

А. М. Капіносов

ОСНОВИ ТЕХНОЛОГІЇ НАВЧАННЯ

**Проектуємо урок
математики**

**КДПУ
ЧИТАЛЬНИЙ ЗАЛ**

Харків

Видавнича група «Основа»

2006

Капіносов А. М.

Основи технології навчання. Проектуємо урок математики. —
Х.: Вид. група «Основа», 2006. — 144 с.— (Б-ка журн. «Математика
К 20 в школах України»; Вип. 10 (46)).

ISBN 966-333-297-2

У посібнику викладено теоретичні і практичні основи технології вивчення математики за класичним дидактичним методом — саме він покладений в основу рівневої дванадцятибальної системи оцінювання навчальних досягнень учнів.

Стислий виклад теорії, технології проілюстрований різноманітними дидактичними матеріалами.

Адресується вчителям математики загальноосвітніх шкіл, методистам, студентам фізико-математичних факультетів педагогічних університетів.

ББК 74.262.21

ПЕРЕДМОВА

У посібнику в стислій, ілюстративній формі викладено теоретичні і практичні основи тематичного поетапного рівневого вивчення математики в основній школі.

Теоретичну основу технології, як і впроваджені в школах України рівневої дванадцятибальної шкали оцінювання навчальних досягнень учнів, складає система ідей видатного чеського педагога Я. А. Коменського, спрямованих на ґрунтовне, швидке і успішне вивчення наук у шкільному віці.

Ідейні засади природовідповідного, наукового, технологічного навчання наукам викладені Я. А. Коменським у низці робіт, зокрема у «Великій дидактиці», «Аналітичній дидактиці» (розділ книги «Новітні методи мов»), «Пансофії», «Пампедії». Найбільш цілісно ідеї дидактичного методу навчання наукам сформульовані Коменським у праці «Вихід із шкільних лабіринтів, або Дидактична машина відповідно до методу сконструйована для того, щоб у справах навчання і учіння не затримуватися на місці, а йти вперед». Видатний чеський педагог передбачав, що повне, цілісне впровадження у шкільну практику ідей — розробка відповідних методу предметних дидактик (методик) і, головне, матеріального забезпечення методу — потребує тривалого часу (декількох століть).

Розбудова наукової освіти на основі класичного методу значною мірою була загальмована примітивним, поверховим тлумаченням глибоких ідей Я. А. Коменського, безсистемним їх упровадженням, прикладанням значних зусиль на розробку і впровадження «неодидактик» («антидидактик»), спрямованих на важке, неприродне вивчення наук (наприклад, відмова від принципів поступовості і наочності). На засадах, відмінних від класичної дидактики, або лише на їх декларуванні чи поверховому розумінні побудоване традиційне навчання математики. Однією з багатьох причин недостатньо ефективного впровадження рівневої дванадцятибальної системи оцінювання навчальних досягнень учнів є прагнення поєднати традиційне навчання з класичними ідеями.

Посібник складається з чотирьох частин. У першій частині викладена ідеологія методу — система ідей і основних правил навчання за класичним

методом. Вона розроблена на основі узагальнення, систематизації та конкретизації ідей Я. А. Коменського стосовно навчання математики. Ідеї викладені в порядку наступності (кожна наступна «освічує» спосіб досягнення попередньої) і об'єднані в три групи. Перша група — загальнометодичні ідеї, які характеризують цілі, спрямованість методу і методологію його розробки (загальний «задум» методу). Друга група (три наступні ідеї) — розкривають основне, суттєве у змістовому компоненті навчання математики.

Організаційно-методичний (процесуально-діяльнісний) компонент навчання розкриває група з шести ідей. Вихідною у групі є ідея мотивованого, активного, творчого пізнання наукових об'єктів. По відношенню до цієї ідеї інші виступають у ролі ідей-засобів.

У сукупності ідеї дають цілісну модель процесу вивчення наук у середньому шкільному віці за класичним методом: вони відображають основне, найсуттєвіше в цілях, змісті, організації навчання, в учінні (діяльності учня) і викладанні (діяльності вчителя).

Зміст кожної ідеї стисло розкривається через основні правила. Їх виклад супроводжується наведенням першоджерельних положень. Цитати з робіт Коменського подано за виданнями:

1. Коменський Я. А. Велика дидактика.— К., 1940. (1; с.____)
2. Коменский Я. А. Избранные педагогические сочинения.— М.: Педагогика, 1982.— Т. 1. (Т. 1; с.____)
3. Коменский Я. А. Избранные педагогические сочинения.— М.: Педагогика, 1982.— Т. 2. (Т. 3; с.____)

Технологію поетапного рівневого вивчення математики — опис етапів, предметів вивчення на етапах, цілей, засобів, методів і прийомів — викладено у другій частині посібника.

У третій частині наведено приклади розроблених автором матеріалів — технологічна розробка теми; дидактичні виклади теорії; завдання для початкового вивчення тем; завдання — орієнтири для формування вмій; завдання для навчання доведення; варіанти тематичних контрольних робіт; основні результати рівневої навчальної діяльності учнів.

У четвертій частині викладено тематичне планування вивчення курсів алгебри і геометрії в 7–9 класах за методом, що розглядається.

У додатку наведено список посібників, розроблених автором для тематичного поетапного рівневого вивчення математики.

ЧАСТИНА I

Теоретичні основи тематичного поетапного вивчення математики в основній школі

ТЕМАТИЧНЕ ПОЕТАПНЕ РІВНЕВЕ ВИВЧЕННЯ НАУК

Теоретичні основи методу — система дидактичних принципів

I. Основні методологічні засади. Цільовий компонент

- Грунтовне, швидке, доступне навчання.
- Адаптивне, розвивальне, виховне, особистісно спрямоване навчання.
- Природовідповідність, науковість, технологічність методу вивчення наук.

II. Змістовий компонент

- Теоретичність, практичність, прикладна спрямованість змісту.
- Фундаментальність, тематичність, системність змісту.
- Повнота, диференційованість змісту тем, міцність базового змісту.

III. Організаційно-методичний

(процесуально-діяльнісний) компонент

- Мотивованість, активність, творчість, поєднання створювальної і відтворювальної діяльності.
- Наочність навчання, раціональне поєднання наочного, словесно-логічного і практичного, поєднання дедукції, індукції та аналогії.
- Поступовість, наступність, послідовність.
- Усвідомлюваність учіння, самостійність, самодіяльність.
- Індивідуалізація, варіативність учіння, раціональне поєднання фронтальних, індивідуальних і групових форм навчання.
- Систематичність, раціональність, оптимальність.

I. ОСНОВНІ МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ. ЦІЛЬОВИЙ КОМПОНЕНТ

Грунтовне, швидке, доступне навчання

Керівна ідея методу

Класика. «Керівною основою нашої дидактики нехай буде: дослідження і відкриття методу, за якого вчителі менше б учили, учні більше б учились; у школах було б менше... даремної праці, а більше дозволя, задоволення і ґрунтового успіху...» (Т. 1; с. 243).

«...Поставити справу так, щоб все, що підлягає навчанню, вивчалось: 1) легко; 2) швидко; 3) ґрунтовно.

1. Легко, щоб не залякувати уми, а скоріше, щоб захоплювати їх.
2. Швидко, оскільки нам доводиться вивчати значно більше, ніж нашим предкам... і оскільки життя повинно бути проведено не в учінні, а в діяльності.
3. Ґрунтовно, щоб ми справді знали те, що знаємо, а не тільки думали, що знаємо...» (Т. 2; с. 180).

Грунтовне навчання

Науки вивчають ґрунтовно, якщо:

- наукові «речі» (об'єкти) вивчають не поверхово, а глибоко;
- знання розуміють і можуть застосовувати як «готові» способи розв'язувань задачі;
- відомі знання на основі міркувань можуть застосовувати в різних ситуаціях;
- одержані наукові знання можуть творчо використовувати для здобуття нових знань.

Класика. «Юнацтво повинно отримувати освіту не позірну, а справжню; не поверхову, а ґрунтовну, тобто, щоб розумна істота — людина — привчалася керуватися не чужим розумом, а власним, не тільки вичитувати чужі думки про речі і навіть заучувати і відтворювати їх у цитатах, але

й розвивати в собі здібність проникати в корінь речей і виробляти істинне їх розуміння і використання. Така освіта не повинна вимагати великих зусиль, а повинна бути надзвичайно легкою» (Т. 1; с. 304).

Швидке навчання

Оволодіння за відносно короткі часові відрізки науковими знаннями, що створювались протягом багатьох років, навіть століть.

Доступне навчання

- Успішне навчання — досягають певного ступеня засвоєння знань;
- легке навчання (в якому труднощі «нарошуються» поступово);
- захоплююче (яке збуджує інтерес до засвоєння знань).

Класика. «Метод навчання повинен зменшувати складність учіння для того, щоб воно не викликало в учнів незадоволення і не відвертало їх від наступних занять» (1; с. 125).

Адаптивне, розвивальне, виховне, особистісно спрямоване навчання

Основні вихідні умови ґрунтового, швидкого, доступного навчання

Адаптивне навчання

Навчання повинно бути пристосованим до розвинутих пізнавальних можливостей учнів (сприймання, мислення, пам'яті, уяви тощо), сприяти їх прояву.

Класика. «Душею навчання є пристосування навчання до здібностей учня» (Т. 1; с. 573).

«Додержуватись усіх способів розкриття пізнавальних здібностей і застосовувати їх відповідно до обставин» (1; с. 114).

Розвивальне навчання

Поєднання наукової освіти з розумовим розвитком, спрямованість методу на інтелектуальний розвиток учнів:

- розвиток наочно-образного і практично-дійового мислення, основних розумових операцій (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, конкретизація);

- цілісної наукової моделі навчання відповідно до принципів, понять, основних правил, в яких виражається сутність ідей.

Класика. «Метод навчання повинен бути піднесений до наукової теорії.

...Мистецтво духовного насадження поставити на такі тверді основи навчання, щоб воно упевнено йшло вперед і не обманювало у своїх результатах» (1; с. 114).

«Почнемо... шукати основи, на яких, ніби на непохитній скелі, можна побудувати метод навчання і учіння» (1; с. 105).

Технологічність методу

(Піднесення методу вивчення наук до рівня технології)

Організація вивчення наук на основі:

- чіткого визначення цілей (головних і підпорядкованих), раціонального, майстерного розподілу предметів навчання, методу їх вивчення та часу;
- дидактичних матеріалів і засобів навчання, розроблених спеціалістами (дидактами) відповідно до наукової теорії, які полегшують працю вчителя, діяльність учнів, підвищують ефективність викладання, сприяють успішному учінню;
- правил користування дидактичними матеріалами, засобами відповідно до їх призначення.

Класика. Технологічне навчання передбачає: «...1) чітко встановлені цілі; 2) засоби, точно пристосовані для досягнення цілей; 3) тверді правила користування цими засобами, за яких неможливо було б не досягнути мети» (Т. 2; с. 179).

«Мистецтво навчання потребує нічого іншого, крім умілого розподілу часу, предметів і методу» (1; с. 105).

II. ЗМІСТОВИЙ КОМПОНЕНТ

Теоретичність, практичність, прикладна спрямованість змісту

**Відповідність змісту природі, сутності
математичних знань**

Теоретичність змісту

Основною складовою змісту шкільної математичної освіти є теорії (фрагменти, розділи теорій), в яких предметами вивчення є математичні об'єкти (числа, фігури, вирази, рівняння тощо), мовні, символічні, графічні об'єкти (абстрактні, ідеалізовані відображення матеріальних речей, процесів).

Основні елементи теоретичного змісту — означення, аксіоми, теореми, доведення.

Практичність змісту

Другою, похідною складовою змісту є сформульовані на основі теоретичних положень алгоритми, правила практичних дій з математичними об'єктами та класи задач на обчислення, побудову, перетворення об'єктів, що розв'язують на основі теорії, алгоритмів, правил, методів.

Класика. «Кожній практиці повинна передувати теорія. Перед початковою практикою, звичайно, початкова теорія, перед більш повною практикою — більш повна теорія. Кожна практика повинна вдосконалюватись подальшою практикою» (Т. 1; с. 570).

Прикладна спрямованість змісту

- Безпосереднє застосування теорії для розв'язування прикладних задач, в яких предметами є реальні матеріальні речі, явища або процеси.
- Опосередковане застосування теорії для розв'язування прикладних задач — через інші теми.

Основні компоненти змісту		
Теоретичний зміст	Практичний зміст	Прикладний зміст
<ul style="list-style-type: none"> • Аксиоми, означення; • теореми; • доведення теорем; • методи, прийоми доведень 	<ul style="list-style-type: none"> • Алгоритми дій за елементами теорії; • правила порядку (последовності) дій; • методи, правила систем дій з об'єктами за сукупністю елементів теорії; • класи задач на перетворення, побудову об'єктів, обчислення, що розв'язують на основі алгоритмів, правил, методів 	<ul style="list-style-type: none"> • Класи задач, в яких предметами є матеріальні речі, явища, процеси і які розв'язують на основі теоретичного і практичного змісту

Фундаментальність, тематичність, системність змісту

Відповідність змісту будові математичних знань

Фундаментальність змісту

- Вивчення математичних об'єктів, теорій (фрагментів, розділів), які є базовими в розбудові математичних знань і основою прикладних застосувань математики в матеріальній практиці та в інших науках;
- вивчення головних, фундаментальних ідей, методів розгортання математичних знань;
- наукова точність у формулюваннях теоретичних положень (відсутність положень, які в подальшому вивченні потребують «переручвання»).

Тематичність змісту

- Предметна локалізація змісту — концентрація, групування змісту теорії (фрагментів, розділів) відносно невеликого числа предметів вивчення — математичних об'єктів чи відношень між ними.
 - Навчальні теми — основні структурні одиниці змісту, в кожній з яких предметами вивчення є певний клас математичних об'єктів чи відношеннями між об'єктами;
- компонентами знань у темах є:

- репрезентативні знання (тобто ті, що використовують для задання об'єктів вивчення — наукові терміни, які позначають об'єкти вивчення, їх частини, елементи, види та властивості; символічні позначення, графічні зображення);
- теоретичні знання про об'єкти — означення об'єктів вивчення, частин, елементів, видів; ознаки, властивості об'єктів вивчення; доведення ознак і властивостей;
- практичні знання: алгоритми дій з об'єктами за елементами теорії; правила порядку (послідовності) дій з об'єктами; способи розв'язувань певних класів задач (алгоритми, правила, системи дій, прийоми, методи).

Системність змісту тем

- Вивчення кожної теми в системі всієї науки, в суттєвих логічних, алгоритмічних зв'язках з іншими темами.
- Логічна впорядкованість, зв'язаність теоретичного змісту навчальної теми:
 - аксіоми, означення об'єктів вивчення, їх частин, видів, елементів та найпростіші логічні наслідки з означень;
 - теореми, що доводять на основі означень, родового поняття, видової ознаки та наслідки з них;
 - теореми, що доводять на основі попередньо доведених та зв'язків з іншими об'єктами і наслідки з теорем.

Означення об'єктів вивчення, їх частин, елементів і знання про обсяг поняття — види, типи об'єктів, належних до поняття, складають загальне (формально логічне) поняття про об'єкти вивчення.

Загальне поняття про математичні об'єкти і вивідні властивості, ознаки, їх доведення утворюють науково-теоретичне поняття.

Класика. «Все, що знаходиться у взаємному зв'язку, повинно викладатися у такому ж зв'язку» (Т. 1; с. 368).

«...Упорядкованість речей є основою розуміння» (Т. 1; с. 562).

«...Безсистемне розташування предметів легко викликає труднощі навіть у легких випадках» (Т. 1; с. 524).

Повнота, диференційованість змісту, міцність базового змісту

Змістові основи ґрунтового навчання

Повнота змісту тем

Цілісність, достатність теоретичного змісту для ґрунтового вивчення тем: для розуміння об'єктів вивчення, практичних і прикладних застосувань, логічного поглиблення змісту, усвідомлення ролі, місця теми в системі наукового знання, творчого здобування нових знань.

Класика. Знання з теми повинні бути «цілісною сукупністю знань, які, одне одного підтримують, зміцнюють і збагачують» (Т. 1; с. 357). «...Вивчати сукупне ціле, а не щось спотворене, уривчасте або розірване» (Т. 2; с. 176).

«Виклад повинен бути повним, ґрунтовним і точним» (Т. 1; с. 374).

Диференційованість змісту тем

Теми складаються з:

- базового змісту — основ теорії, мінімуму елементів (означень, аксіом, теорем, доведень теорем), необхідних для практичних застосувань і достатніх для подальшого поглиблення, розвитку теорії;
- поглибленого змісту, призначеного для формування умінь здобувати знання шляхом логічних міркувань та умінь застосовувати зміст теми в різних ситуаціях;
- допоміжного змісту, призначеного для успішного засвоєння базового змісту;
- додаткового теоретичного змісту, призначеного для навчання учнів з високим темпом за власною ініціативою.



Класика. «...Всякі науки... повинні бути подані в найпростіших елементах, щоб в учнів складалося загальне розуміння їх цілого; потім для більш повного вивчення їх даються правила і приклади, далі подаються повні системи..., розвиток здобутих знань в їх подробицях» (Т. 1; с. 335).

«... Подати розумовому вивченню основні речі так, як вони є, в небагатьох, але продуманих і надзвичайно легких для засвоєння теоремах і правилах, звідки б все інше впливало само собою» (Т. 1; с. 377).

Міцність базового змісту

- Побудова базового змісту на основі загального поняття про об'єкти вивчення як на фундаменті; обґрунтованість вивідних властивостей, ознак базового змісту;
- запам'ятовування, відтворення базового змісту на основі його розуміння;
- тверді навички виконання дій за елементами базової теорії — базові навички;
- уміння виконувати системи дій за елементами базової теорії — базові вміння; вміння застосовувати базовий зміст в основних типових і прикладних ситуаціях.

Класика. «Метод... передбачає мінімум, але необхідний для життя, мінімум, але міцно засвоєний через вправи, мінімум, але такий, що забезпечує застосування його...» (с. 128, ч. II).

«...Потрібно, щоб були надійно закладені першооснови наук, оскільки як і за відсутності основ, так і з погано закладеними основами, все, що будується, приречене на розвал» (Т. 1; с. 591).

III. ОРГАНІЗАЦІЙНО-МЕТОДИЧНИЙ КОМПОНЕНТ

Мотивованість, активність, творчість, поєднання створювальної і відтворювальної діяльності

Ключова ідея організації учіння

Мотивованість

Вивчення тем на основі формування мотивів її засвоєння, пізнавального інтересу.

На початку вивчення теми:

- створення проблемних ситуацій;
- ознайомлення з цікавими, проблемними, нестандартними задачами;
- показ практичного, прикладного значення теми.

Класика. «...Під час засвоєння кожного предмета потрібно відразу обговорити, яку це принесе користь...» (Т. 1; с. 361). «Завжди прагнути повідомити таке, що приносить задоволення...» (Т. 1; с. 370).

Активність

Діяльне засвоєння предметів вивчення через виконання з ними різноманітних операцій, дій, систем дій.

Класика. «...Інтелект сам по собі нічого не розуміє, і тільки прикладений до речей, він освітлюється речами і освітлює речі» (Т. 2; с. 352). «Розум ...активна потенція, яка актуалізується власною силою, але під дією зовнішніх об'єктів» (Т. 2; с. 353).

Творчість

Пізнання об'єктів, «відкриття» властивостей, ознак, способів дій, розв'язувань задач через виконання різних пізнавальних операцій, дій, систем дій, пошукових прийомів, процедур.

- Дослідження, пізнання об'єктів вивчення на основі їх аналізу; синтезу, одержаних знань; синкрізісу (аналітико-синтетичних міркувань, співставлення частин об'єктів та з іншими об'єктами).
- Організація пізнавальної діяльності учнів за допомогою систем запитань і завдань, які роблять доступними пізнання об'єктів.

Класика. «...Потрібно вчити так, щоб... знали і вивчали самі речі, а не чу-жі тільки спостереження і свідчення про речі. Все потрібно виводити з непорушних початків речей» (Т. 2; с. 357).

«Для пізнання системи речей необхідний аналіз, синтез і синкрізіс. Аналіз — це розчленування цілого на його частини, перші і глибокі основи будь-якого та істинного пізнання» (Т. 2; с. 424). Аналіз включає: «1) розпізнавання або відрізнявання одного цілого від інших; 2) розкладання цілого на частини; 3) розподіл цілого за його видами» (Т. 2; с. 425).

«Синтез — складання частин у ціле. Для цього необхідно знати: 1) які частини потрібно для отримання цілого; 2) в якому порядку їх треба розташувати в одне ціле; 3) якими зв'язками їх треба зв'язати». Шлях здійснення цього — 1) «формулювання ідеї в думці; 2) попередня розробка ідеї; 3) здійснення ідеї в реальній дії» (Т. 2; с. 558).

«Синкрізіс — це необхідне співставлення частин з частинами і цілого з цілим» (Т. 2; с. 425).

Синкрізіс буває трьох видів: «1) співставлення об'єктів зі своїми початками (ідей, означенням); 2) співставлення об'єктів із сумісними речами; 3) співставлення об'єктів зі своїми частинами або видами». Синкрізіс включає пізнання через: «1) схожість і рівність (непізнавальне в собі пізнається через суміжне); 2) відмінність і роздільність (несхожість речей, як воно помічено, служить прекрасним світочем розуму); 3) протиставлення і протилежність (протилежності дуже добре прояснюються під час співставлення» (Т. 2; с. 366).

«Синкритичний метод — зосередження розуму на всеосяжному захоплюючому і надійному пізнанні, доведенні і впорядкуванні одних речей за допомогою інших. ...синкритичний метод, добре поставлений, надійним шляхом дає повне пізнання» (Т. 2; с. 558).



Поєднання створювальної і відтворювальної діяльності

Поєднання діяльності, яка приводить до «відкриття» знань, способів дій, з їх запам'ятовуванням, відтворенням, закріпленням.

Класика. «Все викладене, правильно зрозуміле розумом, повинно бути також і закріплено в пам'яті» (Т. 2; с. 358).

«Навчання не можна довести до ґрунтовності без можливо частих і особливо майстерно поставлених повторень, вправ» (Т. 2; с. 362).

Наочність навчання, раціональне поєднання наочного, словесно-логічного і практичного, поєднання дедукції, індукції і аналогії

Основний закон організації навчання

Наочність

«Золоте» правило дидактики

Доступність зоровому сприйманню, пізнанню об'єктів вивчення, їх будови, властивостей, структури доведень, дій на основі:

- повноцінного, різноманітного застосування символічних, графічних способів задання математичних об'єктів;
- використання спеціально розроблених дидактичних засобів, матеріалів унаочнення знань (наприклад, символічне, графічне, схематичне представлення логічних відношень між поняттями, логічної структури теми, доведень теорем, кроків розв'язувань задач тощо);
- використання матеріальних речей — прообразів та моделей математичних понять;
- супроводу будь-якого усного викладу знань, інформації письмовим викладом.

Класика. «...Необхідно прикласти зусилля, щоб для всього того, що потрібно робити в школі... існували правильні, зручні, прості, легко доступні наслідуванню взірці: або моделі речей, картини, рисунки, або короткі, ясні, зрозумілі само собою, без виключення, правильні настанови і правила» (Т. 1; с. 395).

«...Якщо хочеш, щоб хто-небудь щось знав, то подай це йому зрозуміло до його відчуттів, і він буде знати це. Ти хочеш, щоб він знав багато? Показуй йому багато. Якщо ти хочеш, щоб він знав усе, тоді й показуй усе» (Т. 2; с. 183).

Засвоєння елементів (предметів) теоретичного змісту і практичного змісту на основі їх сприймань, споглядань, зорового аналізу і конкретних уявлень про об'єкти, властивості, дії, способи розв'язань; уявлення — наочна база теоретичних знань, практичних дій.

Класика. «...Починати навчання не зі словесного тлумачення про речі, а з реального спостереження над ними» (Т. 1; с. 384).

«...Уявлення суть — образи речей у розумі, слова — суть образи уявлень. Звідси випливає необхідний висновок, що розуму повинні бути запропоновані речі, розглядаючи які, він створює образи речей, і, осягнувши які, він може відразу ж навчитися називати» (Т. 2; с. 54).

«...Знання починається з чуттєвого сприймання, з допомогою уявлення переходить у пам'ять, а потім, через узагальнення поодинокого, утворюється розуміння загального і, нарешті, для уточнення знання про речі, достатньо зрозумілі, складається судження» (Т. 1; с. 129).

Рациональне поєднання наочного, словесно-логічного і практичного

- Системне залучення органів зору, слуху, мовлення і руки для засвоєння предметів вивчення у темі (загального поняття, властивостей, ознак, доведень дій, системи дій, способів розв'язання задач): їх сприйняття, усвідомлення, закріплення в пам'яті, вироблення навичок і вмінь.
- Засвоєння предметів вивчення у темі через:
 - приклади (зразки, орієнтири) того, чого хочуть навчити (об'єкти, властивості, дії, спосіб розв'язання);
 - настанови — словесні означення, пояснення, вказівки, узагальнення тощо;
 - вправи на застосування сприйнятого, усвідомленого через приклади і настанови.

Класика. «Слух потрібно постійно поєднувати із зором, мову з діяльністю рук. ...Усе, сприйняте на слух, виражати діяльністю рук» (Т. 2; с. 349).

- Дотримання основних правил раціонального поєднання наочного, словесно-логічного і практичного:
 - організувати засвоєння предметів вивчення на основі заздалегідь підготовлених матеріалів, засобів: прикладів, зразків, письмових викладів настанов, систем задач, вправ на застосування теорії; прикладів повинно бути багато, настанов мало, практики — безперервно;
 - здійснювати настанови (повідомлення, пояснення, вказівки) з опорою на зрозуміле раніше; у настановах подавати тільки основне, підсумовувати творчо пізнане, «відкрите»;
 - вправи повинні бути різноманітними, з широким варіюванням неістотного для виконання дій; дозволяти користуватись посібниками, зразками доти, доки учень не набере навичок у виконанні дій;
 - між трьома сторонами методу (прикладями, настановами та вправами і застосуваннями) під час вивчення предмета прагнути дотримуватись часової пропорції: приклади, зразки повинні займати — $\frac{1}{16}$ часу, настанови — $\frac{3}{16}$, разом — $\frac{1}{4}$ часу, а решту — $\frac{3}{4}$ часу вправи, застосування і виправлення можливих помилок.

Класика. «Без прикладів немає легкості навчання, без настанов — ґрунтовності, без практики — міцності» (Т. 2; с. 424).

Поєднання дедукції, індукції, аналогії

- Застосування індукції і аналогії для «відкриття» властивостей, ознак, їх доведень, способів розв'язань задач;
- ілюстрування дедуктивних доведень на конкретних прикладах;
- встановлення аналогії (схожості) у предметах вивчення, зокрема, у доведеннях теорем.

Класика. Основний дидактичний закон. Я. А. Коменський. «Пансофія» (Т. 2; с. 368).

Основний дидактичний закон. Я. А. Коменський. Пансофія

Дидактика	Мета: навчати ґрунтовно, навчаючи		надійно	} усіх у сукупності в необхідному порядку діяльним чином	
			швидко		
			захоплююче		
	Засоби: постійні	} приклади настанови вправи			
	Способи їх застосування, які роблять навчання	} надійним	введення цих за-собів	} настанов було мало прикладів було багато практика була неперервною	
			} швидким		піклування про те, щоб
					} захоплюючим
			виклад був прозорим	} спонукання було б м'яким і ненав'язливим	

Поступовість, наступність, послідовність**Основи доступності****Поступовість**

- Поетапне вивчення тем:

— Початковий етап (теорія, аналіз) — початкове розуміння базового змісту: сприймання, усвідомлення, осмислення елементів базового змісту, формування початкових елементарних (простих) умінь.

— *Середній етап* (практика, синтез) — практичне оволодіння базовим змістом: формування базових навичок і вмінь та вмінь застосувати базовий зміст в основних типових, прикладних ситуаціях.

Завершальні етапи:

— *Головний етап* (застосування, міркування) — логічне оволодіння базовим змістом: відтворення доведень теорем, застосування базового змісту, розвиток, поглиблення теми.

— *Заключний етап* (застосування, розмірковування) — логічне, творче оволодіння повним змістом: відтворення доведень теорем повного змісту і його застосування в різних ситуаціях.

Класика. «Наскільки легко навчати..., якщо зробити все:

1) розчленованим; 2) виведеним з небагатьох першооснов; 3) сходинково розташованим» (Т. 2; с. 428). «Оскільки строго визначених етапів у кожному занятті є три: початок, середина і завершення, то за належного їх проходження ми будемо йти від одних досягнень до інших» (Т. 2; с. 51).

Основні етапи пізнання наукових об'єктів «теорія, практика, застосування:

I. Теорія розв'язується за допомогою уявлення предмета, аналізу і самостійного вивчення наочно сприйнятого.

II. Практика вимагає зразка, синтезу і самостійної практики.

III. Застосування охоплює правила, синкрізіс і застосування за власною ініціативою» (Т. 2; с. 189).

- Ступеневе (сходинкове) засвоєння теоретичного і практичного змісту на кожному етапі.

Класика. Вивчення тем на кожному етапі... «має свої ступені, яких не можна ні обминути, ні переставити... І кожний з цих окремих ступенів потребує для себе певного часу і не тільки часу, а й поступовості, і не тільки поступовості, а й незмінного їх порядку. Безсумнівно, що правильно розміщеними, непошкодженими, міцними, безпечними сходинками можна будь-кого звести на яку завгодно висоту» (1; с. 98).

«Починати з найбільш відомого, а потім повільно і поступово рухатись до менш відомого. Тоді перші основні положення будуть освічувати другі, другі — треті, треті — четверті і так аж до кінця подібно до того, як в ланцюжку одна ланка захоплює і одна тягне його» (Т. 1; с. 489).

Наступність

- Вивчення кожної навчальної теми з опорою на вивчені раніше теми (актуалізація опорних знань, навичок і вмінь або узагальнення, систематизація попереднього досвіду);
- досягнення на кожному етапі системи результатів — рівня засвоєння знань, який стає основою успішного навчання на наступних; відповідно початкового, середнього, достатнього і високого рівнів;
- закріплення, вдосконалення на кожному етапі знань і вмінь, досягнутих на попередньому етапі, а потім їх розвиток;
- зміцнення, поглиблення під час вивчення кожної теми раніше вивчених тем.

Класика. «Всі заняття повинні бути розташовані таким чином, щоб наступне завжди ґрунтувалось на попередньому, а попереднє зміцнювалось наступним» (Т. 1; с. 358).

Послідовність

Організація вивчення кожної теми в цілому і на окремих етапах, ступенях з дотриманням основних правил порядку (послідовності)

- Правило складності: від простішого через складне до складнішого і найбільш складного.
- Наприклад, виконання алгоритмічної дії спочатку з найпростішими типами, об'єктами, а далі — з послідовно ускладненими типами.
- Правило труднощів: від найлегшого через важке до важчого і до найважчого; наприклад, від пізнання об'єктів наочним аналітичним методом (найлегше), через практичний синтетичний метод до аналітико-синтетичних міркувань і, нарешті, до синкретичного методу розмірковувань (співставлення з аналогічними об'єктами, інтуїтивних догадок тощо); від відтворення наукових термінів через відтворення тверджень до відтворення умовиводів, доведень.

- Правило встановлення зв'язків об'єктів вивчення: спочатку встановлюють зв'язки з найбільш близькими в логічному відношенні об'єктами, потім — не дуже віддаленими, далі — більш віддаленими і, нарешті, найвіддаленішими.

Класика. «Для розуміння наступного предмета потрібне розуміння предмета попереднього. Цей загальний закон розпадається на часткові.

Потрібно навчати і вчитися:

небагатьом предметам, а потім багатьом;

простим, а потім складним;

загальним, а потім окремим;

близьким, а потім віддаленим;

аналогічним, а потім неаналогічним» (Т. 2; с. 548).

Структура поетапного, ступеневого вивчення тем за класичним дидактичним методом

**Початковий етап (теорія; аналіз):
сприймання, усвідомлення, осмислення елементів базового змісту,
формування початкових елементарних умінь**

Ступінь	Теорія	Практика
1	<p>Загальне поняття про об'єкти вивчення</p> <p>Усвідомлення репрезентативних знань: символічних позначень, графічних зображень, термінів, що позначають об'єкти, їх частини, елементи, види.</p> <p>Усвідомлення теоретичних знань: означення поняття, видів об'єктів, частин.</p> <p>Усвідомлення обсягу поняття: основних типів, видів об'єктів вивчення</p>	<p>Виконання елементарних перцептивних (зорових), мовних, практичних (матеріальних) дій:</p> <p>впізнання, називання об'єктів, їх частин, елементів, видів;</p> <p>зображення, запис об'єктів</p>

Ступінь	Теорія	Практика
2	<p>Ознаки, властивості об'єктів вивчення</p> <p>Усвідомлення змісту ознак, властивостей базового змісту і осмислення їх практичного змісту, як способів дій з об'єктами</p>	<p>Розпізнавання, відрізнювання, розрізнювання об'єктів; відрізнювання правильних формулювань властивостей від неправильних, правильно виконаних дій від неправильно виконаних (перцептивні дії); виконання дій за елементами теорії на основі взірців</p>
3	<p>Доведення теорем</p> <p>Усвідомлення доведень теорем базового змісту, їх початкове осмислення (усвідомлення ідеї, методу, основних кроків, використаних теоретичних положень)</p>	<p>Називання об'єктів, властивостей, ознак, на основі яких доводять теореми, виконання дій за елементами теорії з найпростішими типами об'єктів</p>

**Середній етап
(практика; синтез):
формування базових навичок і умінь**

Ступінь	Практика	Теорія
1	<p>Формування базових навичок</p> <p>Розв'язування задач, спосіб (алгоритм) розв'язування яких задається елементом теорії</p>	<p>Відтворення формулювань теоретичних положень — елементів базового змісту (означень, теорем, правил, формул) з наведенням прикладів</p>
2	<p>Формування базових умінь</p> <p>Розв'язування комбінованих (синтетичних) задач на поєднання 2–3 простих задач</p>	<p>Відтворення теоретичних положень, що використовують під час розв'язування задач</p>
3	<p>Застосування базового змісту в основних типових, прикладних ситуаціях</p>	<p>Усвідомлення і відтворення теоретичних положень, які є результатом синтезу знань</p>

ЗАВЕРШАЛЬНІ ЕТАПИ

Головний етап (застосування; аналітико-синтетичні міркування)

Ступінь	Застосування	Теорія
1	Застосування базового змісту в стандартних ситуаціях	Відтворення доведень теорем базового змісту
2	Застосування базового змісту в змінених ситуаціях	Усвідомлення найпростіших логічних наслідків з теорем базового змісту
3	Застосування базового змісту в нових ситуаціях (перенесення знань; поглиблення змісту)	Розвиток, поглиблення теорії Доведення теорем поглибленого змісту

Заключний етап

(застосування; синкретичні розмірковування — аналогія, творчі процедури)

Ступінь	Застосування	Теорія
1	Застосування повного змісту в стандартних ситуаціях	Відтворення доведень теорем поглибленого змісту
2	Застосування повного змісту в різних ситуаціях на основі аналітико-синтетичних (логічних) міркувань	Доведення теорем з проведенням складних логічних міркувань
3	Застосування змісту в нестандартних ситуаціях	Доведення теорем з використанням творчих процедур або додаткового змісту

РІВНІ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ

Основні результати поетапного вивчення тем

Початковий рівень — розуміння елементів базового змісту, початкові елементарні (прості) уміння.

1) Загальне уявлення про об'єкти вивчення.

Показники:

а) перцептивно-мовні дії: впізнавання і називання науковими термінами об'єктів вивчення, заданих символічно, графічно або словесним описом, та їх частин, елементів, видів;

б) практичні (матеріальні) дії: символічні записи, графічні зображення об'єктів вивчення вказаних типів.

- 2) Розуміння предметного змісту, алгоритмічного значення теоретичних положень.

Показники:

а) перцептивно-мовні дії:

- розпізнавання, розрізнювання, відрізнявання об'єктів вивчення за означеннями, теоремами-ознаками;
- впізнавання правильних формулювань означень, ознак, властивостей серед неправильних;
- пізнавання, розпізнавання правильно виконаних дій за елементами теорії серед неправильно виконаних;

б) практичні (матеріальні) дії:

наслідувальне виконання дій за властивостями, ознаками у разі безпосереднього сприймання взірця їх виконання.

- 3) Розуміння логічного змісту (підстав), вивідних властивостей, ознак (теорем).

Показники:

перцептивно-мовні дії у разі безпосереднього сприйняття текстів доведень:

- називання ключової ідеї (способу, методу) доведення;
- перелічування основних кроків доведень;
- називання теоретичних положень, використаних під час доведення;
- формулювання раніше відомих теоретичних положень, використаних під час доведення.

- 4) Початкові елементарні (прості) вміння — вміння виконувати дії за елементами теорії з найпростішими типами об'єктів вивчення.

Середній рівень — практичне розуміння базового змісту,

базові навички і вміння.

Основні результати

- Відтворення формулювань елементів теорії (означень, теорем, формул), ілюстрування їх прикладами;
- навички виконання основних алгоритмічних дій за елементами теорії з найпростішими і нескладними типами об'єктів;
- уміння застосовувати елементи теорії в сукупності та у зв'язку з родовими, видовими властивостями — базові вміння;

- вміння застосовувати базовий зміст в основних типових, прикладних ситуаціях.

Достатній рівень — логічне розуміння базового змісту, його застосування за алгоритмами, правилами (нормами) і на основі нескладних міркувань.

Основні результати

- Розуміння, відтворення доведень теорем базового змісту;
- розуміння (обґрунтування, пояснення) основних логічних наслідків з теоретичних положень;
- уміння застосовувати базовий зміст у стандартних ситуаціях за відомими алгоритмами, правилами, схемами на основі самостійного складання конкретного плану розв'язування задачі;
- уміння застосовувати базовий зміст у дещо змінених і нових ситуаціях на основі нескладних аналітико-синтетичних міркувань:
 - зведенням до відомих стандартних ситуацій;
 - конструюванням способу розв'язування задач (за вказаним методом, прийомом) — задачі на перенесення знань у нові ситуації та на поглиблення теоретичного змісту.

Високий рівень — логічне, творче розуміння повного змісту (базового і поглибленого) і його застосування в різних ситуаціях.

Основні результати

- Розуміння, відтворення доведень повного змісту теми;
- уміння застосовувати повний зміст у стандартних ситуаціях підвищеної складності;
- уміння застосувати повний зміст теми в змінених, нових ситуаціях на основі аналітико-синтетичних логічних міркувань;
- уміння застосовувати зміст теми в нестандартних ситуаціях з використанням творчих прийомів, процедур, самостійного встановлення нових зв'язків теми та додаткових знань.

Усвідомлюваність учіння, самостійність, самодіяльність

Основи особистісно спрямованого учіння

Усвідомлюваність учіння.

Усвідомлення учіння як діяльності

Усвідомлення учнями:

- плану вивчення теми; змісту вимог до засвоєння теми на кожному етапі та змісту конкретних завдань;
- предметів вивчення в темі; діяльності (дій, системи дій, прийомів), що приводять до певних результатів;
- успіхів на кожному етапі вивчення теми на основі виконання систем критеріальних завдань.

Класика. «Потрібно, щоб учні вже від самого початку ясно бачили мету з усіма проміжними ланками і прагнули досягнути її» (Т. 1; с. 587).

«Усі завдання учнів повинні бути розділені в легко зрозумілі сукупності» (Т. 1; с. 587).

Самостійність, самодіяльність

- Самостійне виконання у фронтальному навчанні окремих операцій, дій, систем дій, завдань, вправ під керівництвом учителя;
- оволодіння знаннями, навичками, вміннями через індивідуальну самостійну практику на основі зразків, прикладів, настанов, орієнтирів, вказівок;
- самостійне визначення особисто доступного рівня засвоєння знань, планування діяльності щодо його досягнення, самооцінювання успіхів у виконанні систем критеріальних рівневих завдань на основі співставлення з правильним (сталонним) розв'язанням.

Класика. «У своїх учнів я завжди розвиваю самостійність у спостереженнях, у мові, в практиці і в застосуваннях як єдиній основі для досягнення міцних знань» (Т. 2; с. 179).

«...В особистій практиці сховані таємниці швидких і надійних успіхів» (Т. 2; с. 594).

...Усього вчити «через застосування власних сил, тобто через особисті спроби і особистий досвід» (с. 430).

«...Цей істинно практичний метод (навчання всього через особисті спостереження, особисте читання, особистий досвід) повинен застосовуватись усюди» (Т. 2; с. 138).

Індивідуалізація, варіативність учіння, раціональне поєднання фронтальних, індивідуальних і групових форм навчання

Основи розвивального учіння

Організація учіння в темпі, що відповідає індивідуальним можливостям, рівню розвитку учня; орієнтація технології на варіативне оволодіння учнями змістом теми залежно від зони активного розвитку (завдань, які можуть самостійно виконувати учні на основі початкового розуміння теми) та зони найближчого розвитку (завдань, які можуть учні виконувати самостійно з незначною допомогою вчителя).

Рівні розумового, особистісного розвитку і орієнтація на рівень засвоєння теми

№ п/п	Рівень розвитку	Орієнтація на рівень засвоєння теми
5	Високий	Високий рівень, здобуття додаткових знань
4	Вищий від середнього (достатньо високий)	Високий рівень
3	Середній	Достатній рівень
2	Низький	Середній рівень
1	Відставання	Початковий рівень, перші ступені середнього рівня

Індивідуалізація, варіативність навчання

- Виділення часу на вивчення теми, враховуючи його достатність для оволодіння учнями з середнім рівнем розвитку на достатньому рівні, з рівнем розвитку вище від середнього — на високому, з низьким рівнем — на середньому;

- орієнтація технології на варіативне оволодіння учнями змістом теми залежно від зони активного розвитку (завдань, які можуть самостійно виконувати учні на основі початкового розуміння теми) та зони найближчого розвитку (завдань, які можуть учні виконувати самостійно з незначною допомогою вчителя);
- організація додаткового повторного початкового вивчення теми з учнями, які відстають у розвитку, а за необхідності і з учнями з низьким рівнем;
- спонукання учнів з рівнем розвитку вище від середнього до випереджального виконання рівневих завдань (у класно-урочному, домашньому навчанні);
- диференціація змісту особистої самостійної практики на уроках відтворення і застосування знань.

Класика. «... У кожному класі, в якому вивчають один і той же предмет, потрібно виділити групи, з яких принаймні необхідні три:

- 1) «початківці»;
- 2) «продовжувачі»;
- 3) «завершувачі» (Т. 2; с. 413).

**Класична модель варіативного (диференційованого) учіння
Я. А. Коменський***

Учні	Особливості учіння
«Початківці» (учні з низьким рівнем розвитку)	«Навчаємо того, що складає основу науки», «не повинні виконувати багато речей, але речі основні», «повинні просуватися повністю зв'язані прикладами»
«Продовжувачі» (учні з середнім рівнем розвитку)	«Навчаємо того, що побудовано на основах наук», «повинні виконувати не стільки речі основні, скільки багато речей»
«Завершувачі» (учні з рівнем розвитку вищим від середнього та високим рівнем)	«Закріплення і різні прикраси, вільне просування»

* (Т. 1; с. 577).

Стратегія організації самостійної особистої практики

№	Рівень розумового, особистісного розвитку (навченості)	Характеристика рівня	Стратегія навчання
1	2	3	4
I	Учні з високим рівнем розвитку і рівнем розвитку вищим від середнього («завершувачі»)	<p><i>1. Високий рівень розвитку</i></p> <p>Учні легко, самостійно досягають початкового розуміння теми, швидко опановують базові навички і вміння, готові до самостійного розв'язування задач середнього, достатнього і більшості задач високого рівня, у розв'язуванні проблемних, нестандартних задач високого рівня потребують незначної допомоги вчителя (вказівок, підказок).</p> <p>Зона активного розвитку — задачі середнього, достатнього і частина задач високого рівня;</p> <p>зона найближчого рівня — складні проблемні, нестандартні задачі високого рівня</p>	«Вільне», попереджальне проходження рівнів застосування знань. Особистісна самостійна практика: розв'язування на етапах застосування знань переважно задач достатнього і високого рівнів
		<p><i>1. Рівень розвитку вищий від середнього</i></p> <p>Учні легко, самостійно досягають початкового розуміння теми, швидко — базових навичок і вмінь, готові до самостійного розв'язування задач середнього рівня і задач 1–2 ступенів достатнього рівня, потребують незначної допомоги у самостійному знаходженні розв'язання задач на застосування базового змісту в змінених ситуаціях достатнього і високого рівнів та більш значної допомоги у розв'язуванні нестандартних задач високого рівня.</p> <p>Зона активного розвитку — задачі середнього рівня і 1–2 ступенів достатнього рівня.</p> <p>Зона найближчого розвитку — задачі 3 ступеня достатнього рівня і задачі високого рівня</p>	Особистісна самостійна практика відповідно до етапів вивчення теми

1	2	3	4
II	Учні з середнім рівнем розвитку («продовжувачі»)	<p><i>II. Середній рівень розвитку</i></p> <p>Учні без особливих труднощів досягають початкового розуміння, в середньому темпі опановують базові навички і вміння, у самостійному знаходженні способів розв'язання задач середнього рівня потребують незначної допомоги, без труднощів навчаються розв'язувати задачі за зразками, потребують допомоги в самостійному розв'язуванні задач достатнього рівня.</p> <p>Зона активного розвитку — завдання початкового рівня і нескладні задачі середнього рівня;</p> <p>Зона найближчого розвитку — задачі достатнього рівня</p>	Особистісна самостійна практика: на середньому етапі розв'язування задач середнього рівня; на завершальних етапах — середнього (3 ступеня) і достатнього рівнів
III	Учні з низьким рівнем розвитку і учні, що відстають у розвитку («початківці»)	<p><i>III₁. Низький рівень розвитку</i></p> <p>Учні з деякими труднощами досягають початкового розуміння теми, повільно опановують базові навички і вміння; для оволодіння середнім рівнем потребують значної допомоги вчителя, додання необхідних вольових зусиль.</p> <p>Зона активного розвитку — завдання початкового рівня;</p> <p>зона найближчого розвитку — задачі середнього рівня</p>	Особиста самостійна практика: розв'язування задач середнього рівня; за необхідності повторне виконання завдань початкового рівня
		<p><i>III₂. Учні, що відстають у розвитку</i></p> <p>Учні досягають початкового розуміння зі значними труднощами, з надзвичайними труднощами опановують найпростіші навички, вміння.</p> <p>Зона активного розвитку — завдання першого-другого ступенів початкового рівня;</p> <p>зона найближчого розвитку — складніші завдання початкового рівня і найпростіші задачі середнього рівня,</p> <p>учні потребують додаткового, повторного початкового навчання</p>	Особистісна самостійна практика; повторне виконання завдань початкового рівня та найпростіших завдань середнього рівня

Рациональне поєднання фронтальних, індивідуальних і групових форм навчання

- Початкове вивчення теорії, усвідомлення, осмислення знань, дій, способів дій здійснюється переважно через фронтальне навчання;
- вироблення, закріплення навичок, умінь здійснюється переважно через індивідуальну самостійну практику або групову форму навчання;
- повідомлення учнями, які опережально виконують рівневі завдання, їх розв'язань решті учнів;
- дотримання на етапах відтворення і застосування теорії часового відношення 1 : 1 між фронтальним способом навчання та індивідуальною самостійною практикою.

Класика. «Все те, що засвоєно, у свою чергу повинно бути передано іншим і для інших, щоб ніяке знання не пропало» (Т. 1; с. 361).

Основні показники розумового, особистісного розвитку учнів

Якості знань	Розвиток психічних процесів	Розвиток мислення	Розвиток особистісних якостей, рис
<ul style="list-style-type: none"> • повнота • системність • глибина • оперативність • гнучкість • міцність 	<ul style="list-style-type: none"> • сприйняття, (спостережливість) • уявлення • увага • мовлення • пам'ять 	<ul style="list-style-type: none"> • наочно-образне • наочно-практичне • системно-логічне • індуктивно-творче 	<ul style="list-style-type: none"> • пізнавальні миттєві, інтерес • здатність до вольових зусиль, принциповість • активність • самостійність • самодіяльність (самоуправління) • творчість

Систематичність, раціональність, оптимальність Головні принципи викладання

Вихідна позиція

У навчанні вчителю належить провідна роль — він провідник учнів до вершин знань, помічник учнів у вихованні, розвитку їх як особистостей, індивідуальностей; учитель професійно, творчо до конкретних умов організовує і керує процесом вивчення тем на основі розроблених дидактами відповідно до наукової теорії методиками, дидактичними матеріалами, засобами та правилами їх користування.

Систематичність у викладанні

- Дотримання одного й того ж порядку у вивченні різних тем:
 - вивчення тем одним і тим же загальним методом, розділеним на часткові методи;
 - планування системи часткових цілей, що відповідають етапам, ступеням вивчення теми;
 - застосування системи методів для досягнення етапних цілей;
- вивчення повного змісту через систему уроків:
 - уроки початкового вивчення теми (підтеми);
 - уроки формування базових навичок і вмінь;
 - уроки застосування базового змісту;
 - уроки узагальнення, систематизації, застосування повного змісту;
 - комбіновані уроки — для простих тем;
- управління діяльністю учнів через системи ретельно вибудованих запитань, завдань, задач;
- здійснення систематичного контролю за ходом і результатами вивчення теми — оперативного, поточного, поетапного і підсумкового тематичного.

Рациональність у викладанні

Структуювання методів навчання діями, прийомами, засобами, які сприяють ґрунтовному, швидкому, успішному навчанню.

Оптимальність у викладанні

Вибір і здійснення з можливих варіантів вивчення теми такого варіанту, який у конкретних умовах навчання (наявної програми, матеріальної бази, виділеного за програмою часу на вивчення курсів розділу) забезпечує максимально можливу ефективність навчання.

Систематика методів навчання за дидактичними цілями

№ п/п	Дидактичні цілі	Методи, типи
1	2	3
Початковий етап		
1	Актуалізація опорних знань, навичок і вмінь	Репродуктивний метод: <ul style="list-style-type: none"> • репродуктивна бесіда; • метод репродуктивних завдань

1	2	3
2	Мотивація вивчення теми	Спонукально-ознайомлювальний метод (створення проблемних ситуацій, ознайомлення з практичним, прикладним значенням теми, цікавими, проблемними, нестандартними задачами)
3	Формування загального поняття про об'єкти вивчення	Інформаційно-ілюстративний виклад. Метод елементарних запитань і завдань (пізнавальних і відтворювальних)
4	Усвідомлення, осмислення провідних ознак, властивостей	Сократичний метод навідних запитань і завдань або проблемний виклад. Метод елементарних запитань і завдань
5	Формування елементарних (простих) умінь	Метод пробних вправ (наслідувальних, попереджувальних, коментованих, пояснювальних). Метод тренувальних вправ
6	Закріплення початкових знань, умінь; виявлення ступеня початкового розуміння; корекція знань, умінь	Метод письмової самостійної роботи. Репродуктивна бесіда
7	Ознайомлення з повним змістом теми, вимогами до його засвоєння, домашнім завданням	Ознайомлювально-орієнтувальний метод
Середній етап		
8	Відтворення, закріплення елементів теорії базового змісту	Репродуктивний метод: • репродуктивна бесіда; • метод репродуктивних завдань
9	Формування базових навичок	Метод тренувальних вправ
10	Усвідомлення способів розв'язання нескладних задач на застосування знань з теми в типових і прикладних ситуаціях	Частково - пошуковий метод: аналітико-синтетична бесіда або пояснювально-ілюстративний метод

1	2	3
11	Формування базових умінь	Метод тренувальних вправ (за зразком)
12	Закріплення базових навичок і вмінь, виявлення ступеня їх сформованості	Метод письмової самостійної роботи. Репродуктивна бесіда
13	Ознайомлення з домашнім завданням, орієнтування в завданнях достатнього рівня	Ознайомлювально-орієнтувальний метод
Головний етап		
14	Відтворення, логічне осмислення доведень теорем базового змісту	Репродуктивний метод: • репродуктивна бесіда; • метод репродуктивних завдань; • аналітична бесіда
15	Формування вмінь застосовувати базовий зміст у стандартних ситуаціях	Метод тренувальних вправ
16	Усвідомлення способів розв'язування задач на застосування базового змісту в змінних ситуаціях	Частково-пошуковий метод: • аналітико-синтетична бесіда або орієнтувально-пошуковий метод: • метод завдань-орієнтирів, вказівок
17	Формування вмінь застосовувати базовий зміст у змінених ситуаціях	Метод тренувальних вправ
18	Поглиблення, розвиток базового змісту	Частково-пошуковий метод, або орієнтувально-пошуковий метод, або проблемний виклад
19	Закріплення вмінь застосовувати базовий зміст теми, встановлення ступеня сформованості	Метод письмової самостійної рівневої роботи
20	Ознайомлення з домашнім завданням, орієнтування в завданнях високого рівня	Ознайомлювально-орієнтувальний метод

1	2	3
Заключний етап		
21	Відтворення, закріплення елементів теорії повного змісту теми	Репродуктивний метод: <ul style="list-style-type: none"> • репродуктивна бесіда; • метод репродуктивних завдань; • узагальнюючо-систематизуюча бесіда
22	Формування вмінь застосовувати повний зміст теми в стандартних ситуаціях	Метод тренувальних вправ
23	Усвідомлення способів розв'язання задач на застосування повного змісту в змінних, проблемних, нестандартних ситуаціях	Частково-пошуковий метод, або орієнтувально - пошуковий метод, або пошуковий (проблемний) метод
24	Формування вмінь застосовувати повний зміст теми в різних ситуаціях	Метод тренувальних вправ
25	Узагальнення, систематизація змісту теми	Узагальнюючо-системний метод <ul style="list-style-type: none"> • узагальнюючо-систематизуюча бесіда; • метод узагальнюючо-систематизуючих завдань
26	Закріплення вмінь застосовувати зміст теми в різних ситуаціях, встановлення рівня, ступеня сформованості вмінь	Метод письмової самостійної рівневої роботи. Метод репродуктивної бесіди
27	Ознайомлення з домашнім завданням, завданнями підсумкової перевіркової роботи або тематичної контрольної роботи	Ознайомлювально-орієнтувальний метод
28	Підсумкова перевірка знань, умінь з теми або кількох тем	Контрольно-корекційний метод <ul style="list-style-type: none"> • теоретичний залік; • перевірна або контрольна тематична робота

ЧАСТИНА II

Технологія тематичного поетапного вивчення математики в основній школі

Загальний метод вивчення тем: класичний дидактичний метод

Загальна дидактична мета вивчення тем: повноцінне, ґрунтовне вивчення теми; оволодіння кожним учнем змістом теми на особистісно доступному рівні через активне, творче, самостійне, самодіяльне учіння.

Стратегічна мета вивчення тем: сприяння інтелектуальному, особистісному розвитку учнів, поступовому переходу на більш високі рівні навчання.

Основні засоби навчання

- Підручник —
 - дидактичний виклад теорії;
 - приклади застосування теорії;
 - рівневі вимоги до засвоєння теми — основні результати навчання на кожному етапі вивчення теми;
 - системи завдань для класно-урочного навчання;
 - системи запитань і завдань для домашньої роботи;
 - контрольні системи завдань для самоперевірки на кожному етапі вивчення теми;
- збірник завдань, задач і вправ для формування навичок і вмінь;
- дидактичні матеріали для проведення тематичних самостійних робіт і перевірки навчальних досягнень на кожному етапі вивчення теми та тематичні контрольні роботи;
- різноманітні дидактичні засоби унаочнення змісту теми.

Загальна структура вивчення тем

- I. *Початковий етап.* Сприймання, усвідомлення і осмислення елементів базового змісту теми і його початкове застосування, формування елементарних умінь.
 - II. *Середній етап.* Відтворення елементів базового змісту, формування базових навичок і вмінь.
- Завершальні етапи*
- III. *Головний етап.* Логічне осмислення і застосування базового змісту в стандартних і змінених ситуаціях, розвиток (поглиблення) змісту теми.
 - IV. *Заклучний етап.* Узагальнення, систематизація повного змісту теми і його застосування в різних ситуаціях (стандартних, змінених, нових, нестандартних).
 - V. *Підсумковий атестаційний (підтверджувальний) контроль* навчальних досягнень з теми або декількох тем.

Початковий етап

Сприймання, усвідомлення і осмислення елементів базового змісту теми і його початкове застосування, формування елементарних умінь

Вступна частина

- Актуалізація опорних знань, навичок і вмінь.
- Мотивація вивчення теми.

Основна частина

- Формування загального поняття (уявлення) про об'єкти вивчення.
- Усвідомлення та осмислення базових вивідних властивостей, ознак об'єктів вивчення.
- Формування початкових елементарних умінь.

Головна частина

- Індивідуальна самостійна практика.
- Перевірка, самооцінювання результатів самостійної роботи.

Заклучна частина

- Контрольне опитування.
- Загальне орієнтування в темі; домашнє завдання.

Початковий етап (теорія, елементарний аналіз)
Сприймання, усвідомлення, осмислення елементів
базового змісту теми і формування початкових
елементарних умінь

Вступна частина

Фронтальне навчання

Актуалізація опорних знань, навичок і вмінь

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Методи і прийоми
Елементи теорій раніше вивчених тем, опорні для розкриття базового змісту теми	<ul style="list-style-type: none"> Актуалізація знань, опорних для розуміння базового змісту теми; актуалізація навичок, умінь, опорних для формування базових навичок, умінь з теми 	<ul style="list-style-type: none"> Письмові виклади опорних знань (таблиці, плакати, попередні записи на дошці); системи завдань 	<p>Репродуктивний метод:</p> <ul style="list-style-type: none"> репродуктивна бесіда за попереднім домашнім завданням на повторення. <p>Метод тренувальних вправ:</p> <ul style="list-style-type: none"> усне, напівписьмове, письмове виконання завдань

Мотивація вивчення теми

Мета	Засоби	Метод і прийоми
Формування пізнавального інтересу до вивчення теми	Набори прикладних, проблемних, цікавих математичних задач з теми	<ul style="list-style-type: none"> Спокуально-ознайомлювальний метод: ознайомлення учнів з прикладними, цікавими математичними задачами, проблемами, які можуть бути розв'язані за допомогою теорії теми; створення проблемних ситуацій

Основна частина

Фронтальне навчання

Сприймання, усвідомлення, осмислення загального поняття про об'єкти вивчення

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Методи і прийоми
1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> Символічні, графічні зображення об'єктів вивчення; терміни, що позначають об'єкти вивчення, їх частини, елементи, види, властивості; основна ознака-властивість об'єктів за означенням; означення частин, елементів, об'єктів вивчення та їх видів; різні типи об'єктів вивчення (від найпростіших до найскладніших з широким варіюванням несуттєвих властивостей) 	<ul style="list-style-type: none"> Формування уявлень про об'єкти вивчення: усвідомлення способів позначення, зображення об'єктів та предметного змісту термінів, що позначають об'єкти, їх види, частини, елементи; усвідомлення основних ознак-властивостей об'єктів вивчення і їх видів за означеннями; формування вмінь виконувати ос- новні дії з об'єктами за означеннями 	<ul style="list-style-type: none"> Письмові виклади теорії (описів, означень) з використанням різноманітних засобів унаочнення, прикладів застосування означень; системи перцептивних завдань (на впізнавання, розпізнавання, розрізнювання, відрізнювання); системи завдань на відтворення (зображення об'єктів, наведення прикладів) 	<p>Інформаційно-ілюстративний виклад:</p> <ul style="list-style-type: none"> демонстрація символічних записів, графічних зображень об'єктів вивчення; розгляд частин елементів об'єктів вивчення, введення термінів, що їх позначають; формулювання ознаки-властивості об'єктів вивчення за означенням (за аксіомами) та означень їх частин, елементів; наведення прикладів різних типів об'єктів, належних обсягу поняття; наведення прикладів застосування означення для встановлення: <ul style="list-style-type: none"> а) належності заданих об'єктів до обсягу вивчаємого поняття; б) встановлення основної властивості об'єктів; виділення видів об'єктів, формулювання їх означень, наведення прикладів;

1	2	3	4
			<ul style="list-style-type: none"> • фіксація викладу у формі, зручній для запам'ятовування і відтворення («опорні віхи»); • короткий огляд викладу теорії у підручнику. <p>Метод елементарних пізнавальних і відтворювальних запитань і завдань:</p> <ul style="list-style-type: none"> • виконання завдань на впізнання, називання понятійним терміном об'єктів вивчення, їх частин, елементів, видів за символічними записами, графічними зображеннями, словесними описами; • розпізнавання об'єктів (виділення ознак і встановлення належності до поняття), відрізнявання належних до поняття об'єктів від неналежних; • виділення об'єктів у певних ситуаціях, перетворення заданих об'єктів до стандартних видів; • вибір правильних означень серед неправильних, неточних; • фрагментарні доповнення означень; • пробне відтворення означень; • наведення прикладів об'єктів вивчення, їх видів, виконання зображень

**Усвідомлення, осмислення властивостей, ознак об'єктів вивчення
(теорем-властивостей і теорем-ознак)**

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Методи і прийоми
1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> • Основні вивідні властивості об'єктів вивчення (теорем-властивості); • доведення властивостей; • основні вивідні ознаки (теорем-ознаки); • доведення теорем-ознак; • дії з об'єктами вивчення на основі властивостей; • дії з об'єктами на основі ознак 	<ul style="list-style-type: none"> • Творче, наочне «відкриття» властивостей і їх доведень; • встановлення ознак і їх доведень; • усвідомлення у формі уявлень основних дій за властивостями та ознаками; • виконання дій за взірцями 	<ul style="list-style-type: none"> • Письмові виклади теорії (теорем-властивостей і теорем-ознак) з використанням різноманітних засобів унаочнення змісту і доведень теорем, широким ілюструванням їх застосувань; • системи пізнавальних запитань і завдань на «відкриття» властивостей, ознак, їх доведень; • системи завдань на осмислення дій за властивостями та ознаками; 	<p>Сократичний метод навідних запитань і завдань або проблемний наочний виклад:</p> <ul style="list-style-type: none"> • системи запитань на «відкриття» властивостей (ознак) об'єкта вивчення і їх доведень; • демонстрація або записи формулювань властивостей (ознак), доведень у формі, зручній для запам'ятовування, логічного аналізу, відтворення і застосування; • короткий огляд викладу теорії в підручнику; • системи запитань, завдань на «відкриття», встановлення способів виконання дій; • ілюстрування прикладів виконання дій; • демонстрація або записи властивостей у вигляді алгоритмічних приписів, правил дій. <p>Метод елементарних запитань і завдань:</p> <ul style="list-style-type: none"> • виконання завдань на початкове відтворення елементів теорії — впізнавання, вибір правильного формулювання властивості (ознаки) серед неправильних;

1	2	3	4
		<ul style="list-style-type: none"> системи завдань на відтворення властивостей ознак і пробне, наслідувальне виконання дій за взірцями 	<ul style="list-style-type: none"> фрагментарні доповнення записів властивостей, правил дій; пробне їх відтворення; впізнавання правильно виконаних дій за елементами теорії з поступово ускладнювальними типами об'єктів серед неправильних; пробне виконання дій з об'єктами за попередньо-встановленими взірцями їх виконання; пояснення виконання завдань

Формування початкових, елементарних умінь

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Методи і прийоми
1	2	3	4
Основні алгоритмічні дії за елементами теорії з найпростішими і нескладними об'єктами вивчення	Вироблення вмінь виконувати основні алгоритмічні дії з об'єктами	Системи завдань на виконання алгоритмічних дій з найпростішими і нескладними типами об'єктів	Метод пробних вправ <ul style="list-style-type: none"> попереджувальне виконання завдань: вказівка, називання чи формулювання відповідного елемента теорії, правила; називання складових операцій і їх послідовності з наступним виконанням дії; коментоване виконання завдань — пояснення в процесі виконання; пояснювальне виконання завдання — неповні, стислі, скорочені або повні формулювання теоретичних основ дій (означень, теорем), правил алгоритмів після виконання дії

1	2	3	4
			<p>Метод тренувальних вправ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • скорочене або повне формулювання правил, алгоритмів виконання дій; • усне або напівписьмове виконання серії однотипних завдань; • письмове виконання одного-двох завдань серії

Головна частина

Індивідуальна самостійна практика

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
<ul style="list-style-type: none"> • Закріплення елементів теорії теми, вмінь виконувати основні дії за елементами теорії; • виявлення ступеня початкового розуміння теми 	<ul style="list-style-type: none"> • 1–2 варіанти систем завдань трьох ступенів: • завдання на впізнавання, називання об'єктів вивчення, їх частин, елементів, видів або на фрагментарні доповнення формулювань означень, теорем, формул, правил; • завдання на розпізнавання, відрізнявання, розрізнявання об'єктів вивчення, на впізнавання, розпізнавання правильно виконаних дій серед неправильно виконаних; • завдання на виконання основних дій за елементами теорії з найпростішими типами об'єктів (взірцями для виконання є завдання попереднього ступеня) 	<ul style="list-style-type: none"> • Письмова самостійна робота: • самостійне виконання роботи (5–10 хвилин); • перевірка правильності виконання на основі співставлення з правильними відповідями

Заклучна частина

Фронтальне навчання

Контрольне опитування

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
Повторення, закріплення розуміння основних елементів теорії базового змісту	Письмовий виклад системи основних запитань; зображення, символічні записи об'єктів вивчення	Контрольно-корекційний метод; репродуктивна бесіда
Зміст перевірочних запитань і завдань		
<p><i>Розуміння символічних позначень, зображень об'єктів вивчення, предметного, смислового значення термінів.</i></p> <p>Запитання і завдання на:</p> <ul style="list-style-type: none"> • називання понятійним терміном об'єктів, їх видів, частин, елементів за словесним описом, символічним записом або графічним зображенням; • наведення прикладів об'єктів вивчення вказаних типів. <p><i>Розуміння означення об'єктів вивчення як формулювання їх основної ознаки-властивості.</i></p> <p>Запитання і завдання на:</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулювання умов, за яких об'єкти належать до поняття, що вивчається, за означенням; • формулювання властивостей об'єктів вивчення за означенням; • фрагментарні доповнення означень; • відрізнявання правильних формулювань означень від неточних, неправильних. <p><i>Розуміння вивідних властивостей і ознак об'єктів вивчення.</i></p> <p>Запитання і завдання на:</p> <ul style="list-style-type: none"> • перелік ознак, властивостей; • визначення числових характеристик об'єктів за властивостями; • встановлення належності об'єктів до поняття за вивідними ознаками; • називання ознак і властивостей, наслідком з яких є властивості, ознаки, що вивчаються; • називання основних кроків доведень 		

Загальне орієнтування в повному змісті теми; домашнє завдання

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
Загальне орієнтування в повному змісті теми, рівневих вимогах до її засвоєння та завданнях для домашньої роботи	Систематизований письмовий виклад теорії (таблиця, плакат, логічна схема); письмові тексти з вимогами до засвоєння теорії на середньому, достатньому, високому рівнях (рівневі завдання на відтворення, розуміння теорії); системи основних типів рівневих задач на застосування теорії	Ознайомлювально-орієнтувальний метод: <ul style="list-style-type: none"> • повідомлення загального плану вивчення теми, кількості уроків; • ознайомлення з вимогами до засвоєння змісту теми, основними завданнями на його застосування та формами перевірки знань; • короткий огляд елементів поглибленого змісту, способів, прийомів розв'язування деяких рівневих завдань; • виконання на рівні розпізнавання завдань достатнього і високого рівнів; • повідомлення домашнього завдання та інструктаж до нього
Зміст домашнього завдання		
<i>Основна (обов'язкова) частина</i>		
<ul style="list-style-type: none"> • Завдання середнього рівня на відтворення теорії; • завдання на основні дії за елементами теорії. 		
<i>Варіативна частина</i>		
<ul style="list-style-type: none"> • Завдання початкового рівня для повторного виконання — учням, що не досягли 2–3 балів на початковому етапі; • доступні завдання середнього, достатнього, високого рівнів — іншим учням (за власним вибором) 		

Середній етап вивчення теми**Відтворення елементів базового змісту формування базових навичок і вмінь***Вступна частина*

- Перевірка виконання домашнього завдання;
- відтворення елементів теорії базового змісту.

Основна частина

- Формування базових навичок;
- формування базових умінь;
- застосування базового змісту в основних типових, прикладних ситуаціях.

Головна частина

- Індивідуальна самостійна практика;
- перевірка, самооцінювання результатів самостійної роботи.

Заклучна частина

- Контрольне опитування;
- орієнтування в завданнях достатнього рівня; домашнє завдання.

Середній етап (практика; синтез)**Формування базових навичок і вмінь****Вступна частина****Фронтальне навчання****Відтворення елементів теорії базового змісту**

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
Елементи теорії базового змісту — означення об'єктів, їх частин, елементів, видів; теореми-ознаки, теореми-властивості, формули	Повторення, закріплення елементів теорії базового змісту	Письмові записи систем запитань, завдань на відтворення елементів теорії	Репродуктивний метод (репродуктивна бесіда, репродуктивні завдання): <ul style="list-style-type: none"> • формулювання означень, теорем, формул; • ілюстрування теоретичних положень прикладами, рисунками, символічними записами; • виконання завдань на доповнення теоретичних положень

Основна частина

Фронтальне навчання

Формування базових навичок

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
Основні дії з об'єктами вивчення за елементами теорії (прості задачі)	Вироблення навичок виконання основних алгоритмічних дій за елементами теорії	<ul style="list-style-type: none"> Серії однотипних поступово ускладнювальних задач з широким варіюванням несуттєвих властивостей для виконання алгоритмічних дій; письмові виклади алгоритмів, правил і розв'язання основних типів задач (записи послідовності складових операцій) 	Метод тренувальних вправ: <ul style="list-style-type: none"> пояснення учнями розв'язання домашніх простих (однокрокових) задач за попереднім записом на дошці — формулювання відповідного теоретичного положення, правила виконання дії; формування для кожної серії однотипних задач теоретичної основи виконання дії — теореми, правила; усне, напівписьмове розв'язування задач серії; письмове розв'язування окремих задач серії; письмове самостійне розв'язування задач різних серій

Формування базових умінь

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> Комбіновані задачі на виконання 2–3 дій на основі елементів теорії (ознак, властивостей об'єктів вивчення, а також властивостей родових об'єктів, видових властивостей). 	Формування базових умінь — умінь системного застосування елементів теорії	<ul style="list-style-type: none"> Серії однотипних задач на основні (базові) системи дій з об'єктами вивчення; 	Частково-пошуковий метод (аналітико-синтетична бесіда): <ul style="list-style-type: none"> встановлення способів розв'язання задач основних типів за допомогою систем запитань, спрямованих на розчленування

1	2	3	4
<p>Основні типи задач:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ задачі на послідовне виконання дій: підведення під поняття за означеннями або теоремою-ознакою і встановлення наслідку (виконання алгоритмічної дії); • задачі на зведення (перетворення) заданих об'єктів у об'єкти стандартного вигляду і виконання алгоритмічної дії; • задачі з використанням 2–3 властивостей об'єктів вивчення; • задачі на застосування властивостей об'єкта вивчення в сукупності з родовими, видовими властивостями 	<p>(ознаки, властивості об'єктів вивчення їх родових і видових властивостей)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • письмові виклади прикладів, схем, кроків розв'язання задач кожної серії 	<p>задач на прості задачі, на самостійну актуалізацію опорних теоретичних положень, алгоритмів;</p> <ul style="list-style-type: none"> • запис розв'язання задач на дошці з чітким виділенням кроків; • осмислення способу розв'язування (називання кроків, використаних елементів теорії). <p>Метод тренувальних вправ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • складання загального плану (кроків) розв'язування серії задач, називання теоретичних положень — основ систем дій; • усне або напівписьмове розв'язування задач серії; • письмове попереджувальне розв'язування задач (з попереднім поясненням розв'язання); • самостійне письмове розв'язування (усне пояснення розв'язання під час перевірки виконання); • покрокове розв'язування задач учнями з низьким темпом навчання (виконання кроку після його обговорення)

Застосування базового змісту в основних типових, прикладних ситуаціях

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3	4
<p>Основні типові, прикладні задачі і способи їх розв'язування</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Усвідомлення систем дій, що складають способи розв'язання типових, прикладних задач; • формування вмінь розв'язувати найпростіші і нескладні типові, прикладні задачі 	<ul style="list-style-type: none"> • Серії типових прикладних задач з широким варіюванням несуттєвих умов для розв'язування задач; • приклади — зразки розв'язування задач, загальні схеми розв'язування задач певного типу 	<p>Пояснювально-ілюстративний виклад (повідомлення зразка розв'язання задач певного типу) або аналітико-синтетична бесіда («відкриття» способу розв'язання типової задачі).</p> <p>Метод тренувальних вправ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • виконання завдань на вироблення навичок виконання окремих операцій, дій; • часткове, неповне розв'язування задач серії однотипних задач (складанням математичної моделі, виконання окремих кроків); • письмове попереджувальне розв'язування задач (попереднє пояснення, складання плану); • самостійне письмове розв'язування задач серії

Головна частина

Індивідуальна самостійна практика

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
<ul style="list-style-type: none"> Закріплення базових навичок, умінь; виявлення ступеня сформованості базових навичок і вмінь 	<p>2 варіанти систем завдань середнього рівня трьох ступенів:</p> <ul style="list-style-type: none"> сукупність завдань, які охоплюють усі алгоритмічні дії з теми за елементами теорії; двокрокові задачі на застосування теорії; трикрокові задачі на застосування теорії, прикладні задачі 	<p>Письмова самостійна робота (10–15 хв).</p> <ul style="list-style-type: none"> самостійне виконання роботи учнями з середнім і високим темпом оволодіння навчальним матеріалом; виконання учнями з низьким темпом завдань другого-третього ступенів на основі попереднього пояснення; використання зразків під час виконання роботи; перевірка виконання завдань на основі співставлення з правильним розв'язанням, відповідями; самооцінювання успіхів за критеріями: бал «6» — виконання завдань трьох ступенів; бал «5» — виконання завдань двох ступенів; бал «4» — виконання завдань одного ступеня. <p>Варіативний спосіб проведення самостійної роботи (короткочасної, 5-10 хв): виконання завдань тільки найвищого доступного ступеня (за самостійним вибором)</p>

Заклучна частина

Фронтальне навчання

Контрольне опитування

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
Повторення, закріплення основних дій і систем дій з об'єктами вивчення (базових навичок і вмінь)	Система запитань і завдань (письмовий виклад)	Контрольно-корекційний метод — репродуктивна бесіда
Зміст перевірочних запитань і завдань		
<p>Запитання і завдання на:</p> <ul style="list-style-type: none"> формулювання основних правил; опис послідовності операцій за алгоритмом дії; називання елементів теорії, використаних під час виконання завдань варіанту самостійної роботи; називання основних кроків розв'язування комбінованих задач; виклад плану розв'язування задач; наведення прикладів (вказування задач) на застосування зазначених двох-трьох елементів теорії 		

Орієнтування в завданнях достатнього рівня; домашнє завдання

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3
<p>Орієнтування в завданнях достатнього рівня;</p> <ul style="list-style-type: none"> • спонукання до випереджального вивчення теми; • ознайомлення з завданнями для домашньої роботи 	<p>Системи завдань достатнього рівня на відтворення і застосування теорії; варіанти систем завдань середнього і достатнього рівнів для домашньої роботи</p>	<p>Ознайомлювально-орієнтувальний метод:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ознайомлення з вимогами до засвоєння теорії на достатньому рівні; • вказівки для кращого запам'ятовування доведень теорем; • короткий огляд основних задач достатнього рівня на застосування теорії, вказівки на особливості застосування теорії та прийоми зведення задач до стандартних; • виконання завдань на рівні розпізнавання правильних розв'язків задач достатнього рівня (або деяких їх кроків); • повідомлення домашнього завдання
Зміст домашнього завдання		
<p><i>Обов'язкова частина</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Системи завдань середнього і достатнього рівнів на відтворення теорії (для письмового виконання). <p><i>Варіативна частина</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Системи завдань середнього рівня — для учнів, що не досягли «б» балів. • Системи завдань середнього, достатнього або високого рівнів за вибором — для учнів, що досягли «б» балів 		

Завершальні етапи**Головний етап вивчення теми**

Логічне осмислення і застосування базового змісту в стандартних і змінених ситуаціях; розвиток, поглиблення змісту теми

Вступна частина

- Перевірка домашнього завдання;
- відтворення доведень теорем базового змісту, їх логічне осмислення.

Основна частина

- Формування навичок застосування базового змісту в стандартних ситуаціях;

- формування вмінь застосовувати базовий зміст у змінених ситуаціях;
- застосування базового змісту в нових ситуаціях; розвиток (поглиблення) базового змісту.

Головна частина

- Індивідуальна самостійна практика — розв'язування задач особисто доступного рівня;
- перевірка, самооцінювання результатів самостійної роботи.

Заклучна частина

- Контрольне опитування;
- орієнтування в завданнях високого рівня; домашнє завдання.

Головний етап

Логічне розуміння базового змісту і його застосування

Вступна частина

Фронтальне навчання

Відтворення доведень теорем базового змісту

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3	4
<p>Доведення теорем базового змісту, їх логічна структура:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ключова ідея (метод доведення); • основні логічні кроки; • послідовність висновків; 	<p>Вироблення вмінь відтворювати доведення теорем, формування навичок їх логічного осмислення</p>	<p>Загальна пам'ятка-план логічного аналізу доведень теорем;</p> <ul style="list-style-type: none"> • наочно структуровані письмові виклади доведень теорем; 	<p>Репродуктивний метод (репродуктивна бесіда, репродуктивні завдання):</p> <ul style="list-style-type: none"> • відтворення доведень теорем (усне, письмове); • виконання завдань на доповнення записів доведень; • виконання динамічних рисунків за кроками доведень; • формулювання основних кроків за динамічними рисунками; • складання плану доведення теореми (послідовність основних висновків);

1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> теоретичні положення (означення, аксіоми, теореми), використані під час доведення теорем 		<ul style="list-style-type: none"> завдання на доповнення записів доведень теорем 	<ul style="list-style-type: none"> відтворення доведень теорем за планом-схемою. <p>Аналітична бесіда:</p> <ul style="list-style-type: none"> встановлення ключової ідеї (методу, поняття) доведення; перелік теоретичних положень, використаних під час доведення (означень, теорем, аксіом) та основних кроків; встановлення спільних прийомів у доведеннях різних теорем

Основна частина

Фронтальне навчання

Застосування базового змісту в стандартних ситуаціях

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3	4
<p>Стандартні задачі у відношенні до базового змісту теми:</p> <ul style="list-style-type: none"> операційно-ускладнені основні алгоритмічні задачі; операційно-ускладнені основні задачі середнього рівня, що розв'язують за відомою схемою, зразком; 	<p>Повторення, закріплення вмінь розв'язувати типові задачі; вироблення вмінь застосувати базовий зміст теми в різних типах стандартних ситуацій — самостійно складати план розв'язування стандартних задач і його реалізувати</p>	<p>Серії основних стандартних задач; приклади, зразки, схеми, плани розв'язань стандартних задач (письмові виклади)</p>	<p>Метод тренувальних вправ:</p> <ul style="list-style-type: none"> перевірка виконання домашніх завдань за схемою: використані теоретичні положення, правила; основні кроки (послідовність дій, підзадач); усне складання загальних планів розв'язання задач кожної серії однотипних задач; письмові записи планів, схем; усне, напівписьмове розв'язування задач серії за складеним планом; часткове розв'язування задач, виконання окремих кроків;

1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> задачі, що розв'язують на основі конкретизації загального правила порядку виконання дії. Наприклад: правила порядку виконання арифметичних, математичних дій			<ul style="list-style-type: none"> письмове (фронтальне, самостійне) розв'язування однієї-двох задач із серії за заданим планом або самостійно складеним

Застосування базового змісту в змінених ситуаціях

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3	4
Задачі на застосування базового змісту в змінених ситуаціях: <ul style="list-style-type: none"> редуктивного (реконструктивного) виду, розв'язування яких зводяться до розв'язання стандартних задач на основі нескладних аналітично-синтетичних міркувань; 	Усвідомлення способів розв'язання основних типів задач реконструктивного і конструктивного видів;	Серії поступово ускладнювальних однотипних задач на застосування базового змісту;	Частково-пошуковий метод: <ul style="list-style-type: none"> встановлення на основі системи запитань дій, системи дій (приймів), за допомогою яких задачі зводяться до розв'язання стандартних задач; повідомлення способів розв'язання задач учнями, які випереджально виконують рівневі завдання; аналіз прийомів зведення задач до стандартних; демонстрація розв'язування задач або записи на дошці з чітким виділенням дій, прийомів зведення задач до стандартних; осмислення способів розв'язання задач (називання кроків, використаних елементів теорії)

1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> • конструктивного типу, спосіб розв'язання яких конструюється з відомих дій, системи дій (прийомів) на основі нескладних аналітично-синтетичних міркувань 	<p>формування вмінь розв'язувати задачі реконструктивного і конструктивного типу</p>	<p>прикладні розв'язання задач кожного типу (завдання-орієнтири)</p>	<p>Орієнтувально-пошуковий метод:</p> <ul style="list-style-type: none"> • конструювання розв'язання задач на основі орієнтирів (вказівок, повідомлень про метод, прийоми розв'язання, прикладів розв'язання аналогічних задач); • виконання завдань на доповнення кроків розв'язання; • осмислення способів розв'язання задач (визначення ідеї, головних понять, методу, використаних прийомів). <p>Метод тренувальних вправ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • складання планів розв'язання задач серії; • усне, напівписьмове розв'язування задач серії за встановленим загальним планом; • часткове розв'язування задач — виконання окремих кроків. Наприклад, усне зведення до стандартної задачі та її запис; • письмове розв'язування 1–2 задач з повним записом або тільки з записом проміжних висновків, результатів виконання кроків.

Логічне поглиблення змісту теми, розвиток теми

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> • Найпростіші логічні наслідки з означень, теорем; • теореми, що поглиблюють 	<p>Формування вмінь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • проводити нескладні логічні міркування (одно-, дво-крокові); 	<p>Системи послідовно ускладнювальних логічних завдань на нескладні логічні міркування (безпосередні</p>	<p>Метод логічних пізнавальних завдань і задач:</p> <ul style="list-style-type: none"> • аналіз завдань-орієнтирів; • виконання завдань на доповнення міркувань;

1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> • зміст теми і які доводять на основі методів, прийомів, використаних під час доведення теорем базового змісту; • складні доведення властивостей, ознак базового змісту 	<ul style="list-style-type: none"> • встановлювати логічні відношення між математичними об'єктами (поняттями); • класифікувати об'єкти за видозмінною ознакою; • доводити нескладні теореми, твердження за вказаним методом, способом або прийомом доведення 	<p>логічні висновки, одно-, двокрокові пояснення, обґрунтування) та класифікацію об'єктів;</p> <ul style="list-style-type: none"> • теореми й задачі на доведення на основі прийомів доведення теорем базового змісту; • завдання-приклади; <p>зразки доведень</p>	<ul style="list-style-type: none"> • усне, напівписьмове, письмове виконання завдань на основі вказівок, підказок, завдань-орієнтирів; • повторне усне виконання логічних завдань; • розв'язування задач, аналогічних до завдань-орієнтирів. <p>Аналітико-синтетична (евристична) бесіда:</p> <ul style="list-style-type: none"> • «відкриття» доведення теорем; • логічний аналіз доведення

Головна частина

Індивідуальна самостійна практика

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3
<ul style="list-style-type: none"> • Закріплення вмінь застосувати базовий зміст теми; • виявлення ступеня сформованості вмінь на етапі навчання 	<p>2 варіанти системи завдань достатнього рівня диференційованих за трьома ступенями:</p> <ul style="list-style-type: none"> • стандартні задачі (1–3, залежно від складності); • задача на застосування базового змісту в змінених або ускладнених умовах; 	<p>Письмова самостійна робота:</p> <ul style="list-style-type: none"> • виконання самостійної роботи: варіант 1 із завданнями достатнього рівня рекомендується учням з високим темпом оволодіння, які можуть повністю самостійно виконувати завдання без допомоги; варіант 2 рекомендується учням із середнім темпом; попередньо усно колективно встановлюються плани виконання завдань; учням, що не досягли середнього рівня, рекомендуються для повторного виконання цього рівня; • перевірка правильності виконання завдань на основі зіставлення з еталонним виконанням, правильними відповідями;

1	2	3
	<ul style="list-style-type: none"> • завдання на поглиблення змісту (доведення, пояснення тощо) або застосування базового змісту в нових умовах 	<ul style="list-style-type: none"> • самооцінювання успіхів за кількістю правильно виконаних завдань: «бал 9» — виконання завдань трьох ступенів достатнього рівня; «бал 8» — виконання завдань двох ступенів; «бал 7» — виконання завдань одного ступеня

Заклучна частина

Фронтальне навчання

Контрольне опитування

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3
<ul style="list-style-type: none"> • Закріплення розуміння доведень теорем базового змісту, основних наслідків з них та теорем поглибленого змісту; • закріплення розуміння способів розв'язання стандартних задач і задач на застосування базового змісту в змінених ситуаціях 	Система основних запитань і завдань (письмовий виклад)	Контрольно-корекційний метод — репродуктивна бесіда

Зміст перевірних запитань і завдань

Розуміння доведень теорем базового змісту, наслідків з них.

Запитання на називання, формулювання:

- ключової ідеї (методу, «головного» поняття) доведення теореми;
- кроків доведення теореми;
- використаних теоретичних положень (означень, теорем);
- логічних наслідків з означень і теорем;
- теорем, що поглиблюють зміст тем.

Розуміння способів розв'язання стандартних задач і задач на застосування базового змісту теми в змінених ситуаціях.

Запитання і завдання на:

- називання, формулювання теоретичних положень, використаних під час розв'язування задач;
- виклад плану розв'язання задач;
- наведення прикладів задач, які зводяться до стандартних вказаним прийомом;
- виклад прийому (системи дій), на основі якого задача зводиться до стандартної

Орієнтування в завданнях високого рівня; домашнє завдання

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3
<ul style="list-style-type: none"> • Орієнтування в завданнях високого рівня; • спонування до випереджального вивчення теми; • ознайомлення із завданнями для домашньої роботи 	<ul style="list-style-type: none"> • Система рівневих завдань на відтворення і застосування теорії; • варіанти систем завдань для домашньої роботи 	<p>Ознайомлювально-орієнтувальний метод:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ознайомлення з вимогами до засвоєння теорії на високому рівні; • вказівки (опори) для кращого запам'ятовування доведень теорем; • огляд системи завдань високого рівня; надання вказівок, орієнтирів для їх самостійного розв'язування; • виконання завдань на рівні розпізнавання правильних кроків розв'язування задач високого рівня; • повідомлення домашнього завдання
Зміст домашнього завдання		
<ul style="list-style-type: none"> • Системи завдань середнього, достатнього або високого рівня на відтворення теорії (за вибором). <p>Система завдань на застосування теорії:</p> <ul style="list-style-type: none"> • середнього рівня для учнів, які не досягли в самостійних роботах «6» балів; • достатнього рівня — для учнів, які досягли частково достатнього рівня; • достатнього або високого рівнів (за самостійним вибором) — для учнів, які досягли достатнього рівня 		

Заключний етап вивчення теми**Узагальнення і систематизація повного змісту теми****та його застосування в різних ситуаціях****(стандартних, змінених, нових, нестандартних)***Вступна частина*

- Перевірка домашнього завдання;
- відтворення повного змісту теми.

Основна частина

- Застосування повного змісту теми в стандартних, змінених ситуаціях;
- узагальнення, систематизація змісту теми;
- застосування змісту теми в нових, проблемних, нестандартних ситуаціях;
- орієнтування в додатковому змісті, завданнях для самонавчання.

Головна частина

- Індивідуальна самостійна практика — розв'язування задач особистісно-доступного рівня;
- перевірка, самооцінювання результатів самостійної роботи.

Заключна частина

- Контрольне опитування;
- орієнтування в змісті теоретичного заліку, перевірконої (контрольної) роботи.

Заключний етап**Узагальнення і систематизація повного змісту теми та його застосування в різних ситуаціях****Вступна частина***Фронтальне навчання***Відтворення повного змісту теми**

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3	4
Означення, теорема і доведення теорем базового і поглибленого змісту	<ul style="list-style-type: none"> • Повторення, закріплення елементів теорії повного змісту теми; • закріплення вмінь відтворювати доведення теорем 	<ul style="list-style-type: none"> • Письмовий виклад теорії теми; • системи запитань і завдань на розуміння повного змісту теми; • плани, схеми доведень теорем 	<p>Репродуктивний метод (репродуктивна бесіда, репродуктивні завдання)</p> <p>Запитання і завдання на відтворення елементів теорії:</p> <ul style="list-style-type: none"> • відтворення означень, теорем (учнями з низьким темпом); • відтворення доведень теорем базового змісту (учнями з середнім темпом); • відтворення формулювань і доведень теорем поглибленого змісту (учнями з високим темпом); • письмове відтворення теорії за завданнями на доповнення; • доведення теорем за планом-схемою; • запитання на встановлення «ключової» ідеї (методу, поняття) доведення, перелік тем, теоретичних положень, використаних під час доведення теорем

Основна частина

Фронтальне навчання

Застосування повного змісту теми в стандартних ситуаціях

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3	4
<p>Стандартні задачі на застосування базового і поглибленого змісту теми:</p> <ul style="list-style-type: none"> алгоритмічні задачі підвищеної складності (алгоритмічні дії з найбільш складними типами об'єктів вивчення); типові задачі підвищеної складності; задачі із значним числом дій, що розв'язують на основі конкретизації загального правила порядку дій; стандартні задачі на застосування поглибленого змісту 	<p>Закріплення, вдосконалення вмінь розв'язувати стандартні задачі підвищеної складності на застосування базового змісту і стандартні задачі поглибленого змісту</p>	<p>Серії типових стандартних задач; приклади, схеми, плани розв'язання стандартних задач</p>	<p>Метод тренувальних вправ:</p> <ul style="list-style-type: none"> аналіз розв'язання стандартних задач, випереджально виконаних учнями (за попередніми записами на дошці); пояснення розв'язання задач за їх письмовим викладом; усне складання загального плану (послідовності дій) розв'язання задач кожної серії однотипних задач, письмові записи, плани, схеми; часткове розв'язування задач (виконання окремих кроків); письмове (фронтальне, самостійне) розв'язування однієї-двох задач із серії за заданим або самостійно складеним планом

Застосування повного змісту теми в різних ситуаціях
(змінених, проблемних логічних, проблемних, нестандартних)

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> Задачі на застосування повного змісту в різних ситуаціях; проблемні задачі, що розв'язують на основі логічних 	<ul style="list-style-type: none"> Формування вмінь самостійно знаходити розв'язання задач, 	<ul style="list-style-type: none"> Серії задач на застосування повного змісту теми в різних ситуаціях 	<p>Орієнтувально-пошуковий метод:</p> <ul style="list-style-type: none"> самостійне випереджальне розв'язування задач учнями в домашньому навчанні або класному і повідомлення їх розв'язання іншим учням;

1	2	3	4
<p>міркувань і які приводять до встановлення нових знань або способів розв'язання задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> • нестандартні задачі, що розв'язують на основі здогаду (інтуїції), творчих процедур, прийомів; • задачі, що розв'язують на основі додаткових знань 	<p>досвіду творчої діяльності;</p> <ul style="list-style-type: none"> • оволодіння евристичними, творчими прийомами розв'язування задач 	<p>з вказівками до розв'язання окремих задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> • приклади розв'язання задач із виділенням творчих елементів; • завдання-орієнтири 	<ul style="list-style-type: none"> • знаходження способів розв'язання на основі підказок, вказівок або завдань - орієнтирів; • надання консультацій окремим учням за їх ініціативи; • рефлексивний аналіз розв'язання задач з обговоренням використаних евристичних, творчих процедур; • повідомлення евристичних схем розв'язання творчих задач, різноманітних евристик (прийомів, що скорочують пошук)

Узагальнення, систематизація повного змісту теми

Предмети навчання	Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3	4
<p>Теорія теми як цілісна логічно впорядкована система знань про об'єкти вивчення;</p> <ul style="list-style-type: none"> • головні, суттєві зв'язки теми з іншими темами; • ключові ідеї, методи, прийоми доведення теорем; • узагальнені способи, прийоми розв'язування задач; • математичні узагальнення (узагальнення змісту тем, в яких вивчаються 	<p>Узагальнення, систематизація теорії теми (розділу), способів розв'язання задач</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Таблиці (плакати) з логічно впорядкованим викладом теорії (означеннями, теоремами, основними наслідками); • схеми основних логічних зв'язків теми; • узагальнені схеми, плани розв'язання задач; 	<p>Узагальнюючо-систематизуючий метод:</p> <ul style="list-style-type: none"> • бесіда за запитаннями на логічну структуру теорії теми, її зв'язки з іншими темами та узагальнені способи розв'язання задач; • відповіді на запитання за таблицями логічної структури теми, її логічних зв'язків; • складання таблиць, логічно-структурних схем, діаграм; • завдання на узагальнення змісту теми і теми про однорідні об'єкти;

1	2	3	4
однорідні об'єкти, наприклад, арифметична і геометрична прогресії)		<ul style="list-style-type: none"> • узагальнюючо-порівняльні таблиці змісту тем про однорідні об'єкти 	<ul style="list-style-type: none"> • наведення прикладів задач, що розв'язуються за однаковою логічною схемою, методом із використанням вказаних евристик, нестандартних прийомів

Головна частина

Індивідуальна самостійна практика

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3
Закріплення вмінь застосовувати зміст теми на особистісному доступному рівні	<p>2 варіанти системи завдань трьох рівнів (середнього, достатнього і високого) з диференціацією складності на кожному рівні за трьома ступеннями.</p> <p>Завдання високого рівня диференціюються за ступеннями:</p> <ul style="list-style-type: none"> • стандартні задачі на застосування повного змісту теми; • задача на застосування повного змісту теми у змінених ситуаціях або проблемних; • нестандартна задача 	<p>Самостійна письмова робота:</p> <ul style="list-style-type: none"> • виконання системи завдань доступного рівня; • перевірка правильності виконання завдань на основі співставлення з еталонним виконанням, правильними відповідями; • оцінювання успіхів за кількістю правильно виконаних завдань; • контрольне опитування за завданнями самостійної роботи; • спрощений варіант проведення самостійної роботи: виконання завдань доступного ступеня вибраного рівня

Заклучна частина

Фронтальне навчання

Орієнтування в підсумковому контролі знань із теми (декількох тем);
домашнє завдання

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3
Ознайомлення з завданнями	Письмовий виклад системи рівневих	<p>Ознайомлювально-орієнтувальний метод:</p> <ul style="list-style-type: none"> • огляд запитань і завдань для теоретичного заліку, поради з підготовки до підсумкового контролю;

1	2	3
для підсумкового контролю, орієнтування в домашньому завданні	завдань на відтворення теорії для теоретичного заліку; варіант перевіркової роботи або тематичної контрольної роботи	<ul style="list-style-type: none"> • огляд системи рівневих завдань для перевіркової або контрольної роботи; • називання учнями прийомів, методів розв'язування окремих задач, складання планів розв'язання; • повідомлення домашнього завдання. <p><i>Зміст домашнього завдання</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Письмові відповіді на запитання теоретичного заліку (одного-двох рівнів за самостійним вибором); • системи завдань одного-двох рівнів на застосування теорії аналогічні завданням (за самостійним вибором)

Тематичний підсумковий контроль

Цілі	Засоби	Метод і прийоми
1	2	3
Підтвердження (виявлення) рівня навчальних досягнень учнів, встановлення ступеня навченості на ньому (повний, неповний, частковий)	<ul style="list-style-type: none"> • 2 варіанти тестів на розуміння теорії; • письмовий виклад запитань і завдань для теоретичного заліку; • 2 варіанти перевіркової (контрольної) роботи з системою завдань середнього, достатнього і високого рівнів 	<p>Контрольно-корекційний метод. Теоретичний залік</p> <ul style="list-style-type: none"> • Виконання завдання на розуміння теорії (тест початкового рівня) — всіма учнями; • письмове виконання системи завдань доступного рівня (середнього, достатнього або високого) на відтворення теорії за вибором учня; • репродуктивна бесіда за змістом завдань. <p>Перевірочна або контрольна тематична робота (з однієї теми або 2–3 тем)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Виконання завдань рівня, що відповідає кінцевим поточним успіхам у вивченні теми (вищому балу, отриманому за самостійні роботи) та завдань наступних рівнів; • корекція знань за результатами перевірки роботи

ЧАСТИНА ІІІ

Дидактичні матеріали: зразки

ТЕХНОЛОГІЧНА РОЗРОБКА ТЕМИ

АЛГЕБРА. 7 КЛАС

Тема 9. Розкладання многочленів на множники за допомогою формул скороченого множення

- Розкладання на множники різниці квадратів двох виразів
- Розкладання на множники повного квадрата двочлена

ПОЧАТКОВЕ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ

1. Розкладання на множники різниці квадратів двох виразів

Підготовчі завдання

№ 1.1. 1) Як називають вирази:

$$a^2 - c^2; a^2 - 7^2; (a+b)^2 - c^2; (m+n)^2 - (p+k)^2?$$

- а) Сумою квадратів виразів;
- б) квадратом різниці виразів;
- в) різницею квадратів виразів.

2) Серед виразів а) – е) вказати три, які є різницею квадратів двох виразів:

а) $a^2 + b^2$;

б) $a^2 - m^2$;

в) $(m+n)^2 - (c+d)^2$;

г) $(x-y)^2$;

д) $a^2 - ab$;

е) $(a^4)^2 - 5^2$.

3) Записати різницю квадратів виразів:

а) a і c ;

б) a і $b+c$;

в) $a+b$ і $c+d$.

2. Подати двочлен у вигляді різниці квадратів:

1) $a^2 - 9$;

а) $(a-3)^2$;

б) $a^2 - 3^2$;

в) $a - 3^2$.

2) $25a^2 - 36$.

а) $25a^2 - 6^2$;

б) $(5a)^2 - 6^2$;

в) $25a^2 - 36^2$.

3) $a^{10} - a^6$;

а) $(a^8)^2 - (a^4)^2$;

б) $(a^5)^2 - (a^3)^2$;

в) $(a^2)^5 - (a^2)^3$.

3. Записати у вигляді різниці квадратів двочлен:

1) $16a^2 - b^2$;

2) $9a^2 - 49^2$;

3) $a^8 - b^2$;

4) $a^{10} - c^4$;

5) $a^6 b^{10} - c^4$.

Вступні завдання

№ 2. 1) Чому дорівнює добуток $(a-b)(a+b)$?

а) $a^2 + b^2$;

б) $a^2 - b^2$;

в) $a^2 - b^2 + 2ab$.

2) Чому дорівнює $a^2 - b^2$?

а) $(a-b)(a-b)$;

б) $(a+b)(a+b)$;

в) $(a-b)(a+b)$.

3) Чому дорівнює $a^2 - m^2$?

а) $(a-m)(a-m)$;

б) $(a-m)(a+m)$;

в) $(a+m)(a+m)$.

4) Чому дорівнює різниця квадратів двох виразів?

а) Добутку різниці цих виразів і їх суми;

б) квадрату різниці цих виразів;

в) квадрату суми цих виразів.

Виклад теорії

Різниця квадратів двох виразів дорівнює добутку різниці цих виразів і їх суми: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

Приклади

1. $a^2 - 5^2 = (a-5)(a+5)$.

2. $a^2 - 49 = a^2 - 7^2 = (a-7)(a+7)$.

3. $4a^2 - 25c^2 = (2a)^2 - (5c)^2 = (2a-5c)(2a+5c)$.

4. $(a+b)^2 - (c+d)^2 = ((a+b)-(c+d))((a+b)+(c+d)) = (a+b-c-d)(a+b+c+d)$.

Навчальні завдання

№ 3. Серед виразів а) – в) вказати вираз, який є розкладом на множники двочлена:

1) $a^2 - k^2 = \dots$

а) $(a - k)^2$;

б) $(a - k)(a + k)$;

в) $(a + k)^2$.

2) $a^2 - 14^2 = \dots$

а) $(a^2 - 14)(a^2 + 14)$;

б) $(a + 14)^2$;

в) $(a - 14)(a + 14)$.

3) $a^2 - 25 = \dots$

а) $(a - 25)(a + 25)$;

б) $(a - 5)^2$;

в) $(a - 5)(a + 5)$.

4) $4a^2 - 36 = \dots$

а) $(4a - 6)(4a + 6)$;

б) $(2a - 6)(2a + 6)$;

в) $(2a - 6)^2$.

5) $9a^2 - 16c^2 = \dots$

а) $(3a - 4c)(3a + 4c)$;

б) $(3a - 4c)^2$;

в) $(9a - 16c)(9a + 16c)$.

6) $(a + c)^2 - d^2 = \dots$

а) $(a - c - d)^2$;

б) $(a + c - d)(a + c + d)$;

в) $(a + c) \cdot d$.

7) $a^2 - (b + c)^2 = \dots$

а) $(a - b - c)(a + b + c)$;

б) $(a + b + c)^2$;

в) $(a - (b + c))^2$.

8) $a^{16} - b^2 = \dots$

а) $(a^8 - b)(a^8 + b)$;

б) $(a^8 - b)^2$;

в) $(a^8 - b)^2$.

№ 4. Розкласти на множники вирази:

1) $a^2 - 25$.

2) $100 - c^2$.

3) $m^2 - \frac{9}{25}$.

4) $x^2 - \frac{4}{49}$.

5) $4a^2 - 25$.

6) $4a^2 - 9c^2$.

7) $(a + b)^2 - m^2$.

8) $a^{20} - b^2$.

№ 5. Серед добутків чисел а) – в) вказати добуток, якому дорівнює різниця квадратів чисел:

1) $225^2 - 25^2 = \dots$:

а) 200^2 ;

б) $200 \cdot 250$;

в) 250^2 .

2) $10,6^2 - 0,6^2 = \dots$:

а) $10 \cdot 11,2$;

б) 10^2 ;

в) $11,2^2$.

Серед рівнянь а) – в) вказати пару рівнянь, яким рівносильне рівняння:

3) $x^2 - 49 = 0$:

а) $x - 49 = 0$ або $x + 49 = 0$;

б) $x - 7 = 0$ або $x + 7 = 0$;

в) $x - 98 = 0$ або $x + 98 = 0$.

4) $x^2 - 100 = 0$:

а) $x - 100 = 0$ або $x + 100 = 0$;

б) $x - 200 = 0$ або $x + 200 = 0$;

в) $x - 10 = 0$ або $x + 10 = 0$.

Записати два рівняння, яким рівносильне рівняння:

5) $x^2 - 64 = 0$;

6) $x^2 - 121 = 0$.

№ 6. Вказати правильний розклад на множники двочлена:

1) $a^{2n} - b^{2n} = (a^n)^2 - (b^n)^2 = \dots$:

а) $(a^n - b^n)(a^n - b^n)$;

б) $(a^n - b^n)(a^n + b^n)$;

в) $(a^n + b^n)(a^n + b^n)$.

2) $a^{2n} - 16 = \dots$:

а) $(a^n - 4)(a^n + 4)$;

б) $(a^n - 16)(a^n + 16)$;

в) $(a^n - 2)(a^n + 2)$.

3) $a^{4n} - 1 = \dots$:

а) $(a^n - 1)(a^n + 1)$;

б) $(a^{3n} - 1)(a^{3n} + 1)$;

в) $(a^{2n} - 1)(a^{2n} + 1)$.

4) $c^{8n} - 25 = \dots$:

а) $(c^{4n} - 25)(c^{4n} + 25)$;

б) $(c^{2n} - 5)(c^{2n} + 5)$;

в) $(c^{4n} - 5)(c^{4n} + 5)$.

5) $a^{2m} - b^{2n} = \dots$

а) $(a^m - b^n)(a^{2m} + b^n)$;

б) $(a^m - b^n)(a^m + b^n)$;

в) $(a^m + b^n)(a^m + b^n)$.

Розкласти на множники:

6) $c^{2k} - b^{2k}$;

7) $a^{2n} - 49$;

8) $c^{4n} - 9$;

9) $x^{16n} - 1$;

10) $a^{2m} - c^{2k}$.

Тренувальні вправи

№ 7. Розкласти на множники:

1. 1) $a^2 - x^2$;

2) $b^2 - 4^2$;

3) $m^2 - p^2$;

4) $n^2 - d^2$.

2. 1) $x^2 - 36$;

2) $n^2 - 100$;

3) $y^2 - 100$;

4) $z^2 - 144$.

3. 1) $9a^2 - 36$;

2) $16n^2 - 100$;

3) $25y^2 - 64$;

4) $9z^2 - 144$.

4. 1) $9a^2 - 36b^2$;

2) $16n^2 - 100b^2$;

3) $25y^2 - 64z^2$;

4) $9z^2 - 144k^2$.

5. 1) $a^6 - b^2$;

2) $n^6 - k^2$;

3) $y^6 - z^2$;

4) $z^{10} - k^2$.

Завдання для самоперевірки

№ 8. Варіант 1

1. 1) Серед виразів а) – в) вказати той, який є різницею виразів m і n .

а) $m - n$;

б) $(m - n)^2$;

в) $m^2 - n^2$.

2) Чому дорівнює $a^2 - c^2$?

а) $a - c$;

б) $(a - c)(a + c)$;

в) ac .

3) Вказати вираз, який дорівнює $49n^2 - 36$.

а) $(7n)^2 - 6$;

б) $(7n)^2 - 6^2$;

в) $7n^2 - 6^2$.

2. Вказати правильну відповідь (1–3):

1) $z^2 - 25 = \dots$

а) $(z - 25)(z + 25)$;

б) $(z - 5)(z - 5)$;

в) $(z-5)(z+5)$.

2) $4z^2 - 1 = \dots$:

а) $(2z-1)(2z+1)$;

б) $(2z-1)(2z+1)$;

в) $(4z-1)(4z+1)$.

3) $25y^2 - 16z^2 = \dots$:

а) $(25y-16z)(25y+16z)$;

б) $(5y-4z)(5y+4z)$;

в) $(5y-2z)(5y+2z)$.

3. Розкласти на множники:

1) $n^2 - 9$.

2) $1 - 25y^2$.

3) $36z^2 - 49y^2$.

№ 9. Варіант 2

1. 1) Серед виразів а) – в) вказати той, який є різницею виразів p і x :

а) $p - x$;

б) $(p - x)^2$;

в) $p^2 - x^2$.

2) Чому дорівнює $x^2 - z^2$?

а) $x - z$;

б) $(x - z)(x + z)$;

в) xz .

3) Вказати вираз, який дорівнює $25p^2 - 9$:

а) $(5p)^2 - 3$;

б) $5p^2 - 3^2$;

в) $(5p)^2 - 3^2$.

2. Вказати правильну відповідь:

1) $y^2 - 100 = \dots$:

а) $(y-100)(y+100)$;

б) $(y-10)(y+10)$;

в) $(y-10)(y-10)$.

2) $9n^2 - 1 = \dots$:

а) $(9n-1)(9n+1)$;

б) $(3n-1)(3n-1)$;

в) $(3n-1)(3n+1)$.

3) $49p^2 - 25q^2 = \dots$:

а) $(49p-25q)(49p+25q)$;

б) $(7p-5q)(7p-5q)$;

в) $(7p-5q)(7p+5q)$.

3. Розкласти на множники:

1) $p^2 - 64$.

2) $4 - 9a^2$.

3) $64z^2 - 25y^2$.

2. Розкладання на множники повного квадрата двочлена

Вступні завдання

№ 10. 1) Яка спільна назва тричленів

$$a^2 + 2ab + b^2; a^2 + b^2 + 2ab; x^2 + 2xy + y^2; x^2 + y^2 + 2xy;$$

$$a^2 + 2a + 1; x^2 + 1 + 2x?$$

а) Неповні квадрати двочленів;

б) повні квадрати двочленів.

2) Серед виразів а) – е) вказати три вирази, тотожно рівні квадрату двочлена $x + y$:

а) $x^2 + y^2 + 2xy$;

б) $x^2 + y^2$;

в) $x^2 + y^2 - 2xy$;

г) $y^2 + x^2 + 2xy$;

д) $x^2 + 2xy + y^2$;

е) $y^2 + x^2$.

Серед виразів а) – в) вказати той, якому дорівнює тричлен (3–4):

3) $a^2 + 2ab + b^2 = \dots$:

а) $(a + b)(a - b)$;

б) $(a + b)^2$;

в) $(a - b)^2$.

4) $a^2 + b^2 + 2ab = \dots$:

а) $(a + b)(a - b)$;

б) $(a + b)^2$;

в) $(a - b)^2$.

5) Чому дорівнює сума квадратів двох виразів плюс їх подвоєний добуток?

а) Добутку суми і різниці виразів;

б) квадрату різниці цих виразів;

в) квадрату суми цих виразів.

Виклад теорії

Сума квадратів двох виразів плюс подвоєний добуток цих виразів дорівнює квадрату суми цих виразів.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2, \text{ або } a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2.$$

Приклади

1. $m^2 + 2mn + n^2 = (m + n)^2$.

2. $b^2 + 64 + 16b = b^2 + 8^2 + 2 \cdot b \cdot 8 = (b + 8)^2$.

$$3. 4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 3^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 = (2x + 3)^2.$$

Навчальні завдання

№ 11. Серед виразів а) – в) вказати той, який є розкладом на множники тричлена:

1) $b^2 + 2b + 1 = \dots$:

а) $b + 1$;

б) $(b + 2)^2$;

в) $(b + 1)^2$.

2) $x^2 + 1 + 2x = \dots$:

а) $(x^2 + 1)^2$;

б) $(x + 1)^2$;

в) $(x + 2)^2$.

3) $a^2 + 36 + 12a = \dots$:

а) $a^2 - 36$;

б) $(a - 6)^2$;

в) $(a + 6)^2$.

4) $a^2 - 12a + 36 = \dots$:

а) $(a - 6)^2$;

б) $a^2 - 36$;

в) $(a + 6)^2$.

5) $4a^2 + 12a + 9 = \dots$:

а) $(4a + 3)^2$;

б) $(2a + 3)^2$;

в) $(2a + 9)^2$.

6) $4a^2 + 12ab + 9b^2 = \dots$:

а) $(2a + 3b)^2$;

б) $(2a - 3b)^2$;

в) $(2b)^2 + (3b)^2$.

№ 12. Подати у вигляді квадрата двочлена тричлен:

1) $p^2 + 2p + 1$;

2) $n^2 + 6n + 9$;

3) $y^2 + 25 + 10y$;

4) $4z^2 + 9 + 12z$;

5) $25a^2 + 36 + 60a$.

Вступні завдання

№ 13. 1) Яка спільна назва у тричленів

$$a^2 - 2ab + b^2; a^2 + b^2 - 2ab; x^2 - 2xy + y^2; x^2 + y^2 - 2xy;$$

$$a^2 - 2a + 1; x^2 + 1 - 2x?$$

а) Неповні квадрати двочленів;

б) повні квадрати двочленів.

2) Серед виразів а) – е) вказати три вирази, тотожно рівні квадрату двочлена $x - y$:

а) $x^2 + y^2 - 2xy$;

б) $x^2 - y^2$;

в) $x^2 + y^2 + 2xy$;

г) $y^2 + x^2 - 2xy$;

д) $x^2 - 2xy + y^2$;

е) $y^2 + x^2$.

Серед виразів а) – в) вказати вираз, якому дорівнює тричлен (3–4):

3) $a^2 - 2ac + c^2 = \dots$:

а) $(a + c)(a - c)$;

б) $(a - c)^2$;

в) $a^2 - c^2$.

4) $a^2 + c^2 + 2ac = \dots$:

а) $(a + c)(a - c)$;

б) $(a + c)^2$;

в) $(a - c)^2$.

5) Чому дорівнює сума квадратів двох виразів мінус їх подвоєний добуток?

а) Добутку суми і різниці виразів;

б) квадрату різниці цих виразів;

в) квадрату суми цих виразів.

Виклад теорії

Сума квадратів двох виразів мінус подвоєний добуток цих виразів дорівнює квадрату різниці цих виразів.

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \text{ або } a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2.$$

Приклади

1. $a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2$.

2. $n^2 - 4n + 4 = n^2 - 2 \cdot n \cdot 2 + 2^2 = (n - 2)^2$.

3. $25c^2 + 1 - 10c = (5c)^2 + 1^2 - 2 \cdot 5c \cdot 1 = (5c - 1)^2$.

Навчальні завдання

№ 14. Серед виразів а) – в) вказати той, який є розкладом на множники тричлена:

1) $b^2 - 2b + 1 = \dots$:

а) $b - 1$;

б) $(b - 2)^2$;

в) $(b - 1)^2$.

2) $y^2 + 1 - 2y = \dots$:

а) $(y^2 - 1)^2$;

б) $(y - 1)^2$;

в) $(y-2)^2$.

3) $a^2 - 12a + 36 = \dots$

а) $(a-6)^2$;

б) $a^2 - 36$;

в) $(a+6)^2$.

4) $x^2 + 25 - 10x = \dots$

а) $(x-5)^2$;

б) $x^2 - 25$;

в) $(x+5)^2$.

5) $9x^2 - 6x + 1 = \dots$

а) $(3x)^2 - 1$;

б) $(3x+1)^2$;

в) $(3x-1)^2$.

6) $25a^2 - 10a + 1 = \dots$

а) $(25a-1)^2$;

б) $(5a-1)^2$;

в) $(5a+1)^2$.

№ 15. Подати у вигляді квадрата двочлена тричлен:

1) $p^2 - 2p + 1$;

2) $n^2 - 6n + 9$;

3) $y^2 + 25 - 10y$;

4) $4z^2 + 9 - 12z$;

5) $25a^2 + 36 - 60a$.

№ 16*. Серед рівнянь а) – в) вказати рівняння, рівносильне даному (1–4):

1) $x^2 + 16x + 64 = 0$;

а) $(x+8)^2 = 0$;

б) $(x-8)^2 = 0$;

в) $x^2 + 8^2 = 0$.

2) $x^2 - 18x + 81 = 0$;

а) $x^2 + 81 = 0$;

б) $(x-9)^2 = 0$;

в) $(x+9)^2 = 0$.

3) $x^2 + 25 + 10x = 0$;

а) $(x-5)^2 = 0$;

б) $x^2 + 25 = 0$;

в) $(x+5)^2 = 0$.

4) $4x^2 + 9 + 12x = 0$;

а) $(2x+6)^2 = 0$;

б) $(2x+3)^2 = 0$;

в) $(2x+9)^2 = 0$.

Вказати правильну відповідь (5–8):

5) $a^2 + 2ab + b^2 + c^2 = \dots$:

а) $(a+c)^2 + b^2$;

б) $(a+b)^2 + c^2$;

в) $a^2 + (b+c)^2$.

6) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2 = \dots$:

а) $(a+c)^2 - b^2$;

б) $(a+b)^2 - c^2$;

в) $(a+b)^2 + c^2$.

7) $x^2 + 10x + 25 + b^2 = \dots$:

а) $(x+5)^2 + b^2$;

б) $(x+25)^2 + b^2$;

в) $(x+10)^2 + b^2$.

8) $x^2 + 49 + 14x - 4^2 = \dots$:

а) $(x+49)^2 - 4^2$;

б) $(x+7)^2 - 4^2$;

в) $(x+14)^2 - 4^2$.

Серед виразів а) – в) вказати той, який поданий у вигляді різниці квадратів (9–12):

9) $4a^2 + 4a + 1 - c^2 = \dots$:

а) $(2a+1)^2 - c^2$;

б) $(2a+1)^2 + c^2$;

в) $(4a+1)^2 - c^2$.

10) $x^2 + 2xy + y^2 - b^2 = \dots$:

а) $(x+y)^2 - b^2$;

б) $(x+y)^2 + b^2$;

в) $(x-y)^2 - b^2$.

11) $a^2 - 16a + 64 - 1 = \dots$:

а) $(a+8)^2 - 1^2$;

б) $(a-8)^2 + 1$;

в) $(a-8)^2 - 1^2$.

12) $m^2 - 20m + 100 - 4n^2 = \dots$:

а) $(m-10)^2 + (2n)^2$;

б) $(m-10)^2 - (2n)^2$;

в) $(m+10)^2 - (2n)^2$.

Подати у вигляді різниці квадратів виразів чотиричлен (13–16):

13) $m^2 + 2mn + n^2 - 1$;

14) $a^2 - 2ab + b^2 - 9$;

15) $x^2 - 2xy + y^2 - 100$;

16) $a^2 - 10a + 25 - b^2$.

Тренувальні вправи

№ 17. Подати у вигляді квадрата суми чи різниці двох виразів:

1) $z^2 - 2z + 1$;

2) $y^2 - 2y + 1$;

3) $n^2 - 6n + 9$;

4) $n^2 + 10n + 25$.

2. 1) $z^2 + 9 + 6z$;

2) $y^2 + 25 - 10y$;

3) $n^2 + 16 + 8n$;

4) $n^2 + 16 - 8n$.

3. 1) $4z^2 + 9 + 12z$;

2) $4z^2 - 12z + 9$;

3) $25y^2 + 1 - 10y$;

4) $25y^2 + 10y + 1$.

4. 1) $9m^2 - 6m + 1$;

2) $9m^2 + 1 + 6m$;

3) $81a^2 + 1 + 18a$;

4) $81a^2 - 18a + 1$.

5. 1) $a^4 + 2a^2 + 1$;

2) $a^{10} + 2a^5 + 1$;

3) $a^6 - 2a^3 + 1$;

4) $a^{20} - 2a^{10} + 1$.

Завдання для самоперевірки

№ 18. Варіант 1

1. 1) Серед виразів а) – в) вказати повний квадрат двочлена $a + c$.

а) $a^2 + c^2$;

б) $a^2 + 2ac + c^2$;

в) $a^2 - 2ac + c^2$.

Вказати правильну відповідь:

2) $a^2 + 2am + m^2 = \dots$;

а) $a^2 + m^2$;

б) $(a + m)^2$;

в) $(a - m)^2$.

3) $a^2 - 2an + n^2 = \dots$;

а) $a^2 - n^2$;

б) $(a + n)^2$;

в) $(a - n)^2$.

2. Вказати правильну відповідь:

1) $z^2 + 2z + 1 = \dots$;

а) $z + 1$;

б) $(z + 1)^2$;

в) $z^2 + 1$.

2) $p^2 - 10p + 25 = \dots$;

а) $(p - 5)^2$;

б) $(p + 5)^2$;

в) $p^2 - 5^2$.

3) $9m^2 + 6m + 1 = \dots$;

а) $(6m+1)^2$; б) $(9m+1)^2$;

в) $(3m+1)^2$.

3. Подати у вигляді квадрата двочлена:

1) $m^2+16m+64$;

2) $n^2+100-20n$;

3) $4p^2+20p+25$.

№ 19. Варіант 2

1. 1) Серед виразів а) – в) вказати повний квадрат двочлена $a - c$.

а) $a^2 - c^2$;

б) $a^2 + 2ac + c^2$;

в) $a^2 - 2ac + c^2$.

Вказати правильну відповідь (2–3):

2) $a^2 + 2ap + p^2 = \dots$:

а) $a^2 + p^2$;

б) $(a + p)^2$;

в) $(a - p)^2$.

3) $x^2 - 2xy + y^2 = \dots$:

а) $x^2 - y^2$;

б) $(x + y)^2$;

в) $(x - y)^2$.

2. Вказати правильну відповідь (1–3):

1) $m^2 - 2m + 1 = \dots$:

а) $(m-1)^2$;

б) $(m-2)^2$;

в) $(m+1)^2$.

2) $z^2 + 12z + 36 = \dots$:

а) $(z+12)^2$;

б) $(z+36)^2$;

в) $(z+6)^2$.

3) $25m^2 - 10m + 1 = \dots$:

а) $(5m-1)^2$;

б) $(25m-1)^2$;

в) $(10m-1)^2$.

3. Подати у вигляді квадрата двочлена:

1) $m^2 - 14m + 49$;

2) $n^2 + 81 + 18n$;

3) $16p^2 + 80p + 100$.

1. а) $m^2 - 64$; б) $m^2 + 64 - 16m$;
 в) $m^2 + 64 + 16m$.
 2. а) $9m^2 - 64n^2$; б) $a^2 + 6ab + 9b^2$.
 3. а) $m^3 - 64m$; б) $25a^2 + 30ab + 9b^2$.
 4. Розв'язати рівняння:
 а) $x^2 - 64 = 0$; б) $x^2 - 16x + 64 = 0$.

Достатній рівень

Завдання на відтворення

№ 25. Довести формулу розкладу на множники:

- 1) різниці квадратів двох виразів;
 2) тричлена $a^2 + b^2 + 2ab$;
 3) тричлена $a^2 + b^2 - 2ab$.

Навчальні завдання

№ 26. 1. 1) Розкласти на множники:

- а) $100b^2 - 81a^2$; б) $5a^4 + 10a^2 + 5$.
 2) Обчислити раціональним способом $7,6^2 - 6,4^2$.
 Розкласти на множники:
 2. $(a - 36)^2 - 1$.
 3. а) $a^2 - 25b^2 + a + 5b$; б) $a^2 - 10ab + 25b^2 - 1$.

Завдання для самостійної роботи

№ 27. Варіант 1

1. 1) Розкласти на множники:
 а) $81b^4 - 64c^6$; б) $100x^4 - 20x^2y^2 + y^4$.
 2) Обчислити раціональним способом $4,1^2 - 3,1^2$.

Розкласти на множники:

2. $4 - (a + 4)^2$.
 3. а) $a^2 - 49b^2 + a + 7b$; б) $x^2 - a^2 - 12a - 36$.

№ 28. Варіант 2

1. 1) Розкласти на множники:
 а) $16b^4 - 25c^2$; б) $72a^4 + 24a^2b^2 + 2b^4$.
 2) Обчислити раціональним способом $17,5^2 - 2,5^2$.

Розкласти на множники:

2. $(3a + 4b)^2 - 9c^2$.
 3. а) $x^2 - 49y^2 + x - 7y$; б) $a^2 - 2ab + b^2 - 4$.

Завдання для домашньої роботи

№ 29. 1. 1) Розкласти на множники:

а) $16b^4 - 25c^2$;

б) $3a^4 - 36a^2b^2 + 108b^4$.

2) Обчислити раціональним способом $5,75^2 - 2,25^2$.

Розкласти на множники:

2. $36a^2 - (b+4)^2$.

3. а) $a^2 - 100b^2 - a + 10b$;

б) $25x^2 - b^2 + 12b - 36$.

Високий рівень

Навчальні завдання

№ 30. 1. Розкласти на множники:

а) $(2a+3)^2 - (a-1)^2$;

б) $16 - c^2 + a^2 - 8a$.

2. Розв'язати рівняння $x^3 + 25x = 10x^2$.

3. Розкласти многочлен $x^2 + 6x + 8$ на множники виділенням повного квадрата двочлена і використанням формули різниці квадратів.

Завдання для самостійної роботи

№ 31. *Варіант 1*

1. Розкласти на множники:

а) $(3a+2b)^2 - (a+b)^2$;

б) $36 + 20xy - 4x^2 - 25y^2$.

2. Розв'язати рівняння $x^3 - 6x^2 = 9x$.

3. Розкласти многочлен $x^2 - 12x + 32$ на множники виділенням повного квадрата двочлена і використанням формули різниці квадратів.

№ 32. *Варіант 2*

1. Розкласти на множники:

а) $4(a+b)^2 - 9(a-b)^2$;

б) $25a^2 - 4x^2 - 9y^2 + 12xy$.

2. Довести, що коли добуток двох натуральних чисел, одне з яких на 2 більше за інше, збільшити на 1, то одержимо число, яке є квадратом деякого натурального числа.

3. Розкласти на множники многочлен $x^2 - 10x + 24$.

Завдання для домашньої роботи

№ 33. 1. Розкласти на множники:

а) $16(a-b)^2 - 25(a+b)^2$;

б) $ac - bc - a^2 + 2ab - b^2$.

2. Довести, що коли добуток чотирьох послідовних натуральних чисел збільшити на 1, то одержимо квадрат деякого натурального числа.

3. Розкласти на множники многочлен $x^2 - 8x + 15$.

ВИКЛАД ТЕОРІЇ ТЕМИ

АЛГЕБРА. 7 КЛАС

Тема 5. Многочлен стандартного вигляду.

Додавання і віднімання многочленів

- Поняття про многочлен і його стандартний вигляд
- Додавання і віднімання многочленів

1. Поняття про многочлен і його стандартний вигляд

Означення многочлена

Многочленом називають суму одночленів.

Одночлени, які складають многочлен, називають членами многочлена.

Залежно від кількості членів многочлени відповідно називають двочленами, тричленами тощо. Одночлен також вважають многочленом.

Приклади

1. 7 ; x ; $4a$; $3a^2b$ — многочлени, які є одночленами.
2. $5x-2$; $5xyz+3$; a^2+b^2 ; $4x^2-3$ — двочлени.
3. x^2+4x-3 ; $a^2+2ab+b^2$; $4xyz-x^2-5$ — тричлени.
4. $3a$; $a^{10}-1$; $2a^2+a-3$; $a^6+a^5+a^4+a^3+a^2+a-5$ — многочлени з однією змінною.
5. x^2+y ; x^2-xy ; x^2+y^2+2xy — многочлени з двома змінними.
6. Членами многочлена $5x^4-x^3+2xy-5$ є одночлени $5x^4$, $-x^3$, $2xy$ і -5 .

Подібні члени многочлена

Подібними членами многочлена називають його члени, які мають однакову буквену частину.

Приклади

1. У тричлена $x^2+5x+2x$ подібними є члени $5x$ і $2x$.
2. У многочлена $x^2+4-5x-7$ подібними є члени 4 і -7 .
3. У многочлена $5a^2b+14ab-3ab-7ab^2-6a^2b+5$ подібними членами є $5a^2b$ і $-6a^2b$ та $14ab$ і $-3ab$.

Зведенням подібних членів многочлена називають додавання подібних членів.

Многочлен стандартного вигляду

Означення. Многочленом стандартного вигляду називають многочлен, який не має подібних членів і в якого кожний член є одночленом стандартного вигляду.

Приклади

- $x^4 - 5x^3 - x^2 - 7x - 3$ — многочлен стандартного вигляду з однією змінною.
- $a^2 + b^2 - 2ab + a - 4b + 7$ — многочлен стандартного вигляду з двома змінними a і b .
- $a^3 + b^3 + abc + a^2b - 4c$ — многочлен стандартного вигляду з трьома змінними a , b і c .
- Многочлен $x^2 - 5x + 7x - 3$ не є многочленом стандартного вигляду, оскільки містить подібні члени $-5x$ і $7x$.
- Многочлен $x^3y - 2xy \cdot 3x^2 + y^2y$ не є многочленом стандартного вигляду, оскільки містить одночлени нестандартного вигляду $2xy \cdot 3x^2$ і y^2y .

Будь-який многочлен можна звести до многочлена стандартного вигляду.

Щоб звести многочлен до стандартного вигляду, потрібно:

- подати його одночлени у стандартному вигляді;
- звести подібні члени.

Приклад

$5x^2 - 3x + 5x = 5x^2 - 3x + 5x^2 = 10x^2 - 3x$ — спочатку подали третій член у стандартному вигляді, а потім звели подібні члени.

Степінь многочлена

Степенем многочлена називають степінь того його доданка (члена), в якого він є найбільшим.

Щоб знайти степінь многочлена, потрібно:

встановити степені всіх його членів;

серед цих степенів визначити найбільший і прийняти його за степінь многочлена.

Приклади

- У многочлена $7x^3 - 4x^2 + 5$ члени мають степені 3, 2, 0. Найбільший степінь у члена $7x^3$ — число 3. Отже, степінь многочлена дорівнює 3.

- У многочлена $3a^4 - a^2b^3 + 4ab^2 + b^2$ найбільший степінь у члена $-a^2b^3$; він дорівнює 5. Отже, степінь многочлена дорівнює 5.
- a ; $5x+3$; $0,7a-1$; $-19a$ — многочлени першого степеня.
- $a^2 - 4a + 5$; $a^2 + 2ab + b^2 - 3$; $x^2 - 3$ — многочлени другого степеня.

Як правило, многочлени стандартного вигляду записують у порядку спадання степенів його членів, що дозволяє швидко встановити степінь многочлена.

Член многочлена, який має найбільший степінь, називають *старшим*, а член, який не містить змінних, називають *вільним членом*.

Приклади

- Члени многочленів $2x+1$; $x^4 - 5x^3 - 4x + 7$; $a^4 - a^2b - b^2 - ab - b + 3$ записані в порядку спадання степенів.
- У многочлена $5x^3 - 2x^2 + 7x - 3$ старший член $-5x^3$, вільний член -3 .

2. Додавання і віднімання многочленів

Розкривання дужок

Якщо многочлен узято в дужки, перед якими стоїть знак «+», то, розкриваючи дужки, потрібно: опустити дужки та записати всі члени, не змінюючи їхніх знаків.

Приклад

$$+(a^2 - 4ab - c) = a^2 - 4ab - c.$$

Якщо многочлен узято в дужки, перед якими стоїть знак «-», то, розкриваючи дужки, потрібно: опустити дужки та записати всі члени, змінивши їхні знаки на протилежні.

Приклади

- $-(x^2 + 4x - 7) = -x^2 - 4x + 7.$
- $-(-ab + b^2 + a^2 - 4) = ab - b^2 - a^2 + 4.$

Додавання многочленів

Щоб додати два многочлени, потрібно:

- записати послідовно у вигляді алгебраїчної суми всі члени обох многочленів;
- звести подібні доданки (якщо вони є).

Приклад

$$6x^2 + (3x^2 - 4) = 6x^2 + 3x^2 - 4 = 9x^2 - 4.$$

Віднімання многочленів

Щоб від многочлена A відняти многочлен B , потрібно:

- до всіх членів многочлена A дописати всі члени многочлена B , змінивши знак кожного його члена на протилежний;
- звести подібні доданки (якщо вони є).

Приклади

$$1. 4x^2 - (x - 3) = 4x^2 - x + 3.$$

$$2. a^3 - 4a^2 - (-3a^2 + 5) = a^3 - 4a^2 + 3a^2 - 5 = a^3 - a^2 - 5.$$

АЛГЕБРА. 7 КЛАС**Тема 2. Розв'язування задач за допомогою рівнянь, які зводяться до лінійних****Виклад теорії**

Основні кроки під час розв'язування задач:

- позначити через x деяке число чи значення величини;
- виразити через x інші невідомі числа, допоміжні невідомі значення величин на основі умови задачі або залежностей між величинами;
- скласти вираз, числове значення якого відоме за умовою задачі або
- скласти два вирази, що за умовою задачі набувають рівних значень;
- скласти рівняння, в якому ліва частина — складений вираз, а права частина — його значення або
- скласти рівняння, в якому ліва і права частини — вирази, що набувають рівних значень;
- розв'язати одержане рівняння, використовуючи правила рівносильних перетворень цілих рівнянь.

Приклади

Задача 1. Одне з чисел утричі більше від іншого, а їх сума дорівнює 40. Знайти менше з чисел.

Розв'язання

1. Позначимо через x менше число.

2. Виразимо через x більше число: $3x$.
3. Складемо вираз, який є сумою цих чисел: $x + 3x$.
4. Складемо рівняння за умовою задачі: $x + 3x = 40$.
5. Розв'язуємо рівняння:

$$x + 3x = 40; 4x = 40; x = 10.$$

Отже, менше число дорівнює 10.

Задача 2. За два дні учні зібрали 70 кг лікарських рослин, причому за другий день вони зібрали на 12 кг більше, ніж за перший. Скільки кілограмів лікарських рослин зібрали учні за перший день?

Розв'язання

Нехай за перший день учні зібрали x кг лікарських рослин.

Тоді за другий день вони зібрали $(x + 12)$ кг.

За два дні учні зібрали $(x + (x + 12))$ кг.

Складаємо та розв'язуємо рівняння:

$$x + (x + 12) = 70; x + x + 12 = 70; 2x + 12 = 70; 2x = 58; x = 29.$$

Отже, за перший день учні зібрали 29 кг лікарських рослин.

Задача 3. У Михайлика було марок у 4 рази більше, ніж в Андрійка. Якщо Михайлик подарує Андрійкові 60 марок, то в Андрійка марок стане удвічі менше, ніж у Михайлика. Скільки марок було в кожного хлопчика спочатку?

Розв'язання

1. Нехай в Андрійка було x марок.

2. Тоді в Михайлика було $4x$ марок.

Якщо Михайлик подарує 60 марок, то у нього залишиться $(4x - 60)$ марок, а в Андрійка — $(x + 60)$ марок.

3. За умовою, в Андрійка стане удвічі менше марок, ніж у Михайлика.

Тому рівними мають бути значення виразів $4x - 60$ і $2(x + 60)$.

4. Складаємо і розв'язуємо рівняння: $4x - 60 = 2(x + 60)$.

$$4x - 60 = 2(x + 60); 4x - 60 = 2x + 120; 4x - 2x = 120 + 60; 2x = 180; x = 90.$$

Отже, в Андрійка було 90 марок, а в Михайлика — $4 \cdot 90 = 360$ (марок).

Під час розв'язування задач з кількома величинами допоміжні невідомі виражають через x на основі залежностей між величинами (наприклад, між відстанню, швидкістю і часом).

Приклади

Задача 1. Відстань від одного села до іншого пішохід проходить за 3 год, а спортсмен — за 2 год. Яка відстань між селами, якщо швидкість спортсмена на 2 км/год більша від швидкості пішохода?

Розв'язання

1. Позначимо через x км відстань між селами.
2. Виразимо через x швидкість пішохода та швидкість спортсмена: $\frac{x}{3}$ км/год — швидкість пішохода; $\frac{x}{2}$ км/год — швидкість спортсмена (використали залежність між швидкістю v , шляхом s та часом t : $v = \frac{s}{t}$).
3. Складаємо вираз, який є різницею швидкостей: $\frac{x}{2} - \frac{x}{3}$.
4. Складаємо рівняння: $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 2$ (за умовою, швидкість спортсмена на 2 км/год більша від швидкості пішохода).
5. Розв'язуємо рівняння: $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 2$; $\left(\frac{x}{2} - \frac{x}{3}\right) \cdot 6 = 2 \cdot 6$; $3x - 2x = 12$; $x = 12$.

Отже, відстань між селами дорівнює 12 км.

Задача 2. За 10 год теплохід проходить за течією річки таку ж відстань, як за 11 год проти течії річки. Знайти власну швидкість теплохода, якщо швидкість течії річки дорівнює 1 км/год.

Розв'язання

1. Позначимо через x км/год власну швидкість теплохода.
 2. Тоді $(x+1)$ км/год — швидкість теплохода за течією річки, $(x-1)$ км/год — швидкість теплохода проти течії річки.
 3. $10 \cdot (x+1)$ км — відстань, яку пройшов теплохід за 10 год за течією річки, $11 \cdot (x-1)$ км — відстань, яку пройшов теплохід за 11 год проти течії річки.
 4. Складаємо рівняння: $10 \cdot (x+1) = 11 \cdot (x-1)$.
- $10 \cdot (x+1) = 11 \cdot (x-1)$; $10x + 10 = 11x - 11$; $10x - 11x = -11 - 10$; $-x = -21$; $x = 21$.

ПОЧАТКОВЕ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ: НАВЧАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

ГЕОМЕТРІЯ. 7 клас

Тема 10. Вертикальні кути. Перпендикулярні прямі

Початковий рівень

1. На *рисунку 1* O — точка перетину прямих AB і CD . Назвати:

- 1) промінь, доповняльний до сторони OA кута AOC ;
- 2) промінь, доповняльний до сторони OC кута AOC ;
- 3) промені, доповняльні до сторін кута AOD ;
- 4) промені, доповняльні до сторін кута COB ;
- 5) промені, доповняльні до сторін кута BOD .

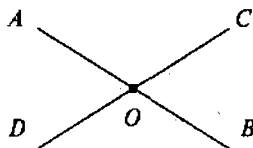


Рис. 1

2. На *рисунку 2* a і a_1 , b і b_1 — доповняльні промені.

- 1) Як називаються кути (ab) і (a_1b_1) ?
- 2) Як називаються кути 1 і 2, зображені на *рисунках 3, а) – г)*?

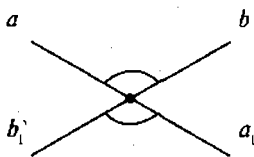


Рис. 2

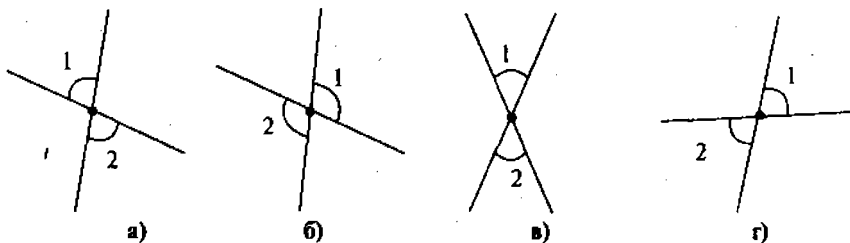


Рис. 3

3) Як називаються два кути, в яких сторони одного є доповняльними променями до сторін іншого?

4) Як називаються два кути (ab) і (cd) , в яких промінь d доповняльний до променя a , промінь c доповняльний до променя b (рис. 4)?

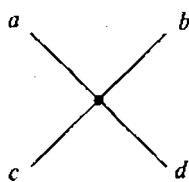


Рис. 4

3. 1) Як називаються прямі a і b , що перетинаються під прямим кутом (рис. 5)?

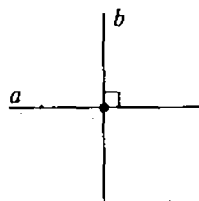


Рис. 5

2) Як називаються прямі, зображені на рисунку 6, а) – г)?

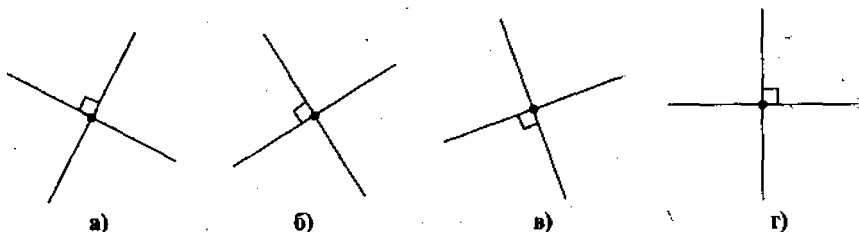


Рис. 6

3) Як називаються дві прямі, що перетинаються під прямим кутом?

4) Як називаються прямі AB і CD , що перетинаються в точці O , а кут AOC прямий?

4. Схематично (від руки) зобразити:

1) дві прямі, що перетинаються в точці O , і позначити дужками одну з пар вертикальних кутів;

2) дві перпендикулярні прямі, що перетинаються в точці O , і позначити дужкою прямий кут і вертикальний з ним кут;

3) дві неперпендикулярні прямі, що перетинаються в точці A , і позначити дужкою тупий кут і вертикальний з ним кут;

4) дві перпендикулярні прямі і позначити дужками пару вертикальних кутів;

5) два вертикальних гострих кути (am) і (a_1, m_1) ;

6) два вертикальних тупих кути (bm) і (b_1, m_1) .

II. 1. На яких з рисунків 7, а) – д) кути 1 і 2 є вертикальними?

3) Градусна міра одного з вертикальних кутів дорівнює 30° . Яка градусна міра іншого кута?

- а) 30° ; б) більша від 30° ;
в) менша від 30° ; г) не можна визначити.

4) Якщо один із вертикальних кутів дорівнює 140° , то другий із цих кутів дорівнює...

- а) 70° ; б) 140° ;
в) 40° ; г) 280° .

5) На рисунку 12 a і a_1 , та b і b_1 — доповняльні промені. $\angle(ab) = 28^\circ$. Чому дорівнює градусна міра $\angle(a, b_1)$?

- а) 28° ; б) 14° ;
в) 56° ; г) $180^\circ - 28^\circ$.

III. 1. На рисунку 13 кути (ac) і (a_1c_1) вертикальні. Дати відповідь на питання 1–6, що складають доведення теореми про вертикальні кути.

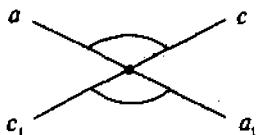


Рис. 13

1) Якими є кути (ac) і (a_1c_1) ?

- а) Вертикальними;
б) суміжними;
в) не можна визначити.

2) Як знайти градусну міру кута (ac) через градусну міру кута (a_1c_1) ?

- а) $\angle(ac) = 100^\circ - \angle(a_1c_1)$; б) $\angle(ac) = \angle(a_1c_1)$;
в) $\angle(ac) = 180^\circ - \angle(a_1c_1)$.

3) Якими є кути (a, c_1) і (a_1, c) ?

- а) Вертикальними; б) суміжними;
в) не можна визначити.

4) Як знайти градусну міру кута (a_1c_1) через градусну міру кута (a_1c) ?

- а) $\angle(a_1c_1) = 90^\circ - \angle(a_1c)$; б) $\angle(a_1c_1) = \angle(a_1c)$;
в) $\angle(a_1c_1) = 180^\circ - \angle(a_1c)$.

5) Якими є вирази, що виражають градусну міру кутів (ac) і (a_1c_1) через градусну міру суміжного з ними кута (a_1c) ?

- а) Рівними; б) нерівними.

в) $y = 2x$;

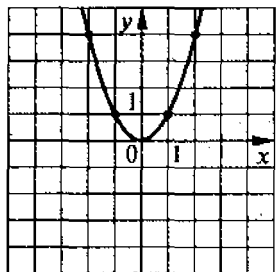
г) $y = \frac{4}{x}$;

д) $y = -2x + 3$;

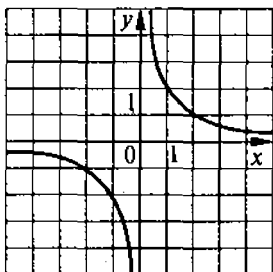
е) $y = -\frac{2}{x}$

вказати:

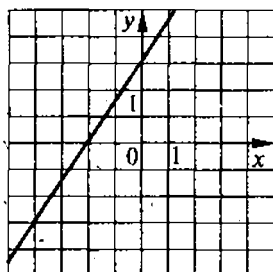
- 1) три функції, графіками яких є пряма;
- 2) функцію, графіком якої є пряма, що проходить через початок координат;
- 3) дві функції, графіками яких є гіпербола;
- 4) функцію, графіком якої є парабола.



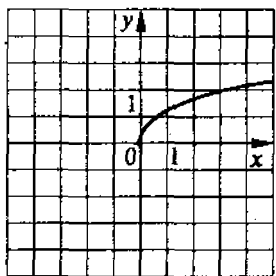
а)



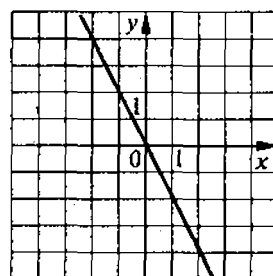
б)



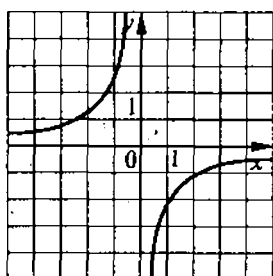
в)



г)



д)



е)

Рис. 15

Серед графіків а) – е) (рис. 15) вказати:

- 5) два, що є графіками лінійних функцій;
- 6) два, що є графіками обернених пропорційностей;
- 7) графік прямої пропорційності;
- 8) графік функції $y = x^2$.

3. Записати три функції, які є:
- 1) лінійними функціями;
 - 2) прямими пропорційностями;
 - 3) оберненими пропорційностями.

№ 2. Варіант 1

1. Функція $y = f(x)$ задана графіком (рис. 16). Як називають:

1) Проміжок $[-3; 6]$ осі x , який утворюють усі значення аргументу x ?

а) Областю визначення функції;

б) областю значень функції.

2) Проміжок $[-4; 4]$ осі y , який утворюють усі значення змінної y ?

а) Областю визначення функції;

б) областю значень функції.

3) Числа -2 і 5 , за яких значення функції дорівнює 0 ?

а) Нулями аргументу;

б) нулями функції.

4) Проміжок $[-3; 2]$ осі x , на якому за умови збільшення аргументу x значення функції y збільшуються?

а) Проміжком зростання функції;

б) проміжком спадання функції.

5) Проміжок $[2; 6]$ осі x , на якому за збільшення аргументу x значення функції y зменшуються?

а) Проміжком зростання функції;

б) проміжком спадання функції.

Яких значень набуває функція $y = f(x)$?

6) На проміжку $(-2; 5)$:

а) від'ємних;

б) додатних.

7) На проміжках $(-3; -2)$ і $(5; 6)$:

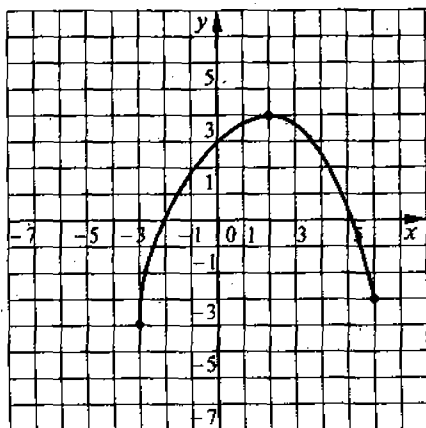


Рис. 16

а) від'ємних; б) додатних.

Чому дорівнює?

8) Найменше значення функції:

а) -3 ; б) -4 .

9) Найбільше значення функції:

а) 4 ; б) 6 .

10) Значення функції, якщо $x = -1$:

а) $-2,5$; б) 2 .

2. Функцію $y = f(x)$ задано графіком (рис. 17). Вказати:

1) Значення функції, якщо $x = 3$:

а) $y = -1$;

б) $y = 1$.

2) Область визначення функції:

а) $[-2; 6]$;

б) $[-3; 4]$;

в) $[-3; 5]$.

3) Найменше значення функції:

а) $y = -3$;

б) $y = -2$;

в) $y = 0$.

4) Найбільше значення функції:

а) $y = 0$;

б) $y = 2$;

в) $y = 6$.

5) Область значень функції:

а) $[-3; 5]$;

б) $[-2; 6]$;

в) $[0; 6]$.

6) Нулі функції:

а) -3 і 5 ;

б) -1 і 4 ;

в) 0 .

7) Проміжок осі x , на якому функція набуває додатних значень:

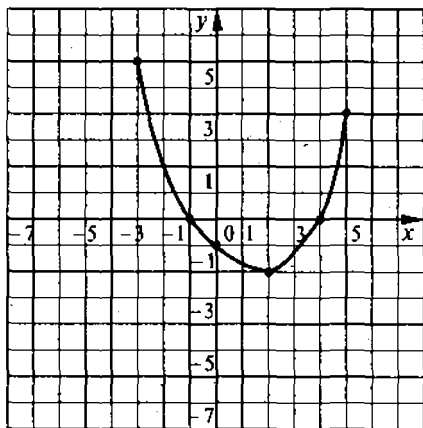


Рис. 17

а) $y = 2x^2$; б) $y = -x^2$.

2) Розтягом від осі x у 2 рази:

а) $y = \frac{1}{2}x^2$; б) $y = 2x^2$.

3) Стиском до осі x у 5 разів:

а) $y = 5x^2$; б) $y = \frac{1}{5}x^2$.

4) Перенесенням вздовж осі y на 2 одиниці вгору:

а) $y = x^2 - 2$; б) $y = x^2 + 2$.

5) Перенесенням вздовж осі y на 4 одиниці вниз:

а) $y = x^2 - 4$; б) $y = x^2 + 4$.

6) Перенесенням вздовж осі x на 4 одиниці праворуч:

а) $y = (x+4)^2$; б) $y = (x-4)^2$.

7) Перенесенням вздовж осі x на 5 одиниці ліворуч:

а) $y = (x+5)^2$; б) $y = (x-5)^2$.

8) Перенесенням вздовж осі x на 3 одиниці праворуч і вздовж осі y на 1 одиницю вгору.

а) $y = (x+3)^2 + 1$; б) $y = (x-3)^2 + 1$.

2. Вказати функцію, графік якої утворений з графіка функції $y = x^2$:1) Перенесенням уздовж осі y на 2 одиниці вгору (рис. 19):

а) $y = x^2 - 2$; б) $y = (x-2)^2$;

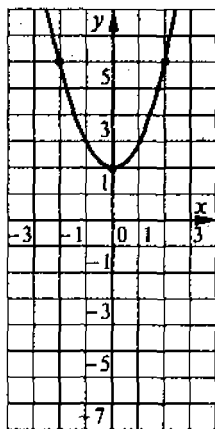


Рис. 19

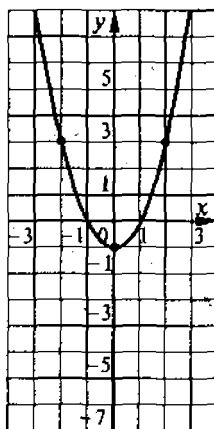


Рис. 20

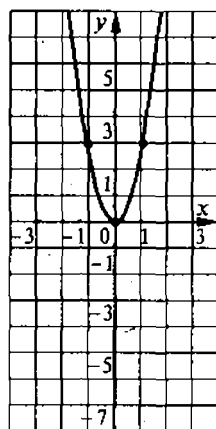


Рис. 21

в) $y = (x+2)^2$;

г) $y = x^2 + 2$.

2) Перенесенням уздовж осі y на 1 одиницю вниз (рис. 20):

а) $y = x^2 + 1$;

б) $y = x^2 - 1$;

в) $y = (x-1)^2$;

г) $y = (x+1)^2$.

3) Розтягом від осі x у 3 рази (рис. 21):

а) $y = x^2 + 3$;

б) $y = (x+3)^2$;

в) $y = 3x^2$;

г) $y = \frac{1}{3}x^2$.

4) Стиском до осі x у 4 рази (рис. 22):

а) $y = 4x^2$;

б) $y = \frac{1}{4}x^2$;

в) $y = x^2 - \frac{1}{4}$;

г) $y = x^2 + \frac{1}{4}$.

5) Перенесенням вздовж осі x на 2 одиниці праворуч (рис. 23):

а) $y = (x-2)^2$;

б) $y = (x+2)^2$;

в) $y = x^2 + 2$;

г) $y = x^2 - 2$.

6) Перенесенням вздовж осі x на 3 одиниці ліворуч (рис. 24):

а) $y = (x-3)^2$;

б) $y = (x+3)^2$;

в) $y = x^2 + 3$;

г) $y = x^2 - 3$.

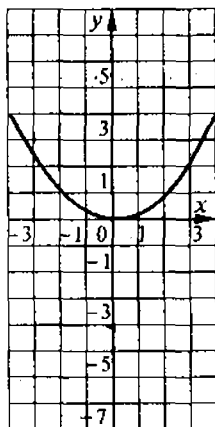
7) Симетрією відносно осі x (рис. 25):

Рис. 22

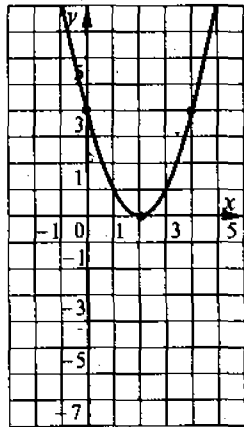


Рис. 23

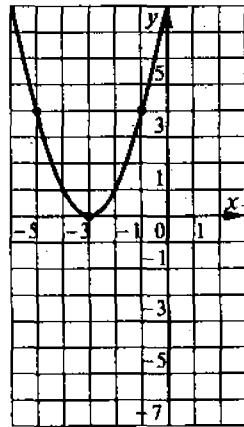


Рис. 24

а) $y = -\frac{1}{2}x^2$;

б) $y = -2x^2$;

в) $y = -3x^2$;

г) $y = -x^2$.

8) Перенесенням вздовж осі x на 3 одиниці праворуч і вздовж осі y на 2 одиниці вгору (рис. 26):

а) $y = (x+3)^2 + 2$;

б) $y = (x-3)^2 + 2$;

в) $y = (x-3)^2 - 2$;

г) $y = (x+3)^2 - 2$.

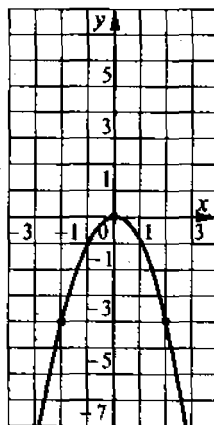


Рис. 25

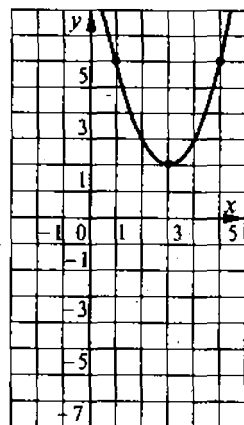


Рис. 26

3. Записати функцію, графік якої утворений з графіка функції $y = x^2$:

- 1) перенесенням уздовж осі y на 5 одиниць вгору;
- 2) перенесенням уздовж осі y на 6 одиниць вниз;
- 3) розтягом від осі x у 5 разів;
- 4) стиском до осі x у 3 рази;
- 5) перенесенням уздовж осі x на 6 одиниць праворуч;
- 6) перенесенням уздовж осі x на 2 одиниці ліворуч;
- 7) перенесенням уздовж осі x на 4 одиниці праворуч і вздовж осі y на 2 одиниці вгору;
- 8) перенесенням уздовж осі x на 3 одиниці ліворуч і вздовж осі y на 2 одиниці вниз.

5.3. Квадратична функція, її графік і властивості

№ 3. Варіант 1.

1. Як називають $(1-3)$:

- 1) функцію вигляду $y = ax^2 + bx + c$, де x — змінна, a , b і c — числа, $a \neq 0$;
- 2) графік квадратичної функції;
- 3) точку параболи з найбільшим або найменшим значенням квадратичної функції?

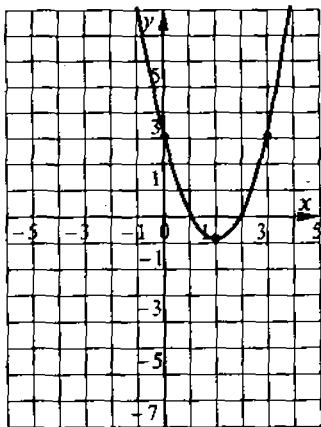


Рис. 27

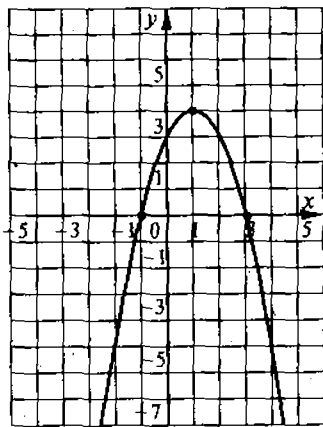


Рис. 28

На рисунку 27 зображено графік квадратичної функції $y = x^2 - 4x + 3$.

Вказати (4–11):

4) Координати вершини параболі:

а) $(-1; 2)$;

б) $(2; -1)$;

в) $(0; 3)$.

5) Числа осі x , що є нулями функції:

а) 0;

б) 2;

в) 1 і 3.

6) Три проміжки, на які поділяють вісь x нулі функції:

а) $(-\infty; 1)$; $(1; 3)$; $(3; +\infty)$;

б) $(-\infty; 1)$; $(1; 2)$; $(2; +\infty)$.

7) Якими є значення функції на проміжках $(-\infty; 1)$ і $(3; +\infty)$?

а) Від'ємними;

б) додатними.

8) Якими є значення функції на проміжку $(1; 3)$?

а) Від'ємним;

б) додатним.

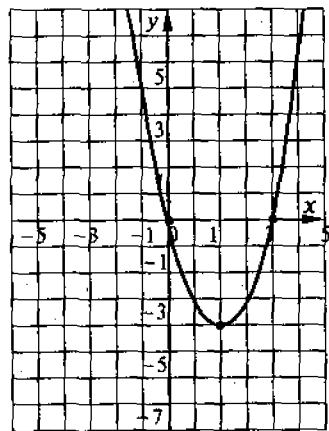


Рис. 29

в) $(-1; 3)$.

8) Абсцису вершини параболи:

а) 4;

б) 1;

в) 0.

9) Проміжок зростання функції:

а) $(-\infty; 1]$;

б) $(-\infty; 4]$;

в) $[1; +\infty)$.

3. Дано квадратичну функцію $y = x^2 - 6x + 8$. Дати відповіді на питання (1–6).

1) Як напрямлені вітки графіка функції?

а) Униз;

б) угору.

2) Якого значення набуває функція у вершині параболи?

а) Найбільшого;

б) найменшого.

3) Чому дорівнює абсциса вершини параболи?

а) -6 ;

б) 6;

в) $\frac{6}{2} = 3$.

4) Чому дорівнює дискримінант рівняння $x^2 - 6x + 8 = 0$?

а) $36 - 8$;

б) $36 - 4 \cdot 8$;

в) $6 - 4 \cdot 8$.

5) Яким числом є дискримінант?

а) Додатним;

б) від'ємним;

в) рівним 0.

6) Скільки спільних точок має парабола з віссю x ?

а) Жодної;

б) дві;

в) одну.

На рисунку 29 зображено графік квадратичної функції $y = x^2 - 4x$.
Записати (7–9):

7) область значень функції;

8) проміжок, на якому функція від'ємна;

9) проміжок зростання функції.

ФОРМУВАННЯ НАВИЧОК І ВМІНЬ: ЗАВДАННЯ-ЗРАЗКИ, ОРІЄНТИРИ

Геометрія. 7 клас

1. Побудувати трикутник ABC , в якого $\angle A = 60^\circ$, $AB = 6$ см і $AC = 4$ см, за планом:

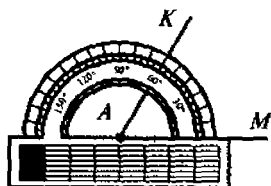


Рис. 1

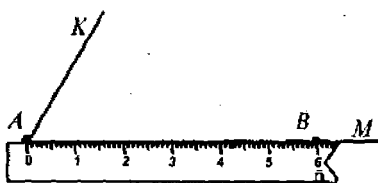


Рис. 2

а) провести промінь AM і побудувати $\angle KAM = 60^\circ$ (рис. 1);

б) на промені AM відкласти відрізок $AB = 6$ см (рис. 2);

в) на промені AK відкласти відрізок $AC = 4$ см (рис. 3);

г) сполучити відрізком точки C і B (рис. 4).

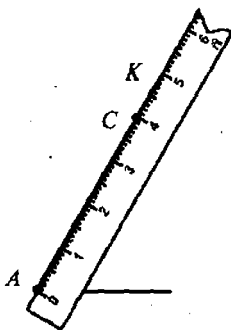


Рис. 3

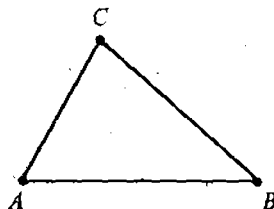


Рис. 4

Завдання-орієнтир

Побудувати прямокутний трикутник за катетом a і прилеглим гострим кутом α (рис. 5).

Дано:

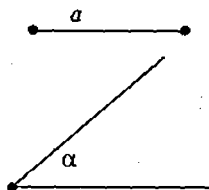


Рис. 5

Рисунок-ескіз

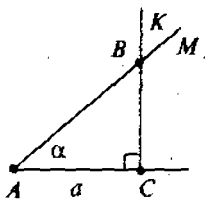


Рис. 6

План побудови

Будуємо:

$\angle SAM = \alpha$ (основна задача);

$CA = a$;

$SK \perp CA$ (основна задача);

точку B .

$\triangle ABC$ — шуканий.

Завдання-орієнтир

Довести рівність трикутників ACB і BDA (рис. 7). Доповнити запис доведення.

Розв'язання

У трикутників ACB і BDA $AC = BD$,
 $\angle A = \angle B$ — за _____.

AB — _____.

Отже, $\triangle ACB = \triangle BDA$ за двома _____ і кутом _____ (_____ ознака).

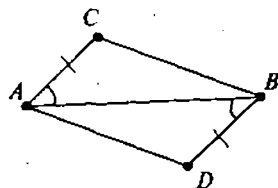


Рис. 7

Завдання-орієнтир

На рисунку 8 AD — бісектриса кута BAC , а DA — бісектриса кута BDC . Довести рівність трикутників ABD і ACD .

Доповнити запис доведення.

Доведення

$\angle BAD = \angle$ _____, бо AD — бісектриса $\angle BAC$.

$\angle BDA = \angle$ _____, бо DA — бісектриса \angle _____.

AD — спільна сторона трикутників ABD і ACD .

Отже, $\triangle ABD = \triangle ACD$ за _____ і двома _____ (_____ ознака рівності трикутників).

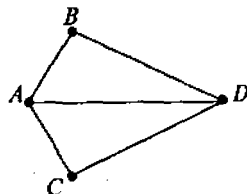


Рис. 8

Завдання-орієнтир

По різні боки від прямої AD взято точки B і C такі, що $\triangle ABD = \triangle DCA$ (рис. 9). На відрізку AD взято точки M і K такі, що $AM = DK$. Довести, що $\triangle ABM = \triangle DCK$.

Доповнити запис розв'язання задачі.

Розв'язання

1. З рівності трикутників ABD і DCA випливає, що $AB =$ _____, $\angle BAD =$ _____.

2. Кут BAD є кутом трикутника ABM , а кут CDA є кутом трикутника CDK .

Отже, у трикутників ABM і DCK $\angle BAM = \angle$ _____, $AB =$ _____, $AM =$ _____.

Таким чином, $\triangle ABM = \triangle DCK$ за _____ ознакою рівності трикутників: _____.

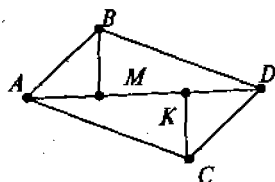


Рис. 9

НАВЧАННЯ ДОВЕДЕННЯМ

ГЕОМЕТРІЯ. 7 КЛАС

Тема. Суміжні кути

1. На *рисунку 10* (ab) і (a_1b) суміжні кути. Дати відповіді на запитання 1)–5), які складають доведення теореми про суму суміжних кутів.



Рис. 10

- 1) Як називається кут (aa_1) ?
- 2) Чому дорівнює градусна міра кута (aa_1) ?
- 3) Як розміщений промінь b відносно сторін розгорнутого кута?
- 4) Якому куту дорівнює сума суміжних кутів (ab) і (a_1b) ?
5. Чому дорівнює сума градусних мір суміжних кутів (ab) і (a_1b) ?

6) Чи зміняться міркування про градусну міру суми суміжних кутів, якщо їх провести за *рисунком 11*?

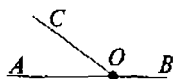


Рис. 11

7) Вказати на *рисунку 11* розгорнутий кут, що є сумою суміжних кутів, і промінь, що проходить між його сторонами.

8) На основі зв'язків з якою геометричною фігурою доводиться твердження (теорема) про суму суміжних кутів?

- а) Прямим кутом;
- б) гострим кутом;
- в) розгорнутим кутом.

9) Які з наведених властивостей використовуються під час доведення теореми про суміжні кути?

- а) Через будь-які дві точки проходить пряма і тільки одна;
- б) будь-який кут має градусну міру;
- в) розгорнутий кут дорівнює 180° ;
- г) від будь-якої півпрямой в дану півплощину можна відкласти кут з деякою градусною мірою, меншою від 180° , і тільки один;
- д) будь-який промінь, який виходить з вершини розгорнутого кута і відмінний від його сторін, проходить між сторонами кута;
- е) градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів, на які він розбивається будь-яким променем, що проходить між його сторонами.

2. Доповнити записи 1)–4) проміжних висновків, що складають доведення теореми про суміжні кути (*рис. 12*).

Дано: $\angle(ab)$ і $\angle(a_1, b)$ — суміжні кути.

Довести: $\angle(ab) + \angle(a_1, b) = 180^\circ$.

1) Кут (aa_1) — _____.

2) Градусна міра кута (aa_1) дорівнює _____.

3) Промінь b проходить між сторонами кута _____.

4) Сума градусних мір суміжних кутів (ab) і (a_1, b) дорівнює градусній мірі кута _____, тобто _____.

3. Доповнити записи 1–4 проміжних висновків, що складають доведення теореми про суміжні кути (рис. 13).

Дано: $\angle ABC$ і $\angle DBC$ — суміжні кути.

Довести: $\angle ABC + \angle DBC = 180^\circ$.

1) Кут ABD — _____.

2) Градусна міра кута ABD дорівнює _____.

3) Промінь BC проходить між сторонами кута _____.

4) Сума градусних мір суміжних кутів ABC і DBC дорівнює градусній мірі кута _____, тобто _____.

4. Доповнити записи 1) – 3), що складають доведення теореми про суміжні кути (рис. 14).

1) $\angle(aa_1)$ — розгорнутий, бо промені _____.

2) $\angle(aa_1)$ дорівнює 180° за _____.

3) $\angle(aa_1) = \angle(ac) + \angle(ca_1)$, бо промінь c _____.

Отже, $\angle(ac) + \angle(ca_1) = 180^\circ$.

5. За *рисунком 15* довести теорему про суміжні кути.

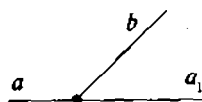


Рис. 12

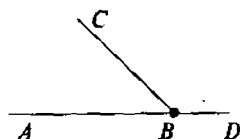


Рис. 13



Рис. 14

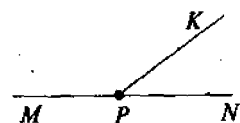


Рис. 15

Тема. Сума кутів трикутника

1. На *рисунку 16* пряма MN паралельна прямій AC . Кути A , B і C — внутрішні кути трикутника ABC . Дати відповіді на питання.

1) Якому з трьох наведених кутів дорівнює кут A ?

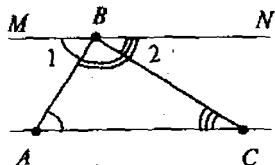


Рис. 16

- 5) Як називаються кути C і CBD при прямих AC і BD та січній BC ?
- Внутрішніми різносторонніми;
 - внутрішніми односторонніми;
 - відповідними.
- 6) Якими є за градусною мірою кути C і CBD при паралельних прямих AC і BD та січній BC ?
- Нерівними;
 - рівними.
- 7) Чому дорівнює сума кутів A , B і C , якщо $\angle C = \angle CBD$?
- 200° ;
 - 100° ;
 - 180° ;
 - не можна визначити.
- 8) Чому дорівнює за доведенням сума кутів довільного трикутника?
- 9) Властивість яких кутів використовується під час доведення теореми про суму кутів трикутника?
- Вертикальних і суміжних;
 - внутрішніх односторонніх і внутрішніх різносторонніх при паралельних прямих і січній.

3. Доповнити записи, що складають доведення теореми про суму кутів трикутника (рис. 18).

Дано: трикутник ABC .

Довести: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

Доведення

1) Проведемо пряму BD , паралельну прямій AC (точки D і C лежать по різні боки від прямої AB).

2) Кути DBC і C — внутрішні _____ при паралельних прямих _____ і січній _____.

$\angle DBC + \angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ за властивістю паралельних прямих.

3) $\angle DBC = \angle DBA + \angle \underline{\hspace{1cm}}$, бо промінь BA проходить між сторонами кута DBC .

4) Кути DBA і A — внутрішні _____ при паралельних прямих _____ і січній _____.

$\angle DBA = \angle A$ за властивістю _____ прямих.

5) Отже, $\angle DBC + \angle C = \angle DBA + \angle B + \angle C = \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

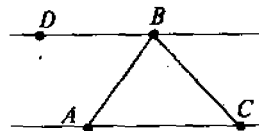


Рис. 18

ТЕМАТИЧНІ КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ

АЛГЕБРА. 9 КЛАС

Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1.

ТЕМА 1. ЧИСЛОВІ НЕРІВНОСТІ

Варіант 1

Середній рівень

- Записати нерівність, яка утвориться з нерівності...
 - $y - 0,2 < 0$ після перенесення з однієї частини в іншу числа $-0,2$;
 - $7 < 12$ після множення обох її частин на число -5 .
- Оцінити значення виразу:
 - $x + y$, якщо $1 < x < 3$ і $20 < y < 22$;
 - ab , якщо $10 < a < 11$ і $2 < b < 3$.
- Довести нерівність $x > x - 2$.

Достатній рівень

- Оцінити значення виразу:
 - $5 - 4y$, якщо $1 \leq y \leq 3$;
 - $\sqrt{2} + 2\sqrt{10}$, якщо $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$; $3,1 < \sqrt{10} < 3,2$.
- Оцінити площу квадрата зі стороною a см, якщо $4 < a < 5$.
- Довести, що середнє арифметичне двох невід'ємних чисел не менше від їх середнього геометричного:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab},$$

якщо $a \geq 0$ і $b \geq 0$.

Високий рівень

- 1) Довести, що $a^{10} > a^{11}$, якщо $0 < a < 1$.
2) Оцінити значення виразу $(4a + 3b)(4a - 3b)$, якщо $1 < a < 2$ і $1 < b < 2$.
- Порівняти числа a і b , якщо $a > 1 + m^2$, $b < 2m$.
- Довести, що $a^2 + b^2 \geq 20(a + b) - 200$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 2**ТЕМА 2–3. ЛІНІЙНІ НЕРІВНОСТІ. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ****Варіант 1****Середній рівень**

1. 1) Розв'язати нерівність $-9x \leq -2$ і зобразити множину її розв'язків на координатній прямій.

2) Розв'язати систему нерівностей $\begin{cases} x-8 < -1, \\ x-3 > 7. \end{cases}$

2. Розв'язати подвійну нерівність $-6 < -x < 1$.

3. Розв'язати нерівність $\frac{17x-4}{5} \leq 3x+2$.

Достатній рівень

1. Розв'язати нерівність: 1) $3x - (2x - 7) \leq 3(1 + x)$; 2) $\frac{2x+1}{7} - x \leq 3$.

2. Знайти область визначення функції $y = \frac{6x}{\sqrt{x-3}} + \frac{5}{\sqrt{30-3x}}$.

3. Бак місткістю 750 л потрібно наповнити водою. За хвилину в бак вливається ціле число літрів води. За 10 хв бак наповнюється більше, ніж на $\frac{1}{5}$ своєї місткості, а за 15 хв — менше, ніж на $\frac{1}{3}$ місткості. Скільки літрів води може вливатися в бак за одну хвилину?

Високий рівень

1. 1) Розв'язати нерівність $3(5x+1)(5x+2) - (15x-4)(5x+2) > 20$.

2) Розв'язати систему нерівностей $\begin{cases} \frac{x-2}{2} + \frac{x+3}{4} > \frac{3x+10}{5}, \\ \frac{23-2x}{3} > x+1. \end{cases}$

2. Сума непарного натурального числа та подвоєного наступного за ним непарного числа менша від 45, а сума цього ж числа та потроєного наступного за ним непарного числа більша від 40. Знайти це число.

3. Розв'язати нерівність $|x-8|(20-4x) < 0$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 3**ТЕМА 4–5. КВАДРАТИЧНИЙ ТРИЧЛЕН. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ****№ 65. Варіант I****Середній рівень**

- 1) Розкласти на множники квадратний тричлен $x^2 + 9x + 18$.
- 2) Знайти значення функції $y = x^2 - 5x + 6$, якщо $x = -2$; $x = 3$.
2. Побудувати графік функції $y = -x^2 - 4$.
3. 1) Побудувати графік функції $y = x^2 - 4x$.
- 2) Скоротити дріб $\frac{x-3}{x^2-7x+12}$.

Достатній рівень

- 1) Розкласти на множники квадратний тричлен $1,5x^2 + 5x + 1,5$.
- 2) Побудувати графік функції $y = 2x^2 - 8x + 6$ і за графіком визначити область значень функції, проміжки знакосталості, зростання і спадання.
2. Виділити квадрат двочлена із квадратного тричлена $3x^2 - 3x - 6$.
3. Знайти значення c , при яких усі точки графіка функції $y = 7x^2 - 2x + c$ лежать вище від осі y .

Високий рівень

- 1) Розкласти на лінійні множники многочлен $8x^3 + 10x^2 + 3x$.
- 2) Побудувати графік функції $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$ і за графіком визначити її властивості.
2. Розкласти на множники многочлен $x^4 + 6x^2 - 7$.
3. Графік квадратичної функції перетинає вісь x у точках з абсцисами 3 і 9. Задати формулою цю функцію, якщо її найбільше значення дорівнює 2.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 4
ТЕМА 6. КВАДРАТИЧНІ НЕРІВНОСТІ

Варіант 1

Середній рівень

Розв'язати нерівність (1–2):

- 1) $x^2 - 8x + 15 > 0$;
- 2) $\frac{x - 0,3}{x - 4} < 0$ методом інтервалів.
2. $4x^2 + 3x + 2 > 0$.
3. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{x^2 - 12x + 20}$.

Достатній рівень

- 1) 1) Знайти всі цілі розв'язки нерівності $3x^2 - 5x - 2 < 0$.
2) Розв'язати нерівність $7x^2 + 5x < 1 - x$.
2. Довести, що за будь-якого значення x нерівність $x^2 + x + 1 < 4x^2 - 4x + 10$ є правильною.
3. Різниця двох чисел дорівнює 12. Яким може бути більше число, щоб добуток чисел був меншим від 64?

Високий рівень

Розв'язати нерівність:

- 1) 1) $(x + 5)(3 - x) > (2x + 1)(x + 15)$;
2) $(x - 1)(x^2 - 7x + 10) \geq 0$.
2. $(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2,5x + 1) \geq 0$.
3. $x + \frac{6}{x} < -5$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 5
ТЕМА 7. СИСТЕМИ ДВОХ РІВНЯНЬ ІЗ ДВОМА ЗМІННИМИ

Варіант 1

Середній рівень

Розв'язати систему рівнянь (1–2):

- 1) 1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = -x - 2 \end{cases}$ графічно;

- 2) $\begin{cases} y = -6x, \\ x^2 + y + 8 = 0 \end{cases}$ способом підстановки.
2. $\begin{cases} x + y^2 = 11, \\ x - y^2 = -7 \end{cases}$ способом додавання.
3. Периметр прямокутника дорівнює 32 см, а його площа дорівнює 63 см^2 . Знайти сторони прямокутника.

Достатній рівень

Розв'язати систему рівнянь (1–2):

1. 1) $\begin{cases} y = x^2 + 4x + 3, \\ 2x - y = -3 \end{cases}$ графічним способом;
- 2) $\begin{cases} xy = 16, \\ x - \frac{y}{4} = 0 \end{cases}$ способом підстановки.
2. $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 0,7, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0,3 \end{cases}$ способом додавання.
3. Діагональ прямокутника дорівнює $\sqrt{41}$ см, а його площа дорівнює 20 см^2 . Знайти периметр прямокутника.

Високий рівень

1. 1) Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} x^2 + y^2 + 10x = 0, \\ y = x^2 + 10x + 20 \end{cases}$ графічним способом.
- 2) Периметр ділянки прямокутної форми дорівнює 22 м. Якщо довжину ділянки збільшити на 9 м, а ширину зменшити на 1 м, то площа ділянки збільшиться удвічі. Знайти довжину та ширину ділянки.
2. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} x^2 - x - y = 3, \\ 4x^2 + 3x + 3y = 19, \end{cases}$ використавши прийом додавання рівнянь.
3. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} (x+y)^2 - 5(x+y) + 4 = 0, \\ (x-y)^2 - (x-y) - 2 = 0 \end{cases}$ способом введення нових змінних.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 6

ТЕМА 8–9. АРИФМЕТИЧНА ПРОГРЕСІЯ. ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЯ

Варіант 1

Середній рівень

- 1) (a_n) — арифметична прогресія. Виразити через перший член a_1 і різницю d восьмий член прогресії.
2) S_n — сума перших n членів геометричної прогресії (b_n) . Знайти S_6 , якщо $b_1 = 5$, $q = 2$.
- 2) 1) Знайти суму членів нескінченно спадної геометричної прогресії (b_n) з першим членом b_1 і знаменником q , якщо $b_1 = \frac{2}{5}$, $q = \frac{1}{5}$.
2) Знайти суму перших п'ятнадцяти членів арифметичної прогресії $-4; -1; \dots$
- 3) 1) Ламана складається з шести відрізків. Довжина першого відрізка дорівнює 10 см, а довжина кожного наступного — удвічі більша від довжини попереднього. Яка довжина шостого відрізка; всієї ламаної?
2) Тіло за першу секунду пройшло 0,8 м, а за останню, десятю, секунду — 2,6 м. Яку відстань пройшло тіло за десять секунд, якщо щосекунди, починаючи з другої, воно проходило на одне й те ж саме число метрів більше, ніж за попередню?

Достатній рівень

- 1) 1) (a_n) — арифметична прогресія. Встановити, чи є членом прогресії число -29 , якщо $a_1 = 8$, $d = -2$.
2) Записати геометричну прогресію з шести членів, у якій шостий член дорівнює 320, а знаменник дорівнює -2 .
2. Знайти знаменник нескінченно спадної геометричної прогресії (b_n) , якщо $S = -12$, $b_1 = 16$.
3. Туристи пройшли за перший день 12 км, а за кожний наступний день на 0,6 км менше, ніж за попередній. Скільки днів тривав туристичний похід, якщо всього туристи пройшли 93 км?

Високий рівень

- 1) 1) Знайти суму всіх від'ємних членів послідовності (b_n) , заданої формулою $b_n = 5n - 44$.

- 2) (b_n) — геометрична прогресія. Довести, що $b_k^2 = b_{k-3} \cdot b_{k+3}$, де $k > 3$.
- 2) (c_n) — нескінченно спадна геометрична прогресія. Знайти суму кубів її членів, якщо $c_1 = 3$, $q = \frac{1}{2}$.
3. Знайти суму натуральних чисел, які кратні числу 3, від 21 до 102 включно.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 7. ТЕМА 10–11 ЕЛЕМЕНТИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ. НАБЛИЖЕНІ ОБЧИСЛЕННЯ. ВІДСОТКОВІ РОЗРАХУНКИ

Варіант 1

Середній рівень

1. Знайти:
- 1) абсолютну похибку наближення, якщо для точного числового значення величини та її наближеного значення виконується наближена рівність $49,52 \approx 49,5$;
 - 2) наближене значення суми чисел x і y , якщо $x \approx 0,8431$; $y \approx 0,003$;
 - 3) наближене значення добутку чисел x і y за правилом значущих цифр, якщо $x \approx 8,32$; $y \approx 9$.
2. 1) Ширина прямокутної ділянки становить 80 % довжини. Яка ширина ділянки, якщо її довжина дорівнює 25 м?
- 2) За перший день туристи пройшли 28 км, що становить 40 % усього маршруту. Яка довжина всього маршруту?
3. Вкладник поклав до банку 2000 грн., а отримав через рік 2160 грн. Під який відсоток річних були покладені гроші?

Достатній рівень

1. 1) Округлити число x до одиниць і знайти абсолютну та відносну похибки наближення, якщо $x = 19,8$.
- 2) Знайти периметр і площу прямокутника зі сторонами x м і y м, якщо $x \approx 10,6$; $y \approx 2,4$.
- 3) У сплаві 60 % міді, а решта — 200 г — олово. Яка маса цього сплаву?
2. Знайти три числа, якщо їх сума дорівнює 618, і при цьому друге число на 10 % більше від першого, а третє число на 10 % менше від другого.
3. Скласти формулу для підрахунку прибутку Δa_n за n років за початкового вкладу a_0 грн. і p % річних, якщо $a_0 = 500$, $p = 7$ %.

Високий рівень

- 1) Оцінити межі різниці $x - y$ і знайти її наближене значення, якщо $x = 8,9$; $y \approx 1,2$.
- 2) Вкладник поклав до банку 9000 грн. Частина грошей він поклав під 10 % річних, а решту — під 8 %. Через рік прибутки від обох вкладів були однаковими. Скільки грошей було покладено на кожний рахунок?
- 3) У сплаві міді та срібла мідь становить $\frac{1}{3}$ частину від маси срібла. Який відсотковий вміст срібла у сплаві?
- 3) Ціну товару знизили на 10 %. На скільки відсотків потрібно змінити нову ціну, щоб стара ціна знизилась на 20 %?

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РІВНЕВОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ

Геометрія

ПОЧАТКОВИЙ ЕТАП: сприймання, усвідомлення, осмислення базового змісту теми, формування початкових, елементарних умінь.

Рівень досягнень — початковий

Перший ступінь (бал 1)

Учень розуміє зображення (рисунок) геометричних фігур чи відношень; символи, терміни, що позначають фігури, їхні елементи і відношення та словосполучення, які є значеннями термінів за означеннями:

- називає понятійним терміном геометричні фігури чи їх відношення, задані рисунком, та вказані елементи фігур;
- називає понятійним терміном геометричні фігури, відношення та елементи фігур, заданих словосполученням, що є значенням терміну (питання типу «Як називається відрізок, що сполучає вершину трикутника із серединою протилежної сторони?»);
- вказує елементи геометричних фігур за їх понятійним терміном (завдання типу «Назвати у зображеному прямокутному трикутнику ABC сторону, що є гіпотенузою»);
- позначає за допомогою символів геометричні фігури і відношення, задані рисунком чи словесно;
- схематично зображує геометричні фігури.

Другий ступінь (бал 2)

Учень усвідомлює властивості та ознаки геометричних фігур за означенням і теоремами; розуміє означення і теореми-ознаки як основу дії підведення під поняття, розуміє означення і теореми-властивості як основу виведення наслідків з належності до поняття:

- називає ознаки, властивості фігур за означенням, аксіомами, теоремами (дає відповідь на питання типу: «Чому дорівнює сума кутів трикутника?», «Якими є кути при основі рівнобедреного трикутника?», «Скільки прямих, паралельних даній, можна провести через дану точку поза нею за аксіомою паралельності?»);
- впізнає (за означенням чи теоремою-ознакою) геометричну фігуру серед інших геометричних фігур, заданих рисунками чи словесним описом.

Третій ступінь (бал 3)

Учень розпізнає геометричні фігури чи відношення в деякій типовій геометричній конфігурації.

Учень усвідомлює алгоритмічний зміст аксіом і теорем як формул, «згорнутих» правил, алгоритмів знаходження невідомих значень геометричних величин за відомими:

- називає або впізнає серед набору значення геометричної величини, що обчислюється виконанням однієї дії;
- впізнає серед інших вираз, формулу, за якою обчислюється значення геометричної величини з виконанням декількох числових дії;
- впізнає серед запропонованого набору запис дії, що виконується для знаходження значення геометричної величини.

Учень розуміє окремі операції і послідовність їхнього виконання під час розв'язування задач на геометричні побудови за допомогою креслярських інструментів за даним зразком чи наведеною схемою:

- виконує елементарні операції за допомогою креслярських інструментів (наприклад, будує коло заданого радіуса, визначає градусну міру заданого кута тощо);
- називає інструменти, за допомогою яких виконується окрема операція побудови;
- називає наступний елемент побудови — фігуру, що будується після деякої побудованої фігури.

Учень розуміє предметний зміст нескладних доведень теорем: називає за рисунком фігури та їх властивості, що використовуються під час доведення.

СЕРЕДНІЙ ЕТАП: формування базових навичок і вмінь.**Рівень досягнень — середній****Перший ступінь (бал 4)**

Учень відтворює означення, теореми базового змісту і вміє розв'язувати найпростіші задачі на:

- встановлення належності геометричної фігури поняттю (впізнає, називає ознаки і називає поняття);
- встановлення властивостей геометричних фігур, заданих словесно чи графічно;
- знаходження значень геометричної величини з виконанням однієї числової дії чи послідовності дій за змістом аксіоми чи теореми;
- побудову геометричних фігур за даною схемою.

Другий ступінь (бал 5)

Учень уміє розв'язувати:

- задачі, які зводяться до послідовного розв'язання двох найпростіших задач (наприклад, задачі на доведення рівності кутів чи сторін рівних трикутників);
- задачі із застосуванням теоретичного положення до окремих видів фігур, що вивчаються (наприклад, за теоремою про суму кутів трикутника знаходити невідомі кути рівнобедреного трикутника);
- складні задачі на побудову за повідомленою схемою чи самостійно встановленим способом розв'язання.

Третій ступінь (бал 6)

Учень уміє розв'язувати:

- задачі, що зводяться до трьох найпростіших задач з послідовним застосуванням трьох теоретичних положень (наприклад, розпізнавання ознаки, підведення за ознакою фігури під поняття і виведення наслідку з належності до нього);
- складніші задачі (порівняно із другим ступенем) на побудову за повідомленою схемою;
- задачі на обчислення значень геометричних величин зі складанням рівнянь найпростіших видів.

ЗАВЕРШАЛЬНИЙ ЕТАП: логічне розуміння базового змісту теми та його застосування на основі міркувань з використанням прийомів, методів доведення теорем базового змісту; розуміння повного програмного змісту і його застосування на основі міркувань, досвіду, інтуїції.

Рівень досягнень — достатній

Перший ступінь (бал 7)

Учень розуміє логічний зміст означень і теорем базового змісту (усвідомлює логічні відношення між поняттями, що вивчаються):

- обґрунтовує родові властивості фігур;
- обґрунтовує безпосередні наслідки з теорем;
- обґрунтовує не належність заданих фігур до поняття (наприклад, з умови, що два кути нерівні, робить висновок, що вони не вертикальні).

Учень розуміє доведення нескладних теорем базового змісту (усвідомлює ідею (метод), прийоми, поняття та їхні властивості, використані під час доведення та підстави проміжних висновків):

- називає метод і прийоми, використані під час доведення;
- обґрунтовує висновки проміжних кроків (називає підстави-аргументи висновків);
- називає поняття, використані під час доведення, та їх властивості;
- відтворює доведення теорем за зміненими рисунками і позначеннями.

Учень вміє розв'язувати:

- задачі, що зводяться до послідовного виконання 3–4 основних логічних дій;
- задачі на обчислення значень геометричних величин зі складанням дещо ускладнених рівнянь.

Другий ступінь (бал 8)

Учень розв'язує:

- нескладні задачі на обчислення і побудову на основі аналізу з використанням наслідків з теорем базового змісту, понять, використаних під час доведення;
- задачі на обґрунтування тверджень з використанням 2–3 теоретичних положень теми;
- нескладні задачі з повними даними, встановлюючи число їх розв'язків (наприклад, за відомим кутом рівнобедреного трикутника знайти решту кутів).

Третій ступінь (бал 9)

Учень розв'язує:

- нескладні задачі на обчислення і побудову на основі методів, прийомів, використаних під час доведення теорем теми;
- задачі на доведення тверджень, у тому числі доводить деякі теореми програмного змісту на основі методів і прийомів, використаних під час доведення теорем базового змісту;
- нескладні задачі із застосуванням змісту теми в дещо змінених ситуаціях, коли геометричні фігури, які вивчаються, задані у зв'язках з поняттями, що не розглядалися під час вивчення базового змісту.

Рівень досягнень — високий

Перший ступінь (бал 10)

Учень:

- відтворює доведення теорем програмного змісту, що доводяться з використанням спеціальних прийомів (наприклад, доведення властивості рівнобедреного трикутника);
- розв'язує задачі, ускладнені логічно чи алгоритмічно порівняно із задачами достатнього рівня (без спеціального навчання);
- розв'язує задачі із застосуванням повного програмного змісту (в т. ч. поняття, що не розглядалися на достатньому рівні).

Другий ступінь (бал 11)

Учень:

- відтворює доведення теорем програмного змісту, рекомендовані для самостійного вивчення;
- розв'язує задачі підвищеної складності на застосування змісту теми;
- розв'язує задачі на застосування програмного змісту з використанням знань, умінь і прийомів з раніше вивчених тем курсів геометрії і алгебри, зв'язки з якими не розглядалися на достатньому рівні.

Третій ступінь (бал 12)

Учень:

- розв'язує задачі підвищеної складності з використанням знань, умінь і прийомів з раніше вивчених тем курсів геометрії та алгебри;
- розв'язує нестандартні задачі, тобто задачі, способи розв'язання яких ще не вивчалися (наприклад, задачі комбінаторного типу під час вивчення першого розділу).

ЧАСТИНА IV

Тематичне планування вивчення курсів алгебри і геометрії в 7–9 класах

Алгебра. 7 клас

Зміст	Кількість уроків	Дата
1	2	3
Вступ Тема. Дійсні числа. <i>Початкове вивчення теорії</i> Поняття дійсного числа. Основні властивості додавання і множення дійсних чисел. Віднімання і ділення дійсних чисел і піднесення їх до степеня з натуральним показником	5 год 1 1 1	
Усього:	3 год	
Тема. Вирази. Цілі вирази і їх тотожні перетворення <i>Початкове вивчення теорії</i> Поняття про вирази. Поняття про цілі вирази. Тотожні перетворення цілих виразів	 1 1	
Усього:	2 год	
I. Рівняння Тема. Рівняння з однією змінною. Поняття про рівняння з однією змінною. Рівносильні перетворення цілих рівнянь з однією змінною	14 год 1	
Усього:	1 год	
Тема 1. Лінійні рівняння з однією змінною. <i>Початкове вивчення теорії</i> 1.1. Поняття про лінійні рівняння з однією змінною. 1.2. Розв'язування лінійних рівнянь з однією змінною. 1.3. Рівняння, що зводяться до лінійних рівнянь з однією змінною	 1 1	

1	2	3
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Перевірочна робота	1	
Усього:	6 год	
Тема 2. Розв'язування задач за допомогою рівнянь, які зводяться до лінійних.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>	2	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Перевірочна робота.	1	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 1	1	
Усього:	7 год	
П. Цілі вирази	33 год	
Тема 3. Степінь з натуральним показником.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
3.1. Поняття про степінь з натуральним показником.		
3.2. Множення і ділення степенів з однаковими основами.	1	
3.3. Степінь добутку та степеня.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Перевірочна робота	1	
Усього:	6 год	
Тема 4. Одночлени.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
4.1. Поняття про одночлен і його стандартний вигляд.	1	
4.2. Додавання, множення, піднесення до степеня одночленів.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Перевірочна робота.	1	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 2	1	
Усього:	7 год	
Тема 5. Многочлен стандартного вигляду. Додавання і віднімання многочленів.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
5.1. Поняття про многочлен і його стандартний вигляд.	1	
5.2. Додавання і віднімання многочленів.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Перевірочна робота	1	
Усього:	6 год	

1	2	3
<p>Тема 6. Множення одночлена на многочлен та многочлена на многочлен. <i>Початкове вивчення теорії</i> 6.1. Множення одночлена на многочлен. 6.2. Множення многочлена на многочлен. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота. <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 3</p>	<p>1 1 3 1 1</p>	
Усього:	7 год	
<p>Тема 7. Формули скороченого множення. <i>Початкове вивчення теорії</i> 7.1. Добуток різниці двох виразів і їх суми. 7.2. Квадрат суми і квадрат різниці двох виразів. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота. <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 4</p>	<p>1 1 3 1 1</p>	
Усього:	7 год	
<p>III. Розкладання многочленів на множники Тема 8. Розкладання многочленів на множники способом винесення спільного множника за дужки та способом групування. <i>Початкове вивчення теорії</i> 8.1. Спосіб винесення спільного множника за дужки. 8.2. Спосіб групування. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота. <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 5</p>	<p>19 год 1 1 3 1 1</p>	
Усього:	7 год	
<p>Тема 9. Розкладання многочленів на множники за допомогою формул скороченого множення. <i>Початкове вивчення теорії</i> 9.1. Розкладання на множники різниці квадратів двох виразів. 9.2. Розкладання на множники повного квадрата двочлена. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота</p>	<p>1 1 3 1</p>	
Усього:	6 год	

1	2	3
Тема 10. Різниця та сума кубів двох виразів. <i>Початкове вивчення теорії</i> 10.1. Формула різниці кубів. 10.2. Формула суми кубів. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота. <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 6	1 3 1 1	
Усього:	6 год	
IV. Системи лінійних рівнянь із двома змінними Тема. Рівняння з двома змінними. <i>Початкове вивчення теорії</i> Поняття про рівняння з двома змінними. Рівносильні перетворення цілих рівнянь із двома змінними. Графік рівняння з двома змінними	23 год 1 1	
Усього:	2 год	
Тема 11. Лінійне рівняння з двома змінними. <i>Початкове вивчення теорії</i> 11.1. Поняття про лінійне рівняння з двома змінними та його розв'язування. 11.2. Графік лінійного рівняння з двома змінними. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота	1 2 3 1	
Усього:	7 год	
Тема 12. Система лінійних рівнянь із двома змінними. <i>Початкове вивчення теорії</i> 12.1. Поняття про систему рівнянь із двома змінними. Графічний спосіб розв'язання системи двох лінійних рівнянь із двома змінними. 12.3. Алгебраїчні способи розв'язування систем лінійних рівнянь: спосіб підстановки. 12.4. Алгебраїчні способи розв'язування систем лінійних рівнянь: спосіб додавання. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота	1 1 1 3 1	
Усього:	7 год	
Тема 13. Розв'язування задач за допомогою систем рівнянь. <i>Початкове вивчення теорії</i> <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота. <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 6	2 3 1 1	
Усього:	7 год	

Усього: 94 год. Резерв: 11 год. Програмний (загальний) час: 105 год.

Геометрія. 7 клас

№ теми	Назва теми	Кількість год	Дата
1	2	3	4
Розділ I. Основні властивості найпростіших геометричних фігур			
Тема 1	Вступ до геометрії. Точка і пряма, відношення належності.	1	
Тема 2	Відрізок. Вимірювання відрізків	1	
Тема 3	Півплощина	1	
Тема 4	Коло: означення	1	
Тема 5	Промінь	1	
Тема 6	Кути	2	
Тема 7	Трикутник. Рівність трикутників (означення)	1	
Тема 8	Паралельні прямі: означення, основна властивість	1	
Розділ II. Суміжні і вертикальні кути			
Тема 9	Суміжні кути	2	
Тема 10	Вертикальні кути. Перпендикулярні прямі	3	
	Тематичне оцінювання 1. Властивості найпростіших фігур. Кути	1	
	Корекція знань	1	
Усього:		16	
Розділ III. Ознаки рівності трикутників			
Тема 11	Медіана, бісектриса і висота трикутника. Ознаки рівності трикутників	4	
Тема 12	Рівнобедрений трикутник	3	
	Тематичне оцінювання 2 Ознаки рівності трикутників	1	
	Корекція знань	1	
Усього:		9	
Розділ IV. Сума кутів трикутника			
Тема 13	Паралельність прямих: ознаки і властивості	4	
Тема 14	Сума кутів трикутника	3	
Тема 15	Прямокутний трикутник	2	
	Тематичне оцінювання 3. Паралельність прямих. Сума кутів трикутника	1	

1	2	3	4
	Корекція знань	1	
Усього:		11	
Розділ V. Геометричні побудови			
Тема 16	Коло; дотична до кола. Коло, описане і вписане у трикутник	4	
Тема 17	Задачі на побудову	4	
	Тематичне оцінювання 4. Геометричні побудови	1	
	Корекція знань	1	
Усього:		10	
	Повторення матеріалу за курс 7 класу	6	
	Тематичне оцінювання 5. Підсумкова (річна) робота	1	
	Корекція знань	1	
Усього:		8	

Програмний (загальний) час: 54 год.

Алгебра. 8 клас

Зміст	Кількість уроків	Дата
1	2	3
I. Раціональні вирази	34	
Тема 1. Раціональні вирази. <i>Початкове вивчення теорії</i>		
1.1. Поняття виразу (повторення).		
1.2. Поняття раціонального виразу.		
1.3. Тотожні перетворення цілих раціональних виразів (повторення).	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	2	
Усього:	3 год	
Тема 2. Раціональні дроби та їх основні тотожні перетворення. <i>Початкове вивчення теорії</i>		
2.1. Поняття раціонального дроби.		
2.2. Основна властивість раціональних дробів.	1	
2.3. Основні тотожні перетворення раціональних дробів.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Усього:	5 год	

1	2	3
Тема 3. Сума і різниця раціональних дробів. <i>Початкове вивчення теорії</i> 3.1. Додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками. 3.2. Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками. 3.3. Додавання раціонального дробу і цілого раціонального виразу. <i>Відтворення і застосування теорії</i> <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 1	1 1 3 1	
Усього:	6 год	
Тема 4. Добуток і частка раціональних дробів. <i>Початкове вивчення теорії</i> 4.1. Множення дробів. 4.2. Піднесення дробів до степеня. 4.3. Ділення дробів. <i>Відтворення і застосування теорії</i>	1 1 3	
Усього:	5 год	
Тема 5. Тотожні перетворення раціональних виразів на основі арифметичних дій. <i>Початкове вивчення теорії</i> <i>Відтворення і застосування теорії</i> <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 2	1 3 1	
Усього:	5 год	
Тема 6. Дробові раціональні рівняння. <i>Початкове вивчення теорії</i> 6.1. Поняття дробового раціонального рівняння. 6.2. Найпростіші дробові раціональні рівняння. <i>Відтворення і застосування теорії</i>	1 3	
Усього:	4 год	
Тема 7. Степінь з цілим показником. <i>Початкове вивчення теорії</i> 7.1. Поняття степеня з цілим показником. 7.2. Властивості степеня з цілим показником. 7.3. Поняття стандартного вигляду додатного числа. <i>Відтворення і застосування теорії</i> <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 3	1 1 3 1	
Усього:	6 год	

1	2	3
II. Дійсні числа. Квадратні корені	18	
Тема 8. Дійсні числа.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
8.1. Поняття раціонального числа (повторення).	1	
8.2. Поняття ірраціонального числа.		
8.3. Поняття дійсного числа, числових проміжків.	1	
8.4. Вимірювання відрізків.		
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Усього:	5 год	
Тема 9. Арифметичний квадратний корінь.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
9.1. Поняття арифметичного квадратного кореня.	1	
9.2. Властивості арифметичних квадратних коренів; рівняння $x^2 = a$.	1	
9.3. Арифметичний квадратний корінь з добутку і дробу.	1	
9.4. Арифметичний квадратний корінь зі степеня.		
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Усього:	6 год	
Тема 10. Перетворення виразів, які містять квадратні корені.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
10.1. Винесення множника з-під знака кореня.	1	
10.2. Внесення множника під знак кореня.	1	
10.3. Звільнення від ірраціональності в знаменнику дробу.	1	
10.4. Спрощення виразів, які містять квадратні корені.		
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 4	1	
Усього:	7 год	
III. Квадратні рівняння	19	
Тема 11. Квадратні рівняння.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
11.1. Поняття квадратного рівняння.		
11.2. Розв'язування неповних квадратних рівнянь.	1	
11.3 Розв'язування повних квадратних рівнянь.	1	
11.4. Теорема Вієта і теорема, обернена до теореми Вієта.		
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	4	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 5	1	
Усього:	7 год	

1	2	3
Тема 12. Рівняння, що зводяться до розв'язування квадратних рівнянь. <i>Початкове вивчення теорії</i> 12.1. Бікватратні рівняння; введення нової змінної. 12.2. Дробові раціональні рівняння. <i>Відтворення і застосування теорії</i>	1 1 3	
Усього:	5 год	
Тема 13. Розв'язування задач за допомогою рівнянь, що зводяться до квадратних. <i>Початкове вивчення теорії</i> 13.1. Складання цілих рівнянь. 13.2. Складання дробових раціональних рівнянь. <i>Відтворення і застосування теорії</i> <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 6	1 1 4 1	
Усього:	7 год	
IV. Функція	12	
Тема 14. Функція. <i>Початкове вивчення теорії</i> 14.1. Поняття функції. 14.2. Графік функції. <i>Відтворення і застосування теорії</i>	1 2	
Усього:	3 год	
Тема 15. Лінійна функція. Пряма пропорційність <i>Початкове вивчення теорії</i> 15.1. Поняття лінійної функції і прямої пропорційності. 15.2. Графік лінійної функції і прямої пропорційності. <i>Відтворення і застосування теорії</i>	2 3	
Усього:	5 год	
Тема 16. Обернена пропорційність. Функції $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$; $y = x^3$. <i>Початкове вивчення теорії</i> <i>Відтворення і застосування теорії</i> <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 7	1 2 1	
Усього:	4 год	

Усього: 83 год. Резерв: 2 год. Програмний (загальний) час: 85 год.

Геометрія. 8 клас

Зміст	Кількість уроків	Дата
1	2	3
I. Чотирикутники	24	
Тема 1. Паралелограм.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
1.1. Чотирикутники.	1	
1.2. Означення і властивості паралелограма.	1	
1.3. Ознаки паралелограма.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Усього:	6 год	
Тема 2. Прямокутник. Ромб. Квадрат.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
2.1. Прямокутник.	1	
2.2. Ромб.	1	
2.3. Квадрат.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 1	1	
Усього:	7 год	
Тема 3. Перетин сторін кута паралельними прямими.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
3.1. Теорема Фалеса.	1	
3.2. Середня лінія трикутника.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Усього:	5 год	
Тема 4. Трапеція.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
4.1. Трапеція. Середня лінія трапеції.	1	
4.2. Рівнобічна трапеція.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 2	1	
Усього:	6 год	
II. Теорема Піфагора	13	
Тема 5. Косинус кута.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>	1	
5.1. Теорема про пропорційні відрізки.	1	
5.2. Косинус кута.	1	

1	2	3
5.3. Теорема Піфагора. Перпендикуляр і похила. <i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Усього:	6 год	
Тема 6. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника <i>Початкове вивчення теорії</i>		
6.1. Синус кута і його властивості.	1	
6.2. Тангенс кута і його властивості.	1	
6.3. Синус, косинус, тангенс кутів 30° , 45° , 60° .	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 3	1	
Усього:	7 год	
III. Декартові координати, рухи і вектори на площині	29	
Тема 7. Декартова система координат. <i>Початкове вивчення теорії</i>		
7.1. Декартові координати.	1	
7.2. Координати середини відрізка.	1	
7.3. Відстань між точками.		
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Усього:	5 год	
Тема 8. Рівняння геометричних фігур. <i>Початкове вивчення теорії</i>		
8.1. Рівняння фігури.	1	
8.2. Рівняння кола.	1	
8.3. Загальне рівняння прямої. Розміщення прямої відносно системи координат.	1	
8.4. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом.		
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	2	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 4	1	
Усього:	6 год	
Тема 9. Рух на площині і його види. <i>Початкове вивчення теорії</i>		
9.1. Поняття руху.	1	
9.2. Симетрія відносно точки.		
9.3. Симетрія відносно прямої.	1	
9.4. Поворот.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	2	
Усього:	5 год	

1	2	3
Тема 10. Паралельне перенесення. <i>Початкове вивчення теорії</i>		
10.1. Поняття паралельного перенесення.	1	
10.2. Властивості паралельного перенесення.	2	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	2	
Усього:	5 год	
Тема 11. Вектори на площині. <i>Початкове вивчення теорії</i>		
11.1. Загальне поняття вектора. Координати вектора.	1	
11.2. Додавання і віднімання векторів.	1	
11.3. Множення вектора на число.	1	
11.4. Розклад вектора.	1	
11.5. Скалярний добуток векторів.		
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 5	1	
Усього:	8 год	
IV. Повторення і систематизація навчального матеріалу <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>	3	
Контрольна робота № 6	1	

Усього: 70 год.

Програмний (загальний) час: 70 год.

Алгебра. 9 клас

Зміст	Кількість уроків	Дата
1	2	3
I. Нерівності	21 год	
Тема 1. Числові нерівності. <i>Початкове вивчення теорії</i>		
1.1. Означення числових нерівностей.	1	
1.2. Теореми про властивості числових нерівностей і наслідки з них.	1	
1.3. Теореми про почленне додавання і множення числових нерівностей та наслідки з них.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Перевірочна робота		

1	2	3
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 1	1	
Усього:	8 год	
Тема 2. Лінійні нерівності. <i>Початкове вивчення теорії</i> 2.1. Числові проміжки. 2.2. Лінійні нерівності з однією змінною та нерівності, що перетворюються у лінійні. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота	1 1 3 1	
Усього:	6 год	
Тема 3. Системи лінійних нерівностей. <i>Початкове вивчення теорії</i> 3.1. Системи лінійних нерівностей та нерівностей, що перетворюються у лінійні. 3.2. Подвійні нерівності. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота. <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 2	1 1 3 1 1	
Усього:	7 год	
II. Квадратична функція Тема 4. Квадратичний тричлен. <i>Початкове вивчення теорії</i> 4.1. Корені квадратичного тричлена. Розкладання квадратичного тричлена на множники. 4.2. Виділення з квадратного тричлена повного квадрата двочлена. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота	31 год 1 1 3 1	
Усього:	6 год	
Тема 5. Квадратична функція. <i>Початкове вивчення теорії</i> 5.1. Функція. Властивості функцій. 5.2. Найпростіші перетворення графіків функцій. 5.3. Квадратична функція: графік і властивості. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота. <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 3		
Усього:		

1	2	3
Тема 6. Квадратичні нерівності. <i>Початкове вивчення теорії</i> 6.1. Квадратичні нерівності. 6.2. Метод інтервалів. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота. <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 4	1 1 3 1 1	
Усього:	7 год	
Тема 7. Системи рівнянь із двома змінними. <i>Початкове вивчення теорії</i> 7.1. Графічний спосіб розв'язування систем рівнянь. 7.2. Алгебраїчні способи розв'язування систем рівнянь. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота. <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 5	1 2 4 1 1	
Усього:	9 год	
III. Числові послідовності	15 год	
Тема 8. Арифметична прогресія. <i>Початкове вивчення теорії</i> 8.1. Поняття про числові послідовності. 8.2. Означення арифметичної прогресії. Формула n -го члена арифметичної прогресії. 8.3. Сума n перших членів арифметичної прогресії. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота	1 1 1 4 1	
Усього:	8 год	
Тема 9. Геометрична прогресія. <i>Початкове вивчення теорії</i> 9.1. Означення геометричної прогресії. Формула n -го члена геометричної прогресії. 9.2. Сума n перших членів геометричної прогресії. Сума членів спадної геометричної прогресії. <i>Відтворення і застосування теорії</i> Перевірочна робота. <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 6	1 1 3 1 1	
Усього:	7 год	

1	2	3
IV. Елементи прикладної математики	10 год	
Тема 10. Наближені обчислення.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
10.1. Абсолютна похибка і точність наближення. Відносна похибка.	1	
10.2. Дії з наближеними значеннями чисел.	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
Усього:	5 год	
Тема 11. Відсоткові розрахунки.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>	1	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>	3	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 7	1	
Усього:	5 год	
V. Повторення і систематизація навчального матеріалу	11 год	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 8	1	
Усього:	12 год	

Усього: 89 год. Резерв: 16 год. Програмний (загальний) час: 105 год.

Геометрія. 9 клас

Зміст	Кількість уроків	Дата
1	2	3
I. Перетворення подібності на площині	13	
Тема 1. Подібність фігур.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
1.1. Гомотетія.	1	
1.2. Перетворення подібності і його властивості.	3	
1.3. Подібність трикутників. Ознаки подібності.	3	
<i>Відтворення і застосування теорії</i>		
Усього:	7 год	
Тема 2. Кути, вписані в коло. Пропорційність у колі.		
<i>Початкове вивчення теорії</i>		
2.1. Кути, вписані в коло	1	

I	2	3
2.2. Пропорційність відрізків хорд і січних кола. Відтворення і застосування теорії Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів Контрольна робота № 1	1 3 1	
Усього:	6 год	
II. Розв'язування трикутників Тема 3. Теорема косинусів. Початкове вивчення теорії Відтворення і застосування теорії	12 1 2	
Усього:	3 год	
Тема 4. Теорема синусів. Початкове вивчення теорії Відтворення і застосування теорії	1 2	
Усього:	3 год	
Тема 5. Розв'язування трикутників. Початкове вивчення теорії Відтворення і застосування теорії Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів Контрольна робота № 2	2 3 1	
Усього:	6 год	
III. Многокутники Тема 6. Ламана. Многокутники. Коло. Початкове вивчення теорії 6.1. Ламана і її довжина. 6.2. Многокутники. Опуклі і неопуклі многокутники. Правильні многокутники. Сума кутів опуклого многокутника. Відтворення і застосування теорії	1 1 2	
Усього:	3 год	
Тема 7. Вписані і описані многокутники. Початкове вивчення теорії 7.1. Вписані і описані многокутники. 7.2. Радіус кола, описаного навколо правильного многокутника. 7.3. Радіус кола, вписаного в правильний многокутник. 7.4. Побудова правильних многокутників. Відтворення і застосування теорії	1 1 1 2	
Усього:	5 год	

1	2	3
Тема 8. Довжина кола, дуги кола. Радіанна міра кута. <i>Початкове вивчення теорії</i> 8.1. Довжина кола і дуги кола. 8.2. Радіанна міра кута. <i>Відтворення і застосування теорії</i> <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 3	1 1 1 1	
Усього:	4 год	
IV. Площі фігур Тема 9. Поняття площі. Площа паралелограма і його видів. <i>Початкове вивчення теорії</i> 9.1. Поняття площі. Основні властивості площі. 9.2. Площа квадрата, прямокутника. 9.3. Площа паралелограма. 9.4. Площа ромба. <i>Відтворення і застосування теорії</i>	17 1 1 3	
Усього:	5 год	
Тема 10. Площа трикутника. <i>Початкове вивчення теорії</i> 10.1. Площа трикутника. 10.2. Формула Герона. 10.3. Формула для радіусів вписаного і описаного кіл. 10.4. Площі подібних фігур. <i>Відтворення і застосування теорії</i>	1 1 3	
Усього:	5 год	
Тема 11. Площа трапеції. <i>Початкове вивчення теорії</i> <i>Відтворення і застосування теорії</i>	1 2	
Усього:	3 год	
Тема 12. Площа круга і його частин. <i>Початкове вивчення теорії</i> <i>Відтворення і застосування теорії</i> <i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i> Контрольна робота № 4	1 2 1	
Усього:	4 год	
V. Початкові відомості з стереометрії Тема 13. Прямі і площини у просторі. 13.1. Розміщення прямих у просторі.	12 1	

1	2	3
13.2. Взаємне розміщення площин.	1	
13.3. Взаємне розміщення прямої і площини. Перпендикуляр до площини	1	
Усього:	2 год	
Тема 14. Многогранники.	2	
14.1. Поняття про многогранники.	2	
14.2. Пряма призма, площа поверхні і об'єм.		
14.3. Піраміда, площа поверхні і об'єм		
Усього:	4 год	
Тема 15. Круглі тіла.		
15.1. Циліндр, площа поверхні і об'єм.	2	
15.2. Конус, площа поверхні і об'єм.	2	
15.3. Куля, площа поверхні і об'єм.	1	
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>		
Контрольна робота № 7	1	
Усього:	6 год	
VI. Повторення і систематизація навчального матеріалу		
<i>Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів</i>	4	
Контрольна робота № 6	1	

Усього: 70 год. Програмний (загальний) час: 70 год.

ПОСІБНИКИ АВТОРА ДЛЯ ТЕМАТИЧНОГО ПОЕТАПНОГО РІВНЕВОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

1. Капіносов А., Гаук М., Кондратьєва Л. Математика. 5 клас. Дидактичні матеріали для тематичних атестацій з математики.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2003.
- 2–3. Капіносов А. Математика. 6 клас. Дидактичні матеріали. Поточна перевірка знань і вмінь.— Кам'янець-Подільський: Абетка, 2001.— Ч. 1–2.
4. Капіносов А. Математика. 6 клас. Дидактичні матеріали для тематичних атестацій з математики.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2003.
5. Капіносов А. Алгебра. 7–9. Функції. Дидактичні матеріали для рівневого навчання.— Кам'янець-Подільський: Абетка, 2000.
6. Капіносов А. Алгебра. 7 клас. Систематичний курс: навчальна книга.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2004.
7. Капіносов А. Алгебра. 7 клас. Дидактичні матеріали для рівневого навчання.— Кам'янець-Подільський: Абетка-Нова, 2001.
- 8–9. Капіносов А. Геометрія 7 клас. Посібник для рівневого навчання з геометрії. 7 клас. Ч. I. Навчальні завдання. Ч. II. Перевірочні завдання.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2004.
- 10–11. Капіносов А. Алгебра. 8 клас. Дидактичні матеріали. Ч. I. Перший семестр. Ч. II. Другий семестр.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2005.
12. Бурда М., Капіносов А., Рибалко Л. Ю. Геометрія. 8 клас. Дидактичні матеріали для тематичної атестації.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2002.
13. Капіносов А. Алгебра. 9 клас. Дидактичні матеріали.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2005.
14. Капіносов А. Алгебра. 9 клас. Збірник задач і вправ.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2004.
15. Капіносов А. Геометрія. 9 клас. Дидактичні матеріали для рівневого навчання.— Кам'янець-Подільський: Абетка-Нова, 2001.
16. Капіносов А., Мартинюк С., Сень Я. Алгебра. 10 клас. Тематичні самостійні і контрольні роботи.— Тернопіль: Підручники і посібники, 2005.

ЗМІСТ

Передмова	3
Частина I. Теоретичні основи тематичного поетапного вивчення математики в основній школі	5
Частина II. Технологія тематичного поетапного вивчення математики в основній школі	39
Частина III. Дидактичні матеріали: зразки	67
Частина IV. Тематичне планування вивчення курсів алгебри і геометрії в 7–9 класах	122
Додаток	141