МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання

«Допущено до захисту»
Завідувач кафедри
________ Д. БОБИЛЄВ
«___» _____________2022 р.

Реєстраційний № _______
«___» ____________ 2022р.

РОЗВИТОК ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ КУЛЬТУРИ СТАРШОКЛАСНИКІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «ПОКАЗНИКОВА І ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ» В КУРСІ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ

Кваліфікаційна робота студентки
групи МІм-17
ступінь вищої освіти магістр
спеціальності: 014.04 Середня освіта (математика)
Гебель Аліни Віталіївни
Керівник:
кандидат пед. наук, доцент кафедри
математики та методики її навчання
Армаш Т. С.
Оцінка:
Національна шкала__________________
Шкала ECTS____ Кількість балів ______
Голова ЕК_______ ___________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
Члени ЕК _______ ___________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
_______ ___________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
_______ ___________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
_______ ___________________
(підпис) (прізвище, ініціали)

Кривий Ріг – 2022

ЗАПЕВНЕННЯ

Я, Гебель Аліна Віталіївна, розумію і підтримую політику Криворізького державного педагогічного університету з академічної доброчесності. Запевняю, що ця кваліфікаційна робота виконана самостійно, не містить академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації. Я не надавала і не одержувала недозволену допомогу під час підготовки цієї роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають покликання на відповідне джерело.

Із чинним Положенням про запобігання та виявлення академічного плагіату в роботах здобувачів вищої освіти Криворізького державного педагогічного університету ознайомлена. Чітко усвідомлюю, що в разі виявлення у кваліфікаційній роботі порушення академічної доброчесності робота не допускається до захисту або оцінюється незадовільно.

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність дослідження. Практично в будь-якій сфері діяльності людині необхідні математичні знання. Ця необхідність ярко виражається на розвитку науки та техніки. Протягом усього навчання в школі математика допомагає учням з'ясовувати різні взаємозв'язки в навколишньому світі, дозволяє застосовувати отримані знання та навички на практиці. Майже будь-яку професію не можливо опанувати без математичних знань. Навіть для можливості продуктивної діяльності, для життєвої самореалізації потрібна досить міцна математична підготовка. Тому досить важливо опанувати шкільних курс математики та вміти його застосовувати на практиці.

Всім відомо, що функції – це поняття, які становлять велику частину шкільної програми з математики. Вони відіграють величезну роль і є значущими для вивчення матеріалу та ефективного навчання, але вважаються однією з найскладніших тем з точки зору опанування та методики її викладання.

Показникові функції, а далі і логарифмічні функції – це дві теми, які тісно пов'язані між собою, вивчаються одна за одною та не можуть викладатися окремо. На жаль, ці поняття викликають у дітей значні труднощі: їм важко виконувати елементарні перетворення, розуміти властивості та правильно оперувати ними. А вже при виникненні проблем з обчисленням показникової функції, учням стає складно зрозуміти логарифмічну, що викликає в свою чергу у них обурення, появу так званих «хвостів», нерозуміння теми, що переходить в небажання навчатися. І ця проблема з вивченням і розумінням цих функцій старшокласниками стала очевидною як в звичайних класах, так і в профільних [2].

Після знайомства з показниковою та логарифмічною функцією, учні переходять до вивчення показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей, алгоритмами розв’язання яких дуже важливо оволодіти, оскільки підвищуються розумові та творчі здібності, покращується математична культура учнів, розвиваються обчислювальна культура, навички дослідницької роботи та здатність до логічного мислення, відбувається систематизація та повторення раніше вивченого матеріалу.

Після закінчення школи кожного учня очікує ЗНО. Для його успішного складання необхідно приділяти достатню увагу розвитку обчислювальної культури на уроках алгебри та початків аналізу. Цього можна досягти за умови продуктивної навчальної діяльності учнів, їх зацікавленості теми. Для цього на уроках можна використовувати певні прийоми, комплекс завдань та вправ, інтерактивні методи навчання задля пробудження інтересу до математики, підвищення пізнавального інтересу та заохочення до навчання.

«Уміння правильно рахувати, безпомилкове володіння обчислювальними вміннями та навичками, обґрунтований вибір раціональності виконання дій та операцій, що призводять до швидкого, можливо, нетривіального обчислення значень виразів і розв’язування завдань, адекватна кількісна оцінка сукупностей об’єктів навколишнього світу та процесів, що відбуваються в ньому, сформованість точного, лаконічного, аргументованого, бездоганно логічно збудованого мовного та письмового супроводу обчислень» – за все це відповідає обчислювальна культура [30, с.6].

Основним елементом обчислювальної культури учнів є свідомі та міцні обчислювальні навички, їх формування – одне з основних завдань навчання математики у школі. Проблема формування обчислювальної культури є актуальною для всього шкільного курсу математики, починаючи з початкових класів, і вимагає не просто оволодіння обчислювальними навичками, а використання їх у різних ситуаціях. Володіння обчислювальними вміннями і навичками має велике значення для засвоєння матеріалу, що вивчається, правильно організована обчислювальна робота учнів дозволяє виховувати у них цінні трудові якості: відповідальне ставлення до своєї роботи, вміння виявляти і виправляти допущені в роботі помилки, акуратне виконання завдання, творче ставлення до праці [21].

Останнім часом маємо тенденцію зниження рівня обчислювальних навичок, тотожних перетворень виразів. Це виражається в тому, що учні припускаються великої кількості помилок при підрахунках, все частіше тягнуться до калькулятора, не мають змоги мислити раціонально і це все негативно відображається на якості навчання та рівні математичних знань в цілому.

Проблема формування в учнів обчислювальних умінь і навиків завжди привертала особливу увагу дидактів, методистів, вчителів. У методиці математики відомі дослідження С. Мінаєва [36], Я. Чекмарьова [55], І. Глєбова [8], Г. Ройтмана [47], Б. Хендлі [53] та інших. Дослідження кінця XX ст. присвячені в основному розробці якостей обчислювальних навичок, раціоналізації обчислювальних прийомів, диференціації та індивідуалізації процесу формування обчислювальних умінь та навичок, тому дана проблема дуже актуальна [31].

Вище сказане зумовило вибір **теми дослідження**: «Розвиток обчислювальної культури старшокласників при вивченні теми: «Показникова і логарифмічна функції» в курсі алгебри і початків аналізу».

Мета дослідження: розробити методику розвитку обчислювальної культури у навчанні теми «Показникова та логарифмічна функції» в курсі алгебри та початків аналізу.

Поставлена мета дослідження визначила його **завдання:**

1. Проаналізувати навчальні програми, державні стандарти з теми дослідження для розкриття теоретичних та методичних основ підходу до навчання алгебри та початків аналізу.

2. Проаналізувати психолого-педагогічну літературу для розкриття сутності поняття «обчислювальна культура».

3. Визначити проблеми розвитку обчислювальної культури учнів на уроках математики.

4. Проаналізувати чинні підручники з алгебри і початків аналізу та виконати порівняльний аналіз цих підручників з теми дослідження.

5. Проаналізувати завдання ЗНО та систематизувати завдання з теми дослідження по темам.

6. Розробити систему завдань з теми дослідження для учнів 11 класів.

Для розв'язання поставлених завдань були використані наступні **методи дослідження:** аналіз психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури; аналіз змісту шкільних програм і підручників з курсу «Алгебри і початків аналізу» профільного рівня; вивчення досвіду роботи вчителів математики; цілеспрямовані педагогічні спостереження за процесом вивчення теми «Показникова та логарифмічна функції» в загальноосвітніх школах.

Об'єкт дослідження: процес навчання алгебри і початків аналізу на профільному рівні в закладах середньої освіти.

Предмет дослідження: методика розвитку обчислювальної культури учнів в темі «Показникова та логарифмічна функції» в класах з профільним вивченням алгебри і початків аналізу.

Теоретична значимість дослідження полягає в тому, що в ньому виявлені методичні особливості розвитку обчислювальної культури старшокласників з теми «Показникова та логарифмічна функції» в курсі алгебри і початків аналізу.

Практична значимість роботи полягає в тому, що в ній представлені методичні рекомендації з розвитку обчислювальної культури учнів з теми «Показникова та логарифмічна функції», створена система вправ для розвитку обчислювальної культури для профільного рівня вивчення математики в старшій школі з теми дослідження, яка може бути використана вчителями математики і студентами в період педагогічної практики в закладах середньої освіти.

Апробація дослідження:

1. Участь в Всеукраїнській науково-практичній конференції «Математичні, природничі та комп’ютерні науки, технології, навчання: науково-практичні рішення та підходи молодих науковців» з публікацією статті на тему: «Розвиток обчислювальної культури учнів на прикладі вивчення теми «Показникова та логарифмічна функції»»

2. Участь в XI Міжнародній науково-практичній конференції Science, Innovations and Education: problems and prospects з публікацією статті на тему «Розвиток обчислювальної культури старшокласників під час вивчення теми «Показникова функція»».

Структура роботи. Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Основний текст викладено на 73 сторінках. Повний обсяг роботи 115 сторінок.

РОЗДІЛ 1.
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ»

1.1 Становлення та розвиток понять «показникова та логарифмічна функції» в курсі алгебри та початків аналізу

Історія становлення та розвитку математичних понять багатогранна і досить цікава. Багатьох може здивувати, що найчастіше ті математичні поняття, які зараз для нас є звичними, в минулому означали зовсім не те, чим являються сьогодні. В історії математики є багато прикладів розвитку математичної концепції, що виходить далеко за межі цілей та можливостей, які передбачали її початкові винахідники.

Відомо, що єдиним шляхом реалізації далеких подорожей було мореплавання, що пов’язані з виконанням великих обсягів навігаційних обчислень. Зараз важко уявити процес виснажливих розрахунків при множенні-діленні п’яти-шестизначних чисел «вручну». Богослов за родом своєї основної діяльності, займаючись під час тригонометричних розрахунків, здогадався замінити трудомістку процедуру множення простим додаванням. Він сам говорив, що його метою було «звільнитися від труднощів і нудьги обчислень, які відлякують багатьох від вивчення математики». Зусилля мали успіх – був створений математичний апарат, названий системою логарифмів [22].

Логарифми були в першу чергу інструментом для полегшення обчислень і являються одним із важливих відкриттів, яке привернуло увагу вчених-математиків до більш абстрактних понять. Але цілком ясно одне: поняття логарифму, як ми його сьогодні розуміємо як функцію, багато в чому сильно відрізняється від того, як воно замислювалося спочатку. Але врешті-решт, завдяки роботі, роздумам та розробкам багатьох математиків, логарифм став набагато більшим, ніж просто корисним способом обчислень з великими громіздкими числами. Він став математичним поняттям та функцією сам по собі.

Принцип, що лежить в основі будь-якої системи логарифмів, відомий дуже давно і може бути простежений вглиб історії аж до давньовавилонської математики (близько 2000 до н.е.) [1].

Історія логарифмів як алгебраїчного поняття простежується з античних часів. Ідейним джерелом і стимулом застосування логарифмів послужив той факт (відомий ще Архімеду), що при перемноженні степенів з однаковою основою їх показники додаються: $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$ [23].

Індійський математик VIII століття Вірасена, досліджуючи степеневі залежності, опублікував таблицю цілочисельних показників (тобто, фактично, логарифмів) для основ 2, 3, 4.

Вирішальний крок був зроблений у середньовічній Європі. Потреба в складних розрахунках у XVI столітті швидко росла, і значна частина труднощів була пов’язана з множенням і діленням багатозначних чисел, а також отриманням коренів. Наприкінці століття декільком математикам, майже одночасно, спала на думку ідея: замінити трудомістке множення на просте додавання, зіставивши з допомогою спеціальних таблиць геометричну і арифметичну прогресії, при цьому геометрична буде вихідною. Тоді і ділення автоматично замінюється на незмірно більш просте і надійне віднімання, спростяться також піднесення до степеня і обчислення кореня.

Першим цю ідею опублікував у своїй книзі «*Arithmetica integra*» (1544) Міхаель Штіфель, який, втім, не доклав серйозних зусиль для практичної реалізації своєї ідеї. Головною заслугою Штіфеля є перехід від цілих показників степеня до довільних раціональних (перші кроки в цьому напрямку зробили Нікола Орем в XIV столітті і Нікола Шюке в XV столітті).

У 1614 році шотландський математик-аматор Джон Непер опублікував латинською мовою твір під назвою «Опис дивовижної таблиці логарифмів» (лат. Mirifica Logarithm Forum Canonis Descriptio). У ньому був короткий опис логарифмів і їх властивостей, а також 8-значні таблиці логарифмів синусів, косинусів і тангенсів, з кроком 1'. Термін «логарифм», запропонований Непером, утвердився в науці [30].

Теорію логарифмів Непер виклав в іншій своїй книзі «*Побудова дивовижної таблиці логарифмів*» (лат. *Mirifica Logarithm Forum Canonis Construction*), виданої посмертно, в 1619 році його сином Робертом. Судячи з документів, технікою логарифмування Непер володів вже до 1594 року. Безпосередньою метою її розробки було полегшити Неперу складні астрологічні розрахунки; саме тому в таблиці було включено тільки логарифми тригонометричних функцій [24].

Поняття функції тоді ще не було, і Непер визначив логарифм кінематично, зіставивши рівномірний і логарифмічно-уповільнений рух. Наприклад, логарифм синуса він визначив так: «Логарифмом даного синуса є число, яке арифметично зростало завжди з тією ж швидкістю, з якою повний синус почав геометрично спадати» [24].

У сучасних позначеннях кінематичну модель Непера можна зобразити диференціальним рівнянням:

$$-\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{M},$$

де M — масштабний множник, введений для того, щоб значення вийшло цілим числом з потрібною кількістю знаків (десяткові дроби тоді ще не знайшли широкого застосування). Непер взяв M = 10 000 000.

Строго кажучи, Непер табулював не ту функцію, яка зараз називається логарифмом [24].

Основна властивість логарифма Непера: якщо величини утворюють геометричну прогресію, то їх логарифми утворюють прогресію арифметичну. Однак правила логарифмування для неперервної функції відрізнялися від правил для сучасного логарифма [42].

Як згодом виявилось, через помилки в алгоритмі усі значення таблиці Непера містили неправильні цифри після шостого знака. Однак це не завадило новій методиці обчислень отримати найширшу популярність. Тоді складанням логарифмічних таблиць зайнялися багато європейських математиків. Йоганн Кеплер у виданий їм астрономічний довідник 1620 року вставив захоплене посвячення Неперу (не знаючи, що винахідник логарифмів вже помер). У 1624 році Кеплер опублікував свій власний варіант логарифмічних таблиць (лат. *Chilias Logarithm Forum ad totidem numeros rotundus*) . Використання логарифмів дозволило Кеплеру відносно швидко завершити багаторічну працю по складанню Рудольфінських таблиць, які закріпили успіх геліоцентричної астрономії [24].

Через кілька років після книги Непера з'явилися логарифмічні таблиці, що використовують більш близьке до сучасного розуміння логарифма. Лондонський професор Генрі Брігс видав 14-значні таблиці десяткових логарифмів (1617), причому не для тригонометричних функцій, а для довільних цілих чисел до 1000 (7 років потому Брігс збільшив кількість чисел до 20000). В 1619 лондонський вчитель математики Джон Спайделл (англ. *John Speidel*) перевидав логарифмічні таблиці Непера, виправлені і доповнені так, що вони фактично стали таблицями натуральних логарифмів. У 1620-і роки Едмунд Уінгейт і Вільям Отред винайшли першу логарифмічну лінійку, до появи кишенькових калькуляторів вона служила незамінним розрахунковим знаряддям інженера. За допомогою цього компактного інструменту можна швидко робити всі алгебраїчні операції, в тому числі за участю тригонометричних функцій. Точність розрахунків – близько 3 значущих цифр [47].

Незабаром з'ясувалося, що місце логарифмів в математиці не обмежується розрахунковими зручностями. У 1629 році бельгійський математик Грегуар де Сен-Венсан показав, що площа під гіперболою $y = \frac{1}{x}$ змінюється за логарифмічним законом. У 1668 році німецький математик Ніколас Меркатор (Кауфман) відкрив і опублікував у своїй книзі *Logarithm Technica* розкладання логарифма у нескінченний «ряд

Меркатора». На думку багатьох істориків [47], поява логарифмів значно вплинула на багато математичних концепцій, в тому числі на:

1. Формування і визнання загального поняття ірраціональних і трансцендентних чисел.
2. Поява показової функції і загального поняття числової функції, числа Ейлера, розвиток теорії різницевих рівнянь.
3. Початок роботи з нескінченними рядами.
4. Загальні методи рішення диференціальних рівнянь різних типів.
5. Істотний розвиток теорії чисельних методів, необхідних для обчислення точних логарифмічних таблиць.

До кінця XIX століття загальноприйнятого позначення логарифма не було, основа a вказувалося то лівіше і вище символу log, то над ним. В остаточному підсумку математики прийшли до висновку, що найбільш зручне місце для основи – нижче рядка, після символу $log: b$. Короткі позначки найбільш уживаних видів логарифма – lg, ln для десяткового і натурального – з'явилися набагато раніше відразу у кількох авторів і закріпилися остаточно також до кінця XIX століття [25].

Близьке до сучасного розуміння логарифмування як операції, зворотної зведенню в степінь – вперше з'явилося у Валліса (1685) і Йоганна Бернуллі (1694), а остаточно було узаконено Ейлером. У книзі «Введення в аналіз нескінченних» (1748) Ейлер дав сучасні визначення як показникової, так і логарифмічної функцій, призвів розкладання їх в степеневі ряди і особливо відзначив роль натурального логарифма. Ейлеру належить і заслуга поширення логарифмічної функції на комплексну область [23].

Щодо історії показникової функції, то вона бере початок з далеких часів. Нам відома легенда про арабського царя, у якого винахідник шахівниці зажадав за свій винахід зерна. Більшість боржників були не в змозі повернути борг і, давно виплативши основну суму боргу, були змушені все життя працювати на те, щоб виплатити зростаючі відсотки. Нарешті, зубожілі боржники ставали рабами хижого лихваря. У XIV-XV ст. у Західній Європі почали з’являтися банки (франц. «banque» – лава, контора) – установи, які давали гроші в позику князям і купцям, фінансували за великі відсотки далекі мандрівки та завойовницькі походи. Щоб полегшити розрахунки складних відсотків, складали таблиці, за якими відразу можна було дізнатися, яку суму треба виплатити через n років, якщо була взята сума під % річних. Легко підрахувати, що сума, яку треба заплатити, виражається формулою: $A_n = A_0(1+\frac{p}{100})^n$. Якщо p – стале, то A_n є функцією від n. Такі таблиці давали значення показникової функції при різних значеннях основи і натуральних значеннях n [50].

Термін «показник» (нім. *exponent*, лат. *exponede* – «виставляти на показ»; *exponens, exponentis* – «що виставляється на показ», «той, що показується») для степеня увів у 1553 р. німецький математик (спочатку монах, а потім – професор) Михайль Штифель (1487-1567). Він увів дробові й нульові показники. Позначення a^x для натуральних показників увів Рене Декарт (1637), а вільно поводитися з такими самими дробовими й від’ємними показниками почав із 1676 р. Ісаак Ньютон. Степені з довільними дійсними показниками, без будь-якого загального означення, розглядали Лейбніц та Иоганн Бернуллі. 1679 р. Лейбніц увів поняття експоненціальної (тобто показникової) функції для залежності $y = a^x$ та експоненціальної кривої для графіка цієї функції. Отже, показникова функція не випадково народилася, органічно увійшла у життя і знайшла широке застосування. Показникові функції трапляються в найрізноманітніших галузях науки – фізиці, хімії, біології, економіці, інформатиці, медицині, лісництві, картографії, будівництві тощо [49].

1.2 Цілі навчання і основні вимоги до знань і вмінь учнів з теми «Показникова та логарифмічна функції»

Тема «Показникова і логарифмічна функції» є однією з основних тем в шкільній програмі математики в 11 класі. У процесі вивчення цього розділу учні систематизують, узагальнюють і поглиблюють знання про степені і корені та їх властивості, засвоюють поняття показникової і логарифмічної функцій, їх властивості та графік, навички та вміння виконувати тотожні перетворення виразів показникової та логарифмічної функціями, розв'язувати показникові і логарифмічні рівняння й нерівності та їх системи. Розв'язуванню показникових та логарифмічних рівнянь або нерівностей приділяється багато уваги. Досить часто можна зустріти ці завдання на вступних екзаменах до навчальних закладах. Тому розгляд цієї теми дуже важливий [44].

Вивчення теми «Показникова та логарифмічна функції» в курсі алгебри та початку аналізу передбачає знайомство учнів із такими темами:

- Степінь із довільним дійсним показником. Показникова функція.
- Показникові рівняння.
- Показникові нерівності.
- Логарифми та їх властивості.
- Логарифмічна функція та її властивості.
- Логарифмічні рівняння.
- Логарифмічні нерівності.
- Похідні показникової та логарифмічної функцій.

Логіко-математичний аналіз та орієнтовний календарно-тематичний план з теми «Показникова та логарифмічна функції» продемонстровано в додатках А і Б.

При вивченні будь-якої теми, вчитель разом з учнями ставить певні навчальні цілі, завдання. Під навчальними цілями будемо розуміти той результат, який має бути досягнений в ході вивчення тієї чи іншої теми.

Цілями під час вивчення теми «Показникова та логарифмічна функції» є те, що учні:

формулюють означення показникової і логарифмічної функцій та їх властивості; означення логарифма та властивості логарифмів;

будують графіки показникових і логарифмічних функцій;

перетворюють вирази, які містять логарифми;

знаходять похідні показникових, логарифмічних, степеневих функцій і **застосовують** їх до дослідження цих класів функцій;

розв'язують показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами

застосовують показникову та логарифмічну функції до розв'язування прикладних задачах [34].

Завданнями вивчення теми «Показникова та логарифмічна функції» є:

1. Навчальні:

- ввести означення основних термінів та понять теми «Логарифмічна та показникова функції»;
- вивчити та запам'ятати властивості показникової та логарифмічної функції та їх графік;
- навчити будувати графіки заданих функції;
- вміти виконувати тотожні перетворення, використовуючи вивчені властивості;
- навчити розв'язувати логарифмічні та показникові рівняння і нерівності;
- ознайомити з використанням показникових та логарифмічних функції в навколишньому світі.

2. Розвиваючі:

- прищепити учням інтерес до логарифмічної та показникової функції;
- розвинути творче мислення, математичне мовлення.

3. Виховні:

- виховати вміння працювати разом, почуття відповідальності, культуру спілкування;
- виховати та розвинути почуття відповідальності перед колективом за виконання поставлених завдань;
- виховати організаторські та управлінські здібності.

Під час вивчення теми розглядаються властивості і графіки двох функцій: показниковою та логарифмічної. Систематизація властивостей зазначених функцій здійснюється відповідно до прийнятої схеми дослідження функцій. Достатня увага повинна бути приділена роботі з логарифмічними тотожністю: тотожні перетворення логарифмічних виразів застосовуються як при викладі теоретичних питань курсу (наприклад, при виведенні формули похідної показовою функції), так і при виконанні різного роду вправ, наприклад, розв’язання логарифмічних рівнянь і нерівностей. Особливу увагу приділяється показниковій функції як тій математичній моделі, яка знаходить найбільш широке застосування при вивченні процесів і явищ навколишньої дійсності. Розглядаються приклади різних процесів (наприклад, радіоактивний розпад, зміна температури тіла); показується, що розв’язання диференціальних рівнянь, що описують ці процеси, є показникова функція. У зв'язку з цим для показникової функції дається формула похідної, висновок якої проводиться із залученням інтуїтивних уявлень учнів [33].

У Державному стандарті [12] проголошено, що основною метою освітньої галузі «Математика» є формування в учнів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їхньої уваги, пам’яті, логіки, культури мислення та інтуїції.

Щодо вивчення логарифмічної функції завданнями освітньої галузі «Математика» є:

– розширення компетентностей учнів щодо тотожних перетворень показникових та логарифмічних виразів, розв’язування відповідних рівнянь і нерівностей;

– завершення формування поняття числової функції в результаті вивчення показникової та логарифмічної функції, формування вмінь їх досліджувати й використовувати для опису та вивчення явищ і процесів;

– ознайомлення з ідеями й методами диференціального та інтегрального обчислення, формування елементарних умінь їх практичного застосування, зокрема щодо показникової та логарифмічної функцій.

Ці завдання виконуються в процесі вивчення того змісту освітньої галузі «Математика», який стосується показникової та логарифмічної функції. Вивчення показникової та логарифмічної функції представлено такими змістовими лініями: числа, вирази, рівняння і нерівності, функції [40].

1.3 Сутність поняття «обчислювальна культура» у психолого-педагогічній літературі та проблема її формування в учнів на уроках математики

У педагогічному словнику культуру розглядають як «історично визначений рівень розвитку суспільства, творчих сил і здібностей людини, виражений у типах та формах організації життя та діяльності людей, у їх взаємовідносинах, а також у створюваних ними матеріальних та духовних цінностях. Культура освіті постає як змістовна складова, джерело знань...» [30, с.63].

Одним із компонентів культури є обчислювальна культура.

Обчислювальна культура є запасом знань і умінь, який знаходить повсякденне застосування, є фундаментом вивчення математики та інших навчальних дисциплін. Крім того, обчислення активізують пам’ять учнів, їхню увагу, прагнення до раціональної організації діяльності та інші якості, що істотно впливають на розвиток учнів. Формування обчислювальної культури учнів впливає на зростання його загальної культури [41], воно орієнтоване в розвитку особистості учня.

Визначити наявність в учнів обчислювальної культури можна за їх вмінням проводити математичні обчислення та організовувати хід дій, контролювати і оцінювати правильність отриманих результатів.

Рівень обчислювальної культури можна охарактеризувати такими ознаками:

1) знання властивостей операцій;

2) вміння визначити за умовою завдання, які будуть вхідні та вихідні дані;

3) вміння поєднувати різні прийоми обчислень;

4) вміння використовувати раціональні прийоми обчислень;

5) вміння швидко та правильно обчислювати;

6) вміння економічно виконувати запис розрахунків;

7) вміння використовувати раціональні прийоми контролю [44].

Обчислювальна культура – «уміння правильно рахувати, безпомилкове володіння обчислювальними вміннями та навичками, обґрунтований вибір раціональності виконання дій та операцій, що призводять до швидкого, можливо, нетривіального обчислення значень виразів і розв’язування завдань, адекватна кількісна оцінка сукупностей об’єктів навколишнього світу та процесів, що відбуваються в ньому, сформованість точного, лаконічного, аргументованого, бездоганно логічно побудованого мовного та письмового супроводу обчислень» [30, с.6].

Крім того, обчислювальна культура учнів у педагогічній літературі розглядається як навчальна обчислювальна діяльність, орієнтована на розвиток особистості учня в процесі осмисленого оволодіння її змістом (знаннями та вміннями математичного та загальнокультурного характеру), організовану з урахуванням соціальних умов та характеристик необхідної суспільству культури [19].

Таким чином, узагальнивши вищевикладені трактування та ознаки поняття «обчислювальна культура», можна сказати наступне. Обчислювальна культура – це навчальна обчислювальна діяльність, орієнтована на розвиток особистості учнів, що характеризується вмінням правильно рахувати, безпомилково володіти обчислювальними вміннями та навичками. Крім того, обчислювальну культуру учнів відрізняє обґрунтований вибір раціонального виконання дій та операцій, що призводять до швидких та правильних результатів. Нарешті, обчислювальна культура є характеристика розвитку особистості учня, що є фундаментом вивчення навчальних дисциплін і знаходить повсюдне застосування у процесі та життєдіяльності.

Починаючи з початкових класів, проблема формування обчислювальної культури стоїть гостро і вимагає не тільки оволодіння обчислювальними навичками, а й застосування їх у різноманітних ситуаціях.

Спочатку учні вивчають закони математичних дій з натуральними числами, потім із дробами, цілими числами тощо, і з кожним роком ці вміння та навички закріплюються, причому не тільки на уроках математики, а й на інших шкільних предметах [12, с. 201; 35].

Проблема формування обчислювальної культури завжди привертала особливу увагу дидактів, методистів, учителів. Забезпечення високої культури обчислень – одна з важливих проблем навчання математики, яку поки що не можуть вирішити повністю педагоги-математики. [48, с.79]. Формування цієї культури – нелегкий тривалий процес, ефективність якого залежить від індивідуальних особливостей учнів. Для цього необхідно організовувати такі обчислювальні діяльності школярів, які сприятимуть формуванню як міцних обчислювальних умінь та навичок для засвоєння матеріалу, що вивчається, так і всебічного розвитку особистості дитини, що дозволяють виховувати у них цінні трудові якості. Вони відіграють велику роль у розвитку мислення школярів, їх кмітливості, математичної пильності, спостережливості. Все це робить нові знання особистісно значущими, розвиває навчально-пізнавальні мотиви учнів, виробляє у них творчий підхід до життя, привчає їх вдумливо ставитися до будь-якої діяльності, без чого немислимо оволодіти основами наук, а також майже будь-яким видом практичної та професійної діяльності. Багато учнів погано володіють обчислювальними навичками, внаслідок чого припускаються помилок у обчисленнях. Перерахуємо причини низької розвиненості обчислювальної культури учнів:

1) низький рівень розумової діяльності, уваги та пам’яті учнів;

2) відсутність належної підготовки, виховання та контролю над дітьми з боку сім’ї та школи;

3) недостатня підготовка учнів з математики за курс початкової та середньої школи;

4) відсутність системи контролю за оволодіння даними навичками.

Проблема розвитку обчислювальної культури учнів під час вивчення теми «Показникова і логарифмічна функції» полягає в тому, що учні недостатньо засвоїли та закріпили матеріал з тем минулих років, а саме: «Степінь з натуральним показником. Властивості степеня», «Функції»: задання функції, область визначення та значень функції, її властивості. Через це у них виникають труднощі вже в 11 класі. В другому розділі буде запропонована система вправ для розвитку та підвищення рівня обчислювальної культури під час вивчення теми «Показникова і логарифмічна функції».

Контроль – важлива частина навчання. Для системи педагогічної освіти у багатьох підручниках в якості основної функції педагогічного контролю виділяються навчальна, діагностична, виховна, контролююча і мотивуюча. Пізніше у педагогічній науці з’явилося уявлення про контроль як складову управління якістю освіти, додалися інформаційна, порівняльна та прогностична функції [51].

Серед функцій педагогічного контролю виділяють виховну. Ця функція характеризується становленням якостей особистості учня, як інтерес до знань, умінням систематично працювати, навичками самоконтролю та самооцінки. Крім того, ця функція покликана грати провідну роль формуванні мотиваційної основи навчальної діяльності учнів. До зростання мотивації навчальної діяльності сприяють тести та бальні критерії оцінювання, що спонукають до високих досягнень, з’являється впевненість у об’єктивності педагога та «прозорості» процесу виставлення оцінок [51].

Обчислювальні вміння та навички вважаються сформованими, якщо учні вміють швидко і правильно виконувати математичні дії з різними числами та здійснювати тотожні перетворення числових виразів та наближені обчислення.

«Методи контролю – це методи визначення результативності навчально-пізнавальної діяльності учнів та їх педагогічної роботи» [60, с.18].

Види контролю:

1) усний (усне опитування);

2) письмовий;

3) практичний (для виявлення сформованості умінь та навичок практичної роботи або рухових навичок, досвід, практична робота, лабораторна робота, експериментальне завдання);

4) електронний (машинний) тест;

5) самоконтроль;

6) комбінований (ущільнений – поєднання різних методів контролю) [42].

Усне (усне опитування) характеризується тим, що учням пропонується відповісти на питання. Зазвичай він застосовується з метою повторення та закріплення навчального матеріалу за короткий проміжок часу. Існують індивідуальне та фронтальне опитування. Фронтальне опитування має такі переваги, як активізація роботи всього класу, можливість запитати великої кількості учнів, економія часу, можливість брати участь у доповненні, виправленні після відповіді іншого учня. Але існують і недоліки – можливість випадкових вірних відповідей учнів.

Наприклад, для усного опитування під час вивчення теми «Степінь з довільним дійсним показником. Показникова функція» можна використовувати таку систему питань:

1. Сформулюйте властивості степеня з дійсним показником.
2. Яких значень набуває вираз x^{α}, де $\alpha > 0,$ при $x > 1$? При $0 < x < 1$?
3. Яку функцію називають показниковою?
4. Яка область визначення показникової функції?

5. Яка область значень показникової функції?

6. Скільки нулів має показникова функція?

7. При яких значеннях $\boldsymbol{a}$ показникова функція $y = a^x$ є зростаючою? спадною?

8. Чи має показникова функція точки екстремуму?

9. Який вигляд має графік функції $y = a^x$ при $a > 1$? При $0 < a < 1$?

Письмовий контроль здійснюється для перевірки засвоєння теми учнями. Цей вид контролю можна проводити як на одному ізз етапі уроку (актуалізація вивчених знань), так і протягом всього уроку (самостійна робота учнів). Перевага полягає в наочності вирішення завдань учнями, у можливості ними побачити свої помилки, виправити їх, поставити питання вчителю. Крім того, учні мають можливість провести розрахунки на чернетках, таким чином перевірити ще раз свої розв'язання, проконтролювати свої дії. Мінусом є запис, оформлення розв’язання в зошитах, в якому часто допускаються помилки.

Письмові роботи за змістом та формою залежно від предмета мають такі засоби:

1) математичні диктанти (вчитель ставить запитання, а учні записують під номерами короткі відповіді них);

2) математичні твори (тобто скласти якесь завдання);

3) відповіді на запитання (можна використовувати питання підручників, на які учні дають письмову розгорнуту відповідь);

4) розв'язання завдань та прикладів (можна використовувати ті завдання, які дано у підручнику, або роздати індивідуальні картки-завдання, самостійні роботи з певної теми);

5) математичний тест (виконуються на бланках, заздалегідь підготовлених учителем, або окремо на листочках, де учні записують свої відповіді);

6) самостійні та контрольні роботи (учні самостійно виконують завдання, на які потрібно дати розгорнуту відповідь або завдання, що потребують повного розписування пояснень).

Одним із прикладів використання письмового виду контролю, а саме розв'язання завдань та прикладів на індивідуальних картках-завданнях, продемонстровано в додатку В на прикладі вивчення теми «Логарифм і його властивості».

Електронний (машинний) вид контролю полягає в тому, що старшокласники проходять тест, дають відповіді на запитання в електронному варіанті і їм автоматично висвітлюється правильні та неправильні відповіді, кількість набраних балів. Яскравим прикладом використання електронного виду контролю наразі є сайт Всеосвіта.

При виконанні самостійних та контрольних робіт рекомендується складати або використовувати кілька варіантів з однаковою кількістю завдань і припускати можливість вибору свого рівня складності учнями.

Після перевірки та оцінки контрольних письмових робіт проводиться аналіз результатів їх виконання, які виявляють помилки та причини їх виникнення. Велика кількість однотипних помилок свідчить про недостатнє засвоєння того чи іншого розділу (теми), внаслідок якого слід провести розбір погано засвоєного матеріалу. Можливе використання домашніх контрольних робіт.

Вимоги до сучасної освіти школярів орієнтовані формування у учнів міцного оволодіння основами знань, умінь і навиків, що означає їх застосування у навчальній діяльності та реальному житті.

У науковій літературі дедалі більше уваги приділяється, поруч із питаннями оптимізації процесу навчання, дослідженню питань контролю результатів цього процесу.

1.4 Порівняльний аналіз підручників з алгебри та початків аналізу профільного рівня з теми «Показникова та логарифмічна функції»

Сучасну школу неможливо уявити без вивчення математики. Наразі цей навчальний предмет займає особливе місце та спрямований як на опанування математичними знаннями, вміннями і навичками, так і на всебічний розвиток учня як повноцінної, успішної, адаптованої до сучасного соціуму особистості. Як і будь-яка інша організація навчального процесу, так і ефективна організація процесу вивчення математики неможливе без наявності відповідних засобів навчання. Одним із найважливіших засобів є підручник [48].

В Україні над створення підручників з алгебри та початків аналізу для 11 класів займалися багато науковців. Розрізняють підручники двох рівнів: профільний та рівень стандарту. Проаналізуємо підручники з алгебри та початків аналізу для 11 класу профільного рівня, що рекомендовані Міністерством освіти і науки України, за темою «Показникова та логарифмічна функція» таких авторів: Є. Нелін, О. Долгова (2019) [39]; А. Мерзляк, Д. Номіровський, В. Полонський, М. Якір (2019) [36]; О. Істер, О. Єргіна (2019) [19].

Згідно з програмою [34] розділ «Показникова та логарифмічна функція» складається з таких тем:

1. Степінь із дійсним показником.
2. Показникова функція.
3. Логарифми та їх властивості.
4. Логарифмічна функція.
5. Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами.
6. Похідні показникової і логарифмічної функцій.
7. Застосування показникової та логарифмічної функцій у прикладних задачах.

У підручнику автора А. Мерзляк та його команди теми подаються в наступному вигляді:

1. Степінь із довільним дійсним показником. Показникова функція.
2. Показникові рівняння.
3. Показникові нерівності.
4. Логарифми та їх властивості.
5. Логарифмічна функція та її властивості.
6. Логарифмічні рівняння.
7. Логарифмічні нерівності.
8. Похідні показникової та логарифмічної функцій.

Щодо підручника авторів О. Істера та О. Єргіної, виклад тем відбувається так:

1. Степінь з довільним дійсним показником. Показникова функція, її властивості та графік.
2. Показникові рівняння.
3. Показникові нерівності.
4. Поняття логарифма. властивості логарифмів.
5. Логарифмічна функція, її властивості та графік.
6. Логарифмічні рівняння.
7. Логарифмічні нерівності.
8. Системи показникових і логарифмічних рівнянь і нерівностей.
9. Показникові і логарифмічні рівняння з параметром. Системи показникових і логарифмічних рівнянь з параметром.
10. Похідні показникової, логарифмічної та степеневої функцій.

Є. Нелін, О. Долгова навчальний матеріал теми поділяють на 8 пунктів за таким змістом:

1. Узагальнення поняття степеня. Степінь із дійсним показником.
2. Показникова функція, її властивості та графік.
3. Розв’язування показникових рівнянь та нерівностей.
4. Логарифм числа. Властивості логарифмів.

5. Логарифмічна функція, її властивості та графік.

6. Розв’язування логарифмічних рівнянь та нерівностей.

7. Похідні показникової та логарифмічної функцій.

8. Показникові та логарифмічні рівняння та нерівності.

Зі змісту підручників видно, що кожен колектив авторів дотримувались рекомендацій програми, затвердженої Міністерством освіти і науки України. Посилаючись на вище написане, можна звернути увагу на те, що Є. Нелін з О. Долговою трохи змінили послідовність викладу матеріалу в порівнянні з іншими колективами авторів. В свою чергу О. Істер з О. Єргіною виокремили в окремі пункти такі теми, як «Системи показникових і логарифмічних рівнянь і нерівностей» та «Показникові і логарифмічні рівняння з параметром. Системи показникових і логарифмічних рівнянь з параметром».

Розглянемо підручники на наповнюваність та характер викладу нового матеріалу, наявністю достатньої системи задач для закріплення вивченого, а також на актуалізацію набутих знань та підведення до вивчення нової теми.

Логіка викладення першої теми «Степінь з довільним дійсним показником» в авторів О. Істера та Є. Неліна співпадає: кожен з колективів намагається на прикладі оцінювання чисел з ірраціональним показником, показати сутність поняття довільного дійсного степеня та способів обчислення за умови, що степінь – ірраціональне число. В своєму підручнику Є. Нелін нагадує старшокласникам властивості степенів, вивчені ще в сьомому класі, а також, пояснює за допомогою властивостей границі послідовностей властивості степенів із довільними дійсними показниками та прописує їх для кращого запам’ятовування. А. Мерзляк зі своєю командою проводить аналогію між степенем з дійсним показником та степенем з раціональним показником, виокремлює та прописує властивості, а також пропонує переглянути доведення однієї з властивостей. А ось щодо колективу О. Істера, то автори в своєму підручнику під час опису теорії не згадали про властивості степенів з дійсним показником, а лише в кінці параграфу, після вивчення теми «Показникова функція», вони звертають увагу на них. Ми вважаємо, що це не досить раціонально та правильно виконано.

На відпрацювання набутих знань кожен колектив авторів підійшов досить творчо. Найбільше мене зацікавив підручник науковців А. Мерзляка, Д. Номіровського, В. Полонського та М. Якіра, оскільки тут зібрано достатня кількість завдань, які найкраще за все відображають поняття вивченої теми та найліпше підходять на закріплення теорії. Автори підібрали досить цікаві завдання різних рівнів складності на відпрацювання властивостей степенів та вміння їх застосовувати в різних ситуаціях: це і доведення тотожностей, і скорочення дробів, і застосування формул скороченого множення. Крім того, науковці попіклувалися про домашнє завдання і теж подають низку вправ для самостійної роботи вдома. Найменша кількість завдань є в підручнику колективу Є. Неліна та О. Долгової. Науковці підготували лише два номери на розуміння степеня з дійсним показником, один номер на відпрацювання властивостей, а один – на застосування їх, один номер на розв’язання рівнянь та один номер на побудову ескіза графіка. Для самостійної роботи вдома відсутні будь-які завдання. Щодо вправ в підручнику О. Істера та О. Єргіної, то наповнюваність теж досить різноманітна. Присутні різні типи вправ, і вони схожі з вправами в А. Мерзляка. Також в параграфі є вправи, які учням рекомендується виконувати самостійно вдома.

Після вивчення та закріплення теми «Степінь з довільним дійсним показником», старшокласники переходять до наступної: «Показникова функція». Як видно вище, лише в підручнику авторів Є. Неліна подання матеріалу винесено в окремий параграф, коли в інших книжках це – продовження першого параграфу. Для підведення старшокласників до вивчення нової теми в підручниках відсутні будь-які завдання. Означення показникової функції подається повсюди однаково. В кожній книжці наявні властивості функції, її графіки та присутня достатня кількість прикладів з цієї теми. Крім того, А. Мерзляк зі своєю командою розповідає старшокласникам про можливості застосування показникової функції в різних сферах життя: в біології, в фізиці і в повсякденному житті на прикладі зберігання грошей під певний відсоток в банку. О. Істер виніс окремим пунктом застосування функції до розв’язування прикладних задач, де розглядає приклад розв’язання двух задач. Методика подання матеріалу Є. Неліна трохи відрізняється від інших науковців: автор спочатку розповідає всю теорію, згрупував її, щоб було наглядно, на самому початку, а вже після цього в рубриці «Пояснення й обґрунтування» розповідає про поняття функції, її графік та властивості. В підручнику даного автора теж є застосування функції, але лише в теорії, без прикладів розв’язання.

На відпрацювання набутих знань в кожної групи авторів зібрана достатня кількість завдань. Це завдання і на розуміння спадної та зростаючої функції, побудову графіка, схематичного зображення, знаходження області значень, порівняння значень виразів і показників степеня, розташування в порядку зростання та спадання. О. Істер пропонує на самому початку закріпити розуміння поняття «показникова функція» і надає одне завдання для усного виконання, де потрібно вказати які функції із запропонованих є показниковими. Крім того, в підручнику запропоновані задачі прикладного змісту, подібні до тих, які були розглянуті в параграфі. Автори надають змогу відпрацювати розуміння належності точки графіку, знаходження найбільшого й найменшого значення функції, а також дослідження на парність. Є. Нелін пропонує з О. Долговою 12 завдань, серед яких одне – визначити усно які з заданих функцій зростають та спадають, ще одне, із зірочкою, на розв’язання задачі прикладного змісту, а останні 10 – на відпрацювання матеріалу. Кожен номер – новий тип завдання. На жаль, в цьому параграфі теж не передбачені завдання для роботи вдома.

Крім того, О. Істер з О. Єргіною розробили завдання на перевірку та закріплення набутих компетентностей в 5 – 10 класах в форматі ЗНО: 6 тестів, 1 завдання на відповідність та 2 вправи на повне розв’язання.

В підручниках авторів А. Мерзляка та О. Істера після вивчення теми «Показникова функція», для кращої підготовки до нової теми «Показникові рівняння та нерівності», пропонують розв'язати 3 види завдань. О. Істер підготував 2 номери на розв'язання лінійних та квадратних рівнянь і один номер – на подання чисел у вигляді певного степеня. Щодо колективу А. Мерзляка та його науковців: 2 вправи на подання чисел у вигляді степеня та одна – спростити вираз. До того ж, в книжці присутня рубрика «Вправи для повторення», де пропонується пригадати знаходження області визначення та області значень функції, а також визначення проміжків знакосталості. Євген Нелін не дає жодних завдань для підготовки до вивчення нової теми.

Щодо наступної теми «Показникові рівняння», як видно вище, Є. Нелін з О. Долговою виокремили цю тему в один пункт разом з нерівностями: «Розв'язування показникових рівнянь та нерівностей» на відміну від інших науковців. Розглянемо більш детально кожний з них.

Методика викладання в О. Істера та А. Мерзляка на початку співпадає: кожен із них дає визначення показникових рівнянь та описує найпростіші показникові рівняння. Далі А. Мерзляк зі своєю командою на восьми прикладах показують способи розв'язання показникових рівнянь, звертаючи увагу і на рівняння з параметрами. В свою чергу О. Істер розділяє параграф на пункти, кожен з яких містить пояснення та приклади розв'язання:

- зведення показникових рівнянь до найпростішого винесення спільного множника за дужки;
- рівняння вигляду $a^{f(x)} = b^{f(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$;
- введення нової змінної у показникових рівняннях;
- однорідні показникові рівняння;
- розв'язування рівнянь за допомогою властивостей показникової функції.

Щодо групи авторів на чолі з Є. Неліном, то параграф «Розв'язування показникових рівнянь та нерівностей» поділили на три пункти:

1. Найпростіші показникові рівняння;
2. Розв'язування більш складних показникових рівнянь;

3. Розв’язування показникових нерівностей.

В першому пункті на початку вони нагадують старшокласникам основні властивості степенів, потім представляють графіки показникової функції, після чого подають схему рівносильних перетворень найпростіших показникових рівнянь, зведення деяких показникових рівнянь до найпростіших. Далі, в рубриці «Пояснення та обґрунтування демонструють поняття показникової функції та обґрунтування способів розв’язання. Також наявні 4 приклади розв’язання. В другому пункті подається схема пошуку плану розв’язання показникових рівнянь та 4 приклади на відпрацювання набутих знань. Крім того, автори демонструють спосіб розв’язання системи показникових рівнянь.

Щодо наповнюваності матеріалом для закріплення набутих знань, то можна сказати, що кожен колектив підійшов до цього питання досить відповідально. Єдине, що хочеться зауважити є те, що в підручниках колективу А. Мерзляка наявні як і завдання для роботи в класі, так і завдання для відпрацювання навичок вдома, це по-перше, а по-друге, присутні вправи для розв’язання задач з параметрами. В свою чергу О. Істер теж підготував вправи для домашньої та класної роботи, а також підібрав завдання, де в степені знаходяться тригонометричні вирази. На жаль, Є. Нелін пропонує лише 13 номерів для роботи над новою темою і лише в одному варіанті, без роботи вдома.

Після вивчення цієї теми, перед переходом до нової, в підручниках А. Мерзляка та О. Істера є вправи для повторення, що допомагають підготуватися до вивчення нового матеріалу. О. Істер, як і А. Мерзляк, пропонує розв’язати нерівності, лише А. Мерзляк зі своєю командою трохи ускладнили завдання, бо перед розв’язанням треба ще пригадати знаходження похідної.

Методика викладання теми «Показникові нерівності» перегукується з методикою викладання попередньої теми «Показникові рівняння». Параграф розпочинається з означення показникових нерівностей, а далі кожен автор підійшов до викладення матеріалу по-різному. Так, наприклад, А. Мерзляк після означення пропонує дітям дві теореми, які застосовують в багатьох випадках під час розв’язання нерівностей, після чого демонструє 5 прикладів розв’язування. О. Істер з О. Єргіною після означення розділяє параграф на три пункти:

1. Найпростіші показникові нерівності, в якому дає означення даного визначення та розповідає про метод їх розв’язання. До того ж, демонструє його в таблиці для кращого сприйняття учнями.
2. Розв’язування інших видів показникових нерівностей.
3. Застосування методу інтервалів.

Методика викладу матеріалу авторів Є. Нелін та О. Долгової залишилася без змін: для пригадування на початку подається графік показникової функції, а далі схема рівносильних перетворень найпростіших нерівностей та розв'язування більш складних показникових нерівностей, після чого розпочинається рубрика «Пояснення й обґрунтування» та приклади розв’язання завдань. Звернула увагу на те, що наповнюваність завданнями залишається така сама: їх мінімум та лише для роботи в класі.

Перед переходом до вивчення теми «Поняття логарифму та його властивості», Олександр Істер розробив домашню самостійну роботу та завдання для перевірки знань до пройдених параграфів, що допомагає перевірити рівень отриманих знань та закріпити і відпрацювати набуті навички.

Наступною темою є «Поняття логарифму та його властивості». В кожному із підручників вона виокремлена в окремий параграф. Розпочинається тема зі сформульованого означення логарифму числа і в авторів Є. Нелін та А. Мерзляк воно співпадає і описує всі вимоги щодо числа та основи логарифму. Після чого кожен науковець підійшов по-своєму до викладу мат ріала. Так, Є. Нелін на самому початку дає ще означення десяткового логарифму та натурального логарифму, демонструє основну логарифмічну тотожність та властивості логарифмів, формули логарифмування та формули переходу до логарифмів з іншою основою. А. Мерзляк зі своєю командою наводять приклади логарифмів, їх розв'язання, вводять основну логарифмічну тотожність, а також роблять висновки про наслідки з означення логарифма, вводять поняття логарифмування числа та десяткового логарифму, після чого демонструють властивості логарифмів та приклади розв'язування різних типів задач. О. Істер матеріал розподілив на пункти та ще зосередив увагу старшокласників на використання логарифмів в житті на прикладі опису реальних процесів у фізиці, хімії та астрономії, а також розповідає про експоненту в реальних процесах. В кожному підручнику наявна достатня кількість завдань для відпрацювання набутих знань.

Наступною темою виступає «Логарифмічна функція, її властивості та графік». На самому початку дається означення логарифмічної функції, після чого розглядаються властивості логарифмічної функції. Порівнюючи підручники трьох авторів, звернула увагу на те, що в підручнику А. Мерзляка відсутня інформація про парність функції; в Є. Неліна – про нулі функції та асимптоти. До того ж, А. Мерзляк розповідає про неперервність та диференційованість. О. Істер з О. Єргіною виклади матеріал про логарифмічну функцію як математичну модель реальних процесів. Завдань, запропонованих в розділах, достатньо для закріплення знань, умінь та навичок. Є. Нелін пропонує учням виявити свою компетентність і дає завдання підготувати повідомлення про приклади спіральних структур в біології, фізиці та техніці, а А. Мерзляк налаштовую на перехід до нової теми і надав вправи для повторення.

Виклад матеріалу тем «Логарифмічні рівняння та логарифмічні нерівності» подібний минулим темам. В кожного автора досить великий багаж завдань для відпрацювання отриманих знань, умінь та навичок. Хочеться звернути увагу на те, що лише в підручнику О. Істера та О. Єргіної представлено розв'язання систем показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей та показникові і логарифмічні рівняння та нерівності з параметром; системи логарифмічних та показникових рівнянь з параметром. Вони цей матеріал викоремили в окремі два параграфи, в яких представлені методи та приклади розв'язання, а також підібрана низка завдань на відпрацювання.

Останньою темою в цьому розділі є тема «Похідні показникової та логарифмічної функції». У кожного автора представлені 5 основних видів знаходження похідної, її доведення та приклади розв'язання. Наявна достатня кількість на відпрацювання знань.

Після завершення вивчення розділу «Показникова та логарифмічна функції» у кожного автора наявні тести для перевірки набутих знань, умінь та навичок, а також для підготовки до оцінювання. О. Істер розробив додатково тестування на повторення до кожного вивченого параграфу.

На нашу думку, найбільш раціональніше та практичніше використовувати під час вивчення теми «Показникова та логарифмічна функція» підручники колективів О. Істера та А. Мерзляка: матеріал представлено як текстом, так і в таблицях, схемах, що допомагає учням легко сприймати вивчений матеріал, достатня кількість розглянутих прикладів для розв'язування завдань та підібрана низка вправ на відпрацювання знань. Присутні прикладні та практичні приклади і задачі, які кожен старшокласник сам може розв'язати та провести аналогію з реальним життям. Також в цих підручниках можна знайти розповіді з історії математики, зокрема про діяльність видатних українських математиків. Але для розвитку обчислювальної культури з теми «Показникова та логарифмічна функції» краще використовувати підручник саме О. Істера, оскільки в ньому підібрано набагато більше завдань для закріплення отриманих знань, умінь та навичок, а також на практичне застосування вивчених властивостей.

Висновки до розділу 1

У першому розділі розглянуто історичні відомості становлення та розвитку показникової і логарифмічної функції в математиці. Можна зробити висновок, що історія показникової і логарифмічної функції багатогранна та безмежна. Математичні поняття, які зараз для нас є звичними, в минулому означали зовсім не те, чим являються сьогодні. В історії математики є багато прикладів розвитку математичної концепції, що виходить далеко за межі цілей та можливостей, які передбачали її початкові винахідники.

Тема «Показникова та логарифмічна функція» є однією із найважливіших тем в курсі алгебри та початків аналізу. Проаналізувавши навчальні програми, державні стандарти та підручники з теми дослідження, визначили цілі навчання, а також основні вимоги до знань і вмінь учнів з теми «Показникова та логарифмічна функції». У процесі вивчення цього розділу учні систематизують, узагальнюють і поглиблюють знання про степені і корені та їх властивості, засвоюють поняття показникової і логарифмічної функцій, їх властивості та графіки, навички та вміння виконувати тотожні перетворення показникових та логарифмічних виразів, розв’язувати показникові і логарифмічні рівняння й нерівності та їх системи [44].

Проаналізували психолого-педагогогічну літературу та описали поняття «обчислювальна культура», розглянули проблему формування обчислювальної культури та роль контролю якості математичної підготовки учнів у вихованні обчислювальної культури. Можна зробити висновок, що обчислювальна культура – це навчальна обчислювальна діяльність, орієнтована на розвиток особистості учнів, що характеризується вмінням правильно рахувати, безпомилково володіти обчислювальними вміннями та навичками. Крім того, обчислювальну культуру учнів характеризує обґрунтований вибір раціонального виконання дій та операцій, що призводять до швидких та правильних результатів. Нарешті, обчислювальна культура є характеристика розвитку особистості учня, що є фундаментом вивчення навчальних дисциплін і знаходить повсюдне практичне застосування.

Обчислювальна культура є необхідним елементом загальноосвітньої підготовки учнів, передусім в силу своєї практичної значущості. Обчислювальна культура є основою вивчення математики та інших навчальних дисциплін. Обчислення активізують пам’ять учнів, їхню увагу, прагнення раціональної організації діяльності та інші якості, надають значний вплив в розвитку учнів.

Проаналізовано чинні підручники з алгебри і початків аналізу профільного рівня для учнів 11 класу, що рекомендовані Міністерством освіти і науки України, за темою «Показникова та логарифмічна функція» таких авторів: Є. Нелін, О. Долгова (2019) [39]; А. Мерзляк, Д. Номіровський, В. Полонський, М. Якір (2019) [36]; О. Істер, О. Єргіна (2019) [19]. На нашу думку, підручники колективів О. Істера та А. Мерзляка є найбільш практичними та кращими до використання. Матеріал в цих підручниках представлено не тільки текстом, а ще за допомогою схем та таблиць, що значно полегшують сприйняття учнями матеріалу та активізують пізнавальний інтерес. Крім цього, наявна достатня кількість розглянутих прикладів, достатня кількість вправ на закріплення вивченого матеріалу як для роботи на уроці, так і для самостійного відпрацювання вдома. Колективи даних авторів підібрали прикладні та практичні приклади і задачі, що дає змогу продемонструвати можливість використання отриманих знань в житті та важливість її вивчення. Щодо обчислювальної культури, то кожен з цих авторів сприяв її розвитку, але ми вважаємо, що в підручнику О. Істера більше підібрано вправ та задач на її розвиток.

РОЗДІЛ 2.
МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ КУЛЬТУРИ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ»

2.1 Методика формування мотивації при вивченні теми «Показникова та логарифмічна функції»

Зараз триває реформа системи шкільної освіти з метою підвищення рівня освіти. Ці зрушення потребують інноваційних підходів, спрямованих на підвищення ефективності навчання учнів, які ґрунтуються на принципах інтегративного та компетентнісного підходів. Вирішальне значення має інтегративний підхід у навчанні, який за своєю природою поєднує зміст, форму, технології та інші засоби. З розвитком науки зростає складність матеріалу, що вивчається в школах, і обсяг інформації.

Математика посідає одне з провідних місць у системі загальної середньої освіти, що зумовлено її можливостями у розвитку та формуванні людського розуму, внеском у створення уявлень про науковий метод пізнання дійсності. Прикладна спрямованість математичних інструментів є основною базою формування математичних умінь. Це комплексна особистісна якість, що базується на сукупності основних математичних знань, умінь і навичок, які свідчать про здатність випускника до професійної діяльності.

При вивченні шкільної програми з математики інтеграційним завданням може бути об'єднання знань з кількох наукових дисциплін навколо основної проблеми або предметної теми на внутрішньопредметному рівні. Зміст математичної освіти в закладах середньої освіти структуровано за такими змістовими лініями: числа і дії над ними; вирази і їх перетворення; рівняння та нерівності; функції; геометричні фігури і їх властивості; геометричні величини, їх вимірювання і обчислення; геометричні побудови; геометричні побудови; координати і вектори на площині і у просторі;

комбінаторика, елементи теорії ймовірностей та статистики. Важливе місце в традиційній програмі шкільної математики займають – рівняння та нерівності. Програма передбачає сформувати в учнів поняття рівняння, нерівності, системи рівнянь, нерівностей та способи їх розв’язування. Вивчення цієї теми починається в молодших класах, розв’язуючи простіші рівняння та нерівності, засновані на характері арифметичних дій, і закінчується в старших класах, розв’язуючи трансцендентні рівняння [9].

На сучасному етапі суспільного розвитку, в умовах посилення глобалізації в усіх сферах соціальної дійсності, постає нагальна потреба у розвитку, становленні та формуванні особистості з чітким баченням світу. Як зазначає Б. Кедров, ще на початку 20 століття «...прямо протилежними і, здавалося б, взаємовиключними шляхами виникли дві течії розвитку природничих наук: одна – дроблення і розгалуження наук, їх диференціація, а інша, навпаки, – прагнення об’єднати розрізнені науки в загальну систему наукових знань, тобто їх інтеграція» [4].

Слово «інтеграція» від латинського «інтеграція», що в перекладі означає відновлювати, перебудовувати, заповнювати. Перше наукове означення ми знаходимо в словнику Н. Кондакова. Тут інтеграція – це об’єднання будь-якого елемента в ціле, відновлення будь-якої єдності». про «інтеграцію» як загальну науку [6, с. 203] Г. Федорець у своїй праці стверджує, що «під інтеграцією взагалі розуміють об’єднання в ціле, єдність будь-якого елемента, відновлення будь-якої єдності» [16, с. 24].

У теорії систем інтеграція називається, з одного боку, станом взаємозв’язків між різними елементами системи, а з іншого – процесом, що веде до цього стану. Спочатку ідеї освітньої інтеграції були описані у класиків педагогіки Я. Коменського, І. Песталоцці, К. Ушинського [50] та ін., у вигляді зв’язності до систематизації та внутрішньопредметних й міжпредметних зв’язків навчання та використання цих цілей. У предметній літературі рекомендується розрізняти декілька рівнів інтеграції: 1) у межах дисципліни; 2) між дисциплінами; 3) між темами.

Отже, відповідно до першого рівня інтеграції знання систематизуються в межах певної дисципліни. Вона спрямований на об’єднання матеріалу у великі блоки, що в кінцевому підсумку призводить до зміни структури змісту дисципліни. У цьому випадку інтегрований контент є більш інформативним і спрямований на розвиток здатності мислити інформативними категоріями.

Зміст поступово збагачується новою інформацією, зв’язками і залежностями. Другий рівень інтеграції передбачає синтез фактів, понять і принципів двох і більше дисциплін, проявляється у використанні законів, теорій і методів однієї навчальної дисципліни у вивченні іншої навчальної дисципліни. Проведена на цьому рівні систематизація змісту призводить до пізнавального результату формування цілісної картини світу у свідомості школярів, що в свою чергу призводить до появи якісно нового типу знань, які використовують загальнонаукові поняття, категорії та методи.

Вираз міжпредметна інтеграція суттєво доповнює внутрішньопредметну інтеграцію Відповідно до третього рівня забезпечується уніфікація змісту освітньої галузі та змісту позакласного навчання, сформованого на міжпредметному рівні, оскільки цей математичний інструмент покликаний використовується практично в усіх науках. Особливо важливо реалізувати такі зв’язки в курсі математики. Використання внутрішньопредметної інтеграції дозволяє систематизувати знання учнів, створюючи логічні зв’язки між різними поняттями, темами та розділами математики. У більшості випадків через відсутність часу, кожна тема з математики вивчається окремо, і учні не встановлюють зв’язки між її окремими поняттями, вони нічого не знають про математику як єдину науку.

Можна зробити висновок, що єдність тем навчальної програми з математики сприяє оволодінню системою знань, умінь і навичок, необхідних для повсякденного життя. Отримані математичні здібності стануть в нагоді для вивчення шкільних предметів та подальшого навчання в інших навчальних закладах.

Одним із головних принципів сучасного шкільного навчання є зв’язок навчання з життям, вміння застосовувати набуті знання в практичній діяльності. Його ідея полягає в тому, що процес усвідомлення дійсності невіддільний від практики. Прикладна спрямованість шкільної програми з математики спрямована на більш усвідомлене засвоєння математичної теорії, що сприяє підвищенню якості математичної освіти учнів. Однією з умов є демонстрація застосування та використання математики в різних сферах життя людини для формування міждисциплінарних здібностей.

Реалізувати навчальну практику, інтеграція теоретичних інструментів різних наук веде учнів до розуміння освітньої цілісності. Реалізація міжпредметних зв’язків підвищує науковість освіти та її доступність. Використання прикладних завдань у навчальному процесі надає можливості для систематичного набуття теоретичних знань, практичних умінь і навичок, досягнення мотиваційних цілей та підвищення творчої активності учнів.

Вирішення задачі наповнення прикладної програми також базується на використанні математичного моделювання, що дозволяє вивчати реальні процеси шляхом заміни їх більш зручними для дослідження системами (моделями), зберігаючи вихідні суттєві характеристики. Математичні моделі описують процес або явище дослідження, тобто проблема формулюється математичною мовою.

Процес математичного моделювання складається з трьох етапів:

1) Формалізація (переклад запропонованої задачі на мову математичних термінів, тобто побудова математичної моделі).

2) Дослідження побудови моделі (здійснюється шляхом розв’язання загальної математичної задачі).

3) Пояснення отриманого розв’язання, до практичного застосування теоретичного матеріалу учні можуть бути ознайомлені безпосередньо на занятті або факультативі.

Водночас вчителям необхідно обирати прикладні питання відповідно до володіння відповідними математичними інструментами учнів. Деякі завдання вимагають теоретичного матеріалу з інших наук (формули, властивості явищ, перебіг різних процесів тощо), тому вчителі повинні бути готові до пояснень у сумнівних ситуаціях.

Розглянемо прикладне застосування теоретичного матеріалу з теми «Показникові та логарифмічні функції». Вивчаючи різні природні процеси, іноді доводиться стикатися із залежностями між змінними. Наприклад:

1) Показникова функція описує значну кількість процесів, що відбуваються в природі. Наприклад, зростання кількості бактерій за сприятливих для них умов існування можна описати за законом $N = 5^t$, де $t -$ час дослідження, $N -$ кількість бактерій у колонії.

2) Зростання кількості деревини можна розрахувати за законом $A = A_0 \cdot a^{kt}$ ($A_0 -$ початкова кількість деревини, $A -$ кількість деревини через час t, k $і$ $a -$ сталі).

3) Зменшення маси речовини під час радіоактивного розпаду відбувається за законом $M = M_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$($M_0$ – початкова маса речовини, M – маса в момент часу t, T – період напіврозпаду речовини (час розпаду половини атомів заданої речовини)).

4) Зменшення тиску повітря з висотою відбувається за законом $p = p_0 \cdot a^{-kh}$(p_0 – тиск на рівні моря, p – тиск на висоті h, a $і$ k – сталі).

5) Логарифми широко застосовуються для моделювання різноманітних процесів навколишнього життя. Наприклад, за відомим психофізіологічним законом Вебера-Фехнера сила p відчуття людиною певного подразника пропорційна логарифму інтенсивності S цього подразника. Гучність (рівень звукового тиску) звучання музичних інструментів, побутових приладів тощо обчислюють за формулою $p = 10$ $lg\ lg\ \frac{S}{S_0}$, де S – значення інтенсивності звуку, а S_0 – нижнє граничне значення інтенсивності звуку (якщо $S < S_0$, то ми звук зовсім не чуємо). Величину p вимірюють у децибелах (дБ) [30].

Іноді в прикладних задачах роль математичних моделей виконують не функції, а рівняння та нерівності. У більшості випадків їх застосовують не для перевірки вміння розв'язувати складні показникові та логарифмічні рівняння (нерівності), а для інтерпретації даних математичною мовою і навпаки.

Продемонструємо фрагмент уроку з теми «Використання показникової функції під час вивчення явищ навколишнього середовища», метою якого є показати старшокласникам прикладне застосування вивченої функції та її властивостей при вивченні явищ навколишнього середовища. Типом цього уроку є формування нових знань, умінь та навичок.

ІІІ. Мотивація навчальної діяльності .

На попередньому уроці ми розглядали показникову функцію, як абстрактний об'єкт. У Вас могло виникнути питання, де ж вона використовується? Які процеси і природні явища описує показникова функція? У природі і техніці часто зустрічаються процеси, які мають спільну назву процесів органічної зміни величин. Ця назва пов'язана із тим, що такі процеси часто зустрічаються в біології. Значна властивість цих процесів полягає в тому, що за однакові проміжки часу значення величини змінюється в одному і тому ж самому відношенні. Наведемо приклади, в яких величини змінюються по вказаному вище закону. [41]

IV. Вивчення нового матеріалу

Приклад 1. ***Задача про приріст деревини***

Приклад 2. ***Задача про радіоактивний розпад***

Приклад 3. ***Задача про зміну атмосферного тиску***

Приклад 4. ***Задача про розмноження бактерій***

Приклад 5. ***Показникова функція в медицині***

Дуже важливим є зв'язок медицини з математикою. Саме у математики медицина запозичила одну з головних своїх рис – точність. Розглянемо деякі приклади показникового зростання і спадання в медицині.

Коли людина лякається, в кров виділяється адреналін, який потім руйнується, причому швидкість руйнування пропорційна кількості цієї речовини, що ще залишилася в крові.

При діагностиці хвороб нирок часто визначають здатність нирок виводити з крові радіоактивні ізотопи, причому їх кількість спадає за показниковим законом.

Швидкість зміни кількості ліків у організмі людини пропорційна їх кількості.

Якщо $A(t)$ – кількість ліків у тілі через час t, R_0 – швидкість надходження ліків до організму (стала – відома величина), k – коефіцієнт пропорційності (стала, що характеризує швидкість виведення ліків з організму), то $A(t) = R_0 / k(1 - e^{-\kappa t})$

При відновленні концентрації гемоглобіну в крові донора або пораненого за показниковим законом спадає різниця між нормальним вмістом гемоглобіну і наявною кількістю цієї речовини. Як і при радіоактивному розпаді, лікарі розглядають період, за який розпадається або відновлюється половина речовини. Для адреналіну – частки секунди, для ізотопів – хвилини, для гемоглобіну – дні. [41]

V. Формування вмінь

Ми з вами ознайомилися з прикладним засовуванням показникової функції. Пропоную тепер розв'язати задачі самостійно. Вам будуть наведено типові задачі з даної теми.

1. Траєкторія польоту птаха описується формулою $\square = 2^{\square}$. На якій висоті знаходиться птах при $x = 3c$, $x = 5c$.

2. Було закуплено 1 кг зерна пшениці. Кожного року з 1 кг зерна пшениці отримують 30 кг пшениці. Який врожай отримають через 5 років? Задайте відповідну функцію та схематично зобразити її графік.

3. Яка частина ядер вуглецю вже розпалася, якщо відомо, що період напіврозпаду радіоактивного вуглецю 1570 років?

Таким чином ми бачимо, що створення мотивації на уроках надзвичайно важливе. Крім теорії, не потрібно забувати й про самостійне розв’язання задач учнями. Це дає змогу старшокласникам зрозуміти можливість практичного використання вивченої теми в різних галузях життєдіяльності, спробувати використати отримані навички для самостійного розв’язання задач, що в свою чергу сприяє підвищенню пізнавальної активності, розвитку обчислювальної культури.

2.2 Система вправ, спрямована на розвиток обчислювальної культури під час вивчення теми «Показникова та логарифмічна функції»

Обчислювальна культура є необхідним елементом загальноосвітньої підготовки учнів, передусім в силу своєї практичної значущості. Обчислювальна культура є основою вивчення математики та інших навчальних дисциплін. Обчислення активізують пам'ять учнів, їхню увагу, прагнення раціональної організації діяльності та інші якості, надають значний вплив в розвитку учнів.

Для розвитку обчислювальної культури, формування її підвищеного рівня, пропонуємо використовувати наступні системи вправ. Для складання цієї системи ми використовувати збірники задач А. Мерзляка [37] та О. Гайшута [8], самостійні та контрольні роботи А. Єршова [13] і М. Гаука [9], збірник завдань атестаційних робіт з математики О. Істера [21], зошит для контрольних робіт І. Клочко [29] та збірник задач для екзамену Г. Литвиненка [32].

Перша тема, яку старшокласники вивчають в розділі «Показникова та логарифмічна функції» – «Показникова функція, її графік та властивості». Під час її вивчення наша задача полягає у тому, що треба познайомити старшокласників з означенням показникової функції; вивчити її властивості, навчити будувати графік; формувати вміння застосовувати властивості показникової функції до розв’язування вправ.

№1

Із перерахованих функцій оберіть ті, які є показниковими:

а) $y = 2^x$; в) $y = (-3)^x$; д) $y = x^{0,3}$;

б) $y = 15^{x^2}$; г) $(\sqrt{5})^x$; е) $y = e^x$.

№2

Знайдіть значення функції $y = f(x)$ при заданому значенні аргументу:

а) $f(x) = 3^x, x = 2$; г) $f(x) = (\sqrt{3})^x, x = 4$;

б) $f(x) = (\frac{1}{2})^x, x = 5$; д) $f(x) = (\frac{1}{\sqrt{2}})^x, x = 2$;

в) $f(x) = (\frac{1}{5})^{-x}, x = 0$; е) $f(x) = 4^{-x}, x = 1$.

№3

Укажіть: які з даних функцій є зростаючими, а які – спадними?

а) $y = 5^x$; г) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$;

б) $y = \left(\frac{32}{40}\right)^x$; д) $y = \pi^x$;

в) $y = \left(\frac{12}{11}\right)^x$; е) $y = e^{-x}$.

№4

Знайдіть область значень функції:

а) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$; г) $y = 2 - 2^x$;

б) $y = 5^{-x}$; д) $y = 5 - \left(\frac{1}{7}\right)^x$;

в) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 4$; е) $y = (\pi - 1)^x$.

№5

Порівняйте числа:

а) $1{,}5^3$ і $1{,}5^0$; г) 3^e і $3^{2,7}$;

б) $0{,}3^2$ і 1; д) $0{,}1^{-5}$ і $0{,}1^{-2}$;

в) $3{,}5^{2,3}$ і $3{,}5^{1,6}$; е) $\left(\frac{1}{7}\right)^{\sqrt{3}}$ і $\left(\frac{1}{7}\right)^{1,7}$.

№6

Порівняйте з одиницею число:

а) $(0{,}2)^{-\frac{4}{5}}$;

б) $(3{,}2)^{0{,}1}$;

в) $(0{,}7)^{\sqrt{2}}$;

г) $\pi^{-1{,}5}$;

д) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-\frac{2}{3}}$;

е) $(\pi - e)^2$.

№7

Порівняйте із числом 1 додатне число $\boldsymbol{a}$, якщо:

а) $a^5 > a^4$;

б) $a^7 < a^3$;

в) $a^{-\frac{3}{2}} > a^{-\frac{3}{4}}$;

г) $a^{\frac{\pi}{3}} > a$;

д) $a^{-\frac{2}{7}} < a^{-0{,}5}$;

е) $a^{\sqrt{8}} > a^{\sqrt{6}}$.

№8

Порівняйте показники степенів, якщо:

а) $2^a > 2^b$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^y$;

в) $\left(\sqrt{\pi}\right)^c > \left(\sqrt{\pi}\right)^d$;

г) $(0{,}05)^t > (0{,}05)^s$;

д) $e^m < e^n$;

е) $\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2 < \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^q$.

№9

Знайдіть точки перетину графіків функцій:

а) $y = 3^x, y = 9$;

б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = 4$;

в) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, y = 3$;

г) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x, y = 64$;

д) $y = 5^x, y = \frac{1}{125}$;

е) $y = \pi^x, y = \pi^2$.

№10

Оберіть значення $\boldsymbol{x}$, при яких виконується нерівність $2^x \geq 1$:

а) $x = 0$;

б) $x = \sqrt{2}$;

в) $x = -1$;

г) $x = -0{,}02$;

д) $x = -e$;

е) $x = \frac{1}{0{,}1}$.

№11

При якому значенні $\boldsymbol{a}$ графік показникової функції $y = a^x$ проходить через точку з координатами:

а) $(3; 8)$;

б) $(0; 1)$;

в) $(2; 9)$;

г) $(\frac{1}{2}; 7)$;

д) $(-1; 5)$;

е) $(3; 125)$.

№12

Знайдіть найбільше значення функції $y = f(x)$ на проміжку $[a; b]$

а) $y = 2^x, [1;\ 2]$;

б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, [-2;\ 1]$;

в) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x, [0;\ 3]$;

г) $y = \pi^x, [-5;\ 0]$;

д) $y = \left(\sqrt{2}\right)^x,\ (-\infty; 4]$;

е) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x, [2;\ +\infty)$.

Дана система вправ сприяє узагальненню поняття «степеня» та його властивостей, спрямована на закріплення поняття «показникова функція», застосування властивостей показникової функції. Ці знання в майбутньому допоможуть учням під час вивчення наступних тем.

Друга тема, з якою знайомляться старшокласники, має назву «Показникові рівняння». В ній ми формуємо уміння учнів розв'язувати показникові рівняння різними способами (зведення до спільної основи, способом винесення за дужки спільного множника, способом зведення до спільного показника, графічним способом, способом заміни змінної тощо). Для розвитку обчислювальної культури з даної теми пропонуємо такі вправи:

№1

Розв'язати рівняння:

1. Найпростіші показникові рівняння:

а) $2^x = 32$;

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{25}$;

в) $22^x = 1$

г) $4^x = 64$;

д) $10^x = 1000$;

е) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{27}$.

3. Показникові рівняння, що розв'язуються методом зведення до однакової основи:

а) $2^{x-1} = 4$;

б) $13^{5-x} = 169$;

в) $\left(\frac{1}{12}\right)^x = 144$;

г) $3^{2x} = 27$;

д) $(0{,}6)^x = \frac{5}{3}$;

е) $\pi^x = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$;

є) $10^{x-4} = \frac{1}{100}$;

ж) $3^{2x+1} = \frac{1}{27}$;

з) $4^{2x-5} = 0{,}25$;

к) $0{,}1^{-5x} = 10$;

л) $7^{2-x} = \frac{1}{49}$;

м) $5^{x^3} = 5$.

4. Показникові рівняння, що розв'язуються методом зведення до однакового степеня:

а) $3^x \cdot 5^x = 225$;

б) $4^{\frac{x}{2}} \cdot 3^x = 216$;

в) $5^{\frac{x}{3}} = 25\sqrt[3]{5}$;

г) $2^x = \frac{4}{\sqrt[3]{64}}$;

д) $\frac{2^x}{3^x} = \frac{9}{4}$;

е) $\frac{7^x}{5^x} = \frac{125}{343}$;

є) $7^{\frac{3}{x}} \cdot 0{,}7^{\frac{3}{x}} = \sqrt[3]{4{,}9}$;

ж) $5^x \cdot 2^x = 0{,}1^{-3}$;

з) $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x} \cdot 4^x = 2\sqrt{2}$;

к) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 7^x = \sqrt[5]{\frac{3}{7}}$;

л) $11^x \cdot \left(\frac{3}{11}\right)^x = \frac{1}{81}$;

м) $2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x = \frac{1}{25}$.

5. Показникові рівняння, що розв'язуються методом винесення спільного множника за дужки:

а) $3^x + 3^{x-1} = 12$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} - \left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$;

в) $2\left(\frac{1}{7}\right)^{x+7} - 7\left(\frac{1}{7}\right)^{x+8} = 49$;

г) $5^{x+3} + 5^{x-1} = 20$;

д) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{4}{27}$;

е) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 5^{x+1}$;

є) $2^{x^2+1} + 3^{x^2-1} = 270$;

ж) $2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$;

з) $2 \cdot 16^x - 2^{4x} - 4^{2x-2} = 15$;

к) $2^{3\sqrt{x}} + 3 \cdot 2^{3\sqrt{x}-1} = 20$;

л) $2^{x2+x-6} - 2^{x2+x-9} = 56$.

6. Розв'язати рівняння:

а) $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x = 0$

б) $4 \cdot 2^{2x} - 6^x = 18 \cdot 3^{2x}$

в) $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 5 \cdot 6^x$

г) $2 \cdot 81^x = 36^x + 3 \cdot 16^x$

д) $3 \cdot 16^x + 37 \cdot 36^x = 26 \cdot 81^x$

е) $2 \cdot 7^x - 3 \cdot 2^x = 6\frac{1}{7} \cdot 14^{0{,}5x}$

є) $6^x\sqrt{9} + 6^x\sqrt{4} - 13^x\sqrt{6} = 0$

ж) $5 \cdot 3^{2x} + 15 \cdot 5^{2x-1} = 8 \cdot 15^x$.

Складена вище система вправ спрямована на розвиток обчислювальної культури учнів під час вивчення теми «Показникові рівняння». Дуже важливо, щоб під час вивчення першої теми, учні засвоїли властивості показникової функції, оскільки без них неможливо опанувати методику розв’язання показникових рівнянь. При вивченні цієї теми відбувається розуміння практичного використання властивостей та розвивається математична та обчислювальна культура, швидке обчислення, дослідницька діяльність.

Третя тема, з якою знайомляться старшокласники, має назву «Показникові нерівності». В ній ми формуємо уміння учнів розв’язувати показникові нерівності різними способами, подібними до тих, які були використані для розв'язання показникових рівнянь. Для розвитку обчислювальної культури з даної теми пропонуємо такі вправи:

а) $2^x > 2^5$
б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^7$
в) $5^x > 25$
г) $\left(\frac{1}{7}\right)^x < 49$
д) $11^x < 1$
е) $0{,}4^x > 0{,}16$
є) $5^x < \frac{1}{25}$
ж) $3^x \geq \sqrt[5]{27}$
з) $7^x < \sqrt{7^3}$
к) $(0{,}1)^{5x} < 0{,}001$
л) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+5} > \frac{4}{9}$
м) $0{,}5^{2x+3} \geq 0{,}5^{x-2}$
н) $2^{3-z} > 4$
о) $25^x < 6 \cdot 5^x - 5$
п) $5^{2x+1} > 5^x + 4$
р) $3^{2x+1} + 3^{x+2} + 6 > 0$
с) $9^{x+1} - 2 \cdot 3^x < 7$
т) $(0{,}2)^{2x} - 6 \cdot (0{,}2)^x + 5 \leq 0$
у) $4^x + 2^{x+3} > 20$
ф) $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x < 0$
х) $2^{2x-1} + 3^{x+1} \cdot 2^{x-1} - 2 \cdot 3^{2x} < 0$
ц) $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x \leq 7 \cdot 10^x$
ч) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x - 5 \cdot 36^x < 0$
щ) $2^{2x+1} - 5 \cdot 6^x + 3^{2x+1} \leq 0$

Дуже важливо звернути увагу учнів на методику розв’язання показникових нерівностей, віднайти схожість з методикою розв’язання показникових рівнянь. Під час вивчення цієї теми продовжується розвиток обчислювальної культури, швидкого обчислення, закріплюються знання вивчених властивостей.

Крім того, що обчислювальну культуру можна формувати окремо під час вивчення теми, можна також її розвивати на кожному уроці. Для цього використовують міні математичні диктанти, самостійна роботи на флеш-картках тощо. Продемонструємо використання такого методу формування обчислювальної культури під час вивчення «Логарифмічна функція».

Урок 1. Логарифм числа. Основна логарифмічна тотожність.

1. Перевірте правильність рівностей:

а) $\log_2 16 = 4$; б) $\log_2 \frac{1}{4} = -2$; в) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$.

2. Обчисліть:

а) $\log_5 25$; б) $\log_3 \frac{1}{9}$; в) $\log_9 \frac{1}{27}$; г) $\log_2 \sqrt[4]{2\sqrt[3]{2}}$;

д) $\log_{7+4\sqrt{3}}(7-4\sqrt{3})$.

3. Користуючись основною логарифмічною тотожністю, спростіть вираз:

а) $5^{\log_5 7}$; б) $\sqrt{3}^{\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3}}$; в) $7^{1+\log_7 2}$.

Урок 2. Основні властивості логарифмів.

1. Прологарифмуйте поданий вираз за заданою основою:

а) $a^2 b\sqrt{c}$ за основою 3; б) $10a^3b^4$ за основою 3;

в) $9a^7\sqrt{b}$ за основою 3.

2. Відомо, що $\log_5 2 = a$, $\log_5 3 = b$. Виразіть через a і b:

а) $\log_5 15$; б) $\log_5 30$.

3. Обчисліть значення виразу:

а) $6^{\frac{6}{\log_{\sqrt{2}} 6} + \frac{1}{3}\log_6 27}$;

б) $\log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 32$;

в) $\left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\log_6 27} + 25^{\log_{125} 8}\right) \cdot 49^{\log_7 2}$.

Урок 3. Логарифмування та потенціювання.

1. Знайти x, якщо:

а) $log_6 x = 3log_6 2 + 0{,}4log_6 25 - 2log_6 3$;

б) $\lg x = 3\lg m + \frac{2}{7}\lg n - \frac{1}{5}\lg p$.

2. Замініть поданий логарифм логарифмом за основою 3:

а) $\log_{\frac{1}{3}} a$; б) $\log_{\frac{1}{9}} a$; в) $\log_2 a$.

3. Обчисліть значення виразу:

а) $(\log_2 12 - \log_2 3 + 9^{\log_9 8})^{\lg 3}$; б) $100^{\frac{1}{2}\lg 25 - 3\lg 2}$.

4. Обчисліть значення виразу $\frac{\log_9 27 + \log_9 3}{2\log_2 6 - \log_2 9}$.

Урок 4. Логарифмічна функція, її властивості і графік. Застосування властивостей логарифмічної функції до розв'язування вправ..

1. Знайти область визначення функції:

а) $y = \log_{11}(2x + 6)$; б) $y = \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 1)$;

в) $y = \log_3(2x^2 + 1)$; г) $y = \log_{0,4}\frac{2x-6}{x+2}$.

2. Зобразіть схематично графік функції:

а) $y = \log_3 x$; б) $y = \log_{0,3} x$; в) $y = \log_{\frac{1}{6}} x$;

г) $y = \log_2(-x)$; д) $y = \log_4(x + 3)$; е) $y = -\log_6 x$.

3. Порівняйте числа:

а) $\log_2 3{,}5$ і $\log_2 4{,}5$; б) $\log_{\frac{1}{5}} 2$ і $\log_{\frac{1}{5}} 5$; в) $\log_\pi 5$ і $\log_\pi 7$.

Урок 5. Розв'язування найпростіших логарифмічних рівнянь.

1. Серед поданих рівнянь виберіть і назвіть логарифмічні:

а) $\log_2(3 - 6x) = 3$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 81$;

в) $\lg(x^2 - 2x) = \lg(2x + 12)$; г) $5^{x+1} - 5^{x-1} = 24$;

д) $x^{\lg x} = 10000$; е) $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$; ж) $\log_3^2 x - \log_3 x = 3$;

з) $\log_2 x - \log_4 x = 3$; и) $2^x = x^2 - 2x$; к) $\log_3 x = -x$.

2. Розв'яжіть рівняння

а) $\lg(2x + 1) = 100$; б) $\lg x^2 = 0$; в) $\log_2 x = 1 + \log_2 5$; г) $\log_3 x = 5\log_3 2 - \log_3 2$; д) $\lg(2x - 6) = \lg 43 - \lg 4{,}3$; е) $\lg(5 + 2x) = \lg 27 - \lg 9$; є) $\log_3(2x - 1) = 2$;

ж) $\log_\pi(x^2 + 2x - 2) = 0$.

Урок 6. Розв'язування більш складних логарифмічних рівнянь.

1. Розв’яжіть рівняння:

а) $\lg(x+9)+\lg(2x+8)=2$; б) $\log_3^2 x+\log_3 x^2=8$;

в) $2\log_2 x-\log_2(3x-4)=1$; г) $\log_3^2 x-4\log_3 x+3=0$;

д) $\log_2(10-2^x)=x+2$; е) $\log_7(6+7^{-x})=1+x$.

2. Розв’яжіть графічно рівняння:

а) $\log_2 x=3-x$; б) $\log_{\frac{1}{2}} x=x-1$.

Урок 7. Розв’язування найпростіших логарифмічних нерівностей.

1. Розв'яжіть нерівність:

а) $\log_3 x>2$; б) $\log_{0,5} x<1$; в) $\log_2(3x-2)>2$;

г) $\log_5(3x-2)<2$; д) $\lg(2x-1)>\lg(x+2)$;

е) $\log_{0,2} x<\log_{0,2}(3x-6)$.

Урок 8. Розв’язування більш складних логарифмічних нерівностей.

1. Розв'яжіть нерівність:

а) $\log_3^2 x-3\log_3 x+2>0$; б) $\frac{1}{3-\lg x}+\frac{1}{1+\lg x}>1$;

в) $\lg x+\lg(x-9)>1$;

г) $\log_{0,1}(x+4)+\log_{0,1}(x-5)\le -1$.

Урок 9. Похідна логарифмічної функції.

1. Побудуйте графік функції $y=\log_4 x$ і запишіть її властивості

2. Знайдіть область визначення функції $y=\log_{\frac{1}{3}}(7x+2)$.

3. Порівняйте основу з одиницею:

а) $\log_a 2{,}5<\log_a 3{,}4$; б) $\log_a 1{,}2>\log_a 0{,}8$.

4. Розв'яжіть графічно рівняння $\log_2 x=x-4$.

5. Порівняйте числа:

а) 0 і $\log_{0,4} 0{,}5$; б) 0 і $\log_8 1{,}5$.

Урок 10. Логарифмічні рівняння та їх системи.

1. Знайдіть похідну

а) $y = \log_9 x$;

б) $y = \ln 4x$;

в) $y = \ln^2 x$;

г) $y = \log_2(x^2 + 6)$;

ґ) $y = \ln(5x - 4)$;

д) $y = \log_2\left(x + \sqrt{x}\right)$.

е) $y = \log_5 x$;

є) $y = \ln 3x$;

ж) $y = \ln^3 x$;

з) $y = \log_5(x^3 - 4)$;

к) $y = \ln(7x + 5)$;

л) $y = \ln(3x^2 - 5)^2$.

2. Обчисліть значення похідної функції f в точці x_0:

а) $f(x) = \frac{1}{6}\ln(-12x)$, $x_0 = -\frac{1}{6}$.

а) $f(x) = \log_5(x^2 + 3x - 2)$, $x_0 = -4$.

3. Складіть рівняння дотичної до графіка функції f в точці з абсцисою x_0:

а) $f(x) = \log_2(x + 3)$, $x_0 = 1$.

а) $f(x) = \ln(3x - 5)$, $x_0 = 2$.

Урок 11. Розв’язуванн рівнянь та їх систем

1. Розв'язати рівняння:

а) $\log_7 \log_3 \log_2 x = 0$;

б) $2\log_x 27 - 3\log_{27} x = 1$;

в) $\log_3(25^x - 2 \cdot 5^x) = 2\log_9 15$.

2. Розв’язати систему:

$$\begin{cases} \log_x \log_2 \log_x y = 0, \\ \log_y 9 = 1. \end{cases}$$

В першому розділі була описана важливість контролю за якістю отриманих знань, за рівнем сформованої обчислювальної культури, тому ми пропонуємо самостійні роботи з теми «Логарифмічна функція» (див. Додаток В), які дають можливість організувати систематичний контроль за рівнем засвоєння навчального матеріалу учнями в період вивчення теми. Завдання складені відповідно до вимог чинної програми та структури підручника з алгебри та початків аналізу для 11 класу, рекомендованого Міністерством освіти і науки України, містять одну правильну відповідь, завдання на встановлення відповідності (логічні пари). Виконання їх сприятиме формуванню у школярів навичок виконання тестових завдань різної форми.

Використання самостійних робіт сприятиме навчанню роботи з тестами, формуванню вміння самостійно вчитись, сприятиме розвитку навчальних умінь школярів.

Теми самостійних робіт наступні:

1. Означення логарифма. Основна логарифмічна тотожність.
2. Основні властивості логарифмів.
3. Властивості логарифмічної функції.
4. Похідна логарифмічної функції.
5. Логарифмічні рівняння та їх системи.
6. Логарифмічні нерівності.
7. Логарифмічні рівняння, системи і нерівності.
8. Розв’язування вправ підвищеної складності.

Самостійні роботи № 7 і № 8 орієнтовані на більш сильних учнів; при цьому передбачено їх можливість виконання вдома [40]. Для складання самостійних робіт ми використовувати збірник задач А. Мерзляка [37], самостійні та контрольні роботи А. Єршова [13] і М. Гаука [9], збірник завдань атестаційних робіт з математики О. Істера [21], зошит для контрольних робіт І. Клочко [29] та збірник задач для екзамену Г. Литвиненка [32].

Крім того, для кращого розвитку обчислювальної культури учнів, слід використовувати різні інтерактивні вправи та інтерактивні методи (мультимедійні дошки), оскільки це зацікавлює учнів та підвищує їх пізнавальний інтерес. Розглянемо приклади використання інтерактивних вправ на уроці на прикладі теми «Показникова функція».

1. Інтерактивна вправа «Впізнай показникову функцію» на сайті WordWall.

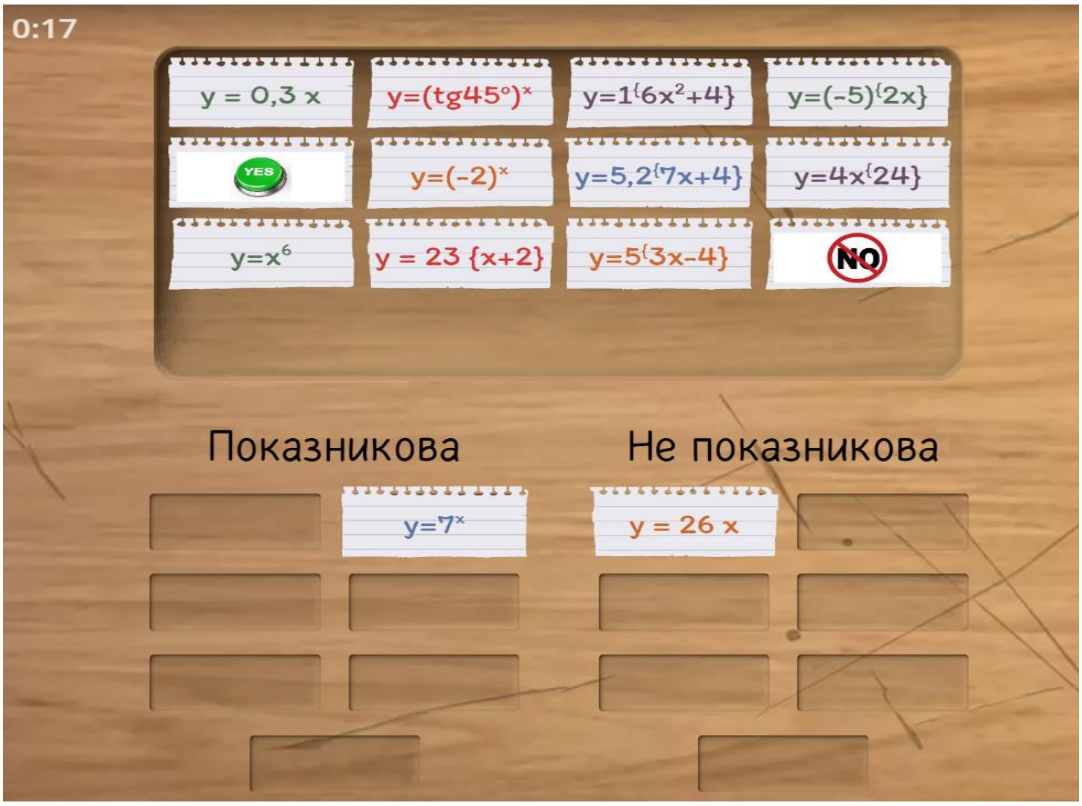
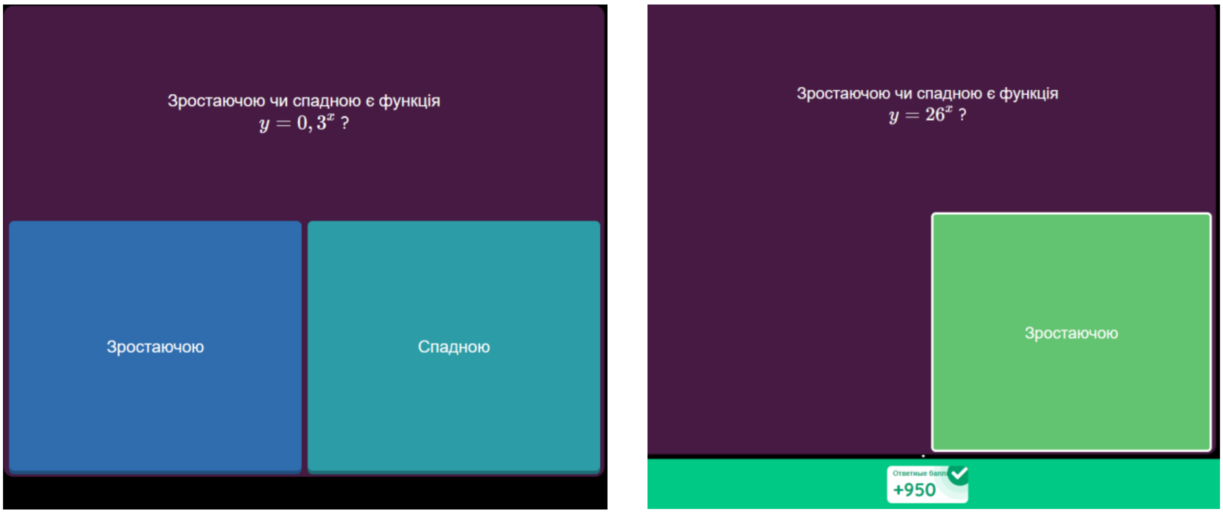
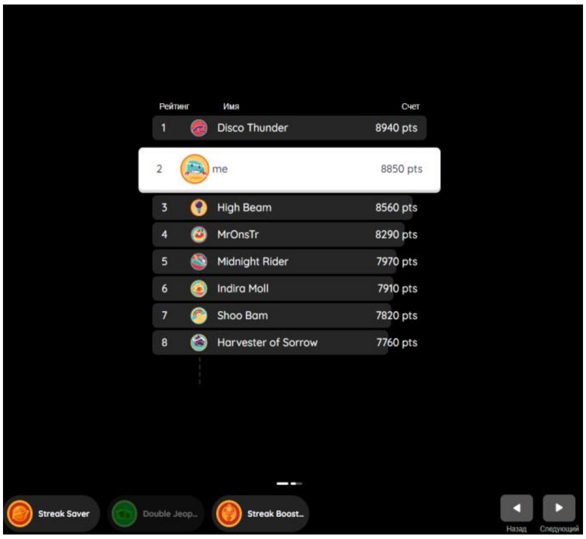


Рис. 2.1 Інтерактивна вправа «Впізнай показникову функцію» на сайті WordWall

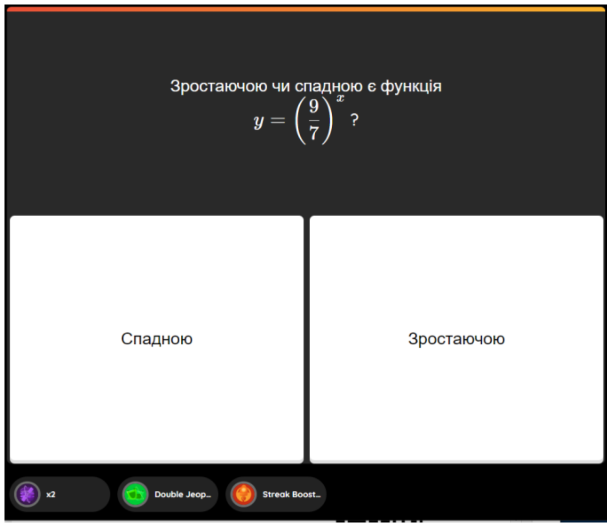
2. Інтерактивна вправа на застосування властивостей показникової функції до визначення монотонності функції (виконана за допомогою сервісу Quizizz).



а) *б)*



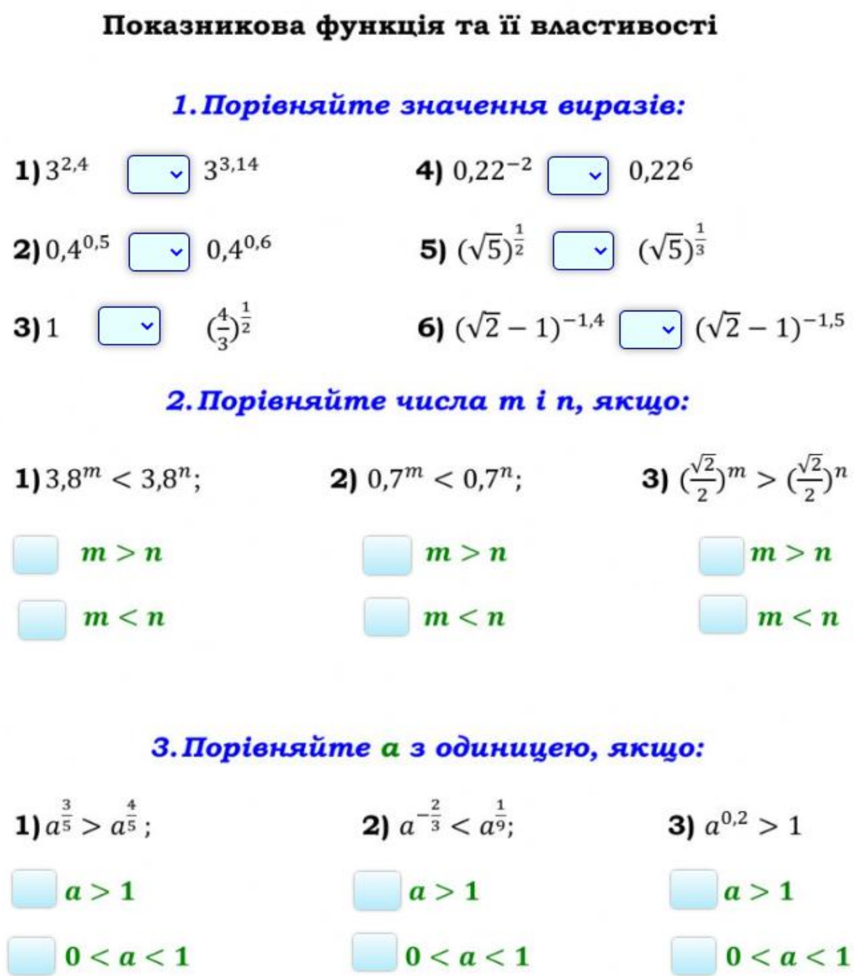
в)



г)

Рис. 2.2 (*а-г*) Інтерактивна вправа, виконана за допомогою сервісу Quizizz

3. Інтерактивні вправи на застосування властивостей показникової функції (створено за допомогою сервісу LiveWorkSheets).



Показникова функція та її властивості

1. Порівняйте значення виразів:

1) $3^{2,4}$ ☐ $3^{3,14}$ **4)** $0{,}22^{-2}$ ☐ $0{,}22^{6}$

2) $0{,}4^{0,5}$ ☐ $0{,}4^{0,6}$ **5)** $(\sqrt{5})^{\frac{1}{2}}$ ☐ $(\sqrt{5})^{\frac{1}{3}}$

3) 1 ☐ $(\frac{4}{3})^{\frac{1}{2}}$ **6)** $(\sqrt{2}-1)^{-1,4}$ ☐ $(\sqrt{2}-1)^{-1,5}$

2. Порівняйте числа m і n, якщо:

1) $3{,}8^m < 3{,}8^n$; **2)** $0{,}7^m < 0{,}7^n$; **3)** $(\frac{\sqrt{2}}{2})^m > (\frac{\sqrt{2}}{2})^n$

☐ $m > n$ ☐ $m > n$ ☐ $m > n$

☐ $m < n$ ☐ $m < n$ ☐ $m < n$

3. Порівняйте a з одиницею, якщо:

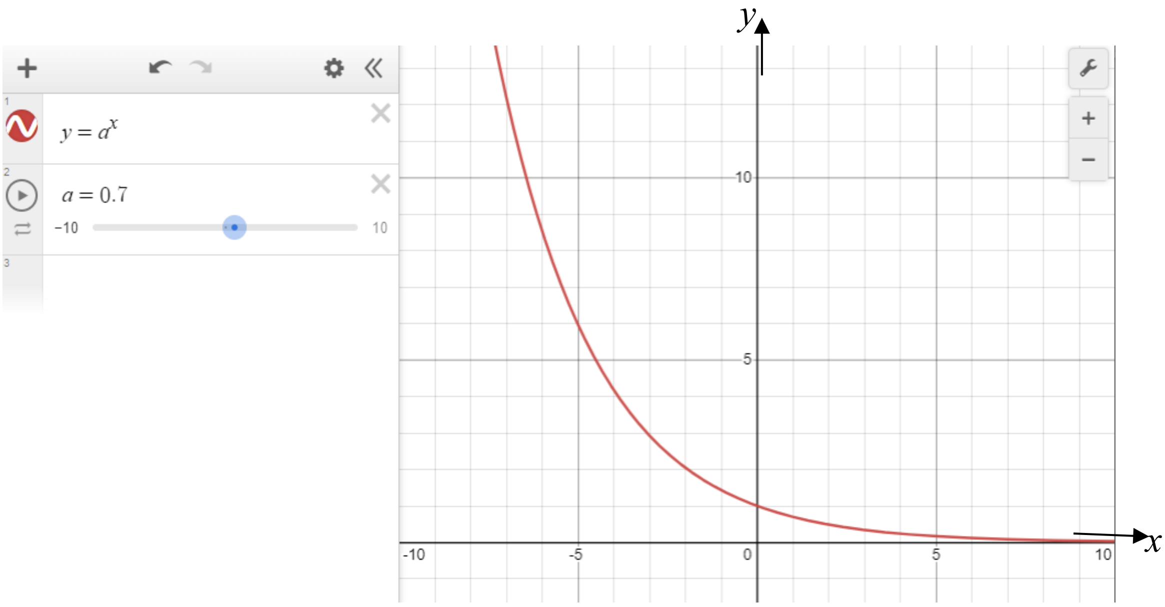
1) $a^{\frac{3}{5}} > a^{\frac{4}{5}}$; **2)** $a^{-\frac{2}{3}} < a^{\frac{1}{9}}$; **3)** $a^{0,2} > 1$

☐ $a > 1$ ☐ $a > 1$ ☐ $a > 1$

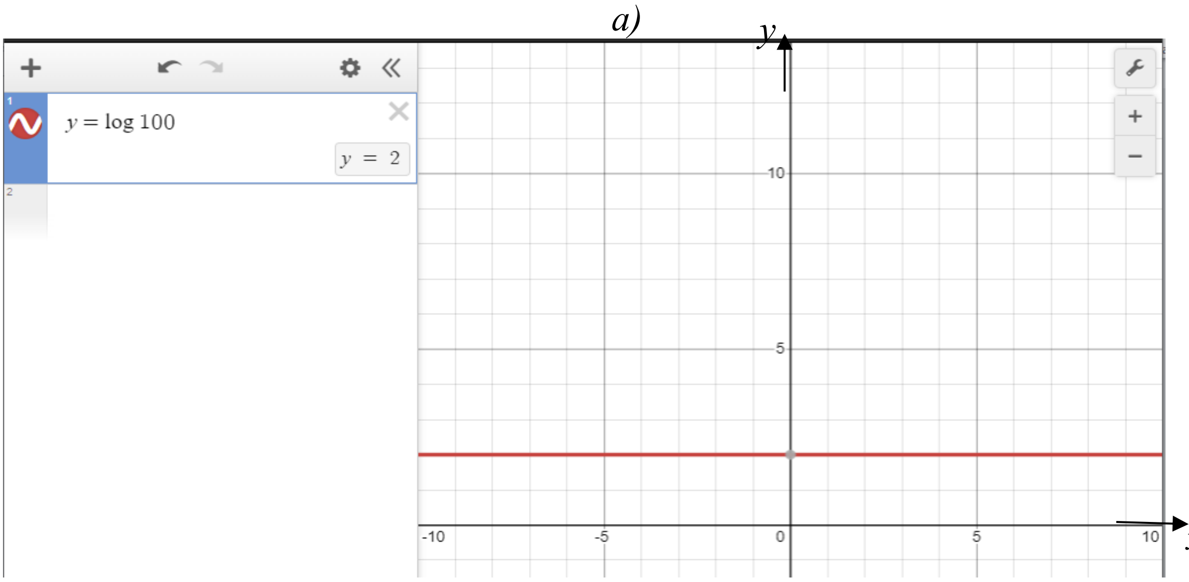
☐ $0 < a < 1$ ☐ $0 < a < 1$ ☐ $0 < a < 1$

Рис. 2.3 Інтерактивна вправа, створена за допомогою сервісу LiveWorkSheets.

Крім цього, як під час вивчення графіку показникової функції, так і під час вивчення графіків логарифмічної функції, можна застосовувати різні додатки для побудови графіків. Такими додатками виступають Desmos та Geogebra. Під час ознайомлення з графіками заданих функцій, старшокласники за допомогою цих додатків можуть вивчати властивості функцій в залежності від різних значень. Крім того, учні мають змогу перевіряти правильність побудови графіків. В подальшому додатки стануть у нагоді під час розв'язання рівнянь графічним способом або систем рівнянь та нерівностей. Продемонструємо використання кожного з них.

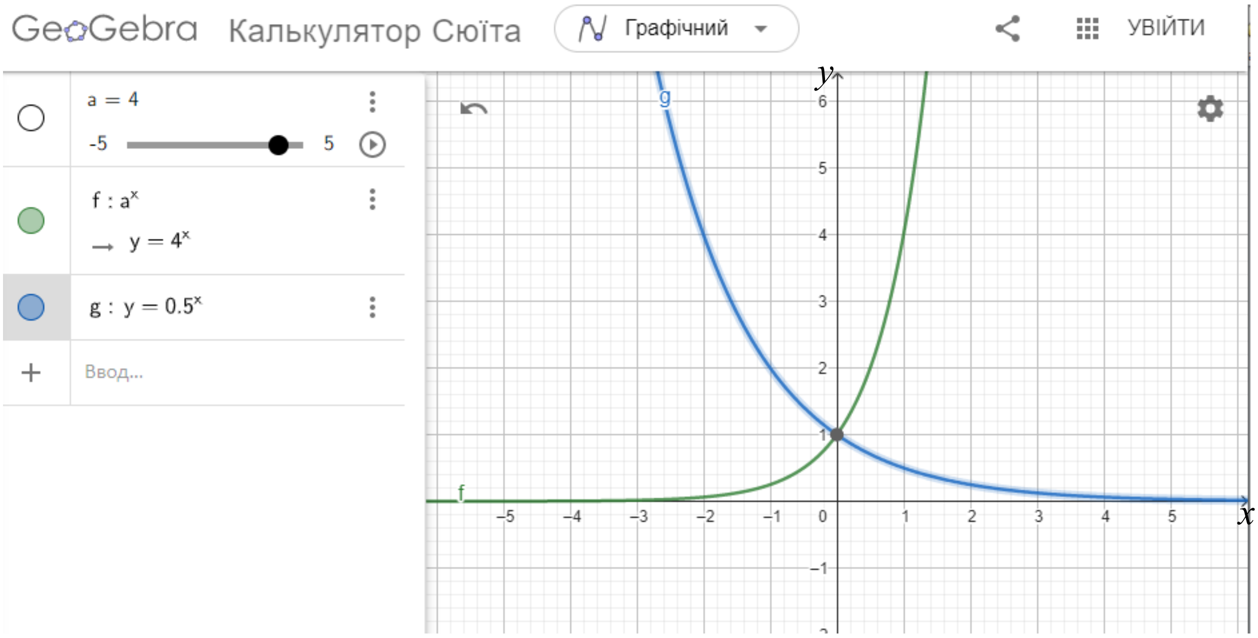


а)

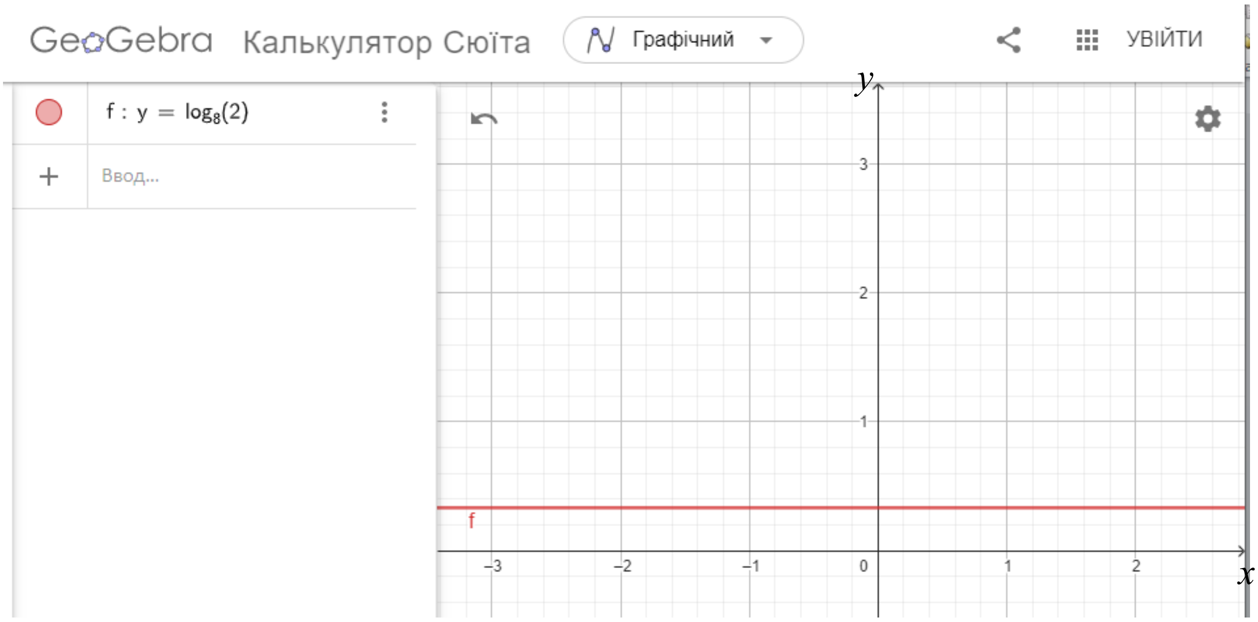


б)

Рис. 2.4 (*а*-*б*) Використання Desmos



а)



б)

Рис. 2.5 (*а*-*б*) Використання Geogebra

Приклад використання інтерактивних методів навчання продемонструємо на прикладі теми «Розв’язування логарифмічних рівнянь». Пропонуємо вам переглянути фрагмент уроку.

Урок № ____

Тема*:* розв’язування логарифмічних рівнянь.

Мета:

− **навчальна:** систематизувати методи розв’язування логарифмічних рівнянь, удосконалити вміння та навички їх розв’язувати;

− **розвиваюча:** розвивати обчислювальну культуру, пізнавальний інтерес та навички самоконтролю;

− **виховна:** виховувати цілеспрямованість, самостійність, вміння працювати і спілкуватись в колективі.

Тип уроку: застосування знань, умінь і навичок.

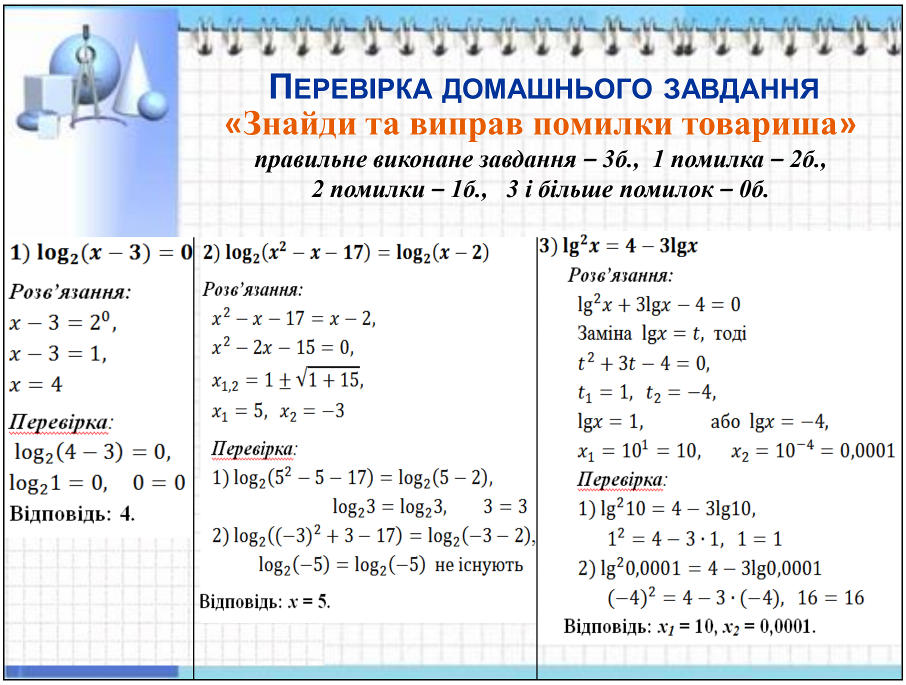
ХІД УРОКУ

І. Організаційна частина

ІІ. Перевірка домашнього завдання

1. Інтерактивна вправа «Перевір д/з товариша та виправ його помилки».

Учні обмінюються зошитами. Перед ними на слайді видно розв’язані рівняння. Задача знайти та виправити помилки свого товариша і оцінити цю роботу.



ІІІ. Актуалізація опорних знань

Одного разу Анатоль Франс, французький письменник, (1844-1924) сказав, що: «Навчатися можна весело, з гарним настроєм, посміхаючись… Щоб переварити знання, потрібно поглинати їх з апетитом».

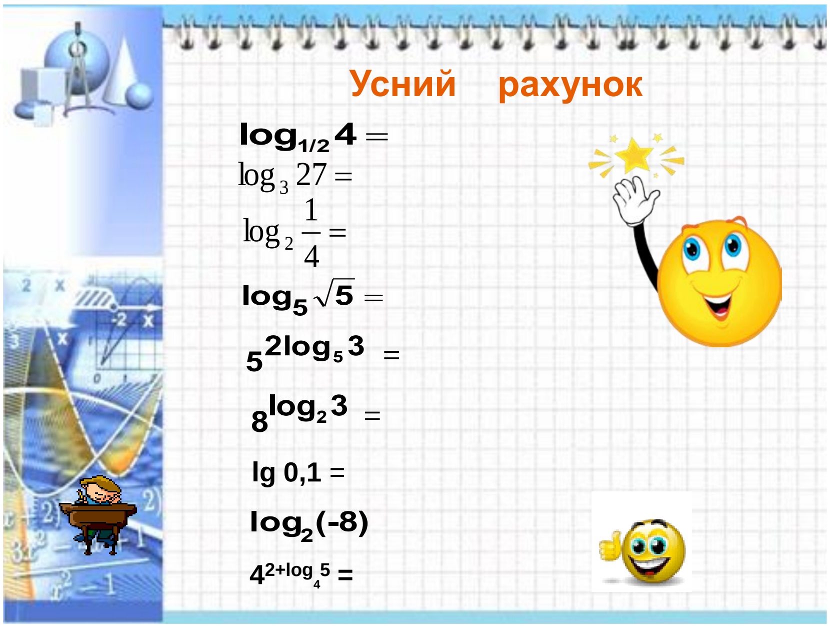
Тож, прислухаємося до його поради та будемо активними протягом всього уроку.

1. Інтерактивна вправа «Знайди пару».

При розв’язуванні логарифмічних рівнянь нам не обійтись без властивостей логарифмів та деяких логарифмічних тотожностей. Учням, які отримають конверт, потрібно об’єднатися в пари та за 5 хв. виконати таке завдання: скласти формули, які відображають властивості логарифмів та логарифмічні тотожності. [48]

$\log_a b =$	$\log_a 1 =$	$\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$	$\log_a a =$	$\dfrac{1}{\log_b a}$	$\log_a b =$
$a^{\log_a N} =$	$\log_a(N_1 \cdot N_2) =$	$m \cdot \log_a N$	$\log_a N_1 - \log_a N_2$		
$\log_a N_1 + \log_a N_2$	$\log_a\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right) =$	$\log_a N^m =$	$\log_a \sqrt[k]{N} =$		
$\dfrac{\log_a N}{k}$	$\log_a N_1 = \log_a N_2$	$\Leftrightarrow N_1 = N_2$	N	0	1

2. Усний рахунок (*проводиться одночасно з вправою «Знайди пару»*).



В цей час ми пригадаємо, що називається логарифмом числа.

Проведемо усний рахунок. За кожну правильну відповідь нараховується 1 бал.

3. ***Фронтальне опитування***

- Чому дорівнює логарифм одиниці? (*0*).
- Чому дорівнює логарифм основи? (*1*).
- Назвіть основну логарифмічну тотожність. ($a^{\log_a N} = N$)
- Чому дорівнює логарифм добутку двох додатних чисел? (*…дорівнює сумі логарифмів*)
- Чому дорівнює логарифм частки двох додатних чисел? (*…різниці логарифмів діленого і дільника*)
- Чому дорівнює логарифм степеня додатного числа? (*…показнику степеня, помноженому на логарифм основи цього степеня*)
- Чому дорівнює логарифм кореня з додатного числа? (*…логарифму підкореневого виразу, поділеному на показник кореня*)
- Якими є додатні числа, якщо логарифми таких чисел за тією самою основою рівня? (*…рівні*)

4. Інтерактивна вправа «Асоціативний кущ».

Назвіть властивості, які асоціюються з кожним виразом.

Слайд з виразами: $\log_4(-36)$; $\log_{-2}5$; $\log_5(-x)$; $\log_x 2$.

- Чи існує логарифм від'ємного числа? (*Ні*)
- Логарифм ще якого числа не існує? (0)
- Якою може бути основа логарифма? (тільки додатною, і $\neq 1$)

Не забувайте записувати отримані бали за кожний етап заняття!

IV. Мотивація навчальної діяльності

Відомі вчені так висловлювалися про логарифми:

«*Винахід логарифмів, скорочуючи обчислення декількох місяців в працю кількох днів, немов подвоює життя астрономів*». П'єр Симон Лаплас

Альберт Енштейн казав: *«Мені доводиться ділити свій час між політикою та рівняннями. Проте рівняння, як на мене, набагато важливіше, тому що політика існує тільки для даного моменту, а рівняння будуть існувати вічно».*

Область застосування логарифмів дуже різноманітна. Як виявилося, і в сільському господарстві, і в медицині не обійшлося без логарифмів.

Наприклад,

- час, за який тварини набувають заданої ваги, можна обчислити за допомогою логарифма $t = \frac{\ln\ln m - \ln\ln m_0}{k}$, де m – задана вага, m_0 - вага при народженні, k – коефіцієнт відносної швидкості росту, t – період часу;
- закон, що описує швидкість зміни кількості ліків в організмі; швидкість руйнування адреналіну в крові;
- час виведення з крові радіоактивних ізотопів містить натуральний логарифм $t = \frac{1}{k}\ln\left(1 + \frac{A_0}{kA_t - A_0}\right)$, де A_t – кількість речовини в тілі через час *t*, A_0 – початкова кількість речовини в тілі, *k* – коефіцієнт пропорційності.

Розв’язування багатьох практичних задач зводиться до складання та розв’язування рівнянь.

А *«Рівняння – це золотий ключ, що відкриває усі математичні сезами»* (польський математик С.Коваль)

V. Повідомлення теми, мети та завдань заняття

VI. Удосконалення вмінь і навичок

Виконання усних вправ

1. Фронтальна бесіда.

- Які з даних рівнянь є логарифмічними?

$$\log_7 x = 2$$

$$\log_{0,5} 0{,}25 + 4x^2 = 0$$

$$\log_5\left(5 + 4 \cdot \log_3(x - 1)\right) = 2$$

$$\log_3 27 - 2^{x-4} = 5$$

$$\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0$$

$$\log_4 x + \frac{5}{\log_x 4} = 6$$

– Які рівняння називаються логарифмічними? (*які містять невідоме або під знаком логарифма, або в основі логарифма*)

– Що означає розв’язати рівняння?

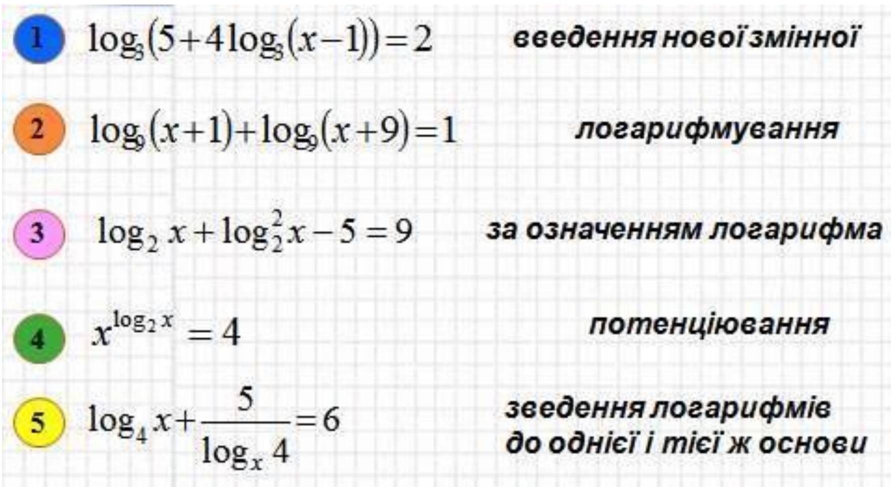
– Вкажіть найпростіше логарифмічне рівняння. $\log_7 x = 2$.

– Назвіть основні методи розв’язування логарифмічних рівнянь.

(*за означенням логарифма, потенціювання, введення нової змінної, зведення логарифмів до однієї і тієї ж основи, логарифмування*)

2.Встановлення відповідності «Рівняння – метод»

Установіть відповідність:



Пам’ятайте!

При розв’язуванні логарифмічних рівнянь досить часто доводиться виконувати не рівносильні перетворення, які можуть призвести до появи сторонніх коренів. Тому обов’язково виконуємо перевірку.

Математика – це не так знання, як уміння. В. Серве

Виконання письмових вправ

Колективне виконання завдань під керівництвом вчителя.

Розв’язати рівняння:

1) $\log_5(5 + 4 \cdot \log_3(x - 1)) = 2$

2) $\log_9(x + 1) + \log_9(x + 9) = 1$

3) $\log_4 x + \frac{5}{\log_x 4} = 6$

VII. Застосування знань, умінь і навичок

Самостійна робота.

Завдання: Розв'язати рівняння та назвати метод.

Початковий рівень

1) $\log_3 x = -2$

2) $\log_3(x^2 - 5x + 7) = 1$

3) $\log_5(3x - 4) = \log_5(12 - 5x)$

Середній рівень

1) $\lg\lg(x-1) + \lg\lg(x+1) = \lg(9x-9)$

2) $\log_4^2 x - 3\log_4 x + 2 = 0$

Достатній рівень

1) $\log_3^2 x + 2\log_3\sqrt{x} = 2$

2) $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = 7$

VIII. Підведення підсумків заняття.

IX. Домашнє завдання

Варіант 1

1. Повторити відомості про логарифмічні рівняння та методи їх розв'язування.

2. Розв'язати рівняння:

1) $\log_2(3-6x) = 3$

2) $\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{4x} 2$

3) $\log_3^2(x-1) + 2\log_3(x-1) = 8$

4) $\lg(x+4) + \lg(2x+3) = \lg(1-2x)$

5) $\log_{x+6} 32 = 5$

3* Знайти значення виразу:

$$(\log_3 2 + \log_2 81 + 4) \cdot (\log_3 2 - 2\log_{18} 2) \cdot \log_2 3 - \log_3 2.$$

Варіант 2

1. Повторити відомості про логарифмічні рівняння та методи їх розв'язування.

2. Розв'язати рівняння:

1) $\log_{25}(\log_3(\log_2 x)) = 0$

3) $2\log_3^2 x - 7\log_3 x + 3 = 0$

2) $\lg x - \lg 11 = \lg 19 - \lg(30 - x)$ 4) $x^{\log_2 x + 4} = 32$

5) $\log_{x-3} 16 = 2$

3* Створити кросворд до теми «Логарифмічні рівняння».

Варіант 3

1. Повторити відомості про логарифмічні рівняння та методи їх розв'язування.

2. Розв'язати рівняння:

1) $\log_2(5 + x) = -2$ 3) $\log_2(x + 13) = 2\log_2(x + 1)$

2) $\log_3^2 x + 2\log_3 x = 3$ 4) $\log_{81} x + \frac{1}{2}\log_9(x - 6) = \frac{3}{4}$

5) $\log_{x+1} 81 = 4$

3* Створити презентацію на тему «Логарифмічні рівняння».

Варіант 4

1. Повторити відомості про логарифмічні рівняння та методи їх розв'язування.

2. Розв'язати рівняння:

1) $\log_{18}(\log_2(\log_3(4x - 7))) = 0$ 3) $\lg(x^2 - 2x) = \lg(2x + 12)$

2) $2\log_5^2 x + 5\log_5 x = 0$ 4) $x^{1-\log_2 x} = 8^{-2}$

5) $\log_{x-1} 25 = 2$

3* Дізнатися, як записати будь-яке ціле число за допомогою трьох двійок та символів $\sqrt{\ }$ та log, використовуючи *internet*-джерела.

Отже, розв'язування завдань сприяють розвитку обчислювальної культури, підвищенню вмотивованості та пізнавального інтересу. За допомогою правильно підібраних вправ можна не тільки систематизувати вивченні поняття, а й навчитися їх використовувати під час вивчення наступних тем. Інтерактивні методи та вправи - найкращі засоби навчання, оскільки вони підвищують пізнавальний інтерес старшокласників і дають змогу більш плідно працювати.

2.3 Дослідження завдань в ЗНО

ЗНО і ДПА – дві абревіатури, які щороку бентежать тисячі випускників та їх батьків. Придумали їх не для того, щоб полоскотати їм нерви і не для того, щоб заплутати що і для чого. Зовнішнє незалежне оцінювання (ЗНО) та державна підсумкова атестація (ДПА) створені з метою контролю якості та ефективності засвоєння учнями знань. Зупинимося більш детально на зовнішньому незалежному оцінюванні.

ЗНО – це всеукраїнський вступний іспит, за результатами якого абітурієнт може бути зарахований до закладу вищої освіти (ЗВО), своєрідний квиток для вступу. Чимало хто каже, що ЗНО – зло, але насправді за рахунок впровадження ЗНО зменшилася корупція під час вступної кампанії, оскільки зовнішнє незалежне оцінювання є інструментом для забезпечення рівного доступу до вищої освіти. Результати ЗНО є ключовою складовою конкурсного балу під час відбору абітурієнтів, які вступають на навчання до закладів вищої освіти [14].

Оцінювання пробували запровадити в 1993 р., але ця спроба виявилась невдалою. Але Кабінет Міністрів після 2005 р. перейшов на постійну систему Зовнішнього Незалежного Оцінювання. Саме з того моменту, почали поширюватися учнями різних шкіл в різних регіонах «петиції» про відміну іспитів. Кожен рік впродовж 15 років стабільно подається петиція, але «добром» для школярів не закінчується [57].

Мета зовнішнього незалежного оцінювання: підвищення рівня освіти населення України та забезпечення реалізації конституційних прав громадян на рівний доступ до якісної освіти, здійснення контролю за дотриманням Державного стандарту базової і повної середньої освіти й аналізу стану системи освіти, прогнозування її розвитку [58].

ЗНО – важливо з педагогічної точки зору. Звісно, бали дитини не покажуть, наскільки вона талановита. Але вони можуть виховати відповідальність. Відповідальність за своє майбутнє, наприклад. В наш час існує культ іспитів, і майже всі – люди, які починають панікувати, коли день

Х наближається. Це нормально. Усі людські реакції нормальні, а страх особливо. Для багатьох людей паніка перед іспитом – це нормально, це класичний випадок навіть у відмінників, у тих, у кого все під контролем. Важливо в цьому випадку перебороти страх і не думати, що ти бездарність. Потрібно приймати іспити як данину [57].

Справді, ЗНО – це надзвичайно відповідальна подія, від якої залежить майбутнє школярів. Та, щоб отримати хороші результати на ЗНО, потрібно не лише сумлінно вчитися та добре знати навчальний матеріал. Треба розуміти принципи проведення тестування, чітко усвідомлювати свої права та обов'язки, а ще – вміти користуватися всіма необхідними матеріалами. Бо, як кажуть у народі, ворога потрібно знати в обличчя. Звісно, ЗНО – не ворог. Навпаки – це союзник, який може допомогти тобі втілити у життя свої мрії та стати справжнім професіоналом. Але для цього доведеться сумлінно працювати і багато готуватися. Система ЗНО в Україні створювалася та вдосконалювалася протягом багатьох років. Основне її завдання – забезпечити кожному громадянину рівні умови доступу до вищої освіти. Незалежне тестування дозволяє насамперед мінімізувати корупційні ризики. А це дає можливість розумним і талановитим дітям реалізувати свій потенціал у вишах (без хабарів і зв'язків). Крім того, тестування дозволяє об'єктивно оцінити рівень навчальних досягнень школярів. А ще – ЗНО неабияк полегшує процес вступу. Адже тепер не треба їхати до вишу, куди маєш бажання вступати, складати іспити, хвилюватися і нервувати. Проходиш тестування, отримуєш результати, обираєш навчальний заклад, береш участь у конкурсі й ось твоя мрія здійснилася – ти вже студент! [59]

Щодо ЗНО з математики, то проводитися воно почалося з 2004 року. Містить завдання чотирьох типів:

1) тестові завдання з вибором правильної відповіді;

2) завдання на встановлення відповідності;

3) завдання на знаходження розв'язку (завдання відкритої форми з короткою відповіддю);

4) завдання з розширеною відповіддю (завдання відкритої форми з повною відповіддю).

Починаючи з 2016 року, результат за частину тесту ЗНО зараховується як результат державної підсумкової атестації [15].

Згідно з програмою зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання з математики, здобутих на основі повної загальної середньої освіти [46] метою зовнішнього незалежного оцінювання з математики є: оцінити результати навчання математики, здобуті на основі повної загальної середньої освіти рівня стандарту чи профільного рівня, відповідним державним вимогам та ступінь підготовленості учасників тестування з математики, щоб здійснити конкурсний відбір для навчання в закладах вищої освіти.

Завдання зовнішнього незалежного оцінювання з математики полягає в тому, щоб оцінити рівень володіння учасників компетентностями, зокрема, оцінити здатності:

- будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики;
- виконувати математичні розрахунки (дії з числами, поданими в різних формах, та дії з відсотками, складати й розв'язувати задачі на наближені обчислення, пропорції тощо);
- перетворювати числові та буквені вирази (розуміти змістове значення кожного елемента виразу, спрощувати вирази та обчислювати значення числових виразів, знаходити числові значення виразів за заданих значень змінних тощо);
- будувати й аналізувати графіки функціональних залежностей, рівнянь (для профільного рівня – і нерівностей), досліджувати їхні властивості;
- застосовувати похідну та інтеграл до розв’язування задач практичного змісту;

− застосовувати загальні методи та прийоми в процесі розв’язування рівнянь, нерівностей та їх систем (для профільного рівня – і завдань з параметрами), аналізувати отримані розв'язки та їх кількість;

− розв'язувати текстові задачі та задачі практичного змісту з алгебри і початків аналізу, геометрії;

− знаходити на рисунках геометричні фігури та встановлювати їх властивості;

− визначати кількісні характеристики геометричних фігур (довжини, величини кутів, площі, об’єми);

− розв’язувати комбінаторні задачі та обчислювати ймовірності випадкових подій;

− аналізувати інформацію, що подана в графічній, табличній, текстовій та інших формах.

Об’єктом контролю є рівень сформованості математичних компетентностей, зокрема, рівень наведених здатностей (табл. 2.1).

Таблиця 2.1

Рівень сформованості математичних компетентностей

Назва розділу, теми	Зміст навчального матеріалу		Компетентності (здатності)	
	Рівень стандарту і профільний рівень	Тільки профільний рівень	Рівень стандарту і профільний рівень	Тільки профільний рівень
Показникові та логарифмічні вирази і їх перетворення	означення тотожно рівних виразів, перетворення виразу, тотожності; означення та властивості логарифма; основна логарифмічна тотожність	означення області допустимих значень змінних, виразу зі змінними	виконувати тотожні перетворення показникових і логарифмічних виразів та знаходити їх числове значення за заданих значень змінної	доводити тотожності
Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності	методи розв'язування найпростіших показникових та логарифмічних рівнянь; методи розв'язування найпростіших показникових та логарифмічних нерівностей	методи розв'язуван-ня показнико-вих, логарифміч-них рівнянь, нерівностей та їх систем	розв'язувати найпростіші рівняння, що містять показникові та логарифмічні вирази; розв'язувати найпростіші нерівності, що містять показникові та логарифмічні вирази	розв'язуваи рівняння і нерівності, що містять показникові та логарифміч-ні вирази
Показникові та логарифмічно функції, їх основні властивості	означення функції, області визначення та області значень функції, графік функції; способи задання функцій, основні властивості та графіки функцій, указаних у назві теми	означення функції, оберненої до заданої	знаходити область визначення та область значень функції; будувати графіки показникових та логарифмічних функцій	використов увати означення функції, оберненої до даної

Розглянемо завдання, які вже були на зовнішньому незалежному оцінюванні в минулих роках. Для початку представимо завдання пробного ЗНО з теми «Показникові нерівності», після чого запишемо всі завдання основної та додаткової сесій ЗНО з даної теми [12].

ПОКАЗНИКОВІ НЕРІВНОСТІ

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

№ 13, 2021 Розв’яжіть нерівність $4 \cdot 3^x < 3^x + 6$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \log_9 6)$	$(-\infty; \log_2 3)$	$(-\infty; 2)$	$(-\infty; 1)$	$(-\infty; \log_3 2)$

№ 18, 2015_II Розв'яжіть нерівність $2 \cdot (0{,}3)^x < 0{,}18$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2)$	$(2; +\infty)$	$(-\infty; 0{,}3)$	$(0{,}3; +\infty)$	$(0; 2)$

№13, 2010_II Розв’яжіть нерівність $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(-\infty; 1)$	$(0; +\infty)$	$(1; +\infty)$	$(3; +\infty)$

№ 8, 2007 Розв'яжіть нерівність $0{,}7^{3x-1} > 0{,}49$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1)$	$(-\infty; \frac{1}{3})$	$(1; +\infty)$	$(\frac{1}{3}; +\infty)$	інша відповідь

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

№ 33, 2011 Розв'яжіть нерівність $3 \cdot 9^x - 2 \cdot 15^x - 5^{2x+1} > 0$. Якщо нерівність має цілі розв'язки, то вкажіть найбільший з них. Якщо нерівність має розв’язки, але вказати найбільший цілий розв'язок неможливо, то у відповідь запишіть число 50. Якщо нерівність не має розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

Завдання ЗНО основної та додаткової сесій були наступними.

ПОКАЗНИКОВІ НЕРІВНОСТІ

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

№ 15, 2021д Розв’яжіть нерівність $3^x < 27 \cdot 3^{-x}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \frac{2}{3})$	$(\frac{3}{2}; +\infty)$	$(-\infty; 3)$	$(\frac{2}{3}; +\infty)$	$(-\infty; \frac{3}{2})$

№ 7, 2019д Розв’яжіть нерівність $2^{4x-5} \geq 2$.

А	Б	В	Г	Д
[1,5; +∞)	[1,25; +∞)	$[-1; +\infty)$	$(-\infty; -1]$	$[\frac{2}{3}; +\infty)$

№ 18, 2018 Розв’яжіть нерівність $2^x + 2^{x+3} \geq 144$.

А	Б	В	Г	Д
[34,5; +∞)	[4; +∞)	(–∞; 4]	(–∞; 4,5]	[4,5; +∞)

№ 15, 2016д Розв’яжіть нерівність $\left(\frac{3}{7}\right)^{x-5} > \frac{3}{7}$.

А	Б	В	Г	Д
(–∞; 5)	(–∞; 6)	(0; 5)	(5; +∞)	(6; +∞)

№ 5, 2015_II Розв'яжіть нерівність $6^x < \frac{1}{36}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-2; +\infty)$	$(-\infty; \frac{1}{6})$	$(-\infty; -2)$	$(\frac{1}{6}; +\infty)$	$(-\infty; \frac{1}{2})$

№ 16, 2013_I Розв'яжіть нерівність $2^x \leq 3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \log_2 3]$	$(0; \log_2 3]$	$(-\infty; \frac{3}{2}]$	$(-\infty; \log_3 2]$	$[\log_2 3; +\infty)$

№ 16, 2013_I Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{\pi}{4}\right)^x < \left(\frac{4}{\pi}\right)^3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-3; +\infty)$	$(3; +\infty)$	$(-\infty; 3)$	$(-\infty; -3)$	$(-\infty; \frac{1}{3})$

№ 6, 2009 Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25}$.

А	Б	В	Г	Д
(–∞; 5]	(–∞; 2]	(0; 2]	[2; +∞)	[5; +∞)

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

№ 30, 2014 Розв'яжіть нерівність $\frac{10^x - 16 \cdot 5^x}{x+2} \geq 0$. У відповіді запишіть *суму* всіх цілих розв’язків нерівності на проміжку [–3; 7].

№ 31, 2010_II Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 8^{x-5}$. У відповідь запишіть *суму* всіх цілих розв'язків цієї нерівності. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число100.

Завдання пробної, основної та додаткової сесій з тем «Логарифм. Перетворення логарифмічних виразів» «Показникові рівняння», «Логарифмічні рівняння», «Логарифмічні нерівності» можна переглянути в Додатку Г.

Запропоновані вибрані завдання із ЗНО не тільки ознайомлюють учнів із тими завданнями, які були в минулих роках, вони допомагають систематизувати отримані знання, уміння та навички з вивчених теми, розвивають в учнів математичну та обчислювальну культуру.

Висновки до розділу 2

Оскільки розвиток обчислювальної культури певною мірою залежить від рівня вмотивованості старшокласників, розумінням прикладного застосування явищ та бажанням дізнаватися нове, ми розглянули методику формування мотивації при вивченні теми «Показникова та логарифмічна функції» та описали прикладне застосування теоретичного матеріалу. Звернули увагу на те, що під час вивчення цих тем відбувається міжпредметна інтеграція. Так, за допомогою показникової функції можна обчислити зростання кількості бактерій за сприятливих для них умов існування; зростання кількості деревини; зменшення маси речовини під час радіоактивного розпаду; зменшення тиску повітря з висотою. Також прикладне застосування мають і логарифми. Вони широко застосовуються для моделювання різноманітних процесів навколишнього життя. Наприклад, за відомим психофізіологічним законом Вебера-Фехнера можна обчислити силу відчуття людиною певного подразника; гучність (рівень звукового тиску) звучання музичних інструментів, побутових приладів [38].

Іноді в прикладних задачах роль математичних моделей виконують не функції, а рівняння та нерівності. У більшості випадків їх застосовують не для перевірки вміння розв’язувати складні показникові та логарифмічні рівняння (нерівності), а для інтерпретації даних математичною мовою і навпаки.

Обчислювальна культура є необхідним елементом. Вона має важливе практичне значення і є основою вивчення математики та інших навчальних дисциплін. Обчислювальна культура активізує пам’ять учнів, їх увагу, пізнавальну активність, тому з цією метою розроблена система вправ, яка спрямована на розвиток обчислювальної культури під час вивчення теми «Показникова та логарифмічна функції».

Крім того, для кращого розвитку обчислювальної культури учнів, слід використовувати різні інтерактивні вправи та інтерактивні методи (мультимедійні дошки), оскільки це зацікавлює учнів та підвищує їх пізнавальний інтерес. Ми продемонстрували приклад використання інтерактивних методів навчання, інтерактивних вправ, а також додатків для роботи на уроці.

Проведено глибокий аналіз завдань зовнішнього незалежного оцінювання, систематизовано завдання з теми нашого дослідження за темами, що дозволяє використовувати їх на уроках, курсах за вибором, факультативах з метою якісної підготовки учнів до ЗНО. Таким чином ми маємо змогу продемонструвати їх учням та разом з ними порозв’язувати їх, або ж використати як домашнє завдання.

ВИСНОВКИ

Дане дослідження присвячене вивченню розвитку обчислювальної культури старшокласників під час навчання теми «Показникова та логарифмічна функції».

У ході дослідження було проаналізовано навчальні програми, державні стандарти з теми нашого дослідження для розкриття теоретичних та методичних основ підходу до навчання алгебри та початків аналізу, а саме: ми розкрили як відбувалося становлення та розвиток понять «показникова логарифмічна функції», визначили цілі навчання та основні вимоги до знань, умінь і навичок.

Проаналізовано психолого-педагогічну літературу для розкриття сутності поняття «обчислювальна культура» та методичну літературу з питань проблеми формування обчислювальної культури учнів. Аналіз допоміг зробити висновок про те, що формування обчислювальної культури учнів дуже важливе та необхідне для розвитку особистості учнів.

Нами було зроблено порівняльний аналіз чинних підручників з алгебри та початків аналізу 11 класу профільного рівня. Зробили висновок, що кожен автор творчо підійшов до викладення матеріалу та підбірки системи вправ, але, ми вважаємо, що підручник О. Істер якнайкраще сприятиме розвитку обчислювальної культури старшокласників під час вивчення теми «Показникова та логарифмічна функція».

Оскільки розвиток обчислювальної культури певною мірою залежить від рівня вмотивованості старшокласників, розумінням прикладного застосування явищ та бажанням дізнаватися нове, ми розглянули методику формування мотивації при вивченні теми «Показникова та логарифмічна функції» та описали прикладне застосування теоретичного матеріалу. Звернули увагу на те, що під час вивчення цих тем відбувається міжпредметна інтеграція.

Для кращого розвитку обчислювальної культури учнів, слід використовувати різні інтерактивні вправи та інтерактивні методи (мультимедійні дошки), оскільки це зацікавлює учнів та підвищує їх пізнавальний інтерес. З цією метою ми продемонстрували приклад використання інтерактивних методів навчання, інтерактивних вправ, а також додатків для роботи на уроці і розробили систему завдань з теми дослідження для учнів 11 класів.

Виконано глибокий аналіз завдань ЗНО минулих років з метою систематизації вправ для майбутньої роботи зі старшокласниками під час вивчення цієї теми або підготовки до ЗНО. Ці завдання дають змогу розвинути обчислювальну культуру, продемонструвати рівень готовності до складання ЗНО та звертають увагу на те, що треба ще вивчити або довчити. Завдання можна використовувати як на уроках, так і на факультативах або пропонувати учням як домашнє завдання.

Таким чином, поставленої мети досягнуто, завдання дослідження виконано.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андрєєва А. Із історії логарифмів [Електронний ресурс] / А. Андрєєва – 2016. – Режим доступу до ресурсу: https://revolution.allbest.ru/mathematics/00749375_0.html (дата звернення 12.09.2022)
2. Армаш Т. Розвиток обчислювальної культури старшокласників під час вивчення теми «Показникова функція» / Т. Армаш, А. Гебель – 2022. – с. 463-470. – Режим доступу: https://sci-conf.com.ua/wp-content/uploads/2022/06/SCIENCE-INNOVATIONS-AND-EDUCATION-PROBLEMS-AND-PROSPECTS-1-3.06.22.pdf (дата звернення 04.10.2022)
3. Бицька М. Перевага та недоліки ЗНО, – думки українців (опитування). [Електронний ресурс] / М. Бицька – 2018. – Режим доступу до ресурсу: https://www.0332.ua/news/2053800/perevagi-ta-nedoliki-zno-dumki-ukrainciv-opituvanna (дата звернення 08.09.2022)
4. Бугайов О.І. Диференціація навчання учнів у загальноосвітній школі / О. І. Бугайов, Д. І. Дейкун. – Київ : Освіта, 1992. – 63 с.
5. Бурда М. Навчання математики в старшій школі на профільному рівні (Методичні рекомендації) [Електронний ресурс] / М. І. Бурда, Д. В. Васильєва, В. В. Волошена, О. І. Глобін – Режим доступу до ресурсу: https://lib.iitta.gov.ua/712224/1/Metod%20recomend.pdf (дата звернення 04.10.2022)
6. Вивальнюк Л.М. Математика / Л. М. Вивальнюк, М. М. Мурач, О. І. Соколенко. – Київ : Освіта, 1998. – 301 с.
7. Використання інтерактивних форм і методів навчання на заняттях математики при закріпленні теми «Розв’язування логарифмічних рівнянь». [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://urok.osvita.ua/materials/math/50481/attachment-download/18996/ (дата звернення 10.10.2022)

8. Гайштут О. Г. Алгебра 7-11 клас. Збірник задач / Олександр Григорович Гайштут. – Київ: КІМО, 2000. – 192 с.

9. Гаук М. М. Самостійні та контрольні роботи. Алгебра та початки аналізу. 11 клас / М. М. Гаук, Л. В. Зубович. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 1999. – 96 с.

10. Гурський І. П. Функції та побудова графіків. Посібник для вчителів / І. П. Гурський.– Київ : Просвіта, 1968. – 215 с.

11. Данагулян Л. Дистанційне навчання – як змінюється школа під час пандемії? [Електронний ресурс] / Л. Данагулян – 2020. – Режим доступу до ресурсу: https://explainer.ua/distantsijne-navchannya-yak-zminyuyetsya-shkola-pid-chas-pandemiyi/ (дата звернення 21.09.2022)

12. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти [Електронний ресурс]. – 2018. – Режим доступу до ресурсу: http://www.mon.gov.ua/ua/often-requested/state-standards/. (дата звернення 19.11.2022)

13. Єршова А. П. Самостійні та контрольні роботи з алгебри та початків аналізу для 10-11 класу / А. П. Єршова, В. В. Голобородько. – Харків, Москва: Гімназія, Ілекса, 2002. – 176 с.

14. Завдання ЗНО з математики. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: https://osvita.ua/test/answers/matem.html (дата звернення 25.09.2022)

15. Засоби навчання математики [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://wiki.fizmat.tnpu.edu.ua/index.php/Засіб_навчання (дата звернення 25.09.2022)

16. ЗНО і ДПА: для чого вони та в чому різниця? [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: https://znoclub.com/dovidnik-zno/1262-zno-i-dpa-dlya-chogo-voni-ta-v-chomu-riznitsya.html (дата звернення 12.09.2022)

17. Зовнішнє незалежне оцінювання. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу:

https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%BE%D0%B2%D0%BD%D1%96%D1%88%D0%BD%D1%94_%D0%BD%D0%B5%D0%B7%D0%B0%D0%BB%D0%B5%D0%B6%D0%BD%D0%B5_%D0%BE%D1%86%D1%96%D0%BD%D1%8E%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F#%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0 (дата звернення 19.11.2022)

18. Івашова О. А. Обчислювальна культура школярів: міждисциплінарний підхід [Електронний ресурс] / О. А. Івашова – 2018. – Режим доступу: https://lib.herzen.spb.ru/text/ivashova_145_151_162.pdf. (дата звернення 21.10.2022)

19. Істер О. С. Алгебра і початки аналізу : (профіл. рівень) : підруч. для 11 -го кл. закл. заг. серед. освіти / О. С. Істер , О. В. Єргіна — Київ : Генеза, 2019. — 416 с. : іл.

20. Істер О. С. Дидактичні матеріали з алгебри. 11 клас: Вправи. Самостійні роботи. Тематичні контрольні роботи. Завдання для корекції знань / О. С. Істер. – Кам’янець-Подільський: Абетка, 2004. – 170 с.

21. Істер О. С. Збірник завдань атестаційних робіт з математики: 11 клас / О. С. Істер, О. В. Єргіна. – Київ: Генеза, 2015. – 40 с.

22. Історія виникнення логарифму. [Електронний ресурс]. – 2021. – Режим доступу до ресурсу: https://goaravetisyan.ru/istoriya-vozniknoveniya-logarifma---referat-chto-takoe-logarifm-logarifmy-v/ (дата звернення 17.11.2022)

23. Історія логарифмів. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%86%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F_%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%84%D0%BC%D1%96%D0%B2 (дата звернення 17.11.2022)

24. Історія логарифмів. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: https://www.wiki.uk-ua.nina.az/%D0%86%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F_%

D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%84%D0%BC%D1%96%D0%B2.html (дата звернення 17.11.2022)

25. Історія математичних позначень. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: https://www.wikiwand.com/uk/%D0%86%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F_%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B8%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%BD%D1%8C (дата звернення 07.10.2022)

26. Капіносов А. Математика: посібник для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / А. М. Капіносов, Г. І. Білоусова, Г. В. Гап'юк та ін.]. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2011. – 400 с.

27. Капіносов А. М. Тести з алгебри: тематичні та підсумкові. 11 клас / А. М. Капіносов. – Київ: А.С.К., 1997. – 96 с. – (2-ге вид.).

28. Клейнер Г. М. Математична та наукова картина світу. / Г. М. Клейнер — К..: Рад. шк., 1984.

29. Клочко І. Я. Алгебра. Зошит для контрольних робіт (за типологією завдань зовнішнього незалежного оцінювання). 11 клас / І. Я. Клочко. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2009. – 144 с.

30. Круглов А. Логарифми [Електронний ресурс] / А. Круглов – 2016. – Режим доступу до ресурсу: https://demo.multiurok.ru/index.php/files/logharifmy-krughlov-andriei.html

31. Курбанова А. Методичні прийоми формування обчислювальних навичок [Електронний ресурс] / А. Курбанова – 2014. – Режим доступу: https://ukrbukva.net/95361-Metodicheskie-priemy-formirovaniya-vychislitel-nyh-navykov-pis-mennogo-slozheniya-i-vychitaniya-v-nachal-nom-kurse-matematiki.html (дата звернення 04.10.2022)

32. Литвиненко Г. М. Збірник завдань для екзамену з математики на атестат про середню освіту. Частина 1. Алгебра та початки аналізу / Г. М. Литвиненко, Л. Я. Федченко, В. О. Швець. – Львів: ВНТЛ, 1997. – 96 с.

33. Малайчук А. Методика вивчення показникової і логарифмічної функції в курсі середньої школи. Найпростіші показникові та логарифмічні рівняння і нерівності [Електронний ресурс] / А. Малайчук – 2016. – Режим доступу до ресурсу: https://revolution.allbest.ru/mathematics/00641071_0.html (дата звернення 09.10.2022)

34. Математика: навчальна програма для 10-11 класів з математики профільного рівня. [Електронний ресурс]. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika-profilnij-rivenfinal.docx. (дата звернення 09.10.2022)

35. Мелешко К. Обчислювальна культура як основа будь-якої професії [Електронний ресурс] / К. Мелешко – 2018. – Режим доступу: http://pandia.ru/text/80/091/45771.php. (дата звернення 04.10.2022)

36. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : проф.. рівень : підруч. для 11 кл. загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2019. – 352 с. : іл.

37. Мерзляк А. Г. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики: 11 клас: у 2-х ч. / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір; за ред. М. І. Бурди. – Київ: Центр навчально-методичної літератури, 2014. – 224 с.

38. Множення та розподіл у різних країнах. Старовинні способи множення. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://kerchtt.ru/uk/umnozhenie-i-delenie-v-raznyh-stranah-starinnye-sposoby/ (дата звернення 04.10.2022)

39. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Харків : Вид-во «Ранок», 2019. – 240 с.

40. Обруч А. Інтеграція змістових ліній курсу алгебри і початків аналізу для формування математичної компетентності старшокласників на прикладі вивчення показникових та логарифмічних рівнянь, нерівностей,

систем рівнянь та нерівностей [Електронний ресурс] / А. Обруч – 2016. – Режим доступу до ресурсу: http://lib.ndu.edu.ua/dspace/bitstream/123456789/2482/1/%D0%9E%D0%B1%D1%80%D1%83%D1%87.pdf (дата звернення 12.09.2022)

41. Одемчук Г. Профільне навчання як особливий вид диференціації [Електронний ресурс] / Г. Одемчук – 2015. – Режим доступу: https://annaodemchuk.files.wordpress.com/2015/12/d0bfd0bed181d196d0b1d0bdd0b8d0ba.docx (дата звернення 04.10.2022)

42. Ожегова С. Логарифми в медицині з історії створення логарифмів [Електронний ресурс] / С. Ожегова – Режим доступу до ресурсу: https://actionvideo.ru/uk/ozhegova/logarifmy-v-medicine-iz-istorii-sozdaniya-logarifmov-iz.html. (дата звернення 09.10.2022)

43. Петрик М., Основи математичного моделювання та застосування математичних методів у наукових дослідженнях. / М. Петрик, М. Баб’юк —Тернопіль: Підручники і посібники. – 1998.

44. Показникові та логарифмічні рівняння, нерівності та їх системи в шкільному курсі математики – Педагогіка. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: http://8ref.com/4/referat_45354.html (дата звернення 04.10.2022)

45. Придорожко В. Актуальність розвитку обчислювальних навичок [Електронний ресурс] / В. Придорожко – 2021. – Режим доступу: https://school-303.inet.ua/wp-content/uploads/2021/12/Prydorojko_Valentyna.pdf (дата звернення: 17.11.2022)

46. Програма зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання з математики, здобутих на основі повної загальної середньої освіти. [Електронний ресурс]. – 2019. – Режим доступу до ресурсу: https://osvita.ua/test/program_zno/1126/ (дата звернення 04.10.2022)

47. Славінська Л. Методична розробка відкритого заняття з теми «Тотожні перетворення логарифмічних виразів» [Електронний ресурс] / Л. Славінська – 2020. – Режим доступу до ресурсу:

https://naurok.com.ua/metodichna-rozrobka-vidkritogo-zanyattya-z-temi-totozhni-peretvorennya-logarifmichnih-viraziv-184987.html (дата звернення 19.11.2022)

48. Смолякова Р. Дидактична аналітика підручника з математики [Електронний ресурс] / Р. Смолякова – 2021. – Режим доступу до ресурсу: https://naurok.com.ua/kvalifikaciyna-robota-z-temi-didaktichna-analitika-pidruchnika-z-matematiki-259778.html (дата звернення 25.09.2022)

49. Ткаченко О. Застосування показникової функції, чи «Оди експоненті» [Електронний ресурс] / Ткаченко О. – Режим доступу до ресурсу: https://www.slideshare.net/ssuser0446cd/ss-71763712 (дата звернення 21.10.2022)

50. Ушинський К. Д. Вибрані педагогічні твори : в 2 т. / К. Д. Ушинський. – К. : Рад. шк., 1983. – Т. 1. – С. 195

51. Федотова Л., Підвищення обчислювальної культури учнів// Математика в школі. – 2004. – №35. – С. 3-7.

52. Хомутківська Л. Урок "Розв'язання показникових рівнянь" [Електронний ресурс] / Л. Хомутківська – 2015. – Режим доступу: https://naurok.com.ua/seriya-urokiv-algebri-po-temi-pokaznikova-funkciya-36227.html (дата звернення 09.11.2022)

53. Цуренко С. П. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи. Алгебра і початки аналізу. Геометрія 11 клас. Тематичне оцінювання / Сергій Павлович Цуренко. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2004. – 88 с.

54. Чому ЗНО – це важливо? [Електронний ресурс]. – 2020. – Режим доступу до ресурсу: https://yml.com.ua/media/odeska-zagalnoosvitna-skola-no92/F9gXFm (дата звернення 04.10.2022)

55. Що таке ЗНО? // Планета щастя [Електронний ресурс]. – 2021. – Режим доступу до ресурсу: https://www.planetaschastya.com/sho-take-zno (дата звернення 04.10.2022)

56. Що таке ЗНО? [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу: https://naurok.ua/student/blog/scho-take-zno (дата звернення 04.10.2022)

ДОДАТКИ

Додаток А

Логіко-математичний аналіз

Таблиця А.1

Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу

	Поняття	Факти	Способи діяльності
Нові	• степінь додатного числа з дійсним показником; • показникові функції; • показникові рівняння; • показникові нерівності; • логарифм; • десятковий логарифм; • логарифмічна функція; • логарифмічні рівняння; • логарифмічні нерівності; • експонента; • натуральний логарифм.	• властивості степеня з дійсним показником; • рівносильні нерівності; • основна логарифмічна тотожність; • властивості логарифмів; • властивості логарифмічної функції.	• побудова графіків показникової функції; • розв'язування показникових рівнянь; • розв'язування показникових нерівностей; • логарифмування числа за його основою; • побудова графіків логарифмічних функцій; • розв'язування логарифмічних рівнянь.
Базові	• степінь додатного числа з раціональним показником; • екстремум; • зростаюча та спадна функції; • нулі функції; • найбільше і найменше значення функції; • асимптота; • область	• властивості степеня з раціональним показником • рівносильні рівняння • взаємне розміщення графіків • таблиця похідних	• побудова графіків функцій; • встановлення графічно кількість коренів; • знаходження похідної функції; • складання рівняння дотичної до графіка функції; • обчислення похідної функції в точці дотику.

Продовження табл. А.1

	• визначення; • область значень • обернена функція • парність функції • похідна функцій • дотична		

Таблиця А.2

Логіко-математичний аналіз формулювання означень нових понять теми

Поняття	**Формулювання означення**	**Вид означення, характеристична властивість**
Степінь додатного числа з дійсним показником	Строге формулювання означення виходить за межі навчальної програми.	–
Показникові функції	Виберемо деяке додатне число *a*, відмінне від 1. Кожному дійсному числу можна поставити у відповідність число a^x. Тим самим задамо функцію $f(x) = a^x$, де $a>0$, $a\neq1$, з області визначення $\mathbb{R}$. Цю функцію називають показникової функцією.	*Вид:* конструктивне означення.
Показникові рівняння	Рівняння, в яких змінна міститься лише в показнику степеня, називається показниковими рівняннями.	*Вид:* через найближчий рід і істотні властивості. *Істотні властивості:* змінна міститься лише в показнику степеня.
Показникові нерівності	Нерівності $0{,}2^x < 25, 2^x + 5^x > 1,7^{x^2} > 2^x$ є прикладами показникових нерівностей.	*Вид:* конструктивне означення.

Продовження табл. А.2

Логарифм	Логарифмом додатного числа b з основою a, де $a>0$ і $a\neq1$, називають показник степеня, до якого потрібно піднести число a, щоб отримати число b.	*Вид:* через найближчий рід і істотні властивості. *Істотні властивості:* потрібно піднести число a, щоб отримати число b.
Десятковий логарифм	Логарифм з основою 10 називають десятковим логарифмом.	*Вид:* через найближчий рід і істотні властивості. *Істотні властивості:* з основою 10.
Логарифмічна функція	Оберемо додатне число а, відмінне від 1. Кожному додатному числу х можна поставити у відповідність число у таке, що $y = \log_a x$. Тим самим буде задано функцію $f(x) = \log_a x$ з областю визначення $D(f) = (0; +\infty)$. Цю функцію називають логарифмічною.	*Вид:* конструктивне означення.
Логарифмічні рівняння	Рівняння називають логарифмічним, якщо змінна міститься під знаком логарифма.	*Вид:* через найближчий рід і істотні властивості. *Істотні властивості:* змінна міститься під знаком логарифма.
Логарифмічні нерівності	Нерівність називають логарифмічною, якщо змінна міститься під знаком логарифма.	*Вид:* через найближчий рід і істотні властивості. *Істотні властивості:* змінна міститься під знаком логарифма.
Експонента	Функцію $f(x) = e^x$ називають експонентою.	*Вид:* конструктивне означення.

Продовження табл. А.2

Натуральний логарифм	Логарифм з основою e називають натуральним логарифмом.	*Вид:* через найближчий рід і істотні властивості. *Істотні властивості:* з основою *e*.

Таблиця А.3

Орієнтована будова системи вправ для введення нового поняття

Види вправ / **Поняття**	Вправи для створення мотивації та введення нового поняття	Вправи, що забезпечують актуалізацію та повторення базових знань та умінь	Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів, які мають ці властивості	Вправи, на базі яких відбувається ілюстрація поняття, що вводиться	Вправи для забезпечення розпізнавання об'єктів, що входять до обсягу нового поняття	Вправи спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння текстового значення
Степінь додатного числа з дійсним показником	Текст §1, п.1, ст.6-7	–	№1.3	№1.1	№1.11-1.12	№1.13-1.14, №1.30-1.31
Показникові функції	Текст §1, п.1, ст.7-10	–	№1.6-1.8	№1.9-1.10, №1.22-1.23	№1.15, №1.16-1.19, №1.24-1.25	№1.20-1.21, №1.26-1.29, №1.33-1.44
Показникові рівняння	Текст §1, п.2, ст.16-19	№1.47-1.50	–	№2.1-2.2	№2.3-2.22	№2.23-2.32

Продовження табл. А.3

Показникові нерівності	Текст §1, п.3, ст.24-26	№2.33-2.35	№3.1	№3.2-3.3, №3.8-3.9	№3.4-3.5, №3.10-3.31	№3.6-3.7, №3.32-3.33
Логарифм	Текст §1, п.4, ст.29-34	–	№4.1	№4.2-4.5, №4.8, №4.13-4.14	№4.9-4.12, №4.15-4.16, №4.21-4.27, №4.39-4.40	№4.17-4.20, №4.29-4.37, №4.314.42, №4.45-4.51
Десятковий логарифм	–	–	–	№4.6-4.7	№4.28, №4.38	№4.43-4.44
Логарифмічна функція	Текст §1, п.5, ст.40-44	№4.52-4.54	№5.1-5.2	№5.3-5.8	№5.9-5.14, №5.17-5.18 №5.21-5.26, №5.33-5.36	№5.15-5.16, №5.19-5.20, №5.27-5.32, №5.37-5.40
Логарифмічні рівняння	Текст §1, п.6, ст.48-55	№5.41	–	№6.1-6.4	№6.5-6.29	№6.30-6.45
Логарифмічні нерівності	Текст §1, п.7, ст.61-64	№6.46-6.47	–	№7.1-7.2	№7.3-7.4, №7.7-7.8, №7.11-7.18	№7.5-7.6, №7.9-7.10, №7.19-7.32

Структурно-логічна модель, яка охоплює основні поняття теми

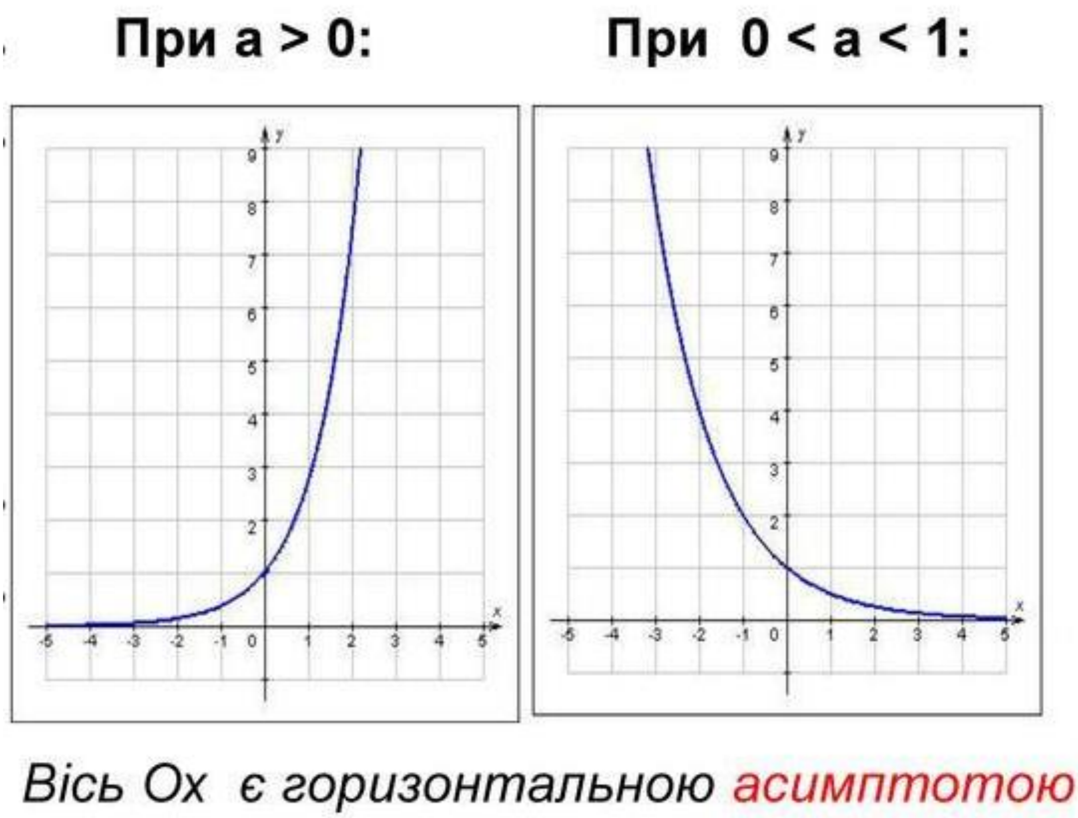
(Схематичне представлення понять теми, опорний конспект)

Показникова функція і її властивості [34]

У таблиці наведено властивості функції $y = a^x$, де $a > 0$, $a \neq 1$, вивчені в цьому пункті.

Область визначення	$\mathbb{R}$
Область значень	$(0; +\infty)$
Нулі функції	–
Проміжки знако-сталості	$y > 0$ на $\mathbb{R}$
Зростання / спадання	Якщо $a > 1$, то функція є зростаючою; якщо $0 < a < 1$, то функція є спадною
Неперервність	Неперервна
Диференційовність	Диференційовна
Асимптоти	Якщо $a > 1$, то графік функції має горизонтальну асимптоту $y = 0$ при $x \to -\infty$; якщо $0 < a < 1$, то графік функції має горизонтальну асимптоту $y = 0$ при $x \to +\infty$

Графік показникової функції [31]



Основні показникові тотожності [31]

$a^{x+y} = a^x \cdot a^y$	$2^{x+2} = 2^x \cdot 2^2 = 4 \cdot 2^x$
$a^{x-y} = a^x : a^y$	$3^{1-x} = \frac{3}{3^x}$
$a^{xy} = (a^x)^y = (a^y)^x$	$5^{2x} = (5^2)^x = 25^x$; $\left(\frac{9}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x}$
$a^x \cdot b^x = (ab)^x$	$2^x \cdot 5^x = (2 \cdot 5)^x = 10^x$
$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$	$\frac{4^x}{7^x} = \left(\frac{4}{7}\right)^x$
$a^0 = 1;\ \ a \neq 1$	$1 = 7^0$
$a^1 = a;\ \ a \neq 0$	$5^1 = 5$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a \neq 0$	$\frac{1}{2^x} = 2^{-x}$
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$; $a > 0$	$\sqrt[x]{5^{x-3}} = 5^{\frac{x-3}{x}}$

Найпростіші показникові рівняння [38]

2. Схема рівносильних перетворень найпростіших показникових рівнянь

Орієнтир	Приклад	
При $a>0$ і $a \neq 1$ $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$	$3^{2x+4} = 9.$ ▷ $3^{2x+4} = 3^2;$ $2x+4=2;$ $x=-1.$ *Відповідь*: -1. ◁	$6^{x+3} = -36.$ ▷ Коренів немає, оскільки $6^t > 0$ для всіх t. *Відповідь*: коренів немає. ◁

3. Зведення деяких показникових рівнянь до найпростіших

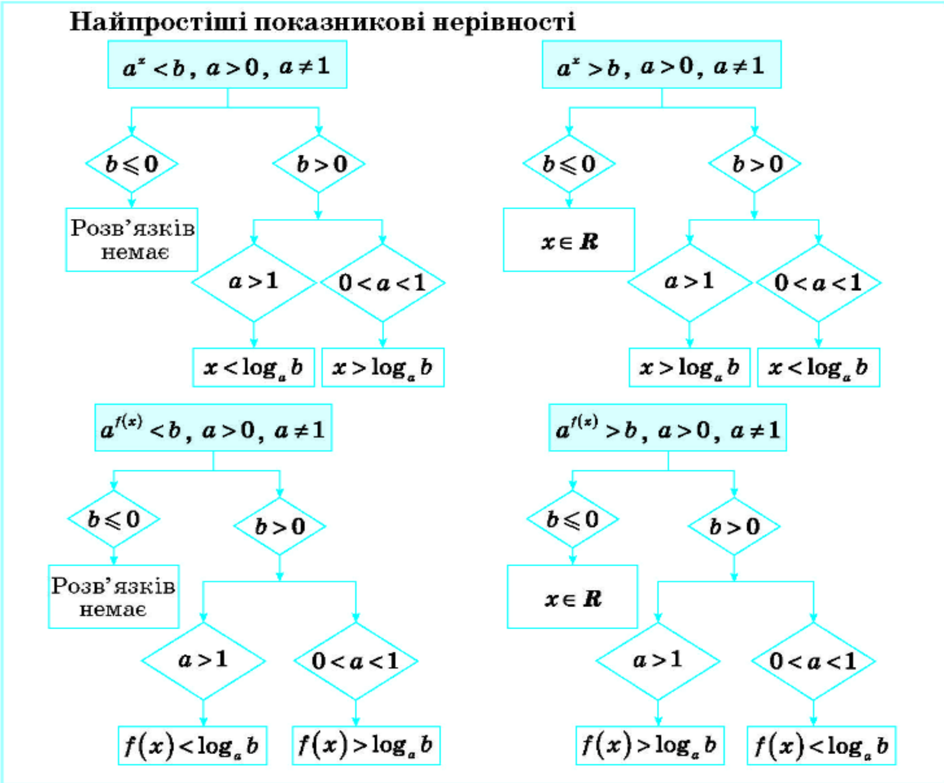
Орієнтир	Приклад
1) *Якщо ліва й права частини показникового рівняння містять тільки добутки, частки, корені або степені, то доцільно за допомогою основних формул спробувати записати обидві частини рівняння як степені з однією основою.*	$2^{x-3} \cdot 4^x = \frac{\sqrt{2}}{16^x}.$ ▷ $2^{x-3} \cdot 2^{2x} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{4x}};$ $2^{3x-3} = 2^{\frac{1}{2}-4x};$ $3x-3 = \frac{1}{2} - 4x;$ $x = \frac{1}{2}.$ *Відповідь*: $\frac{1}{2}$. ◁
2) *Якщо в одній частині показникового рівняння стоїть число, а в іншій усі члени містять вираз виду a^{kx} (показники степенів відрізняються тільки вільними членами), то зручно в цій частині рівняння винести за дужки найменший степінь a.*	$5^x - 2 \cdot 5^{x-2} = 23.$ ▷ $5^{x-2}(5^2-2) = 23;$ $5^{x-2} \cdot 23 = 23;$ $5^{x-2} = 1;$ $5^{x-2} = 5^0;$ $x-2=0;$ $x=2.$ *Відповідь*: 2. ◁

Схема розв'язання більш складних показникових рівнянь [38]

Схема пошуку плану розв'язування показникових рівнянь

Орієнтир	Приклад
1. **Позбуваємося числових доданків у показниках степенів** (використовуємо справа наліво основні формули дій над степенями, наведені в табл. 3).	$$4^{x+1}-3\cdot 2^x-10=0.$$ ▶ $4^x\cdot 4^1-3\cdot 2^x-10=0$. Ураховуючи, що $4^x=2^{2x}$, зводимо степені до однієї основи 2: $$4\cdot 2^{2x}-3\cdot 2^x-10=0.$$
2. **Якщо можливо, зводимо всі степені (зі змінною в показнику) до однієї основи** *і виконуємо заміну змінної.*	Виконавши заміну $2^x=t$, отримаємо рівняння $$4t^2-3t-10=0;\ t_1=2,\ t_2=-\frac{5}{4}.$$ У результаті оберненої заміни маємо: $2^x=2$, тобто $x=1$, або $2^x=-\frac{5}{4}$ — коренів немає. *Відповідь*: 1. ◁
3. Якщо не можна звести всі степені до однієї основи, то пробуємо звести їх **до двох основ так, щоб одержати однорідне рівняння** (*усі члени якого мають однаковий сумарний степінь і яке розв'язується почленним діленням обох частин рівняння на найбільший степінь однієї з двох одержаних основ*).	$$4^x+3\cdot 6^x-4\cdot 9^x=0.$$ ▶ Зведемо всі степені до двох основ 2 і 3: $$2^{2x}+3\cdot 2^x\cdot 3^x-4\cdot 3^{2x}=0.$$ Маємо однорідне рівняння (сумарний степінь усіх членів однаковий — $2x$). Для його розв'язування поділимо обидві частини на $3^{2x}\neq 0$: $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}+3\left(\frac{2}{3}\right)^x-4=0$. Виконаємо заміну $\left(\frac{2}{3}\right)^x=t$, одержимо: $t^2+3t-4=0$; $t_1=1$, $t_2=-4$. У результаті оберненої заміни маємо: $\left(\frac{2}{3}\right)^x=-4$ — коренів немає або $\left(\frac{2}{3}\right)^x=1$, тоді $x=0$. *Відповідь*: 0. ◁
4. В інших випадках **переносимо всі члени рівняння в один бік і пробуємо розкласти одержаний вираз на множники або** застосовуємо спеціальні прийоми розв'язування, у яких **використовуються властивості відповідних функцій.**	$$6^x-9\cdot 2^x-2\cdot 3^x+18=0.$$ ▶ Якщо попарно згрупувати члени в лівій частині рівняння і в кожній парі винести за дужки спільний множник, то одержимо $2^x(3^x-9)-2(3^x-9)=0$. Тепер можна винести за дужки спільний множник 3^x-9: $$(3^x-9)\cdot(2^x-2)=0.$$ Тоді $3^x-9=0$ або $2^x-2=0$. Одержуємо два рівняння: 1) $3^x=9$, тоді $x=2$; 2) $2^x=2$, тоді $x=1$. *Відповідь*: 2; 1. ◁

Найпростіші показникові нерівності [7]



Логарифм числа та його властивості [31]

1. Логарифм числа	
Означення	**Приклади**
Логарифмом додатного числа b (b > 0) за основою a **(a >0, a ≠1) називається показник c, до якого треба піднести a, щоб одержати b.** Позначення: $\log_a b$; $\log_a b = c$, $a^c = b$ Дія знаходження логарифма – *логарифмування.*	1) $\log_4 16 = 2$, оскільки $4^2 = 16$ 2) $\log_7 \sqrt{7} = \frac{1}{2}$, оскільки $7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$
Десятковий логарифм – це логарифм за основою 10. Позначення: $\log_{10} b = \lg b$	$\lg 1000 = 3$, оскільки $10^3 = 1000$
Натуральний логарифм – це логарифм за основою e $(e \approx 2{,}7182818)$. Позначення: $\log_e b = \ln b$	$\ln \frac{1}{e^2} = -2$, оскільки $e^{-2} = \frac{1}{e^2}$.
2. Основна логарифмічна тотожність	
$a^{\log_a b} = b$, $a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0$	1) $3^{\log_3 5} = 5$; 2) $10^{\lg 2} = 2$.

3. Властивості логарифмів і формули логарифмування		
Формула	***Формулювання***	***Приклад***
1) $\log_a 1 = 0$, $a > 0,\ a \neq 1$	*Логарифм одиниці за будь-якою основою дорівнює нулю.*	$\log_7 1 = 0$; $7^0 = 1$
2) $\log_a a = 1$, $a > 0,\ a \neq 1$	*Логарифм будь-якого числа за такою ж основою дорівнює одиниці.*	$\log_8 8 = 1$; $8^1 = 8$

3) $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$ $(a>0,\ a\neq 1,\ x>0,\ y>0)$	*Логарифм добутку додатних чисел дорівнює сумі логарифмів множників.*	$\log_3 2+\log_3 4{,}5=\log_3(2\cdot 4{,}5)=$ $=\log_3 9=2,\ 3^2=9$
4) $\log_a\frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$, $(a>0,\ a\neq 1,\ x>0,\ y>0)$	*Логарифм частки при діленні додатних чисел дорівнює різниці логарифмів діленого і дільника.*	$\lg 12-\lg 1{,}2=\lg\frac{12}{1{,}2}=\lg 10=1$
5) $\log_a x^p=p\log_a x$, $(a>0,\ a\neq 1,\ x>0)$	*Логарифм степені додатного числа дорівнює добутку показника степеню на логарифм основи.*	$\log_3\sqrt[3]{3}=\log_3 3^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}\log_3 3=\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{3}$;

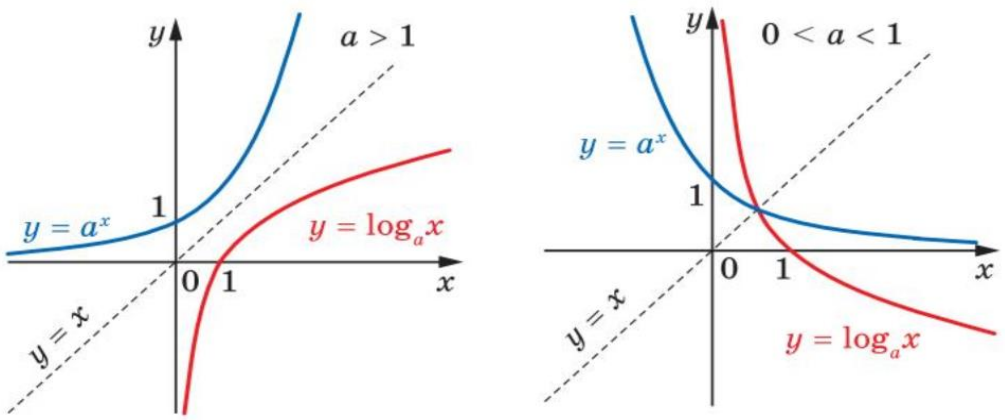
4. Формула переходу до іншої основи

$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$, *a, b, c – додатні,* $a\neq 1,\ c\neq 1$	1) $\log_2 3=\frac{\log_5 3}{\log_5 2}$; 2) $\frac{\log_3 2}{\log_3 8}=\log_8 2=\frac{1}{3}$;

Наслідки

$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$ $(a>0,\ a\neq 1,\ b>0,\ b\neq 1)$	$\log_a b=\log_{a^p} b^p$ $(a>0,\ a\neq 1,\ b>0)$	$\log_{a^p} b=\frac{1}{p}\log_a b$ $(a>0,\ a\neq 1,\ b>0)$	$\log_{a^q} a^p=\frac{p}{q}$ $(a>0,\ a\neq 1)$

Логарифмічна функція: властивості та графік [34]



а *б*

Область визначення	$(0;\ +\infty)$
Область значень	$\mathbb{R}$
Нулі функції	$x=1$
Проміжки знакосталості	Якщо $a>1$, то $y<0$ на $(0;\ 1)$, $y>0$ на $(1;\ +\infty)$; якщо $0<a<1$, то $y<0$ на $(1;\ +\infty)$, $y>0$ на $(0;\ 1)$
Зростання / спадання	Якщо $a>1$, то функція є зростаючою; якщо $0<a<1$, то функція є спадною
Неперервність	Неперервна
Диференційовність	Диференційовна
Асимптоти	Пряма $x=0$ — вертикальна асимптота, коли x прямує до нуля справа

Логарифмічні рівняння [38]

2. Розв'язування найпростіших логарифмічних рівнянь

Орієнтир	Приклад
Якщо a — число ($a>0$ і $a\neq 1$), то $\log_a f(x)=c \Leftrightarrow f(x)=a^c$ *(використовуємо означення логарифма)*	$\log_3(x-1)=2$. ▶ $x-1=3^2$; $x=10$. *Відповідь*: 10. ◁

3. Використання рівнянь-наслідків

Орієнтир	Приклад
Якщо з припущення, що перша рівність правильна, випливає правильність кожної наступної, то гарантовано одержуємо рівняння-наслідки. *При використанні наслідків не відбувається втрата коренів початкового рівняння, але можлива поява сторонніх коренів.* Тому перевірка одержаних коренів підстановкою в початкове рівняння є складовою частиною розв'язування.	$\log_x(x+2)=2$. ▶ За означенням логарифма одержуємо: $x+2=x^2$; $x^2-x-2=0$; $x_1=-1$, $x_2=2$. *Перевірка*. $x=-1$ — сторонній корінь (в основі логарифма одержуємо від'ємне число); $x=2$ — корінь ($\log_2(2+2)=2$; $\log_2 4=2$; $2=2$). *Відповідь*: 2. ◁

4. Рівносильні перетворення логарифмічних рівнянь

Заміна змінних

Орієнтир	Приклад
Якщо у рівняння (нерівність або тотожність) змінна входить в одному й тому самому вигляді, то зручно відповідний вираз зі змінною позначити однією буквою (новою змінною).	$\lg^2 x-2\lg x-3=0$. ▶ Виконаємо заміну $\lg x=t$, тоді $t^2-2t-3=0$; $t_1=-1$, $t_2=3$. Отже, $\lg x=-1$ або $\lg x=3$. Тоді $x=10^{-1}=0{,}1$ або $x=10^3=1000$. *Відповідь*: 0,1; 1000. ◁

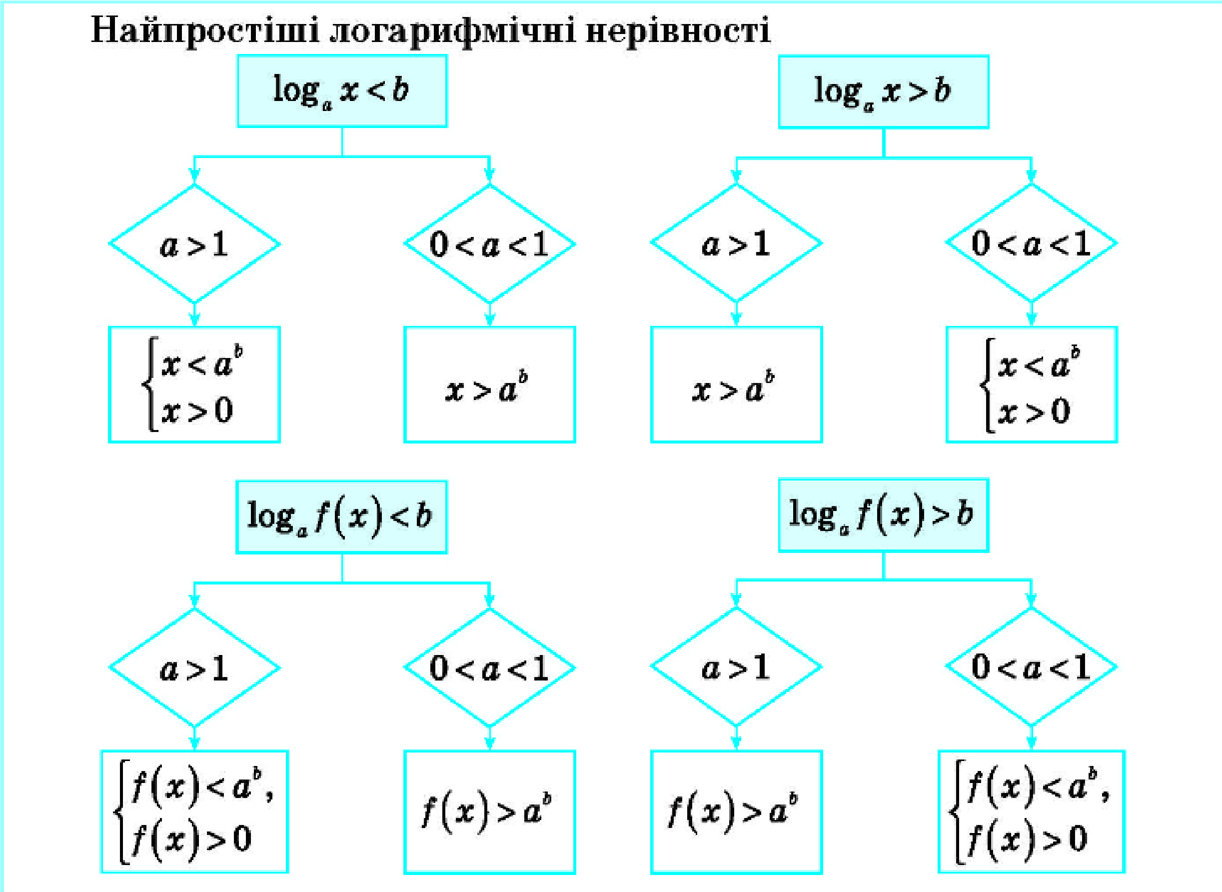
Рівняння виду $\log_a f(x)=\log_a g(x)$ ($a>0$ і $a\neq 1$)

Орієнтир	Приклад
$\log_a f(x)=\log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=g(x), \\ \left.\begin{array}{l} f(x)>0, \\ g(x)>0 \end{array}\right\vert \text{ ОДЗ} \end{cases}$ (*враховуємо ОДЗ і прирівнюємо вирази, які стоять під знаками логарифмів*).	$\log_3(x^2-2)=\log_3(4x-5)$. ▶ ОДЗ: $\begin{cases} x^2-2>0, \\ 4x-5>0. \end{cases}$ На цій ОДЗ задане рівняння рівносильне рівнянням $x^2-2=4x-5$; $x^2-4x+3=0$; $x_1=1$, $x_2=3$. $x=1$ — сторонній корінь (не задовольняє умови ОДЗ); $x=3$ — корінь (задовольняє умови ОДЗ). *Відповідь*: 3. ◁

Рівносильні перетворення рівнянь в інших випадках

Орієнтир	Приклад
1. **Враховуємо ОДЗ** заданого рівняння (*й уникаємо перетворень, які призводять до звуження ОДЗ*). 2. Стежимо за тим, щоб **на ОДЗ кожне перетворення можна було виконати як у прямому, так і у зворотному напрямках зі збереженням правильності рівності**.	$\log_2(x+1)=3-\log_2(x+3)$. ▶ ОДЗ: $\begin{cases} x+1>0, \\ x+3>0. \end{cases}$ На цій ОДЗ задане рівняння рівносильне рівнянням $\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=3$; $\log_2((x+1)(x+3))=3$; $(x+1)(x+3)=2^3$; $x^2+4x-5=0$; $x_1=1$, $x_2=-5$. $x=1$ — корінь (задовольняє умови ОДЗ); $x=-5$ — сторонній корінь (не задовольняє умови ОДЗ). *Відповідь*: 1. ◁

Найпростіші логарифмічні нерівності [7]



Похідні показникової та логарифмічної функції [38]

$(e^x)' = e^x$	$(a^x)' = a^x \ln a$ ($a > 0$, a — стала)	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $(x > 0)$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ ($x > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, a — стала)	$(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ (на ОДЗ правої частини формули)

Додаток Б

Таблиця Б.1

Орієнтовне календарно-тематичне планування теми «Показникова та логарифмічна функції» (40 год.)

№	**Тема, зміст навчального матеріалу**	**Дата**	**Примітки**
	I семестр		
	Тема 1. Показникова та логарифмічна функції (40 годин)		
Учень (учениця): **формулює** означення показникової і логарифмічної функцій та їх властивості; **формулює** означення логарифма та властивості логарифмів; **будує** графіки показникових і логарифмічних функцій; **перетворює** вирази, які містять логарифми; **знаходить** похідні показникових, логарифмічних, степеневих функцій і **застосовує** їх до дослідження цих класів функцій; **розв'язує** показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами **застосовує** показникову та логарифмічну функції до розв'язування прикладних задачах.			
1	Степінь із дійсним показником		
2	Показникова функція, її властивості та графік		
3	Показникова функція, її властивості та графік		
4	Найпростіші показникові рівняння		
5	Найпростіші показникові рівняння		
6	Розв'язування складніших показникових рівнянь		
7	Розв'язування складніших показникових рівнянь		
8	Розв'язування систем показникових рівнянь		
9	Розв'язування систем показникових рівнянь		
10	Розв'язування показникових нерівностей		
11	Розв'язування показникових нерівностей		
12	Розв'язування показникових нерівностей		
13	Розв'язування вправ		
14	Розв'язування вправ		
15	Розв'язування вправ		
16	Розв'язування вправ		
17	Логарифм числа		
18	Властивості логарифмів		
19	Властивості логарифмів		
20	Логарифмічна функція, її властивості та графік		
21	Логарифмічна функція, її властивості та графік		

Продовження табл.Б.1

22	Логарифмічні рівняння		
23	Розв’язування логарифмічних рівнянь		
24	Розв’язування логарифмічних рівнянь		
25	Розв’язування систем логарифмічних рівнянь		
26	Розв’язування систем логарифмічних рівнянь		
27	Розв’язування логарифмічних нерівностей		
28	Розв’язування логарифмічних нерівностей		
29	Розв’язування логарифмічних нерівностей		
30	Показникові рівняння, нерівності та їх системи з параметрами		
31	Показникові рівняння, нерівності та їх системи з параметрами		
32	Логарифмічні рівняння, нерівності та їх системи з параметрами		
33	Логарифмічні рівняння, нерівності та їх системи з параметрами		
34	Похідні логарифмічної та показникової функцій		
35	Застосування похідної логарифмічної функцій до дослідження цих класів функцій		
36	Застосування похідної логарифмічної функцій до дослідження цих класів функцій		
37	Розв’язування вправ		
38	Розв’язування вправ		
39	Розв’язування вправ		
40	Контрольна робота № 1		

Додаток В

Самостійна робота № 1. Означення логарифма. Основна логарифмічна тотожність

Варіант 1

1. Який з виразів є логарифмом x числа з основою a ?

а) $\log_x a$; б) $\log_a x$;

в) $x \lg a$; г) $\lg x$.

2. Яка рівність правильна?

а) $\lg 1 = 2$; б) $\log_3 9 = -2$;

в) $\log_4 1 = 0$; г) $\log_{\frac{1}{2}} 4 = 2$.

3. Обчисліть $\log_2 16 - \log_2 8$.

а) 2; б) 1; в) $\frac{1}{2}$; г) 0.

4. Запишіть $7^{-2} = \frac{1}{49}$ у вигляді логарифмічної рівності.

а) $\log_2 7 = 49$; б) $\log_7 \frac{1}{49} = -2$;

в) $\log_{\frac{1}{49}} 7 = -2$; г) $\log_7 2 = 49$.

5. Знайдіть x, якщо $\log_3 x = 3$.

а) 6; б) 27; в) 1; г) 9.

6. Обчисліть $2^{\log_2 5}$.

а) 1; б) 5; в) 32; г) 0.

7. Обчисліть $\log_2 16 - \log_8 64$:

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

8. Обчисліть $\log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_2 \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

а) 1; б) 0,5; в) -3,5; г) 8.

9. Обчисліть$\log_3 \log_2 8 - 8^{\log_8 2}$.

а) -1; б) 1; в) 0; г) 2.

Варіант 2

1. Який з виразів є логарифмом b числа з основою c ?

а) $\log_c b$; б) $\log_b c$;

в) $\lg b$; г) $b \lg c$.

2. Яка рівність правильна?

а) $\lg 2 = 1$; б) $\log_3 9 = 2$;

в) $\log_4 1 = 0$; г) $\log_5 5 = 0$.

3. Обчисліть $\log_3 27 - \log_3 9$.

а) -1; б) 2; в) 1; г) 3.

4. Запишіть $4^{-3} = \frac{1}{64}$ у вигляді логарифмічної рівності.

а) $\log_4 64 = 3$; б) $\log_4 \frac{1}{64} = -3$;

в) $\log_{\frac{1}{64}} 4 = -3$; г) $\log_{-3} 4 = \frac{1}{64}$.

5. Знайдіть x, якщо $\log_5 x = -1$.

а) $\frac{1}{5}$; б) 5; в) 1; г) $-\frac{1}{5}$.

6. Обчисліть $9^{\log_9 18}$.

а) 2; б) 18; в) 1; г) 81.

7. Обчисліть $\log_3 27 - \log_9 81$:

а) 2; б) 3; в) 1; г) 4.

8. Обчисліть $\log_{0,5} 2 + \log_2 \sqrt[4]{2}$.

а) 1; б) -0,25; в) -1,25; г) -0,75.

9. Обчисліть $-\log_2 \log_3 81 + 3^{\log_3 18}$.

а) 2; б) 16; в) 14; г) 3.

Самостійна робота № 2. Основні властивості логарифмів

Варіант 1

1. Обчисліть $\lg 8 + \lg 125$.

   а) 2; б) 3; в) 1; г) 10.

2. Обчисліть $\log_2 11 - \log_2 44$.

   а) 1; б) 2; в) -1; г) 4.

3. Обчисліть

   $\log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10$.

   а) 2; б) 3; в) 1; г) 9.

4. Знайдіть x, якщо

   $\log_6 x = 3\log_6 2 + 0,5\log_6 25$.

   а) 6; б) 25; в) 40; г) 36.

5. Обчисліть

   $\log_9 15 + \log_9 18 - 2\log_9 \sqrt{10}$

   а) 0,5; б) -0,5; в) 1; г) 1,5.

6. Обчисліть $\frac{\log_9 27 + \log_9 3}{\log_6 8 + \log_6 27}$.

   а) 6; б) $\frac{3}{2}$; в) $\frac{2}{3}$; г) 1.

7. Визначте $\log_5 72$, якщо $\log_5 2 = a, \log_5 3 = b$.

   а) 3a+2b; б) 2a+3b;

   в) a-b; г) a+b.

8. Обчисліть $8^{\log_2 3} + 9^{\log_3 4}$.

   а) 33; б) 7; в) 14; г) 43.

9. Обчисліть

   $(\log_7 15 + \log_7 4 - \log_7 6) \cdot \lg 7$.

   а) 2; б) 1; в) 0,5; г) -1.

Варіант 2

1. Обчисліть $\log_{12} 4 + \log_{12} 36$.

   а) 2; б) 3; в) 1; г) 4.

2. Обчисліть $\lg 13 - \lg 130$.

   а) 1; б) 2; в) -1; г) 10.

3. Обчисліть $\log_5 49 + 2\log_5 \frac{5}{7}$.

   а) 2; б) 1; в) 0; г) 4.

4. Знайдіть x, якщо

   $\log_7 x = 2\log_7 6 - \log_7 12$.

   а) 1,5; б) 7; в) 3; г) 6.

5. Обчисліть

   $\log_4 18 + \log_4 20 - 3\log_4 \sqrt[3]{45}$.

   а) 1,5; б) 1; в) -1,5; г) -1.

6. Обчисліть $\frac{\log_8 128 - \log_8 2}{\log_2 36 - \log_2 9}$.

   а) 1; б) 2; в) 16; г) 3.

7. Визначте $\log_5 30$, якщо $\log_5 2 = a, \log_5 3 = b$.

   а) 3a+2b; б) 1+a+b;

   в) a-b; г) a+b.

8. Обчисліть $4^{2\log_4 3} + 16^{\log_4 5}$.

   а) 64; б) 34; в) 20; г) 56.

9. Обчисліть

   $(\log_3 25 - \log_3 2 + 8) \cdot \lg 3$.

   а) -2; б) 1; в) 2; г) -1.

Самостійна робота № 3. Властивості логарифмічної функції

Варіант 1

1. Порівняти числа $\log_2 5$ і $\log_2 7$.

   а) $\log_2 5 > \log_2 7$;

   б) $\log_2 5 < \log_2 7$;

   в) $\log_2 5 = \log_2 7$;

   г) $\log_2 5 \geq \log_2 7$.

2. При якому a функція $y = \log_a x$ є зростаючою?

   а) $0 < a < 1$; б) $a > 1$;

   в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(0; +\infty)$.

3. Графік логарифмічної функції $y = \log_a x$ проходить через точку з координатами:

а) (0;1); б) (0;-1); в) (0;0); г) (1;0).

4. Через яку із точок проходить графік функції $y = \log_2 x$?

   а) A(1;3); б) B(2;3);

   в) C(4;2); г) D(3;4).

5. Знайти область визначення функції $y = \log_2(12 - 2x)$.

   а) $(-\infty; 6)$; б) $(6; +\infty)$;

   в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-6; 6)$.

6. Порівняти числа $\log_3 10$ і $\log_4 12$

   а) $\log_3 10 < \log_4 12$;

   б) $\log_3 10 \geq \log_4 12$;

   в) $\log_3 10 = \log_4 12$;

   г) $\log_3 10 > \log_4 12$.

Варіант 2

1. Порівняти числа $\log_{0,2} 5$ і $\log_{0,2} 7$.

   а) $\log_{0,2} 5 > \log_{0,2} 7$;

   б) $\log_{0,2} 5 < \log_{0,2} 7$;

   в) $\log_{0,2} 5 = \log_{0,2} 7$;

   г) $\log_{0,2} 5 \geq \log_{0,2} 7$.

2. При якому a функція $y = \log_a x$ є спадною?

   а) $(0; +\infty)$; б) $a > 1$;

   в) $(-\infty; +\infty)$; г) $0 < a < 1$

3. Графік показникової функції проходить через точку з координатами:

а) (0;1); б) (0;-1); в) (0;0); г) (1;0).

4. Через яку із точок проходить графік функції $y = \log_5 x$?

   а) A(1;0); б) B(5;1);

   в) C(5;5); г) D(0;5).

5. Знайти область визначення функції $y = \log_{10}(4x - 16)$.

   а) $(-\infty; +\infty)$; б) $[4; +\infty)$;

   в) $(4; +\infty)$ г) $(-\infty; 4)$.

6. Порівняти числа $\log_3 5$ і $\log_7 4$

   а) $\log_3 5 = \log_7 4$;

   б) $\log_3 5 < \log_7 4$;

   в) $\log_3 5 > \log_7 4$;

   г) $\log_3 5 \leq \log_7 4$.

Самостійна робота № 4. Похідна логарифмічної функції

Варіант 1

1. Знайдіть похідну $y = \ln 2x$

а) $\frac{2}{x}$; б) 2; в) $\frac{1}{x}$; г) $\frac{x}{2}$.

2. Знайдіть похідну $y = \log_3 4x$.

а) $\frac{3x}{\ln 4}$; б) $\frac{x}{\ln 4}$; в) $\frac{4}{\ln 3}$; г) $\frac{1}{x\ln 3}$.

3. Знайдіть похідну

$$y = \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 4x + 6)$$

а) $\frac{2x-4}{\ln\frac{1}{4}}$; б) $\frac{2x-4}{(x^2-4x+6)\ln\frac{1}{4}}$;

в) $\frac{2x-4}{x^2-4x+6}$; г) $\frac{(2x-4)\ln\frac{1}{4}}{x^2-4x+6}$.

4. Знайдіть похідну

$$y = (x^2 + 3)\ln(2x + 1)$$

а) $2x\ln(2x + 1) + \frac{2(x^2+3)}{2x+1}$;

б) $2x\ln(2x + 1)$;

в) $2x\ln(2x + 1)$;

г) $2x + \ln(2x + 1)$.

Варіант 2

1. Знайдіть похідну $y = 2\ln 2x$

а) $\frac{2}{x}$; б) 4; в) $\frac{4}{x}$; г) $\frac{x}{4}$.

2. Знайдіть похідну

$$y = \log_{10} 3x.$$

а) $\frac{3x}{\ln 10}$; б) $\frac{1}{x\ln 10}$; в) $\frac{10}{\ln 3}$; г) $\frac{x}{\ln 10}$.

3. Знайдіть похідну

$$y = \log_{\frac{2}{5}}(x^2 + 4x - 6).$$

а) $\frac{2x+4}{\ln\frac{2}{5}}$; б) $\frac{2x+4}{x^2+4x-6}$;

в) $\frac{2x+4}{(x^2+4x-6)\ln\frac{2}{5}}$; г) $\frac{(2x+4)\ln\frac{2}{5}}{x^2+4x-6}$.

4. Знайдіть похідну

$$y = (3x + 4)\log_5(x^2 + x + 1)$$

а) $3\log_5(x^2 + x + 1)$;

б) $\frac{(3x+4)\log_5(x^2+x+1)}{\ln 5}$

в) $\frac{(3x+4)(2x+1)}{(x^2+x+1)\ln 5}$;

г) $3\log_5(x^2 + x + 1) + \frac{(3x+4)(2x+1)}{(x^2+x+1)\ln 5}$

Самостійна робота № 5. Логарифмічні рівняння та їх системи

Варіант 1

1. Розв'яжіть рівняння $\log_{\frac{1}{2}}(3x-5)=-2$.

а) 3; б) 4; в) 1; г) -2.

2. Встановіть відповідність між рівняннями (1-4) і множинами їх коренів (A-D):

1	$10^{\lg x}$	А	$2; \frac{1}{2}$
2	$\log_2 3x = \log_4 9$	Б	-10
3	$\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{x} = -2$	В	1
4	$\log_x 2 = \log_2 x$	Г	$\frac{1}{10}$
		Д	2

3. Розв'яжіть рівняння $\log_3(3x-5)=\log_3(x-3)$.

а) -4; б) коренів немає;

в) -2; г) 1.

4. Розв'яжіть рівняння

$$\log^2{}_3 x - \log_3 x = 2.$$

а) $\frac{1}{9}$; б) 3; в) 9; $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{9}$; 3.

5. Розв'яжіть рівняння

$$\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11.$$

а) 2; б) 64; в) 8; г) 32.

6. Розв'яжіть систему рівнянь.

$$\begin{cases} x+y=6; \\ \log_2 y = 3 - \log_2 x. \end{cases}$$

а) (1;5), (5;1); б) (2;4), (4;2);

в) (3;3); г) (-2;8), (8;-2).

Варіант 2

1. Розв'яжіть рівняння $\log_{\frac{1}{5}}(2x-3)=-1$.

а) 1; б) 4; в) 3; г) -3.

2. Встановіть відповідність між рівняннями (1-4) і множинами їх коренів (A-D):

1	$\log_5(x-4)=1$	А	27
2	$\log_{25} \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$	Б	9
3	$\log_5 x = \log_x 5$	В	$\frac{1}{5}$
4	$\log_x 9 = \frac{2}{3}$	Г	$5; \frac{1}{5}$
		Д	3; 5

3. Розв'яжіть рівняння $\log_7(2x-3)=\log_7(x-2)$.

а) 1; б) $-\frac{5}{3}$;

в) коренів немає; г) $\frac{1}{3}$.

4. Розв'яжіть рівняння $\log^2{}_{0,5} x - \log_{0,5} x = 6$.

а) $\frac{1}{8}$; 4; б) 8; $\frac{1}{4}$; в) 8 г) $\frac{1}{8}$.

5. Розв'яжіть рівняння $2\log_3 x + 2\log_9 x + 3\log_{27} x = 12$.

а) 3; б) 81; в) 9; г) 27.

6. Розв'яжіть систему рівнянь.

$$\begin{cases} x+y=8; \\ \log_{12} x = 1 - \log_{12} y. \end{cases}$$

а) (2;6), (6;2); б) (5;3), (3;5);

в) (4;4); г) (1;7), (7;1).

Самостійна робота № 6. Логарифмічні нерівності

Варіант 1

1. Розв'яжіть нерівність $\log_3(2x+3) \geq \log_3(x-1)$.

   а) [-4;+ ∞); *б) (-∞;4];*

   в) (1;+∞); *г) [1;+ ∞).*

2. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}}(3-2x) \geq \log_{\frac{1}{3}}(1-x)$.

   а) (2;+∞); *б) [2;+∞);*

   в) (1;2); *г) розв'язків немає.*

3. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5}(2x-5) > -2$

   а) (2,5;4,5); *б) (4,5; ∞);*

   в) (-∞;2,5); *г) (2,5;+ ∞).*

4. Розв'яжіть нерівність

   $\ln(2x-3) \leq \ln(x+1)$

   а) (-∞;4); *б) (1,5;4];*

   в) (-∞;4]; *г) (1,5;+ ∞).*

Варіант 2

1. Розв'яжіть нерівність $\log_2(2x-1) \leq \log_2(3x+4)$.

   а) (-∞;5]; *б) [-5;+ ∞);*

   в) [0,5;+ ∞); *г) (0,5;+∞).*

2. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{2}}(2-3x) \geq \log_{\frac{1}{2}}(1-2x)$.

   а) розв'язків немає; *б) (0,5;1);*

   в) [1;+∞); *г) (1;+∞).*

3. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,2}(3x-4) > -1$

   а) $(\frac{4}{3};+\infty)$; *б)* $(\frac{4}{3};3)$;

   в) (3;+∞); *г)* $(-\infty;3)$.

4. Розв'яжіть нерівність

   $\ln(x+3) \geq \ln(3x-2)$

   а) $(\frac{2}{3};+\infty)$; *б)* $(-\infty;\frac{5}{2}]$;

   в) $(\frac{2}{3};\frac{5}{2}]$; *г)* $(-\infty;\frac{5}{2})$.

Самостійна робота № 7. Логарифмічні рівняння, системи та нерівності

Варіант 1

1. Розв'яжіть нерівність $\log_3(2x+3)+\log_{\frac{1}{3}}(x-1)\geq 0$

а) $[-4;\infty)$; б) $(-\infty;4]$;

в) $(1;\infty)$; г) $[1;\infty)$

2. Розв'яжіть рівняння

$\log_3 x-1=2\log_x 3$.

а) $\frac{1}{9}$; б) 3; в) 9; $\frac{1}{3}$; г) 3; $\frac{1}{3}$.

3. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} y-2x=7, \\ \log_4 x+\log_4 y=1. \end{cases}$

а) $\left(\frac{1}{2};8\right)$;

б) $\left(\frac{1}{2};8\right),(-4;-1)$;

в) $\left(\frac{1}{3};9\right)$;

г) (1;3).

4. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3^{x+1}\cdot 2^y=24, \\ \log_3(y-x)=1. \end{cases}$

а) $(0;3)$; б) $(3;1)$;

в) $(5;2)$; г) (4;-2).

Варіант 2

1. Розв'яжіть нерівність $\log_2(2x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(3x+4)\leq 0$

а) $(-\infty;5]$; б) $[-5;\infty)$;

в) $[0{,}5;\infty)$; г) $(0{,}5;\infty)$.

2. Розв'яжіть рівняння

$\log_{0,5} x-1=6\log_x 0{,}5$

а) $\frac{1}{8}$; 4; б) $\frac{1}{4}$; 8; в) 4; г) $\frac{1}{3}$.

3. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3x+y=10, \\ \log_3 x+\log_3 y=1 \end{cases}$

а) $\left(\frac{1}{3};9\right)$; б) $\left(\frac{1}{3};9\right),(3;1)$;

в) $\left(\frac{1}{9};3\right)$; г) (3;1), $\left(\frac{1}{3};9\right)$.

4. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2^x\cdot 3^{y+1}=72, \\ \log_2(x-y)=1. \end{cases}$

а) $(0;3)$; б) $(3;1)$;

в) $(5;2)$; г) (4;-2).

Самостійна робота № 8. Розв'язування вправ підвищеної складності

Варіант 1

1. Обчисліть $\log_3 12 - \log_3 7 \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 4$.

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

2. Який з проміжків належить області визначення функції $y = \log_{tgx} \sin x$?

а) $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$; б) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$;

в) $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$; г) $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$.

3. Який з проміжків належить множині розв'язків нерівності $\log_{\sin\frac{\pi}{3}}(x^2 - 3x + 2) \geq -2$?

а) (0;0,5); б) (0,5;1);

в) (1;1,5); г) (1,5;2).

4. Знайдіть суму розв'язків рівняння $\log_{x^2-1}(x^3 + 6) = \log_{x^2-1}(4x^2 - x)$.

а) 4; б) 5; в) 1; г) 6.

Варіант 2

1. Обчисліть $\log_5 20 - \log_5 7 \cdot \log_7 11 \cdot \log_{11} 4$.

а) 2; б) 3; в) 4; г) 1.

2. Який з проміжків належить області визначення функції $y = \log_{ctgx} \cos x$?

а) $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$; б) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$;

в) $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$; г) $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

3. Який з проміжків належить множині розв'язків нерівності $\log_{\cos\frac{\pi}{3}}(x^2 - 3x + 1{,}5) \leq 2$?

а) (1;1,5); б) (0;0,5);

в) (1,5;2); г) (1,2;1,4)

4. Знайдіть суму розв'язків рівняння $\log_{x^2-4}(4x^2 - 6) = \log_{x^2-4}(x^3 + x)$.

а) 5; б) 4; в) 3; г) 2.

Додаток Г

ЛОГАРИФМ. ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛОГАРИФМІЧНИХ ВИРАЗІВ

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

№ 12, 2018 Якщо $\log_4 3 = a$, то $\log_{16} 9 =$

А	Б	В	Г	Д
$4a$	a^2	$2a$	$\frac{a}{2}$	a

№ 14, 2015_ІІ Обчисліть $36^{\log_6 5}$.

А	Б	В	Г	Д
5	6	10	25	36

№ 13, 2012 Обчисліть $\log_8 16$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{3}$	1	8	12

№ 15, 2011 Якщо $\lg b = 6$, то $\lg(10b^2) =$

А	Б	В	Г	Д
37	7	12	13	14

№ 12, 2010_ІІ Якщо $\log_4 3 = a$, то $\log_{16} 9 =$

А	Б	В	Г	Д
$4a$	a^2	$2a$	$\frac{a}{2}$	a

№ 3, 2009 Обчисліть $6^{2\log_6 5}$.

А	Б	В	Г	Д
32	25	10	6	5

№ 12, 2008 Обчисліть $2\log_2 4 - \log_2 8$.

А	Б	В	Г	Д
–2	–1	1	2	7

№ 1, 2007 Якщо $\log_b a = c$ для будь-яких $a, b, c,$ таких, що а > 0, $b > 0$ і $b \neq 1$, то справедливарівність:

А	Б	В	Г	Д
$a = c^b$	$b = a^c$	$a = b^c$	$c = a^b$	$c = b^a$

Завдання на встановлення відповідності

№ 19, 2021

Установіть відповідність між виразом (1–3) і проміжком (А–Д), якому належить значення цього виразу, якщо $a = 4{,}5$.

Вираз		*Проміжок*	
1	$a - 2{,}7$	**А**	$(-2; 0)$
2	$\sqrt[3]{3{,}5 - a}$	**Б**	$(0; 1)$
3	$\log_5 a$	**В**	$(1; 2)$
		Г	$(2; 3)$
		Д	$(3; 5)$

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

№31, 2015_І Обчисліть значення виразу $(\frac{1}{2})^{\log_6 2} \cdot 3^{\log_6 \frac{1}{2}}$.

№28, 2013 Обчисліть $\log_b a$, якщо $\log_3 a = 8, \log_3 b = 5$.

№31, 2010_І Обчисліть $\log_{32} 8 - 3^{\frac{2}{\log_7 3}}$.

№26, 2007 Обчисліть значення виразу $5^{\frac{4}{\log_{\sqrt{3}} 5}}$.

ПОКАЗНИКОВІ РІВНЯННЯ

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

№ 8, 2019 Розв'яжіть рівняння $3^{7x} = 9$. Отриманий корінь рівняння округліть до десятих.

А	Б	В	Г	Д
0,2	0,29	0,3	0,4	3,5

№ 3, 2018 Укажіть число, що є коренем рівняння $5^{x-2} = 25$

А	Б	В	Г	Д
7	4	3	2	1

№ 5, 2017 Розв'яжіть рівняння $3^{x+4} = 27$.

А	Б	В	Г	Д
$x = -2$	$x = -1$	$x = 0$	$x = 3$	$x = 5$

№ 4, 2016 Якому проміжку належить корінь рівняння $5^{x+1} = 125$?

А	Б	В	Г	Д
[0; 3)	[3; 4)	[4; 10)	[710; 25)	[25; 625]

№ 20, 2015_І Визначте проміжок, якому належить корінь рівняння $0{,}4^{2x-1} = 0{,}064$

А	Б	В	Г	Д
(–∞; –2)	[–2; –1)	[–1; 0)	[0; 1)	(1; 2]

№8, 2014 Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $3^x \cdot 4^x = \frac{1}{144}$.

А	Б	В	Г	Д
$[-25; -5)$	$[-5; -1)$	$[-1; 1)$	$[1; 5)$	$[5; 25)$

№ 17, 2011 Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $3^x = 30$?

А	Б	В	Г	Д
$(1; 2)$	$(2; 3)$	$(3; 4)$	$(4; 5)$	$(5; 11)$

№ 6, 2010_I Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $3^{x+4} = 27$?

А	Б	В	Г	Д
$[-4; -2)$	$[-2; 0)$	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$

№ 4, 2009 Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $4^x = \frac{1}{64}$.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$[-4; -1)$	$[2; 5]$	$(-18; -4)$	$[0; 2)$	$[-1; 0)$

№ 16, 2008 Укажіть суму коренів рівняння $(\frac{1}{2})^{x^2+1} = 4^{1-2x}$.

А	Б	В	Г	Д
-4	-2	2	4	5

ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

№ 14, 2020 Розв'яжіть рівняння $4 + \log_{\frac{1}{2}} x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{16}$	2	$\frac{1}{8}$	16

№ 15, 2017 Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $\log_3 x = 2$?

А	Б	В	Г	Д
$(-4; -1]$	$(-1; 2]$	$(2; 5]$	$(5; 8]$	$(8; 11]$

№ 7, 2015_II Розв'яжіть рівняння $\log_3 x = -1$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	3	-1	-3	$-\frac{1}{3}$

№ 7, 2015_I Розв’яжіть рівняння $\log_2(x+2)=3$.

А	Б	В	Г	Д
4	6	7	8	11

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

№ 28, 2016 Розв'яжіть рівняння $log_2\, x + log_2(x-7) = 3$. Якщо рівняння має *єдиний* корінь, то запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має *кілька* коренів, то запишіть у відповіді їхню *суму*.

№ 35, 2010_II Розв'яжіть рівняння $|3\lg x+1| - |\lg x - 3| = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть СУМУ всіх коренів.

ЛОГАРИФМІЧНІ НЕРІВНОСТІ

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

№ 20, 2014 Розв'яжіть нерівність $3 + \log_2 x \geq 0$

А	Б	В	Г	Д
$[\frac{1}{8}; +\infty)$	$(0; \frac{1}{8}]$	$(-\infty; \frac{1}{8}]$	$[8; +\infty)$	$[-6; +\infty)$

№ 22, 2010_I Розв'яжіть нерівність $\log_5 0{,}2 \cdot \log_5 x > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \frac{1}{25})$	$(\frac{1}{25};\ +\infty)$	$(0; \frac{1}{25})$	$(10; +\infty)$	$(-\infty; \frac{1}{10})$

№ 14, 2009 Розв’яжіть нерівність $\log_5 0{,}2 \cdot \log_5 x > 0$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(0; 1)$	$(0; +\infty)$	$(1; 5)$	$(5; +\infty)$

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

№30, 2015_II Розв’яжіть нерівність $\lg\frac{4}{2x-3} \geq 0$. У відповіді запишіть найбільший розв’язок цієї нерівності. Якщо найбільший розв’язок нерівності не існує, то у відповіді запишіть число 100.

№ 26, 2009_I Розв’яжіть нерівність $\log_{0,7}(x+4) + \log_{0.7}(x+6) \geq \log_{0.7} 35$. У відповідь запишіть СУМУ всіх цілих розв’язків цієї нерівності. Якщо нерівність має безліч цілих розв’язків, то у відповідь запишіть число 100.

№ 27, 2008 Визначте кількість цілих розв'язків нерівності $\log_{90}(x+10) + \log_{90}(x-11) \leq 1$.

ЛОГАРИФМ. ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛОГАРИФМІЧНИХ ВИРАЗІВ

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

№12, 2021д Укажіть *правильну* подвійну нерівність, якщо $a = 0{,}5^{-1}$, $b = 0{,}2$, $c = c = \log_{0,2} 5$.

А	Б	В	Г	Д
$c < b < a$	$b < c < a$	$a < c < b$	$c < a < b$	$b < a < c$

№14, 2019 Якому з наведених проміжків належить число $\log_2 \frac{1}{3}$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;\ -3)$	$(-3;\ -1)$	$(-1;\ 1)$	$(1;\ 3)$	$(3;\ +\infty)$

№ 16, 2018 Обчисліть значення виразу $\log_3 45 + \log_3 900 - \log_3 500$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	4	3	27	$\log_3 445$

№ 14, 2017 Укажіть проміжок, якому належить число $\log_2 9$.

А	Б	В	Г	Д
(0; 1)	(1; 2)	(2; 3)	(3; 4)	(4; 5)

№ 6, 2016д $\log_3 54 - \log_3 2 =$

А	Б	В	Г	Д
$\log_3 52$	3	9	24	27

№ 14, 2016 $\log_2 5 - \log_2 1{,}6 =$

А	Б	В	Г	Д
3	3,3	0,25	4	$\log_2 6{,}6$

№ 16, 2015_II $\log_{5^{-1}} 5^{\frac{1}{2}}$

А	Б	В	Г	Д
0,25	-1	0,5	-2	$-0{,}25$

№ 18, 2015_I Укажіть проміжок, якому належить число $\log_5 4$.

А	Б	В	Г	Д
(0; 1)	(1; 2)	(2; 3)	(3; 4)	(4; 5)

№ 11, 2013_II $\frac{\lg 25}{\lg 5} =$

А	Б	В	Г	Д
lg 5	5	lg 20	2	0,5

№18, 2013_I $\log_5 49 + 2\log_5 \frac{5}{7}$.

А	Б	В	Г	Д
25	$\log_5 70$	$\log_5 49\frac{5}{7}$	$\log_5 35$	2

№6, 2011 Обчисліть $\log_2 \frac{1}{8} + \log_5 25$.

А	Б	В	Г	Д
2	-1	5	$\lg \frac{25}{8}$	$\log_7 25\frac{1}{8}$

№9, 2010_І Обчисліть $\log_3 18 - \log_3 2$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	$\log_3 16$	6	9

№12, 2008 Обчисліть $\log_a \sqrt{ab}$, якщо $\log_a b = 7$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	2	3	$\frac{7}{2}$	4

№11, 2007 Обчисліть $\log_{\frac{1}{25}} \sqrt{5}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

№ 7, 2006 Обчисліть значення виразу $\log_5 49 + 2\log_5 \frac{5}{7}$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	4	25

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

№ 27, 2021д Обчисліть $400^{1-\log_{20} 4}$.

№ 33, 2015_І Обчисліть значення виразу $\frac{1}{70} \cdot 2^{3\log_2 7}$.

№ 27, 28, 2014д Якщо додатні числа x і y задовольняють умову $\frac{x}{y} = \frac{1}{4}$, то:

1) $\frac{x+y}{y} =$

2) $\log_2 x - \log_2 y =$

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

№ 29, 2012_ІІ Обчисліть $(\sqrt{20})^{2+\log_{20} 16}$.

№ 28, 2012_І Обчисліть значення виразу $\log_a 500 - \log_a 4$, якщо $\log_5 a = \frac{1}{4}$.

№ 29, 2010_ІІ Знайдіть значення виразу $6^{2\log_6 9 - \log_6 4}$.

№ 29, 2007 Обчисліть $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 81$.

№ 28, 2006 Обчисліть $\frac{1}{25} \cdot 9^{\log_3 \sqrt{14} + 0,5}$. Відповідь надайте ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

№ 23, 2005 Обчисліть $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$.

ПОКАЗНИКОВІ РІВНЯННЯ

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

№ 20, 2019 Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $2^{x+3} - 3 \cdot 2^x = 10\sqrt{2}$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$[0; 0,5)$	$[0,5; 1)$	$[1; 2)$	$[2; +\infty)$

№3,2017 Розв’яжіть рівняння $2^{2x} = \frac{1}{2^3}$.

А	Б	В	Г	Д
–3	–2	–1,5	1,5	2

№ 7, 2015_I Розв'яжіть рівняння $4^x = 8$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	2	32

№ 14, 2014д Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $3^x = \frac{1}{27}$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -5]$	$(-5; -2]$	$(-2; 0]$	$(0; 2]$	$(2; +\infty)$

№16, 2011 Якому з наведених нижче проміжків належить корінь рівняння $5^{x+3} = \left(\frac{1}{125}\right)^x$.

А	Б	В	Г	Д
(–3; –2]	(–2; –1]	(–1; 0]	(0; 1]	(1;3]

№7, 2010_I Якому з наведених нижче проміжків належить корінь рівняння $2^x = \frac{1}{8}$.

А	Б	В	Г	Д
(–6; –4]	(–4; –2]	(–2; 0]	(0; 2]	(2; 4]

№16, 2008 Розв'яжіть рівняння $3^x = \frac{2\sqrt{3}}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
рівняння не має коренів	–1	–0,5	0,5	1

№13, 2007 Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{8^x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{5}$

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

№ 26, 2013_II Розв'яжіть рівняння $3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^5$.

ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

№ 17,2020д Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) = -2$.

А	Б	В	Г	Д
(−11; −2]	(−2; 1]	(1; 4]	(4; 7]	(7; 9]

№ 16,2020 Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_{64} x = \frac{1}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
(−∞; 0]	(0; 1]	(1; 6]	(6; 32)	[32; +∞)

№ 7, 2018д Укажіть число, що є коренем рівняння $-\log_2 x = 3$.

А	Б	В	Г	Д
–9	–8	–6	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$

№ 5, 2018 Яке з наведених чисел є коренем рівняння $\log_4(x-1) = 3$.

А	Б	В	Г	Д
4	13	63	65	82

№ 20, 2017д Якому проміжку належить корінь рівняння $\log_2 x = 2\log_2 3$?

А	Б	В	Г	Д
(0; 2]	(2; 4]	(4; 6]	(6; 8]	(8; 10]

<u>*№ 16, 2010_II*</u> Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $\log_3 x = 2$?

А	Б	В	Г	Д
(–4; –1]	(–1; 2]	(2; 5]	(5; 8]	(8; 11]

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

<u>*№ 30, 2015_I*</u> Розв’яжіть рівняння $\log_5^2 x + \log_5 x = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповіді, якщо рівняння має кілька коренів, то у відповіді запишіть їхню *суму.* Якщо рівняння не має коренів, запишіть v відповіді число 100.

<u>*№ 30, 2015_II*</u> Розв’яжіть рівняння $\log_4 x \cdot \left(\log_4 x + \log_4 \frac{1}{16}\right) = 3$. Якщо рівняння має єдиний корінь, то запишіть його у відповіді, якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповіді їхню суму. Якщо рівняння не має коренів, запишіть у відповіді число 100.

<u>*№ 29, 2014*</u> Розв’яжіть рівняння $\log_{0,4}(5x^2 - 8) = \log_{0,4}(-3x)$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має кілька коренів, запишіть у відповіді їхню *суму.*

<u>*№ 25, 2009*</u> Розв’яжіть рівняння $\log_6(x-3) + \log_6(x-8) = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо воно має два корені, то у відповідь запишіть їх суму.

<u>*№ 13, 2005*</u> Розв’яжіть рівняння $\lg \log_2 \log_3 x = 0$.

ЛОГАРИФМІЧНІ НЕРІВНОСТІ

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

<u>*№ 13, 2021*</u> Розв'яжіть нерівність $\log_{0,9} 3x > 2$.

А	Б	В	Г	Д
(−∞; 0,27)	(−∞; 0,6)	(0,27; +∞)	(0,6; +∞)	(0; 0,27)

<u>*№ 18, 2016*</u> Розв'яжіть нерівність $\log_3 x < -1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \frac{1}{3})$	$(\frac{1}{3}; +\infty)$	(−∞; −3)	$(-\frac{1}{3}; 0)$	$(0; \frac{1}{3})$

<u>*№ 19, 2013_II*</u> Розв'яжіть нерівність $\log_{0,4} x \geq \log_{0,4} 2$.

А	Б	В	Г	Д
(−∞; 2]	(0,4; 2]	(0; +∞)	[2; +∞)	(0; 2]

№ 23, 2011 Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5}(x-1) > 2$.

А	Б	В	Г	Д
(1; 1,25)	(2; +∞)	(1,25; +∞)	(0; 0,25)	(–∞;1,25)

№ 14, 2008 Розв’яжіть нерівність $\log_{0,5} 5 < \log_{0,5} x$.

А	Б	В	Г	Д
(−5; 0)	(0; 5)	(5; +∞)	(0,5; 5)	(−∞; 5)

№ 12, 2007 Розв'яжіть нерівність $\log_{0,1} 10 < \log_{0,1} x$

А	Б	В	Г	Д
(10; +∞)	(0; 10)	(0,1; 10)	(–10; 0)	(–∞; 10)

№ 13, 2006 Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{4}} 3 \cdot \log_4 x > 0$.

А	Б	В	Г	Д
(1; +∞)	(0; 4)	(0; 1)	(4; +∞)	(–∞; 1)

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

№ 30, 2014д Розв'яжіть нерівність $x^2 + 2^{\log_2(-2x)} - 15 < 0$. У відповіді запишіть *суму* всіх цілихрозв'язків цієї нерівності.

№ 31, 2010_I Знайдіть *кількість* усіх цілих розв'язків нерівності $\log_{\frac{1}{4}}(x^2 + 6x) \geq -2$. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.