

# ГИДРАВЛИКА

Учебно-методическое пособие

## Оглавление

Вступление.....	3
1.Физико – механические свойства жидкостей.....	3
2. Основы гидростатики .....	9
2.1. Гидростатическое давление и его свойства .....	9
2.2. Основное уравнение гидростатики .....	10
2.3. Закон Паскаля.....	14
2.4. Давление жидкости на плоские стенки .....	15
2.5 Давление жидкости на цилиндрическую стенку .....	19
2.6 Закон Архимеда.....	21
2.7. Примеры применения законов гидростатики в технике .....	24
3 . Основы гидродинамики.....	25
3.1.Основные определения кинематики жидкости.....	25
3.2. Уравнение неразрывности потока.....	28
3.3.Уравнение Бернулли .....	30
3.4. Примеры использования уравнения Бернулли в технике.....	37
3.5. Режимы движения жидкости .....	39
3.5.1. Число Рейнольдса .....	39
3.5.2. Потери напора .....	41
3.5.3. Понятие гидродинамического подобия и моделирования .....	46
3.6. Истечение жидкости через отверстия и насадки .....	47
3.6.1. Виды истечения жидкости через отверстия.....	47
3.6.2. Истечение жидкости через насадки .....	50
3.6.3. Практическое использование явления истечения .....	57
3.6.4. Динамическое воздействие струи на твердые преграды .....	59
4.Гидравлические машины.....	61
4.1 Насосы.....	61
4.2. Гидравлические двигатели.....	68

5. Гидроэлектростанции .....	68
------------------------------	----

## Вступление

Гидравлика - это наука о законах движения и равновесии жидкостей. На основах законов гидравлики решаются многие инженерные задачи при нефтедобыче, водоснабжении, мелиорации земель, в машиностроении.

Гидравлика зародилась в древней Греции. Первым научным трудом по гидравлике считается работа Архимеда «О плавающих телах», содержащая известный закон о равновесии тела, погруженного в жидкость.

Основоположниками гидравлики как науки были члены Российской Академии наук: М. В. Ломоносов, Леонард Эйлер и Даниил Бернулли.

Трудами этих ученых было положено начало теоретической гидромеханики. Однако применение теоретических методов к практическим задачам, которые выдвигала бурно развивающаяся техника, не всегда приводило к удовлетворенным результатам. Связи с этим с конца XVIII века учены инженеры (Шези, Дарси, Базен, Вейсбах) изучали движение воды в различных частных случаях опытным путем, в результате чего было получено значительное число эмпирических формул. Создавшееся таким путем чисто практическая гидравлика все более отдалялась от теоретической гидродинамики. Сближение между ними наметилось лишь к концу XIX века.

В настоящее время гидравлика и аэродинамика бурно развиваются, основываясь на синтезе теоретических и экспериментальных методов.

### 1. Физико – механические свойства жидкостей

Жидкостью называют физическое тело, которое легко изменяет свою форму под действием самых незначительных сил. Оно обладает свойством текучести, т.е. большой подвижностью своих частиц и поэтому принимает форму сосуда, в котором оно находится.

По механическим свойствам жидкости разделяют на два класса: *малосжимаемые* (капельные) и *сжимаемые* (газообразные). Капельные жидкости отличаются тем, что в малых количествах принимают

сферическую форму, а в больших образуют свободную поверхность. Газы же способны к весьма значительному уменьшению своего объема под действием давления и к неограниченному расширению при отсутствии давления, т.е. они обладают большой сжимаемостью.

Жидкости характеризуются физическими свойствами, важнейшими из которых являются удельный вес, плотность, сжимаемость, вязкость, температурное расширение, упругость, испаряемость.

*Удельным весом* жидкости называется вес единицы ее объема, т.е.

$$\gamma = G/V,$$

где  $G$  – вес жидкости;  $V$  – объем, занимаемый ею.

Удельный вес измеряется в системе СИ в ньютонах на кубический метр ( $\text{Н/м}^3$ ).

*Плотностью* называется масса жидкости, заключенная в единице объема.

Плотность определяется по формуле

$$\rho = m/V, \text{ кг/м}^3.$$

Увеличение объема жидкости при нагревании необходимо учитывать при их практическом применении, так как нагревающиеся жидкости могут переливаться через края резервуара, разрушать герметично закрытые сосуды, вызывать погрешность в работе приборов.

Температурное расширение зависит от физической природы жидкости и характеризуется коэффициентом объемного расширения, который показывает относительное изменение объема жидкости при увеличении температуры на 1 градус.

Если обозначить изменение объема  $\Delta V = V - V_0$ , а изменение температуры  $\Delta t = t - t_0$ , то коэффициент объемного расширения можно представить выражением

$$\beta_t = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

Под сжимаемостью понимают свойство жидкости изменять свой объем под действием давления. Так как все капельные жидкости имеют

незначительную сжимаемость, то в гидравлических расчетах их чаще всего несжимаемыми.

Сжимаемость оценивается коэффициентом объемного сжатия, который показывает относительное изменение объема жидкости приходящее на единицу изменения давления:

$$\beta_p = - \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p} \text{ м}^2/\text{н}.$$

Знак минус в формуле показывает, что положительному приращению давления  $\Delta p$  соответствует отрицательное приращение (уменьшение) объема  $\Delta V$ .

Под упругостью понимают способность жидкости принимать свой прежний объем после снятия внешней нагрузки. Коэффициент упругости  $\epsilon = 1 / \beta_p$ . Свойство упругости определяет использование жидкости в качестве рабочего тела во многих гидравлических устройствах и машинах и характеризуется модулем упругости  $K$  (Па).

Для капельных жидкостей модуль упругости возрастает с увеличением температуры и давления. Испаряемость жидкостей зависит от температуры и давления. При снижении давления в жидкости и при повышении температуры упругость паров увеличивается и жидкость закипает.

В обычных условиях (при нормальном атмосферном давлении) вода содержит около 2% растворенного в ней воздуха. Очевидно, что при повышении температуры и понижении давления, вместе с испарением жидкости в ней начнут выделяться пузырьки воздуха. Появление в воде паровоздушных пузырьков называется *кавитацией*.

Жидкость, содержащая паровоздушную смесь, приобретает свойства, отличимые от свойств воды: сжимаемость ее значительно возрастает. Попадая в область повышенного давления, пузырьки пара конденсируются и переходят в жидкое состояние, а воздушные сжимаются или полностью смыкаются. Это явление происходит мгновенно и сопровождается сильными ударами с резким повышением давления, в несколько тысяч раз

превосходящее атмосферное. Так как микро удары многократно повторяются на очень малой площадке, происходит разрушение твердой поверхности. В результате имеет место так называемая *кавитационная эрозия*.

Явление кавитации уменьшает пропускную способность трубопроводов, снижает подачу и КПД насосов. Кавитационная эрозия приводит к разрушению лопастей гидравлических турбин, насосов, грибных винтов и даже бетонных гидротехнических сооружений.

Вязкостью называется свойство жидкости, которое сопротивляется сдвигу или скольжению одних слоев жидкости относительно других, так как между слоями жидкости возникают силы внутреннего трения и касательные напряжения.

Впервые предположение о наличии сил внутреннего трения высказал И. Ньютон в 1886 г. Согласно гипотезе И. Ньютона величина сил внутреннего трения между слоями не зависит от давления, а зависит от рода жидкости, площади соприкосновения слоев и относительной скорости перемещения. Чтобы лучше понять это утверждение, рассмотрим рисунок 1.



*Рис. 1. Распределение скоростей при течении вязкой жидкости вдоль стенки.*

При движении вязкой жидкости вдоль твердой стенки происходит торможение потока за счет трения частиц о стенку. В результате скорости движения слоев будут, уменьшается по мере приближения их к стенке.

Очевидно, что в непосредственной близости от стенки будет находиться заторможенный элементарный слой, где скорость близка к нулю.

Различие в скоростях движения приводит к тому, что происходит проскальзывание соседних слоев и возникновение касательных напряжений:

$$\tau = \pm\mu(du/dy),$$

где  $\tau$  – напряжение сил трения, возникающих на поверхности соседних слоев;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости, характеризующий свойства данной жидкости (иногда его называют коэффициентом абсолютной вязкости), Па · с;  $du/dy$  – градиент скорости по нормали, или скоростная деформация.

Знак в формуле принимают в зависимости от знака градиента скорости  $du/dy$ , который может быть и положительным и отрицательным, в то время как напряжение сил трения должно быть всегда положительным.

Физический смысл коэффициента динамической вязкости  $\mu$  можно понять, приняв  $du/dy = 1$ . Тогда  $\tau = \pm\mu$ . Таким образом, коэффициент динамической вязкости можно рассматривать как напряжение внутреннего трения при градиенте скорости, равном единице.

Значение  $\mu$  находят опытным путем с помощью приборов, называемых вискозиметрами.

Текучность жидкостей характеризуется величиной, обратной коэффициенту динамической вязкости:  $1/\mu$  (1/ Па · с).

В гидравлических расчетах часто используют коэффициент кинематической вязкости, равный отношению динамической вязкости к плотности жидкости:

$$\nu = \mu/\rho.$$

Единица кинематической вязкости 1 Ст =  $1 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с. В нее не входит единица силы, что и послужило поводом назвать это коэффициент кинематическим в отличие от динамического.

Вязкость капельных жидкостей в значительной степени зависит от температуры. Это объясняется тем, что в жидкостях молекулы расположены близко друг к другу. Так как вязкость обусловлена силами межмолекулярного сцепления, а эти силы с увеличением температуры жидкости уменьшаются, то и вязкость ее уменьшается.

Вязкость играет существенную роль при перекачивании жидкости по трубам и при работе различных машин. Особенно важна зависимость вязкости смазочных масел от температуры. Например, значительное снижение вязкости автомобильных масел при повышении температуры может сделать их слишком жидкотекучими. В результате ухудшаются их рабочие характеристики, что вызывает преждевременный износ двигателя.

В гидравлике создана модель абстрактной, не существующей в природе жидкости, которая называется *идеальной жидкостью*. Для идеальной жидкости характерны следующие допущения:

абсолютная не сжимаемость, т.е. неизменяемость объема под действием внешних сил и температуры;

полное отсутствие вязкости, т.е. исключение возможности возникновения сил внутреннего трения.

*Реальная жидкость* отличается от идеальной прежде всего тем, что при ее движении возникают касательные напряжения (внутреннее трение). В покоящейся жидкости касательные напряжения всегда отсутствуют, и потому в гидростатике нет необходимости различать реальную и идеальную жидкость.

В гидравлике принято еще одно допущение. Жидкость рассматривается как непрерывная, сплошная среда, заполняющая пространство без пустот и промежутков.



## 2. Основы гидростатики

### 2.1. Гидростатическое давление и его свойства

*Гидростатика* – раздел гидравлики, изучающий законы равновесия жидкостей. Для изложения этих законов необходимо в начале рассмотреть силы, действующие на некоторый объем покоящейся жидкости.

Внешние силы, действующие на этот объем могут быть разделены на две группы:

- 1) *Массовые силы*, которые пропорциональны массе выделенного объема жидкости и действуют на все частицы среды этого объема (сила тяжести, центробежная сила);
- 2) *Поверхностные силы*, которые действуют на внешней поверхности выделенного объема жидкости и пропорциональны площади этой поверхности (силы давления поршня на жидкость, давления стенок сосуда на жидкость, атмосферного давления на свободную поверхность жидкости).

Под действием внешних сил в каждой точке рассматриваемого объема покоящейся жидкости возникают внутренние силы, которые обуславливают напряженное состояние жидкости. Напряженное состояние в каждой точке жидкости характеризуется давлением.

*Гидростатическим давлением в точке называется предел отношения силы давлений к площади, на которую она действует, при стремлении этой площади к нулю, т.е. при стягивании площадки в точку:  $P = \lim \Delta P / \Delta \omega$ ,  $\Delta \omega \rightarrow 0$ .*

Гидростатическое давление можно отсчитывать либо с нуля, либо от атмосферного давления. Если давление отсчитывать от нуля, то его называют *абсолютным*, а если от атмосферного давления – *избыточным* или *манометрическим*. Следовательно, абсолютное давление

$$p_{\text{абс}} = p_a + p_{\text{изб.}}$$

За единицу давления в системе СИ принято давление, при котором на площадь  $1\text{ м}^2$  действует сила  $1\text{ Н}$ . Эта единица называется паскалем (Па).

Наряду с этой единицей на практике широко используется также внесистемная единица – техническая атмосфера (ат), равная 0,1 МПа.

Гидростатическое давление обладает двумя важными свойствами:

1. На поверхности жидкости гидростатическое давление всегда направлено по нормали внутрь рассматриваемого объема жидкости;
2. В любой точке внутри жидкости гидростатическое давление по всем направлениям одинаково.

## 2.2. Основное уравнение гидростатики

Рассмотрим жидкость, находящуюся в сосуде в абсолютном покое. Пусть на нее действует одна массовая сила – сила тяжести. Пусть давление на свободной поверхности равно  $p_0$  (рис 2). Найдем гидростатическое давление в точке А, расположенной на глубине  $h$  от свободной поверхности.

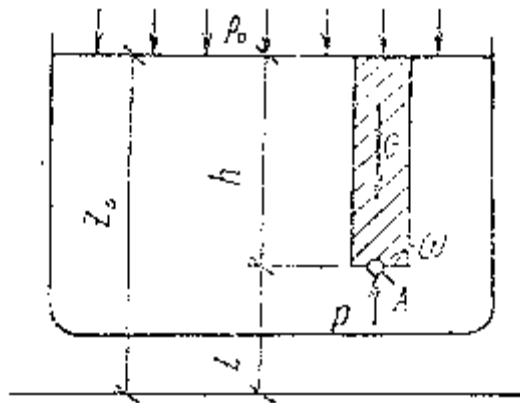


Рис. 2. Схема к выводу основного уравнения гидростатики

Выделим вокруг точки  $A$  горизонтальную площадку  $\omega$  и построим на ней вертикальный цилиндрический объем высотой  $h$ .

Так как рассматриваемый объем находится в равновесии, то сумма проекций всех сил на вертикальную ось должна равняться нулю.

На цилиндрический объем действуют следующие силы: 1) сверху вниз – сила давления, равная  $p_0 \omega$  и все ее жидкости в указанном объеме, равный  $G = \gamma h \omega$ ; 2) снизу вверх – сила гидростатического давления на нижнюю площадку  $\omega$ , равна  $p \omega$ .

Следовательно:

$$p_0\omega + \gamma h\omega - p\omega = 0$$

Силы давления, действующие на боковую поверхность цилиндра, в уравнение не войдут, так как они горизонтальны и проекции на вертикальную ось не дают.

Сократив на  $\omega$  и перегруппировав члены, получим

$$p = p_0 + \gamma h$$

Это уравнение называют *основным уравнением гидростатики*. Оно показывает, что абсолютное давление в любой точке покоящейся жидкости на глубине  $h$  складывается из давления на свободной поверхности  $p_0$  и давления, созданного весом столба жидкости  $\gamma h$ . При открытом сосуде первое слагаемое в правой части уравнение равно атмосферному давлению, второе слагаемое  $\gamma h$  будет представлять собой избыточное давление. Для точек, расположенных на одинаковой глубине под уровнем свободной поверхности, избыточное гидростатическое давление будет одинаковое. Совокупность точек с одинаковыми  $h$  образуют поверхности с одинаковыми давлениями, называемые *поверхностями уровня*. В данном случае поверхностями уровня являются горизонтальные плоскости, а свободная поверхность является одной из поверхностей уровня.

Поверхности уровня обладают двумя основными свойствами:

1. Две поверхности уровня не прикасаются между собой;
2. Равнодействующая массовых сил направлена нормально к поверхности уровня.

Основному уравнению гидростатики можно придать иную форму записи.

Возьмем на произвольной высоте горизонтальную плоскость сравнения, от которой вертикально вверх будем отсчитывать координаты  $z$  (см. рис. 2). Обозначим через  $z$  координату точки А, а через  $z_0$  координату свободной поверхности жидкости.

Так как  $h = z_0 - z$  то получим

$$p = p_o + \gamma(z_o - z).$$

Разделив все члены этого равенства на  $\gamma$  и перегруппировав их, запишем

$$z + p/\gamma = z_o + p_o / \gamma.$$

Так как для любой точки жидкости координата свободной поверхности  $z_o$  и давление  $p_o$  остаются постоянным, правая часть этого уравнения есть величина постоянная, а поэтому можно утверждать, что для всего рассматриваемого объема жидкости

$$z + p/\gamma = const.$$

Это – вторая форма записи основного уравнения гидростатики.

Координата  $z$  называется геометрической высотой. Второе слагаемое  $p/\gamma$  имеет также линейную размерность и называется *пьезометрической высотой*. Пьезометрическую высоту, соответствующую избыточному давлению, можно наблюдать в открытой сверху стеклянной трубке, которая называется *пьезометром открытого типа*.

Применяя основное уравнение гидростатики к жидкости, заключенного в открытом пьезометре, получим абсолютное давление в жидкости на уровне присоединения пьезометра:

$$P_{абс} = P_a + \gamma h_{п},$$

где  $P_a$  – атмосферное давление;  $h_{п}$  – высота подъема жидкости в пьезометре.

Приведенная высота  $h_{пр}$  всегда будет больше пьезометрические высоты  $h_{п}$  соответствующей определенному давлению, на величину, равную высоте столбца жидкости, соответствующей атмосферному давлению

Часто давление выражают в виде соответствующей пьезометрической формуле

$$h_{п} = p_{изб} / \gamma$$

Сумма пьезометрической  $h_{п}$  и геометрической  $z$  высот называется *пьезометрическим напором*  $H_{п}$  в данной точке жидкости по отношению к какой-либо горизонтальной плоскости сравнения:

$$H_{\Pi} = h_{\Pi} + z.$$

Заменив  $h_{\Pi} = P_{\text{изб}}/\gamma$  после преобразования получим:

$$H_{\Pi} = z + p_{\text{изб}}/\gamma = z + p_{\text{абс}}/\gamma - p_a/\gamma.$$

Сумма приведенной высоты давления  $h_{\text{пр}}$  и геометрической высоты положения  $z$  рассматриваемой точки относительно произвольной плоскости сравнения называется *гидростатическим напором* в данной точке жидкости, т.е.

$$H_{\Gamma} = h_{\text{пр}} + z,$$

то есть можно записать

$$H_{\Gamma} = z + p_{\text{абс}}/\gamma = P_o/\gamma + h.$$

Так как давление на свободной поверхности жидкости в сосуде  $p_o$  и сумма высот  $z + h$  одинаковы для любой точки жидкости, то

$$H_{\Gamma} = p_o/\gamma + z + h = \text{const},$$

т.е. гидростатический напор для всех точек покоящейся жидкости есть величина постоянная.

Так как атмосферное давление не зависит от положения рассматриваемой точки в жидкости, то можно заключить, что и пьезометрический напор  $H_{\Pi}$  во всех точках покоящейся жидкости одинаков, т.е.

$$H_{\Pi} = z + p_{\text{абс}}/\gamma - p_a/\gamma = \text{const}.$$

Отсюда следует, что и уровни пьезометрических высот для всех точек покоящейся жидкости лежат в одной и той же горизонтальной плоскости, которая называется плоскостью пьезометрического напора.

Если абсолютное давление в жидкости меньше атмосферного, то говорят, что имеется разрежение, или вакуум. За разрежение, или вакуум, принимается недостаток давления до атмосферного:

$$P_{\text{вак}} = p_a - p_{\text{абс}},$$

Или

$$h_{\text{вак}} = \frac{P_{\text{вак}}}{\gamma} = \frac{P_a - P_{\text{абс}}}{\gamma},$$

Вакуум жидкости измеряется с помощью приборов называемых вакуумметрами. Для измерения давления жидкостей помимо пьезометров используют манометры, которые делятся на жидкостные и механические.

Для измерения разности давлений в двух точках служат дифференциальные манометры, простейшим из которых является U - образный манометр, заполненный ртутью. Для измерения малых разностей давления жидкости применяют микроманометры. Для измерения давления более 0,2 - 0,3 МПа применяют пружинные манометры.

### 2.3. Закон Паскаля

Основное уравнение гидростатики  $p = p_o + \gamma h$  показывает, что давление на поверхности жидкости  $p_o$  передается в любую точку внутри жидкости без изменения. Действительно, для точки А, расположенной на глубине  $h_1$  под свободной поверхностью жидкости, гидростатическое давление  $p_A = p_o + \gamma h_1$ , а для точки В, расположенной на глубине  $h_2$ ,  $p_B = p_o + \gamma h_2$  (рис. 3). Как видим, давление  $p_o$  одинаково для этих двух точек. Точно также давление  $p_o$  является одинаковым для всех точек объема жидкости. В связи с этим, учитывая второе свойство гидростатического давления, можно сформулировать закон Паскаля: *давление, приложенное к внешней поверхности жидкости, передается всем точкам этой жидкости и по всем направлениям одинаково.*

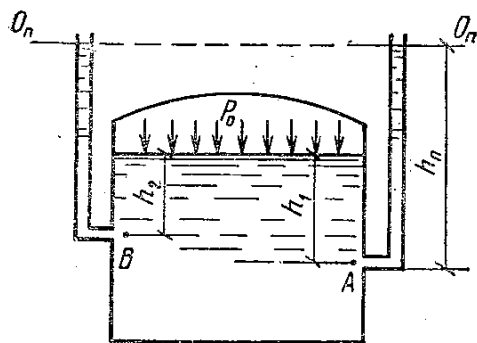


Рис.3. Схема к доказательству закона Паскаля

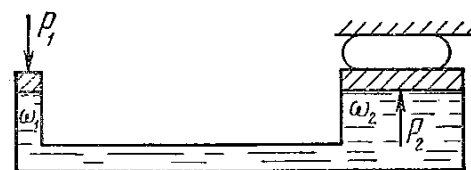


Рис. 4. Схема гидравлического пресса

На использовании закона Паскаля основано устройство простейших гидравлических машин: гидравлических прессов, домкратов, подъемников.

На рисунке 4 показана принципиальная схема гидравлического пресса, который состоит из малого цилиндра с поршнем площадью  $\omega_1$ . Цилиндры соединены между собой трубопроводом. Если на поверхность жидкости в малом цилиндре нажать через поршень с силой  $P_1$ , то эта сила создаст под поршнем давление  $p_1 = P_1 / \omega_1$ . По закону Паскаля это давление передается во все точки жидкости. Следовательно, на поршень с площадью  $\omega_2$  передается тоже давление  $p_1$  и действует сила давления  $P_2 = p_1 / \omega_2$ . Подставив в это выражение значение  $p_1$  получим

$$P_2 = P_1 \omega_2 / \omega_1.$$

Таким образом, на поршень с площадью  $\omega_2$  через жидкость передается сила  $P_2$ , во столько раз большая силы давления  $P_1$ , во сколько раз площадь  $\omega_2$  больше площади  $\omega_1$ .

#### 2.4. Давление жидкости на плоские стенки

На практике часто необходимо определить силу, с которой жидкость давит на ограничивающую ее поверхность. Рассмотрим давление жидкости на плоскую стенку, расположенную под некоторым углом  $a$  к горизонту (рис. 5). Необходимо определить силу давления, ее направление и точки приложения. Выберем систему координат так, чтобы ось  $y$  проходила по ее

плоскости, а начало координат совпадало с линией пересечения плоскости стенки и свободной поверхности жидкости.

Известно, что гидростатическое давление нормально к площадке, на которую оно действует. Разбив плоскую стенку на элементы площадки  $dS$  и учитывается, что гидростатическое давление в любой точке поверхности стенки определяется согласно основному уравнению гидростатики  $p = p_o + \gamma h$ , можно выразить силу давления на элементарную площадку  $dS$  как

$$dP = pdS = (p_o + \gamma h) dS,$$

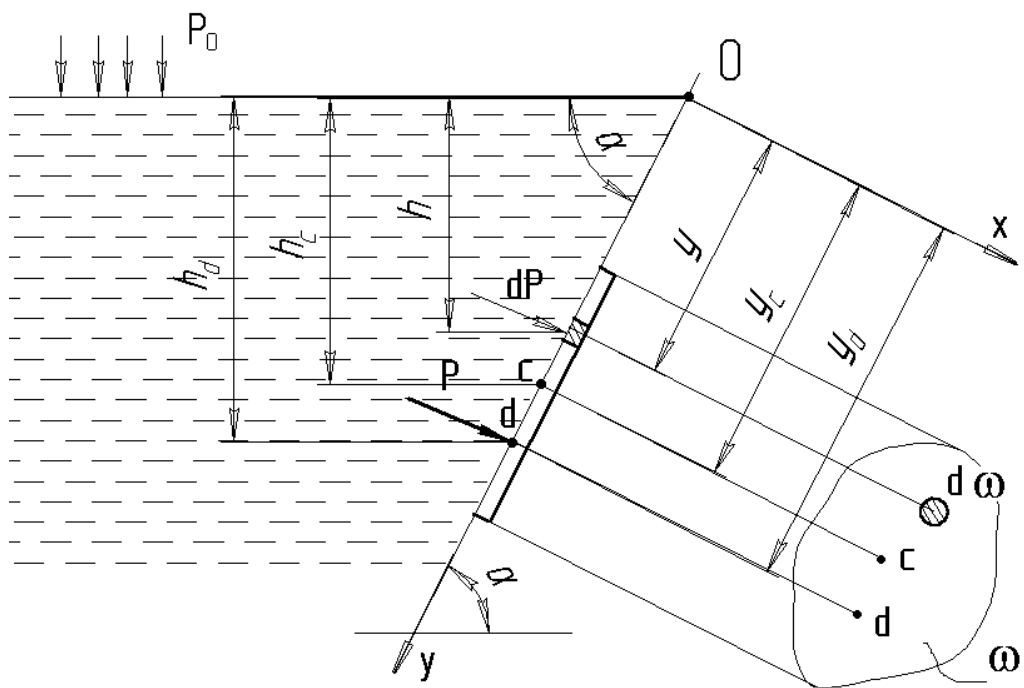


Рис.5. К определению силы давления на плоскую стенку.

где  $h$  - глубина расположения площадки  $dS$ .

Сила давления на всю стенку определяется суммированием элементарных сил  $dP$ , т.е. интегрированием выражения (2.32) по всей площади  $S$ :

$$P = \int_S pdS = \int_S p_o dS + \int_S \gamma h dS = p_o S + \gamma \sin \alpha \int_S y dS,$$

где  $y$  – координата центра площадки  $dS$ , а  $h = y \sin \alpha$ .



Как известно из курса теоретической механики, выражение  $\int_S y dS$  представляет собой статический момент площадки  $dS$  относительно  $Ox$  и равен произведению площади  $S$  на координату ее центра тяжести  $y_c$ , т.е.  $\int_S y dS = y_c S$ , но  $y_c \sin a = h_c$  – глубина расположения центра тяжести площади  $S$ .

Следовательно, уравнение окончательно имеет вид:

$$P = p_o S + \gamma h_c S = (p_o + \gamma h_c) S = p_c S.$$

Таким образом, сила полного гидростатического давления жидкости на плоскую стенку равна площади смоченной поверхности этой стенки, умноженной на значение давления в центре тяжести этой поверхности. Когда  $p_o$  равно атмосферному давлению и действует на обе стороны одинаково, то происходит его компенсация. В этом случае в расчетах его не учитывают только избыточное давление, т.е. давление самой жидкости на стенку:

$$P_{изб} = \gamma h_c S.$$

Если стенка расположена вертикально и имеет прямоугольную форму высотой  $H$  и шириной  $b$ , а  $h_c = H/2$ , то уравнение будет иметь вид:

$$P_{изб} = \gamma b H^2 / 2.$$

Если стенка расположена горизонтально (например, дно сосуда), а жидкость наполняет сосуд на высоту  $H$ ,

$$P_{изб} = \gamma H S$$

Из этого уравнения следует, что давление жидкости на дно сосуда зависит только от высоты его наполнения, площади дна и удельного веса жидкости.

Эта особенность для сосудов разной формы известна под названием *гидростатического парадокса*, см. рис.б.

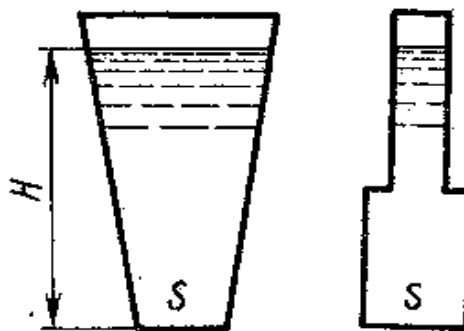


Рис.6. Иллюстрация гидростатического парадокса.

Часто для наглядности строят диаграммы распределения давления на смоченную поверхность, называемые эпюрами давления. Строят их следующим образом. В точке соприкосновения свободной поверхности жидкости со стенкой восстанавливают перпендикуляр и на нем откладывают в масштабе значения давления  $p_0$ . Из точки пресечения стенки с дном восстанавливают другой перпендикуляр и откладывают два отрезка, равные значениям  $p_0$  и  $\gamma H$ . Соединив отложенные отрезки, получают эпюру абсолютного (полного) давления имеющую форму трапеции  $AbaB$  (рис. 7а).

Если давление внешней среды не учитывается, то эпюру строят только для избыточного давления; тогда манометрическое давление в точке  $A$  равно нулю, а в точке  $B$  – значению  $\gamma H$  и эпюра будет иметь форму треугольника  $AbB$  (рис. 7б)

Если стенка наклонена под углом  $\alpha$  (рис. 7в), то манометрическое давление  $\gamma H$  откладывается на перпендикуляре, восстановленном из точки  $B$ .

Точку приложения равнодействующей силы избыточного давления жидкости называют *центром давления*.

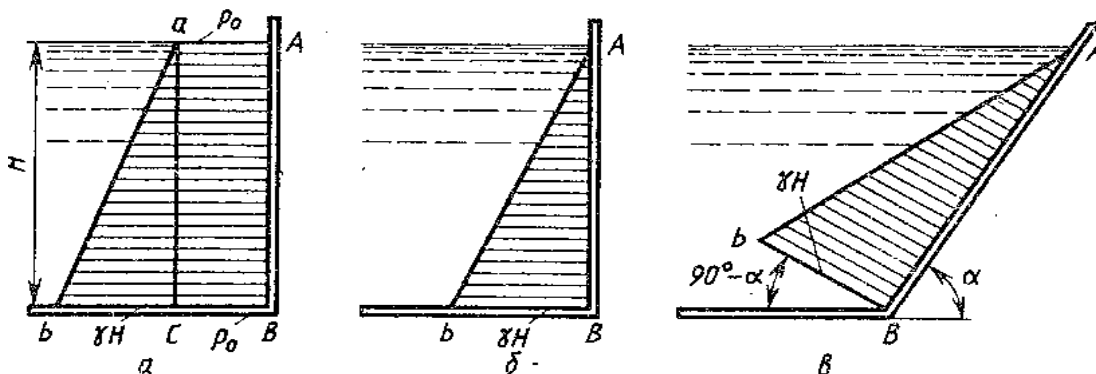


Рис.7. Эпюры гидростатического давления.

Доказано что координата центра давления:

$$y_D = \frac{I_c}{S y_c} + y_c,$$

$I_c$  – момент инерции смоченной фигуры;

$S$  - площадь смоченной поверхности стенки;

$y_c$  – координата центра тяжести стенки.

## 2.5 Давление жидкости на цилиндрическую стенку

Широкое применение на практике получил расчет цилиндрических поверхностей, подверженных давлению жидкости (стенки цилиндрических сосудов и трубопроводы). Давление жидкости в этих случаях приводится к одной равнодействующей, лежащей в плоскости симметрии.

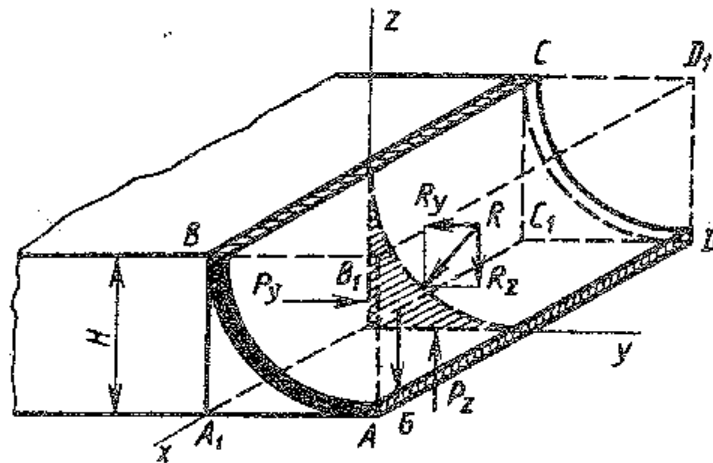


Рис. 8. К определению силы давления на цилиндрическую стенку.

Рассмотрим некоторый объем жидкости, ограниченный цилиндрической выпуклой поверхностью  $ABCD$  (рис. 8). Проведем в объеме жидкости вертикальную плоскость  $A_1BCC_1$  и исследуем условие равновесия объема жидкости, заключенного между цилиндрической поверхностью  $ABCD$ , вертикальной плоскостью  $A_1BCC_1$  горизонтальной плоскостью  $AA_1C_1D$ . Проведем также трехмерную систему координат таким образом, чтобы начало координат совпадало с серединой ребра  $A_1C_1$ .

На исследуемый объект жидкости действуют следующие силы. Со стороны жидкости: горизонтальная составляющая, численно равная силе давления на вертикальную стенку  $A_1BCC_1$

$$P_y = \gamma S_{A_1 B C C_1} H/2;$$

и вертикальная составляющая силы давления на горизонтальную плоскость  $AA_1 C_1 D$ , определяемая аналогично:

$$P_y = \gamma S_{AA_1 C_1 D} H.$$

Со стороны цилиндрической поверхности действует сила реакции этой поверхности  $R$ , равная по значению и обратная по направлению искомой силе давления на цилиндрическую стенку. Эту силу можно разложить на две составляющие  $R_y$  и  $R_z$ .

Кроме того, внутри исследуемого объема жидкости действует сила тяжести  $G$ , приложенная в центре тяжести этого объема и направленная вертикально вниз.

Под действием этих сил исследуемый объем жидкости находится в равновесии. Составим уравнение равновесия объема жидкости в проекциях на координатные оси:

$$\Sigma Y = 0; P_y - R_y = 0, \text{ откуда } R_y = P_y;$$

$$\Sigma Z = 0; P_z - R_z - G = 0, \text{ откуда } R_z = P_z - G.$$

Равнодействующая силы давления жидкости на цилиндрическую стенку определяется по уравнению

$$R = \sqrt{R_y^2 + R_z^2}.$$

Направление этой равнодействующей силы определится по углам ее наклона к осям координат:  $\cos (R, Y) = R_y / R$ ;  $\cos (R, Z) = R_z / R$ .

## 2.6 Закон Архимеда

Рассмотрим условия плавания твердого тела  $ACBD$  (рис. 9).

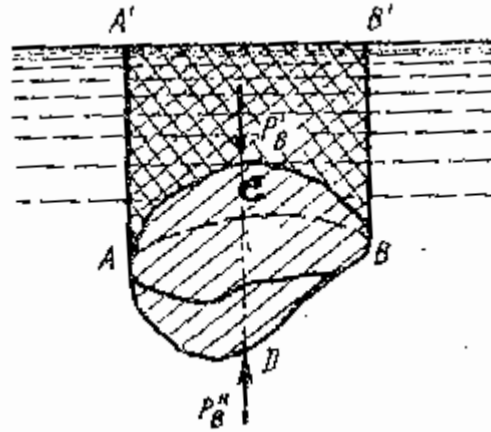


Рис. 9. Условия плавания тела.

Проведем на поверхность жидкости проецирующие отрезки  $AA_1$  и  $BB_1$ . Между этими линиями, поверхностью твердого тела  $ACB$  и проекцией твердого тела на свободную поверхность жидкости  $A_1B_1$  образовался замкнутый объем жидкости  $AA_1B_1BCA$ , который оказывает воздействие на твердое тело силой  $P'_B$ , направление вертикально вниз. Она численно равна весу жидкости в объеме  $AA_1B_1BCA$ .

На нижнюю часть поверхности твердого тела действует другая сила  $P''_B$ , направленная вертикально вверх. Она равна весу жидкости в объеме  $AA_1B_1BCDA$ . Равнодействующая сил давления жидкости на твердое тело будет равна весу жидкости в объеме, равном разности рассмотренных выше двух объемов, т.е. в объеме тела  $ABCD$ :

$$F = P''_B - P'_B = G_{ACBD} = \gamma V_{ACBD}.$$

Сила  $F$  называется архимедовой силой, а закон Архимеда формулируется следующим образом: на тело, погруженное в жидкость, действует со стороны жидкости выталкивающая сила, равная весу, вытесненному им жидкости, направлена вертикаль вверх и приложенная к центру тяжести тела.

Таким образом, на тело, погруженное в жидкость, действует две силы: архимедова сила (подъемная)  $F$  и вес тела  $P$ . В зависимости от их соотношения возможны следующие три случая:

1. Вес тела и архимедова сила одинаковы. Тогда равнодействующая этих сил  $F - P$  равна нулю и тело находится в состоянии равновесия.
2. Вес тела больше архимедовой силы. Тогда их равнодействующая  $F - P$  направлена вниз, и тело будет тонуть;
3. Вес тела меньше архимедовой силы. Тогда равнодействующая  $F - P$  будет направлена вверх. В этом случае погруженное в жидкость тело будет всплывать.

Для равновесия, плавающего в жидкости тела недостаточно условия  $F = P$ . Необходимо также, чтобы сумма моментов сил равнялась нулю, т.е. чтобы линии действия сил были направлены по одной прямой. В противном случае силы  $F$  и  $P$  образуют пару сил, под действием которых тело повернется в жидкости и придет в положение равновесия лишь тогда, когда точки приложения обеих сил будут расположены на одной вертикали.

Теория плавания тел изучается в специальном курсе теории корабля. В курсе гидравлики наибольший интерес представляет равновесие твердого тела, погруженного в жидкость частично. *Остойчивость* – это способность плавающего тела, выведенного из состояния равновесия, возвращается вновь в это состояние.

Различают два вида остойчивости корабля: поперечную и продольную – способность возвращаться в состояние равновесия, если нос судна находился выше кормы или наоборот.

Рассмотрим поперечную остойчивость, так как она наиболее важна для жизнеобеспечения корабля. Для этого введем новое понятие – водоизмещение корабля. *Водоизмещением* называют вес жидкости, взятой в объеме погруженной части корабля. Точка приложения равнодействующей силы давления жидкости на судно есть не что иное, как центр давления,

рассмотренный нами ранее. В данном случае он называется *центром водоизмещения* (точка  $d$ , рис.10).

При нормальном положении судна центр тяжести « $c$ » совпадает с центром водоизмещения « $d$ », эта точка лежит на вертикальной оси симметрии судна. Когда под действием внешних сил (например, шторма) судно отклоняется от вертикального положения на некоторый угол  $\alpha$ , часть  $LKM$  судна выходит на поверхность, а противоположная часть  $L'K'M$  погружается в жидкость. В этом случае положение центра тяжести  $c$  и водоизмещение останутся неизменными, однако положение центра водоизмещения  $d$  сместится и займет положение  $d'$ . Точка приложения подъемной (архимедовой) силы также сместится в точку  $d'$ , а сила останется направлена вертикально вверх.

Если продолжать линию подъемной силы до пересечения с осью симметрии судна, то получим точку  $m$ , которая называется *метацентром*. Расстояние между метацентром  $m$  и центром тяжести  $c$  называется *метацентрической высотой*  $h$ . Метацентрическая высота будет положительной, если метацентр лежит выше центра тяжести, и отрицательной, если метацентр окажется ниже центра тяжести судна.

От взаимного расположения метацентра и центра тяжести судна зависит его остойчивость. Возможны три основных случая равновесия судна:

1. Метацентр и центр тяжести совпадают. При этом  $h = 0$ , судно находится в безразличном равновесии.
2. Метацентр расположен ниже центра тяжести. В этом случае  $h < 0$ , и пара сил вызывает дальнейшее опрокидывание судна.
3. Метацентр находится выше центра тяжести. При этом  $h > 0$ . В этом случае пара сил поворачивает судно и возвращает его в первоначальное положение.

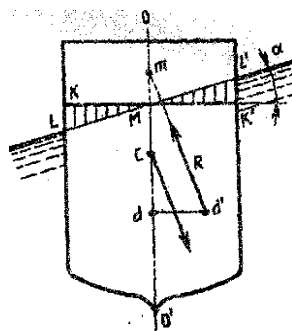


Рис. 10. Остойчивость корабля.

Следовательно, чем больше метацентрическая высота  $h$  и чем ниже расположен центр тяжести, тем больше остойчивость судна. Поэтому метацентрическая высота является мерой остойчивости корабля.

## 2.7. Примеры применения законов гидростатики в технике

Рассмотренные законы гидростатики лежат в основе принципа действия многих машин и механизмов. Эти машины имеют различное устройство и назначение, но в их работе используется один и тот же гидравлический принцип: давление и энергия передаются с помощью жидкости. Рассмотрим некоторые из них.

**Гидравлический пресс.** Гидравлический пресс находит широкое применение во многих отраслях народного хозяйства, где требуются большие сжимающие усилия: при обработке металлов давлением (штамповка, ковка, прессование), при брикетировании и прессовании сыпучих материалов и пластических масс, при проведении исследований образцов на сжатие и др.

Пресс состоит из двух цилиндров, соединенных между собой трубкой. В малом цилиндре имеется поршень, соединенный с рычагом или насосом, а в большом цилиндре движения поршня ограничено платформой прессы.



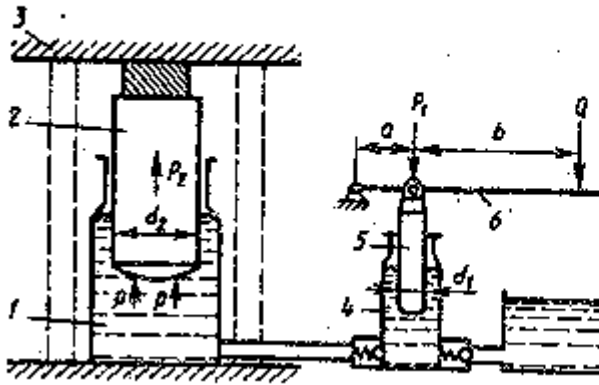


Рис.11. Схема гидравлического пресса.

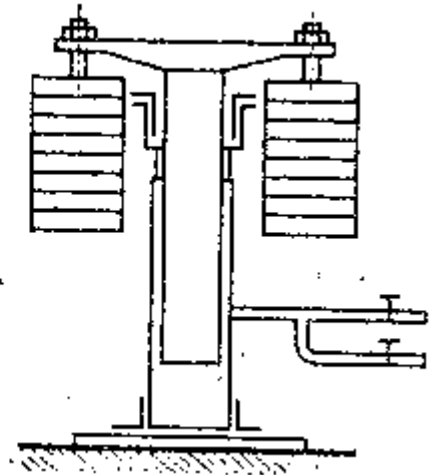


Рис. 12. Схема гидравлического аккумулятора.

Сила давления может достигать сколько угодно больших значений и зависит лишь от соотношения диаметров цилиндров.

**Гидравлический аккумулятор**, см. рис.12. Гидравлический аккумулятор предназначается для накопления в промежутках между рабочими ходами гидравлического пресса, что позволяет применять менее мощные насосы. Гидравлический аккумулятор состоит из цилиндра, внутри которого перемещается плунжер. Верхняя часть плунжера соединена с коромыслом, на которое можно подвешивать груз различной массы. В цилиндр аккумулятора поступает под давлением жидкость (масло), которая поднимает плунжер с грузом на определенную высоту. При достижении верхнего крайнего положения гидравлический насос автоматически отключается и находящаяся под давлением в аккумуляторе жидкость подводится по трубопроводу к гидравлической машине, например к насосу, нагнетающему жидкость в пресс. Этим обеспечивается работа пресса с постоянной нагрузкой.

### 3 . Основы гидродинамики

#### 3.1.Основные определения кинематики жидкости

Гидродинамика рассматривает законы движения несжимаемой жидкости. Основной задачей гидродинамики является определение характера

движения жидкости и параметров этого движения: скорости, давлений, касательных напряжений в любой точке пространства, силы воздействия движущейся жидкости на различные находящиеся в ней тела, а так же на преграды.

Скорость движения частицы жидкости, а также давление в ней на каждый момент времени определяются положением ее в потоке, т.е. координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и временем  $t$ .

Движение жидкости может быть установившим и не установившимся, равномерным и неравномерным, напорным и безнапорным.

*Установившееся движение* – это движение, при котором скорость потока и давление в любой его точке не изменяется во времени, а зависит только от положения в потоке.

*Неустановившимся движением* называют такое движение жидкости, при котором скорость и давление в каждой точке потока изменяются во времени.

*Равномерным движением* называется установившееся движение жидкости, при котором скорости частиц в сходственных точках двух смежных сечений потока жидкости равны между собой. Примером равномерного движения является движение жидкости в цилиндрической трубе или в канале постоянного сечения.

*Неравномерное движение* – это движение жидкости, при котором скорости частиц в соответствующих точках двух смежных сечений потока неодинаковы и меняются с изменением этих сечений. Пример: движение жидкости в трубе конического сечения.

*Напорное движение* – это движение жидкости в трубах, при котором поток не имеет свободной поверхности и полностью соприкасается с ограничивающими его твердыми стенками, а давление отличается от атмосферного. Пример: движение жидкости в водопроводных трубах.

*Безнапорное движение* – это движение жидкости, при котором поток имеет свободную поверхность, а давление на нее равно атмосферному.

Примером безнапорного движения жидкости является движение воды в реках, каналах, дренажных и канализационных трубах.

Для исследования характера движения жидкости в гидродинамике введено понятие линии тока. *Линией тока* называется линия, проведенная через ряд точек внутри потока жидкости таким образом, что векторы скорости частиц жидкости, находящихся в данный момент в этих точках, касательны к линии. При установившемся движении жидкости линия тока совпадает с траекторией движения частиц жидкости.

Если в движущейся жидкости взять бесконечно малый замкнутый контур и через все его точки провести линии тока, то образуется так называемая *трубка тока*. Считается, что жидкость не может ни вытекать из нее, ни поступать в нее. Масса жидкости, заключенная внутри трубки тока, называется *элементарной стружкой*. Поток жидкости состоит из совокупности элементарных струек, движущихся с разными скоростями.

При изучении движущейся жидкости вводится ряд понятий, гидравлические и геометрические элементы потока.

*Живым сечением* элементарной струйки или потока жидкости называется площадь сечения, проведенная нормально к направлению линии тока т.е. нормально к направлению векторов скорости элементарных струек. Живое сечение может ограничиваться твердыми стенками полностью (в трубах) или частично (в открытых руслах).

Длина части периметра живого сечения, по которой поток соприкасается с ограничивающими его стенками, называется *смоченным периметром*. При напорном движении смоченный периметр совпадает с геометрическим, при безнапорном – меньше геометрического, так как в последнем случае свободная поверхность потока жидкости будет соприкасаться не со стенками, а с воздухом.

Отношение площади живого сечения потока к смоченному периметру называется гидравлическим радиусом.

### 3.2. Уравнение неразрывности потока

Расходом жидкости называется количество жидкости, протекающей через живое сечение потока за единицу времени. Количество протекающей жидкости можно измерять в различных единицах: объемных, весовых и массовых. В гидравлике чаще всего приходится иметь дело с объемным расходом и его называют просто расходом.

*Средней скоростью* потока называется такая условная скорость, с которой все частички жидкости должны были бы проходить через живое сечение потока, чтобы обеспечить тот же расход, который имеет место при реальном распределении скоростей.

Расход представляет собой произведение средней скорости на живое сечение потока:

$$Q = vS.$$

Понятие расхода жидкости позволяет вывести уравнение неразрывности движения элементарной струйки и потока жидкости, имеющее важное значение при решении задач гидродинамики. Рассмотрим элементарную струйку переменного сечения при установившемся движении жидкости (рис. 13). Выберем два произвольных сечения  $I - I$  и  $II - II$  соответственно с площадями сечения  $dS_1$  и  $dS_2$  и скоростями  $u_1$  и  $u_2$ . Для каждого из этих сечений мы можем написать уравнение элементарного расхода жидкости:  $dq_1 = u_1 dS_1$ ;  $dq_2 = u_2 dS_2$ .

Основываясь на законе сохранения вещества и учитывая принятые ранее допущения о не сжимаемости жидкости, сплошности (неразрывности) ее потока, а также отсутствие каких-либо утечек через боковые поверхности, можно сделать выводы, что элементарные расходы в рассматриваемых сечениях должны быть равны между собой,

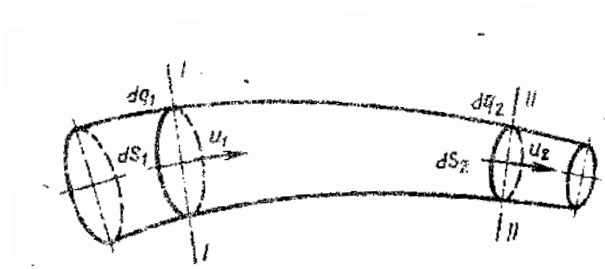


Рис. 13. К выводу уравнения неразрывности потока.

т.е.  $dq_1 = dq_2$  или  $u_1 dS_1 = u_2 dS_2$ .

Учитывая, что сечения были взяты нами произвольно, уравнение можно переписать в общем виде:

Которое называется уравнением неразрывности для элементарной струйки.

Переходя от элементарной струйки к потоку жидкости, путем аналогичных рассуждений получим уравнение неразрывности для потока:

$$Q = vS = const,$$

которое формулируется так: расход жидкости для любого сечения потока при установившемся движении есть величина постоянная.

Из уравнения неразрывности потока следует:

$$v_1 / v_2 = S_2 / S_1 .$$

Средние скорости в поперечных сечениях потока для неразрывного и несжимаемого движения жидкости обратно пропорциональны площадям этих сечений.

### 3.3. Уравнение Бернулли

Уравнение Бернулли является основным уравнением гидродинамики. Для его вывода рассмотрим установившееся, плавно изменяющееся движение идеальной жидкости.

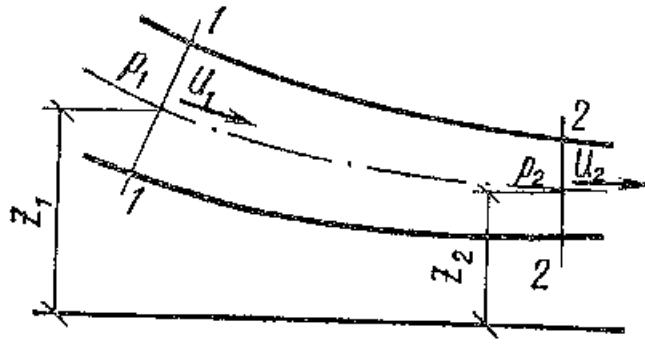


Рис.14. Схема движения струйки жидкости.

Выделим в потоке жидкости элементарную струйку и определим удельную энергию жидкости в двух произвольных сечениях: 1 и 2 см. рис.14.

Удельная энергия – это энергия, отнесенная к единице силы тяжести жидкости. Любая частица жидкости массой  $m$ , занимающая в элементарной струйке объем  $\Delta V$ , обладает запасом удельной энергии  $E$ , которая складывается из удельной потенциальной энергии  $E_{\text{п}}$  и удельной кинетической энергии  $E_{\text{к}}$ , т.е.

$$E = E_{\text{п}} + E_{\text{к}},$$

Запас удельной потенциальной энергии частиц жидкости состоит из удельных потенциальных энергий положения  $E_{\text{п}}$  и удельной кинетической энергии  $E_{\text{д}}$ . Учитывая основное уравнение гидростатики

$$E_{\text{п}} = z + p/\gamma,$$

где  $z$  – удельная потенциальная энергия положения;  $p/\gamma$  – удельная потенциальная энергия давления.

Частица жидкости массой  $m$ , движущая со скоростью  $v$  обладает кинетической энергией  $mv^2/2$  при этом удельная кинетическая энергия будет равна

$$E_k = \frac{mv^2}{2mg} = \frac{v^2}{2g},$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Таким образом, полная удельная энергия частицы жидкости

$$E = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}.$$

Пусть в сечении  $1-1$  элементарной струйки скорость движения жидкости  $v_1$ , давление  $p_1$ , а высота расположения центра тяжести, отсчитанная от произвольно горизонтальной плоскости сравнения  $z_1$ . В сечении  $2-2$  соответственно пусть будут  $v_2, p_2, z_2$ . Тогда полная удельная энергия элементарной струйки в сечениях  $1-1$  и  $2-2$  равна

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}; \\ E_2 &= z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}. \end{aligned} \right\}$$

При движении идеальной жидкости не возникает сил сопротивления, поэтому на основе закона сохранения энергии можно написать, что  $E_1 = E_2$  или

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Но так как сечение  $1-1$  и  $2-2$  были взяты произвольно, вдоль всей длины элементарной струйки идеальной жидкости

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{const.}$$

Это и есть *уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости*. Оно показывает, что для элементарной струйки идеальной жидкости полная удельная энергия, т.е. сумма удельной энергии положения, удельной энергии давления и кинетической удельной энергии, есть величина постоянная во всех сечениях.

Члены уравнения Бернулли измеряются в единицах длины и носят следующие названия:

$z$  - геометрическая высота, или геометрический напор;  $\frac{p}{\gamma}$  - пьезометрическая высота,  $\frac{v^2}{2g}$  – скоростная высота или скоростной напор.

Трехчлен вида

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = H$$

называется полным напором.

Геометрический смысл уравнения Бернулли может быть пояснен на следующем примере. Рассмотрим элементарную струйку жидкости, поперечное сечение которой меняется вдоль ее длины (рис.15). Выберем три сечения струйки:

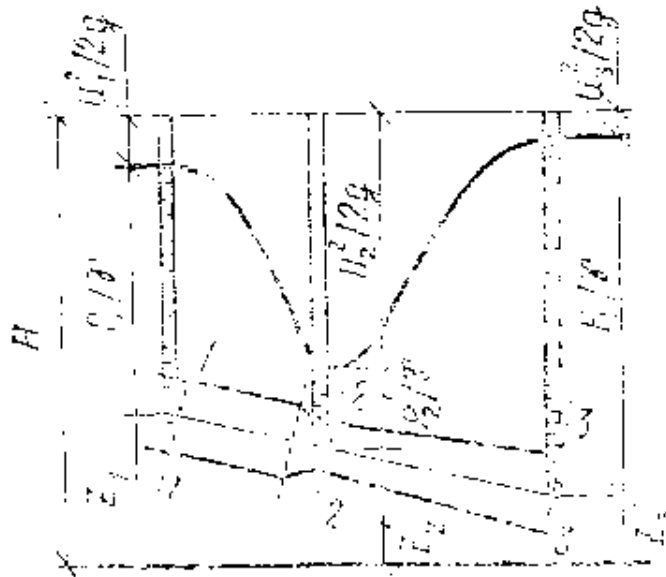


Рис.15. Изменение геометрической, пьезометрической и скоростной высоты вдоль струйки идеальной жидкости.

1-1, 2-2, 3-3. Согласно уравнению Бернулли, для каждого сечения элементарной струйки величина полного напора  $H$  может быть представлена совокупностью отрезков  $z$ ,  $p/\gamma$ ,  $v^2/2g$ . Соединив между собой концы отрезков  $H$ , получим горизонтальную линию, которая называется *линией полного*



*напора.* Линия изменения пьезометрических высот называется *пьезометрической линией.*

Итак, с геометрической точки зрения уравнение Бернулли показывает, что для идеальной движущейся жидкости сумма трех высот – геометрической, пьезометрической и скоростной – есть величина постоянная вдоль струйки, т.е. линия полного напора является линией, параллельной плоскости отсчета.

Учитывая, что с энергетической точки зрения:

$z$  - удельная энергия положения;

$\frac{p}{\gamma}$  – удельная энергия давления;

$z + \frac{p}{\gamma}$  – удельная потенциальная энергия;

$\frac{v^2}{2g}$  – удельная кинетическая энергия,

можно видеть, что пьезометрическая линия отделяет область изменения потенциальной энергии от области изменения кинетической энергии.

Энергетический смысл уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости заключается в постоянстве вдоль струйки полной удельной энергии жидкости. Таким образом, уравнение Бернулли представляет собой закон сохранения механической энергии при движении идеальной жидкости.

Уравнение Бернулли часто пишут и в другом виде. Умножив все члены уравнения на удельный вес жидкости  $\gamma$ , получим

$$\gamma z + p + \rho v^2 / 2 = const.$$

Теперь члены уравнения Бернулли измеряются в единицах давления, и называется так  $\gamma z$  – весовое давление,  $p$  – гидростатическое давление или просто давление,  $\rho v^2 / 2$  – динамическое давление.

Если вместо идеальной жидкости рассматривать жидкость реальную, то по длине струйки полная удельная энергия будет убывать, так как часть энергии будет затрачиваться на преодоление сопротивлений движению,

обусловленных внутренним трением вязкой жидкости. В связи с этим для струйки реальной жидкости полная удельная энергия в сечении 1-1 будет всегда больше, чем полная удельная энергия в следующем за ним на некотором расстоянии сечении 2-2, на величину указанных потерь энергии. Обозначим эти потери  $h_w$ . Тогда в соответствии с законом сохранения энергии можно написать, что  $E_1 = E_2 + h_w$ , и уравнение Бернулли получает вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_w.$$

Величина  $h_w$  также измеряется в единицах длины и называется потерянными напором.

При переходе от элементарной струйки к потоку реальной жидкости необходимо учесть неравномерность распределения скоростей по сечению, а также потери энергии. То и другое явление следствием вязкости жидкости. Потери энергии, как и для струйки реальной жидкости, учитываются величиной  $h_w$ , а неравномерность распределения скоростей по сечению – введением в рассмотрение средней удельной энергии потока в этом сечении  $E_{ср}$ .

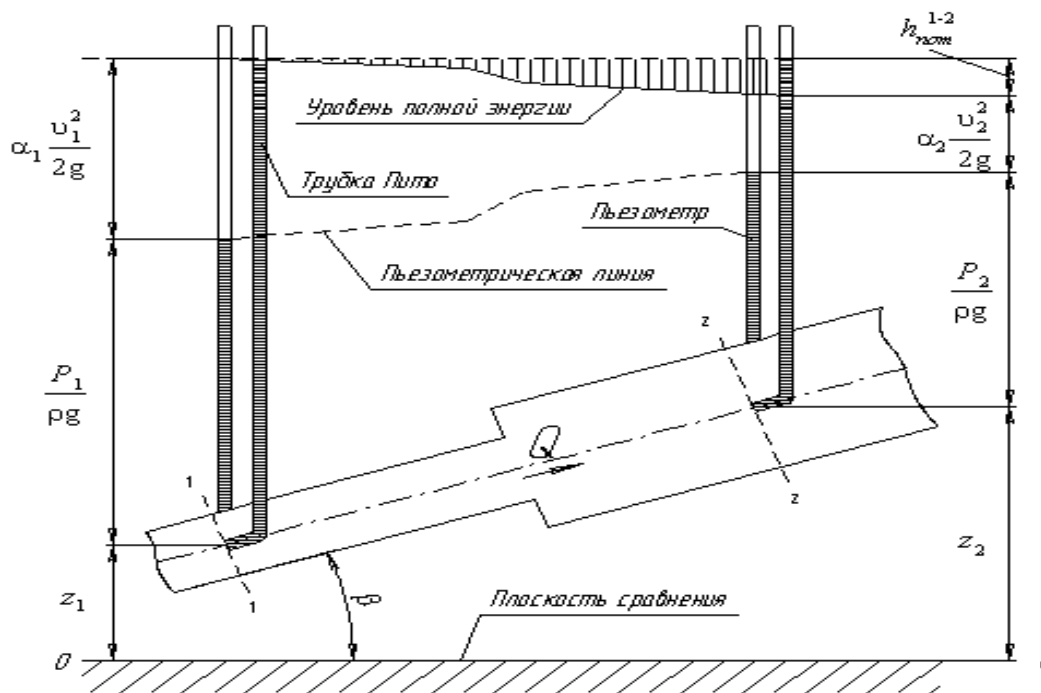


Рис. 16. Схема к выводу уравнения Бернулли для потока реальной жидкости.

Выбрав произвольно два сечения потока: 1-1 и 2-2 (рис.16) и рассматривая в этих сечениях среднюю удельную энергию потока, в соответствии с законом сохранения энергии можно написать

$$E_{1cp} = E_{2cp} + h_w.$$

Полная средняя удельная энергия потока, как и для элементарной струйки, из средней удельной потенциальной энергии  $E_{n.cp}$  и средней удельной кинетической энергии потока  $E_{к.ср}$ , т.е.

$$E_{ср} = E_{n.ср} + E_{к.ср}.$$

При установившемся движении жидкости гидростатический напор в пределах сечения это величина одинаковая для всех точек данного сечения, т.е. в пределах рассматриваемых поперечных сечений потока справедливо основное уравнение гидростатики

$$z + p/\gamma = const.$$

Следовательно, при таком движении жидкости удельная потенциальная энергия во всех точках живого сечения одинакова, а поэтому

$$E_{n.ср} = z + p/\gamma.$$

Что касается кинетической энергии, то вследствие различных значений кинетической энергии отдельных струек в потоке можно при вычислении  $E_{к.ср}$  в качестве расчетной брать среднюю скорость потока, а ошибку, которая при этом возникает, скорректировать коэффициентом  $a$ . Тогда средняя удельная кинетическая энергия потока в данном сечении может быть записана в виде

$$E_{к.ср} = av^2 / 2g.$$

Здесь  $a$  – коэффициент кинетической энергии потока (или коэффициент Кориолиса), учитывающий неравномерность распределения скоростей по сечению потока. Он представляет собой отношение действительной кинетической энергии потока и кинетической энергии, вычисленной по средней скорости. Этот коэффициент зависит от степени неравномерности распределения скоростей в поперечном сечении потока и при равномерном распределении скоростей равен единице. При равномерном движении

жидкости в трубах и каналах  $a = 1,05 \dots 1,1$ , поэтому при расчете трубопроводов часто принимается  $a=1$ .

Складывая среднее значение удельной потенциальной и удельной кинетической энергии потока, получим

$$E_{n.cр} = z + p/\gamma + av^2 / 2g,$$

а уравнение Бернулли для потока реальной жидкости окончательно запишется в виде

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{a_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{a_2 v_2^2}{2g} + h_w$$

Члены этого уравнения имеют тот же геометрический и энергетический смысл, что и члены уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. Потерянный напор  $h_w$  постоянно возрастает вдоль потока реальной жидкости. Эта энергия, теряемая жидкостью, не исчезает бесследно, а лишь превращается в другую форму – тепловую.

Уменьшение полной удельной энергии жидкости вдоль потока, приходящееся на единицу его длины, называется *гидравлическим уклоном*  $i$ , т.е.

$$i_{1-2} = \frac{h_w}{l} = \frac{\left( z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{a_1 v_1^2}{2g} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{a_2 v_2^2}{2g} \right)}{l}.$$

Изменение потенциальной энергии жидкости, относительно единице длины, называется *пьезометрическим уклоном*:

$$i_n = \frac{\left( z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right)}{l_{1-2}}.$$

Пьезометрический уклон может быть положительным и отрицательным, а гидравлический уклон всегда положительный, так как напорная линия постоянно понижается.

### 3.4. Примеры использования уравнения Бернулли в технике

Уравнение Бернулли находит широкое применение в технике. Работа ряда устройств и приборов основана на использовании этого важнейшего закона гидравлики. Рассмотрим некоторые из них.

**Карбюратор.** Устройство предназначено для образования рабочей смеси топлива в поршневых двигателях внутреннего сгорания, т.е. для подсоса бензина и смешания его с воздухом. Схема простейшего карбюратора показана на рисунке 17. Он состоит из поплавковой камеры 1, жиклера 2 и всасывающего патрубка 3 с диффузором 4. Поток воздуха засасывается двигателем через патрубок, во время прохождения через суживающуюся часть (диффузор) скорость потока увеличивается. С возрастанием скорости воздуха и кинетической энергии потока  $v^2 / (2g)$  согласно закону Бернулли уменьшается потенциальная энергия  $p/\gamma$ , а следовательно, и давление  $p$ , так как

$$z + p/\gamma + v^2 / (2g) = const.$$

Понижение давления в области диффузора способствует подсосыванию бензина из поплавковой камеры через жиклер и его распылению. Воздушный поток захватывает пары бензина и, образуя смесь, подает ее в камеру сгорания двигателя.

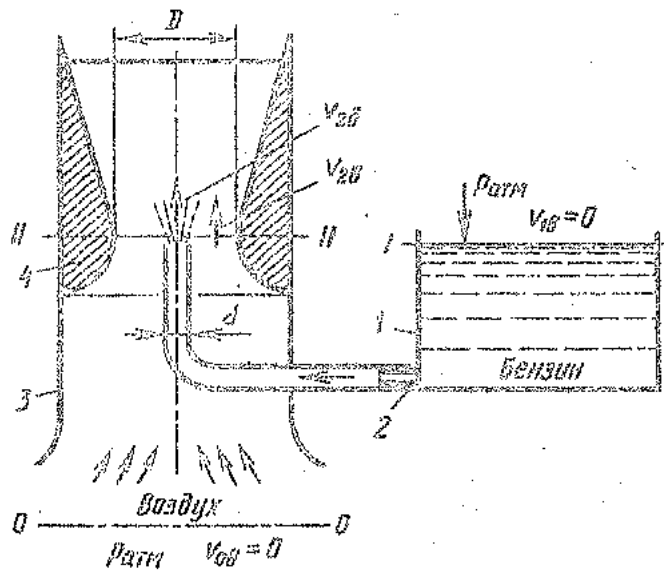


Рис. 17. Схема простейшего карбюратора.

**Струйный насос.** Это устройство находит широкое применение в технике. Иногда его называют эжектором. Струйный насос, применяемый в быту, известен как *пульверизатор*. На рисунке 18 представлена схема струйного насоса. Он состоит из двух насадков: сходящего 1, в котором происходит сжатие рабочего потока  $Q_1$  воздуха или жидкости и увеличение его скорости, и постепенно расширяемого насадка 2, находящихся в камере 3. Вследствие увеличения скорости потока давление в струе и во всей камере согласно закону Бернулли уменьшается. В связи с этим атмосферное давление  $p_{атм}$ , которое постоянно воздействует на свободную поверхность жидкости, поднимает ее (поток  $Q_2$ ) по патрубку 4 в камеру 3, где она подхватывается рабочим потоком жидкости (воздуха) и направляется в расширяющийся насадок. Здесь скорость постепенно снижается, а давление возрастает до атмосферного. Струйные насосы применяются в жидкостных реактивных двигателях.

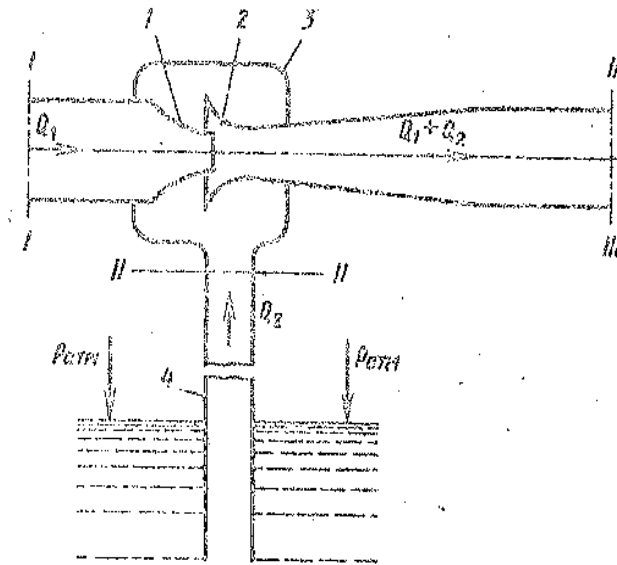


Рис.18. Схема струйного насоса.

### 3.5. Режимы движения жидкости

#### 3.5.1. Число Рейнольдса

Опыты показывают, что возможны два режима или два вида движения жидкостей и газов: *ламинарный и турбулентный*.

Ламинарное (параллельно струйное) движение характеризуется интенсивным перемещением отдельных частиц без перемешивания. Если в прямой трубе постоянного сечения протекает жидкость при ламинарном режиме движения, то все линии тока направлены параллельно оси трубы, а поперечные перемещения жидкости в процессе ее течения отсутствуют. Пьезометр, присоединенный к трубе с установившемся ламинарным движением, показывает неизменность давления и скорости во времени, отсутствие пульсаций.

Турбулентное движение характеризуется интенсивным перемешиванием частиц жидкости и пульсациями скоростей и давлений.

Предположение о существовании двух режимов движения было подтверждено экспериментально английским ученым Рейнольдсом.

Смена режимов движения конкретной жидкости в трубе происходит при определенной скорости потока, которую называют критической скоростью  $v_{кр}$ .

На основании своих опытов Рейнольдс установил, что значение критической скорости прямо пропорционально кинематической вязкости жидкости  $\nu$  и обратно пропорционально диаметру трубы  $d$ , т.е.

$$v_{кр} = k \nu / d,$$

Причем безразмерный коэффициент пропорциональности  $k$  имеет универсальное значение, т.е. одинаков для всех жидкостей и газов, а также для любых диаметров труб. Это безразмерное число называется *критическим числом Рейнольдса* и обозначается

$$Re_{кр} = v_{кр} d / \nu,$$

При практических расчетах для круглых труб постоянного диаметра принимается  $Re_{кр} = 2300$ .

Безразмерный комплекс, представляющий собой произведение фактической скорости движения жидкости на диаметр трубы, деленное на кинематическую вязкость жидкости, является очень удобным параметром для характеристики режимов движения жидкости. Это комплекс называется *критерием* или *числом Рейнольдса*, и обозначается

$$Re = vd / \nu,$$

Таким образом, при  $Re < Re_{кр}$  движение жидкости происходит при ламинарном режиме, а при  $Re > Re_{кр}$  - при турбулентном режиме.

Для трубопроводов и каналов некруглого сечения число Рейнольдса определяется по отношению к гидравлическому радиусу по формуле:

$$Re = vR / \nu.$$

Учитывая, что  $R = d/4$ , для критического числа Рейнольдса, выраженного через гидравлический радиус, можно получить

$$Re_{кр} = 2300/4 = 575.$$

Таким образом, если  $Re = vR / \nu < 575$  – режим ламинарный, если  $Re = vR / \nu > 575$  – режим турбулентный.

В трубопроводах систем отопления, вентиляции, газоснабжения, водоснабжения движение, как правило, является турбулентным, так как движущаяся среда (вода, воздух, газ, пар) имеет малую вязкость. Ламинарный режим встречается значительно реже. Он наблюдается, например, при движении в трубах очень вязких жидкостей (масло, нефть, глицерин), при движении жидкостей в очень узких трубах (капиллярных) трубках, в водоносных пластах.

Как показывают теоретические и экспериментальные исследования, график распределения скоростей по поперечному сечению трубы представляет собой параболоид вращения, а сечение параболоида осевой плоскостью – квадратичную параболу.



### 3.5.2. Потери напора

При ламинарном движении в круглой трубе потери напора по длине пропорциональны средней скорости и не зависят от состояния стенок трубопровода:

$$h_l = \frac{64}{\text{Re}} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Полученная зависимость хорошо подтверждается опытами для участков трубы с ламинарным режимом, когда осуществляется равномерное движение жидкости. На практике же приходится встречаться со случаями неравномерного движения, например на начальных участках трубопроводов. Минимально возможная длина начального участка равна 6 диаметрам трубопровода.

Сопротивление на начальном участке трубы больше чем на основном участке, поэтому потери напора определяются с поправочным коэффициентом  $K$ :

$$h_l = K \frac{64}{\text{Re}} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Значение коэффициента  $K$  зависит от условий входа в трубу, числа Рейнольдса и могут быть найдены по гидравлическим справочникам. Механизм турбулентного потока очень сложен и изучен еще не полностью.

По схеме, созданной немецким ученым Прандтлем, при турбулентном режиме большая часть потока в трубе занята турбулентным ядром, а у стенок трубы образуется очень тонкий так называемый пограничный слой с ламинарным подслоем. В пределах этого ламинарного подслоя скорость резко нарастает от нуля на стенке трубы до некоторой конечной величины на его границе.

Вследствие наличия на стенке трубы выступов шероховатости в пограничном слое происходит возникновение вихреобразований, проникающих затем в ядро течения и постепенно там затухающих.

Частицы жидкости, движущиеся в ядре течения в осевом направлении, одновременно под действием пульсации совершают перемещение и в поперечном направлении, вследствие чего происходит перемешивание жидкости и выравнивание осредненных скоростей в ядре потока.

Основной расчетной формулой при определении потерь напора по длине трубопровода является формула Дарси – Вейсбаха, которая применима как при ламинарном, так и при турбулентном режиме:

$$h_e = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Основное различие при расчете потерь давления заключается в определении значения коэффициента гидравлического трения  $\lambda$ .

Опыты показывают, что если для ламинарного режима коэффициент  $\lambda$  вполне определяется числом  $Re$ , то для турбулентного  $\lambda$  зависит еще и от шероховатости внутренней поверхности трубы.

Известно, что поверхность твердых стенок, ограничивающих поток жидкости, обладает той или иной шероховатостью. Шероховатость характеризуется величиной и формой различных, порой самых незначительных по размерам, выступов и неровностей, имеющих на поверхности стенок, и зависит от материала стенок и чистоты обработки их поверхности.

В качестве основной характеристики шероховатости служит так называемая *абсолютная шероховатость*  $k$ , представляющая собой средний размер выступов и неровностей.

Если размер выступов шероховатости будет меньше толщины ламинарного подслоя, т.е.  $k < \delta_{\text{л}}$  неровности поверхности стенки будут полностью погружены в него, и шероховатость поверхности стенки не будет оказывать никакого влияния на коэффициент гидравлического трения  $\lambda$ . Ядро потока будет соприкасаться не с выступами шероховатости, а с ламинарным подслоем жидкости, скользя по его поверхности как по гладкой трубе. В этом случае труба называется *гидравлически гладкой*, и

коэффициент гидравлического трения  $\lambda$  будет зависеть только от числа Рейнольдса.

Существует ряд эмпирических и полуэмпирических формул для определения коэффициента  $\lambda$  гидравлически гладких труб. Одной из наиболее удобных является формула Блазиуса:

$$\lambda = 0,3164 / \sqrt[4]{Re}.$$

Если же размер выступов таков, что превышают толщину ламинарного подслоя, т.е.  $k > \delta_{л}$ , то неровности поверхностей стенок будут выступать в турбулентное ядро потока, увеличивать беспорядочность движения существенным образом влиять на потери энергии. Такие трубы называют *гидравлически шероховатыми*.

Для гидравлически шероховатых труб коэффициент  $\lambda$  зависит как от числа  $Re$ , так и от шероховатости внутренней поверхности трубы. При этом важен не абсолютный размер  $k$  выступов шероховатости, а отношение этого размера к радиусу или диаметру трубы, т.е. так называемая *относительная шероховатость*  $k / r_0$  или  $k / d$ . В условиях турбулентного режима можно выделить три области гидравлического сопротивления:

- 1) Область гидравлически гладких труб  $\lambda = f(Re)$ .
- 2) До квадратичная область, где  $\lambda = (Re; k / r_0)$ .
- 3) Квадратичная или автомодельная область, где  $\lambda = f(k / r_0)$ .

В этой области потери напора по длине пропорциональны квадрату скорости.

Трубы, применяемые на практике, имеют шероховатость неоднородную и неравномерную, поэтому для характеристики шероховатости, поверхности промышленных труб при гидравлических расчетах обычно используют понятие так называемой *эквивалентной шероховатости*  $k_s$ . Эта шероховатость представляет собой выступы равномерно распределенной зернистой абсолютной шероховатости такого размера, который дает при подсчетах одинаковые с действительной шероховатостью потери напора.

Значение эквивалентной шероховатости определяются на основании гидравлических испытаний трубопроводов (табл.1).

*Таблица 1 Рекомендуемые значения эквивалентной шероховатости  $k_s$  для труб*

Материал и вид труб	Состояние труб	$k_s$ , мм
Из стекла и цветных металлов тянутые	Новые, технические гладкие	0 – 0,002
Стальные бесшовные	Новые и чистые, тщательно уложенные После нескольких лет эксплуатации	0,01 – 0,02 0,15 – 0,3
Стальные сварные	Новые и чистые Умеренно заржавевшие Старые заржавевшие	0,03 – 0,1 0,3 – 0,7 0,8 – 1,5
Оцинкованные стальные	Новые и чистые После нескольких лет эксплуатации	0,1 – 0,2 0,4 – 0,7
Чугунные	Новые асфальтированные Новые без покрытия Бывшие в употреблении Очень старые	0 – 0,16 0,2 – 0,5 0,5 – 1,5 До 3
Асбестоцементные	Новые	0,05 – 0,1

Наиболее широкое применение для расчетов трубопроводов различного назначения с естественной шероховатостью получила универсальная формула А.Д. Альштуля:

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_s}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}.$$

При малых числах Рейнольдса ( $Re < 10 d / k_s$ ) эта формула переходит в приведенную выше формулу Блазнуса для гидравлически гладких труб, а при больших ( $Re > 500 d / k_s$ ) обращается в формулу Шифринсона для шероховатых труб, т.е. для квадратичного закона сопротивления:

$$\lambda = 0,11(k_s / d)^{0,25}.$$

Формула Альштуля имеет научно обоснованную структуру и удобна для расчетов, поэтому она рекомендуется к широкому применению в теплоснабжении и вентиляции для всех областей гидравлических сопротивлений турбулентного режима.

*Местные потери напора* обусловлены местным изменением формы и размером живого сечения потока, т.е. деформацией потока при протекании через местные сопротивления. Примерами местных сопротивлений могут служить задвижки, диафрагмы, повороты, вентили и другие устройства, устанавливаемые на трубопроводе.

Местные потери напора не зависят от длины потока и поэтому определяются по формуле следующим образом:

$$h_m = \xi \frac{v^2}{2g},$$

где  $\xi$  - коэффициент местного сопротивления.

Эта формула называется *формулой Вейсбаха*.

Общие потери напора равны сумме потерь напора по длине и местных

$$h_w = h_l + h_m.$$

Если на данном трубопроводе установлено несколько местных сопротивлений, то общие потери напора запишутся в виде

$$h_w = h_l + \sum h_m,$$

или

$$h_w = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \xi \frac{v^2}{2g}.$$

Нахождение коэффициентов  $\lambda$  и  $\xi$  является одной из задач гидравлики.

### 3.5.3. Понятие гидродинамического подобия и моделирования

Сложность расчета гидравлических процессов потребовали разработки лабораторных моделей сооружений и оборудования для их экспериментального изучения.

Чтобы результаты исследований моделей можно было применить на натуральные объекты необходимо знать несколько важных положений теории подобия:

1. Существуют критерии подобия, один из них число Рейнольдса;
2. Гидравлические явления подобны, если равны критерии подобия.

Гидравлическое подобие включает в себя геометрическое, кинематическое и динамическое подобие.

Для геометрического подобия необходимо чтобы отношение любых линейных размеров, рассматриваемых потоков должны быть равны между собой.

Для кинематического подобия необходимо, чтобы потоки натурального объекта и модели были подобны геометрически и время перемещения соответствующих точек должно иметь постоянное соотношение. Условием динамического подобия, является подобие сил, действующих в соответствующих точках сравниваемых потоков, для которых уже соблюдены условия геометрического и кинетического подобия.

Для систем, где определяющей силой является сила внутреннего трения (вязкие жидкости) критерием подобия служит число Рейнольдса. При моделировании гидравлических объектов находят также применение критерий Ньютона ( $Ne$ ), критерий Фруда ( $Fr$ ) и критерий Вебера ( $We$ ).

При проектировании новых плотин, гидроэлектростанций и разработке насосов строят модели в определенном масштабе. В процессе испытаний исследуют эксплуатационные характеристики и дорабатывают конструктивные элементы. Добившись параметров, соответствующих

техническому заданию и используя принципы подобия, создают новые объекты и машины натуральных размеров.

### 3.6. Истечение жидкости через отверстия и насадки

#### 3.6.1. Виды истечения жидкости через отверстия

Истечение жидкости из баков, котлов и других резервуаров через отверстия и насадки – процесс, характерный для многих технических устройств. Например, течения бензина через жиклеры различных топливных систем двигателей внутреннего сгорания – это также истечение жидкости через отверстия и насадки.

Работа гидравлических амортизаторов, широко используемых в различных конструкциях автомобилей, производится в результате истечения жидкости через малые отверстия.

Задача об истечении жидкости сводится главным образом к определению скорости истечения и расхода жидкости. Напор или разность уровней могут в процессе истечения оставаться постоянными, а могут изменяться, что будет влиять на параметры истечения.

Различают отверстия малые и большие, а также отверстия в тонкой и толстой стенке. Отверстие называют малым, если его диаметр  $d$  (для круглых отверстий) или высота  $a$  (для прямоугольных) весьма малы по сравнению со значением напора  $H$  т.е.

$d \leq 0,1 H$ . Отверстие считают *большим* если  $d \geq 0,1 H$ .

Под *тонкой стенкой* подразумевают стенку такой толщины, которая не оказывает влияния на характер истечения. Опытами установлено, что толщина такой стенки  $\delta$  не должна превышать  $(1,5 - 3) d$  – диаметра отверстий. В этом случае вытекающая из отверстия струя не касается стенки в пределах ее толщины, а острые края стенки не оказывают влияния на форму струи и ее гидравлические характеристики.

При увеличении толщины стенки больше  $3d$  ( $\delta > 3d$ ) характер истечения меняется, и такое отверстие начинает работать как *насадок*, где стенки

оказывают направляющее влияние на струю. Таким образом, насадком называется короткая труба (патрубок), присоединенная к отверстию для изменения характеристик истечения. Наиболее распространенными типами насадков являются цилиндрические, конические и коноидальные насадки криволинейного очертания, повторяющие форму сжатой струи.

В процессе истечения жидкости из отверстий и насадков на расстоянии  $l \cong (0,5-1) d$  от плоскости отверстия образуется так называемое *сжатое сечение струи*. Это объясняется тем, что струйки жидкости внутри сосуда подходят к отверстию по плавным криволинейным траекториям и согласно первому закону механики стремятся сохранить свои траектории в дальнейшем. В результате частицы жидкости сталкиваются, давят друг на друга, вызывая сжатые струи. Сжатие характеризуется коэффициентом  $\varepsilon$ , который представляет собой отношение площади сжатого сечения струи  $S_c$  к площади сечения отверстия  $S_o$

$$\varepsilon = S_c / S_o$$

Рассмотрим общий случай, когда жидкость находится в резервуаре, на свободную поверхность которой действует внешнее давление  $p_{\text{атм}}$ . В стенке резервуара имеется малое отверстие круглой формы, расположенное на достаточно большой глубине  $H$  от свободной поверхности и на достаточном удалении от других стенок и дна. Теоритическая скорость истечения:

$$v_T = \sqrt{2gH}.$$

Данное уравнение носит название формулы Торричелли. Отметим, что эта формула тождественна с известной из теоритической механики и физики формулой для определения скорости свободного падения твердого тела при начальной скорости, равной нулю, с высоты, соответствующей высоте напора жидкости.

Коэффициент скорости есть отношение действительной скорости истечения к теоритической:

$$\varphi = v / v_T.$$



Расходом жидкости при истечении из отверстия:

$$Q = vS_c = vS_0\varepsilon = \varepsilon S_0\varphi\sqrt{2gH}.$$

Произведение коэффициентов сжатия  $\varepsilon$  и скорости  $\varphi$  представляет собой коэффициент расхода, обозначаемый  $\mu$ :

$$\mu = \varepsilon\varphi$$

Следовательно, формула расхода может быть представлена как

$$Q = \mu S_0\sqrt{2gH}$$

Отсюда коэффициент расхода можно представить как отношение действительного расхода  $Q$  к теоритическому  $Q_1$ :

$$\mu = \frac{Q}{S_0\sqrt{2gH}} = \frac{Q}{Q_1}$$

Коэффициенты истечения  $\varepsilon$ ,  $\varphi$  и  $\mu$  для малого отверстия в тонкой стенке зависят от значения числа Рейнольдса  $Re$ , которое можно определить по теоретической скорости истечения:

$$Re = \frac{v_T d}{\nu} = \frac{d\sqrt{2gH}}{\nu}$$

При больших числах Рейнольдса, т.е. при значениях  $Re > 10^4$ , коэффициенты истечения для малого отверстия можно принять:

$$\varepsilon = 0,62 - 0,64; \varphi = 0,97; \mu = 0,60 - 0,62; \xi = 0,06.$$

В инженерной практике часто приходится сталкиваться с истечением жидкости не в атмосферу, а в пространство, заполненное этой же жидкостью, уровень которой расположен выше отверстия. Истечение такого характера называется *истечением под уровень* или *истечением через заполненное отверстие*. Такие случаи имеют место при выпуске воды через щитовые окна шлюзов или через затворы плотины.

Рассмотрим истечение из малого затопленного отверстия под уровень жидкости при постоянном напоре. Уровни в резервуарах с обеих сторон стенки постоянны, а давление на свободные поверхности равно атмосферному. Значение скорости истечения под уровень будет равно:

$$v = \frac{1}{\sqrt{a + \xi}} \sqrt{2gz}$$

или

$$v = \varphi \sqrt{2gz}.$$

Как и при истечении жидкости в атмосферу, расход можно выразить через площадь струи  $S_c = S_{o\varepsilon}$  и скорость  $v$ :

$$Q = \varepsilon S_0 \varphi \sqrt{2gz} = \mu S_0 \sqrt{2gz}.$$

Формулы для определения скорости и расхода при истечении жидкости через затопленное отверстие аналогичны формулам, полученным для случая истечения жидкости в атмосферу. Отличие состоит в том, что вместо напора  $H$  учитывается разность уровней  $z$ .

### 3.6.2. Истечение жидкости через насадки

Рассмотрим истечение жидкости через цилиндрический внешний насадок (рис. 19 а, б). Как и в случае истечения из отверстия, струя на выходе из сосуда и на входе в насадок подвергается сжатию, а затем постепенно расширяется и заполняет все сечения. Из насадка струя вытекает, имея полную площадь сечения; поэтому коэффициент сжатия на выходе  $\varepsilon = 1$ , а коэффициент расхода  $\mu = \varphi$ .

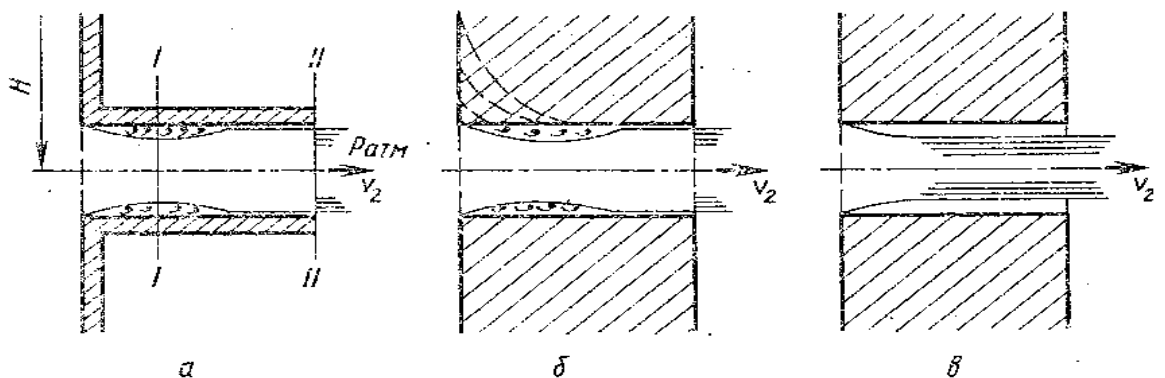


Рис. 19 Истечение жидкости через цилиндрический внешний насадок (а), через толстую стенку как цилиндрический насадок (б) и отрыв струи в цилиндрическом насадке(а).

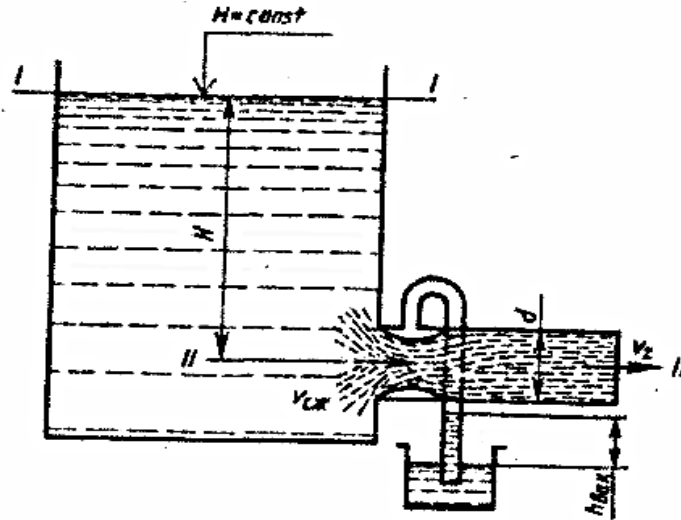


Рис. 20 Образование вакуума в цилиндрической насадке.

Процессы сжатия струи в насадке и при истечении из отверстия отличаются друг от друга. Струя в насадке ограничена твердыми стенками, поэтому вокруг сжатой струи образуется зона «отжима» или кольцевое «мертвое» пространство. Это пространство периодически заполняется жидкостью, находящейся в вихреобразном, круговоротном движении, и периодически жидкость из этой зоны уносится основным потоком. Вследствие этого давление в «мертвом пространстве» становится меньше атмосферного и там создается вакуум, способствующий выделению из жидкости пузырьков воздуха (явление кавитации). Воздух затем захватывается протекающей по насадку жидкостью и уносится потоком.

Наличие вакуума объясняет увеличение расхода при истечении из насадка по сравнению с истечением из отверстия в тонкой стенке. Благодаря вакууму насадок работает как своеобразный насос, подсасывая дополнительное количество жидкости.

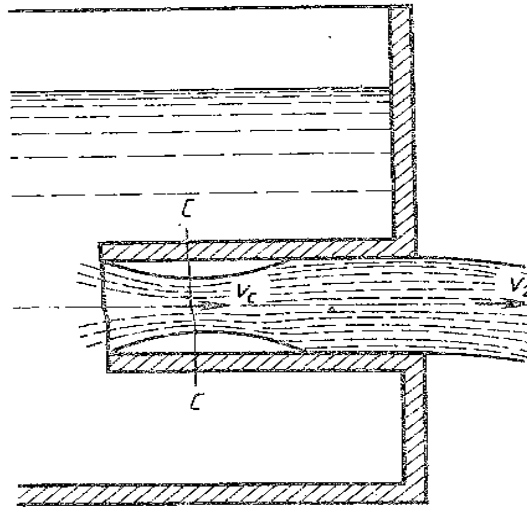
Скорость истечения:

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_n}} \sqrt{2gH} = \varphi_n \sqrt{2gH}$$

Расход жидкости для насадки:  $Q = S_0 v_2 = S_0 \varphi_0 \sqrt{2gH}$ , но так как  $\mu_n = \varphi_n$ , расход можно так же выразить формулой

$$Q = \mu_n S_0 \sqrt{2gH}.$$

Коэффициент расхода для цилиндрического насадка больше, чем коэффициент расхода для малого отверстия на 32%. Коэффициент скорости для цилиндрического насадка, наоборот оказывается меньше коэффициента скорости для малого отверстия на 15%.



Мал. 21. Цилиндрический внутренний насадок.

Таким образом, внешний цилиндрический насадок увеличивает расход жидкости и вместе с тем существенно снижает скорость ее истечения по сравнению с малым отверстием.

**Цилиндрический внутренний насадок.** Через насадок этого типа жидкость истекает также как через внешний (рис. 21). Однако, не смотря на то, что коэффициент сжатия в этом случае тоже равен единице ( $\varepsilon = 1$ ), коэффициент скорости и расхода для заполненного внутреннего насадка меньше, чем для внешнего:

$$\mu = \varphi = 0,71.$$

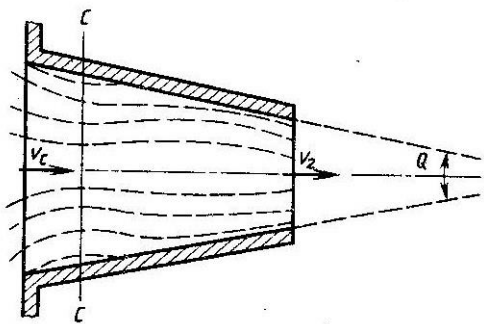
Это показывает что гидравлическое сопротивление цилиндрического внутреннего насадка больше, чем внешнего. Кроме того, в «мертвой» зоне

внутреннего насадка степень вакуума меньше, а, следовательно, меньше и расход жидкости. Поэтому внешние насадки, как правило, находят более широкое применение, чем внутренние.

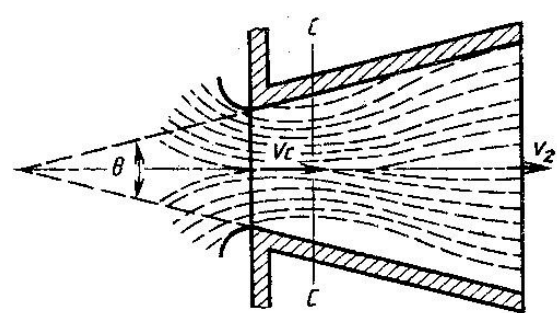
**Конический расходящийся насадок.** Этот насадок представляет собой усеченный конус, меньшее основание которого присоединено к отверстию в стенке сосуда. Скорость  $v_c$  струи на входе в сжатом сечении больше скорости  $v^2$  на выходе из насадка, а давление согласно уравнению Бернулли, наоборот, меньше, т.е.  $p_c < p_{\text{атм}}$ . Следовательно, в коническом расходящемся насадке имеется вакуум, причем степень его больше, чем во внешнем цилиндрическом. Это подтверждается также степенью сжатия струи, которая достигает в насадке данного типа наибольшего значения. При угле конусности  $\gamma > 8^\circ$  происходит отрыв струи от стенок насадки, и он перестает работать полным сечением. Истечение становится аналогичным истечению струи через малое отверстие. Потери энергии в расходящемся насадке больше, чем в цилиндрическом из-за максимального сжатия и наибольшего расширения после сжатия.

Значение коэффициентов скорости  $\varphi$  и расхода  $\mu$  в коническом расходящемся насадке зависят от угла конусности и от оформления входа в насадок. В среднем при углах  $\theta = 5-7^\circ$  эти коэффициенты относительно выходного сечения следует принимать

$$\varphi = \mu = 0,45.$$



Мал. 22. Конический сходящийся насадок



Мал. 23. Конический расходящийся насадок

Таким образом, если к отверстию в тонкой стенке присоединить конический расходящийся насадок, то расход жидкости значительно возрастет: насадок как бы «подсасывает» дополнительное количество жидкости.

**Конический сходящийся насадок.** Насадок представляет собой усеченный конус и присоединяется к отверстию в стенке сосуда большим основанием (рис.22). В коническом сходящемся насадке степень вакуума в сжатом сечении меньше, чем в цилиндрическом и коническом расходящемся насадках.

В сходящемся насадке скорость максимальна по сравнению с двумя другими типами насадков. Поскольку скорость истечения жидкости  $v$  с коэффициентом скорости  $\varphi$  связана прямой зависимостью, то будет справедливо следующее неравенство:

$$\varphi_{cx} > \varphi_{ц} > \varphi_{расх} .$$

На практике коэффициент скорости непрерывно растет с увеличением угла конусности от  $0$  до  $50^{\circ}$ , а коэффициент расхода сначала растет и достигает максимального значения  $\theta = 13^{\circ}$  ( $\mu = 0,95$ ), а затем начинает уменьшаться и при  $\theta = 48^{\circ} 50'$  ( $\mu = 0,85$ ). Экспериментально установлено соотношение расходов жидкостей для рассматриваемых насадков:

$$Q_{cx} > Q_{ц} > Q_{расх} .$$

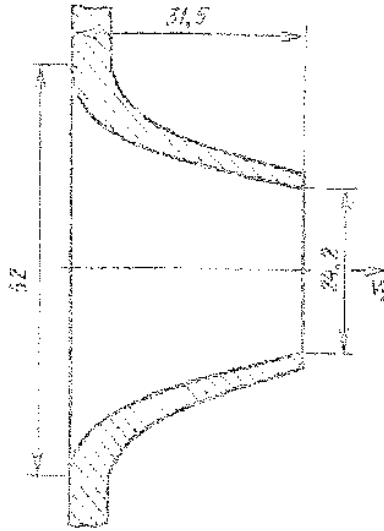
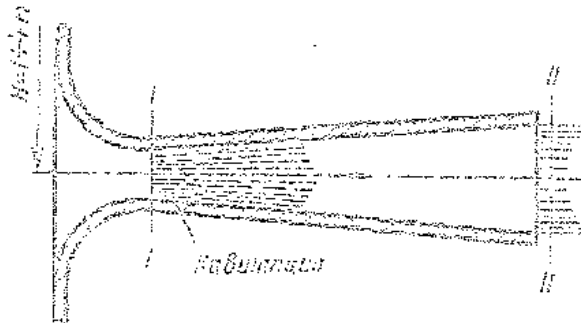


Рис. 23. Коноидальный насадок.

**Коноидальный насадок (сопло).** Насадок имеет на входе внутреннее очертание, близкое по форме к естественно сжимающейся струе, а выходной его участок цилиндрический (6.10). Такая форма насадка обеспечивает безотрывность течения струи на входе и параллельность в выходном сечении. Потери напора весьма малы. Значение коэффициента



сопротивления  $\xi \cong 0,03 - 0,10$ , так как внутреннее сжатие здесь минимальное, а внешнее отсутствует ( $\epsilon = 1$ ).

Рис. 24. Диффузорный насадок.

Следовательно, коэффициенты скорости и расхода равны между собой и имеют наибольшее значение  $\varphi = \mu = 0,97$ , а при особо тщательном изготовлении насадка и гладких стенках составляют 0,99.

**Диффузорный насадок.** Насадок представляет собой комбинацию сопла и диффузора (рис. 24). Приставка диффузора позволяет снизить давление в самом узком сечении насадка, а, следовательно, согласно уравнению Бернулли увеличить скорость и расход жидкости. Без изменения

диаметра сопла в самом узком сечении и при том же напоре диффузорная приставка позволяет увеличить расход в 2,5 раза по сравнению с расходом, который обеспечивает сопло.

Поэтому диффузорные насадки нужны в тех случаях, если требуется получить возможно большой расход. Однако их применение ограничивается высотой напора  $H = 1-4$  м. При больших напорах в узком сечении сопла возникает кавитация жидкости, в результате которой расход резко снижается.



### 3.6.3. Практическое использование явления истечения

Явление истечения жидкости из отверстий и насадков различных типов широко используется в технике.

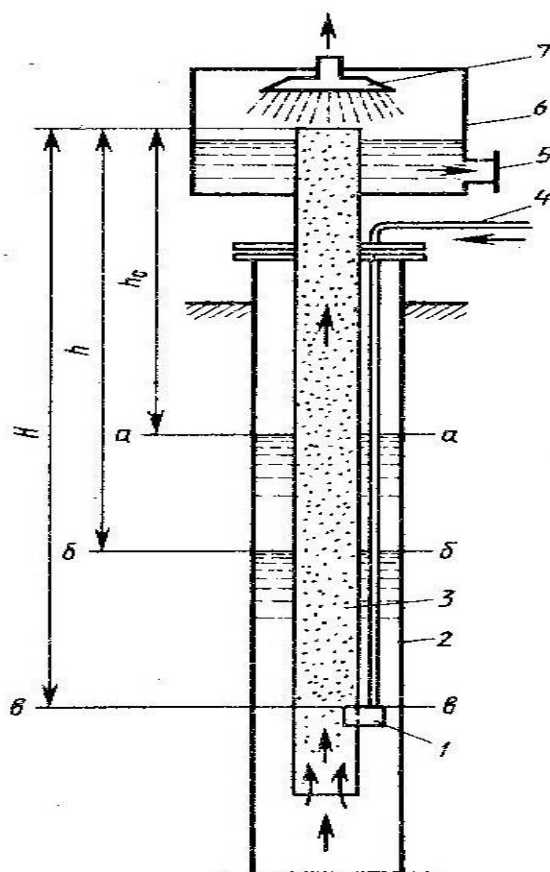
Так, небольшие калиброванные отверстия необходимы в тех устройствах, где требуется точная дозировка жидкости: жиклеры для подачи топлива в карбюраторах, распылители в форсунках дизельных двигателей и др.

Работа гидравлических амортизаторов, предназначенных для гашения вертикальных колебаний, основана на перекачивании жидкости из одной полости амортизатора в другую через малые отверстия и каналы, создающие сопротивление протеканию вязкой жидкости и поглощающие при этом энергию колебаний. Устройство и работа автомобильных амортизаторов изучается в курсе «Автомобиль».

Конические расходящиеся насадки используются для замедления течения жидкостей и соответственно увеличения их давления и расхода: в трубах под насыпями, в эжекторных (струйных) насосах, в качестве смесителей двух жидкостей (элеваторы).

Конические сходящиеся насадки применяются в тех приборах и технических устройствах, где требуется получение больших выходных скоростей жидкостей и увеличение силы и дальности полета струи: в пожарных брандспойтах, и форсунках для подачи топлива, в фонтанных соплах, в соплах активных гидравлических турбин. Особенно широкое применение сходящихся насадков различных конструкций в гидромониторах, предназначенных для размыва грунта и разрушения горных пород.

Для подъема жидкостей применяются эрлифты – пневмоподъемники, в которых воздух перемешивается с жидкостью, образуя эмульсию с меньшим удельным весом, чем у жидкости.



Мал. 25 Схема эрлифта

Схема эрлифта приведена на рисунке 25. В буровую скважину, укрепленную обсадной трубой 2, на достаточную глубину от уровня б – б опускается подъемная труба 3. Этот уровень устанавливается в скважине при работе эрлифта и называется *динамическим уровнем*  $h$  в отличие от *статистического уровня*  $h_0$  (а – а), который был в скважине до откачки жидкости.

К подъемной трубке воздух подводится от компрессора по воздуховоду 4 с форсункой 1. Так как удельный вес эмульсии меньше, чем удельный вес жидкости, то эмульсия будет подниматься по трубе 3 и изливаться в приемный бак – воздухоотделитель 6 с патрубком 5. Воздух из бака удаляется через отбойный конус 7. Эрлифты имеют ряд достоинств: простота конструкции (нет движущихся частей), надежность в работе, возможность подавать воду, содержащую мелкие твердые частицы. Исходя из этого, эрлифты применяют для подачи воды и нефти из глубоких скважин, для

подачи кислот и других химически активных жидкостей, а также смесей с твердыми частицами. Недостатки эрлифтов: невысокий КПД (0,25 – 0,35).

### 3.6.4. Динамическое воздействие струи на твердые преграды

Вылетающая из насадка струя при очень больших скоростях приобретает особые свойства, близкие к свойствам твердого тела. Так при давлении 98 МПа (1000 атм) водяная струя способна разрезать стальную пластину, при давлении 49 МПа (500 атм) она может разрезать гранит. Давления в 0,15 – 0,20 МПа достаточно, чтобы разрушить струями воды различные грунты.

Рассмотрим прямой удар струи о преграду в виде плоской поверхности (рис 26). Допустим, что направление струи нормально к плоскости. После удара струя разделяется на два потока, направленных вдоль плоскости. Силу удара  $P$  можно определить, используя теорему о равновесии импульса силы

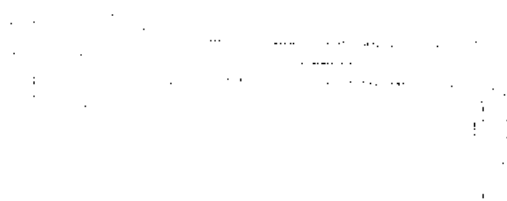


Рис. 26. Прямой удар струи о преграду.

$$P = 2\rho gS \frac{v}{2g} = 2\gamma S \frac{v^2}{2g}$$

Сила удара может быть выражена через напор и гидростатическое давление:

$$P = 2\gamma HS = 2pS.$$

Из уравнения видно, что сила давления струи жидкости, вытекающей из отверстия сечением  $S$  под напором  $H$ , нормальную к ней площадку в два раза больше гидростатического  $p=\gamma H$ .

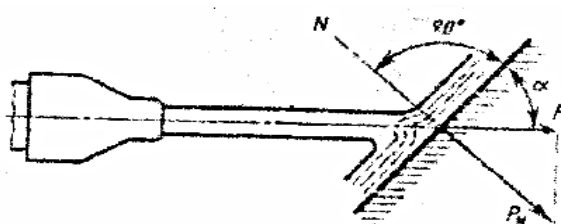
Если преграда расположена под некоторым углом  $\alpha$  к оси струи, то удар струи о преграду называется косым (рис. 27). Сила давления, направленная нормально к стенке, будет равна:

$$P_N = 2\gamma HS \sin \alpha.$$

Сила давления в направлении действия струи определится как

$$P = 2\gamma HS \sin^2 \alpha.$$

Ударять о круглую преграду сравнительно небольших размеров (рис.



28), струя обтекает ее с двух сторон под некоторым углом  $\beta$ .

Рис. 27. Обтекание струей криволинейной поверхности.



Рис. 28. Воздействие струи на вогнутую поверхность.

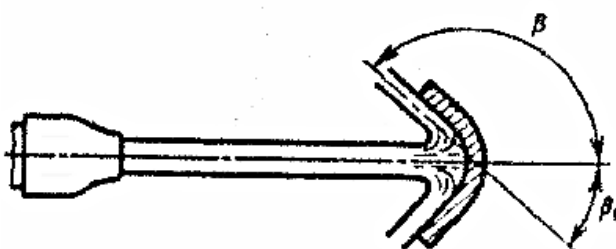


Рис. 29. Воздействие струи на наклонную плоскость.

При развороте струи на  $180^\circ$  сила давления на вогнутую поверхность возрастает в 2 раза, а гидростатическое давление – в 4 раза.

Эта особенность взаимодействия струи с вогнутой поверхностью используется в технике. Форму лопаток активных гидравлических турбин конструируют таким образом, чтобы обеспечить разворот на  $180^\circ$  или приблизить к этому значению.

## 4. Гидравлические машины

### 4.1 Насосы

Гидравлические машины предназначены для перемещения жидкостей и преобразование энергии потока жидкости в механическую энергию.

Наиболее многочисленный класс гидравлических машин составляют *насосы*.

Поршневой насос представляет собой машину объемного действия. На рисунке 8.1 представлена схема поршневого насоса. Возвратно-поступательное движение поршня 5 обеспечивается с помощью кривошипно – шатунного механизма, в состав которого входят маховики с кривошипом 1, шатун 2, ползун 3 и шток 4. Осевые насосы имеют большую подачу и малый напор. Их достоинствами являются простота и компактность конструкции, а также возможность перекачивания загрязненных жидкостей. На рисунке показан лопастный насос с жестко закрепленными лопастями. Жидкость поступает из всасывающего трубопровода в проточную часть насоса, в которой находится рабочее колесо, состоящее из ступицы 7 с неподвижными лопатками. Отвод жидкости в отводный трубопровод выполнен в виде колена 3. Вал 9 вращается в двух подшипниках 2 и 5 и соединен муфтой 1 с валом электродвигателя.

Теоретическая подача осевого насоса ( $\text{м}^3 / \text{с}$ ):

$$Q = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) v_z,$$

где  $D$  – внешний диаметр рабочего колеса, м;  $d$  – диаметр ступицы, м;  $v_z$  – осевая скорость, м / с.

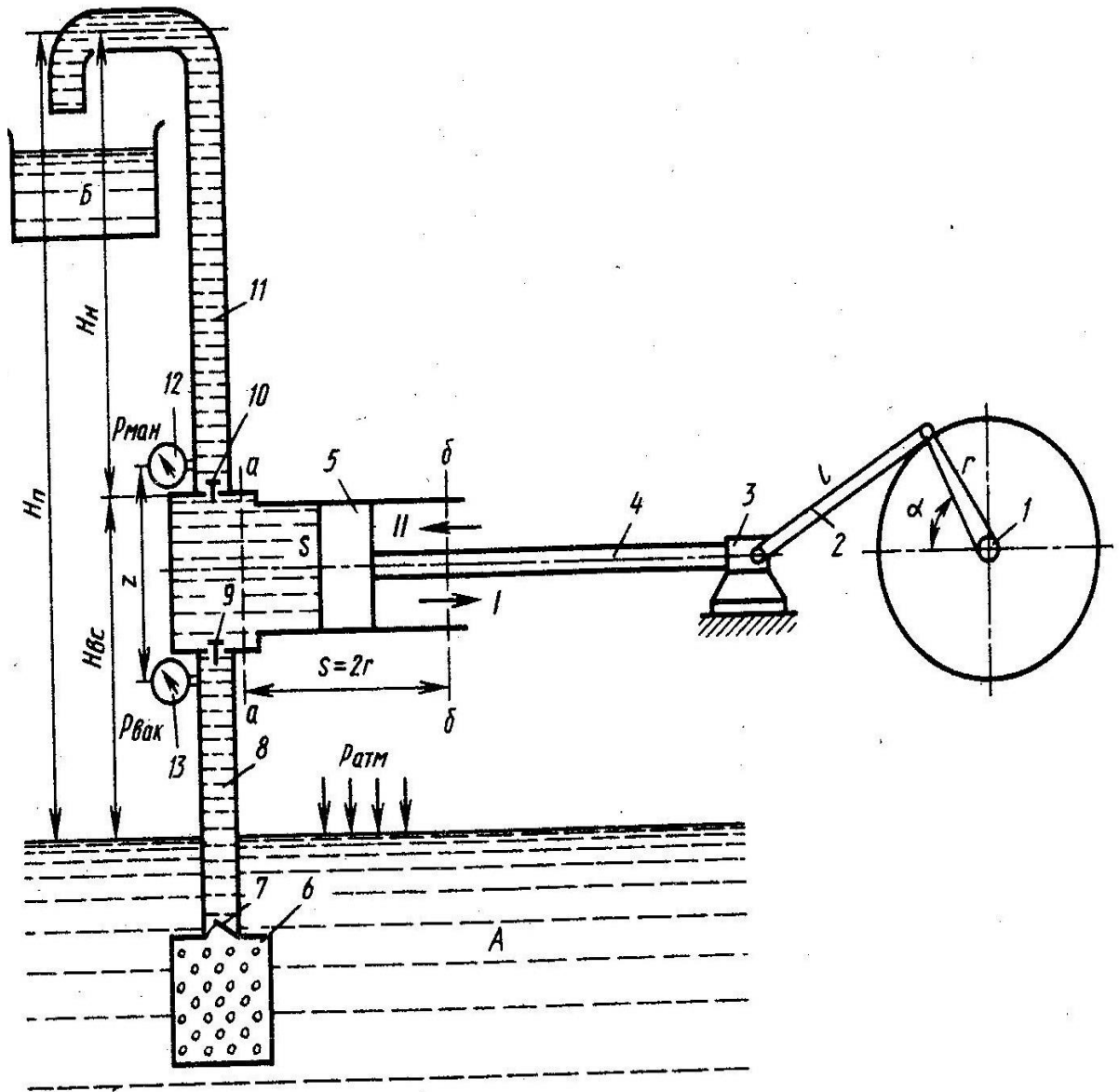


Рис.30. Схема поршневого насоса

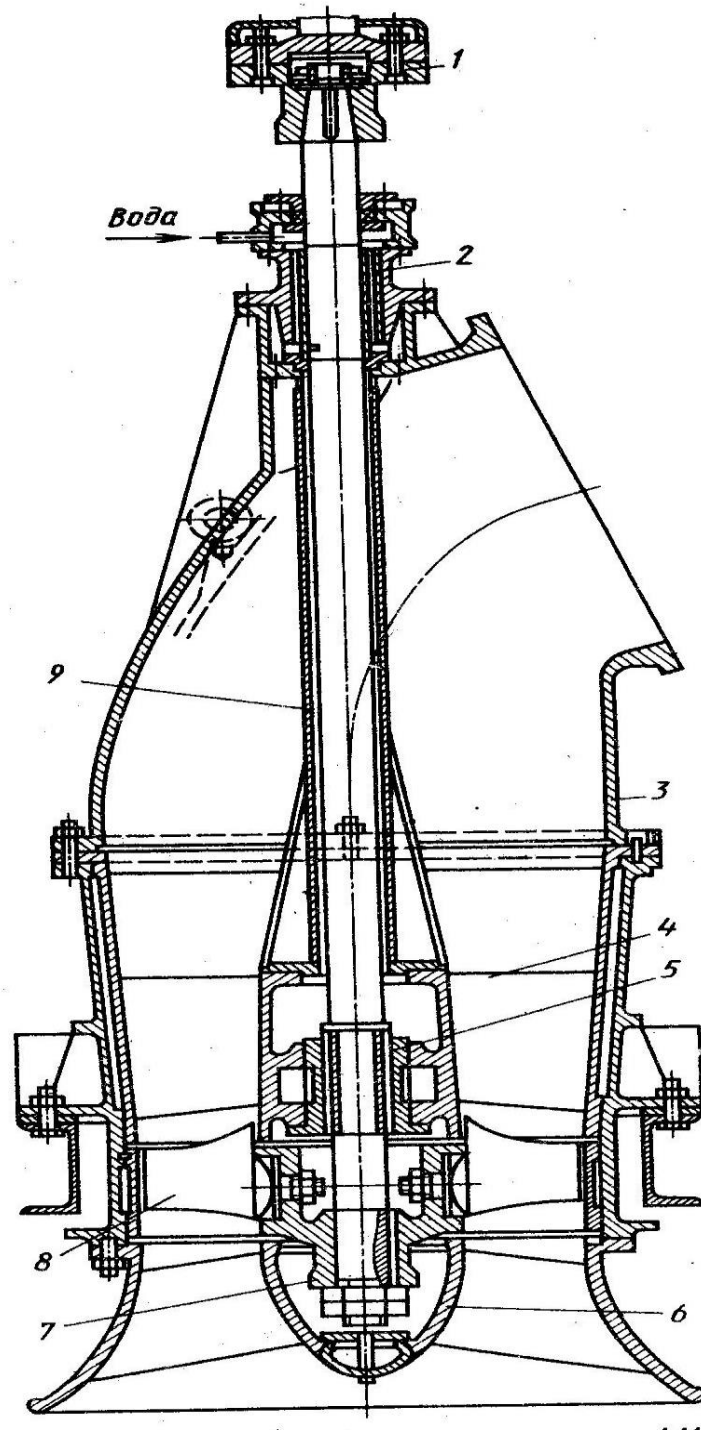


Рис. 31. Осевой насос с жестко закрепленными лопастями.

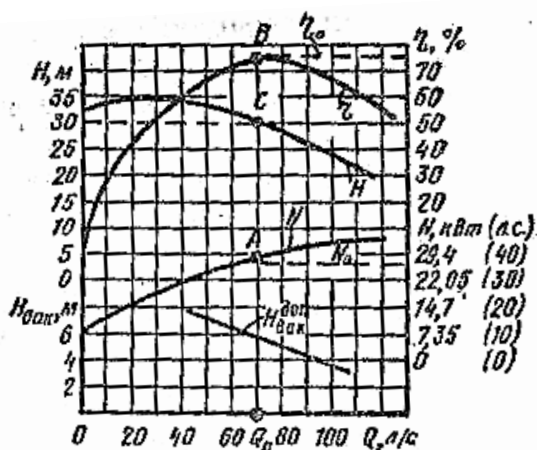
Полезная мощность центробежного насоса определяется так же, как и для других гидравлических насосов, т.е. это мощность, отдаваемая насосом жидкости, проходящей через напорный патрубок:

$$N_{\text{пол}} = \rho g Q H_n$$

Потребляемая мощность  $N_{\text{потр}}$  – это мощность затрачиваемая двигателем на привод насоса. Она учитывается общим КПД насоса  $\eta_n$ :

$$N_{\text{потр}} = N_{\text{пол}} / \eta_n.$$

График зависимости напора, мощности и КПД от подачи насоса называется его *внешними* или *рабочими характеристиками*, а графики зависимости напора, подачи и КПД от избыточного напора всасывания  $H_{\text{вс.изб}}$  называются



*кавитационными характеристиками.*

Рис. 32. Рабочая характеристика центробежного насоса.

На рис. 32 изображена типичная рабочая характеристика центробежного насоса при постоянной частоте вращения вала. Как видно из рисунка, зависимости стоят на одном графике, причем подачу насоса откладывают по оси абсцисс, а напор, вакуумметрическую высоту, мощность и КПД – по оси ординат.

Главная цель подбора насосов – обеспечение их эксплуатации при оптимальном режиме, однако, учитывая, что кривая КПД имеет в зоне оптимальной точки пологий характер, на практике пользуются рабочей частью характеристики насоса (зона, соответствующая  $0,9\eta_{\text{max}}$ ), в пределах которой, допускаются подбор и эксплуатация насоса.

Кавитационные характеристики необходимы для оценки кавитационных свойств насосов и правильного выбора высоты всасывания.



Шестеренный насос состоит из пары одинаковых шестерен 4 ведущей и ведомой, находящихся в зацеплении и помещенных в корпусе 1 насоса,

(см. рис. 33) ведущая шестерня приводится во вращение двигателем. При вращении шестерен жидкость, заполняющая впадины между зубьями, перемещается из полости 2 всасывания в полость 3 нагнетания. Так как крышка корпуса насоса достаточно просто прилегает к торцам шестерен, то жидкость выжимается из впадин, когда зубья входят в зацепление на противоположной нагнетательной стороне насоса.

Утечки жидкости учитывает объемный КПД  $\eta_0 = 0,80 - 0,95$ . Действительная подача ( $\text{м}^3 / \text{с}$ ) при диаметре шестерни  $D$  и числе зубьев  $z$ :

$$Q = \pi b D^2 n \eta_0 / (30z),$$

где  $b$  – толщина шестерни.

Шестеренные насосы реверсивные, т.е. изменением направления вращения шестерен в них можно изменить направление движения потока жидкости в трубопроводах.

Шестеренные насосы применяют в различных гидросистемах металлорежущих станков, тракторов, строительно – дорожных машин, для вязких нефтепродуктов.

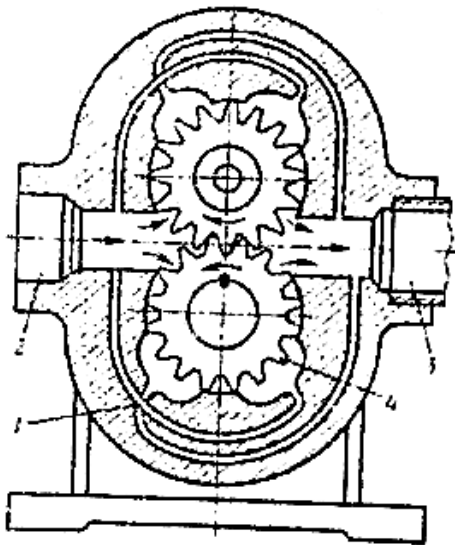


Рис. 33. Шестеренный насос с шестернями внешнего зацепления.

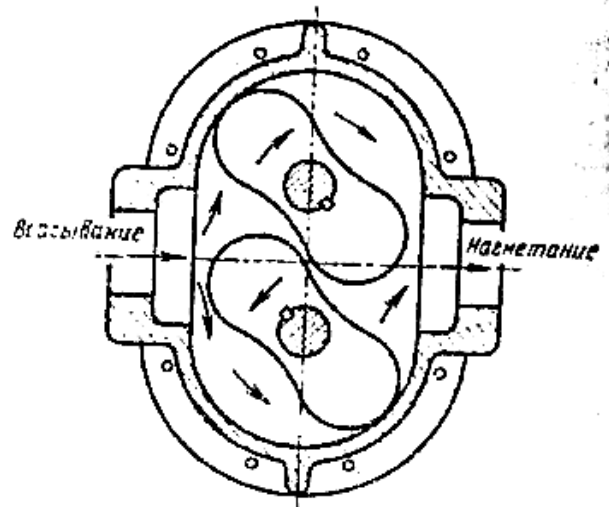


Рис. 34. Коловратный насос.

Коловратные насосы также можно считать шестеренными, имеющими два или три зуба на каждом роторе. На рисунке 34 показан коловратный насос с двумя зубьями. Профили зубьев выполнены таким образом, чтобы они плотно замыкались между собой и со статором. При направлении вращения роторов, указанном на рисунке стрелками, объем правой камеры уменьшается, и жидкость из нее вытесняется, в левой происходит всасывание. Поскольку роторы не могут передавать крутящий момент внутри статора, то они соединены между собой шестеренной парой, расположенной за пределами корпуса насоса.

Коловратные насосы применяют для перекачки больших объемов очень вязких жидкостей при небольшом давлении: каменноугольных смол, битумов и т.п.

Лопастные насосы относятся к классу динамических машин. В зависимости от направления потока жидкости они подразделяются на центробежные и осевые.

Действительный напор центробежного насоса:

$$H = \psi u_2^2 / 2g ,$$

где  $u_2$  – окружная скорость на выходе из колеса,  $\psi$  – коэффициент напора;  $\psi = 0,9 - 1,1$ .

Для определения подачи воспользуемся известной формулой

$$Q = vS.$$

Площадь живого сечения потока может быть выражена как

$$S = \pi D_2 b_2,$$

где  $D_2$  – диаметр внешней окружности рабочего колеса;  $b_2$  – ширина канала рабочего колеса на выходе.

Действительная подача насоса определяется из выражения

$$Q_d = \pi D_2 b_2 v_2 \sin \alpha_2 \psi \eta_0,$$

Где  $\psi$  – коэффициент смещения потока лопатками,  $\psi = 0,90 - 0,95$ ;

$\eta_0$  – объемный КПД,  $\eta_0 \leq 0,85 - 0,95$ ; угол между векторами абсолютной и окружной скорости  $\alpha_2$ . Рабочими органами поршневого насоса являются рабочая камера, внутри которой расположены всасывающий клапан 9 и напорный 10; цилиндр с поршнем 5; всасывающая 8 и напорная трубы. В нижней погруженной части всасывающей трубы находятся фильтр 6 и приемный клапан 7.

При движении поршня слева направо в цилиндре за поршнем и в рабочей камере создается вакуум. Вследствие разности давлений в областях под всасывающим клапаном 9 и над ним клапан открывается, и во всасывающей трубе 8 создается разрежение. Действующей силой, открывающей приемный клапан и заставляющей жидкость подниматься по всасывающей трубе 8, является разность атмосферного давления и разрежения в рабочей камере при движении поршня вправо. При движении влево поршень давит на жидкость, находящуюся в цилиндре, повышая давление в рабочей камере и закрывая всасывающий клапан. В тот момент, когда давление в камере достигает некоторого предельного значения, превышающего вес напорного клапана 10 и усилие удерживающей его пружины, клапан открывается и жидкость вытесняется в напорную трубу 11.

Высота, отсчитываемая от уровня жидкости в приемнике до наивысшей точки в цилиндре насоса называется *высотой всасывания*  $H_{вс}$ . Высота, на которую поднимается поток жидкости, называется *высотой нагнетания* ( $H_n$ ).

*Полная высота подачи жидкости* ( $H_n$ ) представляет собой сумму высот всасывания и нагнетания:

$$H_n = H_{вс} + H_n .$$

Роторные насосы, так же как и поршневые, относятся к насосам объемного давления, работающим по принципу вытеснения жидкости. Из всех роторных насосов шестерные(зубчатые) имеют наиболее простую конструкцию. Наибольшее распространение получили насосы с шестернями внешнего зацепления (рис. 33).

## 4.2. Гидравлические двигатели

Гидравлические турбины относятся к многочисленному классу гидравлических машин, называемых гидравлическими двигателями динамического действия. Турбины устанавливаются на гидроэлектрических станциях (ГЭС). Где они служат для привода электрических генераторов.

**Ковшовая турбина** представляет собой рабочее колесо, укрепленное на валу выше уровня воды. Колесо вращается в воздухе, и только часть лопаток взаимодействует с водой. Вода подается на рабочие лопасти по трубопроводу через сопло. Рабочее колесо состоит из диска, по окружности которого укреплены рабочие лопасти, по форме похожие на ковши (отсюда название ковшовая).

У осевой турбины вращающаяся часть (ротор) турбины состоит из рабочего колеса с лопастями. Рабочее колесо содержит от 4 до 8 лопастей.

## 5. Гидроэлектростанции

Гидроэлектростанции предназначены для получения электрической энергии, а также водоснабжения, улучшения условий судоходства, защиты от наводнений.

Мощность гидравлического потока зависит от расхода  $Q$  и напора  $H$ . Эффективное использование энергии водного потока возможно при создании перепада давления воды на коротком участке реки. Это достигается выбором места расположения гидроэлектростанции и созданием искусственного перепада. Часто перепад давления концентрируется путем подпора уровня реки в результате создания плотины. (плотинная схема).

Иногда перепад давления концентрируется путем отвода воды из естественного русла по искусственному водоводу (деривационному каналу), имеющему меньший гидравлический уклон. Благодаря такой схеме уровень воды в конце водовода оказывается выше уровня воды в реке.

При комбинированной схеме напор создается с помощью плотины и деривационных сооружений. Деривационный водовод в виде напорного туннеля или напорного трубопровода соединяет водохранилище за плотинной с турбинными трубопроводами.

Деривационные и комбинированные схемы подвода воды к турбинам часто применяются при строительстве ГЭС на горных озерах и руслах рек, находящихся на сравнительно не большом расстоянии друг от друга.

**Гидроаккумулирующие электростанции (ГАЭС).** Строительство ГАЭС целесообразно в тех районах, где гидроэнергетические ресурсы уже в значительной степени использованы и возможность строительства новых ГЭС ограничена. ГАЭС могут работать при относительно небольших объемах водных бассейнов: при этом неравномерность суточного графика загрузки энергосистемы устраняется перераспределением электроэнергии, вырабатываемой другими электростанциями.

ГАЭС работает в двух режимах: насосном и турбинном, потому ее оборудуют обратными гидромашинами, способными работать как в качестве насосов, так и в качестве двигателей. При работе в насосном режиме вода из нижнего бассейна перекачивается в верхний, расположенный на определенной высоте. ГАЭС работает в насосном режиме, как правило, в ночном режиме, в ночное время, когда расход электроэнергии в энергосистеме минимальный. В этом режиме ГАЭС потребляет электроэнергию, вырабатываемую другими электростанциями, включенными в энергосистему, а в верхнем бассейне создается запас гидравлической энергии.

В турбинном режиме ГАЭС использует для выработки электроэнергии запасенную в верхнем бассейне воду. ГАЭС работает в турбинном режиме в часы «пик», когда нагрузка энергосистемы возрастает.

Для строительства приливных электростанций способных вырабатывать дешевую электроэнергию, необходимы благоприятные топографические условия (глубокие заливы при небольшой ширине протоки) и большие

амплитуды приливов. Таких мест очень немного, поэтому энергия приливов используется еще недостаточно.