

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

О.А. Коновал, Т.І. Туркот, А.О. Соломенко

**МЕТОДИКА РОЗВИТКУ  
КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ  
ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ**

**НА ПРИКЛАДАХ ВИВЧЕННЯ  
СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ  
ТА ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ**

Навчально-методичний посібник  
для студентів фізичних спеціальностей університетів

Кривий Ріг  
Видавець Роман Козлов  
2019

УДК 373.55.016:530.12(075.8)

К64

Рецензенти: **Величко С.П.** – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри фізики та методики її навчання Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені В. Винниченка.

**Касперський А.В.** – доктор педагогічних наук, професор кафедри загальнотехнічних дисциплін і охорони праці НПУ імені М.П. Драгоманова

**Юзбашева Г.С.** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри теорії і методики викладання навчальних дисциплін КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти»

*Рекомендовано до друку Вченою радою  
Криворізького державного педагогічного університету  
(протокол № 4 від 21 листопада 2019 року)*

**Коновал О. А.**

**К64** **Методика розвитку критичного мислення здобувачів освіти (на прикладах вивчення спеціальної теорії відносності та електродинаміки) : навч.-метод. посіб. /** О. А. Коновал, Т. І. Туркот, А. О. Соломенко ; за ред. О. А. Коновала. – Кривий Ріг : Вид. Р. А. Козлов, 2019. – 232 с.

ISBN 978-617-7643-58-5

У посібнику запропоновано методику розвитку критичного мислення (МРКМ) здобувачів освіти в процесі вивчення спеціальної теорії відносності й електродинаміки у закладах вищої освіти та в закладах загальної середньої освіти. Обґрунтовано теоретичну модель МРКМ. Конкретними прикладами продемонстровано дидактичні можливості використання цієї методики під час вивчення основ релятивістської механіки та електродинаміки на засадах вимог програм з фізики для профільних класів закладів загальної середньої освіти.

Значну увагу приділено обґрунтуванню та поясненню суперечностей, що мають місце в електродинаміці та методиці її навчання. Окреслено способи спростування суперечностей в електродинаміці та методиці її навчання, основу яких становлять принцип фундаменталізації та критично-конструктивний аналіз електромагнітних явищ на послідовно релятивістських засадах.

Моделі розв'язання задач, що пропонуються, будуть корисними як для здобувачів вищої освіти, так і для учнів закладів загальної середньої освіти. Задачі охоплюють, в основному, релятивістську кінематику. А завдання для контролю та самоконтролю знань орієнтовані на розвиток критичного мислення суб'єктів навчальної діяльності.

Адресовано студентам фізичних спеціальностей педагогічних університетів, магістрантам, викладачам, слухачам закладів післядипломної педагогічної освіти, аспірантам і докторантам, які досліджують проблеми розвитку критичного мислення особистості.

УДК 373.55.016:530.12(075.8)

ISBN 978-617-7643-58-5

© О. А. Коновал, Т. І. Туркот, А. О. Соломенко, 2019.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ .....	6
ВСТУП.....	7
РОЗДІЛ 1. ДИДАКТИЧНА МОДЕЛЬ МЕТОДИКИ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ НА ПРИКЛАДІ ВИВЧЕННЯ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ ТА ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ .....	12
Список використаної літератури до першого розділу .....	33
РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ РЕАЛІЗАЦІЇ КРИТИЧНО-КОНСТРУКТИВНОГО ПІДХОДУ ДО ВИВЧЕННЯ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ .....	38
2.1. Методичні особливості пояснення явища сповільнення ходу рухомого годинника .....	47
2.1.1. Спосіб, який ґрунтується на інваріантності квадрату інтервалу між двома подіями .....	48
2.1.2. Обґрунтування формули $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - B^2}}$ за допомогою світлового годинника .....	51
2.1.3. Обґрунтування формули $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - B^2}}$ за допомогою методу $k$ -коефіцієнта .....	53
2.1.4. Формула сповільнення ходу рухомого годинника на основі перетворень Лорентца .....	57
2.2. Обґрунтування формули лорентцевого скорочення повздовжніх розмірів рухомих тіл .....	58
2.2.1. Обґрунтування формули лорентцевого скорочення з використанням властивості просторово-подібного інтервалу .....	58
2.2.2. Спосіб, що ґрунтується на аналізі поширення променів у світловому годиннику .....	60
2.2.3. Скорочення повздовжніх розмірів рухомих тіл як наслідок перетворень Лорентца .....	63
2.2.4. Лорентцеве скорочення як наслідок відносності одночасовості .....	64
2.2.5. Знаходження довжини рухомого стрижня за його відомою швидкістю відносно СВ $K$ .....	66
2.2.6. Обґрунтування формули лорентцевого скорочення методом $k$ -коефіцієнта .....	67
2.3. Деякі способи обґрунтування перетворень Лорентца .....	70
2.3.1. Обґрунтування перетворень Лорентца методом, що ґрунтується на застосуванні формули лорентцевого скорочення та формального використання процедури вимірювання довжини рухомого стрижня .....	70
2.3.2. Метод, що ґрунтується на інваріантності квадрату світлоподібного інтервалу з точки зору двох інерціальних систем відліку .....	72
2.3.3. Спрощений метод обґрунтування перетворень Лорентца (модифікація методу 2.3.2) .....	75
2.3.4. Метод $k$ -коефіцієнта та перетворення Лорентца .....	78

2.4. Деякі методи обґрунтування релятивістських формул додавання швидкостей .....	81
2.4.1. Спосіб, що ґрунтується на використанні перетворень Лорентца .....	81
2.4.2. Спосіб доведення релятивістських формул додавання швидкостей та перетворень Лорентца (за О.М. Малиніним) .....	83
2.4.3. Обґрунтування формули перетворення повздовжньої компоненти швидкості (за О.М. Малиніним) .....	85
2.4.4. Спосіб обґрунтування релятивістських формул додавання швидкостей на основі аналізу поширення світлового променя у світловому годиннику.....	87
Список використаної літератури до другого розділу .....	91

### РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНА ПІДГОТОВКА СТУДЕНТІВ ДО НАВЧАННЯ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ В ПРОФІЛЬНИХ КЛАСАХ ЗЗСО .....

3.1. Моделі розв'язування задач .....	95
3.2. Завдання для самоконтролю та контролю знань .....	129
Список використаної літератури до третього розділу .....	135

### РОЗДІЛ 4. ОСОБЛИВОСТІ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ ФІЗИКИ В ПРОЦЕСІ СПРОСТУВАННЯ СУПЕРЕЧНОСТЕЙ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ ТА МЕТОДИКИ ЇЇ НАВЧАННЯ В ПЕДАГОГІЧНИХ ЗВО .....

4.1. Закон Кулона, принцип відносності та закон електромагнітної індукції ...	142
4.2. Закон Біо-Савара, закон Кулона та принцип відносності .....	158
4.3. Умова нейтральності металевого провідника, вздовж якого протікає постійний струм .....	166
4.4. Релятивістська характеристика взаємодії між двома довгими провідниками зі струмами .....	184
Список використаної літератури до четвертого розділу .....	196

Додатки. Матеріали для творчих роздумів.....	201
Додаток А. Традиційний метод обґрунтування перетворень Лорентца.....	201
Додаток Б. Методика побудови діаграм Мінковського .....	204
Додаток В. Метод доведення релятивістських формул додавання швидкостей та перетворень Лорентца (за О.М. Малиніним).....	208
Додаток Г. Формули перетворення проєкцій сили при переході від однієї системи відліку до іншої.....	210
Додаток Д. Опис взаємодії між двома рухомими зарядженими частинками. Введення поняття магнітного поля.....	212
Додаток Е. Обґрунтування релятивістської формули додавання повздовжньої складової швидкості за допомогою методу $k$ -коефіцієнта.....	217

Додаток И. Об'ємний заряд провідника з постійним струмом при пінч-ефекті.....	220
Додаток К. Обґрунтування формул перетворення об'ємних густин заряду і струму при переході від СВ $K$ до СВ $K'$ .....	222
Додаток Л. Графіки функцій $f_{\uparrow\downarrow}(\nu) = \left\{ \frac{2}{\beta^2} (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \right\}$ , $f_{\uparrow\uparrow}(\nu) = 2 \left( 1 + \frac{\sqrt{1 - \beta^2} - 1}{\beta^2} \right)$ .....	225
Додаток М. Глосарій .....	226
Найважливіші фізичні константи .....	230

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ЗВО – заклад вищої освіти.

ЗЗСО – заклад загальної середньої освіти.

ВСВ – власна система відліку.

ЗЧ – заряджена частинка.

ЕМП – електромагнітне поле.

ІСВ – інерціальна система відліку.

КМ – критичне мислення.

ЛСВ – лабораторна система відліку.

МРКМ – методика розвитку критичного мислення.

ПВ – принцип відносності.

ПГ – перетворення Галілея.

ПЛ – перетворення Лорентца.

ППС – провідник з постійним струмом.

ПСШС – постулат сталості швидкості світла.

РЗЧ – рухома заряджена частинка.

РФДШ – релятивістські формули додавання швидкостей.

СВ – система відліку.

СЕППС – стаціонарне електричне поле постійного струму.

СК – система координат.

СРС – самостійна робота студентів.

СТВ – спеціальна теорія відносності.

ТФ – теоретична фізика.

## ВСТУП

*Недостатньо мати ясний розум,  
головне – правильно його використовувати*

Р. Декарт

Сучасний стан розвитку цивілізації характеризується прискореним розвитком технологій, зростанням транскордонної міграції трудових ресурсів, різновекторними демографічними тенденціями, докорінними змінами в структурі ринку праці. Зменшується потреба у робочій силі для виконання тих рутинних операцій, які успішно можуть виконуватися робототехнікою. Набуває динаміки тенденція «Менше рук, більше розуму». Багато традиційних професій можуть зникнути вже впродовж однієї зміни поколінь, натомість з'являтимуться інші, з невідомими на сьогодні характеристиками. Ці чинники є тільки деякими з багатьох, які кардинально змінюють пріоритети у вимогах до фахової компетентності особистості.

Тому в змісті сучасної шкільної і вищої освіти все більша увага надається розвитку критичного, гнучкого мислення, і наголошується на необхідності вміти неперервно вчитися впродовж життя. Зокрема, у Державному стандарті початкової освіти, як первинної ланки розбудови Нової української школи, зазначено (п.14): метою природничої освітньої галузі є формування компетентностей в галузі природничих наук, техніки і технологій, екологічної та інших ключових компетентностей шляхом опанування знань, умінь і способів діяльності, розвитку здібностей, які забезпечують успішну взаємодію з природою, формування основи наукового світогляду і критичного мислення, становлення відповідальної, безпечної і природоохоронної поведінки здобувачів освіти у навколишньому світі на основі усвідомлення принципів сталого розвитку [52]. Таким чином, здобувач освіти має вміти оцінювати факти, поєднувати новий досвід з набутих раніше і творчо його використовувати для розв'язання проблем природничого характеру.

Відтак, на шляху інтеграції України в європейський та світовий освітній простір спостерігається зростання суспільних вимог до підготовки майбутніх спеціалістів загалом, до змісту і процесу професійної підготовки студентів – майбутніх учителів зокрема. Зважаючи на педагогічну аксіому, згідно з якою тільки особистість може виховати особистість, можна стверджувати, що тільки креативний вчитель може виховати креативного, здібного до критичного осмислення та творчого підходу до процесів життєдіяльності, випускника загальноосвітньої школи. Логічно, що одним із найбільш важливих стратегічних завдань сучасної вищої педагогічної освіти постає розвиток у майбутніх учителів критичного мислення (КМ). Окрім науково-методичних і психолого-педагогічних чинників, проблема більш детального дослідження теоретичних та праксеологічних засад розвитку КМ майбутніх учителів фізики обумовлюється ще й вагомими соціальними чинниками, зокрема:

- інтелектуалізацією праці і підвищенням рівня вимог сучасного ринку праці до вміння особистості критично оцінювати і конструктивно вирішувати науково-технічні та соціально-економічні завдання, притаманні суспільству, яке перебуває у стані бурхливих трансформацій;
- потребою кардинальної перебудови освітнього процесу в загальноосвітній та вищій школах з орієнтацією на самопізнання і саморозвиток особистості, здібної до критично-конструктивного осмислення інновацій та їх творчої реалізації в професійній діяльності;
- необхідністю оптимального використання змісту навчальних дисциплін для розвитку особистісних рис майбутніх фахівців, зокрема таких як самостійність, системність, логічність і широта світосприйняття, здібність до самоаналізу і рефлексії, що є ознаками і водночас елементами критичного мислення.

Важливо зазначити, що наразі все відчутнішою стає необхідність подолання таких негативних наслідків сучасної освіти як фрагментарність,



поверховість, безсистемність тощо. Ці явища мають стимулювати педагогічну спільноту до переосмислення змісту освіти і методів навчання на користь зростання обґрунтованості, цілісності та міцності знань, які є можливими лише на основі переходу від засвоєння фактів суб'єктами навчальної діяльності до формування в них універсальних компетентностей у вигляді інтегрованих ідей, підходів, методів, принципів, розуміння і ставлення. Логічно, що реалії сьогодення вимагають від кожної особистості вмінь аналізувати, критично-конструктивно оцінювати соціальну ситуацію, власні досягнення, поведінку та життєві перспективи, бути толерантними до інших точок зору, розглядати припущення як гіпотези, що потребують верифікації, відмовлятися від тих, які цієї перевірки не витримують, уникати однобічності суджень, формувати настанову на критично-конструктивне ставлення до себе й навколишнього світу. Відтак, у суспільстві зростає культ культури критичного мислення. Між тим слід зважити на думку відомого фахівця в галузі розробки стратегій розвитку критичного мислення, доктора філософських наук, професора О. В. Тягло, який, аналізуючи Проект «Нова українська школа», звертає увагу, що: «За експертними оцінками більш успішними на ринку праці в найближчій перспективі будуть фахівці, які вміють навчатися впродовж життя, критично мислити, ставити цілі та досягати їх, працювати в команді, спілкуватися в багатокультурному середовищі, володіти іншими сучасними вміннями. Але українська школа не готує до цього» [61].

На наш погляд, причинами цього явища можуть бути:

- недостатня підготовка вчителів до впровадження в освітній процес стратегій та технологій критичного мислення;
- недостатнє використання розвивального потенціалу фахових навчальних дисциплін, які вивчаються студентами вищої педагогічної школи.

Ми, зокрема, маємо на увазі могутній потенціал теоретичної фізики, і конкретно таких її розділів як «Електродинаміка» та «Спеціальна теорія

відносності», зміст та методика навчання яких містить низку суперечностей [23; 24], навчання студентів критично-конструктивному підходу до вирішення чи спростування яких :

- а) сприятиме більш глибокому осмисленню ними сутності електродинаміки та СТВ;
- б) засвоєнню особливостей викладання основ СТВ в ЗЗСО;
- в) оволодінню стратегією і методами розвитку критично-конструктивного мислення з метою творчого використання в сучасній освітній практиці, власній самоосвітній діяльності.

З огляду на викладене вище *мету* навчально-методичного посібника окреслюємо як висвітлення теоретико-методичних аспектів навчання СТВ та електродинаміки на засадах критично-конструктивного підходу, що стане у нагоді студентам-фізикам та вчителям-практикам у процесі організації гурткової, факультативної, самостійної роботи учнів, зацікавлених у поглибленому вивченні цих розділів фізики.

Між тим слід урахувати, що під час вивчення спеціальної теорії відносності зазвичай висвітлюються кінематичні наслідки СТВ. Тому для учнів, зацікавлених у поглибленому вивченні відповідного розділу фізики, та з метою надання вчителю перспективи вибору оптимальних як способів обґрунтування перетворень Лорентца, так і методичних підходів загалом до навчання СТВ, в навчально-методичному посібнику запропоновано варіанти способів обґрунтування кінематичних наслідків СТВ. Окрім того з метою підготовки студентів до критичного осмислення наукової, навчально-методичної літератури здійснено аналіз окремих некоректних формулювань, суперечностей, що мають місце в науково-методичній літературі [23; 24; 63; 64; 65] та надано пропозиції щодо їх усунення.

Автори начально-методичного посібника мають також сподівання, що читачі отримають суттєву методичну допомогу у процесі ознайомлення з запропонованими моделями розв'язання задач на засадах використання методики розвитку критичного мислення. Корисною в сенсі формування

критично-конструктивного мислення студентів та вчителів буде самостійна робота по виконанню завдань з метою самоконтролю та самоперевірки отриманих знань.

Завершуючи звернення до наших молодих колег – студентів і досвічених педагогів-практиків, згадаємо афоризм геніального А. Ейнштейна: «Нічому не можна навчити, можна тільки навчитись», та побажаємо успіхів у самостійному опрацюванні матеріалів навчально-методичного посібника, підготовленого науковцями-методистами та вчителями-практиками.

# РОЗДІЛ 1. ДИДАКТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ НА ПРИКЛАДІ ВИВЧЕННЯ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ ТА ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ

*Я поважаю віру, але саме сумніви*

*–це те, завдяки чому ти вчишся*

Х. Мізнер

Загальновідомо, що інтелектуальний розвиток особистості визначається не обсягом отриманих знань, а готовністю до відбору необхідної інформації шляхом критичного аналізу, її осмислення та використання для прийняття конструктивних рішень. Такий підхід до оволодіння системою актуальних для людини знань вважається критично-конструктивним. Використання такого підходу в освітньому процесі орієнтоване насамперед на формування в суб'єктів навчальної діяльності критичного мислення, що визначається одним із пріоритетних завдань кожної з ланок сучасної системи освіти. Проте, якщо в психології є досить розлогі дослідження природи критичного мислення, такі розвідки в педагогіці – несистемні та фрагментарні, то в методиках викладання навчальних дисциплін практично відсутні науково обґрунтовані рекомендації щодо розвитку критичного мислення здобувачів освіти в процесі їх вивчення. Саме цей чинник визначає актуальність нашого науково-методичного пошуку з урахуванням специфіки викладання СТВ та електродинаміки в ЗВО та ЗЗСО.

Теперішнього часу в різних джерелах можна знайти різні тлумачення поняття «критичне мислення». Мабуть першим, хто акцентував увагу на критичному підході до розгляду будь-якої інформації був Сократ, чиім іменем названі діалогові розвивальні бесіди вчителя з учнями. До нас дійшли праці Платона та інших філософів, які дали загальний абрис поведінки та дидактичних методів Сократа. Сократ перед нами постає як особистість, що намагається допомогти вихованцям знайти істину, крокуючи вельми

тернистими шляхами, розглядаючи аргументи та спираючись на них. Більш того, Сократ своїм прикладом демонструє, як слід взагалі міркувати, чому слід виявляти хиби в міркуваннях як своїх, так і співрозмовника. В певному розумінні такий підхід містить елементи методики розвитку критичного мислення суб'єктів навчальної діяльності.

Ученим, який плідно розміркував над мисленням взагалі і над окремими його елементами, постає Аристотель. У головній своїй праці «Метафізика» Аристотель розгортає ґрунтовне вчення про мислення, виділяючи так звані «види душі». Розглядаючи процес пізнання, як третій вид душі, або такий, який найбільш притаманний Богові або людині, науковець аналізує відмінність мислення людини від інших істот, звертає увагу на важливість аналітики, раціональності в процесі пізнання, характеризує так званий активний розум, зупиняється на важливості самокорекції думки. Загалом, праці Аристотеля можна віднести до класики як філософської, так і психологічної думки. Надалі ж від так званого періоду Античної філософської думки і до Нового часу не знаходимо досліджень, які б мали безпосереднє відношення до проблеми розвитку критичного мислення.

Між тим, на думку багатьох науковців (Д. Дьюї [16], С. Векслер [9], Дж. Гілфорд [53], С. Гончаренко [11], З. Калмикова [54], О. Коновал [23], С. Терно [38; 39; 40], О. Тягло [55], Д. Халперн [45] та інші) ця проблема, сягаючи ще часів Сократа, була і залишається актуальною, набуваючи особливої гостроти у період об'ємних соціально-економічних реформацій, притаманних початку третього тисячоліття.

Історико-генезисний аналіз свідчить, що вивчення питань формування і розвитку КМ особистості протягом досить тривалого часу знаходиться в центрі психолого-педагогічних і окремих науково-методичних досліджень (М. Варлакова, О. Почтовюк та інші), які розгорталися за трьома «хвилями» (Р. Поль).

Перша «хвиля» (1970-1982) охоплювала наукові пошуки Д. Брауса, Д. Вуда, Д. Джонсона, Е. Глассера, К. Поппера, Д. Халперн, які у найбільш загальному вигляді дійшли висновків, що критичне мислення – це цілеспрямоване мислення, яке відрізняється виваженістю, логічністю, системністю, наявністю когнітивних навичок і стратегій, які збільшують імовірність отримання конкретного бажаного результату. В дослідженнях другої «хвилі», одним із найбільш яскравих представників якої, на нашу думку, є Девід Клустер, запропонована розлога характеристика критичного мислення за конкретними ознаками [21].

Третя «хвиля» наукових пошуків у ракурсі визначення сутності КМ має орієнтацію на з'ясування особистісних якостей людини, здібної мислити критично (О. Бочаєва, М. Варлакова, Л. Карпова, С. Почтовюк, С. Терно, О. Тягло та інші). Під таким кутом зору звертає на себе увагу слушна думка О. Лунгол, яка досліджуючи методичні аспекти навчання електродинаміки учнів вищих професійно-технічних закладів, підкреслила, що наразі, за прискореного зростання інформаційного потоку, різноманіття ідей, теорій, поглядів, на перше місце виходить здатність і готовність фахівців аналізувати інформацію, перевіряти і переосмислювати її, самостійно встановлювати істину, приймати рішення і аргументовано захищати свою позицію. «Вкрай необхідним постає уміння мислити гнучко, динамічно, адаптувати своє мислення до вимог сьогодення, бути толерантним і сприйнятливим» [25, с.5], бути «підготовленим мислити критично» [25, с.6].

Наші наукові пошуки дозволили нам дещо детальніше проаналізувати погляди науковців на сутність критичного мислення, здійснити контент-аналіз цього поняття, що систематизовано таблицею 1.

## Контент-аналіз поняття «критичне мислення»

К. Поппер [32]	Основу критичного мислення складає уміння спростовувати, змінювати та перевіряти.
Е. Глассер [49]	Критичне мислення передбачає обґрунтованість суджень та здатність оцінити рівень їх обґрунтованості, знайти межу їх застосовності.
Д. Джонсон [15]	Критичне мислення – особливий вид розумової діяльності, який уможлиблює винесення здорового судження щодо пропонованої точки зору.
Дж. А. Брауз, Д. Вуд [5]	Критичне мислення – розумне рефлексивне мислення, спрямоване на вирішення того, у що слід вірити і як діяти.
Д. Халперн [45]	Критичне мислення – мислення, яке відрізняється виваженістю, логічністю та цілеспрямованістю, його відрізняє використання таких когнітивних навичок і стратегій, які збільшують імовірність отримання бажаного результату.
Р. Пауль [50; 51]	Мистецтво мислити про своє мислення в процесі цього мислення, щоб поліпшити його: зробити більш ясним, правильнішим чи аргументованим (The art of thinking about your thinking while you are thinking in order to make your thinking better: more clear, more accurate, or more defensible).

Дж. Чейфі [47]	Критичне мислення – розмірковування про мислення з метою його поліпшення та надання більшої ясності і чіткості.
Д. Дьюї [16]	Критичне мислення – рефлексивне мислення.
Ч. Темпл, К. Мередит, Д. Стил, [36; 37]	Мислити критично – сте що інше як проявляти цікавість, використовувати дослідницькі методи: порушувати питання і здійснювати планомірний пошук відповідей.
В. А. Попков, А. В. Коржуєв, Е. Л. Рязанова [31]	Критичне мислення – специфічна форма оцінювальної діяльності суб'єкта пізнання, спрямована на виявлення ступеня відповідності (або невідповідності) того чи іншого продукту, прийнятого еталоном або стандартом, що сприяє смислового самовизначенню суб'єкта пізнання по відношенню до найрізноманітніших проявів навколишнього світу і його продуктивного перетворення.
Бутенко Е. А., Ходос А. В. [8]	Критичне мислення розглядається як комплекс метакогнітивних умінь.
С. І. Заір-Бек, І. В. Муштавинська [17; 18]	Критичне мислення є точкою опори для мислення людини, природний спосіб взаємодії з ідеями та інформацією.
Г. В. Соріна [35]	Критичне мислення передбачає наявність навичок рефлексії щодо власної розумової діяльності, вміння працювати з поняттями, судженнями, думками, питаннями, розвиток здібностей до аналітичної діяльності, а також до оцінки аналогічних можливостей інших



	людей.
С. Г. Гільміярова, К. В. Даутова, Ю. Ю. Шамігулова [10]	Критичне осмислення отриманої зовні інформації слугує своєрідним захистом від маніпулювання.
С. І. Векслер [9]	Критичність мислення спрямована на виявлення насамперед прихованих помилок у міркуваннях.
В. М. Синич- Кондратенко [33]	Критичне мислення – це мислення вищого порядку, яке опирається на інформацію, усвідомлене сприйняття своєї інтелектуальної діяльності та діяльності інших.
В. К. Буряк [7]	Критична коректність – це відсутність в інформації таких фрагментів, які б містили змістові та логічні недоречності як формально ствердного, так і критичного плану.
С. О. Терно [38; 39; 40]	Суттю критичного мислення є вміння розв’язувати нетривіальні проблеми, а формою існування цієї суті може бути будь-що: дискусія, написання есе, мозковий штурм тощо. Завдання критичного мислення – навчити учнів правильно аргументувати свої думки, виявляти хиби у своїй та чужій аргументації, визначити правомірність чи неправомірність оцінок, ідей, розв’язків.
Н. В. Нечепельська [29]	Критичне мислення – це процес, який найчастіше розпочинається з постановки проблеми, продовжується пошуком і осмисленням інформації, закінчується прийняттям рішення щодо розв’язання

	порушеної проблеми.
Л. Б. Карпова [20]	Критичне мислення – це використання когнітивних технік або стратегій, які збільшують імовірність отримання бажаного кінцевого результату. Це визначення характеризує мислення як щось, що відзначається контролем, обґрунтованістю й цілеспрямованістю.
Т. І. Туркот [42]	Критичне мислення – якість мислення, що передбачає вміння особистості об'єктивно оцінювати власні думки і явища оточуючого світу, піддавати їх сумніву і перевіряти.
Є. С. Рапацевич [30]	Критичне мислення – це здатність аналізувати інформацію з позиції логіки і знаходити протиріччя в ній, вміння виносити обґрунтовані судження, рішення і застосовувати отримані результати як до стандартних, так і нестандартних ситуацій, питань і проблем.
О. І. Пометун, І. М. Сущенко [28]	Критичне мислення – тип мислення, який характеризується самостійністю, організованістю, цілеспрямованістю, практичністю та рефлексивністю і дає можливість людині здійснювати оцінку, обґрунтування і вибір власної позиції, думок, дій, вчинків, поведінки.
Н. Бородіна [4]	Критичне мислення містить такі компоненти, як вміння усвідомлювати проблему, бачити зв'язок між суперечностями; вміння добирати

	несуперечливі докази; вміння знаходити контраргументи; вміння обґрунтовувати; вміння оцінювати та узагальнювати; вміння спростовувати та робити висновки.
Л. І. Ткаченко [41]	Критичне мислення – це здатність ставити нові запитання, випрацьовувати різноманітні аргументи, приймати незалежні та продумані рішення.
Р. Енніс [48]	Критичне мислення – процес, мета якого – прийняття обґрунтованого рішення про те, що вважати правильним і що робити.

Відтак, узагальнюючи, підкреслимо, що у вузькому сенсі термін «критичне мислення» можна інтерпретувати як «коректну оцінку суджень». Варто взяти до уваги думку, що критичне мислення – «розумне рефлексивне мислення, спрямоване на ухвалення рішення, чому довіряти і що робити». Психолог Дайана Халперн розглядає критичне мислення як використання когнітивних технік або стратегій, які збільшують ймовірність одержання об'єктивного кінцевого результату.

Ми будемо дотримуватися визначення, що *критичне мислення* – це інтелектуально впорядкований процес активного й умілого аналізу, концептуалізації, застосування, синтезування й об'єктивної оцінки інформації, отриманої або породженої спостереженнями, експериментом, досвідом, розмірковуванням або комунікацією, як орієнтир для переконання й дії.

Контент-аналіз визначень «критичного мислення» (див. табл. 1), дозволяє окреслити перелік ключових навичок, необхідних здобувачам освіти для критичного осмислення фізичних явищ. Зокрема, це – спостережливість, аналіз, обґрунтування висновків, їх оцінка, узагальнення в «метазнання». Якість критичного мислення оцінюється логічністю, ясністю,

правдоподібністю, точністю, глибиною, творчою уявою, широким кругозором. Воно характеризується обгрутованістю, контрольованістю, цілеспрямованістю, що необхідно для оцінювання ймовірності висновків, результатів розв'язування задач, проведених дослідів і спостережень. Критичність мислення має виховуватися не тільки щодо оцінювання знань, але й стосовно способів їхнього здобування та засвоєння.

*Мета навчання критичному мисленню здобувачів освіти* – на засадах всебічного аналізу інформації стимулювати особистість до висунування нових ідей, що руйнують звичні стереотипні, загальноприйняті погляди, не нав'язуючи єдиного шляху вирішення проблеми, а вчити активного, альтернативного, більш раціонального вибору прийомів і способів вирішення проблеми.

Високо оцінюючи попередні наукові пошуки, які узагальнюють різні погляди на природу і шляхи розвитку КМ особистості, слід однак констатувати, що теперішнього часу немає достатньо повного теоретичного обгрунтування механізмів розвитку КМ студентів вищої педагогічної школи на засадах використання могутнього дидактичного потенціалу природничо-математичних наук, і зокрема теоретичної фізики (ТФ) з її дискусійними питаннями у змістовому і методичному аспектах (зокрема, в електродинаміці та спеціальній теорії відносності).

Так, дослідженнями професора О. Коновала та його послідовниками констатовано, що розвиток цих якостей уможлиблюється у процесі аналізу фізичних явищ і процесів, з'ясування суперечностей, які мають місце в електродинаміці, спеціальній теорії відносності і методиці їх навчання [23; 24; 56; 63; 64]. Зокрема, зазначено, що обговорення і спростування цих суперечностей дозволяє майбутнім учителям фізики обгрунтовувати і обстоювати власну наукову позицію, аргументувати свої погляди, аналізувати власні ідеї тощо. Проте, незважаючи на цю слушну думку, дидактичний потенціал теоретичної фізики в сучасній педагогічній практиці,

не маючи достатнього наукового обґрунтування, реалізується далеко не в повній мірі.

З огляду на викладене вище обґрунтуємо *теоретичні підходи* до моделювання науково-методичної системи розвитку критичного мислення майбутніх учителів у процесі вивчення теоретичної фізики (на прикладі вивчення СТВ), зокрема це: системний, компетентнісний, особистісно-зорієнтований, діяльнісний, рефлексивний, акмеологічний.

Так, звертаючись до методу моделювання, який наразі широко використовуються в різних наукових галузях, зазначимо, що за тлумаченням філософського енциклопедичного словника: «Модель – предметна, знакова чи уявна система яка відображає чи імітує принципи внутрішньої організації, або функціонування, певні властивості риси і характеристики об'єкта дослідження (оригіналу), безпосереднє вивчення якого неможливе, ускладнене чи недоцільне, і може замінити цей об'єкт у пізнавальному процесі з метою отримання нових знань про нього» [43, с. 394]. Використання методу моделювання у нашому дослідженні дозволило визначити мету, зміст, методи, дидактичні умови розвитку КМ студентів під час вивчення СТВ, окреслити прогнозований результат упровадження науково-методичної системи, використовуючи концептуальні підходи та науково обґрунтовані принципи її функціонування. Відтак, запропонована в дослідженні модель науково-методичної системи – це логічно послідовна система взаємопов'язаних та взаємообумовлених складових (блоків: цільового, теоретико-методологічного, змістового, праксеологічного, оцінювально-результативного), які в єдності функціонують у просторі і часі (рис. 1.1).

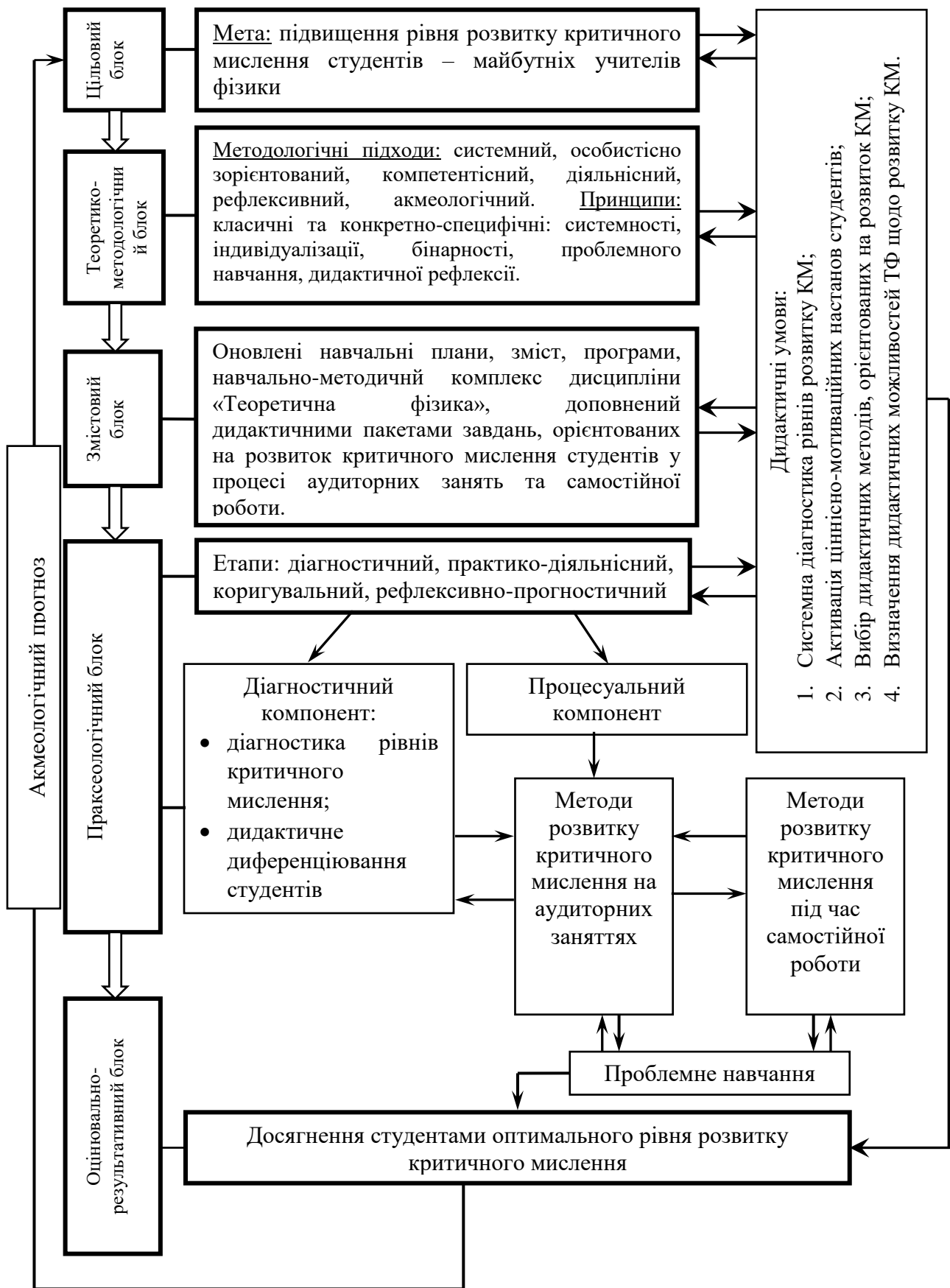


Рис. 1.1. Модель науково-методичної системи розвитку критичного мислення студентів у процесі вивчення теоретичної фізики (на прикладі СТВ)

*Цільовий блок* урахує особливості державних стандартів, суспільних вимог до рівня фахової підготовки сучасного вчителя фізики, одним із показників якої є рівень розвитку його КМ.

*Теоретико-методологічний блок* характеризує систему теоретичних підходів і принципів розвитку КМ студентів з урахуванням специфіки теоретичної фізики як науки та навчальної дисципліни.

*Змістовий блок* окреслює специфіку фахової підготовки з теоретичної фізики, окреслює можливості навчальних програм і шляхи оновлення навчально-методичного комплексу дисципліни з урахуванням її потенціалу щодо розвитку КМ студентів.

*Праксеологічний блок* передбачає добір методів діагностики рівня розвитку КМ, дидактичного диференціювання студентів з урахуванням діагностичних даних, вибір на цих засадах методів розвитку КМ студентів на аудиторних заняттях і в процесі самостійної роботи.

*Оцінювально-результативний блок* орієнтує на визначення результативності функціонування науково-методичної системи щодо забезпечення оптимального рівня розвитку КМ студентів з урахуванням їх індивідуально-типологічних особливостей. На цьому етапі обов'язковим є навчання здобувачів освіти дидактичної рефлексії – навчання аналізу власних дій та отриманих результатів.

Зупинимося щонайперше на характеристиці одного зі складників моделі – теоретико-методологічного блоку, висвітлення сутності якого є, на наш погляд, «ключем» до розуміння основних положень побудови методичної системи. Зазначимо, що теоретико-методологічний блок обґрунтовує необхідність моделювання цієї системи з урахуванням вихідних найголовніших теоретичних положень [34], які, за твердженням О. Матвієнко, характеризують методологію найбільш загальних підходів до процесу підготовки фахівця [27, с. 49]. За словником В. Даля термін «підхід» тлумачиться як «іти під гору будь-чого»; «бути підґрунтям чого-небудь». У нашій роботі вважаємо необхідним здійснити моделювання

експериментальної науково-методичної системи на засадах системного, особистісно зорієнтованого, діяльнісного, компетентнісного, рефлексивного, акмеологічного підходів. Методологічним стрижнем пропонованої «Моделі» (рис. 1.1.) постає системний підхід – як «напрямок методології науки, завданням якого є розробка методів дослідження, конструювання складних за організацією об'єктів як систем» [11, с. 305], та усвідомлена позиція науковців, орієнтована на розгляд досліджуваного об'єкта як системи, як сукупності елементів, об'єднаних взаємодією, що постає єдиним цілим відносно навколишнього середовища [1; 2; 34; 42]. На думку С. У. Гончаренка у науково-педагогічних дослідженнях системний підхід забезпечує цілісність педагогічних об'єктів, виявлення в них різноманітних зав'язків та зведення їх в єдину теоретичну картину [11, с. 305]. Системному підходу належить, на наше переконання, пріоритетна роль у розробці експериментальної моделі науково-методичної системи, оскільки необхідно окреслити у взаємозв'язках та взаємообумовленості мету, принципи, зміст, методи розвитку КМ студентів під час вивчення теоретичної фізики, спрогнозувати ефективність очікуваних результатів за певних дидактичних умов, адже саме ці елементи є множиною складників, які спільно виступають як цілісна система.

Звернення до компетентнісного підходу при побудові експериментальної науково-методичної системи аргументується тим, що, на нашу думку, компетентність є найважливішим показником педагогічного професіоналізму, складником якого, як уже зазначалося, є критичне мислення. У процесі фахової підготовки у вищій школі нагальним завданням постає формування у здобувачів освіти низки компетентностей і, зокрема, окрім загально-професійних компетентностей, – формування здатності аналізувати, синтезувати, порівнювати і зіставляти факти, систематизувати, генерувати ідеї, набувати нового досвіду [1; 12; 19; 22]. Тому у відповідності з тенденціями розвитку компетентнісно орієнтованої освіти у всіх ланках Нової української школи пріоритетним є положення, що «компетентнісний



підхід дозволяє досягти особистісних результатів через набуття досвіду самостійного розв'язування проблем» [6, с. 15], визначимо цей підхід одним із основних у процесі розвитку критичного мислення студентів саме під час вивчення ТФ з огляду на наявність суттєвих проблем і суперечностей у викладі навчального матеріалу цієї навчальної дисципліни у підручниках і навчальних посібниках [24].

Згоджуючись з науковими тезами А. Губи [13], розглядаємо компетентнісний підхід не тільки як засіб оновлення змісту професійної освіти, як механізм узгодження з сучасними вимогами, але і як механізм підсилення діяльнісного характеру навчальної діяльності студентів у педагогічному виші. У роботах І. Бургун [6] та М. Варлакової [59] обґрунтовується сутність компетентнісного підходу під час вивчення фізики, що стимулювало нас до аналізу з його принципових позицій навчальної програми і змісту курсу «Теоретична фізика», яка вивчається студентами-фізиками педагогічних університетів. З метою розвитку їх КМ нами [56; 63] була виявлена можливість доповнення навчально-методичного комплексу цієї навчальної дисципліни дидактичними пакетами проблемних оригінальних задач та завдань, виконання яких не порушує межі навчального часу, відведеного на вивчення теоретичної фізики, а в той же час сприяє інтеграції знань майбутніх учителів з фізики та методики її навчання.

Відомий фізик-методист, професор В. Д. Шарко шляхом саморозвитку вчителя в умовах неперервної освіти визначає рефлексивний підхід (*reflexio* – від лат. *Reflexio* – звернення назад) до організації навчання [46]. Також нашій дослідницькій позиції щодо розвитку критичного мислення здобувачів освіти близькі погляди тих науковців [14; 15], які апелюють до необхідності неперервного, постійного, всебічного аналізу уявлень, наукових ідей, отриманої інформації, що уможливорює вибір найбільш оптимальних стратегій пізнання і поведінки, формування і подальшого розвитку критичного мислення, яке має «обслуговувати» процес рефлексивного аналізу, підіймати його на більш високий рівень. З огляду на результати

досліджень Г. Давидової та І. Семенова, які доводять, що «рефлексивна експлікація різноманітних труднощів у навчанні і праці слугує конструктивним фактором саморозвитку особистості в проблемній конфліктній ситуації, самодіагностиці і самовизначенню на різних етапах професійної освіти» [14, с. 39], вважаємо, що виявлення і спростування студентами суперечностей, які мають місце в теоретичній фізиці, слугуватимуть розвитку КМ, методи якого можуть бути використані як під час вивчення інших навчальних дисциплін так і в майбутній професійній педагогічній діяльності.

У річищі визначення і реалізації акмеологічних (акме-вершина професійної майстерності) пріоритетів необхідною постає активна, різнобічна навчально-пізнавальна діяльність студентів як суб'єктів навчання, що є характерним для діяльнісного підходу [6]. За твердженням професора О. Малихіна, категорія діяльності є ключовою в розумінні людини і соціальних характеристик. Активність діяльності знаходить вияв у тому, що діяльність у всіх випадках – це акт «ініційований суб'єктом, а не такий, що запускається зовнішнім впливом. Діяльнісний підхід – це не сукупність реакцій, а система усвідомлених дій, що поєднуються в єдине ціле мотивом, який її спонукає» [26, с. 108-111]. Тому організація розвитку КМ студентів під час вивчення СТВ має забезпечуватись варіативністю завдань для навчальної діяльності, їх індивідуальною спрямованістю. Відповідь на запитання «чого навчати» повинна визначатися з урахуванням індивідуальних здібностей і досягнутого досвіду окремого студента. Уважаємо, що вивчення СТВ, поєднане з розвитком КМ студентів у відповідності з логікою діяльнісного підходу (знати →вміти→ діяти), має навчати їх висувати і вирішувати ключові завдання:

- Для чого необхідно вивчати цей матеріал?
- Як матеріал, який я вивчаю, може сприяти розвитку критичного мислення?

- Які методи і засоби слід використати, щоб з'ясувати і визначити проблеми (чи суперечності), з якими я зіткнувся під час вивчення конкретної теми?
- Наскільки ефективно я вирішив ці завдання?
- Де в майбутній професійній діяльності можна використати апробовані при вивченні теми методи мислення і діяльності?

Загалом, *методика розвитку критичного мислення* орієнтована на вирішення комплексу завдань. Найбільш важливими з них вважаємо навчання здобувачів освіти :

- виділяти причинно-наслідкові зв'язки під час аналізу отриманої інформації;
- висувати нові ідеї на засадах всебічного аналізу наявної інформації;
- розуміти як різні частини інформації або інформація, отримана з різних джерел, різних наукових галузей, пов'язані між собою;
- визначати та аналізувати помилки в міркуваннях;
- уникати категоричності в твердженнях;
- визначати помилкові стереотипи, що можуть привести до неправильних висновків;
- виявляти та спростовувати упереджені думки й судження;
- уміти відрізняти факти, які можуть бути перевірені, від суб'єктивних припущень та особистих думок;
- брати під сумнів логічну непослідовність усних або письмових тверджень, які зустрічаються в дискусіях, посібниках і підручниках, іншій літературі;
- «сортувати» інформацію, відокремлювати головне від несуттєвого і при узагальненні та побудові власних висновків брати до уваги перше;
- бути об'єктивним у своїх міркуваннях, дотримуватись норм наукової етики;

- запускати механізми самоосвіти.

Узагальнення теоретичних здобутків та набутого практичного досвіду дозволило нам визначити структуру та зміст методики розвитку критичного мислення здобувачів освіти, яка була апробована в нашій практиці під час вивчення спеціальної теорії відносності та електродинаміки студентами – фізиками педагогічних університетів та поглиблення знань учителями – практиками у процесі самостійної роботи під час навчання на курсах підвищення кваліфікації в КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти» та в Криворізькому державному педагогічному університеті. Передбачається, що відповідно принципу бінарності володіння вчителями методикою розвитку критичного мислення (МРКМ) буде використовуватися ними в освітньому процесі ЗЗСО.

Проілюструємо логіку МРКМ на прикладах вивчення СТВ, що передбачає такі взаємопов'язані етапи:

### **1. Перший етап – «Виклик».**

Функціями «Виклику» визначаємо:

*а) Мотиваційну функцію, що передбає: з'ясування важливості інформації, пропонованої до вивчення, спонукання здобувачів освіти до її опрацювання, пробудження й стимулювання їх інтересу до теми з використанням історичного матеріалу, з'ясування наявних суперечностей у змісті чи логіці викладу матеріалу, протиріч у висвітленні матеріалу в різних джерелах інформації і т.п.; визначення здобувачем освіти власних цілей вивчення теми.*

*б) Інформаційну, що означає актуалізацію отриманих раніше знань за цією темою (за необхідності їх повторення). Підкреслимо, що інформація є відправним, але не кінцевим результатом критичного мислення. Щоб породити власне міркування, власні висновки потрібно проаналізувати «сировину» - факти, ідеї, теорії, експериментальні дані, раніше сформульовані концепції, обґрунтувати власні думки на засадах вивчення раніше накопиченого теоретичного та емпіричного матеріалу. Зазначимо, що*

самостійно критично мислити особистість може у будь-якому віці [61].

В) *Комунікативну*, зорієнтовану на конструктивний обмін думками щодо особливостей вивчення теми.

Важливо, щоб кожен учень, студент чи вчитель – практик зміг взяти участь у роботі, метою якої є актуалізація знань та власного досвіду осмислення пропонованої для вивчення теми. На цьому етапі необхідно рекомендувати здобувачам освіти:

- розвивати у собі впевненість і розуміння цінності власних думок та ідей;
- брати активну участь у обговоренні проблем навчального матеріалу;
- з повагою та толерантно вислуховувати думки опонентів, бути готовим до висловлювання власних суджень та їх критичного аналізу.

У тому випадку, якщо здобувачі освіти не мають знань чи достатнього досвіду у конкретній галузі фізичної освіти, бажано звернутися до них з пропозицією висловити свої припущення про можливий предмет чи об'єкт вивчення. При цьому вчитель (викладач) має з повагою вислуховувати ці припущення, акцентуючи увагу та розумінні цінності висловлюваних думок та ідей.

**2. Другий етап МКРМ (осмислення)** – передбачає одержання інформації, осмислення змісту навчального матеріалу, пропонованого для обговорення, вільних висловлювань щодо нової інформації. На цьому етапі роль викладача (вчителя) полягає в організації вільного обговорення теми, стимулювання до згадування раніше вивченого, конструктивного аналізу та обговорення раніше відомого. При цьому важливо діяти за правилом: «Думка кожного – коштовна наукова цінність».

На цьому етапі доцільним може бути використання порад Ч. Темпла, К. Мередита та Дж. Стіла:

- важливо сприяти набуванню здобувачами освіти досвіду критичного

мислення;

- важливо надавати кожному учаснику освітнього процесу часу для самостійного і вдумливого обмірковування;
- викладачеві (вчителю) важливо толерантно сприймати різні думки й ідеї без коментування;
- важливо підкреслювати, що кожна особистість здатна до критичного міркування;
- важливо переконати кожного учасника освітнього процесу, що кожна думка, навіть абсолютно незрозуміла, не буде висміюваною;
- слушно зазначати, що будь-які прояви критичного мислення є цінними та можуть бути сприйнятими для критичного осмислення.

*На другому етапі МКРМ слід:*

- організувати контакт здобувачів освіти з усім об'ємом нової інформації, зіставлення її з наявними знаннями та пошуком змісту нової;
- акцентувати увагу на пошуці відповідей на виниклі питання та суперечності (зокрема, і в методиці вивчення СТВ);
- бажано звернути увагу на виниклі запитання й утруднення під час традиційного пояснення деяких явищ СТВ;
- підготуватися до аналізу традиційних методик навчання СТВ та їх суперечностей.
- визначити оптимальний час для первинного ознайомлення здобувачів освіти з інформацією та поглибленого її сприйняття, осмислення й обговорення.

Звернемо увагу на *функції* цього етапу:

а) *Інформаційну*, яка передбачає одержання інформації за оголошеною викладачем темою;

б) аналіз, осмислення та систематизацію, орієнтовані на вивчення та класифікацію нових знань, їх універсалізацію та об'єднання в систему нових

знань (*систематизуюча* функція);

в) збереження та розвиток інтересу та мотивації студентів, учнів, учителів – практиків до досліджуваної теми (*мотиваційна* функція).

На цьому етапі здобувачі освіти мають розвивати в собі впевненість у власному творчому потенціалові, цінності своїх думок та ідей. Викладач (вчитель) не повинен бути єдиним джерелом інформації, а насамперед пропонувати методи вдумливого первинного чи повторного ознайомлення з різними джерелами наукової інформації, формування власних висновків. У цей період необхідно рекомендувати учасникам освітнього процесу узагальнити власні думки, підготуватися до аргументації суджень щодо почутого та прочитаного з можливістю повернення до тексту оригіналу.

**3. Третім важливим етапом методики РКМ має бути оцінно-результативний (етап дидактичної рефлексії).**

Аналізуючи зміст цього етапу, звернемось до досліджень О. В. Тягло [55; 61] та І. В. Батрун [60], які необхідною умовою МРКМ визначають стадію рефлексії. Важливо урахувати слушну рекомендацію: «Спосіб навчання полягає в тому, щоб визначати свої сумніви, спробувати прояснити неясні запитання й у такий спосіб наблизитися до змісту нового досвіду» [60, с. 14]. На цьому етапі необхідно вчити здобувачів освіти відповідати на запитання:

- які нові знання та досвід Ви отримали при вирішенні нової проблеми?
- які суперечності були виявлені у процесі самостійного осмислення її змісту?
- які методи роботи з навчальною літературою були використані? Які з них були найбільш ефективними?
- у процесі обговорення проблеми Вашими колегами (однокурсниками) висловлювалися різні судження. Які з них сприймалися вами критично? Чому?
- які знання та дидактичні методи можуть бути використані в

педагогічній практиці, зокрема при навчанні основ СТВ в ЗЗСО?

*На етапі рефлексії (третій етап МРКМ) здобувачі освіти аналізують отримані результати. Важливо, щоб під керівництвом викладача вони дійшли таких загальнодидактичних висновків:*

1. Не обсяг знань чи інформації є метою фізичної освіти, а насамперед те, як здобувач освіти має її відшукувати, привласнювати, аналізувати, узагальнювати, застосовувати в практичній діяльності.

2. Важливою ознакою критичного мислення є не присвоєння набутого знання, а конструювання свого, яке формується у процесі навчання та самоосвітньої діяльності.

3. Важливою ознакою здібності до критичного мислення вчителя є діалог, полілог, спільний пошук вирішення науково-методичних, навчальних проблем, партнерські відносини у науково- педагогічному співтоваристві.

4. Критичне мислення – це не пошук недоліків у міркуваннях інших, а насамперед об'єктивна оцінка здобутків інших, їх негативних і позитивних сторін.

5. Узагальнені твердження типу « всі », «завжди», « ніхто», «досвідчені науковці стверджують», подібні стереотипні узагальнення, стереотипні кліше та подібні припущення можуть вести до неправильних уявлень, які протирічать результатам критичного мислення, а тому небажані до вживання у науковій та науково-методичній лексиці.

Схарактеризовану методику розвитку критичного мислення, приклади реалізації якої запропоновано в подальших розділах посібника, рекомендуємо для використання в освітньому процесі ЗВО та ЗЗСО.



## Список використаної літератури до першого розділу

1. Абасов З. А. Системный подход как методическое направление исследования инноваций в образовании. Москва: Политиздат, 1985. 263 с.
2. Беспалько В. П. О возможности системного подхода в педагогике. *Советская педагогика*. 1990. № 7. С. 59-60.
3. Бондаревская Е. В. Парадигмальный подход к разработке содержания ключевых педагогических компетентностей. *Педагогика*. 2004. № 10. С. 23-31.
4. Бородіна Н. В. Шляхи розвитку критичного мислення. *Філософія та гуманізм*. 2017. № 5. С. 29–38.
5. Браус Дж., Вуд Д. Инвайроментальное образование в школах: Пер. с англ. НААЕЕ, 1994. 103 с.
6. Бургун І. В. Розвиток навчально-пізнавальних компетенцій учнів основної школи в навчанні фізики: монографія. Херсон: Грінь Д. С., 2014. 528 с.
7. Буряк В. К. Теория и практика самостоятельной учебной работы школьников (на материалах естественнонаучных дисциплин) : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.01 / Криворожский государственный педагогический институт. Кривой Рог, 1984. 593 с.
8. Бутенко А. В., Ходос Е. А. Критическое мышление: метод, теория, практика: учеб.-метод. пособие. Москва: Мирос, 2002.
9. Векслер С. І. Розвиток критичного мислення учнів у процесі навчання. Київ: Радянська школа, 1971. 171 с.
10. Гильмиярова С. Г., Даутова К. В., Шамигулова Ю. Ю. К вопросу о формировании критического мышления у студентов педагогических вузов. *Наука и школа*. 2016. №3. С. 201–206.
11. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник. Київ: Либідь, 1997. 376 с.
12. Гончаренко Я. В. Формування професійно-предметних компетенцій майбутніх екологів у навчанні теорії ймовірності та математичної статистики. *Вища освіта України*. 2013. № 3(50). С. 241-245.
13. Губа Н. В. Концептуальні підходи до формування управлінської культури. *Педагогіка і психологія*. 2008. № 2(59). С. 100-101.
14. Давидова Г., Семенов В. Рефлексивные технологии психолого-педагогического сопровождения личности в дополнительном образовании. *Післядипломна освіта в Україні*. 2009. № 2. С. 39-43.
15. Джонсон Д. Несколько замечаний касательно обучения критическому мышлению. КМ Новости. Университет штата Калифорния 1985. Т.4. №1. 210 с.

16. Дьюи Дж. Психология и педагогика мышления. Пер. с англ. Н.М. Никольской. Москва: Совершенство, 1997. 208 с.
17. Заир-Бек С.И. Развитие критического мышления через чтение и письмо: стадии и методические приемы. *Директор школы*. 2005. № 4. С. 66–72.
18. Заир-Бек С. И., Муштавинская И. В. Развитие критического мышления на уроке: пособ. для учителя. Москва: Просвещение, 2004. 173 с.
19. Зимняя И. А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентного подхода в образовании: Авторская версия. Москва: Исслед. центр проблем качества подготовки специалистов. 2004. 120 с.
20. Карпова Л. Б. Розвиток критичного мислення учнів: реалізація програми «Шлях до Успіху». *Фізика*. 2014. № 9. С. 11–13.
21. Клустер Д. Что такое критическое мышление. *Відкритий урок*. 2003. № 17-18. С. 9–13.
22. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: Світовий досвід та українські перспективи / за заг. Ред. О. В. Овчарук. Київ: Кіс, 2004. 112 с.
23. Коновал О. А. Основи спеціальної теорії відносності: навч.-метод. посібник для студентів фізичних спеціальностей педагогічних університетів / Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Видавець Роман Козлов, 2014. 271 с.
24. Коновал О. А. Теоретичні та методичні основи вивчення електродинаміки на засадах теорії відносності: монографія. Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Видавничий дім, 2009. 346 с.
25. Лунгол О. М. Методика навчання електродинаміки учнів вищих професійно-технічних навчальних закладів: дис. канд. пед. наук: 13.00.02 / Кіровоградський державний педагогічний університет ім. В. Винченка. Кіровоград, 2015. 322 с.
26. Малихін О. В. Організація самостійної навчальної діяльності студентів вищих педагогічних навчальних закладів: теоретико-методологічний аспект: монографія. Кривий Ріг: Видавничий дім, 2009. 307 с.
27. Матвієнко О. В. Створення моделі спеціаліста на засадах теорії освітньої інноватики. *Педагогіка і психологія*. 2004. № 3(44). С. 44-52.
28. Пометун О. І., Сущенко І. М. Навчаємо мислити критично: посібник для вчителів. Дніпропетровськ: ЛПРА, 2016. 144 с.
29. Нечепельська Н. В. Формування критичного мислення. *Педагогічна майстерня*. 2010. № 5. С. 2–5.

30. Новейший психолого-педагогический словарь / сост. Е. С. Рапацевич; под общ ред. А. П. Астахова. Минск: Современная школа, 2010. 928 с.
31. Попков В. А., Коржуев А. В., Рязанова Е. Л. Критическое мышление в контексте задач высшего профессионального образования. Москва: изд-во МГУ, 2001. 166 с.
32. Поппер К. Логика и рост научного знания. Избранные работы / сост. и общ. ред. В. Н. Садовского. Москва: Прогресс, 1983. 605 с.
33. Синич-Кондратенко В. Критичне мислення й аналітичні здібності учнів. *Директор школи*. 2012. №7. С. 50–52.
34. Советов Б. Я. Моделирование систем: учеб. Для вузов / 3-е изд., перераб. и доп. Москва: Высшая школа, 2001. 343 с.
35. Сорина Г.В. Критическое мышление: история и современный статус. *Вестник Московского университета. Серия 7. Философия*. 2003. № 6. 463 с.
36. Темпл Ч. Критическое мышление и критическая грамотность. *Перемена*. 2005. № 2. С. 15-20.
37. Темпл Ч., Стіл Дж. Л., Мередит К. С. Критическое мышление: углубленная методика. Москва: Открытое общество, 1998. 237 с.
38. Терно С. О. Методика розвитку критичного мислення школярів у процесі навчання історії. Харків: Основа, 2012. 93 с.
39. Терно С. О. Світ критичного мислення: образ та мімікрія. *Історія в сучасній школі*. 2012. № 7-8. С. 27–39.
40. Терно С. О. Теорія розвитку критичного мислення (на прикладі навчання історії): посібник для вчителя / Запорізький національний університет. Запоріжжя, 2011. 105 с.
41. Ткаченко В. М. Розвиток критичного мислення учнів на уроках історії як умова їхньої успішної соціалізації. *Таврійський вісник освіти*. 2014. № 1(45). Ч.2. С. 141–150.
42. Туркот Т. І. Педагогіка вищої школи: навч. посібник. Київ: Кондор, 2011. 628 с.
43. Философский энциклопедический словарь / за ред. Аверищев С. С. 2-е изд. Москва: Сов. Энциклопедия, 1985. 815 с.
44. Формування превентивного виховного середовища загальноосвітнього навчального закладу: навч.-метод. посіб. / Єжова О. О. та ін.; Кіровоград: Імекс ЛТД, 2014. 172 с.
45. Халперн Д. Психология критического мышления. Питер: СПб, 2000. 512с.

46. Шарко В. Д. Рефлексивний підхід до організації навчання як умова саморозвитку вчителя в умовах неперервної освіти. *Методи*. Херсон, 2007. С. 45-53.
47. Chaffee J. *Thinking critically*. Belmont, CA, United States, 2014. 592 p.
48. Ennis, Robert H. *Critical Thinking: Reflection And Perspective—Part I*. *Inquiry*, Vol. 26, 1. 2011. 181 p.
49. Glaser, Edward M., *An Experiment in the Development of Critical Thinking*. AMS Press, New York, 1941. 212 p.
50. Paul R., Elder L. *The Critical Thinking Reading and Writing Test*. Publisher: Foundation for Critical Thinking, 2006. 68 p.
51. Paul R. *Critical Thinking – What Every Person Needs to Survive in a Rapidly Changing World (Third Edition)*, edited by Jane Willson and A.J.A. Binker, Foundation for Critical Thinking, Santa Rosa, CA, 1993. 70 p.
52. Про затвердження державного стандарту початкової освіти. Початкове навчання та виховання. *Науково-методичний журнал*. 2018. №13-15. С. 7.
53. *The Nature of Human Intelligence*. J. P. Guilford. McGraw-Hill, New York, 1967. 538 p.
54. Калмыкова З. И. *Продуктивное мышление как основа обучаемости*. Москва: Педагогика, 1981. 200 с.
55. Тягло О. В. *Критичне мислення: навч. посіб.* Харків: Основа, 2008. 192 с.
56. Соломенко А. О. *Дидактичні прийоми в методиці розвитку критичного мислення майбутніх учителів під час вивчення теоретичної фізики. Актуальні проблеми природничо-математичної освіти в середній та вищій школі*. Херсон. 2018. С. 117-118.
57. Почтовюк С. *Розвиток критичного мислення студентів технічних коледжів у процесі навчання інформатики: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Нац. Пед. ун-т. Ім. М. П. Драгоманова. Київ, 2013. 225 с.*
58. Zhao C., Pandian A., Kaur Mehar Singh M. *Instructional Strategies for Developing Critical Thinking in EFL Classrooms: English Language Teaching: 2016. Vol. 9. No. 10. P. 17–24.*
59. Варлакова М. *Развитие критического мышления учащихся в процессе обучения физике: дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Курганский государственный университет. Курган, 2016. 194 с.*
60. Батрун І. В. *Технологія розвитку критичного мислення і сучасний освітній процес. Завучу. Усе для роботи. 2018. № 5/6. С. 7–14.*

61. Тягло О. В. Чи буде культура критичного мислення в новій українській школі? URL: <https://life.pravda.com.ua/columns/2017/02/9/222533/> (дата звернення: 9.02.2019).

62. Solomenko A. O. The formation of Critical-Constructive Thinking of Future Teachers of Physics in the Process of Analysis of Contradictions in Electrodynamics. *XVI International Conference Physics and Technology of Thin Films and Nanosystems* (dedicated to memory Professor Dmytro Freik). Materials. Ivano-Frankivsk. 2017. P. 177.

63. Релятивістські кінематичні ефекти: методичні рекомендації до самостійної роботи студентів фізико-математичних факультетів та вчителів фізики / укл. А. О. Соломенко, О. А. Коновал, Н. С. Шолохова. Кривий Ріг-Херсон. 2016. 41 с.

64. Соломенко А. О. Суперечності теоретичної фізики як один із засобів розвитку критичного мислення студентів. *Актуальні проблеми природничо-математичної освіти в середній і вищій школі: матеріали Міжнародної науково-практичної конференції*. Херсон. 2016. С. 113-115.

## РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ РЕАЛІЗАЦІЇ КРИТИЧНО-КОНСТРУКТИВНОГО ПІДХОДУ ДО ВИВЧЕННЯ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

*Ідеї Ейнштейна дали фізичній науці імпульс, який вивзволив її від застарілих філософських доктрин і перевів в одну з вирішальних сил сучасного світу людей*

Макс Борн

Теперішнього часу фізика в ЗЗСО України вивчається за новими Державними стандартами [1], згідно з якими у старшій школі запроваджують профільну диференціацію навчання. Відповідно вивчення фізики здійснюється за новими програмами, які мають три рівні [2; 49], а, отже, і відповідно різні підручники: для рівня стандарту [27; 36; 44; 45; 46], академічного рівня [3], профільного рівня [10; 12; 13; 14; 48]. При цьому тема «Релятивістська механіка» завершує вивчення розділу «Механіка» у 10 класі.

Аналіз навчальних програм з фізики для закладів загальної середньої освіти засвідчує, що на вивчення «Релятивістської механіки» наразі відводиться:

- а) в класах, що вивчають фізику на рівні стандарту, – 3-4 год.;
- б) в класах, що вивчають фізику на академічному рівні, – 4 год.;
- в) в класах, що вивчають фізику на профільному рівні, – 8 год.

У межах цього навчального часу учні профільних класів (класів з поглибленим вивченням фізики) повинні засвоїти:

- Принцип відносності А. Ейнштейна. Основні положення спеціальної теорії відносності. Перетворення Лорентца. Швидкість світла у вакуумі. Відносність одночасності подій. Відносність довжини й часу. Просторово-часові властивості фізичного світу.
- Релятивістський закон додавання швидкостей. Взаємозв'язок маси та енергії.

- Основні наслідки СТВ та їх експериментальне підтвердження [25; 41; 50; 51, с. 330-333].

У процесі узагальнюючих занять «Сучасні уявлення про простір і час» у здобувачів освіти повинні сформуватися адекватні реальності уявлення про простір і час, взаємозв'язок класичної та релятивістської фізики. Вони також повинні усвідомити роль та значення фізичних знань, зокрема з релятивістської механіки, у суспільному розвитку, науково-технічному прогресі, знати про сучасні проблеми механіки, і, зокрема, спеціальної теорії відносності, поглибити свої знання про досягнення українських науковців у розвитку фізичної науки й техніки.

Окрім того цей матеріал має значний світоглядний потенціал і, як засвідчує наша практика, в класах, які вивчають фізику на рівні стандарту, академічному рівні та профільному рівнях є досить великий відсоток учнів, які проявляють підвищений інтерес до вивчення фізики, і, зокрема, до поглибленого вивчення основ СТВ.

Саме тому в другому розділі посібника пропонуються матеріали, які будуть корисними вчителю фізики ЗЗСО:

- а) в організації роботи учнів при їх самостійному, більш глибокому вивченні основ СТВ;
- б) під час факультативних занять з фізики (за рахунок варіативної частини навчального плану);
- в) у процесі гурткових занять з фізики.

Зауважимо, що ця робота повинна ґрунтуватися на принципах індивідуалізації, наступності, відповідності та науковості, сприяти розвитку критичного мислення здобувачів освіти.

Наразі в науково-методичній літературі існує розмаїття підходів до викладання спеціальної теорії відносності в середній та вищій школах (див. «Список використаних джерел»). Це обумовлено перш за все специфікою СТВ та парадоксальністю її наслідків, зокрема, кінематичних. Саме аналіз кінематичних наслідків СТВ, в основному, і пропонується в навчальній та

науково-методичній літературі. По-друге, відносно складний математичний апарат, необхідний для усвідомлення сутності фізичних явищ і процесів, які описуються з позицій теорії відносності (зокрема, перетворення Лорентца), вимагає від суб'єктів навчальної діяльності високого рівня розвитку логічного і абстрактного мислення, і водночас може сприяти розвитку його критичності.

Ці обставини також зумовлюють потребу пошуку методичних новацій в процесі навчання СТВ в ЗВО та ЗЗСО.

На наше переконання, завдання, які стоїть перед вчителем ЗЗСО при навчанні СТВ, наступні:

- сформувати в суб'єктів навчальної діяльності адекватне розуміння фізичної реальності, яка виходить за межі їх повсякденного досвіду (і яка описується ньютонівською механікою);
- допомогти зрозуміти особливості законів релятивістської фізики (область великих енергій і швидкостей руху частинок);
- сформувати основи наукового світогляду, ураховуючи, що суттю СТВ як фізичної теорії, є вчення про властивості простору і часу;
- забезпечити реалізацію принципів фундаменталізації, індивідуалізації, наступності, відповідності та науковості під час вивчення класичної й релятивістської механіки, зберігши при цьому їх логічну спадкоємність і взаємозв'язок;
- з позицій розвивального навчання сприяти розвитку критичного мислення суб'єктів навчальної діяльності.

У відповідності з цими завданнями у процесі вивчення спеціальної теорії відносності необхідно дотримуватись чіткого обґрунтування всіх формул, висновків і положень релятивістської фізики, що дозволить забезпечити цілісне сприйняття структури та змісту цієї фізичної теорії.

Однак аналіз сучасних підручників з фізики і методичної літератури засвідчує, що типовим є виклад релятивістської механіки у вигляді



розрізнених фактів і понять, з фрагментарним висвітленням та з не завжди достатньою глибиною їх аналізу і пояснення. В деяких посібниках та підручниках для загальноосвітніх шкіл [12; 13; 14; 27] наявні фізичні помилки, неточності формулювань, некоректні трактування деяких положень СТВ. Аналіз цих фактів надасть учителеві можливості уникнути негараздів у практиці викладання.

Зазначимо також, що варіанти вивчення кінематики СТВ відрізняються різною послідовністю викладу способів обґрунтування кінематичних релятивістських ефектів. Звернемося наразі до безпосереднього висвітлення методичних особливостей вивчення релятивістських кінематичних ефектів СТВ.

Оскільки в підручниках фізики для ЗЗСО, як правило, обов'язково висвітлюються кінематичні наслідки СТВ, то вочевидь постає нагальна потреба обґрунтувати різними способами ці кінематичні наслідки, пояснити їх фізичну сутність. На нашу думку, це надає вчителю перспективу вибору оптимальних як способів обґрунтування кінематичних наслідків так і методичних підходів загалом до навчання СТВ.

Зокрема: у **п. 2.1** висвітлено методичні особливості вивчення явища сповільнення ходу рухомого годинника.

У **п. 2.2** подано способи обґрунтування лорентцевого скорочення.

У **п. 2.3** схарактеризовано деякі способи обґрунтування перетворень Лорентца (ПЛ).

У **п. 2.4** подано способи обґрунтування релятивістських формул додавання швидкостей.

Пропонуємо здійснити критично-конструктивний аналіз варіантів побудови структури змістового компонента методики вивчення СТВ в ЗЗСО.

**I Варіант** структури змістового компонента методики вивчення СТВ в ЗЗСО.

1. Постулати СТВ (вимірювання простору і часу, відносність одночасовості).

2. Сповільнення ходу рухомого годинника.
3. Скорочення Лорентца.
4. Перетворення Лорентца.
5. Формули додавання швидкостей за Ейнштейном (РФДШ).
6. Експериментальні підтвердження СТВ та її наслідків.

*Методичний коментар.* Пропонована послідовність вивчення релятивістської механіки передбачає обґрунтування всіх кінематичних наслідків СТВ згідно схеми:

а) постулати СТВ;

б) обґрунтування формули сповільнення ходу рухомого годинника за допомогою «світлового годинника» (п. 2.1.2);

в) обґрунтування формули скорочення Лорентца на основі аналізу поширення променів в «світловому годиннику» (п. 2.2.2), або з використанням результатів п. 2.2.5;

г) очевидно, що обґрунтування ПЛ слід здійснити на основі результатів п. 2.1.2, п. 2.2.2. та п. 2.2.5. А потім необхідно скористатися п. 2.3.1 або п.2.4.2, в якому виводяться не тільки ПЛ на основі РФДШ для повздовжнього компонента швидкості, але й РФДШ для поперечного компонента швидкості;

д) доведення формул додавання швидкостей за Ейнштейном простіше всього здійснити використовуючи ПЛ (п. 2.4.1). Більш вишукані способи обґрунтування РФДШ пропонуються в пп. 2.4.2, 2.4.3, 2.4.4.

**II Варіант** структури змістового компонента методики вивчення СТВ в ЗЗСО.

1. Постулати СТВ (вимірювання простору і часу, відносність одночасовості).
2. Скорочення Лорентца.
3. Сповільнення ходу рухомого годинника.
4. Перетворення Лорентца.
5. Формули додавання швидкостей за Ейнштейном.
6. Експериментальні підтвердження СТВ та її наслідків.

*Методичний коментар.* Можна запропонувати наступну послідовність вивчення основ СТВ у цьому варіанті:

а) Постулати СТВ (вимірювання простору і часу, відносність одночасовості);

б) порівнюючи всі можливі способи обґрунтування формули  $l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ , доходимо висновку, що абсолютно незалежно (не спираючись на ПЛ та формулу явища сповільнення ходу рухомого

годинника  $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , не використовуючи властивості квадрату

інтервалу між двома подіями, не користуючись методом  $k$ - коефіцієнта) неможливо обґрунтувати скорочення Лорентца. Тому ми пропонуємо все ж

скористатися п. **2.1.2**, побіжно використавши  $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , де  $\beta = \frac{v}{c}$ ,  $v$  -

швидкість руху годинника (швидкість переміщення фізичного явища, процесу),  $c$  - швидкість світла в вакуумі, а вже потім наступним кроком слід більш детально обґрунтувати формулу сповільнення ходу рухомого годинника;

в) обґрунтування формули сповільнення ходу рухомого годинника в цьому варіанті структури змістового компонента методики вивчення СТВ в ЗЗСО простіш за все зробити за допомогою «світлового годинника» (п. **2.1.2**);

г) перетворення Лорентца, аналогічно до структури змістового компонента першого варіанта, слід обґрунтувати з використанням п. **2.3.1** або п. **2.4.2**;

д) для одержання РФДШ необхідно використати будь-який спосіб, що пропонується в параграфі **2.4**.

**III Варіант** структури змістового компонента методики вивчення СТВ в ЗЗСО.

1. Постулати СТВ (вимірювання простору і часу, відносність одночасовості).

2. Перетворення Лорентца.

3. Кінематичні наслідки ПЛ.

А) сповільнення ходу рухомого годинника;

Б) скорочення Лорентца;

В) РФДШ.

4. Експериментальні підтвердження СТВ та її наслідків.

*Методичний коментар.*

А) Перетворення Лорентца – це основа СТВ, власне математичний апарат СТВ. Можна запропонувати такі способи обґрунтування ПЛ: п. 2.3.2 та п. 2.3.3. Досвід показує, що засвоєння суті цих способів учнями ЗЗСО є можливим;

б) надалі при обґрунтуванні кінематичних наслідків ПЛ слід скористатися такою послідовністю:

пп. 2.1.1, 2.1.2, 2.1.5. (для обґрунтування формули сповільнення ходу рухомого годинника,  $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ );

пп.. 2.2.2, 2.2.3, 2.2.4, 2.2.5 (для обґрунтування скорочення Лорентца);

пп. 2.4.1, 2.4.2, 2.4.3 (для обґрунтування РФДШ).

**IV Варіант** структури змістового компонента методики вивчення СТВ в ЗЗСО.

1. Постулати СТВ.

2. Квадрат інтервалу між подіями.

3. Сповільнення ходу рухомого годинника.

4. Скорочення Лорентца.

5. Перетворення Лорентца.

6. РФДШ.

7. Експериментальні підтвердження СТВ та її наслідків.

*Методичний коментар.* Цей варіант подання змістового компонента релятивістської механіки та методики вивчення СТВ в ЗЗСО на теренах українських шкіл мабуть вперше запропоновано в [26], хоча й з деякими явними та неявними помилками [39; 50].

Пропозиція наступна:

а) пояснити, що ПЛ, виступаючи математичним підґрунтям СТВ, можуть розглядатися як наслідок більш загального положення: інваріантності виразу для квадрату інтервалу між двома подіями [25, с. 67-72; 26]:

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2;$$

б) в п. **2.1.1** подано обґрунтування формули  $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ ;

в) в п. **2.2.1** подано обґрунтування формули лорентцевого скорочення;

г) ПЛ обґрунтовуються в п. **2.3.2.** та п. **2.3.3;**

д) очевидно, що РФДШ найбільш прозоро можна обґрунтувати з використанням п. **2.4.1.**

**V Варіант** структури змістового компонента методики вивчення СТВ в ЗЗСО.

1. Постулати СТВ.
2. Метод  $k$  - коефіцієнта.
3. Сповільнення ходу рухомого годинника.
4. Скорочення Лорентца.
5. Перетворення Лорентца.
6. РФДШ.
7. Експериментальні підтвердження СТВ та її наслідків.

*Методичний коментар.* Вивчення СТВ (обґрунтування ПЛ, обґрунтування кінематичних наслідків цих перетворень) можливе також з використанням методу  $k$  - коефіцієнта. Опис його подано в [5; 25; 37]. Тому ми пропонуємо наступну послідовність вивчення СТВ на основі методу  $k$  - коефіцієнта:

а) п. **2.1.3**, в якому детально висвітлюється сутність самого методу та

обґрунтування формули  $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ ;

б) п. **2.2.6** (доведення формули  $l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ );

в) п. **2.3.4** (обґрунтування ПЛ);

Послідовність використання пп. **2.1.3**, **2.2.6**, **2.3.4** в освітньому процесі може бути довільною й визначається уподобаннями вчителя, рівнем знань здобувачів освіти та вибором методики подання СТВ.

**VI Варіант** структури змістового компонента методики вивчення СТВ в ЗЗСО.

1. Постулати СТВ (вимірювання простору і часу, відносність одночасовості).

2. Релятивістські формули додавання швидкостей за Ейнштейном.

3. Перетворення Лорентца.

4. Кінематичні наслідки ПЛ:

А) сповільнення ходу рухомого годинника;

Б) скорочення Лорентца;

5. Експериментальні підтвердження СТВ та її наслідків.

*Методичний коментар.* А) Малініним О.М. запропоновано своєрідний спосіб обґрунтування формули повздовжнього компонента швидкості РФДШ [30], п. **2.4.3**;

б) використовуючи його та п. **2.4.2**, одержуємо не тільки РФДШ, але й перетворення Лорентца;

в) подальша послідовність викладу матеріалу аналогічна структурі варіанту III.

Зазначимо насамкінець, що варіант I та варіант II майже ідентичні. Варіанти IV, V та VI доцільно використовувати для достатньо підготовлених учнів профільних класів ЗЗСО.

На наш погляд, найбільш широкі можливості для інновацій та свободи у виборі варіантів подання релятивістської механіки надає варіант III структури змістового компонента методики вивчення СТВ в ЗЗСО, підґрунтям якого є перетворення Лорентца. Тому найбільш доступний для учнів є спосіб обґрунтування ПЛ, описаний в п. 2.3.2; п. 2.3.1.

### 2.1. Методичні особливості пояснення явища сповільнення ходу рухомого годинника.

Розглянемо на прикладі аналізу питання «Явище сповільнення ходу рухомого годинника» методику РКМ здобувачів освіти з проекцією її використання під час вивчення інших тем СТВ.

Перший етап «Виклик».

У відповідності зі змістом мотиваційної функції «Виклику» (перший етап МРКМ) звертаємо увагу майбутніх читачів насамперед на той факт, що при вивченні СТВ розглядаються, як правило, дві системи відліку,  $K$  і  $K'$ . Система відліку (СВ)  $K$  вважається нерухомою, а СВ  $K'$  рухається відносно СВ  $K$ . Загальноприйнятим вважається, що вісь  $OX$  СВ  $K$ , й вісь  $O'X'$  СВ  $K'$  співпадають, а СВ  $K'$  рухається відносно СВ  $K$  із швидкістю  $\vec{V}$  вздовж вісі  $OX$  (Рис. 2.1).

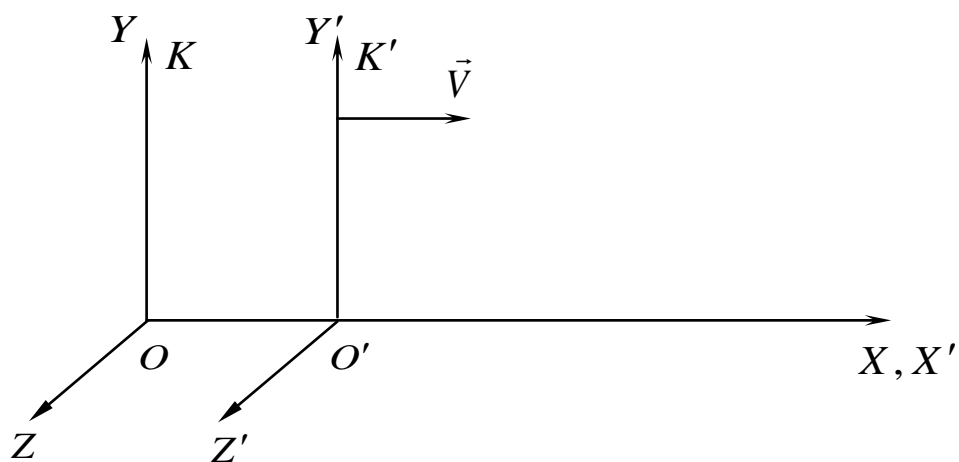


Рис. 2.1. Рух СВ  $K'$  відносно «нерухомої» СВ  $K$

При цьому в початковий момент часу  $t = t' = 0$  початки координат СВ  $K$   $x = y = z = 0$  й СВ  $K'$   $x' = y' = z' = 0$  співпадають.

Далі формулюємо завдання: проаналізувати особливості явища сповільнення ходу рухомого годинника та окреслюємо важливість вивчення цього питання для розуміння сутності СТВ.

На другому етапі (Осмислення змісту начального матеріалу) інформуємо здобувачів освіти, що в науково-методичній літературі існує декілька способів обґрунтування формули явища сповільнення ходу рухомого годинника  $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , критичний розгляд і аналіз яких дасть

змогу як вчителю, так і учню зіставити, оцінити, і нарешті обрати найбільш зручний, адекватний спосіб опису цього явища.

На третьому етапі МРКМ (Етапі дидактичної рефлексії) разом зі здобувачами освіти (або в процесі їх самостійної роботи) аналізуємо способи обґрунтування формули явища сповільнення ходу рухомого годинника,

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

На завершення вивчення теми слід організувати обговорення за таким планом:

- а) Які нові знання Ви отримали?
- Б) Які методи засвоєння навчального матеріалу були використані?
- В) Чи були використані в процесі обговорення різні судження, висловлені однокурсниками? Які з них сприймалися Вами критично? Чому?

**2.1.1. Спосіб, який ґрунтується на *інваріантності квадрату інтервалу між двома подіями*:**

Квадрат інтервалу  $\Delta s^2$  (квадрат «віддалі») між двома подіями, згідно з означенням, дорівнює:



$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2, \quad (1)$$

де  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  - просторові віддалі між двома подіями в СВ  $K$ , відповідно по осях  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ ;  $\Delta x'$ ,  $\Delta y'$ ,  $\Delta z'$  - просторові віддалі між цими ж двома подіями в СВ  $K'$ , відповідно по осях  $O'X'$ ,  $O'Y'$ ,  $O'Z'$ ;  $\Delta t$ ,  $\Delta t'$  - проміжки часу між цими двома подіями з точок зору СВ  $K$  та СВ  $K'$  відповідно;  $c$  - швидкість світла у вакуумі.

Якщо інтервал часоподібний, тобто  $\Delta s^2 > 0$ , то завжди можна знайти систему відліку, в якій дві довільні нескінченно близькі події відбуваються в одній просторовій точці ( $\Delta x' = \Delta y' = \Delta z' = 0$ ).

Тоді квадрат просторово-часового інтервалу зводиться до нескінченно малого проміжку часу в СВ  $K'$ :

$$\begin{aligned} c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 &= c^2 \Delta t'^2, \\ c^2 \Delta t^2 - \Delta r^2 &= c^2 \Delta t'^2, \end{aligned}$$

де  $\Delta r^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$  - це квадрат віддалі між просторовими точками цих двох подій в СВ  $K$ .

Отже, одержуємо:

$$c^2 \Delta t'^2 = c^2 \Delta t^2 \left( 1 - \frac{\Delta r^2}{c^2 \Delta t^2} \right) = c^2 \Delta t^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right), \quad (2)$$

де  $\frac{\Delta r^2}{\Delta t^2} = v^2$  - квадрат швидкості руху частинки (або квадрат швидкості переміщення фізичного процесу відносно СВ  $K$ ).

Слід звернути увагу на те, що коли фізичний процес (фізичне явище, годинник) нерухомий в СВ  $K'$ , то  $v = V$ .

Тоді проміжок часу у лабораторній системі відліку,  $\Delta t$  зв'язаний з проміжком власного часу в системі відліку  $K'$ , в якій процес локалізований,  $\Delta t'$  визначається таким чином:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (3)$$

Нагадаємо, що *власним часом* називають час, який фіксується годинником, нерухомим відносно фізичного явища чи процесу.

Якщо умовно вважати, що з рухомим процесом (фізичним об'єктом, частинкою) зв'язаний годинник (якраз він показує власний час), то складається враження, що рухомий годинник з точки зору «нерухомого годинника» (спостерігача) «іде» повільніше, ніж нерухомий. На цьому етапі бажано здійснити *дидактичну рефлексію*: обговорити як слід розуміти формулу (3).

Здобувачі освіти мають усвідомити, що тривалість фізичного процесу в системі відліку, де він нерухомий (проміжок власного часу), завжди менша, ніж тривалість його з точки зору будь-якої іншої інерціальної системи відліку.

Можна також підкреслити, що фізичний процес в СВ, відносно якої він переміщується, протікає повільніше, ніж з точки зору системи відліку, в якій він знаходиться в спокої. Різним виявляється лише відлік проміжків часу.

*Зв'язок проміжку часу між двома подіями, що відбулися в деякій СВ в одній і тій самій точці простору (а, отже, цей проміжок часу  $\Delta t'$  фіксується одним годинником) з проміжком часу між тими самими подіями, але який вимірюється двома годинниками іншої СВ, відносно якої ці дві події відбуваються в двох різних точках простору, визначається формулою (3) [25, с. 24].*

На етапі дидактичної рефлексії бажано наголосити, що насправді мова йде не про темп ходу часу у різних системах відліку, а про опис у різних системах відліку будь-якого фізичного процесу, що локалізований у системі відліку  $K'$ .

Як це видно з (3), тривалість процесу завжди найменша в тій системі відліку, де частинка (або процес) знаходиться в спокої (має місце просторова

локалізація). У будь-якій іншій системі відліку народження і розпад нестабільної частинки (наприклад, тривалість процесу) відбуватиметься в різних точках простору. А наявність просторової частини квадрату інтервалу

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 \quad (4)$$

приводить (оскільки він є інваріантним) до зростання часу життя частинки в будь-якій іншій СВ, порівняно із власною СВ, де частинка (процес) знаходиться в спокої.

### 2.1.2. Обґрунтування формули $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-B^2}}$ за допомогою

**світлового годинника.**

*Етап 1.* «Виклик». Пропонуємо обґрунтування формули  $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-B^2}}$

здійснити за допомогою так званого «світлового годинника», де  $B = \frac{V}{c}$  [10;

22; 30; 31]. З цією метою здійснимо аналіз ходу світлового променя в «світловому годиннику» в СВ  $K$  та СВ  $K'$ .

На кінцях стрижня довжиною  $l$  закріплені два паралельні дзеркала. Між дзеркалами рухається ввєрх і вниз світловий промінь (фотон), рис. 2.2.

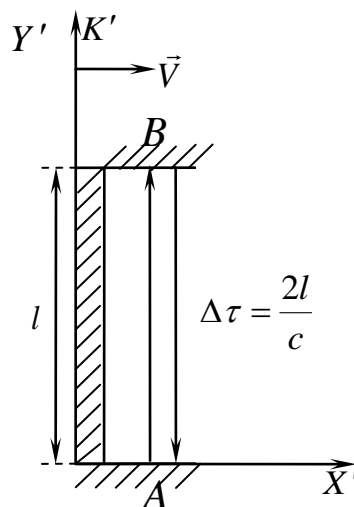


Рис. 2.2. Світловий годинник  $AB$  нерухомий в СВ  $K'$

Кожне віддзеркалення світла від нижнього дзеркала за допомогою спеціального пристрою викликає наступне «клацання» годинника.

Спостерігач, нерухомий відносно годинника, виявить, що інтервал часу між «клацанням» дорівнює:

$$\Delta\tau = \frac{2l}{c}.$$

Та з точки зору спостерігача, відносно якого годинник рухається зі швидкістю  $V$  (СВ  $K$ ), інтервал часу виявиться іншим.

Аналізуємо: чому?

*Етап 2. «Осмислення».* Будемо вважати, що стрижень (світловий годинник  $AB$ ) перпендикулярний до вектору швидкості  $\vec{V}$ .

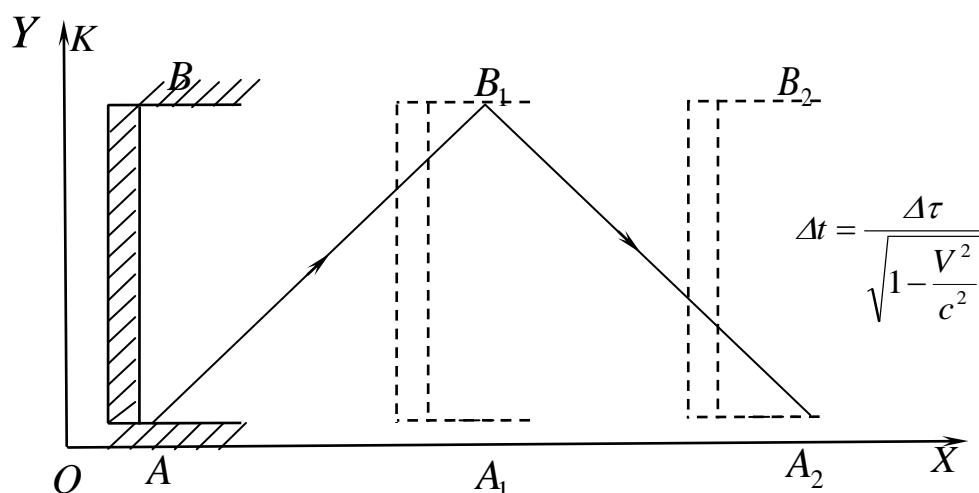


Рис. 2.3. Світловий промінь у світловому годиннику в СВ  $K$  розповсюджується вздовж ломаної лінії  $AB_1A_2$

Тоді світло в рухомому годиннику з точки зору СВ  $K$  розповсюджується вздовж ломаної лінії  $AB_1A_2$ , (рис. 2.3) і проходить між «клацанням» годинника за час  $\Delta t$  шлях:

$$c \cdot \Delta t = 2\sqrt{(AA_1)^2 + (A_1B_1)^2} = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{V\Delta t}{2}\right)^2 + l^2}. \quad (5)$$

Звідси, проміжок часу між випромінюванням сигналу в т. А та прийомом його в т. А<sub>2</sub> з точки зору СВ К, дорівнює:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \sqrt{l^2 + \left(\frac{V\Delta t}{2}\right)^2}}{c}.$$

Розв'язуючи це рівняння відносно  $\Delta t$  і враховуючи, що  $\frac{2l}{c} = \Delta \tau$ , приходимо до формули, яка співпадає з (3):

$$\Delta t = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1 - B^2}}, \quad (6)$$

де  $B = \frac{V}{c}$ .

Тобто, якщо проміжок часу між «клацанням» годинника у власній СВ  $\Delta \tau$ , то з точки зору будь-якої іншої системи відліку, відносно якої годинник рухається з швидкістю  $V$ , проміжок часу між цим «клацанням» буде більшим,  $\Delta t > \Delta \tau$ .

Власний час показує той годинник, який є нерухомим відносно певної системи відліку (або деякого процесу). При цьому маємо на увазі довільну систему відліку.

*Етап 3. Дидактична рефлексія.* Які знання та дидактичні методи можуть бути використані в Вашій майбутній педагогічній практиці, зокрема при вивченні основ СТВ в ЗЗСО?

### 2.1.3. Обґрунтування формули $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - B^2}}$ за допомогою методу $k$ –

*коефіцієнта.*

Спочатку опишемо метод  $k$  –коефіцієнта (радіолокаційний метод).

У методиці навчання СТВ (зокрема, при обґрунтуванні перетворень Лорентца та кінематичних наслідків СТВ) часто використовується радіолокаційний метод [5; 25; 37]. Його зміст полягає в наступному.

Нехай в СВ  $K$  в початку координат знаходиться пристрій, який посилає у напрямі до СВ  $K'$  імпульси через проміжки часу  $T$ .

У початковий момент часу, зазвичай, початки координат СВ  $K$  та СВ  $K'$  співпадають (рис. 2.1), і в цей момент часу посилається перший імпульс до СВ  $K'$ . Другий імпульс посилається в момент  $t_1 = T$ .

Тоді в СВ  $K'$  цей сигнал за *годинником системи  $K'$*  буде прийнятий в момент:

$$t'_1 = kT. \quad (7)$$

Тобто, всі наступні сигнали в СВ  $K'$  будуть прийматися через такий же проміжок часу  $t'_1 = kT$ .

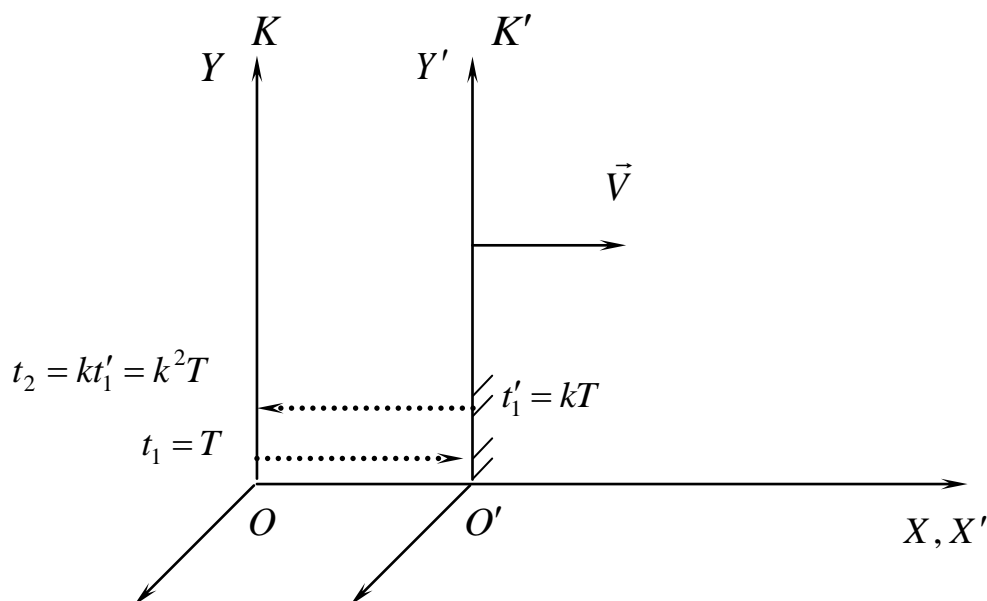


Рис. 2.4. Ілюстрація методу  $k$ -коєфіцієнта

Аналогічно (в силу рівноправності СВ  $K$  та СВ  $K'$ ), якщо із системи  $K'$  в напрямі системи  $K$  буде посилатись сигнал через проміжок часу  $T'$  за годинником системи  $K'$ , то за годинником системи  $K$  цей сигнал буде прийматись через проміжок часу  $kT'$  (рис. 2.4).

Нехай в початку координат системи  $K'$  знаходиться дзеркало, тоді другий посланий сигнал відіб'ється від  $K'$  через проміжок часу  $kT$  за

годинником  $K'$ , але спостерігач в СВ  $K$  прийме його після віддзеркалення через проміжок часу:

$$t_2 = kt'_1 = k \cdot kT = k^2T. \quad (8)$$

Тобто, за годинником СВ  $K$  2-й віддзеркалений сигнал прийде в т.  $O$  в момент  $t_2 = k^2T$ .

Таким чином, за годинником СВ  $K$  проміжок часу  $k^2T - T$  – це час розповсюдження радіолокаційного сигналу від СВ  $K$  до системи  $K'$  і назад.

А проміжок часу  $\frac{(k^2T - T)}{2}$  – час розповсюдження сигналу тільки від СВ  $K$  до системи  $K'$ .

А в який момент за годинником СВ  $K$  відбулося відбивання світowego сигналу від дзеркала СВ  $K'$ ?

Безпосередньо виміряти час настання цієї події ми не можемо. Після обговорення цієї тези, здобувачі освіти мають дійти висновку, що цей момент ми повинні *теоретично визначити (етап «Виклику»)* згідно з процедурою синхронізації годинників [22, с. 16-17].

*Етап «Осмислення».* Час настання події (відбиття сигналу) за годинником СВ  $K$ , згідно з означенням, згідно з процедурою синхронізації (див. [22]) дорівнює:

$$T = \frac{(t_1 + t_2)}{2}.$$

Ураховуючи (8) для моменту відбиття сигналу від СВ  $K'$ , маємо:

$$\frac{k^2T + T}{2} = \frac{T(k^2 + 1)}{2}. \quad (9)$$

Тоді, очевидно, що СВ  $K'$  «з точки зору» системи відліку  $K$  пройшла за цей проміжок часу шлях:

$$\frac{T(k^2 + 1) \cdot V}{2},$$

а світловий промінь подолав відстань:

$$\frac{(k^2 T - T)}{2} \cdot c = \frac{c T (k^2 - 1)}{2}. \quad (10)$$

Тому одержуємо рівність для визначення коефіцієнта  $k$  :

$$\frac{T(k^2 + 1) \cdot V}{2} = \frac{c T \cdot (k^2 - 1)}{2}. \quad (11)$$

Тоді коефіцієнт  $k$  та релятивістський множник  $\Gamma$ , відповідно, дорівнюють:

$$k = \sqrt{\frac{1+B}{1-B}}, \quad \Gamma = \frac{k^2 + 1}{2k}. \quad (12)$$

*Тепер, користуючись методом  $k$  – коефіцієнта*, можна отримати співвідношення між проміжками часу між двома подіями з точки зору СВ  $K$  та СВ  $K'$ .

Дійсно, спостерігач в СВ  $K'$  (за своїм годинником) приймає сигнали через проміжок часу:

$$\Delta t' = kT.$$

З точки зору спостерігача СВ  $K$  спостерігач в СВ  $K'$  приймає другий сигнал через проміжок часу (див. формулу (9)):

$$\Delta t = \frac{T + k^2 T}{2}.$$

Іншими словами, для СВ  $K$  цей проміжок дорівнює:  $\Delta t = \frac{T(1+k^2)}{2}$ .

Тому проміжки часу  $\Delta t$  та  $\Delta t'$  зв'язані співвідношенням:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{1+k^2}{2k} = \Gamma,$$

$$\text{де } k = \sqrt{\frac{1+B}{1-B}}, \quad \Gamma = \frac{k^2 + 1}{2k} = \frac{1}{\sqrt{1-B^2}}.$$



*Етап дидактичної рефлексії.* При підведенні підсумків здобувачі освіти доходять висновку: ще раз було встановлено зв'язок проміжку часу між двома подіями, що відбулися в деякій СВ в одній і тій же точці простору (а, отже, цей  $\Delta t'$  фіксується одним годинником) з проміжком часу між тими самими подіями, який вимірюється двома годинниками іншої СВ, відносно якої ці дві події відбуваються в двох різних просторових точках:

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - B^2} . \quad (13)$$

**2.1.4. Формула сповільнення ходу рухомого годинника на основі перетворень Лорентца** [25, с. 24; 31-34; 37].

У СВ  $K'$  в нерухомій точці  $x'$  відбулося явище (процес), а проміжок часу між закінченням та початком цього явища  $\Delta t' = t'_2 - t'_1$  (іншими словами - це проміжок часу між деякими подіями явища), де  $t'_1$  і  $t'_2$  - моменти початку і кінця явища (процесу), визначені за годинником, нерухомим в СВ  $K'$ . А в СВ  $K$  початок і кінець цього явища, згідно з перетвореннями Лорентца, відповідно дорівнюють  $t_1$  і  $t_2$ :

$$t_1 = \Gamma(t'_1 + \frac{V}{c^2} \cdot x'), \quad t_2 = \Gamma(t'_2 + \frac{V}{c^2} \cdot x').$$

Тому тривалість процесу ( $\Delta t = t_2 - t_1$ ) в СВ  $K$  (ефект сповільнення часу):

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - B^2}} .$$

З опертям на вище зазначене пропонуємо використати методику розвитку критичного мислення здобувачів освіти на інших прикладах СТВ.

## 2.2. Обґрунтування формули лорентцевого скорочення повздовжніх розмірів рухомих тіл.

*2.2.1. Обґрунтування формули лорентцевого скорочення з використанням властивості просторово-часового інтервалу [26; 29, с. 43; 24, с. 113].*

Нехай стрижень нерухомий у СВ  $K$  й орієнтований вздовж осі  $OX$ . Тоді квадрат інтервалу, згідно з (1), дорівнює:

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2. \quad (14)$$

Оскільки, згідно з процедурою вимірювання довжини рухомого стрижня, у СВ  $K'$  ми повинні зафіксувати координати початку і кінця цього рухомого стрижня в один і той же момент часу за годинниками СВ  $K'$ , то у виразі для  $\Delta s'^2$  слід взяти  $\Delta t' = 0$ .

Нехай дві події відбулися на осі  $O'X'$  деякої системи відліку. У випадку просторово-подібного інтервалу завжди можна знайти СВ  $K'$ , у якій ці дві події відбулися одночасово –  $\Delta t' = 0$ . Стосовно нашої задачі це означає, що в СВ  $K'$  ми зафіксувати координати початку і кінця цього рухомого стрижня в один і той же момент часу за годинниками СВ  $K'$  ( $\Delta t' = 0$ ).

Тоді квадрат інтервалу у СВ  $K'$  зводиться тільки до просторової віддалі між цими подіями (фіксацією координат початку і кінця цього рухомого стрижня в СВ  $K'$ ):

$$\Delta s'^2 = -\Delta x'^2 < 0. \quad (15)$$

У будь-якій іншій системі відліку (наприклад, у СВ  $K$ ) для  $\Delta s^2$  маємо:

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 < 0.$$

Уведемо позначення для довжин відрізків (стрижня), що з'єднують просторові точки, в яких відбулися ці дві події:

$$\Delta l_0^2 = \Delta x^2, \quad \Delta l'^2 = \Delta x'^2.$$

Тобто, ми вважаємо, що віддаль між точками у СВ  $K'$  - це довжина відрізка (стрижня), який рухається відносно СВ  $K'$ , бо згідно з умовою задачі та з означенням довжини рухомого відрізка (стрижня) кінці відрізка фіксуються одночасово у СВ  $K'$ ,  $\Delta t' = 0$ .

Тоді із (14) одержуємо:

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 = -\Delta x'^2, \quad (16)$$

або, враховуючи введені вище позначення, маємо:

$$c^2 \Delta t^2 + \Delta l'^2 = \Delta l_0^2. \quad (17)$$

Навіть із виразу (17) видно, що довжина відрізка  $\Delta l'$  у СВ  $K'$  (який рухається відносно СВ  $K'$ ) менша, ніж довжина цього ж відрізка, але нерухомого в СВ  $K$ .

У СВ  $K'$  ми одночасово ( $\Delta t' = 0$ ) реєструємо координати кінців відрізка  $\Delta l' = \Delta x'$ . А проміжок часу між цими подіями з точки зору СВ  $K$  визначається формулою різночасовості:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \Gamma \left( \Delta t' + \frac{V}{c^2} \Delta x' \right) = \frac{\Gamma V}{c^2} \Delta x', \\ \Delta t &= \frac{\Delta t' + \frac{V \cdot \Delta x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\frac{V \cdot \Delta x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\frac{V \cdot \Delta l'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \end{aligned} \quad (18)$$

оскільки  $\Delta t' = 0$ .

Підставимо цей вираз для  $\Delta t$  у формулу (17) і одержуємо:

$$\begin{aligned} c^2 \left( \frac{\frac{V \cdot \Delta l'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \right)^2 + \Delta l'^2 &= \Delta l_0^2, \\ \Delta l'^2 \left( 1 + \frac{B^2}{1 - B^2} \right) &= \Delta l_0^2. \end{aligned}$$

І нарешті:

$$\Delta l' = \Delta l_0 \sqrt{1 - B^2}. \quad (19)$$

Відтак, у результаті використання цього методу доходимо висновку, що лорентцеве скорочення є наслідком структури 4-вимірного простору-часу й процедури вимірювання рухомого відрізка.

**2.2.2. Спосіб, що ґрунтується на аналізі поширення променів у світловому годиннику [13; 25, с. 44-46; 37, с. 45-47].**

Обґрунтуємо формулу лорентцевого скорочення  $l = l_0 \sqrt{1 - B^2}$  за допомогою «світлового годинника», що розташований горизонтально (рис. 2.5).

Світловий імпульс, випущений з одного кінця стрижня ( $A$ ), відіб'ється від дзеркала на іншому кінці стрижня ( $B$ ) та повернеться назад через інтервал часу  $\tau$ , який вимірюється по годиннику СВ  $K'$ .

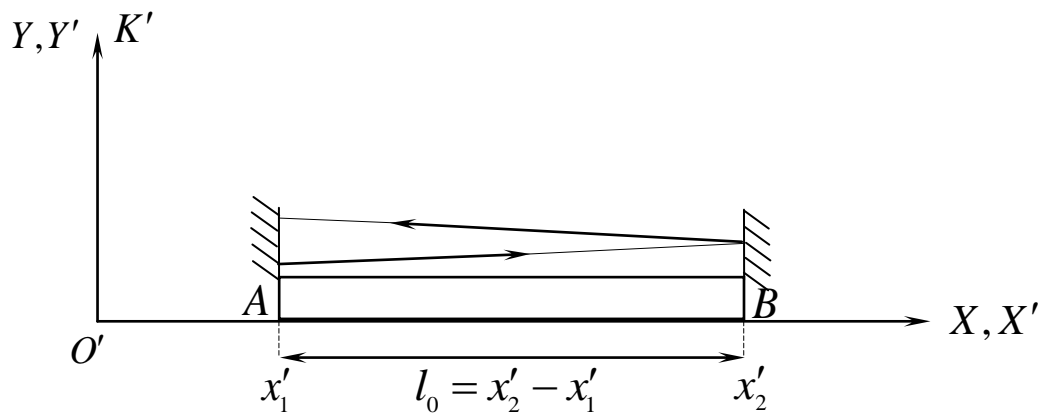


Рис. 2.5. Світловий годинник нерухомий в СВ  $K'$  й орієнтований вздовж напрямку руху СВ  $K'$

Власна довжина стрижня  $l_0$  зв'язана з часом  $\tau$  очевидним співвідношенням:

$$c\tau = 2l_0.$$

Проміжок часу між цими ж подіями, але вимірними годинниками СВ  $K$ , позначимо через  $t$ . Інтервали часу  $\tau$  і  $t$  зв'язані один з одним формулою (6):

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - B^2}},$$

де  $B = \frac{V}{c}$ .

Якщо  $t_1$  - час руху світлового сигналу від  $A$  до  $B$  з точки зору СВ  $K$ , і  $t_2$  - час руху сигналу в протилежному напрямку, то повний час дорівнює:

$$t = t_1 + t_2. \quad (20)$$

На рис. 2.6 показані положення стрижня відносно СВ  $K$  в різні моменти часу:

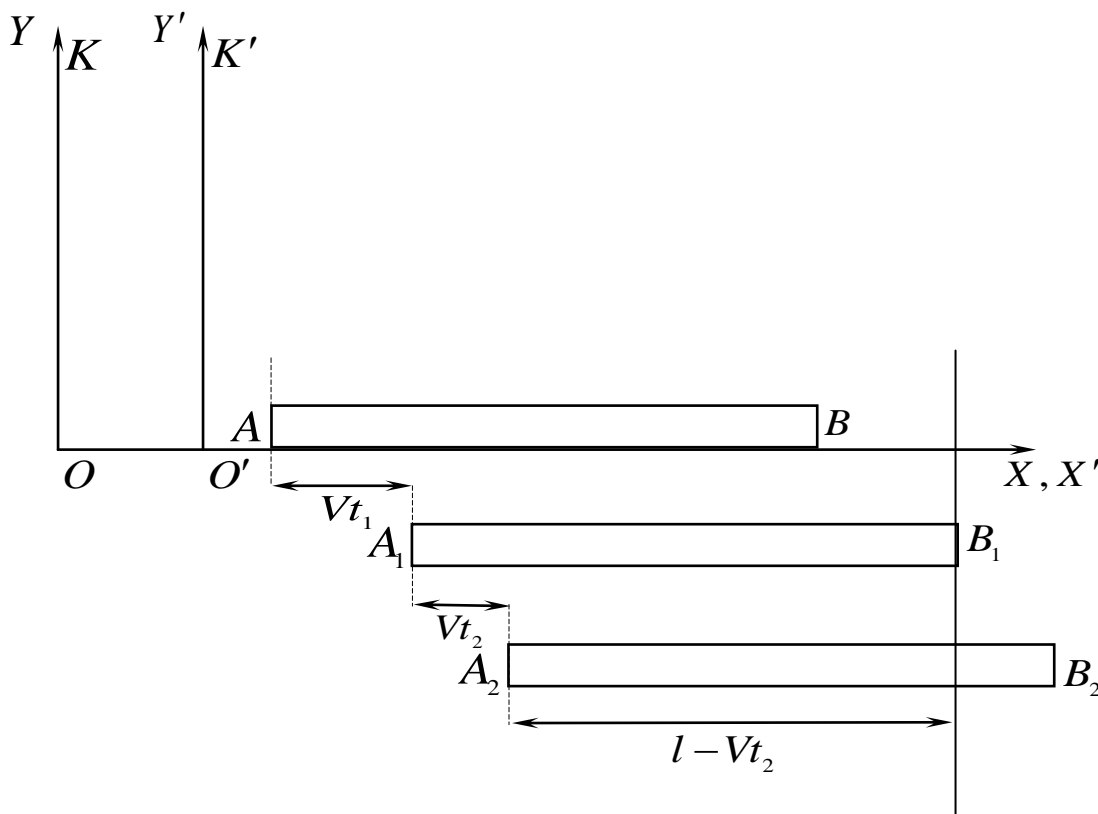


Рис. 2.6. Положення стрижня відносно СВ  $K$  в різні моменти часу

а) в момент спалаху світла (положення  $AB$  стрижня);

б) через час  $t_1$  (положення  $A_1B_1$ );

в) через час  $t_1 + t_2$  (положення стрижня  $A_2B_2$ ).

За час  $t_1$  стрижень змістився відносно системи  $K$  на відстань  $Vt_1$ . Шлях, який проходить світловий імпульс при його русі від  $A$  до  $B$ , з точки зору спостерігача, зв'язаного з системою  $K$ , дорівнює  $l + Vt_1$  (де  $l$  - довжина рухомого стрижня). Тому можна записати наступне рівняння:

$$l + Vt_1 = ct_1.$$

Звідси:

$$t_1 = \frac{l}{c - V}.$$

При русі світлового імпульсу назад від  $B$  до  $A$  пройдений ним шлях в СВ  $K$  дорівнює  $l - Vt_2$ , оскільки за час  $t_2$  точка  $A$  зміститься на відстань  $Vt_2$  назустріч світловому імпульсу. Тому:

$$l - Vt_2 = ct_2.$$

Звідси:

$$t_2 = \frac{l}{c + V}.$$

Повний час руху світлового імпульсу від  $A$  до  $B$ , а потім від  $B$  до  $A$  за годинником СВ  $K$  дорівнює:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{2cl}{c^2 - V^2} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \quad (21)$$

Згідно ж з формулою (6):

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{2l_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (22)$$

Прирівнюючи (21) і (22), ми отримуємо відношення:

$$\frac{l_0}{l} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

або:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \quad (23)$$

**2.2.3. Скорочення повздовжніх розмірів рухомих тіл як наслідок перетворень Лорентца** [25, с. 27].

Нехай в СВ  $K'$  вздовж вісі  $O'X'$  знаходиться в спокої стрижень, координати початку і кінця якого відповідно дорівнюють  $x'_1$  та  $x'_2$  (рис. 2.7).

Треба знайти довжину цього стрижня з точки зору СВ  $K$ .

Використаємо перетворення Лорентца:

$$x'_1 = \Gamma(x_1 - Vt_1) \quad (24)$$

$$x'_2 = \Gamma(x_2 - Vt_2). \quad (25)$$

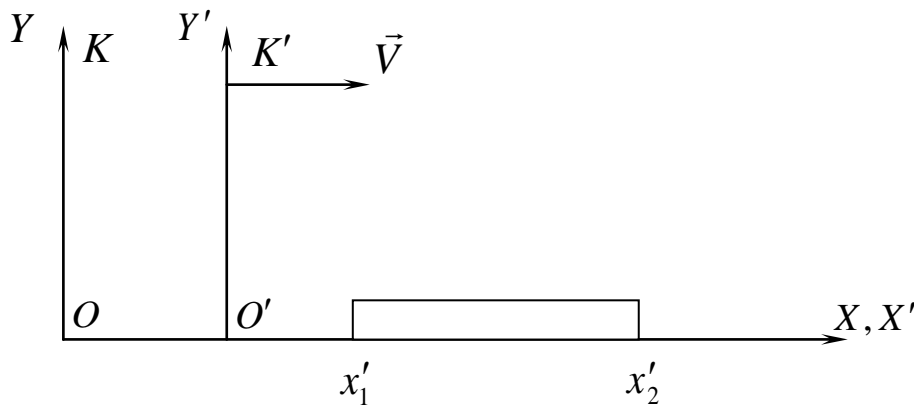


Рис. 2.7. Обґрунтування лорентцевого скорочення на основі перетворень Лорентца

**Означення:** Довжина рухомого стрижня в СВ  $K$  - це різниця між координатами кінця і початку цього стрижня, які вимірюються в один і той же момент часу за годинниками СВ  $K$ .

Тобто, щоб знайти довжину стрижня в СВ  $K$ , необхідно зафіксувати координати його  $x_1$  та  $x_2$  одночасно,  $t_1 = t_2$ . Із формул (24) та (25) одержуємо:

$$l = x_2 - x_1 = \frac{1}{\Gamma} (x'_2 - x'_1) = l_0 \sqrt{(1 - B^2)}, \quad (26)$$

де  $l_0 = x'_2 - x'_1$  – власна довжина стрижня, тобто довжина його в тій СВ, у якій він знаходиться в спокої. Таким чином  $l < l_0$ .

Це говорить про відносність повздовжніх розмірів тіла.

Довжина тіла – це величина відносна, що залежить від системи відліку. Відносність довжини зумовлена тим, що довжина визначається співвідношенням двох об'єктів – стрижня та набору лінійок і годинників, за допомогою яких вимірюють довжину.

Тому повздовжня довжина тіла, одержана при використанні набору годинників і лінійок однієї СВ настільки ж реальна, як і довжина, що вимірюється набором годинників і лінійок іншої СВ.

$$l = l_0 \sqrt{1 - B^2}. \quad (27)$$

Формула (27) описує так зване скорочення Лорентца.

#### ***2.2.4. Лорентцеве скорочення як наслідок відносності одночасності.***

Скорочення Лорентца можна також отримати аналізуючи проміжок часу між спалахами лампочок  $\Delta t$  в СВ  $K$  при умові, що на кінцях нерухомого в СВ  $K'$  стрижня лампочки спалахнули одночасно (в СВ  $K'$ ) [37, с. 71-72; 25, с. 28-29].

Отже, знайдемо довжину рухомого стрижня по одночасному в СВ  $K'$  спалаху лампочок на кінцях нерухомого в СВ  $K'$  стрижня й покажемо, що відносність довжин – прямий наслідок відносності одночасності.

Дійсно, нехай в СВ  $K'$  вздовж вісі  $O'X'$  знаходиться нерухомий стрижень. Власна довжина його, очевидно, дорівнює:



$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \Delta x'.$$

Нехай на кінцях стрижня знаходяться лампочки і нехай вони одночасно спалахують в СВ  $K'$  ( $\Delta t' = 0$ ) (рис. 2.8).

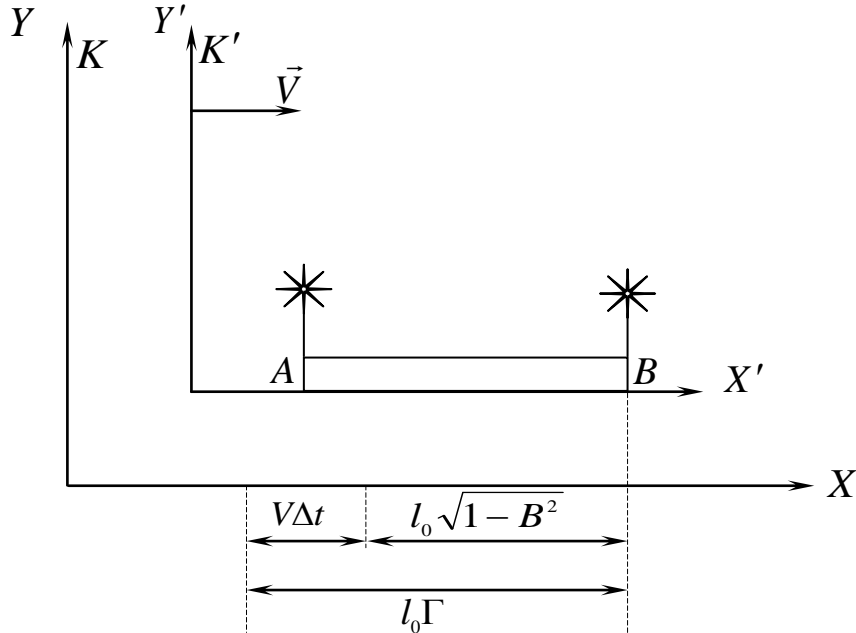


Рис. 2.8. В СВ  $K'$  вздовж вісі  $O'X'$  знаходиться нерухомий стрижень, а на кінцях стрижня знаходяться лампочки, які одночасно спалахують в СВ  $K'$  ( $\Delta t' = 0$ )

Ці дві події будемо реєструвати в СВ  $K$ . Знайдемо відстань між точками, в яких відбулися ці дві події з точки зору спостерігача СВ  $K$ . Використовуючи перетворення Лорентца, одержуємо:

$$\Delta x = \Gamma(\Delta x' + V\Delta t') = \Gamma\Delta x' = \frac{l_0}{\sqrt{1-B^2}} = l_0 \cdot \Gamma. \quad (28)$$

Оскільки  $\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-B^2}} > 1$  при будь-якому значенні швидкості СВ  $K'$

(швидкості стрижня  $V$ ), то, як бачимо із (28),  $\Delta x > l_0$ .

Але в формулі (28)  $\Delta x$  - це не довжина стрижня в СВ  $K$ . Щоб знайти довжину стрижня в системі відліку  $K$ , необхідно знайти координати кінців стрижня в СВ  $K$  в один і той же момент часу за годинниками СВ  $K$ . Тобто, потрібно одночасно зафіксувати координати т.  $A$  та т.  $B$ .

Але одночасні в СВ  $K'$  події відбуваються в системі в СВ  $K$  з відносним запізненням:

$$\Delta t = \Gamma \left( \Delta t' + \frac{V}{c^2} \Delta x' \right) = \frac{\Gamma V}{c^2} \Delta x'. \quad (29)$$

Тобто,  $\Delta t = t_2 - t_1 > 0$ , де  $t_1$  – момент спалаху лампочки в т.  $A$ ,  $t_2$  – момент спалаху лампочки в т.  $B$ . З точки зору спостерігача в СВ  $K$  спочатку спостерігається спалах лампочки в т.  $A$ , а потім, через проміжок часу  $\Delta t$ , (29), спалахує і лампочка, яка знаходиться в т.  $B$ .

І за цей проміжок часу лівий кінець (т.  $A$ ) стрижня в напрямі руху пройде відрізок (рис. 2.8):

$$V\Delta t = \Gamma \frac{V^2}{c^2} l_0.$$

Таким чином, довжина рухомого стрижня буде менша ніж  $\Gamma l_0$  на величину  $V\Delta t$  (рис. 2.8). А шукана довжина стрижня в СВ  $K$  дорівнює:

$$l = \frac{l_0}{\sqrt{1 - B^2}} - \Gamma \frac{V^2}{c^2} l_0 = l_0 \sqrt{1 - B^2}. \quad (30)$$

**2.2.5. Знаходження довжини рухомого стрижня по його відомій швидкості відносно СВ  $K$**  [115, с. 146-147; 13; 24; 25].

Нехай в СВ  $K$  знаходиться годинник в т.  $A$  (рис. 2.9). Мимо цього годинника пролітає зі швидкістю  $V$  стрижень. Очевидно, що довжина рухомого стрижня дорівнює  $l = V\Delta t$ , де  $\Delta t$  – час прольоту стрижня мимо т.  $A$ .

Власна довжина стрижня, очевидно, дорівнює:

$$l_0 = V\Delta t',$$

де  $\Delta t'$  – час прольоту стрижня мимо точки  $A$  за годинником СВ  $K'$ , або іншими словами час прольоту т.  $A$  мимо стрижня за годинником СВ  $K'$ .

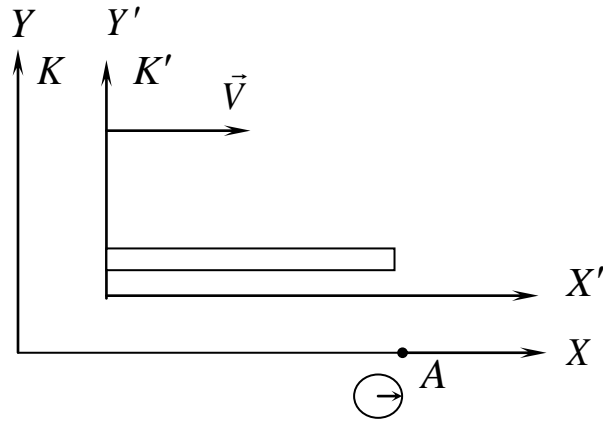


Рис. 2.9. В СВ  $K$  мимо годинника  $A$  пролітає зі швидкістю  $V$  стрижень

Але для спостерігача, зв'язаного з СВ  $K'$ , час прольоту буде іншим, ніж час його прольоту мимо т.  $A$  за годинником СВ  $K$ , а саме:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - B^2}}. \quad (31)$$

Формула (31) має саме такий вигляд, а не вигляд формули (6) тому, що годинник із СВ  $K$ , який показав  $\Delta t$ , рухається відносно СВ  $K'$  і його покази порівнюються з показами двох годинників СВ  $K'$ .

Для відношення довжин стрижня в СВ  $K$  та СВ  $K'$  маємо:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{V \Delta t}{\Delta t' V} = \sqrt{1 - B^2}.$$

Тобто, знову ми одержали формулу лорентцевого скорочення:

$$l = l_0 \sqrt{1 - B^2}.$$

### 2.2.6. Обґрунтування формули лорентцевого скорочення методом $k$ -коефіцієнта [25, с. 34; 37] (див. також [24]).

Тобто знайдемо довжину рухомого стрижня користуючись методом  $k$ -коефіцієнта. Нехай вздовж вісі  $O'X'$  знаходиться нерухомий стрижень.

Власна довжина якого  $l_0 = x'_2 - x'_1$ . На кінцях стрижня закріплені напівпрозорі дзеркала  $D$  та  $N$  (рис. 2.10).

Як завжди, в початковий момент  $t = t' = 0$  початки координат СВ  $K$  і  $K'$  співпадають.

На рис. 2.10 показано:  $t_1$  – момент посилення світлового сигналу до дальнього (переднього) кінця стрижня;

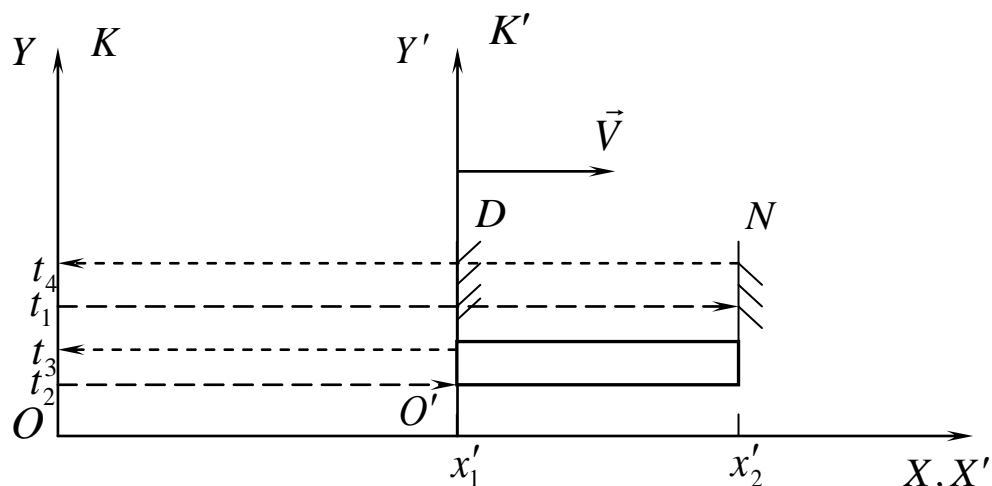


Рис. 2.10. Обґрунтування формули лорентцевого скорочення  
 $l = l_0 \sqrt{1 - B^2}$  за допомогою методу  $k$  – коефіцієнта

$t_4$  – момент часу, коли цей сигнал повернувся до СВ  $K$  після відбиття від переднього кінця стрижня;

$t_2$  і  $t_3$  – відповідно моменти посилення світлового сигналу до ближнього (заднього) кінця і прийому цього сигналу в точці  $O$  після відбиття.

Довжина стрижня в СВ  $K$  – це різниця координат початку і кінця стрижня  $x_2 - x_1$ , зафіксованих одночасно в СВ  $K$ . Згідно з означенням процедури синхронізації, сигнали одночасно відіб'ються від переднього та заднього кінців стрижня за умови:

$$\frac{t_2 + t_3}{2} = \frac{t_1 + t_4}{2}. \quad (32)$$

Тоді координати переднього та заднього кінців стрижня відповідно дорівнюють:

$$x_2 = \frac{t_4 - t_1}{2} \cdot c, \quad x_1 = \frac{t_3 - t_2}{2} \cdot c.$$

Звідси одержуємо довжину стрижня в СВ  $K$ :

$$l = x_2 - x_1 = \frac{c}{2}(t_4 - t_1 - t_3 + t_2). \quad (33)$$

Але в т.  $x'_1$  спостерігач в СВ  $K'$  приймає перший (випущений в момент  $t_1$  в СВ  $K$ ) сигнал за своїм годинником в момент  $kt_1$ . А в т.  $x'_1$  спостерігач в СВ  $K'$  приймає цей вже відбитий від т.  $x'_2$  сигнал в момент  $\frac{t_4}{k}$  (оскільки сигнал, який в СВ  $K$  приймається в момент  $t_4$ , повинен бути випущений з т.  $x'_1$  за годинником СВ  $K'$  в момент  $\frac{t_4}{k}$  (дійсно, згідно з методом  $k$ -коефіцієнту:  $t_4 = k \frac{t_4}{k}$ ).

Ці пояснення дають змогу записати власну довжину стрижня через моменти приходу першого прямого і відбитого сигналу в т.  $x'_1$ .

Справді,  $(\frac{t_4}{k} - kt_1)$  – час поширення світлового сигналу від т.  $x'_1$  до т.  $x'_2$  і назад за годинником СВ  $K'$ . Тому власна довжина стрижня:

$$\frac{(\frac{t_4}{k} - kt_1)c}{2} = l_0. \quad (34)$$

З іншого боку, якщо 2-й сигнал був випущений в момент  $t_2$ , то, відбившись від т.  $x'_1$ , в СВ  $K$  він прийде в момент  $t_3 = k^2 t_2 = k \cdot kt_2$ .

Таким чином, довжина стрижня в СВ  $K$  з урахуванням (32) та (33) дорівнює:

$$l = \frac{c}{2}(t_4 - t_1 - t_3 + t_2) = c(t_2 - t_1), \quad (35)$$

а власна довжина його, з урахуванням (34) та (32) може бути подана у вигляді:

$$l_0 = \frac{c}{2} \left( \frac{t_4}{k} - kt_1 \right) = \frac{c}{2} \left( \frac{t_2 + t_3 - t_1}{k} - kt_1 \right) = \frac{c}{2k} (k^2 + 1)(t_2 - t_1). \quad (36)$$

І нарешті, зіставляючи (35) та (36), одержуємо:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{2k}{k^2 + 1} = \sqrt{1 - B^2}, \quad l = l_0 \sqrt{1 - B^2}.$$

### 2.3. Деякі способи обґрунтування перетворень Лорентца.

Огляд науково-методичної літератури свідчить про використання різних, в залежності від рівня складності та узагальнення, способів обґрунтування ПЛ [24].

Важливим складником розвитку критичного мислення суб'єктів навчальної діяльності є посилення уваги до самостійної роботи. Тому ми пропонуємо використовувати як для самостійного опрацювання так і для вивчення на факультативних заняттях такі способи обґрунтування ПЛ.

**2.3.1. Обґрунтування перетворень Лорентца методом, що ґрунтується на застосуванні формули лорентцевого скорочення та формального використання процедури вимірювання довжини рухомого стрижня.**

Проаналізуємо доведення перетворень Лорентца способом, який ґрунтується на застосуванні формули лорентцевого скорочення та дещо формального використання процедури вимірювання довжини рухомого стрижня [15; 25; 34].

Розглянемо дві інерціальні системи відліку  $K$  і  $K'$ . Нехай система  $K'$  рухається відносно  $K$  зі швидкістю  $\vec{V}$  (Рис. 2.11).

Нехай в момент часу  $t$  (в системі  $K$ ) в точці з координатами  $x, y$  сталася подія  $A$ , наприклад, спалахнула лампочка. Треба визначити координати  $x'$  і  $y'$  і момент часу  $t'$  цієї події в системі відліку  $K'$ .

Відомо, що  $y = y'$ , оскільки рух здійснюється в напрямі осі  $OX$ .

Координата  $x'$  точки  $A$  характеризує власну довжину відрізка  $O'P$ , нерухомого в системі  $K'$ .

Довжина цього відрізка,  $O'P$ , в системі відліку  $K$  (де відлік довжини цього відрізка відбувається в момент  $t$ ) дорівнює  $x - Vt$  (Рис. 2.11).

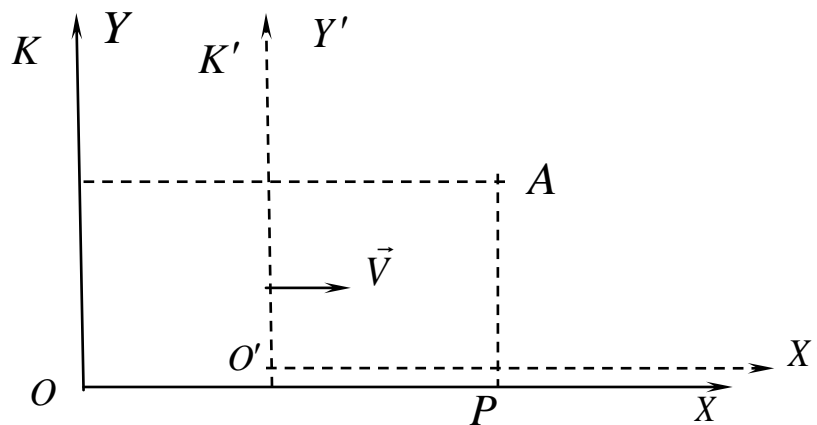


Рис. 2.11. Ілюстрація обґрунтування перетворень Лорентца (згідно з [15]).

Співвідношення між власною довжиною  $O'P$ ,  $x'$ , та довжиною цього відрізка в системі відліку  $K$ ,  $x - Vt$ , визначається виразом (скорочення Лорентца):

$$x - Vt = x' \sqrt{1 - B^2},$$

де  $B = \frac{V}{c}$ .

Звідси знайдемо  $x'$ , координату точки  $A$ . Вона дорівнює:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - B^2}}. \quad (37)$$

З іншої сторони, координата  $x$  характеризує власну довжину відрізка  $OP$ , нерухомого в системі  $K$ .

Згідно з означенням довжини рухомого стрижня, довжина цього відрізка в СВ  $K'$ , де вимірювання проводиться в момент  $t'$ , рівна  $x' + Vt'$ . Тоді, згідно з формулою скорочення Лорентца, маємо наступне співвідношення між цими довжинами:

$$x' + Vt' = x\sqrt{1 - B^2}.$$

Звідси одержуємо значення координати  $x$  як функцію  $x'$  та  $t'$ :

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - B^2}}. \quad (38)$$

Отримані формули (37) і (38) дозволяють встановити зв'язок між моментами часу настання  $t$  і  $t'$  події  $A$  в обох системах відліку.

Для цього слід розв'язати систему двох рівнянь відносно «невдомих» величин  $t$  і  $t'$ . У результаті отримаємо:

$$t'(x, t) = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - B^2}}, \quad t(x', t') = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - B^2}}. \quad (39)$$

Тобто сукупність рівнянь (37) (38) (39) разом з  $y = y'$  визначають перетворення Лорентца.

Для чіткого усвідомлення та розуміння цього методу необхідно знати зміст явища лорентцевого скорочення. А саме, чому стержень (чи відрізок), який рухається вздовж своєї довжини, має довжину меншу власної довжини.

### ***2.3.2. Метод, що ґрунтується на інваріантності квадрату світлоподібного інтервалу з точки зору двох інерціальних систем відліку.***

Розглянемо дещо інше обґрунтування перетворень Лорентца [24]. Це – спосіб, оснований на інваріантності квадрату світлоподібного інтервалу між двома подіями з точки зору двох інерціальних систем відліку.



Нехай  $x, y, z, t$  і  $x', y', z', t'$  - координати і час довільної події в інерціальних системах відліку  $K$  і  $K'$ , а  $\vec{V}$  - швидкість їх відносного руху.

Для встановлення аналітичного зв'язку між величинами  $(x, y, z, t)$  і  $(x', y', z', t')$  розглянемо розповсюдження сферичної електромагнітної хвилі в обох системах відліку. Виберемо за початок відліку часу  $t = 0$  той момент, в який початок координат системи  $K'$  співпадає з початком координат системи  $K$ .

Нехай в момент  $t = 0$  з початку координат почала поширюватися сферична електромагнітна хвиля. В системі  $K$  рівняння хвильової поверхні має вигляд:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0. \quad (40)$$

Оскільки, згідно з принципом відносності Ейнштейна, це рівняння хвильової поверхні і швидкість поширення електромагнітної хвилі повинні бути однаковими в усіх інерціальних системах відліку, то можна записати рівняння цієї сферичної електромагнітної хвилі в системі  $K'$ :

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 \quad (41)$$

Формули перетворення координат і часу не повинні порушувати співвідношення (40) і (41), а також бути лінійними. Вимога лінійності пов'язана з однорідністю простору. Нагадаємо ще раз, що *однорідність простору* означає рівноправність усіх точок простору, тобто в просторі не існує будь-яких точок, відмінних за властивостями (детальніше див. [24; 25; 37]).

У зв'язку з тим, що рух системи  $K'$  відбувається тільки вздовж вісі  $Ox$ , перетворення координат  $y$  та  $z$  повинно мати вигляд:

$$y' = y; \quad z' = z. \quad (42)$$

Якщо в момент часу  $t = 0$  початки систем координат  $K$  і  $K'$  співпадали, то координата площини  $x' = 0$  в системі  $K$  записується у

вигляді:  $x = Vt$ . Тому в загальному випадку (для довільної точки простору СВ  $K'$ ) можна записати:

$$x' = \alpha(V)(x - Vt), \quad (43)$$

де коефіцієнт  $\alpha(V)$  залежить лише від швидкості відносного руху.

Представимо  $t'$  у вигляді лінійної однорідної функції  $x$  і  $t$ :

$$t' = \beta t + \gamma x \quad (44)$$

Подання залежності часу  $t'$  у вигляді лінійної однорідної функції тільки змінних  $x$  і  $t$  можна розглядати як наслідок однорідності простору і часу, причому без лінійних доданків пропорційних  $y$  і  $z$ . Відсутність доданків пропорційних  $y$  і  $z$  у виразі (44) зумовлена тим, що при  $x = 0$  і  $t = 0$  ми мали би різні значення  $t'$  в різних точках площини  $x' = 0$ .

Для визначення коефіцієнтів  $\alpha, \beta, \gamma$  необхідно підставити (43) і (44) в (41). Отримаємо:

$$\alpha^2(x - Vt)^2 + y^2 + z^2 - c^2(\beta t + \gamma x)^2 \equiv x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2.$$

Ця рівність має місце при будь-яких значеннях координат  $x, y, z, t$ , що може бути лише за умови рівності коефіцієнтів при  $x^2, t^2$  і  $xt$ . Тобто, маємо:

$$\alpha^2 - c^2\gamma^2 = 1,$$

$$\alpha^2V^2 - c^2\beta^2 = -c^2,$$

$$\alpha^2V + c^2\beta\gamma = 0.$$

З цих трьох рівнянь знаходимо невідомі величини  $\alpha, \beta, \gamma$ :

$$\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

$$\gamma = \frac{\alpha V}{c^2} = -\frac{V}{c^2 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Підставляючи значення  $\alpha, \beta, \gamma$  в формули перетворення координат (43) і (44) та враховуючи (42), отримаємо перетворення Лорентца:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (45)$$

Розв'яжемо систему рівнянь (45) відносно  $x, y, z, t$  та отримаємо обернені ПЛ:

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (46)$$

**2.3.3. Спрощений метод обґрунтування перетворень Лорентца, (модифікація методу 2.3.2),** оскільки до уваги береться тільки один вимір.

Для цього розглянемо рис. 2.12. Вихідні умови для систем відліку такі ж, як і для рис. 2.1. Точка  $x' = 0$  в СВ  $K$  має координату  $x = Vt$ .

Тоді очевидно, що для довільної іншої точки СВ  $K'$  маємо:

$$x' = \alpha'(x - Vt). \quad (47)$$

З іншого боку, точка  $x = 0$  (точка  $O$ , початок координат СВ  $K$ ) з позиції СВ  $K'$  має координату  $x' = -Vt'$  (див. Рис. 2.12). Тому для будь-якої іншої точки СВ  $K$  можна записати:

$$x = \alpha(x' + Vt'). \quad (48)$$

Виходячи із принципу відносності, коефіцієнти  $\alpha$  та  $\alpha'$  повинні бути однакові:

$$\alpha = \alpha'.$$

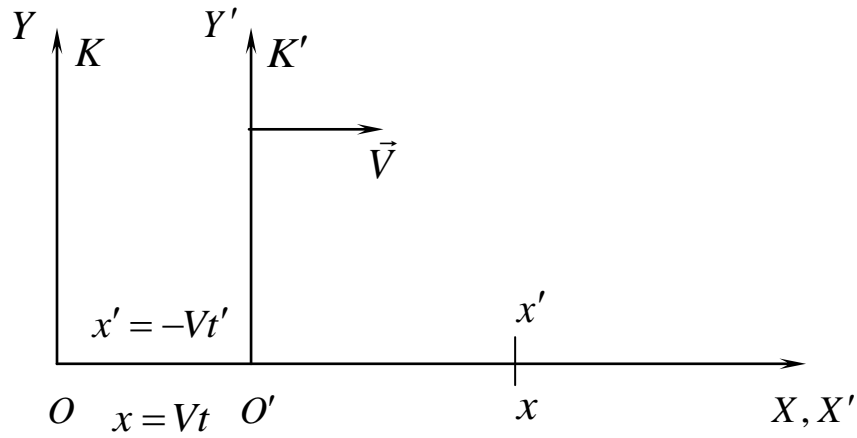


Рис. 2.12. Положення початку координат кожної із систем відліку відносно іншої

Дійсно, нехай в СВ  $K'$  вздовж осі  $O'X'$  знаходиться стержень одиничної довжини. Тобто координати кінців його такі:

$$x'_1 = 0, \quad x'_2 = 1, \quad x'_2 - x'_1 = 1.$$

Тоді в СВ  $K$  в один і той же момент часу ( $t_1 = t_2$ ) координати кінців стержня та довжина цього стержня будуть:

$$x'_1 = \alpha'(x_1 - Vt_1),$$

$$x'_2 = \alpha'(x_2 - Vt_2),$$

$$\frac{x'_2 - x'_1}{\alpha'} = x_2 - x_1.$$

Оскільки  $x'_2 - x'_1 = 1$ , то одержуємо:

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{\alpha'}.$$

Це з точки зору системи відліку  $K$ .

Нехай тепер в СВ  $K$  знаходиться такий же стержень одиничної довжини, тобто,  $x_2 - x_1 = 1$ . Тоді з точки зору СВ  $K'$  довжина його, при виконанні умови  $t'_1 = t'_2$ , буде:

$$\frac{(x_2 - x_1)}{\alpha} = x'_2 - x'_1.$$

Оскільки, згідно з перетвореннями Лорентца:

$$x_1 = \alpha( x'_1 + Vt'_1 )$$

$$x_2 = \alpha( x'_2 + Vt'_2 ),$$

тому  $x'_2 - x'_1 = \frac{1}{\alpha}$ .

Із рівноправності СВ  $K$  і СВ  $K'$  випливає, що:

$$x_2 - x_1 = x'_2 - x'_1,$$

тобто  $\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\alpha}$ , а отже і  $\alpha = \alpha'$ .

Із цих двох співвідношень,  $x' = \alpha( x - Vt )$  та  $x = \alpha( x' + Vt' )$ , можна одержати:

$$t' = \alpha t + \gamma x, \tag{49}$$

де  $\gamma = \frac{1 - \alpha^2}{\alpha V}$ .

Тобто, виходячи із принципу відносності та другого постулату Ейнштейна, а також однорідності простору і часу, ми дійшли висновку, що між  $t$  і  $t'$  повинна бути лінійна залежність.

Зокрема, якби вона була нелінійна, наприклад,  $t' \sim t^2$ , то довільний рівномірний рух в одній системі буде прискореним в іншій системі відліку. Такий висновок суперечить самому поняттю інерціальної системи відліку.

Розглянемо відправлення світлового сигналу із початку координат СВ  $K$  і СВ  $K'$  в ту мить, коли вони співпадають. Тоді, через відповідні проміжки часу, світловий сигнал досягне точок з координатами, відповідно, на осі  $OX$  та  $O'X'$ :

$$x' = ct' \quad x = ct.$$

Підставимо останні вирази в систему рівнянь:

$$\begin{aligned} x' &= \alpha'( x - Vt ) \\ x &= \alpha( x' + Vt' ) \end{aligned} \tag{50}$$

й отримуємо:

$$\begin{aligned} ct' &= \alpha(ct - Vt) = \alpha t(c - V) \\ ct &= \alpha(ct' + Vt') = \alpha t'(c + V) \end{aligned}$$

З останньої системи рівнянь знаходимо:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - B^2}},$$

де  $B = \frac{V}{c}$ .

І нарешті, із (49) та (50) одержуємо перетворення Лорентца.

Очевидно, (див. формули (40) та (41)) в основу цього методу обґрунтування ПЛ покладено інваріантність рівняння хвилевої поверхні сферичної електромагнітної хвилі в двох довільних системах відліку  $K$  і  $K'$ .

#### **2.3.4. Метод $k$ -коефіцієнта та перетворення Лорентца.**

Користуючись методом  $k$ -коефіцієнта, можемо одержати перетворення Лорентца.

Нехай ми маємо деяку подію. Оскільки вона є довільною, то виберемо її такою, що відбувається в момент приходу світлового сигналу в т.  $P$  (Рис. 2.13). У початковий момент часу  $t = t' = 0$ , як завжди, початки координат СВ  $K$  та СВ  $K'$  співпадають.

Нехай в момент  $t_1$  за годинником СВ  $K$  послали сигнал в напрямі СВ  $K'$ . Спостерігач, який знаходиться в початку координат СВ  $K'$ , отримає цей сигнал в момент  $t'_1 = kt_1$ .

І одразу посилає його в точку  $P(x', t')$ , де знаходиться дзеркало, і після відбиття, цей сигнал знову повертається в початок СВ  $K'$  в момент  $t'_2$  (Рис. 2.13).

В т.  $O$  спостерігач СВ  $K$  зареєструє повернення світлового сигналу за своїм годинником в момент  $t_2 = kt'_2$ ,

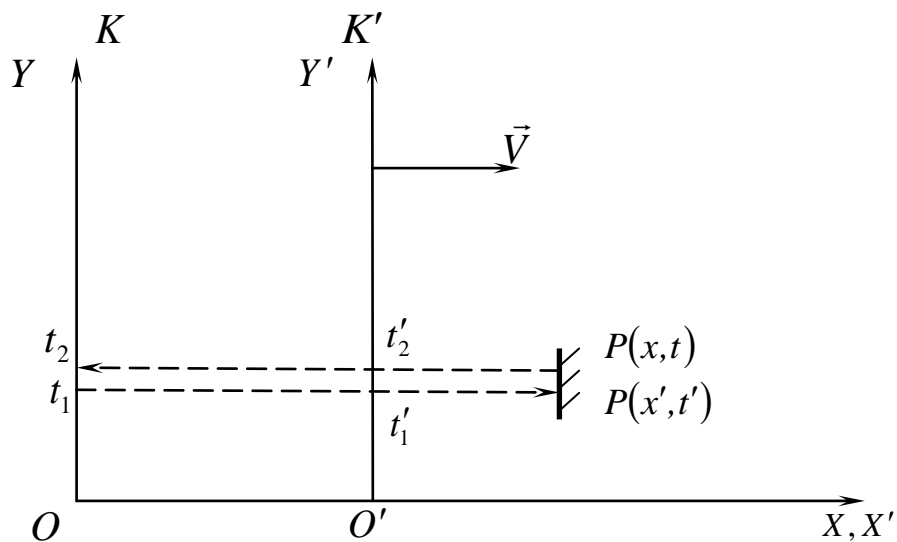


Рис. 2.13. Пояснення щодо знаходження перетворень Лорентца за допомогою методу  $k$  - коефіцієнта

де  $t_2$  – момент приходу в т.  $O$  відбитого від т.  $P(x, t)$  сигналу за годинником СВ  $K$ .

Тоді, згідно з процедурою синхронізації, для моменту настання події (прибуття сигналу в т.  $P(x, t)$ ), з точки зору СВ  $K$ , можна записати:

$$t = t_1 + \frac{x}{c}, \quad t = t_2 - \frac{x}{c}. \quad (51)$$

Аналогічно визначається момент настання події (прибуття сигналу в т.  $P(x', t')$ ) з точки зору СВ  $K'$ :

$$t' = t'_1 + \frac{x'}{c}. \quad (52)$$

$$t' = t'_2 - \frac{x'}{c}. \quad (53)$$

Зокрема, зазначимо, що використання формули  $t = \frac{(t_1 + t_2)}{2}$  дає такий же результат. Звідси одержуємо такі співвідношення:

$$t_1 = t - \frac{x}{c}, \quad t_2 = t + \frac{x}{c},$$

$$t'_1 = t' - \frac{x'}{c}, t'_2 = t' + \frac{x'}{c}.$$

Але, згідно з методом  $k$  - коефіцієнта:

$$t'_1 = kt_1, t_2 = kt'_2. \quad (54)$$

Тому попередні співвідношення (54) набувають вигляду:

$$t' - \frac{x'}{c} = k\left(t - \frac{x}{c}\right). \quad (55)$$

$$t' + \frac{x'}{c} = \frac{1}{k}\left(t + \frac{x}{c}\right). \quad (56)$$

Тепер ми можемо знайти зв'язок між координатами однієї і тієї ж події з точки зору СВ  $K$  і СВ  $K'$ . Додаємо, а потім віднімаємо ліві і праві частини (55) і (56), і в результаті одержуємо:

$$t' = \frac{k^2 + 1}{2k}t - \frac{k^2 - 1}{2ck}x$$

$$x' = x\left(\frac{1 + k^2}{2k}\right) - t\left(\frac{k^2 - 1}{2k} \cdot c\right).$$

Але, оскільки  $\frac{k^2 - 1}{2ck} = \Gamma \frac{V}{c^2}$ , а  $\frac{k^2 + 1}{2k} = \Gamma$ , то

$$t'(x, t) = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - B^2}}. \quad (57)$$

$$x'(x, t) = \Gamma(x - Vt). \quad (58)$$

**Тобто, ми одержали перетворення Лоренца (57) (58).**



## **2.4. Деякі методи обґрунтування релятивістських формул додавання швидкостей.**

У більшості підручників з фізики для ЗЗСО відсутнє будь-яке обґрунтування РФДШ. Подається без доведення лише одна формула для повздовжньої складової швидкості та деякі задачі на використання цієї формули [12; 13; 14; 18; 35].

Такий підхід до організації навчально-пізнавальної діяльності не відповідає сучасним викликам суспільства, яке зорієнтоване на формування особистості, здатної мислити критично.

Тому звертаємо увагу, що в навчально-методичній літературі запропоновано декілька методів обґрунтування РФДШ, причому, на наше переконання, деякі з них можна назвати екзотичними і в той же час не позбавленими певної креативності [6; 30-33]). Так, оригінальність способу доведення формул додавання швидкостей за Малініним О.М полягає в пропозиції обґрунтування не тільки повздовжніх компонентів швидкості, але й її поперечних складових.

Ми вважаємо, що в сучасній практиці навчання СТВ можна використовувати наступні методи обґрунтування РФДШ.

### ***2.4.1. Спосіб, що ґрунтується на використанні перетворень Лорентца.***

Це найбільш простий і доступний для учнів ЗЗСО спосіб доведення РФДШ. Але попередньо необхідно або вивести ПЛ, або записати та пояснити їх зміст.

Розглянемо випадок напрямку швидкості тіла вздовж вісі  $Ox$ . Нехай за деякий малий інтервал часу  $\Delta t$  у нерухомій ІСВ  $K$  координата тіла (матеріальної точки) змінилася на  $\Delta x$ ; відповідно в рухомій ІСВ  $K'$  за малий інтервал часу  $\Delta t'$  координата змінилася на  $\Delta x'$ . Тоді з перетворень Лорентца маємо:

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + V \cdot \Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad \Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{V}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

де ми врахували проекцію швидкості  $V$ , з якою ІСВ  $K'$  рухається відносно нерухомої ІСВ  $K$  (рис. 2.13а).

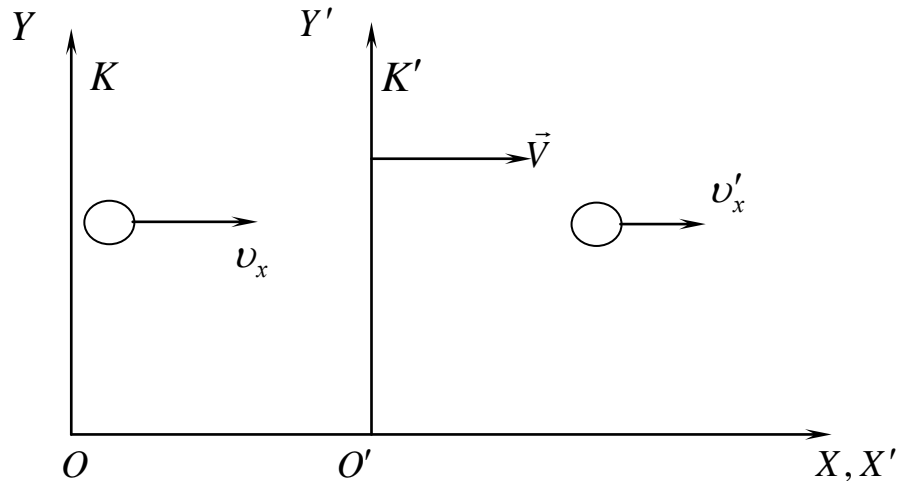


Рис. 2.13а. Тіло в СВ  $K'$  має швидкість  $v'_x$ . Тоді швидкість його в СВ  $K$   $v_x$  визначається формулою (58а) та (59)

Поділимо почленно перший з цих виразів на другий:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + V \cdot \Delta t'}{\Delta t' + \frac{V}{c^2} \Delta x'} = \frac{\frac{\Delta x'}{\Delta t'} + V}{1 + \frac{V}{c^2} \frac{\Delta x'}{\Delta t'}}.$$

Урахуємо, що  $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_x$  та  $\frac{\Delta x'}{\Delta t'} = v'_x$  і отримуємо шуканий

релятивістський закон перетворення швидкостей:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x \cdot V}{c^2}}. \quad (58a)$$

У відповідності з перетвореннями Лорентца формула для зворотного переходу від нерухомої ІСВ  $K$  до рухомої ІСВ  $K'$  має вигляд:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x \cdot V}{c^2}}.$$

#### 2.4.2. Спосіб доведення релятивістських формул додавання швидкостей та перетворень Лорентца (за О.М. Малиніним).

Для учнів ЗЗСО пропонуємо спрощений варіант цього способу виведення РФДШ [31] як для поперечних, так і для повздовжніх компонентів швидкості частинки, та перетворень Лорентца. І саме в цьому ми вбачаємо більш узагальнений підхід до виведення РФДШ. А оригінальність цього способу визначається креативним використанням (59) для обґрунтування як РФДШ так і ПЛ.

Виходимо із відомої (або обґрунтованої певним способом) формули додавання для повздовжнього компонента швидкості. Зв'язок повздовжніх компонент швидкості  $v_x, v'_x$  описується формулою:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{V}{c^2} v'_x}. \quad (59)$$

Урахуємо очевидні означення:  $v_x \equiv \Delta x / \Delta t$ ,  $v'_x \equiv \Delta x' / \Delta t'$  й одержимо:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + V \Delta t'}{\Delta t' + \frac{V}{c^2} \Delta x'}.$$

Звідси, взагалі кажучи, можна припустити, що:

$$\Delta x = \Gamma(\Delta x' + V \Delta t'), \quad (60)$$

$$\Delta t = \Gamma\left(\Delta t' + \frac{V}{c^2} \Delta x'\right), \quad (61)$$

де величина  $\Gamma$  не залежить від величин  $\Delta x / \Delta t$ ,  $\Delta x' / \Delta t'$ , а залежить лише від відносної швидкості систем відліку  $K$  та  $K'$ , тобто  $\Gamma = \Gamma(V)$ .

Оскільки відносний рух СВ  $K'$  і СВ  $K$  має місце лише вздовж осей  $OX$ ,  $O'X'$ , тоді отримуємо, що

$$\Delta y = \Delta y', \Delta z = \Delta z' \quad (62)$$

Тепер із співвідношень (61), (62) знаходимо (взявши осі  $OY, O'Y'$ ):

$$v_y = \frac{v'_y}{\Gamma \left( 1 + \frac{V}{c^2} v'_x \right)}, \quad (63)$$

де  $v_y \equiv \Delta y / \Delta t$ ,  $v'_y = \Delta y' / \Delta t'$ .

Для знаходження величини  $\Gamma = \Gamma(V)$  слід використати постулат сталості швидкості світла (ПСШС), згідно з яким швидкість світла є інваріантною величиною. І тому застосуємо вирази (59) й (63) до інваріантної швидкості  $\vec{c}$ . Нехай її компоненти в СВ  $K'$  такі:  $v'_x = 0$ ,  $v'_y = c$ .

Тоді згідно (59) й (63) в СВ  $K$  маємо такі компоненти швидкості світла:  $v_x = V$ ,  $v_y = c / \Gamma$ .

Але згідно з ПСШС  $v_x'^2 + v_y'^2 = v_x^2 + v_y^2 = c^2 = in v$ , тому підставивши у цей вираз значення компонент швидкості світла у СВ  $K$ ,  $v_x = V$ ,  $v_y = c / \Gamma$ , знаходимо:

$$\Gamma = 1 / \sqrt{1 - V^2 / c^2}. \quad (64)$$

Тобто одержуємо релятивістську формулу додавання для поперечної компоненти швидкості :

$$v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - V^2 / c^2}}{1 + \frac{V}{c^2} v'_x}. \quad (65)$$

*Методичний коментар.* На наш погляд, шлях визначення величини  $\Gamma$ , запропонований О.М. Малініним, не тільки методично оригінальний, але й довершений з естетичної та фізичної точок зору.

Тепер стосовно перетворень Лорентца.

Після знаходження величини  $\Gamma$  повністю визначаються перетворення Лорентца. Дійсно, якщо одна з подій є  $O(0,0,0,0)$ , та  $O'(0,0,0,0)$ , то  $\Delta x = x$ ,  $\Delta y = y$ ,  $\Delta z = z$ ,  $\Delta t = t$ , і тоді з (60), (61) та (62) випливають перетворення Лорентца (46).

### 2.4.3. Обґрунтування формули перетворення повздовжньої компоненти швидкості (за О.М. Малініним).

Можна з самого початку припустити, що релятивістський закон додавання повздовжньої складової швидкості має вигляд [33]:

$$v_x = k(v'_x + V), \quad (66)$$

де  $v'_x, v_x$  – швидкості частинок відповідно в СВ  $K'$  і СВ  $K$ ,  $V$  – відносна швидкість обох СВ,  $k$  – невідомий множник, який слід визначити. При цьому для визначення цього коефіцієнта ми повинні спиратися на загальнофізичні фундаментальні принципи.

По-перше, зрозуміло, що коефіцієнт  $k$  не може бути просто числом, тому що тоді із (66) ні за яких умов не можна одержати класичну формулу додавання швидкостей  $v_x = v'_x + V$ .

Дійсно, оскільки, згідно з принципом відповідності при  $\lim k_{c \rightarrow \infty} = 1$ , ми повинні отримати класичний закон додавання швидкостей.

По-друге, через те, що величина  $k$  не має розмірності, в неї повинні входити відношення швидкостей. Але яких? Якщо величини  $v'_x, V$  входять у шуканий закон (66) симетрично (рівноправно, як і в класичному законі) і при граничному переході порівнюються з фундаментальною швидкістю  $c$ , то

коефіцієнт  $k$  повинен мати доданки типу:  $\frac{v'_x}{c}, \frac{V}{c}, \frac{v'_x}{c} \cdot \frac{V}{c}$ .

Беручи до уваги умову  $\lim k_{c \rightarrow \infty} = 1$ , можна припустити, що коефіцієнт  $k$  повинен мати вигляд:

$$k = \left( 1 + \frac{v'_x}{c} + \frac{V}{c} + \frac{v'_x \cdot V}{c^2} \right)^n, \quad (67)$$

де величина  $n = const \neq 0$ .

По-третє, будь-який закон перетворення швидкості повинен задовольняти очевидним вимогам:

а)  $v_x = V$  при  $v'_x = 0$ ;

б)  $v_x = v'_x$  при  $V = 0$ .

Тоді з (67) випливає, що коефіцієнт  $k$ , відповідно, повинен мати значення:

$$\text{а) } k = \left( 1 + \frac{V}{c} \right)^n; \text{ б) } k = \left( 1 + \frac{v'_x}{c} \right)^n.$$

Але в цьому випадку виникає протиріччя між (66) з такими коефіцієнтами  $k$  та принципом відповідності (див. Додаток М).

Це протиріччя спростовується, якщо в виразі (67) прибрати члени  $\frac{v'_x}{c}$  та  $\frac{V}{c}$ . Тоді (67) набуває вигляду:

$$k = \left( 1 + \frac{v'_x \cdot V}{c^2} \right)^n \quad (68)$$

Але згідно з другим постулатом СТВ: при  $v'_x = c$  ми повинні із шуканого релятивістського закону додавання повздовжньої складової швидкості (66) отримати  $v_x = c$ .

Це приводить до того, що у виразі (66) коефіцієнт  $k$  необхідно взяти у вигляді  $k = \left( 1 + \frac{V}{c} \right)^{-1}$ .

А із (68) при цьому одержуємо значення  $k$  вигляду  $k = \left( 1 + \frac{V}{c} \right)^n$ .

Отже, при  $n = -1$  коефіцієнту  $k$  необхідно надати виразу:

$$k = \left( 1 + \frac{v'_x \cdot V}{c^2} \right)^{-1}. \quad (69)$$

Підставимо (69) в (66) і отримуємо остаточну релятивістську формулу додавання (за Малініним О.М. – формулу перетворення швидкості) для повздовжнього компоненту швидкості:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}. \quad (70)$$

**2.4.4. Спосіб обґрунтування релятивістських формул додавання швидкостей на основі аналізу поширення світлового променя у світловому годиннику.**

Шляхом узагальнення процесу поширення світла у «світловому годиннику» обґрунтуємо релятивістські формули додавання швидкостей для поперечних складових швидкості. Нехай «світловий годинник»  $AD$  рухається зі швидкістю  $\vec{V}$  вздовж осі  $OX$  СВ  $K$  (рис. 2.14). Тобто СВ  $K'$  є власною системою відліку для світлового годинника.

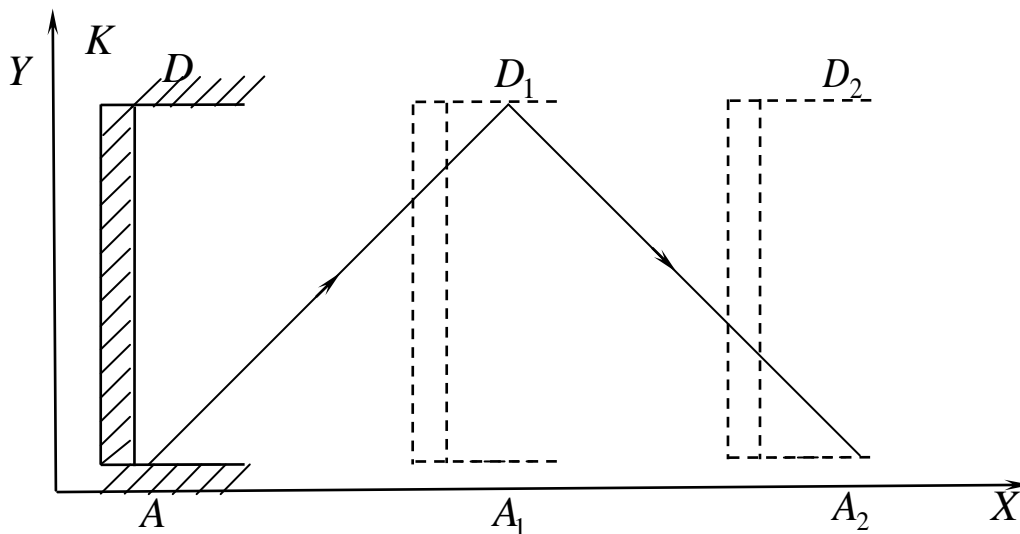


Рис. 2.14. Світловий промінь у «світловому годиннику» в СВ  $K$  розповсюджується вздовж ломаної лінії  $AD_1A_2$

З точки зору СВ  $K$  швидкість світла вздовж променю  $AD_1$  (яка дорівнює  $c$ ) є геометричною сумою швидкостей світла вздовж осі  $OX$  та поперечної складової швидкості світла вздовж осі  $OY$  ( $c_x = V$ ):

$$c^2 = V^2 + c_y^2.$$

Тому ця поперечна складова швидкості світла дорівнює:

$$c_y = \sqrt{c^2 - V^2} = c\sqrt{1 - B^2}, \quad (71)$$

де  $B = \frac{V}{c}$ .

Формулу (71) ми отримали за умови, що у СВ  $K'$  «світловий годинник» не рухається вздовж осі  $O'X'$ . Тобто СВ  $K'$  є власною системою відліку для нього.

Пропустимо тепер, що відносно СВ  $K'$  «світловий годинник» переміщується вздовж осі  $O'X'$  зі швидкістю  $v'_x$  (рис. 2.15).

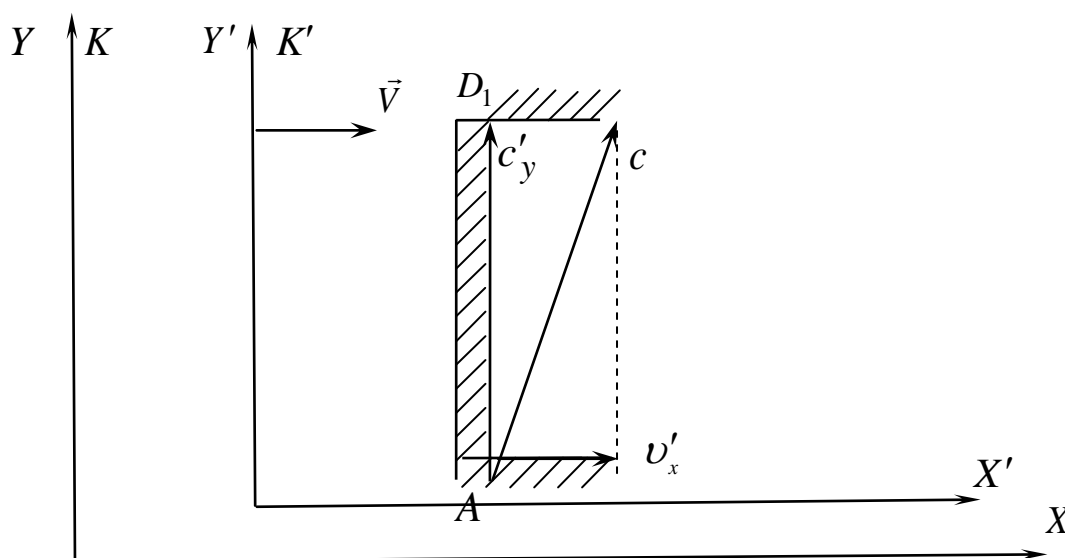


Рис. 2.15. «Світловий годинник» рухається відносно СВ  $K'$  вздовж осі  $O'X'$  зі швидкістю  $v'_x$

Тоді у СВ  $K'$  для поперечної складової швидкості світла маємо співвідношення аналогічне (71):



$$c'_y = c \sqrt{1 - \left(\frac{v'_x}{c}\right)^2}. \quad (72)$$

Але також і з точки зору СВ  $K'$ , згідно з ПСШС, швидкість світла дорівнює  $c$ .

Оскільки складова швидкості світла вздовж осі  $OX$  СВ  $K$  дорівнює, згідно з, наприклад, (70):

$$c_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad (73)$$

то поперечна складова швидкості світла вздовж осі  $OY$  СВ  $K$ , очевидно, повинна визначатися із рівняння:

$$c^2 = c_x^2 + c_y^2. \quad (74)$$

Ураховуючи (73) для  $c_y$  одержуємо:

$$c_y^2 = c^2 - \left(\frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}\right)^2 = \frac{(c'_y)^2 (1 - B^2)}{\left(1 + \frac{v'_x V}{c^2}\right)^2}. \quad (75)$$

$$c_y = \frac{c'_y \sqrt{1 - B^2}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}. \quad (76)$$

Якщо «світловий годинник» розташувати паралельно вісі  $OZ$ , то аналогічно попередньому висновку для проекції швидкості світла на вісь  $OZ$  маємо:

$$c_z = \frac{c'_z \sqrt{1 - B^2}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}. \quad (77)$$

Для поперечних складових швидкості тіла (і, загалом, будь-якого об'єкта) маємо формули подібні до (76) та (77):

$$v_y = \frac{v'_y \sqrt{1-B^2}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_z = \frac{v'_z \sqrt{1-B^2}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}. \quad (78)$$

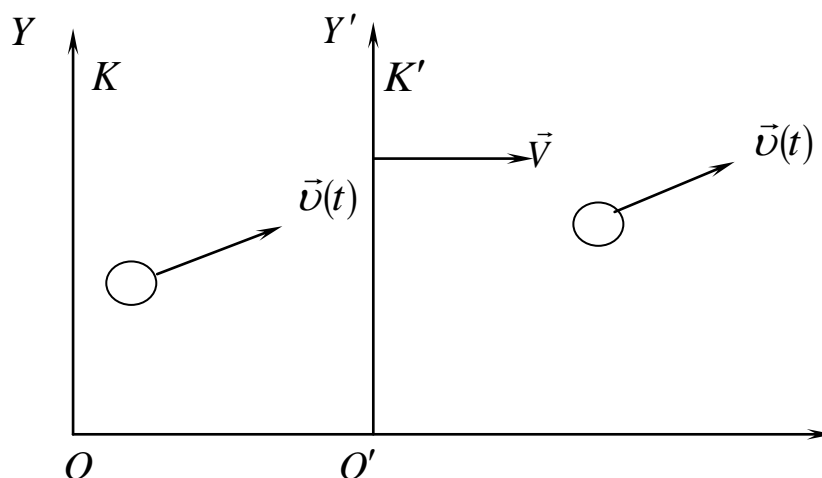


Рис. 2.15а. Тіло в СВ  $K'$  має швидкість  $\vec{v}'(t)$ . Тоді його швидкість в СВ  $K$ ,  $\vec{v}(t)$ , визначається формулами додавання (79)

Узагальнюючи попередні результати, можна стверджувати: якщо в СВ  $K'$  тіло має швидкість  $\vec{v}'(t)$  (рис. 2.15а), тоді його швидкість в СВ  $K$ ,  $\vec{v}(t)$ , визначається формулами додавання (79). Тобто, релятивістські формули додавання швидкостей мають вигляд:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_y = \frac{v'_y \sqrt{1-B^2}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_z = \frac{v'_z \sqrt{1-B^2}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}. \quad (79)$$

*Методичний коментар.* Оскільки модель «світлового годинника» використовується в підручниках з фізики для ЗЗСО, то наведений вище спосіб обґрунтування релятивістських формул додавання поперечних складових швидкості тіла можна рекомендувати учням для самостійного опрацювання з метою поглиблення їх знань з основ СТВ. Ця рекомендація обумовлена ще й тим, що в цьому способі обґрунтування використовуються безпосередньо обидва постулати (принципи) спеціальної теорії відносності.

## Список використаної літератури до другого розділу

1. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти, затверджений постановою Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011 р. № 1392.
2. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Фізика. Астрономія. 7–12 кл. Ірпінь: Перун, 2010. 80 с.
3. Бар'яхтар В. Г., Божинова Ф. Я. Фізика: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: академічний рівень. Харків: Ранок, 2010. 256 с.
4. Бурак В. І., Коновал О. А., Туркот Т. І. Методика вивчення спеціальної теорії відносності в середній школі в умовах профільної диференціації навчання: навчальний посібник для самостійної роботи студентів / за ред. проф. О.А. Коновала. Кривий Ріг: КПІ ДВНЗ «КНУ», 2014. 160 с.
5. Воробьев И. И. Теория относительности в задачах. Москва: Наука, 1989. 174 с.
6. Глазунов А. Т., Нурминский И. И., Пинский А. А. Методика преподавания физики в средней школе: Электродинамика нестационарных явлений. Квантовая физика: пособ. для учителя. Москва: Просвещение, 1989. 272 с.
7. Гончаренко С. У. Фізика: підруч. для 11 кл. серед. загальноосв. шк. Київ: Освіта, 2002. 319 с.
8. Грибанов Д. П. Философское мировоззрение Эйнштейна. *Эйнштейн и философские проблемы физики XX века*. Москва: Наука, 1979. С. 7–45.
9. Грищук В. В., Мордовець М. Т. Релятивістські ефекти при взаємодії електричних зарядів та струмів. *Вісник Чернігівського державного педагогічного університету ім. Т. Г. Шевченка*. Серія «Педагогічні науки». Чернігів: ЧДПУ, 2002. Вип. 13. Т. 2. С. 180–181.
10. Гельфгат І.М. Фізика (профільний рівень, за навчальною програмою авторського колективу під керівництвом Локтева В.М.): підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків: Вид-во «Ранок», 2018. 272 с.
11. Дущенко В.П., Кучерук І. М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Київ: Вища школа, 1987. 431 с.
12. Засекіна Т. М., Головка М. В. Фізика: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: профільн. рівень. Київ: Педагогічна думка, 2010. 304 с.
13. Засекіна Т. М., Засекін Д. О. Фізика: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: академ. рівень, профіл.рівень. Харків: Сиция, 2012.

352 с.

14. Засекіна Т. М., Засекін Д. О. Фізика (профільний рівень): підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ: УОВЦ «Оріон», 2018. 304 с.

15. Иродов И. Е. Механика. Основные законы / 6-е изд. Москва: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. 312 с.

16. Иродов И. Е. Задачи по общей физике / изд. 4-е, исправл. Москва: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 432 с.

17. Каменецкий С. Е., Пустыльник И. Г. Электродинамика в курсе физики средней школы: пособ. для уч. Москва: Просвещение, 1978. 127 с.

18. Касьянов В.А. Физика. 10 кл.: учебн. для общеобразоват. учеб. заведений. Москва: Дрофа, 2000. 416 с.

19. Коновал О. А. Теоретичні та методичні основи вивчення електродинаміки на засадах теорії відносності: монографія. Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Видавничий дім, 2009. 346 с.

20. Коновал О.А. Електродинаміка і теорія відносності: навчальний посібник для студентів фізичних спеціальностей педагогічних університетів. Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Криворізький державний педагогічний університет, 2011. 133 с.

21. Теорія і практика організації самостійної роботи студентів вищих навчальних закладів: монографія / за ред.: проф. О.А. Коновала. Кривий Ріг: Книжкове видавництво Киреєвського, 2012. 380 с.

22. Коновал О. А. Відносність електричного і магнітного полів: монографічний навч. посіб. для студ. вищих навч. закладів. Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. 248 с.

23. Коновал О. А. Основи електродинаміки: навч. посіб. для студ. вищ. пед. навч. закл / Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. 347 с.

24. Коновал О.А. Науково-методичний аналіз методів обґрунтування перетворень Лорентца: навчальний посібник для самостійної роботи студентів / Криворізький педагогічний інститут ДВНЗ «КНУ». Кривий Ріг: Вид. Р. А. Козлов, 2014. 137 с.

25. Коновал О.А. Основи спеціальної теорії відносності: навч.-метод. посіб. для самост. роб. студ. вищ. пед. навч. закл. / Криворізький педагогічний університет ДВНЗ «КНУ». Кривий Ріг: Вид. Р. А. Козлов, 2014. 272 с.

26. Копчук В. Основи релятивізму в школі. *Фізика та астрономія в школі*. 1999. № 3. С. 28-32.

27. Коршак Є. В., Ляшенко О. І., Савченко В. Ф. Фізика: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: рівень стандарту. Київ: Генеза, 2010. 191 с.
28. Кузмичев В. Е. Законы и формулы физики: справочник / отв. Ред. В. К. Тартаковский. Київ: Наук. Думка, 1989. 864 с.
29. Логунов А. А. Лекции по теории относительности и гравитации: Современный анализ проблемы. Москва: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит., 1987. 272 с.
30. Малинин А. Н. Элементы теории относительности и её физических приложений: учеб. пособ. для шк. и кл. с углубл. изуч. физики. Липецк: Изд-во ЛГПИ, 1995. 278 с.
31. Малинин А. Н. Методические вопросы теории относительности: сб. статей. Липецк: Изд-во ЛГПИ, 2000. 267 с.
32. Малинин А. Н. Методические основы изучения теории относительности в курсах физики средних общеобразовательных учреждений и педвузов: автореф. дис. на соиск. учен. степени д-ра пед. наук: 13.00.02 / Московский пед. ун-т. Москва, 2000. 65 с.
33. Малинин А. Н. Теория относительности в задачах и упражнениях. М: Просвещение, 1983. 176 с.
34. Мороз І.О., Іваній В. С., Холодов Р. І. Спеціальна теорія відносності: навчальний посіб. для студ. вищих навч. закл. Суми: «МакДен», 2011. 335 с.
35. Мякишев Г. Я., Буховцев Б. Б. Физика: учеб. для 10 кл. средней школы. Москва: Просвещение, 1977. 319 с.
36. Сиротюк В. Д., Баштовий В. І. Фізика: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: рівень стандарту. Київ: Освіта, 2010. 303 с.
37. Угаров В. А. Специальная теория относительности. Москва: Наука, 1977. 384 с.
38. Штепа М. І. Теорія відносності: навч. посібник. Київ: ІЗМН, 1996. 84 с.
39. Konoval O.A., Slysarenko M. A. Analysis of the coverage of kinematic effect of the special theory of relativity in the textbooks for secondary educational establishments. *Scientific words Kamianets-Podilsky Ivan Ohienko National University. Series pedagogical.* 2013. Issue 19. P. 88-91.
40. Пинский А.А. Задачи по физике: учебное пособие. Москва: Наука, 1978. 288 с.
41. Релятивістські кінематичні ефекти: методичні рекомендації до самостійної роботи студентів фізико-математичних факультетів та вчителів фізики / укл. А. О. Соломенко, О. А. Коновал, Н. С. Шолохова. Кривий Ріг-Херсон. 2016. 41 с.
42. Принцип относительности : Сборник работ по специальной теории

относительности. М.: Атомиздат, 1973. 332 с.

43. Соломенко А. О. Методика розвитку критичного мислення майбутніх учителів фізики в процесі вивчення спеціальної теорії відносності. *Педагогічний альманах*. Херсон. 2018. Вип. 39. С. 189-196.

44. Засекіна Т. М. Фізика (рівень стандарту): підр. для 10 кл. закл. заг. серед. освіти. Київ: УОВЦ «Оріон», 2018. 208 с.

45. Сиротюк В. Д. Фізика (рівень стандарту, за навч. програмою авт. Колективу під керівництвом Ляшенка О. І.): підр. для 10 кл. закл. заг. серед. освіти. Київ: Генеза, 2018. 256 с.

46. Головка М. В., Мельник Ю. С., Непорожня Л. В., Сіпій В. В. Фізика (рівень стандарту за навч. програмою авт. колективу під керівництвом Ляшенка О. І.): підр. для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: Педагогічна думка, 2018. 256 с.

47. Фізика (рівень стандарту за навч. програмою авт. Колективу під керівництвом Локтева В. М.): підр. для 10 кл. закл. заг. серед. освіти / за ред. В. Г. Бар'яхтара, С. О. Довгого. Харків: Вид-во «Ранок», 2018. 272 с.

48. Засекіна Т. М., Засекін Д. О. Фізика і астрономія (профільний рівень): підр. для 10 кл. закл. заг. серед. освіти. Київ: УОВЦ «Оріон», 2018. 304 с.

49. Навчальна програма з фізики для 10 кл. ЗЗСО від 07. 12. 2017. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv/>.

50. Соломенко А.О., Коновал О.А., Слюсаренко М.А., Туркот Т.І. Критично-конструктивний підхід до вивчення спеціальної теорії відносності в профільних класах закладів загальної середньої освіти: навч.-метод. посіб. / за ред. О.А. Коновала. Кривий Ріг. КДПУ, 2018. 171 с.

51. Фізика: Комплексна підготовка до зовнішнього незалежного оцінювання (Уклад. Н. Струж, В. Мацюк, С. Остапюк. Тернопіль : Підручники і посібники. 2019. С. 330-333.

## РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНА ПІДГОТОВКА СТУДЕНТІВ ДО НАВЧАННЯ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ В ПРОФІЛЬНИХ КЛАСАХ ЗЗСО

*Щоб навчити іншого, треба більше розуму, чим навчитися самому.*

М. Монтень

Метою третього розділу ми визначаємо ознайомлення студентів фізико-математичних факультетів університетів, учителів-практиків з моделями розв'язування задач з орієнтацією на використання набутого досвіду в практиці навчання спеціальної теорії відносності учнів ЗЗСО, зацікавлених у її поглибленому вивченні. Підходи до розв'язування задач можуть бути використані на факультативних, гурткових заняттях, олімпіадах з фізики та здобувачами освіти в самостійній роботі по поглибленню знань в галузі фізики (і зокрема, СТВ).

Зміст дібраних задач та моделі їх розв'язання мають, на думку авторів, значний потенціал у розвитку критичного мислення суб'єктів навчальної діяльності. Частина задач запозичена з навчально-методичної літератури, що наведена у списку використаної літератури до третього розділу.

### **3.1. Моделі розв'язування задач.**

**Задача 3.1.** Експериментально встановлено, що у верхніх шарах атмосфери внаслідок взаємодії космічного випромінювання з атомами газів, які утворюють земну атмосферу, народжуються мюони. Маса мюона в 207 разів більша за масу електрона. Рухаючись зі швидкістю  $v = 0,995c$ , мюони встигають пролетіти до розпаду  $S = 6,0\text{ км}$ . Визначити час життя мюона для спостерігача на Землі, власний час життя мюона, пройдений мюоном шлях у системі відліку, пов'язаній з ним.

*Розв'язання.* У нерухомій системі відліку, зв'язаній зі спостерігачем на поверхні Землі, час життя мюона, очевидно, дорівнює  $\Delta t = \frac{S}{v}$ . Підставивши

числові дані, отримуємо час життя мюона в СВ, що пов'язана з Землею:

$$\Delta t = \frac{6 \cdot 10^3 \text{ м}}{0.995 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}.$$

Власний час  $\Delta t'$  життя мюона можна знайти зі співвідношення (3):

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 2 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{1 - \frac{(0.995c)^2}{c^2}} \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}.$$

У системі відліку, зв'язаній з мюоном, він за цей час долає шлях:

$$S' = v \cdot \Delta t' = 0.995 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ с} = 597 \text{ м}.$$

Отже, відносно нерухомого спостерігача мюон живе в 10 разів довше, ніж у власній системі відліку. Саме завдяки релятивістському ефекту сповільнення часу мюон проходить відтань 6,0 км.

**Задача 3.2.** Існує прямокутний трикутник, у якого катет  $a = 5.00 \text{ м}$  і кут між цим катетом та гіпотенузою  $\alpha = 30^\circ$ . Знайти у СВ  $K'$ , яка рухається відносно цього трикутника зі швидкістю  $v = 0.866c$  вздовж катета  $a$ :

- відповідне значення кута  $\alpha'$ ;
- довжину гіпотенузи  $l'$  та її відношення до власної довжини [25].

*Розв'язання:* Оберемо вісь  $X$  нерухомої СВ  $K$ , відносно якої трикутник знаходиться в стані спокою відносно катета  $a$ , тоді з перетворень Лорентца маємо (див. формули (19), (23), (30)):

$$a' = a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}.$$

Ураховуючи, що трикутник прямокутний, і рух відбувається вздовж одного з катетів, а саме катета  $a$ , то довжина другого катета залишається незмінною, або  $b = b'$ , причому



$$b = a \operatorname{tg} \alpha.$$

Із цих формул випливає, що кут  $\alpha'$  між катетом  $a'$  і гіпотенузою  $l'$  у СВ  $K'$  задається рівністю:

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{b'}{a'} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Довжину гіпотенузи трикутника  $l'$  у системі  $K'$  знайдемо за теоремою Піфагора:

$$l' = a \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha - \left(\frac{v}{c}\right)^2}.$$

Зважаючи, що довжина гіпотенузи у системі  $K$  (власна довжина) дорівнює  $l = a \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$ , то відношення гіпотенуз приймає вигляд:

$$\frac{l'}{l} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}}.$$

Підставляючи числові значення, маємо:

$$\alpha' \cong 49^\circ, l' = 3.8 \text{ м}, \frac{l'}{l} = 0.66.$$

Відповідь:  $\alpha' \cong 49^\circ; \frac{l'}{l} = 0.66.$

**Задача 3.3.** Стрижень пролітає біля нерухомої мітки в СВ  $K$ . Час прольоту  $\Delta t = 20 \text{ нс}$  в СВ  $K$ . У СВ, яка пов'язана зі стрижнем, мітка проходить повз нього за час  $\Delta t' = 25 \text{ нс}$ . Знайти власну довжину стрижня  $l'$  [25].

*Розв'язання:* Очевидно, що довжина рухомого стрижня дорівнює  $l = V \Delta t$ , де  $\Delta t$  – час прольоту стрижня мимо нерухомої мітки. Власна довжина стрижня, очевидно, дорівнює  $l_0 = V \Delta t'$ , де  $\Delta t'$  – час прольоту мітки

мимо стрижня за годинником СВ, яка пов'язана зі стрижнем (СВ  $K'$ ) (див. також п. 2.2.5). Тому швидкість і час прольоту мітки пов'язані співвідношеннями:

$$\frac{l}{\Delta t} = \frac{l'}{\Delta t'} = V, \quad \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - B^2}}.$$

$$l = l' \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2},$$

де  $l$  - довжина стрижня в лабораторній СВ  $K$ , відносно якої стрижень рухається зі швидкістю  $V$ ;  $l'$  - власна довжина стрижня (тобто його довжина в СВ  $K'$ , відносно якої він нерухомий).

Щоб знайти власну довжину стрижня необхідно знати швидкість його руху  $V$ . Використовуючи останню рівність, знаходимо:

$$V = c \sqrt{1 - \left(\frac{l}{l'}\right)^2} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2}.$$

Отже, власна довжина стрижня дорівнює:

$$l' = V \Delta t' = c \sqrt{(\Delta t')^2 - (\Delta t)^2} = 4.5 \text{ м}.$$

*Відповідь:*  $l' = 4.5 \text{ м}$ .

**Задача 3.4.** Користуючись принципом відносності, показати, що поперечні розміри тіла не змінюються при переході від однієї системи відліку до іншої.

*Розв'язання:* Припустимо, що при русі тіла відносно системи відліку його поперечні розміри змінюються, наприклад, скорочуються. Нехай стрижень і отвір у дошці точно збігаються в деякій системі відліку (рис. 3.1а).

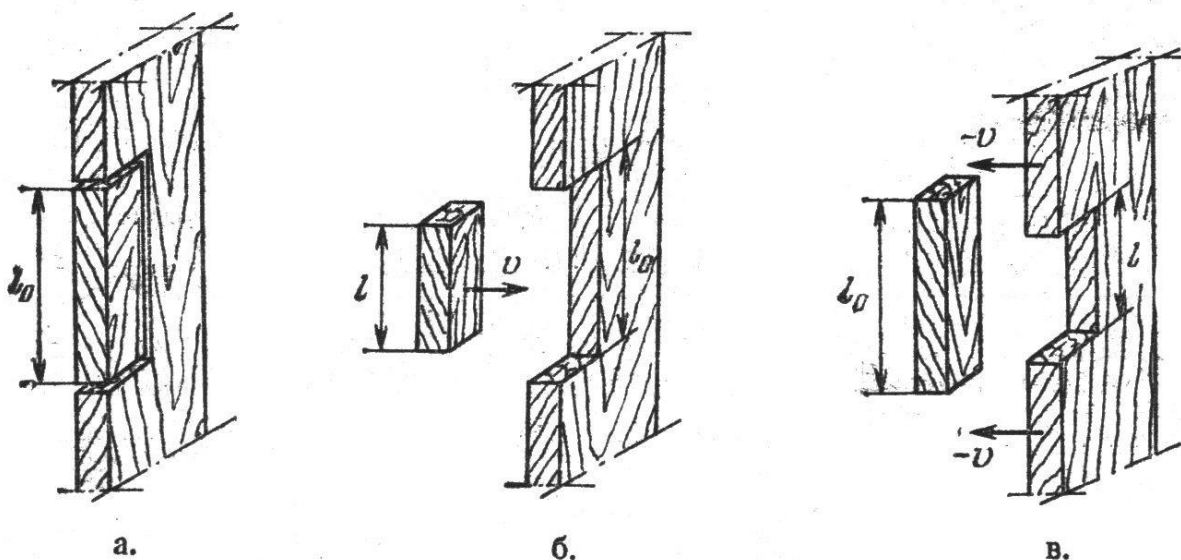


Рис. 3.1. Відносний рух стрижня, власна довжина якого  $l_0$ , і дошки в поперечному напрямі

У системі відліку, що зв'язана з дошкою, стрижень рухається зі швидкістю  $v$  (рис. 3.1б). Тоді, згідно з нашим припущенням про скорочення поперечних розмірів, стрижень з легкістю пройде крізь отвір. Якщо ж ми пов'яжемо систему відліку зі стрижнем, то згідно з нашим припущенням зменшуються розміри отвору (рис. 3.1в), і стрижень через нього не пройде. Отримане протиріччя доводить хибність припущення про скорочення поперечних розмірів. Цей же висновок випливає з перетворень Лорентца.

**Задача 3.5.** У системі відліку  $K$  мюон, що рухається зі швидкістю  $v = 0,990c$ , пролетів від місця свого народження до точки розпаду відстань  $l = 3,0\text{км}$ . Визначити:

- а) власний час життя цього мюона;
- б) відстань, яку пролетів мюон в системі відліку  $K$  з «його точки зору» [10].

*Розв'язання:* Якщо  $\tau_0$  – це власний час життя мюона, то час життя його в системі відліку  $K$  дорівнює:

$$\frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

а шлях, який він пролетів від місця свого народження до точки розпаду:

$$l = \frac{v\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Отже,  $\tau_0 = \frac{l}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . А відстань, яку він пролетів з «його точки зору»

у системі відліку  $K$ , визначається із співвідношення:  $v\tau_0 = l' = l \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ .

$$\text{Відповідь: } \tau_0 = \frac{l}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1,14 \text{ мкс}, \quad v\tau_0 = l' = l \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 420 \text{ м}.$$

**Задача 3.6.** З якою швидкістю рухався в системі відліку  $K$  годинник, якщо за час  $t = 5,0\text{с}$  (в системі відліку  $K$ ) він відстав від годинника цієї системи на  $\Delta t = 0,10\text{с}$ ? [10]

*Розв'язання:* Очевидно, що СВ  $K'$  слід пов'язати з рухомим годинником.

Тоді проміжок часу за годинником, що рухається відносно СВ  $K$ , згідно з формулою, яка визначає сповільнення ходу рухомого годинника, дорівнює:

$$t' = t \sqrt{1 - \beta^2},$$

де  $t = 5,0\text{с}$  - проміжок часу в системі відліку  $K$ ,  $\beta = \frac{v}{c}$ .

За умовою задачі маємо:

$$t - t \sqrt{1 - \beta^2} = \Delta t.$$

Отже, отримуємо  $1 - \frac{2\Delta t}{t} + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 = 1 - \beta^2$ , або  $v = c\sqrt{\frac{\Delta t}{t}\left(2 - \frac{\Delta t}{t}\right)}$ .

Відповідь:  $v = c\sqrt{\frac{\Delta t}{t}\left(2 - \frac{\Delta t}{t}\right)} = 0,2c \left(\frac{m}{c}\right) = 0,6 \cdot 10^8 \frac{m}{c}$ .

**Задача 3.7.** Ознайомимось з одним із «спростувань» релятивістського закону додавання швидкостей. Нехай два тіла знаходяться в одній точці, а потім починають рухатися відносно Землі в протилежних напрямках (рис. 3.2). Сумарне переміщення тіл:

$$\Delta l = \Delta l_1 - \Delta l_2 = v_1 \Delta t - (-v_2 \Delta t) = (v_1 + v_2) \Delta t.$$

Тоді швидкість:  $u = \frac{\Delta l}{\Delta t} = v_1 + v_2$  Ми отримали класичний закон додавання швидкостей, а не релятивістський. Де помилка в міркуваннях? [22].

*Розв'язання:* Проведене міркування не містить ніяких помилок, і для величини  $u$  отримано вірний результат.

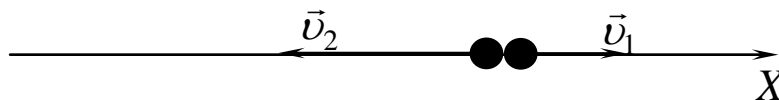


Рис. 3.2

Однак це не спростовує релятивістської формули додавання швидкостей. Справа в тому, що говорячи про додавання швидкостей, ми розуміємо не додавання цих величин в даній системі відліку, а обчислення швидкості одного і того ж тіла в іншій системі відліку.

А саме, нас цікавить, з якою швидкістю, наприклад, віддаляється праве тіло від лівого в системі відліку, пов'язаної з лівим тілом. Для цього перейдемо до системи відліку, пов'язаної з лівим тілом [22].

Маємо:  $u' = \frac{\Delta l'}{\Delta t'}$ , оскільки в новій системі відліку змінюється відстань

між тілами і темп часу. З перетворень Лорентца випливає:

$$\Delta l' = -x'_2 + x'_1 = \frac{-x_2 - v_2 \Delta t + x_1 + v_2 \Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} = \frac{-x_2 + x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\Delta l}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (3.1)$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t + \frac{v_2 x_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left( 1 + \frac{v_2 x_1}{\Delta t c^2} \right) = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left( 1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2} \right). \quad (3.2)$$

Таким чином:

$$u' = \frac{\Delta l'}{\Delta t'} = \frac{\Delta l}{\Delta t} \frac{1}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{u}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}.$$

Ми отримали, як і варто було очікувати, релятивістський закон додавання швидкостей.

$$\text{Відповідь: } u' = \frac{\Delta l'}{\Delta t'} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}.$$

*Методичний коментар.* На наш погляд, наведені із [22] міркування та обґрунтування кінцевої відповіді є суперечливими й не відображають адекватного стилю мислення та суті РФДШ. Дійсно, чому у формулі (3.1)

$\beta = \frac{v_2}{c}$ , де  $v_2$  - швидкість переміщення лівого тіла відносно лабораторної

СВ? Добре відомо, що в подібних формулах, які визначають лорентцеве скорочення рухомого стрижня та сповільнення ходу рухомого годинника, в

релятивістський множник  $\sqrt{1 - \beta^2}$  входить відносна швидкість руху стрижня (тіла), або відносна швидкість переміщення фізичного явища

(швидкість годинника). Але ж не швидкість  $v_2$  - швидкість переміщення лівого тіла відносно лабораторної СВ.

Аналогічні зауваження стосуються також і формули (3.2).

Щоб не виникали суперечності та помилки (зокрема див. також [7, с. 225, с. 228].) слід, на нашу думку, при застосуванні РФДШ однозначно, у відповідності до способу п. 2.4.1. обґрунтування формули додавання швидкостей  $v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}$ , вибрати, яку СВ вважати рухомою (СВ  $K'$ ), а

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}$$

яку СВ вважати лабораторною. Іншими словами, з яким з двох тіл, що рухаються в СВ  $K$  (лабораторна СВ) необхідно (слід) зв'язати СВ  $K'$ ?

Повертаємося до розв'язання цієї задачі, запропонованої в посібнику Пінського А.А. [22]. Очевидно, згідно з умовою задачі (рис. 3.2) та рис. 2.13а, СВ  $K'$  доцільно зв'язати з правим тілом (рис. 3.3).

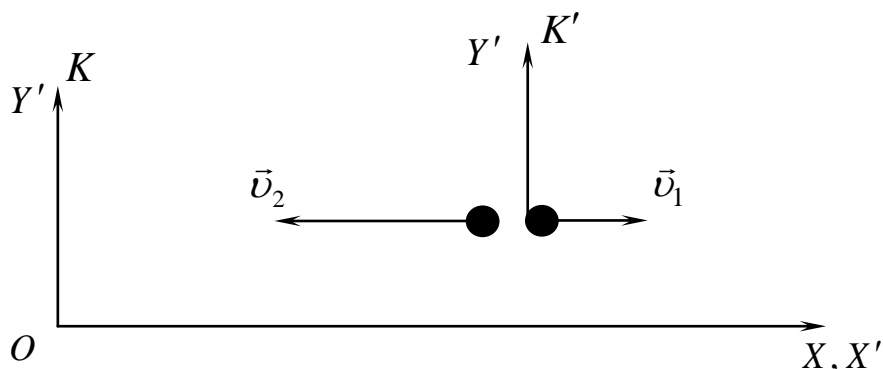


Рис. 3.3. До знаходження відносної швидкості двох рухомих тіл

Тобто швидкість руху СВ  $K'$  дорівнює  $v_1$ ,  $v_1 = V$ . Тоді у відповідності до формули (59) маємо:

$$v_2 = \frac{v'_2 + v_1}{1 + \frac{v'_2 v_1}{c^2}}, \quad (3.3)$$

де  $v_2'$  - швидкість руху лівого тіла відносно СВ  $K'$  (відносно правого тіла).  
Або, що те саме, відносна швидкість цих двох тіл.

Із (3.3) для  $v_2'$  одержуємо:

$$v_2' = -\frac{(v_2 + v_1)}{1 + \frac{v_2 v_1}{c^2}},$$

де враховано, що  $v_2$  в цих формулах слід брати зі знаком мінус.

**Задача 3.8.** Два реактивні літаки йдуть зустрічними курсами. Нехай їх швидкості відносно Землі дорівнюють відповідно  $v_1 = 1500 \text{ км/год}$  та  $v_2 = 3000 \text{ км/год}$ . Якою буде швидкість другого літака, виміряна пасажиром першого літака?

*Розв'язання:* У відповідності до моделі розв'язання задачі 3.7 для розв'язку цієї задачі необхідно коректно зв'язати системи відліку з літаками або літаком. Оскільки швидкості літаків дані, очевидно, відносно Землі, то раціонально СВ  $K$  зв'язати якраз із Землею.

Якщо зв'язати СВ  $K'$  (рис. 3.4) з першим літаком, то  $V = v_1$ .

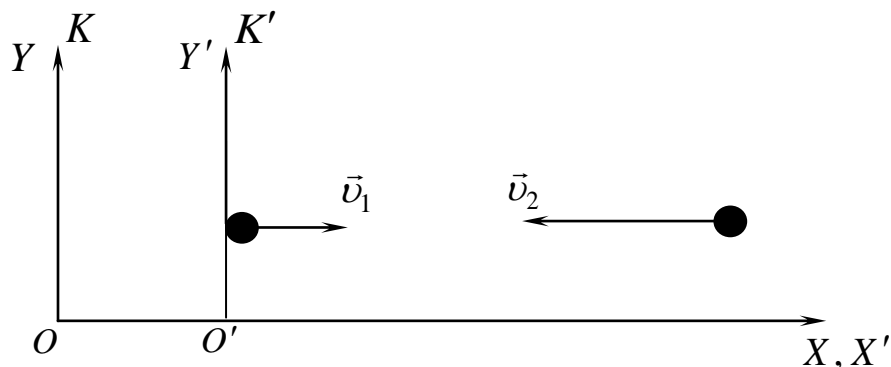


Рис. 3.4. Два літаки рухаються назустріч один одному зі швидкостями  $v_1$  та  $v_2$

Швидкість другого літака  $-v_2$ , це, очевидно, величина  $v_x$  в формулі  
(59)



$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v'_x}.$$

А знайти нам треба, згідно з умовою задачі,  $v'_x$  - що якраз і є швидкістю другого літака відносно першого.

Із попередньої формули знаходимо  $v'_x$ :

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}.$$

Використовуючи умову задачі, остання формула набуває вигляду:

$$v'_x = \frac{-v_2 - v_1}{1 - \frac{v_1(-v_2)}{c^2}} = -\frac{(v_2 + v_1)}{1 + \frac{v_1v_2}{c^2}}.$$

Тому для відносної швидкості другого літака одержуємо:

$$v'_x = \frac{-3000 - 1500}{1 - \frac{1500 \cdot (-3000)}{c^2}} = -\frac{4500}{1 + (1.5 \cdot 3) \cdot 10^6 / c^2} = -\frac{4500}{1 + 4,5 \cdot 10^{-12}} =$$

$$= -4499,999999986 \text{ км/год}$$

*Відповідь:* швидкість другого літака відносно першого дорівнює  $v'_x = -4499,999999986 \text{ км/год}$ .

Ми бачимо, що класична формула додавання швидкостей (у нашій задачі -  $v' = v_1 + v_2$ ) забезпечує досить точне наближення до реальності навіть у випадку швидкості руху надзвукових літаків.

**Задача 3.9.** У площинні  $X'Y'$  системи відліку  $K'$  рухається частинка, проекції швидкості якої рівні  $v'_x$  та  $v'_y$ . Знайти швидкість  $v'$  цієї частинки в системі  $K$ , яка переміщується зі швидкістю  $V$  відносно системи  $K$  в додатному напрямку її осі  $OX$ .

*Розв'язання:* Скористаємося релятивістськими формулами додавання швидкостей (79):

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}, \quad v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - B^2}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}.$$

Але при переході від СВ  $K$  до СВ  $K'$  ці формули набувають вигляду (штриховані величини замінюються на нештриховані, і навпаки, а перед швидкістю  $V$  ставиться протилежний знак):

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - B^2}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}.$$

$$\text{Тоді, } v' = \sqrt{(v'_x)^2 + (v'_y)^2} = \frac{\sqrt{(v_x - V)^2 + v_y^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}}{1 - \frac{V v_x}{c^2}}.$$

*Відповідь:* швидкість  $v'$  частинки в системі  $K'$  дорівнює:

$$v' = \sqrt{(v'_x)^2 + (v'_y)^2} = \frac{\sqrt{(v_x - V)^2 + v_y^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}}{1 - \frac{V v_x}{c^2}}.$$

**Задача 3.10.** Деяка нестабільна частинка рухається зі швидкістю  $v'$  в системі відліку  $K'$  вздовж її вісі  $O'Y'$ . Система  $K'$  в свою чергу переміщується відносно системи  $K$  зі швидкістю  $V$  в додатному напрямі вісі  $OX$ . Вісі  $O'X'$  та  $OX$  обох систем відліку співпадають, а вісі  $O'Y'$  та  $OY$  паралельні одна одній. Знайти шлях, який частинка пролетить в системі  $K$ , якщо її власний час життя рівний  $\Delta t_0$  [10].

*Розв'язання:* Щоб знайти шлях, який пройде частинка в СВ  $K$ , необхідно знати час життя її у цій СВ та швидкість частинки у СВ  $K$ .

Оскільки компоненти швидкості цієї нестабільної частинки в системі відліку  $K$  дорівнюють:

$$v_x = V, \quad v_y = v' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}},$$

то, швидкість частинки відносно СВ  $K$  є:

$$v^2 = (v'_x)^2 + (v'_y)^2 = V^2 + v'^2 - \frac{(Vv')^2}{c^2}.$$

Тому відстань, яку частинка пролетить, дорівнює:

$$l = \sqrt{V^2 + v'^2 - \frac{(Vv')^2}{c^2}} \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \Delta t_0 \sqrt{\frac{V^2 + v'^2 - \frac{(Vv')^2}{c^2}}{(1 - B^2) \cdot \left(1 - \frac{v'^2}{c^2}\right)}}.$$

*Відповідь:* шлях, який частинка пролетить в СВ  $K$  дорівнює:

$$l = \Delta t_0 \sqrt{\frac{V^2 + v'^2 - \frac{(Vv')^2}{c^2}}{(1 - B^2) \cdot \left(1 - \frac{v'^2}{c^2}\right)}}.$$

**Задача 3.11.** Швидкість світла в нерухомій речовині дорівнює  $\frac{c}{n}$ , де  $c$

— швидкість світла у вакуумі,  $n$ -показник заломлення речовини. Знайти швидкість світла в речовині, що рухається рівномірно відносно джерела світла.

*Розв'язання:* Аналогічно моделі розв'язання задачі 3.7 СВ  $K'$  слід зв'язати з рухомою речовиною (наприклад з водою, як у відомому досліді

Фізо [15, с. 40]). Тоді  $\frac{c}{n} = v'$

Отже, згідно з формулою (59) та змістом *Методичного коментаря до задачі 3.7*, якщо речовина віддаляється від джерела світла, то швидкість світла в речовині в СВ  $K$  (лабораторна система відліку) дорівнює:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}} = \frac{\frac{c}{n} + V}{1 + \frac{V}{cn}}$$

У експерименті Фізо швидкість руху води відносно СВ  $K$   $V \ll c$ , тому:

$$v = \frac{\frac{c}{n} + V}{1 + \frac{c \cdot V}{nc^2}} \approx \left( \frac{c}{n} + V \right) \cdot \left( 1 - \frac{V}{cn} \right) = \frac{c}{n} \left[ 1 + \frac{V}{c} \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) n - \frac{V^2}{c^2} \right] \approx \frac{c}{n} + V \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right),$$

що експериментально Фізо й отримав.

Відповідь: 
$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}} = \frac{\frac{c}{n} + V}{1 + \frac{V}{cn}}$$

**Задача 3.12.** В  $K$ - системі відліку знаходиться нерухомий стрижень, довжина якого  $l = 1\text{ м}$  і який орієнтований під кутом  $\alpha = 45^\circ$  до осі  $OX$ . Знайти його довжину  $l'$  та відповідний кут  $\alpha'$  в  $K'$ - системі, яка рухається відносно СВ  $K$  зі швидкістю  $V = \frac{c}{2}$  вздовж осі  $OX$ .

*Розв'язання:* Довжина стрижня в  $K'$ - системі (бо  $\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - B^2}$ ) дорівнює:

$$l' = \sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2} = \sqrt{(\Delta x)^2 (1 - B^2) + (\Delta y)^2},$$

де  $B = \frac{V}{c}$ .

Оскільки  $\Delta x = l \cos \alpha$ ,  $\Delta y = l \sin \alpha$ , то

$$l' = l \sqrt{1 - B^2 \cos^2 \alpha} = 0.94.$$

Кут  $\alpha'$  в  $K'$ - системі знайдемо через тангенс:

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{\Delta y}{\Delta x \sqrt{1-B^2}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1-B^2}} = 1.155.$$

Звідси  $\alpha' = 49^\circ$ .

$$\text{Відповідь: } l' = l \sqrt{1-B^2} \cos^2 \alpha = 0.94, \alpha' = 49^\circ.$$

**Задача 3.13.** Знайти відстань, яку пройде в системі відліку  $K$  нестабільна частинка за час від її народження до розпаду, якщо час її життя в цій системі відліку  $\Delta t = 3 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ , а власний час життя  $\Delta t_0 = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$  [10].

*Розв'язання:* Очевидно, щоб знайти цю відстань необхідно знати швидкість частинки та час життя її в СВ  $K$ . Час життя відомий із умови задачі, тому швидкість знаходимо зі співвідношення між  $\Delta t$  та  $\Delta t_0$ .

$$\text{Оскільки } \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-B^2}}, \text{ то } \Delta t^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) = \Delta t_0^2,$$

$$V = \sqrt{c^2 - \left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t}\right)^2 \cdot c^2}.$$

Тоді маємо

$$l = \Delta t \cdot V = \Delta t \cdot c \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t}\right)^2} = 0.6 \text{ км}$$

Інший спосіб розв'язання базується на інваріантності інтервалу:

$$c^2 \Delta t_0^2 = c^2 \Delta t^2 - l^2,$$

звідси отримуємо той же результат:

$$l = c \cdot \sqrt{\Delta t^2 - \Delta t_0^2} = \Delta t \cdot c \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t}\right)^2} = 0.6 \text{ км}.$$

$$\text{Відповідь: } l = c \cdot \sqrt{\Delta t^2 - \Delta t_0^2} = \Delta t \cdot c \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t}\right)^2} = 0.6 \text{ км}.$$

**Задача 3.14.** Є дві групи синхронізованих годинників  $K'$  і  $K$ , які рухаються одна відносно іншої зі швидкістю  $\vec{V}$  вздовж осі  $OX$ . За початок відліку часу беремо момент, коли годинник  $A'$  буде знаходитися навпроти годинника  $A$  (Рис. 3.5). Зобразити положення стрілок всіх годинників в цю мить «з точки зору» СВ  $K'$  та СВ  $K$ .

*Розв'язання:* Із відносності одночасовості випливає, що годинники  $K'$ -системи, що розміщені вздовж осі  $O'X'$  та синхронізовані між собою в цій системі відліку (СВ  $K'$ ), в СВ  $K$  будуть показувати різний час. Тобто, якщо в деякій точці на осі  $OX$  годинник СВ  $K$  показує час  $t = 0$ , то годинник СВ  $K'$ , який в цю мить знаходиться в цій же точці  $x$ , згідно з перетвореннями Лорентца, показує час:

$$t' = \frac{-xV/c^2}{\sqrt{1-B^2}}. \quad (3.4)$$

Тоді, наприклад, для довільної точки  $x$  СВ  $K$  формулу (3.4) перепишемо у вигляді:

$$t'(x, t = 0) = -\Gamma \frac{B}{c} x. \quad (3.5)$$

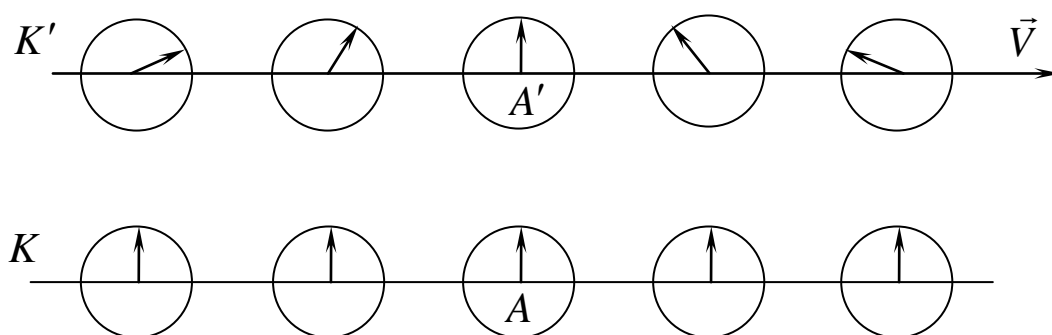


Рис. 3.5. Положення стрілок годинників СВ  $K'$  з точки зору СВ  $K$  в ту мить, коли годинники СВ  $K$  показують  $t = 0$

Із формули (3.5) з очевидністю видно, що показують в момент часу  $t = 0$  (за годинником СВ  $K$ ) годинники СВ  $K'$ , які знаходяться в точках з координатою  $x$ .

Покази годинників СВ  $K'$  графічно подані на рис. 3.6.

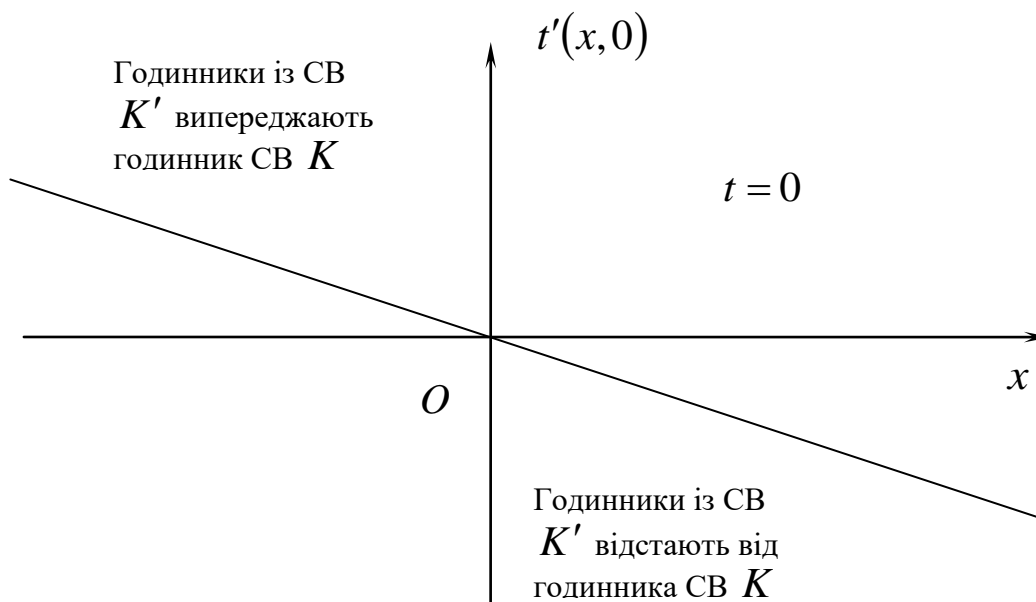


Рис. 3.6. Покази годинників СВ  $K'$  в момент часу  $t = 0$  (за годинником СВ  $K$ ) в точках з координатами  $x$

Зліва від початку відліку, годинники СВ  $K'$  все більше і більше випереджають годинники із СВ  $K$ , а праворуч – відстають від них (порівняйте з рис. 3.5)

Навпаки з точки зору СВ  $K'$ , згідно з перетвореннями Лорентца

$$t = \frac{x'V / c^2}{\sqrt{1 - B^2}}, \quad (3.6)$$

годинники СВ  $K$  в ту мить коли  $t' = 0$ , показують час, що зображений на рис. 3.7.

Тоді, наприклад, для довільної точки  $x'$  СВ  $K'$  формулу (3.6) можна подати в такому вигляді:

$$t(x', t' = 0) = \Gamma \frac{B}{c} x'. \quad (3.7)$$

Отже, в момент часу  $t' = 0$  (за годинником СВ  $K'$ ) годинники СВ  $K$  показують різний час і цей час залежить від координати  $x'$ , в якій у дану мить ( $t' = 0$ ) знаходиться годинник СВ  $K$ .

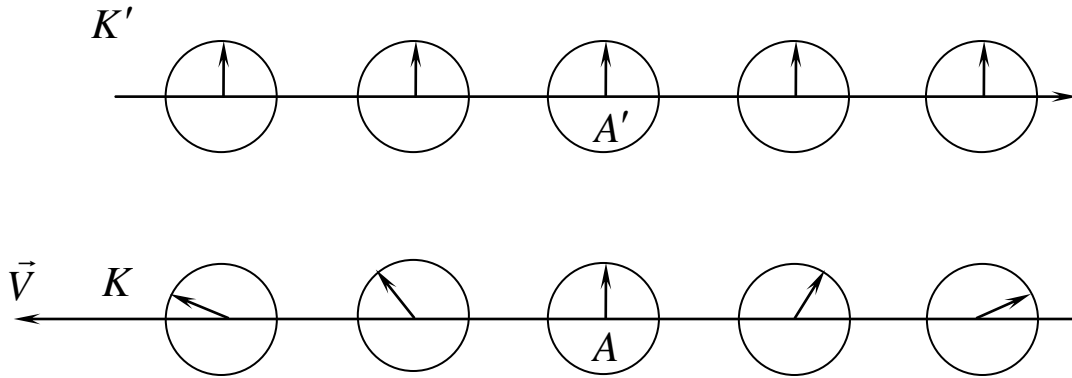


Рис. 3.7. Положення стрілок годинників СВ  $K$  з точки зору СВ  $K'$  в ту мить, коли годинники СВ  $K'$  показують  $t' = 0$

Покази годинників СВ  $K$  (залежність  $t(x', t' = 0) = \Gamma \frac{B}{c} x'$  від координати  $x'$ ), подані на рис. 3.8.

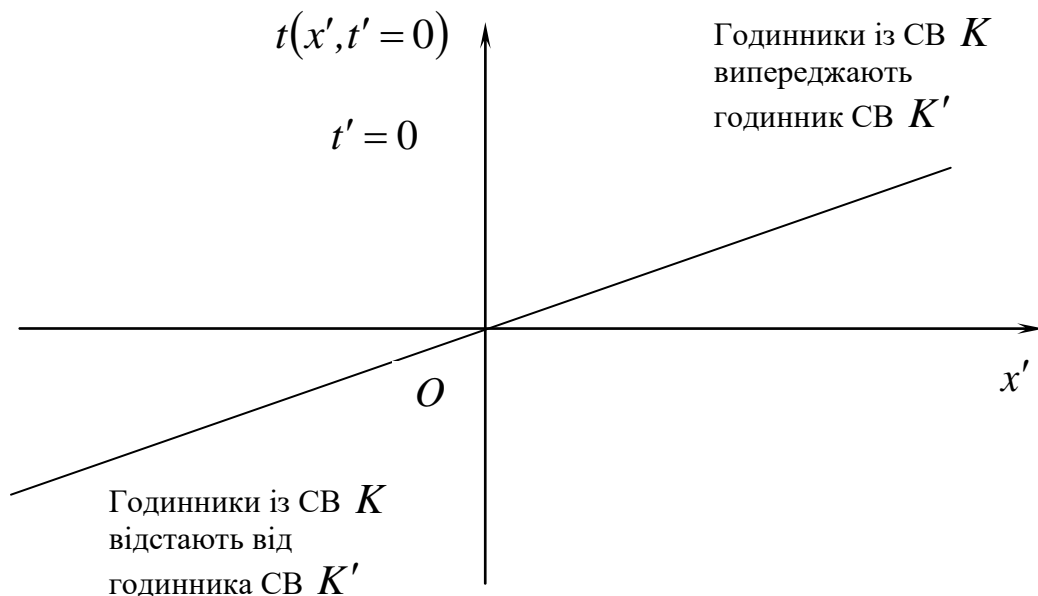


Рис. 3.8. Покази годинників СВ  $K$  в момент часу  $t' = 0$  (за годинником СВ  $K'$ ) в точках з координатами  $x'$



Причому, праворуч від початку відліку, годинники СВ  $K$  все більше і більше випереджають годинники із СВ  $K'$ , а зліва – відстають від них (порівняйте з рис. 3.7).

А відповідні проміжки часу, які показують годинники, що знаходяться в різних точках, будуть дорівнювати (із перетворень Лорентца):

$$t'_2 - t'_1 = \frac{-(x_2 - x_1)V / c^2}{\sqrt{1 - B^2}}, \quad t_2 - t_1 = \frac{(x'_2 - x'_1)V / c^2}{\sqrt{1 - B^2}}. \quad (3.8)$$

Формули (3.4) - (3.8) інколи називають формулами розсинхронізації [21, с. 50] або формулами різночасовості [14; 20].

**Задача 3.15.** Стрижень, що орієнтований паралельно вісі  $OX$  СВ  $K$ , рухається зі швидкістю  $v$  вздовж вісі  $OY$  (рис. 3.9). Знайти кут  $\theta'$  між стрижнем та віссю  $O'X'$  СВ  $K'$ . Осі  $OX$  та  $O'X'$  СВ  $K$  та систем  $K'$  співпадають, а СВ  $K'$  рухається зі швидкістю  $\vec{V}$  вздовж вісі  $OX$  [9].

*Розв'язання:* Утворення кута між стрижнем та віссю  $O'X'$  СВ  $K'$  зумовлене відносностю одночасності.

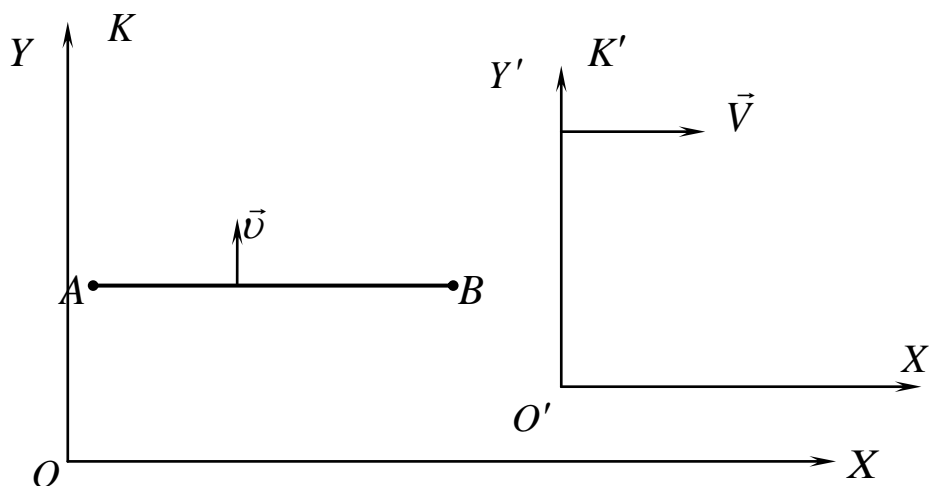


Рис. 3.9. Стрижень АВ, орієнтований паралельно вісі  $OX$  СВ  $K$ , рухається зі швидкістю  $v$  вздовж вісі  $OY$

Дійсно, якщо в деякий момент часу кінці стрижня співпадають з віссю  $OX$  в СВ  $K$ , то в системі  $K'$  ці дві події будуть не одночасними.

Проміжок часу між цими подіями в СВ  $K'$  дорівнює, згідно з перетвореннями Лорентца (див. також (3.4), або (3.8) формули різночасовості):

$$\Delta t' = -\frac{\Delta x \cdot V / c^2}{\sqrt{1 - B^2}},$$

де  $\Delta x$  – власна довжина стрижня.

Тобто з точки зору СВ  $K'$  спочатку (раніше) настає подія в точці  $B$ , а потім в точці  $A$  (див. також рис. 3.9). Тобто, під час руху стрижня  $AB$  горизонтальну лінію спочатку перетинає точка  $B$  стрижня, а потім - точка  $A$ .

При цьому за цей час, ( $\Delta t'$ ), правий кінець стрижня (точка  $B$ ) пройде шлях  $\Delta y' = v'_y \cdot \Delta t'$ , де  $v'_y = v\sqrt{1 - B^2}$ .

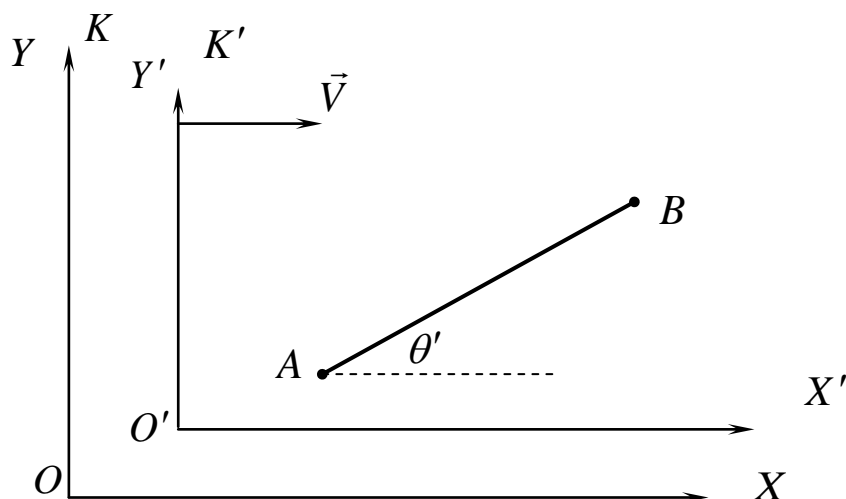


Рис. 3.10. З точки зору СВ  $K'$  стрижень буде повернутий проти ходу годинникової стрілки на кут  $\theta'$

Таким чином, в СВ  $K'$  стрижень буде повернутий проти ходу годинникової стрілки на кут  $\theta'$  (рис. 3.10), який визначається:

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{v\sqrt{1 - B^2} \cdot \Delta x \frac{V}{c^2}}{\sqrt{1 - B^2} \cdot \Delta x \cdot \sqrt{1 - B^2}} = \frac{B \cdot v}{c\sqrt{1 - B^2}}, \quad (3.9)$$

де  $\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - B^2}$ .

$$\text{Відповідь: } \operatorname{tg} \theta' = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{B \cdot v}{c \sqrt{1 - B^2}}.$$

**Задача 3.16.** Стрижень  $A'B'$  рухається з постійною швидкістю  $\vec{V}$  відносно стрижня  $AB$  (рис. 3.11). Обидва стрижні мають однакову власну довжину  $l_0$ , причому на кінцях кожного з них встановлені синхронізовані між собою годинники:  $A$  з  $B$  та  $A'$  з  $B'$ . Ту мить, коли годинники  $B'$  і  $A$  виявилися навпроти один одного будемо вважати за початок відліку часу в системах відліку, які зв'язані з кожним із стрижнів. Визначити:

А) покази годинників  $B$  та  $B'$  в момент, коли вони будуть навпроти один одного;

Б) покази годинників  $A$  і  $A'$  в ту мить, коли вони виявляться навпроти один одного [10].

*Розв'язання:* Щоб годинник  $B'$  виявився навпроти годинника  $B$  йому, очевидно, необхідно переміститися на віддаль  $l_0 = AB$ .

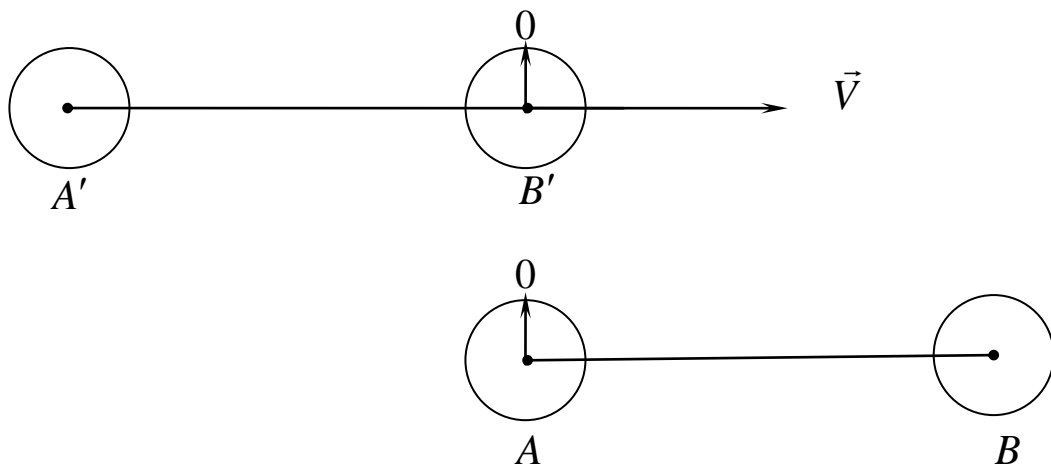


Рис. 3.11. Відносне положення стрижня  $A'B'$  та стрижня  $AB$  в ту мить, коли годинники  $B'$  і  $A$  виявилися навпроти один одного

Час необхідний для цього, за годинниками  $A$  з  $B$  (за годинником СВ  $K$ ), дорівнює  $\frac{l_0}{V}$ . Тобто, годинник  $B$  у цю мить буде показувати час

$$t(B) = \frac{l_0}{V}.$$

А годинник  $B'$  у момент співпадання  $B'$  і  $B$  у просторі, згідно з перетвореннями Лорентца (очевидно, що з годинниками  $A'$  та  $B'$  зв'язана СВ  $K'$ ), буде показувати час:

$$t'(x, t) = \Gamma\left(t - \frac{B}{c}x\right) = t(B').$$

Звідси одержуємо:

$$t(B') = \Gamma\left(t - \frac{B}{c}x\right) = \Gamma\left(t(B) - \frac{B}{c}l_0\right) = \Gamma\left(\frac{l_0}{V} - \frac{B}{c}l_0\right) = \frac{l_0}{V} \sqrt{1 - B^2}.$$

З точки зору СВ  $K'$  (годинники  $A'$  та  $B'$ , стрижень  $A'B'$ ) стрижень  $AB$  рухається зі швидкістю  $\vec{V}$  у напрямі від'ємних значень осі  $O'X'$ . Тому з точки зору СВ  $K'$  (з точки зору годинника  $A'$ ) годинник  $A$  буде навпроти  $A'$  через проміжок часу  $\frac{l_0}{V}$ . Тобто, годинник  $A'$  у момент співпадання у

просторі  $A'$  та  $A$  буде показувати час  $t(A') = \frac{l_0}{V}$ .

А згідно з перетвореннями Лорентца годинник  $A$  буде у цей момент показувати час:

$$t(x', t') = \Gamma\left(t' + \frac{B}{c}x'\right) = t(A).$$

Отже, маємо:

$$t(A) = \Gamma\left(t' + \frac{B}{c}x'\right) = \Gamma\left(t(A') + \frac{B}{c}(-l_0)\right) = \Gamma\left(\frac{l_0}{V} - \frac{B}{c}l_0\right) = \frac{l_0}{V} \sqrt{1 - B^2}.$$

$$\text{Відповідь: } t(B) = \frac{l_0}{V}, \quad t(B') = \frac{l_0 \sqrt{1-B^2}}{V}, \quad t(A) = \frac{l_0 \sqrt{1-B^2}}{V},$$

$$t(A') = \frac{l_0}{V}.$$

**Задача 3.17.** Дві нестабільні частинки рухаються в СВ  $K$  вздовж деякої прямої зі швидкістю  $V = 0,99c$ . Відстань між ними в цій СВ дорівнює  $l = 120\text{ м}$ . В деякий момент часу частинки розпалися одночасно в системі відліку, яка зв'язана з ними (СВ  $K'$ ). Знайти проміжок часу між моментами розпаду обох частинок в лабораторній системі відліку [10].

*Розв'язання:* Згідно з перетвореннями Лорентца, оскільки частинки розпалися одночасно в СВ  $K'$ , маємо (формула різночасовості):

$$t_2 - t_1 = \frac{(x'_2 - x'_1) V / c^2}{\sqrt{1-B^2}}.$$

Але  $x'_2 - x'_1 = l_0$  - це власна довжина стрижня, яка зв'язана з довжиною його в СВ  $K$  співвідношенням (рис. 3.12):

$$l_0 = \frac{l}{\sqrt{1-B^2}}.$$

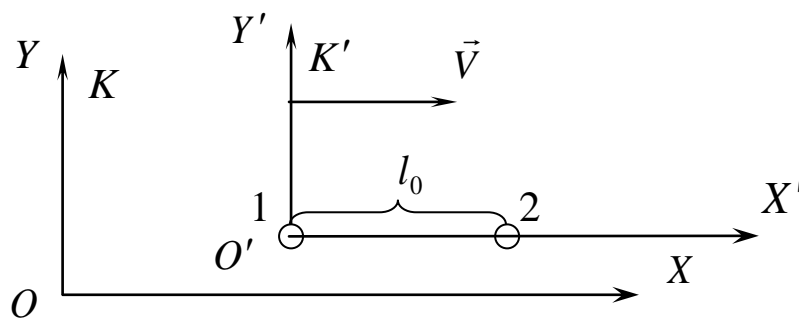


Рис. 3.12. Дві нестабільні частинки рухаються в СВ  $K$  вздовж деякої прямої зі швидкістю  $V$

Тому проміжок часу між моментами розпаду обох частинок в лабораторній системі відліку дорівнює:

$$t_2 - t_1 = \frac{l \frac{V}{c^2}}{1 - \frac{V^2}{c^2}}.$$

$t_2 - t_1 > 0$ , тому 2-а частинка (що рухалася першою згідно з рис. 3.12), розпалася раніше.

$$\text{Відповідь: } t_2 - t_1 = \frac{l \frac{V}{c^2}}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

**Задача 3.18.** В двох точках інерціальної системи відліку  $K$  відбулися події, розділені проміжком часу  $\Delta t$ . Показати, що події, які причинно пов'язані в системі відліку  $K$  (наприклад, постріл і потрапляння кулі у мішень), то ці ж самі події будуть причинно пов'язані і в будь-якій іншій ІСВ  $K'$  [15].

*Розв'язання:* Проміжки часу у різних системах відліку пов'язані між собою перетвореннями Лорентца, а отже проміжок часу  $\Delta t'$  пов'язаний з проміжком часу  $\Delta t$  наступним чином (див. [15, с. 82-84]):

$$\Delta t' = \Gamma \cdot \left( \Delta t - \frac{V}{c^2} \cdot \Delta x \right) = \Gamma \cdot \Delta t \left( 1 - \frac{V}{c} \cdot \frac{\Delta x}{c \cdot \Delta t} \right),$$

де  $V$  - швидкість руху СВ  $K'$  відносно СВ  $K$ ,  $\Delta x = x_2 - x_1$  - просторова віддаль між подіями в СВ  $K$ .

Якщо дві події в СВ  $K$  причинно пов'язані,  $\Delta t = t_2 - t_1 > 0$ , то і в СВ  $K'$  ці події можуть бути причинно зв'язані, коли  $\Delta t' > 0$ .

Отже, проміжок часу між цими подіями в СВ  $K'$ ,  $\Delta t'$ , більший за нуль за умови:

$$\left( 1 - \frac{V}{c} \cdot \frac{\Delta x}{c \cdot \Delta t} \right) > 0. \quad (3.10)$$

Оскільки  $V < c$ , то ця нерівність буде мати місце завжди також і за умови  $\left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| \leq c$ .

Тому (3.10) може вказувати на можливість причинного зв'язку між подіями, оскільки послідовність подій в часі, за умов  $V < c$  та  $\left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| \leq c$ , носить абсолютний характер. Нерівність (3.10) говорить і про фізичну можливість впливу однієї події на іншу.

Швидкість  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  може бути швидкістю деяких частинок, що передають взаємодію, швидкістю передачі сигналів і т.п. Подія в точці  $x_2$  - наслідок події в точці  $x_1$ . Це може бути лише при умові, що швидкість розповсюдження взаємодій менша або рівна швидкості світла:  $\frac{\Delta x}{\Delta t} \leq c$ .

Якщо події, які зв'язані деякою взаємодією, відбулися на віддалі  $\Delta x$ , то швидкість світла встигає передати цю взаємодію між точками  $x_1$  і  $x_2$ . За час, що пройшов між настанням подій, світло може пройти просторову відстань між цими подіями, оскільки  $c\Delta t \geq \Delta x$ , де  $\Delta x = x_2 - x_1$  - віддаль між подіями.

Якщо припустити, що існує взаємодія, яка передається зі швидкістю більшою ніж швидкість світла, або припустити, що існують такі гіпотетичні частинки, які переносять цю взаємодію, тобто припустити, що:

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} > c,$$

то тоді можна знайти таку СВ (що рухається з швидкістю  $V$ ), в якій доданок

$$\frac{V}{c} \cdot \frac{\Delta x}{c \cdot \Delta t} = \frac{Vu}{c^2}$$

буде більшим, ніж одиниця. При цьому, згідно з (3.10),

$\Delta t' < 0$  ( $t'_2 < t'_1$ ). Тобто, послідовність подій у часі стає зворотною.

Гіпотетичні частинки, які рухаються зі швидкістю  $u = \frac{\Delta x}{\Delta t} > c$

називаються тахіонами. Теорія відносності, в принципі, не заперечує їх існування. Якщо вони існують, то послідовність перебігу подій у часі може бути змінена на протилежну в деякій системі відліку.

*Відповідь:* Дві події, які причинно пов'язані в системі відліку  $K$  (наприклад, постріл і потрапляння кулі у мішень), будуть причинно пов'язані і в будь-якій іншій СВ  $K'$  за умов  $V < c$  та  $\frac{\Delta x}{\Delta t} \leq c$ .

**Задача 3.19.** В системі «Земля» подія  $B$  відбулася через  $1\text{ с}$  після події  $A$  і на відстані  $6 \cdot 10^5\text{ км}$  від неї. З якою швидкістю і в якому напрямку має летіти ракета, щоб у СВ  $K'$ , зв'язаній із нею, події  $A$  і  $B$  були одночасними [26]?

*Розв'язання:* Оскільки в системі ракети (СВ  $K'$ ) події  $A$  і  $B$  одночасні, то (3.10) набуває вигляду:

$$\left(1 - \frac{V}{c} \cdot \frac{\Delta x}{c \cdot \Delta t}\right) = 0.$$

Звідси знаходимо швидкість руху ракети (СВ  $K'$ ):

$$B = \frac{V}{c} = \frac{c \Delta t}{\Delta x}.$$

Нехай вісь  $OX$  спрямована від місця, де відбулася подія  $A$ , до місця де відбулася подія  $B$ , тоді за умовою маємо:

$$\Delta x = 6 \cdot 10^5\text{ км}, \Delta t = 1\text{ с}, \text{ тоді } B = \frac{V}{c} = \frac{c \Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{2}.$$

Відтак, ракета має летіти зі швидкістю  $V = 0.5c$  в напрямку від точки  $A$  до точки  $B$ .

*Відповідь:*  $V = 0,5c$ .



**Задача 3.20.** У системі «Зорі» події P і Q відбулися на відстані  $3 \cdot 10^6$  км одна від одної. Відомо, що спочатку відбулася подія P, а через 15 секунд відбулася подія Q.

А) Чи існує інерційна система відліку, в якій подія Q відбулася раніше події P?

Б) Чи існує СВ, в якій події P та Q відбулися в одному й тому ж місці [23]?

*Розв'язання:* А) За умовою задачі  $t_Q - t_P = \Delta t = 15$  с,  $\Delta x = 3 \cdot 10^6$  км.

Скористаємося тепер розв'язанням задачі 3.18. Згідно з (3.10) умовою існування СВ, в якій послідовність подій P і Q буде зворотною, є нерівність:

$$\left(1 - \frac{V}{c} \cdot \frac{\Delta x}{c \cdot \Delta t}\right) < 0.$$

Але другий доданок в дужках цієї нерівності

$$\frac{V}{c} \cdot \frac{\Delta x}{c \cdot \Delta t} = \frac{V}{c} \cdot \frac{3 \cdot 10^9 \text{ м}}{c \cdot 15 \text{ сек}} = \frac{V}{c} \cdot \frac{2}{3} < 1 \text{ не може бути більшим за одиницю.}$$

Тобто, за умов задачі попередня нерівність не справджується. Очевидно маємо:

$$\left(1 - \frac{V}{c} \cdot \frac{\Delta x}{c \cdot \Delta t}\right) > 0.$$

Отже, послідовність P і Q у часі в жодній інерційній системі відліку не може бути змінена. І, взагалі кажучи, подія P могла бути причиною події Q, оскільки за 15 секунд світло проходить відстань  $4.5 \cdot 10^6$  км. Це більше, ніж відстань у просторі між подіями P і Q.

Б) Щоб знайти швидкість, з якою повинна рухатись СВ  $K'$ , щоб ці дві події відбувались в одній точці цієї СВ  $K'$  ( $\Delta x' = 0$ ), скористаємося перетвореннями Лорентца (58):

$$x'(x, t) = \Gamma(x - Vt).$$

Звідси випливає, що:

$$\Delta x' = (\Delta x - V\Delta t) \cdot \Gamma = \Delta t \cdot (u - V) \cdot \Gamma,$$

де  $u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ .

І тоді очевидно, що швидкість СВ  $K'$  повинна дорівнювати:

$$u = V.$$

Тобто, СВ  $K'$  повинна бути весь час пов'язана з цим явищем, що характеризується подіями Р і Q, і яке переміщується з швидкістю  $u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  відносно СВ  $K$ .

*Відповідь:* Відтак, А) не існує інерційної система відліку, в якій подія Q відбулася раніше події Р.

Б) Існує СВ, в якій події Р та Q відбулися в одному й тому ж місці. Це СВ  $K'$  - система відліку, що пов'язана із явищем (можливо з явищем, що відбувається в ракеті), яка рухається зі швидкістю  $u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 2 \cdot 10^8$  м/с.

**Задача 3.21.** У системі «Зорі» подія В відбулася через 1 секунду після події А і на відстані 600000 км від неї. З якою швидкістю і в якому напрямку повинна летіти ракета, щоб у пов'язаній із нею ІСВ події А та В були одночасними [23]?

*Розв'язання:* Розв'яжемо цю задачу, на відміну від розв'язання **задачі 3.19**, використовуючи діаграму Мінковського (методику побудови діаграм Мінковського див. у Додатку Б). СВ  $K'$  пов'яжемо з ракетою, а СВ  $K$  із Зорею. Тоді діаграма Мінковського має вигляд, зображений на рис. 3.13.

Нагадаємо, що на рис. 3.13. події 3 та 4 одночасові в СВ  $K$  (час настання цих подій  $t_2$ ), а в СВ  $K'$  події 3 та 4 відбуваються неодноразово (зокрема, час настання події 3 в СВ  $K'$  дорівнює  $t'_3$ ).

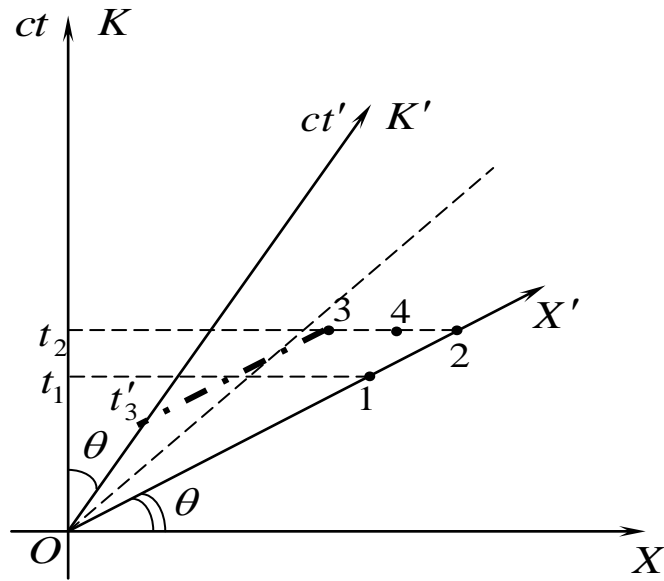


Рис. 3.13. Зображення на діаграмі Мінковського просторових та часових осей СВ  $K$  та СВ  $K'$

Побудуємо просторово-часовий графік (діаграму Мінковського) (рис. 3.14) у системі «Зорі», прийнявши подію А за початкову і відмітимо на ньому подію В. Проведемо через А та В вісь нульового часу (це просторова вісь СВ  $K'$ ) тієї СВ, в якій події А та В одночасні. Нахил  $\theta$  цієї вісі до вісі  $AХ$  СВ  $K$  (див. Додаток Б) такий, що  $\text{tg } \theta = \frac{V}{c}$ .

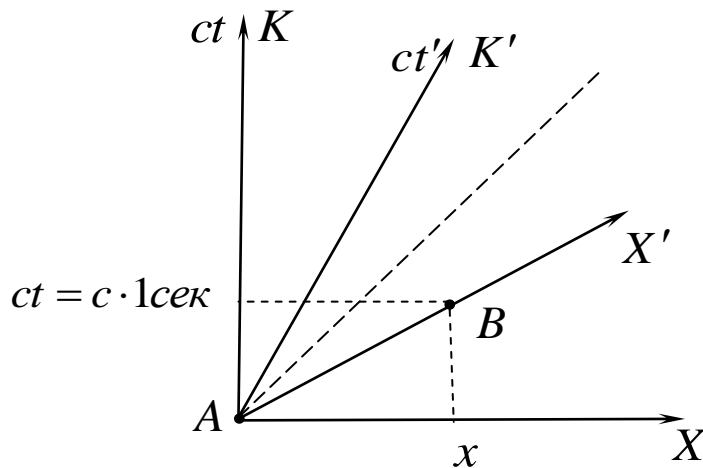


Рис. 3.14. Діаграма Мінковського для умов задачі 3.21

$$\text{Із рис. 3.14 } \text{tg } \theta = \frac{ct}{x} = \frac{c \cdot 1\text{сек}}{6 \cdot 10^5 \text{ км}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м}}{6 \cdot 10^8 \text{ м}} = \frac{1}{2}.$$

Отже,  $V = \frac{1}{2}c$ .

*Відповідь:*  $V = \frac{1}{2}c$ ; вісь  $A ct'$  є графік руху початку координат СВ  $K'$

відносно СВ  $K$  (система «Зорі»). Отже, у початковій СВ (система «Зорі») система відліку, що зв'язана з ракетою, повинна рухатися у напрямку від місця більш ранньої події А до місця події, що відбулася пізніше (подія В).

**Задача 3.22.** На екрані осцилографа спостерігається світна точка в тому місці, куди потрапляє пучок електронів. Пучок відхиляється змінним електричним (найчастіше) полем, внаслідок чого світна точка переміщується вздовж екрана з деякою швидкістю  $v$ . Чи може швидкість  $v$  перевищувати швидкість світла у вакуумі?

*Розв'язання:* Рух світної точки на екрані не є рухом матеріального об'єкта. Це рух спалахів на екрані від електронів, кожний з яких попадає на екран пізніше попереднього, тобто кожний наступний спалах не зв'язаний з попереднім причинним зв'язком. Швидкість  $v$  переміщення світної точки може перевищувати швидкість світла  $c$  і бути як завгодно великою, тому що кожний наступний спалах не зв'язаний з попереднім причинним зв'язком.

**Задача 3.23.** Знайти швидкість з якою переміщується «світловий зайчик» по поверхні Землі від пульсара PSR B0531+21 в центрі Крабовидної туманності. Кутова швидкість обертання пульсара  $\omega = 30 \frac{1}{\text{сек}}$ , а віддаль до пульсара  $l = 2\text{кпк}$ . Чи можна вважати, що швидкість переміщення «зайчика» є швидкістю переміщення світлового сигналу?

*Розв'язання:*  $v = l \cdot \omega = 2\text{кпк} \cdot 30 \frac{1}{\text{сек}}$ .

Парсék (скорочено пк) – поширена в астрономії позасистемна одиниця довжини. Це відстань, із якої середній радіус земної орбіти (рівний 1 а.о.)

перпендикулярний до променю зору, видно під кутом  $1''$  (одна кутова секунда). При цьому  $1\text{нк} \approx 3,085 \cdot 10^{16} \text{ м}$ .

Тому швидкість переміщення «світлового зайчика» дорівнює:

$$v = l \cdot \omega = 2\text{нк} \cdot 30 \frac{1}{\text{сек}} \approx 2 \cdot 10^3 \cdot 3,085 \cdot 10^{16} \text{ м} \cdot 30 \frac{1}{\text{сек}} \approx 1,85 \cdot 10^{21} \text{ м/с}.$$

*Відповідь:*  $1,85 \cdot 10^{21} \text{ м/с}$ . Ця швидкість не є переміщенням будь-якого об'єкту, а тому не є швидкістю поширення сигналу.

**Задача 3.24.** У СВ  $K$  дві частинки рухаються в одному напрямі зі швидкостями  $v_1$  та  $v_2$  (рис. 3.15). Знайти швидкість СВ  $K'$ , відносно якої ці дві частинки рухаються в протилежних напрямках з однаковими за величиною швидкостями  $v'_1 = v'_2$ .

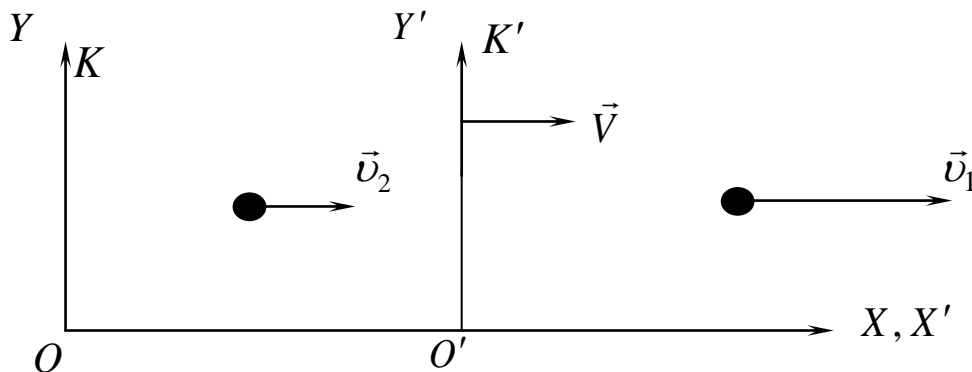


Рис. 3.15. У СВ  $K$  дві частинки рухаються в одному напрямі зі швидкостями  $v_1$  та  $v_2$

*Розв'язання:*

Використовуючи РФДШ (див. **Задачу 3.7** та **Задачу 3.8** посібника [30, с. 115-117]), для швидкостей руху частинок в СВ  $K'$  маємо:

$$v'_1 = \frac{v_1 - V}{1 - \frac{Vv_1}{c^2}} \quad v'_2 = \frac{V - v_2}{1 - \frac{Vv_2}{c^2}}.$$

Із умови  $v'_1 = v'_2$  одержуємо значення швидкості  $V$  СВ  $K'$  відносно СВ  $K$ :

$$V = \frac{c^2}{v_1 + v_2} \left[ \left( 1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2} \right) \pm \sqrt{(1 - \beta_1^2) \cdot (1 - \beta_2^2)} \right], \quad (3.11)$$

де  $\beta_1 = \frac{v_1}{c}$ ,  $\beta_2 = \frac{v_2}{c}$ .

У процесі аналізу ЕМП (див. Розділ 4), що створюється ППС та взаємодій ППС з іншими рухомими зарядами, розглядається модель провідника, в якій у власній СВ ППС позитивно заряджені іони є нерухомими ( $v_2 = 0$ ), струм створюється рухом електронів провідності зі швидкістю  $v$  (рис. 3.16).

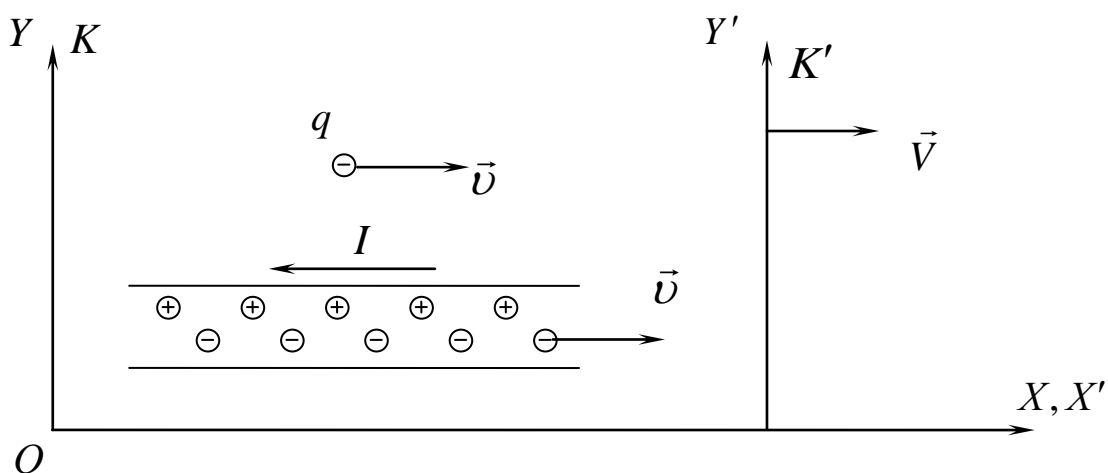


Рис. 3.16. Провідник зі струмом  $I$  нерухомий в СВ  $K$ . Струм  $I$  зумовлений дрейфовим рухом електронів провідності зі швидкістю  $v$

Тоді, вираз для швидкості руху СВ  $K'$ , в якій і електрони провідності й позитивно заряджені іони рухаються в протилежних напрямках з однаковими за величиною швидкостями (оскільки  $v_2 = 0$ ), набуває вигляду:

$$V = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 \pm \sqrt{(1 - \beta_1^2)} \right] = \frac{c^2}{v} \left[ 1 \pm \sqrt{(1 - \beta^2)} \right]. \quad (3.12)$$

Розв'язок (3.12) задовольняє РФДШ. Дійсно, якщо у виразі для  $V$  (формула (3.12)) взяти розв'язок  $V = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 + \sqrt{(1 - \beta_1^2)} \right]$ , то для  $v_1'$  та  $v_2'$ ,

відповідно, одержуємо:

$$v_1' = \frac{v_1 - V}{1 - \frac{Vv_1}{c^2}} = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 + \sqrt{(1 - \beta_1^2)} \right],$$

$$v_2' = \frac{V - v_2}{1 - \frac{Vv_2}{c^2}} = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 + \sqrt{(1 - \beta_1^2)} \right].$$

Якщо ж розв'язок (3.12) взяти у вигляді  $V = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 - \sqrt{(1 - \beta_1^2)} \right]$ , то для

$$v_1' \text{ та } v_2' \text{ одержуємо } v_1' = v_2' = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 - \sqrt{(1 - \beta_1^2)} \right].$$

Яке ж рішення є вірним – зі знаком «+», чи зі знаком «-»?

Виявляється, що відповідь на питання дає принцип відповідності.

Дійсно, при  $\beta_1 = \frac{v_1}{c} \ll 1$  для  $V$  одержуємо:

$$V = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 \pm \sqrt{(1 - \beta_1^2)} \right] = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 \pm \left( 1 - \frac{\beta_1^2}{2} \right) \right].$$

$$V_+ = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 + \left( 1 - \frac{\beta_1^2}{2} \right) \right] = \frac{2c^2}{v_1} - \frac{v_1}{2} \quad \text{- розв'язок не має фізичного}$$

змісту.

$$V_- = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\beta_1^2}{2} \right) \right] = \frac{v_1}{2}, \quad \text{що збігається з класичними виразами}$$

для  $v_1'$  та  $v_2'$  при  $v_2 = 0$ :

$$v_1' = v_1 - V = v_1 - \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{v_1}{2},$$

$$v'_2 = V - v_2 = \frac{v_1 + v_2}{2} - v_2 = \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{v_1}{2}.$$

*Відповідь:* А) швидкість СВ  $K'$ , відносно якої дві частинки (рис. 3.15) рухаються в протилежних напрямках з однаковими за величиною швидкостями  $v'_1 = v'_2$ , дорівнює:

$$V = \frac{c^2}{v_1 + v_2} \left[ \left( 1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2} \right) - \sqrt{(1 - \beta_1^2) \cdot (1 - \beta_2^2)} \right], \quad (3.13)$$

де  $\beta_1 = \frac{v_1}{c}$ ,  $\beta_2 = \frac{v_2}{c}$ .

Б) в моделі ППС зображеної на рис. 3.16, маємо наступні значення швидкостей:

$$V = v'_1 = v'_2 = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 - \sqrt{(1 - \beta_1^2)} \right]. \quad (3.14)$$



### 3.2. Завдання для самоконтролю і контролю знань.

**Завдання 1.** Яку відстань пролетить піон ( $\pi$ -мезон) до розпаду, якщо його швидкість  $v = 0,99c$ , а власний час життя  $\tau_0 = 2,6 \cdot 10^{-8} c$ ? Якою була б довжина прольоту, якби не було релятивістського уповільнення часу? Відстань визначається в лабораторній системі відліку.

*Відповідь:*

$$l = vt = \frac{v\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{0,99 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \cdot 2,6 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{1 - 0,99^2}} = \frac{0,99 \cdot 3,0 \cdot 2,6}{0,1 \cdot 1,41} = 55 м;$$

$$l_0 = v\tau_0 = 0,99 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \cdot 2,6 \cdot 10^{-8} = 7,7 м.$$

**Завдання 2.** В  $K$ - системі відліку знаходиться нерухомий стрижень, довжина якого  $l = 10 м$  і який орієнтований під кутом  $\alpha = 60^\circ$  до осі  $OX$ . Знайти його довжину  $l'$  та відповідний кут  $\alpha'$  в  $K'$ - системі, яка рухається відносно СВ  $K$  зі швидкістю  $V = \frac{c}{2}$  вздовж осі  $OX$ .

*Відповідь:*  $l' = l\sqrt{1 - B^2 \cos^2 \alpha} = 0,968 м$ ,  $\alpha' = 63^\circ 25'$ .

**Завдання 3.** Дві релятивістські частинки рухаються під прямим кутом одна до одної в лабораторній системі відліку, причому перша зі швидкістю  $v_1$ , а друга зі швидкістю  $v_2$ . Знайти їх відносну швидкість.

*Відповідь:*  $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - \frac{v_1^2 v_2^2}{c^2}}$ .

**Завдання 4.** Два стрижня однакової власної довжини  $l_0$  рухаються один одному назустріч в повздовжньому напрямку паралельно спільній горизонтальній вісі з однаковою швидкістю  $v$  відносно лабораторної системи відліку. Чому дорівнює довжина кожного стрижня в системі відліку, що зв'язана з іншим стрижнем?

Відповідь:  $l = l_0 \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2}$ , де  $\beta = \frac{v}{c}$ .

**Завдання 5.** У двох точках, відстань між якими вздовж осі абсцис у СВ  $K$   $x_2 - x_1 = l$ , одночасно відбулися дві події. Знайти проміжок часу між цими подіями в довільній, наприклад в СВ  $K'$ , інерціальній системі відліку.

Відповідь:  $\tau = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 + \left(\frac{x_2 V}{c^2}\right) - t_1 - \left(\frac{x_1 V}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{l \cdot V}{c^2 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$ ,

де  $V$  – швидкість нової системи відліку,  $t_2 - t_1 = 0$ . Знак проміжку часу залежить від знаку швидкості  $V$ , тобто від напрямку руху системи відліку.

**Завдання 6.** Знайти власний час життя частинки, якщо її швидкість відрізняється від швидкості світла у вакуумі на 0,2%, а відстань, яку пролітає частинка до розпаду, приблизно дорівнює 300 км.

Відповідь:

$$\tau_0 = \tau \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = \frac{l \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{V} = \frac{3 \cdot 10^5 \sqrt{1 - 0,998^2}}{0,998 \cdot 3 \cdot 10^8} = \frac{10^{-3} \sqrt{0,002 \cdot 1,998}}{0,998} = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ с.}$$

**Завдання 7.** У СВ  $K'$  частинка рухається зі швидкістю  $v'$  під кутом  $\theta'$  до осі  $O'X'$ . Вивести формулу, що визначає зміну напрямку швидкості частинки при переході від СВ  $K'$  до СВ  $K$ .

Відповідь:  $\text{tg} \theta = \frac{v' \sqrt{1 - \beta^2} \sin \theta'}{v' \cos \theta' + V}$ .

**Завдання 8.** Уведемо таке означення: довжина рухомого стрижня дорівнює добутку його швидкості  $V$  на проміжок часу між моментами, коли його початок і кінець проходять повз нерухомий годинник. Власна довжина визначається аналогічно за допомогою годинника, що рухається з такою ж швидкістю вздовж нерухомого стрижня. Знайти співвідношення між довжиною рухомого стрижня  $l$  і його власною довжиною  $l_0$ .

Відповідь:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{\tau_0}{\tau} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}; \quad l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}.$$

**Завдання 9.** Оцінити відносну похибку, що виникає при розрахунку, якщо замість релятивістського закону додавання швидкостей скористатися класичним.

$$\text{Відповідь: } \varepsilon = \frac{u_{\text{кл}} - u_{\text{рел}}}{u_{\text{рел}}} = \frac{u_1 + u_2}{\frac{u_1 + u_2}{1 + \frac{u_1 \cdot u_2}{c^2}}} - 1 = \frac{u_1 \cdot u_2}{c^2}.$$

**Завдання 10.** У прискорювачі на зустрічних пучках протони рухаються зі швидкістю  $v = 0,99000c$  відносно установки. Чому дорівнює швидкість одного протона відносно іншого?

Відповідь: Необхідно скористатися моделлю розв'язання *задачі 3.7* або

*задачі 3.8.* У результаті маємо: 
$$v = \frac{v + v}{1 + \frac{v \cdot v}{c^2}}.$$

Підставляючи дані у формулу, отримуємо:  $v = 0,99995c$ .

Швидкість одного протона відносно іншого дорівнює  $0,99995c$ .

**Завдання 11.** За допомогою формули перетворень швидкостей отримати результати досліду Фізо. Показник заломлення світла у воді  $n$  [15].

Відповідь: (див. *задачу 3.11*), 
$$v \approx \frac{c}{n} + u \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right),$$
 де  $u$  - швидкість СВ

$K'$ , яка зв'язана з рухомою водою,  $u \ll c$ .

**Завдання 12.** Власний час життя деякої нестабільної частинки  $10 \text{ нс}$ . Знайдіть шлях, пройдений цією частинкою допоки вона не зазнає розпаду у нерухомій системі відліку, якщо час її життя в ній  $20 \text{ нс}$ .

Відповідь: 
$$S = v \cdot t = c \sqrt{1 - \left( \frac{t'}{t} \right)^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left( \frac{10^{-8}}{2 \cdot 10^{-8}} \right)^2} \cdot 2 \cdot 10^{-8} = 5,2 \text{ м},$$

де  $t'$  - власний час життя частинки,  $t$  - час життя частинки в лабораторній СВ  $K$ .

**Завдання 13.** Ракета рухається відносно нерухомого спостерігача зі швидкістю  $v = 0.99c$  ( $c$  - швидкість світла у вакуумі). Який час пройде за годинником нерухомого спостерігача, якщо за годинником, який пов'язаний із ракетою, пройшов один рік? Як зміняться лінійні розміри тіл у ракеті (в напрямі її руху) з точки зору нерухомого спостерігача [24]?

*Відповідь:*  $t \approx 7.1$  роки ;  $l \approx 0.14l_0$ , де  $l_0$  - власний лінійний розмір тіла.

**Завдання 14.** У СВ  $K$  мюон, що рухається зі швидкістю  $v = 0.99c$ , пролетів від місця свого народження до точки розпаду  $l = 3.0$  км .

Розрахувати:

- а) власний час життя частинки;
- б) відстань, яку пролетів мюон у СВ  $K$ , з «його точки зору» [25].

*Відповідь:*  $\Delta t' = \frac{l}{v} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 1.4$  мкс ;  $l' = v\Delta t' = l \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 420$  м .

**Завдання 15.** Два електрони рухаються вздовж однієї прямої зі швидкостями  $0.9c$  і  $0.8c$  відносно нерухомого спостерігача. Яка відносна швидкість руху електронів при їх русі в одному напрямі? в протилежних напрямках?

*Відповідь:* відносна швидкість електронів при їх русі в одному напрямі

дорівнює  $\frac{0,1c}{0,28} = 0,357c$ ; а при русі в протилежних напрямках відносна

швидкість -  $\frac{1,7c}{1.72} = 0,988c$ . (Примітка: необхідно скористатися моделлю

розв'язання задачі 3.7 або задачі 3.8).

**Завдання 16.** На ракеті, яка летить відносно спостерігача зі швидкістю близькою до швидкості світла  $c$ , відбувся спалах. З точки зору космонавта, який знаходиться у ракеті, хвильовий фронт має вигляд сфери, яка

рівномірно поширюється. Який буде хвильовий фронт з точки зору спостерігача [26]?

*Відповідь:* хвильовий фронт, що бачитиме спостерігач, теж буде сферичним, адже світло поширюється однаково у всіх ІСВ.

**Завдання 17.** Іонізований атом, вилетівши з прискорювача зі швидкістю  $v = 0,8c$ , випустив фотон в напрямі свого руху. Знайти швидкість фотона відносно прискорювача.

*Відповідь:*  $v_c = 1,0c$ .

**Завдання 18.** Використовуючи метод діаграм Мінковського розв'язати й пояснити задачу 3.20.

**Завдання 19.** Прискорювач надав радіоактивному ядру швидкість  $v = 0,4c$ . У момент вильоту цього ядра з прискорювача, ядро «викинуло» в напрямі свого руху електрон зі швидкістю  $v = 0,75c$  відносно прискорювача. Знайти швидкість електрона відносно ядра.

*Відповідь:*  $v' = 0,5c$ .

**Завдання 20.** Фотон летить поперек ракети зі швидкістю світла відносно ракети. Ракета рухається відносно зір зі швидкістю  $V$ . Знайти повну швидкість фотона відносно зір.

*Відповідь:* швидкість фотона відносно зір дорівнює  $v_c = 1,0c$ .

**Завдання 21.** Дві ракети рухаються рівномірно та прямолінійно паралельними курсами в одному напрямі зі швидкістю  $v = 0,6c$  відносно Землі. У першій ракеті відбуваються дві послідовні події з проміжком часу 8 год. Який час пройшов між цими подіями за годинником спостерігача у другій ракеті? на Землі?

*Відповідь:* 8 год., 10 год.

**Завдання 22.** Літак рухається зі швидкістю  $v$  назустріч нерухомому джерелу світла. З якою швидкістю  $u$  зближається літак з фотонами, які випромінюються джерелом?

*Відповідь:* використовуючи модель розв'язання **задачі 3.7** та **задачі 3.8** одержуємо, що швидкість фотонів відносно літака (швидкість зближення)  
 $|u| = c$ .

**Завдання 23.** Впевнитися, що в моделі ППС, зображеній на рис. 3.16, швидкість  $V$  СВ  $K'$ , в якій і електрони провідності й позитивно заряджені іони рухаються в протилежних напрямках з однаковими за величиною швидкостями, та швидкості електронів провідності й позитивно заряджених іонів в цій СВ однакові й дорівнюють:  $V = v'_1 = v'_2 = \frac{c^2}{v_1} \left[ 1 - \sqrt{1 - \beta_1^2} \right]$ .

## Список використаної літератури до третього розділу

1. Бурак В. І., Коновал О. А., Туркот Т. І. Методика вивчення спеціальної теорії відносності в середній школі в умовах профільної диференціації навчання: навчальний посібник для самостійної роботи студентів / за ред. проф. О.А. Коновала. Кривий Ріг: КП ДВНЗ «КНУ», 2014. 160 с.
2. Воробьев И. И. Теория относительности в задачах. Москва: Наука, 1989. 174 с.
3. Глазунов А. Т., Нурминский И. И., Пинский А. А. Методика преподавания физики в средней школе: Электродинамика нестационарных явлений. Квантовая физика: пособ. для учителя. Москва: Просвещение, 1989. 272 с.
4. Гончаренко С. У. Фізика: підруч. для 11 кл. серед. загальноосв. шк. Київ: Освіта, 2002. 319 с.
5. Гельфгат І.М. Фізика (профільний рівень, за навчальною програмою авторського колективу під керівництвом Локтева В.М.): підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. Освіти. Харків: Вид-во «Ранок», 2018. 272 с.
6. Засекіна Т. М., Головка М. В. Фізика: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: профільн. Рівень. Київ: Педагогічна думка, 2010. 304 с.
7. Засекіна Т. М., Засекін Д. О. Фізика: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: академ. рівень, профіл.рівень. Харків: Сиция, 2012. 352 с.
8. Засекіна Т. М., Засекін Д. О. Фізика (профільний рівень): підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ: УОВЦ «Оріон», 2018. 304 с.
9. Иродов И. Е. Механика. Основные законы / 6-е изд. Москва: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. 312 с.
10. Иродов И. Е. Задачи по общей физике / изд. 4-е, исправл. Москва: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 432 с.
11. Коновал О. А. Теоретичні та методичні основи вивчення електродинаміки на засадах теорії відносності: монографія. Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Видавничий дім, 2009. 346 с.
12. Коновал О.А. Електродинаміка і теорія відносності: навчальний посібник для студентів фізичних спеціальностей педагогічних університетів. Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Криворізький державний педагогічний університет, 2011. 133 с.

13. Теорія і практика організації самостійної роботи студентів вищих навчальних закладів: монографія / за ред.: проф. О.А. Коновала. Кривий Ріг: Книжкове видавництво Кирєєвського, 2012. 380 с.

14. Коновал О.А. Науково-методичний аналіз методів обґрунтування перетворень Лорентца: навчальний посібник для самостійної роботи студентів / Криворізький педагогічний інститут ДВНЗ «КНУ». Кривий Ріг: Вид. Р. А. Козлов, 2014. 137 с.

15. Коновал О.А. Основи спеціальної теорії відносності: навч.-метод. посіб. для самост. роб. студ. вищ. пед. навч. закл. / Криворізький педагогічний університет ДВНЗ «КНУ». Кривий Ріг: Вид. Р. А. Козлов, 2014. 272 с.

16. Коршак Є. В., Ляшенко О. І., Савченко В. Ф. Фізика: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: рівень стандарту. Київ: Генеза, 2010. 191 с.

17. Малинин А. Н. Элементы теории относительности и её физических приложений: учеб. пособ. для шк. и кл. с углубл. изуч. физики. Липецк: Изд-во ЛГПИ, 1995. 278 с.

18. Малинин А. Н. Методические вопросы теории относительности: сб. статей. Липецк: Изд-во ЛГПИ, 2000. 267 с.

19. Малинин А. Н. Методические основы изучения теории относительности в курсах физики средних общеобразовательных учреждений и педвузов: автореф. дис. на соиск. учен. степени д-ра пед. Наук: 13.00.02 / Московский пед. ун-т. Москва, 2000. 65 с.

20. Малинин А. Н. Теория относительности в задачах и упражнениях. М: Просвещение, 1983. 176 с.

21. Угаров В. А. Специальная теория относительности. Москва: Наука, 1977. 384 с.

22. Пинский А.А. Задачи по физике: учебное пособие. Москва: Наука, 1978. 288 с.

23. Соколовский Ю. И. Элементарный задачник по теории относительности (с решениями). М.: Наука, 1971.

24. Гладкова Р. А., Цодиков Ф. С. Задачи и вопросы по физике: Учеб. пособ. для вузов./ под ред. Гладковой Р.А. - 9-е изд., испр. и доп. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 384 с.

25. Кирилов В. М., Давыдов В. А., Задерновский А. А., Зубов В. Е., Сафронов А. Н. Решение задач по физике: уч. пос. изд. 2-е, испр. и доп. М.: КомКнига, 2006. – 248 с.

26. Кузнецов С. И. Сборник задач по физике с решениями. Специальная теория относительности, атомная и ядерная физика: уч. пос. / Национальный исследовательский Томский политехнический университет. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. 36 с.



27. Ахметов Т.Д., Болеста А.В., Еманов Ф.А., Руденко А.С., Тельнов В.И., Шошин А.А. Задачи по механике и теории относительности. Под ред. В.И. Тельнова / Новосибир. гос. ун-т. Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2016. 170 с.

28. Соломенко А. О., Коновал О. А., Шолохова Н. С. Релятивістські кінематичні ефекти: методичні рекомендації до самостійної роботи студентів фізико-математичних факультетів та вчителів фізики. Кривий Ріг-Херсон: ДВНЗ «КДПУ», 2016. 41 с.

29. Соломенко А. О., Коновал О. А., Туркот Т. І. Дидактичний потенціал фізики у розвитку критичного мислення. *Педагогіка вищої та середньої школи*. Кривий Ріг. 2017. Вип. 1 (50). С. 147-155.

30. Соломенко А.О., Коновал О.А., Слюсаренко М.А., Туркот Т.І. Критично-конструктивний підхід до вивчення спеціальної теорії відносності в профільних класах закладів загальної середньої освіти: навч.-метод. Посіб. / за ред. О.А. Коновала. Кривий Ріг. КДПУ, 2018. 171 с.

#### РОЗДІЛ 4. ОСОБЛИВОСТІ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ ФІЗИКИ В ПРОЦЕСІ СПРОСТУВАННЯ СУПЕРЕЧНОСТЕЙ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ ТА МЕТОДИКИ ЇЇ НАВЧАННЯ В ПЕДАГОГІЧНИХ ЗВО

*Тільки зі смертю догми  
розпочинається наука*  
Г. Галілей

У педагогічних університетах традиційно, на протязі десятиліть, курс теоретичної фізики (ТФ), як навчальної дисципліни, містить розділи: класична та релятивістська механіка, класична електродинаміка, квантова механіка, термодинаміка і статистична фізика. Характерно, що в процесі навчання у студентів невимушено формується уявлення про електродинаміку як ідеальну фізичну теорію, яка має чіткі вихідні положення й абсолютно точне їх експериментальне підтвердження. Між тим слід зазначити, що в останні десятиліття з'явилася низка публікацій, в яких обговорюються суперечності в електродинаміці та методиці її навчання [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7]. Ураховуючи об'ємність цієї науково-методичної проблеми, виключимо наразі з обговорення питання пов'язані з:

а) фундаментальними проблемами квантової електродинаміки [1], які на думку Шипова Г.І., в основному зумовлені тим, що в основу квантової електродинаміки закладені принципи СТВ та класична електродинаміка;

б) повздовжнім магнітним полем, скалярним МП [2; 3; 4; 5];

в) іншими альтернативними формулюваннями електродинаміки, як наприклад, «Узагальнена електродинаміка» Томіліна А.К. [5] та «Загальнорелятивістська нелінійна електродинаміка з тензорним потенціалом» [1] та інш. [1; 2; 3; 4].

Такий підхід дозволить зупинитися детальніше на теоретичному аналізі деяких виявлених нами суперечностей в електродинаміці (в її традиційному формулюванні) та методиці її навчання [6], зважаючи на актуальність та доцільність використання результатів цього аналізу в розвитку критичного мислення вчителів фізики.

Слушною в цьому контексті може бути точка зору С.У. Гончаренко щодо методики навчання фізики: «...надмірне дотримання історії відкриттів, відмова від належного теоретичного аналізу й відсутність загальної методології призвели до того, що сьогодні цей курс по суті розпався на сукупність окремих спецкурсів, мало пов'язаних один з одним. Йдеться не лише про необхідність збільшення обсягу курсу фізики. Потрібна його якісна перебудова, яка забезпечувала б відповідність фізики як навчальної дисципліни сьогоднішній логіці й структурі фізики як науки» [9, с. 7].

Нашій дослідницькій позиції в найбільшій мірі імпонує точка зору А. Ейнштейна, який вважав, що в пізнанні суті фізичних явищ та у навчанні фізики повинно бути «прагнення звести всі поняття і співвідношення до можливо меншого числа логічно незалежних один від одного основних аксіом і понять». «... це означає, що ми намагаємося знайти систему ідей, яка дозволила б нам по можливості просто пов'язати воедино факти, що спостерігалися. Але така простота зовсім не означає, що засвоєння саме цієї системи надасть студентові менше всього клопоту. Ми маємо на увазі лише те, що система містить найменше можливе число незалежних постулатів або аксіом» [11, с. 171].

Таким чином, на нашу думку, реалізація принципу фундаменталізації першочергово передбачає розбудову методики навчання того чи іншого розділу фізики на таких законах, принципах, дослідних фактах, які не впливають як логічний наслідок з інших положень (фізичних принципів, експериментів) [6].

Однак звернення до сучасних посібників з теоретичної фізики та загального курсу фізики, шкільного курсу фізики засвідчує, що в інтерпретації окремих законів, питань в методиці навчання електродинаміки мають місце суперечності та питання дискусійного характеру, які заважають формуванню у здобувачів освіти цілісної картини адекватних уявлень щодо системи основних законів електродинаміки. Наш багаторічний досвід засвідчує, що наявність цих суперечностей викликає особливі труднощі у здобувачів освіти при самостійному опрацюванні навчального матеріалу, проте використання

методики розвитку критичного мислення може сприяти вирішенню не тільки цієї дидактичної проблеми, але й формувати критично-конструктивний стиль мислення майбутнього вчителя, як того вимагають соціальні реалії.

У зв'язку з цим метою цього розділу посібника визначено здійснення теоретичного аналізу сучасних методичних підходів у процесі викладання електродинаміки, виявлення суперечностей та проблемних питань в теорії та традиційній методиці навчання електродинаміки й окреслення перспектив спростування цих суперечностей з орієнтацією на розвиток критичного мислення майбутніх вчителів фізики.

Передбачається, що ознайомлення студентів з виявленими суперечностями з використанням логіки МРКМ сприятиме формуванню системних знань з електродинаміки і дозволить майбутнім вчителям фізики використовувати їх при виборі варіантів методики її навчання в ЗЗСО.

Відтак звернемося спочатку до аналізу традиційної (ортодоксальної) методики навчання електродинаміки і тезово констатуємо наступне [6]:

1. Навчання електродинаміки в педагогічних ЗВО зазвичай має електротехнічний характер і практично не базується на принципах спеціальної теорії відносності. Спостерігається деяка відчуженість змісту електродинаміки, як навчальної дисципліни, від релятивістської фізики.

2. Під час навчання електродинаміки не знаходить адекватного відображення характерна тенденція розвитку сучасної фізики, згідно якої опертя на невелику кількість основних принципів дозволяє пояснити всю сукупність фізичних явищ та законів певного розділу фізики, тобто, при вивченні електродинаміки не повністю реалізується принцип фундаменталізації.

3. У структурі викладання класичної електродинаміки за ортодоксальною методикою відсутнє фізичне пояснення явища виникнення магнітного поля (МП) постійних та квазістаціонарних струмів. У посібниках з електродинаміки як для вищої школи так і в шкільних підручниках з фізики, навіть нового покоління, практично не обговорюється питання про механізм виникнення МП

постійних струмів. Фізичне пояснення зводиться до словосполучень типу «електричний струм супроводжується магнітним полем», «з рухом заряджених частинок зв'язане магнітне поле», «навколо рухомих зарядів (струмів) існує магнітне поле».

4. Закон електромагнітної індукції (ЕМІ) потребує такого узагальнення, щоб його локальна форма  $rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$  відображала дві фізичні причини, які пояснюють весь спектр проявів явища ЕМІ.

5. Виявляється, що закон Біо-Савара  $d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^3} \cdot [d\vec{l}, \vec{r}]$  та закон Кулона

$\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ , несумісні між собою для одночасного використання їх при аналізі електромагнітних явищ, оскільки це приводить до принципово хибних висновків і суперечностей [12, с. 68-70].

6. Суперечливою і не до кінця з'ясованою в науково-методичній літературі постає умова нейтральності металевого провідника з постійним струмом (ППС).

7. Закон Біо-Савара та формула Ампера-Грассмана також потребують теоретичного обґрунтування, оскільки не є безпосередньо експериментально доведеними.

8. У межах ортодоксальної методики навчання електродинаміки залишається проблемним (суперечливим і не до кінця з'ясованим) пояснення природи стаціонарного електричного поля провідника з постійним струмом (СЕППС).

9. Обґрунтування рівняння Максвелла  $rot\vec{B} = \mu_0\vec{j}$  як в традиційній методиці вивчення електродинаміки, так і методиці, що має підґрунтям принцип найменшої дії (ПНД), на наш погляд, формальне і непереконливе.

З метою усунення окреслених суперечностей (на засадах принципів відносності й фундаменталізації) та їх аналізу з метою розвитку критичного

мислення здобувачів освіти розглянемо:

*4.1. Закон Кулона, принцип відносності та закон електромагнітної індукції.*

*4.2. Закон Біо-Савара, закон Кулона та принцип відносності.*

*4.3. Умову нейтральності металевого провідника, вздовж якого протікає постійний струм.*

*4.4. Релятивістську характеристику взаємодії між двома довгими провідниками зі струмами.*

#### **4.1. Закон Кулона, принцип відносності та закон електромагнітної індукції.**

Покажемо, що явище ЕМІ та закон електромагнітної індукції є наслідком принципу відносності та закону Кулона.

У результаті обговорення в навчально-методичній літературі [14; 17; 18; 28] фізичних причин виникнення ЕРС індукції прийнята точка зору про подвійну природу цього явища. Якщо в лабораторній системі відліку  $K$  існує постійне, але неоднорідне магнітне поле, то ЕРС індукції, що виникає в контурі, який рухається в цьому полі, зумовлена силою Лорентца. А у власній СВ контура (СВ  $K'$ ), ЕРС зумовлена виникненням електричного поля, яке породжується рухом відносно  $K'$  магнітного поля СВ  $K$ . Спостерігач СВ  $K'$  може також інтерпретувати «свою» ЕРС як наслідок зміни магнітної індукції в часі.

Власне, у першій роботі А. Ейнштейна зі спеціальної теорії відносності «До електродинаміки рухомих тіл» й наголошується на цьому: «Відомо, що електродинаміка Максвелла в сучасному її вигляді у застосуванні до рухомих тіл приводить до асиметрії, яка невласлива, мабуть, самим явищам. Пригадаємо, наприклад, електродинамічну взаємодію між магнітом і провідником зі струмом. Спостережуване явище залежить тут тільки від відносного руху провідника і магніту, тоді як, згідно зі звичайними уявленнями, два випадки, в яких рухається

або одне, або інше з цих тіл, повинні бути строго розмежовані» [34, с. 7].

Як показує аналіз (див. п. 3.1, п. 3.2, монографії одного із авторів [6] та [14; 18]), в більшості випадків ЕРС визначається швидкістю зміни магнітного потоку через контур і не залежить від того, яким чином реалізується зміна магнітного потоку  $\Phi$  («правило потоку»)

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.1)$$

Р. Фейнман підкреслює: «Ми не знаємо у фізиці жодного іншого такого прикладу, коли б простий і точний загальний закон вимагав для свого справжнього розуміння аналізу в термінах двох різних явищ. Зазвичай таке красиве узагальнення виявляється таким, що випливає з єдиного глибокого основоположного принципу. Але в цьому випадку якого-небудь особливо глибокого принципу не видно. Ми повинні сприймати «правило» як сумісний ефект двох абсолютно різних явищ» [28, с. 53].

Але при аналізі конкретних фізичних ситуацій, в яких спостерігається явище електромагнітної індукції, завжди слід звертати увагу на фізичну причину виникнення ЕРС.

У посібнику [14] повторюється думка Р. Фейнмана [28, с. 53] щодо відсутності єдиного принципу, який лежить в основі закону електромагнітної індукції: «Зважаючи на те, що ніякого єдиного глибокого принципу, об'єднуючого обидва явища, не вбачається, ми повинні сприймати закон електромагнітної індукції як сумісний ефект двох абсолютно різних явищ. Обидва ці явища, взагалі кажучи, незалежні один від одного, і проте – що дивно – ЕРС індукції в контурі завжди дорівнює зміні магнітного потоку крізь контур» [14, с. 230].

В курсі загальної фізики при вивченні явища електромагнітної індукції теж, як правило, акцентується увага на двох фізичних причинах виникнення індукованої ЕРС у замкнутому контурі або в окремих його частинах [14; 17; 28; 30]: дія сили Лорентца на вільні електрони провідника, який рухається в магнітному полі, та виникнення вихрового електричного поля в нестационарному

магнітному полі.

У стандартних методиках вивчення фізики в ЗЗСО пропонується вивчати закономірності цього явища теж у два етапи [35; 37; 38; 39; 40]. Спочатку аналізується явище ЕМІ в рухомих провідниках з використанням традиційної моделі (рис. 4.1) [39; 40], а потім, спираючись на відомі досліди, що ілюструють це явище, у студентів та учнів формуються уявлення про вихрове електричне поле [35; 41].

Аналіз науково-методичних публікацій з теоретичних питань інтерпретації явища електромагнітної індукції та методик його вивчення демонструє окрім того низку проблем методичного характеру [9; 25; 36; 40] (див. також п. 3.1 монографії [6]).

Дійсно, при обґрунтуванні локальної форми закону ЕМІ в деяких посібниках з електродинаміки [30, с. 233; 16, с. 350; 13, с. 107] залишається незрозумілим і *необґрунтованим* перехід від повної похідної до частинної, і навпаки. Некоректним і непослідовним виявляється виведення рівняння  $rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$  із «правила потоку» (4.1).

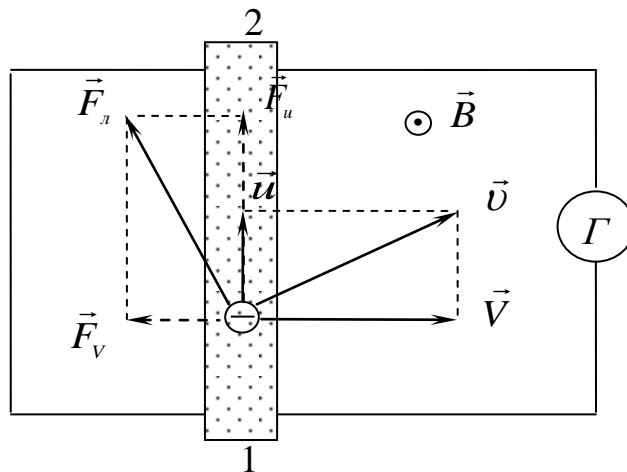


Рис. 4.1. Традиційна модель, яка використовується для обґрунтування «правила потоку» [39; 40]

Висновок у Фізичній енциклопедії [42] відносно того, що співвідношення



$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \text{ або } \oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B}d\vec{S} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

універсально застосовні [42, с. 537] і до довільних *рухомих* середовищ і систем, суперечить відповідним положенням посібника Д.В. Сивухіна [19, с. 271–272] і змісту цих рівнянь Максвелла.

Тобто, такий висновок є помилковим, оскільки дані рівняння Максвелла описують явище ЕМІ в нерухомих середовищах та контурах.

У той час як електростатичній теоремі Гаусса, теоремі про циркуляцію вектора  $\vec{B}$ , й іншим рівнянням Максвелла в інтегральній формі відповідають рівняння Максвелла в диференційній формі, для «правила потоку» (4.1), як видно з аналізу науково-методичної літератури [6], не сформульовано відповідного локального закону.

Один із аспектів сучасної фізичної парадигми припускає, що інтегральний закон є наслідком локального закону. Тобто, виходячи із суті електродинаміки як локальної і польової теорії, інтегральна форма закону ЕМІ повинна бути наслідком локальної форми цього закону. Вихідним законом слід вважати визначення  $\operatorname{rot}\vec{E}$  в довільно рухомій точці простору, а не тільки в нерухомій ( $\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ ). Але стосовно рівняння Максвелла  $\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$  в навчально-методичній літературі прийнято зовсім інший підхід (див. п. 3.1 монографії [6]). Далі, усталене твердження, що закон ЕМІ в інтегральній формі («правило потоку») (4.1) є експериментальним законом, вважаємо помилковим.

Розуміння, що закон (4.1) не є експериментальним законом постає надзвичайно важливим як у науковому, так і методичному значенні. Цей висновок важливий для усвідомлення співвідношення теоретичного і емпіричного в процесі пізнання фізичних явищ та формулювання законів і принципів, які описують ці явища.

Слід зауважити, що в навчально-методичній літературі «правило потоку» (4.1) виводиться із аналізу рис. 4.1. та виходячи з виразу для сили Лорентца як

сторонньої сили. Саме через математичну простоту та прозорість цей спосіб обґрунтування (4.1) є найбільш поширеним у науково-методичній літературі.

У той же час, незважаючи на те, що електродинаміка по своїй суті належить до релятивістської фізики, аналіз значної частини навчальних моделей електродинаміки здійснюється в межах класичної механіки.

Так, при розгляді традиційної моделі (див. рис. 4.1) [25, с. 261; 38, с. 12; 40, с. 24] формули додавання швидкостей, а також формули перетворення компонентів електромагнітного поля беруться тільки в нерелятивістському наближенні [30; 38; 39; 40]. Останнє не сприяє глибокому розумінню суті явища та принципу відносності, а інколи приводить і до фактичних помилок.

Таким чином, можна вважати, що при описі явища ЕМІ ряд положень (як фізичних так і методичних) є недостатньо чітко сформульованими, і не є послідовними. Все це вимагає більш уважного і глибокого аналізу явища ЕМІ та методики його вивчення.

*Тому покажемо, що явище ЕМІ та закон електромагнітної індукції є наслідком принципу відносності та закону Кулона.*

Так, з принципу відносності та закону Кулона можна одержати формули для вектора напруженості  $\vec{E}$  електричного поля та індукції магнітного рівномірно рухомої зарядженої частинки (РЗЧ) [6; 12; 32]:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{q(1-\beta^2)\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3 (1-\beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} = \frac{q(1-\beta^2)\vec{r}}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\{(x-ut)^2 + (y^2 + z^2)(1-\beta^2)\}^{3/2}}, \quad (4.2)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \cdot (1-\beta^2)}{r^3 (1-\beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} [\vec{v}, \vec{r}] = \frac{1}{c^2} [\vec{v}, \vec{E}], \quad (4.3)$$

де  $q$  - величина заряду РЗЧ,  $\vec{r} = (x-ut)\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  - радіус-вектор, проведений від миттєвого положення ЗЧ в дану точку поля  $P(x, y, z)$ ,  $\beta = \frac{v}{c}$ ,  $\theta$  - кут між вектором  $\vec{r}$  та напрямком руху ЗЧ;  $v$  - швидкість ЗЧ (рис. 4.2).

Електричне поле РЗЧ є непотенціальним. Дійсно, для ротора вектора  $\vec{E}$  знаходимо:

$$\text{rot} \vec{E} = \frac{3q(1-\beta^2)(x-ut) \cdot z \cdot \beta^2}{4\pi\epsilon_0 \left\{ (x-ut)^2 + (y^2+z^2)(1-\beta^2) \right\}^{5/2}} \vec{j} - \frac{3q(1-\beta^2)y(x-ut) \cdot \beta^2}{4\pi\epsilon_0 \left\{ (x-ut)^2 + (y^2+z^2)(1-\beta^2) \right\}^{5/2}} \vec{k}. \quad (4.4)$$

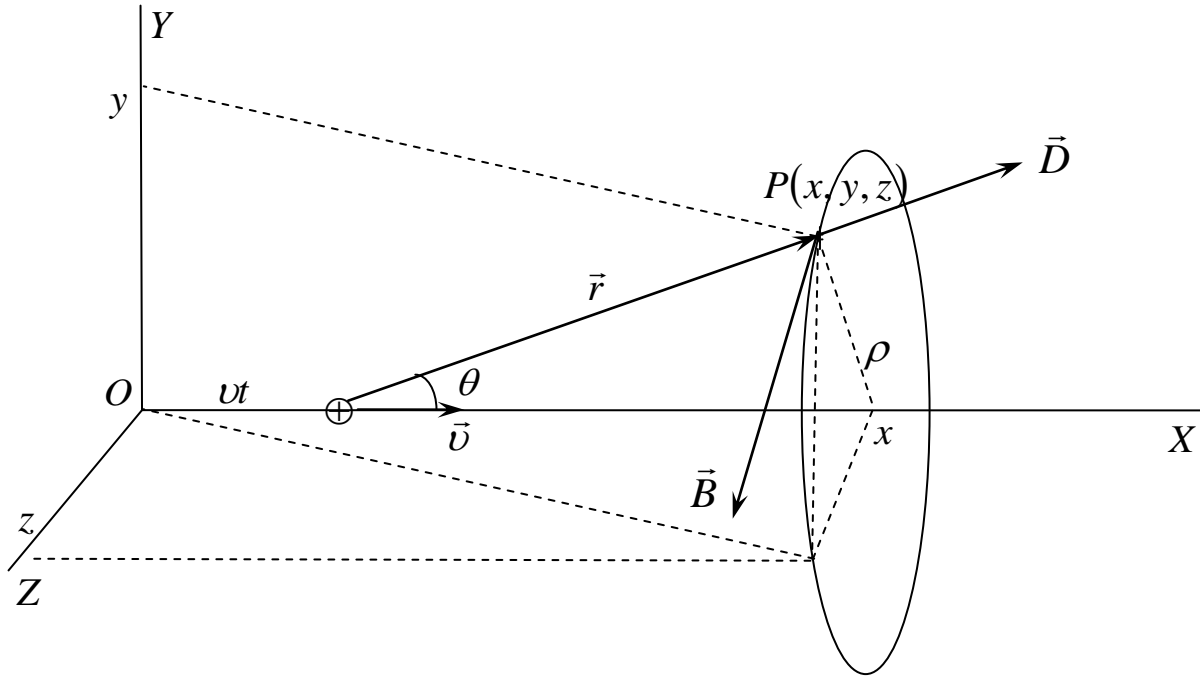


Рис. 4.2. Електромагнітне поле ЗЧ, що рухається рівномірно і прямолінійно

З метою спрощення виразів та для більшої прозорості розрахунків і висновків, ЕМП будемо розглядати в площині  $XOY$  (рис. 4.3). Тоді

$$\text{rot}_z \vec{E} = - \frac{3q(1-\beta^2)y(x-ut) \cdot \beta^2}{4\pi\epsilon_0 \left\{ (x-ut)^2 + (y^2+z^2)(1-\beta^2) \right\}^{5/2}} \vec{k}. \quad (4.5)$$

Для циркуляції вектора  $\vec{E}$  вздовж контура  $L$  (рис. 4.3) одержуємо[6; 36]

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = \frac{q\beta^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{x_2-ut} - \frac{1}{x_1-ut} \right) + \frac{q\beta^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{(x-ut)^2 + y_2^2(1-\beta^2)} \right) \Bigg|_{x_1}^{x_2}. \quad (4.5a)$$

Отже, прямокутний провідний контур знаходиться в непотенціальному електричному полі РЗЧ.

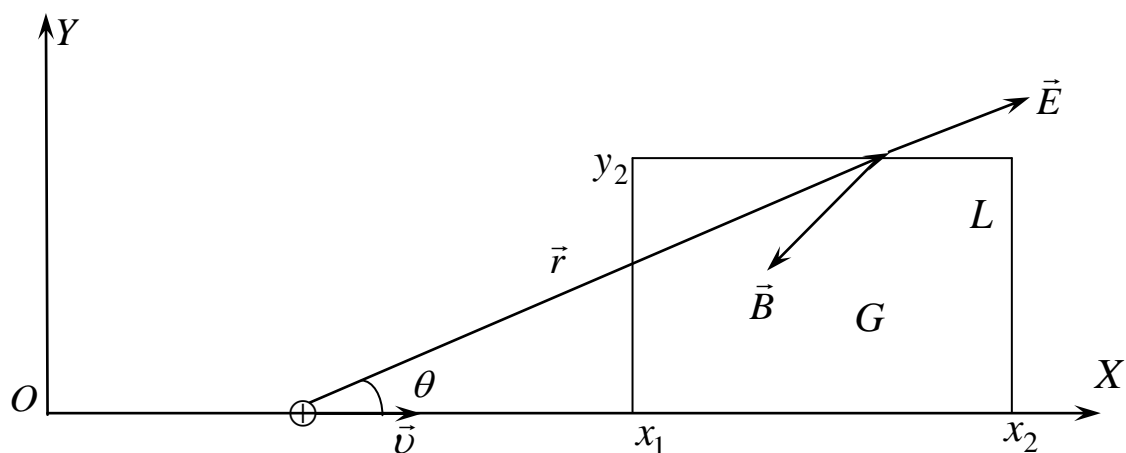


Рис. 4.3. Провідний прямокутний контур  $L$  знаходиться в площині  $XOY$

Тому циркуляція цього непотенціального поля вздовж нерухомого в СВ  $K$  контури  $L$  не дорівнює нулю:  $\varepsilon = \oint \vec{E} d\vec{l} \neq 0$ .

Тобто, в будь-якому контурі, відносно якого рухаються ЗЧ (навіть з швидкостями  $v \ll c$ ) повинна виникати ЕРС, що чисельно дорівнює циркуляції вектора  $\vec{E}$  непотенціального поля РЗЧ.

*Але цей висновок суперечить принципу відносності, а принцип відносності – один із фундаментальних принципів не тільки фізики, а й сучасного світогляду та методології наукового пізнання.*

Дійсно, у власній системі відліку зарядженої частинки, (СВ  $K'$ ), контур  $L$  рухається в кулонівському потенціальному полі нерухомої ЗЧ. У цьому випадку ЕРС в контурі  $\varepsilon' = \oint \vec{E}' d\vec{l} = 0$ . Згідно з принципом відносності ЕРС в цьому контурі повинна бути рівною нулю і в будь-якій іншій системі відліку.

*Тому для виконання принципу відносності слід припустити існування в СВ  $K$  додаткової ЕРС, яка компенсує в будь-який момент часу циркуляцію непотенціального поля  $\oint \vec{E} d\vec{l}$  в контурі  $L$ .*

**Приклад 4.1.** Заряджена частинка рухається у вакуумі зі швидкістю  $\vec{v}$  у СВ  $K$ . Показати, що непотенціальне електричне поле РЗЧ в кожній точці простору і в довільний момент часу в СВ  $K$  компенсується вихровим

електричним полем, яке породжується змінним магнітним полем цієї ж РЗЧ.

*Розв'язання:* Оскільки електромагнітне поле РЗЧ визначається формулами (4.2) та (4.3), то вихор вектора напруженості електричного поля РЗЧ ( $rot\vec{E}$ ) дорівнює:

$$rot\vec{E} = \frac{3q\beta^2(1-\beta^2)(x-ut)z}{4\pi\epsilon_0\{(x-ut)^2+(y^2+z^2)(1-\beta^2)\}^{5/2}}\vec{j} - \frac{3q\beta^2(1-\beta^2)(x-ut)y}{4\pi\epsilon_0\{(x-ut)^2+(y^2+z^2)(1-\beta^2)\}^{5/2}}\vec{k},$$

а частинна похідна вектора  $\vec{B}$  [6; 43]:

$$\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\frac{3q\beta^2(1-\beta^2)(x-ut)z}{4\pi\epsilon_0\{(x-ut)^2+(y^2+z^2)(1-\beta^2)\}^{5/2}}\vec{j} + \frac{3q\beta^2(1-\beta^2)(x-ut)y}{4\pi\epsilon_0\{(x-ut)^2+(y^2+z^2)(1-\beta^2)\}^{5/2}}\vec{k}.$$

***Порівнюючи ці два останніх вирази, одержуємо фундаментальне рівняння закону електромагнітної індукції:***

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.$$

Таким чином, аналіз властивостей електромагнітного поля РЗЧ призводить до однозначної відповіді: непотенціальне вихрове електричне поле РЗЧ в кожній точці простору, в кожний момент часу компенсується вихровим електричним полем, яке породжується змінним магнітним полем,  $\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$  [43;44]:

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}. \tag{4.6}$$

Ще раз підкреслимо, що для виконання принципу відносності (ПВ) необхідно вимагати, щоб в системі відліку, яка зв'язана з контуром  $L$  (рис. 4.3),

циркуляція вектора  $\vec{E}$  по цьому контуру повністю компенсувалася ЕРС, зумовленою зміною магнітного потоку через поверхню, що обмежена контуром  $L$ . Тобто, необхідно щоб і з точки зору СВ  $K$  і з точки зору СВ  $K'$  в контурі  $L$  не виникало ЕРС.

Власне ця вимога ПВ та непотенціальність електричного поля РЗЧ з однозначністю призводять до рівняння (4.6). Це і дає можливість дійти висновку, що закон електромагнітної індукції (4.6) є наслідком ПВ та закону Кулона.

Іншими словами, явище електромагнітної індукції «з'являється» для того, щоб компенсувати появу в лабораторній системі відліку циркуляцію вектора  $E$  по довільному замкненому контурі непотенціального електричного поля рухомої зарядженої частинки. Виникнення ЕРС індукції згідно з (4.6) необхідно для виконання принципу відносності.

З метою поглиблення знань пропонуємо самостійно впевнитися, що ЕРС в контурі, зображеному на рис. 4.3, який знаходиться в ЕМП РЗЧ, визначається

$$\text{так: } \mathcal{E}_{ind} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

**Приклад 4.2.** Показати, що при русі зарядженої частинки зміна в часі магнітного потоку через нерухомий контур  $L$  (рис. 4.3) дорівнює зі знаком мінус циркуляції вектора напруженості  $\vec{E}$  електричного поля РЗЧ по контуру  $L$ .

*Розв'язання:* Знайдемо потік  $\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$  через поверхню, обмежену прямокутним контуром  $L$  (рис. 4.3)

$$\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S},$$

де  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  – індукція магнітного поля РЗЧ в точках цієї поверхні.

$$\vec{B}(r, t) = \frac{\mu_0 q [\vec{v} \cdot \vec{r}] \cdot (1 - \beta^2)}{4\pi \left\{ (x - vt)^2 + (y^2 + z^2)(1 - \beta^2) \right\}^{3/2}},$$

$$B_z = \frac{\mu_0 q (1 - \beta^2) v \cdot r \sin \theta}{4\pi \left\{ (x - vt)^2 + (y^2 + z^2)(1 - \beta^2) \right\}^{3/2}} = \frac{\mu_0 q \cdot (1 - \beta^2) \cdot v \cdot \sqrt{y^2}}{4\pi \left\{ (x - vt)^2 + (y^2)(1 - \beta^2) \right\}^{3/2}},$$

де  $\sin^2 \theta = \frac{\rho^2}{r^2}$  (рис. 4.3).

Оскільки рівняння поверхні  $S$ , яка обмежена контуром  $L$ , має вигляд  $z = f(x, y) = 0$ , то величина магнітного потоку через цю поверхню в довільний момент часу дорівнює:

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_z dS = \int_G B_z \cdot dx dy = \\ &= \frac{\mu_0 q (1 - \beta^2) v}{4\pi} \int_{x_1}^{x_2} dx \int_0^{y_2} \frac{y dy}{\left\{ (x - vt)^2 + y^2 (1 - \beta^2) \right\}^{3/2}} = \\ &= \frac{\mu_0 q v}{4\pi} \left( \ln \frac{x_2 - vt}{x_1 - vt} - \ln \frac{x_2 - vt + \sqrt{(x_2 - vt)^2 + y_2^2 (1 - \beta^2)}}{x_1 - vt + \sqrt{(x_1 - vt)^2 + y_2^2 (1 - \beta^2)}} \right). \end{aligned}$$

Таким чином, для величини  $-\frac{\partial \Phi}{\partial t}$  одержуємо:

$$-\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 q v^2}{4\pi} \left( \frac{1}{x_2 - vt} - \frac{1}{x_1 - vt} + \frac{1}{\sqrt{(x_1 - vt)^2 + y_2^2 (1 - \beta^2)}} - \frac{1}{\sqrt{(x_2 - vt)^2 + y_2^2 (1 - \beta^2)}} \right),$$

що збігається з виразом (4.5а) для вакууму.

*Важливо наголосити, що при використанні нерелятивістських виразів для векторів поля  $\vec{E}$  та  $\vec{B}$  ЕМП РЗЧ:*

$$\vec{E}_{np} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}; \quad \vec{B}_{np} = \frac{\mu_0 [\vec{v}, \vec{r}] q \epsilon_0}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{[\vec{v}, \vec{r}] \epsilon_0 \mu_0}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{1}{c^2} [\vec{v}, \vec{E}_{np}],$$

одержуємо результат, що суперечить ПВ:

$$\text{rot} \vec{E}_{np} = 0, \text{ але } \frac{\partial \vec{B}_{np}}{\partial t} \neq 0,$$

де  $\vec{r} = (x - vt)\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  – радіус-вектор, проведений із миттєвого положення ЗЧ в дану точку поля.

Дійсно, для ситуації, зображеної на рис. 4.3, маємо:

$$\frac{\partial \vec{B}_{np}}{\partial t} = \frac{\partial B^x_{np}}{\partial t} \vec{i} + \frac{\partial B^y_{np}}{\partial t} \vec{j} + \frac{\partial B^z_{np}}{\partial t} \vec{k};$$

$$\frac{\partial B^z_{np}}{\partial t} = \frac{3\mu_0 q v^2 y(x - vt)}{4\pi \left\{ (x - vt)^2 + y^2 + z^2 \right\}^{5/2}}.$$

А тому

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\mu_0 q v^2 \varepsilon_0}{4\pi \varepsilon_0} \left( \frac{1}{x_2 - vt} - \frac{1}{x_1 - vt} - \frac{1}{\sqrt{(x_2 - vt)^2 + y^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_1 - vt)^2 + y^2}} \right).$$

У той же час циркуляція вектора  $\vec{E}_{np}$  по контуру  $L$  дорівнює нулеві (оскільки  $\text{rot} \vec{E}_{np} = 0$ ).

Тобто, з точки зору СВ, яка зв'язана із ЗЧ, ЕРС в контурі дорівнює нулю, а з точки зору СВ, яка зв'язана із контуром ЕРС дорівнює  $-\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ . Отже, маємо явне порушення принципу відносності.

*Важливо, щоб здобувачі освіти дійшли висновку: при аналізі будь-яких електромагнітних явищ для одержання коректних несуперечливих результатів, слід користуватися формулами та методами теорії відносності.*

Фундаментальне рівняння  $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  ми обґрунтували в результаті аналізу

окремої локальної електродинамічної задачі. Узагальнюючи (4.6) на випадок змінного магнітного поля, створеного довільними його джерелами, можна стверджувати:

*Локальна форма закону ЕМІ впливає як наслідок закону Кулона та ПВ.*



Рівняння  $rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$  обґрунтовано нами для довільної точки простору, в якому існує змінне магнітне поле, але для точки нерухомої в даній системі відліку.

Якщо трохи ускладнити задачу і розглянути рух «точки спостереження» в довільному МП  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  зі швидкістю  $\vec{V}$ , то знайдемо [44], що:

$$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}, \quad (4.7)$$

де  $\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)\vec{B}$  – це зміна в часі вектора  $\vec{B}$  з точки зору СВ  $K$  в середовищі, яке рухається зі швидкістю  $\vec{V}$  відносно СВ  $K$ .

При русі «точки спостереження» в полі  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  субстанціональна, або повна похідна  $\frac{d\vec{B}}{dt}$  (як уже відмічалось) описує зміну в часі поля  $\vec{B}$  не тільки тому, що це поле нестационарне, але й тому, що точка рухається в неоднорідному полі.

Тобто, ми можемо узагальнити закон (4.7) на довільні магнітні поля  $\vec{B}(\vec{r}, t)$ , створені іншими джерелами, а не тільки РЗЧ.

При узагальненні цього результату на змінні в часі магнітні поля довільної природи та використовуючи теорему Стокса й принцип суперпозиції, ми одержуємо вираз для ЕРС індукції в нерухомому контурі, рівняння (4.1).

Відтак, якщо в неоднорідному та нестационарному полі  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  зі швидкістю  $\vec{V}$  рухається «точка спостереження», то для повної похідної вектора індукції магнітного поля ми повинні, згідно з (4.7), записати:

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} - rot[\vec{V}, \vec{B}] + (\vec{B}\nabla)\vec{V} + \vec{V} \cdot div\vec{B} - \vec{B} \cdot div\vec{V}.$$

У цих задачах  $div\vec{B} = 0$  завжди, а при русі тіла як цілого  $div\vec{V} = 0$  (при  $\vec{V} = const$ ). Іншими словами,  $div\vec{V} = 0$  означає «нестисливість» тіла [45, с. 264].

Тому попередня формула спрощується:

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} - rot[\vec{V}, \vec{B}] + (\vec{B}\nabla)\vec{V}. \quad (4.8)$$

Доданок  $(\vec{B}\nabla)\vec{V}$  враховує зміну орієнтації вектора  $\vec{B}$  по відношенню до тіла [45, с. 264]. Цей доданок дорівнює нулю при поступальному русі з  $\vec{V} = const$  і дорівнює  $[\vec{\omega}, \vec{B}]$  при обертанні тіла ( $\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$ , де  $\vec{\omega}$  – кутова швидкість).

Тобто, при русі «точки спостереження» зі швидкістю  $\vec{V}$  в МП з індукцією  $\vec{B}$  рівняння (4.7) набуває вигляду:

$$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} + rot[\vec{V}, \vec{B}]. \quad (4.9)$$

Якщо поле стаціонарне, то  $\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = 0$  і тоді напруженість індукційного електричного поля в провіднику, відповідно (4.9), дорівнює:

$$\vec{E} = [\vec{V}, \vec{B}],$$

що й інтерпретується як напруженість сили Лорентца в традиційних методиках вивчення закону ЕМІ (див. п. 3.1 монографії [6]).

У випадку простого розподілу поля в просторі зміст доданку  $(\vec{V}\nabla)\vec{B}$  можна пояснити за допомогою рис. 4.4, де зображені стаціонарні, неоднорідні поля  $B_y(x) = a + bx$ ,  $B_y(x) = B_0 x^{1/2}$  та  $B_y(x) = B_1 x^n$ , де  $a, b, B_0, B_1$  – деякі постійні величини.

Рухомий чи нерухомий контур – відносні твердження, а характеристика будь-якого векторного поля як постійного чи змінного носить, взагалі кажучи, відносний характер.

Наприклад, з точки зору СВ  $K$  поле  $B_y$  постійне, але неоднорідне, а з точки зору СВ  $K'$ , яка рухається з швидкістю  $\vec{V} = const$  вздовж осі  $OX$  поле  $B'_y(t')$  є функцією часу (рис. 4.4).

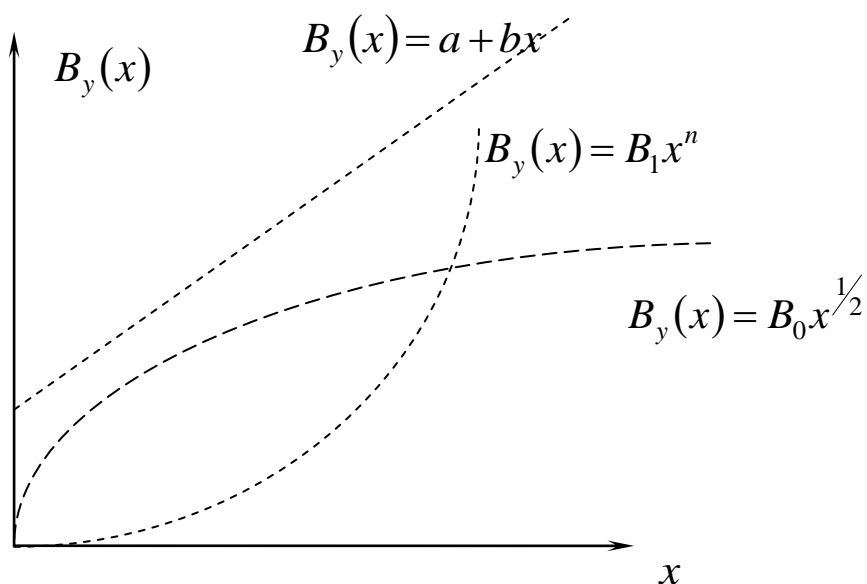


Рис. 4.4. Ілюстрація зміни магнітного поля в часі при русі «точки спостереження» в стаціонарних, неоднорідних полях  $B_y(x)$ . У таких полях МП

$$\text{спостерігається як змінне поле: } \frac{\partial B_y}{\partial t} = V \frac{\partial B_y}{\partial x}$$

В існуючих методиках вивчення і пояснення явища ЕМІ якраз і акцентують увагу на виникненні ЕРС в нерухомому і в рухомому контурі в довільному магнітному полі. А потім дивуються, що для пояснення цього явища доводиться використовувати різні фізичні причини, незважаючи на те, що практично у всіх випадках має місце «правило потоку».

Ці фізичні причини об'єднуються в одну, якщо закон ЕМІ записати у формі  $\text{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$ , яка випливає із принципу відносності та закону Кулона [6; 36; 43; 44].

І тоді, ця дивина – ЕРС індукції в контурі завжди рівна зміні магнітного потоку крізь контур, як показано в [6; 36; 43; 44], взагалі зникає, якщо уважніше подивитися на закон ЕМІ (4.7) або (4.9).

Дійсно, уявимо контур будь-якої форми, який рухається в довільному магнітному полі  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  зі швидкістю  $\vec{V}$ .

Тоді, оскільки ЕРС дорівнює циркуляції вектора  $\vec{E}$ , то, згідно з теоремою Стокса, ця циркуляція повинна дорівнювати потоку ротора вектора  $\vec{E}$ . А тому з урахуванням закону (4.7), (4.9) маємо:

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \oint [\vec{V}, \vec{B}] \cdot d\vec{l}. \quad (4.10)$$

Отже, на основі узагальненого закону ЕМІ (4.7) ми одержали закон (4.10), який об'єднує в собі дві фізичні причини виникнення ЕРС індукції.

Вихрове електричне поле повністю характеризується повною похідною за часом від індукції магнітного поля.

Таким чином, у результаті проведеного дослідження показано, що твердження: «Співвідношення  $IR - \varepsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt}$  є незалежним законом, одержаним експериментально, який жодним чином не може бути виведений із співвідношень, що приводилися раніше. Всупереч деяким твердженням закон індукції не виводиться також і з закону збереження енергії повної системи струмів в магнітному полі» [46, с. 159], є помилковим.

*Тобто, принцип відносності лежить в основі об'єднання «двох причин виникнення ЕРС індукції». На феноменологічному, явищному рівні ці дві причини зумовлені особливостями процесу пізнання. Вихрове електричне поле породжується зміною індукції магнітного поля за часом, а вихор цього поля визначається тільки повною похідною за часом індукції МП,  $\frac{d\vec{B}}{dt} : \text{rot} \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt}$*

Індукційне електричне поле в будь-якому випадку непотенціальне в цілому, а лінії вектора напруженості індукційного електричного поля завжди замкнені.

Аналізуючи модель, в якій відрізок провідника рухається зі швидкістю  $\vec{V} = \text{const}$  в МП, мимовільно формується уявлення про однорідність індукційного електричного поля в цій моделі: це уявлення зумовлене тим, що в такому випадку аналіз проводиться локально, без урахування картини

електромагнітного поля в цілому.

Індукційний струм, що виникає в конурі при його русі в неоднорідному, стаціонарному магнітному полі, зумовлений вихровим електричним полем, яке породжується в кожній точці контуру (локально) полем сили Лорентца. А більш точно задача описується рівнянням (4.7) з урахуванням (4.8) (рис. 4.5).

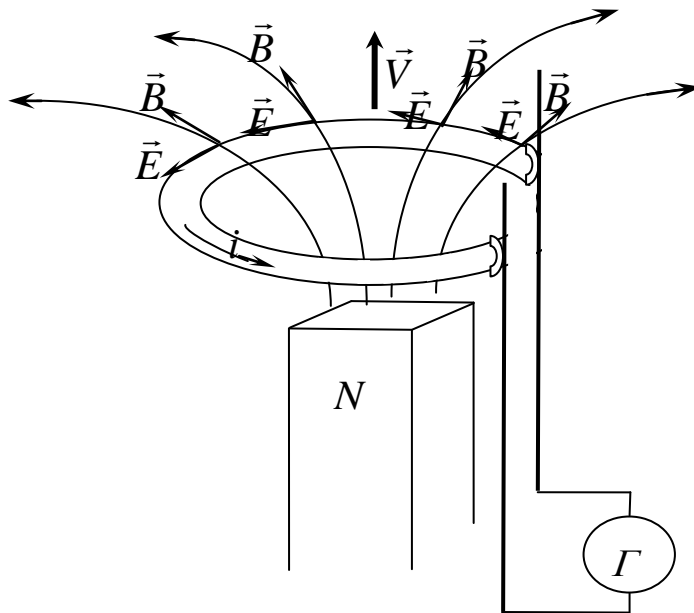


Рис. 4.5. Вихрове електричне поле, яке породжується в кожній точці контуру (локально) полем сили Лорентца

Може бути показано, що локальна форма узагальненого закону ЕМІ (4.7) описує всі ті явища, які в традиційній методиці вивчення інтерпретуються на основі уявлень про подвійну природу ЕРС індукції[6; 12; 32].

## 4.2. Закон Біо-Савара, закон Кулона та принцип відносності.

Аналізуючи інтерпретацію закону Біо-Савара, звернемо насамперед увагу на розмаїття підходів до трактування статусу цього закону [12]:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (4.11)$$

А) закон Біо-Савара-Лапласа є незалежним і фундаментальним експериментальним законом [13;14; 15];

Б) закон Біо-Савара-Лапласа – це наслідок формули Ампера-Грассмана [16; 17; 18], а формула Ампера-Грассмана є вихідним фундаментально-дослідним положенням магнітостатики [16; 17];

В) закон Біо-Савара-Лапласа в принципі не може бути незалежним і дослідно-фундаментальним, оскільки елемент струму  $i d\vec{l}$  не може бути реалізованим як самостійна структура [19, 20], а його використання передбачає, перш за все, процедуру обґрунтування. Мабуть уперше на таку обставину щодо статусу цього закону наголос зроблено в посібнику проф. А.В. Желеховського [20];

Г) закон Біо-Савара-Лапласа може бути обґрунтований на основі правдоподібних і суперечливих міркувань [21; 22; 23], але які не мають доказової сили;

Д) цей закон розглядається як результат узагальнення дослідних даних [23; 24; 25];

Е) закон Біо-Савара в інтегральній формі є наслідком рівнянь Максвелла [26; 27; 28; 29], і тому не виникає потреби в його обґрунтуванні;

Є) закон Біо-Савара розглядається як наслідок виразу для індукції магнітного поля (в нерелятивістському наближенні) ЗЧ, що рухається з  $\vec{v} = const$  та принципу суперпозиції магнітних полів [19].

Слід також зазначити, що значна кількість авторів посібників та статей на цю тему звертали увагу на суперечливість і непослідовність зазначених точок

зору та методик вивчення магнітного поля постійних та квазістаціонарних струмів. При цьому відчувався їхній дискомфорт та певна розгубленість при описі та поясненні основ магнітостатики [18-31], про що свідчить непослідовна та суперечлива аргументація щодо обґрунтування закону Біо-Савара такими численними способами.

І все ж закон Біо-Савара в більшості навчально-методичних видань вважається фундаментальним. Основний аргумент, який підкріплює таку точку зору, полягає в тому, що результати розрахунків, виконаних на його основі підтверджуються дослідним шляхом.

Виникає проблемне запитання: *виходячи із принципу фундаменталізації, навіщо співвідношення, яке не встановлене прямим експериментом, і яке є, або може бути наслідком інших принципів, підносити до рангу фундаментального і незалежного!?*

Незважаючи на розуміння того, що закон (4.11) принципово недоступний дослідній перевірці, закон Біо-Савара у переважній більшості сучасних навчально-методичних посібників тлумачиться як експериментальний закон.

Але аналіз суті цього закону та історичних джерел свідчить про некоректність такого підходу при вивченні та інтерпретації співвідношення (4.11) [6; 12].

Окрім того, наші дослідження показали, що в деяких випадках застосування закону (4.11) приводить до результатів, які суперечать основним положенням релятивістської електродинаміки [6].

Якщо припустити (і це досить правдоподібно), що всі електрони в металевому провіднику, які реалізують елемент струму  $idl = -q\vec{v} \cdot dN$ , рухаються з однаковою швидкістю  $\vec{v}$ , то із (4.11) та принципу суперпозиції одержуємо вираз для індукції магнітного поля, яке створюється однією рухомою зарядженою частинкою (ЗЧ) [12]:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 q}{4\pi r^3} \cdot [\vec{v}, \vec{r}] = \mu_0 \varepsilon_0 \left[ \vec{v}, \frac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \right] = \mu_0 \varepsilon_0 [\vec{v}, \vec{E}], \quad (4.12)$$

де  $dN$  - кількість електронів, що знаходяться в даний момент в елементі струму  $idl$ ;  $i$  - сила струму в провіднику з постійним струмом (ППС);  $q$  - заряд електрона;  $\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$  - напруженість електричного поля, що створюється (в нерелятивістському наближенні) рухомих електронами у відповідній точці поля.

Уважаємо доцільним звернути увагу на низку суперечностей, які виникають при застосуванні закону Біо-Савара. Так, застосування виразу для індукції магнітного поля рухомої ЗЧ  $\vec{B} = \epsilon_0\mu_0[\vec{v}, \vec{E}]$  (який може розглядатися як наслідок закону (4.11)) та виразу  $\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$  для аналізу однієї і тієї ж електродинамічної задачі, приводить до висновків, що суперечать принципу відносності.

Дійсно, розглянемо уявний експеримент, схема якого зображена на рис. 4.6. Згідно з традиційною інтерпретацією явища ЕМІ, в контурі внаслідок зміни за часом індукції магнітного поля в кожній точці плоскої поверхні, обмеженої контуром  $L$  (а, отже, і зміни магнітного потоку в часі), виникне ЕРС індукції.

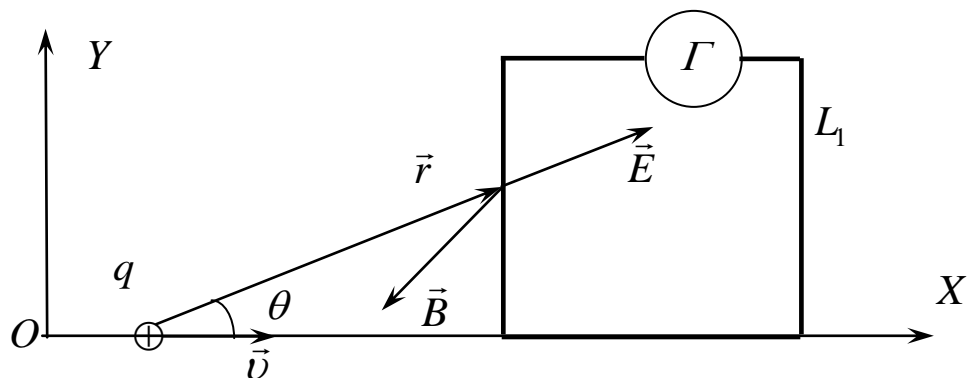


Рис. 4.6. Схема уявного експерименту по визначенню ЕРС індукції в контурі  $L$ . ЗЧ рухається з постійною швидкістю  $\vec{v}$  в площині контуру  $L$ .

Але такий висновок суперечить принципу відносності: при переході в систему відліку, яка зв'язана з ЗЧ, контур буде рухатися в центральносиметричному кулонівському полі. Таке поле є консервативним, а



тому відсутні фізичні причини, які могли б при цьому породжувати ЕРС в контурі  $L$ .

Аналогічно, в прикладах, які зображені на рис. 4.7 і рис. 4.8, використання класичного закону Біо-Савара (4.11) приводить до результату, який суперечить принципу відносності. Так, згідно з законом Біо-Савара (4.11) та традиційною інтерпретацією явища ЕМІ, в контурі  $L_1$  (див. приклади, які візуалізовані на рис. 4.7 та рис. 4.8) слід чекати появу певної ЕРС індукції. Такий висновок випливає з наступних міркувань.

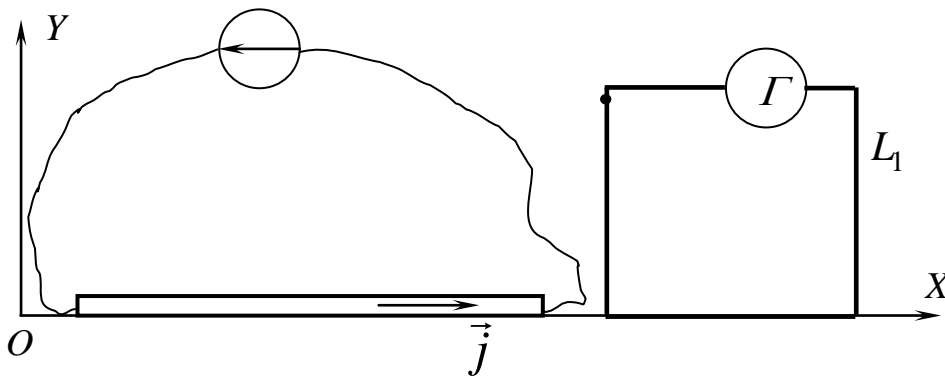


Рис. 4.7. У дротяному в контурі  $L_1$ , який знаходиться поряд з нескінченно довгим провідником з постійним струмом, ЕРС відсутня

Кожний із електронів провідності, який рухається з дрейфовою швидкістю в провідниках електричного кола, створює в кожній точці плоскої поверхні, обмеженої контуром  $L_1$ , змінне магнітне поле.

Це змінне магнітне поле в свою чергу в кожній точці поверхні породжує вихрове електричне поле ( $rot \vec{E} \neq 0$ ).

Інтегральний ефект повинен проявитися у виникненні індукційного струму в контурі  $L_1$ . Але досліди показують, що ЕРС в контурі  $L_1$  не виникає.

Отже, застосування закону (4.11) та його еквіваленту – виразу для індукції МП, яке породжується окремою рухомою ЗЧ -

$$\vec{B}_1 = \varepsilon_0 \mu_0 [\vec{v}, \vec{E}] = \frac{\mu_0 q \cdot [\vec{v}, \vec{r}]}{4\pi r^3},$$

в подібних задачах дає результат, який

суперечить фізичній реальності.

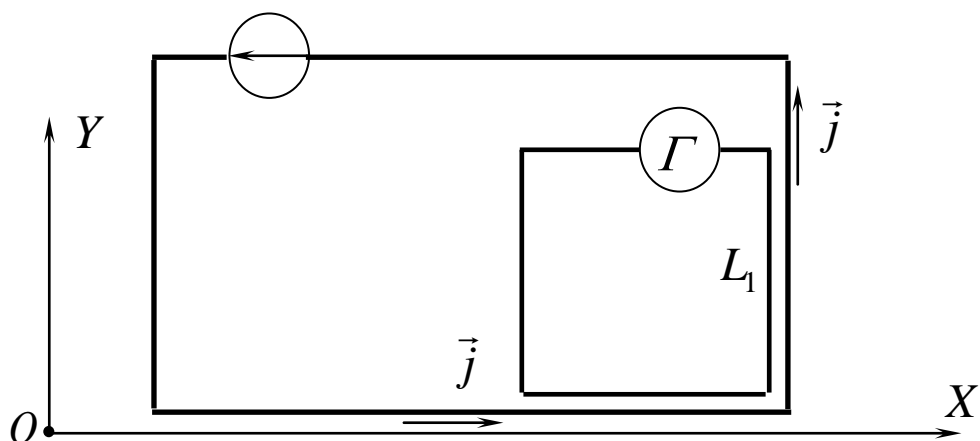


Рис. 4.8. У дротяному в контурі  $L_1$ , який знаходиться поряд з колом постійного струму, ЕРС відсутня

Таким чином, закон Біо-Савара і формула  $\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$  (закон Кулона),

несумісні між собою для одночасного використання при аналізі однієї і тієї ж електродинамічної задачі, оскільки приводять до принципово помилкових висновків і протиріч [6].

Як бачимо, традиційна методика вивчення електродинаміки, заснована, зокрема, і на класичному законі Біо-Савара не може пояснити відсутність ЕРС в контурах на рисунках 4.6, 4.7, 4.8. Однак, у стандартних посібниках і в науково-методичних публікаціях ці дві формули використовуються разом, що, з нашої точки зору, є помилковим.

Експеримент, як неважко впевнитися проводячи прості досліди (рис. 4.6, рис. 4.7), показує, що ЕРС в цих дослідах не з'являється. Електродинамічні явища по природі своїй є релятивістськими. А ми хочемо їх пояснити та описати, спираючись на класичну фізику.

Вище означена суперечність спростовується, якщо при описі та поясненні електродинамічних явищ послідовно використовувати релятивістський підхід, не нехтуючи мізерними релятивістськими поправками в формулах, що описують електродинамічні явища.

А саме, для аналізу електромагнітних явищ (рисунки 4.6, 4.7, 4.8) слід використовувати точні формули (вирази) для напруженості електричного та індукції магнітного полів рівномірно рухомої зарядженої частинки (4.2) й (4.3).

У цьому випадку в контурах  $L_1$  (рис. 4.6, 4.7, 4.8) циркуляція непотенціального електричного поля РЗЧ компенсується вихровим електричним полем, що породжується зміним магнітним полем цієї ж РЗЧ. Електромагнітні явища несуперечливо та адекватно слід пояснювати тільки на основі СТВ.

Як видно із попереднього, навіть незначна відмінність електричного поля РЗЧ (навіть при  $V \ll c$ ) та поля нерухомої ЗЧ носить принциповий характер.

Звернемо також увагу на те, що традиційний спосіб обґрунтування рівнянь Максвелла переобтяжений великою кількістю «незалежних фундаментальних експериментальних фактів» (зокрема, традиційний спосіб обґрунтування РМ спирається і на закон Кулона та закон Біо-Савара (4.11)). Тому пошук оптимальної методики обґрунтування рівнянь Максвелла й методики вивчення електродинаміки є актуальною науково-методичною проблемою.

Вочевидь необхідною постає зміна догматичної методики навчання електродинаміки.

Так, у той же час закон Біо-Савара може розглядатися і як наслідок рівняння Максвелла  $rot\vec{B} = \mu_0\vec{j}$ .

Дійсно, вектор-потенціал  $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{j}(\vec{r}')dV'}{R}$  є розв'язком рівняння

Пуассона для векторного потенціалу:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{j},$$

де  $\vec{j}(\vec{r}')$  - густина струмів провідності в просторовій області  $V'$  (рис. 4.9).

$$\text{Тоді } \vec{B}(\vec{r}) = rot\vec{A}(\vec{r}) = rot \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{j}(\vec{r}')dV'}{R} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} rot \frac{\vec{j}(\vec{r}')dV'}{R}. \quad (4.13)$$

Використовуючи формулу векторного аналізу:

$$\text{rot}(u\vec{a}) = u \cdot \text{rot}\vec{a} + [\text{gradu}, \vec{a}],$$

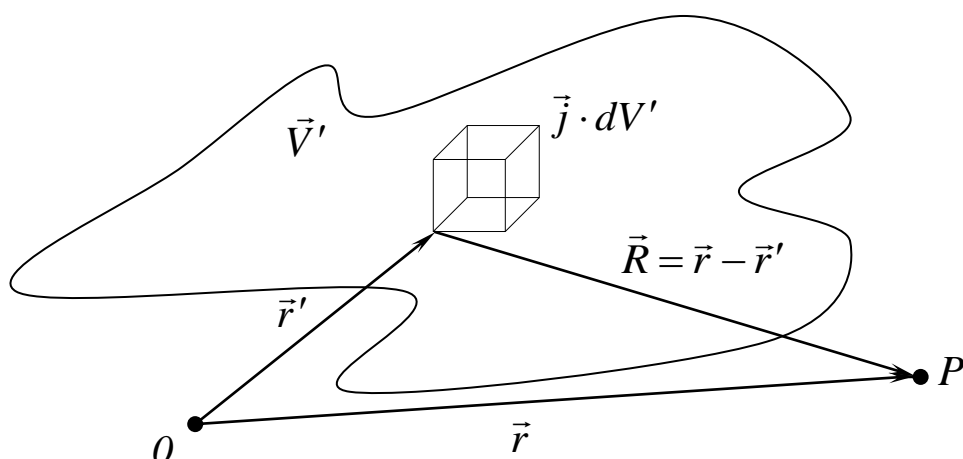


Рис. 4.9. Знаходження векторного потенціалу  $\vec{A}(\vec{r})$  та індукції магнітного поля в т. P, що створюються постійними струмами, розподіленими в об'ємі  $V'$

де  $u(\vec{r})$  - скалярна функція, підінтегральний вираз (8) набуває вигляду:

$$\text{rot} \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{R} = \frac{1}{R} \text{rot}\vec{j}(\vec{r}') + \left[ \text{grad} \frac{1}{R}, \vec{j}(\vec{r}') \right] = \left[ \text{grad} \frac{1}{R}, \vec{j}(\vec{r}') \right] = \frac{[\vec{j}(\vec{r}'), \vec{R}]}{R^3},$$

оскільки  $\text{grad} \frac{1}{R} = -\frac{\vec{R}}{R^3}$ .

Тобто, отримуємо [26, с.81; 33, с. 184]:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{[\vec{j}(\vec{r}'), \vec{R}]}{R^3} dV'. \quad (4.14)$$

Із закону  $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{[\vec{j}(\vec{r}'), \vec{R}]}{R^3} dV'$  випливає, у випадку лінійних струмів, закон Біо-Савара в диференціальній формі:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^3} \cdot [d\vec{l}, \vec{r}],$$

і який суперечить в деяких задачах, як ми впевнилися вище, принципу відносності.

Але як з позицій логіки фізичної науки на засадах принципу фундаменталізації узгодити взаємопротилежні точки зору:

а) рівняння Максвелла релятивістськи коваріантні (тобто рівняння Максвелла не суперечать принципу відносності А. Ейнштейна), й з них випливає як наслідок закон Біо-Савара;

б) закон Біо-Савара  $d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^3} \cdot [d\vec{l}, \vec{r}]$  та закон Кулона  $\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ , які

в навчально-методичній літературі часто застосовуються разом, несумісні між собою та суперечать принципу відносності. Використання їх одночасно при аналізі електромагнітних явищ приводить до принципово хибних висновків і суперечностей.

У посібнику [26] стверджується, що подібні викладки, і зокрема, таким чином одержаний закон Біо-Савара, є наближеними. Наближеними в тому сенсі, що в рівнянні Максвелла  $rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$  начебто нехтується струмами зміщення [26, с. 79]. Але яке відношення мають струми зміщення до рівняння Максвелла для постійних струмів  $rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$  в традиційному розумінні цього рівняння?!

Наша педагогічна практика засвідчує, що ознайомлення студентів-фізиків із сутністю викладених вище протиріч та залучення їх до аналізу цих протиріч, сприяє розвитку критичного мислення та більш глибокому осмисленню науково-методичних проблем майбутніх учителів у процесі вивчення СТВ і електродинаміки.

Підсумовуючи, зауважимо, що викладену вище аргументацію не слід вважати безсумнівною. А скоріше слід розглядати як підґрунтя для різнобічної науково-методичної дискусії, результат якої сприяв би спростуванню проблемних питань методики навчання електродинаміки та позитивно вплинув на якість розуміння студентами значення і ролі теоретичного й емпіричного в фізиці та методиці її навчання.

### 4.3. Умова нейтральності металевого провідника, вздовж якого протікає постійний струм.

Одним із найважливіших завдань сучасної загальноосвітньої та вищої школи є навчання молодшої людини творчому мисленню, адже ще Р. Декарт висловив геніальну думку «Cogito ergo sum». Фізика та методика її навчання як науки і навчальні дисципліни мають досить значний дидактичний потенціал щодо розвитку критично-конструктивного мислення майбутніх учителів фізики. Проілюструємо сказане прикладом теоретичного аналізу умови нейтральності провідника з постійним струмом, спираючись при цьому на думку Альберта Ейнштейна, який зазначав: «Фізика є логічною системою мислення, що розвивається, основи якої можна одержати не виділенням їх якими-небудь індуктивними методами досліду, а лише вільною вигадкою» [11, с. 226]. Вочевидь, «вільна вигадка» за Ейнштейном — це глибокий, різнобічний, детальний аналіз фізичного явища (у нашому випадку — умов нейтральності провідника з постійним струмом), який завершується новим висновком, новим суб'єктивним чи об'єктивним знанням.

Зазначимо, що при вивченні законів постійного струму у загальній фізиці та теоретичній фізиці, зазвичай обмежуються законами Ома  $\vec{j} = \lambda \cdot \vec{E}$  й  $\vec{j} = \lambda(\vec{E} + \vec{E}^{cm})$ , та наслідками, що випливають з них. Аналіз навчально-методичної літератури [6; 14; 17; 29; 47; 48] засвідчує, що існує щонайменше три фізичних явища, які, в принципі, приводять до виникнення електричного поля як всередині так і зовні провідника з постійним струмом (ППС):

1. Стаціонарне електричне поле провідника зі струмом (СЕППС) створюється певним чином розподіленими по поверхні циліндричного провідника зі струмом поверхневими зарядами [6; 47].

2. Електричне поле ППС може створюватися об'ємним зарядом, який з'являється внаслідок пінч-ефекту [6; 48].

3. Додаткове електричне поле провідника з постійним струмом може створюватися об'ємним зарядом, який зумовлений різницею у величинах густини

зарядів сукупності електронів провідності та іонів кристалічної ґратки внаслідок їх руху з різними швидкостями в деякій системі відліку (СВ) [18; 29; 48; 53].

Зауважимо, що у навчальних посібниках з електромагнетизму [14, с. 123; 19] та в науково-методичних публікаціях [48, с. 91] стверджується, що в нерухомому провіднику зі струмом об'ємна густина заряду дорівнює нулю.

Так, це випливає із закону збереження заряду для постійних струмів

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \text{ та теореми Гаусса } \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Дійсно:

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \oint_S (\lambda \cdot \vec{E}) \cdot d\vec{S} = \lambda \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0,$$

де  $\vec{j}$  – густина струму,  $\vec{E}$  – напруженість електричного поля всередині провідника з постійним струмом,  $\lambda$  – питома електропровідність матеріалу з якого виготовлений провідник.

Отже,  $\oint_S \vec{E} d\vec{S} = 0$ , а тому об'ємна густина заряду ППС дорівнює нулю:

$$\rho = 0.$$

Ця умова нейтральності ППС справедлива при виконанні таких умов:

1.  $\lambda = const$ ;
2. Якщо знехтувати дією власного магнітного поля ППС на електрони провідності (пінч-ефект) [15];
3. Якщо знехтувати залежністю об'ємної густини заряду від швидкості руху певного розподілу заряду [6].

Потрібно зазначити, що електричне поле (ЕП) як усередині, так і ззовні ППС може бути зумовлене також пінч-ефектом.

Пінч-ефектом називається явище стиснення струмового каналу під дією магнітного поля індукованого самими струмом. Сильний струм, що протікає в плазмі, твердому або рідкому металі створює магнітне поле. Воно діє на заряджені частинки (електрони або іони), що може сильно змінити розподіл струму. При великих струмах сила Ампера призводить до деформації

провідного каналу, інколи до руйнування. У природі ми це можемо спостерігати, зокрема, у блискавках.

У статті [48] таким чином пояснюється виникнення об'ємного заряду ППС внаслідок пінч-ефекту. Дійсно, якщо врахувати дію сили Лорентца з боку МП на електрони провідності (пінч-ефект), то із закону збереження заряду  $div \vec{j} = 0$  та рівняння Максвелла  $rot \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$  (оскільки тепер густина струму зумовлена не тільки дією ЕП напруженістю  $\vec{E}$ , а й дією магнітного поля, то густина струму дорівнює  $\vec{j} = \lambda(\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}])$  одержуємо:

$$\begin{aligned} div \vec{D} &= div(\varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}) = div \varepsilon \varepsilon_0 \left( \frac{\vec{j}}{\lambda} - [\vec{v}, \vec{B}] \right) = -div \varepsilon \varepsilon_0 [\vec{v}, \vec{B}], \\ &= \varepsilon \varepsilon_0 (-\vec{B} rot \vec{v} + \vec{v} rot \vec{B}) = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{v} \cdot rot \vec{B} = \frac{\varepsilon \cdot \vec{v} \cdot \vec{j}}{c^2} = \rho, \end{aligned}$$

де  $\vec{j}$  – густина струму,  $\vec{E}$  – напруженість електричного поля всередині провідника з постійним струмом,  $\lambda$  – питома електропровідність матеріалу з якого виготовлений провідник,  $\varepsilon_0$  – електрична константа,  $\varepsilon$  – електрична проникність середовища,  $\rho$  – густина заряду ППС,  $\vec{v}$  – дрейфова швидкість електронів провідності,  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

Отже, металевий провідник з постійним струмом з урахуванням пінч-ефекту характеризується об'ємною густиною заряду ( $\varepsilon = 1$ ):

$$\rho = \frac{\varepsilon \cdot \vec{v} \cdot \vec{j}}{c^2} = \rho_- \frac{v^2}{c^2}, \quad (4.14a)$$

де  $\rho_- = \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}}$  – об'ємна густина заряду електронів провідності в системі відліку  $K$ , в якій провідник нерухомий,  $v$  – дрейфова швидкість електронів провідності,  $\beta = \frac{v}{c}$ ,  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $\rho_-^0$  – об'ємна густина заряду електронів провідності у власній системі відліку (ВСВ);



Однак, як показав аналіз навчально-методичної літератури [6; 28; 48; 49; 50; 55], при висвітленні фізичного явища виникнення об'ємної густини заряду ППС внаслідок різної величини густини зарядів сукупності електронів та іонів кристалічної ґратки із-за руху їх з різними швидкостями в довільній СВ, суперечливо та недостатньо детально пояснюється умова нейтральності ППС.

Саме тому завданнями цього параграфа ми визначаємо:

А) детальний аналіз протиріч умов нейтральності ППС;

Б) висвітлення дидактичних можливостей методики розвитку критичного мислення студентів-фізиків на прикладі аналізу умови нейтральності ППС.

*Етап 1. «Виклик» (Висунення проблеми).*

Історично так склалося, що обговорення питання про об'ємний заряд ППС (або іншими словами - умова нейтральності ППС) в навчально-методичній літературі було започатковано в посібнику Р. Фейнмана [29]. Так, в [29] аналізується задача про взаємодію ППС та зарядженої частинки, яка рухається вздовж ППС (рис. 4.10).

Для аналізу умови нейтральності ППС з урахуванням зміни густини зарядів сукупності електронів провідності й іонів кристалічної ґратки внаслідок руху їх з різними швидкостями в деякій системі відліку розглянемо модель ППС, яка дуже часто використовується у навчальних посібниках [14; 15; 17; 18; 21; 29; 30; 50] (рис. 4.10):

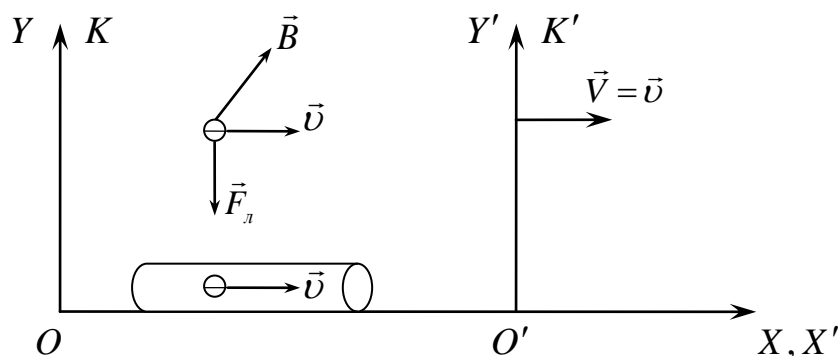


Рис. 4.10. Взаємодія електрона і ППС в СВ  $K$  і СВ  $K'$

Нехай у системі відліку  $K$  вздовж вісі  $OX$  знаходиться нерухомий циліндричний ППС по якому протікає постійний струм густиною  $\vec{j}_x = \rho_- \cdot \vec{v}$ .

Система відліку  $K'$  рухається зі швидкістю  $\vec{V} = \vec{U}$  вздовж осі  $OX$  СВ  $K$ .

Традиційно умову нейтральності нерухомого ППС у СВ  $K$  [18; 29; 49] визначають так:

$$\rho_+^0 = -\frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}} = -\rho_-, \quad (4.15)$$

де  $\rho_- = \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}}$  – об'ємна густина заряду електронів провідності в системі відліку  $K$ , в якій провідник нерухомий,  $U$  – дрейфова швидкість електронів провідності,  $\beta = \frac{U}{c}$ ,  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $\rho_-^0$ ,  $\rho_+^0$  – густини зарядів електронів провідності і позитивних іонів у власних системах відліку відповідно.

Тоді електричне поле у СВ  $K'$  буде створюватися некомпенсованими густинами зарядів іонів та електронів провідності. Оскільки електрони в СВ  $K'$  нерухомі, а іони рухаються зі швидкістю  $V = U = U'$ , то густина заряду їх відповідно дорівнює:  $\rho'_- = \rho_-^0 = \rho_- \sqrt{1-\beta^2}$ ,  $\rho'_+ = \frac{\rho_+^0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ .

А тому об'ємна густина заряду ППС у СВ  $K'$  буде такою:

$$\rho' = \rho'_+ + \rho'_- = \frac{\rho_+^0}{\sqrt{1-\beta^2}} - \rho_- \sqrt{1-\beta^2} = \frac{\rho_+^0 \beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (4.16)$$

Мабуть уперше на суперечливість умови нейтральності (4.15) звернуто увагу в роботі Г.В. Ніколаєва [49]: оскільки СВ  $K$  і СВ  $K'$  рівноправні, то при  $\vec{V} = \vec{U}$  завдяки симетричним умовам, якими визначається рух електронів провідності й іонів відповідно у СВ  $K$  й у СВ  $K'$ , фізичні ситуації у цих СВ повинні бути однаковими.

Окрім того очевидно, що за умови (4.15), нерухома, як ціле, сукупність електронів провідності має меншу густина заряду, ніж густина заряду цієї ж сукупності електронів, але рухомої (при протіканні струму)

$\rho_-^0 < \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \rho_-$ . Але тоді при  $\beta = 0$  (струм у провіднику відсутній)

$\rho_-^0 = \rho_- < \rho_+^0$ , тобто провідник без струму (після того, як виключили струм)

буде заряджений позитивно:  $\rho_+^0 - \rho_-^0 = \rho_+^0(1 - \sqrt{1-\beta^2})$ .

*Таким чином, перед студентами постає проблемна ситуація: невже величина цього заряду залежить від сили струму, що протікав раніше?! Як це треба розуміти?*

*Отже, виникає суперечність, вирішення якої, на наш погляд, є важливим дидактичним засобом активізації механізмів мисленнєвої діяльності студентів та розвитку їх критично-конструктивного мислення.*

*Етап 2. «Осмислення» (Вивчення, аналіз, узагальнення результатів).*

Роздуми студентів можна посилити зверненням до аналізу існуючих у науково-методичній літературі підходів щодо вирішення окресленої суперечності та пропозицією визначення «своїї» несуперечливої умови нейтральності.

На цьому етапі студентам бажано запропонувати самостійно ознайомитися з трьома способами (підходами) розв'язування цієї суперечності, які мають місце в науково-методичній літературі.

**Підхід 1.** «...фізичні властивості негативного і позитивного зарядів виявляються різними» [49]. Але, якщо електрон і протон в електромагнітних взаємодіях проявляють себе симетрично, то «ми вимушені визнати існування фізичної нееквівалентності нерухомої, на поверхні масивного, що створює гравітаційне поле, тіла Землі, лабораторної СВ по відношенню до будь-якої іншої СВ, яка рухається відносно неї» [49, с. 6].

**Підхід 2.** Провідник зі струмом нейтральний в тій СВ, яка рухається зі швидкістю дрейфу електронів провідності [48, с. 92], тобто в СВ  $K'$ :

$$\rho' = \rho'_+ + \rho'_- = 0, \quad (4.17)$$

де  $\rho'_+ = \frac{\rho_+^0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ,  $\rho'_- = \rho_-^0 = \rho_- \sqrt{1-\beta^2}$ .

Аргументація авторів статті [48] така. Припустимо появу об'ємного заряду провідника зі струмом в СВ  $K'$  (4.16) і розглянемо взаємодію електронів провідності ППС з полем цього об'ємного заряду. В СВ  $K$  їх рух зумовлює густину струму  $\rho_- \vec{v}$ . Тому що у СВ  $K'$  на електрони провідності «магнітне поле не діє і не існує другої сили, яка змогла б зрівноважити дію електричного поля об'ємного заряду» [48, с. 91], необхідно зажадати виконання (4.17).

*Відтак, зі студентами слід детально обговорити декілька критичних зауважень щодо останньої тези:*

а) Із умови нейтральності (4.17) випливає, що у СВ  $K$  об'єм нерухомого ППС заряджений. Тоді густина цього заряду дорівнює:

$$\rho = \rho_+ + \rho_- = \rho_+^0 + \frac{\rho_-'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \rho_+^0 + \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \rho_- \cdot \frac{v^2}{c^2}. \quad (4.18)$$

Густина заряду (4.18) в точності дорівнює густині заряду, що з'являється при пінч-ефекті в нерухомому ППС (4.14а) (див. також формулу (1) в [48]). Але пінч-ефект і збільшення об'ємної густини заряду при русі будь-якої сукупності заряджених частинок – це різні фізичні явища. А автори [48] хотіли, можливо, пояснити пінч-ефект релятивістськими ефектами.

б) У СВ  $K$  на зовнішній електрон, який рухається вздовж провідника зі швидкістю, що дорівнює швидкості електронів провідності, крім сили Лорентца буде діяти і електрична сила зі сторони поверхневого заряду. Цей позитивний поверхневий заряд утворюється за рахунок переміщення частини електронів всередину провідника. «Якраз цей поверхневий заряд у СВ  $K'$  буде притягувати зовнішній нерухомий електрон» [48, с. 92].

Але у СВ  $K'$  і  $F'_L = 0$  (бо зовнішній електрон нерухомий в СВ  $K'$ ), і  $\rho' = 0$ , а тому і поверхневий заряд дорівнює нулю. Таким чином, у процесі аналізу виявляється очевидне порушення принципу відносності.

**Підхід 3.** Умова нейтральності металевого провідника без струму, очевидно, дорівнює [6; 54; 55]:

$$\rho_+^0 = -\rho_-^0. \quad (4.19)$$

Провідник з постійним струмом буде нейтральним у тій СВ  $K^*$ , в якій електрони провідності й позитивно заряджені іони рухаються в протилежних напрямках з однаковими за величиною швидкостями, тобто:

$$\rho^* = \rho_+^* + \rho_-^* = 0, \quad (4.19a)$$

$$\text{де } \rho_+^* = \frac{\rho_+^0}{\sqrt{1-\beta^{*2}}}, \rho_-^* = \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^{*2}}}, \beta^* = \frac{v^*}{c}, v^* = v_-^* = v_+^* = \frac{c^2}{v} \left[ 1 - \sqrt{(1-\beta^2)} \right],$$

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad v - \text{ дрейфова швидкість електронів провідності в СВ } K.$$

Швидкість руху такої СВ  $K^*$  дорівнює (задача 3.24):

$$V = \frac{c^2}{v} \left[ 1 - \sqrt{(1-\beta^2)} \right].$$

А швидкості електронів провідності та позитивно заряджених іонів у такій СВ  $K^*$  визначаються (3.14):

$$v^* = v_-^* = v_+^* = \frac{c^2}{v} \left[ 1 - \sqrt{(1-\beta^2)} \right].$$

Тоді у СВ  $K$  нерухомий провідник зі струмом характеризується об'ємною густиною заряду:

$$\rho = \rho_+^0 - \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \left( \sqrt{1-\beta^2} - 1 \right). \quad (4.20)$$

У відповідності з вимогами МРКМ залучаємо студентів до розмірковування на користь умов (4.19), (4.19a) та (4.20), порівнюючи їх з (4.15):

а) Густина будь-якого розподілу заряду при переході від однієї СВ до

іншої перетворюється згідно з формулою  $\rho = \frac{\rho^0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$  [18, с. 275; 50], де  $V$  –

швидкість руху деякого розподілу зарядів з густиною  $\rho^0$ ,  $\rho$  – густина заряду

у СВ, відносно якої рухається цей розподіл зарядів.

Тому й густини зарядів сукупності електронів й іонів при їх русі з довільною, але однаковою за величиною, швидкістю повинні збільшитися в одне і те ж саме число разів. Якщо провідник без струму нейтральний  $\rho_+^0 = -\rho_-^0$  (що природно), то чому після того, як з'явиться струм і сукупність електронів, що рухаються при цьому з швидкістю  $v$ , описується, як відомо,

густиною заряду  $\rho_- = \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , ця густина  $\rho_-$  не стає більшою за  $\rho_+^0$ ?

*Знову ж, як бачимо, є ґрунтовне поле для критично-конструктивних роздумів та дискусії студентів.*

б) Якщо ж густини сукупності електронів й іонів при русі з однаковою швидкістю змінюються однаково, то провідник без струму, який рухається, (за умови нейтральності (4.15)) буде зарядженим з об'ємною густиною:

$$\rho = \rho_+ - \rho_- = \frac{\rho_+^0}{\sqrt{1 - \beta^2}} (1 - \sqrt{1 - \beta^2}).$$

Але немає ніяких фізичних підстав вважати нерухомий (як і той, що рухається з постійною швидкістю) провідник без струму зарядженим.

в) Густина струму в СВ  $K$  дорівнює

$$j_x = \rho_- \cdot v.$$

А у СВ  $K'$  (рис. 4.10) струм зумовлений рухом тільки іонів з такою ж самою за величиною швидкістю, що й рух електронів провідності в СВ  $K$ .

Але густина струму в СВ  $K'$  є більшою  $j'_x = \frac{\rho_+^0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} > j_x$ , незважаючи на те, що густини заряду і електронів та іонів зростають однаково у СВ, відносно якої вони рухаються з рівними швидкостями.

Аналогічно ми знайдемо, що у СВ  $K'$  індукція магнітного поля більша за величиною, ніж у СВ  $K$ :  $B'_z = \frac{B_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , але ж фізичні ситуації ідентичні (з точністю до знаку рухомих і нерухомих заряджених частинок).

г) Одержуємо за умови нейтральності провідника зі струмом (4.15):

– у СВ  $K$  електричне поле відсутнє, а у СВ  $K'$  напруженість

$$\text{електричного поля дорівнює } E'_y = \frac{\rho_- S \beta^2}{2\pi\epsilon_0 a \sqrt{1-\beta^2}};$$

– індукція магнітного поля у СВ  $K$   $B_z = \frac{\mu_0 \rho_- \nu \cdot S}{2\pi a}$ , а у СВ  $K'$  індукція

магнітного полі в  $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  раз більша, бо  $I' = \frac{I}{\sqrt{1-\beta^2}}$  (оскільки за величиною

$$j'_x = \frac{\rho_+^0 \nu}{\sqrt{1-\beta^2}} = j_x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}})$$

незважаючи на те, що іони в  $K'$  – системі рухаються з такою самою швидкістю (за величиною), як і електрони провідності в  $K$  - системі.

д) Спостерігається явне порушення фізичної відносності в розв'язку, що пропонується як у [48] так і за умови (4.15). Згідно з В.О. Фоком, слід розрізняти фізичну відносність, як принцип «що стверджує існування відповідних явищ, і просте виконання вимоги коваріантності рівнянь при переході від однієї системи відліку до іншої» [51, с. 245].

Порушення фізичної відносності при переході від СВ  $K$  до СВ  $K'$  особливо чітко видно: якщо порівняти сили, що діють на електрон у СВ  $K$  (швидкість його  $\nu$ ) і на позитрон, який рухається у СВ  $K'$  зі швидкістю  $\nu' = \nu$  вздовж струму. Тоді в СВ  $K'$  маємо симетричну в кінематичному відношенні картину. Традиційна точка зору для сили, що діє на електрон дорівнює  $q\nu \cdot B_z$ , а сила, що діє на позитрон у СВ  $K'$  дорівнює

$$q\nu \cdot B'_z - qE'_y = 0,$$

хоч фізичні умови в системах  $K$  і  $K'$  однакові.

У цьому прикладі, здається, порушується можливість фізичної адаптації, яка «являється вирішальною умовою реалізації фізичної відносності» [52, с. 8-9].

Але чи маємо в обох випадках (в СВ  $K$  і в СВ  $K'$ ) справу з фізичною відносністю? Знову ж таки доцільно звернутись до думки В.О. Фока, який диференціює фізичну відносність, як принцип що стверджує існування відповідних явищ у різних системах відліку, і просту вимогу коваріантності рівнянь при переході від однієї СВ до іншої [51, с. 245]. Спробуємо розібратися в цьому.

Для цього розглянемо електромагнітне поле, що створюється провідником зі струмом, у двох системах відліку: системі  $K$  (лабораторної) і СВ, зв'язаної з електронами провідності -  $K_e$ . У системі  $K_e$ , у рамках варіанту вирішення проблеми, запропонованого нами, маємо ситуацію ідентичну (з точністю до знаку рухомих та нерухомих ЗЧ) до такої в системі  $K$ . Дійсно, у СВ  $K$  позитивні іони нерухомі, а електрони провідності рухаються зі швидкістю  $v$ . У СВ  $K_e$  електрони нерухомі, а іони рухаються зі швидкістю  $v$ . Тому напруженість електричного поля  $E$  і індукція магнітного поля  $B$  мають у системі  $K$  таку ж величину, як і в системі  $K_e$  в силу симетричності умов у системах  $K$  і  $K_e$ .

Відповідно ж традиційного погляду [17; 29; 50; 53] в системі  $K$  електричне поле відсутнє, тому що виконується умова нейтральності провідника зі струмом (4.15):

$$|\rho_-| = |\rho_+^0 (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}| = |\rho_+^0|.$$

А в системі  $K_e$ , навпаки, електричне поле не дорівнює нулю:

$$E_e = \frac{\rho_+^0 S v^2}{c^2 2\pi \cdot a \varepsilon_0 \sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (4.21)$$

де  $a$  - віддаль точки поля від процесії заряджених частинок (від ППС).

Індукція магнітного поля в системі  $K$  дорівнює:



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot a} = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot a} \frac{\rho_-^0 v \cdot S}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

а в системі  $K_e$  індукція магнітного поля:

$$B_e = \frac{\mu_0 \cdot \rho_-^0 v \cdot S}{2a\pi(1 - \beta^2)},$$

тому що сила струму у системі  $K_e$  виявляється рівною  $I_e = \frac{I}{\sqrt{1 - \beta^2}}$  (див.

вище, або [18, с. 275]) незважаючи на те, що цей струм обумовлений тільки рухом іонів з такою ж по величині швидкістю  $v$ , як і швидкість електронів у системі  $K$ . Ці висновки можна проілюструвати за допомогою таких рисунків.

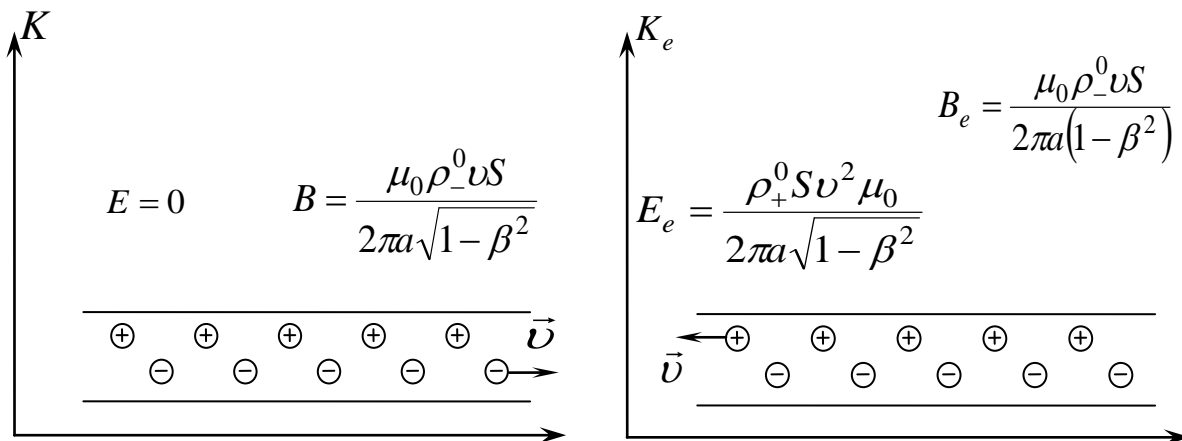


Рис. 4.11. ЕМП в СВ  $K$  та СВ  $K_e$  в традиційній моделі ППС

Системи  $K$  і  $K_e$  симетричні (ідентичні) з точністю до знаку заряджених частинок, які рухаються в цих системах відліку. Очевидна нееквівалентність систем відліку  $K$  і  $K_e$  в моделі, яка наразі використовується під час вивчення електродинаміки.

З використанням умови нейтральності (4.19) маємо однакові характеристики ЕМП і в СВ  $K$  й у СВ  $K_e$  (рис. 4.12).

Порушення фізичної відносності особливо яскраво видно при порівнянні сили, що діє на електрон, який рухається в системі  $K$  в напрямку руху електронів провідності зі швидкістю  $v$ , рівній швидкості останніх, з одного боку, і сили діючої на позитрон у системі  $K_e$ , що рухається в цій системі відліку ( $K_e$ ) зі швидкістю  $v$  в напрямку руху іонів.

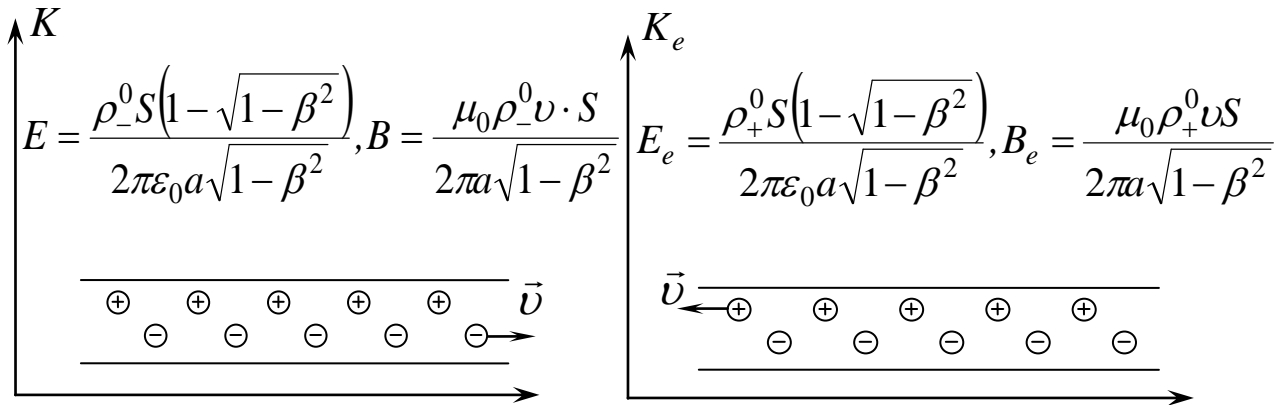


Рис. 4.12. ЕМП в СВ  $K$  та СВ  $K_e$  в моделі ППС, що аналізувалася нами в роботах [12; 54; 55]

Маємо абсолютно ідентичні ситуації і в СВ  $K$  і в СВ  $K_e$ . Традиційна точка зору дає для сили, що діє в СВ  $K$  на заряджену частинку з зарядом  $q$ :

$$F = qvB = qv \frac{\mu_0 \rho_-^0 \cdot v \cdot S}{2a\pi \sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (4.22)$$

А в системі  $K_e$  сила, що діє на позитрон, дорівнює:

$$F = qvB_e - qE_e = qv \cdot \frac{\mu_0 \rho_-^0 \cdot v \cdot S}{2a\pi(1 - \beta^2)} - q \frac{\rho_+^0 S \cdot v^2}{c^2 2a\pi \cdot \epsilon_0 \sqrt{1 - \beta^2}} = 0, \quad (4.23)$$

незважаючи на те, що умови в системах  $K$  і  $K_e$  однакові (рис. 4.13). У цьому прикладі, на наш погляд, порушується можливість фізичної адаптації, що «є вирішальною умовою реалізації фізичної відносності» [52, с. 8, 9].

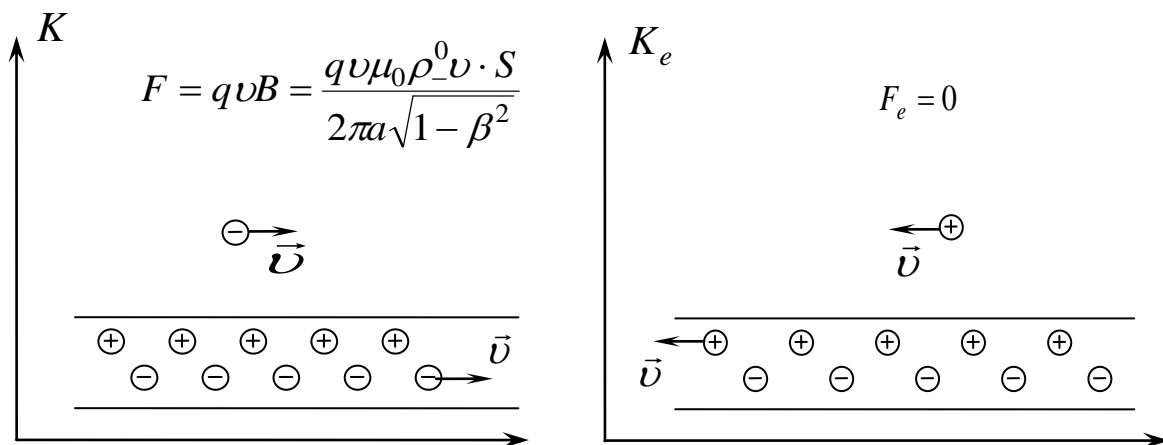


Рис. 4.13. Сила, що діє в ЕМП на електрон в СВ  $K$  та позитрон в СВ  $K_e$  в традиційній моделі ППС

Якщо ж прийняти модель провідника зі струмом, запропоновану нами [54; 55; 56], то розв’язки цієї задачі в системах відліку  $K$  і  $K_e$  будуть тотожні (рис. 4.14) [36; 54].

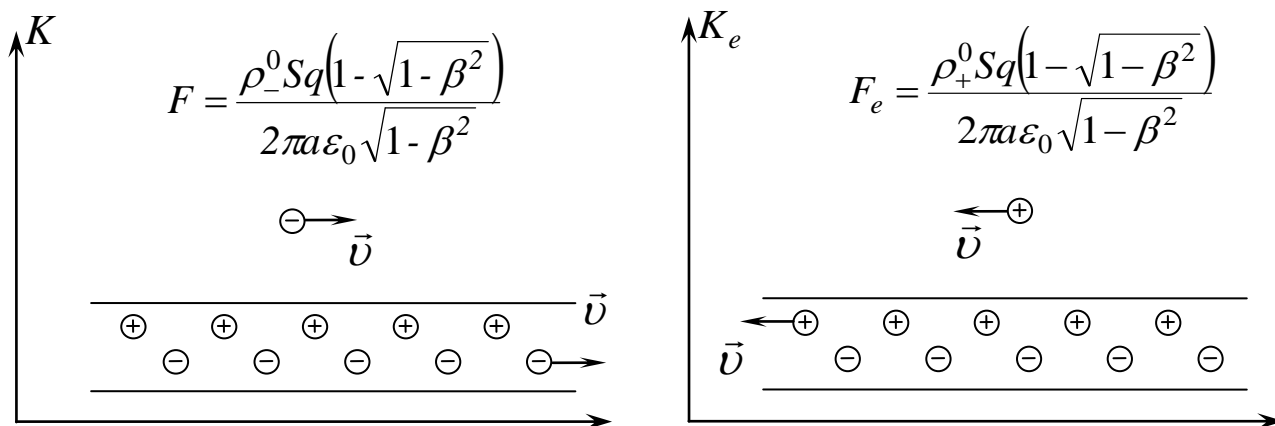


Рис. 4.14. Сила, що діє в електричному полі на електрон в СВ  $K$  та позитрон в СВ  $K_e$  в моделі ППС, що обговорювалася нами в [6; 54; 55]

Отже, використовуючи запропоновану нами умову нейтральності ППС (4.19а) ми одержали однакові характеристики ЕМП і в СВ  $K$  й у СВ  $K_e$  (рис. 4.12) й умови існування фізичної адаптації в системах відліку  $K$  і  $K_e$

Іншими словами, умова нейтральності ППС (4.19а) «є вирішальною умовою реалізації фізичної відносності» [52, с. 8, 9].

Проте, якщо умова (4.20) відповідає фізичній реальності, то не слід буквально розуміти вислів «заряд провідника зі струмом». Додаткове електричне поле ППС постає результатом збільшення поперечної складової напруженості електричного поля рухомих заряджених частинок. Тоді можна говорити, що поле зумовлене об'ємною густиною (4.20), – це суперпозиція поля лінійної сукупності нерухомих іонів і поля лінійної сукупності рухомих електронів провідності [12; 57].

Можливо, умова (4.20) не має відношення до реальності із-за певної недосконалості моделі ППС. Адже ми вважаємо, що електронна і іонна підсистеми, в електромагнітних явищах, зв'язаних з протіканням струму, ніяк не взаємодіють між собою, а існують як два незалежні лінійні ланцюжки зарядів. Але тоді слід загострити увагу здобувачів освіти на такій проблемі: чому при будь-яких значеннях сили струму (при довільних значеннях  $\beta$ ), що протікає по провіднику, реалізується дивна умова нейтральності

$$\rho_+^0 = -\frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ якщо у відсутності струму } \rho_+^0 = -\rho_-^0?$$

І логічно дійти висновків, що без уявлень електронної теорії важко пояснити, чи навіть уявити, механізм виникнення багатьох електродинамічних явищ. Отже, використання моделей необхідне, але тоді слід враховувати і всі ефекти, пов'язані з рухом електронів.

Зокрема, при введенні поняття «магнітне поле» на основі аналізу взаємодії 2-х струмів, нехтування електричною взаємодією струмів, є некоректним. З іншого боку, якщо така модель ППС далека від реальності (насправді й  $\oint \vec{E}d\vec{l} = 0$  по контуру, що лежить в площині провідника й умова (4.20) некоректна), то як на основі такої моделі успішно пояснюється і релятивістська природа магнітного поля і багато інших фізичних явищ?

Між тим слід констатувати, що в методиці навчання фізики ця модель досить активно експлуатується. Можливо ці апорії породжені не тільки недосконалістю моделі, а в першу чергу діалектикою самого процесу пізнання. Тому вивчення фізики повинно бути таким, щоб студент бачив ці суперечності, розумів необхідність їх появи і відшукував шляхи їх подолання, використовуючи механізми критичного мислення.

Тому при вивченні цього питання слід вчити здобувачів освіти чітко формулювати задачу (яке явище аналізується, яка модель провідника з струмом розглядається). Слід також показати суперечності, що виникають при аналізі поля провідника зі струмом і взаємодії рухомого, відносно провідника, позитрона та провідника зі струмом.

### *Етап 3. Етап дидактичної рефлексії*

Викладач разом зі студентами підводить результати аналізу дослідження умови нейтральності провідника з постійним струмом.

При проходженні постійного чи квазістаціонарного струму по металевому циліндричному провіднику у власній СВ виникає СЕППС, зумовлене поверхневими зарядами.

З урахуванням пінч-ефекту поверхнева густина зарядів визначається [15, с. 322] формулою:

$$\sigma = \frac{r_0 j v}{2c^2} - \frac{j \left( \frac{\pi r_0^2 v}{c^2} - \frac{z}{\lambda} \right)}{4\pi \cdot r_0 \ln \frac{r_0}{a}}, \quad (4.24)$$

де  $r_0$  - радіус циліндричного провідника з постійним струмом;  $c$  – швидкість світла у вакуумі;  $v$  - дрейфова швидкість електронів провідності;  $j$  - густина струму;  $\lambda$  - питома електропровідність,  $a$  - деяка константа,  $z$  - координата точки провідника (вісь  $OZ$  циліндричної системи координат спрямована вздовж осі провідника).

Коли не враховується пінч-ефект і релятивістські зміни об'ємних густин заряду, то як уже відмічалось, у власній СВ провідника зі струмом об'ємний заряду ППС  $\rho = 0$ .

Пінч-ефект в класичній моделі ППС, яка обговорюється нами, зумовлює об'ємну густину заряду  $\rho = \frac{\varepsilon \cdot \vec{v} \cdot \vec{j}}{c^2} = \rho_- \frac{v^2}{c^2}$ .

З урахуванням релятивістських ефектів та за умови нейтральності (4.15) провідник зі струмом у власній системі відліку нейтральний.

Але за умови нейтральності (4.19а), запропонованої нами, у власній системі відліку провідник зі струмом слід вважати «зарядженим» з об'ємною густиною заряду (4.20).

На заключному етапі обговорення студенти мають дійти таких висновків:

1. У процесі аналізу виявлені, детально описані протиріччя та недоліки умови нейтральності ППС.

2. Запропонована умова нейтральності провідника зі струмом позбавлена цих протиріч. При використанні (4.19а) та (4.20) виявлені суперечності зникають. Але тоді ППС у власній системі відліку характеризується додатковою величиною об'ємного заряду (4.20),

$$\rho = \rho_+^0 - \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}} (\sqrt{1-\beta^2} - 1).$$

3. Вище викладені думки можуть бути плідно використані в методиці викладання електродинаміки як у вищих так і в загальноосвітніх (в умовах профільного навчання) ЗЗСО, що сприятиме не тільки більш глибокому засвоєнню знань, але й формуванню особистості з розвиненим критично-конструктивним мисленням, що уможливиловатиме її творчу життєдіяльність у сучасному суспільстві.

В якості індивідуального завдання для самостійної роботи зацікавленим студентам можна запропонувати визначити силу взаємодії двох паралельних

провідників зі струмами з урахуванням величини об'ємного заряду (4.20) провідника з постійним струмом та проектування установки для вимірювання величини об'ємного заряду (4.20):

$$\rho = \rho_+^0 - \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}} (\sqrt{1-\beta^2} - 1).$$

4. Слід додатково застерегти, що умова (4.19):

$$\rho_+^0 = -\rho_-^0$$

визначає нейтральність металевого провідника без струму.

При протіканні електричного струму густина заряду електронів провідності зростає порівняно з  $\rho_-^0$ :

$$\frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \rho_-.$$

Тому очевидно, що в такій моделі ППС, яка зображена на рис. 3.16 та на рис. 4.10, нерухомий провідник зі струмом у СВ  $K$  характеризується об'ємною густиною заряду (4.20):

$$\rho = \rho_+^0 - \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}} (\sqrt{1-\beta^2} - 1).$$

Якщо в ППС струм  $I$  зумовлений дрейфовим рухом електронів провідності зі швидкістю  $v$ , то нерухомий провідник зі струмом буде нейтральним (умова нейтральності (4.19а)) у тій системі відліку  $K^*$ , відносно якої електрони провідності й позитивно заряджені іони рухаються в протилежних напрямках з однаковими за величиною швидкостями. Швидкість руху такої СВ  $K^*$  дорівнює (задача 3.24):

$$V = \frac{c^2}{v} \left[ 1 - \sqrt{1-\beta^2} \right].$$

А швидкості електронів провідності та позитивно заряджених іонів у такій СВ  $K^*$  визначаються (3.14):

$$v^* = v_-^* = v_+^* = \frac{c^2}{v} \left[ 1 - \sqrt{1 - \beta^2} \right].$$

У будь якій іншій системі відліку ППС буде «зарядженим».

#### 4.4. Релятивістська характеристика взаємодії між двома довгими провідниками зі струмами.

У пункті 4.3. показано, що ППС характеризується:

А) стаціонарним електричним полем провідника з постійним струмом, яке породжується зарядами розподіленими по поверхні провідника;

Б) полем, яке створюється об'ємним зарядом пінч-ефекту. Експериментально підтверджено існування цих електричних полів ППС, причому поверхнева густина поверхневих зарядів, які породжують ці поля визначається (4.24).

Що ж стосується електричного поля зумовленого виключно релятивістськими ефектами в зміні густин зарядів електронів провідності та зарядів іонів кристалічної ґратки, то прямих експериментальних підтверджень цього явища поки що не існує. Але аналіз моделі ППС, яка широко використовується в методиці навчання фізики (рис. 3.16, рис. 4.10), на основі послідовного і систематичного використання методів СТВ неодмінно приводить до висновку, що у власній СВ провідник з постійним струмом характеризується об'ємною густиною заряду (4.20):

$$\rho = \rho_+^0 - \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\rho^0}{\sqrt{1 - \beta^2}} (\sqrt{1 - \beta^2} - 1),$$

де  $\rho_0 = \rho_+^0 = -\rho_-^0$  - об'ємна густина заряду електронів провідності та іонів кристалічної ґратки у власних системах відліку;  $\beta = \frac{v}{c}$ .  $v$  - дрейфова швидкість електронів провідності в ППС.



Існування об'ємних та поверхневих зарядів на ППС приводить до додаткових складових електромагнітної взаємодії між провідниками зі струмами.

Так, якщо не враховувати пінч-ефект, то стаціонарне електричне поле постійного струму (СЕППС), створюється певним чином розподіленими по поверхні циліндричного провідника зі струмом поверхневими зарядами.

Якщо радіус поперечного перерізу такого провідника  $r_0$ , то поверхнева густина заряду на поверхні провідника зі струмом дорівнює [15, с. 106]:

$$\sigma = \frac{E \cdot z}{4\pi r_0 \ln \frac{r_0}{a}},$$

де  $E$  - напруженість електричного поля в провіднику,  $E = \frac{j}{\lambda}$ ,  $\lambda$  - питома електропровідність,  $a$  - деяка константа,  $z$  - координата точки провідника (вісь  $OZ$  циліндричної системи координат спрямована вздовж осі провідника).

Тому, наприклад, урахування СЕППС в схемі на рис. 4.15 приводить до того, що між двома відрізками ППС електрична сила притягання між ними може бути більшою магнітної сили відштовхування [14, с. 172]. А результуюча сила взаємодії між паралельними ППС буде дорівнювати нулю, якщо  $\frac{F_M}{F_e} = 1$ .

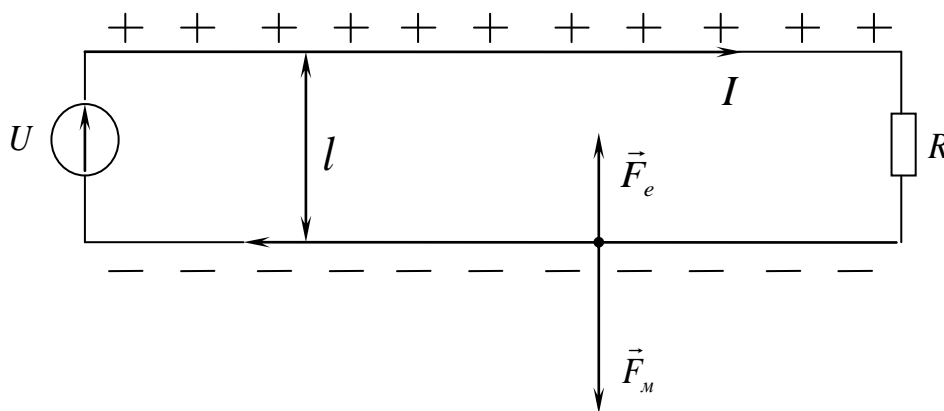


Рис. 4.15. Електромагнітна взаємодія двох паралельних провідників зі струмами

[14]

Ця умова буде виконуватися при  $R = R_0 = \frac{\ln \eta}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 360 \text{ Ом}$ , де

$\eta = \frac{l}{r}$ ,  $l$  - віддаль між проводами,  $r$  - радіус поперечного перерізу проводу,  $R$

- активний опір навантаження.

Якщо  $R < R_0$ , то  $F_m > F_e$  - провідники відштовхуються.

Якщо  $R > R_0$ , то  $F_m < F_e$  - провідники притягуються.

Таким чином, твердження, що провідники, по яких течуть струми протилежного напрямку, відштовхуються, справедливе лише тоді, коли електричною частиною взаємодії можна нехтувати, тобто при достатньо малому опорі  $R$  в схемі, що зображена на рис. 4.15.

«Крім того, вимірявши силу взаємодії між провідниками зі струмом (а сила завжди вимірюється як результуюча), ми не можемо, взагалі кажучи, визначити силу струму  $I$ . Це необхідно мати на увазі щоб уникнути непорозумінь» [14, с. 173].

Відомо (див. п.п. 4.1 та 4.2), що точне урахування релятивістських поправок, не дивлячись на їх незначну величину в реальних фізичних ситуаціях, в описі взаємодії рухомих заряджених частинок є принципово важливим і необхідним.

Так, з вимог спеціальної теорії відносності до правил перетворення компонентів сили при переході з однієї системи відліку в іншу (іншими словами з вимоги лоренцковаріантності рівнянь руху) витікає необхідність введення поняття «магнітне поле» [12] (див. також Додаток Д).

Урахування релятивістських поправок у виразі напруженості електричного та індукції магнітного полів рухомої ЗЧ спільно з принципами СТВ приводять до необхідності існування явища електромагнітної індукції [6; 12; 32; 43; 44] (див. також п. 4.1). Тому критичний і послідовний аналіз електродинамічних моделей, які традиційно використовуються в навчальній літературі, набуває важливого значення для дидактики фізики. Зокрема, у

навчальній і науково-методичній літературі [6; 12; 18; 21; 30] для ілюстрації фундаментальної властивості електромагнітного поля - відносності електричного і магнітного полів популярним є такий приклад.

Магнітна взаємодія рухомого заряду з іншими рухомими зарядами (з лінійним провідником, по якому протікає струм) представлена як чисто електрична взаємодія завдяки релятивістським змінам в електричних полях рухомих ЗЧ (див. [6; 18; 30; 36; 57]) (див. також п. 4.3 цього розділу).

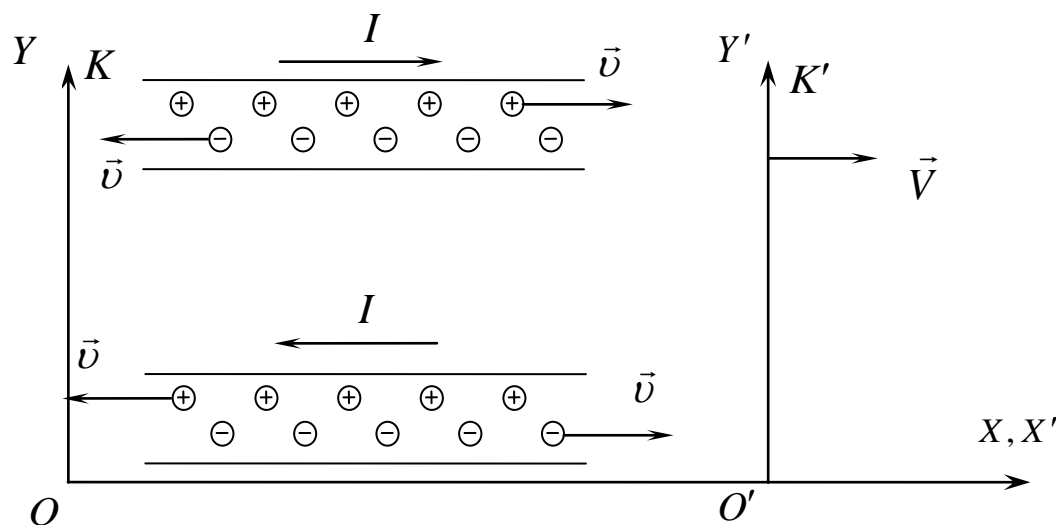


Рис. 4.16. Неприродно ідеалізовані моделі двох ППС, в яких позитивні іони і електрони мають однакові по величині, але протилежно спрямовані швидкості

Зауважимо, що в посібниках [21; 30] аналізується взаємодія рухомої ЗЧ та ППС і взаємодія між двома ППС, моделі яких неприродно ідеалізовані (рис. 4.16).

Задачі, подані в [21; 30] ініціюють спробу аналогічної інтерпретації взаємодії двох нескінченно довгих провідників зі струмами [36, с. 219], вважаючи, що ППС у власній системі відліку характеризується об'ємною густиною заряду (4.20).

Тому знайдемо силу взаємодії таких двох паралельних ППС, ураховуючи магнітну складову та електричну, зумовлену релятивістським ефектом (4.20).

Причому, очевидно, більш адекватною реальності буде модель провідника зі струмом, зображена на рис. 4.17. Тут позитивні носії заряду нерухомі (що відповідає нерухомим іонам кристалічної решітки провідника), а рухаються тільки електрони провідності з дрейфовою швидкістю  $\vec{v}$  відносно ЛСВ  $K$ .

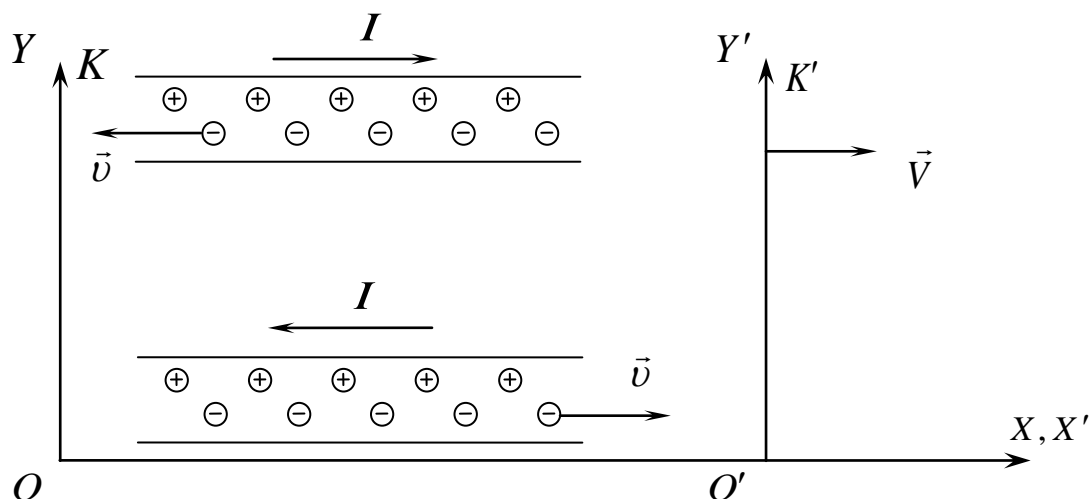


Рис. 4.17. Традиційна модель провідників із струмами. Вважається, що вони «заряджені» у власній СВ з об'ємною густиною заряду (4.20)

Припустимо, що лінійний провідник без струму нейтральний:

$$|\tau_0^+| = |\tau_0^-| = \tau_0,$$

де  $\tau_0^- = \rho_-^0 \cdot S$ ,  $\tau_0^+ = \rho_+^0 \cdot S$  - лінійні густини зарядів електронів провідності і позитивних іонів ППС у власних системах відліку відповідно;  $\rho_-^0$ ,  $\rho_+^0$  - густини зарядів електронів провідності і позитивних іонів у власних системах відліку;  $S$  - площа поперечного перерізу ППС. Це відповідає випадку, коли ланцюжок негативних носіїв заряду нерухомий щодо позитивного зарядженого ланцюжка іонів.

Знайдемо силу взаємодії двох ППС, моделі яких зображені на рис. 4.17, трьома способами. Кожен із цих способів ілюструє різні прояви електромагнітної взаємодії, різні описи ЕМ взаємодії в конкретному прикладі.

При цьому ілюструється принцип відносності, методика його використання, показується інваріантність величини сили цієї взаємодії, підтверджується вірогідність одержаного результату та відмінність його від класичної формули.

**Перший спосіб.** Для знаходження сили взаємодії двох струмів, показаних на рис. 4.17, перейдемо в систему відліку (СВ  $K'$ ) пов'язану з електронами провідності першого провідника. Тоді на нерухомі в цій СВ електрони діє сила з боку електричного поля, обумовленого неоднаковим лорентцевим скороченням ланцюжків електронів та іонів другого провідника (це буде сила відштовхування):

$$F'_{-e} = E_2 \cdot \tau_0 \Delta l' = \frac{\tau_2}{2\pi\epsilon_0 a} \cdot \tau_0 \Delta l' = \frac{\tau_0^2}{2\pi\epsilon_0 \cdot a \cdot \sqrt{1-\beta^2}} \left( \frac{1+\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \Delta l', \quad (4.25)$$

де  $\tau_2 = \tau_2^- - \tau_2^+ = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(\beta_2^-)^2}} - \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau_0(1+\beta^2)}{(1-\beta^2)} - \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$  - результуюча

лінійна густина заряду другого провідника у ВСВ електронів провідності першого провідника;  $\beta_2^- = \frac{v_-}{c} = \frac{1}{c} \cdot \frac{2v}{1+\beta^2}$ .

А на нерухомі іони першого провідника в СВ  $K$  діятиме сила притягання, рівна:

$$F_{+e} = \tau_0 \Delta l \cdot E_- = \tau_0 \Delta l \frac{\tau_0}{2\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \quad (4.26)$$

$F'_{-e}$  - сила, яка діє на **нерухомі** в СВ  $K'$  електрони першого ППС. При перерахуванні її значення до СВ  $K$ , як поперечної до швидкості руху, та

враховуючи, що  $\Delta l' = \frac{\Delta l}{\sqrt{1-\beta^2}}$  одержуємо:

$$F_{-e} = F'_{-e} \sqrt{1-\beta^2} = \frac{\tau_0^2}{2\pi\epsilon_0 \cdot a \cdot \sqrt{1-\beta^2}} \left( \frac{1+\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\Delta l}{\sqrt{1-\beta^2}} \sqrt{1-\beta^2}.$$

Отже, для сумарної сили відштовхування між двома провідниками, яка приходить на довжину  $\Delta l = 1m$  одного з них в СВ  $K$ , маємо

$$F_y = F'_{-e} \sqrt{1 - \beta^2} - F_{+e} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} \left\{ \frac{2}{\beta^2} \left( 1 - \sqrt{1 - \beta^2} \right) \right\}, \quad (4.27)$$

де сила струму тепер дорівнює  $I = \frac{\tau_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ .

Результат (4.27) може бути отриманий і за допомогою способу, запропонованого в [58].

**Другий спосіб.** Насправді, на розподіл електронів першого провідника діють наступні сили з боку електронного й іонного розподілів другого провідника: електрична  $F_{-2,-1}^e$  і магнітна сили  $F_{-2,-1}^m$  з боку ланцюжка електронів та електрична сила з боку нерухомого ланцюжка іонів  $F_{+2,-1}^e$ .

На нерухомі іони першого провідника діють сили  $F_{-2,+1}^e$  і  $F_{+2,+1}^e$  відповідно в електричних полях, що створюються рухомими електронами і нерухомими іонами другого провідника.

Тому результуюча сила взаємодії, що приходить на одиницю довжини одного з них, дорівнює:

$$\begin{aligned} F_y = F_{-2,-1}^m + F_{-2,-1}^e - F_{+2,-1}^e - F_{-2,+1}^e + F_{+2,+1}^e = & \frac{\mu_0 \tau_0 v}{2\pi a \sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \frac{\tau_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ + \frac{\tau_0}{2\pi \epsilon_0 a \sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{\tau_0}{2\pi \epsilon_0 a} \cdot \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{\tau_0}{2\pi \epsilon_0 a \sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \tau_0 + & 4.28 \\ + \frac{\tau_0}{2\pi \epsilon_0 a} \tau_0 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} \cdot \left\{ \frac{2}{\beta^2} \left( 1 - \sqrt{1 - \beta^2} \right) \right\} \end{aligned}$$

що збігається з (4.27).

**Третій спосіб.** Ще простіший спосіб знаходження сили взаємодії між «зарядженими» провідниками зі струмами полягає в обчисленні магнітної та електричної складових цієї взаємодії.

Дійсно:

$$F^m = I \cdot \Delta l \cdot B_2 = \frac{\tau_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \Delta l \cdot \frac{\mu_0 \tau_0 v}{2\pi a \sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau_0^2 \beta^2}{(1-\beta^2) 2\pi \epsilon_0 a},$$

$$F^e = \frac{\tau_0}{2\pi \epsilon_0 a} \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \tau_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \Delta l,$$

$$F_y = F^m + F^e = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} \cdot \left\{ \frac{2}{\beta^2} (1 - \sqrt{1-\beta^2}) \right\}.$$

$$F_y = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} \cdot \left\{ \frac{2}{\beta^2} (1 - \sqrt{1-\beta^2}) \right\}$$

Якщо ми розглянемо взаємодію провідників зі струмами в рамках прийнятої моделі для однаково направлених струмів (рис. 4.18), то фігурні дужки у виразах (4.27) або (4.28) для сили взаємодії, як виявляється, дорівнюють [6; 58; 61]:

$$\left\{ 2 \left( 1 + \frac{\sqrt{1-\beta^2} - 1}{\beta^2} \right) \right\}.$$

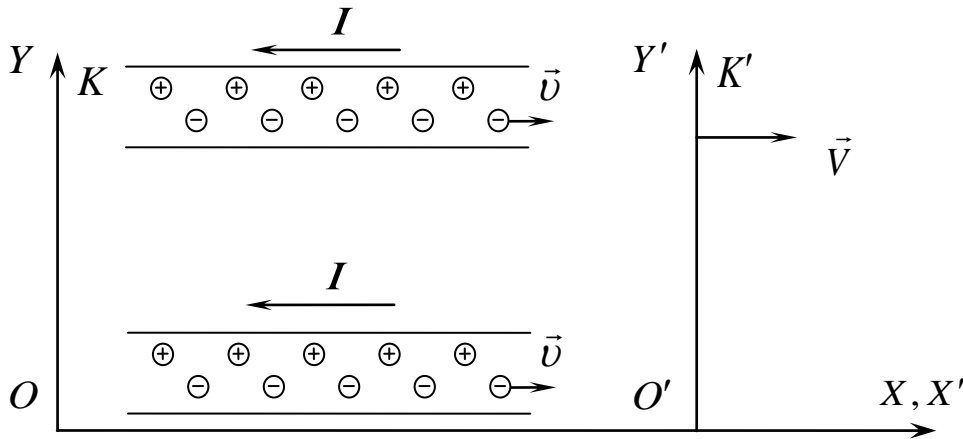


Рис. 4.18. До опису взаємодії двох ППС в моделі, в якій вони «заряджені» у ВСВ [36; 58] (однаково направлені струми)

Тобто, сила взаємодії паралельних ППС з однаково направленими струмами дорівнює:

$$F_y = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} \cdot \left\{ 2 \left( 1 + \frac{\sqrt{1-\beta^2} - 1}{\beta^2} \right) \right\}. \quad (4.29)$$

Отже, інтерпретуючи взаємодію 2-х провідників зі струмами, використання моделей яких (модель Друде-Лорентца) є традиційним у методиках викладання електромагнетизму в вищій та середній школах, на основі релятивістського підходу одержали вирази для сили взаємодії, що відрізняються від загальноприйнятих, а саме, формули (4.28) та (4.29):

Для значень поправочних коефіцієнтів

$$\left\{ \frac{2}{\beta^2} \left( 1 - \sqrt{1 - \beta^2} \right) \right\} \quad (4.30)$$

$$\left\{ 2 \left( 1 + \frac{\sqrt{1 - \beta^2} - 1}{\beta^2} \right) \right\} \quad (4.31)$$

у формулах (4.27) і (4.29) для антипаралельних і паралельних струмів, відповідно, при  $\beta \ll 1$  (що в практичній електротехніці свідомо має місце),

розкладаючи в ряд  $\sqrt{1 - \beta^2} \approx 1 - \frac{\beta^2}{2}$  з великою точністю одержуємо 1.

Графіки залежності поправочних коефіцієнтів (4.30) і (4.31) від швидкості дрейфу електронів провідності в ППС наведені в Додатку Л.

Ясно з попереднього, що поява коефіцієнтів (4.30) і (4.31) у формулах для сили (4.27) і (4.29) обумовлена урахуванням релятивістських поправок в електричній взаємодії рухомих електронів.

Цю додаткову взаємодію, яка відповідальна за множники (4.30) і (4.31), можна ще пояснити як взаємодію «заряджених» провідників зі струмами, оскільки в рамках прийнятої моделі і допущень, напруженість електричного поля провідника, по якому тече струм, дорівнює:

$$E = E_- - E_+ = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right), \quad (4.32)$$

де  $E_0 = \frac{\tau_0}{2\pi\epsilon_0 \cdot a}$ .



Це поле можна розглядати як створене негативно «зарядженим» тонким провідником з результируючою лінійною густиною заряду:

$$\tau = \tau_- - \tau_+ = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} - \tau_0.$$

Припускаємо, що вислів «заряджений провідник зі струмом» не слід розуміти буквально, але на будь-яку заряджену частинку, що знаходиться зовні такого провідника, повинна діяти сила з боку поля, напруженість якого дається виразом (4.32).

Уважаємо, що електричне поле поза провідником зі струмом обумовлене, завдяки руху ланцюжка електронів, зростанням напруженості електричного поля в  $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  раз в поперечному напрямі в порівнянні з напруженістю поля нерухомого ланцюжка електронів [12; 18; 30; 50].

І при цьому немає потреби говорити про «заряд провідника зі струмом». Адже коли розглядається взаємодія 2-х заряджених частинок в СВ, щодо якої вони рухаються в напрямі перпендикулярному лінії, що їх сполучає, сила електричної взаємодії між ними зростає в  $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  раз, але ж при цьому не стверджується, що збільшення електричної сили обумовлене збільшенням величини заряду в  $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  разів у результаті його руху.

Ураховуючи наведені вище зауваження щодо виразу «заряджений провідник із струмом», звернемо увагу на низку суперечливих одна одній точок зору щодо окресленої проблеми.

Так, відповідно загальноприйнятій точці зору - нерухомий провідник зі струмом нейтральний в ВСВ [14; 29; 50], а умова нейтральності має вигляд формули (4.15):

$$\frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}} = -\rho_+^0,$$

де  $\rho_+^0$  та  $\rho_-^0$  - об'ємні густини заряду позитивних іонів і електронів у власних СВ;  $\beta = \frac{v}{c}$ ,  $v$  - дрейфова швидкість руху електронів провідності.

На наш погляд, тривіальним є також положення й про те, що провідник без струму теж нейтральний. У низці публікацій [6; 7; 18; 32; 48; 49; 55; 64; 69] містяться сумніви в справедливості (4.15). Вище (п. 4.3) ми навели додаткові аргументи на користь уявлення про «заряд провідника зі струмом» у СВ. Запропоновано приклади успішно вирішення задач, які відповідають схарактеризованим уявленням [6; 12; 18; 32; 36].

Між тим, модель ППС, про яку мовилося вище, далека від реальної фізичної ситуації. Наприклад, залишаються абсолютно необґрунтованими (і незрозумілими) припущення про те, яким чином, і чому сили, які діють на електронну і іонну підсистему векторно додаються; чому не враховується взаємодія цих підсистем відповідно прийнятої моделі для кожного із провідників, і т. д. Можливо, що коефіцієнти (4.30) і (4.31) обумовлені якраз неадекватністю прийнятої моделі провідника зі струмом об'єктивній реальності.

Звернення до навчальних посібників [14; 17; 18; 21; 24; 30; 50] засвідчує про використання в електродинаміці моделей, подібних зображеним на рис. 4.16, рис. 4.17, рис. 4.18. З їх допомогою обґрунтовують фундаментальні властивості електромагнітного поля і багато важливих законів електромагнетизму. Ці моделі активно експлуатуються дидактикою фізики. Тому і їх аналіз слід проводити, по можливості, глибоко і послідовно, але тоді з неминучістю слід прийняти результати (4.27), (4.29), (4.32).

У той же час очевидно, що основні риси електромагнітних явищ такими моделями відтворюються досить добре. Так, доречним буде таке порівняння. Зонна одноелектронна теорія провідності добре описує багато явищ в напівпровідниках, металах, хоча очевидно, що для адекватнішого опису необхідно використовувати багаточастинковий квантово-механічний

формалізм. Тобто задача визначається не одноелектронною, а по суті багаточастинковою.

Далі, ця задача (рис. 4.16) в багатьох посібниках використовується для того, щоб продемонструвати релятивістську природу МП [21, с. 122-125], [30, с. 172-178].

Водночас у цих же посібниках використовується надзвичайно ідеалізована модель ППС (рис. 4.16), в якій позитивні і негативні носії заряду рухаються з однаковими швидкостями в протилежних напрямках.

І, можливо, що в чудових посібниках [21; 30] свідомо вибрана така модель провідника із струмом (рис. 4.16), яка через свою симетричність дозволяє уникнути розгляду питання про «заряд провідника зі струмом».

Можна показати [6, с. 296-313; 61, с. 256-265], що обговорюючи релятивістський опис взаємодії двох ППС, для сили, що діє на одиницю довжини одного зі струмів, одержуємо, як уже відзначалося, погоджений розв'язок в рамках кожної з моделей - рис. 4.16. (неприродно ідеалізована модель двох ППС) та рис. 4.17. (модель, в якій ППС «заряджений» з об'ємною густиною заряду (4.20)).

Але виходячи із принципів симетрії й відносності, слід визнати, що наш опис взаємодії двох ППС, моделі яких так широко використовуються в дидактиці електромагнетизму (рис. 4.17 та рис. 4.18), в максимальній мірі відповідає міркуванням простоти й естетики явищ природи.

## Список використаної літератури до четвертого розділу

1. Шипов Г. И. Почему надо переписывать учебники по классической электродинамике. URL: <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/1111-sh.pdf>.
2. Николаев Г. В. Современная электродинамика и причины ее парадоксальности. Томск: Твердыня, 2003. 149 с.
3. Николаев Г. В. Непротиворечивая электродинамика. Теории, эксперименты, парадоксы. Томск. Книга 1. 1997. 144 с.
4. Николаев Г. В. Тайны электромагнетизма и свободная энергия. Изд-е 2-е дополненное. Томск: Твердыня, 2002. 150 с.
5. Томилин А. К. Обобщенная электродинамика. Усть-Каменогорськ: ВКГТУ, 2009. 199 с.
6. Коновал О. А. Теоретичні та методичні основи вивчення електродинаміки на засадах теорії відносності: монографія. Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Видавничий дім, 2009. 346 с.
7. Артеха С.Н. Основания физики (критический взгляд): Электродинамика. М.: ЛЕНАНД. 2015. – 208 с.
8. Тестов В. А. Фундаментальность образования: современные подходы. *Педагогика: научно-теоретический журнал*. 2006. №4. С. 3-9.
9. Гончаренко С. У. Принцип фундаменталізації освіти. *Наукові записки. Серія «Педагогічні науки»*. Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В. Винниченка, 2004. Вип. 55. С. 3-8.
10. Семеріков С.О. Теоретико-методичні основи фундаменталізації навчання інформатичних дисциплін у вищих навчальних закладах: дис. д-ра пед. наук: 13.00.02 / НПУ ім. М.П. Драгоманова. Київ, 2009. 522 с.
11. Эйнштейн А. Собрание научных трудов: в 4 т. Т. 4. Москва: Наука, 1967. 600 с.
12. Коновал О. А. Теоретичні і методичні засади вивчення електродинаміки як релятивістської теорії у вищих педагогічних навчальних закладах: дис. д-ра пед. наук: 13.00.02. НПУ ім. М.П. Драгоманова. Київ, 2010. 488 с.
13. Пеннер Д. И., Угаров В. А. Электродинамика и теория относительности. Москва: Просвещение, 1980. 271 с.
14. Иродов И. Е. Электромагнетизм. Основные законы. Изд. 4-е, испр. Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. 320 с.
15. Терлецкий Я. П., Рыбаков Ю. П. Электродинамика: учеб. пособие для студ. физ. спец. ун-тов. Москва: Высшая шк., 1990. 352 с.
16. Кучерук І. М., Горбачук І. Т, Луцик П. П. Загальний курс фізики: у

3 т.: навч. посіб. для студ. вищ. тех. і пед. закл. освіти / за ред. І. М. Кучерука. Т. 2: Електрика і магнетизм. Київ: Техніка, 2001. 452 с.

17. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм. Москва: Высшая школа, 1983. 463 с.

18. Коновал О. А. Основы электродинамики: навч. посіб. для студ. вищ. пед. навч. закл / Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. 347 с.

19. Сивухин Д. В. Общий курс физики: в 5 т. Т. 3: Электричество. Москва: Наука, 1977. 688 с.

20. Желеховський А. В. Курс фізики. Вип. 3: Електрика. Харків; Київ: Держ. наук.-техн. вид-во України ; ОНТИ-НКТП, 1934. 340 с.

21. Савельев И. В. Курс общей физики: в 3 т. Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. Москва: Наука, 1978. 480 с.

22. Калашников С. Г. Электричество. Москва: Наука, 1977. 592 с.

23. Федорченко А. М. Теоретична фізика: підручник: у 2 т. Т. 1: Класична механіка і електродинаміка. Київ: Вища шк., 1992. 535 с.

24. Тамм И. Е. Основы теории электричества. Москва: Наука, 1966. 624 с.

25. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики. Т. 2: Электричество и магнетизм. Москва: Наука, 1972. 368 с.

26. Левич В. Г. Курс теоретической физики: в 2 т. Т. 1. Москва: Наука, 1969. 912 с.

27. Мултановский В. В., Василевский А. С. Курс теоретической физики. Москва: Просвещение, 1990. 272 с.

28. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике: в 9 т. Т. 6: Электродинамика. Москва: Мир, 1966. 343 с.

29. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике: в 9 т. Т. 5: Электричество и магнетизм. – Москва: Мир, 1966. 290 с.

30. Парселл Э. Электричество и магнетизм: учебное руководство: пер. с англ. / под ред. А. И. Шальникова, А. О. Вайсенберга. 3-е изд., испр. Москва: Наука, 1983. 416 с.

31. Менумеров Р. М. К вопросу о взаимодействии элементов электрического тока. *Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики*: зб. наук. пр. Кривий Ріг: Вид. від. НМетАУ, 2006. Вип. 6: у 3 т. Т. 2: Теорія та методика навчання фізики. С. 263-267.

32. Коновал О.А. Електродинаміка і теорія відносності: навчальний посібник для студентів фізичних спеціальностей педагогічних університетів / Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: КДПУ, 2011. 133 с.

33. Савельев И. В. Основы теоретической физики: в 2 т. Т. 1: Механика и электродинамика. Москва: Наука, 1975. 416 с.
34. Эйнштейн А. Собрание научных трудов: в 4 т. Т. 1. Москва: Наука, 1965. 700 с.
35. Каменецкий С. Е., Пустыльник И. Г. Электродинамика в курсе физики средней школы: пособ. для уч. Москва: Просвещение, 1978. 127 с.
36. Коновал О. А. Відносність електричного і магнітного полів : монографічний навч. посіб. для студ. вищих навч. закладів / Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. 248 с.
37. Дідович М. М., Мощенко С. М. Систематизація знань учнів при формуванні поняття електромагнітного поля. *Дидактичні проблеми фізичної освіти в Україні*: матеріали наук.-практ. конф. Чернігів: ЧДПУ ім. Т. Г. Шевченка, 1998. С. 53-57.
38. Глазунов А. Т., Нурминский И. И., Пинский А. А. Методика преподавания физики в средней школе: Электродинамика нестационарных явлений. Квантовая физика: пособ. для учителя. Москва: Просвещение, 1989. 272 с.
39. Вознюк С. Ю., Кульчицкий В. І. Формування поняття «електромагнітне поле» на основі фундаментальних фізичних понять. *Фізика та астрономія в школі*. 1999. № 4. С. 43-47.
40. Акименко М., Дідович М. Методика вивчення явища електромагнітної індукції. *Фізика та астрономія в школі*. 2001. № 1. С. 23-26.
41. Дідович М. М., Дідович М. Формування поняття вихрового електричного поля. *Фізика та астрономія в школі*. 2005. № 4. С. 30-32.
42. Физическая энциклопедия: в 5 т. / под ред. А. М. Прохорова. Т. 5. Москва: Советская энциклопедия, 1998. 691 с.
43. Коновал О. А. Непотенціальність електричного поля рухомої зарядженої частинки і закон електромагнітної індукції. *Вісник Чернігівського державного педагогічного університету ім. Т. Г. Шевченка*. Серія «Педагогічні науки»: зб. наук. пр.: у 2 т. Чернігів: ЧДПУ, 2002. Вип. 13. Т. 2. С. 192-195.
44. Коновал О. А. Принцип відносності і закон електромагнітної індукції. *Вісник Чернігівського державного педагогічного університету ім. Т. Г. Шевченка*. Серія «Педагогічні науки»: зб. наук. пр. Чернігів: ЧДПУ, 2004. Вип. 23. С. 171-177.
45. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Москва: Наука, 1957. 532 с.
46. Пановский В., Филипс М. Классическая электродинамика. Москва: ГИФМЛ, 1963. 432 с.
47. Рязанов Г. А. Опыты и моделирование при изучении

електромагнітного поля. Москва: Наука, 1966. 208 с.

48. Мартинсон М. Л., Недоспасов А. В. О плотности заряда внутри проводника с током. *Успехи физических наук*. 1993. Т. 163. № 1. С. 91-92.

49. Николаев Г. В. Парадокс Фейнмана и асимметрия лабораторной и движущейся систем отсчета. *Статья деп. в ВИНТИ*, рег. №1937-75. Москва, 1975. 20 с.

50. Угаров В. А. Специальная теория относительности. Москва: Наука, 1977. 384 с.

51. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. Москва: ФМЛ, 1961. 563 с.

52. Фок В. А. Теория Эйнштейна и физическая относительность. Москва: Знание, 1967. 50 с.

53. Беккер Р. Электронная теория. Ленинград: ОНТИ, 1936. 416 с.

54. Коновал О. А. Електричне поле провідника зі струмом. *Дидактика дисциплін фізико-математичної та технологічної освітніх галузей: збірник наук. пр. Кам'янець-Подільського держ. пед. ун-ту. Серія педагогічна. Кам'янець-Подільський: К-ПДПУ, інф.-вид. від., 2002. Вип. 8. С. 265-275.*

55. Коновал А. А., Панов В. П. Заряжен ли проводник, по которому протекает ток?. *Статья деп. в ВИНТИ*, № 4318-80. Москва, 1980. 12 с.

56. Коновал А. А. Релятивистская интерпретация взаимодействия двух длинных токов. *Статья деп. в УкрНИИНТИ*, рег. № 4, Ук-Д84. 12 с.

57. Коновал А. А., Самойленко П. И., Сергеев А. В. Дидактическое значение адекватных электродинамических моделей. *Среднее профессиональное образование: прил. к ежемесячному теоретическому и научн.-метод. журн. «СПО»*. 2002. № 4. С. 136-145.

58. Коновал А. А. Релятивистски инвариантное описание взаимодействия 2-х токов. *Статья деп. в УкрНИИНТИ*, рег. № 1260 Ук-84 от 17.04.84.

59. Буряк В. К. Теория и практика самостоятельной учебной работы школьников (на материалах естественнонаучных дисциплин): дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.01 / Криворожский государственный педагогический институт. Кривой Рог, 1984. 593 с.

60. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник. Київ: Либідь, 1997. 376 с.

61. Коновал О. А. Основи спеціальної теорії відносності: навч.-метод. посібник для студентів фізичних спеціальностей педагогічних університетів / Криворізький державний педагогічний університет. Кривий Ріг: Видавець Роман Козлов, 2014. 271 с.

62. Соломенко А. О. Дидактичні прийоми в методиці розвитку критичного мислення майбутніх учителів під час вивчення теоретичної фізики.

*Актуальні проблеми природничо-математичної освіти в середній та вищій школі.* Херсон. 2018. С. 117-118.

63. Релятивістські кінематичні ефекти: методичні рекомендації до самостійної роботи студентів фізико-математичних факультетів та вчителів фізики / укл. А. О. Соломенко, О. А. Коновал, Н. С. Шолохова. Кривий Ріг-Херсон. 2016. 41 с.

64. Соломенко А. О. Суперечності теоретичної фізики як один із засобів розвитку критичного мислення студентів. *Актуальні проблеми природничо-математичної освіти в середній і вищій школі: матеріали Міжнародної науково-практичної конференції.* Херсон. 2016. С. 113-115.

65. Николаев Г. В. Токи смещения и радиальное магнитное поле движущегося заряда. Стаття депонирована в ВИНТИ, рег. № 3487-78. Москва, 1978. 30 с.

66. Пинский А. А. Релятивистские идеи в преподавании физики: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / НИИ содержания и методов обучения АПН СССР. Москва, 1974. 349 с.

67. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля Москва: Наука, 1973. 504 с.

68. Медведев Б. В. Начала теоретической физики. Москва: Наука, 1977. 496 с.

69. Соломенко А.О., Коновал О.А., Слюсаренко М.А., Туркот Т.І. Критично-конструктивний підхід до вивчення спеціальної теорії відносності в профільних класах закладів загальної середньої освіти: навч.-метод. посіб. / за ред. О.А. Коновала. Кривий Ріг. КДПУ, 2018. 171 с.



## ДОДАТКИ

*Ключем до будь-якої  
науки є знак запитання*  
О. де Бальзак

### Матеріали для творчих роздумів

Посилання на літературу в ДОДАТКАХ беремо зі СПИСКУ  
ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ДО РОЗДІЛУ 2

#### Додаток А

#### Традиційний метод обґрунтування перетворень Лорентца

Традиційний метод ґрунтується на поєднанні властивостей однорідності простору і часу та постулатів Ейнштейна. В основі цього методу обґрунтування ПЛ лежать 4 положення [37, с. 53]

- а) однорідність простору і часу. Це означає, що вид перетворень не повинен залежати від вибору початку відліку просторових координат або часу;
- б) ізотропія простору, тобто рівноправність усіх напрямів в просторі;
- в) принцип відносності, тобто повна рівноправність усіх систем відліку;
- г) постулат сталості швидкості світла.

Оскільки координати події  $x, y, z, t$  та  $x', y', z', t'$  описують одну і ту ж подію, яка існує в реальності незалежно від наявності чи відсутності систем відліку  $K$  і  $K'$ , очевидно повинні бути наступні однозначні математичні залежності:

$$\begin{aligned} x' &= \varphi_1(x, y, z, t), & y' &= \varphi_2(x, y, z, t), \\ z' &= \varphi_3(x, y, z, t), & t' &= \psi(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (A.1)$$

Дійсно, знайдемо нескінченно малу зміну  $dx'$ :

$$dx' = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} dz + \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} dt. \quad (A.2)$$

Але внаслідок однорідності простору і часу співвідношення (A.2) повинно бути однаковим для всіх подій. Тобто величини  $\frac{\partial \varphi_1}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \varphi_1}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial \varphi_1}{\partial z}$ ,  $\frac{\partial \varphi_1}{\partial t}$

не повинні залежати від просторових координат і часу, а отже ці величини є постійними.

Іншими словами, функція  $x' = \varphi_1(x, y, z, t)$  має вигляд:

$$x' = \varphi_1(x, y, z, t) = A_1 x + A_2 y + A_3 z + A_4 t + A_5.$$

Тобто, функція  $x' = \varphi_1(x, y, z, t)$  є лінійною функцією своїх аргументів  $x, y, z, t$ .

Аналогічно можна впевнитися, що й інші шукані нами функції (функції перетворення просторових і часової координат довільної події при переході від СВ  $K'$  до СВ  $K$ )  $y' = \varphi_2(x, y, z, t)$ ,  $z' = \varphi_3(x, y, z, t)$ ,  $t' = \psi(x, y, z, t)$  є лінійними функціями  $x, y, z, t$ .

Далі, оскільки в початковий момент часу ( $t = t' = 0$ ) початки координат СВ  $K$   $x = y = z = 0$  й СВ  $K'$   $x' = y' = z' = 0$  співпадають, то перетворення (А.1) для  $y'$  і  $z'$  повинні мати вигляд:

$$\begin{aligned} y' &= a_1x + a_2y + a_3z + a_4t \\ z' &= b_1x + b_2y + b_3z + b_4t \end{aligned} \quad (\text{А.3})$$

Згідно зі стандартним розташуванням систем відліку  $K$  і  $K'$  (рис. 2.1), вісь  $Y'$  паралельна осі  $Y$ , вісь  $Z'$  паралельна осі  $Z$ .

І оскільки осі  $OX$  і  $O'X'$  співпадають, то, із умови  $y = 0$ , одержуємо  $y' = 0$ , а із  $z = 0$  - рівність  $z' = 0$ , і тоді із (А.3) маємо:

$$\begin{aligned} 0 &= a_1x + a_3z + a_4t \\ 0 &= b_1x + b_2y + b_4t \end{aligned} \quad (\text{А.4})$$

при будь яких значеннях  $x, y, z, t$ .

Але останнє можливе тоді і тільки тоді, коли  $a_1 = a_3 = a_4 = 0$   
 $b_1 = b_2 = b_4 = 0$ .

Більше того, враховуючи, що із-за рівноправності осей  $OZ$  та  $OY$  відносно напрямку руху СВ  $K'$ , коефіцієнти в перетвореннях (А.3) повинні бути однаковими:  $a_2 = b_3 = a$ .

Узагальнюючи попереднє можна сказати, що із однорідності простору і часу випливає, що шукані ПЛ для  $y'$  та  $z'$  повинні мати вигляд:

$$y' = ay, \quad z' = az. \quad (\text{А.5})$$

Коефіцієнти  $a$  в формулах (А.5) показують у скільки разів довжина деякого стрижня (що орієнтований вздовж осі  $OY$  або вісі  $OZ$ , відповідно) у СВ  $K'$  більше, ніж у СВ  $K$ .

Якщо ж (А.5) переписати у вигляді

$$y = \frac{1}{a} y', \quad z = \frac{1}{a} z', \quad (\text{А.6})$$

то величина  $\frac{1}{a}$  показує у скільки разів довжина деякого стрижня (що орієнтований вздовж осі  $O'Y'$  або вісі  $O'Z'$ , відповідно) у СВ  $K$  більше, ніж у СВ  $K'$ .

Згідно ж із принципом відносності наші системи відліку  $K$  і  $K'$  (рис. 2.1) абсолютно рівноправні, і тому при переході від однієї СВ до іншої довжина стрижня, що розташований перпендикулярно напрямку відносного руху систем відліку, повинна змінюватися точно таким же чином (у таку ж кількість разів), як при зворотному переході.

Тому у формулах (А.5) та (А.6) ми повинні мати  $\frac{1}{a} = a$ .

Тобто  $a = \pm 1$ . І оскільки додатні напрями осей  $OY$ ,  $O'Y'$  та осей  $OZ$ ,  $O'Z'$  збігаються, то слід вибрати для коефіцієнта  $a$  значення  $a = +1$ .

Таким чином, для поперечних просторових координат довільної події маємо:

$$y' = y, \quad z' = z. \quad (\text{A.7})$$

Оскільки координата  $y'$  та  $z'$  перетворюються окремо від  $x$  та  $t$ , то змінні  $x$  та  $t$  будуть зв'язані лінійними перетвореннями тільки самі з собою.

Тобто,  $x' = f(x, t)$  і навпаки  $x = f'(x', t')$ . Знаходження явного виду функцій  $f(x, t)$  та  $f'(x', t')$  подано п.1.2. посібника [25, с. 18-21].

Таким чином, для обґрунтування перетворень Лорентца може бути плідно використаний традиційний метод [25; 37].

## Додаток Б Методика побудови діаграм Мінковського [25].

Основним поняттям геометричної інтерпретації СТВ є поняття події, яка характеризується 4 числами  $x, y, z, t$  – місцем настання та часом настання події. Г. Мінковський стверджував, що «Предметом нашого сприйняття завжди є тільки місце та час взяті разом. Ніхто ще не спостерігав будь-якого місця інакше, ніж в деякий момент часу і будь-який час інакше, ніж в деякому місці» [42, с. 168].

Оскільки подія характеризується координатами  $x, y, z, t$ , то вся сукупність координат фізичних подій в довільній системі відліку утворює 4 - вимірний багатовид, причому зв'язок між координатами багатовидів у двох систем відліку визначається перетвореннями Лорентца.

Як відомо, довільний багатовид можна перетворити у відповідний простір тільки тоді, коли в цьому багатовиді визначити геометричні властивості: «віддаль» між двома нескінченно близькими точками цього багатовиду, кути між прямими, площинами, тощо. Тобто, щоб єдиний просторово-часовий багатовид перетворити у відповідний простір необхідно ввести метрику в цьому багатовиді.

Як же встановити чи визначити метрику в 4-вимірному багатовиді СТВ? Ця метрика повинна бути детермінованою теоретичними узагальненнями сукупності експериментальних фактів. Але ця сукупність експериментальних фактів привела до формулювання принципів СТВ, а останні, як можна впевнитися в [25, с. 26] дають:

$$\Delta S^2 = c^2 \Delta \tau^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2, \quad (\text{Б.1})$$

де  $\Delta S^2$  (квадрат «віддалі») між двома близькими подіями;  $\Delta \tau$  - проміжок часу між цими двома подіями у власній системі відліку;  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  - просторові віддалі між двома подіями в СВ  $K$ , відповідно по осях  $OX, OY, OZ$ ;  $\Delta x', \Delta y', \Delta z'$  - просторові віддалі між цими ж двома подіями в СВ  $K'$ , відповідно по осях  $O'X', O'Y', O'Z'$ ;  $\Delta t, \Delta t'$  - проміжки часу між цими двома подіями з точок зору СВ  $K$  та СВ  $K'$  відповідно;  $c$  - швидкість світла у вакуумі.

Величина  $\Delta S^2$  має одне й те саме значення у всіх ІСВ, тобто є інваріантом.

Отже, із постулатів теорії відносності випливає, що квадрат «віддалі» між двома близькими подіями визначається квадратом інтервалу між цими двома подіями та є інваріантною величиною.

Таким чином, можна стверджувати, що постулати СТВ дозволяють визначити квадрат віддалі між двома близькими подіями  $\Delta S^2$ . Значення  $\Delta S^2$  не залежить від вибору СВ і тому квадрат інтервалу можна використати для введення метрики в 4-вимірному багатовиді, і таким чином перетворити 4-вимірний багатовид у простір-час Мінковського. Точками цього 4-вимірного простору-часу є сукупність всіх подій в тій чи іншій СВ.

Тобто 3-вимірний простір і одновимірний час об'єднуються в єдиний псевдоевклідовий простір-час Мінковського. В основі об'єднання простору і часу лежить вираз для  $\Delta S^2$ . Інваріантність квадрату інтервалу приводить до нових поглядів і уявлень на природу просторово-часових відношень. Хоча і зараз видно із формули (Б.1), що як просторова віддаль, так і часова «віддаль» між подіями змінюються при переході від однієї системи відліку до іншої (носять відносний характер), а квадрат інтервалу  $\Delta S^2$  залишається незмінним.

Таким чином, просторові відрізки та часові проміжки втрачають свій незалежний (як це було в класичній механіці) один від одного характер і **стають відносними проявами більш глибокої сутності. Вона не має наочної інтерпретації, наочних образів, але строго і точно описується з допомогою поняття інтервалу – це простір-час Мінковського.**

Можна вважати, що (Б.1) є результатом узагальнення емпіричних фактів. **Тобто, вираз для  $\Delta S^2$  не впливає насправді із якихось більш загальних принципів. Він сам виражає фундаментальний принцип сучасної фізики: простір-час єдиний.**

**Суть і головний зміст СТВ якраз полягає в єдності простору і часу, геометрія якого псевдоевклідова. Всі фізичні процеси протікають в 4-вимірному просторі-часі.**

Для того, щоб дати геометричну інтерпретацію перетворенням Лорентца, та кінематичним наслідкам їх, треба в 4-вимірному часо-просторі Мінковського зобразити СВ  $K$  та СВ  $K'$  і на осях координат відкласти одиничні відрізки. Оскільки, згідно з перетвореннями Лорентца, «ігрекові» та «зеті» координати події незмінні, то ми на двовимірній евклідовій площині зображаємо просторову і часову осі СВ  $K$ . Причому на часовій осі будемо відмічати не просто час настання події, а величину  $ct$ . Нехай, як завжди при розгляді відносного руху систем відліку, в початковий момент часу  $t = t' = 0$  початки координат СВ  $K$  та СВ  $K'$  співпадають.

Система  $K'$  відносно системи  $K$  рухається зі швидкістю  $V$ . Тому графік закону руху початку координат СВ  $K'$  (точка  $O'$ ) в СВ  $K$  буде мати вигляд прямої:

$$x = V \cdot t = \frac{V \cdot t \cdot c}{c} = B \cdot ct, \quad (\text{Б.2})$$

яка утворює кут  $\theta$  з часовою віссю СВ  $K$  (рис. Б.1):

$$\frac{x}{c \cdot t} = B = \operatorname{tg} \theta.$$

Це означає, що тіло, яке рухається з постійною швидкістю  $V$  відносно системи  $K$  на діаграмі зображується прямою лінією, яка утворює з часовою віссю системи  $K$  кут  $\theta$ . Така лінія (закон руху) на діаграмі Мінковського називається світовою лінією тіла (матеріальної точки).

«Матеріальна частинка, яку розуміють як сукупність подій, є системою, в якій лінійна протяжність має часовий характер» (А.С. Едінгтон). Це означає, що світова лінія, яка зображає матеріальну частинку всюди часоподібна. Будь-яка пара подій, які розділені часоподібним інтервалом, можуть фізично відповідати двом різним моментам «життя» однієї і тієї ж частинки. І можуть знаходитися на осі часу деякої СВ.

Оскільки для кожної точки світової лінії початку координат СВ  $K'$   $x' = 0$ , то це часова вісь системи  $K'$ .

Визначимо як орієнтована просторова вісь системи  $K'$  на діаграмі Мінковського. Для цього використаємо перетворення Лорентца:

$$c \cdot t' = \frac{c \cdot t - \frac{V \cdot x \cdot c}{c^2}}{\sqrt{1 - B^2}} = 0. \quad (\text{Б.3})$$

(Тут  $ct' = 0$  тому, що в кожній точці просторової осі  $x'$  час  $t' = 0$ ).

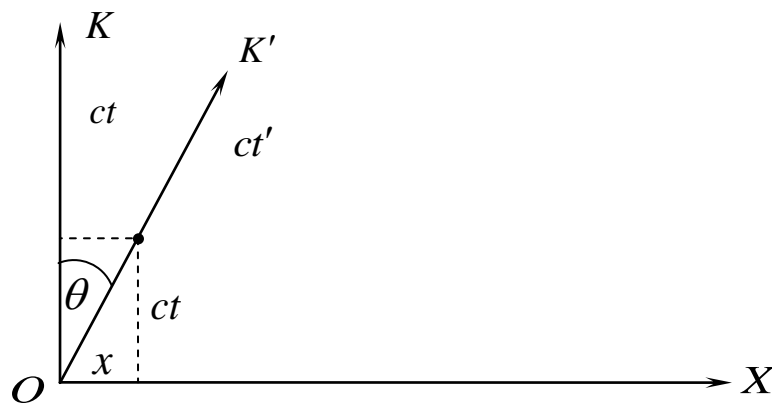


Рис. Б.1. Орієнтація часової осі СВ  $K'$  відносно СВ  $K$ .

Дійсно, що показують годинники СВ  $K'$ , що знаходяться на просторовій вісі  $O'X'$ ? Всі вони показують  $t' = 0$ .

Тому із (Б.3) маємо:

$$c \cdot t = \frac{V \cdot x}{c}. \quad (\text{Б.4})$$

Тепер ми знаходимо рівняння та графік просторової осі СВ  $K'$  відносно системи  $K$  на діаграмі Мінковського:

$$\frac{c \cdot t}{x} = \operatorname{tg} \theta = B. \quad (\text{Б.5})$$

Тобто, просторова вісь СВ  $K'$  утворює з віссю  $OX$  СВ  $K$  кут  $\theta = \operatorname{arctg} \frac{V}{c}$  (рис. Б.2.).

За допомогою (Б.5) знаходимо світову траєкторії кванта світла у вакуумі. Оскільки для кванта світла  $V = c$ , то світова траєкторія його утворює з віссю  $OX$  кут  $\theta = 45^\circ$ .

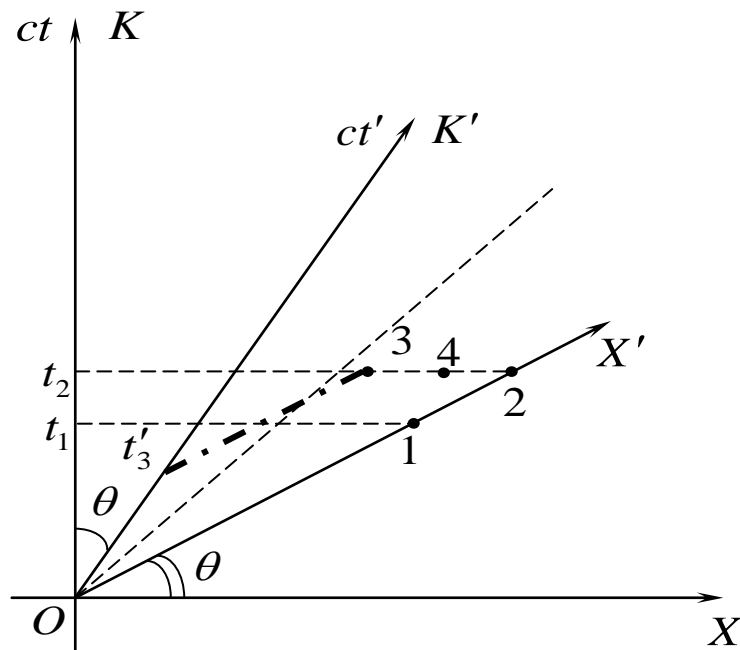


Рис. Б.2. Зображення на діаграмі Мінковського просторових та часових осей СВ  $K$  та СВ  $K'$

На діаграмі Мінковського особливо очевидна відносність одночасовості. Дійсно, нехай в точках 1 і 2 відбулися дві події, які з точки зору СВ  $K'$  відбулися одночасово,  $t'_1 = t'_2$ .

Але з точки зору СВ  $K$  ці події відбулися неодноразово:  $t_1 \neq t_2$ , що очевидно з діаграми, зображеної на рис Б.2.

**Додаток В**  
**Метод доведення релятивістських формул додавання швидкостей та перетворень Лорентца за Малініним О.М.**

Розглянемо ще один спосіб виведення релятивістських формул додавання швидкостей (РФДШ) як для поперечних, так і для повздовжніх компонентів швидкості частинки та перетворень Лорентца [31].

Нехай  $\vec{v}, \vec{v}'$  - швидкості частинки відповідно в СВ  $K$  та СВ  $K'$ , причому  $\vec{v}, \vec{v}' \uparrow \uparrow \vec{V}$ , де  $\vec{V}$  - відносна швидкість СВ  $K, K'$ . Тому  $v_x \equiv v, v'_x \equiv v'$ .

Введемо в СВ  $K$  й у СВ  $K'$  величини  $u, u'$  згідно з означенням:

$$u = \frac{c^2}{v}, u' = \frac{c^2}{v'}, \quad (\text{В.1})$$

де  $c^2 = in v$  - квадрат величини інваріантної швидкості  $c$  (вводимо згідно з другим постулатом СТВ).

З визначення (В.1) маємо:

- а) величини  $u, u'$  мають розмірність швидкості,
- б) вони входять у вираз (В.1) симетрично величинам  $v, v'$ :

$$uv = c^2, u'v' = c^2 \quad (\text{В.2})$$

- в) якщо  $v, v' < c$ , то і  $u, u' < c$ .

Наша задача полягає в тому, щоб знайти зв'язок величин  $v$  та  $v'$ , і  $u$  та  $u'$  при заданій величині відносної швидкості  $\vec{V}$  СВ  $K$  та  $K'$  ( $\vec{V} \parallel Ox, O'x'$ ).

Шукані відношення мають задовольняти наступну умову:

$$uv = u'v' = c^2 \quad (\text{В.3})$$

Очевидно, що у зв'язку з рівноправним входженням величин  $u$  та  $v$ , і, відповідно  $u'$  і  $v'$  у співвідношення (В.3), закон зв'язку величин  $v$  та  $v'$  за формою повинен співпадати за законом зв'язку величин  $u$  та  $u'$ .

Припустимо, що шукані співвідношення мають такий вигляд:

$$v = k(v' + V), u = n(u' + V), \quad (\text{В.4})$$

де  $k = k(V, v', c), n = n(V, u', c)$  - невідомі поки що функції, які повинні мати такий вигляд, щоб виконувалась умова (В.3).

Після підстановки виразів (В.4) в перше співвідношення (В.2) маємо:

$$kn(u'v' + Vu' + Vv' + V^2) = c \quad (\text{В.5})$$

Враховуючи друге із співвідношень (В.2), маємо:



$$kn = \frac{1}{1 + \frac{V}{c^2}(u' + v' + V)} \quad (\text{B.6})$$

Оскільки, згідно (B.2):  $\frac{V^2}{c^2} = \frac{V^2}{c^4} u' v'$ , то

$$1 + \frac{V}{c^2}(u' + v' + V) = \left(1 + \frac{Vv'}{c^2}\right) \left(1 + \frac{Vu'}{c^2}\right) \quad (\text{B.7})$$

Таким чином:

$$kn = 1 / \left(1 + \frac{Vv'}{c^2}\right) \left(1 + \frac{Vu'}{c^2}\right) \quad (\text{B.8})$$

Звідси випливає:

$$k = 1 / \left(1 + \frac{Vv'}{c^2}\right), \quad n = 1 / \left(1 + \frac{Vu'}{c^2}\right) \quad (\text{B.9})$$

Отже:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{V}{c^2} v'} \quad (\text{B.10})$$

$$u = \frac{u' + V}{1 + \frac{V}{c^2} u'} \quad (\text{B.11})$$

Відтак, співвідношення (B.10) якраз і є релятивістською формулою перетворення швидкості (у випадку, коли  $\vec{v}, \vec{v}' \parallel \vec{V}$ ).

Далі для обґрунтування РФДШ для поперечних складових швидкості тіла необхідно скористатися п. 2.4.2.

**Додаток Г**  
**Формули перетворення проекцій сили при переході від однієї СВ**  
**до іншої.**

Виходячи із вимоги коваріантності рівняння руху при переході від СВ  $K'$  до СВ  $K$ , знайдемо формули згідно яких перетворюються компоненти сили при такому переході [19, с. 318].

Для цього, згідно з означенням, запишемо спочатку компоненти сил в СВ  $K$  та СВ  $K'$ :

$$\begin{aligned} dp_x/dt &= F_x, \quad dp_y/dt = F_y, \quad dp_z/dt = F_z \\ dp'_x/dt' &= F'_x, \quad dp'_y/dt' = F'_y, \quad dp'_z/dt' = F'_z \end{aligned}$$

Використовуючи далі перетворення Лорентца та формули перетворення компонентів імпульсу:

$$p_x = \frac{p'_x + (E'/c^2) \cdot V}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad p_y = p'_y, \quad p_z = p'_z,$$

знаходимо:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{dp_x}{dt} = \frac{dp_x}{dt'} \frac{dt'}{dt} = \frac{d}{dt'} \left[ \frac{p'_x + (E'/c^2)V}{\sqrt{1 - B^2}} \right] \frac{dt'}{dt} = \\ &= F'_x + \frac{Vv'_y/c^2}{1 + Vv'_x/c^2} F'_y + \frac{Vv'_z/c^2}{1 + Vv'_x/c^2} F'_z = \end{aligned} \quad (\text{Г.1})$$

$$= \frac{1}{1 + Vv'_x/c^2} \left\{ F'_x + \frac{V}{c^2} (\vec{F}' \cdot \vec{v}') \right\}$$

$$F_y = \frac{dp_y}{dt} = \frac{dp'_y}{dt'} \frac{dt'}{dt} = \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 + Vv'_x/c^2} F'_y \quad (\text{Г.2})$$

$$F_z = \frac{dp_z}{dt} = \frac{dp'_z}{dt'} \frac{dt'}{dt} = \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 + Vv'_x/c^2} F'_z, \quad (\text{Г.3})$$

де  $E'$  - повна енергія тіла в СВ  $K'$ ,  $\vec{v}'(v'_x, v'_y, v'_z)$  - швидкість тіла в СВ  $K'$ ,  $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$  - швидкість цього ж тіла в СВ  $K$ .

Враховано також, що  $\frac{dE'}{dt'} = \frac{dT'}{dt'} = \vec{F}' \cdot \vec{v}'$ .

У принципі формулами (Г.1), (Г.2) та (Г.3) питання вирішується.

Але інколи важливо мати перетворення будь-якого компонента сили із СВ  $K'$  до СВ  $K$ , в якій компоненти сили в СВ  $K$  були б виражені через швидкість  $v_x$  тіла, а не через швидкість цього тіла  $v'_x$  СВ  $K'$ , як це відображено в (Г.1), (Г.2) та (Г.3).

За допомогою релятивістських формул додавання швидкостей

$$v_y = \frac{v'_y \sqrt{1-B^2}}{1+Vv'_x/c^2}, v_z = \frac{v'_z \sqrt{1-B^2}}{1+Vv'_x/c^2}.$$

формула (Г.1) набуває вигляду:

$$F_x = F'_x + \frac{Vv_y/c^2}{\sqrt{1-B^2}} F'_y + \frac{Vv_z/c^2}{\sqrt{1-B^2}} F'_z. \quad (\text{Г.4})$$

Використовуючи прямі та обернені перетворення для ігрекової проекції швидкості

$$v_y = \frac{v'_y \sqrt{1-B^2}}{1+Vv'_x/c^2}, v'_y = \frac{v_y \sqrt{1-B^2}}{1-Vv_x/c^2},$$

перемножимо почлено ліві і праві частини цих рівностей і одержимо:

$$\left(1 + \frac{Vv'_x}{c^2}\right) \left(1 - \frac{Vv_x}{c^2}\right) = 1 - B^2.$$

Тоді з урахуванням останньої формули наші формули (Г.2) та (Г.3) набувають вигляду:

$$F_y = \frac{1-Vv_x/c^2}{\sqrt{1-B^2}} F'_y. \quad (\text{Г.5})$$

$$F_z = \frac{1-Vv_x/c^2}{\sqrt{1-B^2}} F'_z. \quad (\text{Г.6})$$

Відтак, при переході від СВ  $K'$  до СВ  $K$ , коли відома швидкість  $v'_x$  взаємодіючих тіл відносно СВ  $K'$ , формули перетворення поперечних складових сил визначаються (Г.2) та (Г.3). А якщо відома  $x$ -складова швидкості руху взаємодіючих тіл  $v_x$  у СВ  $K$ , то поперечні компоненти сил в СВ  $K$  повідомим  $F'_y$  та  $F'_z$  знаходяться згідно формул (Г.5) та (Г.6).

Насамкінець зауважимо, що формули перетворення компонентів сил при переході від однієї СВ до іншої можуть бути обґрунтованими шляхом аналізу трансформаційних властивостей 4-сили Мінковського [25, с. 101].

## Додаток Д

### Опис взаємодії між двома рухомими зарядженими частинками. Уведення поняття магнітного поля

**Задача:** Нехай в системі відліку  $K'$  в площині  $X'Y'$  знаходяться в спокої дві заряджені частинки (далі – протони), величина заряду яких  $q_1$  і  $q_2$ , а віддаль між ними  $r'$  (рис. Д.1). СВ  $K'$  рухається зі швидкістю  $\vec{V} = const$  відносно лабораторної СВ  $K$  уздовж вісі  $OX$ . Описати взаємодію між зарядженими частинками [19, С. 88-93].

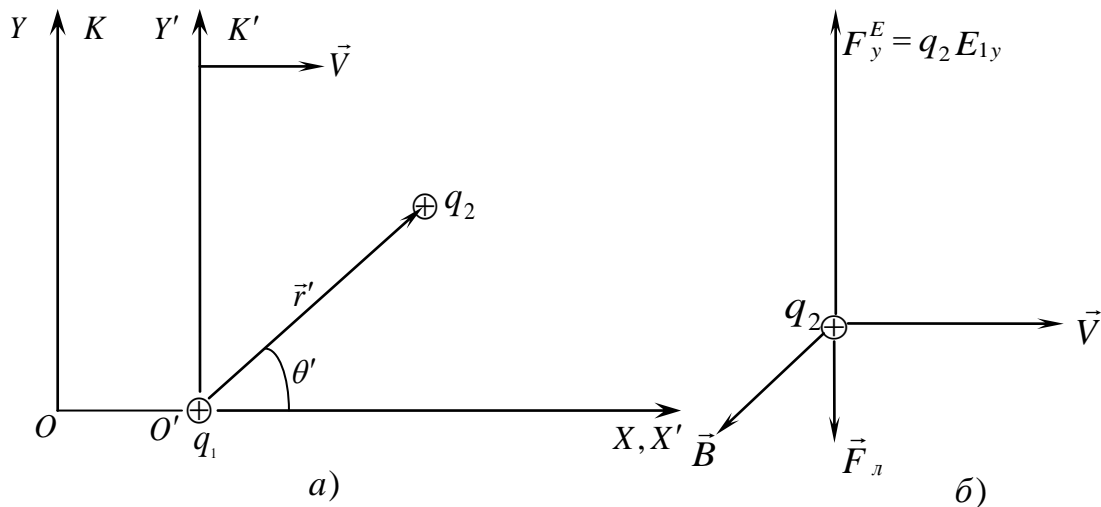


Рис. Д.1. Взаємодія двох заряджених частинок, які рухаються з постійною швидкістю  $\vec{V}$  відносно ЛСВ (а) і поперечна складова сили, що діє на другу ЗЧ (б)

**Розв'язання:** В СВ  $K'$  існує тільки електрична взаємодія між ЗЧ. Тобто на другу ЗЧ (величина заряду якої  $q_2$ ) діє сила  $\vec{F}'_2 = q_2 \vec{E}'_1$ , де  $\vec{E}'_1$  – напруженість електричного поля, що створюється першою ЗЧ в точці знаходження заряду  $q_2$ :

$$\vec{E}'_1 = \frac{q_1 \vec{r}'}{4\pi\epsilon_0 r'^3}. \quad (Д.1)$$

Але у СВ  $K$  напруженість електричного поля визначається формулою:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{q\vec{r}(1 - V^2/c^2)}{4\pi\epsilon_0 \left[ (x - Vt)^2 + (y^2 + z^2) \left( 1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \right]^{3/2}} = f(\beta, \theta) \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \quad (4.1)$$

де  $\vec{r} = (x - Vt) \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$  – радіус-вектор, проведений від миттєвого

положення ЗЧ до точки поля,  $\beta = \frac{V}{c}$ ,  $r$  – це віддаль точки поля від миттєвого

положення ЗЧ, а  $\theta$  – кут між напрямком руху ЗЧ (вектором швидкості  $\vec{V}$  ЗЧ) та радіус-вектором проведеним із миттєвого положення ЗЧ в дану точку простору

Неважко впевнитися, використовуючи перетворення Лорентца, що повздовжня складова сили взаємодії між зарядами  $q_1$  і  $q_2$  не змінюється при переході від СВ  $K'$  до СВ  $K$ .

Тепер здійснимо аналіз поперечної складової взаємодії між цими ЗЧ. Як видно з виразу для напруженості електричного поля рухомої ЗЧ (4.1), поперечна складова сили електричної взаємодії між ЗЧ в СВ  $K$  зростає, тобто:

$$F_y^E = q_2 E_{1y} > q_2 E'_{1y}, \quad (Д.2)$$

де  $E_{1y}$ ,  $E'_{1y}$  – поперечні складові напруженості електричного поля, що створюється першою ЗЧ в точці знаходження другої ЗЧ в СВ  $K$  і СВ  $K'$  відповідно.

Як відомо, принцип відносності стверджує, що фізичні явища протікають однаково (при тотожних початкових умовах) у всіх інерціальних СВ. Іншими словами, математична форма основних законів фізики не повинна змінюватися при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої: рівняння фізики повинні бути лорентцковаріантними. При цьому просторові і часова координати  $(x, y, z, t)$  будь-якої події в СВ  $K$  і СВ  $K'$  пов'язані перетвореннями Лорентца.

Щоб основні рівняння фізики мали однакову математичну форму в СВ  $K$  і СВ  $K'$ , проекції сили (зокрема) на координатні осі повинні перетворюватися згідно з формулами (3.6) посібника [22].

Оскільки ЗЧ нерухомі в СВ  $K'$ , то  $v'_x = 0$ , в нашому випадку (рис. Д.1) маємо для ігркової компоненти сили взаємодії між рухомими ЗЧ в СВ  $K$ :

$$F_y = \frac{F'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{V v'_x}{c^2}} = F'_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \quad (Д.3)$$

Тоді  $F_y < F'_y$ , бо  $\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < 1$ .

*Тобто, незважаючи на те, що поперечна складова сили електричної взаємодії між ЗЧ в СВ  $K$  зростає, принцип відносності вимагає, щоб повна поперечна складова сили взаємодії між ЗЧ в нашій задачі була меншою, ніж поперечна складова сили взаємодії між ЗЧ в СВ  $K'$ , і дорівнювала:*

$$F_y = F'_y \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \quad (\text{Д.4})$$

Таким чином, маємо: електрична сила взаємодії в напрямку осі  $OY$  збільшується в СВ  $K$ , а принцип відносності вимагає, щоб сумарна сила взаємодії між рухомими ЗЧ зменшилася згідно з формулою (Д.4). Це означає лише одне – в СВ  $K$  з'явилася додаткова взаємодія між рухомими зарядженими частинками, якої не було в системі  $K'$ .

Іншими словами, ми повинні допустити виникнення такої поперечної сили взаємодії між рухомими ЗЧ в СВ  $K$ , існування якої необхідне для виконання принципу відносності. Коли ЗЧ нерухомі в СВ  $K'$ , між ними існує тільки електрична сила  $\vec{F}'_2 = q_2 \cdot \vec{E}'_1$ , коли ж вони рухаються зі швидкістю  $\vec{V}$  відносно СВ  $K$ , ми змушені припустити появу (очевидно, внаслідок руху ЗЧ) деякої додаткової поперечної сили, що діє на другу ЗЧ.

Позначимо цю, невідому поки що, силу  $\vec{F}_L$ . Ця сила зменшує електричну складову сили, яка діє на другу ЗЧ  $F_y^E$  до значення  $F_y = F'_y \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$ , яке визначається принципом відносності.

Таким чином, можемо записати:

$$q_2 E_{1Y} - F_L = F'_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \quad (\text{Д.5})$$

Значення абсолютної величини сили знаходимо із (Д.5)

$$F_L = \frac{q_1 q_2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \sin \theta \cdot V^2}{4c^2 \pi \epsilon_0 r^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \sin^2 \theta\right)^{\frac{3}{2}}} = q_2 V \frac{V}{c^2} E_1 \sin \theta. \quad (\text{Д.6})$$

Ця сила завжди перпендикулярна до швидкості руху ЗЧ  $q_2$  (див. рис. Д.16) і паралельна осі  $OY$ , де б не знаходився заряд  $q_2$  в площині  $XOY$ .

При цьому, поперечна складова сили, що діє на  $q_2$ , нами повинна трактуватися як сила, що діє на другу рухому ЗЧ в деякому фізичному полі, існування та появу якого вимагає принцип відносності. Властивості та характеристики цього поля впливають із (Д.5) та (Д.6).

Ураховуючи просторове розташування сил та швидкості руху  $\vec{V}$  заряджених частинок, а також інваріантність повздовжнього компоненту

електричного поля (та інваріантність повздовжньої складової сили, яка діє на  $q_2$ ), яке створюється зарядом  $q_1$ , вираз у векторній формі цієї сили  $\vec{F}_L$ , існування якої вимагає СТВ, необхідно записати в такому вигляді (рис. Д.1):

$$\vec{F}_L = q_2 \left[ \vec{V}, \left[ \frac{\vec{V}}{c^2}, \vec{E}_1 \right] \right]. \quad (\text{Д.7})$$

Говорять, що  $\vec{F}_L$  – це сила, що діє на заряд  $q_2$ , який рухається зі швидкістю  $\vec{V}$  в деякому фізичному полі. Це поле характеризується величиною  $\left[ \frac{\vec{V}}{c^2}, \vec{E}_1 \right]$ , і яке створюється рухом першої ЗЧ, величина заряду якої  $q_1$ .

Тобто (Д.7) подають у вигляді:

$$\vec{F}_L = q_2 \left[ \vec{V}, \left[ \frac{\vec{V}}{c^2}, \vec{E}_1 \right] \right] = q_2 [\vec{V}, \vec{B}_1]. \quad (\text{Д.8})$$

Це поле називають магнітним, а індукція магнітного поля  $\vec{B}_1$  рухомої ЗЧ дорівнює:

$$\vec{B}_1 = \frac{1}{c^2} [\vec{V}, E_1] = \varepsilon_0 \mu_0 [\vec{V}, \vec{E}_1] = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q_1 \cdot \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}{r^3 \cdot \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \cdot \sin^2 \theta\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot [\vec{V}, \vec{r}]. \quad (\text{Д.9})$$

Якщо швидкість руху зарядів  $q_1$  і  $q_2$  різні ( $\vec{v}_1$  та  $\vec{v}_2$  відповідно), то узагальнюючи (Д.8), одержуємо силу, що діє на рухому електрично заряджену частинку  $q_2$  в полі рухомого заряду  $q_1$ :

$$\vec{F}_L = q_2 \left[ \vec{v}_2, \left[ \frac{\vec{v}_1}{c^2}, \vec{E}_1 \right] \right] = q_2 [\vec{v}_2, \vec{B}_1]. \quad (\text{Д.10})$$

Очевидно, що коли рухається електрон, то індукція його МП визначається формулою

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_1 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}{r^3 \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \sin^2 \theta\right)^{\frac{3}{2}}} [\vec{V}, \vec{r}]. \quad (\text{Д.11})$$

Відтак, пропонуємо аналізом взаємодії 2-х рухомих заряджених

частинок обґрунтовано необхідність уведення поняття «магнітне поле», а також визначено його характеристики:

1. Магнітна взаємодія – суттєво релятивістський ефект, який виникає при будь-якій швидкості руху заряджених частинок, навіть при  $v \ll c$ .

2. Індукція магнітного поля рівномірно рухомої зарядженої частинки визначається (Д.9), (Д.11).

3. Вираз для магнітної складової сили Лорентца визначається (Д.8).

4. Магнітне поле з індукцією  $\vec{B} = \left[ \frac{\vec{V}}{c^2}, \vec{E} \right]$  (формула (Д.9)) необхідно

ввести для того, щоб забезпечити виконання принципу відносності в електродинаміці.

5. Узагальнюючи формулу (Д.9) можна стверджувати, що будь-яке електричне поле, яке «переміщується» зі швидкістю  $\vec{V}$ , породжує в тій самій просторово-часовій точці магнітне поле величина і напрям якого визначаються формулою:

$$\vec{B} = \left[ \frac{\vec{V}}{c^2}, \vec{E} \right].$$



**Додаток Е**  
**Обґрунтування релятивістської формули додавання повздовжньої**  
**складової швидкості за допомогою методу  $k$  - коефіцієнта**

Припустимо, що деяка частинка рухається вздовж осі  $O'X'$  системи відліку  $K'$ . СВ  $K'$ , як загальноприйнято, рухається рівномірно і прямолінійно вздовж осі  $OX$  СВ  $K$  (рис. Е.1).

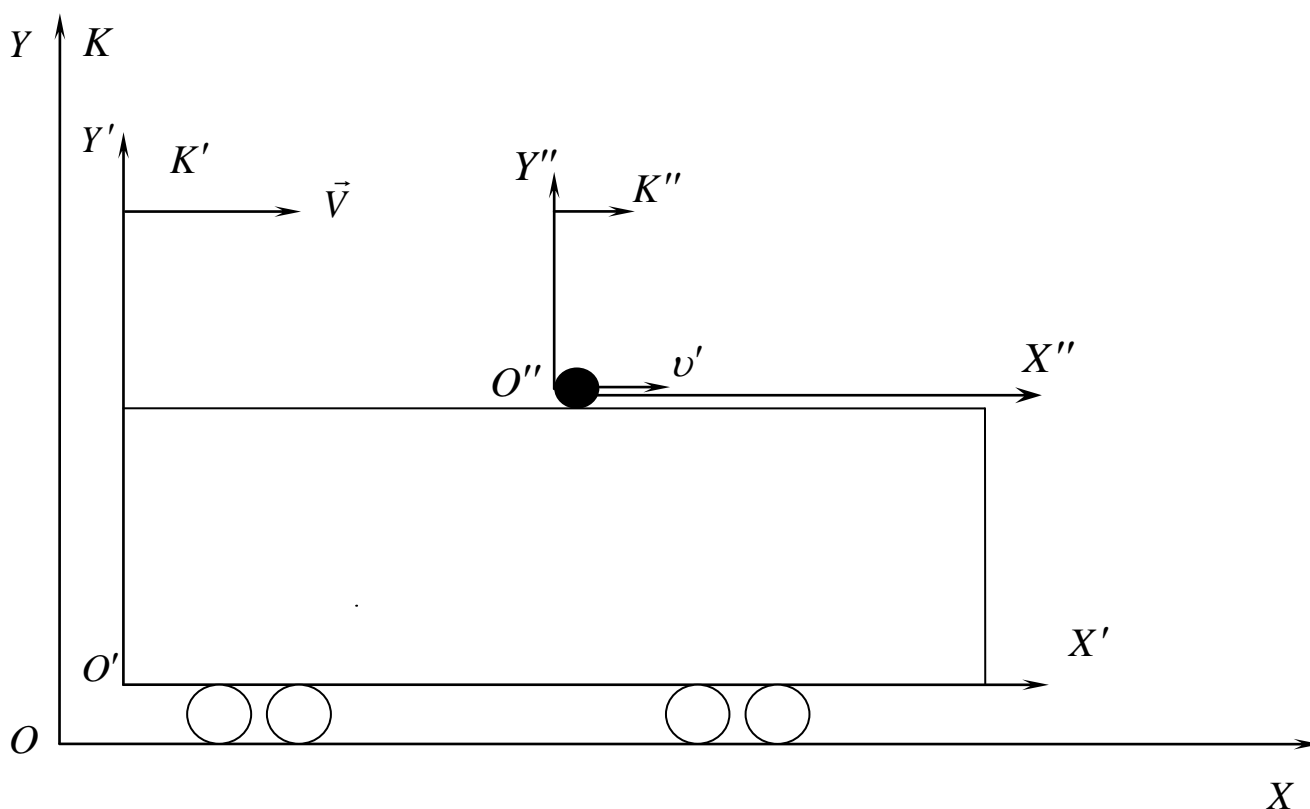


Рис. Е.1. Частинка має швидкість  $v'$  відносно СВ  $K'$ . Чому дорівнює її швидкість відносно лабораторної СВ  $K$ , якщо  $K'$  рухається зі швидкістю  $\vec{V}$  вздовж осі  $OX$  ?

Пов'яжемо систему відліку  $K''$  з нашою частинкою, і будемо вважати, що в початку координат кожної із цих трьох систем відліку знаходяться спостерігачі, відповідно,  $A, A_1, A_2$ . Тоді світові лінії їх будуть зображені на рис. Е.2 [37] (методика побудови діаграм Мінковського подана в Додатку Б).

- $OK$  - Світова лінія спостерігача  $A$ ;
- $OK'$  - Світова лінія  $A_1$ ;
- $OK''$  - Світова лінія  $A_2$ .

У початковий момент часу, зазвичай, початки координат всіх трьох СВ  $K$  та СВ  $K'$  та  $K''$  співпадають, і в цей момент часу посилається перший імпульс

як до СВ  $K'$  так і до СВ  $K''$ . Другий імпульс (і наступні імпульси теж) посиляється в момент  $t = T$ .

Спостерігач  $A_1$  буде приймати два послідовні імпульси через проміжки часу  $k_1T$  по своєму годиннику.

У ту мить, коли до  $A_1$  приходить сигнал від  $A$ , спостерігач  $A_1$  посиляє його далі до  $A_2$ .

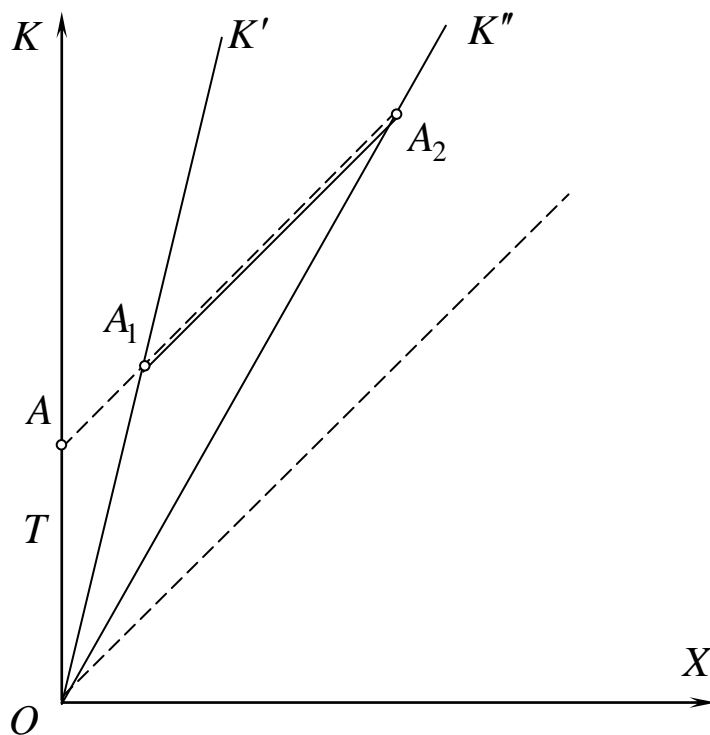


Рис. Е.2. До обґрунтування формули (58а) методом  $k$ -коефіцієнта та за допомогою діаграми Мінковського

Згідно означення, (іншими словами, згідно методу  $k$  - коефіцієнта, (див. Розділ 2, п. 2.1.3) спостерігач  $A_2$  буде приймати послідовність імпульсів від  $A$  через проміжки часу  $k_2T$  по годиннику СВ  $K''$ .

Але можна вважати, що цей другий (і наступні) сигнал  $A_2$  приймає так начебто вони були послані  $A_1$  (тобто, як тільки до  $A_1$  приходить світловий імпульс від  $A$  він,  $A_1$ , відразу миттєво переправляє його до  $A_2$ ) через проміжки  $k_1T$ . Тоді, очевидно, що  $A_2$  буде приймати їх, згідно з означенням, через проміжки  $k_{12} \cdot k_1T$  по годиннику СВ  $K''$ , де  $k_{12}$  -  $k$ - коефіцієнт для спостерігачів  $A_1$  і  $A_2$ . На рис. Е.2 лінія  $AA_1A_2$  - світова лінія світлового сигналу від  $A$  через  $A_1$  до  $A_2$ .

Таким чином, маємо

$$k_2 T = k_{12} \cdot k_1 T.$$

Тобто, якщо ми знаємо  $k$  - коефіцієнти для двох пар систем відліку, в які входить одна спільна для них система, то можна знайти  $k$  - коефіцієнти для двох інших систем відліку, які залишилися.

Це, власне, і видно з рис. Е.2. Дійсно,  $OA = T$ ,  $OA_1 = k_1 T$ ,  $OA_2 = k_2 T$ . Але з іншого боку очевидно, що  $OA_2 = k_{12} \cdot OA_1 = k_{12} \cdot k_1 T$ .

$k$  - коефіцієнти для будь-якої пари систем відліку визначаються згідно з (12):

$$k = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}},$$

де  $\beta$  дорівнює відношенню відносної швидкості систем відліку до швидкості світла в вакуумі.

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{k^2 - 1}{k^2 + 1}.$$

Таким чином, якщо ми цікавимося швидкістю частинки відносно СВ  $K$ , то

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{k_2^2 - 1}{k_2^2 + 1} = \frac{k_1^2 \cdot k_{12}^2 - 1}{k_1^2 \cdot k_{12}^2 + 1}.$$

Але, згідно з означенням:

$$k_1 = \sqrt{\frac{1+B}{1-B}}, \quad k_{12} = \sqrt{\frac{1+\beta'}{1-\beta'}},$$

тому одержуємо кінцевий результат:

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{k_2^2 - 1}{k_2^2 + 1} = \frac{k_1^2 \cdot k_{12}^2 - 1}{k_1^2 \cdot k_{12}^2 + 1} = \frac{\left(\frac{1+B}{1-B}\right) \cdot \left(\frac{1+\beta'}{1-\beta'}\right)^{-1}}{\left(\frac{1+B}{1-B}\right) \cdot \left(\frac{1+\beta'}{1-\beta'}\right)^{+1}} = \frac{B + \beta'}{1 + B\beta'}.$$

Отже, РФДШ для повздовжньої складової швидкості має вигляд:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}.$$

## Додаток И

### Об'ємний заряд провідника з постійним струмом при пінч-ефекті

З метою унаочнення науково-методичних підходів окреслених в [19; 20; 25], продемонструємо розв'язок задачі про знаходження об'ємного заряду ППС, використовуючи більш наочні інтегральні закони. На рис. И. 1 зображені поперечний переріз однорідного й циліндричного провідника та сили, що діють на електрони провідності в електромагнітному полі ППС.

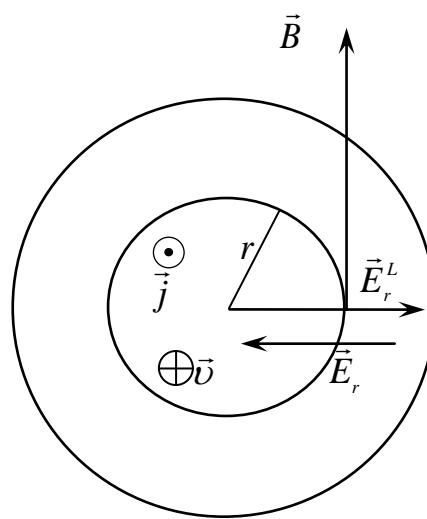


Рис. И 1. Напруженості електричних полів провідника з постійним струмом, в яких рухаються електрони провідності (зображення подано в поперечному перерізі провідника).

У власному магнітному полі ППС на електрони провідності діє сила Лорентца, яка направлена до осі провідника. Внаслідок скупчення електронів виникає електричне поле, що створюється цими електронами, і яке протидіє й зрівноважує поле сили Лорентца. Тому концентрація електронів буде збільшуватися в напрямку до осі до тих пір, поки сила Лорентца не зрівноважиться електричною силою відштовхування.

Напруженість поля сили Лорентца чисельно дорівнює:

$$E_r^L = \frac{F_L}{q} = vB = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot v^2}{r} \int_0^r \rho_-(r) \cdot r dr,$$

де  $r$  - віддаль точки поля від центра провідника (рис. К.1);  $\rho_-(r)$  - густина заряду в точках на віддалі  $r$  від осі ППС;  $v$  - швидкість електронів провідності;  $\mu_0$  - магнітна стала;  $\mu$  - магнітна проникність матеріалу

провідника; індукція магнітного поля  $B = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot v^2}{r} \int_0^r \rho_-(r) \cdot r dr$  визначається

за теоремою про циркуляцію вектора  $\vec{B}$ .

Використовуючи симетрію задачі, електричне поле, що створюється на віддалі  $r$  від осі провідника об'ємною густиною заряду  $\rho$ , знаходимо за допомогою теореми Гаусса:

$$E_r = \frac{\pi r^2 \rho}{2\pi \epsilon \epsilon_0 r}.$$

При рівновазі  $E_r^L = E_r$ , тому (у припущенні, що  $\rho_-(r) \neq f(r)$ ,  $\epsilon = \mu = 1$ ) одержуємо формулу:

$$\rho = \rho_- \frac{v^2}{c^2}. \quad (\text{И.1})$$

Отже, формула (К.1) визначає об'ємну густину заряду в металевому провіднику зі струмом унаслідок пінч-ефекту.

## Додаток К

### Обґрунтування формул перетворення об'ємних густин заряду і струму при переході від СВ $K$ до СВ $K'$

Наш педагогічний досвід свідчить про те, що чотиривимірний формалізм релятивістської фізики (і зокрема релятивістської електродинаміки) здобувачами освіти сприймається надто формально та непереконливо. Тому пропонуємо взаємоузгоджене обґрунтування формул перетворення об'ємних густин заряду і струму при переході від СВ  $K$  до СВ  $K'$  за допомогою формул перетворення компонентів 4-струму, та виходячи із фізичного змісту цих величин, у загальному випадку, коли  $V \neq v$  і в рамках кожної з умов нейтральності ППС (4.15) та (4.19) [19; 22; 25].

Отже, нехай у СВ  $K$  маємо компоненти 4-струму (рис. К.1):

$$s_1 = \rho_- v = j_x; \quad s_2 = s_3 = 0; \quad s_4 = ic\rho = 0, \quad (\text{К.1})$$

де  $i = \sqrt{-1}$ ,  $c$  - швидкість світла у вакуумі,  $\rho_- = \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta^2}}$  - об'ємна густина

заряду електронів провідності в системі відліку  $K$ , в якій провідник нерухомий;

$\rho_-^0$ ,  $\rho_+^0$  - густини зарядів електронів провідності і позитивних іонів у власних

системах відліку відповідно;  $\beta = \frac{v}{c}$ .

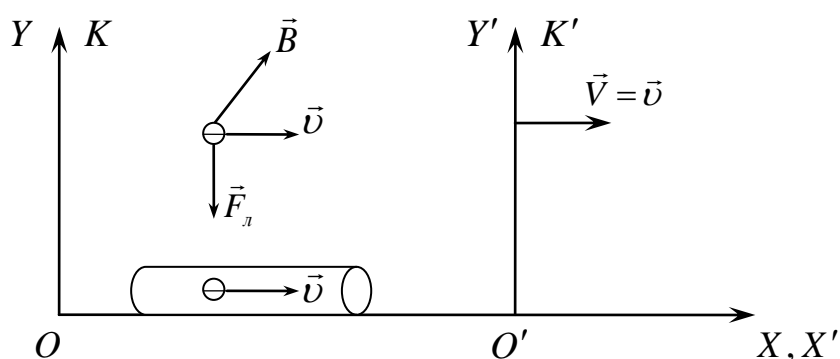


Рис. К.1. У системі відліку  $K$  вздовж вісі  $OX$  знаходиться нерухомий циліндричний ППС, по якому протікає постійний струм густиною  $j_x = \rho_- \cdot v$ .

Система відліку  $K'$  рухається зі швидкістю  $\vec{V} = \vec{v}$  вздовж осі  $OX$  СВ  $K$ .

Тобто тут використовується умова нейтральності ППС (4.15).

Тоді, згідно з формулами перетворення компонентів 4- векторів [25, с. 79; 23, с. 274], компоненти 4-струму у СВ  $K'$  дорівнюють:

$$s'_1 = \frac{j_x}{\sqrt{1-B^2}}; s'_2 = s'_3 = 0; s'_4 = ic\rho' = \frac{iBj_x}{\sqrt{1-B^2}}, \quad (\text{К.2})$$

де  $B = \frac{V}{c}$ .

З (К.2) одержуємо

$$j'_x = \Gamma j_x,$$

$$\rho' = \frac{Vj_x}{c^2} \Gamma,$$

де  $\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-B^2}}$ .

Струм з точки зору СВ  $K'$  зумовлений рухом іонів та електронів зі швидкостями  $V$  і  $v' = \frac{V-v}{1-B\beta}$  відповідно.

Тоді густина струму та густина заряду в ППС у СВ  $K'$  дорівнюють

$$j'_x = \frac{\rho_+^0 V}{\sqrt{1-B^2}} - \rho'_- v' = \Gamma j_x; \quad (\text{К.3})$$

$$\rho' = \Gamma \rho_+^0 - \rho'_- = \frac{\rho_+^0 V v}{c^2} \Gamma = \Gamma \frac{V j_x}{c^2}, \quad (\text{К.4})$$

де  $\rho'_- = \gamma' \cdot \rho_-^0 = \Gamma \rho_- (1-B\beta)$ ,  $\gamma' = \frac{1}{\sqrt{1-\beta'^2}}$ .

Тобто, виходячи з фізичного змісту густини струму та густини заряду, одержали такі ж самі значення  $j'_x$  (К.3) та  $\rho'$  (К.4), як і за допомогою формул перетворення компонентів 4-струму.

Тепер, якщо припустити, що ППС у власній СВ характеризується об'ємною густиною заряду (4.20) і  $\rho_+^0 = |\rho_-^0| = \rho^0$ , то у СВ  $K$  компоненти 4-струму такі:

$$s_1 = \rho_- v = j_x; s_2 = s_3 = 0; s_4 = ic\gamma\rho^0(\sqrt{1-\beta^2} - 1), \quad (\text{K.5})$$

де  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ .

А густина струму і густина заряду у СВ  $K'$  згідно формул перетворення компонентів 4-струму:

$$j'_x = \rho^0 \gamma \cdot \Gamma(v + V - V\sqrt{1-\beta^2}); \quad (\text{K.6})$$

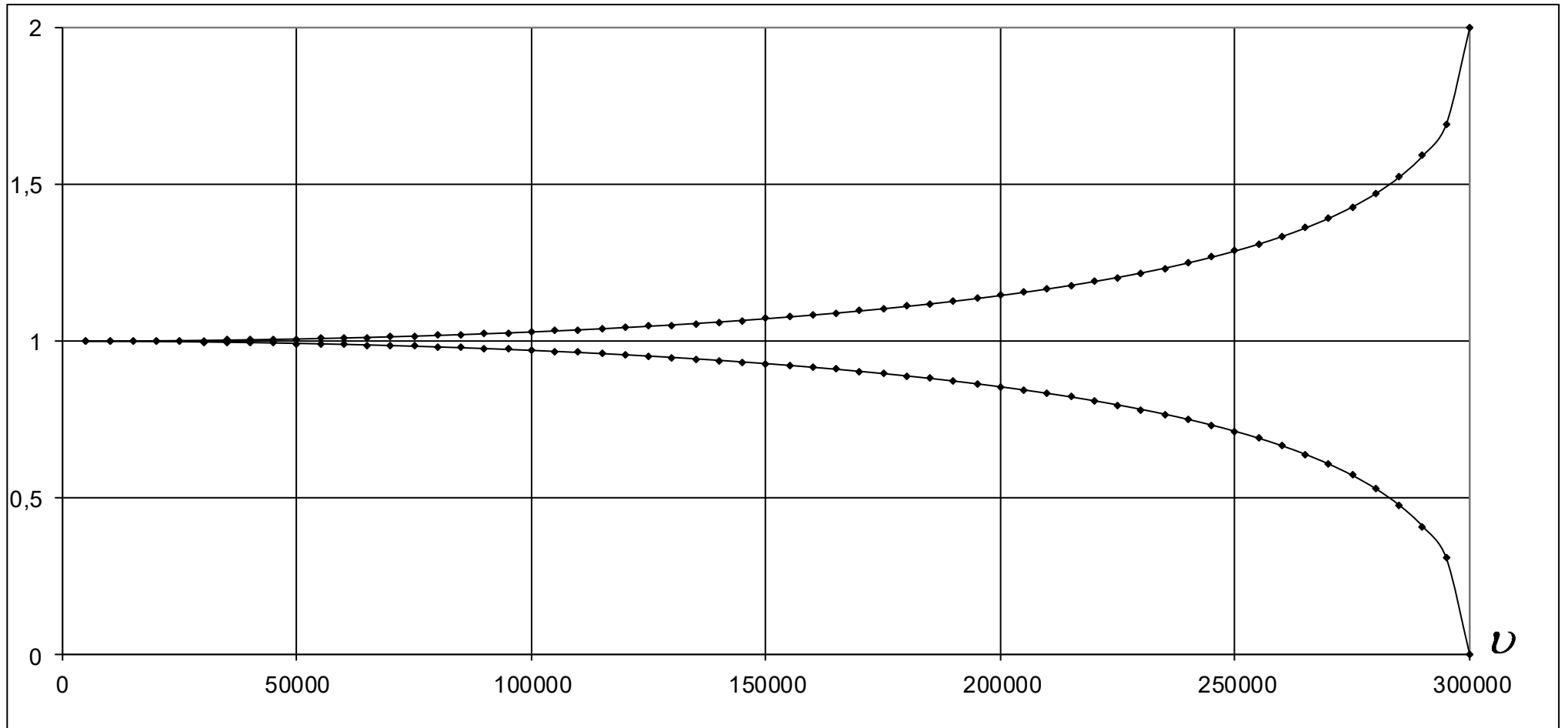
$$\rho' = \rho^0 \gamma \cdot \Gamma(\sqrt{1-\beta^2} - V\beta - 1). \quad (\text{K.7})$$

Можна насамкінець зазначити, що такий самий вираз для  $j'_x$ , та  $\rho'$  одержимо, виходячи також із фізичного змісту цих величин при умові, що провідник зі струмом у власній СВ «заряджений» з об'ємною густиною заряду (4.20).



### Додаток Л

Графіки функцій  $f_{\uparrow\downarrow}(\nu) = \left\{ \frac{2}{\beta^2} (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \right\}$  (верхня крива),  $f_{\uparrow\uparrow}(\nu) = 2 \left( 1 + \frac{\sqrt{1 - \beta^2} - 1}{\beta^2} \right)$  (нижня крива)



## Додаток М

### Глосарій

#### *Глосарій педагогічний*

*Абстрагування* – відокремлення у свідомості одних ознак від інших, а також від об'єктів, яким вони властиві.

*Акмеологія* – міждисциплінарна галузь наукового знання, яка досліджує засоби досягнень особистістю найбільш високого рівня професійної майстерності і реалізації нею власного потенціалу в професійній галузі.

*Аналіз* – метод наукового пізнання, що полягає в уявному або фактичному розкладанні цілого на його складові.

*Аргумент* – це довід або твердження на користь або проти певних суджень.

*Висновок* – одержане логічним шляхом остаточне судження зроблене на основі спостережень, міркувань.

*Державний стандарт освіти* – сукупність норм, які визначають вимоги до освітнього процесу.

*Дидактика* – галузь педагогіки, яка розробляє теорію освіти і навчання, а також виховання в процесі навчання.

*Засоби навчання* – джерела інформації або спеціальні пристосування, які допомагають здійснювати освітній процес.

*Зміст вищої освіти* – система наукових знань, умінь і навичок, оволодіння якими забезпечує всебічний розвиток розумових і фізичних здібностей студентів. Зміст вищої освіти залежить від освітньо-кваліфікаційних рівнів.

*Категорії* – найбільш загальні фундаментальні поняття, які відображають загальні властивості і відношення дійсності та пізнання.

*Компетенція* – здатність особистості мобілізувати в професійній діяльності набуті знання, уміння та навички.

*Креативність* – творчі можливості людини, які виявляються в здатності знаходити нові варіанти оптимального вирішення проблеми, сприймати та генерувати нові ідеї.

*Критичне мислення* – це інтелектуально впорядкований процес активного й умілого аналізу, концептуалізації, застосування, синтезування й/або оцінки інформації, отриманої або породженої спостереженнями, експериментом, досвідом, розмірковуванням або комунікацією як орієнтир для переконання й дії.

*Метод* – спосіб організації практичного й теоретичного освоєння дійсності.

*Метод навчання* – спосіб упорядкованої взаємодії викладача та студента (вчителя та учня), за допомогою якого досягається дидактична мета.

*Методика фізики* – навчальна дисципліна, орієнтована на забезпечення фахової підготовки вчителя фізики.

*Мислення* – складний психофізіологічний процес формування й упорядкування ідей людиною, під час якого формується узагальнене відображення людиною дійсності в найбільш істотних взаємозв'язках.

*Навчальна програма* – документ, що визначає зміст і обсяг знань з кожного навчального предмета, уміння і навички, які необхідно засвоїти.

*Освітній процес* – це система організаційних і дидактичних заходів спрямованих на реалізацію змісту освіти відповідно до державних вимог.

*Особистість* – відображення соціальної природи людини, розгляд її як індивідуальності та суб'єкта соціокультурного життя.

*Поняття* – форма мислення, які відображає загальні, істотні ознаки предметів і явищ дійсності.

*Принцип* – фундаментальна істина, закон або цінність на яких базуються інші закони, доктрини тощо.

*Проблема* – складне теоретичне або практичне завдання, що потребує вивчення, дослідження й вирішення.

*Протиріччя* – відношення двох суджень, кожне з яких є запереченням іншого.

*Самостійність мислення* – якість мислення, що виявляється в здатності людини висувати нові проблеми, знаходити нетривіальні підходи до їх вирішення, виявляти ініціативу у творчому пошуку.

*Суб'єкт навчання* – людина, яка отримує знання в будь-якій освітній системі; той хто навчається (учень, студент).

### ***Глосарій фізичний***

*Інваріант (inv)* – фізична величина, значення якої в деякому фізичному процесі не змінюється з плином часу (енергія, момент імпульсу, маса, інтервал, швидкість світла у вакуумі).

*Інтервал* – просторово-часова (див. нижче) віддаленість подій одна від одної. Фізичний зміст має поняття квадрату інтервалу  $\Delta s^2$  (квадрат «віддалі») між двома подіями, і згідно з означенням, дорівнює  $\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2$ , де  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  – просторові віддалі між двома подіями в СВ  $K$ , відповідно по осях  $OX, OY, OZ$ ;  $\Delta x', \Delta y', \Delta z'$  – просторові віддалі між цими ж двома подіями в СВ  $K'$ , відповідно по осях  $O'X', O'Y', O'Z'$ ;  $\Delta t, \Delta t'$  – проміжки часу між

цими двома подіями з точок зору СВ  $K$  та СВ  $K'$  відповідно;  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

*Інерційна (інерціальна) система відліку* – система відліку, яка рухається рівномірно зі сталою швидкістю.

*Перетворення Галілея* – назва перетворень у класичній механіці, згідно з якими змінюються значення фізичних величин при зміні ІСВ. ПГ представляють собою граничний випадок більш загальних перетворень Лорентца. Перетворення Галілея мають місце лише при надмалих швидкостях  $V \ll c$ .

*Перетворення Лорентца* – назва перетворень у релятивістській фізиці, згідно з якими змінюються значення фізичних величин при зміні ІСВ, представляють основоположні перетворення фізики і адекватно описують реальність при будь-яких швидкостях.

*Принцип відповідності* – одне з положень копенгагенської інтерпретації квантової механіки, яке вимагає, щоб при збільшенні розмірів фізичної системи її квантові властивості переходили б у класичні. Принцип відповідності застосовний і до СТВ, але в тому розумінні, що в граничному випадку, коли  $c \rightarrow \infty$  (інакше – для взаємодій час не потрібен, миттєва взаємодія) закони СТВ переходять у закони класичної механіки.

*Простір-час* – 4-вимірний  $(x; y; z; t)$  фізична модель математичного простору подій. Характеризується трьома просторовими координатами  $x, y, z$  і часом  $t$ . З точки зору СТВ Всесвіт має три просторові координати і одну часову координату, і таким чином усі чотири виміри органічно пов'язані в єдиний простір-час. Кожна подія чи явище визначається положенням у просторі і часом.

*Подія* – зміна або взаємодія об'єктів, що має чітко визначене місце і чітко визначений час.

*Спеціальна теорія відносності* – фізична теорія, згідно з якою простір і час – це єдине утворення, і всі фізичні закони мають однакове формулювання у всіх інерційних системах відліку.

*Сферична електромагнітна хвиля* – електромагнітна хвиля, фронт якої є сферою. Зазвичай для зручності джерело сферичної електромагнітної хвилі поміщають у початок СВ, наприклад, спалах світла. Форма хвилі не залежить від вибору СВ.

*Просторово-подібний інтервал* – інтервал між двома подіями в СВ, в якій ці події відбулися в один і той же час. Події, інтервал між якими є просторово-подібним, не можуть бути причинно пов'язані. Умова просторово-подібного інтервалу:  $ds^2 \leq 0$ .

*Часо-подібний інтервал* – інтервал між двома подіями в СВ, в якій ці події відбулися в одному і тому ж місці. Події, інтервал між якими є часо-подібним, можуть бути причинно пов'язаними. Умова часо-подібного інтервалу:  $ds^2 \geq 0$ .

### Найважливіші фізичні константи

<i>Величина</i>	<i>Позначення і числове значення</i>
Гравітаційна стала	$G = 6.6720 \cdot 10^{-11} \frac{Нм^2}{кг^2}$
Прискорення вільного падіння (нормальне)	$g_n = 9.80665 \frac{м}{с^2}$
Нормальний атмосферний тиск	$p_0 = 101325 Па$
Стала Авогадро	$N_a = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярний об'єм ідеального газу за нормальних умов	$V = 22.41383 \cdot 10^{-3} \frac{м^3}{\text{моль}}$
Універсальна газова стала	$R = 8.31441 \frac{Дж}{\text{моль} \cdot К}$
Стала Лошмідта	$n_0 = 2,7 \cdot 10^{25} м^{-3}$
Стала Больцмана	$k = 1.38662 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$
Швидкість світла у вакуумі	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$
Магнітна стала	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м} = 1,2566370614 \cdot 10^{-6} \frac{Гн}{м}$
Електрична стала	$\epsilon_0 = 0,885418782 \cdot 10^{-11} \frac{Ф}{м}, \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{м}{Ф}$
Маса електрона	$m_e = \begin{cases} 0,9110953410 \cdot 10^{-27} кг = 5,4858026 \cdot 10^4 \text{ а.о.м} \\ 0,511 \text{ MeV} \end{cases}$
Маса протона	$m_p = 1.6726485 \cdot 10^{-27} кг = 1,007276470 \text{ а.о.м}$
Маса нейтрона	$m_n = 1.6749543 \cdot 10^{-27} кг = 1,008665012 \text{ а.о.м}$
Атомна одиниця маси	$1 \text{ а.о.м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} кг$ (відповідає енергії $\cdot 931,3 \text{ MeV}$ )

Елементарний заряд	$e = \begin{cases} 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \\ 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЕ} \end{cases}$
Відношення заряду електрона до його маси	$\frac{e}{m_e} = 1,7588047 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$
Стала Фарадея	$F = 9,648456 \cdot 10^4 \frac{\text{Кл}}{\text{моль}}$
Стала Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала Стефана – Больцмана	$\sigma = 5,67032 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$
Стала Віна	$b = 0,00289782 \text{ м} \cdot \text{К}$
Стала Рідберга	$R_\infty = 10973731,77 \text{ м}^{-1}$
Борівський радіус	$a_0 = 0,52917706 \cdot 10^{-10} \text{ м}$

### Деякі позасистемні одиниці

$$1\text{Å} = 10^{-10} \text{ м}$$

$$1\text{кал} = 4,18 \text{ Дж} = 4,1868 \cdot 10^7 \text{ ерг} (1\text{Дж} = 0,2388\text{кал})$$

$$1\text{мм.рт.ст.} = 133,3\text{Па}$$

$$1\text{eV} = \begin{cases} 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \\ 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ ерг} \end{cases}$$

$$1\text{а.о.м.} = \begin{cases} 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 931,5\text{MeV} \end{cases}$$

$$1\text{рік} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ с}$$

$$1\text{св.рік} = 9,5 \cdot 10^{15} \text{ м}$$

$$1\text{пк} = 3,2615637771 \text{ св.років} = 3,0856775814 \cdot 10^{16} \text{ м}$$

$$1\text{а.о.} = 149597870700 \text{ м} \approx 150 \cdot 10^6 \text{ км}$$

Навчальне видання

КОНОВАЛ Олександр Андрійович  
ТУРКОТ Тетяна Іванівна  
СОЛОМЕНКО Артем Олександрович

**Методика розвитку критичного мислення здобувачів освіти  
(на прикладах вивчення спеціальної теорії відносності  
та електродинаміки)**

Навчально-методичний посібник

Формат 60×84/16. Ум. др. арк. 13,53. Обл.-вид. арк. 13,87.  
Тираж 150 пр.

Видавець Р. А. Козлов  
вул. Рокоссовського, 5, 3, м. Кривий Ріг, 50027  
097-192-20-77

Свідоцтво суб'єкта видавничої діяльності ДК № 4514 від 01.04.2013

Друкарня С. Г. Щербенка  
вул. Рокоссовського, 5, 3, м. Кривий Ріг, 50027  
097-192-20-77

Свідоцтво суб'єкта видавничої діяльності ДК № 4561 від 13.06.2013