініціали)
Члени ЕК _____
(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

ЗМІСТ

ЗМІСТ	2
ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РОБОТИ З ПОНЯТТЯМИ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ.	6
1.1. Методика роботи з означенням поняття.	6
1.1.1. Підготовка вчителя до організації роботи з поняттями на уроках математики.	6
1.1.2. Проведення роботи з поняттями.....	24
1.2. Система вправ на засвоєння і застосування поняття	34
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РОБОТИ З ПОНЯТТЯМИ ТЕМИ «ЧОТИРИКУТНИКИ».....	42
2.1. Методика роботи з поняттями теми «Чотирикутник, його елементи»	42
2.2. Методика роботи з поняттями теми «Паралелограм, види паралелограмів».	51
2.2.1. Методика роботи з поняттям «паралелограм».....	51
2.2.2. Методика роботи з поняттям «прямокутник».....	57
2.2.3. Методика роботи з поняттям «ромб».....	62
2.2.4. Методика роботи з поняттям «квадрат».	66
2.3. Методика роботи з поняттями теми «Трапеція».....	70
2.3.1. Методика роботи з поняттям «трапеція».....	70
2.3.2. Методика роботи з поняттям «середня лінія трапеції».....	74
2.4. Реалізація методичних прийомів роботи з означеннями теми «Чотирикутники» на уроках геометрії в 8 класі.	76
ВИСНОВКИ.....	80
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	81
ДОДАТКИ.....	85

ВСТУП

Актуальність. Кожна мить нашого спілкування містить поняття. Математичні, географічні, фізичні або інші. При цьому великий відсоток цих понять люди навіть не можуть пояснити: звідки вони, що вони конкретно означають, який зміст в них вкладено тощо. І це є проблемою тому, що більшість людей у шкільні роки просто завчили більшість понять, не розуміючи їхнього змісту.

Наприклад математичні поняття. В школах дуже часто можна помітити, що учні не сильно й любляють розбиратися в поняттях, формулах, і просто їх заучують. А коли в них питаєш означення поняття, вони не можуть відповісти, або відповідають згорнуто, нечітко. Наприклад спитаєш учня 9-го класу, або 10-го означення поняття «ромб», а вони починають відповідати, що то якась геометрична фігура, схожа на кристал тощо. Тобто вони не розуміють суті поняття, бо в них заучено, що таке ромб, і з чим воно асоціюється. І це стосується не тільки математичних понять. І ця проблема дуже актуальна в сучасності.

В науках, технічних або ж гуманітарних, є безліч понять, але саме під час вивчення математичних понять в учнів закладаються навички формування означення поняття, логічна структура поняття, взаємозв'язки між поняттями. Тому в навчальному процесі вчитель повинен правильно сформулювати в учнів математичні поняття.

Чотирикутники дуже часто зустрічаються в повсякденні, і теми розділу «Чотирикутники» вивчаються в базовій середній школі, тому в цей період в учнів формується представлення про чотирикутники, які вони будуть використовувати в повсякденному житті. Формування правильних математичних понять даних тем, з'ясування особливостей роботи з поняттями, проведення методичного аналізу і розробка актуальних та раціональних шляхів навчання учнів понять теми є основним завданням майбутніх вчителів.

Мета дослідження: Визначити особливості роботи з поняттями теми «Чотирикутники», розробити методичні прийоми роботи з означеннями понять у навчанні теми та їх реалізацію на уроках геометрії.

Завдання дослідження:

1. З'ясувати особливості роботи з поняттями в шкільному курсі математики, зокрема з поняттями з теми «Чотирикутники» у 8-му класі.
2. Дослідити види вправ різного дидактичного призначення в темі «Чотирикутники» та підібрати системи вправ, які доцільно використовувати для засвоєння і застосування понять теми
3. Розробити методичні прийоми роботи з означеннями понять теми: «Чотирикутник та його елементи». «Паралелограм, види паралелограмів». «Трапеція».
4. Проаналізувати існуючі напрацювання в методичній практиці та розробити конспекти фрагментів уроків з використанням методичних прийомів роботи з означеннями теми «Чотирикутники»

Об'єкт дослідження: Методика формування в учнів математичних понять.

Предмет дослідження: Методика роботи з поняттями теми «Чотирикутники» у 8-му класі.

Методи дослідження: теоретичні: вивчення та аналіз психолого-педагогічної, методичної літератури з питань дослідження, концепції математичної освіти, змісту навчальних програм, підручників та посібників з математики; емпіричні: вивчення та узагальнення передового педагогічного досвіду, анкетування, бесіда; спостереження навчального процесу; аналіз уроків.

Практичне значення одержаних результатів: Матеріали дослідження можна використовувати для підготовки вчителів до уроків з теми

«Чотирикутники» для самостійної роботи учнів, під час активної педагогічної практики студентів бакалаврату спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика).

Структура роботи: робота складається зі вступу, двох розділів, що містять шість підрозділів, загальних висновків та списку використаних джерел (31 найменування), 28 таблиць (26 в основному тексті роботи), 95 рисунків (58 в основному тексті роботи), 5 додатків. Загальний обсяг роботи складає – 107 сторінок з них 79 сторінок основного тексту.

РОЗДІЛ 1.

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РОБОТИ З ПОНЯТТЯМИ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ.

1.1. МЕТОДИКА РОБОТИ З ОЗНАЧЕННЯМ ПОНЯТТЯ.

1.1.1. Підготовка вчителя до організації роботи з поняттями на уроках математики.

Кожна наука оперує своїми поняттями, і математика не є винятком з цього правила. У математичних поняттях відображаються просторові форми і кількісні відношення матеріального світу. Однак утворенні поняття не в результаті взяття цих відображень навколишнього світу, а в результаті їх ідеалізації, тобто мисленого утворення точних, досконалих об'єктів. В світі не існує ідеальних об'єктів, які розглядаються в математиці: прями, кола, піраміди, неперервних ліній, площин тощо. Усі математичні поняття є абсолютними, точними, ідеальними, і саме з цього отримуються точні форми, закони, теореми, факти [2. с. 19], [3].

Поняття утворюються шляхом таких логічних прийомів як аналіз і синтез, абстракція і узагальнення.

Математичні поняття відображають у нашому мисленні просторові форми та кількісні відношення дійсності, абстрагуючись від реальних ситуацій.

Роль понять у вивченні математики складана і багатогранна:

- з одного боку: ми спираємося на поняття у процесі доведення;
- з іншого боку: у будь-якому доведенні ми розкриваємо поняття, поглиблюємо і уточнюємо знання про поняття.

Формування у учнів математичних понять одна з важливих задач навчання математики.

Поняття у людей виникають через фізичне або наочне сприймання об'єктів, предметів або явищ, і виділення їх загальних, спільних властивостей. Наприклад футбольний м'яч, кулька від підшипника, бульбашка тощо. Всі ці

предмети мають індивідуальні властивості, а також мають спільні властивості. Дані спільні властивості характеризують представлені в прикладі об'єкти як кулі, і з моменту усвідомлення цієї спільної особливості в свідомості формується поняття «куля». [2. с. 19]

Аналогічно виникають й інші, базові поняття «конус», «циліндр» та багато інших. Але і ці, на перший погляд, різні об'єкти мають спільні властивості, і треба знову абстрагуватись від індивідуальних особливостей. Таким чином, абстрагуючись від індивідуальних властивостей, ці об'єкти утворюють нове поняття «тіла обертання». Продовжуючи збільшувати рівень абстрагування можна прийти до понять «геометричне тіло», «фігура» [2. с. 19-20]

Вочевидь математичні поняття утворюються через різні рівні абстрагування. Завдяки цьому в сучасності є можливість легше і глибше вивчати властивості математичних понять, і поширювати їх на конкретні просторові форми та відношення. [2. с. 20]

У методиці математики особливу увагу приділяють таким атрибутам поняття як зміст і обсяг. Зазначається, що усі істотні властивості поняття загалом утворюють його *зміст*, а усі об'єкти, що відносяться до даного поняття, складають його *обсяг*.

Змістом поняття виступає сукупність ознак об'єктів, відображених у понятті. Наприклад змістом поняття «просте число» будуть такі ознаки: «натуральне число», «має тільки два дільники». А змістом поняття «ромб» будуть ознаки: «паралелограм», «усі сторони рівні», «протилежні кути рівні», «діагоналі взаємно перпендикулярні». [2. с. 20]

В означення поняття включають такі його істотні властивості, кожна з яких є необхідною, а усі разом – достатньою умовою для того, щоб відокремити об'єкти, що належать до даного поняття, від об'єктів, що не належать до нього.

Зміст поняття розкривається за допомогою означення поняття і теорем-властивостей.

Уміння визначати зміст поняття формується в результаті виконання завдань типу: «Сформулюйте означення трикутника».

Обсягом поняття виступає множина об'єктів, що відображаються в понятті. Як приклад візьмемо поняття «одноцифрові натуральні числа»: до його обсягу відносять множину чисел «1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9». Якщо взяти поняття «ромб», то обсягом буде нескінченна множина будь-яких довільних, існуючих ромбів. У такому випадку поняття є загальним. Якщо ж обсяг поняття є одноелементною множиною, то таке поняття називають одиничним. [2. с. 20]

Обсяг поняття розкривається за допомогою класифікації.

Уміння вказати обсяг поняття формується за допомогою завдань типу: «Наведіть приклади різних трикутників».

Між обсягом і змістом поняття має місце закон оберненого відношення: чим ширше зміст поняття, тим вужче обсяг.

Наприклад, рівнобедрений трикутник – рівносторонній трикутник.

Більший зміст – менший обсяг. Кожний рівносторонній трикутник є рівнобедреним, але не навпаки.

Наочним представленням обсягу поняття можуть бути круги Ейлера. За такими наочними зображеннями зручно слідкувати як співвідносяться обсяги понять (рис. 1.1-1.3).



Рис. 1.1. Обсяги понять «рівносторонній трикутник» і «рівнобедрений трикутник».

Бачимо, що обсяг поняття «рівносторонній трикутник» менший за обсяг поняття «рівнобедрений трикутник».



Рис. 1.2. Обсяг понять «правильні піраміди» і «правильні многогранники»

Обсяги понять «правильні піраміди» і «правильні многогранники» частково збігаються.

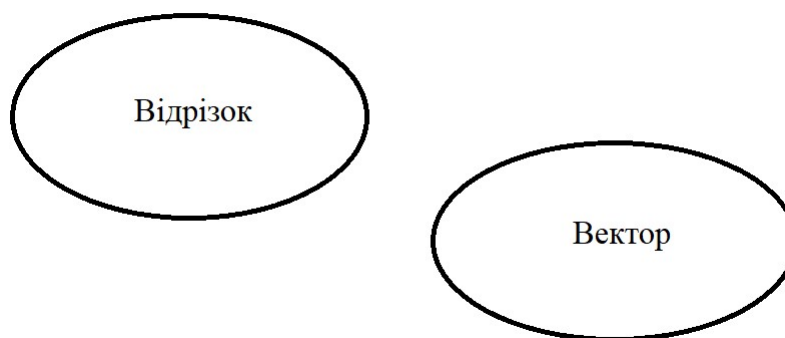


Рис. 1.3. Обсяги понять «відрізок» і «вектор»

Обсяги понять «відрізок» і «вектор» не мають жодного спільного елемента.

В математиці розглядаються і такі поняття, в яких немає однозначної відповіді щодо їх обсягу: загальні, одиничні чи взагалі обсяг є порожньою множиною. [2. с. 20]

В математиці є поняття, обсяг яких є частиною обсягу іншого поняття. Для прикладу можна взяти «прямокутник» і «квадрат», де обсяг поняття «квадрат» є частиною обсягу поняття «чотирикутник». В цьому випадку було введено позначення для понять: родові та видові. Видовим є поняття, обсяг якого входить до обсягу іншого, родового поняття. І часто при розбиранні понять на уроках математики, чи під час роботи вчителя з темами вказують таку характеристику як «найближчий рід», тобто перший від даного поняття

рівень абстрагування. Поняття можуть мати зв'язки родово-видове, можуть бути пов'язані лише одним певним прикладом, наприклад «тетраedr» є спільною частиною двох понять «правильна піраміда» та «правильний многогранник» і взагалі не пов'язані таким зв'язком поняття. [2. с. 21]

Залежність між видовим і родовим поняттями можна зображати наочно у вигляді кругів Ейлера.

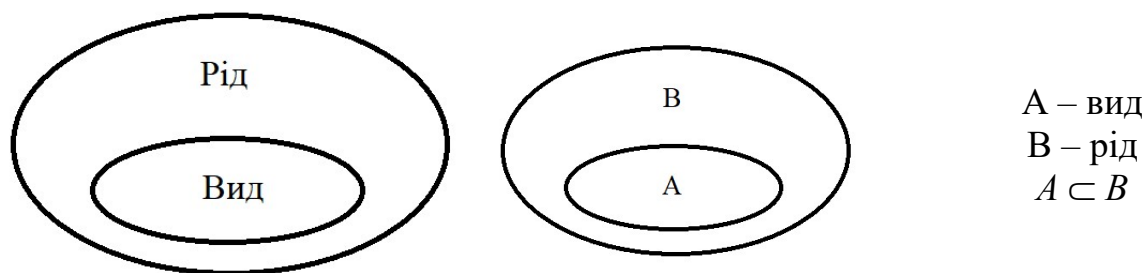


Рис. 1.4. Круги Ейлера «Залежність між видовим і родовим поняттями»

Якщо не можна між двома поняттями, пов'язаними родо-видовими відношеннями, поставити жодне інше поняття, то таке поняття називається найближчим родовим.

Перехід від A до B є узагальненням, перехід від B до A – конкретизація.

У будь-якого видового поняття є всі ознаки родового поняття, тому всі теореми, справедливі для родового поняття є справедливими і для видового поняття.

У процесі навчання учні переходять від одного поняття до іншого. Такі переходи можуть бути в межах певного обсягу поняття: «чотирикутник», «паралелограм», «прямокутник», «квадрат». В даному прикладі відбувся перехід від поняття більшого обсягу до поняття меншого обсягу. Такий перехід має назву обмеження, або конкретизація поняття. В разі переходу, оберненого даному (від поняття меншого обсягу до поняття більшого обсягу) процес називають узагальненням поняття. Такі процеси є дійсними і для теорем, виразів, фактів. [2. с. 22]

Означенням називають речення, в якому стисло за допомогою вже відомих понять та їх властивостей розкривається зміст нового поняття. На відміну від різних пояснень, які в повній мірі розкривають зміст поняття, але не є означеннями, справжнє означення отримується в результаті зведення його до вже відомих понять [2. с. 24].

Види означень: [2. с. 25]

- 1) через рід та істотні властивості (зміст розкривається через найближчий рід та властивості, що є характерними для даного поняття);
- 2) генетичні (зміст розкривається за допомогою опису його виникнення або утворення, часто супроводжується словами: утворено, отримано в результаті тощо);
- 3) через перелік (зміст розкривається через перелік складових частин означення, і супроводжується словами: разом називаються, разом створюють і т.д.);
- 4) через абстракцію (зміст розкривається через абстрактне представлення).

Окрім словесних означень зустрічаються означення у вигляді формул. В таких означеннях зміст розкривається через формулу (знак рівності), де зліва записується позначення означуваного поняття, а справа його суть. [2. с. 25]

До вимог правильного означення відносять: [3. с. 19-21]

- 1) означення не повинні містити посилання на нові, ще не означенні поняття;
- 2) не допускається при поясненні смислу незрозумілого терміну використовувались більш складні і незрозумілі терміни;
- 3) означення повинно бути пропорційним означуваному поняттю, не бути ні широким, ні вузьким;
- 4) означення не повинно містити вказівки на властивості, що впливають з самого означення;

- 5) смисл, обсяг, зміст і формулювання означення повинно бути однозначним і постійним в будь-які проміжки часу його вивчення;
- 6) означення не повинно бути пустим, беззмістовним, тобто в його обсяг входить принаймні один об'єкт;
- 7) означення повинно містити посилання на раніше означуване поняття, яке вже є розкритим і логічно пов'язаним з даним, означуваним поняттям.

Для більш глибокого усвідомлення суті понять, встановлення зв'язків між ними, кращого запам'ятовування тощо поняття можуть бути класифіковані. Класифікація поняття – логічна операція, за допомогою якої обсяг цього поняття ділять на за певною ознакою на класи, а класи на підкласи. Ознаку поділу називають основою поділу [2, с. 29], [3].

Правила правильного поділу: [2, с. 30-31]

- 1) поділ повинен бути повним;
- 2) поділ повинен здійснюватися за однією основою;
- 3) члени поділу повинні виключати один одного;
- 4) поділ повинен бути неперервним.

Вже зрозуміло, що робота з поняттями має свої вимоги, правила тощо, і тому без підготовки дуже складно розібратися в суті нового поняття, а тим паче і навчити когось цьому поняттю. Робота вчителів тісно пов'язана з поняттями дисципліни, якої вони навчають учнів, тому однією з вимог до вчителів є знання та вміння працювати з новими та вже відомими поняттями. Особливо це помітно в математичних дисциплінах, де поняття тісно пов'язані між собою. Зв'язки між поняттями, наслідки, які приводять до нових понять, родові поняття тощо, все це вчитель математики повинен розуміти, і вміти донести це до учнів. І перед тим як вводити нові поняття з нової теми, вчителі досліджують нові поняття, знаходять та вибудовують зв'язки, виділяють ознаки тощо. На цьому етапі доцільно провести вчителю логіко-математичний аналіз змісту теми.

Обираючи для дослідження проблеми роботу з поняттями теми «Чотирикутники» обґрунтуємо доцільність нашого вибору.

Як вже нам відомо тема «Чотирикутник» вивчається в основній школі, і при цьому учні будуть розглядати чотирикутники як частини інших фігур, наприклад просторових фігур, тощо. Як зазначається у дослідженні Гранко О., Таточенко В. [15] це є основою майбутньої навалної роботи учнів, тому учитель повинен ґрунтовно посприяти засвоєнню учнями істотних властивостей і ознак чотирикутників, навчити застосовувати здобуті знання до розв'язування різних видів задач.

Також слід відмітити, що в базовій середній школі в учнів формується представлення про чотирикутники, які вони будуть використовувати в повсякденному житті. Формування правильних математичних понять даних тем, з'ясування особливостей роботи з поняттями, проведення методичного аналізу і розробка актуальних та раціональних шляхів навчання учнів понять теми є основним завданням майбутніх вчителів. Цим пояснюється актуальність даної роботи.

Розділ «Чотирикутники» в календарному плануванні стоїть на початку навчального року. Якщо детально розглядати цей розділ, то першою темою, з якою знайомляться учні є, безпосередньо, «Чотирикутник». Після цього розглядаються окремі види чотирикутників, а саме: паралелограм та трапеція та їх різновиди: прямокутник, ромб, квадрат, рівнобічна та прямокутна трапеції. Отже на таких уроках є безліч різноманітних можливостей для розвитку логічного мислення учнів. Як наголошують автори дослідження [15], розвиток цей відбувається у трьох напрямках:

1. Розуміння структури й побудови геометрії (класифікація чотирикутників, зв'язки між видами чотирикутників).
2. Розуміння основних понять, властивостей, теорем через наочні матеріалу, а також їх доведення для глибшого усвідомлення та розуміння.
3. Зв'язок із трикутниками та прямими дозволяє сприяти самостійній роботі учнів при доведенні більшості властивостей, теорем, ознак тощо. Це дає

змогу формувати в учня уміння наводити правильні обґрунтування, міркування, які приводять до доведення теореми.

Подальша робота стосується вже практичної частини навчання: розв'язування задач. При розв'язуванні практичних задач учні вже на свідомих прикладах можуть помітити, зрозуміти та обґрунтувати властивості різних видів чотирикутників, їх ознаки та факти. Це потрібно буде для подальшої навчальної діяльності учнів, оскільки в майбутньому вони зустрінуться з таким розділом геометрії, як «Стереометрія», де познайомляться з тілами обертання, правилами та формулами вимірювання площ поверхонь об'ємних фігур, які ґрунтуються на відомостях про чотирикутники. [15]

Таким чином вчитель також закріплює знання учнів при роботі з такими поняттями, як «ознака», «означення», «властивість». Відбувається засвоєння таких понять, як «пряма теорема» й «обернена теорема». В подальшому пропонується учням розширювати свої знання з геометрії. Це можна здійснювати за допомогою введення понять «необхідна умова», «достатня умова», «необхідна і достатня умови». У цьому випадку учитель пояснює учням зв'язок цих умов з прямою і оберненою теоремами. [15]

Наведемо логіко-математичний аналіз теми «Чотирикутник та його елементи» за підручником: «Геометрія : підруч. для 8 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2021. — 207 с. : іл.» [7]

Логіко-математичний аналіз будемо здійснювати за традиційною схемою: визначення програмових вимог до учнів у навчанні теми; логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу; логіко-математичний аналіз формулювання означень нових понять теми; орієнтована будова системи вправ для введення нового поняття; ЛМА структури формулювання властивості; факти, сформульовані в задачах; структурно-логічна модель, яка охоплює основні факти теми.

Таблиця 1.1.

Програмові вимоги до вивчення теми [19]

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ЧОТИРИКУТНИКИ (22 год)	
<p>Учень/учениця: наводить приклади геометричних фігур, указаних у змісті; пояснює, що таке: чотирикутник; опуклий і неопуклий чотирикутник; елементи чотирикутника; формулює: <i>означення і властивості</i> вказаних у змісті чотирикутників; центральних і вписаних кутів; вписаного і описаного чотирикутників; середньої лінії трикутника і трапеції; <i>ознаки</i> паралелограма; вписаного і описаного чотирикутників; <i>теорему:</i> Фалеса; про суму кутів чотирикутника; класифікує чотирикутники; зображує та знаходить на малюнках чотирикутники різних видів та їх елементи; обґрунтовує належність чотирикутника до певного виду; доводить: властивості й ознаки паралелограма; властивості прямокутника, ромба, квадрата; застосовує вивчені означення і властивості до розв'язування задач, зокрема практичного змісту</p>	<p>Чотирикутник, його елементи. Сума кутів чотирикутника. Паралелограм, його властивості й ознаки. Прямокутник, ромб, квадрат та їх властивості. Трапеція. Вписані та центральні кути. Вписані та описані чотирикутники. Теорема Фалеса. Середня лінія трикутника, її властивості. Середня лінія трапеції, її властивості</p>

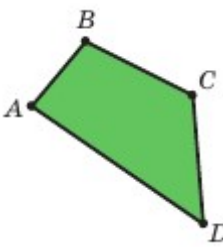
Таблиця 1.2.

Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу

	Поняття	Факти	Способи діяльності
Нові	Чотирикутник, опуклий чотирикутник, неопуклий чотирикутник, елементи чотирикутника, паралелограм, висота паралелограма, прямокутник, ромб, квадрат, трапеція, висота трапеції, рівнобічна трапеція, прямокутна трапеція, середня лінія трапеції.	ознаки паралелограма; теорема про суму кутів чотирикутника;	Розв'язання задач використовуючи означення та властивості, побудова геометричних фігур.
Базові	Точка, пряма, відрізок, промінь, кут.	Взаємне розташування прямих, прямих та точок.	Побудова прямих та точок.

Таблиця 1.3.

Логіко-математичний аналіз формулювання означень нових понять теми

Поняття	Формулювання означення	Вид означення, характеристична властивість
Чотирикутник	 <p>Фігура, утворена відрізками, обмежує частину площини, виділену на рисунку, зеленим кольором. Цю частину площини разом з відрізками AB, BC, CD і DA називають чотирикутником.</p>	Описове, перелік складових частин.
Елементи чотирикутника	<i>Точки A, B, C, D називають вершинами чотирикутника, а відрізки AB, BC, CD і DA сторонами чотирикутника.</i>	Описове, перелік складових частин.
Кути чотирикутника	<i>Кути ABC, BDC, CDA, DAB називають кутами чотирикутника</i>	Описове, перелік складових частин.
Опуклий чотирикутник	<i><u>Чотирикутник</u>, у якого <u>всі кути менші за розгорнутий</u>, називається опуклим.</i>	Родове, найближчий рід, істотні властивості.
Неопуклий чотирикутник	<i><u>Чотирикутник</u>, у якого <u>хоча б один кут більший за розгорнутий</u>, називається неопуклим.</i>	Родове, найближчий рід, істотні властивості.
Паралелограм	Паралелограмом називають <i>чотирикутник</i> у якого <u>кожні дві протилежні сторони паралельні</u>	Родове, найближчий рід істотні властивості.
Висота паралелограма	Висотою паралелограма називають <u>перпендикуляр опущений з будь-якої точки прямої яка містить сторону паралелограма на пряму, що містить протилежну сторону.</u>	Родове, істотні властивості.
Прямокутник	Прямокутником називають <i>паралелограм</i> у якого <u>всі кути прямі</u>	Родове, найближчий рід, істотні властивості.
Ромб	Ромбом називають <i>паралелограм</i> у якого <u>всі сторони рівні.</u>	Родове, найближчий рід, істотні властивості.
Квадрат	Квадратом називають <i>прямокутник</i> у якого <u>всі сторони рівні.</u>	Родове, найближчий рід, істотні властивості.
Трапеція	Трапецією називають <i>чотирикутник</i> у якого <u>дві сторони паралельні а дві інші не паралельні.</u>	Родове, найближчий рід, істотні властивості.
Висота трапеції	Висотою трапеції називають <u>перпендикуляр опущений з будь-якої точки прямої яка містить одну з основ на пряму що містить другу основу.</u>	Родове, найближчий рід, істотні властивості.

Продовження таблиці 1.3.

Рівнобічна трапеція	Трапецію, у якої <u>бічні сторони рівні</u> , називають рівнобічною або рівнобедреною .	Родове, найближчий рід, істотні властивості.
Прямокутна трапеція	Якщо <u>бічна сторона трапеції є її висотою</u> , то таку <i>трапецію</i> називають прямокутною	Родове, найближчий рід, істотні властивості.
Середня лінія трапеції	Середньою лінією трапеції називають <u>відрізок, який сполучає середини її бічних сторін</u> .	Родове, найближчий рід, істотні властивості.

Таблиця 1.4.

Орієнтована будова системи вправ для введення нового поняття

Види вправ	Поняття	Вправи для створення мотивації та введення нового поняття	Вправи, що забезпечують актуалізацію та повторення базових знань та умінь	Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів, які мають ці властивості	Вправи, на базі яких відбувається ілюстрація поняття, що вводиться	Вправи для забезпечення розпізнавання об'єктів, що входять до обсягу нового поняття	Вправи спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння текстового значення
Чотирикутник		2, 4	2, 4	4, 14	14, 16	14, 16	14, 16
Елементи чотирикутника		2, 5	2, 5	5	14	14	14
Діагональ чотирикутника		1, 5	1, 5	5	16, 17	16, 17	16, 17
Кути чотирикутника		1	1	7, 8, 10, 11, 14, 16	7, 8, 10, 11, 14, 16	7, 8, 10, 11, 14, 16	7, 8, 10, 11, 14, 16
Опуклий чотирикутник		6, 11	6, 11	11	11	11	11
Неопуклий чотирикутник		6, 11	6, 11	11	11	11	11
Паралелограм		37, 38	37, 38	37, 38, 39, 42, 44, 47, 50	37, 38, 39, 42, 44, 47, 50	37, 38, 39, 42, 44, 47, 50	37, 38, 39, 42, 44, 47, 50
Висота паралелограма		51, 52	51, 52	51, 52	51, 52	51, 52	51, 52
Прямокутник		113, 114, 115	113, 114, 115	113, 114, 115	113, 114, 115	113, 114, 115	113, 114, 115
Ромб		139	139	139, 141, 142, 144, 146, 148	139, 141, 142, 144, 146, 148	139, 141, 142, 144, 146, 148	139, 141, 142, 144, 146, 148

Квадрат	167, 168	167, 168	168, 170	168, 170	168, 170	168, 170
Трапеція	218, 228, 229	218, 228, 229	223, 239	223	223	223
Висота трапеції	233	233	233, 246	233, 246	233, 246	233, 246
Рівнобічна трапеція	220	220	225, 226, 232, 233, 237	225, 226, 232, 233, 237	225, 226, 232, 233, 237	225, 226, 232, 233, 237
Прямокутна трапеція	235	235	235, 246	235, 246	235, 246	235, 246
Середня лінія трапеції	241	241	241, 242, 243, 245,	241, 242, 243, 245,	241, 242, 243, 245,	241, 242, 243, 245,

Формулювання задач із таблиці 1.4 подані у додатку Б.



Рис. 1.5. Структурно-логічна модель, яка охоплює основні поняття теми

Проводячи логіко-математичний аналіз структури формулювання математичного твердження розглянемо тільки ті твердження, в яких сформульовані властивості поняття, оскільки саме теореми-властивості разом із означенням поняття розкривають його суттєві властивості (таблиці 1.5.1-1.5.8).

Таблиця 1.5.1.

ЛМА структури формулювання властивості суми кутів чотирикутника

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Сума кутів чотирикутника дорівнює 360°
2. Встановлення виду твердження	Категоричне
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яким би не був многокутник
4. Виділення умови	Сума кутів дорівнює 360°
5. Виділення вимоги	Многокутник є чотирикутником
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яким би не був многокутник, якщо він є чотирикутником, то сума його кутів дорівнює 360°

Таблиця 1.5.2.

ЛМА структури формулювання властивості градусної міри кутів
чотирикутника

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	У чотирикутнику тільки один із кутів може бути більшим за розгорнутий
2. Встановлення виду твердження	Категоричне
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яким би не був многокутник
4. Виділення умови	Тільки один із кутів чотирикутника може бути більшим за розгорнутий
5. Виділення вимоги	Многокутник є чотирикутником
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яким би не був многокутник, якщо він є чотирикутником, то в ньому тільки один із кутів може бути більшим за розгорнутий

Таблиця 1.5.3.

ЛМА структури формулювання властивості протилежних сторін
паралелограма

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Протилежні сторони паралелограма рівні
2. Встановлення виду твердження	Категоричне
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яким би не був чотирикутник
4. Виділення умови	Протилежні сторони паралелограма рівні
5. Виділення вимоги	Чотирикутник є паралелограмом
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яким би не був чотирикутник, якщо цей чотирикутник є паралелограмом, то його протилежні сторони рівні.

Таблиця 1.5.4.

ЛМА структури формулювання властивості протилежних кутів
паралелограма

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Протилежні кути паралелограма рівні
2. Встановлення виду твердження	Категоричне
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яким би не був чотирикутник
4. Виділення умови	Протилежні кути паралелограма рівні
5. Виділення вимоги	Чотирикутник є паралелограмом
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яким би не був чотирикутник, якщо він є паралелограмом, то його протилежні кути рівні.

Таблиця 1.5.5.

ЛМА структури формулювання властивості діагоналей паралелограма

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл
2. Встановлення виду твердження	Категоричне
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яким би не був чотирикутник
4. Виділення умови	Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл
5. Виділення вимоги	Чотирикутник є паралелограмом
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яким би не був чотирикутник, якщо він є паралелограмом, то його діагоналі точкою перетину діляться навпіл

Таблиця 1.5.6

ЛМА структури формулювання властивості діагоналей прямокутника

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Діагоналі прямокутника рівні
2. Встановлення виду твердження	Категоричне
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яким би не був чотирикутник
4. Виділення умови	Чотирикутник є прямокутником
5. Виділення вимоги	Діагоналі рівні
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яким би не був чотирикутник, якщо в нього діагоналі рівні, то чотирикутник – прямокутник

Таблиця 1.5.7.

ЛМА структури формулювання властивості діагоналей ромба

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Діагоналі ромба перпендикулярні та є бісектрисами його кутів
2. Встановлення виду твердження	Категоричне
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яким би не був паралелограм
4. Виділення умови	Діагоналі перпендикулярні та є бісектрисами кутів
5. Виділення вимоги	Паралелограм є ромбом
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яким би не був паралелограм, якщо він є ромбом, то його діагоналі перпендикулярні та є бісектрисами кутів

Таблиця 1.5.8.

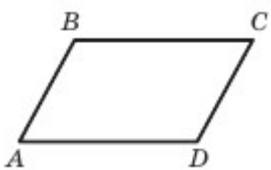
ЛМА структури формулювання властивості середньої лінії трапеції

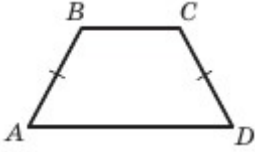
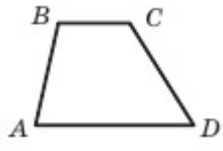
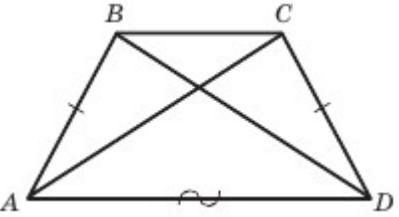
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює половині їхньої суми
2. Встановлення виду твердження	Категоричне
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яким би не був чотирикутник
4. Виділення умови	Чотирикутник є трапецією
5. Виділення вимоги	Середня лінія паралельна основам і дорівнює половині їхньої суми
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яким би не був чотирикутник, якщо він є трапецією, то її середня лінія паралельна основам трапеції, і дорівнює половині їхньої суми

Серед ключових задач теми також виділимо ті, в яких сформульовані додаткові факти-властивості чотирикутників та їх елементів, доведення цих задач дає змогу надалі використовувати сформульований у задачі факт для розв'язування інших задач теми.

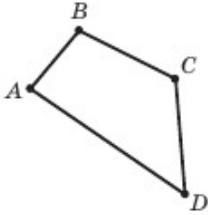
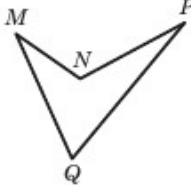
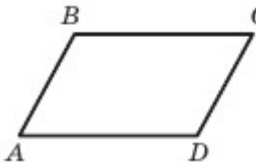
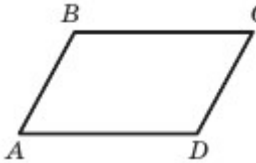
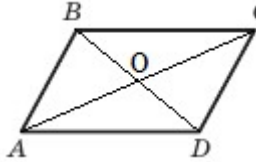
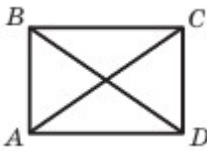
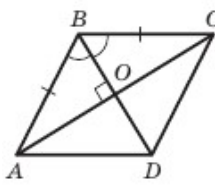
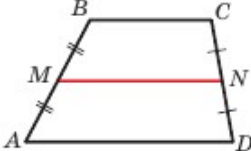
Таблиця 1.6.

Факти, сформульовані в задачах

Номер задачі, сторінка підручника, формулювання	Факт	Символічний запис факту
Задача 1. с. 9. Доведіть, що довжина будь-якої сторони чотирикутника менше від суми довжин трьох інших його сторін.	Довжина будь-якої сторони чотирикутника менше від суми довжин трьох інших його сторін	$a < b + c + d$ $b < a + c + d$ $c < a + b + d$ $d < a + b + c$
43. с. 19. Доведіть, що сума будь-яких двох сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180° .	Сума будь-яких двох сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180°	 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ $\angle B + \angle C = 180^\circ$ $\angle C + \angle D = 180^\circ$ $\angle D + \angle A = 180^\circ$

<p>Задача «властивості рівнобічної трапеції». с. 46. Доведіть, що в рівнобічній трапеції:</p> <p>1) кути при кожній основі рівні;</p> <p>2) діагоналі рівні;</p> <p>3) висота трапеції, проведена з вершини тупого кута, ділить основу трапеції на два відрізки, менший з яких дорівнює половині різниці основ, а більший – половині суми основ (середній лінії трапеції).</p>	<p>Властивості рівнобічної трапеції:</p> <p>1) кути при кожній основі рівні;</p> <p>2) діагоналі рівні;</p> <p>3) висота трапеції, проведена з вершини тупого кута, ділить основу трапеції на два відрізки, менший з яких дорівнює половині різниці основ, а більший – половині суми основ (середній лінії трапеції).</p>	 <p>$\angle A = \angle D, \angle B = \angle C$ $AC = BD$ $AM = \frac{AD-BC}{2}$</p>
<p>222. с. 48. Доведіть, що сума кутів трапеції, прилеглих до її бічної сторони, дорівнює 180°.</p>	<p>Сума кутів трапеції, прилеглих до її бічної сторони, дорівнює 180°</p>	 <p>$\angle A + \angle B = 180^\circ$ $\angle C + \angle D = 180^\circ$</p>
<p>248. с. 50. Діагоналі рівнобічної трапеції перетинаються в точці O. Доведіть, що $AO = OD$ і $BO = OC$.</p>	<p>Відрізки, отримані в результаті перетину діагоналей рівнобічної трапеції, попарно рівні ($AO = OD, BO = OC$)</p>	<p>ABCD – рівнобічна трапеція</p>  <p>$AO = OD$ $BO = OC$</p>

Структурно-логічна модель, яка охоплює основні факти теми

Сума кутів чотирикутника дорівнює 360°		$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$
У чотирикутнику тільки один із кутів може бути більшим за розгорнутий		$\angle A > 180^\circ$ або $\angle B > 180^\circ$ або $\angle C > 180^\circ$ або $\angle D > 180^\circ$
Протилежні сторони паралелограма рівні		$AB = CD$
Протилежні кути паралелограма рівні		$\angle A = \angle C$ $\angle B = \angle D$
Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл		$AO = OC$ $BO = OD$
Діагоналі прямокутника рівні		$AC = BD$
Діагоналі ромба перпендикулярні та є бісектрисами його кутів		$BD \perp AC$ $\angle ABO = \angle CBO$
Середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює половині їхньої суми		$MN = \frac{AD+BC}{2}$

1.1.2. Проведення роботи з поняттями

Поняття – це форма мислення, в якій відображаються загальні істотні й відмінні (специфічні) властивості і особливості певних предметів або явищ дійсності.

Властивість – те, що притаманне предметам, що відрізняє їх від інших предметів, чи робить їх схожими на інші предмети (наприклад, твердість, пружність, жорсткість, теплопровідність тощо).

Істотними (суттєвими) є властивості, без яких об'єкт (предмет) не може існувати. Сукупність істотних властивостей об'єкта (предмета) виражає його якісну визначеність.

Неістотними є такі властивості об'єкта (предмета), які можуть належати, або за деяких обставин не належати об'єкту (предмету), але відсутність яких не призведе до того, що даний об'єкт (предмет) перестане існувати.

У процесі вивчення математики учні вивчають і засвоюють дуже багато різних понять і відношень. І головне не просто щоб учень вивчив нове поняття та запам'ятав його, а також щоб він розумів суть цього поняття. Учень повин знати істотні властивості поняття, уміти навести приклади, що відображаються у понятті, знати загальноживану назву. [2. с. 32]

Приклади і контрприкладів поняття

Прикладом поняття є об'єкт, який має всі суттєві ознаки даного поняття. Приклади один від одного відрізняються несуттєвими ознаками, тому, щоб скласти повну систему прикладів необхідно всі суттєві ознаки зберегти, а несуттєві ознаки міняти по черзі. Наприклад, поняття «трапеція». [24]

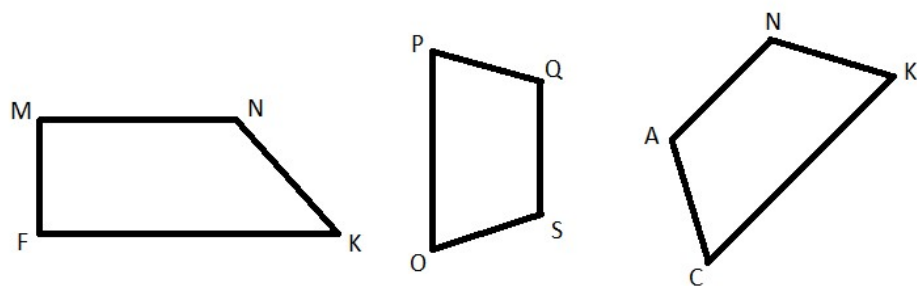


Рис. 1.6. Приклади зображення поняття «трапеція»

Приклади використовуються на всіх основних етапах формування поняття з метою засвоєння означення, коректування уявлень про поняття, узагальнення і систематизації знань. [24]

Контрприкладом поняття називається об'єкт, який невірно визначає учень, який повністю відповідає означенню, яке сформулював учень, але не відповідає загальноприйнятому означенню даного поняття. [24]

Щоб підібрати систему контрприкладів необхідно підібрати такі об'єкти, які містять тільки деякі суттєві ознаки і при цьому відсутні інші суттєві ознаки поняття, або не містять їх взагалі. Відкидаючи по черзі окремі суттєві ознаки, отримуємо систему контрприкладів, яка є корисною на всіх етапах формування поняття. Наприклад, Рис. 1.7. [24]

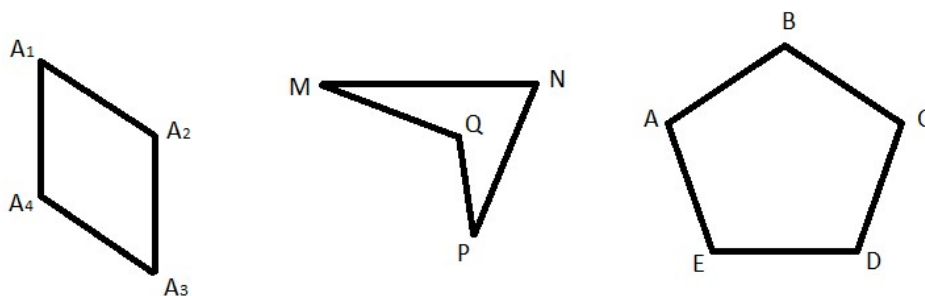


Рис. 1.7. Контрприкладів зображення поняття «трапеція»

Таблиця 1.8.

Робота з означенням поняття

Ромб – це паралелограм, у якого всі сторони рівні.	
Суттєві ознаки	Несуттєві ознаки
<ol style="list-style-type: none"> 1. Паралелограм 2. Всі сторони рівні 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Кути між сторонами 2. Розташування на площині 3. Позначення 4. Розміри
Контрприкладів	Приклади

Засвоєння поняття і його застосування потребує виконання специфічних дії підведення під поняття і виведення наслідків

Структура діяльності по підведенню під поняття

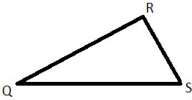
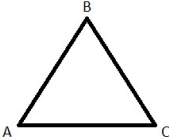
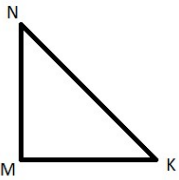
1. Виділення всіх властивостей, які наведено в означенні поняття.
2. Встановлення типів логічних зв'язків між суттєвими властивостями.
3. Перевірка наявності факту таких властивостей і типу їх логічних зв'язків властивостей у об'єкта, який підводиться під дане поняття.
4. Висновок про належність даного об'єкта до поняття.

Наприклад, дію підведення під поняття можна оформити у вигляді таблиці (таблиця 1.9).

Означення рівнобедреного трикутника: трикутник називається рівнобедреним, якщо у нього дві сторони рівні. [24]

Таблиця 1.9.

Дія підведення під поняття «рівнобедрений трикутник»

№ п/п	Об'єкт	Властивості об'єкта		Висновок
		трикутник	Дві сторони рівні	
1	10	-		-
2		+	-	-
3		+	+	+
4		+	+	+

Структура діяльності по виведенню наслідків із факту належності даного об'єкта до певного поняття [24]

1. Виведення всіх властивостей, які наведено в означенні поняття.
2. Встановлення типів логічних зв'язків між суттєвими властивостями.

3. Висновок про наявність певних властивостей у даного об'єкта.

Виконання дії виведення наслідків із факту належності конкретного об'єкта теоретичному більш плідним є тоді, коли введено не тільки означення поняття, а ще й коли вивчені його властивості.

Наприклад, що слідує з того, що $ABCD$ – паралелограм.

1. $ABCD$ – чотирикутник;

2. $BC = AD$ і $AB = CD$;

3. $BC \parallel AD$ і $AB \parallel CD$;

4. $\angle BAD = \angle BCD$ і

$\angle ABC = \angle CDA$;

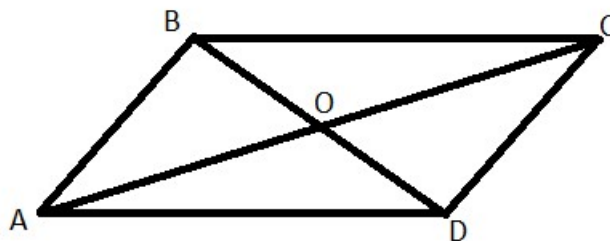
5. $\angle BAD + \angle CDA = 180^\circ$ і $\angle BCD + \angle ABC = 180^\circ$;

6. $AO = OC$ і $BO = OD$;

7. $\triangle ABC = \triangle ACD$ і $\triangle BDC = \triangle ABD$;

8. $\triangle AOB = \triangle DOC$ і $\triangle BOC = \triangle AOD$;

9. $\angle ACB = \angle CAD$ і т. д.



Основні етапи розкриття змісту математичного об'єкта.

1. Логічний аналіз структури означення об'єкта (виділення терміна, родового поняття, видових відмінностей і логічного зв'язку властивостей).

2. Виконання дії підведення під поняття (наведення прикладів).

3. Виконання дій виведення наслідків із факту, що кожний об'єкт належить до класу об'єктів, охарактеризованих означенням.

4. Якщо потрібно, то замінити означення йому еквівалентним.

У методиці навчання математики розрізняють специфічні методи навчання, до яких відносять способи введення поняття: [2. с. 32]

1) конкретно-індуктивний;

2) абстрактно-дедуктивний.

Розберемося, що це за методи. Абстрактно-дедуктивний метод – метод, при якому вчитель надає весь потрібний матеріал учням, а потім проводять навчальну роботу по закріпленню даного матеріалу. Таким чином більша

частина роботи лягає на плечі вчителі, а учням достатньо лише усвідомлювати новий матеріал. [2. с. 32]

Другий метод, конкретно-дедуктивний, має протилежний алгоритм дій: спершу вводяться рисунки та задачі, завдяки яким учні самостійно, або з простими підказками вчителя виокремлюють суттєві ознаки поняття, його властивості, розбирають ознаки, теореми, наслідки. В цьому випадку більша частина роботи вже відведена самостійній роботі учнів, де вчитель може підказувати, скеровувати думки учнів в правильному напрямку. [2. с. 32]

Ці способи мають психологічне підґрунтя, розкриємо їх особливості складені на основі джерел [22, 23, 25] (таблиця 1.10)

Таблиця 1.10.

Способи введення поняття

Психологічні основи формування поняття	Конкретно-індуктивна методика	Абстрактно-дедуктивна методика
Формування уявлення про дане поняття (сприйняття, синтез). Осмислення через аналіз і порівняння у двох його видах (співставлення і протиставлення).	1. На основі аналізу прикладів, контрприкладів і вільних об'єктів виявляються суттєві та несуттєві властивості даного поняття. Вводиться термін.	1. Дається точне означення нового поняття, мотивується термін.
Перехід від уявлення до поняття (синтез). Об'єднання за спільними властивостями, абстрагування і узагальнення.	2. Формулюється початкове означення, вносяться поправки, уточнюється означення. 3. Формулюється строге означення поняття.	2. За текстом означення виділяються суттєві та несуттєві властивості поняття.
Первинне закріплення понять.	4. Проводиться ілюстрація поняття, демонструються етапи діяльності по підведенню об'єктів під поняття. 5. Демонструються еталони діяльності виведення наслідків із належності об'єкта до поняття. 6. Проводиться заміна означення йому еквівалентним (якщо це можливо). 7. Розглядаються окремі випадки, якщо вони є, або їх розгляд є необхідним.	3. Проводиться ілюстрація поняття, демонструються етапи діяльності по підведенню об'єктів під поняття. 4. Демонструються еталони діяльності виведення наслідків із належності об'єкта до поняття. 5. Проводиться заміна означення йому еквівалентним (якщо це можливо). 6. Розглядаються окремі випадки, якщо вони є, або їх розгляд є необхідним.

Розглянемо способи введення поняття на конкретних прикладах. Всі наочні матеріали представлені на дошці або слайді презентації.

Конкретно-індуктивний метод.

Зразок конспекту фрагменту уроку на тему «Паралелограм» за підручником: «Геометрія : підруч. для 8 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2021. — 207 с. : іл.» [7]

Таблиця 1.11

Робота з означенням теми «Паралелограм»

Система прикладів	Система контрприкладів
Істотні властивості	Неістотні властивості
<p>Чотири кути. Чотири сторони. Протилежні сторони паралельні. Протилежні сторони рівні. Протилежні кути рівні.</p>	<p>Позначення кутів. Розташування на площині. Розмір паралелограма.</p>
Означення, теореми	
<p>Означення: Паралелограмом називають чотирикутник у якого кожні дві протилежні сторони паралельні. Теореми: Протилежні сторони паралелограма рівні. Протилежні кути паралелограма рівні.</p>	

Хід уроку.

Вчитель (надалі В.): пропонує учням згадати означення «чотирикутник».

Учень (надалі У.): називає означення поняття «чотирикутник».
(Чотирикутником називається замкнена фігура, площа якої утворена чотирма прямими.)

В.: пропонує учням згадати види чотирикутників.

У.: називають види чотирикутників, їх означення, особливості. (Опуклий та випуклий. Чотирикутник, у якого всі кути менші за розгорнутий, називається опуклим. Чотирикутник, у якого хоча б один кут більший за розгорнутий, називається неопуклим.)

В.: пропонує учням розглянути зображення з системи прикладів, та дати відповіді на питання вчителя (що в рисунках схожого, що відрізняється тощо).

У.: відповідають на питання вчителя, визначають суттєві та несуттєві властивості чотирикутників на запропонованих рисунках. (4 кути, 4 сторони, протилежні кути рівні, протилежні сторони рівні, протилежні сторони паралельні.)

В.: підштовхує учнів до формулювання властивостей паралелограма.

У.: намагаються сформулювати основні властивості паралелограма.

В.: корегує за необхідністю відповіді учнів, та пропонує сформулювати повне означення паралелограма.

У.: сформулюють означення паралелограма, та його властивості, що формулюються в теоремах. (Паралелограмом називають чотирикутник у якого кожні дві протилежні сторони паралельні. Протилежні сторони паралелограма рівні. Протилежні кути паралелограма рівні.)

В.: пропонує учням продивитись рисунки з системи контрприкладів, схарактеризувавши їх, та назвавши чому вони не є паралелограмом, використовуючи сформульовані означення та властивості.

У.: аналізують рисунки, відповідають на питання вчителя.

В.: пропонує учням підсумувати результати уроку, назвавши означення, істотні та неістотні властивості паралелограма.

У.: підсумовують результати уроку. (Паралелограмом називають чотирикутник у якого кожні дві протилежні сторони паралельні. Протилежні сторони паралелограма рівні. Протилежні кути паралелограма рівні. 4 кути, 4 сторони, протилежні кути рівні, протилежні сторони рівні, протилежні сторони паралельні.)

В.: демонструє учням таблицю, яка містить систему прикладів та контрприкладів, ознаки та означення паралелограма.

Абстрактно-дедуктивний метод.

Зразок конспекту фрагменту уроку на тему «Трапеція» за підручником: «Геометрія : підруч. для 8 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2021. — 207 с. : іл.» [7]

Таблиця 1.12

Робота з означенням теми «Трапеція»

Система прикладів	Система контрприкладів
Істотні властивості	Неістотні властивості
<p>Чотири кути. Чотири сторони. Дві протилежні сторони (основи) паралельні. Дві інші сторони не паралельні.</p>	<p>Позначення кутів. Розташування на площині. Розмір трапеції.</p>
Означення	
<p>Трапецією називають чотирикутник у якого дві сторони паралельні а дві інші не паралельні.</p>	

Хід уроку.

В.: самостійно формулює означення трапеції (Трапецією називають чотирикутник у якого дві сторони паралельні а дві інші не паралельні.) Звертає увагу на рисунки з системи прикладів, вказує на їх істотні властивості, особливості тощо.

У.: уважно слухають вчителя, запам'ятовують ключові моменти, записують до зошита властивості та означення.

В.: звертає увагу учнів на рисунки з системи контрприкладів, запитує в учнів чому фігури на рисунках не є трапецією.

У.: відповідають на питання вчителя.

В.: виправляє, за необхідністю, та доповнює відповіді учнів. Підводить підсумки уроку, показує таблицю з системами прикладів та контрприкладів, істотними та неістотними властивостями і означенням трапеції.

У.: разом з вчителем підводять підсумки уроку.

Важливим аспектом діяльності вчителя під час формування понять є визначення факторів виникнення помилок при вивченні означень: [2. с. 34]

- 1) відсутність в означенні деяких істотних ознак;
- 2) наявність в означенні зайвих ознак чи умов;
- 3) заміна потрібного родового поняття іншим;
- 4) пропуск родового поняття.

Одним із способів вивчення нових понять або виправлення помилок в старих поняттях є спосіб підбору прикладів та контрприкладів. При введенні нових понять даний метод є дуже корисним особливо в геометрії. Під час використання цього методу головне щоб вчитель розумів суть та основні ознаки означуваного поняття, щоб добірка прикладів була коректна. В прикладах вчитель виражає основні ознаки поняття, тим самим наочно показує їх суть, а в контрприкладах виражає схожі за вмістом або текстом ознаки, але які є неправильними [2. с. 34-35].

Так, наприклад, при вивченні теми «Паралелограм» учні можуть випадково втрачати деякі істотні властивості.

Неправильно:

Паралелограмом називають чотирикутник у якого дві протилежні сторони паралельні.

Правильно:

Паралелограмом називають чотирикутник у якого кожні дві протилежні сторони паралельні.

Тут було втрачено частину істотної властивості, яка виокремлює паралелограм від трапеції: «кожні дві протилежні сторони паралельні».

У випадку пропуску родового поняття отримаємо таке означення:

Паралелограмом є фігура у якої кожні дві протилежні сторони паралельні.

Тут ми вже втрачаємо прив'язку до найближчого родового поняття «чотирикутник», і тому не можемо чітко сказати що за фігура в нас отримана.

Щоб зрозуміти помилку заміни потрібного родового поняття іншим, розглянемо означення квадрату.

Квадратом називають прямокутник, у якого всі сторони рівні.

При помилці можемо отримати таке:

Квадратом називають чотирикутник, у якого всі сторони рівні.

В разі даної помилки ми втрачаємо властивості, притаманні чотирикутнику як паралелограму. А отже втрачаємо розуміння про кути та паралельність сторін.

При помилці «наявність в означенні зайвих ознак чи умов» ми навантажуюмо означення зайвими відомостями, які зрозумілі з родового поняття.

Квадратом називають прямокутник, у якого всі сторони рівні й попарно паралельні, всі кути рівні 90° .

Тут зайвими будуть такі відомості: сторони попарно паралельні (відомо з означення прямокутника, що є видом паралелограма), всі кути рівні 90° (відомо з означення прямокутника).

Щоб уникати більшості помилок, треба знати істотні ознаки, властивості та означення родових понять при формуванні нових.

1.2. СИСТЕМА ВПРАВ НА ЗАСВОЄННЯ І ЗАСТОСУВАННЯ ПОНЯТТЯ

Значної уваги у процесі навчання математики потребують задачі на формування понять, засвоєння понять та їх означень. Так розрізняють:

- системи вправ для введення нового поняття (таблиця 1.13);
- системи задач побудовані у відповідності з етапами формування поняття [29] (таблиця 1.14);
- системи задач на засвоєння поняття і його означення.

Розглянемо особливості побудови таких систем задач.

Таблиця 1.13

Орієнтована будова системи вправ для введення нового поняття

Види вправ	Поняття
Вправи для створення мотивації та введення нового поняття	
Вправи, що забезпечують актуалізацію та повторення базових знань та умінь	
Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів, які мають ці властивості	
Вправи, на базі яких відбувається ілюстрація поняття, що вводиться	
Вправи для забезпечення розпізнавання об'єктів, що входять до обсягу нового поняття	
Вправи спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння тексту означення	

При цьому слід відмітити, що не завжди робота з поняттям припускає формулювання його означення. У цьому випадку в системі задач будуть відсутні задачі на засвоєння змісту означення.

Проілюструємо приклади вправ для введення поняття «Паралелограм».

Вправи для створення мотивації та введення нового поняття

1. Розгляньте представлені рисунки. Знайдіть на них однакові чотирикутники. Зобразіть їх у зошиті, та скажіть чим вони схожі.

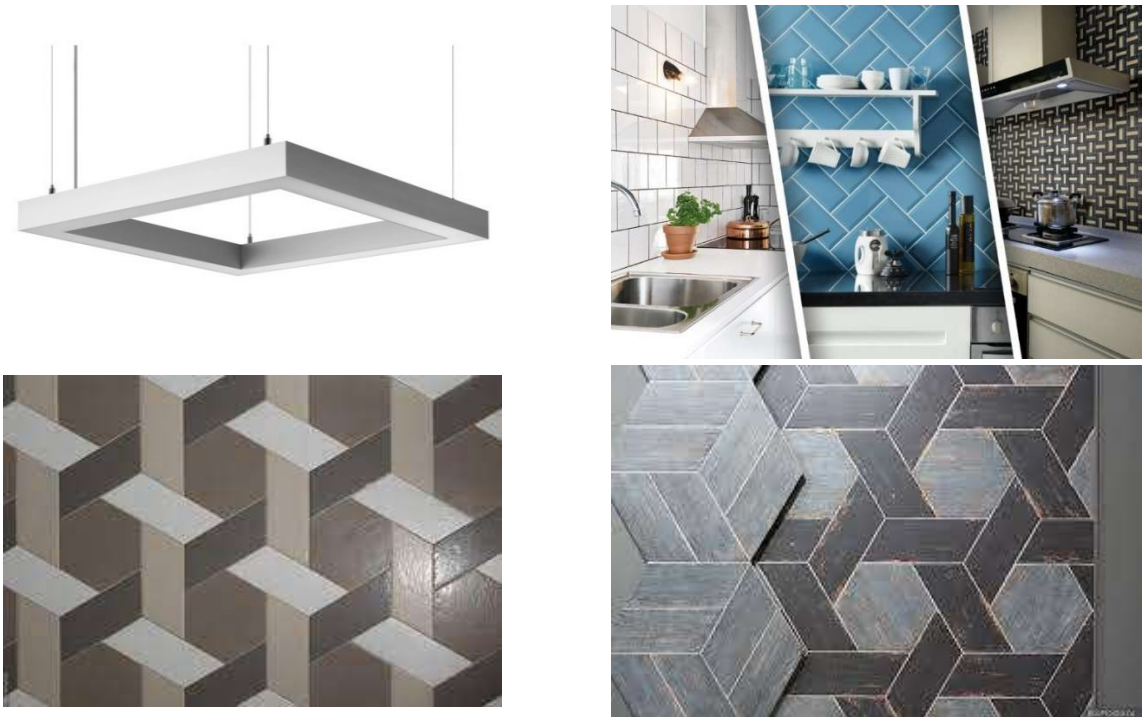


Рис. 1.8.

Вправи, що забезпечують актуалізацію та повторення базових знань та умінь

2. Якщо паралелограм – чотирикутник, то в нього:

1. Три сторони.
2. Чотири сторони.
3. П'ять сторін.
4. Чотири кути.
5. П'ять кутів.
6. Сума кутів дорівнює 360° .
7. Сума кутів дорівнює 270° .
8. Сума кутів дорівнює 180° .
9. Дві діагоналі.
10. Одна діагональ.
11. Три діагоналі.

Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів, які мають ці властивості

3. Побудувати паралелограм, якщо відомо, що

1. Сторони паралелограма рівні 4 см і 6 см, а кут між ними 60° .
2. Кути паралелограма рівні 80° та 100° , а сторона між ними рівна 3 см.

Вправи, на базі яких відбувається ілюстрація поняття, що вводитьься

4. Назвати висоти паралелограма ABCD, зображеного на рисунку.

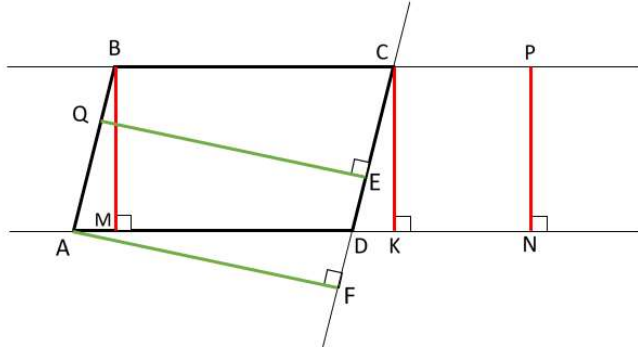
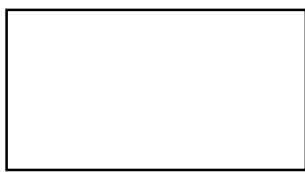


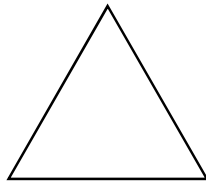
Рис. 1.9.

Вправи для забезпечення розпізнавання об'єктів, що входять до обсягу нового поняття

5. Розглянути запропоновані рисунки, та сказати, які з них є паралелограмами.



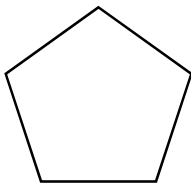
a)



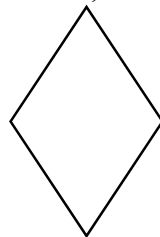
b)



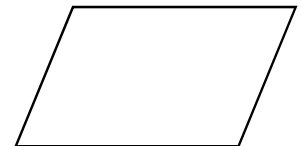
c)



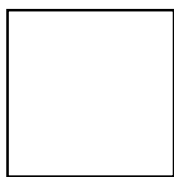
d)



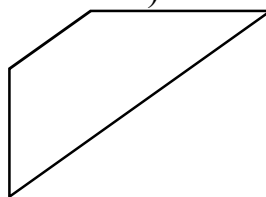
e)



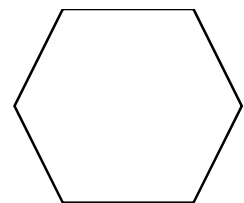
f)



g)



h)



i)

Рис. 1.10.

Вправи спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння тексту означення

6. Дві паралельні прямі перетинають три інші паралельні прямі. Скільки при цьому утворилося паралелограмів?

Таблиця 1.14

Система задач на формування поняття

Етапи формування поняття	Вправи, що їх реалізують
1) Мотивація введення поняття	<ul style="list-style-type: none"> → Вправи на застосування вивчених понять і теорем. → Вправи практичного характеру.
2) Виділення суттєвих властивостей поняття	<ul style="list-style-type: none"> → Вправи на побудову об'єктів, що задовольняють вказаним властивостям.
3) Засвоєння логічної структури означення поняття, розуміння значення слів в означенні, запам'ятовування означення	<ul style="list-style-type: none"> → Вправи з моделями фігур. → Вправи на розпізнання об'єктів, що належать обсягу поняття. → Вправи на виділення наслідків із означення поняття. → Вправи на доповнення умов (розпізнання і виведення наслідків).
4) Застосування поняття	<ul style="list-style-type: none"> → Вправи на складання родословної поняття.
5) Встановлення зв'язків поняття, що вивчається з іншими поняттями	<ul style="list-style-type: none"> → Вправи на застосування поняття в різних ситуаціях. → Вправи на систематизацію понять.

Наведемо приклад системи задач на формування поняття «Ромб».

1. Діагональ AC ромба $ABCD$ (див. рис. 1.11) утворює зі стороною AD кут 38° . Знайдіть усі кути ромба.[7]

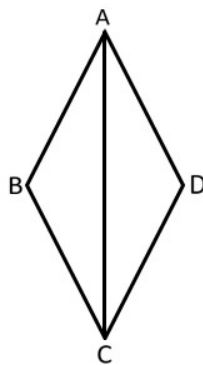


Рис. 1.11.

2. Знайдіть кути і периметр ромба ABCD, зображеного на рисунку. [6]

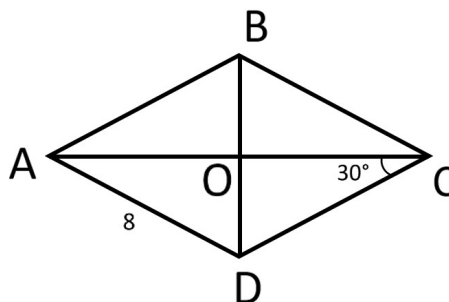


Рис. 1.12.

3. Побудувати ромб, якщо:

- 1) Діагоналі ромба дорівнюють 5 см і 11 см.
- 2) Сторона ромба дорівнює 3 см, а один з кутів – 45° .

4. Підготувати з картону 2-3 ромби різних розмірів, зобразити на них діагоналі, підписати вершини, довжини сторін, градусні міри кутів.

5. Знайти серед запропонованих рисунків ромби.

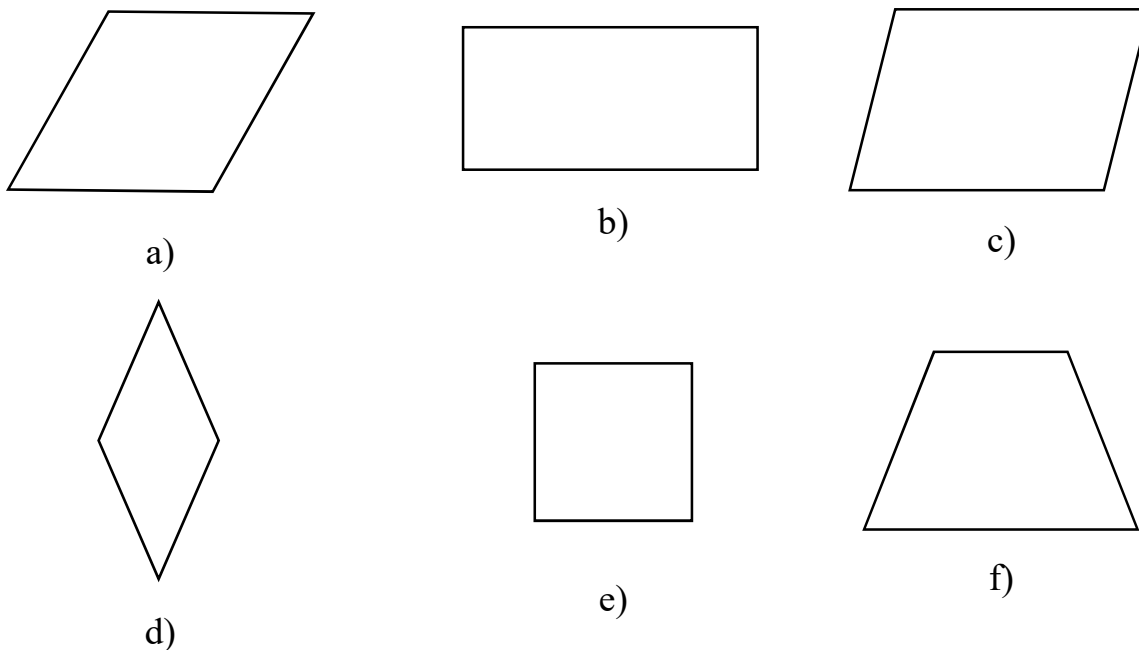


Рис. 1.13.

6. Оберіть властивості, які притаманні ромбу.

- 1) Діагоналі ромба рівні.
- 2) Протилежні сторони ромба рівні.

- 3) Діагоналі ромба точкою перетину діляться навпіл.
- 4) Кути ромба рівні.
- 5) Діагоналі ромба перпендикулярні, та є бісектрисами кутів.
- 6) В ромба є розгорнутий кут.
- 7) Протилежні кути паралелограма рівні.

7. В ромбі ABCD проведено діагоналі AC і BD. Т. О – точка перетину діагоналей. Відомо, що кути ромба рівні 60° і 120° . Довести, що діагоналі перетинаються під кутом 90° , при умові, що діагоналі є бісектрисами кутів ромба.

8. Назвати властивості ромба, та вказати від якого чотирикутника вони отримані.

9. Знайти кут ромба, якщо його діагоналі рівні 23 см і 2 см.

10. Знайти площу ромба, якщо його сторона рівна 10 см, а одна із діагоналей 12 см. [6]

Особливості системи задач на засвоєння поняття і його означення:

1. Наявність задач, пов'язаних із наведенням практичної значущості нового поняття або з його значущістю для подальшого просування у вивченні математики.

2. Наявність задач на актуалізацію знань і умінь, необхідних при формуванні даного поняття.

3. Наявність задач на виділення ознак поняття.

4. Наявність задач на розпізнавання сформованого поняття.

5. Наявність задач на засвоєння тексту означення поняття.

6. Наявність задач на використання символіки, пов'язаної з поняттям.

7. Наявність задач на встановлення властивостей поняття.

8. Наявність задач на застосування поняття.

Наведемо приклад системи задач на засвоєння поняття «Трапеція» і його означення.

1. Дах будівлі має форму рівнобічної трапеції. Кути нахилу бічних сторін рівні 30° . Знайти висоту даху, якщо основи трапеції рівні 4 см і 10 см.

2. Дан рівнобічна трапеція. Висота трапеції дорівнює 4 см, основи рівні 5 см і 11 см. Знайти периметр даної трапеції.

3. Відрізок $AB = 4$ см, відрізок $CD = 6$ см. Довести, що $ABCD$ – трапеція, якщо дано пряму a , яка паралельна відрізкам AB і CD .

4. Назвати вид трапеції, якщо

1) Висота трапеції дорівнює 4 см, а бічні сторони дорівнюють 4 см і 6 см.

2) Сторони трапеції рівні 6 см і 4 см, а одна з основ – 9 см.

3) Кути трапеції дорівнюють 60° 120° 60° 120° .

5. Довести, що сума кутів трапеції – 360° .

6. Побудуйте рівнобічну трапецію з основами 5 см і 9 см, і висотою 4 см. Проведіть діагоналі трапеції. Дайте позначення трапеції, та назвіть сторони, вершини та кути, які містить дана фігура.

7. Дана рівнобічна трапеція. Доведіть, що її діагоналі рівні.

8. Серед запропонованих рисунків знайдіть трапеції.

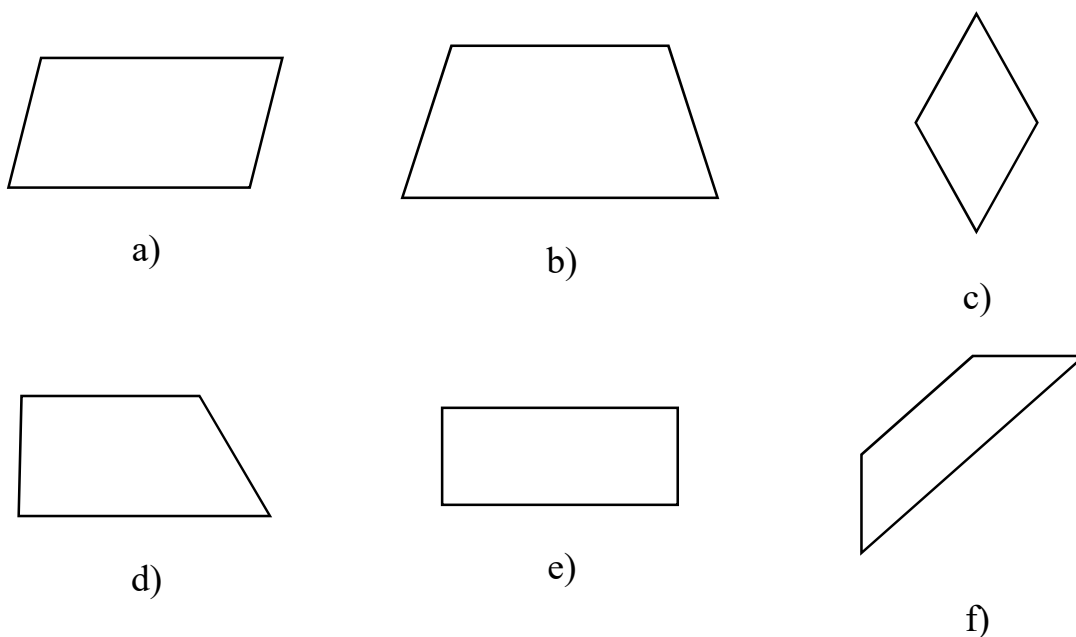


Рис. 1.14.

Приклади задач для створення систем задач за різним призначенням добиралися із джерел [6, 7, 8, 9]

В розділі було розглянуто загальну інформацію щодо роботи з поняттями: розібрано що таке «поняття», визначено, що таке «означення поняття», які є види означень, як треба працювати з означеннями, які є типові помилки при означенні поняття, та шляхи їх уникнення. Також розібрані різні методи навчання нових понять: конкретно-індуктивний метод, та абстрактно-дедуктивний метод, метод прикладів та контрприкладів.

Розглянуто особливості підбору задач для введення, формування та засвоєння нових понять, а також підібрані конкретні приклади задач.

Матеріал наведений в першому розділі може бути корисним для майбутніх вчителів в питаннях відпрацювання методичних умінь проводити роботу з аналізу нових понять, підбирати задачі відповідно до вимог уроку, та покращити свої навички при роботі з темами розділу «Чотирикутники».

РОЗДІЛ 2.

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РОБОТИ З ПОНЯТТЯМИ ТЕМИ «ЧОТИРИКУТНИКИ»

Основна мета вивчення чотирикутників і многокутників у курсі планіметрії – забезпечити учнів необхідними знаннями суттєвих ознак і властивостей окремих видів чотирикутників і навчити застосовувати здобуті знання до розв’язання різних задач. [23. с. 56]

Тема створює сприятливі умови для розвитку логічного мислення у 3-х основних напрямках: [23. с. 56]

1. Ідея дедуктивної побудови геометрії яскраво ілюструється при введенні ознак ранніх видів чотирикутників, при чому, як правило, шляхом визначення роду і родової відмінності. Це створює умови для формування уміння проводити класифікацію чотирикутників і показувати структурні зв’язки між поняттями.

2. Багато властивостей чотирикутників учні мають можливість вивчити та зрозуміти аналізуючи наочний матеріал і виконуючи безпосередні вимірювання. Разом з тим й доводити ці властивості.

3. Оскільки більшість теорем теми нескладні для доведення і прямо спираються на вивчення ознак рівності трикутників і паралельних прямих, то є можливість організувати самостійний пошук доведень і формування уміння проводити правильні обґрунтування і доказові міркування.

2.1. МЕТОДИКА РОБОТИ З ПОНЯТТЯМИ ТЕМИ «ЧОТИРИКУТНИК, ЙОГО ЕЛЕМЕНТИ»

Тема «Чотирикутник та його елементи» є першою в системі тем «Чотирикутники», тому на першому уроці вчитель повинен чітко та правильно сформулювати в учнів поняття «чотирикутник», та властивості чотирикутників. Бо це базові знання, які потрібні при подальшому вивченні чотирикутників.

Отже, першим кроком вчитель вводить допоміжне поняття «сусідні відрізки». Завдяки малюнкам пояснює які відрізки є сусідніми, а які ні.

Таблиця 2.1.1

Введення поняття «сусідні відрізки»

Сусідні	Не сусідні

На представлених рисунках видно, як відрізки, що називаються сусідніми, мають одну і лише одну спільну точку, яка є кінцевою (або початковою) для обох відрізків. При цьому не важлива кількість відрізків. Після цього вводиться поняття чотирикутника, через опис його елементів.

Означення. Фігура, яка складається із чотирьох точок A, B, C, D і чотирьох відрізків AB, BC, CD, DA таких, що ніякі два сусідніх відрізки не лежать на одній прямій і ніякі два несусідніх відрізки не мають спільних точок, називається **чотирикутник**.

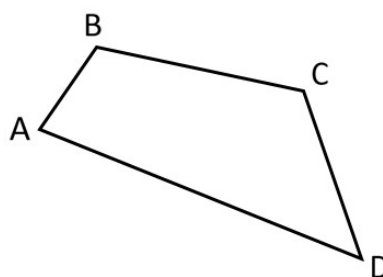


Рис. 2.1.

Точки A, B, C, D називають **вершинами чотирикутника**, а відрізки AB, BC, CD, DA **сторонами чотирикутника**.

Дані означення супроводжуються рисунками на дошці, де чітко виділені дані поняття.

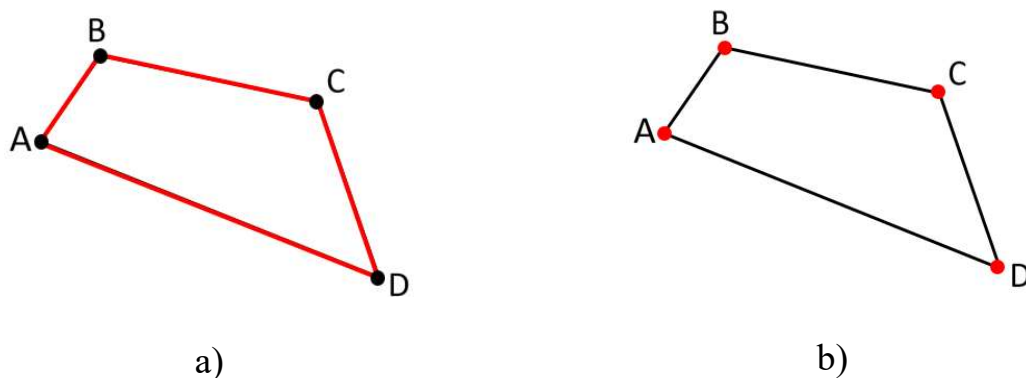


Рис. 2.2.

На рисунку 2.2 а) зображено поняття про сторони чотирикутника (червоні відрізки), а на рисунку 2.2 б) – вершини чотирикутника (червоні точки).

Далі вводять поняття про кути чотирикутника. Воно також йде через перелік елементів.

Кути ABC, BCD, CDA, DAB – **кути чотирикутника**.

Дане поняття також супроводжується рисунком.

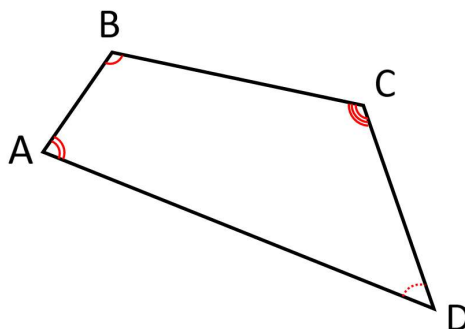


Рис. 2.3.

Ці три поняття (вершини, сторони, кути чотирикутника) складають групу, яке має назву «елементи чотирикутника».

Після введення поняття «чотирикутник» вчитель вводить поняття про типи чотирикутників: опуклий та неопуклий. Тут зручно намалювати два чотирикутники, і показати їх відмінності.

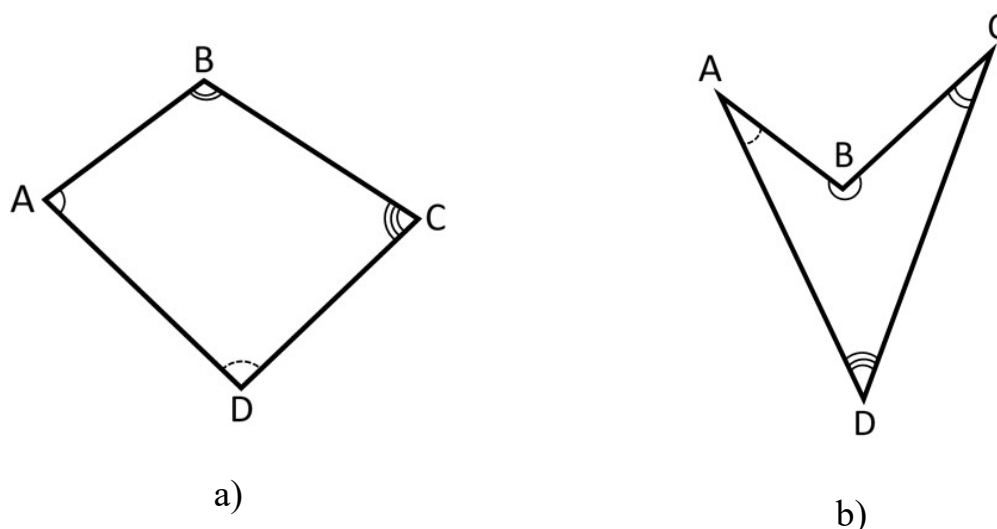


Рис. 2.4.

На цьому етапі вчителем доцільно пригадати поняття розгорнутого кута з учнями.

Чотирикутник, в якого всі кути менші за розгорнутий (менші за 180°) називається **опуклим**.

Разом з цим додається друге поняття.

Чотирикутник, в якого один з кутів більший за розгорнутий (більше за 180°) називається **неопуклим**.

До цього ще додається означення поняття «діагональ».

Відрізок, який сполучає протилежні вершини чотирикутника, називають **діагоналлю**.

Після того, як розглянуто відмінності опуклих та неопуклих чотирикутників, вводиться теорема «Про суму кутів чотирикутника».

Теорема 1.1. Сума кутів чотирикутника дорівнює 360° . [7, с. 8]

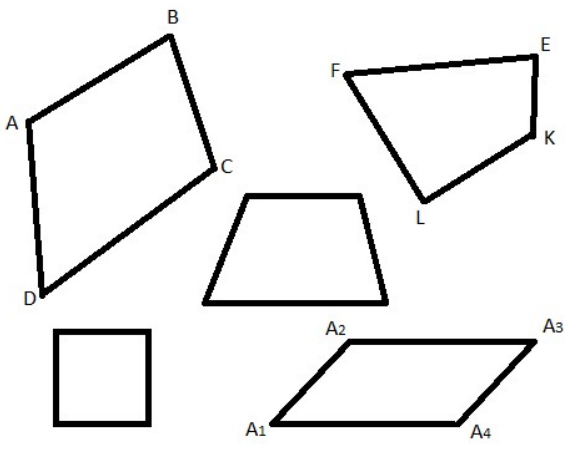
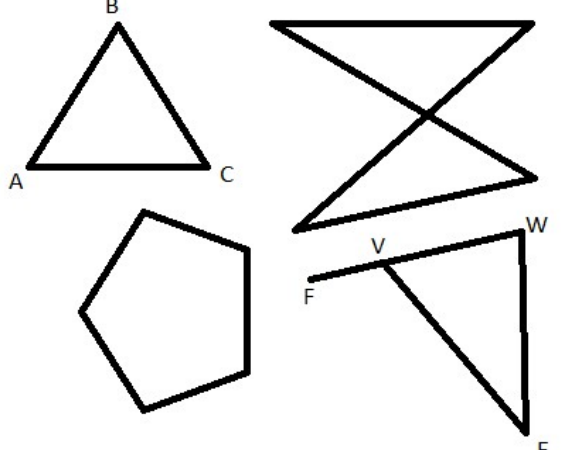
Наслідок. У чотирикутнику тільки один із кутів може бути більшим за розгорнутий. [7, с. 8]

Це було представлено введення понять з теми «чотирикутник» абстрактно-дедуктивним методом. А зараз буде розбір теми через конкретно-індуктивний метод.

Спочатку вчитель зображує приклади та контрприкладів на дошці (слайді презентації тощо).

Таблиця 2.1.2

Система прикладів та контрприкладів до теми «Чотирикутник»

Приклади	Контрприкладів
	

З системи прикладів учні порівнюють фігури, виокремлюють ознаки тощо, роблять висновки.

Висновки:

1. Чотири кути (з поняття).
2. Чотири сторони.
3. Чотири вершини.

На цьому етапі вчитель просить учнів самим скласти означення.

Означення. **Чотирикутником** називається фігура, утворена послідовним з'єднанням чотирьох точок. Утворені відрізки не перетинаються.

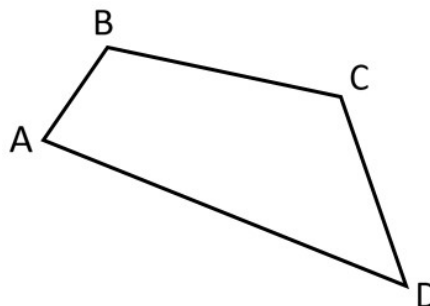


Рис. 2.5.

Означення. Точки, які були з'єднані відрізками називаються **вершинами чотирикутника**.

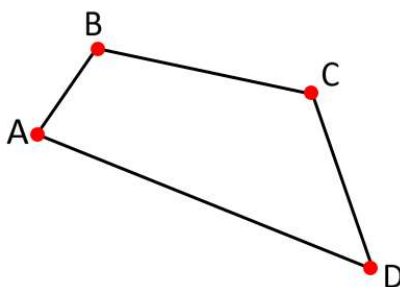


Рис. 2.6.

З рисунку точки A, B, C, D є вершинами чотирикутника ABCD.

Означення. Відрізки, що сполучають точки й не перетинаються називаються **сторонами чотирикутника**.

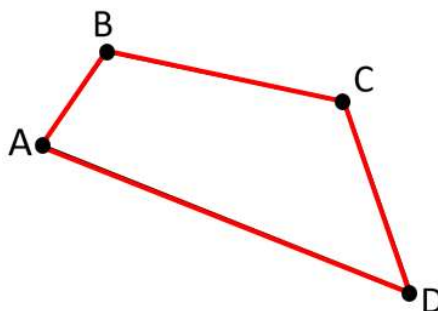


Рис. 2.7.

З рисунку відрізки AB, BC, CD, DA є сторонами чотирикутника ABCD.

Означення. *Кути* між сусідніми сторонами чотирикутника називаються **кутами чотирикутника**.

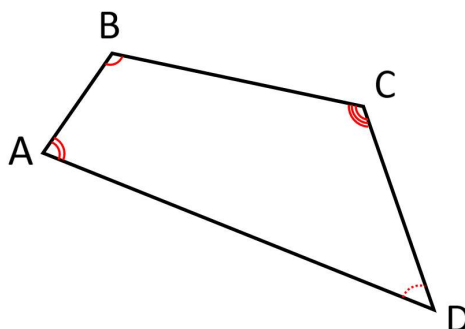


Рис. 2.8.

З рисунку кути ABC , BCD , CDA , DAB є кутами чотирикутника $ABCD$.

Ці три поняття (вершини, сторони, кути чотирикутника) складають групу, яке має назву «елементи чотирикутника».

Наступним кроком вчитель дає учням порівняти два чотирикутники, опуклий та неопуклий, і вказати їх різницю.

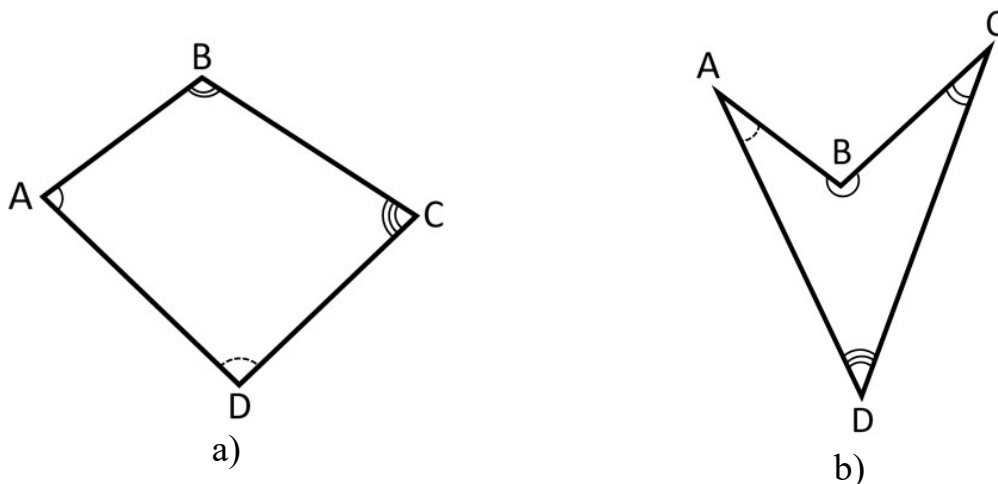


Рис. 2.9.

В чотирикутника на рисунку 2.9 а) всі чотири кути є меншими за розгорнутий (менше за 180°). В чотирикутника б) один з кутів більший за розгорнути (більше за 180°).

Після визначення різниці даних чотирикутників учням пропонується дати визначення поняттям «опуклий чотирикутник» та «неопуклий чотирикутник».

Чотирикутник, в якого всі кути менші за розгорнутий (менші за 180°) називається **опуклим**.

Чотирикутник, в якого один з кутів більший за розгорнутий (більше за 180°) називається **неопуклим**.

Перед тим як вивчати теореми та ознаки, розбирається поняття «діагональ».

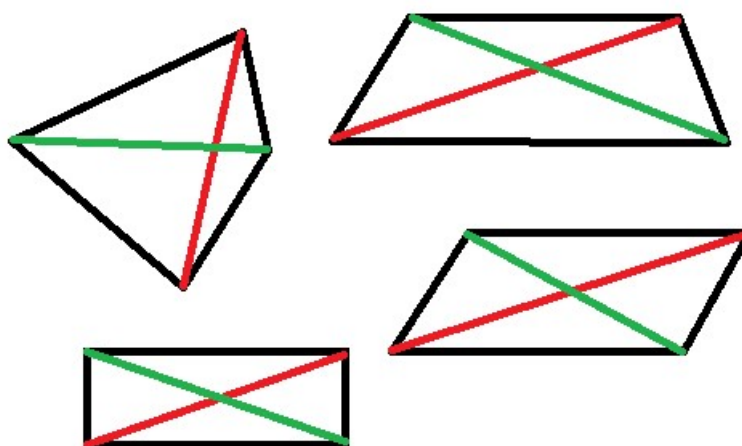


Рис. 2.10.

З рисунків, представлених вчителем, учні роблять висновки, та складають означення поняття «діагональ».

Відрізок, який сполучає протилежні вершини чотирикутника, називають **діагоналлю**.

Вчитель пропонує згадати теорему про суму кутів трикутника. І показує, що чотирикутник ділиться діагоналлю на два трикутника. За теоремою про суму кутів трикутника маємо, що сума кутів трикутника – 180° . А оскільки чотирикутник складається з двох трикутників, то сума кутів чотирикутника вдвічі більша, тобто 360° . Такий висновок повинні дати учні за підказками вчителя.

Теорема 1.1. Сума кутів чотирикутника дорівнює 360° . [7, с. 8]

Вчитель пропонує учням розібрати різні варіанти кутів чотирикутника. Наприклад: $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 150^\circ$; $200^\circ, 60^\circ, 60^\circ, 40^\circ$; $190^\circ, 190^\circ, 10^\circ, 10^\circ$.

З даних прикладів учні формують наслідок з теореми.

Наслідок. У чотирикутнику тільки один із кутів може бути більшим за розгорнутий. [7, с. 8]

На цьому розбір понять та теорем з теми «Чотирикутник» завершено, і вчитель закріплює пройдений матеріал задачами.

Приклади задач до теми «Чотирикутник».

1. Дано систему рисунків. Знайти на ній чотирикутники. Сказати скільки опуклих чотирикутників та неопуклих чотирикутників.

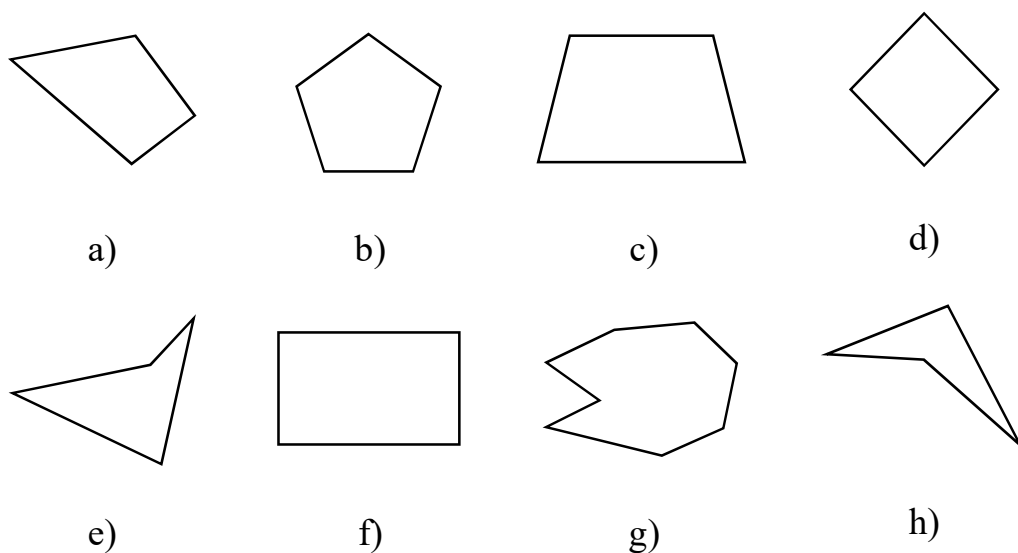


Рис. 2.11.

2. Дати позначення для знайдених у 1 завданні чотирикутників, назвати сторони, вершини, кути та сусідні сторони чотирикутників.

3. Знайти кути чотирикутника, якщо:

1) Три кути чотирикутника дорівнюють: $78^\circ, 89^\circ$ і 93° .

2) Протилежні кути рівні, і дорівнюють 70° , а третій кут вдвічі менше за четвертий.

3) Один кут дорівнює 63° , протилежний – 104° .

4. Знайти кути чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3, 10 і 21. Який вид отриманого чотирикутника? [7]

5. Знайти кути чотирикутника, якщо відомо, що один з кутів у 2 рази менший від другого кута, на 20° менший від третього та на 40° більший за четвертий. Знайдіть кути чотирикутника. [7]

6. Чи існує чотирикутник, якщо: [7]

- 1) Він має три гострих кута.
- 2) Він має три прямих кута.
- 3) Він має два тупих кута.
- 4) Він має два гострих кута, один тупий, один прямий кут.

Нарисуйте існуючі чотирикутники.

7. Знайти периметр чотирикутника, якщо відомо, що одна із сторін в 1,5 рази більша за другу, на 5 см. менша за третю, і в 2 рази менша за четверту. Третя сторона дорівнює 15 см.

8. Периметр чотирикутника дорівнює 63 см. Знайдіть його сторони, якщо друга сторона становить $\frac{2}{3}$ першої, третя – 50% другої, а четверта – 150% першої. [7]

2.2. МЕТОДИКА РОБОТИ З ПОНЯТТЯМИ ТЕМИ «ПАРАЛЕЛОГРАМ, ВИДИ ПАРАЛЕЛОГРАМІВ».

2.2.1. Методика роботи з поняттям «паралелограм»

Після вивчення поняття «чотирикутник», переходять до вивчення видів чотирикутників. І першим із видів чотирикутників є паралелограм. В шкільній програмі паралелограми вивчаються одразу після чотирикутників, і розглядаються їх властивості та ознаки.

Розробка уроку з геометрії. [6, 7, 9]

Тема: Паралелограм.

Мета: Ознайомити учнів з поняттям «Паралелограм», фактами про паралелограми, його властивостями. Навчитися розв’язувати вправи з паралелограми, навчити алгоритмам розв’язування задач з паралелограми.

Тип уроку: Комбінований (вивчення нових знань, засвоєння навичок та умінь).

Обладнання та наочність: презентація, дошка.

1. *Перевірка домашнього завдання, актуалізація попередніх знань та їх корекція. (підготовчі вправи, тести)*

Перевірка домашнього завдання.

Актуалізація вивченого матеріалу.

Вчитель: Пригадаємо, що ми вивчали минулого разу.

1. Яка фігура називається чотирикутником?
2. Назвіть на рисунку вершини, сторони, кути чотирикутника.

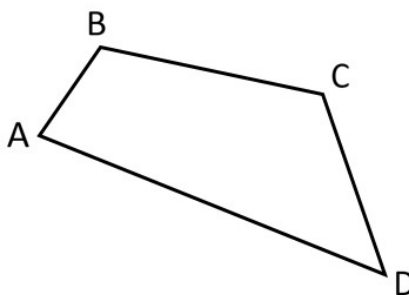


Рис. 2.12.

3. Який чотирикутник називається опуклим?
4. Що називається діагоналлю чотирикутника?
5. Чи може сума кутів чотирикутника бути більшою за 360° ?
6. Чи можуть в чотирикутника бути два, або більше розгорнутих кута?

Відповіді:

1. Чотирикутником називається замкнена фігура, утворена послідовним з’єднанням 4 точок, при цьому відрізки, утворені з’єднанням точок, не перетинаються.

2. Вершини: А, В, С, D.

Сторони: АВ, ВС, CD, DA.

Кути: $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$, $\angle DAB$.

3. Опуклим називається чотирикутник, у якого всі кути менші за розгорнутий кут.

4. Діагоналлю називається відрізок, який сполучає протилежні вершини чотирикутника.

5. За теоремою сума кутів чотирикутника рівна 360° .

6. За наслідком з теореми маємо, що в чотирикутника не може бути більше одного кута, більшого за розгорнутий.

2. *Повідомлення теми, мети, задач уроку та мотивація учбової діяльності.*

Вчитель: Хочу розпочати наш урок зі слів одного поета, Пауло Коельо:

«Мудрий не той, хто знає багато, а той, хто знає потрібне.»

Вчитель: Тож ми продовжуємо вивчати потрібні нам види та властивості чотирикутників.

Вчитель: Отже, сьогодні ми познайомимося з паралелограмом, розберемо його властивості та ознаки.

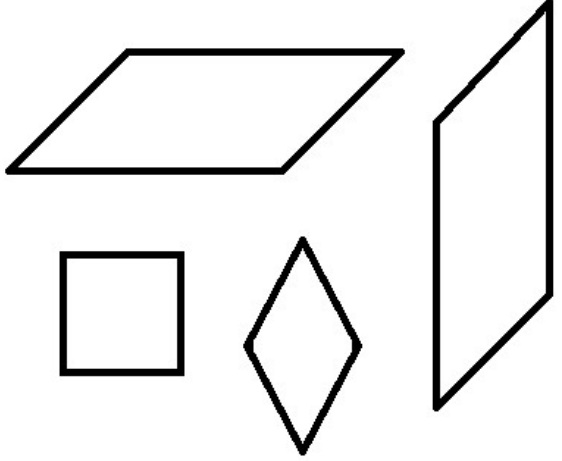
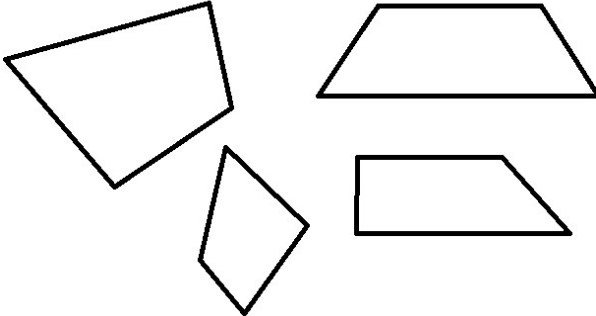
Вчитель: Розпочнемо наше знайомство з паралелограмом.

3. *Сприйняття та первинне усвідомлення нового матеріалу.*

Вчитель: Давайте подивимося на представлені рисунки. Тут зображені чотирикутники і вам треба розібратися, чим же вони відрізняються від інших чотирикутників.

Учні розбирають приклади, порівнюють їх з контрприкладом, задають питання вчителю, якщо щось може бути незрозумілим.

Учні: в даних чотирикутників протилежні сторони паралельні та рівні, протилежні кути також рівні.

Приклади	Контрприклад
	

Вчитель: Добре, з цього нам достатньо знати, що в паралелограма протилежні сторони попарно паралельні. Тому дайте мені відповідь, що називається паралелограмом?

Учні: Паралелограмом називається чотирикутник, в якого сторони попарно паралельні.

Вчитель: Молодці. А тепер те, що в нас залишилося, складає властивості паралелограма. Назвіть їх.

Учні: В паралелограма протилежні сторони рівні. Протилежні кути рівні.

Вчитель: А тепер подивіться ще на один рисунок, та скажіть властивість, що на ній зображено.

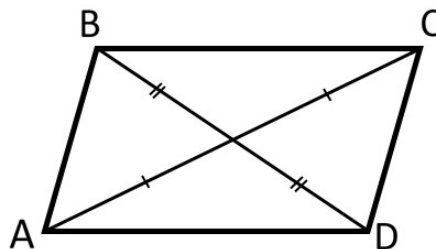


Рис. 2.13.

Учні: Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл.

Вчитель: Молодці. Продовжуємо. Згадайте, що називається висотою трикутника.

Учні: Висотою трикутника називається перпендикуляр, опущений з вершини трикутника на протилежну сторону.

Вчитель: А тепер спробуйте сформулювати означення висоти паралелограма.

Учні: Висотою паралелограма називається перпендикуляр, опущений з будь-якої вершини на протилежну сторону.

Вчитель: Дане означення не повне. Подивіться на рисунок, та сформулюйте його знову. І назвіть висоти паралелограма.

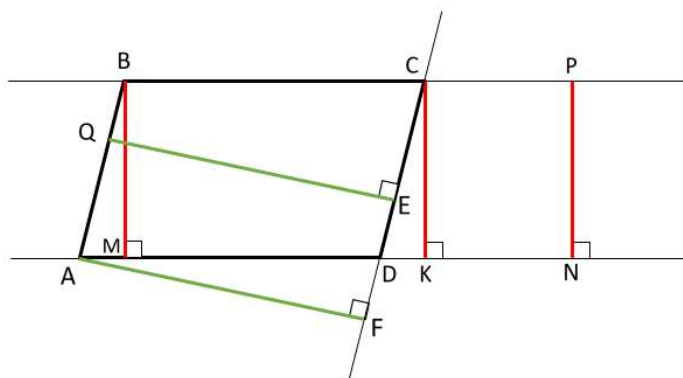


Рис. 2.14.

Учні: Висотою паралелограма називають перпендикуляр опущений з будь-якої точки прямої яка містить сторону паралелограма на пряму, що містить протилежну сторону. Висоти: BM , CK , PN , QE , AF .

Вчитель: Ви добре справились. Давайте з вивченого вами зараз складемо ознаки паралелограма.

Учні: Якщо в чотирикутнику кожні дві протилежні сторони рівні, то цей чотирикутник – паралелограм. Якщо в чотирикутнику дві протилежні сторони рівні та паралельні, то цей чотирикутник – паралелограм. Якщо в чотирикутнику діагоналі точкою перетину діляться навпіл, то цей чотирикутник – паралелограм.

Вчитель: Вірно. А тепер розв'яжемо задачі, щоб краще запам'ятати вивчене.

4. Вивчення нового матеріалу (увідні вправи).

1. Дві паралельні прямі перетинають три інші паралельні прямі. Скільки при цьому утворилося паралелограмів? [7]

2. На рисунку 2.15 зображено паралелограми. Визначте, не виконуючи вимірювань, на яких рисунках величини кутів або довжини відрізків позначено неправильно (довжини відрізків наведено в сантиметрах).

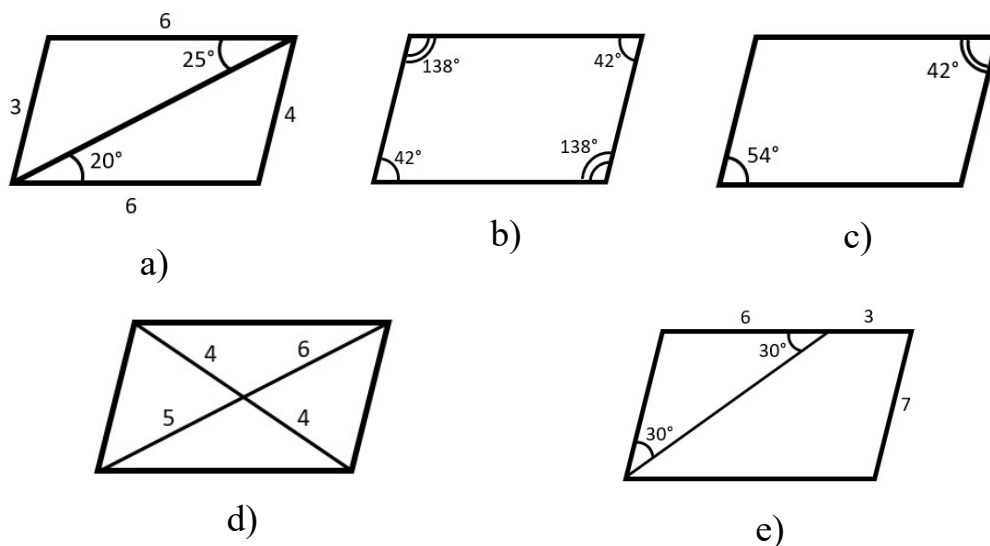


Рис. 2.15.

5. Первинне застосування набутих знань (пробні вправи). [6]

1. Знайдіть кути трикутників ABD і BDC та периметр паралелограма

1)

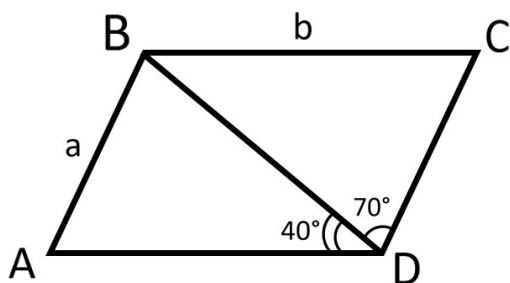


Рис. 2.16.a

2)

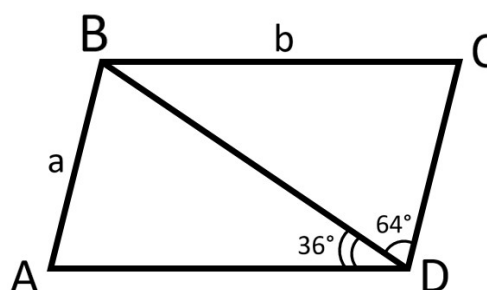


Рис. 2.16.b

2. Знайдіть кути і периметр паралелограма

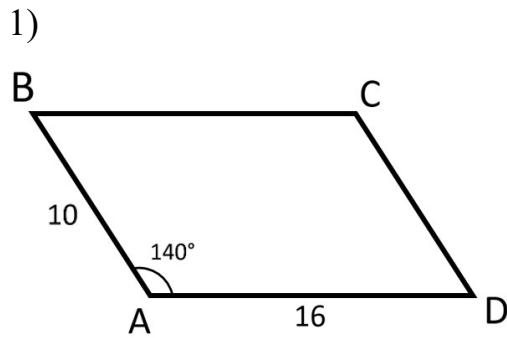


Рис. 2.17.a

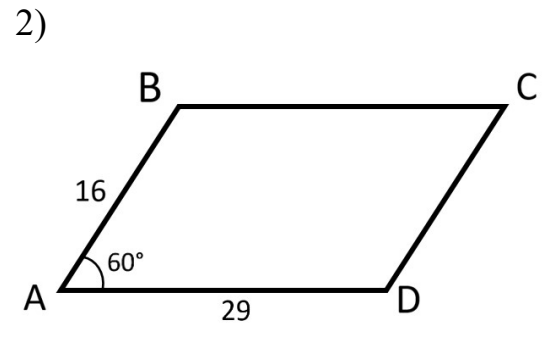


Рис. 2.17.b

6. Застосування учнями знань та вмінь у стандартних умовах із метою набуття навичок (тренувальні вправи). [7]

1. Чотирикутники ABCD і AMKD – паралелограми. Доведіть, що чотирикутник BMKS – паралелограм.

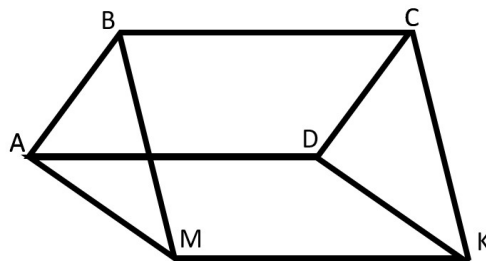


Рис. 2.18.

7. Підсумки уроку та домашнє завдання.

Вчитель: Ви сьогодні гарно попрацювали. Тож, що ми сьогодні вивчили?

Учні: означення паралелограма, властивості та ознаки, навчилися розв'язувати задачі, що містять паралелограми.

Виставлення оцінок та домашнє завдання, згідно з результатом проведеного уроку та календарним плануванням, програмою тощо.

2.2.2. Методика роботи з поняттям «прямокутник».

Після вивчення паралелограма, учням відкриваються види чотирикутників, які є окремими видами паралелограма. І першим, з яким зустрічаються учні – прямокутник.

Означення. **Прямокутником** називають *паралелограм*, у якого всі кути прямі.

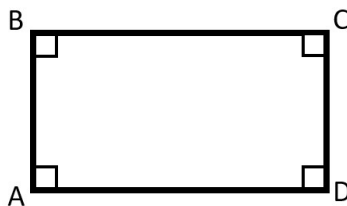


Рис. 2.19.

Властивості прямокутників відповідні властивостям паралелограма, оскільки прямокутник є видом паралелограма. Але додаються властивості, що вирізняють саме прямокутники.

Теорема 4.1. Діагоналі прямокутника рівні. [7, с. 30]

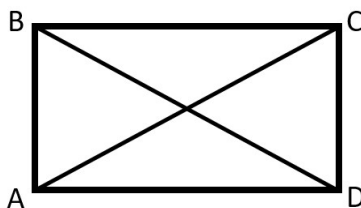


Рис. 2.20.

Ознаки прямокутника також подаються у вигляді теорем.

Теорема 4.2. Якщо один із кутів паралелограма прямий, то цей паралелограм – прямокутник. [7, с. 31]

Теорема 4.3. Якщо діагоналі паралелограма рівні, то цей паралелограм – прямокутник. [7, с. 31]

Конкретно-індуктивний метод.

Учитель пропонує учням розглянути рисунки (таблиця 2.2.1), і зробити висновки. Учні порівнюють фігури, та роблять висновки.

Висновки:

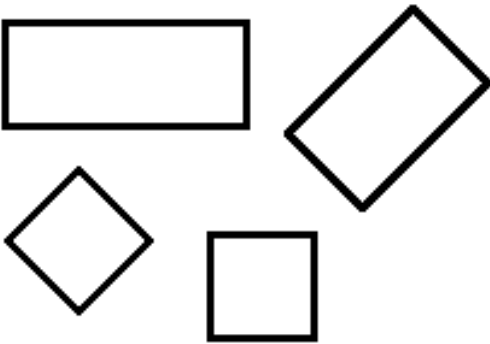
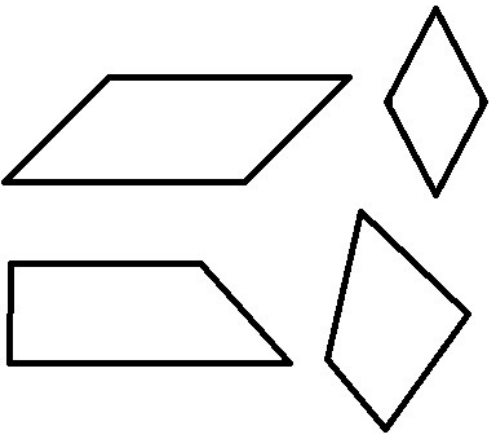
1. Фігура – чотирикутник.
2. Сторони попарно паралельні – паралелограм.

3. Кути прями.

Після цього учні дають означення поняттю «прямокутник».

Таблиця 2.2.1

Система прикладів та контрприкладів до теми «Прямокутник»

Приклади	Контрприкладів
	

Означення. **Прямокутником** називають *паралелограм*, у якого всі кути прями.

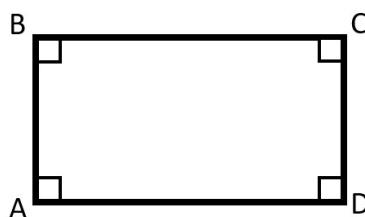


Рис. 2.21.

З означення поняття «прямокутник» вже відомо, що він є видом паралелограма, тому має властивості паралелограма. Вчитель дає учням підказку у вигляді рисунка для визначення нових властивостей.

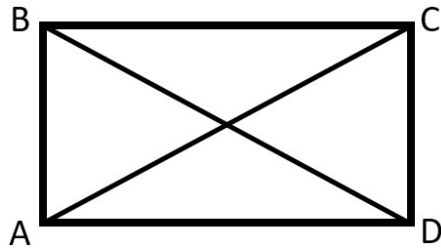


Рис. 2.22.

З нього учні знаходять властивість прямокутника.

Теорема 4.1. Діагоналі прямокутника рівні. [7, с. 30]

Далі, учні за допомогою означення, властивостей прямокутника та відомої інформації за чотирикутники і паралелограми складають ознаки прямокутника.

Теорема 4.2. Якщо один із кутів паралелограма прямий, то цей паралелограм – прямокутник. [7, с. 31]

Теорема 4.3. Якщо діагоналі паралелограма рівні, то цей паралелограм – прямокутник. [7, с. 31]

Приклади задач до теми «Прямокутник».

1. Визначити вид чотирикутника [6]

1)

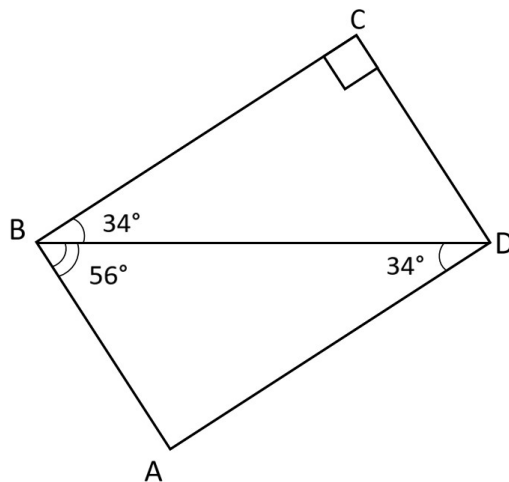


Рис. 2.23.a

2)

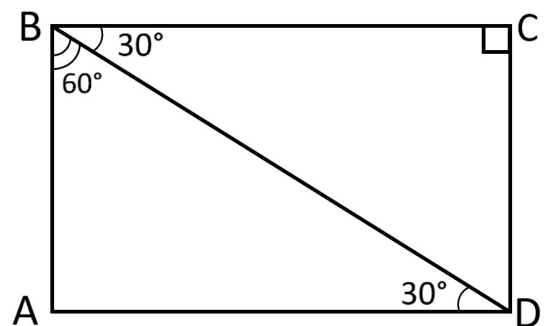


Рис. 2.23.b

2. Діагоналі прямокутника $ABCD$ (рис. 2.21) перетинаються в точці O . Доведіть, що трикутники AOB і AOD рівнобедрені. [7]

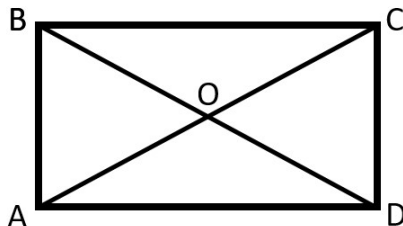


Рис. 2.24.

3. Діагоналі прямокутника $ABCD$ (рис. 2.22) перетинаються в точці O , $\angle ABD = 64^\circ$. Знайдіть кути COD і AOD . [7]

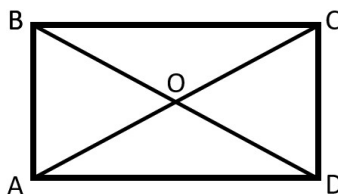


Рис. 2.25.

4. Сторони прямокутника 2 см і 24 см. Знайти сторони рівновеликого йому прямокутника, якщо їх відношення дорівнює 3:1. [6]

5. Сторона прямокутника відноситься до його діагоналі, як 4:5, а інша сторона дорівнює 6 см. Знайти площу прямокутника. [6]

6. Периметр прямокутника дорівнює 28 м, а площа 48 м². Знайти діагональ цього прямокутника. [6]

7. Діагональ прямокутника має довжину 8 см і ділить прямий кут у відношенні 1 : 2. Обчислити сторони прямокутника. [6]

8. Через середину діагоналі AC прямокутника $ABCD$ проведено пряму, яка перетинає сторони BC і AD прямокутника в точках M і K відповідно, $AC=15$ см, $AK=4$ см, $KD=8$ см. Обчисліть площу чотирикутника $AMCK$. [6]

9. Через середину діагоналі BD прямокутника $ABCD$ проведено пряму, яка перетинає сторони BC і AD прямокутника, в точках M і K відповідно, $BD=10$ см, $BM=6$ см, $MC=2$ см. Обчисліть площу чотирикутника $AMCK$. [6]

10. На стороні BC прямокутника $ABCD$ позначено точку M . Знайдіть площу чотирикутника $AMCD$, якщо $AM=13$ см, $AB=12$ см, $BO=20$ см. [6]

11. $ABCD$ – прямокутник, $AO = a$, $BC = b$. Знайдіть кути трикутника COD і периметр трикутника AOD [6]

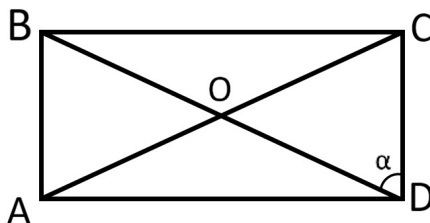


Рис. 2.26.

2.2.3. Методика роботи з поняттям «ромб».

Наступним видом паралелограма розбирають ромб.

Означення. **Ромбом** називають *паралелограм*, у якого всі сторони рівні.

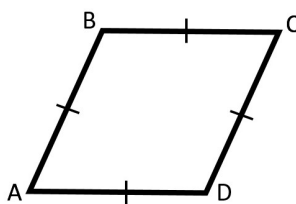


Рис. 2.27.

Як і з прямокутником, у ромба ті самі властивості, що має паралелограм. Але додається властивість саме ромба.

Теорема 5.1. Діагоналі ромба перпендикулярні та є бісектрисами його кутів. [7, с. 34]

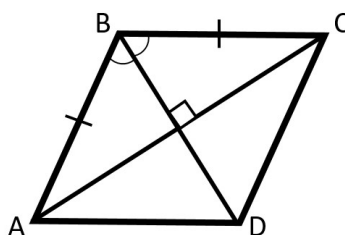


Рис. 2.28.

Ознаки ромба:

Теорема 5.2. Якщо діагоналі паралелограма перпендикулярні, то цей паралелограм – ромб. [7, с. 34]

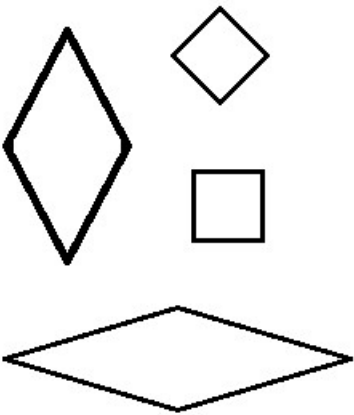
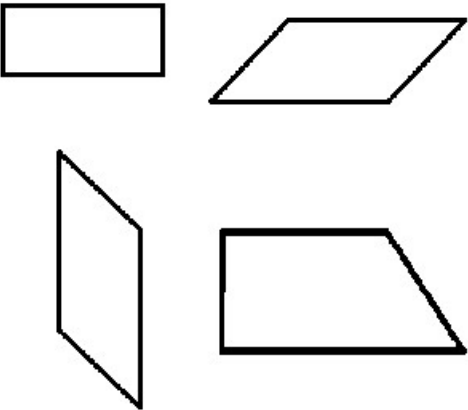
Теорема 5.3. Якщо діагональ паралелограма є бісектрисою його кута, то цей паралелограм – ромб. [7, с. 34]

Конкретно-індуктивний метод.

Учитель пропонує учням розглянути рисунки, і зробити висновки.

Таблиця 2.2.2

Система прикладів та контрприкладів до теми «Ромб»

Приклади	Контрприкладів
	

Учні порівнюють фігури, та роблять висновки.

Висновки:

1. Ромб – чотирикутник;
2. Сторони попарно паралельні – паралелограм;
3. Всі сторони рівні.

З цього учні дають означення поняття «Ромб».

Означення. **Ромбом** називають *паралелограм*, у якого всі сторони рівні.

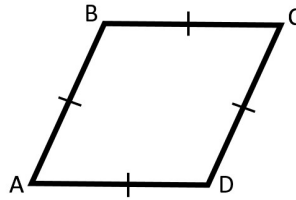


Рис. 2.29.

Учні, які вже вивчили тему «Прямокутник» можуть провести аналогію, і сказати, що в ромба ті ж властивості, що і в паралелограма (за означенням). І треба визначити особливу властивість ромба. Учитель дає підказку у вигляді рисунка.

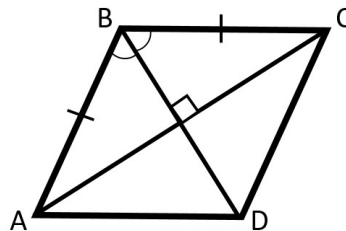


Рис. 2.30.

З нього в учнів формується властивість ромба.

Теорема 5.1. Діагоналі ромба перпендикулярні та є бісектрисами його кутів. [7, с. 34]

Розібравшись з поняттям та властивостями ромба, учні можуть сформулювати ознаки ромба.

Теорема 5.2. Якщо діагоналі паралелограма перпендикулярні, то цей паралелограм – ромб. [7, с. 34]

Теорема 5.3. Якщо діагональ паралелограма є бісектрисою його кута, то цей паралелограм – ромб. [7, с. 34]

Після вивчення теми ромб, учням пропонується розв'язати задачі для закріплення пройденого матеріалу.

Приклади задач до теми «Ромб».

1. Діагональ AC ромба $ABCD$ (рис. 2.28) утворює зі стороною AD кут 42° . Знайдіть усі кути ромба. [7]

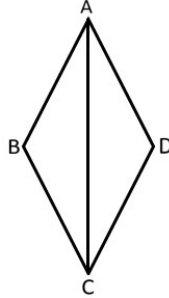


Рис. 2.31.

2. Одна з діагоналей ромба дорівнює його стороні. Знайдіть кути ромба. [7]

3. Знайдіть кути ромба, якщо його периметр дорівнює 24 см, а висота – 3 см. [7]

4. Кут D ромба $ABCD$ у 8 разів більший за кут CAD . Знайдіть кут BAD . [7]

5. Точки M і K – відповідно середини сторін AB і BC ромба $ABCD$. Доведіть, що $MD = KD$. [7]

6. Доведіть, що висоти ромба рівні. [7]

7. Знайдіть кути і периметр ромба. [6]

1)

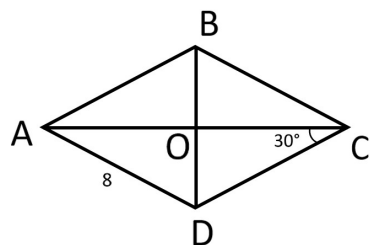


Рис. 2.32.a

2)

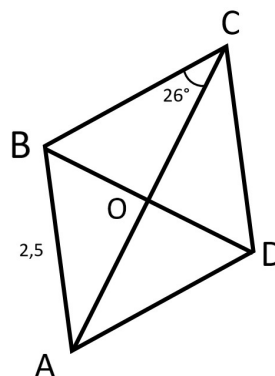


Рис. 2.32.b

8. Висота ромба дорівнює 12 см, а одна з його діагоналей дорівнює 15 см. Знайти площу ромба. [6]
9. Знайти кут ромба, якщо його діагоналі рівні 23 см і 2 см. [6]
10. Знайти сторону ромба, якщо його діагоналі рівні 10 см і 24 см. [6]
11. Периметр ромба дорівнює 16 см, висота 2 см. Обчислити кути ромба. [6]
12. Знайти площу ромба, якщо його сторона рівна 10 см, а одна із діагоналей 12 см. [6]
13. Площа ромба дорівнює 120 см^2 , а його діагоналі відносяться як 5:12. Знайдіть периметр ромба. [6]
14. Знайдіть площу ромба, якщо його сторона дорівнює 15 см, а сума діагоналей - 42 см. [6]

2.2.4. Методика роботи з поняттям «квадрат».

Квадрат вивчається після того, як вивчені паралелограм, прямокутник та ромб, оскільки він має властивості всіх цих фігур.

Означення. **Квадратом** називають *прямокутник*, у якого всі сторони рівні.

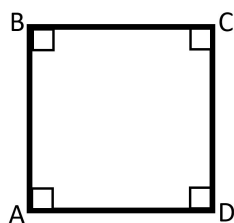


Рис. 2.33.

Щоб учням розповісти про квадрат більше, вчитель може взяти паралелограм із його властивостями. Потім додати властивість чотирикутника (кути – прямі). З цього маємо прямокутник. Додаємо властивість ромба (всі сторони рівні), і отримаємо квадрат.

Квадрат, як вже стало відомо, має властивості всіх вже вивчених фігур:

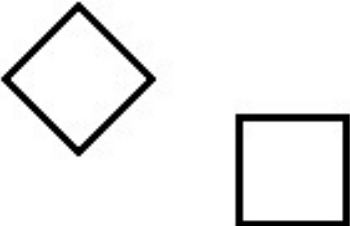
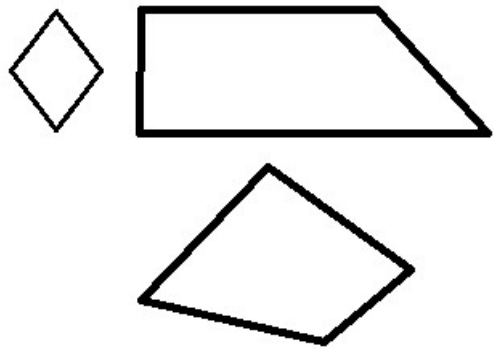
1. Протилежні сторони рівні.
2. Протилежні кути рівні.
3. Діагоналі точкою перетину діляться навпіл.
4. Діагоналі рівні.
5. Діагоналі перпендикулярні та є бісектрисами його кутів.

Конкретно-індуктивний метод.

Учитель пропонує учням розглянути рисунки, і зробити висновки.

Таблиця 2.2.3

Система прикладів та контрприкладів до теми «Квадрат»

Приклади	Контрприкладів
	

Учні розглядають рисунки, аналізують їх, та роблять висновки.

Висновки.

1. Фігура – чотирикутник;
2. Сторони попарно паралельні – паралелограм;
3. Кути прямі – прямокутник;
4. Сторони рівні – ромб.

З цим методом в учнів можуть з'явитися проблеми, оскільки вони можуть заплутатися у визначенні родового поняття для поняття «Квадрат».

Тому вчитель може надати підказку, що треба взяти за основу прямокутник. Тоді учні дають визначення поняття «Квадрат».

Означення. **Квадратом** називають *прямокутник*, у якого всі сторони рівні.

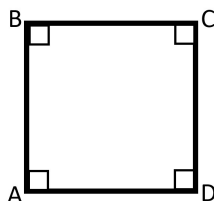


Рис. 2.34.

З цього учні можуть назвати властивості, що мають квадрати:

1. Протилежні сторони рівні.
2. Протилежні кути рівні.
3. Діагоналі точкою перетину діляться навпіл.
4. Діагоналі рівні.
5. Діагоналі перпендикулярні та є бісектрисами його кутів.

Після вивчення матеріалу учні розв'язують задачі для закріплення пройденого матеріалу.

Приклади задач до теми «Квадрат».

1. Діагоналі BD квадрата $ABCD$ дорівнює 5 см. Яка довжина діагоналі AC ? Чому дорівнюють кути трикутника AOB , де O – точка перетину діагоналей квадрату? [6]

2. На стороні квадрата $ABCD$ (рис. 2.31.) позначили точку K так, що $\angle AKB = 74^\circ$. Знайдіть кут CAK . [7]

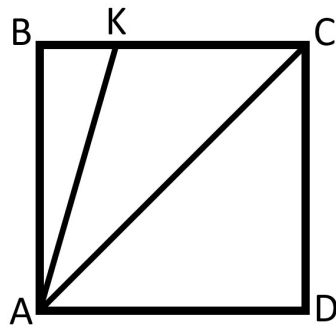


Рис. 2.35.

3. Чи є правильним твердження: [7]
- 1) будь-який квадрат є паралелограмом;
 - 2) будь-який ромб є квадратом;
 - 3) будь-який прямокутник є квадратом;
 - 4) будь-який квадрат є прямокутником;
 - 5) будь-який квадрат є ромбом;
 - 6) якщо діагоналі чотирикутника рівні, то він є прямокутником;
 - 7) якщо діагоналі чотирикутника перпендикулярні, то він є ромбом;
 - 8) існує ромб, який є прямокутником;
 - 9) існує квадрат, який не є ромбом;
 - 10) якщо діагоналі чотирикутника не перпендикулярні, то він не є ромбом;
 - 11) якщо діагоналі паралелограма не рівні, то він не є прямокутником;
 - 12) якщо діагональ прямокутника ділить його кут навпіл, то цей прямокутник є квадратом?
4. На стороні EC квадрата $ABCD$ позначено точку M так, що $\angle DAM=60^\circ$. Знайдіть довжину відрізка MD , якщо $AB=\sqrt{3}$ см. [6]
5. На стороні AB квадрата $ABCD$ позначено точку K , а на стороні CD - точку M так, що $AK:KB = 1:2$, $DM:MC = 3:1$. Знайдіть сторону квадрата, якщо $MK=26$ см. [6]
6. а) Коло дотикається до двох суміжних сторін квадрата і ділить кожен із двох інших його сторін на відрізки 2 і 23 см. Обчислити радіус кола.

б) Коло радіусом 13 см дотикається до двох суміжних сторін квадрата з стороною 18 см. Обчислити відрізки, на які ділить коло кожна з двох інших сторін квадрата. [6]

2.3. МЕТОДИКА РОБОТИ З ПОНЯТТЯМИ ТЕМИ «ТРАПЕЦІЯ».

2.3.1. Методика роботи з поняттям «трапеція».

Після вивчення видів чотирикутників як паралелограмів (паралелограм, прямокутник, ромб та квадрат) учні переходять до вивчення нового чотирикутника, який відмінний від паралелограмів – трапеція.

Розробка уроку геометрії [6, 7, 9]

Тема: Трапеція.

Мета: Ознайомити учнів з поняттям «Трапеція», фактами про трапеції, їх властивостями. Навчитися розв'язувати вправи з трапеціями, навчити алгоритмам розв'язування задач з трапеціями.

Тип уроку: Комбінований (вивчення нових знань, засвоєння навичок та умінь).

Обладнання та наочність: презентація, дошка.

1. Перевірка домашнього завдання, актуалізація попередніх знань та їх корекція. (підготовчі вправи, тести)

Перевірка домашнього завдання.

Актуалізація вивченого матеріалу.

Вчитель: Пригадаємо, що ми вивчали минулого разу.

1. Яка фігура називається чотирикутником?
2. Що називають паралелограмом?
3. Як називається чотирикутник, в якого всі кути прямі?

4. Якщо в паралелограма діагоналі перетинаються під прямим кутом, то він є?

5. Якщо в прямокутника всі сторони зрівняти, то він стане?

Відповіді:

1. Чотирикутником називається замкнена фігура, утворена послідовним з'єднанням 4 точок, при цьому відрізки, утворені з'єднанням точок, не перетинаються.

2. Паралелограмом називається чотирикутник, в якого сторони попарно паралельні.

3. Прямокутник.

4. Ромбом.

5. Квадратом.

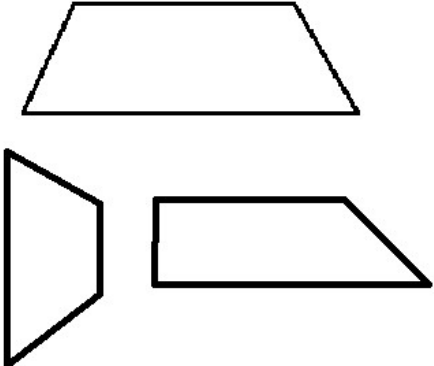
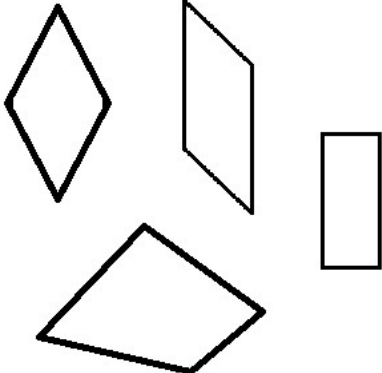
2. *Повідомлення теми, мети, задач уроку та мотивація учбової діяльності.*

Вчитель: «Чиста математика – це такий предмет, де ми не знаємо, про що ми говоримо, і не знаємо, чи істинне те, що ми говоримо.» Бертран Рассел.

Вчитель: А сьогодні ми продовжимо вивчати геометрію, яку ми вже знаємо. І вивчимо ми сьогодні таку фігуру як трапеція. Розглянемо її властивості, види та ознаки.

3. *Сприйняття та первинне усвідомлення нового матеріалу.*

Вчитель: Отже давайте подивимося на такі чотирикутники.

Приклади	Контрприклад
	

Вчитель: Роздивіться контрприклад. Що ви можете про них сказати?

Учні: Паралелограм, прямокутник, ромб, довільний чотирикутник. Довільний чотирикутник не має чітких властивостей. Паралелограм – вид чотирикутника, в нього сторони попарно паралельні. Чотирикутник та ромб є видами паралелограма.

Вчитель: А зараз подивіться на приклади трапецій. Що ви можете сказати про них зараз?

Учні: В трапеції тільки дві сторони паралельні, інші дві – ні.

Вчитель: Добре, цього достатньо щоб сказати, що таке трапеція. Спробуйте сформулювати означення трапеції.

Учні: Трапеція – це чотирикутник, в якого дві сторони паралельні, а дві інші не паралельні.

Вчитель: Молодці, а зараз розберемося з яких елементів складається трапеція. Згадайте рівнобедрений трикутник. Як називається сторона, при якій рівні кути?

Учні: Основа.

Вчитель: Правильно. В трапеції також є основа, і не одна. Паралельні сторони трапеції є її основами. Відповідно не паралельні сторони є бічними сторонами трапеції.

Вчитель: Давайте розберемося, що ж називається висотою трапеції. Розгляньте рисунок, і скажіть, що називають висотою трапеції.

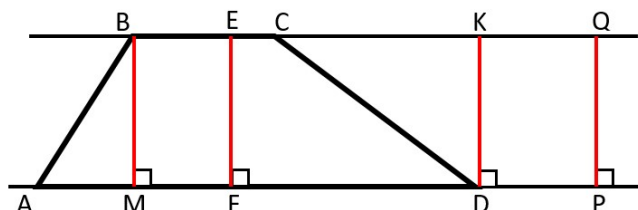


Рис. 2.36.

Учні: висотою трапеції називають перпендикуляр, опущений з будь-якої точки прямої, що містить одну з основ, на пряму, що містить іншу основу.

Вчитель: Добре. Ми вже познайомилися з трапецією, її елементами та висотою. Познайомимося тепер з видами трапеції.

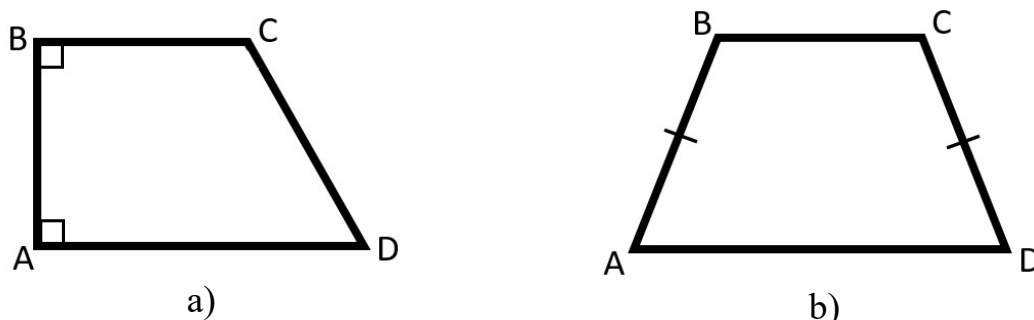


Рис. 2.37.

Вчитель: Скажіть, чим особливі дані види трапецій?

Учні: Перша трапеція має два прямі кути, і її бічна сторона є її висотою. У другої трапеції бічні сторони рівні.

Вчитель: спробуйте дати назви чим трапеціям, та дати їм означення.

Учні: Прямокутна трапеція. Рівнобічна трапеція. Прямокутною трапецією називають трапецію, в якій одна з бічних сторін є її висотою. Рівнобічна трапеція – це трапеція, в якій бічні сторони рівні.

4. *Вивчення нового матеріалу (увідні вправи).*

1. Знайдіть на рисунку трапеції, укажіть їхні основи та бічні сторони.

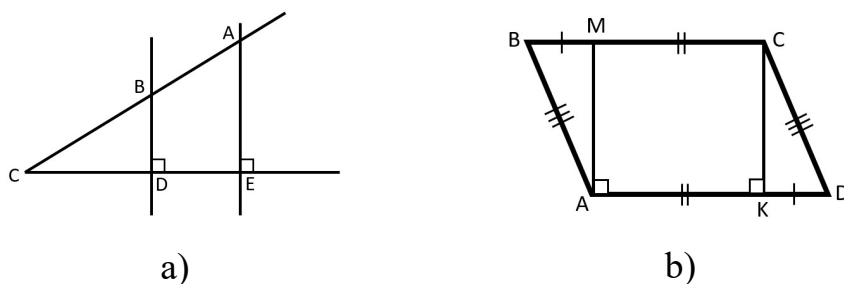


Рис. 2.38.

2. Периметр рівнобічної трапеції дорівнює 52 см, основи – 13 см і 21 см. Знайдіть бічну сторону трапеції.

5. *Первинне застосування набутих знань (пробні вправи).*

1. Знайдіть кути A і C трапеції ABCD з основами AD і BC, якщо $\angle B = 132^\circ$, $\angle D = 24^\circ$.

2. Основи трапеції дорівнюють 6 см і 11 см, а бічні сторони 3 см і 4 см. Визначити висоту трапеції.

6. *Застосування учнями знань та вмінь у стандартних умовах із метою набуття навичок (тренувальні вправи).*

1. В трапеції бічні сторони дорівнюють меншій основі, а діагональ утворює з основою кут 30° . Обчислити кути трапеції.

2. Бічні сторони і менша основа прямокутної трапеції дорівнюють 8, 10 і 10. Знайти більшу основу.

7. *Підсумки уроку та домашнє завдання.*

Вчитель: Ви сьогодні гарно попрацювали. Тож, що ми сьогодні вивчили?

Учні: означення трапеції, властивості та ознаки, навчилися розв'язувати задачі, що містять трапеції.

Виставлення оцінок та домашнє завдання, згідно з результатом проведеного уроку та календарним плануванням, програмою тощо.

Матеріали на допомогу вчителю подані в додатку Г.

2.3.2. Методика роботи з поняттям «середня лінія трапеції».

Середню лінію трапеції можуть вивчають в темі «Трапеція», разом з основним матеріалом.

Означення. **Середньою лінією трапеції** називають *відрізок*, який сполучає середини її бічних сторін.

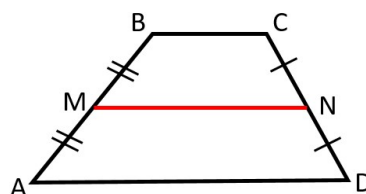


Рис. 2.39.

Також додається формула знаходження довжини середньої лінії трапеції у вигляді теореми.

Теорема 8.1. Середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює половині їхньої суми.

Після вивчення всіх основних понять теми, учням пропонується вивчити властивості рівнобічної трапеції.

Властивості рівнобічної трапеції:

1. кути при кожній основі рівні;
2. діагоналі рівні;
3. висота трапеції, проведена з вершини тупого кута, ділить основу трапеції на два відрізки, менший з яких дорівнює половині різниці основ, а більший – половині суми основ (середній лінії трапеції).

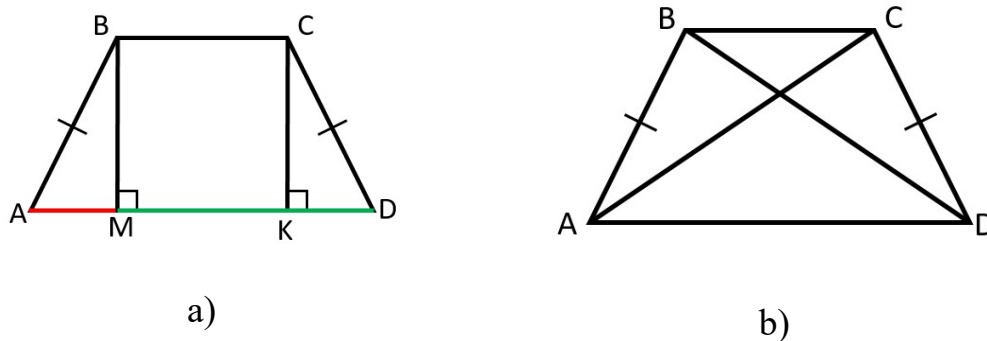


Рис. 2.40.

Конкретно-індуктивний метод введення поняття, та система вправ на засвоєння поняття подані в додатку В.

2.4 РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДИЧНИХ ПРИЙОМІВ РОБОТИ З ОЗНАЧЕННЯМИ ТЕМИ «ЧОТИРИКУТНИКИ» НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ В 8 КЛАСІ.

Проаналізуємо існуючі розробки уроків з тем розділу «Чотирикутники» за такою схемою: автор уроку, тема уроку, тип уроку, методичні прийоми роботи з поняттями на різних етапах уроку, висновки.

Автор: Плотицька Л. [28]

Тема: Узагальнення та систематизація знань і вмінь з теми «Чотирикутники». Аналіз.

Тип даного уроку – узагальнення та систематизація знань, тому на цьому уроці учні вже знають поняття, властивості та ознаки різних чотирикутників.

Опис методичних прийомів. На початку уроку, за планом, учні вмотивовані вчителем на роботу. На другому етапі була проведена перевірка домашнього завдання.

На третьому етапі учні розповідають, де у реальному світі можна зустріти чотирикутники. Даний етап спрямовано на проведення паралелі між геометрією та реальним світом.

На четвертому етапі вчителем підготовлені математичні загадки, в яких висвітлені ключові фрагменти поняття (частина означення, властивості, ознаки), і учні згадують ці ключові фрагменти та повні формулювання означення, властивостей та ознак. Окрім цього є ще гра «правда чи ні?» та «хто швидше», де також згадуються означення та властивості чотирикутників. Даний етап спрямований на пригадування означення чотирикутників (паралелограм, трапеція, прямокутник, ромб), їх властивостей, ознак.

На п'ятому етапі вчителем підготовлені задачі. Дані задачі стосуються теми «середня лінія трапеції» та периметра чотирикутника. Учнями пригадуються формули периметра чотирикутника, формула для знаходження середньої лінії трапеції та співвідношення сторін трапеції, описаної навколо

кола. Задачі підібрані гарно, хоча стосуються лише трапеції та периметра чотирикутника. На мою думку не вистачає задач із іншими чотирикутниками.

Шостий етап уроку відведений на рефлексію.

Для сьомого етапу, домашнього завдання, вчитель обрав класичне повторення матеріалу, та дві задачі. Перша задача поєднує в собі два чотирикутника: прямокутник та ромб. Для розв'язання задачі учням треба буде пригадати властивості цих двох фігур. Друга задача спрямована на роботу з рівнобічною трапецією та її елементами (сторони, діагоналі, середня лінія, кути). Учні пригадують властивості трапеції та середньої лінії трапеції.

Висновки. На мою думку домашнє завдання не дуже вдале, оскільки під час уроку розв'язувалися задачі лише з трапецією та периметром довільного чотирикутника, тому при розв'язанні домашнього завдання учням прийдеться самостійно згадувати властивості прямокутника та ромба. Порада: змінити хоча б одну задачу з п'ятого етапу з трапецією на задачу з ромбом, щоб учні пригадали на уроці означення, властивості та ознаки ромба, як виду чотирикутника.

Автор: Штинько О. М. [31]

Тема: Узагальнення та систематизація знань і вмінь з теми «Чотирикутники». Аналіз.

Тип даного уроку – узагальнення та систематизація знань, тому на цьому уроці учні вже знають поняття, властивості та ознаки різних чотирикутників.

Опис методичних прийомів. Даний урок розроблено у формі гри.

Перший етап – організаційний. На цьому етапі вчитель мотивує учнів на подальшу роботу, та повідомляє тему уроку.

Другий етап – актуалізація опорних знань. Вчитель підготував список запитань, в яких питання прямо стосуються означення, властивостей та ознак чотирикутників. Питання (без відповідей), записані на листах, і передаються учням, щоб вони задавали питання один одному. Даний підхід допомагає

пригадати означення та властивості чотирикутників не тільки учню, якому задають питання, а й тому учня, який задає питання.

Окрім питань на даному етапі є 4-и задачі, що стосуються паралелограма, ромба, трапеції, і навіть середньої лінії трикутника. Задачі легкого та середнього рівня складності, що охоплює різні особливості та властивості даних фігур.

На третьому етапі вчитель підготував добірку задач, і розділив учнів на команди. Задач всього десять, по п'ять задач на команду. Задачі охоплюють всі поняття розділу «Чотирикутники»: паралелограм, ромб, прямокутник, трапеція, висота трапеції, середня лінія трапеції, та їх властивості.

Після розв'язання задач, вчитель підготував цікаві завдання для відпочинку учнів, де розвивається їх уважність.

Далі вчитель повідомляє про наступний етап, і просить учнів назвати математичні факти. Учні, підготовлені до уроку, називають ці факти. Даний етап спрямований на пошук зв'язку чотирикутників та реального світу.

Після цього учні розв'язують задачки, приготовані вчителем. Дані задачки спрямовані не на пошук певної числової відповіді, а на логічні міркування.

Етап рефлексії та домашнього завдання автор розробки залишає на вчителів, які скористаються даною розробкою, або її фрагментами у своїй роботі.

Висновки. На мою думку урок є дуже продуманим, і має достатню кількість завдань різного рівня, і охоплює значну кількість понять тем розділу «Чотирикутники».

Аналіз робіт інших авторів поданий у додатку Д.

В даному розділі були розглянуті методи роботи з конкретними поняттями розділу геометрії «Чотирикутники», а саме теми: «Чотирикутник», «Паралелограм», «Прямокутник», «Ромб», «Квадрат» та «Трапеція».

Розробляючи практичну частину дослідження проаналізували підручники різних педагогічних колективів з геометрії, на їх основі складені аналіз теми та проведена робота з поняттями. Дібрані системи задач до даних тем.

Проаналізовані розробки уроків різних діючих викладачів, зроблені висновки та розроблені конспекти уроків до тем «Паралелограм» та «Трапеція».

Напрацювання даного етапу дослідження може бути корисним для вчителі та студентів з точки зору ознайомлення на конкретних прикладах з методиками роботи з поняттями теми.

Висновки

В даному дослідженні були визначені методичні особливості загальної роботи з поняттями: визначення змісту та обсягу поняття, родових відношень, правильності формування означення поняття, типові помилки при розборі означуваного поняття, а також використання систем прикладів та контрприкладів.

Зокрема була проведена робота з поняттями розділу геометрії 8-го класу «Чотирикутники», в обсяг якого увійшли теми «Чотирикутник», «Паралелограм», «Прямокутник», «Ромб», «Квадрат» та «Трапеція». Проведено логіко-математичний аналіз даних тем, де визначенні основні поняття тем, визначені їх родові відношення, зміст та обсяг, визначенні ознаки та властивості кожного поняття.

Проведено аналіз задач різного дидактичного призначення: на введення нового поняття, на формування нового поняття, на засвоєння поняття і його означення, та підібрані приклади до кожного виду задач.

Проаналізовано діючий підручник з геометрії, і на його основі розроблено методичні прийоми роботи з означеннями понять теми: «Чотирикутник та його елементи». «Паралелограм, види паралелограмів». «Трапеція». Визначені особливості введення нових понять, властивостей та ознак.

Підібрано розробки уроків діючих викладачів математики, та проаналізовано їх з точки зору доцільності підібраних задач. Розроблено конспекти уроків, де реалізовані особливості введення нових понять, разом із задачами.

Дана робота може бути використана для підготовки вчителів до уроків з теми «Чотирикутники» для самостійної роботи учнів, під час активної педагогічної практики студентів бакалаврату спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика).

Мета дослідження була досягнута, а поставлені завдання в повній мірі були виконані.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. База шкільних підручників онлайн. URL: <https://pidruchnyk.com.ua/>
2. Бевз Г. П. Методика викладання математики : 2-ге видання, доповнене і перероблене. К. : Вища школа, 1977. 376 с.
3. Брадiс В. М. Методика викладання математики в середній школі / за ред. : О. І. Маркушевича. К. : Радянська школа, 1951. 472 с.
4. Бурда М. І., Городній М. Ф., Номіровський Д. А., Паньков А. В., Тарасенкова Н. А., Чемерис М. В., Швець В. О., Якір М. С. Навчальна програма для поглибленого вивчення математики в 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-5-9-klas/matematika-algebra-geometriya.pdf>
5. Бурда М. І., Мальований Ю. І., Нелін Є. П., Номіровський Д. А., Паньков А. В., Тарасенкова Н. А., Чемерис М. В., Якір М. С. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів 5-9 класів / за ред. : Кудренко Б. В., Білянiна О. Я., Азаренкова А. І., Буковська О. І., Кiндюх Т. С., Лисенко О. Є., Милянiк А. В., Панова Н. В. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-5-9-klas/matematika-algebra-geometriya.pdf>
6. Геометричні фігури. Геометричні величини : Довідник-тренажер з підготовки до ЗНО : Частина 1. Планіметрія / Укладачі : Лов'янова І. В., Білоусова Г. М., Калугін Р. Ю. Кривий Ріг. 2022. 140 с.
7. Геометрія : підруч. для 8 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Х. : Гiмназія, 2021. 207 с. : іл.
8. Геометрія. 8 кл. : збірник задач і контрольних робіт / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабiнович, М. С. Якір. Х. : Гiмназія, 2011. 112с. : іл. URL: https://files.pidruchnyk.com.ua/uploads/book/Geometrija_8klas_Merzljak.pdf

9. Геометрія: підручник для 8 класу з погл. вивченням для загальноосвітніх навчальних закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. 2-ге видання, переробл. Х. : Гімназія, 2021. 224с. : іл.
10. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів / О. С. Істер. 2-ге видання, переробл. Київ : Гімназія, 2021. 239с. : іл.
11. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів / А. П. Єршова, В. В. Голобородько, О. Ф. Крижановський, С. В. Єршов. 2-ге видання, переробл. Х. : Ранок, 2021. 256с. : іл.
12. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. Київ : Оріон, 2021. 196с. : іл.
13. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. 2-ге видання, переробл. Київ : Освіта, 2021. 273с. : іл.
14. Гончар-Коротецька Т. Чотирикутники (урок-гра, 8 кл.). *Все для вчителя*. 2017. № 12. С. 12-13.
15. Гранко О., Таточенко В. Проблема вивчення чотирикутників в основній школі. *Актуальні питання методики навчання природничо-математичних дисциплін* : зб. матер. Всеукр. студ. наук.-практ. конференції, м. Херсон, 14-15 квітня 2011 року / редкол.: В. Д. Шарко, М. М. Сидорович, Ю. К. Івашина [та ін.]. Херсон : ПП Вишемирський В. С., 2011. С. 153-154.
16. Данилюк М. Чотирикутники (Нестандартний урок). *Математика в школах України*. 2014. № 30. С. 25-31.
17. Залєвська С. Чотирикутники. Урок геометрії у 8 класі. *Математика в школах України*. 2011. № 28. С.12-15.
18. Істер О. С. Зошит для самостійних і контрольних робіт Геометрія 8 клас. Київ : Генеза, 2016. 48 с. URL: <https://www.calameo.com/read/00275081861ebcc85ccfb>
19. Календарно тематичне планування Геометрія 8 клас 2021-2022 н.р. URL: <https://vseosvita.ua/library/kalendarno-tematicne-planuvanna-geometria-8-klas-2021-2022-nr-481849.html>

20. Лов'янова І. В. Вибрані методи і прийоми розв'язування геометричних задач (матеріали для факультативних занять та курсів за вибором). 10 клас / за заг. ред. : проф. Н. А. Тарасенкової. – Черкаси: видавець Чабаненко Ю. А. 2014. 64 с. URL: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/handle/0564/2495>

21. Лов'янова І. В. Вибрані питання елементарної математики. Ч. 1. Планіметричні задачі. Кривий Ріг: Кафедра математики КДПУ, 2003. 34 с. URL: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/handle/0564/2505>

22. Лов'янова І. В. Методика навчання математики у запитаннях і відповідях : навчальний посібник для підготовки студентів до атестації здобувачів вищої освіти. Базовий рівень підготовки : 3-тє видання, доповнене і перероблене. Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний університет, 2022. 128 с. URL: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/6950>

23. Лов'янова І. В. Методика навчання математики у запитаннях і відповідях : навч. посіб. для підготовки студентів до атестації здобувачів вищої освіти. Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний університет, 2016. 78 с. URL: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/handle/0564/2493>

24. Лов'янова І. В. Методика сучасного уроку математики: Методична розробка для студентів заочників фізико-математичних факультетів педуніверситетів. Кривий Ріг, 2002. 42с. URL: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/handle/0564/2506>

25. Лов'янова І.В. Дидактичні основи навчання математики. Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. Кривий Ріг: КДПУ, 2009. 192 с. URL: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/handle/0564/2499>

26. Макарова Г. Чотирикутники та їх властивості. Урок геометрії у 8 класі. *Математика в школах України*. 2011. № 32. С.23-25.

27. Мартовицька М. На допомогу вчителю. *Математика в школах України*. 2012. № 28. С. 33-34.

28. Плотицька Л. Узагальнення та систематизація знань і вмінь з теми "Чотирикутники", 8-й клас. *Математика*. 2013. № 37. С. 15-18.
29. Прус А. В., Швець В.О. Збірник задач з методики навчання математики. Житомир: Рута, 2011. 388 с.
30. Сайт МОН України. URL: <https://mon.gov.ua/ua/tag/zagalna-serednya-osvita>
31. Штинько О. Чотирикутники (урок геометрії, 8 кл.). *Все для вчителя*. 2017. № 12. С. 9-11.

Додаток А

ЗАПЕВНЕННЯ

Я, Донецький Ілля Олександрович, розумію і підтримую політику Криворізького державного педагогічного університету з академічної доброчесності. Запевняю, що ця кваліфікаційна робота виконана самостійно, не містить академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації. Я не надавав(ла) і не одержував(ла) недозволену допомогу під час підготовки цієї роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають покликання на відповідне джерело.

Із чинним Положенням про запобігання та виявлення академічного плагіату в роботах здобувачів вищої освіти Криворізького державного педагогічного університету ознайомлений(а). Чітко усвідомлюю, що в разі виявлення у кваліфікаційній роботі порушення академічної доброчесності робота не допускається до захисту або оцінюється незадовільно.



(підпис)

Додаток Б.

Задачі з підручника «Геометрія : підруч. для 8 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2021. — 207 с. : іл.»

1. Накресліть чотирикутник, у якому:

- 1) три кути тупі;
- 2) кути при сусідніх вершинах прямі, а два інших не є прямими;
- 3) одна діагональ точкою перетину діагоналей ділиться навпіл, а друга не ділиться навпіл;
- 4) діагоналі перпендикулярні.

2. Накресліть довільний чотирикутник, позначте його вершини буквами M , K , E , F . Укажіть пари його сусідніх сторін, протилежних сторін, протилежних вершин. Запишіть які-небудь три позначення цього чотирикутника.

4. Серед фігур на рисунку Б.1., укажіть чотирикутники.

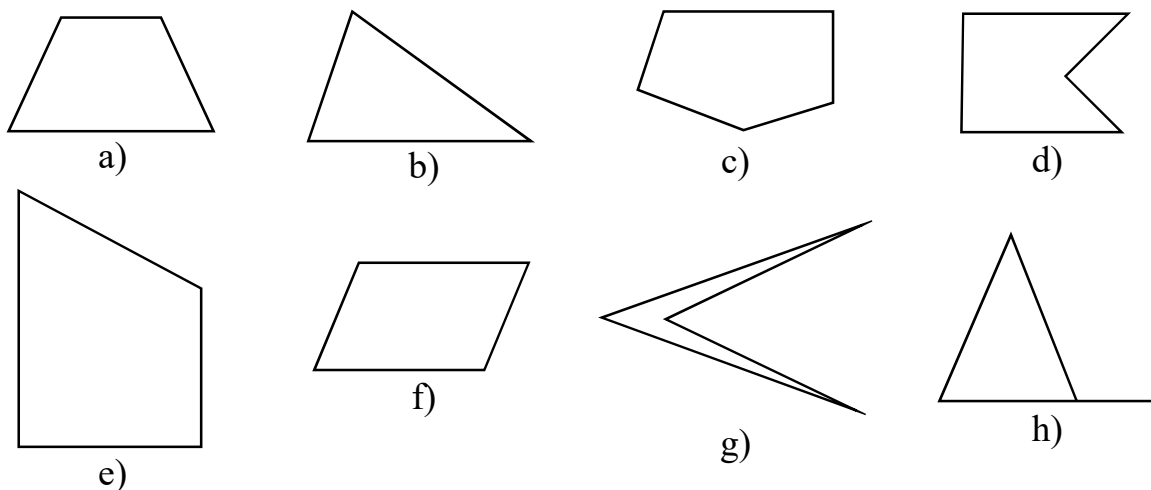


Рис. Б.1.

5. Наведіть чотири яких-небудь позначення чотирикутника, зображеного на рисунку Б.2. Укажіть:

- 1) вершини чотирикутника;

- 2) Його сторони;
- 3) пари сусідніх вершин;
- 4) пари протилежних вершин;
- 5) пари сусідніх сторін;
- 6) пари протилежних сторін;
- 7) діагоналі чотирикутника.

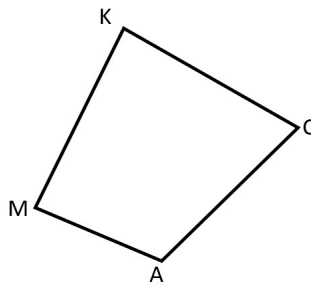


Рис. Б.2.

6. Серед чотирикутників, зображених на рисунку Б.3., укажіть опуклі.

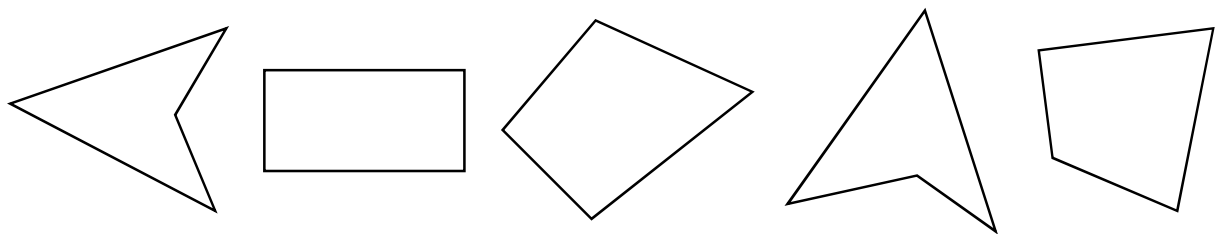


Рис. Б.3.

7. Чому дорівнює четвертий кут чотирикутника, якщо три його кути дорівнюють 78° , 89° і 93° ?

8. Знайдіть кути чотирикутника, якщо вони рівні між собою.

10. Один із кутів чотирикутника у 2 рази менший від другого кута, на 20° менший від третього та на 40° більший за четвертий. Знайдіть кути чотирикутника.

11. Знайдіть кути чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3, 10 і 21. Чи є це чотирикутник опуклим?

13. Чи може чотирикутник мати:

- 1) три прямих кути й один гострий;
- 2) три прямих кути й один тупий;
- 3) чотири прямих кути;
- 4) чотири гострих кути;
- 5) два прямих і два тупих кути;
- 6) два прямих кути, один гострий та один тупий;

У разі ствердної відповіді нарисуйте такий чотирикутник.

14. Периметр чотирикутника дорівнює 63 см. Знайдіть його сторони, якщо друга сторона становить $\frac{2}{3}$ першої, третя – 50% другої, а четверта – 150% першої.

16. У чотирикутника $ABCD$ сторони AB і BC рівні, а діагональ BD утворює із цими сторонами рівні кути. Доведіть, що сторони CD і AD теж рівні.

17. Діагоналі чотирикутника точкою перетину діляться навпіл, одна з його сторін дорівнює 6 см. Чому дорівнює протилежна їй сторона чотирикутника?

37. Дві паралельні прямі перетинають три інші паралельні прямі. Скільки при цьому утворилося паралелограмів?

38. На рисунку Б.4. зображено паралелограми. Визначте, не виконуючи вимірювань, на яких рисунках величини кутів або довжини відрізків позначено неправильно (довжини відрізків наведено в сантиметрах).

39. Чи вистачить 40 см дроту, щоб виготовити з нього паралелограм зі сторонами: 1) 14 см і 8 см; 2) 16 см і 4 см; 3) 12 см і 6 см?

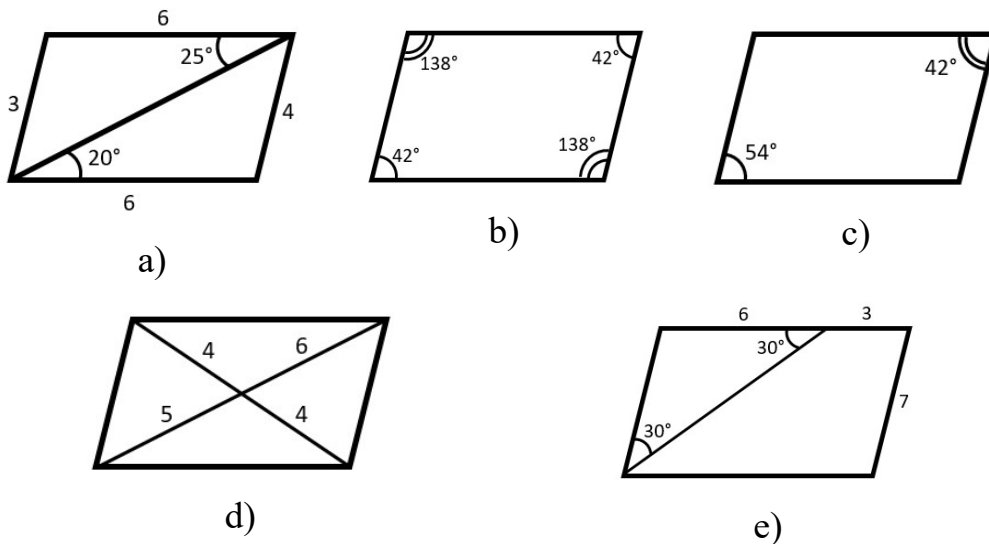


Рис. Б.4.

40. Периметр паралелограма дорівнює 112 см. Знайдіть його сторони, якщо: 1) одна з них на 12 см менше від другої; 2) дві його сторони відносяться як 5 : 9.

42. У паралелограмі $ABCD$ відомо, що $AB = 6$ см, $AC = 10$ см, $BD = 8$ см, O – точка перетину його діагоналей. Знайдіть периметр трикутника COD .

44. Знайдіть кути паралелограма, якщо:

- 1) один із них дорівнює 70° ;
- 2) сума двох його кутів дорівнює 100° ;
- 3) різниця двох його кутів дорівнює 20° ;
- 4) два його кути відносяться як 3 : 7;

47. Знайдіть кути паралелограма $ABCD$ (рис. Б.5.) якщо $\angle ABD = 68^\circ$, $\angle ADB = 47^\circ$.

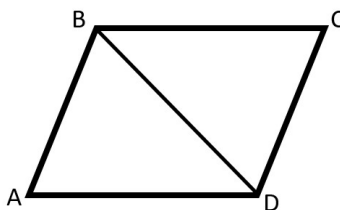


Рис. Б.5.

50. Сторони паралелограма дорівнюють 6 см і 10 см. Чи може одна з його діагоналей дорівнювати 16 см?

51. Висота BK паралелограма $ABCD$ ділить його сторону AD на відрізки AK і KD такі, що $AK = 4$ см, $KD = 6$ см. Знайдіть кути й периметр паралелограма, якщо $\angle ABK = 30^\circ$.

52. Один із кутів паралелограма дорівнює 45° . Висота паралелограма, проведена з вершини тупого кута, дорівнює 3 см і ділить сторону паралелограма навпіл. Знайдіть цю сторону паралелограма та кути, які утворює діагональ, що сполучає вершини тупих кутів, зі сторонами паралелограма.

113. Діагоналі прямокутника $ABCD$ (рис. Б.6.) перетинаються в точці O . Доведіть, що трикутники AOB і AOD рівнобедрені.

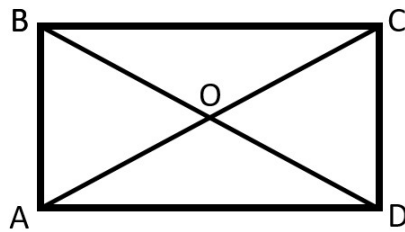


Рис. Б.6.

114. Діагоналі прямокутника $ABCD$ (рис. Б.7.) перетинаються в точці O , $\angle ABD = 64^\circ$. Знайдіть кути COD і AOD .

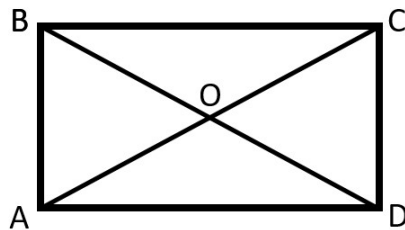


Рис. Б.7.

115. Діагоналі прямокутника $ABCD$ (рис. Б.8.) перетинаються в точці O , $\angle ADB = 30^\circ$, $BD = 10$ см. Знайдіть периметр трикутника AOB .

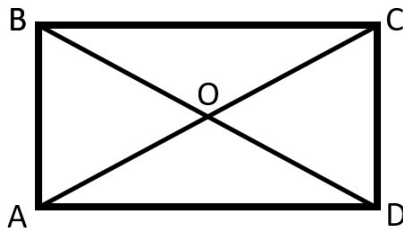


Рис. Б.8.

139. Діагональ AC ромба $ABCD$ (рис. Б.9.) утворює зі стороною AD кут 42° . Знайдіть усі кути ромба.

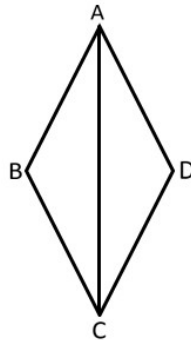


Рис. Б.9.

141. Одна з діагоналей ромба дорівнює його стороні. Знайдіть кути ромба.

142. Знайдіть кути ромба, якщо його периметр дорівнює 24 см, а висота – 3 см.

144. Кут D ромба $ABCD$ у 8 разів більший за кут CAD . Знайдіть кут BAD .

146. Точки M і K – відповідно середини сторін AB і BC ромба $ABCD$. Доведіть, що $MD = KD$.

148. Доведіть, що висоти ромба рівні.

167. Діагоналі BD квадрата $ABCD$ дорівнює 5 см. Яка довжина діагоналі AC ? Чому дорівнюють кути трикутника AOB , де O – точка перетину діагоналей квадрату?

168. На стороні квадрата $ABCD$ (рис. Б.10.) позначили точку K так, що $\angle AKB = 74^\circ$. Знайдіть кут CAK .

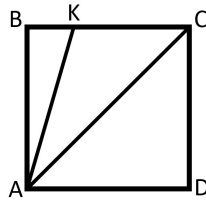


Рис. Б.10.

170. Чи є правильним твердження:

- 1) будь-який квадрат є паралелограмом;
- 2) будь-який ромб є квадратом;
- 3) будь-який прямокутник є квадратом;
- 4) будь-який квадрат є прямокутником;
- 5) будь-який квадрат є ромбом;
- 6) якщо діагоналі чотирикутника рівні, то він є прямокутником;
- 7) якщо діагоналі чотирикутника перпендикулярні, то він є ромбом;
- 8) існує ромб, який є прямокутником;
- 9) існує квадрат, який не є ромбом;
- 10) якщо діагоналі чотирикутника не перпендикулярні, то він не є ромбом;
- 11) якщо діагоналі паралелограма не рівні, то він не є прямокутником;
- 12) якщо діагональ прямокутника ділить його кут навпіл, то цей прямокутник є квадратом?

218. Знайдіть на рисунку Б.11. трапеції, укажіть їхні основи та бічні сторони.

220. Периметр рівнобічної трапеції дорівнює 52 см, основи – 13 см і 21 см. Знайдіть бічну сторону трапеції.

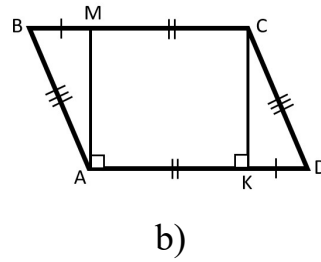
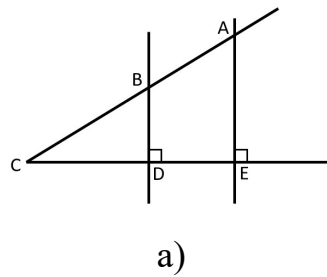


Рис. Б.11.

223. 1) Знайдіть кути A і C трапеції $ABCD$ з основами AD і BC , якщо $\angle B = 132^\circ$, $\angle D = 24^\circ$.

2) Знайдіть кути трапеції $ABCD$, прилеглі до бічної сторони AB , якщо кут A менший від кута B на 38° .

225. Один із кутів рівнобічної трапеції дорівнює 46° . Знайдіть решту її кутів.

226. Знайдіть кути рівнобічної трапеції, якщо різниця її протилежних кутів дорівнює 20° .

228. Чи можуть у трапеції бути:

- 1) три прямих кути;
- 2) три гострих кути;
- 3) два протилежних кути тупими;
- 4) два протилежних кути прямими;
- 5) два протилежних кути рівними?

229. чи можуть:

- 1) основи трапеції бути рівними;
- 2) діагоналі трапеції точкою перетину ділитися навпіл?

232. Середня лінія рівностороннього трикутника зі стороною 6 см розбиває його на трикутник і чотирикутник. Визначте вид чотирикутника та знайдіть його периметр.

233. Висота рівнобічної трапеції, проведена з кінця меншої основи, ділить більшу основу на відрізки завдовжки 6 см і 10 см. Знайдіть основи трапеції.

235. Основи прямокутної трапеції дорівнюють 10 см і 24 см, а один із кутів – 45° . Знайдіть меншу бічну сторону трапеції.

237. У трапеції $ABCD$ відомо, що $AB = CD$, $\angle BAC = 20^\circ$, $\angle CAD = 50^\circ$. Знайдіть кути ACB і ACD .

239. У трапеції $ABCD$ менша основа BC дорівнює 6 см. Через вершину B проведено пряму, яка паралельна стороні CD і перетинає сторону AD у точці M . Знайдіть периметр трапеції, якщо периметр трикутника ABM дорівнює 16 см.

241. Основи трапеції дорівнюють 9 см і 15 см. Чому дорівнює її середня лінія?

242. Середня лінія трапеції дорівнює 8 см, а одна з основ – 5 см. Знайдіть другу основу трапеції.

243. Одна з основ трапеції на 8 см більша за другу, а середня лінія дорівнює 17 см. Знайдіть основи трапеції.

245. Кожну з бічних сторін трапеції $ABCD$ (рис. Б.12.) поділено на чотири рівні частини: $AE = EF = FK = KB$, $DN = NM = MP = PC$. Знайдіть відрізки EN , FM і KP , якщо $AD = 19$ см, $BC = 11$ см.

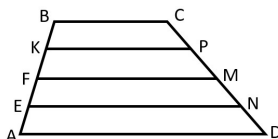


Рис. Б.12.

Додаток складений на основі джерела [7].

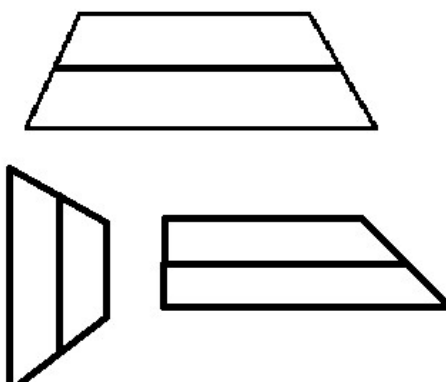
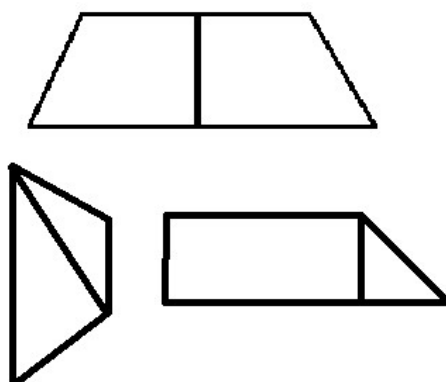
Додаток В

Конкретно-індуктивний метод.

Учитель пропонує учням розглянути рисунки, і зробити висновки.

Таблиця В.1.

Система прикладів та контрприкладів до теми «Середня лінія трапеції»

Приклади	Контрприкладів
	

Учні аналізують відмінності рисунків, їх схожість, роблять висновки.

Висновки.

1. Середня лінія трапеції паралельна основам;
2. Середня лінія ділить сторони трапеції на рівні частини.

На основі висновків учні дають означення поняття «середня лінія трапеції».

Означення. **Середньою лінією трапеції** називають *відрізок*, який сполучає середини її бічних сторін.

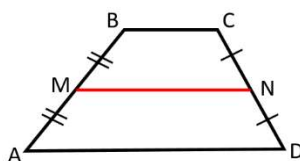


Рис. В.1.

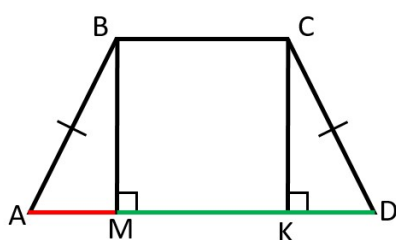
Вчителем додається формула знаходження довжини середньої лінії трапеції у вигляді теореми.

Теорема 8.1. Середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює половині їхньої суми.

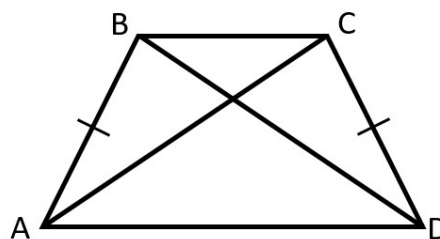
Після вивчення всіх основних понять теми, учням пропонується вивчити властивості рівнобічної трапеції.

Властивості рівнобічної трапеції:

1. кути при кожній основі рівні;
2. діагоналі рівні;
3. висота трапеції, проведена з вершини тупого кута, ділить основу трапеції на два відрізки, менший з яких дорівнює половині різниці основ, а більший – половині суми основ (середній лінії трапеції).



a)



b)

Рис. В.2.

Після вивчення теми, учні розв'язують задачі.

Приклади задач до теми «Середня лінія трапеція».

1. Основи трапеції дорівнюють 9 см і 15 см. Чому дорівнює її середня лінія? [7]
2. Середня лінія трапеції дорівнює 8 см, а одна з основ – 5 см. Знайдіть другу основу трапеції. [7]
3. Одна з основ трапеції на 8 см більша за другу, а середня лінія дорівнює 17 см. Знайдіть основи трапеції. [7]

4. Кожну з бічних сторін трапеції $ABCD$ (рис. В.3.) поділено на чотири рівні частини: $AE = EF = FK = KB$, $DN = NM = MP = PC$. Знайдіть відрізки EN , FM і KP , якщо $AD = 19$ см, $BC = 11$ см. [7]

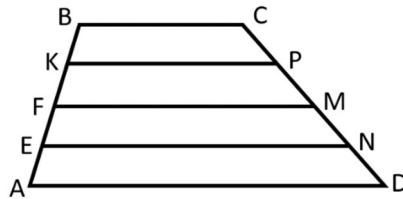


Рис. В.3.

5. Висота прямокутної трапеції, проведена з вершини тупого кута, ділить більшу основу на відрізки завдовжки 7 см і 5 см, рахуючи від вершини прямого кута. Знайдіть середню лінію трапеції. [7]
6. $ABCD$ – трапеція, знайдіть MN і BC . [6]

1)

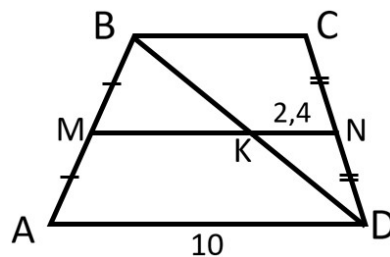


Рис. В.4.a

2)

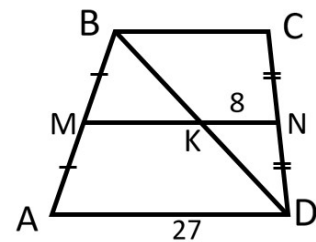


Рис. В.4.b

7. $ABCD$ – трапеція, знайдіть AD .

1)

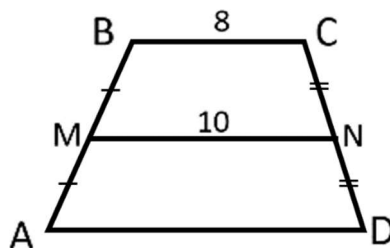


Рис. В.5.a

2)

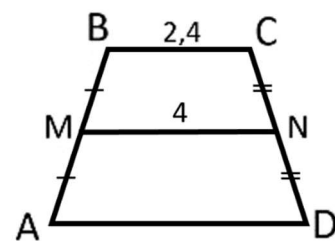


Рис. В.5.b

Додаток складений на основі джерел [6], [7].

Додаток Г

На допомогу вчителю [27 с. 33]

Варіант 1

1. У трикутнику ABC проведено $FD \parallel BC$. Визначте вид чотирикутника $CDFB$.

- А) Трапеція;
- В) Рівнобічна трапеція;
- С) Прямокутна трапеція.

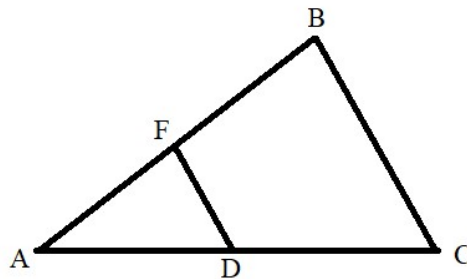


Рис. Г.1.

2. Діагональ AC трапеції є бісектрисою гострого кута DAB . Визначте вид трикутника ABC .

- А) Різносторонній;
- В) Рівносторонній;
- С) Рівнобедрений.

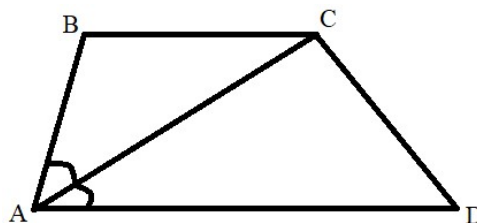


Рис. Г.2.

3. Трапеція $ABCD$ рівнобічна. Порівняйте градусну міру кутів BAD і CDA .

- A) $\sphericalangle BAD > \sphericalangle CDA$;
- B) $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CDA$;
- C) $\sphericalangle BAD < \sphericalangle CDA$;

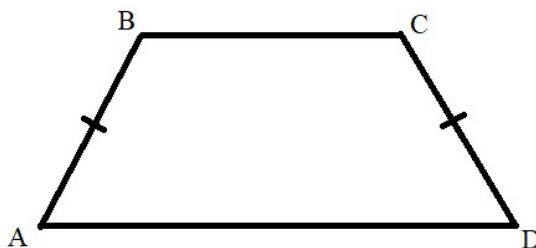


Рис. Г.3.

4. Зовнішні кути MDC і KAB трапеції $ABCD$ дорівнюють 154° і 128° відповідно. Знайдіть кути трапеції $ABCD$.

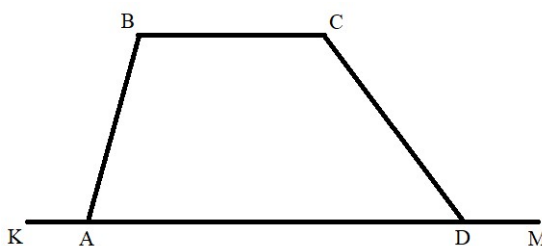


Рис. Г.4.

5. У трапеції $ABCD$ $AB = CD$. За якою ознакою $\triangle ABC = \triangle DCB$? Укажіть рівні елементи.

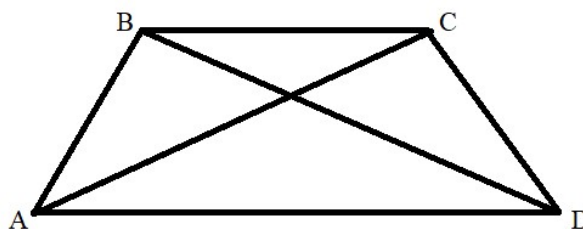


Рис. Г.5.

6. На рисунку $N_1A_1 \parallel N_2A_2 \parallel N_3A_3 \parallel N_4A_4 \parallel N_5A_5$, $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$, $N_1N_5 = 32$ см.

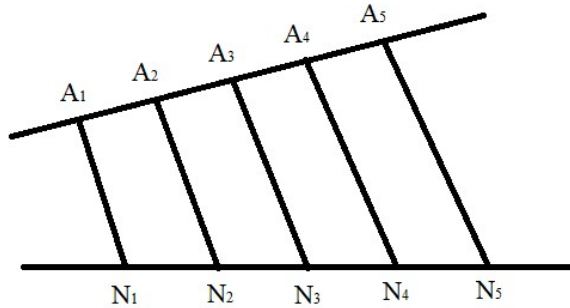


Рис. Г.6.

Знайдіть довжину відрізка N_2N_3 .

7. На рисунку $A_1N_1 \parallel A_2N_2 \parallel A_3N_3 \parallel A_4N_4$, $N_1N_2 : N_2N_3 : N_3N_4 = 1 : 2 : 3$, $A_1A_2 = 7$ см.

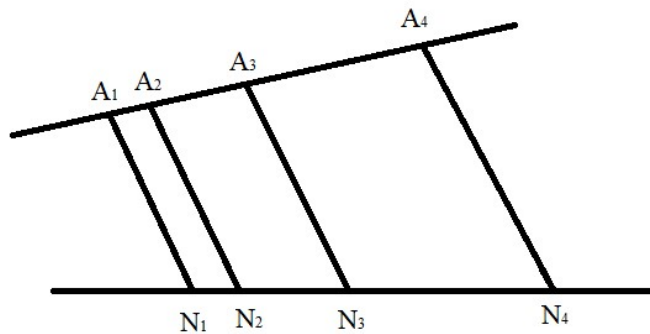


Рис. Г.7.

Знайти довжину відрізка A_3A_4 .

8. У трапеції $\angle D = 90^\circ$, $\angle BAD = 45^\circ$. Висота трапеції дорівнює меншій основі. Знайдіть основу AD , якщо $BC = 7$ см.

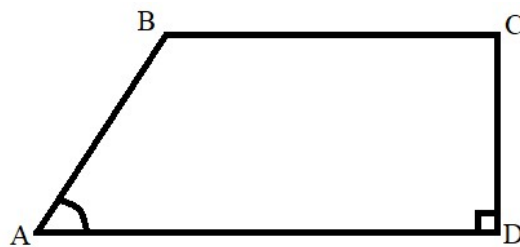


Рис. Г.8.

9. У рівнобічної трапеції $ABCD$ $BF \parallel CD$. Кути, прилеглі до сторони AD , дорівнюють 60° . Периметр чотирикутника $FBCD$ дорівнює 20 см. Знайдіть периметр трапеції, якщо її бічна сторона дорівнює 4 см.

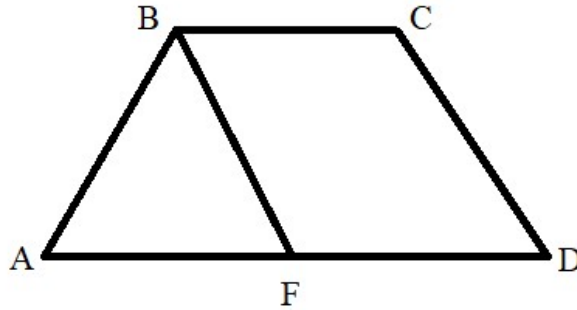


Рис. Г.9.

Варіант 2

1. З вершини B паралелограма $ABCD$ проведено перпендикуляр BK . Визначте вид чотирикутника $KBCD$.

- А) Трапеція;
- В) Рівнобічна трапеція;
- С) Прямокутна трапеція.

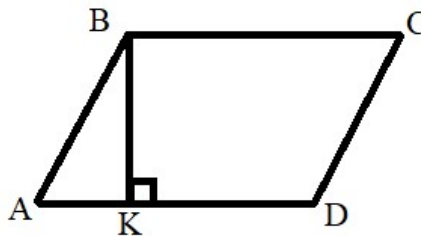


Рис. Г.10.

2. У прямокутної трапеції $ABCD$ ($\angle D = 90^\circ$) діагональ AC утворює з основою AD кут, який дорівнює 45° . Визначте вид трикутника ACD .

- А) Різносторонній;
- В) Рівносторонній;
- С) Рівнобедрений.

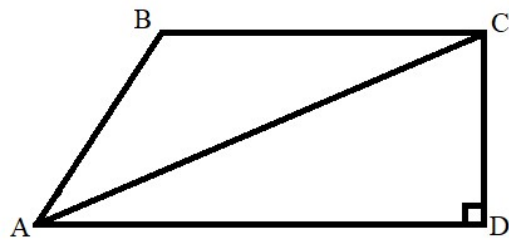


Рис. Г.11.

3. Трапеція $ABCD$ рівнобічна. Порівняйте довжини діагоналей.

D) $BD > AC$;

E) $BD = AC$;

F) $BD < AC$;

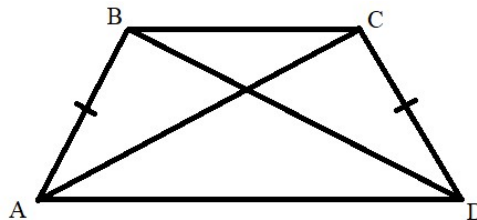


Рис. Г.12.

4. У трапеції $ABCD$ кути, прилеглі до сторони BC , дорівнюють 136° і 157° . Знайдіть решту кутів трапеції.

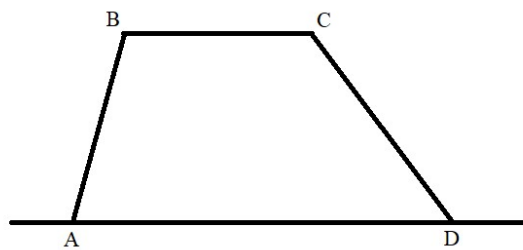


Рис. Г.13.

5. У рівнобічній трапеції $ABCD$ проведено діагоналі. За якою ознакою $\triangle ABD = \triangle DCA$? Укажіть рівні елементи.

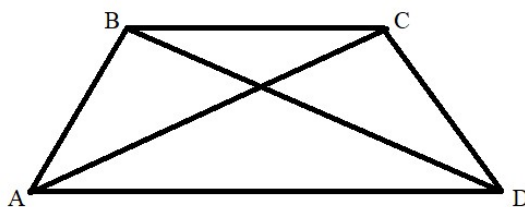


Рис. Г.14.

6. На рисунку $N_1A_1 \parallel N_2A_2 \parallel N_3A_3 \parallel N_4A_4 \parallel N_5A_5$, $N_1N_2 = N_2N_3 = N_3N_4$, $A_1A_5 = 28$ см.

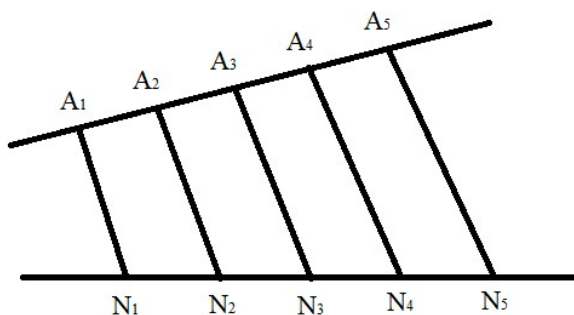


Рис. Г.15.

Знайдіть довжину відрізка A_3A_4 .

7. На рисунку $A_1N_1 \parallel A_2N_2 \parallel A_3N_3$, $A_1A_2 = 4$ см, $A_2A_3 = 8$ см, $N_1N_2 = 3$ см.

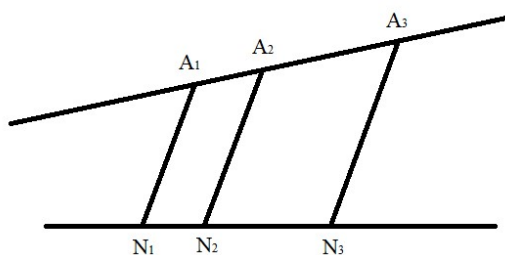


Рис. Г.16.

Знайдіть довжину відрізка N_2N_3 .

8. Діагоналі AC і BD є бісектрисами кутів при основі AD рівнобічної трапеції $ABCD$. Знайдіть периметр трапеції, якщо її основи дорівнюють 6 см і 10 см.

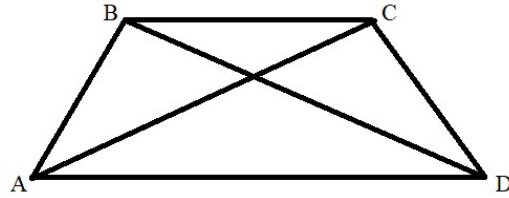


Рис. Г.17.

9. У прямокутній трапеції $ABCD$ ($\angle D = 90^\circ$) діагональ BD є бісектрисою кута ABC . $\angle BAD = 60^\circ$.

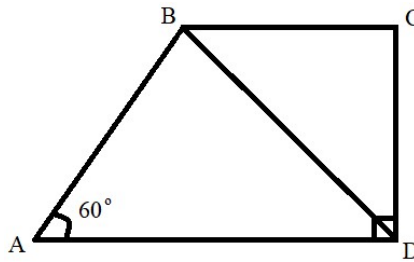


Рис. Г.18.

Знайдіть основи трапеції, якщо $AB = 6$ см.

Додаток складений на основі джерела [27].

Додаток Д

Таблиця Д.1.

Аналіз розробок уроків з точки зору прийомів формування понять теми

Автор, тема	Аналіз
<p>Гончар-Коротецька Т. К. [14] Урок-гра.</p>	<p>Автор даної розробки не вказав тип уроку, але з мети уроку можна зробити висновок, що це урок узагальнення та систематизації знань учнів. Отже, учні вже знають базові поняття про чотирикутники, та властивості окремих видів чотирикутників.</p> <p>Урок розроблено у формі гри, тому зацікавленість та вмотивованість учнів буде вище, ніж на звичайному уроці.</p> <p>Організаційна частина та етап актуалізації знань учнів були опущені при публікації даної розробки, що є мінусом даної розробки, оскільки невідомо який матеріал учні повторюють на початку уроку.</p> <p>Урок поділений не на класичні етапи, а на гейми, оскільки урок розроблено у формі гри. Клас поділено на 5-ь команд.</p> <p>Перший гейм – це питання, які стосуються або означення поняття, або властивостей певного чотирикутника. Даний гейм (етап) частково можна вважати етапом актуалізації знань.</p> <p>Другий гейм схожий на один етап з попередньої розробки: учні, підготувавши питання по темам, задають по 2-а питання іншим командам, тим самим учні вчаться формулювати правильно питання, краще запам'ятовують поняття та властивості, а також мотивують інших учнів краще усвідомити поняття та властивості чотирикутників.</p> <p>Третій гейм – це добірка задач, що випадковим чином випадають командам. Задач небагато, і вони низького рівня складності, тобто розв'язуються в 1-2 кроки. На даному етапі такі задачі є доцільними.</p> <p>На четвертому геймі вже підготовлені більш складні задачі, але стосуються вони конкретно трапецій. На даному етапі уроку учні вже більш зосередженні, тому введення задач середнього рівня складності також є доцільним.</p> <p>П'ятий гейм представляє собою добірку задач, які треба розв'язувати на швидкість, тому рівень складності для них обрано низький, оскільки учні не зможуть швидко розв'язувати складні задачі. Дана добірка задач вже спрямована на різні чотирикутники, їх означення, властивості.</p> <p>Останній гейм цієї гри є підсумок балів, під час якого учні з підручних речей будують чотирикутники. Таким чином в учнів розвивається фантазія, та навички будування фігур з підручних речей.</p> <p>Останні етапи уроку, підсумок уроку, рефлексія та домашнє завдання автор розробки залишає на вчителів, які будуть використовувати дану розробку, або її фрагменти у своїй роботі.</p>

<p>Автор: Данилюк М. М. [16]</p> <p>Тема: Нестандартний урок.</p>	<p>Аналіз.</p> <p>Тип даного уроку – узагальнення та систематизація знань, отже учні вже знають означення понять чотирикутників, їх властивості та ознаки.</p> <p>На організаційному етапі вчитель вмотивував учнів до плідної роботи на уроці.</p> <p>На другому етапі вчитель підготував учням завдання, на якому учні повинні продовжити речення, яке підготував вчитель, та записати відповідь у відповідне поле кросворду, яке також було підготовлене вчителем. В даному кросворді питання стосуються означення понять чотирикутників, їх властивостей та ознак. Даний етап можна вважати етапом актуалізації знань.</p> <p>Після цього вчитель повідомив учням тему та мету уроку. На цьому етапі вчитель просить учнів представити свої проекти класу. Метою даних проектів було підготувати коротку презентацію, що стосується чотирикутників. Кожна група учнів презентує свій чотирикутник, його означення, властивості, ознаки. Завдяки цьому учні не тільки краще запам'ятовують пройдений матеріал, а й вчаться презентувати свої доповіді так, щоб вони були зрозумілими та інформативними для слухачів. Після цього йде ще одне опитування, яке також має на меті актуалізувати знання учнів.</p> <p>Дана розробка вже містить презентації та доповіді учнів, тому при подальшій роботі вчителі, які можуть скористатися даною розробкою, можуть також дати учням завдання та увідний матеріал.</p> <p>Задачі, які були представлені та розібрані в даній розробці, доцільно підібрані та достатнього рівня складності. Оскільки задачі стосувалися виступів, то були задіяні всі види чотирикутників.</p> <p>Етап рефлексії замінює розповідь вчителя про використання квадратів у живописі. Таким чином вчитель показує учням, що чотирикутники можуть зустрічатися не тільки у підручниках з математики.</p> <p>Автор розробки для домашнього завдання обрав задачу на побудову ромба за стороною та кутом, хоча числові значення не надав, і розв'язати задачу про паралелограм в інший спосіб. А також задав учням творче завдання.</p> <p>На мою думку на даному уроці було більше зосереджено уваги саме на теоретичній частині, тобто означеннях, властивостях та ознаках. Задачі були в меншій мірі розглянуті на даному уроці, але вони були доцільно підібрані.</p>
<p>Автор: Макарова Г. З. [26]</p> <p>Тема: Чотирикутники та їх властивості.</p>	<p>Аналіз.</p> <p>Тип даного уроку – узагальнення та систематизація знань, отже учні вже знають означення понять чотирикутників, їх властивості та ознаки.</p> <p>На початку уроку вчитель вмотивував учнів на активну працю. Урок він проводив у вигляді гри.</p> <p>На етапі актуалізації знань вчитель підготував питання для учнів, в яких використовуються означення понять чотирикутників, їх властивості та ознаки. При цьому знаходяться вони як в прямому вигляді, так і в зворотному вигляді.</p> <p>На другому етапі гри були підготовлені задачі. Задачі спрямовані на знання базових понять та властивостей</p>

	<p>чотирикутників, тому для даного етапу вони є доцільними. Задачі включають в себе всі види чотирикутників та їх властивості.</p> <p>На наступному, третьому етапі вчитель підготував вправи для самостійної роботи учнів. На картках підготовлені задачі більш складного характеру, але спрямовані на чотирикутник та паралелограм. Рівень складності даних задач на даному етапі також є доцільним, хоча різновидів чотирикутників в цих задачах краще зробити більше.</p> <p>На останньому ігровому етапі вчитель задає питання теоретичного характеру. Таким чином вчитель закріплює теоретичні знання учнів з тем розділу «Чотирикутники».</p> <p>Домашнє завдання автор розробки залишає порожнім для вчителів, які будуть використовувати дану розробку або її фрагменти у своїй роботі.</p> <p>На мою думку в даній розробці було в рівній степені використанні як теоретичні завдання, так і різноманітні практичні задачі.</p>
<p>Автор: Залевська С. В. [17]</p> <p>Тема: Чотирикутники.</p>	<p>Аналіз.</p> <p>Тип даного уроку – узагальнення та систематизація знань, отже учні вже знають означення понять чотирикутників, їх властивості та ознаки.</p> <p>На етапі актуалізації вчитель запропонував учням об'єднатися в 3 групи. Кожна група задає питання наступній групі. Питання носять більш практичний характер (усні вправи), що охоплюються всі чотирикутники розділу. На даному етапі більш доцільно було б використання саме теоретичних питань, що охоплюють поняття та властивості тем розділу. Дивлячись на зміст задач, то вони доцільні для початкових етапів уроку.</p> <p>На наступному етапі учням пропонується розв'язати задачі за готовими рисунками. Рівень складності даних задач більше ніж в попередніх. Після цього групи розв'язують ще по одній задачі, при цьому по іншому чотирикутнику, ніж вони розв'язували на попередньому. Таким чином учні розв'язують задачі на різні види чотирикутників. Отже, групи розв'язують по дві задачі на різні види чотирикутників достатнього рівня складності. Такі задачі є доцільними на даному етапі.</p> <p>На наступному етапі учням пропонується самостійно розв'язати добірку задач за готовими рисунками. Добірка складається з 4 груп по 9 задач в кожній. Рівень складності даних задач середній, оскільки задач багато, а часу на їх розв'язання не дуже. Самі задачі включають в себе різні чотирикутники, окрім трапецій. Для самостійної роботи учнів дані добірки задач є раціональними.</p> <p>У висновок можу сказати, що дану розробку краще використовувати після уроку, на якому пригадувався теоретичний матеріал, оскільки на даному уроці автор розробки не актуалізував з учнями теоретичний матеріал. Сама розробка є суто практичного характеру. Вчителі, що будуть використовувати дану розробку, або її фрагменти можуть скористатися заготовленими добірками задач.</p>

Додаток складений за матеріалами джерел [14], [16], [17], [26].