МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

До 80-річчя КДПУ

Теорія і практика формування мовної особистості в умовах сучасних технологій навчання і виховання в загальноосвітніх закладах та вищій школі

Збірник наукових праць

Випуск 3

Кривий Ріг
КДПУ
2010

Безперечно, формування компетентності особистості є цілеспрямованим процесом, що здійснюється вчителем. При цьому функції самого педагога суттєво змінюються: на перший план виходять уміння організувати самостійну пошукову діяльність учнів, їх взаємодію з метою розвитку як мотивації, так і соціальних навичок. Такі можливості створюють сучасні продуктивні технології навчання, побудовані на основі активних методів та інтерактивних технік організації навчально-виховного процесу, за умови реалізації індивідуального підходу та психологічного супроводу учнів. Таким чином, проблема формування та розвитку творчого потенціалу особистості є складною і багатовекторною, вона потребує системного дослідження з боку педагогів, психологів, методистів, учителів школи.

Література

1. Креативна освіта для розвитку інноваційної особистості (методики дослідження креативності). – Дніпропетровськ: ДОІ, 2010. -76с.
2. Холодная М. А. Психология интеллекта. Парадоксы исследования. – СПб.: Питер, 2002. -272с.
3. Шадриков В. Д. Деятельность и способности. – М.: Логос, 1994.- 188с.

ДО ПИТАННЯ ПРО ТЕХНОЛОГІЇ ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ДЛЯ ДОВЕДЕННЯ ЧИ СПРОСТУВАННЯ ГІПОТЕЗИ В ПЕДАГОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ МАГІСТРІВ

В. П. Кисільова-Біла

Проведення якісного педагогічного дослідження вимагає обов'язкового врахування кількісної обробки результатів спостережень і вимірювань з використанням математичних методів. Значення методів математичного дослідження кількісних характеристик педагогічних явищ і процесів визнається сьогодні одностайно всіма. Але, на превеликий жаль, застосовуються ці методи дуже часто не зовсім коректно. Це пояснюється здебільшого складністю педагогічних досліджень, а також відсутністю у дослідників знань відповідних розділів математики, або невмінням їх застосувати для опису об'єкта дослідження.

Ця проблема є актуальною не тільки для студентів, магістрів, а й для молодих науковців. У її розв'язанні заслуговують на увагу наукові праці відомих вчених-педагогів науковців таких, як: Бабанський Ю. К., Воловик П. М., Гончаренко С. У., Грабар М.І., Журавльов В.І., Ільїн В. С., Краєвський В. В., Краснянська К. О., Михєєв В.І. Нодельман В. С. та ін. Особливої уваги в цьому питанні заслуговує монографія українського вченого, д. п. н., професора, головного наукового співробітника відділу педагогічних технологій неперервної професійної освіти Інституту педагогічної освіти і освіти дорослих НАПН України Воловика П. М. „Теорія імовірностей і математична статистика в педагогіці». Вона вийшла в 1969 р. і мала за мету допомогти опанувати складні процеси математичних обчислень і таким чином ліквідувати своєрідну прогалину в знаннях дослідників.

Для розуміння матеріалу, викладеного у цій монографії, достатньо знань з математики за курс середньої школи. В ній наведено чимало прикладів-зразків оброблення результатів педагогічних експериментів. У подальших своїх роботах Воловик П. М. неодноразово повертався до цієї проблеми на сторінках науково-методичних журналів та збірниках наукових праць, в яких автор описав методи розв'язування задач, які постають у процесі оброблення результатів педагогічних досліджень.

До питання застосування математичних методів у педагогічних дослідженнях студентів та опису процедури їх використання, з метою підвищення наукового рівня педагогічних досліджень студентів, звертався в свій час к. п. н. В. С. Нодельман [6].

Сьогодні, в нових умовах ступеневої педагогічної освіти, це питання під новим кутом зору, а саме на основі внесення змін у традиційні підходи до викладання та практичного застосування математичного апарату у педагогічних дослідженнях порушують Берлінська Н. Ю., Боровиков В.І., Жалдак М.І., Кузьміна М. Н., Сидоренко О. В., група науковців-викладачів Харківського національного педагогічного університету ім. Г. С. Сковороди (Білоусова Л.І., Колгатін О. Г., Колгатіна Л. С.) та Прикарпатської філії НАВСУ (Никорак Я. Я., Чернівська І. Б.) [1]. Ученими ХНПУ обґрунтовано зміст курсу „Математичні методи в педагогіці, психології та соціології» і розроблено методичне забезпечення його, яке поряд з традиційними обов'язковими елементами включає: електронний курс, комп'ютерний лабораторний практикум, систему комп'ютерної діагностики навчальних досягнень. Рекомендований авторами до використання, розроблений ними навчальний блок, у практиці підготовки майбутніх педагогів, психологів, соціологів може бути використаний не тільки як складова таких навчальних дисциплін, як „Математичні методи в психології», „Інформаційні системи у педагогічній діяльності», „Кваліметрія і діагностика навчального процесу», а й окремих спецкурсів, які викладаються на різних етапах навчального процесу і, зокрема, у підготовці магістрів.

Мета статті полягає у тому, щоб допомогти магістрам нематематичних спеціальностей та науковим керівникам магістерських робіт у правильному виборі доцільних математичних методів на завершальному етапі педагогічного дослідження, коли треба аргументувати з ймовірністю допустимої помилки, що сформульована гіпотеза правдоподібна чи ні.

Коротко нагадаємо основні обов'язкові етапи процедури кількісної обробки результатів педагогічного експерименту. Насамперед треба дістати випадкову вибірку. Як відомо, найпоширенішими з видів несуцільного спостереження є вибіркове спостереження. Всю сукупність, з якої роблять відбір одиниць спостереження, називають генеральною. Сукупність одиниць, відібраних для вибіркового спостереження, називають вибіркою, тобто вибірка – це вибрана частина даних з генеральної сукупності. Розрізняють три способи відбору одиниць сукупності, яка вивчається:

– випадковий відбір – всі одиниці сукупності мають однакову можливість попасти у вибірку. Відбір здійснюється з усієї сукупності жеребкуванням;

– механічний відбір – одиниці спостереження відбираються у певному порядку (кожний п'ятий або кожен десятий за порядком у списку учень);

– типовий відбір – всю масу одиниць, що вивчається, розчленовують на дрібніші однорідні групи і здійснюють наступний відбір одиниць – „представників» кожної групи у випадковому або механічному порядку. Наприклад, учнів класу розбивають на підмножини за рівнем навчальних досягнень учнів або за рівнем сформованості певних здібностей. Одержують чотири однорідні групи: з початковим, середнім, достатнім та високим рівнем навчальних досягнень учнів. Або три однорідні групи за рівнем сформованості здібностей: з низьким, середнім та високим рівнями сформованості. Як зауважує академік Гончаренко С. У., вибірка не повинна бути зібраною з тих чи інших міркувань за певною ознакою: за якістю викладання навчальної дисципліни, оточенням школи тощо [4, с.37].

Далі знаходять величини, які характеризують вибірку. За такі величини звичайно беруть:

– величину, яка найчастіше зустрічається – моду;

– центральну величину за місцем, яке вона посідає в ряду вимірювань, – медіану;

– середню арифметичну величину.

Щоб спростити процес знаходження цих величин, доцільно проводити оцінку даних за розподілом частот. А для цього треба вміти складати дискретні варіаційні ряди.

Варіаційним рядом називають такий ряд чисел, які характеризують розподіл одиниць досліджуваної сукупності залежно від величини ознаки.

Нехай у даній сукупності вивчається деяка ознака, яка взагалі кажучи, змінюється при переході від одного члена сукупності до другого. Зміну цієї ознаки називають **варіацією**, а значення ознаки у даного члена сукупності – його **варіантою**. Якщо здійснити групування варіант за окремими значеннями ознаки, матимемо **дискретне групування** (дискретний від лат. discretus – роздільний, перервний). Наприклад, складемо дискретний варіаційний ряд за числом балів, одержаних під час тематичного тестування 35 учнів:

10, 10, 11, 9, 15, 12, 9, 12, 13, 9, 8, 11, 14, 13, 12, 9, 10, 14, 10, 7, 8, 7, 9, 11, 15, 12, 7, 10, 7, 7, 8, 13, 13, 14, 10.

Дискретний варіаційний ряд (ознака – кількість балів)

Кількість балів:	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Число учнів:	5	3	5	6	3	4	4	3	2

Якщо групування здійснено за інтервалами зміни ознаки, то таке групування називають інтервальним.

Наприклад, тестування 25 учнів 1-го класу з теми: „Розміщення предметів на площині і в просторі» на виявлення рівня навчальних досягнень дало такі результати, які ми подаємо за допомогою інтервального групування в таблиці 1.

Таблиця 1

Рівні	Високий	Достатній	Середній	Початковий
Кількість балів	26-22	21-17	16-10	9 і менше
Число учнів	5	12	5	3

Частотою значення ознаки або інтервалу називають число членів сукупності з деякою варіантою або відповідно число членів сукупності, варіанти яких лежать у даному інтервалі. У випадку статистичного розподілу учнів за кількістю балів частота результату 10 балів дорівнює 6, а 14 балів

– 3. У випадку інтервального групування, частота інтервалу 26–22 балів дорівнює 5, і 16–10 балів – 5.

Оцінку даних за розподілом частот здійснюють з метою виявлення міри центральної тенденції (центрального положення). Найпростіше знайти міру центральної тенденції з допомогою **моди** (від лат. modus – міра, правило).

Мода – це значення ознаки, яка зустрічається найчастіше в даному ряді розподілу.

Для дискретних варіаційних рядів мода визначається як значення ознаки з найбільшою частотою. У нашому прикладі, мода дорівнює 10, бо таку кількість балів набрало найбільше число учнів, а саме 6 (6 – це найбільша частота ознаки ряду).

Розглянемо приклади деяких сукупностей значень:

3, 5, 5, 7, 8, 8, 8, 9 (1) Мода – число 8.

1, 2; 1, 2; 1, 7; 1, 7; 4, 8; 4, 8 (2) Моди немає, бо всі значення в групі зустрічаються однаково часто.

1, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5 (3) Мода дорівнює 3, 5 ((3+4):2). Це випадок, коли два сусідні значення мають однакову частоту і вони більші від частоти будь-якого іншого значення.

7, 10, 10, 10, 11, 13, 14, 14, 14, 15(4) У цій сукупності дві моди – 10 і 14.

Це випадок, коли два несуміжних значення сукупності мають рівні частоти, і вони більші від частот будь-якого значення.

Медіаною називається середнє значення змінюваної ознаки, яка вивчається. Це значення ділить вибірку, яка упорядкована за величиною даної ознаки навпіл так, що одна половина значень більша медіани, а друга менша. Якщо ряд містить непарне число різних значень ознаки, наприклад, 9, 11, 15, 18, 20, то медіана є середнім значенням, тобто дорівнює 15. Якщо ряд містить парне число різних випадків, наприклад, 7, 11, 13, 15, то медіана дорівнює середньому арифметичному між двома центральними значеннями, тобто: (11+13):2 = 12.

Розглянемо приклад визначення медіани в такій ситуації дослідження: необхідно оцінити якість навчальних досягнень учнів другого класу з певного розділу математики за результатами контрольної роботи. Писали роботу 42 учні.

Оцінки в балах:	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	Усього
Частоти:	0	6	5	3	3	3	4	3	3	6	6	0	42

Медіана ділить усі оцінки, а їх 42, навпіл. Двадцять перший член ряду дорівнює 6, двадцять другий член теж дорівнює 6. Медіана дорівнює $\frac{6+6}{2}=6$. Бачимо, що з 42 оцінок 22 не перевищують 6 балів, отже, половина оцінок складається з 6, 5, 4, 3, 2 балів. Це свідчить що більше 50 % учнів засвоїли матеріал розділу математики на початковому та середньому рівнях, що свідчить про невисоку якість навчальних досягнень учнів.

Поняття моди і медіани необхідне для того, щоб з'ясувати, чи є розподіл часткових значень ознаки, яка вивчається, симетричним і чи наближається до **нормального розподілу**. Для нормального розподілу середнє значення і медіана співпадають або дуже мало відрізняються одне від одного. Саме до вибірок з нормальним розподілом ознак можна застосовувати ті параметричні методи, про які буде йти мова далі. На практиці для з'ясування факту, чи є вибірка з нормальним розподілом чи ні, будують графіки. Якщо графіки є більш-менш симетричні, то до таких вибірок мо-
застосовувати параметричні методи, як для льного розподілу.

Рис. 1.

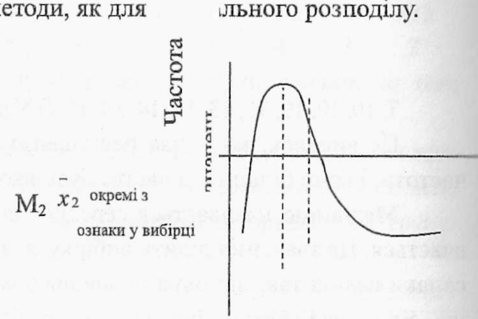


Рис. 2.

На рис. 1 показаний графік симетричного розподілу, де M_1 – медіана, $\bar{x}_1$ – середнє значення. Вони збігаються. Зауважимо, що для симетричного розподілу ознак, у тому числі і для нормального розподілу, значення моди співпадає з значеннями M_1 і $\bar{x}_1$. Для несиметричного розподілу (див. рис. 2) це не характерне ($M_2 \neq \bar{x}_2$).

Середнє значення (або середнє арифметичне) – це середня оцінка ознаки, яка вивчається в дослідженні. Вона характеризує рівень розвитку ознаки в цілому у групі респондентів. Порівнюючи середні значення декількох вибірок, ми можемо судити про відносний рівень розвитку (наприклад певної якості) у респондентів, для яких були складені ці вибірки.

Нехай ми маємо n респондентів, у яких виміряно деяку ознаку, що має значення: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$.

Середнім значенням вибірки $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ називається таке число $\bar{x}$, яке дістають діленням суми всіх даних вибірки на число цих даних n.

$\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$, або $\bar{x} = \dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k$ (∑ – знак суми – „сигма» велика) (5)

Якщо деякі значення ознаки повторюються у вибірці, то середнє значення знаходять за формулою (6):

$\bar{x} = \dfrac{\sum_{k=1}^{n}(x_k f_k)}{\sum_{k=1}^{n} f_k}$, де f_k – частота повторення результату x_k (6)

Для обчислення $\bar{x}$ в педагогічному експерименті доцільно використати таку таблицю (для випадку повторення деяких значень ознаки, що вивчається). Маємо 24 респонденти, для яких зафіксовані такі вихідні дані:

Таблиця 2

Протокол результатів виявлення рівня сформованості..... у процесі тестування

№ п/п	Прізвище, ім'я учня	Рівень сформованості досліджуваної якості (у балах)
1.	Баранов Іван (x_1)	12
2.	Вініченко Сергій (x_2)	12
3.	Винник Олена (x_3)	10
.		
.		
.		
24.	Семенів Ольга (x_{24})	6

На основі протоколу записуємо вибірку: 12, 12, 10, 2, 4, 5, 9, 2, 3, 8, 6, 6, 4, 5, 4, 10, 6, 11, 15, 9, 9, 15, 15, 6. Складаємо дискретний варіаційний ряд за числом набраних балів:

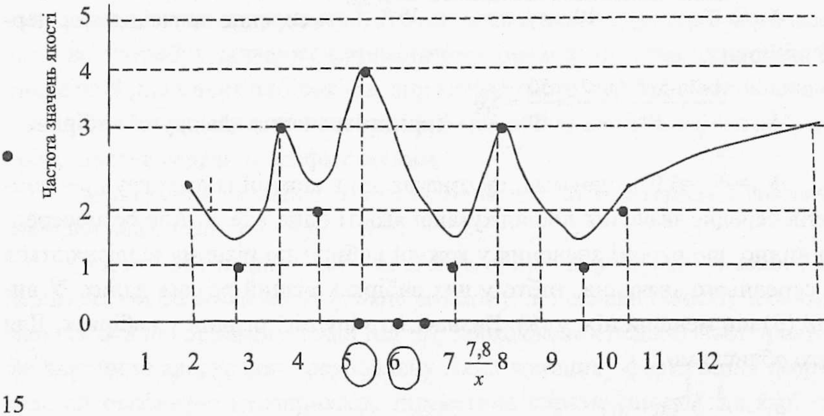
2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, <u>6</u>, <u>8</u>, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 12, 12, 15, 15, 15.

Перевіряємо одержаний емпіричний розподіл значень ознаки на нормальність. Для цього знайдемо моду, медіану і середнє арифметичне і перевіримо, чи співпадають їх величини. Складаємо таблицю 3.

Таблиця 3

№ п/п	Дискретний варіаційний ряд (x_k)	Частота значення якості (f_k)	Добуток $x_k \cdot f_k$	Остаточні обчислення
1	2	2	4	**Мода** – число 6 (значення якості з найбільшою частотою). **Медіана** – $\frac{6+8}{2}=7$, так як ряд містить парне число різних значень. Середнє арифметичне значення $\bar{x}=\frac{\sum_{k=1}^{11} x_k \cdot f_k}{n}=\frac{188}{24}\approx 7{,}8$, де k=1, 2, 3,..., 11. $6\neq 7\neq 7{,}8$ варіаційний ряд не є рядом з нормальним розподілом (див. графік на рис. 3)
2	3	1	3	
3	4	3	12	
4	5	2	10	
5	6	4	24	
6	8	1	8	
7	9	3	27	
8	10	2	20	
9	11	1	11	
10	12	2	24	
11	15	3	45	
Усього:	11 різних значень досліджуваної якості	$n=\sum_{k=1}^{11} f_k$ =24 (2+1+3+2+4+1 + 3+2+1+2+3=24)	$\sum_{k=1}^{11} x_k f_k$ =188	

Вирішуємо питання про можливість використання методів оцінки експериментальних даних.



Окремі значення якості у варіаційному ряді

Однак таких величин як мода, медіана і середнє арифметичне не достатньо для характеристики вибірки, оскільки ці величини не показують наскільки далекими одне від одного є окремі вимірювання у педагогічному експерименті. Тому за міру розсіювання вибірки звичайно беруть середнє квадратичне відхилення.

Дисперсія або **квадрат середнього квадратичного відхилення** (σ^2 – „сигма» мала в квадраті) характеризує, на скільки окремі значення відхиляються від середнього значення величини в заданій вибірці. Дисперсію визначають за формулою (7) так:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2 \qquad (7)$$

Спочатку знаходять всі відхилення як різницю між окремими значеннями у вибірці x_k і середнім значенням $\bar{x}$. Потім всі відхилення (x_k - $\bar{x}$) підносять до квадрату і знаходять середнє арифметичне цих квадратів, де n – кількість респондентів, що відповідає кількості окремих значень у вибірці. Визначимо дисперсію для таких двох вибірок:

5, 4, 5, 6, 7, 3, 6, 2, 8, 4 (8) n_1=10 – число респондентів у першій вибірці.

5, 4, 5, 6, 5, 6, 5, 4, 5, 5 (9) n_2=10 – число респондентів у другій вибірці.

$\bar{x}_1 = \dfrac{2+3+4\cdot 2+5\cdot 2+6\cdot 2+7+8}{10} = \dfrac{50}{10} = 5{,}0$ – середнє значення для першої вибірки.

$\bar{x}_2 = \dfrac{4\cdot 2+5\cdot 6+6\cdot 2}{10} = \dfrac{50}{10} = 5{,}0$ – середнє значення для другої вибірки.

$\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 5{,}0$ – однакові, це означає що в кожній із двох груп респондентів середнє значення досліджуваної якості одне і те ж. Але безпосередньо видно, що окремі значення у кожній вибірці по різному відрізняються від середнього значення, тобто у цих вибірках різний розкид даних. У вибірці (9) він менший ніж у (8). Визначимо міру цієї різниці у вибірках. Для цього обчислимо

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{10}\sum_{k=1}^{10}(x_k - \bar{x}_1)^2 =$$

$$= \frac{(5-5)^2+(4-5)^2+(5-5)^2+(6-5)^2+(7-5)^2+(3-5)^2+(6-5)^2+(2-5)^2+(8-5)^2+(4-5)^2}{10} =$$

$$= \frac{0+1+0+1+4+4+1+9+9+1}{10} = \frac{30}{10} = 3{,}0$$ – дисперсія для першої вибірки.

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{10}\sum_{k=1}^{10}(x_k - \bar{x}_2)^2 =$$

$$= \frac{(5-5)^2+(4-5)^2+(5-5)^2+(6-5)^2+(5-5)^2+(6-5)^2+(5-5)^2+(4-5)^2+(5-5)^2+(5-5)^2}{10} =$$

$$= \frac{0+1+0+1+0+1+0+1+0+0}{10} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$ – дисперсія для другої вибірки.

Як бачимо $\sigma_2^2 < \sigma_1^2$, а тому ми можемо за цими значеннями порівнювати дві задані вибірки.

Інколи замість дисперсії для виявлення розкиду окремих значень відносно середнього значення використовують величину, яка називається вибіркове відхилення, яке позначається, як і дисперсія буквою σ, але без квадрата і обчислюється за формулою (10):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2}{n}} \qquad (10).$$

Наступним етапом є порівняння двох вибірок. У педагогічних дослідженнях дуже часто треба довести наявність чи відсутність істотної різниці між двома вибірками. Для цього існують добре опрацьовані критерії. Зокрема, часто користуються критеріями порівняння середніх значень нормально розподілених сукупностей. До них відноситься і критерій Стьюдента, який не потребує складних математичних обчислень і, що дуже важливо, придатний для малих вибірок. За допомогою цього критерію встановлюють рівень статистичної значущості різниці між двома вибірками, кожна з яких представлена середнім арифметичним.

Порівняння середніх значень величин за критерієм Стьюдента (вибірки невеликого об'єму).

Цей метод використовується для того, щоб перевірити чи вдався експеримент, чи вплинув він на рівень розвитку тієї ознаки (якості), для зміни якої він був проведений. Нехай під час проходження педагогічної практики Ви вирішили ввести нову, розроблену Вами методику формування творчих якостей особистості (наприклад, підсистема спрямованості), до якої входять такі три якості: *позитивне уявлення про себе, бажання пізнати себе; творчий інтерес, допитливість; потяг до пошуку нової інформації, фактів*) у процесі розв'язування текстових задач. Ви сподіваєтесь, що ця методика позитивно вплине, збільшить рівень сформованості вказаних в дужках якостей. У такому випадку з'ясовується причинно-наслідковий зв'язок між незалежною змінною (це Ваша методика) і залежною змінною – рівнем розвитку якостей підсистеми спрямованості. Відповідна гіпотеза формулюється так: „Введення нової методики розв'язування текстових задач на уроках математики в початкових класах повинно суттєво підвищити рівень сформованості творчих якостей учнів підсистеми спрямованості».

Можливі два принципово різні варіанти проведення експерименту:

Варіант А: результати оцінки залежної змінної (рівень сформованості творчих якостей) в експериментальній групі, яка підлягала цілеспрямованому педагогічному впливу, порівнюються з результатами контрольної групи, в якій навчання учнів розв'язувати текстові задачі здійснювалося за традиційною методикою.

Варіант В: результати оцінки залежної змінної передбачається одержати в одній і тій же групі до педагогічного впливу (початок експерименту) і після (в кінці експерименту).

Нехай експеримент проходив за варіантом В. За відповідними тестовими методиками для 10 респондентів були виявлені такі оцінки, які ми подаємо в таблиці 4.

Таблиця 4

№ п/п	Респонденти	Загальна оцінка сформованості творчих якостей особистості підсистеми спрямованості	
		на початку експерименту	на завершення експерименту
1.	А Б	2	4
2.	А В	4	5
3.	А Г	5	6
4.	Б Б	3	3
5.	Б В	2	4
6.	Б Г	1	2
7.	В Б	3	5
8.	В Г	2	2
9.	В А	6	7
10.	В В	4	4

Маємо дві вибірки, які запишемо варіаційними рядами і з'ясуємо чи є вони рядами нормального розподілу.

До експерименту

Бали: 1 2 3 4 5 6

Частота: 1 3 2 2 1 1

Мода – 2, цей бал має найбільшу частоту у варіаційному ряді.

Медіана для парного числа різних значень балів (n_1=10) дорівнює: $\left(\frac{x_5 + x_6}{2}\right) = \frac{3+3}{2} = 3$

$\bar{x}_1$ – середнє арифметичне

$\bar{x}_1 = \frac{1}{10}\sum_{k=1}^{10} x_k \cdot f_k = \frac{1}{10}(1\cdot 1 + 2\cdot 3 + 3\cdot 2+$

$+ 4\cdot 2 + 5\cdot 1 + 6\cdot 1) = \frac{32}{10} = 3{,}2;$

$2 \neq 3 \approx 3{,}2$

Висновок: варіаційний ряд наближається до нормального розподілу.

Після експерименту

Бали: 2 3 4 5 6 7

Частота: 2 1 3 2 1 1

Мода – 4;

Медіана – $\frac{4+4}{2} = 4$

$\bar{x}_{2_1} = \frac{1}{10}\sum_{k=1}^{10} x_k \cdot f_k = \frac{1}{10}(2\cdot 2 +$

$3\cdot 1 + 4\cdot 3 + 5\cdot 2 + 6\cdot 1 + 7\cdot 1) = \frac{42}{10} = 4{,}2;$

$4 = 4 \approx 4{,}2$

Висновок: є рядом з нормальним розподілом.

Середні значення величини сформованості творчих якостей підсистеми спрямованості до експерименту – 3,2, а після експерименту – 4,2 суттєво відрізняються. Але чи ця різниця статистично достовірна, щоб робити висновок про вірогідність сформульованої гіпотези? Відповідь на це запитання дамо, використавши t-критерій Стьюдента. Його основна формула така:

$t = \dfrac{\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right|}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$ (11), де $\bar{x}_1$ і $\bar{x}_2$ – середні значення змінної величини по першій

та другій вибірках значень досліджуваної якості;

m_1 і m_2 – інтегровані показники відхилень окремих значень від відповідних їх середніх значень із двох вибірок, які порівнюються. m_1 і m_2 обчислюються за такими формулами:

$m_1^2 = \dfrac{\sigma_1^2}{n_1}$; $m_2^2 = \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}$ (12), де $\sigma_1^{\ 2}$ і $\sigma_2^{\ 2}$ – відповідні дисперсії змінної для першої і другої вибірок. n_1 і n_2 – число всіх окремих значень змінної в кожній із вибірок ($n_1 = n_2 = 10$).

Обчислимо значення $\sigma_1^{\ 2}$ і $\sigma_2^{\ 2}$:

$\sigma_1^2 = \dfrac{1}{10}\sum_{k=1}^{10}(x_{k_1} - \bar{x}_1)^2 = \dfrac{1}{10}((3,2\text{-}1)^2 + (2\text{-}3,2)^2 \cdot 3 + (3\text{-}3,2)^2 \cdot 2 + (4\text{-}3,2)^2 \cdot 2 + (5\text{-}3,2)^2 + (6\text{-}3,2)^2) = \dfrac{1}{10}((2,2)^2 + 3 \cdot (-1,2)^2 + 2 \cdot (-0,2)^2 + +2 \cdot (0,8)^2 + (1,8)^2 + (2,8)^2) \approx 2,2$;

$\sigma_2^2 = \dfrac{1}{10}\sum_{k=1}^{10}(x_{k_2} - \bar{x}_2)^2 = \dfrac{1}{10}((2\text{-}4,2)^2 \cdot 2 + (3\text{-}4,2)^2 \cdot + (4\text{-}4,2)^2 \cdot 3 + (5\text{-}4,2)^2 \cdot 2 + (6\text{-}4,2)^2 + (7\text{--}4,2)^2) = \dfrac{1}{10}(2 \cdot (-2,2)^2 + (-1,2)^2 + 3 \cdot (-0,2)^2 + 2 \cdot (0,8)^2 + (1,8)^2 + (2,8)^2) \approx 2,4$;

Підставимо знайдені значення в формулу (11)і обчислимо показник t:

$t = \dfrac{|3,2 - 4,2|}{\sqrt{\dfrac{2,2}{10} + \dfrac{2,4}{10}}} = \dfrac{1 \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{4,6}} \approx 1,47$; назвемо його t експериментальне (t_e)

Використаємо таблицю критичних значень t-критерію Стьюдента для заданого числа степенів свободи, рівного $n_1 + n_2 - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$, і вибраною ймовірністю допустимої помилки (наприклад $\alpha = 0,05$), і порівняємо знайдене значення $t=1,47$ з табличними $t_{табл.}=2,10$ (див. підкреслені числа в таблиці 5). Як бачимо, $t_e < t_{табл.}$, а це означає, що середні значення величин в нашому випадку рівні 3,2 і 4,2 статистично не відрізняються одне від одного. Отже, наш експеримент показав з точністю до 95 %, що висловлена гіпотеза не вірогідна, бо за t-критерієм Стьюдента гіпотеза вірогідна, якщо $t_e \geq t_{табл.}$. У цьому випадку середні значення із двох вибірок, що порівнюються, дійсно будуть статистично достовірно відрізнятися з ймовірністю допустимої помилки, яка менша або дорівнює вибраній. У нашому випадку вона становить 5 %.

Таблиця 5

Критичні значення t-критерія Стьюдента для заданого числа степенів свободи і ймовірностей допустимих помилок, рівних 0,05; 0,01 і 0,001

Число степенів свободи	Ймовірність допущеної помилки		
	0,05	0,01	0,001
	Критичні значення показника		
4	2,78	5,60	8,61
5	2,58	4,03	6,87
6	2,45	3,71	5,96
7	2,37	3,50	5,41
8	2,31	3,36	5,04
9	2,26	3,25	4,78
10	2,23	3,17	4,59
11	2,20	3,11	4,44
12	2,18	3,05	4,32
13	2,16	3,01	4,22
14	2,14	2,98	4,14
15	2,13	2,96	4,07
16	2,12	2,92	4,02
17	2,11	2,90	3,97
18	2,10	2,88	3,92
19	2,09	2,86	3,88
20	2,09	2,85	3,85
21	2,08	2,83	3,82
22	2,07	2,82	3,79
23	2,07	2,81	3,77

24	2,06	2,80	3,75
25	2,06	2,79	3,73
26	2,06	2,78	3,71
27	2,05	2,77	3,69
28	2,05	2,76	3,67
29	2,05	2,76	3,66
30	2,04	2,75	3,65
40	2,02	2,70	3,55
50	2,01	2,68	3,50
60	2,00	2,66	3,46
80	1,99	2,64	3,42
100	1,98	2,63	3,39

Зауважимо, що вибрана ймовірність допущеної помилки, рівна і менша ніж 0,05, вважається достатньою для науково переконливих доказів. Чим менша ця ймовірність, тим точніші і переконливіші висновки, які ми робимо. Якщо вибір ймовірності допущеної помилки становить 0,0001, то це гарантує точність обчислень, яка перевищує 99,99 % або помилку меншу, ніж 0,01 %.

Описаний вище спосіб з використанням t-критерію розподілу Стьюдента використовують у випадку двох вибірок невеликого об'єму. У випадку проведення експерименту, коли маємо дві вибірки великого об'єму можна використати χ^2-критерій („хі-квадрат критерій»)

2. Порівняння частот значень величин за χ^2-критерієм

Формула χ^2 критерію така: $\chi^2 = \sum_{k=1}^{m} \frac{(V_k - P_k)^2}{P_k}$ (13), де

P_k – частоти результатів спостережень до початку педагогічного експеримента;

V_k – частоти результатів спостережень зроблених після експерименту;

m – загальне число груп, на які розділились результати спостережень.

Розглянемо такий приклад. Нехай для експериментального дослідження результативності методики поетапного формування креслярських умінь і навичок випускників початкової школи була утворена вибірка із 100 учнів 4-их класів (це експериментальна група учнів, в яку ввійшли учні декількох четвертих класів). На початку експерименту було зафіксовано, що 30 учнів мають низький рівень сформованості креслярських умінь, 30 –

середній і 40 – високий. Після проведення формувального експерименту ситуація змінилася. Низький рівень сформованості креслярських умінь тепер мають лише 10 учнів, середній – 45 учнів і високий теж 45 учнів. Чи можна, спираючись на ці дані стверджувати, що впроваджена методика результативна, що експеримент дійсно вдався? Щоб відповісти на це запитання зафіксуємо, що P_k набуває значення 30 %, 30 %, 40 %, а змінна V_k – відповідно такі значення: 10 %, 45 %, 45 %, тобто результати спостереження розподілилися на 3 групи (m=3). Підставимо ці значення у формулу (13) і обчислимо величину χ^2.

$$\chi^2 = \frac{(10-30)^2}{30} + \frac{(45-30)^2}{30} + \frac{(45-40)^2}{40} = 21{,}5$$

Звернемося до таблиці критичних значень χ^2-критерію, де для заданого числа степенів свободи можна вибрати степінь значущості утворених відмінностей до і після експерименту в розподілі оцінок.

Таблиця 6

Граничні (критичні) значення χ^2-критерію, що відповідають різним ймовірностям допущеної помилки і різним степеням свободи

Число степенів свободи (m-1)	Ймовірність допущеної помилки		
	0,05	0,01	0,001
1	3,84	6,64	10,83
2	5,99	9,21	13,82
3	7,81	11,34	16,27
4	9,49	13,28	18,46
5	11,07	15,09	20,52
6	12,59	16,81	22,46
7	14,07	18,48	24,32
8	15,51	20,09	26,12
9	16,92	21,67	27,88
10	18,31	23,21	29,59
11	19,68	24,72	31,26
12	21,03	26,05	32,91
13	22,36	27,69	34,53
14	23,68	29,14	36,12
15	25,00	30,58	37,70

За таблицею 6, для m-1=3-1=2 степенів свободи відповідне критичне значення χ^2=13,82 (підкреслені значення в таблиці) при ймовірності допущеної помилки менше, ніж 0,001. Обчислене нами значення χ^2=21,5 більше табличного, це означає, що гіпотеза про результативність методики поетапного формування креслярських умінь і навичок випускників початкових класів, експериментально підтвердилась. Рівень сформованості креслярських умінь і навичок у респондентів значно підвищився, і це ми можемо стверджувати, допускаючи помилку, що не перевищує 0,1 %.

Переслідуючи мету показати доступність і посильність використання математичних методів для підтвердження чи спростування гіпотези педагогічного дослідження, – обов'язкової складової частини у педагогічному дослідженні магістрів, ми детально на прикладі використання двох критеріїв: Стьюдента і χ^2 –критерію для нормально розподілених сукупностей, описали технологію обов'язкових етапів математичних обчислень у дослідженні будь-якого педагогічного явища. Висловлюємо сподівання, що такий підхід допоможе магістрам нематематичних спеціальностей у самостійному оволодінні іншими критеріями, про які можна прочитати у рекомендованій літературі.

Література

1. Білоусова Л.І. Інформаційні технології математичної обробки статистичних даних /Л.І. Білоусова, О. Г. Колгатін, Л. С. Колгатіна /Інформаційні технології в освіті: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції (24-26 травня 2006р.). – Мелітополь: МДПУ, 2006. – С.5–7.
2. Воловик П. М. Педагогічна технологія оцінювання ефективності нових методів (методик) навчання /Павло Михайлович Воловик // Педагогічний процес: теорія і практика. Зб. наук. пр. – К.: ЕКМО, 2003. – № 1. – С.54–66.
3. Воловик П. М. Проблеми порівняння результатів педагогічних експериментів /Павло Михайлович Воловик // Неперервна професійна освіта: теорія і практика. – 2002. – Випуск 1(5). – С.121–127.
4. Гончаренко С. У. Педагогічні дослідження: [методологічні поради молодим науковцям] / Семен Устимович Гончаренко. – К., 1995. – 47с.
5. Нодельман В. С. Математика в помощь педагогу: [методические рекомендации для студентов педагогического института] / Владимир Семенович Нодельман. – Куйбышев. –1981. – 23с.