

М.62
П.А. МИНЕНКО
И.Н. КОРЧАГИН
Н.А. ЯКИМЧУК

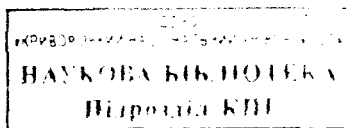
**ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ
УСТОЙЧИВЫХ РЕШЕНИЙ
ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ
ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ**

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ЦЕНТР МЕНЕДЖМЕНТА И МАРКЕТИНГА В ОБЛАСТИ НАУК О ЗЕМЛЕ
ИНСТИТУТА ГЕОЛОГИЧЕСКИХ НАУК

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
КРИВОРОЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**П.А. МИНЕНКО
И.Н. КОРЧАГИН
Н.А. ЯКИМЧУК**

ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ УСТОЙЧИВЫХ РЕШЕНИЙ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ



Киев
«Карбон Лтд»
2012

Миненко П.А., Корчагин И.Н., Якимчук Н.А.

Фильтрационные методы устойчивых решений обратных задач гравиметрии и магнитометрии. Научное издание. / П.А. Миненко, И.Н. Корчагин, Н.А. Якимчук. Киев: Карбон Лтд, 2012. – 275 с.

ISBN 978-966-1692-12-0

В монографии рассмотрены основные теоретические и методические вопросы создания аппроксимирующих моделей геологической среды и фильтрационных итерационных методов устойчивого решения линейных и линеаризованных вариантов нелинейных обратных задач непосредственно для полевых измерений гравитационного и магнитного полей.

Для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов по специальностям «Информатика и прикладная математика», «Геофизика и геоинформатика».

У монографії розглянуто основні теоретичні й методичні питання створення апроксимувальних моделей геологічного середовища й фільтраційних ітераційних методів стійкого розв'язку лінійних і линеаризованих варіантів нелінійних обернених задач безпосередньо для польових вимірів гравітаційного й магнітного полів.

Для науковців, інженерів, аспірантів і студентів за спеціальностями «Інформатика та прикладна математика», «Геофізика й геоінформатика».

Рецензенты:

акад. РАН, д-р физ.-мат. наук **В.Н. Страхов**

д-р физ.-мат. наук **А.С. Долгаль**

Рекомендовано к печати ученым советом Криворожского государственного педагогического университета (протокол №3 от 11 октября 2011 г.)

УДК 519.6+ 550.831+550.837+550.838+550.681

ISBN 978-966-1692-12-0

© П.А. Миненко
И.Н. Кочагин
М.А. Якимчук
© Издательство
«Карбон Лтд», 2012

ПРЕДИСЛОВИЕ

История развития оптимизационных методов решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии (ОЗГМ) неразрывно связана с именем Владимира Николаевича Страхова – профессора, доктора физико-математических наук, академика Российской Академии наук.

Условно можно считать, что в мире были созданы две школы оптимизации ОЗГМ – украинская и российская, к которым примыкали отдельные ученые и практики из различных регионов СССР и зарубежья. В последней четверти XX в. украинская школа формировалась вокруг д. ф.-м. н., проф. Е.Г. Булаха, российская – вокруг академика АН СССР и РАН А.Н. Тихонова.

Было выполнено множество разнообразных исследований, получены результаты, раскрывающие суть методов оптимизации решений обратных задач и обеспечения их устойчивости. Следует также отметить, что решались только двумерные задачи интерпретации профильных аномалий с малым количеством неизвестных, основанные на моделировании и решении на ЭВМ прямых задач для способа подбора с ручным управлением. В конце 1980-х годов авторы настоящей книги, каждый в отдельности, перешли на решение аналогичных задач интерпретации площадного и пространственно распределенного поля, его трансформаций и высших производных над трехмерными моделями геологической среды, с доказательствами единственности решения обратной задачи, и даже были разработаны необходимые условия существования устойчивых решений (НУСУР) [58, 138].

Однако наибольший сдвиг в сторону значительного улучшения всего дела был достигнут после публикации В.Н. Страховым в 1990–1991 гг. около десятка работ [114–118 и др.] об использовании для решения обратных задач итерационного метода наименьших квадратов (ИМНК, МНК) и критерия условной оптимизации по невязке поля с дополнительным условием функционального равенства среднеквадратической невязки и точности его измерения, а также некоторых других теоретических и методических приемов. Применение НУСУР [58, 60] к методам В.Н. Страхова [114–116] сразу же дало устойчивые решения в рудной обратной линейной задаче (ОЛЗ) гравиметрии (ОЛЗГ). Эти решения представляли собой эквивалентное распределение аномальной плотности в зависимости от величины несовпадения по глубине пространств геологических масс и сеточно-блоковой модели. Вместе с тем уже был прогресс, так как оставалось только работать над достижением геологической содержательности уже точно устойчивого решения ОЛЗГ.

Было выбрано несколько путей для достижения цели.

В книге приведены новейшие научные разработки авторов: теория и результаты применения итерационных методов устойчивого решения обратных линейных задач гравиметрии и магнитометрии с критерием оптимизации по минимуму суммы квадратов (МСК) итерационных поправок (ИП) фильтрационно-избирательного типа к плотности и магнитным параметрам аномальных тел, а в нелинейных задачах — к параметрам глубины до них и элементов матриц решения прямых задач (МРПЗ); методы автоматизации процесса формирования начальных условий и комплексные технологии аппроксимации геологической среды блоковыми и другими моделями для итерационных процессов. Введено понятие сеточно-блоковой интерпретационной модели (СБИМ) и требования к ней как необходимые условия существования устойчивого решения обратных задач гравиметрии (ОЗГ) и магнитометрии (ОЗМ). Рассмотрены некоторые аспекты применения фильтрационных итерационных методов (ФИМ) для определения в рудных районах глубины до кристаллического фундамента по данным электрического профилирования (ЭП), для решения обратных задач потенциала скоростей (ОЗПС) при взрыве зарядов взрывчатого вещества (ВВ) с целью разрушения горного массива, а также в различных статистических исследованиях технологических процессов и экономических моделей. В главах 1—4 приведены теория и методика применения ФИМ, в главе 5 — результаты интерпретации ими измеренных полей. В приложениях представлены материалы, требующие более конкретного рассмотрения отдельных вопросов теории и практики использования ФИМ и аппроксимирующих конструкций в гравиметрии и магнитометрии.

СПИСОК ПРИНЯТЫХ УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

АИМ	—	аппроксимирующая интерпретационная модель
АК	—	аппроксимирующая конструкция
АКП	—	автоматизированный компьютерный подбор
АП	—	аномальная плотность
АЯ	—	аппроксимирующая ячейка
АЭ	—	аппроксимирующий элемент
ВВ	—	взрывчатое вещество
ВЭЗ	—	вертикальное электрическое зондирование
ГАР	—	геоинформационный анализ результатов
ГАФВК	—	гибридный аналог фильтров Винера и Калмана
ДЭП	—	дипольное электрическое профилирование
ИАП	—	инструментально-аппроксимационная помеха
ИК	—	итерационный коэффициент
ИМ	—	итерационный метод
ИММН	—	итерационный метод минимальных невязок
ИММП	—	итерационный метод минимальных поправок
ИМН	—	итерационный метод по невязке поля
ИМП	—	итерационный метод по поправке к плотности
ИН	—	интенсивность намагничивания
ИП	—	итерационная поправка
ИФ	—	итерационная формул
КГП	—	карта гравитационного поля
КИПП	—	критерий по ИП к плотности
КНП	—	критерий оптимизации по невязке поля
КС	—	Криворожской синклиниорий
КУЭС	—	кажущееся удельное электрическое сопротивление
КФ	—	квадратичная форма
ЛНС	—	линия наименьшего сопротивления
ЛОЗ	—	линеаризованная обратная задача
МАИ	—	магнитоактивный источник
МВ	—	магнитная восприимчивость
МНК	—	метод наименьших квадратов
МНП	—	метод невязок поля
МПП	—	метод по поправке к плотности
МРПЗ	—	матрица решений прямых задач
МРПЗГ	—	матрица решений прямых задач гравиметрии
МРПЗМ	—	матрица решений прямых задач магнитометрии
МСГ	—	метод сопряженных градиентов
МСК	—	минимум суммы квадратов
МСФП	—	максимальный скачек физического параметра
НП	—	невязка поля
НУСУР	—	необходимое условие существования устойчивого решения

ОЗ	—	обратная задача
ОЗГ	—	обратная задача гравиметрии
ОЗГМ	—	совместная ОЗ гравиметрии и магнитометрии
ОЗМ	—	обратная задача магнитометрии
ОЗПС	—	обратная задача потенциала скоростей
ОЛЗ	—	обратная линейная задача
ОЛЗГ	—	обратная линейная задача гравиметрии
ОЛЗГМ	—	совместная ОЛЗ гравиметрии и магнитометрии
ОЛЗМ	—	обратная линейная задача магнитометрии
ОЛЗПС	—	ОЛЗ потенциала скоростей
ОЛНЗ	—	обратная линейно-нелинейная задача
ОЛНЗГ	—	обратная линейно-нелинейная задача гравиметрии
ОЛНЗГМ	—	совместная ОЛНЗ гравиметрии и магнитометрии
ОЛНЗМ	—	обратная линейно-нелинейная задача магнитометрии
ОНЗ	—	обратная нелинейная задача
ОНЗГ	—	обратная нелинейная задача гравиметрии
ОНЗГМ	—	ОНЗ гравиметрии и магнитометрии
ОНЗМ	—	обратная нелинейная задача магнитометрии
ОНЗПС	—	обратная нелинейная задача потенциала скоростей
ОП	—	оптимизационная процедура
ОФП	—	ошибка физического параметра
ПВП	—	полубесконечная вертикальная призма
ПЗГ	—	прямая задача гравиметрии
ПЗМ	—	прямая задача магнитометрии
ПК	—	персональный компьютер
ПП	—	погрешность поля
ППАС	—	программное преобразование, анализ и синтез
СА	—	сеточная аппроксимация
САЭ	—	сеточный аппроксимирующий элемент
СБМ	—	сеточно-блоковая модель
СБИМ	—	сеточно-блоковая интерпретационная модель
СБИМ1	—	сеточно-блоковая интерпретационная модель первая
СБИМ2	—	сеточно-блоковая интерпретационная модель вторая
СИП	—	сходящийся итерационный процесс
СКН	—	среднеквадратичная невязка
СКНП	—	среднеквадратичная невязка поля
СЛАУ	—	система линейных алгебраических уравнений
СПВО	—	скалярное произведение вектора ошибки на вектор сигнала
СЭП	—	симметричное электрическое профилирование
ТВП	—	точность восстановления поля
ТПП	—	точность подбора поля
УС	—	уравнение связи
УЭС	—	удельное электрическое сопротивление
ФГИ	—	физико-геологическая идентификация
ФИМ	—	фильтрационный итерационный метод
ФП	—	формула поправки
ЧКО	—	частный критерий оптимизации
ЭИП	—	экстремально-избирательный поиск
ЭИМ	—	экстремально-избирательный метод
ЭМ	—	экстремальный метод
ЭОЗ	—	экстремальная обратная задача
ЭОЛЗ	—	экстремальная обратная линейная задача
ЭП	—	электрическое профилирование
ЭР	—	эквивалентное распределение
ЭРОЗ	—	эквивалентное решение обратной задачи

ВВЕДЕНИЕ

В начале 1990-х годов в Украине после распада СССР возникла острая необходимость быстрого поиска хотя бы небольших, но обязательно приповерхностных месторождений полезных ископаемых для их эксплуатации в течение нескольких ближайших лет. Подобные задачи до этого не решались, был только опыт обслуживания крупных месторождений и поисков таких же новых. Поскольку сырьём прежняя страна была обеспечена на сотни лет вперёд, в незначительных объёмах для небольшого прироста проводилась детальная и эксплуатационная разведка месторождений. Практически не была разработана технология поисков мелких и средних, коренных и перетолженных месторождений во впадинах поверхности кристаллического фундамента, в коре выветривания и рыхлых отложениях. Тем более не было необходимости быстро и неотложно разрабатывать методы решения обратных линейных и нелинейных задач гравиметрии и магнитометрии для сеточных моделей с большим количеством малых блоков и доводить их до совершенства.

За последние 50 лет не было выполнено ни одной научной работы по разработке метода определения глубин до кристаллического фундамента по результатам электропрофилирования, хотя при проведении геологической съёмки масштаба 1 : 50 000 для каждого листа было выполнено по 1000 пог. км дипольного электрического профилирования (ДЭП) с шагом 50 м. По ним можно было бы строить карты глубин до кристаллического фундамента при умении решать соответствующие обратные задачи электроразведки. Результаты съёмок вертикального электрического зондирования (ВЭЗ) по сети 500×500 м для выполнения поисковых задач явно недостаточны.

Еще более тяжелое положение сложилось в Украине с приростом запасов и добычей нефти, газа, угля, горючих сланцев. В 1960-е годы в 15–20 км от г. Кривой Рог на Христофоровском месторождении бурых углей были закрыты все шахты. Глубина разработок была не более 30 м. Содержание таких шахт по силам любому райисполкому. Сегодня углем из этих шахт можно было бы отапливать половину сел Украины. Однако в большом Советском Союзе малые угольные шахты никому не были нужны. Поэтому утеряны уникальные технологии их разработки, а вместе с ними и потребности в развитии геофизических методов и теории соответствующих многожеланных сеточных методов их интерпретации. Там, где под осадочные рыхлые отложения непосредственно выходят даже слабромагнитные горные породы, поиски месторождений магнитной и вариометрической съёмками могут быть наиболее быстрыми, дешёвыми и успешными. Ныне же в Большом Кривбассе добывают обнаруженные геофизическими съёмками 1960-х

годов железные руды “малых” месторождений (Петровского и Артемьевско-го) и готовят к разработке “малое” Лиховское месторождение железо-ванадиевых руд с редкоземельными элементами, а также Ингулецкую группу месторождений бокситов.

Аналогичная ситуация с твердыми полезными ископаемыми, нефтью и газом сложилась во всех регионах Украины. Однако в большинстве регионов даже не знают, что такие месторождения есть. На схеме картирования территории Украины съемкой масштаба 1 : 50 000 больше белых пятен, чем участков выполненных съемок. Съемки масштаба 1 : 25 000 – это редкость. Необходимо проведение более детальных съемок или переинтерпретация выполненных ранее съемок более совершенными фильтрационными итерационными методами.

На протяжении второй и третьей четверти XX в. были разработаны эффективные комплексы методов решения региональных и локальных поисковых задач. На первом этапе (до 1941 г.) – происходило развитие теории интерпретации гравиметрии и магнитометрии, на втором (после 1945 г.) – всестороннее развитие геофизических методов. В последней четверти прошлого века начался третий этап, на котором продолжилось внедрение математических идей в теорию интерпретации гравиметрии и магнитометрии, но уже на уровне обустройства тех методов, начало и разработку которых в 1930–1950 гг. осуществили многие известные учёные. Опубликованы их теоретические работы, выдающиеся результаты экспериментов или оригинальные и полезные результаты полевых геолого-геофизических изысканий. Названия почти всех работ свидетельствуют об их актуальности не только в те далекие и интересные годы. И сегодня они вызывают восхищение смелостью замыслов, целенаправленностью методик и удивительными результатами исследований.

На базе ведущих вузов, научно-исследовательских институтов, трестов, экспедиций, отдельных геофизических партий страны формировались научные коллективы, лаборатории, творческие группы, которые создали основы для развития численных методов в теории и практике интерпретации гравиметрии и магнитометрии. Эти исследования расширили научную базу для широкого и полного внедрения методов и приемов математического обслуживания большинства операций на всех стадиях геофизических исследований, хотя почти все проблемы требовали продолжения исследований детального или глобального, частного или общего характера. С одной стороны, на теоретических моделях ученые получают и отличные результаты решения ОЛЗ гравиметрии, и дошедшие до абсурда эквивалентные распределения (ЭР) аномальной плотности (АП). С другой стороны, практики для реальных измеренных в рудных районах усредненных полей получают геологически содержательные или бессмысленные ЭР АП, а для полей, неосредненных и осложненных помехами, – неустойчивые знакопеременные решения, лишённые физического смысла.

Какую бы аппроксимацию не выбрали для модельных представлений, всегда найдутся в модели блоки, которые не полностью заполнены реальными аномальными массами. Обычно добиваются заполнения моделей плотнейшей упаковкой – телами простой геометрической формы.

К 1990 г. А.И. Кобрунов и А.П. Петровский разработали несколько модификаций методов комплексной интерпретации двух геофизических методов в одном алгоритме, на базе которых несколько позже была создана

интегральная система комплексной интерпретации геофизических методов [32–34, 100–104].

Двумя последними циклами работ было показано, что методы интерпретации и критерии оптимизации можно изменять и получать положительные результаты, хотя проблема больших чисел обусловленности матриц по-прежнему требовала своего решения для реализации рудных обратных задач. Важным было также решение вопроса, где находится граница между неустойчивостью и эквивалентностью полученного решения ОЛЗГ, но ответа не было. Еще труднее было с однозначностью среднего решения ОЛЗГ для геологических массивов с сильно изменчивыми физическими свойствами, когда использование точечных априорных данных по скважинам больше усложняло задачу, чем помогало ее решать.

В 1990 г. одним из авторов настоящей монографии был впервые составлен оптимизированный (экстремальный) итерационный метод устойчивого решения ОЛЗГ [61] с логически обоснованной итерационной поправкой (ИП) [111] (см. формулу (1.6)) на основе критерия оптимизации по невязке поля (КНП). Эта поправка удовлетворяла условиям сходимости неоптимизированного итерационного процесса, но сходимость была очень медленной: за 70 000 итераций (по 300–400 итераций в день) за полгода удалось с нулевых начальных условий достичь только половины значений тех плотностей, которые для эксперимента были заложены в поле теоретической СБИМ. В публикации [61] приводится описание положительных результатов применения этой поправки в итерационном методе наименьших квадратов (МНК) и в экстремальном методе с той же поправкой к аномальной плотности, а также сравнение решений по невязке поля и по плотности при различном количестве итераций.

В более ранней работе [59] были сравнены решения ОЛЗГ обычным МНК при добавлении в реальное поле через 1 точку знакопеременной погрешности 0,17; 0,35 и 0,50 мгл при изменении поля на площади съемки от 1 до 34 мгл. Позже было установлено, что искусственно введенные в поле интенсивные регулярные погрешности поля являются фактором стабилизации решения ОЛЗГ и ОЛЗМ. И хотя в этом случае норма отклонения поля и параметров решения увеличивается, устойчивое решение, по Ж. Адамару [21], сохраняется. “Устойчивое решение по норме сохраняется и при уменьшении величины поля силы тяжести до ближайшего целого числа, а также при ее изменении на величину постоянного фона для всех точек участка съемки. В последнем случае решение изменяется примерно на постоянную величину, зависящую от размера участка съемки. Устойчивое решение по норме сохраняется и в том случае, если влияние элементов горного массива и само поле вычислять с обычной точностью, а произведение транспонированной матрицы на матрицу влияний элементов массива – с удвоенной точностью, то есть сам МНК реализовать с удвоенной точностью на матрице, полученной с обычной точностью” [59].

Теоретически доказано [62], что невязка поля в методе с поправкой [111] больше невязки поля в методе с обычной поправкой [61]. Следовательно, при лучшей геологической содержательности решения экстремальной обратной задачи (ЭОЗ) новая поправка обладает фильтрационными свойствами. Высокой точности можно добиться введением в формулу поправки управляющих параметров, что и было доказано на примерах интерпретации реальных полей. Поэтому назрела необходимость в этом экстремальном

методе сделать переход от давно известного вместе с его недостатками критерия оптимизации по МСК невязок поля к другому, известному в теории численных методов, но новому для геофизики критерию оптимизации по МСК итерационных поправок к АП. Идея имела чисто физический смысл — постепенно с каждой итерацией нарастить величину АП блоков [5,12] и вовремя остановить процесс их роста, а затем скорректировать вручную новые начальные условия и запустить СБИМ на новую порцию итераций [62]. Если новый метод будет давать сильно устойчивое решение ОЛЗГ для СБИМ, в том смысле, что небольшое параллельное перемещение всей СБИМ по глубине или в горизонтальном направлении приводит к очень близким результатам решения задачи, то можно уже работать над созданием методов однозначного решения как линейных, так и более простых из нелинейных — линеаризованных (линейно аппроксимированных) обратных задач (ЛОЗ).

Добавим, что в практических задачах на реальных полях этот, казалось бы, незначительный методический прием по рецепту классического определения устойчивости итерационного метода привел к созданию методов изучения тонкой структуры геологических объектов, к их детальной геофизической разведке, чего общими методиками применения геофизических методов сделать невозможно [55,87, 91]. В автоматическом режиме этот метод имеет еще одно преимущество, обусловленное тем, что для удобства начальные значения АП всех блоков можно выбирать одинаковыми — одной строкой в цикле, т. е. обеспечивается высокая технологичность ввода в программу начальных условий.

Исследования новыми алгоритмами [62,63] позволили убедиться в том, что для получения устойчивых решений ОЛЗГ и ОЛЗМ нужно заранее создать соответствующую физическую интерпретационную модель, в которую входят не только блоки с искомой АП, но и ограниченное по площади поле силы тяжести, чего раньше никто не делал [58]. Таким образом, в 1980-х годах из общего научного направления машинных методов устойчивых решений ОЗГ и ОЗМ было выделено обособленное научное направление фильтрационных методов устойчивых решений экстремальных рудных ОЛЗГ и ОЛЗМ, которое авторы развивают и в настоящее время, расширив сферу его применения в науке и практике.

Фильтрационные методы решения обратных задач целенаправленно, как методы идентификации аномального тела с геологическими объектами, почти не разрабатывались, а потому и не применялись. Однако опосредствованно всегда имели дело с фильтрацией поля, из которого отфильтровывали в какой-то степени близкое к правильному решение, т. е. сам процесс решения обратной задачи и есть процессом фильтрации поля. Можно привести примеры из работ А.А. Никитина, использовавшего фильтры Колмогорова—Винера для выделения полезных аномалий [94, 95]. Любое предварительное усреднение поля, как правило, давало устойчивое решение обратной задачи. Да и сама фильтрация поля выполнялась не иначе, как для обеспечения или повышения устойчивости такого решения. Само понятие устойчивого решение исходило из того, насколько можно снизить наличие погрешностей в интерпретируемом поле. Даже определение устойчивого решения опиралось на то, что малым изменениям гравитационного поля на входе решающей системы должны соответствовать малые изменения АП

горной породы на ее выходе. Тогда большим изменениям поля должны соответствовать большие изменения АП. Однако такое требование к решению обратной задачи устраивает только при большом изменении полезного сигнала при высокой АП и не устраивает, если имеются такие же большие изменения поля вследствие погрешностей, полученных при измерении и редуцировании поля, или неточностей аппроксимации геологической среды большими блоками.

В практике решения корректно поставленных задач даже с большими погрешностями поля и с критерием оптимизации по невязке поля получаем, хотя бы частично, ощутимую фильтрацию этих погрешностей и неполную трансформацию их в АП блоков горных пород.

Авторов настоящего издания объединяет то, что применяемые ими в разное время для решения обратных задач оптимизирующие итерационные линейные методы являются различными модификациями градиентных методов. Более того, авторы так или иначе использовали семейства градиентов и вариаций дискретного реального поля с разным шагом или окнами для просеивания локальных погрешностей и выделения разноглубинных объектов, т. е. выполняли устойчивую фильтрацию геологического объекта. Кроме того, авторов объединяет идея использования серий высокоточных устойчивых решений обратной задачи (УР ОЗ) для создания высокоточных геоинформационных технологий извлечения сведений о тонкой структуре геологического объекта, которая недоступна для обычных геофизических методов интерпретации типа “большая геофизическая аномалия – большое геологическое тело”.

Таким образом, фильтрационные методы решения обратных задач не создавались. Об этом свидетельствует и отсутствие в гравиметрии количественных показателей степени фильтрации ошибок или выделения сигналов. Известный критерий – отношение сигнала к помехе по интенсивности или энергии для гравиметрии и магнитометрии – явно не подходит. В какой-то мере фильтрация поля существенно повышала точность интерпретации по плотности и глубинам до масс, а это ассоциировалось с повышением или обеспечением УР ОЗ любым из применяемых методов.

Однако при наличии больших погрешностей поля решение получается далеко не точным. Первым сказывается фактор превышения (или уменьшения) площади карты поля над площадью проекции масс на эту карту. Решение ОЛЗГ получается расходящимся или просто несодержательным. При устранении данного несоответствия остается влияние других факторов: количество слоев в модели среды, интенсивность погрешностей. Следовательно устойчивое решение в первую очередь определяется его геологической содержательностью, т. е. существованием решения или хотя бы его однозначностью, и в последнюю очередь – соответствием данных на входе и выходе, т. е. в определении устойчивого решения ОЛЗГ входит выполнение всех трех условий Ж. Адамара (1865–1963) [21]. Аналогично, понятие эквивалентного решения обратной задачи (ЭРОЗ) может означать неоднозначность, неустойчивость и неточность решения обратной задачи, понятие однозначности – отсутствие эквивалентного решения, геологическую содержательность, устойчивость и точность решения обратной задачи, а точность решения – однозначность, устойчивость, малую погрешность определения результатов интерпретации.

Следовательно, необходимо разрабатывать методы решения обратной задачи, выделяющие объекты по полезным сигналам или не преобразующие погрешности поля в АП или интенсивность намагничивания. Важное значение имеют технологии аппроксимации геологического объекта (см. приложение А). Поскольку приходится использовать несколько моделей одновременно, несколько размеров блоков или переходить на следующем этапе к модели с другими размерами блоков через определенное количество итераций или после достижения определенного результата в решении обратной задачи, то необходимо разрабатывать многошаговые стратегии или использовать известные элементы многошаговых стратегий в технологиях автоматизированной интерпретации гравитационных и магнитных аномалий [44, 45].

ФИЛЬТРАЦИОННЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД УСТОЙЧИВЫХ РЕШЕНИЙ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ОЛЗГ С КРИТЕРИЕМ МИНИМУМА СУММЫ КВАДРАТОВ ПОПРАВК К ПЛОТНОСТИ АНОМАЛЬНЫХ ТЕЛ

1.1. Анализ соответствия решений ОЛЗГ в корректной и некорректной постановках требованиям теоремы Адамара

Основное состояние проблемы решения ОЛЗГ до 1990-х годов существовало в классическом ее понимании, начиная из постановки Адамара [21]: задача является корректно поставленной, если выполняются три условия:

- 1) ее решение существует, т. е. набору элементов измеренного в точках S_j поля $g(S_j)$ соответствует набор элементов геологической среды с параметрами плотности $\sigma_{ii} = f(g(S_j))$;
- 2) решение однозначное: $\sigma_{ii} \neq \sigma_{2i}$, если $g_1(S_j) \neq g_2(S_j)$;
- 3) решение устойчивое в понимании общих методов теории функций: существует такая ограниченная функция $\delta(\epsilon)$ что как только между двумя функциями — измеренной $g(S_j)$ и вычисленной по теоретической модели $g(S_j)_t$ — получим расстояние $\rho(g(S_j), g(S_j)_t) < \delta(\epsilon)$, то это возможно только тогда, когда между двумя соответствующими им аргументами σ_{ii} и σ_{iit} будет расстояние $\rho(\sigma_{ii}, \sigma_{iit}) < \epsilon$.

Из условия 1 следует, что для каждого оператора g существует обратный ему оператор $f = g^{-1}$, а из условий 1 и 2 — оператор f является единственным и допускает его разложение в ряд Тейлора по любым параметрам. Далее из условия 3 следует, что при ограниченной разности поля силы тяжести, измеренного дважды над одними и теми же блоками, должна быть получена ограниченная, т. е. не равная бесконечности, разность их плотностей. Этого для практических целей явно недостаточно и даже недопустимо, так как из-за больших погрешностей поля вычисленные разности АП могут быть очень большими, а в природе они близки к нулю.

Перечисленные условия корректности выведены Ж. Адамаром для осложненных ошибками физических задач с той целью, чтобы исследователи подбирали реальные постановки задач математической физики, например: чтобы определенное с ошибкой перемещение тела, деленное на определенное с ошибкой время, не дало результат выше скорости света или скорости распространения сейсмических волн; чтобы изменение температуры было согласовано с величиной коэффициентов теплопроводности или теплопроводности, полученных с ошибкой в экспериментах. Если такое слу-

чалось, то следовало считать, что результаты содержат большие погрешности, обусловленные погрешностями входных данных, которые в результате пересчетов в методе решения обратной задачи приобретают большие добавки в силу несовершенства вычислительной техники. При решении ОЛЗГ нефильтрационными методами для точных данных теоретической модели при 100–200 блоках и одинарной точности вычислений (7 значащих цифр числа) на ЭВМ ЕС-1022 получено переполнение порядка [63–65], а при удвоенной точности вычислений (16 значащих цифр числа) для тех же исходных данных всегда получалось почти точное решение [58–60]. Поэтому сама проблема некорректных задач была слишком идеализирована как математиками, так и специалистами в конкретных областях, в том числе в гравиметрии (см. приложение Б). Многие занялись решением некорректных задач, не получив заметных успехов. На самом деле, нужно было всегда выполнять корректную постановку задачи, в соответствии с рекомендациями Ж. Адамара, хотя бы частично уходя от некорректности (поскольку полностью уйти от нее не удастся ввиду частичного влияния эквивалентного распределения масс в слоях по глубине) и получая при этом более надежные практические результаты.

Первое условие Ж. Адамара выполняется не всегда. При высоком уровне погрешностей поля итерационные процессы расходятся, а в других методах системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) не имеют решения. При высоком уровне значений поля и элементов матрицы $A = \{a_{ij}\}$ часто возникает переполнение порядка в вычислениях на компьютере, даже в итерационном методе при малых погрешностях поля. И тогда нет машинного решения задачи, хотя теоретически оно существует. В первом случае нужно выполнить осреднение поля, а во втором — понизить порядок чисел в левой и правой частях системы уравнений. И только тогда система уравнений имеет машинное решение. Следует заметить, что проблема переполнения порядка при решении ОЛЗГ никем даже не отмечалась. Будучи не теоретической, а чисто технической, эта проблема всегда накладывала свой тяжелый отпечаток на решение не только теоретических проблем, но и практических задач интерпретации материалов полевой геофизики.

1.2. Метод простой итерации для оптимизации невязок поля

Для изучения особенностей некоторых ФИМ решения ОЗГ на основе критерия минимума суммы квадратов поправок к плотности аномальных тел и для сравнения их свойств сначала опишем метод простой итерации [61–63] по критерию расхождений между теоретическими

$$g_i = g_i(S_j) = g_i(S_j(x_j, y_j, z_j)) = g_i(x_j, y_j, z_j) = g_i(W_j(x_j, y_j), z_j; j = 1, N)$$

и фактическими

$$g_j = g_j(S_j) = g_j(S_j(x_j, y_j, z_j)) = g_j(x_j, y_j, z_j) = g_j(W_j(x_j, y_j), z_j; j = 1, N)$$

значениями компонент вектора правой части СЛАУ. Для гравиметрии такими компонентами являются числовые значения измеренного с погрешностями поля силы тяжести $g_j(x_j, y_j, z_j)$ в N точках земной поверхности $S_j(x_j, y_j, z_j)$, которые нанесены на карту гравитационного поля $g_{jk}(x_j, y_j) = g_{jk}(W_j) \Rightarrow S_j(x_j, y_j, z_j)$. Для СБИМ запишем СЛАУ в матричном виде:

$$A\sigma = g, \quad (1.1)$$

где $A = [a_{ij}(v_i(S_i(x_i, y_i), z_i), S_j(W_j(x_j, y_j), z_j))]$ – матрица коэффициентов при неизвестных параметрах АП;

$$\sigma = \{\sigma_i(v_i) = \sigma_i(v_i(x_i, y_i, z_i)) = \sigma_i(x_i, y_i, z_i) = \sigma_i(S_j(x_j, y_j), z_j); i = 1, M\}$$

в левой части СЛАУ; $a_{ij} = k \int_{v_i} (z_i - z_j) / R_{ij}^3 dv_i$ – элементы матрицы решений

прямой задачи гравиметрии для поля силы тяжести; k – гравитационная постоянная; $R_{ij} = ((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2)^{1/2}$ – расстояния между точками масс и точками измерения поля; $b_{ij} = (a_{ij})'_{z_j}$ – элементы матрицы решений прямой задачи магнитометрии (МРПЗМ) для магнитного поля и т. д.; v_i – объем элементарной ячейки аномальных масс (прямоугольного параллелепипеда, полубесконечной 3- или 4-гранной призмы и т. п.).

Запишем формулу для расхождения (общей невязки) поля силы тяжести

$$r_j = g_i - g_j = A\sigma - g_j, \quad (1.2)$$

которая для n -й и $(n+1)$ -й итераций записывается в виде

$$r_{j,n} = \sum_i a_{ij} \sigma_{i,n} - g_j, \quad (1.3)$$

$$r_{j,n+1} = \sum_i a_{ij} \sigma_{i,n+1} - g_j. \quad (1.4)$$

Связь между значениями неизвестных параметров (в гравиметрии – АП блоков пород) для двух смежных итераций определяется итерационной формулой

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}. \quad (1.5)$$

Здесь τ_{n+1} – итерационный коэффициент (ИК) для $(n+1)$ -й итерации; $B_{i,n}$ – итерационная поправка, по структуре аналогична ИП, изложенной в [111], которая вычисляется после n -й итерации с учетом значения неизвестного параметра $\sigma_{i,n}$, полученного на предыдущей итерации, и имеет вид

$$B_{i,n} = (a_{i,j} / \lambda_i^\alpha / \lambda_j^\beta, r_{j,n}), \quad (1.6)$$

где $\lambda_i = \sum_j a_{ij}$, $\lambda_j = \sum_i a_{ij}$, α , β – управляющие константы [86];

$$B_{i,n+1} = (a_{i,j} / \lambda_i^\alpha / \lambda_j^\beta, r_{j,n+1}). \quad (1.7)$$

Вычислим невязку поля на $(n+1)$ -й итерации:

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,n}, \quad (1.8)$$

где

$$Z_{j,n} = (a_{i,j}, B_{i,n}). \quad (1.9)$$

— возведем (1.9) в квадрат, просуммируем по j , возьмем производную по τ_{n+1} , приравняем ее к нулю и, решив уравнение, получим ИК для $(n+1)$ -й итерации в методе для невязок поля (МНП):

$$F_r = \sum_i (r_{j,n+1})^2 = \min_{(\tau_{n+1})}, \quad (1.10)$$

$$\tau_{n+1,r} = (r_{j,n}, Z_{j,n}) / (Z_{j,n}, Z_{j,n}), \quad (1.11)$$

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1,r} Z_{j,n}. \quad (1.12)$$

Этот метод является новым в том смысле, что в нем использована эффективная, фильтрующая поле ИП. Выполненными экспериментами на теоретической модели и реальных полях установлено (приложение Б), что самостоятельно метод (1.10)–(1.12) работает лучше, чем со всеми другими известными ИП, но намного хуже, чем следующий метод с критерием оптимизации по ИП к АП (см. формулы (1.13)–(1.17)). Однако в методах условной оптимизации он дает устойчивое решение и в качестве дополнительного условия к любому основному частному критерию оптимизации, и в качестве первой, основной, части критерия условной оптимизации с другим дополнительным условием.

1.3. Метод простой итерации для оптимизации критерия поправок к плотности блоков

Образует уравнение связи итерационных поправок к аномальной плотности горных пород на смежных итерациях. Домножив (1.8) на $a_{i,j} / \lambda_i^\alpha / \lambda_j^\beta$, суммировав и образовав суммы правой и левой частей уравнения, получим новое уравнение связи ИП к АП:

$$B_{i,n+1} = B_{i,n} - \tau_{n+1,B} C_{i,n}, \quad (1.13)$$

где

$$C_{i,n} = (a_{i,j} / \lambda_i^\alpha / \lambda_j^\beta, a_{i,j} B_{i,n}). \quad (1.14)$$

Возведем (1.13) в квадрат, просуммируем по i , возьмем производную по $\tau_{n+1,B}$, приравняем ее к нулю и, решив уравнение, получим ИК для $(n+1)$ -й итерации в методе по критерию для поправок к плотности (КПП):

$$F_B = \sum_i (B_{i,n+1})^2 = \min_{(\tau_{n+1,B})}; \quad (1.15)$$

$$\tau_{n+1,B} = (B_{i,n}, C_{i,n}) / (C_{i,n}, C_{i,n}); \quad (1.16)$$

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1,B} Z_{j,n}. \quad (1.17)$$

Метод (1.15)–(1.17) – новый. В нем заложена идея спаренной фильтрации ошибок АП или ИН пород с помощью фильтрационной ИП и с помощью фильтрационного критерия оптимизации. Важное достоинство метода – в нем нет нерешаемых (из-за больших погрешностей поля) систем урав-

нений с большой размерностью, равной размерности самой обратной задачи, как в учебниках по численным методам [107]. Поэтому на базе методов (1.10)–(1.17) создано большое количество разнообразных работоспособных методов устойчивого решения ОЛЗ и линеаризованных вариантов решения нелинейных задач. Как показано ниже, этот метод дает устойчивое решение при условной и безусловной оптимизации, любых дополнительных условиях и основных критериях, что и подтверждается результатами интерпретации на теоретических моделях и реально измеренных полях (см. гл. 3, приложения В, Г).

Перейдем к доказательству теорем по изложенным выше утверждениям, используя уравнение связи поправок (1.13), полученное последовательным преобразованием итерационной формулы для плотности (1.5) и невязок поля (1.8) и реализуемое дальше без проблемных инверсий:

$$\begin{aligned} \sigma_{i,n+1} &= (\sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}) \Rightarrow A\sigma_{i,n+1} - g_j = (A\sigma_{i,n} - g_j - \tau_{n+1} AB_{i,n}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow r_{j,n+1} = (r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,n}) \Rightarrow B_{i,n+1} = \sum_j a_{ij} r_{j,n+1} / \lambda_i^\alpha \lambda_j^\beta = \\ &= \sum_j a_{ij} r_{j,n} / \lambda_i^\alpha \lambda_j^\beta - \tau_{n+1} \sum_j a_{ij} Z_{j,n} / \lambda_i^\alpha \lambda_j^\beta \Rightarrow B_{i,n+1} = B_{i,n} - \tau_{n+1} C_{i,n}, \end{aligned} \quad (1.18)$$

где

$$C_{i,n} = \sum_j a_{ij} Z_{j,n} / \lambda_i^\alpha \lambda_j^\beta. \quad (1.19)$$

Последняя запись уравнения (1.18) является уравнением связи для ИП к плотности на смежных итерациях. Образовав квадратичную форму вектора поправки к плотности

$$F_B = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) = ((B_{i,n}, B_{i,n}) - 2\tau_{n+1}(C_{i,n}, B_{i,n}) - \tau_{n+1}^2(C_{i,n}, C_{i,n})) = \min(\tau_{n+1}) \quad (1.20)$$

и оптимизировав ее по τ_{n+1} , получим формулу (1.16) для вычисления ИК, которая вместе с формулами (1.3)–(1.9) представляет новый технологичный фильтрационный итерационный метод устойчивого решения экстремальных ОЛЗГ.

Этот метод оптимизирует на каждой следующей итерации поправки к плотности каждого блока таким образом, что сумма их квадратов является минимальной, т. е. равна нулю на итерации с номером $n = \infty$. Подставив ИК (1.16) в формулу критерия (1.20), получим

$$F_B = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) = \sum (B_{i,n} - \tau_{n+1} C_{i,n})^2 = (B_{i,n}, B_{i,n}) - (B_{i,n}, C_{i,n})^2 / (C_{i,n}, C_{i,n}) \geq 0. \quad (1.21)$$

Так как по условию сходимости критерий F_B с каждой итерацией должен уменьшаться, то всегда положительное первое слагаемое в правой части (1.21) должно быть больше всегда положительного второго слагаемого или равно ему, поскольку в левой части стоит всегда положительная или равная нулю величина. В связи с тем что, согласно (1.19), $C_{i,n}$ содержит все поправки $B_{i,n}$, умноженные на коэффициенты МРПЗ, то слагаемое $(B_{i,n}, B_{i,n})$ в (1.21) будет исчерпано только при всех поправках $B_{i,n}$, стремящихся к нулю при $n = \infty$. Теперь выясним, при каких α и β все поправки $B_{i,n}$ стремят-

661794

ся к нулю при $n = \infty$. Представим поправку как средневзвешенное значение с весом a_{ij} :

$$B_{i,n} = \sum_j a_{ij} r_{j,n} / \lambda_i^\alpha \lambda_j^\beta = \overline{(r_{j,n} / \lambda_i^{\alpha-1} \lambda_j^\beta)}_{i,n}. \quad (1.22)$$

Тогда, учитывая, что

$$\begin{aligned} \lambda_i, \lambda_j \gg 1, \quad \forall(i, j, n) \quad |a_{ij} r_{j,n}| \ll (\lambda_i \lambda_j) V, \\ \forall(j, n) \quad |r_{j,n}| \ll \lambda_j, \quad \forall(i, j, n) \quad |r_{j,n}| \ll \lambda_i, \end{aligned}$$

можно утверждать, что при

$$(\alpha, \beta \geq 0) \cap (\alpha + \beta \geq 2), \quad (1.23)$$

в том числе при $\alpha = \beta = 1$, с увеличением номера итерации n все поправки по модулю уменьшаются до нуля, т. е.

$$(\forall(i, n) \quad |B_{i,n+1}| \leq |B_{i,n}|) \cap (\forall(i) B_{i,n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0). \quad (1.24)$$

Таким образом, доказана следующая теорема [66, 81].

Теорема 1. Если $(\alpha, \beta \geq 0) \cap (\alpha + \beta \geq 2) \cap (\lambda_i, \lambda_j \geq 1) \cap (n \rightarrow \infty)$, то в итерационном процессе $\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{i,n+1} B_{i,n}$ критерий оптимизации $F_B = \min$ по ИП $B_{i,n}$ сходится к $F_B = 0$.

На каждой итерации вычисляются невязки поля, которые входят в формулы поправок для плотности как средневзвешенные суммы (1.22). Перед дальнейшим использованием они усредняются, но таким образом, что с наибольшим весом a_{ij} невязка r_j входит в поправку $B_{i,n}$ с номером того блока i , над которым расположена точка поля g_j с номером j . Это свидетельствует о том, что данный метод эффективно распределяет текущие невязки поля для трансформации их в АП. Невязки в других точках, расположенных над этим же блоком с номером i , также эффективно перекачивают часть своего поля в его АП. Над другими блоками влияние этих поправок существенно ниже, но оно есть и в соответствующей пропорции трансформируется в АП других блоков. В свою очередь, каждая инструментальная погрешность поля приобретает только одной точкой поля и не описывается МРПЗ гравиметрии. Поэтому погрешность сбрасывается на расположенный под ней блок вместе с текущей теоретической невязкой в данной точке, но ее влияние усредняется с влиянием текущих теоретических невязок всех других точек поля, расположенных над этим же блоком, и в АП блока трансформируется только малая часть единичной точечной погрешности поля. На соседние блоки переходит лишь ничтожная часть погрешности. Следовательно, почти вся погрешность поля после решения ОЛЗГ остается на месте в той же точке поля, в которую она попала при измерении поля или выполнении его методической обработки.

Совсем другое дело, если под точкой поля нет ни одного блока сеточной модели. Тогда некуда девать не только инструментальную погрешность R поля g_j , но и текущую теоретическую невязку итерационного метода

$r_{j,n} = Az_{n,j} = A(\sigma_{i,n} - \sigma_i)$ как долю общей невязки $r_{j,n} = r_{j,n} + R_j$ в каждой j -й точке поля. Любой метод решения ОЛЗГ содержит аппарат трансформации поля в АП в соответствии с законом всемирного тяготения: чем больше расстояние от точки поля до блока сеточной интерпретационной модели, тем большая плотность должна создавать одну и ту же невязку поля в этой точке.

Однако в методе решения ОЛЗГ есть еще аппарат оптимизации, который подбирает решение по распределению поля. Практически это проявляется в том, что в результате решения ОЛЗГ соседние блоки получают существенно различные и очень большие значения АП, порой даже разных знаков, достигающие миллионов и миллиардов граммов на кубический сантиметр и осциллирующие на сетке блоков СБИМ. При этом невязки на карте поля имеют очень сложное распределение как в точках над блоками, так и за их пределами.

Если же все точки поля расположены над блоками СБИМ, то распределение невязок на карте в точках поля равномерное и они почти минимальные. Более того, решение задачи устойчивое, т. е. любые изменения поля на величину точности съемки в любую сторону, добавление в поле через точку знакопеременной погрешности ± 1 мгл и более, смещение СБИМ на 100–200 м по всем осям в ту или другую сторону, изменение глубин до блоков СБИМ на ± 20 –50–100–200 м через один блок, изменение аномальной плотности соседних блоков на $\pm 0,01$ г/см³ не вызывают существенных количественных изменений в численном решении задачи или эти изменения имеют закономерный, физически объясняемый, геологически содержательный характер.

Поэтому сеточная блоковая интерпретационная модель решения ОЛЗГ должна удовлетворять следующему условию: под каждой точкой карты поля должен быть размещен хотя бы один блок с неизвестной АП, и наоборот, над каждым блоком СБИМ с неизвестной АП должна быть размещена хотя бы одна точка карты измеренного поля. Такие требования к СБИМ для автоматизированного получения устойчивого решения ОЛЗГ, объединяющие блоковую сетку физико-геометрических параметров геологической среды и размеров карты поля, сформулированы впервые в [58,59].

Позже экспериментально было установлено, логически и теоретически объяснено и на моделях решением ОЛЗГ методом наименьших квадратов [58–61], а также фильтрационными итерационными методами [62–65] доказано, что информация о поле за пределами блоковой сеточной модели геологической среды избыточна и вредна для получения устойчивого и геологически содержательного решения задачи.

Поскольку используется одновременно одно-, двух-, трехмерная и более нумерация блоков, модели геологической среды могут быть многослойными, а карты поля – многоуровневыми, разной физической природы или качественного характера [68,69,71–78,83–86,91]. Все эти модели применимы и для двумерного поля без всяких оговорок. Следует заметить, что в докомпьютерную эпоху требования к СБИМ неавтоматизированного решения ОЗГ или ОЗМ были другими. Обязательно требовалось использовать поле за пределами области поиска неизвестных аномальных масс, что было обусловлено низкой точностью ручного счета, хотя вследствие той же низкой точности вычислений пользы от этого приема было очень мало.

Требования к СБИМ автоматизированного решения ОЗГ можно составить и по-другому. Для получения устойчивого решения ОЛЗГ необходимо, чтобы проекция СБИМ на карту интерпретируемого поля была конгру-

энтна самой карте поля. Для многоуровневого поля этот принцип требует совпадения проекций на горизонтальную плоскость массива поля (V_z, V_{zz}) и массива блоков сеточной модели. Данный принцип является необходимым условием для получения устойчивого решения задачи. Только при его соблюдении все итерационные поправки к плотности стремятся к нулю при $n = \infty$ в результате уменьшения невязок поля почти во всех точках, и, соответственно, справедлива приведенная выше теорема 1.

Таким образом, исходя из вышеизложенного формулируется следующая теорема.

Теорема 2 (о необходимости). Если проекции на горизонтальную плоскость областей пространств, занятых дискретным массивом блоков сеточной интерпретационной модели и массивом дискретных точек измеренного поля, конгруэнтны, то решение ОЛЗГ является устойчивым.

Дискретность блоков означает, что они могут быть разобщены между собой, даже несмотря на принадлежность их к технологически выгодной сеточной модели, или могут частично перекрывать один другого. Дискретность точек поля означает любую их густоту вплоть до непрерывных измерений на профиле. Здесь важно то, что каждая точка поля должна находиться хотя бы над одним блоком модели с подлежащей определению АП, а каждый блок модели должен быть хотя бы под одной точкой поля [58–63, 148]. Теорема 2 справедлива для большинства методов решения ОЛЗГ, в том числе и для метода, изложенного в теореме 1.

Теоремы 1 и 2 практически без ограничений справедливы для решения ОЛЗ магнитометрии [70,85], электроразведки на постоянном токе [89], потенциала скоростей при действии взрыва [89], а также, по аналогии, в экономических приложениях [79]. После каждой итерации вычисляют карты остатков поля, которые используют для следующей итерации, определения текущих контролируемых статистических характеристик, для параллельного решения второй обратной линейной задачи с оптимизацией по критерию МСК невязок поля:

$$F_r = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = ((r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,n}), (r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,n})) = \min. \quad (1.25)$$

Оптимизировав этот критерий по τ_{n+1} , а затем вычислив ИК:

$$\tau_{n+1,r} = (r_{j,n}, Z_{j,n}) / (Z_{j,n}, Z_{j,n}), \quad (1.26)$$

по формулам (1.3)–(1.9) рассчитываем плотность блоков, а также невязки поля после решения ОЛЗГ методом (1.26), которые можно сравнивать с предыдущим решением по критерию МСК поправок к плотности блоков горных пород с ИК (1.16). Для этого, подставив ИК (1.26) в формулу критерия (1.25), получим:

$$F_{r(B)} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = (r_{j,n}, r_{j,n}) - 2(r_{j,n}, Z_{j,n})(B_{i,n}, C_{i,n}) / (C_{i,n}, C_{i,n}) + (B_{i,n}, C_{i,n})^2 / (C_{i,n}, C_{i,n})^2 (Z_{j,n}, Z_{j,n}). \quad (1.27)$$

Выражение (1.27) в большинстве случаев не является малой величиной, поскольку в формуле поправки (1.7) при $\alpha = 0, \beta = 2 \Rightarrow (B_{i,n}, C_{i,n}) \geq 0, -(r_{j,n}, AB_{i,n}) \leq 0$ и при $\alpha = 2, \beta = 0 \Rightarrow (B_{i,n}, C_{i,n}) \leq 0, -(r_{j,n}, AB_{i,n}) \geq 0$.

Для таких оценок действительно имеем, что в критерии (1.27) второе слагаемое намного чаще будет положительным, чем отрицательным. Это означает, что для метода минимальных поправок (1.21) к плотности остаточные невязки поля (1.27) очень большие.

В пределе при $n = \infty$ мы имеем $B_{i,n} = 0$ и

$$F_{r(B)} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = (r_{j,n}, r_{j,n}) = \text{const}(n) = (R_j, R_j) = \text{max}. \quad (1.28)$$

И наоборот, для метода минимальных невязок поля (1.25), (1.26) они наименьшие, поскольку в выражении критерия

$$F_{r(r)} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = (r_{j,n}, r_{j,n}) - (r_{j,n}, AB_{i,n})^2 / (AB_{i,n}, AB_{i,n}) = \text{min} \quad (1.29)$$

второе слагаемое всегда положительное. Даже при $B_{i,n} = 0$ оно меньше первого слагаемого, так как все невязки одновременно не равны нулю, и

$$F_{r(r, B_{i,n}=0)} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = (r_{j,n}, r_{j,n}) - (r_{j,n}, a_{i,j})^2 / (a_{i,j}, a_{i,j}) > 0.$$

Поэтому на каждой итерации сумма квадратов невязок поля уменьшается к минимуму, превращаясь в плотность блоков, которая является решением ОЛЗГ, искаженным за счет погрешностей поля R_j .

Образует разность приведенных оценок критериев (1.27) и (1.29)

$$\begin{aligned} \delta r^2 = F_{r(B)} - F_{r(r)} = (AB_{i,n}, AB_{i,n}) \times ((B_{i,n}, C_{i,n}) / (C_{i,n}, C_{i,n}) - \\ - (r_{j,n}, AB_{i,n}) / (AB_{i,n}, AB_{i,n}))^2 \geq 0. \end{aligned} \quad (1.30)$$

В пределе при $n = \infty$ имеем $B_{i,n} = 0$ для метода по поправке и $B_{i,n} \neq 0$ для метода по невязке:

$$\delta r^2 = F_{r(B)} - F_{r(r)} = (AB_{i,n}, AB_{i,n}) \times \tau_{n+1,n}^2 \geq 0.$$

Среднеквадратичная погрешность последнего метода (1.29) действительно всегда ниже, чем предыдущего (1.27). Это означает, что в первом методе (1.27) с оптимизацией по поправкам в остатках поля содержится большая доля погрешностей всех видов. Таким образом, первый метод (1.27) не пропускает в решение существенную долю от всей интенсивности каждой погрешности, а оставляет их в остатках поля. Другими словами, этот метод является высокофильтрационным. Можно ввести количественную оценку в виде коэффициента фильтрации

$$K_\phi = \delta r^2 / F_{r(B)}. \quad (1.31)$$

Как показали эксперименты на моделях и реальных полях с искусственно добавленными в них погрешностями, метод (1.27) – высокофильтрационный, поскольку пропускает в остатки поля 85–99 % от интенсивности погрешностей.

Аналогично выполним оптимизацию метода решения СЛАН:

$$F_z = (Z_{i,n+1}, Z_{i,n+1}) = (Z_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}, Z_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}) = \text{min}(\tau_{n+1}), \quad (1.32)$$

$$\tau_{n+1,z} = (B_{i,n}, z_{i,n}) / (B_{i,n}, B_{i,n}), \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned} F_{z(z)} &= (Z_{i,n+1}, Z_{i,n+1}) = (Z_{i,n} - \tau_{n+1,z} B_{i,n})^2 = \\ &= (Z_{i,n}, Z_{i,n}) - (B_{i,n}, Z_{i,n})^2 / (B_{i,n}, B_{i,n}) \geq 0. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Формулы (1.33), (1.34) являются чисто символическими и не могут быть реализованы. Однако они имеют очень важное значение для оценки точности метода решения СЛАУ. Необходимо получить оценки через другие, такие же или близкие к ним параметры. Подставим $\tau_{n+1,B}$ в (1.32):

$$F_{z(B)} = (Z_{i,n+1}, Z_{i,n+1})_{(B)} = \sum_i (Z_{i,n} - \tau_{n+1,B} B_{i,n})^2, \quad (1.35)$$

и образуем разность выражений (1.35) и (1.34)

$$\begin{aligned} F_{z(B)} - F_{z(z)} &= (z_{i,n+1}, z_{i,n+1})_{(B)} - (z_{i,n+1}, z_{i,n+1})_{(z)} = \sum_i ((z_{i,n} - \tau_{n+1,B} B_{i,n})^2 - \\ &- (z_{i,n} - \tau_{n+1,z} B_{i,n})^2) = (\sum_i (B_{i,n})^2) (\tau_{n+1,B} - \tau_{n+1,z})^2. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Подставим $\tau_{n+1,z}$ в (1.20):

$$F_{B(z)} = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1})_{(z)} = (B_{i,n} - \tau_{n+1,z} C_{i,n})^2, \quad (1.37)$$

и образуем разность выражений (1.37) и (1.20):

$$\begin{aligned} F_{B(z)} - F_{B(B)} &= (B_{i,n+1}, B_{i,n+1})_{(z)} - (B_{i,n+1}, B_{i,n+1})_{(B)} = \\ &= (B_{i,n} - \tau_{n+1,z} C_{i,n})^2 - (B_{i,n} - \tau_{n+1,B} C_{i,n})^2 = (\sum_i (C_{i,n})^2) (\tau_{n+1,B} - \tau_{n+1,z})^2. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Поскольку итерационные коэффициенты (1.16) и (1.33) в общем случае не равны между собой, то выражения (1.34) и (1.38) при любом n не равны нулю, но в пределе при $n = \infty$ они стремятся к нулю также, как ИК и сами критерии, т. е. при $n = \infty$ из $F_{B(B)} = 0$, $F_{z(B)} - F_{z(z)} = 0$ и $F_{B(z)} - F_{B(B)} = 0$ следует, что $F_{B(z)} = 0$, $F_{z(B)} = 0$, а следовательно, и $F_{z(z)}$ стремится к нулю также, как и $F_{B(B)}$. Вместе с тем справедливо и обратное утверждение: если погрешность метода стремится к нулю, то все ИП также стремятся к нулю. Это следует из выражения (1.34), в правой части которого первое слагаемое должно быть всегда больше второго или равно ему, а по условию сходимости критерия оптимизации левая часть выражения (1.34) должна стремиться к нулю. Тогда в любом случае все поправки $\forall(i) B_{i,n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$, так как они не должны увеличивать модуль первого слагаемого. Таким образом, сходимость итерационного метода по ИП $B_{i,n}$ означает его сходимость по итерационной погрешности $z_{n,i} = \sigma_{i,n} - \sigma_i$ метода решения СЛАУ и наоборот. Другими словами, все вычисленные значения АП блоков стремятся к их истинным значениям. В геологическом смысле, учитывая неоднородность АП внутри блоков, следует утверждать, что они стремятся к значениям средневзвешенной истинной АП блоков.

Следовательно, доказана следующая теорема.

Теорема 3. Если итерационный процесс $\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}$ с критерием оптимизации $F_B = \min$ по итерационным поправкам $B_{i,n+1}$ к плотности $\sigma_{i,n+1}$ сходится при $n \rightarrow \infty$ к $F_B = 0$, то итерационный процесс $z_{i,n+1} = z_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}$ с критерием оптимизации $F_z = \sum_i z_{i,n+1}^2 = \min$ для итерационных погрешностей

$z_{i,n} = \sigma_{i,n} - \sigma_i$ метода решения ОЛЗГ по плотности σ_i сходится при $n \rightarrow \infty$ к $F_z = 0$, и наоборот.

Условие сходимости к $F_z = 0$ представляет собой приближение с каждой итерацией к истинным значениям АП заполненных однородным веществом блоков СБИМ или к средневзвешенным по гравитационному влиянию масс в объеме каждого блока значениям истинных (а не эквивалентных) аномальных плотностей горных пород. Также важно, чтобы полученное решение ОЛЗГ создавало теоретическое поле, сходящееся к измеренному, хотя бы в пределах физически объяснимых разностей, называемых невязками поля. Согласно формуле $r_{j,n} = r_{j,n,i} + R_j$, эти невязки делятся: а) на текущие теоретические $r_{j,n,i} = Az_{i,n} = A(\sigma_{i,n} - \sigma_i)$, которые возникают в силу того, что за одну итерацию поле не восстанавливается полностью, и подлежат восстановлению до нуля за много итераций путем трансформации их в реальную аномальную плотность; б) не подлежащие восстановлению инструментальные погрешности R_j , которые в идеальном варианте должны быть переправлены итерационным методом из каждой точки измеренного поля прямо в ту же точку карты остатков поля, представляющих собой невязки поля после выполнения последней итерации решения ОЛЗГ. На теоретических моделях это удается сделать на 95–99 %, поскольку нельзя достичь последней итерации с номером $n \rightarrow \infty$.

В неидеальном варианте, в условиях реальных СБИМ с границами блоков, не совпадающими с реальными границами горного массива, и с неполным заполнением блоков однородными аномальными массами, это удается сделать на 80–95 %, а иногда и на 99 %, как показано ниже, особыми среди устойчивых фильтрационными итерационными методами [67, 71, 73–78, 75–79, 87–89], которые и являются предметом исследований. Эти ФИМ не могут быть экстремальными по МСК невязок поля. Они должны выделять объекты экстремальными методами по МСК невязок физических параметров или итерационных поправок к ним.

Перейдем к формированию устойчивых ФИМ решения ОЛЗГ. Для этого рассмотрим некоторые аналогичные, но необходимые для дальнейших исследований результаты о сходимости различных параметров в методе невязок поля:

$$r_{j,n} = r_{j,n,i} + R_j = Az_{i,n} + R_j; \quad (1.39)$$

$$\tau_{n+1,r} = (r_{j,n}, AB_{i,n}) / (AB_{i,n}, AB_{i,n}), \quad (1.40)$$

$$\tau_{n+1,Az} = (Az_{i,n}, AB_{i,n}) / (AB_{i,n}, AB_{i,n}); \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} F_{Az(r)} - F_{Az(Az)} &= (Az_{i,n+1}, Az_{i,n+1})_{(r)} - (Az_{i,n+1}, Az_{i,n+1})_{(Az)} = \\ &= \sum_i ((Az_{i,n} - \tau_{n+1,r} AB_{i,n})^2 - (Az_{i,n} - \tau_{n+1,Az} AB_{i,n})^2) = \\ &= (\sum_i (B_{i,n})^2) (\tau_{n+1,r} - \tau_{n+1,Az})^2, \end{aligned} \quad (1.42)$$

$$\begin{aligned}
F_{r(Az)} - F_{r(r)} &= (r_{j,n+1}, r_{j,n+1})_{(Az)} - (r_{j,n+1}, r_{j,n+1})_{(r)} = \\
&= (r_{j,n} - \tau_{n+1,Az} AB_{i,n})^2 - (r_{j,n} - \tau_{n+1,r} AB_{i,n})^2 = \\
&= (\sum_j (AB_{i,n})^2) (\tau_{n+1,r} - \tau_{n+1,Az})^2.
\end{aligned} \tag{1.43}$$

В пределе при $n = \infty$ для метода по невязке поля имеем

$$\forall(i) B_{i,n} \neq 0, \tag{1.44}$$

поэтому оценки (1.42), (1.43) являются окончательными и свидетельствуют о том, что инструментальные погрешности переходят в ошибки плотности и ошибки метода решения СЛАУ или, что есть то же самое, в ошибки решения обратной задачи.

Пропустив промежуточные выкладки ряда доказательств, возьмем при $n = \infty$ предельную разность невязки поля и погрешности поля в методе оптимизации по критерию невязки поля:

$$F_{r(r)} - F_{Az(r)} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1})_{(r)} = (R_j, R_j). \tag{1.45}$$

Возьмем при $n = \infty$ разность невязки поля и погрешности поля в методе оптимизации по критерию погрешности поля:

$$F_{r(Az)} - F_{Az(Az)} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1})_{(Az)} = (R_j, R_j). \tag{1.46}$$

Рассмотрим еще некоторые аспекты сходимости при $n = \infty$ погрешности поля в методе с критерием оптимизации по итерационной поправке $B_{i,n}$:

$$F_{Az(B)} = \sum_i (Az_{i,n} - \tau_{n+1,B} AB_{i,n})^2 = (Az_{i,n}, Az_{i,n}); \tag{1.47}$$

$$F_{r(B)} = \sum_i ((r_{j,n} - \tau_{n+1,B} AB_{i,n})^2 = (r_{j,n}, r_{j,n}); \tag{1.48}$$

$$F_{z(B)} = \sum_i (z_{i,n} - \tau_{n+1,B} B_{i,n})^2 = (z_{i,n}, z_{i,n}). \tag{1.49}$$

В пределе при $n = \infty$ $(Az_{i,n}, Az_{i,n}) = \text{const}$, $(z_{i,n}, z_{i,n}) = \text{const}$, $(r_{i,n}, r_{i,n}) = \text{const}$
Из этих уравнений следует, что

$$\forall(i) Az_{i,n} = 0; \quad \forall(i) z_{i,n} = 0; \tag{1.50}$$

$$(r_{j,n}, r_{j,n}) = (R_j, R_j) + 2(R_j, Az_{i,n}) = (R_j, R_j) = \text{const}. \tag{1.51}$$

Таким образом, во всех методах с критерий оптимизации по поправке к плотности, в которых есть ее сходимость к нулю, есть и сходимость к нулю по погрешности для плотности блоков, а также сходимость по невязке поля к его средней инструментальной погрешности $(R_j, R_j)^{1/2}$. К инструментальным погрешностям поля относятся погрешности, возникающие вследствие неполного заполнения геологическими массами объема блоков сеточной интерпретационной модели, а также и методические погрешности из-за неправильного учета плотности промежуточного слоя при вычислении поправки Буге. Поэтому для каждой интерпретационной сетки величина

$(R_j, R_j)^{1/2}$ имеет различные числовые значения. С одной стороны, это важно знать при геологическом истолковании результатов решения обратной задачи [90], с другой — это нужно использовать при формировании моделей [44, 45, 55] (см. приложение В) для изучения тонких геологических структур путем перемещения сеток в пространстве на небольшие расстояния, не обращая внимания на сравнительно небольшие, физическими или геологическими причинами объясняемые расхождения по невязкам в решениях с близкими СБИМ.

С учетом последних замечаний и на основании формул (1.39), (1.51) формулируется следующая теорема.

Теорема 4. Если итерационный процесс $\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}$ с критерием оптимизации $F_B = \min$ по итерационным поправкам $B_{i,n+1}$ к плотности $\sigma_{i,n+1}$ сходится при $n \rightarrow \infty$ к $F_B = 0$, то сходится к нулю и погрешность метода по плотности, и текущая погрешность метода по полю, а общая невязка поля сходится к его среднеквадратичной инструментальной погрешности $(R_j, R_j)^{1/2}$.

Теорема 4 вместе с теоремами 1 и 3 представляют собой достаточные условия для получения устойчивого и физически содержательного решения ОЛЗГ при соблюдении необходимых для него условий по теореме 2.

Таким образом, формулируется общая теорема.

Теорема 5 (о достаточности). Если условия теорем 1–4 соблюдены, то при $n \rightarrow \infty$ в итерационном процессе $\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}$ с критерием оптимизации $F_B = \min$ по итерационным поправкам $B_{i,n+1}$ к плотности $\sigma_{i,n+1}$ сходится к нулю погрешность метода по плотности ($F_z = 0$) и текущая погрешность метода по полю ($F_A = 0$), а общая невязка поля $r_{j,n} = r_{j,n} + R_j$ сходится к его среднеквадратичной инструментальной погрешности $(R_j, R_j)^{1/2}$.

Следствие 1 из теоремы 5. Метод решения ОЛЗГ по условиям теоремы 5 является фильтрационным для инструментальных погрешностей поля R_j , не зависящих от номера итерации n .

На разных стадиях исследований было опубликовано множество различных доказательств и формулировок теорем, подобных теоремам 1–5. Приведем две из них в виде рекомендаций для практического использования.

Теорема (о необходимости). Для получения устойчивого решения ОЛЗГ интерпретационную модель необходимо создавать только из сеточных блоков геологической среды, расположенных под точками измеренного поля, и использовать только те точки поля, которые находятся над блоками модели.

Эта теорема пригодна для дискретных массивов поля, измеренного в отдельных точках при наземных магнитных и гравитационных съемках. Для непрерывных морских гравитационных и аэромагнитных измерений имеем формулировку следующей теоремы.

Теорема (о необходимости). Если область карты измеренного поля конгруэнтна проекции на нее области, занятой сеточными блоками интерпретационной модели, то решение ОЛЗГ будет устойчивым.

Эта теорема заранее позволяет сделать такую СБИМ, чтобы МРПЗ не была плохо обусловленной, а решение ОЛЗГ любым методом было сильно устойчивым. Поскольку числа обусловленности матриц и погрешности оп-

ределения плотности горных пород практически пропорциональны обратной величине модуля определителя матрицы и не зависят от его знака, то это означает, что для гравиметрии и магнитометрии важно не устанавливать положительную определенность матрицы (для чего требуется очень много трудоемких вычислений), а всего лишь вычислять ее определитель, во избежание случаев точного равенства его нулю (см. приложение Б). Чтобы уменьшить число обусловленности матрицы, следует ввести в модель новые блоки, над которыми есть точки измерения поля. Вместе с тем необходимо, чтобы любая точка измерения поля находилась хотя бы над одним блоком. Если и этого недостаточно, то нужно прибавить к физической модели и к полю искусственно опущенные в геологическую среду реперные тела с известной АП. Другой способ — убрать из исходных данных те точки поля, которые находятся за пределами компактной или многосвязной сеточно-блоковой модели с неизвестной АП внутри блоков.

Таким образом, проблема плохой обусловленности матрицы и проблема создания фильтрационного метода устойчивого решения экстремальных ОЛЗГ вызваны одной и той же причиной и решаются одним и тем же приемом: ограничить размеры карты поля до размеров проекции СБИМ на карту поля (см. примеры из гл. 3 и приложений Г–Е). Причиной неустойчивого решения ОЛЗГ может быть и большое несоответствие по глубинам новой модели и поля от старой модели с другими глубинами.

Эта неустойчивость требует более серьезного подхода к стабилизации решения. Если решать ОЛЗГ без учета или определения глубин, то АП от блока к блоку имеет осциллирующие значения. Поэтому позже был разработан метод для одновременного вычисления АП и глубин до блоков в одной итерации. Тогда корректировка глубин на каждой итерации позволяет перейти от эквивалентного решения ОЛЗГ к реальному устойчивому решению линейно-нелинейной ОЗГ (см. гл. 4 и приложения Е–З).

Проведенными над матрицами и моделями исследованиями и доказанными теоремами охвачены все аспекты проблемы формирования хорошо обусловленных матриц для интерпретационных моделей устойчивого решения экстремальных ОЛЗГ любым итерационным методом. Однако, для получения **устойчивых решений экстремальных обратных задач магнитометрии** этого явно недостаточно, так как невязки в соседних точках измеренного магнитного поля настолько большие, что минимизировать критерий минимума суммы их квадратов нет никакой возможности. Для этого нужны критерии, построенные на совершенно других физико-математических, и даже механических, принципах.

Было замечено, что нужно идти не путем неопределенной компенсации больших невязок поля, а медленным наращиванием ИН или АП каждого блока СБИМ, контролируя при этом уменьшение среднеквадратической невязки поля по всей площади карты. Поэтому логично создан новый итерационный метод по поправке к плотности (ИМП), а точнее с критерием оптимизации по минимуму суммы квадратов итерационных поправок к плотности. Этот новый итерационный фильтрационный метод (см. формулы (1.13–1.17)) устойчивого решения экстремальных ОЛЗГ реализован на ЭВМ в программах с удвоенной точностью и дает геологически содержательные решения ОЛЗГ в трехмерном варианте по картам неосредненного измеренного поля.

Выполненные оценки свидетельствуют о том, что при

$$(\alpha + \beta < 2) \cap (\beta, \alpha \geq 0) \cap (n \rightarrow \infty)$$

критерий (1.15) к нулю не стремится и теоремы 1–5 действительно не работают.

Поэтому фильтрационными являются только те методы, которые удовлетворяют условиям теорем 1–5. Особо следует напомнить требование теоремы 1: $\lambda_j, \lambda_j \geq 1$. Поскольку для магнитного поля, градиентов и вариаций любого поля a_{ij} и b_{ij} могут быть отрицательными, то следует брать

$$\lambda_i = \sum_j |a_{ij}|; \lambda_j = \sum_i |a_{ij}| \text{ и т. д., так как иногда они бывают равными нулю.}$$

В таких методах искусственно введенная в поле знакопеременная по площади карты погрешность существенно не влияет на решение обратной задачи, если используется метод получения устойчивого решения, но она стабилизирует решение. Из тех же оценок также следует вывод, что АП каждого блока выходит на асимптотическое значение, не зависящее от номера итерации, а все невязки поля после решения ОЛЗГ почти полностью остаются в тех же точках поля. В этом методе итерационный процесс сходится к реальным значениям $\forall(i): \sigma_{i,n} = \sigma_i$. Сходимость ОЛЗ магнитометрии обеспечивается теми же методами, например, для полубесконечных блоков.

Все перечисленные особенности ФИМ простой итерации позволяют решать ОЛЗГ на измеренных полях любой нерегулярности.

Как следует из графиков значений АП каждого слоя блоков (рис. 1.1–1.3), модель из 4-гранных призм почти полностью восстанавливает измеренное поле (с очень высокой точностью – 0,05–0,1 мгл). Так как длина блоковой модели и длина профиля на каждом рисунке совпадают, то условия теоремы 5 выполняются. Графики поля силы тяжести и аномальной плотности свидетельствуют о высокой геологической содержательности решения ОЛЗГ, а все графики с очень малыми остатками поля – о его очень высокой устойчивости.

Как следует из (1.12) и (1.17), итерационная формула для невязки в методе (1.15) поправок к АП отличается от аналогичной формулы в методе (1.10) с критерием МСК невязок поля только итерационными коэффициентами τ_{n+1} и τ_{n+1}^B , которые выражены разными формулами:

$$r_{j,n+1}^B = r_{j,n} - \tau_{n+1}^B C_{j,n}; \quad r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1} C_{j,n}.$$

Поскольку минимизация в МНП выполнена для суммы квадратов невязок правых частей СЛАУ, то эта сумма – наименьшая среди любых сумм квадратов невязок поля, полученных в результате минимизации по другим критериям сходимости. Таким образом, имеем неравенство $\sum_j (r_{j,n+1}^B)^2 > \sum_j (r_{j,n+1})^2$, из

которого делаем вывод, что метод по поправке к плотности (МПП) на каждой итерации частично отсеивает погрешности измерений функций g_j , т. е. освобождает каждую функцию от части величины погрешности и приближает ее к действительным физическим значениям g_j , созданным действительными значениями физических параметров σ_j . В то же время на каждой итерации МНП частично приближает вычисленную функцию $g_{j,1}$ к ее измеренным значениям, а для этого конкретным алгоритмом вычисляются любые, и даже нереальные, значения $\sigma_{i,n+1}$ неизвестных параметров СЛАУ. Сте-

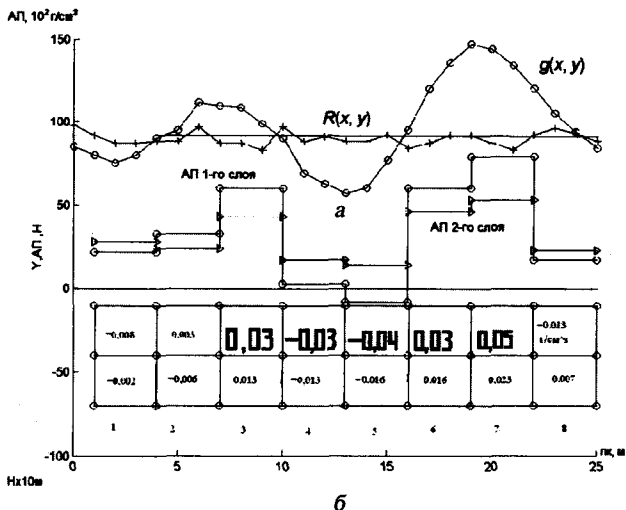


Рис. 1.1. Фрагмент решения трехмерной ОЛЗГ по карте измеренного поля силы тяжести $g(x, y)$ для двухслойной СБИМ из конечных по вертикали 4-гранных призм: а – графики поля силы тяжести $g(x, y)$ и остатков поля $R(x, y)$; б – аномальные плотности (АП) 1-го и 2-го слоев разреза (здесь и далее: поле в 100 ед. – 1 мгл, АП в 1000 ед. – 1 г/см³; расстояния по вертикали вниз в 1 ед. – 10 м)

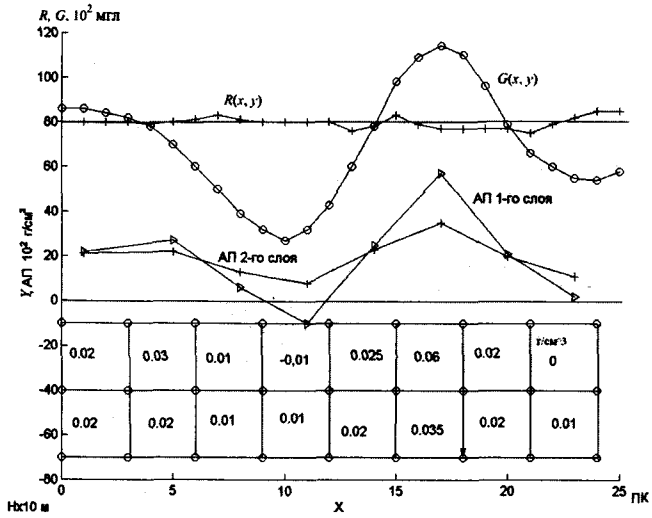


Рис. 1.2. Фрагмент решения трехмерной ОЛЗГ для двухслойной СБИМ из 4-гранных призм: графики измеренного поля силы тяжести $g(x, y)$ и остатков поля $R(x, y)$, графики АП 1-го и 2-го слоев по профилю 12

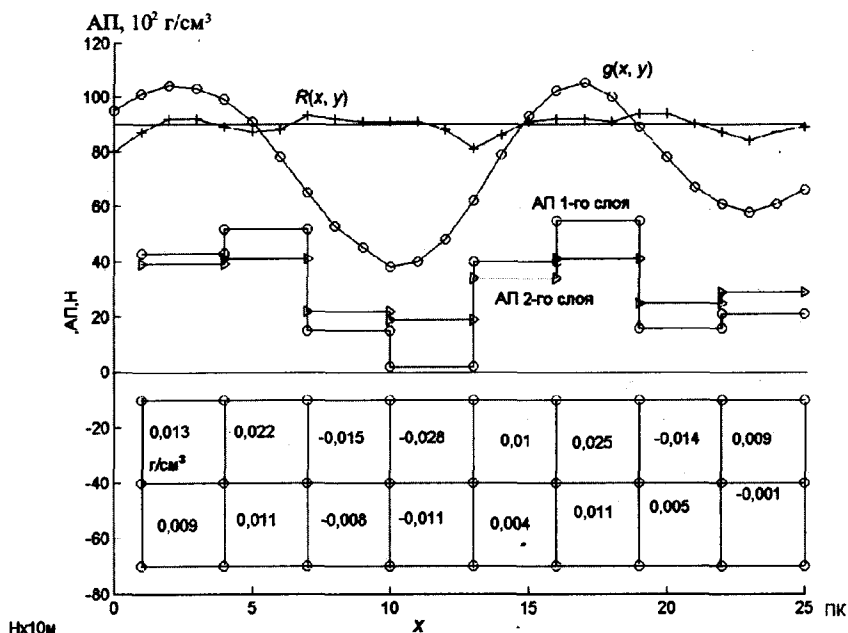


Рис. 1.3. Фрагмент решения трехмерной ОЛЗГ для двухслойной СБИМ из 4-гранных призм: графики измеренного поля силы тяжести $g(x, y)$, остатков поля $R(x, y)$, АП 1-го и 2-го слоев по профилю 14

пень расхождения параметров $\sigma_{i,n}$ и $\sigma_{i,n+1}$ на каждой итерации зависит от вида ИП и от параметров физической модели исследуемого явления.

Если из поля силы тяжести удалены из всех точек все погрешности, то ОЗГ можно решать итерационным методом с критерием оптимизации по МСК невязок поля, что для ОЛЗГ равноценно решению МНК. В этом случае вычисленные параметры $\sigma_{i,n}$ будут не только реальными значениями плотности горных пород, но и приблизят вычисленное поле к полю выделенной аномалии. В случае измеренного с погрешностями поля силы тяжести нельзя использовать итерационный МНП или МНК для решения ОЛЗГ. В соответствии с теоремой 5, следует выполнять решение ОЛЗГ методом поправок к плотности горных пород.

Введем некоторые определения. Если проекция точки $W_j(x_j, y_j, z_j)$ поля $g_j(x_j, y_j, z_j)$ на горизонтальную плоскость $ХОУ$ принадлежит области проекции хотя бы одного i -го блока СБИМ на ту же плоскость, т. е. если $S_j(x_j, y_j) \in S_i(x_i, y_i)$, то такую точку W_j назовем главной точкой сеточно-блоковой интерпретационной модели, а пару элементов $\{g_j(W_j), a_{ij} | S_j(x_j, y_j) \in S_i(x_i, y_i)\}$ — главной парой элементов СБИМ. Если СБИМ состоит только из главных пар элементов (main pair of elements), будем считать, что она принадлежит к классу

$$M_{pe} = \{g_j(W_j), a_{ij}(W_j, V_j) | S_j(x_j, y_j) \in S_i(x_i, y_i)\}, \quad (1.52)$$

или, более сокращенно, классу $M_p = M_{pe}$.

На основании вышеизложенного теорема 5 принимает следующий вид.

Теорема 6. Если СБИМ принадлежит к классу

$$M_{pe} = \{g_j(W_j), a_{i,j}(W_j, V_j) | S_j(x_j, y_j) \in S_i(x_i, y_i)\}$$

и $(\alpha + \beta \geq 2) \cap (\alpha \geq 0, \beta \geq 0)$, то в оптимизированном итерационном процессе $B_{i,n+1} = B_{i,n} - \tau_{n+1} C_{i,n}$ приращения для поправок к аномальной плотности всех блоков $dB_{i,n} = (\tau_{n+1} C_{i,n}) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} R_1 / (M \lambda_1) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ сходятся к нулю, а инструментальные погрешности R_j полностью переходят в остатки поля.

В дальнейшем, за исключением конкретно оговариваемых случаев, будут использоваться СБИМ в корректной постановке, или, что то же самое, СБИМ, принадлежащие классу $M_p = M_{pe}$, т. е. СБИМ $\in M_p$.

Теорема 6 решает проблему устойчивости в ОЛЗГ с применением ФИМ. Сходимость ОЛЗМ обеспечивается теми же методами, однако для повышения скорости практической сходимости итерационного метода иногда приходится повышать нижние пределы параметров $(\alpha + \beta \geq 3-4) \cap (\alpha \geq 0, \beta \geq 0)$, так как интенсивность намагничивания пород бывает в десятки и сотни тысяч раз больше их аномальной плотности.

О технологичности подготовки данных для СБИМ обратных задач отметим следующее. В случае если нет априорных данных или их очень мало (см. приложения А-В), для модели в качестве геологической структуры следует выбрать горизонтальные пласты, разделить их на блоки (призмы, параллелепипеды) и задать одним циклом одинаковые глубины их верхних и нижних граней. После цикла нужно записать априорно известные глубины размещения некоторых блоков. Аналогично циклом нужно выбрать постоянные плотности блоков для каждого пласта, а после цикла записать априорно известные плотности для некоторых блоков. Можно задавать эти величины переменными формулой с некоторыми колебаниями относительно средних величин. Затем следует выполнить некоторое количество итераций решения линейной задачи. В программах предусмотрено изменение старых данных о плотности на полученные новые. После этого нужно выполнить некоторое количество итераций ОЛЗГ.

Порядок дальнейших операций и окончание интерпретации зависят от конкретной задачи и даже от величины чисел, которые были выбраны в качестве начальных условий. Не исключается возможность того, что возникнет потребность задать другие начальные условия и снова повторить решение ОЛЗГ. Однако при использовании приведенных ниже ФИМ, критерия оптимизации и алгоритмов устойчивого решения обратной задачи, при других начальных условиях алгоритмы выведут повторное решение примерно на тот же конечный результат.

Как видно из приведенного описания, проблема устойчивости для итерационного процесса решается. Описанным методом простой итерации с критерием минимума суммы поправок к плотности были выполнены решения обратной задачи на теоретических примерах. Для этого в измеренном поле были помещены два комплекта по 4, 6 или 9 блоков в виде прямоугольных параллелепипедов с горизонтальным сечением 475×475 м и высотой от 150 до 900 м. Причем их высота в отдельных примерах менялась, в других — нет, но они перемешались по глубине и, кроме того, с изменени-

ем высоты. Конкретные примеры приведены в приложении Б. Отметим, что ОЛЗГ на теоретических примерах решается устойчиво и точно. Погрешности в решениях есть, но они в относительном выражении не превышают первых процентов или долей процента, закономерно распределены в пространстве или дают новые знания о закономерностях их распределения.

Эти же теоретические СБИМ применены при решении ОЛЗГ для измененных полей в реальных геологических условиях, а также для всех полей, осложненных одиночными или групповыми интенсивными помехами, и для них получены устойчивые решения при корректной постановке ОЛЗГ и неустойчивые решения в случае некорректной постановки (см. приложение Б). Во многих примерах показана высокая степень фильтрации помех методом простой итерации с критерием оптимизации по ИП к АП или комбинированных с ним методов. Решались не только чисто теоретические или чисто практические задачи, когда измеренное поле отключалось и в СБИМ оставались только погружённые блоки или наоборот, а также комбинированные задачи (см. приложение Б). При подключённом измеренном поле к полю теоретической модели по правильности решения обратной задачи для теоретических блоков можно достаточно уверенно судить о правильности решения обратной задачи для находящихся рядом неизвестных геологических объектов. Кроме того, массы, лежащие выше верхней поверхности напластования СБИМ, создают погрешности, нерегулярно распределённые по площади. Как следует из примеров и рис. 1.1—1.3, эти погрешности практически полностью фильтруются, уходят в остатки поля и не отражаются на распределении аномальной плотности в решении ОЛЗГ (см. приложение Б). Например, из графиков значений АП для каждого слоя блоков (рис. 1.1—1.3) следует, что измеренное поле с очень высокой точностью (0,05 и не более 0,1 мгл) восстановлено моделью из 4-гранных призм на всех профилях, что свидетельствует о высокой устойчивости решения ОЛЗГ и его геологической содержательности. Обратная задача решалась для сеточной модели с треугольными призмами по равномерной (каждая 4-гранная вертикальная призма делилась диагональной плоскостью на 2 равные части) и неравномерной сетке, в зависимости от сложности поля силы тяжести, а также как для постоянной и переменной плотности, линейно меняющейся в блоке по всем трём направлениям. Этими исследованиями установлено довольно частое явление роста плотности с глубиной. Причём задача решалась устойчиво. Построенные карты изолиний плотности вполне соответствовали распределению ПСТ.

Проведено сравнение решений ОЛЗГ двумя методами: для линейного изменения плотности внутри блоков (пять пар 3-гранных призм на профиле) и для 18 вертикальных 4-гранных призм с постоянной плотностью на том же профиле (рис. 1.4). Каждый блок с линейно переменной АП объединяет 3—4 блока с постоянной плотностью. На каждой паре графиков наклонные линии решения ОЛЗГ с высокой точностью аппроксимируют ступенчатые линии заданного ступенчатого распределения АП. Практически во всех блоках среднее значение плотности при определении ее линейного изменения было равно плотности, определенной методом простой итерации для модели с дискретно-ступенчатой АП. Аналогично с такими же результатами и особенностями были решены ОЛЗГ по полю от блоков с линейно изменяющейся АП методом простой итерации для ступенчатого изменения плотности.

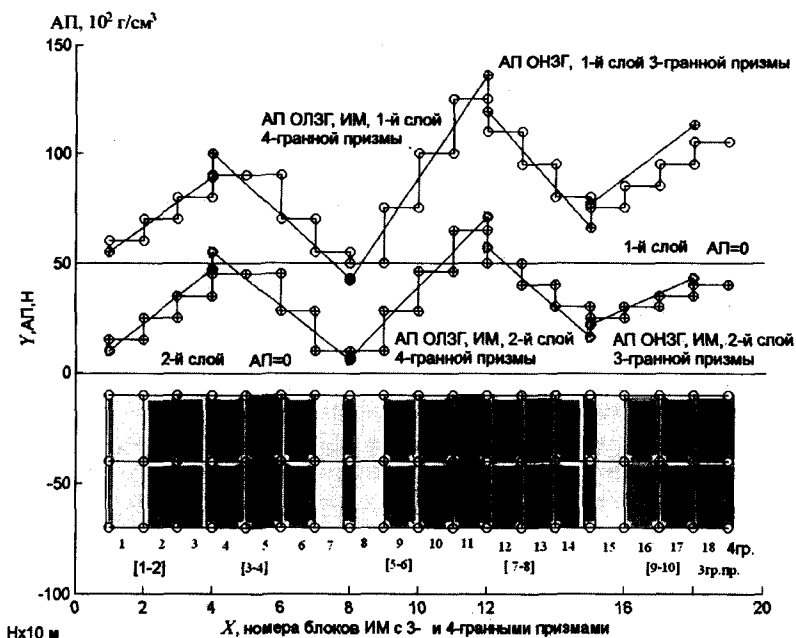


Рис. 1.4. Решение трехмерной ОЛЗГ для двухслойных моделей из 4-гранных призм с постоянной АП и трехмерной ОНЗГ для двухслойных моделей из 3-гранных призм, с линейно изменяющейся в горизонтальном направлении АП, по теоретическому полю силы тяжести $g(x, y)$ (здесь не показано), вычисленному для модели со ступенчатым изменением АП

Результаты этих экспериментов дают основания для равноправного применения методов устойчивого решения ОЛЗГ как на базе кусочно-линейного изменения АП в блоках СБИМ, так и на базе постоянной АП в блоках модели с переменной АП. Все эксперименты проведены для моделей, принадлежащих к классу $M_p = M_{pe}$ и обеспечивающих получение устойчивых решений ОЛЗГ, т. е. $СБИМ \in M_p$.

Во всех обратных задачах какое-то количество блоков (от 4 до 30) выделялось для учета регионального фона, причем около 10 блоков взято с учетом линейного изменения плотности с глубиной. Данный параметр всегда надежно вычислялся, хотя особой необходимостью в этом не было, достаточно было обходиться четырьмя полубесконечными блоками, вытянутыми в перпендикулярных направлениях. Так как для этих блоков нужно задавать координаты вершин, а они неизвестны, использовались расчеты ОЛЗГ при изменяющейся в определенных пределах глубине до каждой вершины в разных итерациях по случайному закону. Это очень важно, потому что многие гравитационные аномалии обусловлены поднятиями фундамента вблизи земной поверхности. При такой методике они иначе отражаются в решении ОЗГ, чем аномалии от более глубоких массивов.

Проводились так же исследования с добавлением в гравитационное поле случайно распределённых полей или погрешностей с переменным знаком через одну точку с постоянной амплитудой или меняющейся по определён-

ному закону, например синусоидальному. Установлены их пределы для допустимого влияния на решение ОЗГ. Выполнены исследования влияния на конечные результаты решения ОЗГ неполного заполнения блоков массами в горизонтальном направлении. Много экспериментов было проведено с моделями, в которых площадь карты измеренного поля больше или меньше размеров блоковой интерпретационной модели в несколько раз. Установлено, что при размерах модели блоков в 2,5 раза меньше размеров карты гравитационного поля (КГП) линейная обратная задача по методу простой итерации решения не имеет не только по геологической содержательности, но и в машинном исполнении вследствие переполнения допустимого порядка чисел. При меньших соотношениях решение есть, но содержательность его сохраняется, если размеры модели блоков меньше размеров КГП не более чем на 25 %. В методе простой итерации для минимальных невязок поля выход КГП за пределы СБИМ почти всегда недопустим при решении рудных задач. Решены многие задачи при изменении размеров блоков, в частности: когда глубина до них от блока к блоку изменяется скачками на величину с разным знаком (рис. 1.5); когда изменяется высота пунктов измерения поля на значительную величину или таким же способом изменяется горизонтальное сечение блоков и даже аномальная плотность. Из рис. 1.5 следует, что для малых глубин ОЛЗГ решается точно и устойчиво, а для более глубоко залегающих объектов — менее точно. Такое положение связано с тем, что для более глубинных масс нужно большее количество итераций.

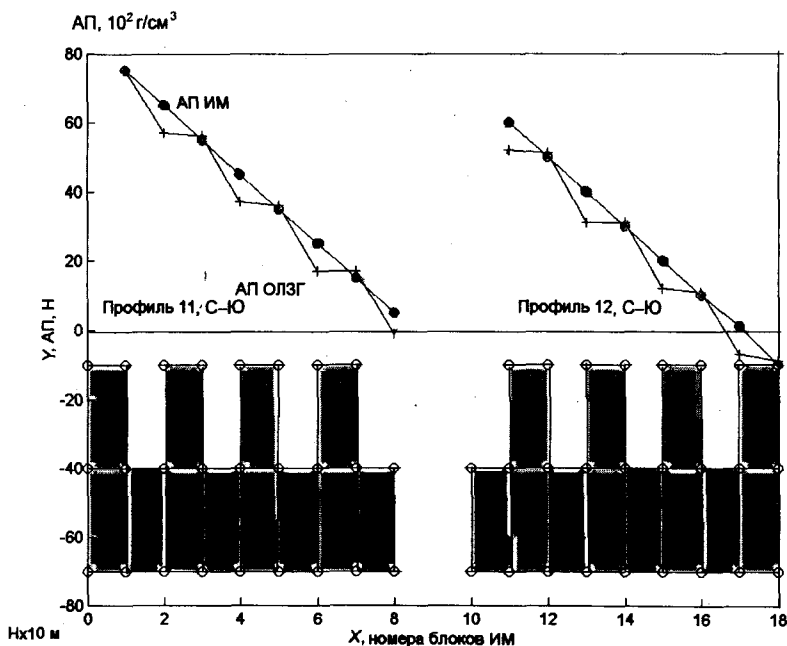


Рис. 1.5. Решение трехмерной ОЛЗГ для двухслойных моделей из 4-гранных призм с постоянной АП по теоретическому полю силы тяжести $g(x, y)$ (здесь не приведено), вычисленному для модели со скачкообразным изменением глубины

Эти эксперименты дают основание считать, что применение методов устойчивого решения ОЛЗГ позволяет обходить проблему неполного заполнения блоков модели реальными массами или частичного неохвата реальных масс блоками СБИМ. И в том, и в другом случаях имеет место проявление физического переноса реальных масс в модель или по телу модели, обычно называемое эквивалентным перераспределением, или просто эквивалентностью, которая играет, чаще всего, положительную роль, так как дает возможность получать хотя бы какие-нибудь результаты интерпретации, которые затем можно идентифицировать с геологическим объектом или с помехами. Рассмотрены также вопросы влияния на решение ОЛЗГ продольных аномалий поля силы тяжести, которые возникают из-за неточных измерений гравиметром на опорных пунктах. Рассмотрено влияние на решение ОЛЗМ единичных больших значений магнитного поля, что характерно для измерений в населённых пунктах.

Выполнен значительный объем исследований при изучении распределения влияния больших единичных ошибок поля при решении ОЛЗГ и ОЛЗМ сильно фильтрующими методами. В некоторых методах ошибки интенсивностью 100 мгл (при интенсивности основного поля 10–20 мгл) практически полностью остаются в остатках измеренного поля после получения геологически содержательного решения [66, 67, 75, 81, 83, 84, 87], как и при решении ОЛЗГ для модельных примеров. В целом установлены высокие фильтрационные свойства методов решения ОЛЗГ (ОЛЗМ) на основе критерия оптимизации минимальных поправок к АП (ИН). Эти выводы дают основание вводить в критерий оптимизации дополнительные условия сходимости итерационного процесса.

Таким образом, в методе простой итерации для поправок критерий сходится к нулю, средняя невязка поля контролирует качество решения ОЛЗГ, а по распределению поля невязок этим методом можно контролировать качество фильтрации интенсивных погрешностей гравитационного или магнитного поля и корректировать процесс их интерпретации. В методе простой итерации с критерием по минимуму невязок средняя невязка контролирует качество восстановления поля решением ОЛЗГ, независимо от того, какие и насколько геологически содержательные значения плотности принимают при этом блоки горных пород. Поскольку средняя невязка поля после решения ОЛЗГ методом простой итерации для МНП всегда меньше средней невязки поля в оптимизированном методе простой итерации для МПП, качество решения ОЛЗГ методом невязок всегда ниже, потому что часть интенсивности больших погрешностей поля в методе невязок поля трансформируется в вычисляемую аномальную плотность блоков горных пород.

1.4. Метод простой итерации с квадратичным полиномом поправок

Если можно взять итерационную поправку в таком виде, что итерационный процесс сходится и плотность каждого блока получает линейное приращение на каждой итерации, то не обязательно, чтобы это приращение было одинаковым на каждой итерации. Если оно не одинаково, то это означает, что два приращения на двух итерациях дают нелинейное приращение на одной итерации, которая заменяет две итерации [65, 66]. Для этого в

итерационную формулу необходимо включить полином второй степени от одной и той же поправки:

$$\sigma_{i,n+1} = (\sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n} - \mu_{n+1} B_{i,n}^2). \quad (1.53)$$

Образует выражение силы тяжести от функции плотности и вычтем из него наблюдаемое поле, для чего умножим плотность на матричные коэффициенты для силы тяжести, просуммируем левую и правую части уравнения по индексу i . Затем вычтем из сумм левой и правой частей равенства наблюдаемое значение силы тяжести g_j в каждой j -й точке измерения поля:

$$\sum_i a_{i,j} \sigma_{i,n+1} - g_j = \sum_i a_{i,j} \sigma_{i,n} - g_j - \tau_{n+1} \sum_i a_{i,j} B_{i,n} - \mu_{n+1} \sum_i a_{i,j} B_{i,n}^2.$$

Первые пары слагаемых представляют собой невязки поля на смежных итерациях, поэтому перепишем уравнение в следующем виде:

$$r_{j,n+1} = (r_{j,n} - \tau_{n+1} A B_{i,n} - \mu_{n+1} A B_{i,n}^2). \quad (1.54)$$

Таким способом получаем уравнение, связывающее невязки на смежных итерациях. Дальше можно поступить двояким способом.

1. Просуммировать квадраты невязок поля во всех точках по индексу j :

$$F_r = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = ((r_{j,n} - \tau_{n+1} A B_{i,n} - \mu_{n+1} A B_{i,n}^2), (r_{j,n} - \tau_{n+1} A B_{i,n} - \mu_{n+1} A B_{i,n}^2)) = \min.$$

Затем взять производную по первому ИК и приравнять ее к нулю, далее — производную по второму ИК и также приравнять ее к нулю. Составим систему двух уравнений и найдем из нее оба коэффициента. Используем их для вычисления АП на следующей итерации по итерационным формулам. Это будет метод простой итерации для минимальных невязок поля.

2. Из формулы связи невязок поля образовать формулу связи поправок к АП:

$$\begin{aligned} & \sum_j a_{i,j} (\sum_i a_{i,j} \sigma_{i,n+1} - g_j) / (\lambda_i \lambda_j) = \\ & = \sum_j a_{i,j} (\sum_i a_{i,j} \sigma_{i,n} - g_j - \tau_{n+1} \sum_i a_{i,j} B_{i,n} - \mu_{n+1} \sum_i a_{i,j} B_{i,n}^2) / (\lambda_i \lambda_j). \end{aligned}$$

Затем возвести левую и правую части уравнения в квадраты и просуммировать по i :

$$\begin{aligned} F_B &= \sum_i (B_{i,n+1})^2 = \sum_i (\sum_j a_{i,j} / (\lambda_i \lambda_j) (\sum_i a_{i,j} \sigma_{i,n+1} - g_j))^2 = \\ &= \sum_i (\sum_j a_{i,j} / (\lambda_i \lambda_j) (\sum_i a_{i,j} \sigma_{i,n} - g_j - \tau_{n+1} \sum_i a_{i,j} B_{i,n} - \mu_{n+1} \sum_i a_{i,j} B_{i,n}^2))^2; \end{aligned}$$

$$Z_{2,i,n} = \sum_j a_{i,j} B_{i,n} / (\lambda_i \lambda_j); \quad Z_{3,i,n} = \sum_j a_{i,j} B_{i,n}^3 / (\lambda_i \lambda_j);$$

$$F_B = \sum_i (B_{i,n+1} - \tau_{n+1} Z_{2,i,n} - \mu_{n+1} Z_{3,i,n})^2 \rightarrow \min_{(\tau, \mu)};$$

$$(F_B)'_{\tau_{n+1}} = \sum_i (B_{i,n+1} - \tau_{n+1} Z_{2,i,n} - \mu_{n+1} Z_{3,i,n}) Z_{2,i,n} = 0;$$

$$(F_B)'_{\mu_{n+1}} = \sum_i (B_{i,n+1} - \tau_{n+1} Z_{2,i,n} - \mu_{n+1} Z_{3,i,n}) Z_{3,i,n} = 0.$$

Введем обозначения:

$$A_0 = \sum_i B_{i,n} Z_{2,i,n}; \quad B_0 = \sum_i B_{i,n} Z_{3,i,n}; \quad B_1 = \sum_i Z_{2,i,n} Z_{3,i,n};$$

$$B_2 = \sum_i Z_{3,i,n}^2; \quad A_1 = \sum_i Z_{2,i,n}^2; \quad A_2 = B_1.$$

После подстановки этих обозначений в уравнения производных получим систему уравнений в следующем виде:

$$A_0 = A_1 \tau_{n+1} + A_2 \mu_{n+1}; \quad B_0 = B_1 \tau_{n+1} + B_2 \mu_{n+1}.$$

Решим эту систему уравнений относительно ИК и вычислим новый вектор АП для решения ОЛЗГ на новой итерации [67–69]. Это будет метод простой итерации для минимальных поправок. На реальных и теоретических полях данный метод сходится в 1,5–2 раза быстрее, чем метод (1.15) с одним ИК, определяемым по формуле (1.16).

1.5. Обратная линейная задача гравиметрии и магнитометрии с аппроксимацией итерационных поправок фильтрующими функциями моментов невязок поля

Для решения структурных задач с целью поисков углеводородов и рудного сырья разработаны методы решения ОЛЗГ и ОЛЗМ на фоне гауссовых помех итерационного метода условной и безусловной оптимизации [73, 77]. В приложении Б приведены различные реализации разработанных авторами методов решения ОЛЗГ: на теоретических полях без погрешностей и с высокими погрешностями; на реально измеренных участках магнитных и гравитационных полей, с осложнением поля знакопеременной погрешностью и без осложнения; методы условной и безусловной оптимизации. Приведены результаты интерпретации магнитного поля по формулам для одной и трех его компонент, а также с перекрытием карт. В приложении В представлены результаты исследований скорости сходимости итерационных процессов, а также процессов идентификации плотности. Осуществлены эксперименты над чисто теоретическими моделями, и на их основе выполнены решения ОЛЗГ и ОЛЗМ для реального поля, но с параметрами теоретических моделей, что дало устойчивые и содержательные геолого-геофизические результаты.

Разработаны итерационные методы условного решения обратных линейных и нелинейных задач гравиметрии и магнитометрии с применением поправок, содержащих весь массив невязок поля [74, 86]. Более того, при негауссовых помехах обратные задачи решаются с использованием только одного ИК или одного типа ИП для всех неизвестных параметров геологических блоков как элементов интерпретационной модели [68, 70, 92]. Примеры решения обратных задач разными, представленными выше методами по гравитационному и магнитному полю приведены в приложениях Б–Е. Недостаток существующих устойчивых методов – низкая скорость сходимости итерационного процесса к истинному решению обратных задач и, более

того, трудности с выходом на конечное решение, обусловленные более быстрым появлением эквивалентного распределения для блоков с высокой АП, что снижает геологическую содержательность решения.

Цель дальнейших исследований – создание методов с более высокой скоростью сходимости сходящегося итерационного процесса (СИП) и повышение на этой геологической содержательности решения обратных задач. Поставленная цель достигается тем, что на каждой $(n+1)$ -й итерации в вышеприведенных методах решения в итерационных формулах с поправкой используют аппроксимацию $B_{i,n}$ статистическими линейными многочленами:

$$B_{i,n} \approx B_{p,i,n} = \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i}, \quad (1.55)$$

где $M_{m,n,i} = \sum_j (a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha))^m r_{j,n}$ – дискретная реализация интегрального момента m -го порядка, порожденного массивом невязок поля $r_{j,n} = \sum_i a_{ij} \sigma_{i,n} - g_j$; $(j = 1, N)$;

α, β – постоянные величины, равные единице в начале итерационного процесса, а на более поздних итерациях используемые для ручного управления СИП, особенно с целью повышения разрешающей способности метода на разных глубинах.

Для решения обратной задачи по аномальному магнитному полю Z_{a_j} используют аналогичную формулу с интенсивностью намагничивания горных пород:

$$J_{i,n+1} = J_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}.$$

Критерий оптимизации выберем как по невязке поля, так и по поправке к параметрам. В следующих пунктах возьмем и критерий условной оптимизации: по МСК поправок к плотности при МСК невязок поля во всех точках его измерения, включенных в СБИМ обратной задачи. Образует формулы невязок поля и поправок к плотности на $(n+1)$ -й итерации для метода (1.7)–(1.17), (1.55):

$$r_{j,n+1} = (a_{i,j}, \sigma_{i,n+1}) - g_j = (a_{i,j}, \sigma_{i,n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i}) - g_j, \quad (1.56)$$

где

$$M_{m,n+1,i} = (r_{j,n+1}, a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha)) = (a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha), (a_{i,j}, \sigma_{i,n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i}) - g_j).$$

Составим критерии оптимизации с коэффициентом Лагранжа L :

$$F_r = \sum_j r_{j,n+1}^2 = \min; \quad F_M = \sum_i M_{m,n,i}^2 = \min; \quad (1.57)$$

$$F_{M,L,r} = F_M + L(F_r)'_r; \quad F_{r,L,M} = F_r + L(F_M)'_r. \quad (1.58)$$

Возьмем частные производные от (1.57), (1.58) по ИК, приравняем их к нулю и получим системы уравнений для вычисления всех $\tau_{m,n+1}$. В настоящем пункте получим лишь системы уравнений для критерия оптимизации (1.57), (1.58), а методы условной оптимизации по этому критерию (1.58) рассмотрим в следующих пунктах:

$$(F_r)'_{\tau_{m,n+1}} \Rightarrow \sum_j (a_{i,j}, (\sigma_{i,n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i}) - g_j)(a_{i,j}, M_{m',n,i}) = 0;$$

$$(F_M)'_{\tau_{m,n+1}} \Rightarrow \sum_i (a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha), (a_{i,j}, (\sigma_{i,n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i}) - g_j)) \times$$

$$\times (a_{i,j}, M_{m',n,i}) a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha) = 0. \quad (1.59)$$

Из приведенной на рис. 1.6–1.14 реализации метода (1.59) и его сравнения с методом простой итерации (1.14)–(1.17) (при $p = 3$) следует, что метод с тремя моментными поправками для ИН дает и более дифференцированную по ИН карту, и более плавные и протяженные изолинии (рис. 1.8, 1.10) [88], чем метод простой итерации с одним ИК и одной ИП (рис. 1.7, 1.9) [64], что соответствует методу (1.59) при $p = 1$. Решение выполнено для магнитного поля $Z_{a,j}$, измеренного в 2209 точках на участке размером 9,2×9,2 км по сети 0,2×0,2 км (рис. 1.6), при использовании СБИМ, содержащей три слоя магнитоактивных пород, каждый из которых аппроксимирован 400 блоками в виде прямоугольных параллелепипедов с горизонтальным сечением 475×475 м. Для верхнего слоя полуокисленных, слабомагнитных пород, расположенных между поверхностью кристаллического фундамента (рис. 1.11) и го-

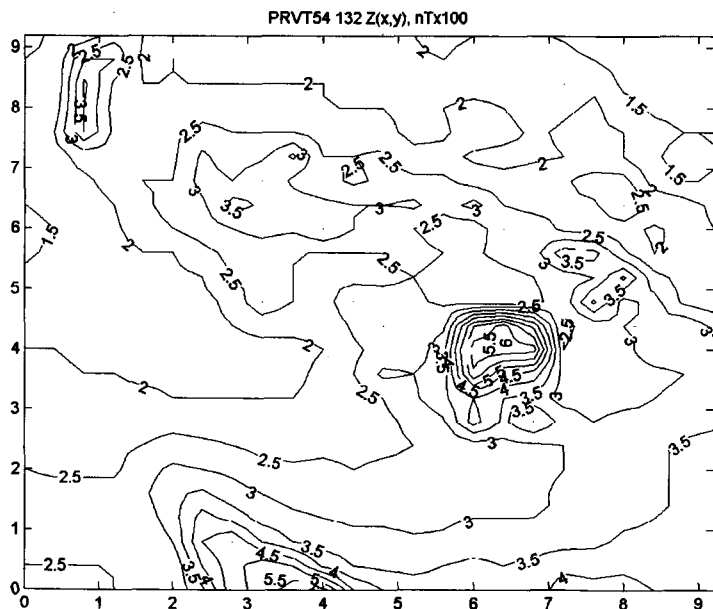


Рис. 1.6. Карта магнитного поля (здесь и далее: горизонтальные расстояния приведены в метрах, а изолинии поля или его остатков — в сотнях нанотесла)

горизонтальной плоскостью на глубине 300 м, различий в решении ОЛЗМ двумя методами (рис. 1.9, 1.10), при общих невязках поля по всей карте 9,74 и 7,44 нТл, практически нет. Однако для 2-го слоя неокисленных пород (на глубинах 300–600 м) получены существенные различия в решениях ОЛЗМ (рис. 1.7, 1.8). При меньшей невязке 7,44 нТл (рис. 1.8), на всей площади карты ИН в большей степени дифференцирована методом с тремя поправками, чем методом с одной поправкой (рис. 1.7) и большей невязкой – 9,74 нТл. При этом новым методом (1.59) [92] получены более высокие значения ИН пород в блоках 2-го слоя СБИМ. Для удобства эта величина определяется в относительных единицах (отн. ед.) из формулы прямой задачи без перевода в системные физические единицы. Как следует из результатов решения ОНЗМ относительно глубин до поверхностей блоков 1-го и 2-го слоев (рис. 1.11, 1.12), при устойчивом начальном определении ИН решением ОЛЗМ также устойчиво решается и ОНЗМ – дифференциация глубин до фундамента (30–70 м) в пределах участка подтверждается скважинами. Для глубин 2-го слоя (рис. 1.12) таких подтверждений нет. Поэтому полученные сведения являются новыми. Почти на всей площади карты остатки магнитного поля после решения обратной задачи (рис. 1.13) не превышают 10–20 нТл, и лишь над сильно магнитными породами остатки поля достигают значений 40–60 нТл (рис. 1.14), что обусловлено сильной неоднородностью распределения ИН в останках амфиболитов, пронизанных более молодыми гранитами и пегматитами. Метод с тремя ИК [88] позволяет получать более достоверные результаты решения ОЗГ и ОЗМ.

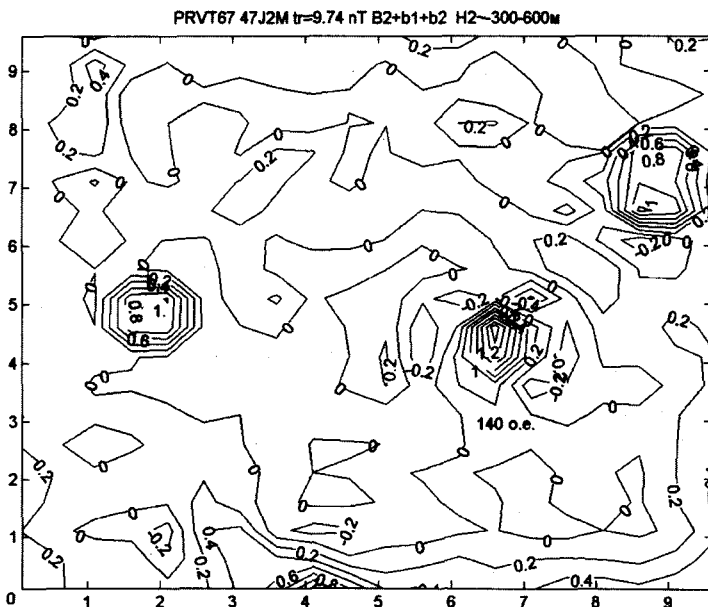


Рис. 1.7. Карта аномальной интенсивности намагничивания неокисленных пород в блоках 2-го слоя СБИМ после решения ОЛЗМ методом простой итерации с одним ИК (здесь и далее: локальные максимумы параметра приведены в относительных единицах (отн. ед., о. е.), а его изолинии – в сотнях отн. ед.)

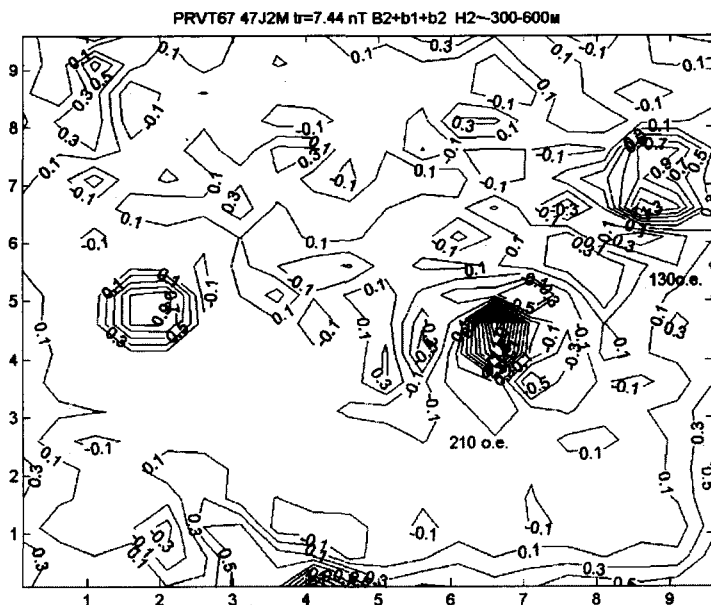


Рис. 1.8. Карта аномальной интенсивности намагничивания неокисленных горных пород в блоках 2-го слоя СБИМ после решения ОЛЗМ новым методом с тремя ИК

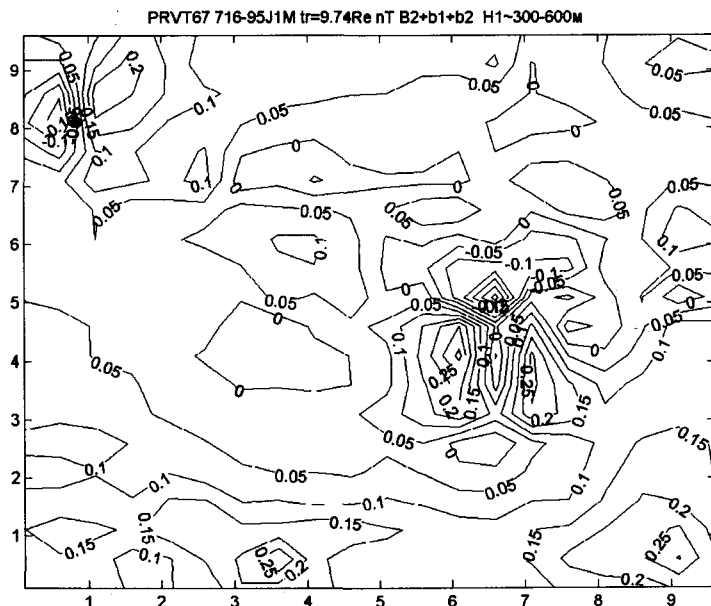


Рис. 1.9. Карта аномальной интенсивности намагничивания полуокисленных горных пород в блоках 1-го слоя СБИМ после решения ОЛЗМ методом с одним ИК

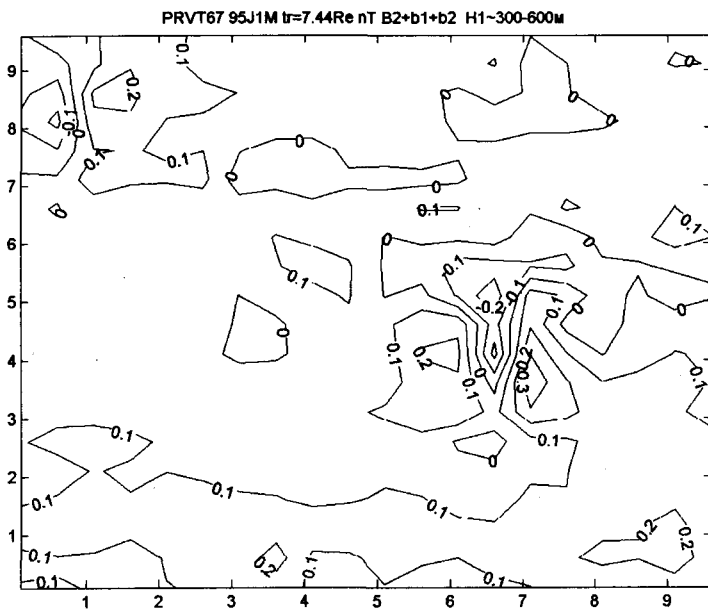


Рис. 1.10. Карта аномальной интенсивности намагничивания полуокисленных пород в блоках 1-го слоя СБИМ после решения ОЛЗМ новым методом с тремя ИК

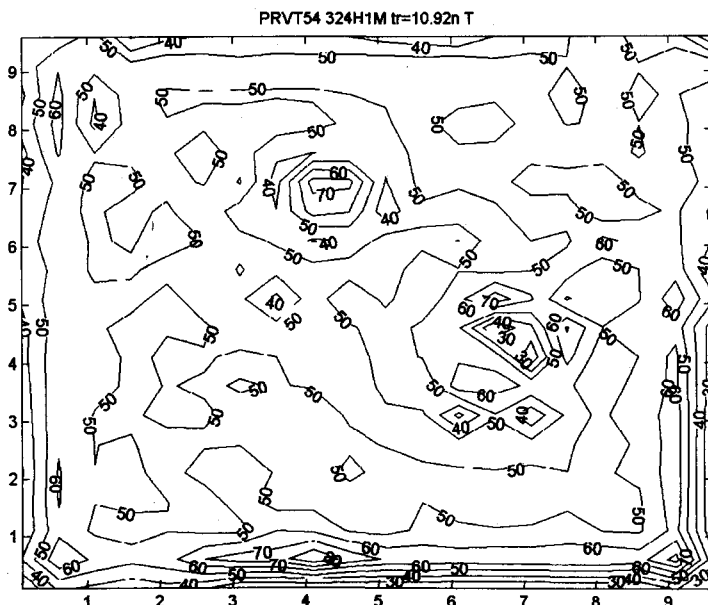


Рис. 1.11. Результаты решения ОНЗМ: карта глубин до блоков 1-го слоя СБИМ (здесь и далее изолинии глубин приведены в метрах)

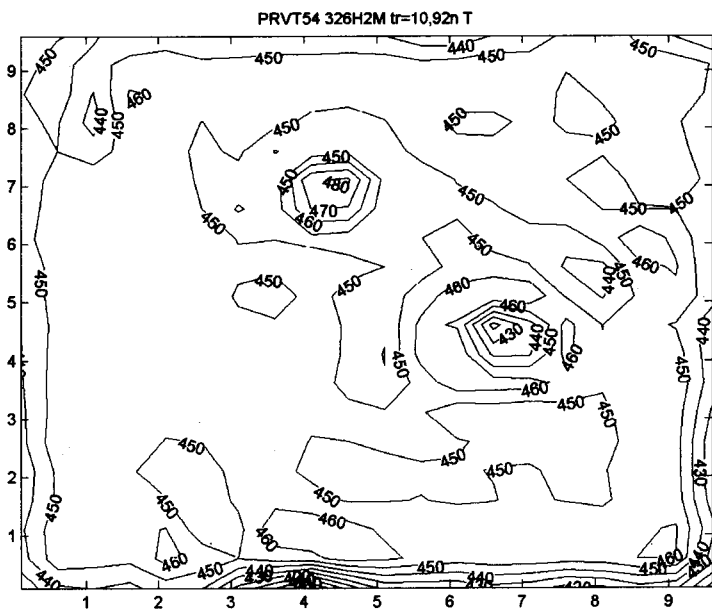


Рис. 1.12. Результаты решения ОНЗМ: карта глубин до блоков 2-го слоя

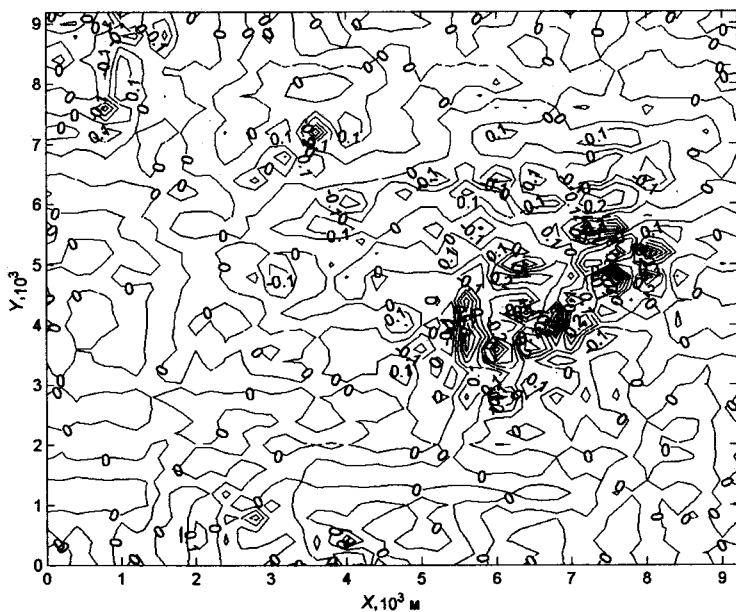


Рис. 1.13. Карта остатков измеренного магнитного поля после решения ОЛЗГ новым методом с тремя ИК

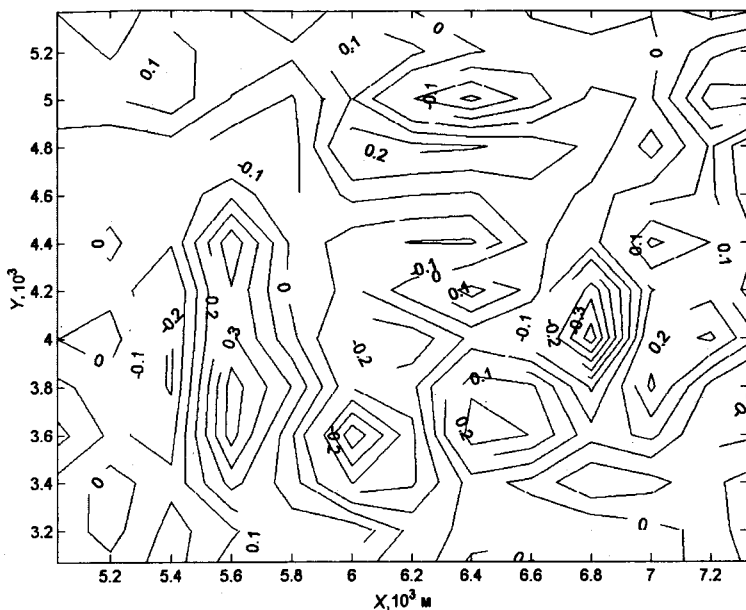


Рис. 1.14. Детальный фрагмент карты остатков измеренного магнитного поля после решения ОЛЗМ новым методом с тремя ИК.

Выводы

Перспектива дальнейших исследований такова, что необходимо разрабатывать методы решения обратных задач с другими наборами условной оптимизации для сравнения их эффективности с предложенным в этом пункте и с другими методами.

1. Известные итерационные методы не являются фильтрационными, а те, которые могли бы быть приспособлены к ФИМ, не дают даже машинного решения из-за несовместности алгоритма с большими погрешностями поля и связанного с этим переполнения порядка при вычислении на компьютере. Исследованы теоретические матрицы и установлена причина их плохой обусловленности ввиду отсутствия в некоторых строках преобладания диагональных элементов над недиагональными. Проверка матрицы должна производиться только по правилу: если ее определитель равен нулю или очень близок к нему, нужно убрать точки поля, расположенные за пределами области проекции искомого масс на карту поля.
2. Взамен известных методов, неработоспособных в условиях больших погрешностей поля, создан новый ФИМ простой итерации с фильтрующей поправкой, исследованы его свойства, определено наличие в методе сходимости поправки к нулю в конце итерационного процесса.
3. Разработаны СБИМ, включающие в себя физические и геометрические параметры среды, с одной стороны, и ограниченные по размерам области поля, с другой, как необходимое условие устойчивого решения ОЛЗГ методом простой итерации по плотностным поправкам, использование

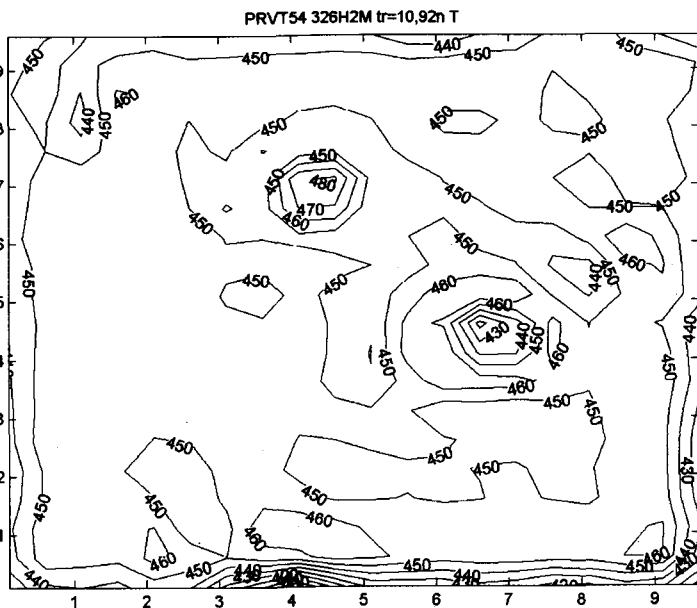


Рис. 1.12. Результаты решения ОНЗМ: карта глубин до блоков 2-го слоя

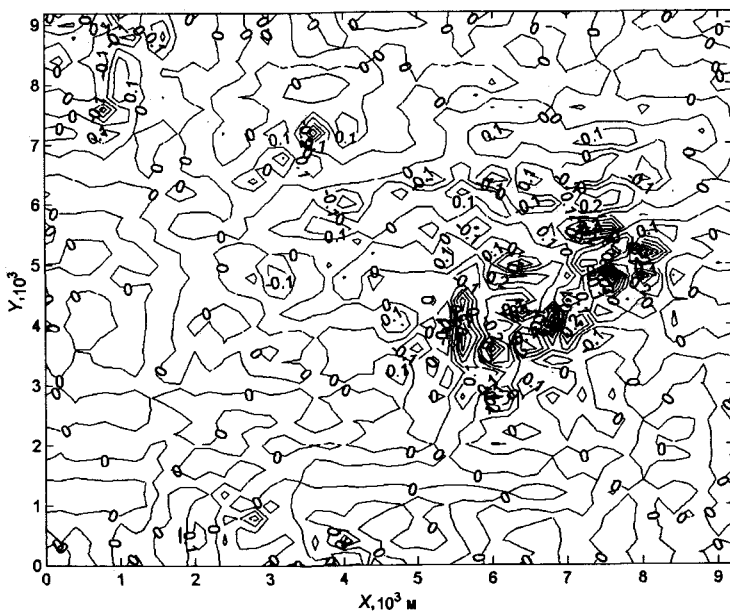


Рис. 1.13. Карта остатков измеренного магнитного поля после решения ОЛЗГ новым методом с тремя ИК

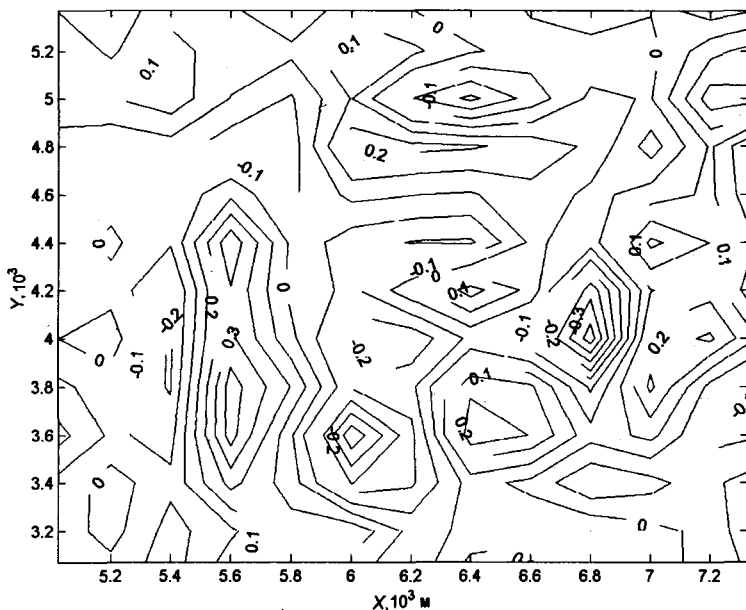


Рис. 1.14. Детальный фрагмент карты остатков измеренного магнитного поля после решения ОЛЗМ новым методом с тремя ИК.

Выводы

Перспектива дальнейших исследований такова, что необходимо разрабатывать методы решения обратных задач с другими наборами условной оптимизации для сравнения их эффективности с предложенным в этом пункте и с другими методами.

1. Известные итерационные методы не являются фильтрационными, а те, которые могли бы быть приспособлены к ФИМ, не дают даже машинного решения из-за несовместности алгоритма с большими погрешностями поля и связанного с этим переполнения порядка при вычислении на компьютере. Исследованы теоретические матрицы и установлена причина их плохой обусловленности ввиду отсутствия в некоторых строках преобладания диагональных элементов над недиагональными. Проверка матрицы должна производиться только по правилу: если ее определитель равен нулю или очень близок к нему, нужно убрать точки поля, расположенные за пределами области проекции искомых масс на карту поля.
2. Взамен известных методов, неработоспособных в условиях больших погрешностей поля, создан новый ФИМ простой итерации с фильтрующей поправкой, исследованы его свойства, определено наличие в методе сходимости поправки к нулю в конце итерационного процесса.
3. Разработаны СБИМ, включающие в себя физические и геометрические параметры среды, с одной стороны, и ограниченные по размерам области поля, с другой, как необходимое условие устойчивого решения ОЛЗМ методом простой итерации по плотностным поправкам, использование

которых позволяет заранее обеспечить получение геологической содержательности решений ОЛЗГ.

4. Исследованы свойства нового итерационного метода при различных значениях управляющих констант и определены достаточные, в соответствии с пятью доказанными теоремами, условия для получения устойчивого, геологически содержательного решения ОЛЗГ.
5. Разработано несколько новых модификаций метода простой итерации с несколькими ИК для поправок с квадратичным многочленом, для полинома с поправками в виде статистических моментов от 1-го до m -го порядка, которые сокращают время вычислений, количество итераций и повышают качество решения ОЛЗГ.
6. Проведены исследования и установлены возможности с помощью моделей ступенчатой плотности интерпретировать поля, созданные объектами с кусочно-линейной плотностью.
7. Выполнены теоретические исследования методов простой итерации для двух- и трехслойных моделей и доказана практически абсолютная сходимость метода как по плотности, так и по невязке поля.
8. На базе модельных примеров проведена интерпретация измеренных полей путем решения ОЛЗГ для предварительно подобранных глубин и получены геологически содержательные карты плотности сеточных блоков двух- и трехслойных моделей. Это дает возможность снимать влияния верхнего слоя и по остаточной аномалии проводить более глубинное исследование геологического массива.
9. Приведены примеры параллельного решения двух ОЛЗМ для карт магнитного поля, смещенных на 10–20 пикетов, и получены практически одинаковые решения для общих частей используемых карт, за исключением многих мелких, но заметных деталей, что свидетельствует о высокой точности решения.
10. Приведены примеры решения обратных задач для вертикальной составляющей магнитного поля по методу простой итерации для трехкомпонентного поля, а также примеры решения ОЛЗМ по картам трех измеренных компонент поля. Установлено, что на многих участках магнитные породы средней ИН имеют довольно заметное косое намагничивание.
11. Получены решения ОЛЗМ с максимальным количеством точек измерения поля (около 4500) и максимальным количеством блоков с неизвестной ИН – по 1200 блоков в каждом слое трехслойной СБИМ при высокой точности восстановления поля (ТВП) 5–10 нТл. Практически такие результаты снимают вопрос о любых препятствиях для самого полезного использования магнитного поля при изучении геологического строения любого участка съемки. Выполнено большое количество экспериментов с различным осложнением поля погрешностями и установлены высокие фильтрационные свойства метода простой итерации или пределы их накопления до искажения решения обратной задачи. Выполнено также большое количество экспериментов на моделях с отклонениями от условий, устанавливаемых теоремами 1–5, чем и подтверждены от обратного полностью все положения теорем, заранее обеспечивающие высокую устойчивость и геологическую содержательность результатов решения ОЛЗ разработанными ФИМ.

**МОДИФИКАЦИИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО МЕТОДА
ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ**

2.1. Метод простой итерации для переменной аномальной плотности в блоках

В каждом блоке плотность, описываемая полиномом четвертой степени $\sigma_{i,n,l} = a_i \sigma_{i,n} + b_i \sigma_{i,n}^2 + c_i \sigma_{i,n}^3 + d_i \sigma_{i,n}^4$, преобразуется с учетом положения его границ и размеров к виду

$$\sigma_{i,n,l} = a_{ij} \sigma_{0,i,n} + b_{ij} \sigma_{1,i,n} + c_{ij} \sigma_{2,i,n} + d_{ij} \sigma_{3,i,n} + e_{ij} \sigma_{4,i,n}. \quad (2.1)$$

Несмотря на то что формулы коэффициентов прямых задач опубликованы [56, 57], их необходимо привести, так как здесь они используются в определенном представлении без трудностей для вычисления из-за содержащихся в других записях особенностей. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} x &= x_j - x_i; \quad -y = y_j - y_i; \quad -z = z_j - z_i; \\ R &= (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}; \quad w = R + x + y; \quad A_x = \arctg(w/z); \\ A_y &= \arctg(y/(R + y + z)); \quad A_z = \arctg(x/(R + x + y)); \\ L_x &= Ln(x + R); \quad L_y = Ln(y + R); \quad L_z = Ln(z + R). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Элементы МПЗГ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} a_{i,j} &= -(xL_y + yL_x + 2zA_z); \quad b_{i,j} = yxL_z - x^2 A_x V - y^2 A_y - z^2 A_z; \\ c_{i,j} &= 1/3(2xyR + y^3 L_x + x^3 L_y - 2z^3 A_z); \\ d_{i,j} &= (xyzR/2 - xy(x^2 + y^2) + y^4 A_y + x^4 A_x - z^4 A_z)/2; \\ e_{i,j} &= (xyR(2z^2 - 7(x^2 + y^2)))/3 - x^5 L_y - y^5 L_x - 2z^5 A_z/5. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Эти выражения имеют пределы интегрирования по x_i, y_i, z_i , но поскольку в программах они используются как функции пределов по координатам границ блоков в виде $a_{ij}(x_i = c; y_i = c_i; z_i = c_2)$ и т. д., то возле формул (2.3) пределы не проставлены. Кроме того, перед каждым коэффициентом должна стоять гравитационная постоянная. Однако в программе она ставится

один раз. Если плотность брать в граммах на кубический сантиметр, а все расстояния в километрах, то, чтобы получить вычисленное поле в миллигалах, нужно результат вычислений еще умножить на 6,672. Используемый в таком виде полином плотности позволяет выделить в каждом блоке один максимум и два минимума или два максимума и один минимум плотности, что чаще всего достаточно для интерпретации карт гравитационного поля в рудных районах [64, 68, 69]. Это равносильно решению обратной задачи для трехслойной сеточно-блоковой модели (СБМ) с резкой сменой плотности на границах слоев, а в данном случае используются плавные переходы плотности при изменении глубины внутри блоков. Моделировать такие задачи очень трудно, да в этом и нет необходимости, так как в рудных районах все крупные массивы горных пород имеют переменную плотность. Поэтому обратную задачу решают тем же методом простой итерации, что и ОЛЗГ для однослойной СБИМ с верхней и нижней границами блоков, выбранными по априорным данным. В результате решения обратной задачи находим итерационные коэффициенты для каждого члена полинома. Для a_{ij} ($i = 1, M; j = 1, N$) и $\sigma_{i,n} = \sigma_{0,i,n}$ находим τ_1 , для b_{i+Mj} и $\sigma_{i,n} = \sigma_{i+M,n} - \tau_2$, для b_{i+2Mj} и $\sigma_{i,n} = \sigma_{i+2M,n}$ вычисляем τ_3 и т. д. Обратная задача решается по критерию минимума суммы квадратов поправок к АП всех блоков. Но сам процесс решения этой задачи на каждой итерации контролируется величиной уменьшения среднеквадратичной невязки поля и скалярного произведения невязки на полезный сигнал. Путем изменения положения границ можно дополнительно уменьшить среднеквадратичную невязку поля. Однако порядок величин элементов матрицы для членов полинома разной степени различный, поэтому приходится использовать выравнивающие коэффициенты. Их нужно устанавливать так, чтобы элементы матриц имели хотя бы один порядок.

Приведенные примеры применения этого метода позволяют средствами “Матлаб” строить вертикальные разрезы в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и горизонтальных срезах (погоризонтных планах), чего вполне достаточно для получения представления о геологическом строении участка исследований. В 2004 г. нами разработаны метод, алгоритм и программа для изменяющейся в соответствии с полиномом 4-го порядка плотности [68, 77, 78]. Метод был использован для поисков на Украинском щите структур, содержащих карбонатные породы и вмещающих рудные тела с медной, цинковой, другой полиметаллической и редкоземельной минерализацией [148]. Наличие структур и минерализации было подтверждено бурением скважин глубиной от 200 до 800 м.

2.2. Метод простой итерации со многими итерационными коэффициентами

Запишем итерационную формулу и формулу невязки поля для следующей $(n+1)$ -й итерации [62]:

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{i,n+1} B_{i,n}; \quad (2.4)$$

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - (\tau_{i,n+1} a_{ij} B_{i,n}). \quad (2.5)$$

Образует критерий по минимуму суммы квадратов невязок поля:

$$F = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = \sum_j (r_{j,n} - (\tau_{i,n+1}, a_{ij} B_{i,n}))^2 = \min. \quad (2.6)$$

Возьмем производные по ИК, приравняем их к нулю и получим систему уравнений с M неизвестными по ИК:

$$F'_{\tau_{i,n+1}} = \sum_j (r_{j,n} - (\tau_{i,n+1}, a_{ij} B_{i,n})) a_{ij} = 0. \quad (2.7)$$

Запишем систему уравнений (2.7) в стандартном виде:

$$\sum_{i=1}^M \tau_{i,n+1} B_{i,n} (a_{ij}, a_{ij}) = (r_{j,n}, a_{ij}); \quad i_j = 1, M, \quad (2.8)$$

или в матричном: $\tau_{n+1} B_n = (A^T A)^{-1} (A^T r_n)$, что соответствует обычному методу наименьших квадратов для неизвестного вектора $\tau_{n+1} B_n$. Решив систему уравнений (2.8), получим M значений ИК, по одному для каждого неизвестного. Этот итерационный метод теоретически разработан В.Н. Страховым для КНП [114–116], но с другой поправкой. Результаты его численной реализации на реальных полях неизвестны. Нами реализован метод Страхова, но с поправкой [64, 65, 111], придающей методу в какой-то степени фильтрационные свойства, и только для однослойных СБИМ. Для многослойных СБИМ решение ОЛЗГ не заканчивается из-за переполнения порядка при решении СЛАУ большой размерности. Поэтому В.Н. Страхов активно работал над проблемой устойчивого решения СЛАУ сверхбольшой размерности [119, 120].

С попыткой обойти эту проблему разработан фильтрационный метод для многих неизвестных ИК с критерием оптимизации по МСК поправок к плотности пород с итерационной поправкой [64–69, 111]. Итерационные формулы и в методе Страхова [114], и в методе [65–67] отличаются от вышеприведенных в методах простой итерации тем, что каждый ИК имеет свой индекс, и чтобы найти все ИК, нужно решать систему M уравнений. Перейдем к построению метода. Запишем итерационные формулы для плотности и поправки к ней:

$$\begin{aligned} \sigma_{i,n+1} &= \sigma_{i,n} - \tau_{i,n+1} B_{i,n}; \\ r_{j,n+1} &= r_{j,n} - (\tau_{i,n+1} B_{i,n}, a_{ij}); \\ B_{i,n+1} &= B_{i,n} - (\tau_{i,n+1} B_{i,n}, (a_{ij}/(\lambda_j \lambda_i), a_{ij})); \\ B_{i,n+1} &= B_{i,n} - (\tau_{i,n+1} B_{i,n}, C_{i,i}), \end{aligned}$$

где $C_{i,i} = (a_{ij}/(\lambda_j \lambda_i), a_{ij})$.

Построим критерий:

$$F_B = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) = \sum_i (B_{i,n} - (\tau_{i,n+1} B_{i,n}, C_{i,i}))^2 = \min. \quad (2.9)$$

Возьмем производные по каждому ИК и приравняем их к нулю:

$$F'_{B, \tau_{i,n+1}} = \sum_i \left(B_{i,n} - (\tau_{i,n+1} B_{i,n}, C_{i,h}) \right) C_{i,i_2} = 0. \quad (2.10)$$

Выполним некоторые преобразования формул и получим систему уравнений для вычисления всех ИК $\tau_{i,n+1}$ в МПП:

$$\sum_i (\tau_{i,n+1} B_{i,n} D_{i,i_2}) = \sum_i B_{i,n} C_{i,i_2}, \quad (2.11)$$

где $D_{i,i_2} = (C_{i,h}, C_{i,i_2})$.

Решение (2.11) в общем виде $\tau_{n+1} B_n = (C^T C)^{-1} (C^T B_n)$ соответствует обычному методу наименьших квадратов для $\tau_{n+1} B_n$. Этот метод проверен на реальных полях (до 3000 точек) для СБИМ, содержащей от 400 до 1600 блоков с неизвестной АП в одном слое. Геологически содержательное решение получается после 3–4 итераций, что очень выгодно с целью экономии времени. Но для большего количества слоев в реальных полях большие СЛАУ до конца не решаются из-за переполнения порядка. На более ранней стадии исследований установлено, что задача (2.9)–(2.11) в точно таком же исполнении решается методом простой итерации (1.10)–(1.12) с одним ИК для всех неизвестных АП 400 блоков при 30 000–45 000 итераций с той же точностью [65], но с большими затратами времени. Однако методом (1.10)–(1.12) с одним ИК для всех неизвестных АП ОЛЗГ решаются и для многослойных СБИМ. Поэтому важны все затронутые в этом разделе методы, хотя бы, например, для независимого контроля решений. Позже было замечено, что в итерационной формуле второе слагаемое $\tau_{i,n+1} B_{i,n}$ содержит произведение множителей с одинаковыми индексами i , но не содержит индекса j . Поскольку поправка $B_{i,n}$ вычисляется для всех неизвестных аномальных плотностей по реальным данным с ошибками, то вычислять ИК $\tau_{i,n+1}$ для всех неизвестных по ошибкам в правой и левой частях СЛАУ не только нецелесообразно, но и вредно при разном уровне поправок для каждого слоя, вызывающем различное распределение погрешностей по слоям, а также большие их осцилляции в каждом слое [65–71]. Следовательно, в рассматриваемом методе должно быть $\tau_{i,n+1} = \tau_{n+1} = \text{const}$. Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема 7. В методе простой итерации с поправкой $B_{i,n}$ ИК имеет одно и то же значение $\forall(i) \tau_{n+1} = \tau_{i,n+1}$ для всех неизвестных $\sigma_{i,n+1}$ в пределах одной итерации с номером $n+1$.

На тех же принципах разработаны методы решения обратных задач для теории потенциала скоростей при действии взрыва ВВ, которые внедрены в шахтах при проходке горных выработок и на карьерах для разрушения скального горного массива [89, 90].

2.3. Метод простой итерации для положительной аномальной плотности в блоках

Исследованиями Е.Г. Булаха [3–21], А.Б. Бакушинского, В.Н. Страхова [113–123], М.А. Бродского установлено, что ОЛЗГ имеет единственное ре-

шение, если оно устойчиво. Но устойчивое решение мы уже умеем получать в любой задаче — линейной или нелинейной. А так как в линейной задаче явление эквивалентности осталось, его нужно обойти. Для этого будем искать не аномальную плотность, а корень квадратный из нее при условии, что она всегда положительная. Практически это достигается тем, что выбирают положительный уровень отсчета плотности для всех блоков. Тогда линейная задача для плотности превращается в задачу нелинейную, которая решается однозначно, причем как для одного, так и для двух итерационных коэффициентов методом простой итерации для минимальных невязок поля и для минимальных поправок к плотности [54, 58, 61–64, 66–75]. Запишем исходные формулы для поправки к АП, итерационные формулы, функции невязок и АП [81, 83, 85]:

$$B_{i,n} = (a_{i,j} / (\lambda_j^\alpha \lambda_i^\beta), r_{j,n}); \quad S_{i,n+1} = S_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n};$$

$$r_{j,n} = \sum_i a_{ij} S_{i,n}^2 - g_j; \quad \sigma_{i,n} = S_{i,n}^2. \quad (2.12)$$

Функция невязки на следующей итерации имеет вид

$$r_{j,n+1} = \sum_i a_{ij} (S_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n})^2 - g_j = \sum_i (a_{ij} S_{i,n}^2 - g_j -$$

$$- 2\tau_{n+1} a_{ij} B_{i,n} S_{i,n} + \tau_{n+1}^2 a_{ij} B_{i,n}^2) = r_{j,n} - 2\tau_{n+1} T_{1,j} + \tau_{n+1}^2 T_{2,j}; \quad (2.13)$$

$$T_{1,j} = a_{ij} B_{i,n} S_{i,n}; \quad T_{2,j} = a_{ij} B_{i,n}^2.$$

Образует критерий по невязке поля:

$$F_{r,\tau} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = \sum_j (r_{j,n} - 2\tau_{n+1} T_{1,j} + \tau_{n+1}^2 T_{2,j})^2 = \min(\tau_{n+1}). \quad (2.14)$$

Продифференцировав критерий по τ_{n+1} , получим уравнение третьей степени:

$$\sum_j (r_{j,n} - 2\tau_{n+1} T_{1,j} + \tau_{n+1}^2 T_{2,j})(T_{1,j} - \tau_{n+1} T_{2,j}) = 0. \quad (2.15)$$

Решать такое уравнение на каждой итерации нетехнологично и неуправляемо. Однако можно сначала решить линейную задачу методом простой итерации (несколько десятков итераций) и оценить величину квадратического и кубического членов уравнения относительно τ_{n+1} . Если кубическое слагаемое — малая величина, а квадратичным пренебрегать нельзя, то нужно решить еще несколько десятков итераций методом простой итерации, а затем продолжить решение ОЛЗГ с ИК для линеаризованной задачи в следующем виде:

$$\tau_{n+1} = (r_{j,n}, T_{1,j}) / (2(T_{1,j}, T_{1,j}) + (r_{j,n}, T_{2,j})). \quad (2.16)$$

Это решение можно проверить другой аппроксимацией нелинейной задачи. Положим $\mu_{n+1} = \tau_{n+1}^2$ и подставим в критерий:

$$F_{r,\tau,\mu} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = \sum_j (r_{j,n} - 2\tau_{n+1} T_{1,j} + \mu_{n+1} T_{2,j})^2 = \min(\tau_{n+1}, \mu_{n+1}). \quad (2.17)$$

Образовав производные по ИК, получим систему уравнений для их вычисления:

$$\sum_j (r_{j,n} - 2\tau_{n+1}T_{1,j} + \mu_{n+1}T_{2,j})T_{1,j} = 0; \quad \sum_j (r_{j,n} - 2\tau_{n+1}T_{1,j} + \mu_{n+1}T_{2,j})T_{2,j} = 0;$$

$$B_{11} = (T_{1,j}, T_{1,j}); \quad B_{12} = (T_{1,j}, T_{2,j}); \quad B_{22} = (T_{2,j}, T_{2,j}); \quad B_{01} = (r_j, T_{1,j}); \quad B_{02} = (r_j, T_{2,j}); \quad (2.18)$$

$$B_{01} = (2\tau_{n+1})B_{11} + (-\mu_{n+1})B_{12} = 0; \quad B_{02} = (2\tau_{n+1})B_{12} + (-\mu_{n+1})B_{22} = 0.$$

Приведенные выше методы (2.12)–(2.18) выполнены для минимальных невязок поля. Это сделано потому, что используем СБИМ $\in M_p$. Чем больше методов применяется для решения ОЗГ, тем лучше, тем более что в них одновременно используется большинство одних и тех же функций. Поэтому перейдем к созданию аналогичного метода с квадратичной формулой плотности для метода минимальных поправок к АП. Запишем формулу поправки к АП и введем в нее итерационную формулу для следующей итерации, причем сделаем это для двух вариантов линеаризации уравнения относительно ИК [73, 81, 89]:

$$B_{i,n} = (a_{i,j} / (\lambda_j^\alpha \lambda_{i_1}^\beta), (a_{ij}, S_{i,n}^2) - g_j);$$

$$B_{i,n+1} = (a_{i,j} / (\lambda_j^\alpha \lambda_{i_1}^\beta), (a_{ij}, (S_{i,n} - \tau_{n+1}B_{i,n})^2) - g_j);$$

$$B_{i,n+1} = (a_{i,j} / (\lambda_j^\alpha \lambda_{i_1}^\beta), (a_{ij}, (S_{i,n}^2 - 2\tau_{n+1}B_{i,n}S_{i,n} + \tau_{n+1}^2 B_{i,n}^2) - g_j); \quad (2.19)$$

$$B_{i,n+1} = (a_{i,j} / (\lambda_j^\alpha \lambda_{i_1}^\beta), (r_{j,n} - 2\tau_{n+1}T_{1,j} + \tau_{n+1}^2 T_{2,j}));$$

$$B_{i,n+1} = (a_{i,j} / (\lambda_j^\alpha \lambda_{i_1}^\beta), (r_{j,n} - 2\tau_{n+1}T_{1,j} + \mu_{n+1}T_{2,j}));$$

$$Y_{1i} = (a_{i,j} / (\lambda_j^\alpha \lambda_{i_1}^\beta), T_{1,j}); \quad Y_{2i} = (a_{i,j} / (\lambda_j^\alpha \lambda_{i_1}^\beta), T_{2,j}).$$

Образует критерий и получим уравнение четвертой степени по τ_{n+1} :

$$F_{B,\tau} = \sum_i (B_{i,n+1} - 2\tau_{n+1}Y_{1,i} + \tau_{n+1}^2 Y_{2,i})^2 = \min(\tau_{n+1}). \quad (2.20)$$

Дифференцирование критерия по τ_{n+1} приводит к уравнению третьей степени для получения из него ИК τ_{n+1} :

$$\sum_i (B_{i,n+1} - 2\tau_{n+1}Y_{1,i} + \tau_{n+1}^2 Y_{2,i})(Y_{1,i} - \tau_{n+1}Y_{2,i}) = 0. \quad (2.21)$$

Это уравнение реализуется так же, как и (2.15). Если глубины до границ блоков приближенно известны, например, по данным сейсморазведки, то этим методом обратная задача по АП решается устойчиво в классе СБИМ $\in M_p$.

Для линеаризованного решения обратной задачи получим ИК:

$$\tau_{n+1} = (B_{i,n}, Y_{1,i}) / (2(Y_{1,i}, Y_{1,i}) + (B_{i,n}, Y_{2,i})).$$

2.4. Метод простой итерации для совмещенных критериев

В 2.2–2.3 рассмотрена отдельно оптимизация по разным критериям. Вполне естественно, что из таких критериев можно образовать не одну комбинацию, например: произведение критерия минимальных поправок к АП на критерий минимальных невязок поля; произведение критериев для АП и для поправок к ней; для невязок поля и для АП [80] с заданными пределами. В несколько ином виде А.П. Петровский использовал произведения невязок априори заданных АП и глубин на невязки поля [100–102]. Составим совмещенный критерий оптимизации по ИП к АП с невязкой восстанавливаемого поля [70, 78, 80]:

$$F_{B,r,\tau} = \sum_i (B_{i,n+1})^2 (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = \sum_j (r_{j,n}^2 Z_{j,n} - 2\tau_{n+1} r_{j,n} Z_{j,n} + \tau_{n+1}^2 Z_{j,n}^2) \sum_i (B_{i,n}^2 - 2\tau_{n+1} B_{i,n} C_{i,n} + \tau_{n+1}^2 C_{i,n}^2) = \min(\tau_{n+1}). \quad (1.22)$$

Продифференцировав критерий по ИК и приравняв производную к нулю, получим ИК для линеаризованного метода:

$$\tau_{n+1} = ((r_{j,n} r_{j,n})(B_{i,n}, C_{i,n}) + (r_{j,n} Z_{j,n})(B_{i,n}, B_{i,n})) / (4(r_{j,n} Z_{j,n}) \times (B_{i,n}, C_{i,n}) + (Z_{j,n} Z_{j,n})(B_{i,n}, B_{i,n}) + (r_{j,n}, r_{j,n})(C_{i,n}, C_{i,n})). \quad (2.23)$$

Составим совмещенный критерий по плотности с поправкой к плотности $x_{i,n} = \sigma_{i,n}$:

$$F_{B,x,\tau} = \sum_i (B_{i,n+1})^2 (x_{i,n+1}, x_{i,n+1}) = \sum_i (x_{i,n}^2 - 2\tau_{n+1} x_{i,n} B_{i,n} + \tau_{n+1}^2 B_{i,n}^2) \sum_i (B_{i,n}^2 - 2\tau_{n+1} B_{i,n} C_{i,n} + \tau_{n+1}^2 C_{i,n}^2) = \min(\tau_{n+1}). \quad (2.24)$$

Продифференцировав (2.24) по ИК и приравняв производную к нулю, получим:

$$(F_{B,x,\tau})'_\tau = 0;$$

$$\sum_i (x_{i,n}^2 - 2\tau_{n+1} x_{i,n} B_{i,n} + \tau_{n+1}^2 B_{i,n}^2) (B_{i,n}, C_{i,n}) - \tau_{n+1} (C_{i,n}, C_{i,n}) + \sum_i (B_{i,n}^2 - 2\tau_{n+1} B_{i,n} C_{i,n} + \tau_{n+1}^2 C_{i,n}^2) ((x_{i,n}, B_{i,n}) - \tau_{n+1} (B_{i,n}, B_{i,n})) = 0.$$

Преобразуем данное уравнение:

$$((x_{i,n}, x_{i,n})(B_{i,n}, C_{i,n}) + (x_{i,n}, B_{i,n})(B_{i,n}, B_{i,n})) - \tau_{n+1} (4(x_{i,n} B_{i,n})(B_{i,n}, C_{i,n}) + (B_{i,n} B_{i,n})(B_{i,n}, B_{i,n}) + (x_{i,n}, x_{i,n})(C_{i,n}, C_{i,n})) + 3\tau_{n+1}^2 ((B_{i,n} B_{i,n})(B_{i,n}, C_{i,n}) + (x_{i,n} B_{i,n})(C_{i,n}, C_{i,n})) - 2\tau_{n+1}^3 (C_{i,n}, C_{i,n})(B_{i,n}, B_{i,n}) = 0.$$

Реализация этого уравнения третьей степени и его квадратичная аппроксимация выполняются вышеописанным способом. Здесь же приведем только формулу ИК для линеаризованного метода:

$$\tau_{n+1} = ((x_{i,n}, x_{i,n})(B_{i,n}, C_{i,n}) + (x_{i,n}, B_{i,n})(B_{i,n}, B_{i,n})) / (4(x_{i,n} B_{i,n}) \times (B_{i,n}, C_{i,n}) + (B_{i,n}, B_{i,n})(B_{i,n}, B_{i,n}) + (x_{i,n}, x_{i,n})(C_{i,n}, C_{i,n})). \quad (2.25)$$

Теперь возьмем совмещенный критерий в несколько иной форме [68]:

$$F_{B,x,\tau} = \sum_i (B_{i,n+1} x_{i,n+1})^2 = \sum_i (x_{i,n}^2 - 2\tau_{n+1} x_{i,n} B_{i,n} + \tau_{n+1}^2 B_{i,n}^2) (B_{i,n}^2 - 2\tau_{n+1} B_{i,n} C_{i,n} + \tau_{n+1}^2 C_{i,n}^2) = \min(\tau_{n+1}).$$

Продифференцировав по τ_{n+1} и приравняв производную к нулю, получим уравнение третьей степени:

$$(F_{B,x,\tau})'_{\tau_{n+1}} = 0; \quad (2.26)$$

$$\sum_i ((x_{i,n}^2 B_{i,n} C_{i,n} + x_{i,n} B_{i,n}^3) - \tau_{n+1} (B_{i,n}^4 + 4x_{i,n} C_{i,n} B_{i,n}^2 + x_{i,n}^2 C_{i,n}^2) + 3\tau_{n+1}^2 (B_{i,n}^3 C_{i,n} + x_{i,n} C_{i,n}^2 B_{i,n}) - 2\tau_{n+1}^3 C_{i,n}^2 B_{i,n}^2) = 0. \quad (2.27)$$

ИК для линеаризованного уравнения имеет вид

$$\tau_{n+1} = \sum_i (x_{i,n}^2 B_{i,n} C_{i,n} + x_{i,n} B_{i,n}^3) / \sum_i (B_{i,n}^4 + 4x_{i,n} C_{i,n} B_{i,n}^2 + x_{i,n}^2 C_{i,n}^2).$$

2.5. Методы простой итерации с дополнительными условиями

Почти все рассмотренные выше методы осуществляют фильтрацию ошибок поля при необходимой степени его восстановления, поскольку при достижении меньшей среднеквадратичной невязки поля результат интерпретации уже не соответствует реальному распределению аномальной плотности. Однако, например, метод простой итерации с критерием по минимуму суммы квадратов поправок к плотности без дополнительных условий не позволяет это делать, так как итерационный процесс сходится к равенству нулю критерия суммы квадратов всех поправок для выбранной СБИМ, что означает выход на постоянное значение среднеквадратичной невязки (СКН) поля (СКНП). Дальше продолжать итерационный процесс нет смысла. Следует заметить, что при рассмотрении выше вопросов продолжения итерационного процесса принималось во внимание установленное факта: имеется ли глобальный минимум функционала по поправкам при минимуме суммы квадратов невязок поля или найден минимум функционала для некоторого набора этих невязок, определяемых, например, выбором постоянного фона аномального поля. Для разрешения этого вопроса и разработаны два метода условной оптимизации: минимум критерия поправок для АП при минимуме критерия для невязок поля и, наоборот, минимум критерия для невязок поля при минимуме критерия поправок для АП. Другие методы являются практически средством контроля резуль-

татов, полученных основными методами: простая итерация, безусловная и условная оптимизация. Хотя есть и другие методы контроля, например, метод контроля с непосредственным погружением в геологическую среду и в измеренные поля возмущающих масс с известными геометрическими параметрами и плотностью.

Теперь перейдем к методам условной оптимизации итерационного процесса. Так как арсенал критериев был очень мал, то указанные методы применялись очень редко. При более тщательном рассмотрении выяснилось, что в итерационном методе решения ОЛЗ коэффициенты Лагранжа (КЛ) находить неоткуда, т. е. оптимизация с дополнительными условиями является не строго условной, а приближенно условной или квазиусловной. Поэтому коэффициенты Лагранжа приходится находить из других условий, например, по данным на предыдущей итерации, дифференцированием критерия по АП на текущей итерации, использовать относительные значения поля, АП и поправок к АП. Составим критерий МСК поправок к АП всех блоков при условии МСК невязок поля [85,88]:

$$F_{(n)} = \sum_i (B_{i,n} - \tau_{n+1} C_{i,n})^2 - 2\lambda_n \sum_j (r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,n}) Z_{j,n} = \min. \quad (2.28)$$

Возьмем производную по τ_{n+1} , приравняем ее к нулю и получим ИК:

$$F'_{(n, \tau_{n+1})} = -\sum_i (B_{i,n} - \tau_{n+1} C_{i,n}) C_{i,n} + \lambda_n \sum_j (Z_{j,n})^2 = 0;$$

$$\tau_{n+1} = (\sum_i (C_{i,n} B_{i,n}) - \lambda_n \sum_j (Z_{j,n})^2) / \sum_i (C_{i,n})^2;$$

$$F_{n-1} = \sum_i (B_{i,n})^2 + 2\lambda_{n-1} \sum_j (r_{j,n} \lambda_j) = \min;$$

$$\sum_i (B_{i,n}) + \lambda_{n-1} \sum_j (\lambda_j^2) = 0; \quad \lambda_{n-1} = -\sum_i (B_{i,n}) / \sum_j (\lambda_j^2).$$

Составим критерий оптимизации по МСК невязок поля при условии МСК поправок к АП:

$$F_{(n)} = -2\lambda_n \sum_i (B_{i,n} - \tau_{n+1} C_{i,n}) C_{i,n} + \sum_j (r_{j,n} \tau_{n+1} Z_{j,n})^2 = \min;$$

$$F'_{(n)} = -\lambda_n \sum_i (C_{i,n}^2) + \sum_j (r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,n}) Z_{j,n} = 0;$$

$$\tau_{n+1} = (\sum_j (r_{j,n} Z_{j,n}) - \lambda_n \sum_i (C_{i,n}^2)) / \sum_j (Z_{j,n} Z_{j,n}); \quad (2.29)$$

$$F_{n-1} = \sum_j (r_{j,n})^2 + 2\lambda_n \sum_i B_{i,n} = \min;$$

$$\sum_i F'_{(n-1)} = \sum_j (r_{j,n} \lambda_j) + \lambda_n M = 0; \quad \lambda_n = -\sum_j (r_{j,n} \lambda_j) / M.$$

Для сравнения с предыдущими методами, по аналогии с [70], разработаем еще один метод, который может быть полезным для объединения его с методами (2.28), (2.29):

$$F_{(n)} = \sum_i (\sigma_{i,n+1})^2 \sum_j (r_{j,n+1})^2 = \min, \quad (\sigma_{i,n} \geq \sigma_{i,0}); \quad (2.30)$$

$$F_{(n)} = \sum_i (\sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n})^2 \sum_j (r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,n})^2 = \min.$$

Возьмем производную по τ_{n+1} , приравняем ее к нулю и получим:

$$F'_{(n)} = \sum_i (\sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}) B_{i,n} \sum_j (r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,n})^2 + \\ + \sum_i (\sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n})^2 \sum_j (r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,n}) Z_{j,n} = \min;$$

Оставим только линейные члены по τ_{n+1} и получим формулу ИК для метода (2.30):

$$\tau_{n+1} = (\sum_i (\sigma_{i,n} B_{i,n}) \sum_j (r_{j,n})^2 + \sum_i (\sigma_{i,n})^2 \sum_j (r_{j,n} Z_{j,n})) / F_{(A)}; \\ F_{(A)} = \sum_i (\sigma_{i,n})^2 \sum_j Z_{j,n} + \sum_i B_{i,n}^2 \sum_j r_{j,n}^2 + 4 \sum_i \sigma_{i,n} B_{i,n} \sum_j (r_{j,n} Z_{j,n}).$$

Эта формула соответствует минимуму формулы (2.30) только после выполнения нескольких десятков итераций методом (1.15)–(1.17). В этом случае все нелинейные по ИК члены в формулах становятся намного меньше ее линейных членов, что и устанавливается протоколом в процессе вычислений по программе алгоритма (2.30).

2.6. Метод простой итерации с критерием Страхова

Включим в критерий дополнительное условие равенства нулю суммы произведений невязки поля на измеренный с погрешностью полезный сигнал – критерий Страхова $(r_{j,n+1}, r_{j,n+1} + g_j)$. Запишем критерий условной оптимизации [64, 65, 68, 69, 78]:

$$F = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) + \lambda (r_{j,n+1}, r_{j,n+1} + g_j) = ((a_{ij}, \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}) - g_j, (a_{ij}, \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}) - g_j) + \lambda ((a_{ij}, \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}) - g_j, (a_{ij}, \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n})) = \min, \quad (2.31)$$

где

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}; \quad B_{i,n} = (a_{i,j} / \lambda_i^\alpha / \lambda_j^\beta, r_{j,n}); \\ \lambda_i = \sum_j a_{ij}; \quad \lambda_j = \sum_i a_{ij}; \quad B_{i,n+1} = (a_{i,j} / \lambda_i^\alpha / \lambda_j^\beta, r_{j,n+1}); \\ r_{j,n} = (a_{ij}, \sigma_{i,n}) - g_j; \quad r_{j,n+1} = (a_{ij}, \sigma_{i,n+1}) - g_j.$$

Итерационный коэффициент для критерия F имеет вид

$$\tau_{n+1} = [(r_{j,n}, Z_{j,n}) + (Z_{j,n}, g_j) / (2(\lambda + 1))] / (Z_{j,n}, Z_{j,n}).$$

Аналогично соединим критерий метода простой итерации (1.15)–(1.17) для поправок с критерием Страхова:

$$F = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) + \lambda(r_{j,n+1}, r_{j,n+1} + g_j) = \min. \quad (2.32)$$

Для той же итерационной формулы $\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}$ получим ИК для этого метода:

$$\tau_{n+1} = ((B_{i,n}, C_{i,n}) + \lambda(Z_{j,n}, r_{j,n} + g_j / 2)) / ((Z_{j,n}, Z_{j,n}) + \lambda(C_{i,n}, C_{i,n})).$$

В методах (2.31)–(2.32) использовано условие В.Н. Страхова, но разработка методов и их реализация на реальных полях выполнены в нескольких модификациях с Р.В. Миненко [64, 78] Запишем еще один критерий безусловной оптимизации, который несколько отличается от выше приведенного тем, что взято произведение невязки на осложненное погрешностями измеренное поле. Такой критерий должен быть близким к нулю, и одновременно его нужно заставить стремиться к минимуму:

$$F = (r_{j,n+1}, g_j)^2 = ((a_{ij}, \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}) - g_j, g_j)^2 = \min; \quad (2.33)$$

$$\tau_{n+1} = (r_{j,n}, Z_{j,n} g_j^2) / (Z_{j,n}^2, g_j^2). \quad (2.34)$$

В литературе этот метод в несколько ином виде, как $F = (r_{j,n+1}, g_j)$ с ограничениями, известен под названием вариационного. В виде (2.33), (2.34) и в классе СБИМ $\in M_p$ он разработан и реализован для контроля решений другими методами совместно с Р.В. Миненко.

Перечисленными методами не исчерпывается их запас. В этой главе изложена только часть их с целью рассмотрения основных свойств, необходимых для решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии, а также изложены основные принципы методики их применения в различных модификациях. Кроме того, почти по каждому методу приведены иллюстрированные рисунками примеры решения ОЛЗГ или ОЛЗМ. В приложении Б и на рис. 5.26, 5.27 приведены примеры решения ОЛЗ для трехкомпонентной магнитометрии, а в приложении Д – примеры решения ОЛЗМ.

2.7. Двухшаговый итерационный метод сопряженных градиентов с двумя итерационными коэффициентами

На базе метода простой итерации разработан двухшаговый метод сопряженных градиентов (МСГ) с тем же критерием МСК поправок к плотности, основная рабочая итерационная формула которого взята из учебника по численным методам [107], однако в ней используется ИП [62, 111]:

$$\sigma_{n+1,i} = \alpha_{n+1}(\sigma_{n,i} - \sigma_{n-1,i} - \tau_{n+1} B_{n,i}) + \sigma_{n-1,i}.$$

Образует из этой формулы поправку к плотности

$$B_{n+1,i} = \alpha_{n+1}(B_{n,i} - B_{n-1,i} - \tau_{n+1} C_{n,i}) + B_{n-1,i}$$

и критерий, такой же, как и для метода простой итерации:

$$\sum_i (B_{n+1,i})^2 = \sum_i (\alpha_{n+1}(B_{n,i} - B_{n1,i} - \tau_{n+1}C_{n,i}) + B_{n1,i})^2. \quad (2.35)$$

Продифференцировав это выражение по τ_{n+1} и α_{n+1} , получим

$$\sum_i (\alpha_{n+1}(B_{n,i} - B_{n1,i} - \tau_{n+1}C_{n,i}) + B_{n1,i})C_{n,i} = 0,$$

$$\sum_i (\alpha_{n+1}(B_{n,i} - B_{n1,i} - \tau_{n+1}C_{n,i}) + B_{n1,i})(B_{n,i} - B_{n1,i} - \tau_{n+1}C_{n,i}) = 0.$$

Решив эту систему относительно τ_{n+1} и α_{n+1} , имеем:

$$\begin{aligned} \tau_{n+1} &= \tau(B_{n+1}^2) = ((C, B_n)(B_n, dB) - (C, B_n)(B_{n1}, dB)) / \\ & \quad / ((C, B_{n-1})(C, dB) - (C, C)(B_{n-1}, dB)), \\ \alpha_{n+1} &= (C, B_{n-1}) / ((C, dB) - \tau_{n+1}(C, C)), \end{aligned}$$

где $C = C_n$, $dB = B_n - B_{n-1}$; $\tau_1 = (B_0, C_0) / (C_0, C_0)$; $\alpha_1 = 1$; $\sigma_{1,i} = \sigma_{n,i} - \tau_1 B_{0,i}$; $\{\sigma_{0,i}; i=1, M\}$ – вектор начальных условий для аномальной плотности блоков горных пород.

Этот метод с нулевыми начальными условиями никакого продвижения в решении ОЗГ не даёт. Однако после применения метода простой итерации он заканчивает решение полностью [69]. Если же закончить решение ОГЗ по предыдущей схеме: метод простой итерации – метод с гибридным аналогом фильтров Винера–Калмана (ГАФВК), то МСГ больше изменений в решение ОЗГ добавить уже не сможет. Таким образом, метод простой итерации, в отличие от методов ГАФВК и МСГ, является способом формирования правильного начала решения, но не всегда заканчивает его. А каждый из методов ГАФВК или МСГ способен довести решение ОЗГ до окончания и проконтролировать один другого [65, 68].

2.8. Метод простой итерации для элементов матрицы прямой задачи гравиметрии

Если можно брать поправку для плотности, то почему ее не взять для элементов МРПЗГ? Итерационная формула имеет такой же вид. Умножим ее на плотность, которая будет на всех итерациях одинаковой. Образует формулу невязки поля для смежных итераций, возведем ее левую и правую части в квадраты, возьмем производные по ИК, приравняем полученные уравнения к нулю и решим их относительно ИК. По итерационным формулам вычисляются коэффициенты МРПЗ. Это будет метод минимальных невязок для элементов МРПЗГ. Выполним все перечисленные в этом абзаце операции для определенного вида МРПЗГ [78]. Исходные коэффициенты матрицы обозначены как a_y , а новые, исправленные на следующей итерации, – d_y . Тогда при начальном условии $n = 0$, $d_y = a_y$.

Выберем итерационную формулу в виде

$$d_{ij,n} = d_{ij,n-1} - \mu_{n+1} B_{i,n} / \lambda_j. \quad (2.36)$$

Умножим ее на плотность $\sigma_{i,n}$, просуммируем по i , вычтем после этого из левой и правой частей поля g_j и в результате получим

$$\begin{aligned} r_{j,n+1} &= (d_{ij,n+1}, \sigma_{i,n}) - g_j = (d_{ij,n}, \sigma_{i,n}) - g_j - \mu_{n+1} (d_{ij,n}, B_{i,n} / \lambda_j) = \\ &= r_{j,n} - \mu_{n+1} (d_{ij,n}, B_{i,n} / \lambda_j) = r_{j,n} - \mu_{n+1} D_{i,n}; \\ D_{i,n} &= (d_{ij,n}, B_{i,n} / \lambda_j). \end{aligned}$$

Возведём в квадрат левую и правую части равенства, просуммируем их по j и получим критерий по невязке

$$F_r = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = (r_{j,n} - \mu_{n+1} D_{i,n}, r_{j,n} - \mu_{n+1} D_{i,n}).$$

Возьмём производную по μ_{n+1} и раскроем равенство:

$$(F_r)_{\mu_{n+1}} = (r_{j,n} - \mu_{n+1} D_{i,n}, D_{i,n}) = 0,$$

из которого получим ИК:

$$\mu_{n+1} = (r_{j,n}, D_{i,n}) / (D_{i,n}, D_{i,n}).$$

Использував ИК, по этой формуле вычислим вектор элементов МРПЗГ. Аналогично образуем формулу суммы квадратов поправок и решим обратную задачу методом простой итерации для минимальных поправок:

$$\begin{aligned} F_B &= \sum_i (B_{i,n+1})^2 = \sum_i \left[\sum_j (a_{i,j,n} - \mu_{n+1} B_{i,n} / \lambda_j) (r_{j,n} - \mu_{n+1} D_{i,n}) / (\lambda_i \lambda_j) \right]^2 = \\ &= \sum_i \left[\sum_j (a_{i,j,n} r_{j,n} / (\lambda_i \lambda_j) - \mu_{n+1} (a_{i,j,n} D_{i,n} - r_{j,n} B_{i,n} / \lambda_j)) \right]^2 = \\ &= \sum_i (B_{i,n} - \mu_{n+1} D_{i,n})^2 = \min; \end{aligned}$$

$$D_{i,n} = a_{i,j,n} D_{i,n} - r_{j,n} B_{i,n} / \lambda_j.$$

Возьмём производную по μ_{n+1} и приравняем ее к нулю:

$$(F_B)'_{\mu_{n+1}} = \sum_i (B_{i,n} - \mu_{n+1} D_{i,n}) D_{i,n} = 0.$$

Затем раскроем равенство и получим:

$$\mu_{n+1} = (B_{i,n}, D_{i,n}) / (D_{i,n}, D_{i,n});$$

Использував ИК, по этой формуле вычислим вектор элементов МРПЗГ.

Можно также взять итерационную формулу с квадратичным полиномом поправки. Исходные коэффициенты матрицы обозначим как a_{ij} . Выберем итерационную формулу в виде

$$a_{i,j,n+1} = a_{i,j,n} - \mu_{n+1} B_{i,n} / \lambda_j - \gamma_{n+1} (B_{i,n} / \lambda_j)^2.$$

Новые коэффициенты матрицы, исправленные на следующей итерации, обозначим $d_{i,j,n}$. Тогда итерационная формула имеет вид

$$d_{i,j,n+1} = d_{i,j,n} - \mu_{n+1} B_{i,n} / \lambda_j - \gamma_{n+1} (B_{i,n} / \lambda_j)^2. \quad (2.37)$$

При начальном условии $m = 0$, $d_{i,j,0} = a_{ij}$.

Умножим формулу (2.37) на плотность $\sigma_{i,n}$, просуммируем по i , после этого вычтем слева и справа g_j и в результате получим

$$\sum_i (d_{i,j,n+1} \sigma_{i,n}) - g_j = \sum_i (d_{i,j,n} \sigma_{i,n}) - g_j - \mu_{n+1} \sum_i (\sigma_{i,n} B_{i,n} / \lambda_j) - \gamma_{n+1} \sum_i (\sigma_{i,n} (B_{i,n} / \lambda_j)^2).$$

Образует формулу связи невязок на смежных итерациях:

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \mu_{n+1} \sum_i (\sigma_{i,n} B_{i,n} / \lambda_j) - \gamma_{n+1} \sum_i (\sigma_{i,n} (B_{i,n} / \lambda_j)^2).$$

Выберем критерий по МСК невязок поля:

$$F_r = \sum_j (r_{j,n+1})^2 = \sum_j ((r_{j,n} - \mu_{n+1} \sum_i (\sigma_{i,n} B_{i,n} / \lambda_j) - \gamma_{n+1} \sum_i (\sigma_{i,n} (B_{i,n} / \lambda_j)^2))^2) = \min.$$

Введем обозначения: $Z_{5,j,n} = \sum_i (\sigma_{i,n} (B_{i,n} / \lambda_j)^2)$. Подставим их в формулу критерия:

$$F_r = \sum_j ((r_{j,n} - \mu_{n+1} Z_{4,j,n} - \gamma_{n+1} Z_{5,j,n})^2) = \min.$$

Возьмём производные по μ_{n+1} и γ_{n+1} и приравняем их к нулю:

$$(F_r)'_{\mu_{n+1}} = ((r_{j,n} - \mu_{n+1} Z_{4,j,n} - \gamma_{n+1} Z_{5,j,n}), Z_{4,j,n}) = 0;$$

$$(F_r)'_{\gamma_{n+1}} = ((r_{j,n} - \mu_{n+1} Z_{4,j,n} - \gamma_{n+1} Z_{5,j,n}), Z_{5,j,n}) = 0.$$

Введем обозначения и преобразуем равенства $A_2 = B_1$:

$$A_0 = \sum_j r_{j,n} Z_{4,j,n}; \quad B_0 = \sum_j r_{j,n} Z_{5,j,n}; \quad B_1 = \sum_j Z_{4,j,n} Z_{5,j,n}; \quad B_2 = \sum_j Z_{5,j,n}^2;$$

$$A_1 = \sum_j Z_{4,j,n}^2; \quad A_0 = A_1 \mu_{n+1} + A_2 \gamma_{n+1}; \quad B_0 = B_1 \mu_{n+1} + B_2 \gamma_{n+1}.$$

Решив систему уравнений, получим ИК для вычисления элементов МРПЗГ. Если на каждой итерации параллельно вычислять АП тем же методом простой итерации, то практически ОЛЗГ решается точно. Но при этом остаются неизвестными глубины до блоков, поскольку коэффициент матрицы для каждого блока зависит нелинейным образом от глубины до верхней и нижней кромок блока. Для структурной задачи с моделью полубесконечных тонких блоков по элементам МРПЗГ простыми расчетами можно оценить глубину до верхней кромки блока и построить карту этих оценок для всей площади. В принципе такая карта глубин почти соответствует действительности, поскольку осредненное поле восстанавливается более точно, а ошибки поля существенно отсеиваются при его осреднении:

$$d_{i,j,n+1} = d_{i,j,n} - \mu_{n+1} b_{i,j,n} - \gamma_{n+1} C_{i,j,n};$$

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \mu_{n+1} (b_{i,j,n}, \sigma_{i,n}) - \gamma_{n+1} (C_{i,j,n}, \sigma_{i,n});$$

$$B_{i,n+1} = B_{i,n} - \mu_{n+1} ((b_{i,j,n}, \sigma_{i,n}), a_{i,j,n} / \lambda_i \lambda_j) - \gamma_{n+1} ((C_{i,j,n}, \sigma_{i,n}), a_{i,j,n} / \lambda_i \lambda_j).$$

Введем обозначения:

$$R_{b,j,n} = (b_{i,j,n}, \sigma_{i,n}); \quad R_{c,j,n} = (C_{i,j,n}, \sigma_{i,n});$$

$$B_{b,i,n} = ((b_{i,j,n}, \sigma_{i,n}), a_{i,j,n} / \lambda_i \lambda_j); \quad B_{c,i,n} = ((C_{i,j,n}, \sigma_{i,n}), a_{i,j,n} / \lambda_i \lambda_j).$$

После подстановки их в формулы получим невязку поля и поправку к АП:

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \mu_{n+1} R_{b,j,n} - \gamma_{n+1} R_{c,j,n}; \quad B_{i,n+1} = B_{i,n} - \mu_{n+1} B_{b,i,n} - \gamma_{n+1} B_{c,i,n}.$$

Возведем эти равенства в квадраты и оптимизируем их по ИК. В результате получим два метода с двумя ИК каждый. Положив $\gamma_{n+1} = 0$, получим еще два метода с одним ИК каждый:

$$\mu_{n+1,r} = (r_{j,n}, R_{b,j,n}) / (R_{b,j,n}, R_{b,j,n});$$

$$\mu_{n+1,B} = (B_{i,n}, B_{b,i,n}) / (B_{b,i,n}, B_{b,i,n}).$$

Оба выражения используются с одной и той же итерационной формулой (2.37) для вычисления новых значений коэффициентов МРПЗГ и МРПЗМ.

Таким образом, рассмотрено достаточно большое количество созданных методов простой итерации, которые с критериями для минимальных поправок являются строго фильтрационными. С критериями для минимальных невязок при определенном уровне погрешности они идентифицируются как поле, так и АП с точностью до постоянного уровня, а в методах идентификации сводятся практически к идентификации АП при дополнительных условиях, т. е. в методах приближенной условной оптимизации — элементах многошаговых технологий интерпретации измеренных аномалий [63, 65].

2.9. Элементы многошаговых стратегий в технологиях автоматизированного подбора гравитационных и магнитных аномалий

Технологии моделирования строения геологических объектов различного уровня, базирующиеся как на методах подбора вообще, так и на его автоматизированных компьютерных модификациях в частности, являются универсальными, общедоступными и в настоящее время достаточно широко применяются в практике [135]. В то же время информативность и содержательность результатов, полученных при каждом конкретном акте моделирования, определяются не только используемыми машинными технологиями подбора, а также кругозором, опытом, интуицией и знаниями интерпретатора, объемом используемых им геолого-геофизических и экспериментальных данных, его пониманием неединственности, практической эквивалентности и неустойчивости решаемых обратных задач. Различные компьютер-

ные модификации автоматизированного подбора могут только в той или иной мере способствовать ускорению процесса моделирования, увеличению количества рассмотренных альтернативных вариантов, получению оценок точности восстановления значений подбираемых параметров [44].

Современный прогресс в вычислительной технике, информационных технологиях и в подходах к разработке прикладных программных комплексов оказывает существенное влияние и на создание технологий и программно-алгоритмического обеспечения интерпретации геофизических данных в рамках методов автоматизированного подбора. Так, ресурсы современных персональных компьютеров предоставляют возможность эффективно реализовывать компьютерные технологии интерпретации с применением многовариантных и многошаговых стратегий подбора. Программная реализация таких технологий с использованием общепонятного графического интерфейса для диалогового общения пользователя с моделируемыми геолого-геофизическими объектами и моделями делает их общедоступными для широкого круга заинтересованных специалистов.

2.9.1. Критерии приближения наблюдаемого и модельного полей

Программное обеспечение подбора базируется на оптимизации суммы квадратов расхождений между измеренными и модельными компонентами полей. Для реализации возможности автоматизированного подбора по нескольким полям, а также линейным трансформантам типа скользящее окно

$$U_i^T = \delta U_i = \sum_{j=-n}^n c_j U^{i+j}, \quad j = -n, \dots, 0, \dots, n, \quad (2.38)$$

где δU_i — значение трансформанты в i -й точке; $\{c_j\}_1^q$ — подмножество весовых множителей операторов трансформирования; $q = 2n + 1$ — количество значений компоненты поля U , используемых для вычисления трансформанты в точке, в разработанных алгоритмах и программах показатель качества FC используется в следующей форме:

$$FC^T = \sum_{m=1}^M \alpha_m \sum_{i=1}^{N_m} \frac{\alpha_m}{U_m^{cp}} \left\{ \sum_{j=n_m}^{n_m} c_{j,m} \left[U_{R,m}^{i+j} - U_{T,m}^{i+j}(x^m) \right] \right\}^2 \quad m = 1, \dots, M; i = 1, \dots, N. \quad (2.39)$$

Здесь

$$U_m^{cp} = \sum_{i=1}^{N_m} U_m^i / N_m; \quad U_{T,m}^i = \sum_{j=1}^{K_m} U_{j,m}^i + A^m x^i + B^m y^i + C^m z^i + D^m, \quad x^m = (x_1^m, x_2^m, \dots, x_{P_m}^m),$$

M, m — количество и номер используемых при подборе компонент полей; α_m — весовой множитель вклада компоненты в значения FC ; N_m — количество точек задания компоненты; α_m — вес i -й точки; $U_{R,m}^i, U_{T,m}^i$ — измеренные и модельные значения компонент; $U_{j,m}^i$ — вклад j -й аппроксимирующей ячейки; K_m — количество ячеек; P_m — общее количество параметров; A_m, B_m, C_m, D_m — коэффициенты линейного фона компоненты m .

2.9.2. Функциональные особенности программ подбора

Программный комплекс [9, 35, 43] имеет универсальный характер и предоставляет пользователю широкие возможности в построении и реализации стратегий моделирования конкретных геологических объектов. Он позволяет: а) осуществлять подбор параметров аномальных источников по измеряемым компонентам гравитационного (Δg) и магнитного ($\Delta Z, \Delta T$) полей и аномалиям геоида (h) раздельно и совместно ($\Delta g - \Delta Z, \Delta g - \Delta T, \Delta g - h, \Delta Z - \Delta T, h - \Delta Z, h - \Delta g$), по вычисляемым значениям курсового градиента магнитного поля, по вторым производным гравитационного потенциала, по линейным трансформациям моделируемых компонент, задаваемым операторами весового суммирования в скользящем окне (2.38); б) проводить моделирование путем решения линейных, нелинейных и смешанных обратных задач гравиметрии и магнитометрии; в) использовать при подборе элементы моделируемых компонент, заданных вдоль профилей, на плоскости, в пространстве, в скважинах; г) применять на разных этапах моделирования различные стратегии подбора (моделировать отдельные изолированные объекты или весь разрез в целом, использовать двумерные или трехмерные объекты, и т. д.).

Разработанное программно-алгоритмическое обеспечение дополнено отдельными программами графической визуализации результатов подбора (наблюденного и подобранного полей, а также конфигурации моделируемых объектов) на экране монитора и получения твердых копий графических изображений на принтере.

2.9.3. Параметризация геологических объектов

Разработанная и используемая в комплексе аппроксимационная конструкция является многоэлементной (включает более 10 двумерных и ограниченных по простиранию элементарных аппроксимирующих ячеек простой геометрической формы от точечного источника до цилиндрических тел с многоугольными сечениями), открытой (допускает расширение аппроксимирующих возможностей конструкции другими элементарными аппроксимирующими элементами), универсальной (позволяет оптимальным образом осуществлять параметризацию геологических тел, объектов и разрезов самой разнообразной формы: структурных, рудных, структурно-рудных), адаптивной и управляемой (предоставляет пользователю возможность управлять целым рядом режимов работы программ подбора: закреплением отдельных параметров и целых объектов, использованием ограничений на подбираемые параметры, сохранением формы конфигураций подбираемых объектов и т. д.).

Многошаговые стратегии подбора реализованы в программном комплексе на базе горизонтальных (двумерных и ограниченных по простиранию) и вертикальных цилиндрических ячеек с многоугольными сечениями (см. приложение А, рис. А.3.1). Вектор подбираемых параметров отдельной ячейки аппроксимирующей конструкции имеет вид

$$x = x_g Ux_z = (\sigma, J_x, J_y, J_z, y_1, y_2, x_1, z_1, x_2, z_2, \dots, x_N, z_N), \quad (2.40)$$

где σ — избыточная плотность; J_x, J_y, J_z — составляющие вектора интенсивности намагниченности; y_1, y_2 — параметры простирания; x_k, z_k — координаты угловых точек аппроксимирующего многоугольника; N — количество сторон

(угловых точек). Для вертикальных цилиндрических ячеек параметры y и z необходимо поменять местами.

Аналитическое выражение для расчета компоненты поля Δg от ограниченной по простираанию горизонтальной ячейки (см. рис. А.3.1, а) имеет следующий вид [35]:

$$\Delta g(x_i, y_i, z_i) = k\sigma \left\{ \sum_{k=1}^N \left[A_g(\alpha_k, \beta_2, \gamma_k, \varphi_k) - A_g(\alpha_{k+1}, \beta_2, \gamma_{k+1}, \varphi_k) - \right. \right. \\ \left. \left. A_g(\alpha_k, \beta_1, \gamma_k, \varphi_k) + A_g(\alpha_{k+1}, \beta_1, \gamma_{k+1}, \varphi_k) \right] \right\}; \quad (2.41)$$

$$\left. \begin{aligned} A_g &= -\alpha A_{ZX} - \beta A_{ZY} - \gamma A_{ZZ}; \quad \alpha_k = x_k - x_i; \quad \beta_1 = y_1 - y_i; \quad \gamma_k = z_k - z_i; \\ A_{ZX} &= -\sin^2 \varphi l_1 - \sin \cos t_1; \quad A_{ZY} = \cos \varphi l_1; \quad A_{ZZ} = \sin \varphi \cos \varphi l_1 + \cos^2 \varphi t_1; \\ r &= \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}; \quad P = \gamma \sin \varphi + \alpha \cos \varphi; \quad Q = \gamma \cos \varphi - \alpha \sin \varphi; \\ l_1 &= \ln(r - \beta); \quad l_2 = \ln(r - P); \quad t_1 = \arctg(\beta P / r Q), \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

где x_i, y_i, z_i — координаты точки расчета компоненты; k — гравитационная постоянная; φk — угол между положительными направлением оси OX и очередной стороной многоугольника. Обход по контуру необходимо осуществлять против часовой стрелки.

Компоненты магнитного поля ΔZ и ΔT также можно вычислять по формуле (2.41), если положить множитель $k\sigma$ равным единице, а вместо A_g взять выражения A_z и A_T соответственно в виде

$$A_z = I_x A_{ZX} + I_y A_{ZY} + I_z A_{ZZ}; \quad (2.43)$$

$$A_T = I_x (l A_{XX} + m A_{XY} + n A_{XZ}) + I_y (l A_{YX} + m A_{YY} + n A_{YZ}) + \\ + I_z (l A_{ZX} + m A_{ZY} + n A_{ZZ}), \quad (2.44)$$

где l, m, n — направляющие косинусы земного магнитного поля, которые определяются выражениями

$$l = \cos I \sin D; \quad m = \cos I \cos D; \quad n = \sin I,$$

I, D — наклонение и склонение вектора напряженности земного магнитного поля. Заметим также, что в (2.44) $A_{XZ} = A_{ZX}, A_{YZ} = A_{ZY}, A_{XY} = A_{YX}$.

Дополнительные соотношения, необходимые для определения A_p , имеют следующий вид:

$$A_{XX} = -\sin \cos \varphi l_1 + \sin^2 \varphi t_1; \quad A_{XY} = -\sin \varphi l_2; \quad A_{YY} = -t_1. \quad (2.45)$$

Аномальное отклонение h геоида от теоретической поверхности Земли оценивается по формуле Бруна

$$h = \frac{\delta V}{\gamma}, \quad (2.46)$$

где δV — аномальное значение потенциала V притяжения в точке этой поверхности, обусловленное неоднородностями Земли; γ — нормальное значение силы тяжести.

Для вычисления значений потенциала V также можно воспользоваться выражением (2.41), если вместо A_g положить [36]

$$A = QPl_1 + 2\beta Ql_2 + Q^2t_1 + \beta^2t_2, \quad (2.47)$$

где дополнительное выражение t_2 — суть

$$t_2 = \arctg \left(\frac{-Q\gamma - \beta^2 \cos \varphi}{\sin \varphi r} \right). \quad (2.48)$$

Горизонтальная двумерная цилиндрическая ячейка с многоугольным сечением рассчитывается следующим образом. В векторе параметров (2.40) для этой ячейки отсутствуют переменные I_j, y_j, y_2 . Аналитические выражения для расчета компонент $\Delta g, \Delta Z, \Delta T$ при этом существенно упрощаются и принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \Delta g(x_i, z_i) &= k\sigma \left\{ \sum_{k=1}^N [A_g(\alpha_k, \gamma_k, \varphi_k) - A_g(\alpha_{k+1}, \gamma_{k+1}, \varphi_k)] \right\}; \\ A_g &= -\alpha A_{ZX} - \gamma A_{ZZ}; \quad l_2 = \ln(\alpha^2 + \gamma^2); \quad t_1 = 2 \operatorname{atan}(P/Q); \\ l_2 &= 0; \quad A_{XZ} = A_{ZY} = A_{YY} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

Значения переменных A_{ZX}, A_{ZZ}, A_{XX} определяются выражениями (2.51) и (2.52).

Аналитическое выражение для расчета компоненты Δg от вертикальной цилиндрической ячейки с многоугольным сечением в горизонтальной плоскости (см. приложение А, рис. А.3.1, б) имеет вид [35]

$$\begin{aligned} \Delta g(x_i, y_i, z_i) &= k\sigma \left\{ \sum_{k=1}^N [A_g(\alpha_k, \beta_k, \gamma_2, \varphi_k) - A_g(\alpha_{k+1}, \beta_{k+1}, \gamma_2, \varphi_k) - \right. \\ &\quad \left. - A_g(\alpha_k, \beta_k, \gamma_1, \varphi_k) + A_g(\alpha_{k+1}, \beta_{k+1}, \gamma_1, \varphi_k)] \right\}, \end{aligned} \quad (2.50)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_{XZ} &= -\sin \varphi l_2; \quad A_{YZ} = \cos \varphi l_2; \quad \beta_k = y_k - y_i; \quad \gamma_1 = z_1 - z_i; \\ Q &= \beta \cos \varphi - \alpha \sin \varphi; \quad P = \beta \sin \varphi + \alpha \cos \varphi; \quad l_2 = \ln(r + P); \\ A_{ZZ} &= t_1 = \arctg \left(\frac{-\beta Q - \cos \varphi \gamma^2}{\gamma r \sin \varphi} \right); \end{aligned} \right\} \quad (2.51)$$

z_1, z_2 — параметры, ограничивающие ячейку по вертикали; x_k, y_k — координаты угловых точек аппроксимирующего многоугольника.

При расчете компоненты магнитного поля ΔT дополнительные к (2.51) соотношения, необходимые для вычисления, согласно (2.44) принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} A_{XX} &= -\sin \varphi \cos \varphi l_1 - \sin^2 \varphi t_2; \quad A_{XY} = \cos^2 \varphi l_1 + \sin \varphi \cos \varphi t_2; \\ A_{YY} &= \sin \varphi \cos \varphi l_1 - \cos^2 \varphi t_2; \quad l_1 = \ln(r + \gamma); \quad t_2 = \arctg(\gamma P / r Q). \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

Отсутствующие в (2.51) соотношения необходимо брать из (2.42).

В работах [18–20] для цилиндрических тел с многоугольными сечениями реализована эффективная технология аппроксимации звездных контуров источников радиусом-вектором, который задается усеченным тригонометрическим рядом

$$R(\varphi_i) = R_0 + \sum_{j=1}^N (A_j \cos j\varphi_i + B_j \sin j\varphi_i), \quad (2.53)$$

где R_0 – начальное значение радиуса-вектора; A_j, B_k – коэффициенты членов аппроксимирующего ряда; N – количество членов ряда; φ_i – угол (направление) очередного радиуса. Эта технология позволяет описывать источники сложной конфигурации небольшим количеством параметров. Ее включение в программный комплекс [9, 35,43] позволяет задавать и реализовывать многошаговые стратегии подбора.

При адаптации этой технологии аппроксимации звездных тел в комплекс [9, 35,43] аппроксимационную конструкцию дополняют еще несколькими аппроксимационными ячейками, которые в общем виде описываются вектором параметров

$$x = x_g \cup x_z = (\sigma, J_x, J_y, J_z, \gamma_1, \gamma_2, x_0, z_0, m_i, R_0, A_1, B_1, \dots, A_N, B_N), \quad (2.54)$$

где x_0, z_0 – координаты центра тяжести звездного тела; m_i – размерность радиуса-вектора, описывающего контур тела (количество точек).

Представление параметров дополнительных ячеек в форме (2.54) дает возможность их использования при моделировании одновременно со всеми остальными ячейками конструкции. В векторе (2.54) априори фиксированными параметрами являются x_0, z_0 и m_i , любой другой параметр может либо подбираться, либо закрепляться. При использовании этих ячеек в процессе решения задач вычисления в блоках решения прямой задачи и расчета вектора-градиента целевой функции на очередной итерации подбора реализуются по аналитическим выражениям для горизонтальной (двумерной и ограниченной по простиранию) и вертикальной цилиндрических ячеек с многоугольными сечениями

Восстановление конфигурации аномальных тел на базе ячеек (2.40) реализуется путем подбора координат x, z , угловых точек многоугольного контура. Для этого в блоке расчета вектора-градиента оптимизируемой целевой функции реализовано вычисление производных от аномальных компонент гравитационного и магнитного полей по подбираемым параметрам x, z ; $\partial U/\partial x_p, \partial U/\partial z_p$. Отметим, что при вычислении вектор-градиента предварительно вычисляются элементы матрицы

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial U_{R,m}^1}{\partial x_1}, \frac{\partial U_{R,m}^2}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial U_{R,m}^{N_m}}{\partial x_1} \\ \frac{\partial U_{R,m}^1}{\partial x_2}, \frac{\partial U_{R,m}^2}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial U_{R,m}^{N_m}}{\partial x_2} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\partial U_{R,m}^1}{\partial x_p}, \frac{\partial U_{R,m}^2}{\partial x_p}, \dots, \frac{\partial U_{R,m}^{N_m}}{\partial x_p} \end{array} \right\}, \quad (2.55)$$

где N_m — количество точек задания измеренной компоненты поля m ; P — количество подбираемых по полю m параметров. Такие матрицы вычисляются для каждой измеренной компоненты поля. Далее антиградиент эффективно определяется по векторам $U_{R,m}$ и $U_{T,m}$, а также матрицам типа (2.55) согласно выражению

$$\frac{\partial FC^T(x_i^m)}{\partial x} = 2 \sum_{m=1}^M \alpha_m \sum_{i=1}^{N_m} \left\{ a_i \sum_{j=-n_m}^{n_m} c_{jm} [U_{R,m}^i - U_{T,m}^i(x^m)] \right\} \sum_{j=-n_m}^{n_m} c_{jm} \frac{\partial U_{T,m}^{i+j}(x^m)}{\partial x}. \quad (2.56)$$

Расчет производных от моделируемых компонент полей по подбираемым параметрам R_0 , A_j , B_j аппроксимирующих ячеек (2.54) реализуется по значениям $\partial U/\partial x$, $\partial U/\partial z$. Учитывая, что

$$x_i = R(\varphi_i) \cos \varphi_i, \quad z_i = R(\varphi_i) \sin \varphi_i, \quad (2.57)$$

можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial R_0} &= \sum_{i=1}^{m_i} \left(\frac{\partial U}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial R_0} + \frac{\partial U}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial R_0} \right); \\ \frac{\partial U}{\partial A_j} &= \sum_{i=1}^{m_i} \left(\frac{\partial U}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial A_j} + \frac{\partial U}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial A_j} \right); \\ \frac{\partial U}{\partial B_j} &= \sum_{i=1}^{m_i} \left(\frac{\partial U}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial B_j} + \frac{\partial U}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial B_j} \right). \end{aligned} \quad (2.58)$$

Имея значения $\partial U/\partial x$, $\partial U/\partial z$ и дополнительно вычислив по (2.57)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x_i}{\partial A_j} &= \cos j\varphi_i \cos \varphi_i; \quad \frac{\partial z_i}{\partial A_j} = \cos j\varphi_i \sin \varphi_i; \quad \frac{\partial x_i}{\partial R_0} = \cos \varphi_i \\ \frac{\partial x_i}{\partial B_j} &= \sin j\varphi_i \cos \varphi_i; \quad \frac{\partial z_i}{\partial B_j} = \sin j\varphi_i \sin \varphi_i; \quad \frac{\partial z_i}{\partial R_0} = \sin \varphi_i \end{aligned} \right\}, \quad (2.59)$$

получим необходимые значения производных по подбираемым параметрам ячейки (2.54). Приведенные соотношения справедливы как для двумерной и ограниченной по простиранию горизонтальной цилиндрической ячейки, так и для вертикальной. В вертикальной цилиндрической ячейке координата угловой точки контура z_i заменяется на y_i .

Адаптация технологии аппроксимации звездных тел контурами сложной конфигурации [18–20] существенно расширяет и функциональные возможности программного комплекса [9, 35,43], так как позволяет реализовать многошаговые стратегии подбора при моделировании реальных объектов. Выделим основные варианты многошаговых стратегий автоматизированного подбора.

1. На первом шаге интерпретационного процесса выполняется автоматизированный подбор источников аномалий путем их аппроксимации мно-

гоугольными контурами небольшой размерности (прямоугольного или трапециевидного сечения). После оптимизации источников аномалий на этом шаге осуществляется аппроксимация полученных оптимизированных конфигураций с использованием технологии описания звездных тел. На этом шаге вычисляются оптимальные значения радиуса-вектора, количество членов усеченного тригонометрического ряда, начальные значения коэффициентов ряда. И, наконец, на последнем, третьем, шаге производится автоматизированный подбор оптимальных значений полученных в результате выполненного перехода параметров, определяющих сложные конфигурации аномальных источников. Переход от шага к шагу может происходить либо автоматически, без вмешательства интерпретатора, либо по запросу с подтверждением.

2. На первом шаге описанного выше графа интерпретации могут использоваться не цилиндрические ячейки с многоугольными контурами, а сингулярные аппроксимирующие ячейки: нити полюсов (двумерные и ограниченные по простиранию), наклонные материальные полосы и листы. Переход от сингулярных аппроксимирующих тел к технологии аппроксимации звездных тел осуществляется достаточно просто.

Ограниченные по простиранию горизонтальные цилиндрические ячейки с многоугольными сечениями можно использовать для моделирования трехмерных геологических объектов. Однако при значительном изменении конфигураций сечений таких объектов по простиранию аппроксимация цилиндрическими телами не будет оптимальной. В таких ситуациях предпочтительнее использовать в качестве аппроксимирующих ячеек тела-многогранники, построенные на отдельных вертикальных сечениях объекта. Для автоматического построения многогранников на сечениях может успешно использоваться технология аппроксимации звездных тел сложной конфигурации.

Модифицированная аппроксимационная конструкция предоставляет интерпретатору широкие возможности при моделировании рудных объектов сложной формы. С одной стороны, с ее помощью достаточно удобно параметризовать возмущающие источники со сложным распределением физических свойств. С другой стороны, она позволяет реализовывать стратегии подбора с последовательным усложнением модели, переходя от использования простых (сингулярных) аппроксимирующих ячеек к более сложным.

2.9.4. Оптимизационная процедура

Автоматизированный компьютерный подбор параметров конкретной аппроксимационной конструкции реализуется путем минимизации целевой функции (2.39) с помощью специальной оптимизационной процедуры [35, 43], в которую включены некоторые модификации градиентных методов оптимизации (методы скорейшего спуска с нормировкой направления спуска и процедурой ускорения сходимости, градиента и сопряженных градиентов), а также процедура оптимизации, базирующаяся на известном алгоритме сингулярного разложения матриц (SVD).

Вычислительные эксперименты показали, что вдали от минимума процедура скорейшего спуска достаточно эффективна, тогда как в его окрестностях она характеризуется медленной сходимостью. В то же время в окрест-

стностях минимума алгоритм SVD обладает несомненными преимуществами по отношению к градиентному спуску: скорость сходимости итерационного процесса, а также точность восстановления параметров при попадании итерационного процесса в глобальный минимум значительно выше таковых при использовании спуска. Вследствие существенных различий между направлением наискорейшего спуска и направлением, определяемым сингулярным разложением, итерационные процессы, порожаемые этими методами, достаточно часто от одинаковых начальных приближений приводят к разным локальным минимумам целевой функции.

Разработанная оптимизационная процедура позволяет использовать градиентный спуск на начальных итерациях подбора и алгоритм SVD в окрестностях минимума (используя тем самым преимущества каждого из методов).

Модельные расчеты показали, что при решении задач подбора с большим числом степеней свободы, устойчивости итерационного процесса, порожаемого используемой оптимизационной процедурой, можно добиться путем введения достаточно жестких ограничений как на возможные пределы вариаций подбираемых параметров, так и на приращения параметров на отдельных итерациях подбора. Используемый в оптимизационной процедуре принцип монотонного уменьшения оптимизируемой целевой функции от итерации к итерации является достаточно жестким. С одной стороны, он не позволяет выбраться из локального минимума, в который попадает итерационный процесс. С другой стороны, этот критерий приводит к тому, что максимальные приращения (такие, что могут привести к “перепрыгиванию” итерационного процесса в другой, довольно далекий от начального приближения минимум целевой функции) подбираемые параметры получают на начальных итерациях подбора.

Следовательно, достаточно использовать ограничения на приращения параметров (а значит, и регуляризовать итерационный процесс) на начальных итерациях подбора.

2.9.5. Опробование программ подбора на модельных примерах

Отдельные режимы программ, а также используемые в них специальные алгоритмические процедуры протестированы и опробованы на представительном множестве модельных задач методом вычислительного эксперимента. Вычислительные эксперименты проводились на моделях источника синклинальной формы (контактная поверхность, наклонный пласт, подводная гора, подводная впадина, многоугольное пластинчатое тело, трехмерная прямоугольная и наклонная призма), сингулярной формы (точечная масса, нить полусосов, наклонная материальная полоса, наклонный материальный лист), слоисто-блокового строения. В процессе вычислений исследованы: а) зависимость результатов от используемых оптимизируемых показателей качества; б) влияние структуры множеств задания подбираемых компонент полей на результаты восстановления параметров источников; в) влияние случайных и стационарных помех на результаты подбора; г) зависимость результатов от используемых алгоритмов оптимизации и режимов оптимизационной процедуры (метод спуска с процедурой ускорения сходимости и нормирующими множителями, алгоритм SVD, ограничения на приращения параметров и возможные пределы изменения самих пара-

метров); д) зависимость решений от выбора начального приближения; е) возможность одновременного подбора геометрических и физических параметров источников; ж) возможность совместного подбора по компонентам гравитационного и магнитного полей и др.

Анализ результатов расчетов показал следующее:

- конечные значения подбираемых параметров существенно зависят от начального приближения (оптимизируемая целевая функция в большинстве случаев многоэкстремальная);
- для повышения устойчивости необходимо вводить жесткие ограничения на подбираемые конфигурации;
- целесообразно применять методику последовательного усложнения модели, а также ограничения на пределы вариаций параметров и величину приращений параметров на итерации;
- при одновременном подборе физических и геометрических параметров сходимость итерационного процесса замедляется, избыточные плотность и вектор интенсивности намагничения удовлетворительно не подбираются;
- целесообразно осуществлять декомпозицию сложной задачи на ряд более простых подзадач;
- увеличение количества точек в наблюдаемых аномалиях существенно не влияет на результаты подбора;
- повышению точности восстановления параметров способствует использование при подборе значений компонент, заданных в пространстве;
- скорость сходимости алгоритма сингулярного разложения матриц, а также точность восстановления параметров значительно выше таковых при использовании спуска (в окрестностях глобального минимума).

2.9.6. Использование линейных трансформаций в программах подбора

В программах реализован также один из возможных подходов к использованию в алгоритмах подбора линейных трансформаций потенциальных полей, задаваемых операторами весового суммирования в скользящем окне (2.28). Особенность этого подхода состоит в том, что в алгоритме подбора по трансформантам один и тот же приближенный оператор трансформирования действует на модельные и измеренные множества моделируемых компонент полей. В этой ситуации точность вычисления трансформант не оказывает существенного влияния на результаты подбора – используются только свойства соответствующих трансформант.

Модельные примеры показали, что результаты подбора по трансформированным аномалиям практически аналогичны результатам подбора по точным аналитическим аномалиям соответствующего типа. Однако при подборе практических аномалий свойства соответствующих трансформант проявляются не в такой степени, как при подборе модельных. Описанный способ автоматизированного подбора по трансформантам можно включать в процедуры и графы построения множества решений конкретных модельных и практических задач.

В программном комплексе дополнительно реализован режим подбора по априори рассчитанным трансформантам типа конечно-разностного аналога горизонтальной производной, вариаций А.Б. Андреева, профильного трех-

точечного аналога трансформанты Саксова–Нигарда. Этот режим автоматизированного подбора дает возможность моделировать аномальные объекты по измеряемым с помощью градиентометрической установки значениям курсового градиента магнитного поля.

2.9.7. Практическое применение программ

Методические рекомендации по использованию алгоритмического и программного обеспечения автоматизированного подбора разработаны на примерах моделирования: а) гравитационного поля вдоль региональных сейсмических профилей; б) конфигурации интрузивных массивов и рудных объектов; в) разновысотных аэромагнитных измерений вдоль региональных геотраверсов и пересчитанных гравитационных аномалий на разные уровни; г) отдельных рудных тел железорудного месторождения; д) гравитационного и магнитного полей вдоль геологических разрезов при крупномасштабном геологическом картировании.

В методическом плане при интерпретации практических аномалий целесообразно:

- моделировать по частям сложные объекты и разрезы;
- осуществлять многовариантное решение одной и той же задачи (от различных начальных приближений, при разных режимах работы программы подбора, при разных вариантах закрепления ряда параметров модели, с использованием линейных трансформаций и без них, с ограничениями на подбираемые параметры и их приращения и без таковых);
- осуществлять оценку точности полученных решений на специально сконструированной для этих целей сопутствующей модельной задаче.

При моделировании гравитационного поля вдоль региональных профилей проблема фоновой составляющей может решаться с помощью следующих формальных приемов:

- 1) использование при подборе линейной трансформанты типа конечно-разностного аналога горизонтальной производной силы тяжести;
- 2) моделирование фоновой составляющей подбором отрицательной плотности в объемлющем весь разрез блоке;
- 3) одновременный подбор фоновой компоненты с плотностями блоков.

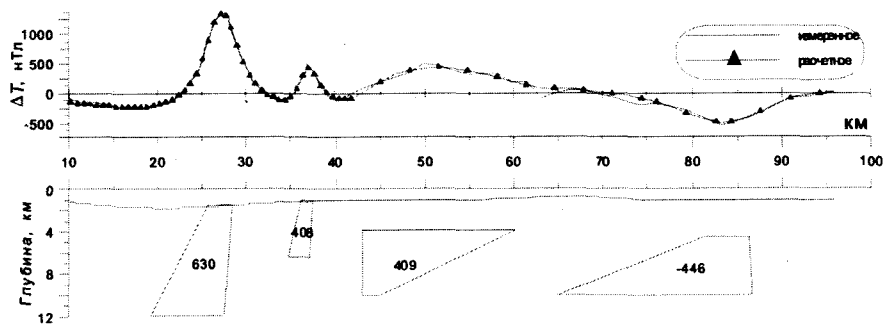
Разработанная технология подбора с использованием многошаговых стратегий применялась при моделировании гравитационных и магнитных аномалий, зарегистрированных в Черном море и в акваториях Антарктического полуострова [151, 152]. На рис. 2.1 представлены некоторые варианты моделирования магнитного поля вдоль фрагмента галса в проливе Брансфилд. На первом этапе моделирования аномальное поле было подобрано четырьмя аномальными объектами призматической формы.

В процессе решения оптимизационной задачи на данном этапе геометрические параметры объектов подбирались одновременно со значениями интенсивностей намагничивания отдельных тел и коэффициентами линейного фона. Использовались ограничения на геометрические параметры объектов.

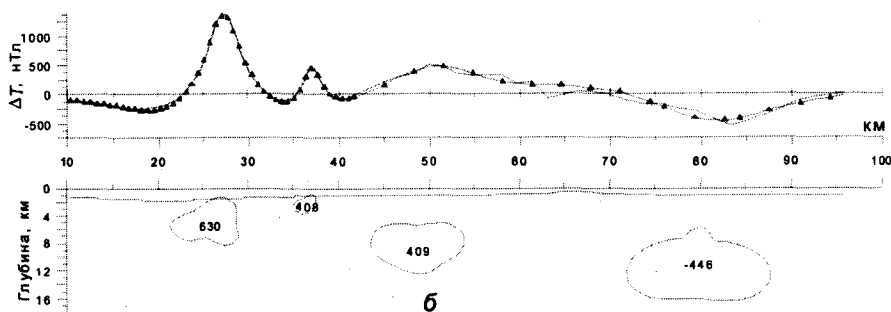
На втором этапе аппроксимация объектов осуществлялась с помощью контуров трапецеидального сечения (рис. 2.1, а). Отметим, что на этом этапе интенсивность намагничивания и коэффициенты линейного фона подбирались также.

62°13,55 ю.ш.
57°42,02 з.д.

62°08,36 ю.ш.
56°05,84 з.д.



а



б

Рис. 2.1. Магнитное поле вдоль фрагмента галса 0704 в проливе Брансфилд и результаты восстановления источников телами трапециевидальной формы (а) и контурами сложной конфигурации (б). Цифрами показан модуль интенсивности намагничения тел в единицах 10^{-5} СГСМ

На следующем этапе аппроксимация объектов осуществлялась контурами сложной конфигурации. При этом интенсивности намагничения объектов были зафиксированы — им присвоили значения, полученные на предыдущем этапе моделирования.

Коэффициенты линейного фона подбирались в процессе решения задач. Координаты центров тяжести аномальных тел и нулевые приближения радиусов-векторов задавались с учетом результатов предыдущих решений.

Задача решалась многократно, с различным количеством членов усеченного тригонометрического ряда, аппроксимирующего радиус-векторы отдельных объектов. Вариант решения данной задачи представлен на рис. 2.1, б.

На рис. 2.2 показано магнитное поле вдоль субмеридионального галса, отработанного в районе Ломоносовского подводного палеовулканического центра, расположенного над северным склоном Черного моря. Здесь в глубинной части фиксируется небольшая локальная магнитная аномалия интенсивностью до 50 нТл. В верхней части континентального склона картируется более обширная локальная аномалия интенсивностью до 200 нТл. Источники аномалий восстанавливались здесь контурами прямоугольного, трапециевидального вида, а также сложной конфигурации. Сложный контур подбирался с использованием одного и двух членов аппроксимирующего

44°19,63 с.ш.
33°13,29 в.д.

44°25,60 с.ш.
33°15,35 в.д.

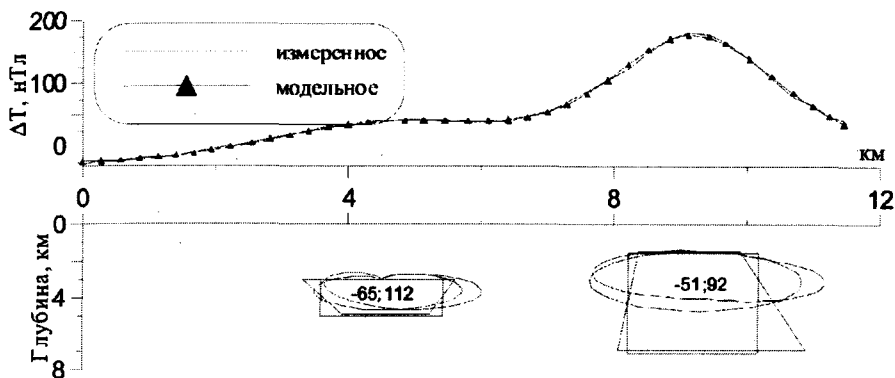


Рис. 2.2. Магнитное поле вдоль фрагмента галса g4-11j3o в Черном море и результаты восстановления источников телами четырехугольной формы и контурами сложной конфигурации. Цифрами показаны компоненты модуля интенсивности намагничивания тел в единицах 10^{-5} СГСМ

ряда. Все подобранные конфигурации показаны на одном рисунке, что дает возможность визуально оценить достоверность восстановления тех или других фрагментов возмущающих объектов. Из рис. 2.2 следует, что наиболее достоверно восстанавливается верхняя кромка аномальных объектов.

На рис. 2.3 представлена локальная аномалия силы тяжести, закартированная в 20 км к югу от о-ва Змеиный в Черном море. На первом этапе моделирования осуществлялся подбор этих аномалий источниками призматической и трапециевидной формы при фиксированных значениях избыточной плотности $0,3 \text{ г/см}^3$. Одновременно с геометрией объектов подбирались также коэффициенты линейного фона. На втором этапе моделирова-

45°07,85 с.ш.
30°10,50 в.д.

44°51,53 с.ш.
30°11,76 в.д.

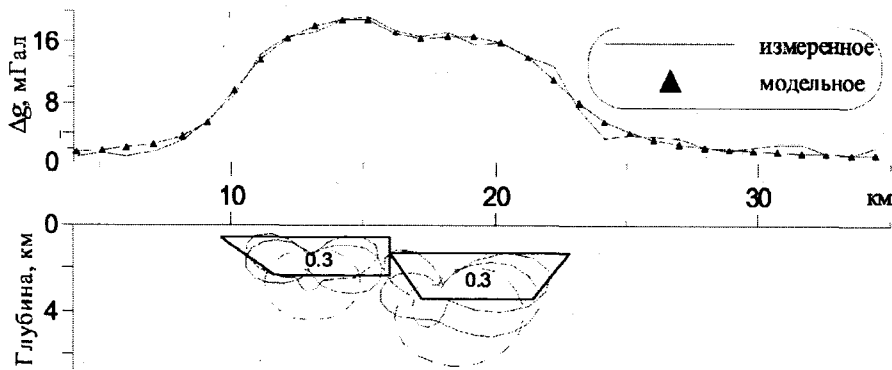


Рис. 2.3. Гравитационное поле вдоль фрагмента галса 4-1в Черном море и результаты восстановления источников телами четырехугольной формы и контурами сложной конфигурации

ния использовалась разработанная технология аппроксимации сложных контуров. Отметим, что на одном рисунке приводится несколько вариантов решения данной задачи. Для аппроксимации радиусов-векторов аномальных объектов использовалось разное количество членов усеченного тригонометрического ряда. Наилучшее приближение измеренной компоненты поля достигнуто при трех членах ряда.

2.9.8. Перспективы технологий подбора

Опыт использования программ подбора и анализ современных разработок в области создания математического, алгоритмического, программного и методического обеспечения дают основание утверждать, что синтез этих программ и других технологий интерпретации в единую компьютерно-информационную подсистему моделирования открытого типа будет способствовать повышению эффективности методов подбора, а также информативности и экономичности геофизических исследований при решении широкого класса геологических задач.

Синтез различных технологий, методов и модификаций подбора в единую компьютерно-информационную подсистему моделирования может быть реализован на основе локальной базы данных компьютерной модели. Основными элементами такой локальной базы данных могут быть: а) каталоги полей; б) скважины; в) стратиграфические колонки; г) физические свойства; д) геометрия модели. Связь пользователя с элементами компьютерной модели исследуемого объекта может осуществляться через интерфейс общения, основными элементами которого должны стать блоки таких процедур:

- визуализации;
- оптимизации;
- решения прямых задач;
- автоматизированного подбора;
- формирования закреплений и ограничений;
- создания, модификации и уничтожения отдельных элементов модели;
- справочной и вспомогательной информации.

Необходимо также отметить, что на базе используемой в программах подбора аппроксимирующей конструкции достаточно эффективно и просто могут быть реализованы различные технологии и стратегии автоматизированного подбора: методом оптимизации многопараметрического функционала, построением эквивалентных семейств решений, с использованием различных модификаций монтажных алгоритмов, последовательным усложнением модели путем перехода от использования простых (сингулярных) аппроксимирующих ячеек к более сложным. Дополнение разработанной аппроксимирующей конструкции сеточным уровнем аппроксимации, а также возможность автоматического построения сеточных аппроксимаций по параметризациям телами простой геометрической формы существенно расширяет возможности интерпретатора при моделировании объектов и разрезов с изменяющимися по вертикали и горизонтали физическими свойствами. Трехуровневую схему аппроксимации (структурный уровень, вещественно-литологический, сеточный) целесообразно применять в компьютерно-информационных подсистемах моделирования, функционирующих с использованием локальных баз данных разнородной геолого-геофизической информации.

Выводы

1. Созданные методы простой итерации и их ближайшие производные работают хорошо, если точно задана геометрическая модель. Это точно устанавливается экспериментами на теоретических моделях. Если глубины до блоков СБИМ не совпадают с теми же глубинами до блоков исходной СБИМ, для которой вычислено поле, то решение ОЛЗГ по АП не совпадает с заданными АП исходной СБИМ и является эквивалентным, но геологически содержательным, а при очень больших несовпадениях становится осциллирующим. Однако разные методы дают различные решения, и по нескольким методам легче скорректировать параметры модели для получения более близкого к реальным условиям решения. Поэтому расширен арсенал методов решения ОЛЗГ для моделей с плотностью, меняющейся с глубиной по закону полинома 4-го порядка, со строго положительной АП, с критериями оптимизации элементов МРПЗ, со сдвоенными в одном произведении критериями по невязке поля и по поправке к АП; по невязке поля и по АП; по поправке к АП и по АП; по невязке поля, по поправке к АП и по АП.
2. Разработан двухшаговый метод сопряженных градиентов с критерием оптимизации по поправке к АП, который позволяет проверить, закончилось ли восстановление АП для всех блоков или его нужно продолжать какой-то порцией итераций. Однако с начальными условиями этот метод продвижения к решению не дает.
3. Разработаны двойственные методы условной оптимизации по поправке к АП при минимуме критерия по невязке поля и по невязке поля при минимуме критерия по поправке к АП. Эти методы не только хорошо дополняют один другого при их чередовании через одну итерацию или при двух параллельных решениях ОЛЗ, но и оказывают существенную помощь при определении АП в нелинейном методе по определению глубин до слоев, где их также используют через одну итерацию.
4. Разработанный арсенал линейных фильтрационных методов позволяет решать задачи различной глубинности, задачи послойного определения АП, исключения влияния верхнего слоя и перехода к более глубокой модели среды, т. е. получен метод вертикального гравитационного зондирования среды.
5. Высокая точность и устойчивость методов, созданных на базе метода простой итерации, позволяет использовать помещенные в среду пробные блоки и, перемещая их небольшими шагами на глубину вместе с поверхностью слоя модели, устанавливать точное местоположение верхней или нижней грани реальных геологических объектов. Смещая модели блоков или сетку поля на небольшие расстояния в любом направлении, можно находить точное положение границ тел или скопления на их границах тяжелых минералов, что позволяет изучать тонкую структуру объектов или вести прямые поиски месторождений полезных ископаемых.
6. На тех же принципах разработаны методы решения обратных задач для теории потенциала скоростей при действии взрыва ВВ, которые внедрены в шахтах при проходке горных выработок и на карьерах для разрушения скального горного массива.

При наличии существенных погрешностей поля нужно выполнять требования теорем 1–7 (см. гл. 2) о равенстве общей суммы площадей проекций масс на карту поля и общей площади самой карты поля.

Если условия теорем 1–7 соблюдены, то итерационные фильтрационные методы при решении ОЛЗГ учитывают свойства распределения поля масс. Каждая дискретная помеха поля независима одна от другой и от распределения поля масс. Поэтому помеха поля не может проявиться в нескольких точках измерения поля и быть пересчитана по формулам поля в АП. Это означает, что каждая помеха отсеивается алгоритмом решения ОЛЗГ и без преобразования в АП переносится в массив остатков поля. Как видно из рис. 3.1.16, 3.1.17, групповые помехи поля одного знака интенсивностью 1 мгл, соизмеримые по интенсивности и по площади их распространения на карте поля, существенного влияния на результаты решения ОЛЗГ ни по первому, ни по второму и третьему слоям модели не оказывают (рис. 3.1.17–3.1.19).

Как следует из рис. 3.1.20, 3.1.21, при соблюдении условий теорем 1–7 вокруг аномальных тел ТМ в решении ОЛЗГ, а также на карте остатков поля (рис. 3.20, г) наблюдается по несколько нулевых изолиний, что свидетельствует об осцилляции решения. За счет подбора плотности в соседних слоях происходит интенсивное эквивалентное перераспределение масс. В этой модели в 1-м слое группа блоков в юго-западном углу карты имеет АП $0,25 \text{ г/см}^3$, а во 2-м слое — в 3 раза меньше. Группа блоков в северо-восточном углу карты имеет АП $0,50 \text{ г/см}^3$, а во 2-м слое — тоже в 3 раза меньше. В решении ОЛЗГ получены почти такие же соотношения АП блоков в каждой группе и в каждом слое модели двумя методами: $Ma_1 (B + B^2)$ и $Ma_2 (2.7) - (2.17)$. Таким образом, в СБИМ фильтрационные методы обеспечивают устойчивое и содержательное решение ОЛЗГ.

Были решены ОЛЗГ на ТМ с добавлением в каждую точку поля (рис. 3.2.1) одной и той же погрешности, но со сменой знака через одну точку на профиле (рис. 3.1.22). На карте поля изолинии проведены только для положительных значений через 0,5 мгл, начиная со значения поля 0,25 мгл, а поэтому карта осложнена ошибками поля имеет много ромбических контуров. В зонах аномалий изолинии также замкнуты вокруг эпицентра масс, но снабжены локальными выступами в обход каждой точки поля.

Выше теоретически установлено, что процедура добавления в поле такого типа распределения погрешности не изменяет решения ОЛЗГ. Как следует из сравнения серий рис. 3.1.23–3.1.25 и 3.2.2, 3.2.3, этот вывод на практике подтверждается. Совпадают почти полностью и очень точно числовые карты АП (рис. 3.1.23, 3.1.26 и 3.2.2), решения ОЛЗГ разными методами для поля с помехами и для поля без помех (рис. 3.1.24, 3.1.25 и 3.2.3), а также по интенсивности и карты остатков поля для всех решений ОЗ (рис. 3.1.26 и 3.2.4–3.2.6).

Таким образом, знакопеременные дискретные погрешности в теоретических моделях без помех в измеренном поле не влияют на качество решения ОЛЗГ.

Однако, как показано ниже, введение знакопеременных дискретных погрешностей в поле способствует получению содержательных решений обратной задачи.

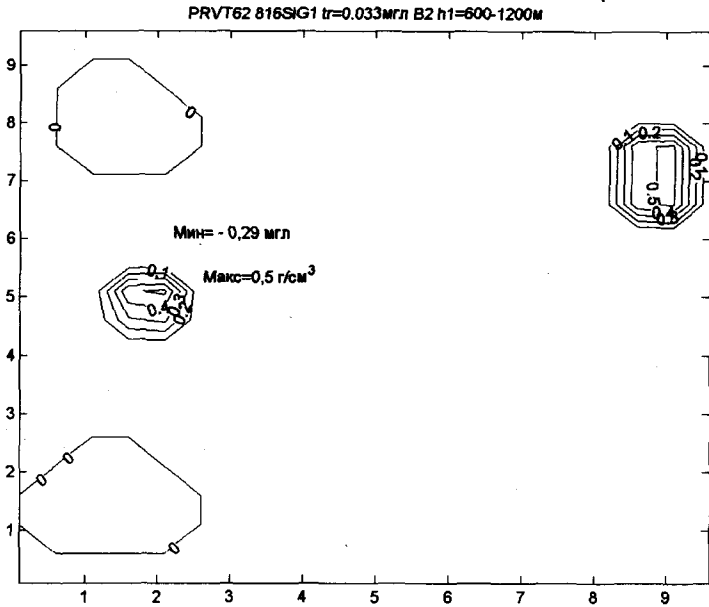


Рис. 3.1.2. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ I: карта АП 1-го слоя

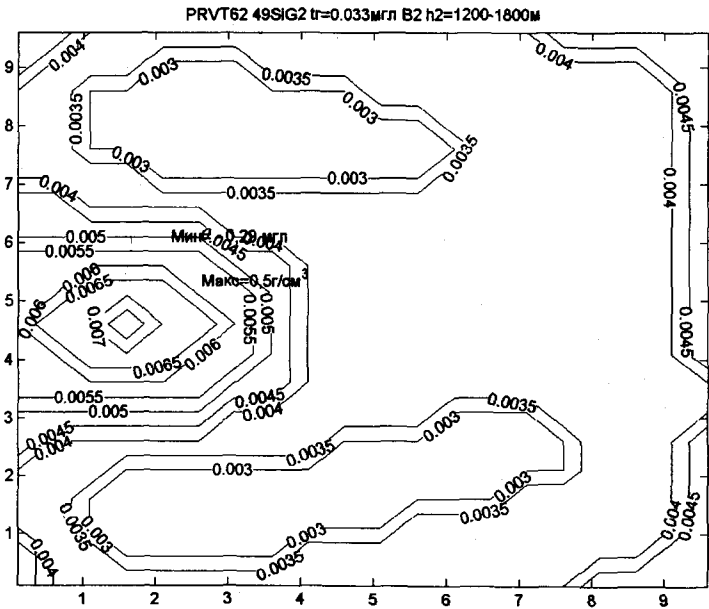


Рис. 3.1.3. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ I: карта АП 2-го слоя с блоками нулевой АП, расположенными в пределах глубин 1200–1800 м

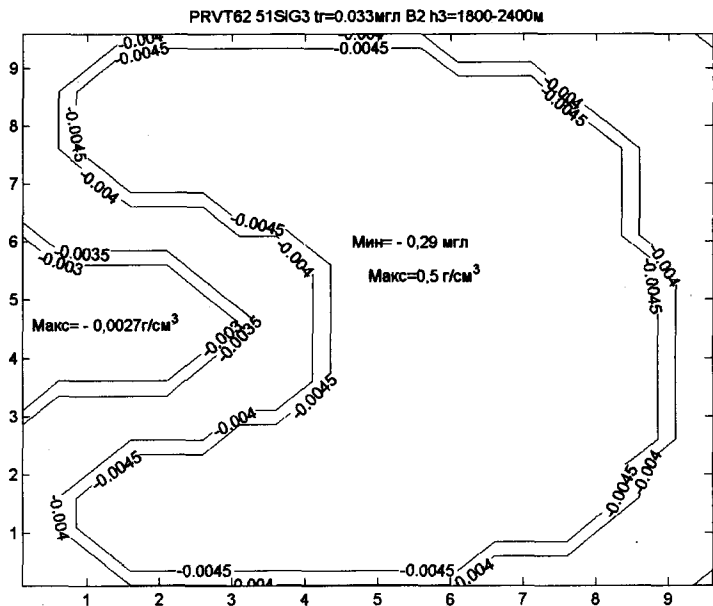


Рис. 3.1.4. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ I: карта АП 3-го слоя с блоками нулевой АП, расположенными в пределах глубин 1800–2400 м

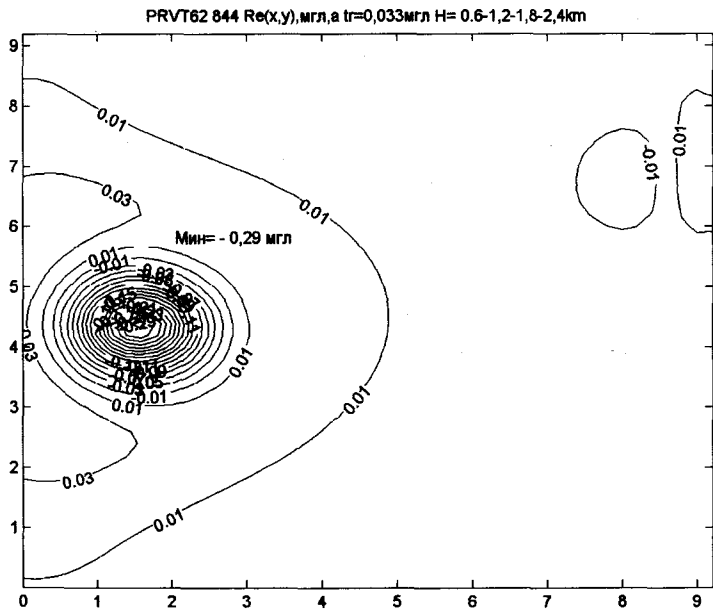


Рис. 3.1.5. Карта остатков поля для первой ТМ ($r = 0,033$ мгл)

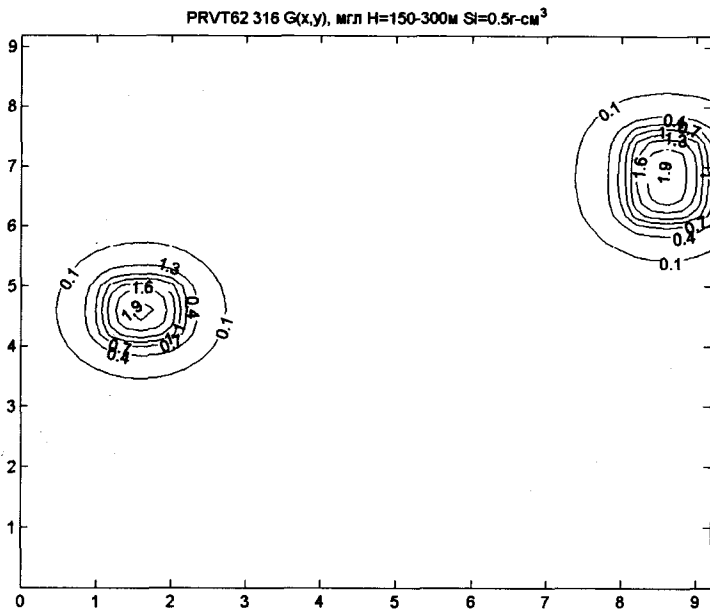


Рис. 3.1.6. Результаты решения ПЗГ для ТМ II с двумя группами (4 и 6) аномальных блоков, расположенных в 1-м слое в пределах глубин 150–300 м: карта изоаномал поля силы тяжести $g(x, y)$

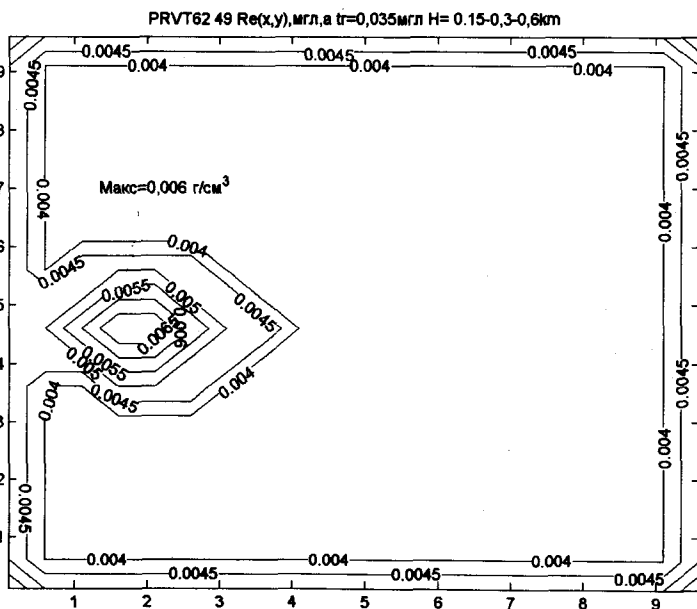


Рис. 3.1.7. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ II: карта АП 1-го слоя

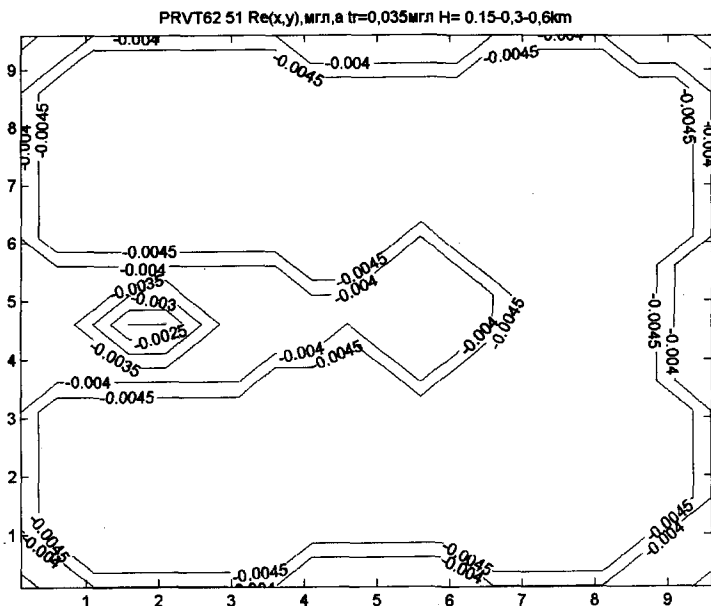


Рис. 3.1.8. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ II: карта АП 2-го слоя с блоками нулевой АП, расположенными в пределах глубин 300–450 м

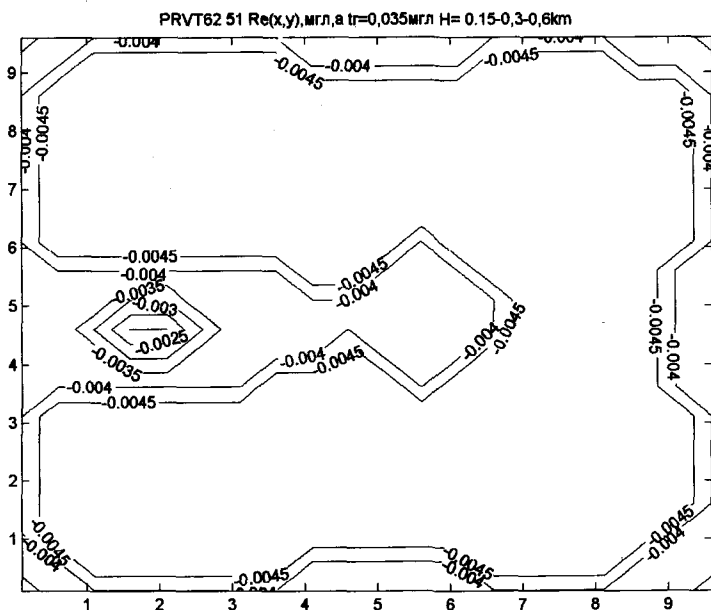


Рис. 3.1.9. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ II: карта АП 3-го слоя с блоками нулевой АП, расположенными в пределах глубин 450–600 м

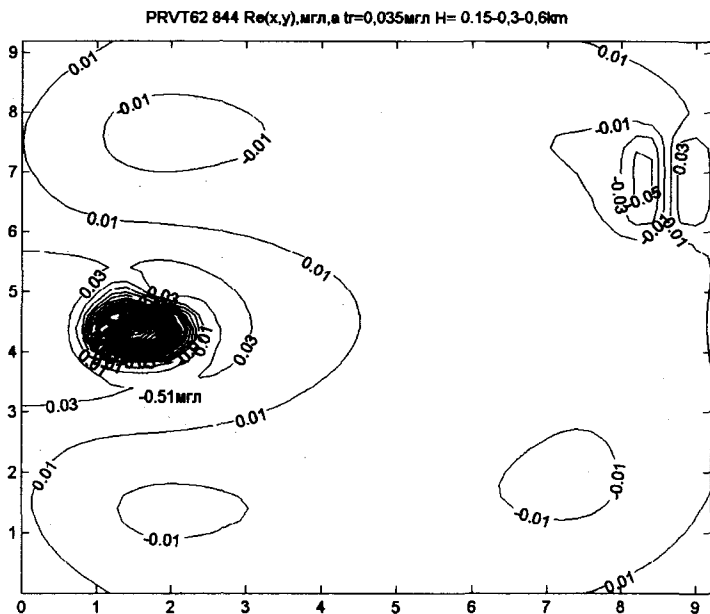


Рис. 3.1.10. Карта остатков поля для ТМ II ($\sigma = 0,035$ мгл)

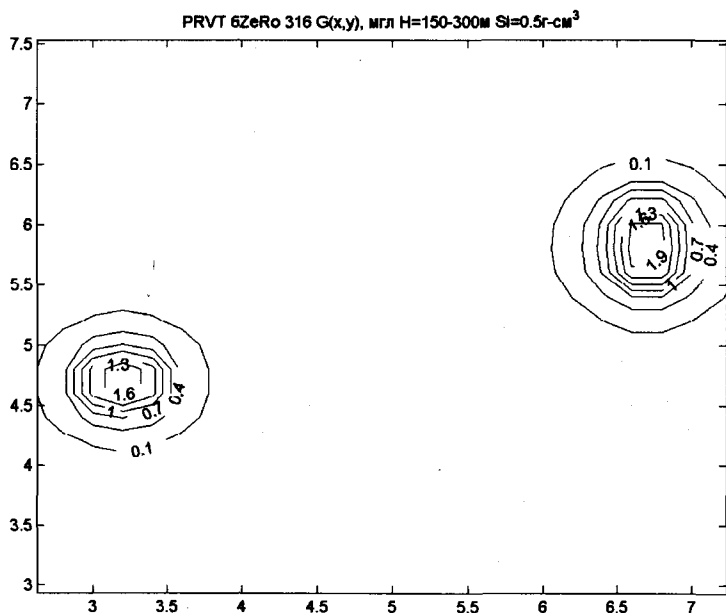


Рис. 3.1.11. Результаты решения ПЗГ для ТМ III с двумя группами (4 и 6) аномальных блоков уменьшенного сечения, расположенных в 1-м слое в пределах глубин 150–300 м: карта изоаномал поля силы тяжести $g(x,y)$

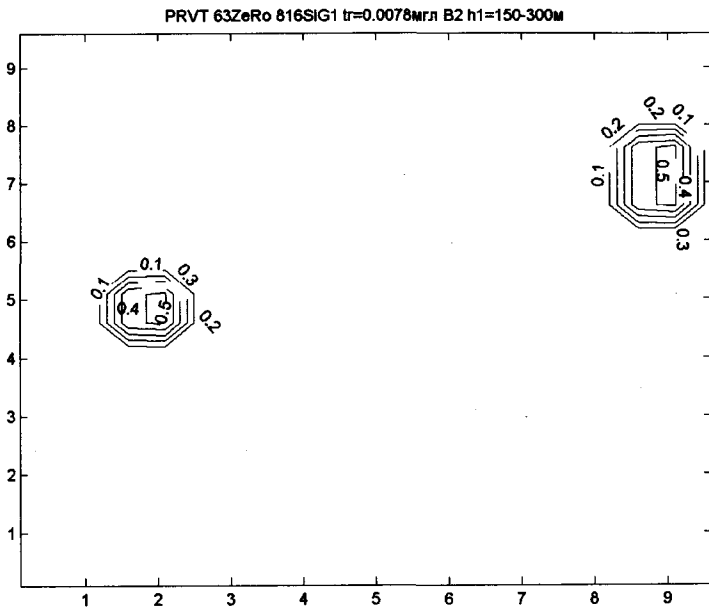


Рис. 3.1.12. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ III: карта АП 1-го слоя (горизонтальные расстояния: в 1 ед. — 500 м)

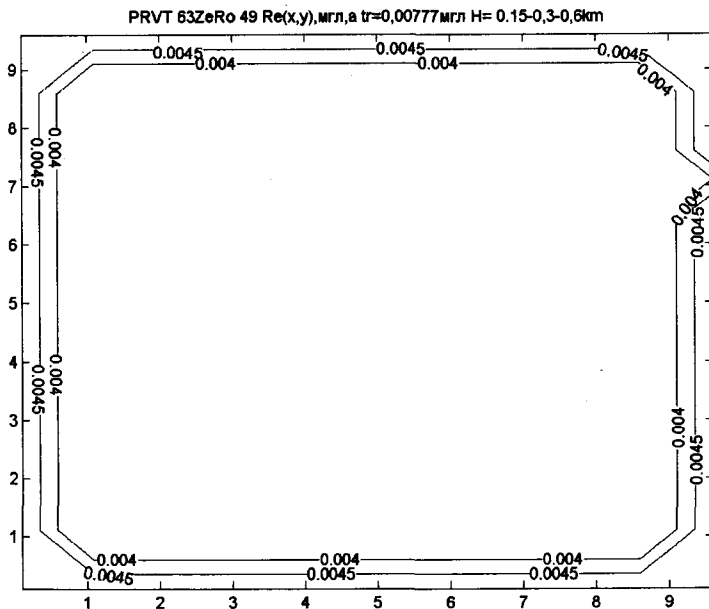


Рис. 3.1.13. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ III: карта АП 2-го слоя (горизонтальные расстояния: в 1 ед. — 500 м)

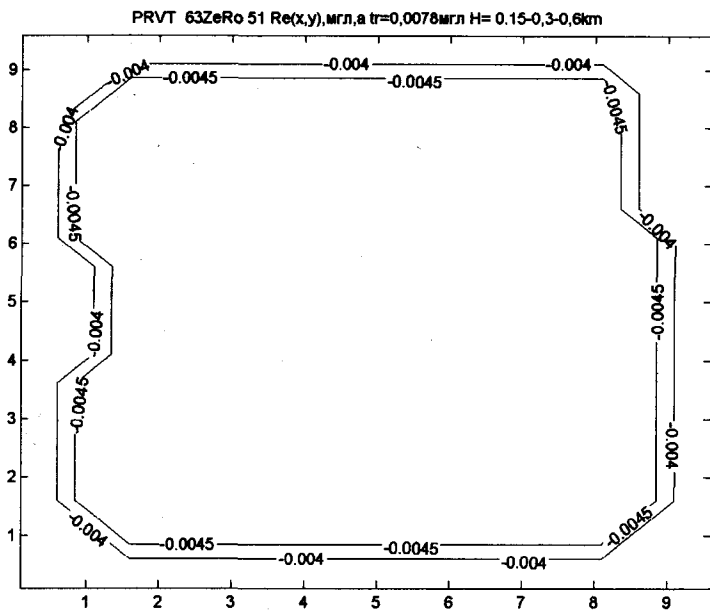


Рис. 3.1.14. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ III: карта АП 3-го слоя (горизонтальные расстояния: в 1 ед. — 500 м)

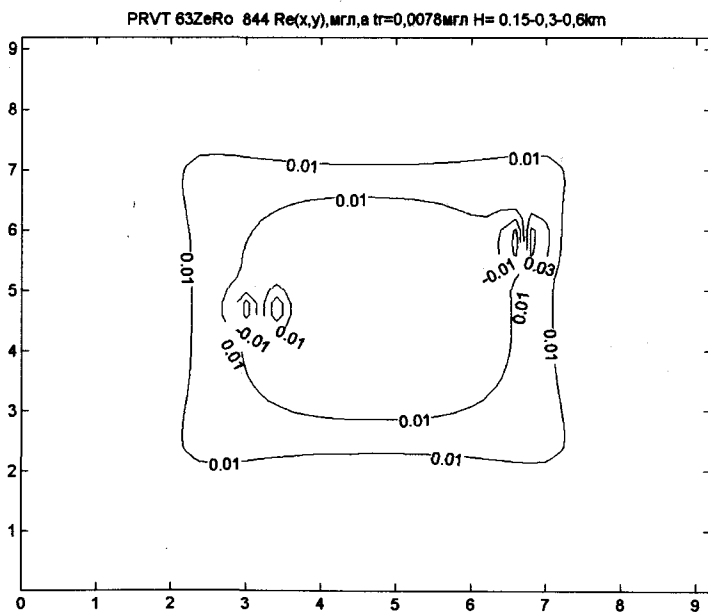


Рис. 3.1.15. Карта остатков поля для ТМ III ($r = 0,0078$ мгл)

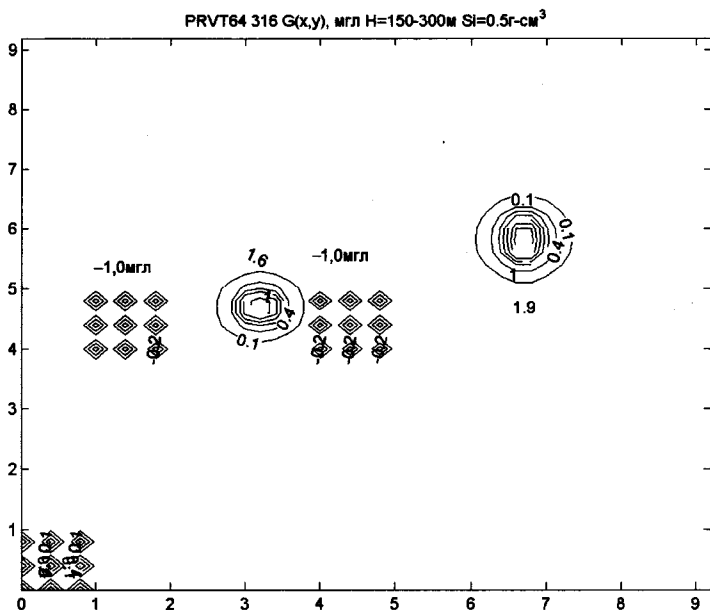


Рис. 3.1.16. Результаты решения ПЗГ для ТМ IV с двумя группами (4 и 6) аномальных блоков уменьшенного сечения, расположенных в 1-м слое в пределах глубин 150–300 м: карта изоаномал поля силы тяжести $g(x, y)$ с тремя группами по 9 точек с погрешностями поля одного знака (–1 мгл в 1-й и 2-й группах и 1 мгл во 2-й группе)

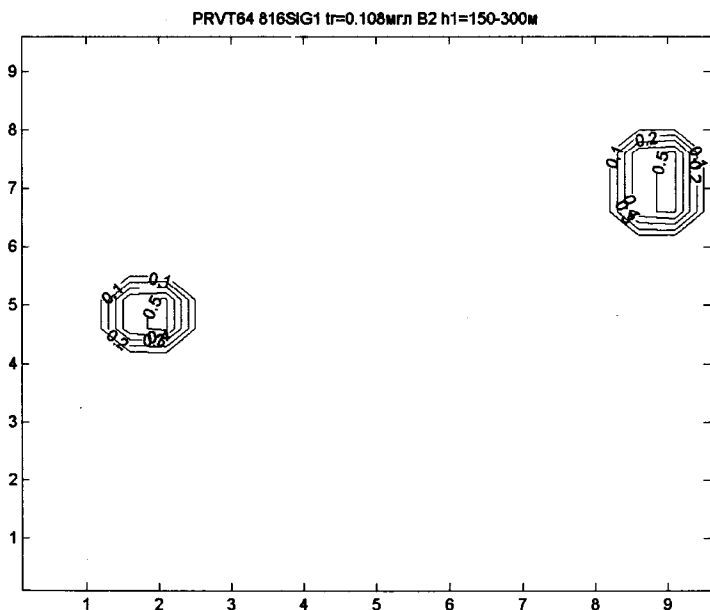


Рис. 3.1.17. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ IV: карта АП 1-го слоя (горизонтальные расстояния: в 1 ед. – 1000 м)

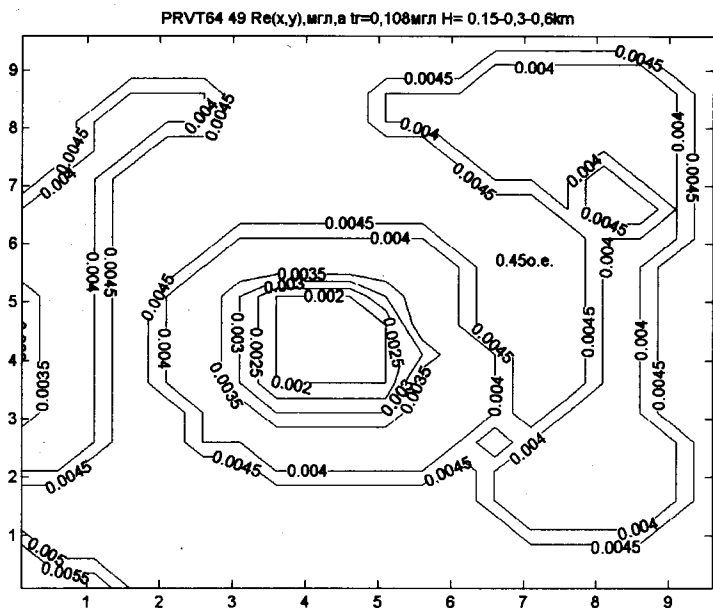


Рис. 3.1.18. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ IV: карта АП 2-го слоя

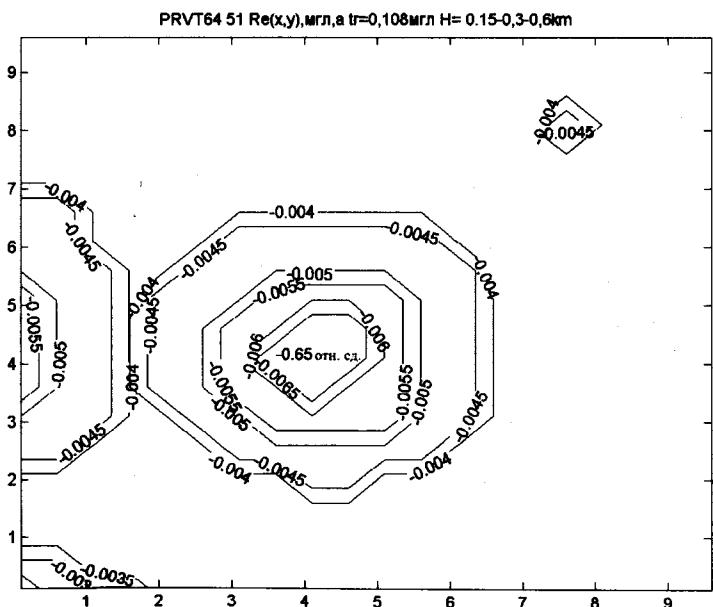


Рис. 3.1.19. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ IV: карта АП 3-го слоя

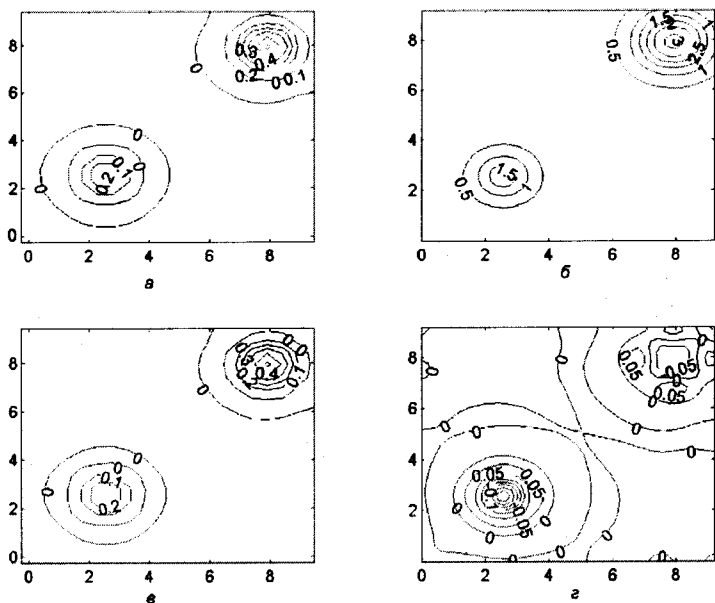


Рис. 3.1.20. Результаты решения ПЗГ и ОЛЗГ для ТМ V с 4 группами (по 9) аномальных блоков (600–1200 и 1200–1800 м): а – карта АП 1-го слоя по методу Ma1; б – карта поля силы тяжести; в – карта АП 1-го слоя по методу Ma2; г – карта остатков поля ($r = 0,025$ мгл)

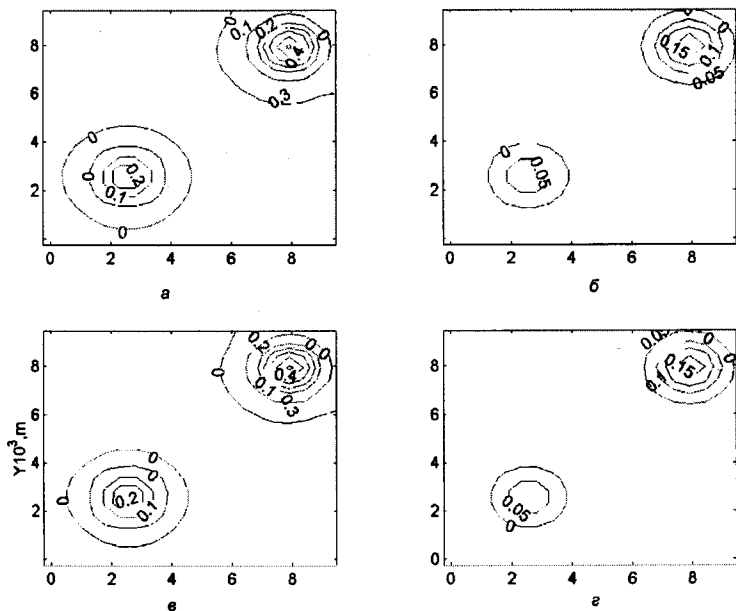


Рис. 3.1.21. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ V: а, в – карта АП 1-го слоя по методам Ma1 и Ma2 соответственно; б, г – карта АП 2-го слоя по методам Ma1 и Ma2 соответственно

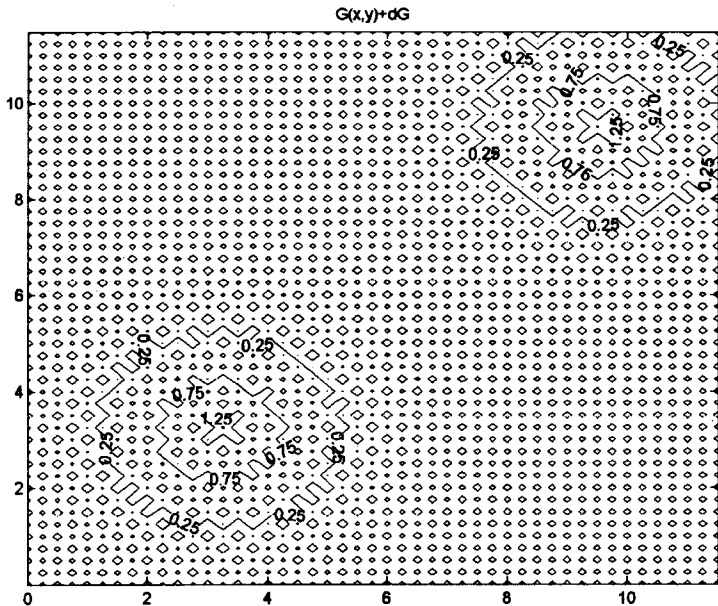


Рис. 3.1.22. Результаты решения ПЗГ для ТМ VI с двумя группами (по 4) аномальных блоков, расположенных в 1-м слое: карта изоаномал поля силы тяжести $g(x, y)$ с наложенной погрешностью $\pm 0,5$ мгл через одну точку (на рис. 3.1.22, 3.1.24 и 3.1.25 в 1 единице расстояний – 825 м)

ПРОТОКОЛ РЕШЕНИЯ ОЛЗГ:

variation: Ma3 ($R_1^2 + L \cdot \min(B_1^2) = \min$) $r = 0,49998D+00$ мГал

Ma4 ($B_1^2 + L \cdot \min(R_1^2) = \min$) $r = 0,50034D+00$ мГал

Решение по методу Ma3: АП в г/см3:

-.05	-.07	-.07	-.04	-.02	-.03	-.04	.01	.02	-.19
.04	.03	.04	.04	.00	-.03	-.04	.01	.10	.02
.01	.02	.03	-.01	-.01	.10	.09	-.02	.01	.01
-.01	.00	.00	-.04	.08	.42	.44	.09	-.04	-.04
-.01	.00	.00	-.04	.08	.40	.42	.10	-.03	-.03
-.01	.00	.01	-.02	-.02	.08	.08	-.01	.00	-.02
.00	.00	.01	.01	-.02	-.04	-.04	-.01	.04	-.04
.00	.00	.00	.01	.01	.00	.00	.03	.04	-.07
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.02	.03	-.07

Рис. 3.1.23. Фрагмент числовой карты решения ОЛЗГ для блоков 1-го слоя

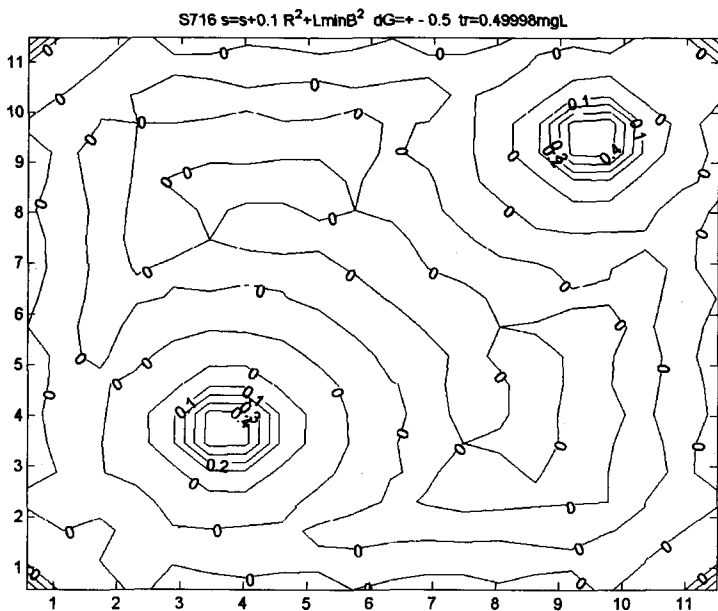


Рис. 3.1.24. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ VI методом Ма3 (условная оптимизация по минимуму СКН поля при минимуме СКП к плотности): карта АП 1-го слоя

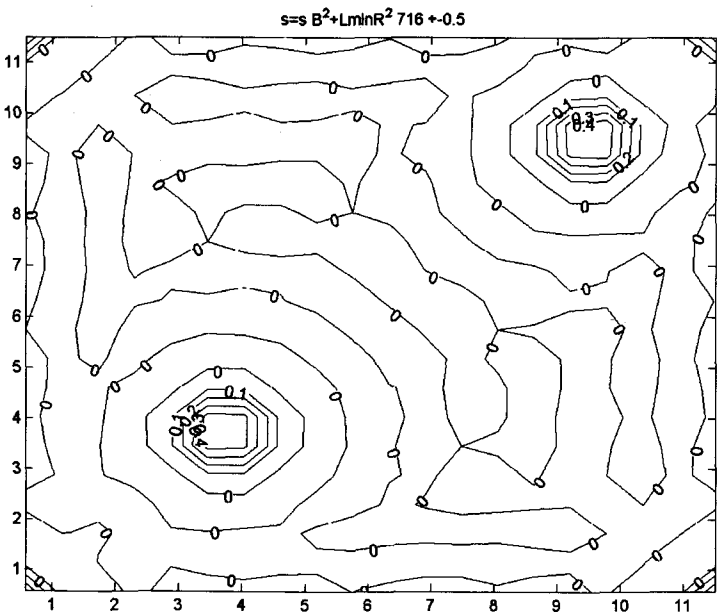
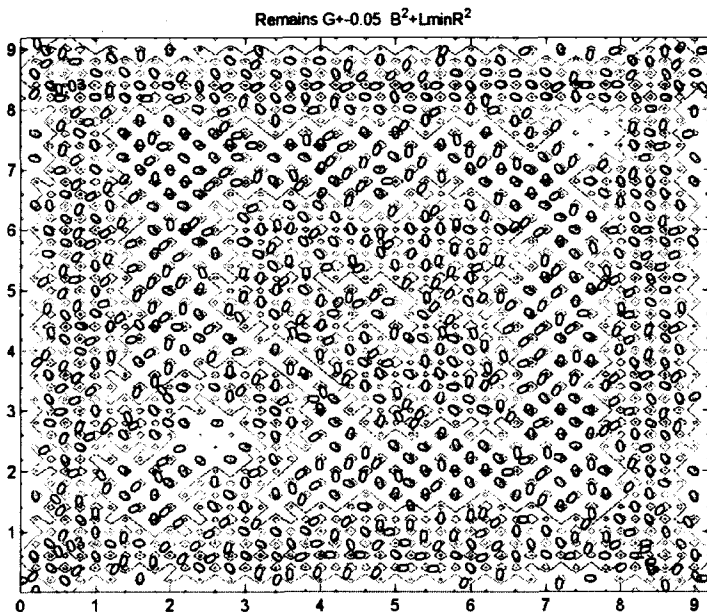


Рис. 3.1.25. Результаты решения ОЛЗГ для ТМ VI методом Ма4 (условная оптимизация по минимуму СКП к плотности при минимуме СКН поля): карта АП 1-го слоя



Номер итерации 168
 Статистика решения ОЛЗГ: to print 716 ;
 variation метод Ma3 ($R^2 + L \cdot \min(B^2) = \min$): $r = 0,50243D-01$ мгл;
 решение ОЛЗГ: АП 1-го слоя, г/см3:

.00	.00	.01	-.04	.07	.45	.46	.07	-.03	.04
.00	.00	.01	-.04	.07	.43	.45	.06	-.05	.02

 Статистика решения ОЛЗГ: to print 816 ;
 variation метод Ma4 ($B^2 + L \cdot \min(R^2) = \min$): $r = 0,52203D-01$ мгл;
 решение ОЛЗГ: АП 1-го слоя, г/см3:

-.02	.02	.01	-.04	.08	.43	.43	.08	-.04	.01
-.02	.02	.00	-.04	.08	.44	.43	.08	-.04	.01

Рис. 3.1.26. Карта остатков поля после трех этапов решения ОЛЗГ для ТМ VI методом Ma4 ($B^2 + L \cdot \min(R^2) = \min$): этап 1 – при добавлении в поле погрешности $\pm 0,5$ мгл через одну точку на профиле; этап 2 – при $\pm 0,25$ мгл; этап 3 – $\pm 0,05$ мгл. Показан фрагмент числовых карт АП из протокола третьего этапа решения ОЛЗГ методами Ma3 и Ma4

3.2. Применение решений ОЛЗГ методами простой итерации на теоретических моделях для интерпретации измеренных полей

Группой методов простой итерации с критерием минимума суммы поправок к плотности (обозначим их в символическом виде как $B_x^2 = \min$) были выполнены и другие решения обратной задачи на теоретических примерах. Для этого была решена ПЗГ для двухслойных теоретических моделей, состоящей из двух групп блоков (по 4 в каждой) в виде прямоугольных параллелепипедов с горизонтальным сечением 475×475 м (рис. 3.2.1).

Для полученного теоретического поля была решена ОЛЗГ (рис. 3.2.2–3.2.6) двумя методами: с представлением в методе (обозначим его как Ма1 или $B + B^2$) итерационной поправки полиномом второй степени (подраздел 2.5) и с обычной линейной итерационной поправкой (2.7)–(2.17) (метод Ма2, или B). Методом Ма1 с нелинейной ИП получены более быстрые и несколько более точные решения ОЛЗГ (рис. 3.2.3–3.2.6, 3.2.13–3.2.14, 3.2.16–3.2.19), чем методом Ма2 с линейным представлением ИП (рис. 3.2.15, 3.2.20, 3.2.24–3.2.28).

Была также решена ПЗГ для ТМ [62, 71], состоящей из двух групп блоков (4 – в юго-западном углу карты поля, 9 – в ее северо-восточном углу) в виде прямоугольных параллелепипедов с горизонтальным сечением 475×475 м (рис. 3.2.13). И для этого поля была решена ОЛЗГ (рис. 3.2.14–3.2.22) также двумя методами без помех в поле (рис. 3.2.14) и при помехах в одной (рис. 3.2.15–3.2.16) или 6 точках поля (рис. 3.2.16–3.2.22). Тела с не-

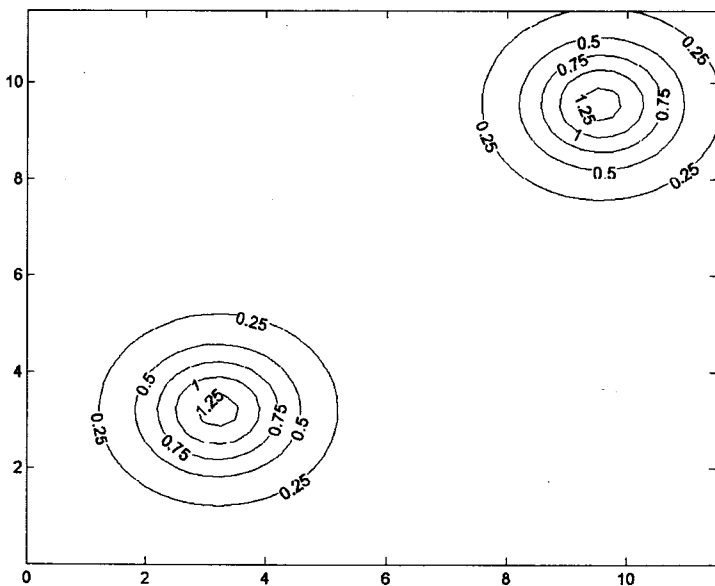


Рис. 3.2.1. Карта поля силы тяжести $g(x, y)$ для теоретической СБИМ, составленной из двух групп СБ (по 4 блока в каждой) с АП $0,5 \text{ г/см}^3$ и с верхней кромкой на глубине 700 м (здесь и далее изолинии обозначены в миллигалах, расстояния по горизонтали в 1 ед. – 825 м)

нулевой АП находились только в первом слое двухслойной СБИМ. Их АП определена при небольшом количестве итераций почти точно (рис. 3.2.3, 3.2.18), а при достаточном количестве итераций — очень точно (рис. 3.2.14—3.2.16). Во втором слое тел с ненулевой АП нет. Но решение ОЛЗГ во всех случаях под телами с высокой положительной АП первого слоя во втором слое выделяет тела с незначительной положительной АП (рис. 3.2.4, 3.2.19, 3.2.20). Это и есть форма проявления эквивалентности.

Остатки поля не превышают 0,05 мгл (4 % от максимума поля). Наибольшие из них находятся в эпицентрах аномальных групп блоков (рис. 3.2.4, 3.2.5). В целом ОЛЗГ решена устойчиво, и получено геологически содержательное решение.

Выполнено также решение ОЛЗГ для сравнения методов простой итерации с условной (рис. 3.2.1, 3.2.7—3.2.9) и безусловной (рис. 3.2.1, 3.2.10—3.2.12) оптимизацией по критерию МСК поправок к плотности.

Сравнив попарно шесть последних рисунков, приходим к выводу, что для теоретического поля без помех фильтрационные методы простой итерации с условной и безусловной оптимизацией дают решение ОЛЗГ, идентичное теоретической модели, а несовпадение тем меньше, чем больше выполнено итераций.

Перейдем к изучению свойств решения ОЛЗГ методом простой итерации для ТМ при наличии помех в одной или нескольких точках карты поля. Из рис. 3.2.13—3.2.14 следует, что при отсутствии в поле помех по точному теоретическому полю фильтрационные методы дают точное решение ОЛЗГ. При одной точке поля с помехой 2 мгл решение для группы блоков $0,50 \text{ г/см}^3$ является точным с почти той же среднеквадратичной погрешностью 0,015 мгл, но часть поля помехи преобразуется в АП блока $0,04 \text{ г/см}^3$ под точкой поля с помехой (рис. 3.2.15), которая в 3 раза больше максимума поля над группой блоков ТМ. Таким образом, только 2,5 % интенсивной помехи трансформируется фильтрационным методом в решение ОЛЗГ, а 97,5 % помехи поля уходит в остатки поля как нереализованная методом ее часть, что свидетельствует о высоких фильтрационных свойствах методов простой итерации: Ма2 с оптимизацией поправок и улучшенного метода Ма1 с квадратичной ИП (рис. 3.2.16).

На другие блоки влияние помехи поля в одной точке составляет намного меньше $0,01 \text{ г/см}^3$, что точно определяется изменением конфигурации изолиний АП на рис. 3.2.15, 3.2.16 в сравнении с рис. 3.2.14.

При большем количестве точек с помехами поля (рис. 3.2.17) только ничтожная часть помехи преобразуется фильтрационным методом в решение ОЛЗГ и добавляется к искомой плотности блока под точкой с помехой (рис. 3.2.18), остальная часть помехи поля остается неиспользованной в остатках поля. Если таких точек с помехами поля много, то каждый блок получает добавку к АП за счет всех точек поля, лежащих строго только над ним, что, в целом, приводит к существенному искажению карты АП. Таким образом, усреднение поля по площади приводит к перераспределению помех между точками поля, а тем более к перераспределению АП блоков ТМ или блоков СБИМ в случае решения ОЛЗГ для реального измеренного поля.

В условиях интенсивных помех поля во втором слое помехи проявляются в некоторых блоках даже несколько сильнее, чем в первом (рис. 3.2.19, 3.2.20). Характер распределения остатков поля с помехами в 6 точках (рис. 3.2.21, 3.2.22) при решении ОЛЗГ методами Ма1 и Ма2 существенных

различий не имеет, как и АП (рис. 3.2.18–3.2.20). Приведенные результаты исследования на ТМ пригодны для использования во многих приложениях, например при решении ОЗ для реально измеренных полей. Для этого поле любой ТМ суммируют с измеренным полем (рис. 3.2.23) и решают ОЛЗГ для всех тел (рис. 3.2.24, 3.2.25). Если верхние кромки реальных геологических тел находятся на уровне верхних кромок тел ТМ, то их АП будут больше, чем при размещении всех тел на большей глубине.

Для других блоков при этой глубине размещения тел ТМ в решении ОЛЗГ будут получены АП, которые значительно меньше их реальных значений. Переместив границу верхних кромок ТМ и решив ОЛЗГ, получим реальные АП для тех нескольких блоков, положение верхних кромок которых совпадает с уровнем верхних кромок ТМ. Таким способом каждый раз можно «обнаружить» все границы блоков реальных тел и их реальные АП. При этом следует учесть, что блоки ТМ нужно размещать в местах, где нет интенсивных аномалий поля, иначе к АП блоков ТМ будет добавлена АП реальных блоков, что затрудняет идентификацию результатов решения ОЛЗГ. Из карты остатков поля (рис. 3.2.26) делаем вывод, что для объекта Т3 АП недобрали, а для объекта Т4 перебрали. Поэтому нужно продолжать итерационный процесс дальше (рис. 3.27, 3.28).

После двух таких же этапов продолжения решения ОЛЗГ (рис. 3.2.21, 3.2.22) остатки поля над центральными частями объектов Т3 и Т4 равны нулю. Для более точного решения ОЛЗГ фильтрационным методом простой итерации желательно иметь более точные значения глубин до кровли самого верхнего первого слоя блоков СБИМ, т. е. нужно располагать знанием переменных глубин. Обычно это получают поочередным решением линейной и нелинейной обратных задач через несколько итераций.

Сравнение решений ОЛЗГ методами Ма1 и Ма2 показывает, что по всей карте методом Ма2 (рис. 3.2.31) получены значения АП, меньшие на $0,2 \text{ г/см}^3$, чем методом Ма1 (рис. 3.2.29). Это подтверждается и на картах остатков поля (рис. 3.2.30, 3.2.32). Методом Ма2 получены более высокие модули остатков поля, чем методом Ма1.

Если область поиска масс уменьшить в 2 раза в направлении с юга на север при той же площади карты поля (СБИМ $\notin M_p$) и ввести в измеренное поле погрешность ± 1 мгл, то, как следует из карты остатков поля (рис. 3.2.33), над СБИМ остаточное поле колеблется в пределах не более 3 мгл по всей карте. Там, где нет сеточных блоков СБИМ, оно имеет большие знакопеременные значения до 30 мгл и никаким образом не похоже на измеренное поле. Решение ОЛЗГ, приведенное на рис. 3.2.33, является некорректным, т. е. неустойчивым и физически несодержательным.

Если размеры области поиска масс уменьшить в 2 раза в двух направлениях (с юга на север и с запада на восток) [62, 63] при той же площади карты поля (СБИМ $\notin M_p$), то, как следует из карты остатков поля (рис. 3.2.34), над СБИМ остаточное поле колеблется в пределах не более $0,2$ мгл и лишь в некоторых точках остатки поля достигают $0,6$ мгл по всей карте. Там, где нет сеточных блоков СБИМ, остаточное поле имеет несколько большие знакопеременные значения, превышающие $0,2$ мгл, но не более $1,6$ мгл. Однако такое решение ОЛЗГ, как и приведенное на рис. 3.2.33, является неустойчивым и физически несодержательным. Таким образом, при решении ОЛЗГ для реального поля не допускается нарушения условий теорем 1–7 о принадлежности СБИМ к классу M_p . При соблюдении этих условий

(рис. 3.2.23–3.2.32) решение ОЛЗГ для реального поля является корректным, т. е. устойчивым и физически содержательным.

Для наглядности показан сводный геофизический разрез аномальной плотности, полученный в результате решения не менее 10 ОЛЗГ для трехслойных СБИМ [62, 77, 78] по карте рис. 3.2.35 путем удаления каждый раз влияния верхнего слоя перед переходом к новой, более глубоко расположенной модели (рис. 3.2.36).

Номер итерации 168; метод M1 (716); variation r = 0.78690D-02 мгл;
 1-й слой: фрагмент решения ОЗ: АП в г/см³:

-.01	-.03	-.03	.01	.02	.00	.01	.04	.02	-.11
.01	.01	.02	.01	-.03	-.06	-.06	-.02	.03	.02
.00	.01	.02	-.02	-.02	.10	.10	-.03	-.02	.04
.00	.01	.01	-.04	.09	.42	.44	.10	-.06	.01
-.01	.01	.00	-.04	.09	.40	.42	.10	-.06	.00
-.01	.00	.01	-.03	-.01	.09	.09	-.02	-.03	.02
.00	.00	.01	.00	-.03	-.04	-.04	-.02	.01	.01
.00	.00	.00	.01	.01	.00	.01	.02	.02	-.03

Номер итерации 168; метод Ma2 (816); variation r=0.82009D-02 мгл.

Рис. 3.2.2. Фрагмент числовой карты АП из протокола решения ОЗ для 1-го слоя блоков СБИМ первым методом Ma1 после 168 итераций

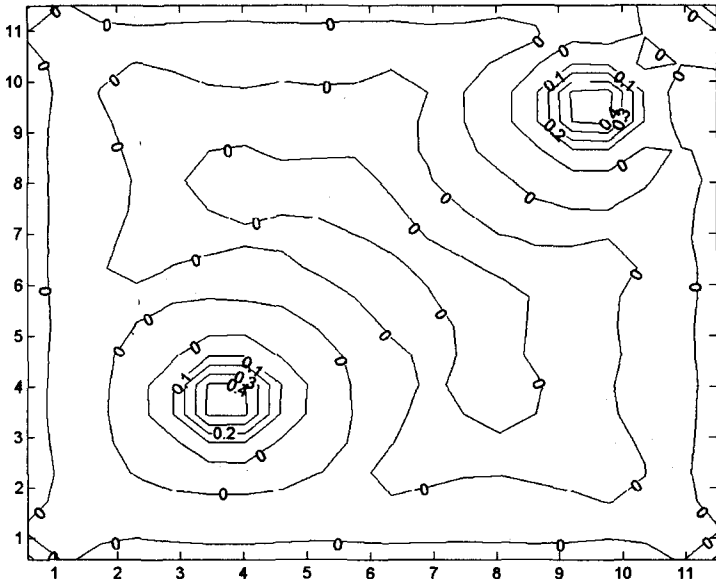


Рис. 3.2.3. Решение ОЗ первым методом Ma1: карта АП 1-го слоя блоков (здесь и далее значения АП приведены в г/см³, здесь в 1 ед. — 825 м)

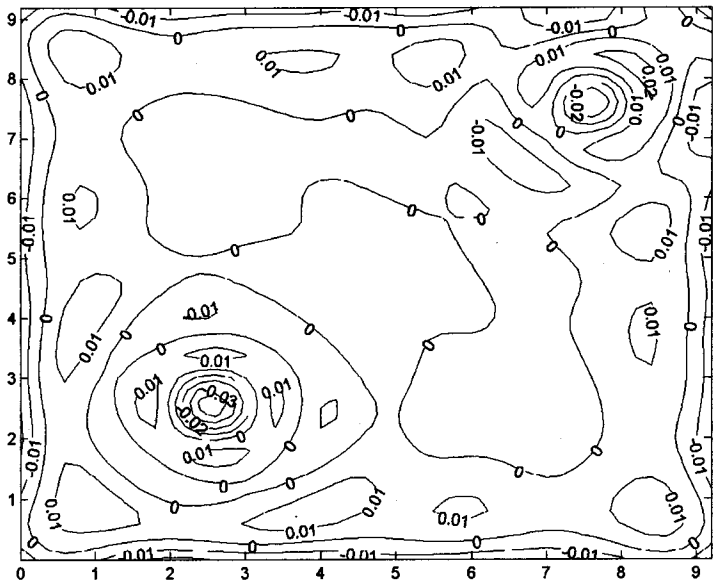


Рис. 3.2.4. Решение обратной задачи первым методом Ма1: карта АП 2-го слоя блоков (здесь и далее расстояния обозначены в 1000 м)

THE STATISTIC OF THE RETURN RESOLVES

фрагмент решения ОЗ методом М1(716): variation $r = 0.78690D-02$ мгл;

Остатки поля в точках карты приведены в мгл:

-.01	-.02	-.03	-.02	.00	.01	.01
-.02	-.04	-.05	-.04	-.01	.01	.01
-.03	-.05	-.05	-.04	-.02	.00	.01
-.02	-.04	-.04	-.03	-.01	.01	.01
.00	-.01	-.02	-.01	.00	.01	.01
.01	.01	.00	.01	.01	.01	.01
.01	.01	.01	.01	.01	.01	.00

Метод Ма2 (816): variation $r = 0.82009D-02$ мгл.

Рис. 3.2.5. Фрагмент числовой карты остатков поля из протокола решения ОЗ первым методом Ма1

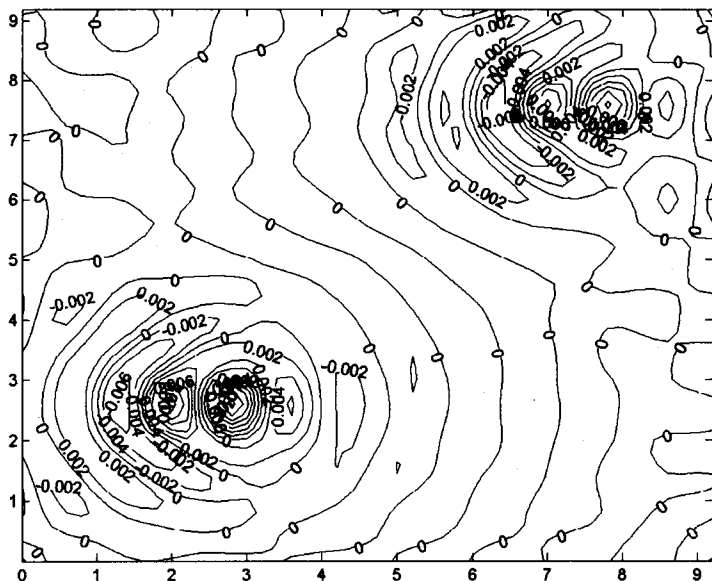


Рис. 3.2.6. Решение обратной задачи первым методом Мал (716) со смещением блоков модели относительно карты поля на 200 м на запад (влево): карта остатков поля после 1200 итераций (среднеквадратичное отклонение 0,00195 мгл)

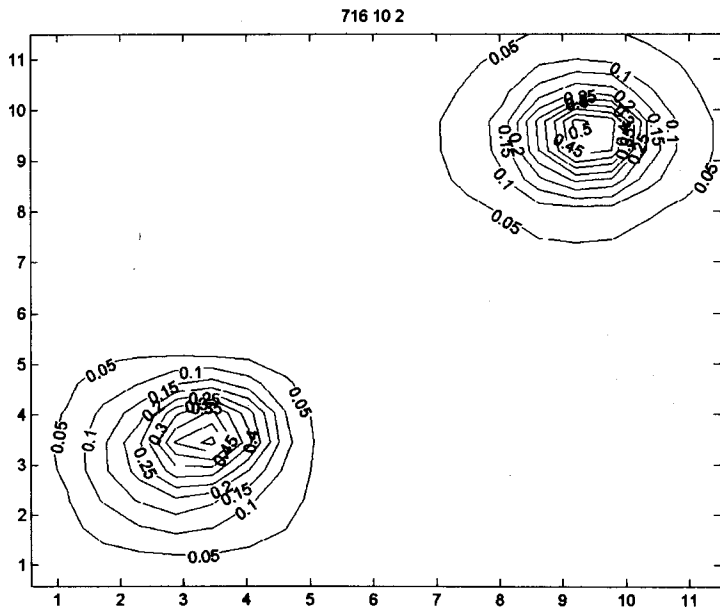


Рис. 3.2.7. Решение ОЛЗГ по полю рис. 3.2.1 методом условной оптимизации ($R^2 + L \cdot \min(B^2) = \min$): карта АП 1-го слоя (здесь и далее в 1 ед. — 825 м)

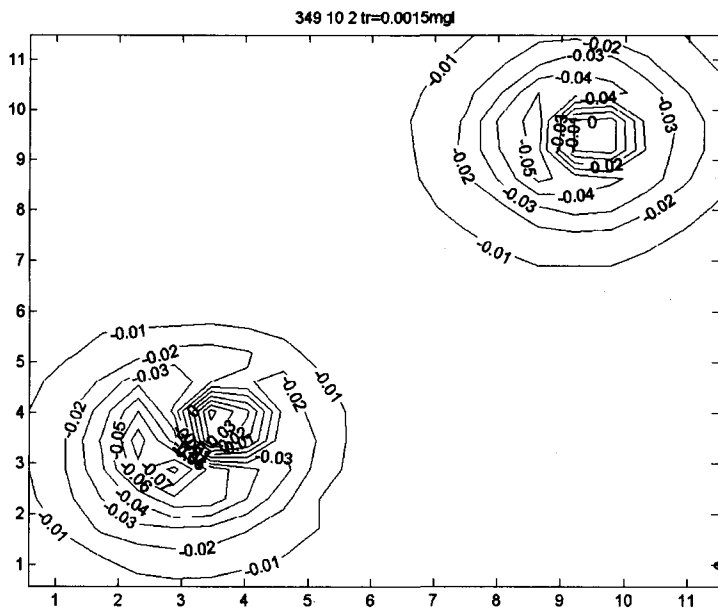


Рис. 3.2.8. Решение ОЛЗГ по полю рис. 3.2.1 методом условной оптимизации: карта АП 2-го слоя

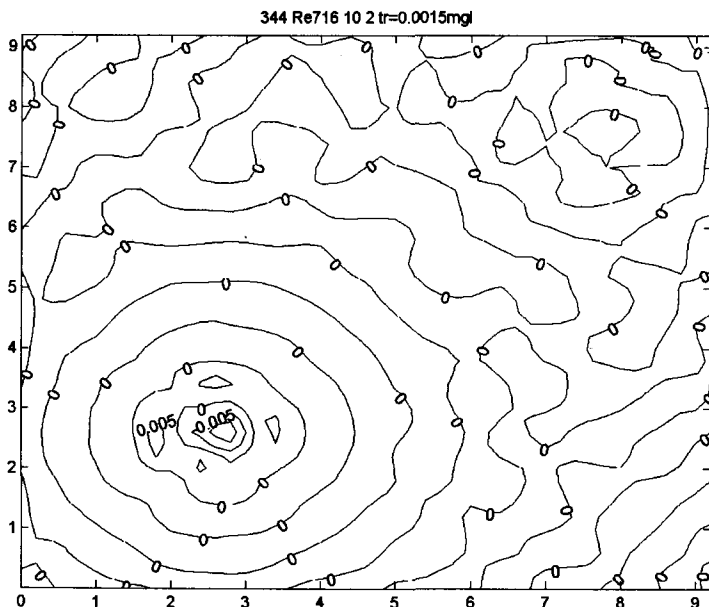


Рис. 3.2.9. Решение ОЛЗГ по полю рис. 3.2.1: метод условной оптимизации ($R_y^2 + L \cdot \min(B_y^2) = \min$): карта остатков поля (в 1 ед. — 1000 м)

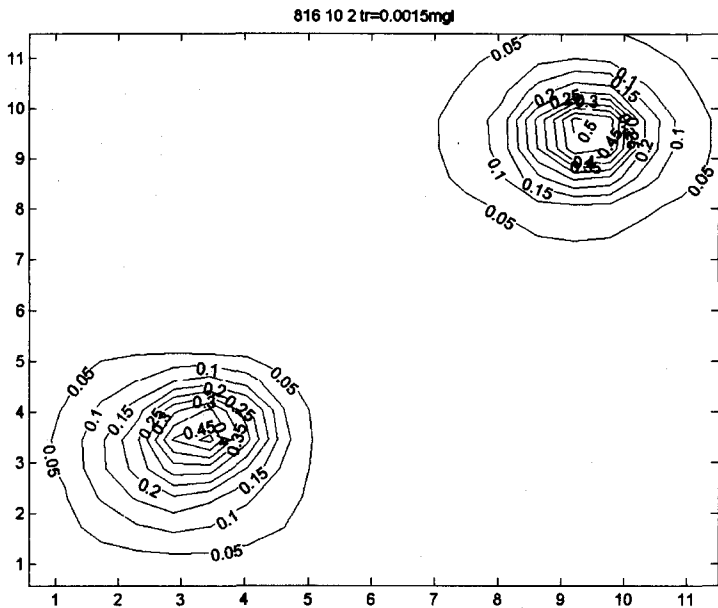


Рис. 3.2.10. Решение ОЛЗГ по полю рис. 3.2.1: метод безусловной оптимизации ($B_x^2 = \min$): карта АП 1-го слоя (здесь и далее в 1 ед. — 825 м)

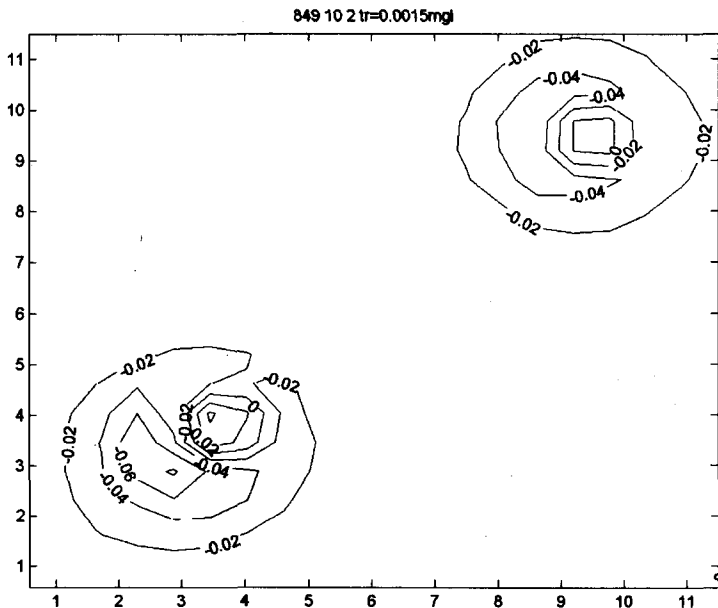


Рис. 3.2.11. Решение ОЛЗГ по полю рис. 3.2.1 методом безусловной оптимизации: карта АП 2-го слоя

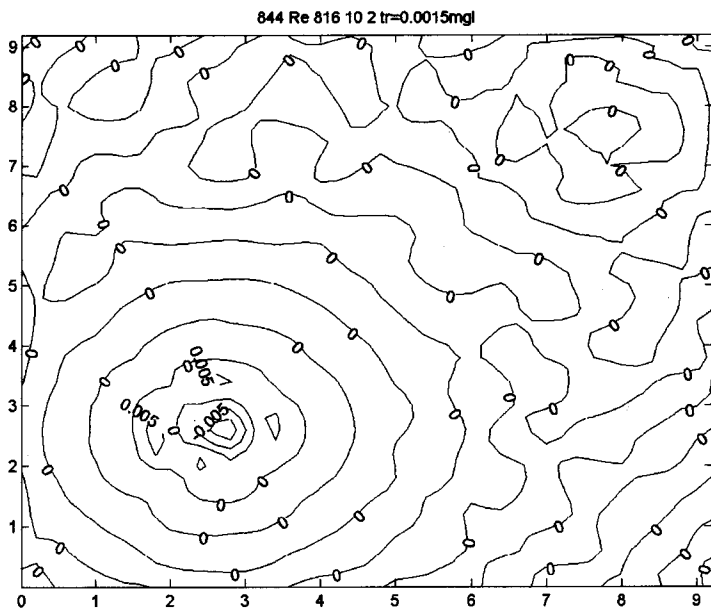


Рис. 3.2.12. Решение ОЛЗГ по полю рис. 3.2.1 методом безусловной оптимизации ($B_2^2 = \min$): карта остатков поля (здесь и далее в 1 ед. – 1000 м)

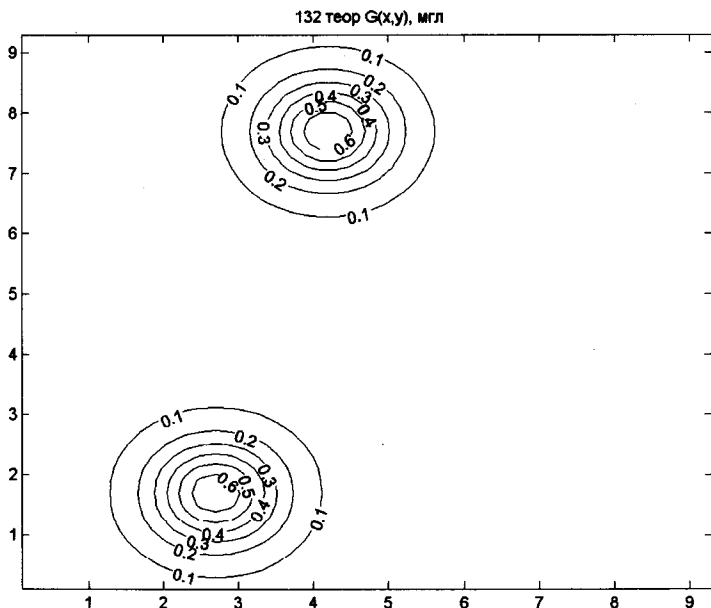


Рис. 3.2.13. Карта поля силы тяжести $g(x,y)$ без помех для теоретической СБИМ, составленной из двух групп СБ (по 4 блока в каждой) с АП $0,5 \text{ г/см}^3$ и с верхней кромкой на глубине 1000 м

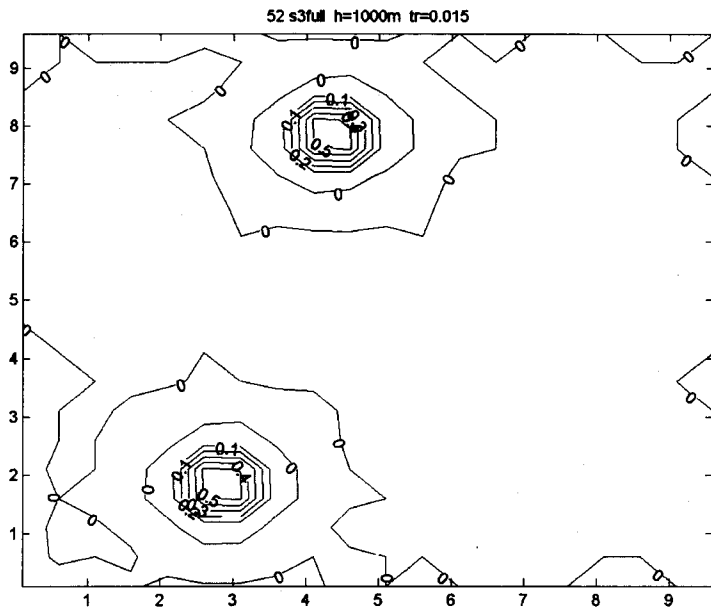


Рис. 3.2.14. Решение обратной задачи первым методом Ма2: карта АП 1-го слоя блоков (среднеквадратичное отклонение 0,015 мгл)

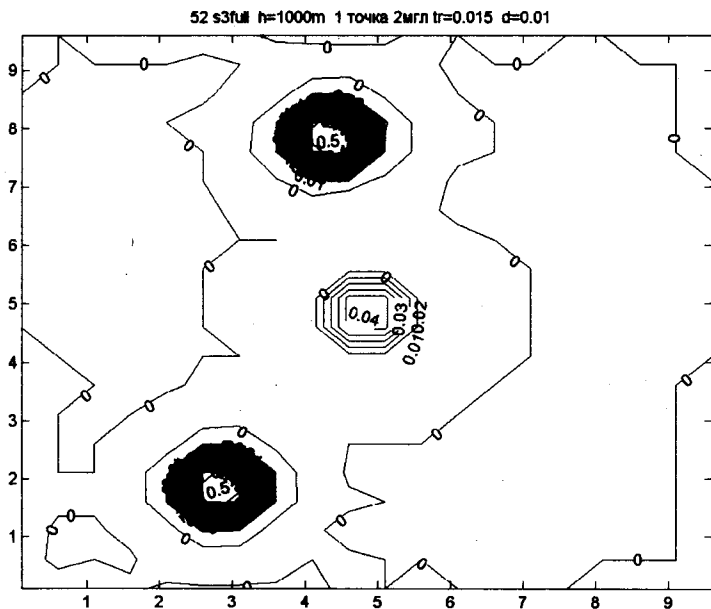


Рис. 3.2.15. Решение обратной задачи вторым методом Ма2: карта АП 1-го слоя блоков при помехе 2 мгл в одной точке с координатами (5000 м; 5000 м) (среднеквадратичное отклонение 0,015 мгл)

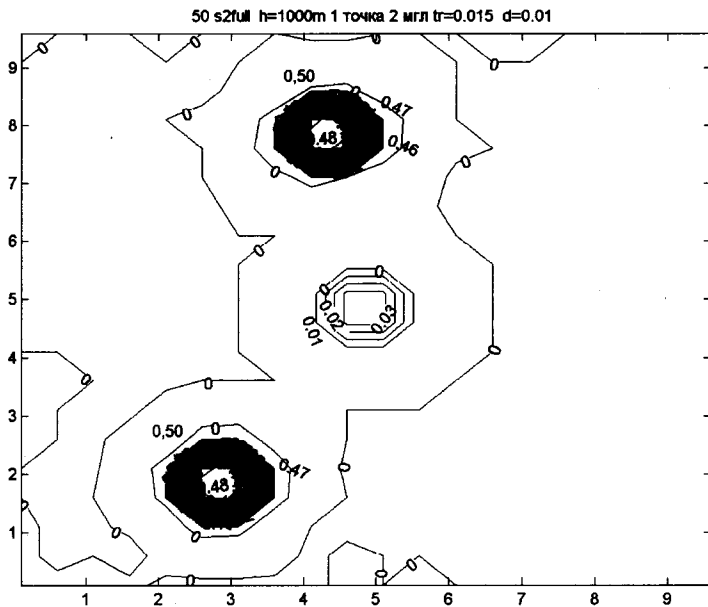


Рис. 3.2.16. Решение обратной задачи первым методом Mal: карта АП 1-го слоя блоков при помехе 2 мгл в одной точке с координатами (5000 м; 5000 м) (среднеквадратичное отклонение 0,015 мгл)

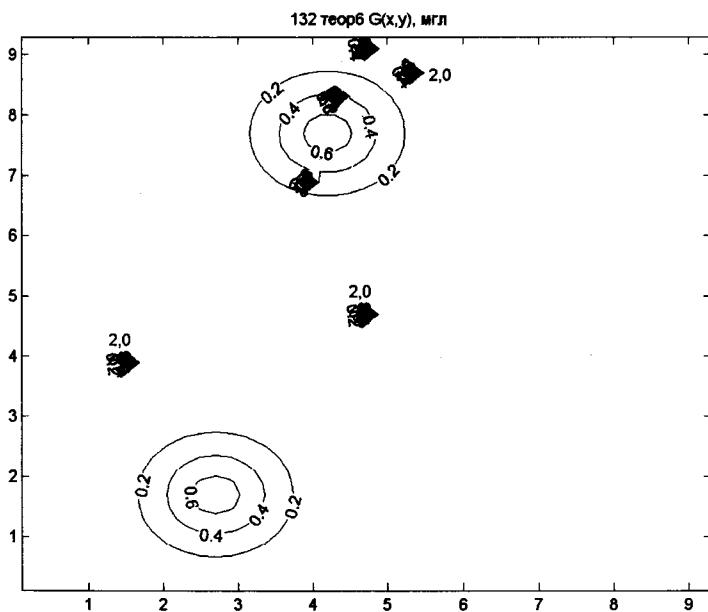


Рис. 3.2.17. Карта поля силы тяжести $g(x,y)$ с помехами 2 мгл в 6 разбросанных точках для теоретической СБИМ, составленной из двух групп по 4 блока в каждой с АП 0,5 г/см³ и с верхней кромкой на глубине 1000 м

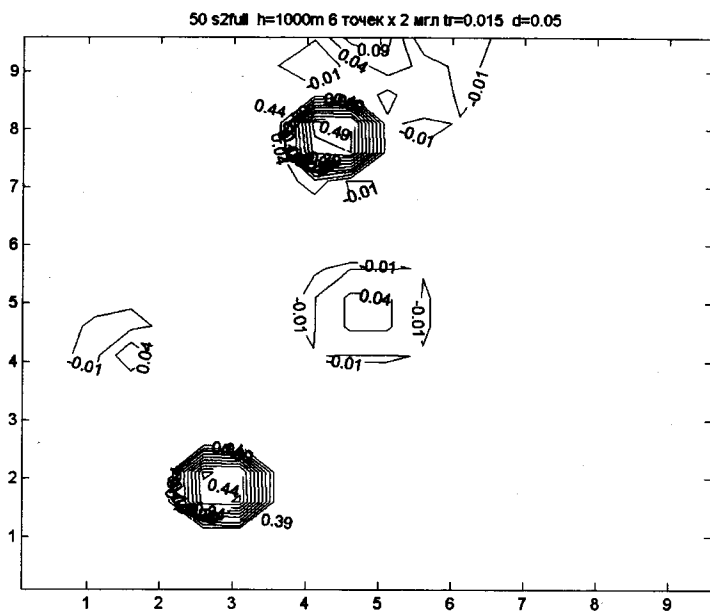


Рис. 3.2.18. Решение обратной задачи первым методом Мал: карта АП 1-го слоя блоков при помехах 2 мгл в 6 точках (среднеквадратичное отклонение 0,015 мгл)

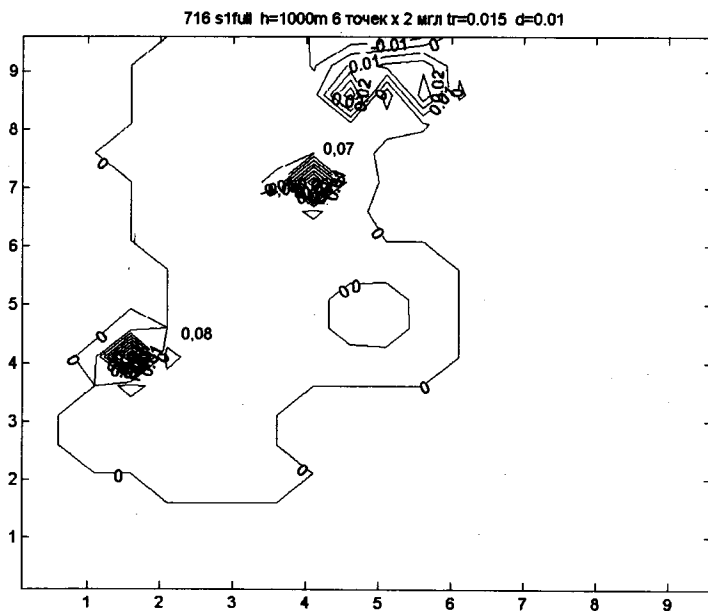


Рис. 3.2.19. Решение обратной задачи первым методом Мал: карта АП 2-го слоя блоков при помехах 2 мгл в 6 точках (среднеквадратичное отклонение 0,015 мгл)

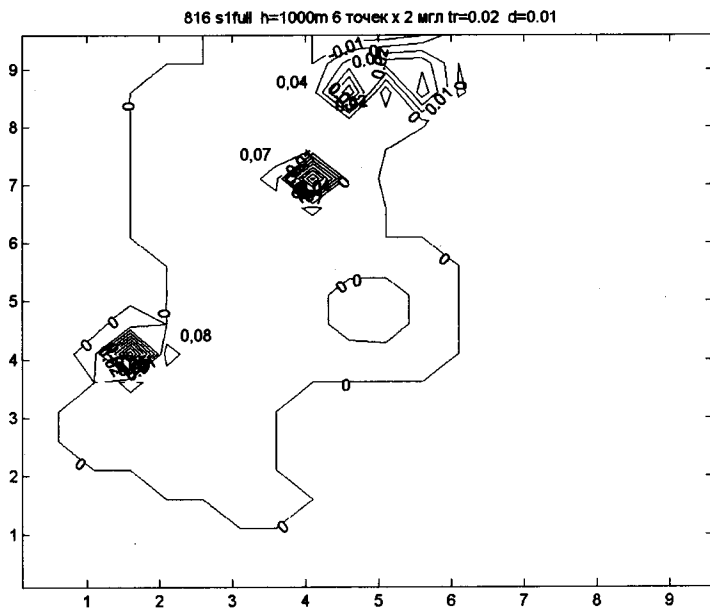


Рис. 3.2.20. Решение обратной задачи вторым методом Ма2: карта АП 1-го слоя блоков при помехах 2 мгл в 6 точках (среднеквадратичное отклонение 0,02 мгл)

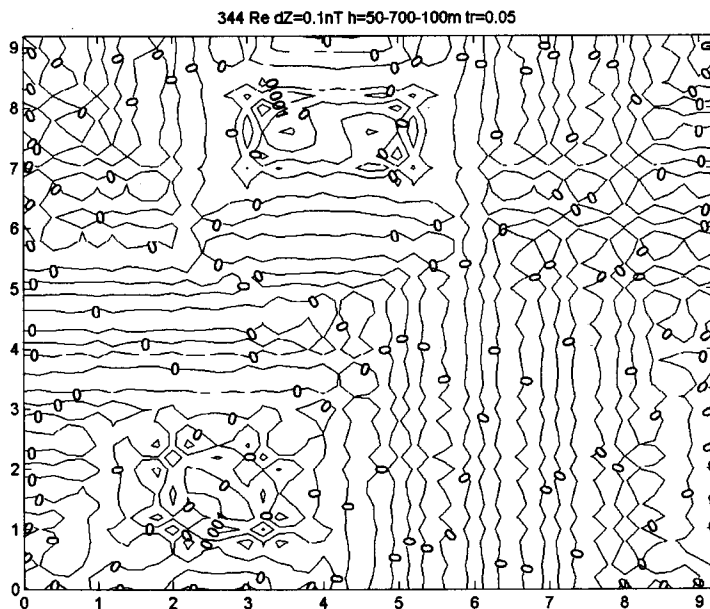


Рис. 3.2.21. Решение обратной задачи первым методом Ма1(716): карта остатков поля для трехслойной модели (среднеквадратичное отклонение 0,09 мгл)

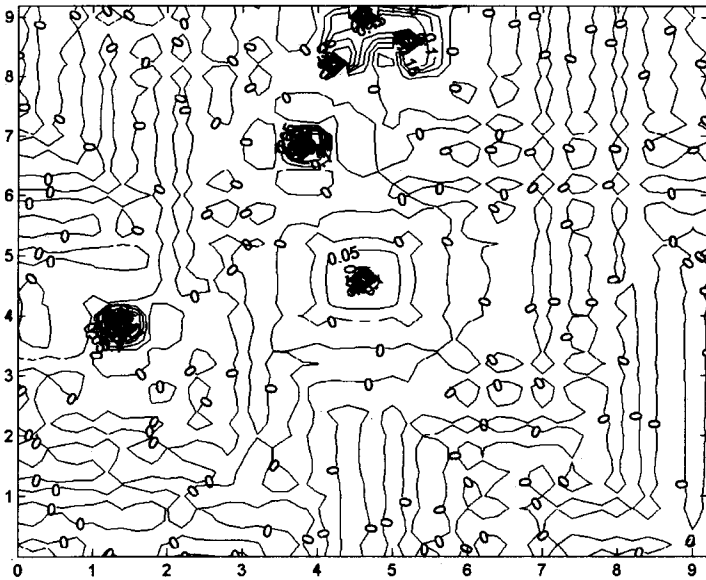


Рис. 3.2.22. Решение обратной задачи вторым методом Ма2(816): карта остатков поля для трехслойной модели в 6 точках с помехами поля (среднеквадратичное отклонение 0,09 мгл)

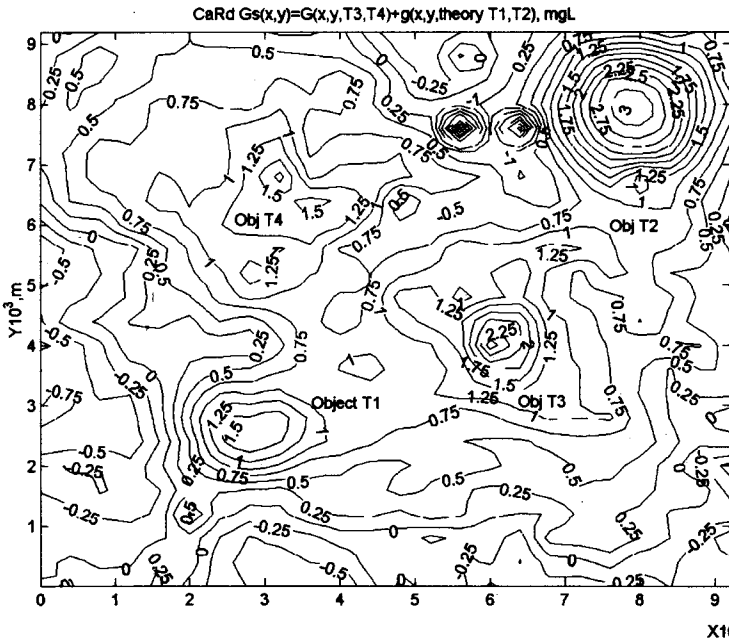


Рис. 3.2.23. Карта суммы поля силы тяжести $g(x, y)$, измеренного на участке с произвольными помехами, и теоретического поля модели, составленной из двух групп СБ (объект Т1 из 4 блоков с АП $0,5 \text{ г/см}^3$ в юго-западном углу карты и объект Т2 из 9 блоков с АП $0,75 \text{ г/см}^3$ в ее северо-восточном углу, Т3, Т4 – природные объекты с неизвестными местоположением, формой и АП)

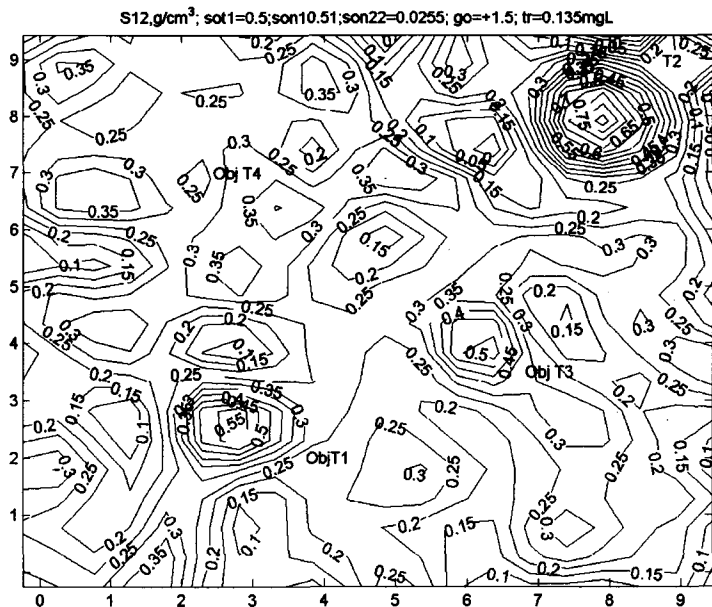


Рис. 3.2.24. Решение обратной задачи вторым методом Ма2 при добавлении в поле постоянного фона 1,5 мгл: карта АП 1-го слоя блоков (здесь и далее, как и для теоретического поля, значения АП – в $г/см^3$)

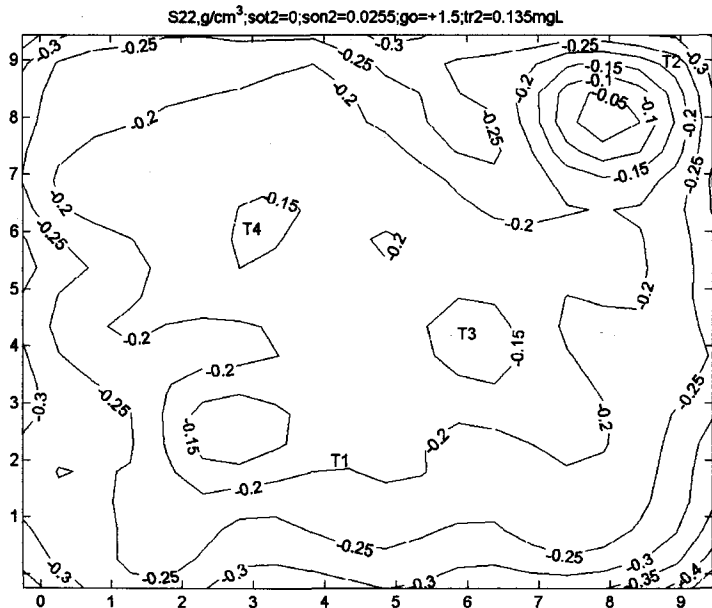


Рис. 3.2.25. Решение обратной задачи вторым методом Ма2 при постоянном фоне 1,5 мгл: карта АП 2-го слоя блоков (среднеквадратичное отклонение 0,135 мгл)

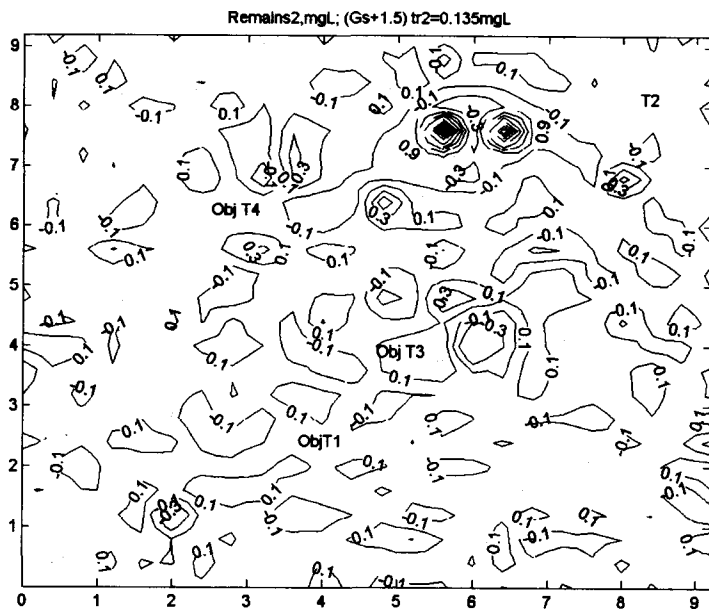


Рис. 3.2.26. Решение обратной задачи вторым методом Ма2 при постоянном фоне 1,5 мгл: карта суммарных остатков поля (среднеквадратичное отклонение 0,135 мгл)

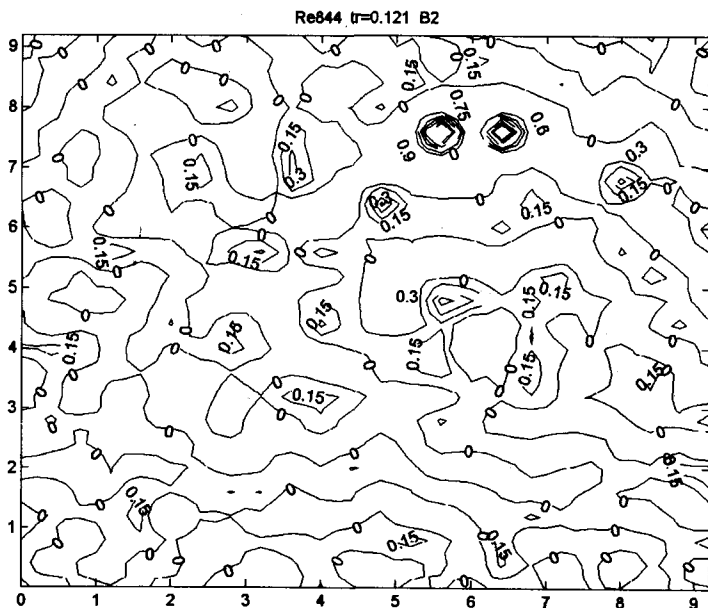


Рис. 3.2.27. Продолжение решения обратной задачи вторым методом Ма2: карта суммарных остатков поля (среднеквадратичное отклонение 0,121 мгл)

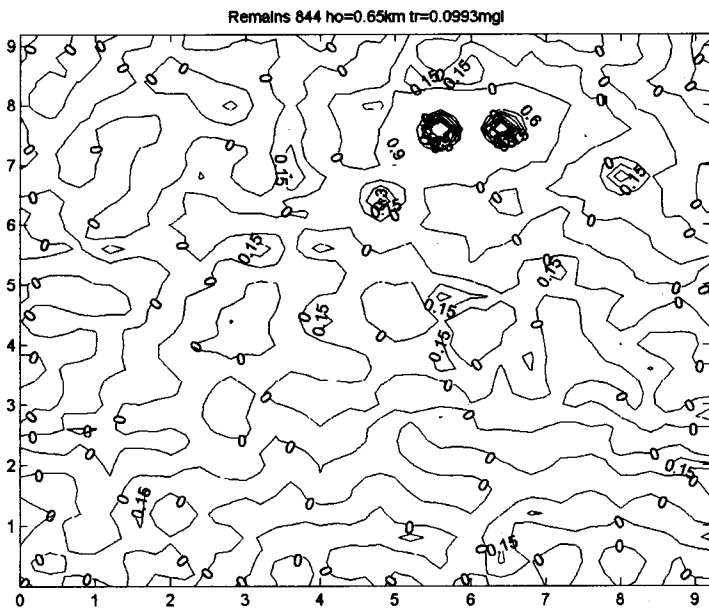


Рис. 3.2.28. Решение обратной задачи вторым методом Ма2 при еще большем количестве итераций и изменении глубин до блоков: карта суммарных остатков поля (среднеквадратичное отклонение 0,0993 мгл)

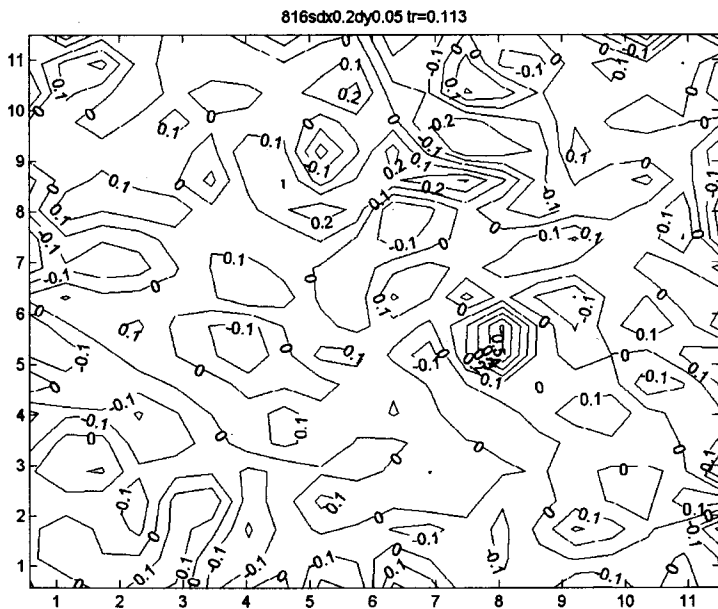


Рис. 3.2.29. Решение обратной задачи методом Ма2 (В): карта АП 1-го слоя (здесь в 1 ед. — 825 м)

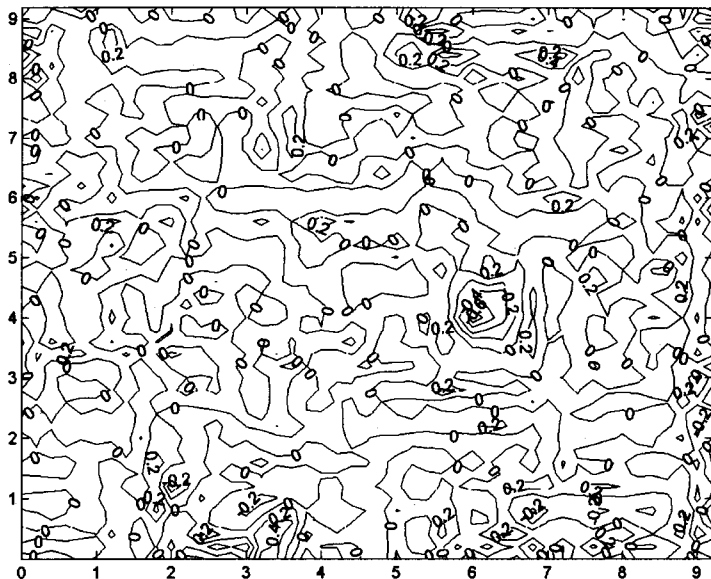


Рис.3.2.30. Решение обратной задачи методом Ma2 (B): карта остатков поля (средне-квадратичное отклонение 0,111 мгл, в 1 ед. – 1000 м)

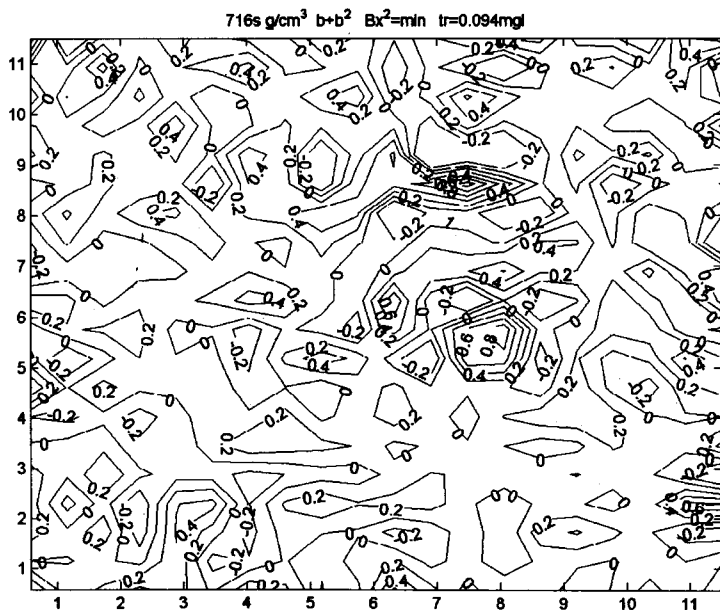


Рис. 3.2.31. Решение обратной задачи методом Ma1 ($B+B^2$): карта АП 1-го слоя (в 1 ед. – 825 м)

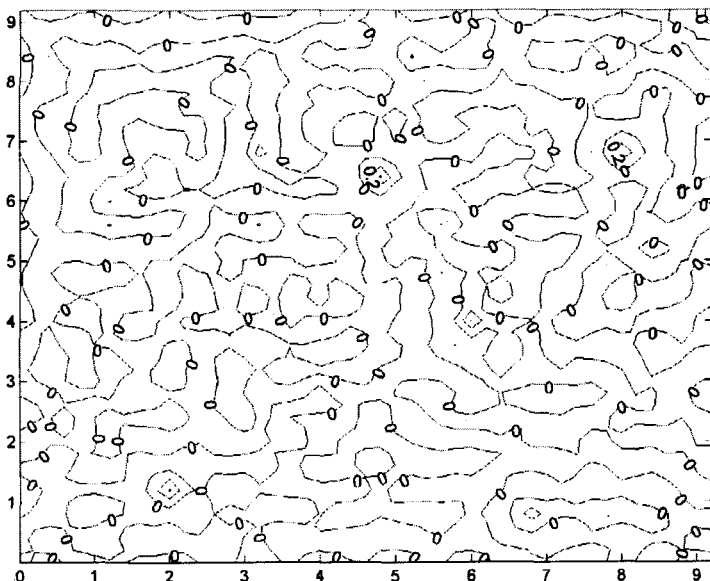


Рис. 3.2.32. Решение обратной задачи методом Мал ($B + B^2$): карта остатков поля (среднеквадратичное отклонение 0,094 мгл, здесь и далее в 1 ед. – 1000 м)

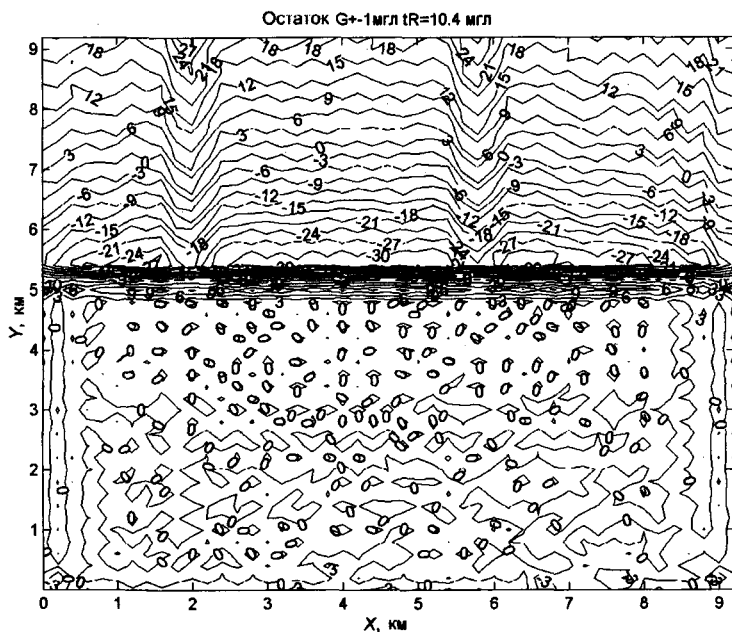


Рис. 3.2.33. Решение ОЛЗГ методом Ма2 (B) при уменьшенной в одном направлении площади СБИМ: карта остатков поля (общее среднеквадратичное отклонение для всей карты 10,4 мгл)

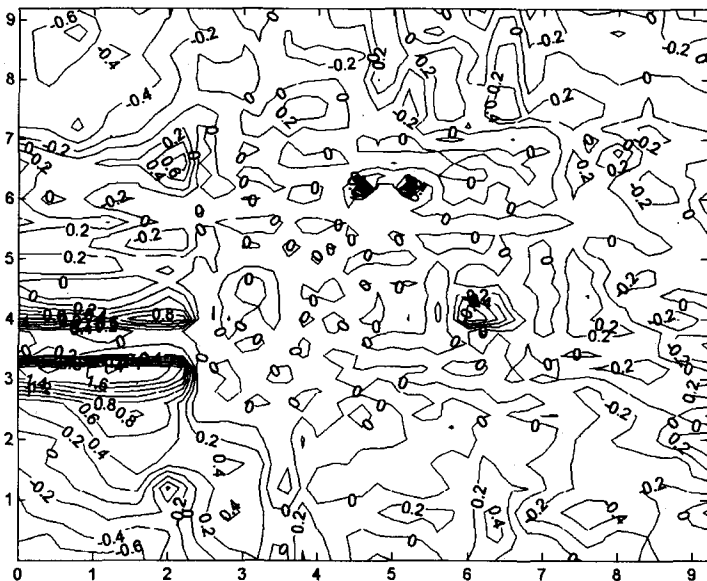


Рис. 3.2.34. Решение ОЛЗГ методом Ма2 (В) при уменьшенной в двух направлениях площади СБМ: карта остатков поля (среднеквадратичное отклонение 0,241 мгл)

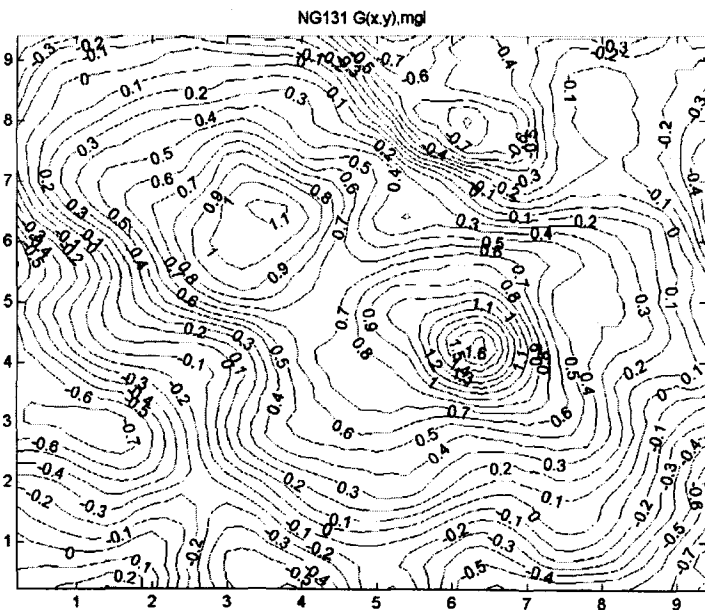


Рис. 3.2.35. Аномальная часть измеренного поля силы тяжести после снятия регионального фона (изолинии — в мгл)

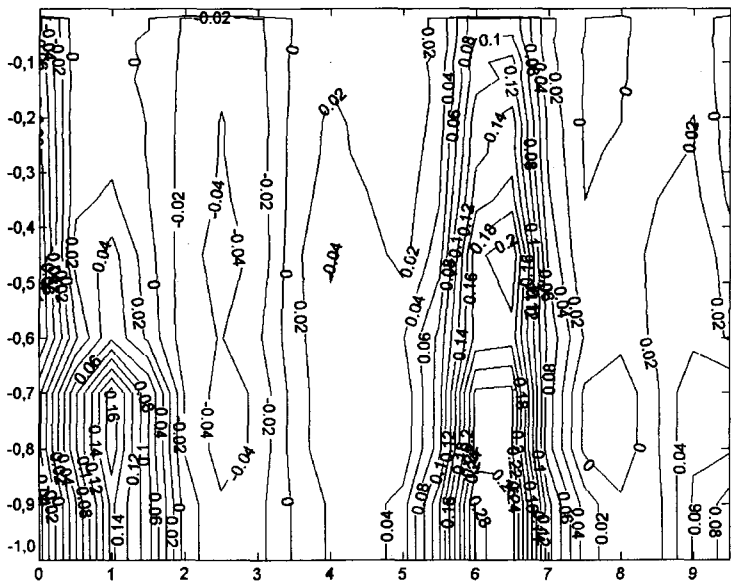


Рис. 3.2.36. Результаты решения ОЛЗГ. Сводный вертикальный разрез АП по линии $Y=4,6$ км (изолинии — в 10^3 кг/м³, расстояния — в 1000 м)

3.3. Решение ОЛЗМ методами простой итерации на трехслойных теоретических моделях

Результаты решений ОЛЗМ и их особенности для трехслойных СБИМ (рис. 3.3.1–3.3.30) для больших, средних и малых глубин существенно не отличаются от соответствующих решений ОЛЗГ (см. рис. 3.3.1–3.3.26), за исключением того, что в некоторых задачах с целью выяснения или проверки некоторых деталей нижняя граница 3-го слоя была взята бесконечной, а в некоторых других задачах граница 2-го и 3-го слоев перенесена с глубины 450 м на глубину 600 м. Поэтому дальше описывать подробно методику и результаты теоретических исследований нет особой надобности и достаточно почти везде ограничиваться сведениями в подписях к рисункам.

Как следует из рис. 3.3.9–3.3.13, при отсутствии погрешностей поля ОЛЗМ решается точно, независимо от соотношения размеров карты поля и физической модели среды, т. е. независимо от требований теорем 1–7.

Как следует из рис. 3.3.14, 3.3.15, при наличии больших погрешностей поля до 100 нТл, ОЛЗМ решается с ошибками, в зависимости от соотношения размеров карты поля и физической модели среды, до 30 отн. ед. Поэтому для ухода от явления возникновения ошибок в решении, при трансформации поля с большими ошибками в ошибки ИН, следует соблюдать условия теорем 1–7.

Из рис. 3.3.16–3.3.20 следует, что при наличии больших погрешностей поля до 100 нТл и соблюдении условий теорем 1–7 ОЛЗМ решается также с

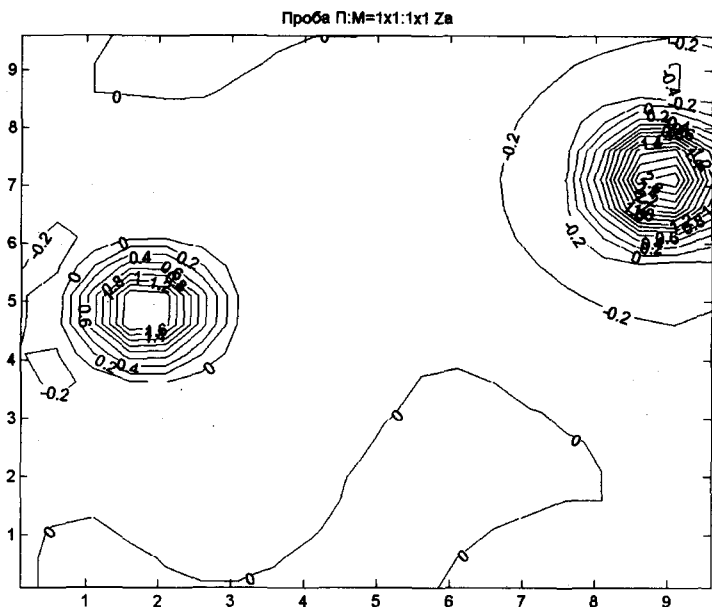


Рис. 3.3.1. Результаты решения ПЗМ для ТМ I с двумя группами (4 и 6) аномальных блоков, расположенных в 1-м слое в пределах глубин 600–1200 м: карта изодинам магнитного поля $Z(x, y)$ (здесь и далее в сотнях нанотесла)

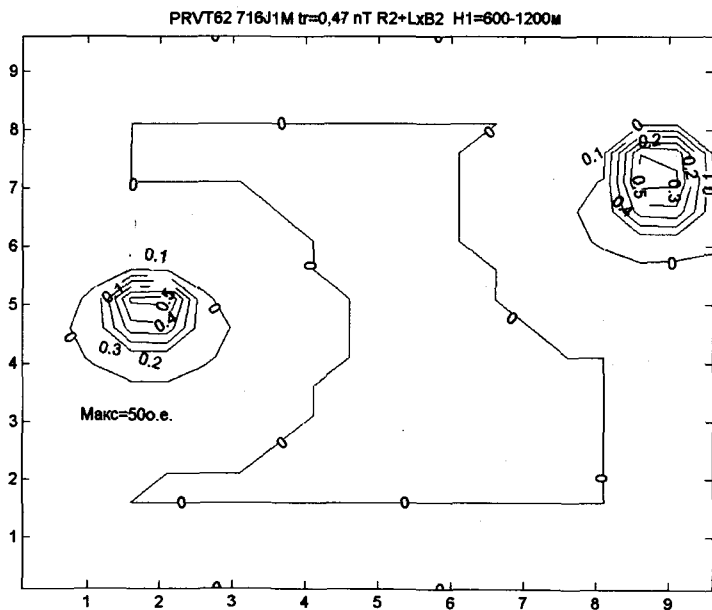


Рис. 3.3.2. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ I: карта ИН 1-го слоя (здесь и далее изолинии обозначены в сотнях относительных единиц (отн. е.), экстремумы – в отн. е.)

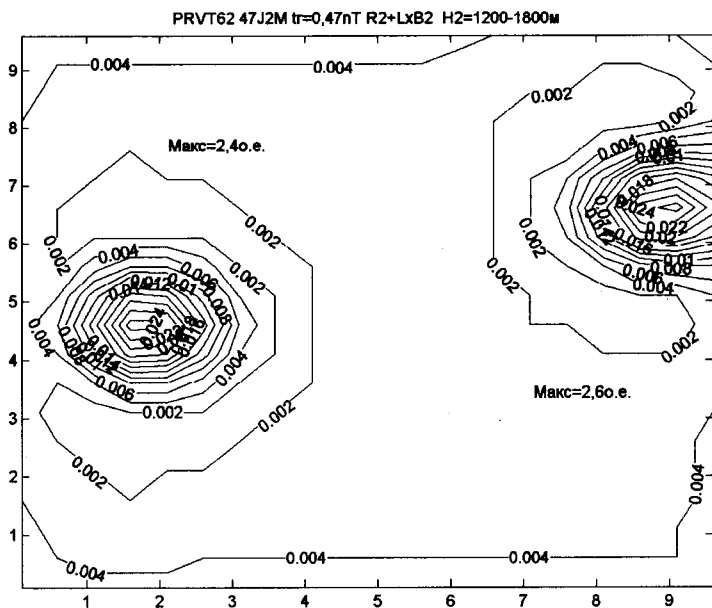


Рис. 3.3.3. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ I: карта ИН 2-го слоя

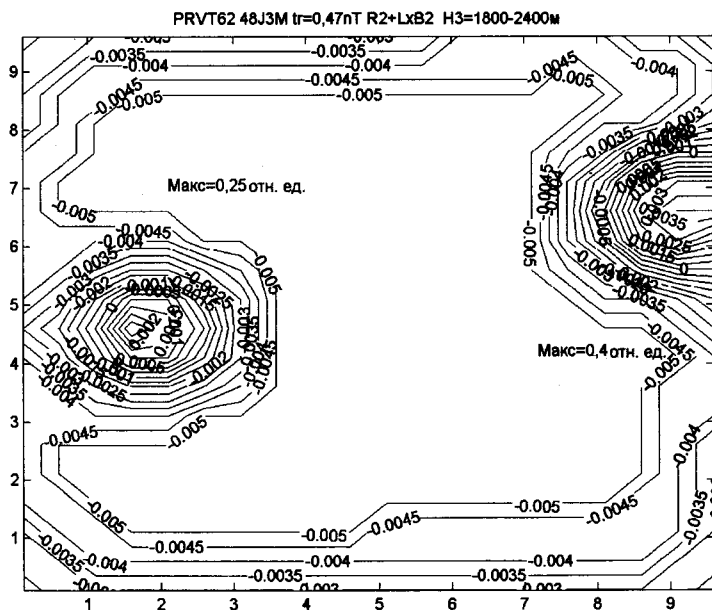


Рис. 3.3.4. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ I: карта ИН 3-го слоя

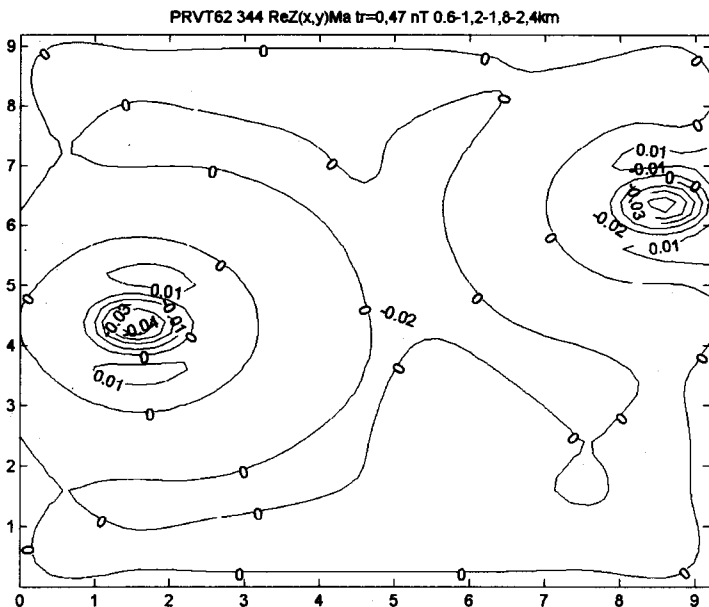


Рис. 3.3.5. Карта остатков поля для ТМ I ($r = 0,47$ нТл) (здесь и далее изолинии остатков поля – в сотнях нанотесла)

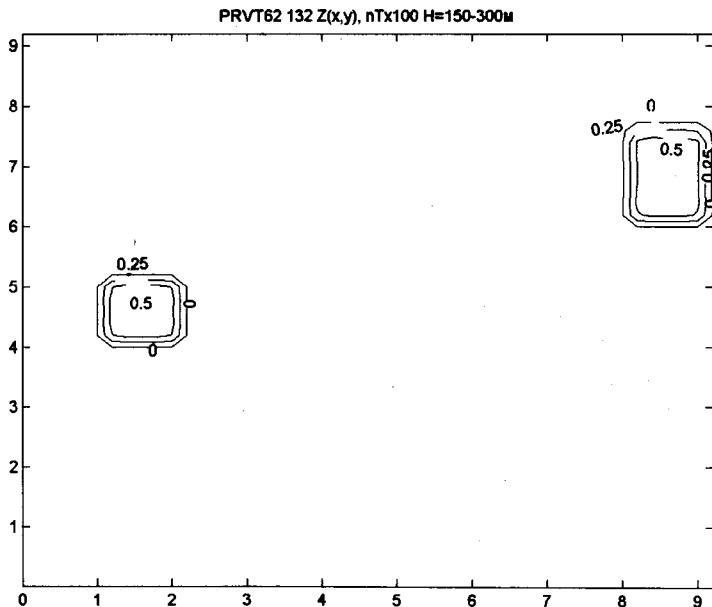


Рис. 3.3.6. Результаты решения ПЗМ для ТМ II с двумя группами (4 и 6) аномальных блоков, расположенных в 1-м слое в пределах глубин 150–300 м: карта изодинам магнитного поля $Z(x, y)$ – в сотнях нанотесла

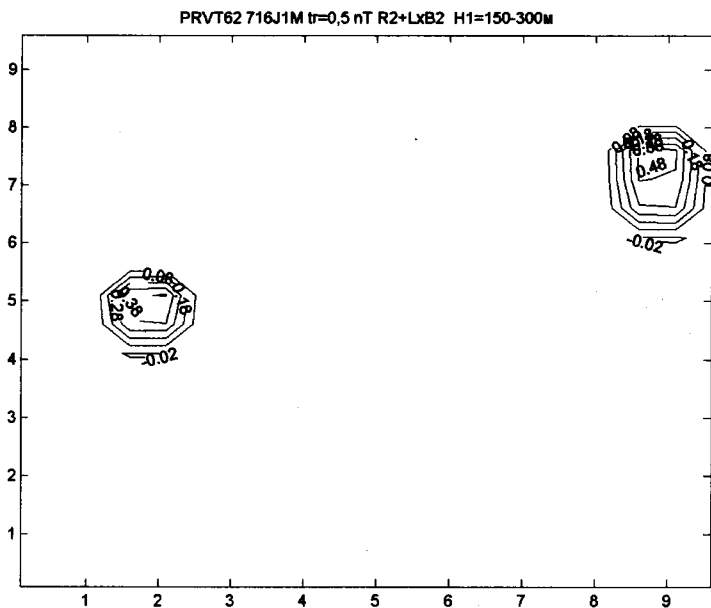


Рис. 3.3.7. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ II: карта ИН 1-го слоя блоков горных пород в сотнях отн. ед.

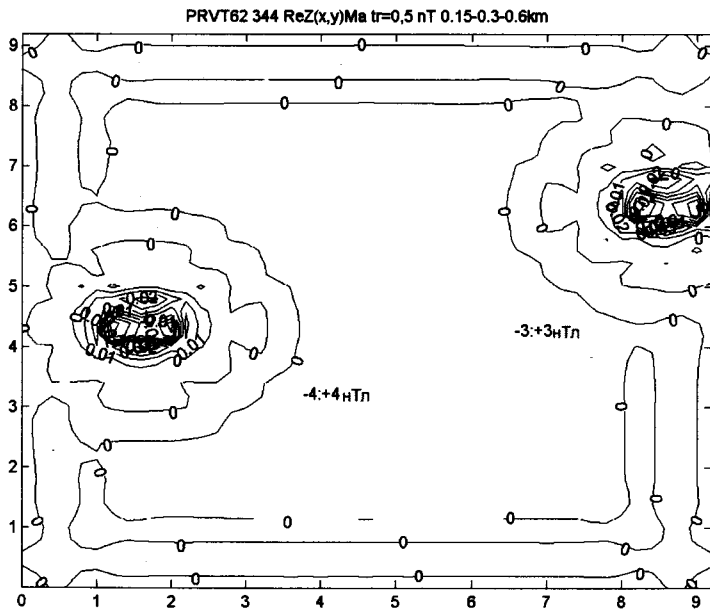


Рис. 3.3.8. Карта остатков поля для ТМ II ($r = 0,5$ нТл)

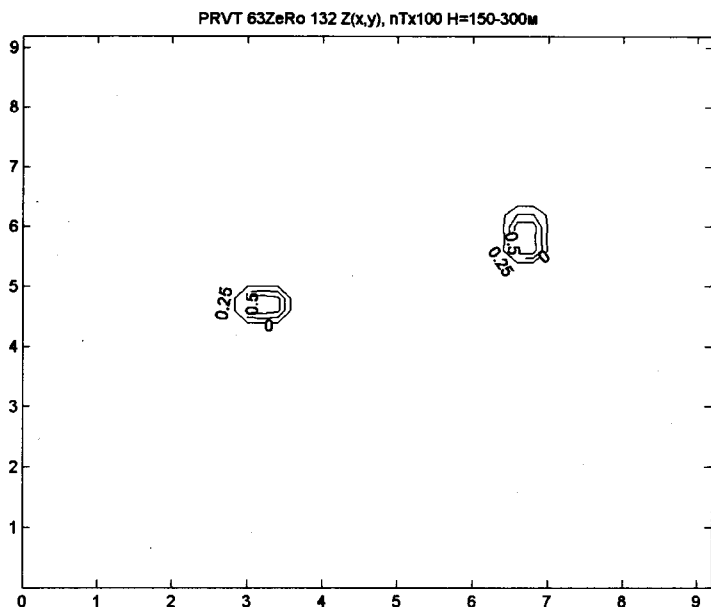


Рис. 3.3.9. Результаты решения ПЗМ для ТМ III с двумя группами (4 и 4) аномальных блоков уменьшенного в 4 раза сечения, расположенных в 1-м слое в пределах глубин 150–300 м: карта изодинам магнитного поля

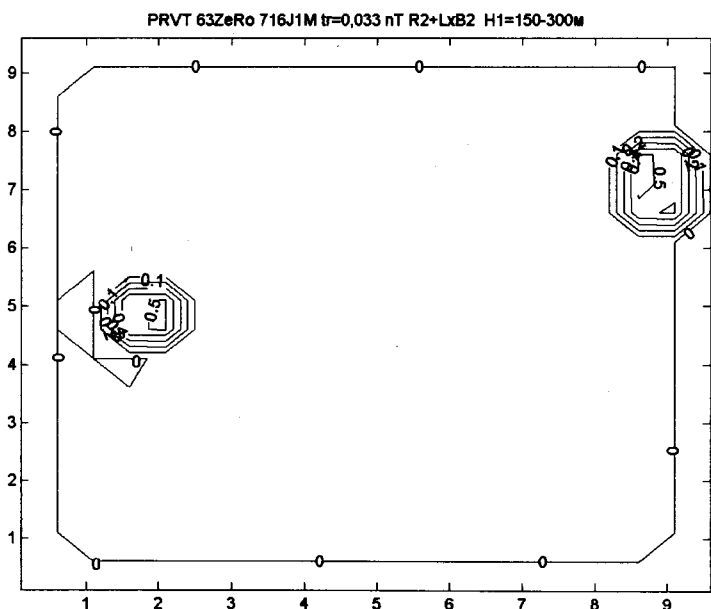


Рис. 3.3.10. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ III: карта ИН 1-го слоя (горизонтальные расстояния: в 1 ед. — 500 м)

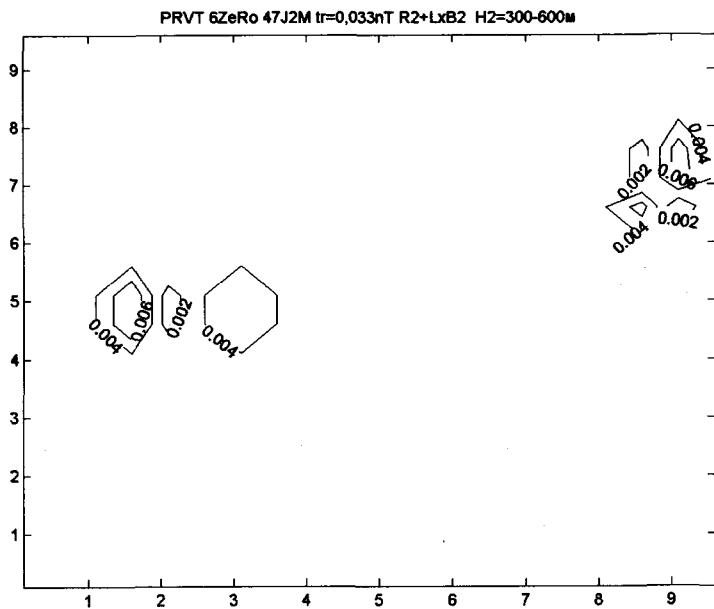


Рис. 3.3.11. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ III: карта ИН 2-го слоя (горизонтальные расстояния: в 1 ед. — 500 м)

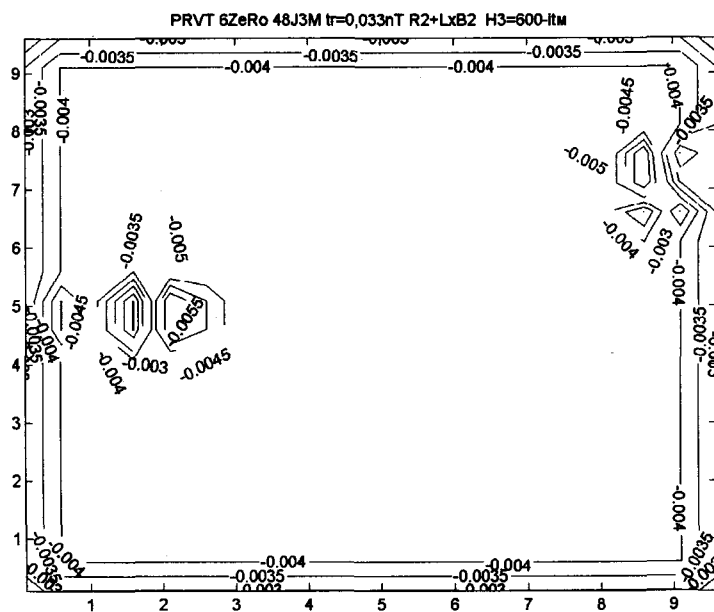


Рис. 3.3.12. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ III: карта ИН 3-го слоя (горизонтальные расстояния: в 1 ед. — 500 м)

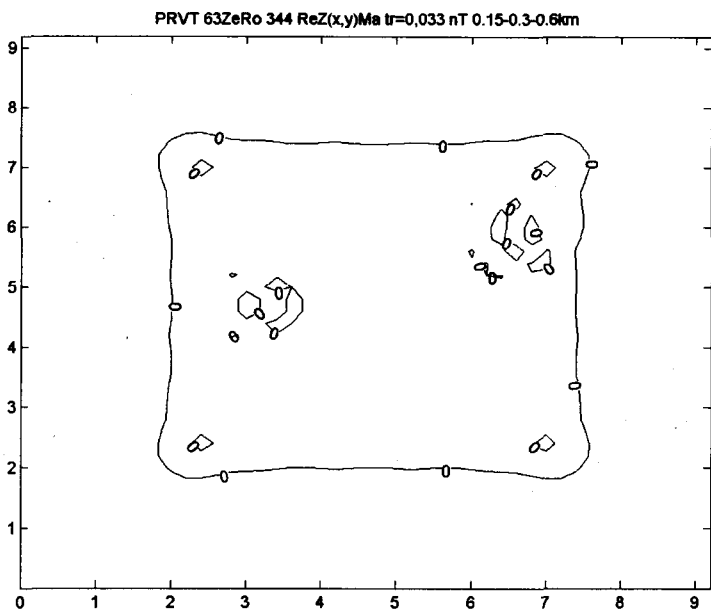


Рис. 3.3.13. Карта остатков поля для ТМ III ($r = 0,033$ нТл)

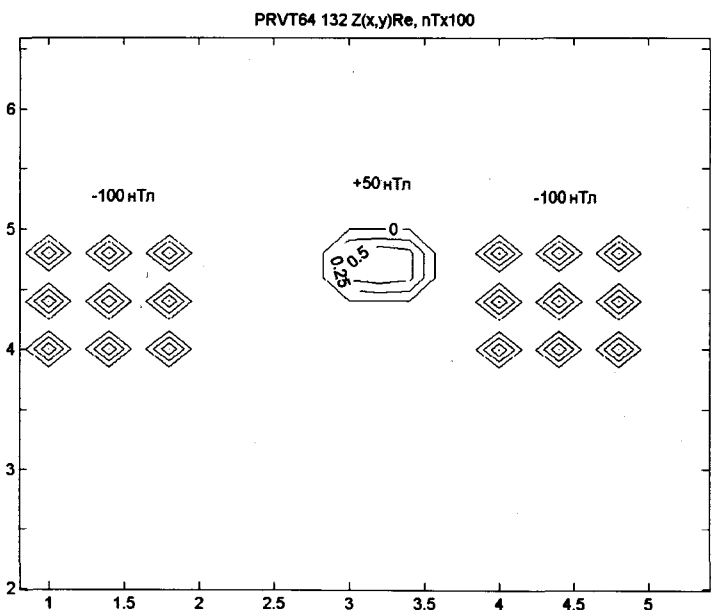


Рис. 3.3.14. Результаты решения ПЗМ для ТМ IV с двумя группами (4 и 4) аномальных блоков, расположенных в 1-м слое в пределах глубин 150–300 м: карта изодинам магнитного поля, осложненного групповыми дискретными помехами одного знака в каждой из трех групп (по 9 точек в каждой группе, интенсивностью по модулю – 100 нТл в каждой точке)

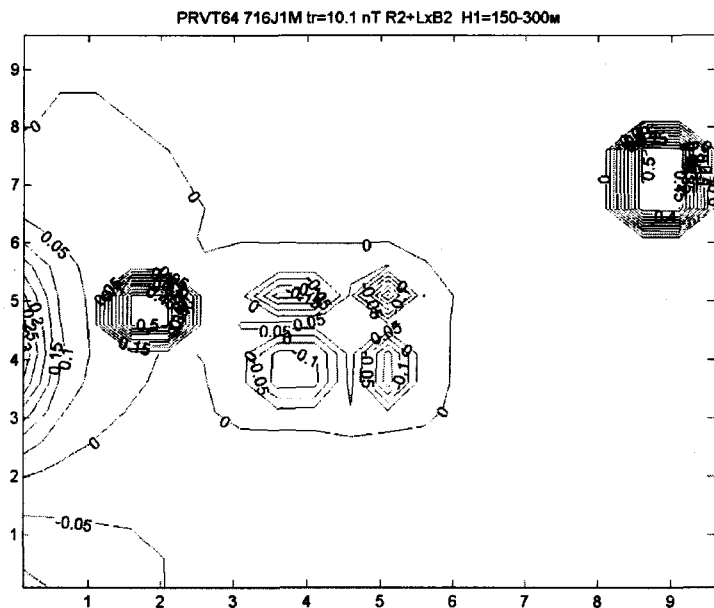


Рис. 3.3.15. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ IV: карта ИН 1-го слоя (здесь и далее изолинии ИН – в сотнях отн. ед., расстояния: в 1 ед. – 1000 м)

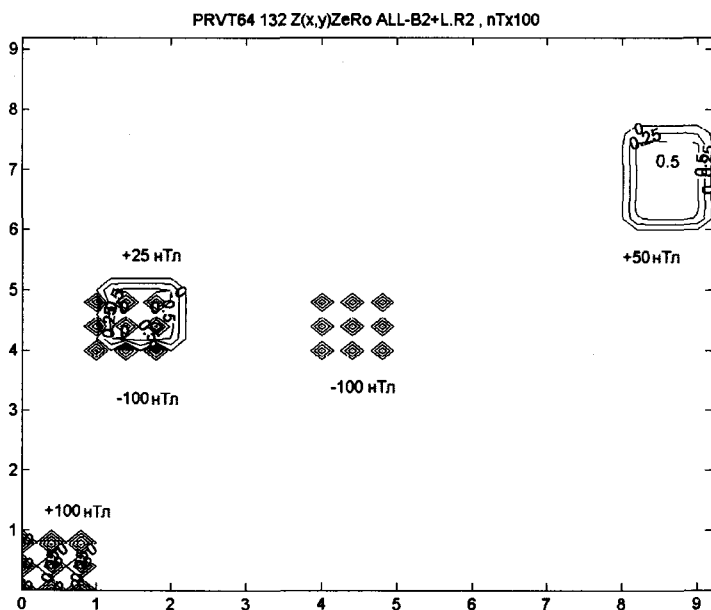


Рис. 3.3.16. Результаты решения ПЗМ для ТМ V с двумя группами (4 и 4) аномальных блоков, расположенных в 1-м слое в пределах глубин 150–300 м: карта изодинам магнитного поля, осложненного групповыми дискретными помехами (см. рис. 3.3.14)

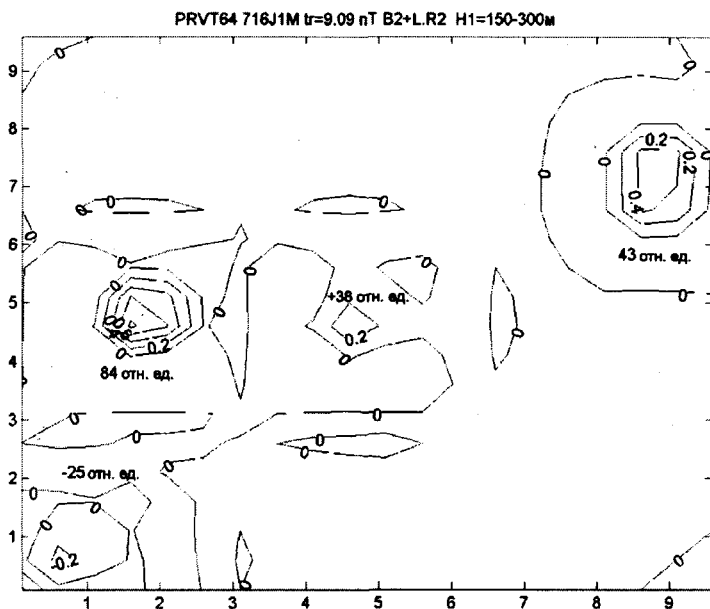


Рис. 3.3.17. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ V методом Ма4: карта ИН 1-го слоя

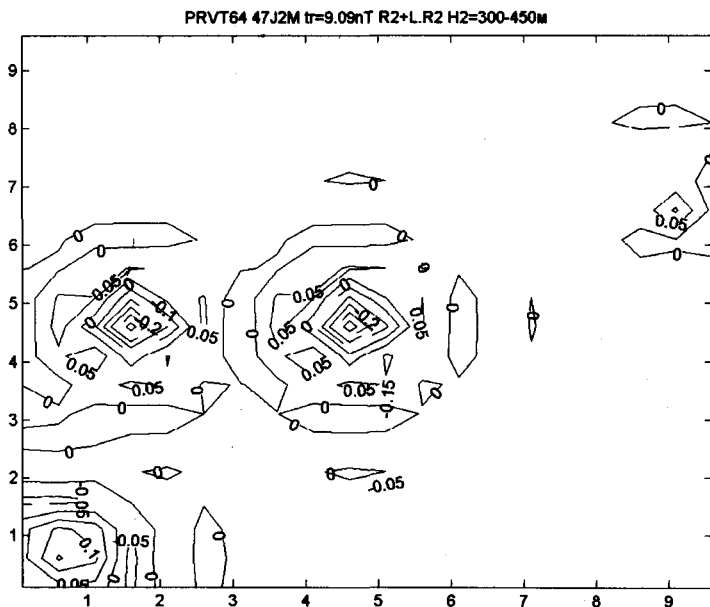


Рис. 3.3.18. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ V: карта ИН 2-го слоя

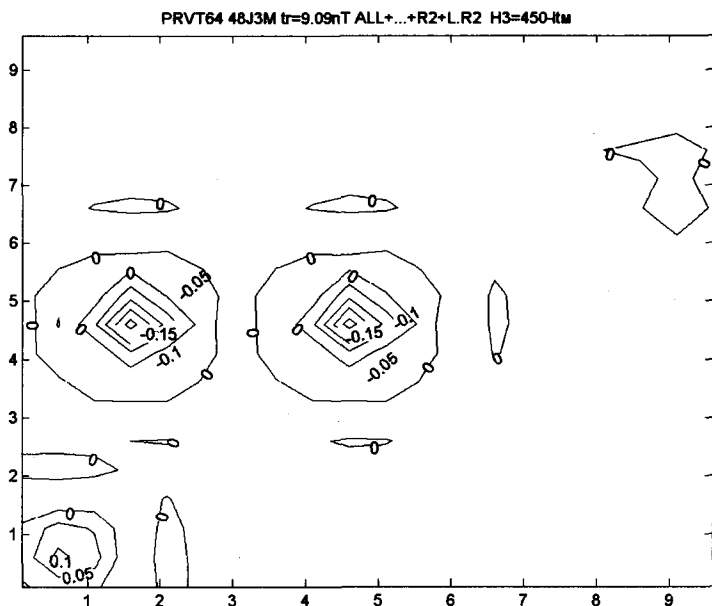


Рис. 3.3.19. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ V: карта ИН 3-го слоя

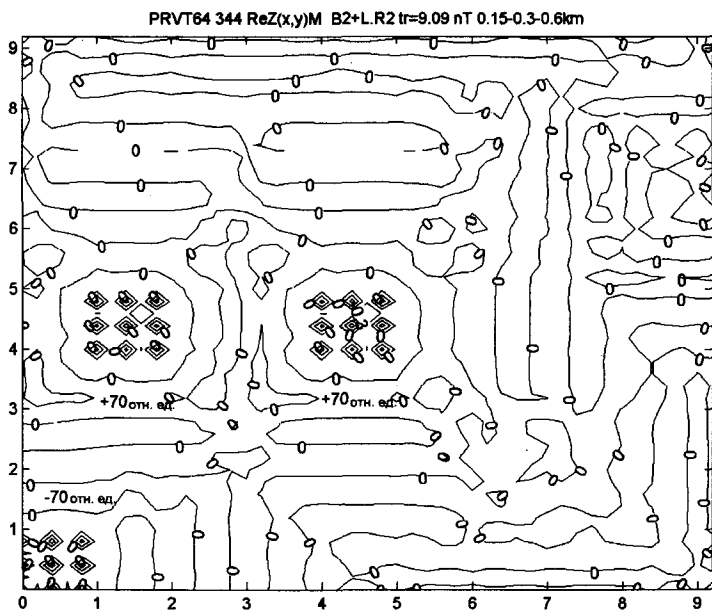


Рис. 3.3.20. Решение ОЛЗМ для ТМ V методом Ма4: карта остатков поля для трех-слойной модели (среднеквадратичное отклонение 9,09 нТл)

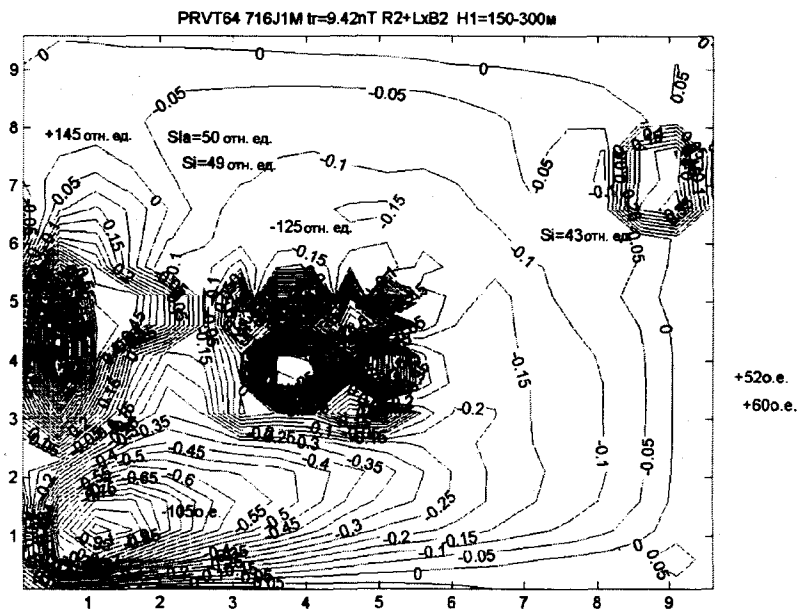


Рис. 3.3.21. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ V методом МаЗ: карта ИН 1-го слоя

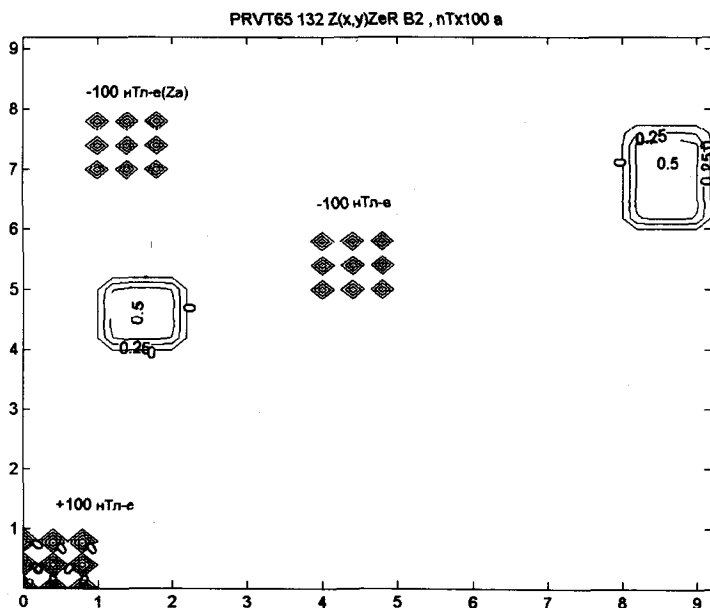


Рис. 3.3.22. Результаты решения ПЗМ для ТМ VI с двумя группами (4 и 4) аномальных блоков, осложненного групповыми дискретными помехами

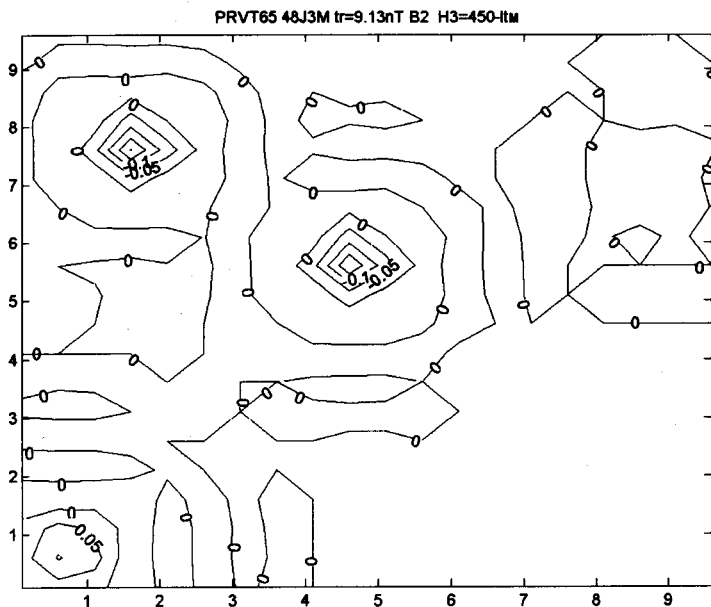


Рис. 3.3.25. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ VI: карта ИН 3-го слоя

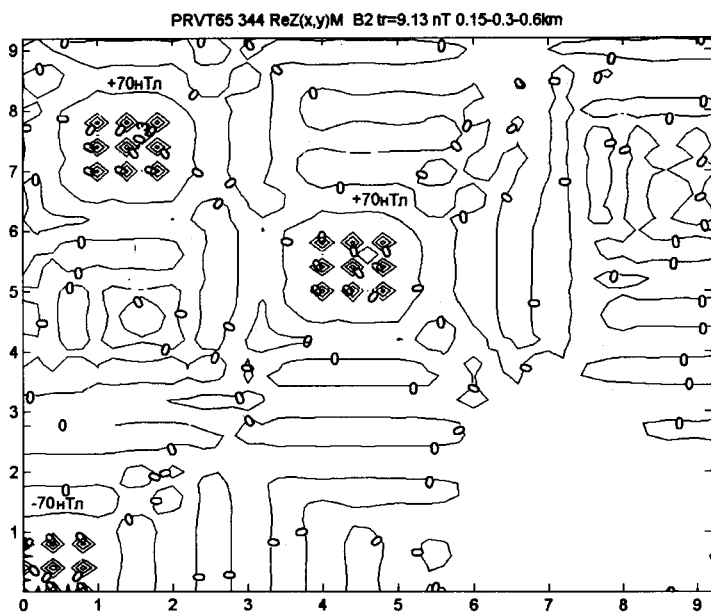


Рис. 3.3.26. Решение ОЛЗМ для ТМ VI методом Ма2: карта остатков поля для трех-слойной модели (среднеквадратичное отклонение 9,13 нТл)

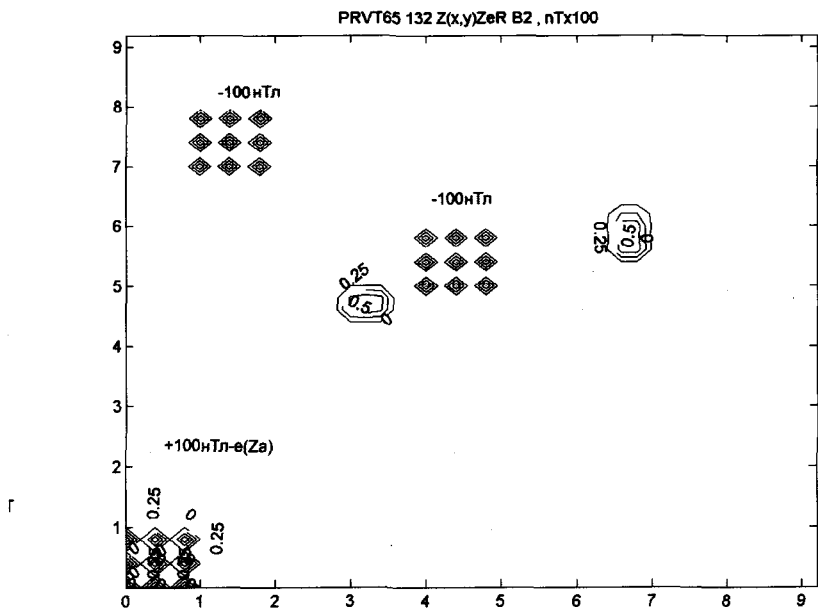


Рис. 3.3.27. Результаты решения ПЗМ для ТМ VII с двумя группами (4 и 4) аномальных блоков, осложненного групповыми дискретными помехами

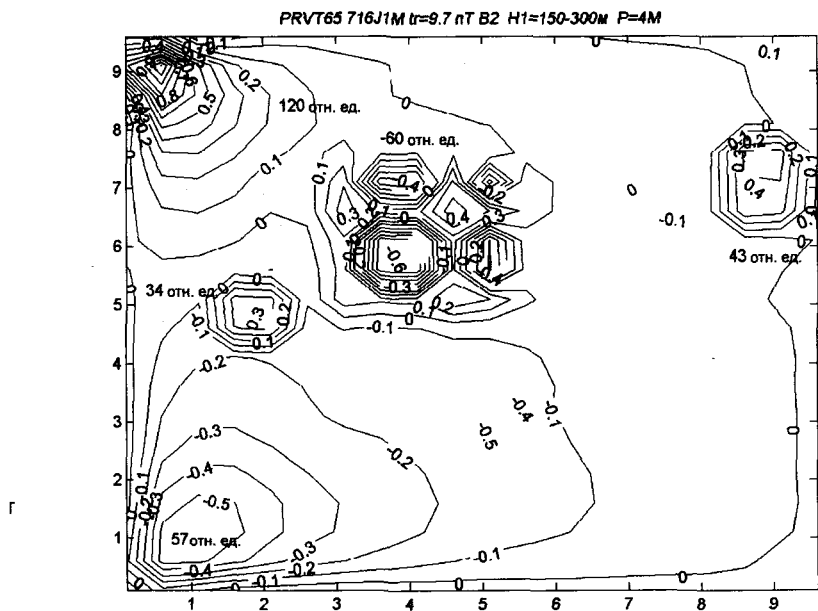


Рис. 3.3.28. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ VII: карта ИН 1-го слоя

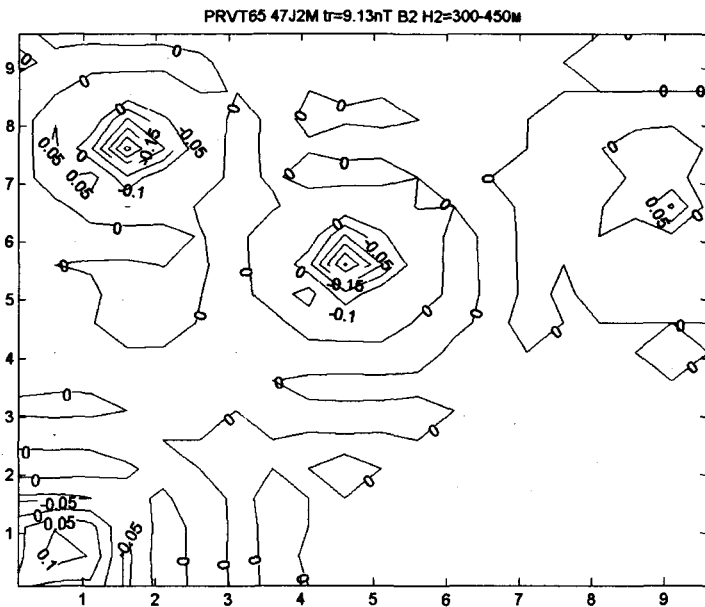


Рис. 3.3.29. Результаты решения ОЛЗМ для ТМ VII: карта ИН 2-го слоя

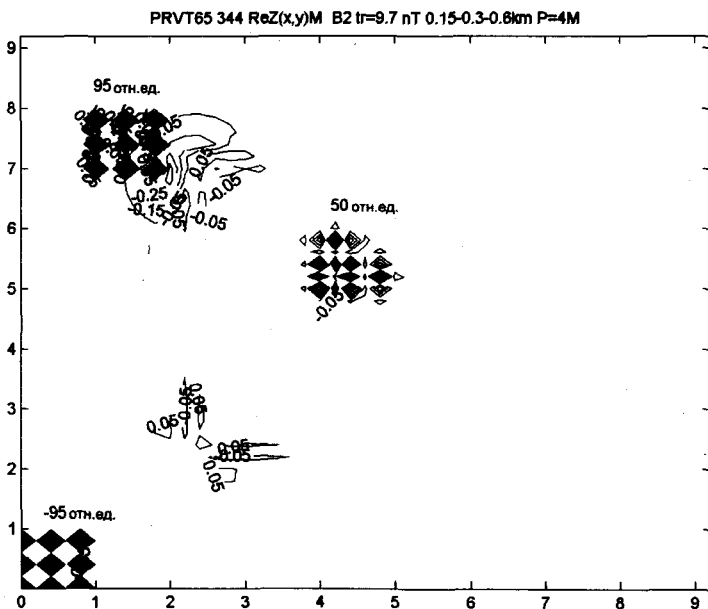


Рис. 3.3.30. Решение ОЛЗМ для ТМ VII методом Ма2: карта остатков поля для трехслойной модели (среднеквадратичное отклонение 9,70 нТл)

ошибками до 30–40 отн. ед., но только под точками поля с помехами. В более глубоких слоях ошибки ИН блоков несколько уменьшены до 25 и 20 отн. ед. соответственно. Однако 70 % погрешностей (рис. 3.3.20) все-таки уходят в остатки поля, не превращаясь в ИН.

Выше рассмотрен метод минимизации поправки к ИН при условии минимума невязки магнитного поля. Однако можно взять функционал минимума невязки поля при обеспечении минимума поправки к ИН. Из рис. 3.3.21 следует, что условная минимизация невязки (метод Ма3) дает в 3–5 раз большие погрешности для физического параметра в решении ОЛЗМ, чем условная минимизация поправки (метод Ма4, см. рис. 3.3.17). Ошибки ИН достигают 105–145 отн. ед. Здесь скорее всего следует воздержаться от применения метода Ма3 в пользу применения метода Ма4.

И наконец, рассмотрим два примера, чтобы сравнить между собой результаты. Для этого возьмем поле от модели, приведенной на рис. 3.3.14 и 3.3.16, с несколько иным расположением трех групп точек с помехами поля 100 нТл (рис. 3.3.22, ТМ VI). В первом примере трехслойная СБИМ принадлежит к классу M_p : сеть измерений поля 200×200 м, размеры блоков 1-го слоя 475×475×150 м при глубине до него 150 м. Решение ОЛЗМ выполнено методом простой итерации Ма2 ($B_x^2 = \min$) (рис. 3.3.22–3.3.26).

Во втором примере магнитное поле отличается от поля модели, приведенной на рис. 3.3.22, только тем, что сеть измерений поля выбрана в 2 раза большей: 400×400 м (рис. 3.3.27). В этом примере трехслойная СБИМ к классу M_p не принадлежит. Решение ОЛЗМ выполнено методом Ма2 ($B_x^2 = \min$) (рис. 3.3.28–3.3.30). Из сравнения решений следует, что ошибки ИН за счет помех поля в 2–4 раза больше, недовосстановление ИН в 2–3 раза ниже, эквивалентное перераспределение ИН во 2-й и 3-й слои в 2 раза выше, а преобразование погрешностей поля почти в 2 раза выше, если СБИМ $\in M_p$.

Таким образом, использование СБИМ, принадлежащих к классу M_p , даже в самых неблагоприятных случаях группового распределении помех поля, позволяет значительно повысить устойчивость и геологическую содержательность решений некорректно заданных ОЛЗМ.

3.4. Применение решений ОЛЗМ методами простой итерации на двух- и трехслойных теоретических моделях для интерпретации измеренных полей

Возьмем на Гуровской площади Западного Кривбасса часть карты измеренного магнитного поля [76] на участке 2×4 км в пределах пикетов 46–86 на всех профилях (рис. 3.4.1, а) и часть той же карты (рис. 3.4.1, б) таких же размеров в пределах пикетов 56–96). Перекрытие двух карт составляет 75 %. Сразу заметим, что на всех картах чем гуще изолинии, тем выше интенсивность поля или другого параметра, чего для качественных оценок результатов количественной интерпретации вполне достаточно. Там, где необходимы более точные сведения, будем использовать разрежение изолиний или рядом писать экстремальные значения параметра. Выполним решение ОЛЗМ для каждой карты поля и сравним решение ОЛЗМ для каждого слоя в пределах их общин частей [62, 72]. Как следует из сравнения решений для 2-го слоя по основной (рис. 3.4.2, а) и перекрывающей (рис. 3.4.2, б) картам, почти повсеместно совпадают основные магнитные объекты и даже изолинии.

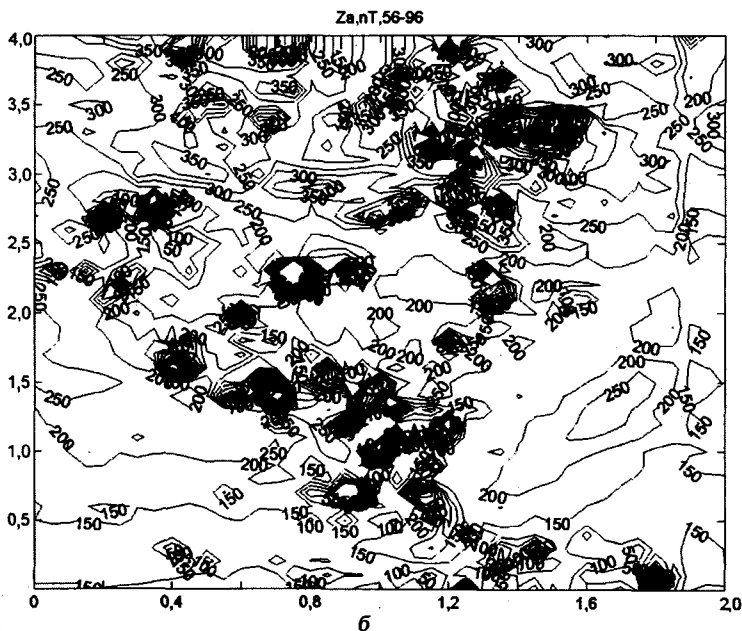
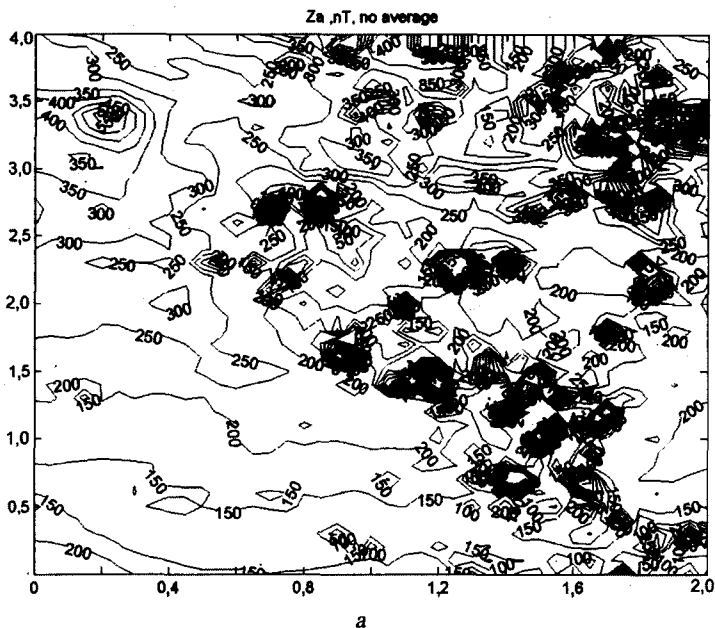


Рис. 3.4.1. Карты магнитного поля: а – основная; б – перекрывающая

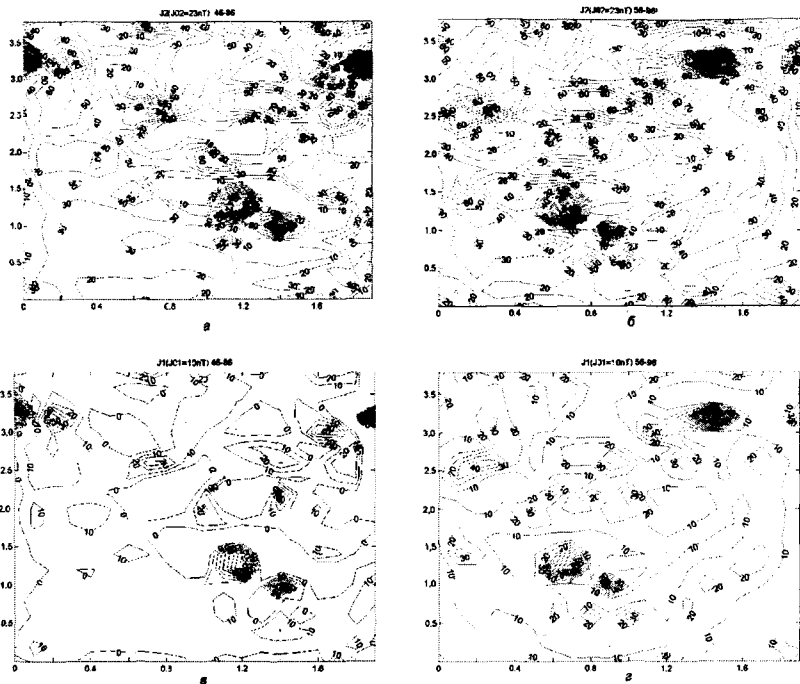


Рис. 3.4.2. Решение ОЛЗМ по двум картам поля: а, б — для 2-го слоя; в, г — для 1-го слоя

Из сравнения решений для 1-го слоя по основной (рис. 3.4.2, в) и перекрывающей (рис. 3.4.2, г) картам также следует, что почти повсеместно совпадают основные магнитные объекты любой интенсивности по максимальным значениям, размерам, форме контуров и даже по количеству объектов в группах. Это свидетельствует о том, что интерпретация выполнена достоверно, а сам метод простой итерации с критерием оптимизации по поправке к ИН дает устойчивые и геологически содержательные решения.

Аналогично методом простой итерации Ма2 выполнены решения ОЛЗМ по формулам трехкомпонентного разложения вектора ИН [74, 75]. Как следует из рис. 3.4.3, б и 3.4.4, б, вертикальная компонента J_z совпадает по максимумам (до 60–100 нТл), группам максимумов и размерам объектов. Горизонтальные компоненты вектора ИН совпадают по положению экстремумов, их знаку, группам объектов и их размерам (рис. 3.4.3, в и 3.4.4, в; рис. 3.4.3, г и 3.4.4, г). Довольно точно попарно сходятся по многим деталям не только карты полного вектора ИН (рис. 3.4.3, а и 3.4.4, а), но и карты его проекций на оси координат.

Методом простой итерации М1 для карты магнитного поля, измеренного на Гуровском участке Украинского щита (рис. 3.4.5), решалась обратная задача трехслойной моделью с 800 блоками в каждом слое по сетке 40×20 блоков с горизонтальными размерами 85×200 м. Сеть измерений поля 50×100 м. ОЛЗМ решается устойчиво для любого слоя (рис. 3.4.6–3.4.8) в несколько этапов, даже с изменением СБИМ. Например, на карте остатков

поля (рис. 3.4.9) после решения ОЛЗМ для модели с тремя слоями блоков по 1200 блоков в каждом [62, 76–79] выделенные магнитные тела соответствуют распределению магнитного поля. Точность его восстановления очень высокая и почти по всей карте составляет 5–10 нТл, но лишь в высокоградиентных зонах наблюдаются отдельные пиковые невязки. Ряд локальных изометричных интенсивных аномалий магнитного поля (рис. 3.4.5, 3.4.6) обусловлен приповерхностными поднятиями мигматитов, содержащих магнетит, на 30–40 м ближе к земной поверхности, чем общий уровень поверхности кристаллического фундамента на глубинах 50–80 м. Многие из этих поднятий обнаружены в отдельных точках скважинами, а их форма и размеры определены в результате решения ОНЗМ. Вместе с тем решением ОНЗМ выявлены и другие поднятия кристаллического фундамента, не установленные бурением, а также отдельные тела средних, основных и ультраосновных пород (диоритов, габбро-диоритов, габбро, вторичных амфиболитов), железных руд, железистых роговиков и кварцитов. Несмотря на сильную изрезанность неосредненного магнитного поля (в соседних точках поле меняется от +1500 до –1000 нТл), ОЛЗМ решается устойчиво, а конфигурация полученных в решении объектов позволяет идентифицировать их с геологическими телами и структурами после разрежения изолиний, детализации или укрупнения рисунков. Таким образом, для магнитного поля практические задачи решаются с применением двух- или трехслойных СБИМ (см. приложения В, Е).

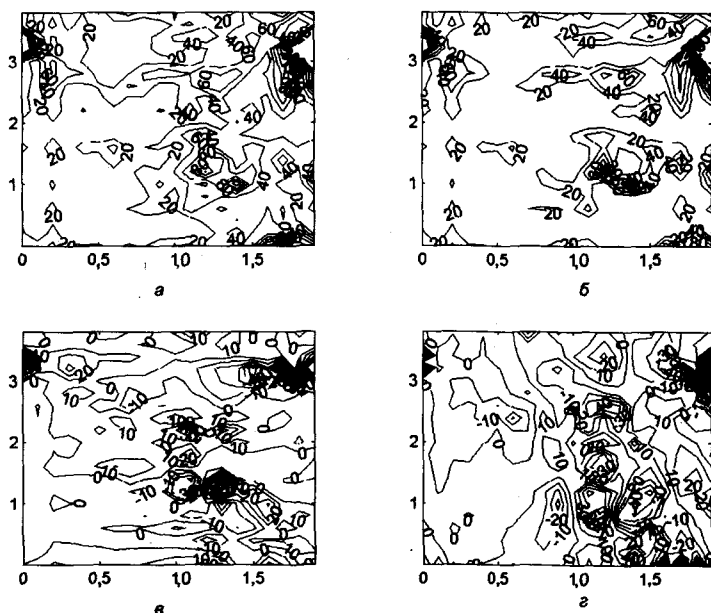


Рис. 3.4.3. Результаты трехкомпонентного решения ОЛЗМ по основной карте поля: а – карта полного вектора интенсивности намагничивания J_p сеточных блоков горных пород СБИМ; б – карта J_x ; в – карта J_y ; г – карта J_z .

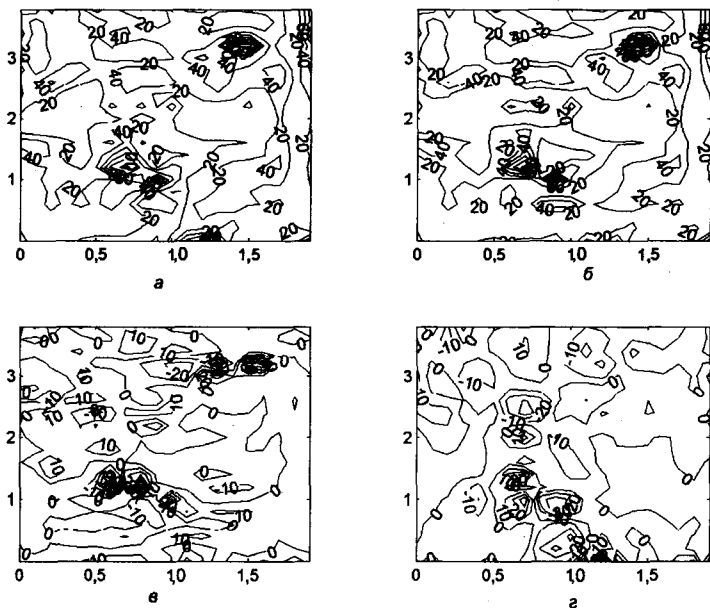


Рис. 3.4.4. Результаты трехкомпонентного решения ОЛЗМ по перекрывающей карте поля: а – карта J_x сеточных блоков горных пород СБИМ; б – карта J_y ; в – карта J_z ; г – карта J_r .

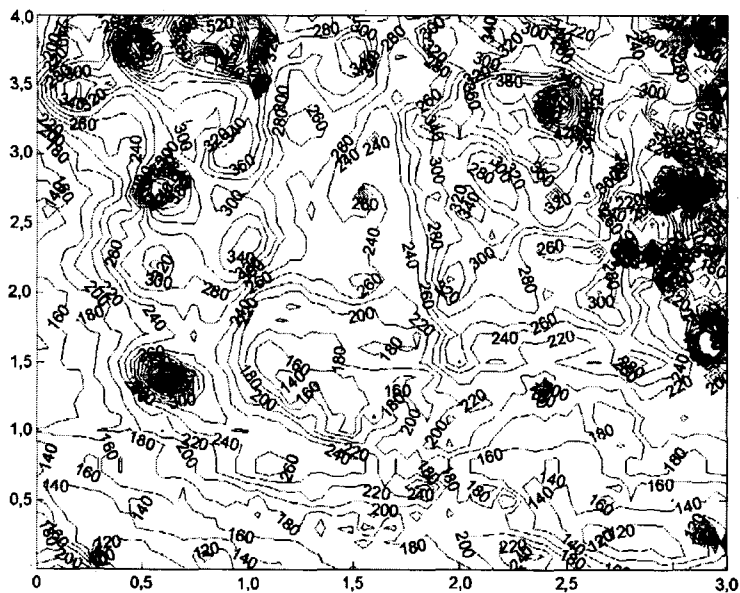


Рис. 3.4.5. Фрагмент карты магнитного поля Гуровского участка Украинского щита (здесь и далее линии изодинамы – в нанотесла, расстояния – в 10^3 м)

Ja 1-0 sloy 3x800 blocks 0.2x0.085km

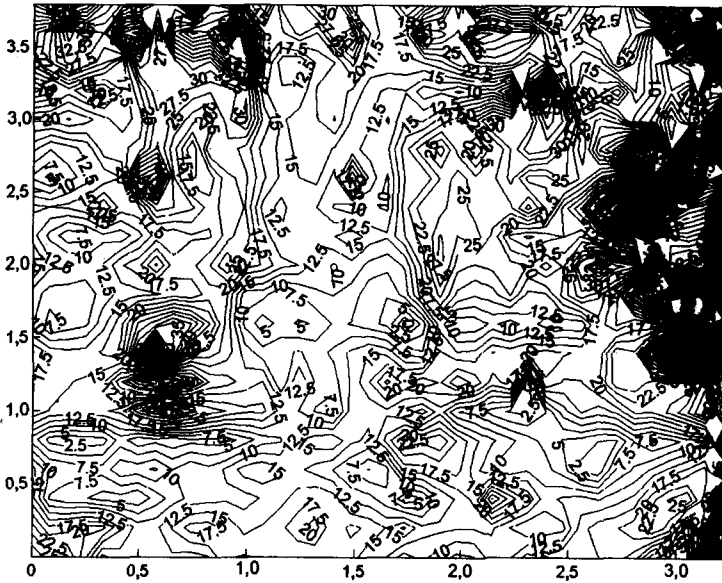


Рис. 3.4.6. Результаты решения ОЛЗМ фильтрационным методом прямой итерации: карта ИН полуокисленных горных пород 1-го магнитоактивного слоя (здесь и далее изолинии – в относительных единицах намагничивания – отн. ед.)

Ja 2-1 sloy 3x800 blocks 0.2x0.085km

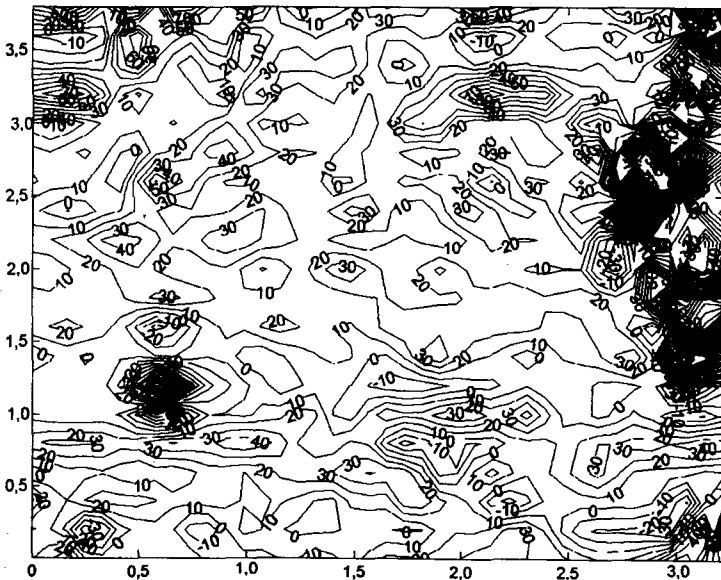


Рис. 3.4.7. Результаты решения ОЛЗМ фильтрационным методом простой итерации: карта ИН горных пород 2-го магнитоактивного слоя

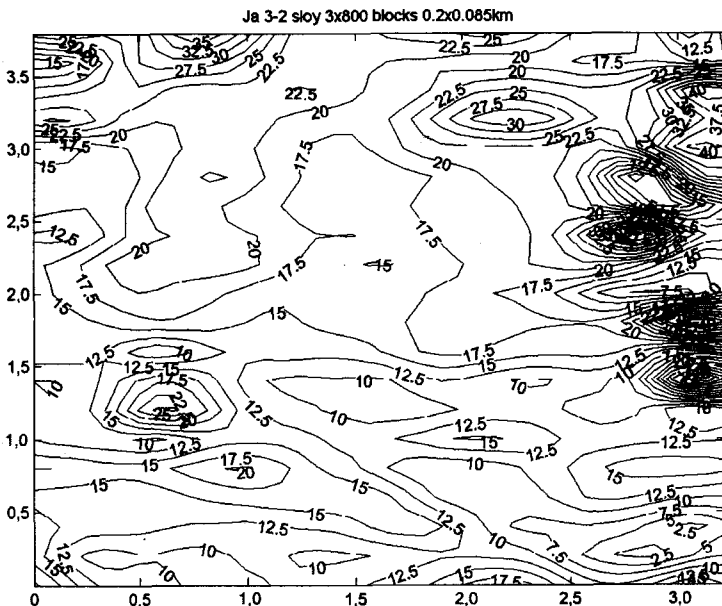


Рис. 3.4.8. Результаты решения ОЛЗМ фильтрационным методом простой итерации: карта ИН горных пород 3-го магнитоактивного слоя

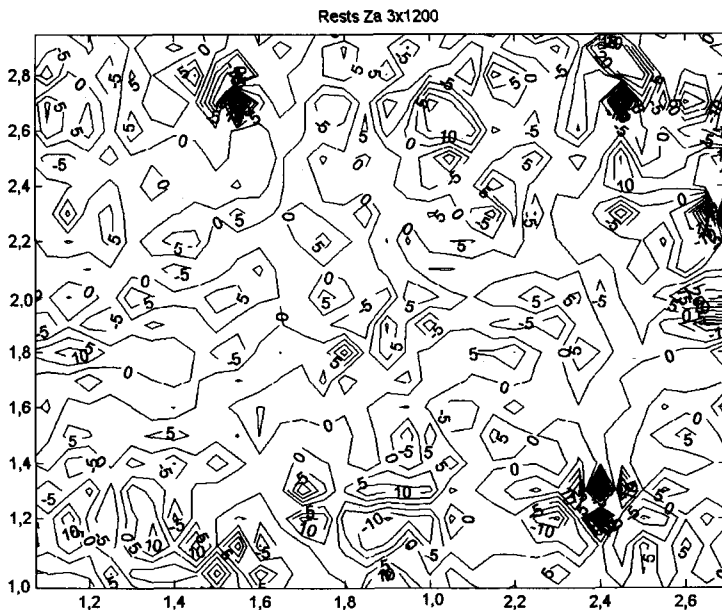


Рис. 3.4.9. Результаты решения ОЛЗМ фильтрационным методом простой итерации: карта остатков магнитного поля (невязок) после решения обратной задачи (здесь и далее изолинии невязок — в нанотесла)

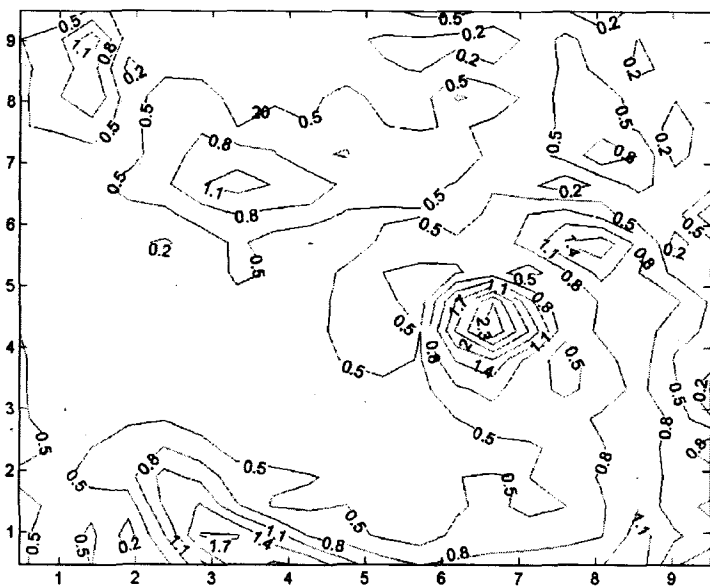


Рис. 3.4.10. Решение ОЛЗМ для 2-го слоя СБИМ: карта ИН (изолинии — в сотнях отн. ед.

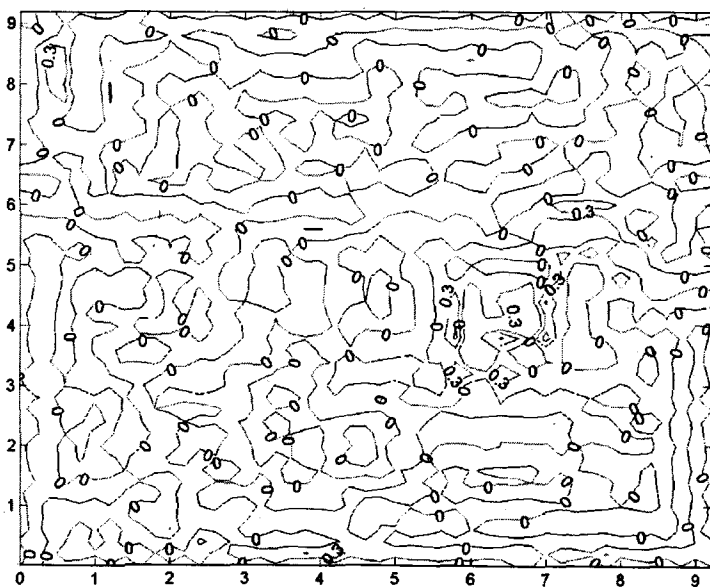


Рис. 3.4.11. Решение ОЛЗМ: карта остатков поля (изолинии — в сотнях нанотесла)

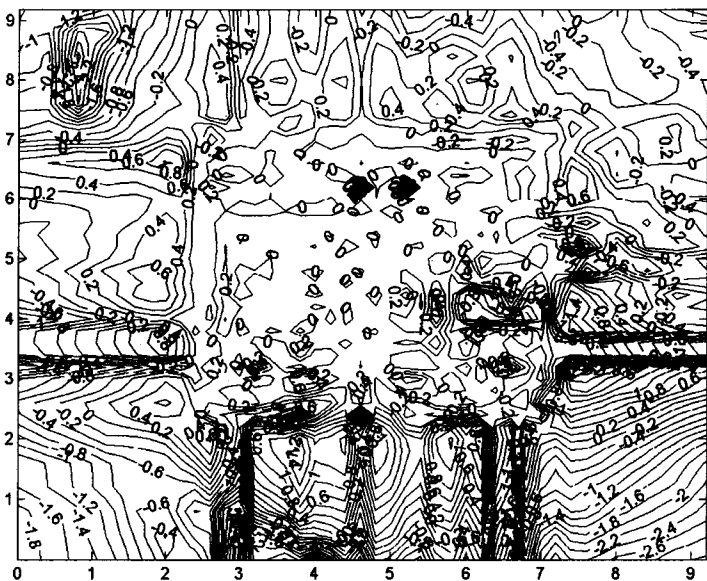


Рис. 3.4.12. Карта остатков поля для СБИМ с уменьшенными в 2×2 раза блоками, расположенными в центральной части карты в пределах от 2 до 7 км с севера на юг и с запада на восток

Поскольку решение ОЛЗМ сильно устойчивое, после снятия влияния верхнего слоя, остаточная аномалия интерпретируется снова по двух- или трехслойной СБИМ, затем из модели удаляется верхний слой, а оставшийся массив и новое остаточное поле снова преобразуются в новую СБИМ, для которой тоже выполняется решение ОЛЗМ, и т. д.

Приведем еще один пример решения ОЛЗМ по магнитному полю для участка, приведенного в главе 3 (см. рис. 3.2.23–3.2.26). Решение ОЛЗМ, выполненное методом Ма2 для 2-го слоя модели (рис. 3.4.10), повторяет все детали магнитного поля [62, 86, 88]. Решение не только устойчивое, но и выполнено с большой степенью восстановления поля, о чем свидетельствуют малые остатки поля (рис. 3.4.11), которые только в 4 точках превышают уровень помех 30 нТл.

Решена также ОЛЗМ для СБИМ $\notin M_p$. Как следует из рис. 3.4.12, карта остатков поля некорректной модели [62, 63] не имеет ничего общего с картой остатков поля корректной модели (см. рис. 3.4.11). В области над блоками модели (в центре карты, рис. 3.4.12) остатки поля почти везде не превышают 20 нТл, но имеется и ряд интенсивных локальных аномалий. Кроме того, на большей части карты (по ее периферии) остатки поля очень высокие, а само решение ОЛЗМ (здесь не показано) геологически несодержательное и неустойчивое.

Таким образом, как и в гравиметрии, для устойчивого решения ОЛЗМ требуется, чтобы СБИМ $\in M_p$.

Приведенные в данной главе примеры наглядно иллюстрируют возможность получения устойчивых и геологически содержательных решений обратных задач, полезных для применения в практике геологических исследований в рудных районах.

ФИЛЬТРАЦИОННЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД УСТОЙЧИВОГО РЕШЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ОНЗГ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЛУБИНЫ РАСПОЛОЖЕНИЯ АНОМАЛЬНЫХ ТЕЛ

Большое количество методов простой итерации с критериями для минимальных поправок являются строго фильтрационными, но с критериями для минимальных невязок при определенном уровне погрешностей они идентифицируют как поле, так и аномальную плотность с точностью до постоянного уровня [64, 65, 69, 73, 76, 77, 80–84, 86, 87, 90–92]. В методах идентификации они сводятся практически к идентификации АП при дополнительных условиях, т. е. к методам условной оптимизации.

Следовательно, практически все рассмотренные методы осуществляют фильтрацию ошибок поля при необходимой степени его восстановления, поскольку при достижении меньшей среднеквадратичной невязки поля (СКНП) РИ уже не соответствует реальному распределению АП. Однако, например, метод ПИ с критерием по МСК поправок к плотности без дополнительных условий не позволяет это делать, так как сходящийся итерационный процесс (СИП) сводится к равенству нулю критерия суммы квадратов всех поправок, что означает выход на постоянное значение среднеквадратичной поправки. Дальше продолжать итерационный процесс нет смысла. Следует заметить, что при рассмотрении выше вопросов продолжения СИП предполагалось установить: имеет место глобальный минимум функционала по поправкам при МСК невязок или найден минимум функционала для конкретного набора невязок, определяемых, например, выбором постоянного фона аномального поля.

Для разрешения этого вопроса и разработаны два метода условной оптимизации: минимум критерия поправок при минимуме критерия невязок и, наоборот, минимум критерия невязок при минимуме критерия поправок [86–92]. Другие методы являются практически средством контроля решений обратных задач, полученных основными методами: прямой итерации безусловной и условной оптимизации. Однако есть и другие методы решения обратных задач, например, метод одновременного решения нелинейной ОЗ для определения глубины до блоков СБИМ и линейной ОЗ для определения их АП. Более того, при отсутствии априорных данных, хотя бы для небольшой части блоков по скважинным, сейсмическим или электроразведочным измерениям, в качестве таковых возможно использовать непосредственное погружение в геологическую среду и в измеренное поле возмущающих блоков с известными геометрическими и физическими параметрами (АП и ИН). В приложениях Д и Е приведены примеры определения глубин по гравитационному и магнитному полям.

4.1. Метод простой итерации для глубины до блоков геологической среды

По аналогии с поправкой $B_{i,n}$ для плотности $\sigma_{i,n}$ построим поправку $C_{i,n}$ для глубины $h_{i,n}$ до верхней кромки полубесконечного вертикального блока (призмы, прямоугольного параллелепипеда) в виде

$$C_{i,n} = \sum_j b_{j,r_{j,n}} / \lambda_{1j} \lambda_{1j}, \quad D_{i,n} = \sum_j c_{j,r_{j,n}} / \lambda_{2j} \lambda_{2j} \text{ и т. д.}, \quad (4.1)$$

где $b_{j,n} = (a_{ij,n})'_z$; $c_{j,n} = (b_{ij,n})'_z$ и т. д.; $a_{ij,n}$, $b_{ij,n}$, $c_{ij,n}$ — элементы МРПЗГ на n -й итерации;

$$\lambda_{1,i} = \sum_j |b_{i,j}|; \quad \lambda_{1,j} = \sum_i |b_{i,j}|; \quad \lambda_{2,i} = \sum_j |c_{i,j}|; \quad \lambda_{2,j} = \sum_i |c_{i,j}| \text{ и т. д.}$$

Итерационную формулу для глубины до блока получим из таких соображений. Составим формулу разложения выражения силы тяжести g_j в ряд Тейлора по степеням приращения глубин $\delta h_{i,n} = h_{i,n+1} - h_{i,n}$ до блока:

$$g_{j,n+1} = g_{j,n} + b_{i,j,n} \delta h_{i,n} + c_{i,j,n} (\delta h_{i,n})^2 / 2 + \dots$$

Так как это разложение единственно, то, согласно теореме о существовании для любого оператора F и обратного ему оператора F^{-1} , существует единственное обратное разложение в ряд Тейлора функции

$$\delta h_{i,n} = F^{-1}(g_{j,n+1}, g_{j,n}, a_{ij,n}, b_{ij,n}, c_{ij,n}, \dots)$$

по определенной системе функций. В общем виде это разложение можно записать, например, формулой

$$\delta h_{i,n} = h_{i,n+1} - h_{i,n} = -\mu_{n+1} C_{i,n} - \mu_{n+1,1} D_{i,n,1} - \dots,$$

где μ_{n+1} , $\mu_{n+1,1}$ и т. д. — неизвестные коэффициенты или функции.

Перепишем формулу в виде

$$h_{i,n+1} = h_{i,n} - \mu_{n+1} C_{i,n} - \mu_{n+1,1} D_{i,n,1} - \dots$$

В простейшем итерационном методе можно ограничиться линейной итерационной формулой

$$h_{i,n+1} = h_{i,n} - \mu_{n+1} C_{i,n}.$$

Таким образом, обратная задача сведена к итерационному методу.

Поскольку этот метод одношаговый, то суммы элементов МРПЗ по столбцам и строкам $\lambda_{1,j}$, $\lambda_{1,i}$ можно вычислять в каждом цикле, но считать их постоянными (кроме особо оговоренных случаев) при дифференцировании любых уравнений по $h_{i,n}$, или, что тоже самое, по координате z , взятой со знаком «минус». Суммы $\lambda_{1,j}$, $\lambda_{1,i}$ используются, в основном, для понижения порядка величины элементов МРПЗГ с целью обеспечения сходимости итерационного процесса. В суммах элементов $b_{ij,n}$ и $c_{ij,n}$ взяты их модули, так как для других целей именно эти суммы не используются [62, 73, 82, 84].

Критерий можно выбрать любой:

$$F_B = \sum_i B_{i,n+1}^2; \quad F_C = \sum_i C_{i,n+1}^2; \quad (4.2)$$

$$F_r = \sum_{j_x} \sum_{j_y} r_{j_x, j_y, n+1}^2 = \sum_j r_{j, n+1}^2; \quad j = (j_x; j_y).$$

Учитывая следующие соотношения для смежных итераций:

$$a_{ij, n+1} = a_{ij, n} + \mu_{n+1} b_{ij, n} C_{i, n}; \quad r_{j, n} = \sum_i a_{i, n} \sigma_{i, n} - g_j; \quad (4.3)$$

$$r_{j, n+1} = r_{j, n} + \mu_{n+1} \beta_{j, n}; \quad \beta_{j, n} = \sum_i b_{i, j, n} C_{i, n} \sigma_{i, n},$$

получим выражения для критериев в развернутом виде:

$$F_B = \sum_i (B_{i, n} + \mu_{n+1} D_{1, i, n})^2; \quad F_C = \sum_i (C_{i, n} + \mu_{n+1} P_{1, i, n})^2;$$

$$F_r = \sum_j (r_{j, n} + \mu_{n+1} \beta_{j, n})^2, \quad (4.4)$$

где $D_{1, i, n} = \sum_j (b_{i, j, n} C_{i, n} r_{j, n} + a_{i, j, n} \beta_{j, n}) / (\lambda_{j, i}^{\beta} \lambda_{i, i}^{\alpha})$; $P_{1, i, n} = \sum_j (b_{i, j, n} \beta_{j, n}) / (\lambda_{1, j}^{\beta} \lambda_{1, i}^{\alpha})$.

Продифференцировав все критерии по μ_{n+1} и приравняв производные к нулю, получим уравнения для каждого ИМ с определенным критерием:

$$(F_B)' = \sum_i (B_{i, n} + \mu_{n+1} D_{1, i, n}) D_{1, i, n} = 0;$$

$$(F_C)' = \sum_i (C_{i, n} + \mu_{n+1} P_{1, i, n}) P_{1, i, n} = 0;$$

$$(F_r)' = \sum_j (r_{j, n} + \mu_{n+1} \beta_{j, n}) \beta_{j, n} = 0.$$

Решив полученные уравнения относительно ИК μ_{n+1} , получим:

$$\mu_{n+1}(r) = c_{14} / c_{11}; \quad \mu_{n+1}(B) = B_{14} / B_{11}; \quad \mu_{n+1}(C) = a_{14} / a_{11}, \quad (4.5)$$

где

$$c_{14} = (r_{j, n} \beta_{j, n}); \quad c_{11} = (\beta_{j, n} \beta_{j, n});$$

$$B_{14} = (B_{i, n}, D_{1, i, n}); \quad B_{11} = (D_{1, i, n}, D_{1, i, n});$$

$$a_{14} = (C_{i, n}, P_{1, i, n}); \quad a_{11} = (P_{1, i, n}, P_{1, i, n});$$

Здесь формула (4.3) оптимизирована по формулам (4.1) с точностью до малых величин выше второго порядка. Поэтому методы с поправкой (4.1) и критериями (4.4), как показала практика их применения, хотя и с разными небольшими отклонениями, обеспечивают сходимость решений ОНЗГ к геологически содержательным. Естественно, что метод по критерию F_r осуществляет идентификацию поля без полной фильтрации его ошибок, поскольку частичная фильтрация все-таки выполняется выбором размеров блоков СБИМ и выбором итерационной поправки.

Метод по критерию F_B выполняет высокую фильтрацию поля с идентификацией аномальной плотности в пределах ошибок, зависящих от размеров блоков модели. Однако идентификацию глубин этот метод выполняет в небольших пределах, практически в пределах величины поправки. Поэтому необходимо провести 1–2 итерации плотностным методом простой итерации (как с критерием F_B , так и с критерием F_r) с 1–2 итерациями глубинным вариантом метода простой итерации. Метод по критерию F_C аналогичен методу по критерию F_B и может работать как в плотностном, так и в глубинном варианте [82, 84]. Чередование критериев F_B и F_C должно улучшить результаты решения ОЗГ в сторону повышения их геологической содержательности. Поскольку основной оценкой выполненного решения ОЗГ является точность восстановления поля (ТВП), то необходимо выполнять решения при всех критериях как по плотности, так и в глубинном вариантах.

Напрашивается вывод о том, что в одной итерации можно определять и плотности, и глубины до блоков модели. Для этого в критерий F_r введём ИК τ_{n+1} для АП:

$$F_r = \sum_j (r_{j,n+1})^2 = \sum_j (\sum_i (a_{i,j,n+1} \sigma_{i,n+1}) - g_j)^2.$$

После подстановок ИФ в (4.3) и преобразований:

$$F_r = \sum_j (r_{j,n+1})^2 = \sum_j (r_{j,n} + \mu_{n+1} \beta_{j,n} - \tau_{n+1} \gamma_{j,n} - \mu_{n+1} \tau_{n+1} \beta_{1j,n})^2 = \min(\mu_{n+1}, \tau_{n+1}), \quad (4.6)$$

где $\beta_{j,n} = \sum_i b_{i,j,n} C_{i,n} \sigma_{i,n}$; $\beta_{1j,n} = \sum_i b_{i,j,n} C_{i,n} B_{i,n}$; $\gamma_{j,n} = \sum_i a_{i,j,n} B_{i,n,n}$.

Продифференцировав критерии, отдельно по μ_{n+1} и τ_{n+1} , и приравняв все первые производные к нулю, получим

$$(F_r)'_{\tau_{n+1}} = \sum_j (r_{j,n} + \mu_{n+1} \beta_{j,n} - \tau_{n+1} \gamma_{j,n} - \mu_{n+1} \tau_{n+1} \beta_{1j,n}) (\gamma_{j,n} + \mu_{n+1} \beta_{1j,n}) = 0;$$

$$(F_r)'_{\mu_{n+1}} = \sum_j (r_{j,n} + \mu_{n+1} \beta_{j,n} - \tau_{n+1} \gamma_{j,n} - \mu_{n+1} \tau_{n+1} \beta_{1j,n}) (\beta_{j,n} - \tau_{n+1} \beta_{1j,n}) = 0.$$

Оставив в этих уравнениях только члены первого порядка, получим:

$$(F_r)'_{\tau_{n+1}} = \sum_j (r_{j,n} \gamma_{j,n} + \mu_{n+1} (\beta_{j,n} \gamma_{j,n} + r_{j,n} \beta_{1j,n}) - \tau_{n+1} \gamma_{j,n}^2) = 0;$$

$$(F_r)'_{\mu_{n+1}} = \sum_j (r_{j,n} \beta_{j,n} + \mu_{n+1} \beta_{j,n}^2 - \tau_{n+1} (\gamma_{j,n} \beta_{j,n} + r_{j,n} \beta_{1j,n})) = 0;$$

$$(F_r)'_{\tau_{n+1}} = d_{14} + \mu_{n+1} d_{12} - \tau_{n+1} d_{11} = 0;$$

$$(F_r)'_{\mu_{n+1}} = d_{24} + \mu_{n+1} d_{22} - \tau_{n+1} d_{12} = 0,$$

где

$$d_{11} = (\gamma_{j,n}, \gamma_{j,n}); \quad d_{14} = (r_{j1}, \gamma_{j1});$$

$$d_{12} = (r_{j,n}, \beta_{1j,n}) + (\beta_{j,n}, \gamma_{j,n}); \quad d_{22} = (\beta_{j,n}, \beta_{j,n});$$

$$d_{24} = (r_{j1}, \beta_{j1}).$$

Решение полученной системы уравнений относительно ИК дает:

$$\tau_{n+1} = T_{c1} / T_{cc}; \quad \mu_{n+1} = -T_{c2} / T_{cc}; \quad (4.7)$$

$$T_{cc} = d_{11}d_{22} - d_{12}^2; \quad T_{c1} = d_{14}d_{22} - d_{24}d_{12}; \quad T_{c2} = d_{11}d_{24} - d_{12}d_{14}. \quad (4.8)$$

Аналогично составим критерий оптимизации по МСК поправок к глубинам до слоев блоков:

$$F_C = \sum_i C_{i,n+1}^2 = \sum_i (C_{i,n} + \mu_{n+1}P_{1,i,n} - \tau_{n+1}P_{2,i,n} - \mu_{n+1}\tau_{n+1,x}P_{3,i,n} + \mu_{n+1}^2P_{4,i,n})^2, \quad (4.9)$$

где

$$\begin{aligned} P_{1,i,n} &= \sum \left((\beta_{j,n} b_{i,j,n}) / (\lambda_{1,i,n} \lambda_{1,j,n}) \right); \\ P_{2,i,n} &= \sum \left((\gamma_{j,n} b_{i,j,n}) / (\lambda_{1,i,n} \lambda_{1,j,n}) \right); \\ P_{3,i,n} &= \sum \left((\beta_{1,j,n} b_{i,j,n}) / (\lambda_{1,i,n} \lambda_{1,j,n}) \right); \\ P_{4,i,n} &= \sum \left((\beta_{j,n} c_{i,j,n}) / (\lambda_{1,i,n} \lambda_{1,j,n}) \right). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Продифференцировав критерий, отдельно по μ_{n+1} и τ_{n+1} , и приравняв все первые производные к нулю, после преобразования формул и введения выше приведенных обозначений в окончательном виде получим систему уравнений для глубинного критерия:

$$(F_C)'_{\tau_{n+1}} = a_{24} + \mu_{n+1}(a_{12} + a_{34}) - \tau_{n+1}a_{22} = 0; \quad (4.11)$$

$$(F_C)'_{\mu_{n+1}} = a_{14} + \mu_{n+1}(a_{22} + 2a_{44}) - \tau_{n+1}(a_{12} + a_{34}) = 0,$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= (p_{1,i,n}, p_{1,i,n}); \quad -a_{12} = (p_{1,i,n}, p_{2,i,n}); \\ a_{22} &= (p_{2,i,n}, p_{2,i,n}); \quad -a_{14} = (p_{1,i,n}, C_{i,n}); \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$a_{24} = (p_{2,i,n}, C_{i,n}); \quad -a_{34} = (p_{3,i,n}, C_{i,n});$$

$$a_{44} = (p_{4,i,n}, C_{i,n}); \quad a_{114} = a_{11} + 2a_{44}; \quad a_{123} = a_{12} + a_{34}.$$

Решение этой системы уравнений относительно ИК дает:

$$\tau_{n+1} = T_{c1} / T_{cc}; \quad \mu_{n+1} = T_{c2} / T_{cc}; \quad (4.13)$$

$$T_{cc} = a_{114}a_{22} - a_{123}^2; \quad T_{c1} = a_{14}a_{22} - a_{24}a_{123}; \quad T_{c2} = a_{114}a_{24} - a_{123}a_{14}. \quad (4.14)$$

Приведенный метод является линеаризованным, так как в нем отброшены все произведения и квадраты ИК. Для сходимости этого метода сначала нужно выполнить решение ОЛЗ, которое уже начинает приближаться к действительному решению.

4.2. Устойчивые решения обратной задачи потенциала в приложениях к электроразведке

Цель настоящего подраздела – создание итерационных и других методов устойчивых решений нелинейной обратной задачи потенциала для определения глубин до кристаллического фундамента по электроразведочным измерениям методами дипольного и симметричного электрического профилирования (ДЭП и СЭП) [141], а также методом ВЭЗ при переменных параметрах модели геологической среды. В электроразведке поставленная цель достигается тем, что используют несколько точек с измеренными в них значениями кажущегося удельного электрического сопротивления (УЭС) ρ_r , расположенных между крайними электродами измерительной установки, и выражение для поля ρ_r из теории потенциала, а затем решают обратную задачу с определением глубины до границы кристаллических пород с высоким удельным электрическим сопротивлением ρ_r .

Разработаем метод определения глубины для ДЭП [89]. Возьмем дипольную установку $ABMN$ с центром в точке O между электродами M и N . Координаты электродов на оси X равны: $ON = -l$; $OM = l$; $MN = 2l$; $OB = L$; $OA = L_1$. Коэффициент установки равен k . Ток в электроде A равен $J_A = J$, а в электроде B : $J_B = -J$. УЭС среды в первом слое ρ_1 , во втором – ρ_2 . Мощность первого слоя равна $H + h$, второго – $H_2 = \infty$; H – начальное значение мощности первого слоя; h – приращение глубины в результате решения обратной задачи. Коэффициент отражения тока от границы слоев

$k_{1,2} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$. Падение напряжения между электродами M и N равно:

$$V_{MN} = \frac{J\rho_1}{4\pi} \left[k_{1,2} \left(\frac{1}{\sqrt{(L_1+l)^2 + (2(H+h))^2}} - \frac{1}{\sqrt{(L_1-l)^2 + (2(H+h))^2}} - \frac{1}{\sqrt{(L+l)^2 + (2(H+h))^2}} + \frac{1}{\sqrt{(L-l)^2 + (2(H+h))^2}} \right) + \left(\frac{1}{L_1+l} - \frac{1}{L_1-l} + \frac{1}{L-l} - \frac{1}{L+l} \right) \right].$$

После преобразования получим

$$V_{MN} = \frac{J\rho_1}{8\pi} \left(k_{1,2} (S_{10} - S_{11}) \mu / 2 + 3S_{12} \mu^2 / 8 + S_{13} \right), \quad (4.15)$$

где

$$S_{10} = S_2^{-1} - S_1^{-1} + S_3^{-1} - S_4^{-1}; \quad -S_{11} = S_2^{-3} - S_1^{-3} + S_3^{-3} - S_4^{-3};$$

$$S_{12} = S_2^{-5} - S_1^{-5} + S_3^{-5} - S_4^{-5}; \quad \mu = 2hH + h^2;$$

$$S_{13} = 4l(1/(L^2 - l^2) - 1/(L_1^2 - l^2));$$

$$S_1 = \left[\left((L-l)/2 \right)^2 + H^2 \right]^{1/2}; \quad S_2 = \left[\left((L+l)/2 \right)^2 + H^2 \right]^{1/2};$$

$$S_3 = \left[\left((L-l)/2 \right)^2 + H^2 \right]^{1/2}; \quad S_4 = \left[\left((L+l)/2 \right)^2 + H^2 \right]^{1/2}.$$

Образум из (4.15) формулу кажущегося удельного электрического сопротивления [89]:

$$\rho_{k,i} = \frac{kV_{MN}}{J} = S_{c1,i}X_1 + S_{c2,i}X_2 + S_{c3,i}X_3,$$

где

$$S_{c1} = \frac{k}{8\pi}(k_{1,2}S_{10} + S_{13}); \quad -X_1 = \rho_1; \quad S_{c2} = -\frac{k}{8\pi}(k_{1,2}S_{11}H); \quad X_1 = \rho_1 h;$$

$$S_{c1} = -\frac{k}{8\pi}k_{1,2}(S_{11} - 3S_{12}H^2); \quad X_1 = \rho_1 h^2.$$

Образум критерий минимума суммы квадратов невязок поля ρ_k :

$$F_r = \sum_{i=1,5} (\rho_{k,i} - S_{c1,i}X_1 - S_{c2,i}X_2 - S_{c3,i}X_3)^2 = \min. \quad (4.16)$$

Продифференцировав критерий F_r по переменным X_1, X_2, X_3 и приравняв производные к нулю, получим систему трех уравнений для вычисления X_1, X_2, X_3 , а по ним $-\rho_1$ и $H+h$. Эти величины будут осредненными, например, из 5–6 подряд взятых на профиле значений $\rho_{k,i}$ в пределах длины установки. Однако при длине дипольной установки $AB + BM + MN = 100 + 50 + 50 = 200$ м и шаге измерений 50 м можно взять только три точки измерения поля, а этого недостаточно. Поэтому необходимо двумя установками в одном рейсе выполнять измерения $\rho_{k,i1}$ и $\rho_{k,i2}$. Тогда, используя $S_{c1,i1}, -S_{c1,i2}, S_{c2,i1}$ и т. д., составим критерий [89]

$$F_r = \sum_{k=1,2} \left(\sum_{i=1,3} (\rho_{k,i,k} - S_{c1,i,k}X_1 - S_{c2,i,k}X_2 - S_{c3,i,k}X_3) \right)^2 = \min. \quad (4.17)$$

Оптимизировав этот критерий, определим средние значения ρ_1 и H по трем соседним точкам на профиле. Можно также уменьшить шаг измерений в 2–3 раза для измерений одной установкой. Для симметричного электрического профилирования установкой $AMNB$ пригодны все формулы (4.15)–(4.17) при $S_1 = S_3, S_2 = S_4, S_{13} = 4l(L^2 - l^2)$. Для определения коэффициента отражения тока нужно использовать опытные вертикальные электрические зондирования. Если $\rho_2 = \infty$, то $k_{1,2} = 1$. Если $\rho_2 \neq \infty$, то следует использовать модель с переменным УЭС среды:

$$\rho = \rho_1 \exp(bz + cz^2 / 2); \quad b, c = \text{const.}$$

Введем обозначения для симметричной установки $AMNB$:

$$\rho_{k,i} = S_{c1,i}X_1 + S_{c2,i}X_2 + S_{c3,i}X_3,$$

где

$$X_1 = \rho_1, \quad -X_2 = \rho_1 b, \quad -X_3 = \rho_1 c, \quad (4.18)$$

$$S_{c1,i} = (MN / AB)_i, \quad S_{c2,i} = (MN^2 / AB)_i, \quad S_{c3,i} = (MN \times AB / 2)_i.$$

Для решения этой задачи достаточно измерений ВЭЗ на 5–6 разносах в одной точке профиля. Критерий оптимизации имеет вид (4.16) при обозначениях (4.18). Вычислив для каждой j -й точки профиля параметры среды ρ_j, b_j, c_j , по теоретической экспоненциальной формуле УЭС построим вертикальный разрез УЭС 1-го слоя, непрерывно переходящего в УЭС 2-го слоя.

Таким образом, приведенные методы позволяют извлечь довольно большую дополнительную информацию о геологическом строении участка геофизических исследований и о степени его прочности (устойчивости) в связи с возможностью строительства на нем гидротехнических и других промышленных сооружений.

Для повышения устойчивого решения обратной задачи ДЭП (аналогично СЭП) разработаем ФИМ решения задачи на основе метода простой итерации. Образует невязку поля r_k :

$$r_{i,n} = \rho_{k,i} - S_{c1,i} X_{1,n} - S_{c2,i} X_{2,n} - S_{c3,i} X_{3,n}. \quad (4.19)$$

Запишем ИФ для переменных:

$$\begin{aligned} X_{1,n+1} &= X_{1,n} - \tau_{1,n+1} B_{1,n}; \quad B_{1,n} = (S_{c1,i}, r_{i,n}) / \lambda_1^2; \quad -\lambda_1 = \sum_i S_{c1,i}; \\ X_{2,n+1} &= X_{2,n} - \tau_{2,n+1} B_{2,n}; \quad B_{2,n} = (S_{c2,i}, r_{i,n}) / \lambda_2^2; \quad \lambda_2 = \sum_i S_{c2,i}; \\ X_{3,n+1} &= X_{3,n} - \tau_{3,n+1} B_{3,n}; \quad B_{3,n} = (S_{c3,i}, r_{i,n}) / \lambda_3^2; \quad \lambda_3 = \sum_i S_{c3,i}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Подставив (4.19) в (4.20), получим УС невязок на соседних итерациях:

$$r_{i,n+1} = r_{i,n} + \tau_{1,n+1} S_{c1,i} B_{1,n} + \tau_{2,n+1} S_{c2,i} B_{2,n} + \tau_{3,n+1} S_{c3,i} B_{3,n}. \quad (4.21)$$

Введем обозначения:

$$Z_{1,i,n} = S_{c1,i} B_{1,n}; \quad Z_{2,i,n} = S_{c2,i} B_{2,n}; \quad Z_{3,i,n} = S_{c3,i} B_{3,n}. \quad (4.22)$$

Подставив (4.22) в (4.21), получим:

$$r_{i,n+1} = r_{i,n} + \tau_{1,n+1} Z_{1,i,n} + \tau_{2,n+1} Z_{2,i,n} + \tau_{3,n+1} Z_{3,i,n}. \quad (4.23)$$

Образует из (4.23) поправки к параметрам $X_{m,n}$:

$$B_{m,n+1} = B_{m,n} + \tau_{1,n+1} C_{m,1,n} + \tau_{2,n+1} C_{m,2,n} + \tau_{3,n+1} C_{m,3,n}, \quad (4.24)$$

где

$$C_{m,j,n} = (S_{cm,i}, Z_{j,i,n} / \lambda_m^2),$$

$$m = 1, 3, \quad j = 1, 3.$$

Образует критерий оптимизации по МСК поправок к АП:

$$F_B = \sum_m (B_{m,n+1})^2 = \sum_{m=1,3} (B_{m,n} + \tau_{1,n+1} C_{m,1,n} + \tau_{2,n+1} C_{m,2,n} + \tau_{3,n+1} C_{m,3,n})^2 = \min. \quad (4.25)$$

Возьмем производные по $\tau_{j,n+1}$, приравняем их к нулю и получим систему уравнений для вычисления ИК $\tau_{j,n+1}$:

$$\begin{aligned} (F_B)'_{\tau_{1,n+1}} &= \sum_{m=1,3} (B_{m,n} + \tau_{1,n+1} C_{m,1,n} + \tau_{2,n+1} C_{m,2,n} + \tau_{3,n+1} C_{m,3,n}) C_{m,1,n} = 0; \\ (F_B)'_{\tau_{2,n+1}} &= \sum_{m=1,3} (B_{m,n} + \tau_{1,n+1} C_{m,1,n} + \tau_{2,n+1} C_{m,2,n} + \tau_{3,n+1} C_{m,3,n}) C_{m,2,n} = 0; \\ (F_B)'_{\tau_{3,n+1}} &= \sum_{m=1,3} (B_{m,n} + \tau_{1,n+1} C_{m,1,n} + \tau_{2,n+1} C_{m,2,n} + \tau_{3,n+1} C_{m,3,n}) C_{m,3,n} = 0. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Решив систему (4.26), получим ИК и по ИФ (4.20) вычислим параметры $X_{m,n}$, а затем и физические параметры модели среды: среднее УЭС верхнего слоя ρ_1 и добавку h к начальной глубине H полной глубины $H + h$ до 2-го слоя в пределах измерительной установки АН. Этот метод высокофильтрационный.

С меньшей степенью фильтрации ПП можно решать обратную задачу оптимизацией критерия по МСК невязки поля ρ_k . Для этого возведем в квадраты левую и правую части уравнения (4.23) и просуммируем по всем (обычно больше пяти) точкам измерения ρ_{kj} в пределах измерительной установки:

$$F_r = \sum_i (r_{i,n+1})^2 = \sum_i (r_{i,n} + \tau_{1,n+1,r} Z_{1,i,n} + \tau_{2,n+1,r} Z_{2,i,n} + \tau_{3,n+1,r} Z_{3,i,n})^2 = \min. \quad (4.27)$$

Возьмем производные от (4.27) по $\tau_{j,n+1,r}$, приравняем их к нулю и получим систему уравнений для вычисления ИК $\tau_{j,n+1,r}$:

$$\begin{aligned} \sum_i (r_{i,n} + \tau_{1,n+1,r} Z_{1,i,n} + \tau_{2,n+1,r} Z_{2,i,n} + \tau_{3,n+1,r} Z_{3,i,n}) Z_{1,i,n} &= 0; \\ \sum_i (r_{i,n} + \tau_{1,n+1,r} Z_{1,i,n} + \tau_{2,n+1,r} Z_{2,i,n} + \tau_{3,n+1,r} Z_{3,i,n}) Z_{2,i,n} &= 0; \\ \sum_i (r_{i,n} + \tau_{1,n+1,r} Z_{1,i,n} + \tau_{2,n+1,r} Z_{2,i,n} + \tau_{3,n+1,r} Z_{3,i,n}) Z_{3,i,n} &= 0. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Решив систему (4.28), получим ИК и по ИФ (4.20) вычислим параметры $X_{m,n}$, а затем и физические параметры модели среды. Так как выражения (4.18) и (4.19) различаются только коэффициентами при неизвестных параметрах, методы (4.19)–(4.28) пригодны и для решения обратной задачи (4.18). Применение ФИМ устойчивого решения обратной задачи теории потенциала в электроразведке позволяет выявить участки, расположенные над разломами в кристаллическом фундаменте и представляющие опасность для строительства объектов промышленного и общегражданского назначения.

4.3. Устойчивые решения обратной задачи потенциала в приложениях к горному делу

Цель настоящего подраздела – создание ФИМ устойчивого решения ОЛЗ для потенциала скоростей (ОЛЗПС) в теории действия взрыва при разрушении горных пород группой скважинных зарядов ВВ [89]. Во взрывном деле поставленная цель достигается использованием баланса энергии и фор-

мул потенциала скоростей для зарядов ВВ различной формы [124]. Потенциал трехосного эллипсоида с полуосями (a, b, c) равен

$$\varphi = A \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}}, \quad (4.29)$$

где $A = \text{const}$; λ — переменная интегрирования.

Вычислим потенциал шара, положив $a = b = c$:

$$\varphi = A \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2 + \lambda)^{3/2}}} = \frac{2A}{(a^2 + \lambda)^{1/2}} = \frac{2A}{r},$$

где r — расстояние от разрушаемого объема dv горной породы с плотностью ρ до центра заряда ВВ.

Найдем A из баланса энергии Q сферического заряда ВВ энергоемкостью ε_0 , плотностью γ и радиусом R :

$$Q = 4/3\pi R^3 \varepsilon_0 \gamma = -\rho \varphi(R) \int_s \frac{\partial \varphi}{2\partial r} = \rho A \int_s \frac{2A4\pi r^2}{Rr^2} = 8\pi \rho A^2 / R. \quad (4.30)$$

Преобразовав (4.30), получим

$$A = R^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \gamma}{6\rho}}. \quad (4.31)$$

Составим баланс энергии E по критерию дробимости [89]:

$$E = 4a^3 \rho D / 3 = 4a^3 \rho u_z^2 = 4a^3 (\sigma_p^2 / E_0), \quad (4.32)$$

где u_z — критическая скорость откола куска горной породы; a — размер среднего куска дробленой породы; σ_p и E_0 — предел прочности породы на разрыв и ее модуль Юнга; D — функция дробимости горной породы:

$$D = \sum_{i,j} (\varphi_{x_i x_j}^*)^2. \quad (4.33)$$

Подставив все производные в (4.33), получим

$$D = 24A^2 / r^6,$$

где $r^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2$; (x_i, y_i, z_i) — координаты точек заряда; (x_j, y_j, z_j) — координаты точек разрушаемой горной породы.

Из (4.32) получим формулы для среднего размера куска дробленой горной породы:

$$a = u_z (3/D)^{1/2} = \sigma_p (3/DE_0)^{1/2}. \quad (4.34)$$

Из (4.32) также получим формулы для радиуса заряда:

$$R = L \sqrt{\frac{\sigma_p L}{2a(1+k_0)}} / \sqrt[4]{E_0 \varepsilon_0 \gamma / 3}, \quad (4.35)$$

где k_0 — коэффициент отражения воздействий заряда от границы среды с воздухом.

Возьмем $a = 0,5$ м; $\epsilon_0 = 4,2 \cdot 10^6$ Дж; $\gamma = 10^3$ кг/м³; $k_0 = 1$; $-L = 7$ м; $\epsilon_p = 0,3 \cdot 10^7$ Па; $E = 5 \cdot 10^{10}$ Па.

По формуле (4.35) вычислим радиус сферического заряда $R = 0,247$ м. Для увеличения линии наименьшего сопротивления (ЛНС) до $L = 10$ м необходимо выбрать заряд радиусом 0,5 м или использовать скважинный заряд ВВ значительной протяженности по высоте. Поэтому аналогично формулам (4.28)–(4.31) получим формулу потенциала для цилиндрического заряда ВВ высотой $H = z_{2,i} - z_{1,i}$:

$$\varphi = 2A \int \frac{dv}{r} = 2A\pi R^2 \ln \left(\left(r_j^2 + (z_i - z_j)^2 \right)^{1/2} + (z_i - z_j) \right) \Big|_{z_{1,i}}^{z_{2,i}}; \quad (4.36)$$

$$A = \frac{1}{4\pi R^2} \sqrt{\frac{Q}{\pi \rho H (\ln(H/R))}}. \quad (4.37)$$

Составим по аналогии с (4.32) баланс энергии на боковой поверхности уступа при $r_j = L$ и

$$D = 1,5 \left(4\pi A H R^2 \right)^2 / \left(L^2 + (H/2)^2 \right)^3, \quad (4.38)$$

а из него получим уравнение для вычисления радиуса заряда ВВ, обеспечивающего заданный размер куска a дробленой горной породы на уровне половины высоты цилиндрического заряда:

$$\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = \frac{2\sigma_p \left(L^2 + (H/2)^2 \right)^{3/2}}{aH(1+k_0)\sqrt{\gamma\epsilon_0 E_0/2}}. \quad (4.39)$$

При $H = 10$ м, $L = 10$ м и тех же значениях других констант, что и для формулы (4.35), из (4.39) получим

$$\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = 0,0818 \text{ м}; R = 0,170 \text{ м}. \quad (4.40)$$

При $L = 12$ м имеем: $\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = 0,129$ м; $R = 0,248$ м.

Для получения заданного размера куска a дробленой горной породы на уровне торцов цилиндрического заряда его радиус определяется формулой

$$\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = \frac{2\sigma_p (L^2 + H^2)^{3/2}}{aH(1+k_0)\sqrt{E_0\epsilon_0\gamma/2}}. \quad (4.41)$$

Для тех же параметров горной породы и ВВ из (4.41) при $L = 10$ м получим

$$\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = 0,166 \text{ м}; R = 0,310 \text{ м}.$$

При $L = 12$ м $\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = 0,223$ м; $R = 0,400$ м.

Из оценок (4.39)–(4.41) следует, что средняя часть заряда должна иметь меньшую энергоемкость, чем на торцах. Вместе с тем располагать скважины с зарядами ВВ в одну линию также нецелесообразно, поскольку это ведет к большой неравномерности дробления горной породы и перерасходу ВВ. Следовательно, задача размещения скважинных зарядов ВВ по площади представляет собой ОНЗ потенциала скоростей (ОНЗПС), а задача определения переменного радиуса заряда ВВ по высоте скважины – аналог ОЛЗ потенциала скоростей (ОЛЗПС) относительно параметра, содержащего радиус заряда в неявном и нелинейном виде. Решения линейной и нелинейной задач рассматриваются в данном разделе, так как теория метода является нелинейной и в общем случае технология разрушения горных пород взрывом требует комбинированного применения этих решений. В результате решения ОЛЗ потенциала скоростей должен быть получен профиль переменного по высоте радиуса скважины, заполняемой ВВ. Технически указанное выполнимо, поскольку есть метод и оборудование для проходки скважин переменного диаметра. Поэтому перейдем к составлению алгоритма решения ОЛЗПС при аппроксимации скважинного заряда ВВ сферическими зарядами. Воспользовавшись выражениями (4.31)–(4.33), получим

$$\sum_i a_{i,j} \eta_i = b_j, \quad (4.42)$$

где $b_j = 3\sigma_p^2 / (4E_0 a^2 \varepsilon_0 \gamma (1+k_0)^2)$; $\eta_i = R_i^4$; $a_{i,j} = 1 / (r_j^2 + (z_i - z_j)^2)^{3/2}$.

Решение СЛАУ (4.42) неустойчиво. Поэтому будем решать ее ФИМ с критерием оптимизации по МСК поправок к определяемому параметру [62]. Запишем ИФ связи для значений неизвестного параметра $\eta_{i,n}$ на соседних итерациях с номерами n и $n+1$, формулу невязки поля энергии $r_{j,n}$ и формулу поправки $B_{i,n}$ к неизвестному параметру:

$$\eta_{i,n+1} = \eta_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}; \quad (4.43)$$

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1} (a_{i,j}, B_{i,n}); \quad (4.44)$$

$$B_{i,n} = \sum_j (a_{i,j} r_{j,n} / \lambda_i \lambda_j); \quad \lambda_i = \sum_j a_{i,j}; \quad \lambda_j = \sum_i a_{i,j}, \quad (4.45)$$

где τ_{n+1} – неизвестный ИК на $(n+1)$ -й итерации. Запишем критерий оптимизации:

$$F_B = \sum_i B_{i,n+1}^2 = \sum_i (B_{i,n} - \tau_{n+1} C_{i,n})^2 = \min, \quad (4.46)$$

где $C_{i,n+1} = \sum_j (a_{i,j} (a_{i,j}, B_{i,n}) / \lambda_i \lambda_j)$; $\tau_{n+1} = (B_{i,n}, C_{i,n}) / (C_{i,n}, C_{i,n})$.

Аналогично, оптимизировав критерий невязки $F_r = \sum_j r_{j,n+1}^2 = \min$, получим ИК:

$$\tau_{n+1,r} = (r_{j,n}, Z_{j,n}) / (Z_{j,n}, Z_{j,n}), \quad Z_{j,n} = (a_{i,j}, B_{i,n}).$$

Теперь запишем алгоритм решения ОЛЗПС при аппроксимации скважинного заряда ВВ цилиндрическими зарядами:

$$\sum_i a_{i,j} \eta_i = b_j, \quad b_j = 8\sigma_p^2 / (E_0 a^2 \epsilon_0 \gamma (1 + k_0)^2),$$

$$\eta_i = R_i^2 / \text{Ln}(\Delta Z / R_i); \quad \Delta Z = z_{2,i} - z_{1,i} = \text{const}; \quad (4.47)$$

$$a_{i,j} = ((z_{1,i} - z_j) / (L_j^2 + (z_{1,i} - z_j)^2)^{3/2} - (z_{2,i} - z_j) / (L_j^2 + (z_{2,i} - z_j)^2)^{3/2})^2.$$

Система уравнений (4.47) решается тем же ИМ (4.43)–(4.46). Приведенные методы позволяют разрабатывать технологии отбойки горной массы на карьерах при требуемом гранулометрическом составе и оптимизированном расходе ВВ. Кроме того, применение ФИМ устойчивого решения обратных задач теории потенциала в горном деле, с целью оптимизации расхода ВВ, позволяет снизить интенсивность разрушающих сейсмических воздействий на здания и сооружения в прикарьерной зоне.

Выводы.

1. По аналогии с ФИМ устойчивого решения экстремальных обратных задач по АП с критерием оптимизации по ИП к АП создан ФИМ УР обратной линеаризованной задачи по глубине с КО по МСК ИП к глубинам до блоков. Для этого понадобилось вывести линеаризованную формулу НП и создать формулу ИП к глубине до блока. Однако при такой формуле НП вполне возможно создание ФИМ поиска глубин с КО по НП, который вполне пригоден для использования в качестве условия в любом методе условной оптимизации. Такой метод создан и проверен в работе. Затем был разработан ФИМ поиска глубин с КО по минимальным ИП к АП. Поэтому был объединен поиск глубин до блоков и их АП по общей ИФ, содержащей две ИП и два ИК под одним КО МСК ИП к АП, к глубинам или по МСК НП. Созданные методы запрограммированы и исследованы на ТМ, на реальных полях, на сумме реального поля с полем погруженных в геологическую среду реперных масс с высокой ТВП, а также на полях, осложненных знакопеременной погрешностью, которая стабилизирует решение обратной задачи, устанавливая наиболее допустимый уровень АП.
2. Аналогично впервые был создан ФИМ совместного определения под одним КО совмещенного типа БО или УО не только для глубин и АП (ИН), но и для элементов МРПЗГ (МРПЗМ) с высокой ТВП и возможностью получить разностные показатели при смещенных СБИМ или сеткой поля для решения геоинформационных задач.
3. В условиях непрерывного распределения АП в массиве любое смещение модели дает новые средние показатели для блоков, поэтому впервые поставлена и решена задача найти положение границы двух слоев модели, на которой скачок средней по блокам АП максимален. Для решения такой задачи созданы ФИМ. Такие методы названы фильтрационными итерационными избирательно-экстремальными. Они алгоритмизированы, запрограммированы, решены на реальных полях и полях, смещенных с полями для ТМ. Именно эти методы дают наиболее точную геологическую информацию для автоматизированного геоинформационного анализа результатов интерпретации гравитационного и магнитного полей.

4. Выполнены исследования решений обратных задач ФИМ на реальных полях, осложненных погрешностями сверхвысокой интенсивности (в 10–1000 раз больше точности съемки) и установлено (см. приложение Д), что эти погрешности на 80–99 % переходят в карту остатков поля и лишь частично, в узлокальной области (вокруг точки или блока), трансформируются в добавки к АП или к глубинам, что вызывает на картах полученных глубин и АП лишь извилины изолиний и пиковые точечные аномалии, но геологическая содержательность решения обратных задач полностью устанавливается, что свидетельствует о высокой устойчивости решения ОЗ этими ФИМ (см. приложение Е).
5. Часть из приведенных выше методов нашла применение в горном деле, статистике, эконометрии, теории потенциала скоростей при взрыве ВВ, в электроразведке, в геоинформационных технологиях при выявлении тонкой структуры аномальных тел и МПИ в их бортовых частях или пограничных зонах в результате высокой устойчивости решения. Это же свойство позволило выполнять интерпретацию реальных полей двухслойными или трехслойными моделями, снимать влияние верхнего тонкого слоя, а затем создавать новую СБИМ и снова решать ОЛЗ и т. д., подходу к практически точному исследованию глубинных срезов аномальных зон.

4.4. Фильтрационный итерационный метод устойчивого решения экстремальных обратных задач на основе фильтров Винера и Калмана. Методология и теоретические основы метода для гравиметрии

Существенный недостаток всех прежде разработанных методов решения ОЗГ и ОЗМ – численная неопределенность компонент вектора начальных условий [71, 78] при довольно высокой точности измерения поля. Если известна хотя бы половина значений этих компонент, то обратная задача является практически определенной, так как можно сложить СБИМ с количеством блоков, в 2 раза меньшим, и полученным в результате объединения каждых двух сопредельных блоков и решать ОЛЗГ с полным набором компонент вектора начальных условий для их подтверждения или уточнения, поскольку начальные данные не всегда точны. Возвращаясь к предыдущей структуре СБИМ с новыми начальными условиями, среди которых есть равные для каждой пары блоков, получаем новое решение ОЗГ [62, 70]. Если СБИМ имеет достаточное количество точек измеренного поля, то делением пополам (или в 4 раза) увеличиваем количество блоков и получаем более детальное и технологически выгодное решение ОЗГ.

При отсутствии численных значений компонент вектора начальных условий используют сильно сходящиеся методы решения ОЗГ. Таким методом является ИМ с критерием сходимости по МСК поправок $B_{n+1,i}$ к плотности $\sigma_{i,n+1}$ горных пород [67]. Эти методы также хорошо реализуются для двух- и трехпластовой СБИМ с полубесконечными вертикальными призмами (ПВП) (структурная задача) [65]. Каждый из блоков в верхних пластах характеризуется среднеэффективной АП. При вычитании влияние первого пласта из измеренного поля создается новое разностное поле, обусловленное действием второго и третьего полубесконечных пластов. Выделяем в

третьем пласте верхний пласт с ограниченной вертикальной мощностью и строим новую СБИМ для решения ОЗГ [77, 81–83, 90]. При этом параметры двух верхних пластов имеют ограниченную вертикальную мощность. Исключаем влияние самого верхнего пласта из первого разностного поля и получаем новое разностное поле для нового решения ОЗГ с целью определения параметров следующего выделенного пласта и т. д. Этот же метод реализуется и в том случае, когда сначала берется четырех- и даже пятипластовая СБИМ. Для контроля надежности результатов такой сложной схемы решения ОЗГ нужно иметь параллельные методы решения ОЗГ, основанные на другой теории и методологии.

На базе критерия (1.15) разработаны экстремальные методы (ЭМ) с двумя наборами компонент вектора начальных условий (входных данных) на основе ГАФВК с двумя одинаковыми или разными критериями оптимизации [61, 67, 74, 75, 78, 83, 85]. Этот метод распространяется и на большее количество входных данных как для нескольких частей карты поля, так и для разных типов полей и их трансформаций [70, 84–87, 91].

Следует указать, что приведенная трактовка фильтров Винера и Калмана разработана как прямой метод решения обратных задач геофизики [71, 78, 83], и обходит распространенные в литературе традиционные промежуточные стадии: удаление погрешностей, выделение полезного сигнала и выбор метода его интерпретации [94]. В этой трактовке составлены структура фильтров и методология использования одного или двух предыдущих сигналов, которые поступают в один или два приемника от одного или двух источников одновременно или в промежутках времени между ними. Но наиболее важна форма представления каждого сигнала как множества чисел, сгруппированных в компоненты одного многомерного вектора [71]. Это дало возможность сначала использовать карту поля силы тяжести как один вектор-сигнал для фильтра Калмана, а потом к ней прибавить осредненную карту того же поля в качестве второго вектора-сигнала для фильтра Винера [108]. Поскольку измеренное поле в каждой точке карты осложнено погрешностями, любая часть карты поля имеет разные наборы погрешностей. По мнению западных исследователей, каждый набор погрешностей дает свое решение ОЗГ, существенно отличающееся от другого, и это должно привести к неоднозначности решений ОЗГ [130].

Однако применение фильтрационных методов решения обратных задач приводит к другой стратегии: каждая часть карты поля является трансформацией одного и того же набора геологических объектов, из которых составляют СБИМ для разных частей карты поля с разными наборами погрешностей, но с одинаковыми наборами физических и геометрических параметров геологических блоков [70]. В результате предварительных исследований было выяснено, что фильтр Калмана [71, 78, 83] для обеих частей поля срабатывает намного лучше, чем фильтр Винера, хотя более логично было бы ждать лучших результатов от использования фильтра Винера за счет двух входных векторов НУ. Было предположено, что фильтру Винера недостает наличия в его формуле свободного члена $w_{3,n+1,j}$ как оптимизирующего ИК, а для фильтра Калмана мало одного вектора входных (начальных) условий. Это предположение привело к созданию ГАФВК как с функциями АП, так и с поправками к ним и МР ОЛЗГ по критерию МСК поправок к АП блоков горных пород [61, 66, 67, 74, 75, 88]. Позднее были разработаны ГАФВК для оптимизированного поиска глубин расположения блоков СБИМ

и оптимизированного корректирования величины элементов МРПЗГ. ГАФВК в простейшей постановке при тех же обозначениях для ОЛЗГ при одной СБИМ базируется на ИФ [71]:

$$\sigma_{k1,n+1,i} = (\sigma_{k,n,i}, w_{k,k1}) + w_{N1+1,k1}; \quad (4.48)$$

$$F_{k,B} = \sum_i (B_{k,i,n+1})^2 = \xrightarrow{w_{k,k1}} \min. \quad (4.49)$$

Подставив (4.48) в (4.49) и выполнив преобразования, получим формулы для реализации метода:

$$R_{j,n,k} = (a_{ij}, \sigma_{k,n,i}); \quad (4.50)$$

$$T_{k,i} = (a_{ij} / \lambda_i / \lambda_j, R_{j,n,k}); \quad (4.51)$$

$$T_{g,k1,i} = (a_{ij} / \lambda_i / \lambda_j, g_{j,k1,i}); \quad (4.52)$$

$$U_{i,k1} = (T_{k,i}, w_{k,k1}) + w_{N1+1,k1} - T_{g,k1,i}; \quad (4.53)$$

$$k, k1 = 1, N1; \quad i = 1, M; \quad j = 1, N;$$

$$\{(U_{i,k1}, T_{k2,i})_i = 0; \quad k2 = 1, N1; \quad \sum_i U_{i,k1} = 0\}_{k1=1, N1}. \quad (4.54)$$

Для получения законченного устойчивого решения ОЗГ необходимо использовать метод фильтрации интенсивных ПП на основе критериев, которые являются ГАФВК не только для АП, но и для элементов МРПЗГ. Этот расширенный метод реализуется набором формул для нескольких СБИМ и нескольких карт поля в следующем виде [83]:

$$\sigma_{k1,n+1,i} = (\sigma_{k,n,i}, w_{k,k1}) + w_{N1+1,k1}; \quad (4.55)$$

$$B_{k1,n+1,i} = (a_{k1,ij}, r_{k1,n+1,j} / \lambda_{k1,i} / \lambda_{k1,j})_j; \quad (4.56)$$

$$r_{k1,n+1,j} = (a_{k1,ij}, \sigma_{k1,n+1,i})_i - g_{j,k1}; \quad (4.57)$$

$$\lambda_{k1,i} = \sum_j a_{k1,ij}; \quad \lambda_{k1,j} = \sum_i a_{k1,ij}; \quad k1 = 1, N1; \quad (4.58)$$

$$F_{k1} = \|B_{k1,n+1,i}^2\| = \min(w_k). \quad (4.59)$$

Подставив (4.55)–(4.58) в (4.59) и выполнив преобразования, получим формулы для реализации метода:

$$\{(U_{i,k1}, T_{k,k1,i})_i = 0; \quad k = 1, N1; \quad \sum_i U_{i,k1} = 0\};$$

$$U_{i,k1} = (w_{k,k1}, T_{k,k1,i})_i + w_{N1+1,k1} - T_{g,k1,i}; \quad (4.60)$$

$$T_{g,k1,i} = (a_{\partial=k1,ij}, g_{j,k1} / \lambda_{k1,i} / \lambda_{k1,j})_j;$$

$$T_{k,k1,i} = (a_{k1,ij}, R_{j,n,k,k1} / \lambda_{k1,i} / \lambda_{k1,j})_j;$$

$$R_{j,n,k,k1} = (a_{k1,ij}, \sigma_{k,n,i})_i; \quad k, k1 = 1, N1; \quad (4.61)$$

$$2A_{11}w_{N1+2,k1}^2 - 3A_{1g}w_{n1+2,k1} + A_{gg} = 0; \quad (4.62)$$

$$a_{k1,n+1,j} = a_{k1,n,j}w_{N1+2,k1};$$

$$A_{11} = (T_{1,k1,j}, T_{1,k1,i}); \quad A_{1g} = (T_{1,k1,j}, T_{g,k1,i}); \quad A_{gg} = (T_{g,k1,i}, T_{g,k1,i}).$$

Для метода (4.49)–(4.54) одновременно используют одну и ту же карту ПСТ дважды. Первый раз как основную карту берут неосредненную, а в качестве вспомогательной — осредненную. Второй раз как основную карту берут осредненную, а в качестве вспомогательной — неосредненную (см. приложение Ж). В результате ОЛЗГ получают две карты распределения плотности в том же геологическом массиве при одной СБИМ. Оценив степень сходимости этих карт, судят об устойчивом решении ОЛЗГ или переходят к применению другого МР. Как правило, расхождения по двум картам ничтожно малы. Может быть использовано также разделение карты неосредненного поля на две карты путем отбора точек ПСТ через одну точку на всех профилях. В этом случае для обеих карт наборы элементов $a_{k1,j}$ ($k1 = 1; 2$) МРПЗГ будут разными, что и отражено в формулах алгоритма метода (4.60)–(4.62). Кроме того, на данном этапе можно подключить второй вектор начальных условий для АП, например, тот, что содержит априорную геологическую информацию.

* * *

Выше уже установлено, что при получении устойчивых решений обратных задач ошибки поля являются стабилизаторами решения. Тогда есть возможность использовать два таких стабилизатора с различным набором ошибок в виде двух массивов гравитационного поля, взятых через одну точку на каждом профиле, или двух магнитных полей, измеренных на разных высотах. При этом следует использовать одну и ту же поисковую геометрическую модель среды при двух наборах начальных значений искомых параметров для каждой части поля.

По аналогии с теорией связи взяты следующие один за другим два сигнала, которыми являются первая и вторая части поля (хотя в теории связи один сигнал — внешний, а второй — опорный, теоретический). На этом сходство с теорией связи и заканчивается, так как здесь авторы использовали не один, а два критерия оптимизации. Первый критерий составлен по МСК поправок к АП первой части поля как основной, а вторая часть поля используется как вспомогательная. Вторым критерий составлен по МСК поправок к АП второй части поля как основной, а первая часть поля используется как вспомогательная. В простейшем случае оба критерия оптимизируются отдельно, а после каждой итерации возможен обмен положением первой и второй частей поля. Результаты интерпретации в этих случаях сравниваются между собой, как и в случае результатов интерпретации двух магнитных карт, разнесенных на 10–20 пикетов в разные стороны (см. рис. 3.4.1, 3.4.2).

В более сложных случаях сравниваются невязки по параметрам или по полю. В принципе возможны решения обратных задач не только по абсолютным значениям АП (или ИН), но и по поправкам к ним, и по глубинам

до блоков, а также для гравитационного и магнитного поля, если известно, что существует общая граница магнитного и плотного слоев.

Все эти методы в своей основе — фильтрационные. Если их решение выполнено с одним критерием оптимизации по невязке поля, то в радиотехнике такие методы называются фильтрами Винера или Калмана. Но если решение выполнено с двумя критериями оптимизации по поправке к АП или даже по невязке поля, то мы назвали их гибридными аналогами фильтров Винера—Калмана (ГАФВК). Естественно, что при таком наборе исходных данных и параметров моделей создано, хотя и впервые в многокритериальной теории фильтрации гравитационного и магнитного полей, большое семейство модификаций ГАФВК. Все методы алгоритмизированы и обеспечены работающими программами, а затем исследованы на реальных полях. Получены положительные результаты интерпретации. Они намного лучше результатов решения ОЛЗ методом простой итерации, так как в последнем очень редко достигается полная сходимость с заданными модельными значениями АП или с АП реперных тел. Метод ГАФВК позволяет сдвинуть решение метода простой итерации с точки зависания и закончить восстановление большой плотности отдельных блоков. Однако самостоятельно этот метод, как и метод сопряженных градиентов, на окончательное решение выйти не может. Поэтому метод простой итерации для решения ОЛЗГ является основным, т. е. создающим для других, более тонких методов оглабающую начальное решения, заканчиваемого ими. Методы ГАФВК — сильные методы для получения устойчивого и эквивалентно содержательного решения ОЛЗ, но вместе с методами определения глубин до блоков или коррекции элементов МРПЗ они дают реальные решения обратных задач, которые можно контролировать независимым методом сопряженных градиентов в модификации с критерием оптимизации по МСК поправок к АП горных пород (см. приложение Ж). Следовательно, созданные нами ФИМ, описанные во всех предыдущих разделах, вместе с ГАФВК представляют собой замкнутый комплекс решающих и контролирующих методов решения ОЗ.

4.5. Фильтрационные методы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии в классе семейства интерпретационных моделей

В подразделе 4.4 использованы аналоги фильтров Винера и Калмана для нескольких массивов поля (например, для массива точек, взятых через одну, две, три точки на каждом профиле карты измеренного поля) с несколькими векторами НУ (по одному для каждого массива) и с одинаковыми или в общем случае разными МРПЗГ для каждого массива поля [71—74]. Таким образом, под каждым оптимизирующим критерием объединено по несколько СБИМ [75, 76]. Более того, приведено решение ОЛЗГ и ОНЗГ с критерием как для минимальных невязок поля, так и для минимальных поправок к АП. Поскольку можно переставить местами любые массивы, то все методы позволяют и в одной, и в соседних итерациях соблюдать и МСК НП, и невозрастание поправок к АП [85]. Этот метод не требует наложения особых требований, которые соблюдаются автоматически самой структурой следующих один за другим методов. Однако есть и другие пути — большое

разнообразии методов условной оптимизации [53, 93, 107]. Так как нами разработано большое количество МР ОЛЗ с БО и УО для АП или линейаризованной задачи для глубины, совместно для плотности и глубины, ЭИМ [75–77], ниже изложены методы условной оптимизации, объединяющие под одним критерием несколько СБИМ с одинаковыми или различными начальными условиями [82–86, 91, 106] (см. приложение 3).

4.5.1. Методы условной оптимизации в классе множества однородных интерпретационных моделей

Коэффициенты Лагранжа в методах условной оптимизации служат для согласования нескольких условий по их показателям, поэтому методов их определения может быть несколько, хотя они могут давать и различные результаты решения обратных задач [23, 86, 87]. Однако это не единственная причина их различия, так как сами условия оптимизации формируют различные решения. Но при одинаковых по типу (однородных) функциях для различных СБИМ должны стоять одинаковые КЛ. Это следует из того, что для нескольких СБИМ минимальное значение критерия

$$F_{n+1} = \sum_j (\lambda_1 r_{j,1,n+1}^2 + \lambda_2 r_{j,2,n+1}^2 + \dots + \lambda_k r_{j,k,n+1}^2)$$

дает по всем СБИМ решения обратной задачи, сходящиеся к одному физически содержательному решению при $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_k = \lambda$. Докажем это. Возьмем частные производные от критерия по всем ИК:

$$Z_{j,k,n} = (a_{i,j,k,n}, B_{i,k,n}); \tau_{n+1,k} = \tau_{n+1,k,r} = (r_{j,k,n}, Z_{j,k,n}) / (Z_{j,k,n}, Z_{j,k,n}),$$

где

$$B_{i,k,n} = \sum_{jk} a_{ij,k} r_{j,k,n} / L_{ij,k}; \quad L_{ij,k} = (\lambda_{i,k} \lambda_{j,k} \text{ или } \lambda_{i,k}^2 \text{ либо } \lambda_{j,k}^2).$$

Таким образом, все ИК $\tau_{n+1,k}$ не зависят от КЛ λ_k , поэтому для доставления критерию минимума последние должны быть равны между собой, а если они стоят в критерии на первом месте, то все должны быть равны единице: $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_k = \lambda = 1$.

Аналогично в ИМ с критерием оптимизации

$$F_{n+1,B} = \sum_j (\lambda_1 B_{j,1,n+1}^2 + \lambda_2 B_{j,2,n+1}^2 + \dots + \lambda_k B_{j,k,n+1}^2) \quad (4.63)$$

получим производные в виде

$$(F_{n+1,B})'_{\tau_{n+1,k}} = -2\lambda_k \sum_i (B_{i,k,n} - \tau_{n+1,k} C_{i,2,n}) C_{i,k,n} = 0,$$

где

$$\tau_{n+1,k} = \tau_{n+1,k,B} = (B_{i,k,n}, C_{i,k,n}) / (C_{i,k,n}, C_{i,k,n});$$

$$C_{i,k,n} = \sum_{jk} a_{ij,k} Z_{j,k,n} / L_{ij,k}; \quad L_{ij,k} = (\lambda_{i,k} \lambda_{j,k} \text{ или } \lambda_{i,k}^2 \text{ или } \lambda_{j,k}^2).$$

Здесь также все КЛ равны между собой. Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема 4.5.1. *В итерационных методах условной оптимизации с однородными условиями все коэффициенты Лагранжа равны единице.*

Теорема 4.5.1 дает то преимущество, что не нужно определять $k - 1$ лишних КЛ. Теперь образуем составной критерий из первых двух критериев:

$$F_{n+1,B,r} = \sum_j (B_{j,1,n+1}^2 + B_{j,2,n+1}^2 + \dots + B_{j,k,n+1}^2) - 2 \sum_k (\lambda_k \sum_j (r_{j,k,n} - \tau_{n+1,k} Z_{j,2,n}) Z_{j,k,n}).$$

Возьмем частные производные выражения по всем $\tau_{n+1,k}$ и получим

$$(F_{n+1,B,r})'_{\tau_{n+1,k}} = -2 \sum_j (B_{i,k,n} - \tau_{n+1,k} C_{i,2,n}) C_{i,k,n} + 2 \lambda_k \sum_j (Z_{j,2,n}^2);$$

$$\tau_{n+1,k} = \tau_{n+1,k,B,r} = ((B_{i,k,n}, C_{i,k,n}) - \lambda_k \sum_j (Z_{j,2,n}^2)) / (C_{i,k,n}, C_{i,k,n}).$$

Из этих формул следует, что все ИК $\tau_{n+1,k}$ не зависят от других КЛ λ_k , а поэтому последние должны также удовлетворять условию теоремы 4.5.1 и быть равными между собой.

Таким образом, справедлива следующая теорема

Теорема 4.5.2. *В итерационном составном методе условной оптимизации все коэффициенты Лагранжа равны между собой.*

Теорема 4.5.2 дает то преимущество, что не нужно определять $k - 1$ лишних КЛ в методе с однородными условиями и $2k - 1$ лишних КЛ в методах с составным критерием. Составим метод с еще более сложным критерием, включающим сравнение параметров плотности и глубин по парам интерпретационных моделей:

$$F_{n+1,B,r} = \sum_j (B_{j,1,n+1}^2 + B_{j,2,n+1}^2 + \dots + B_{j,k,n+1}^2) + \sum_k (-2 \lambda_k \sum_j (r_{j,k,n} - \tau_{n+1,k} Z_{j,2,n}) Z_{j,k,n} + \lambda_{1,k} \sum_i (\sigma_{i,k,n+1} - \sigma_{i,k+1,n+1})^2 + \lambda_{2,k} \sum_i (\sigma_{i,k-1,n+1} - \sigma_{i,k,n+1})^2). \quad (4.64)$$

По аналогии с (4.63) легко доказать, что КЛ в (4.64) должны удовлетворять следующим условиям:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_k = \lambda; \quad (4.65)$$

$$\lambda_{1,1} = \lambda_{1,2} = \dots = \lambda_{1,k} = \lambda_1; \quad (4.66)$$

$$\lambda_{2,1} = \lambda_{2,2} = \dots = \lambda_{2,k} = \lambda_2. \quad (4.67)$$

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема 4.5.3. *В итерационных методах условной оптимизации (4.64) все коэффициенты Лагранжа удовлетворяют условиям (4.65), (4.67).*

Поскольку методы (4.64) при увеличении номера итерации сходятся к составному методу, первые применяются только на начальной стадии, а составной метод — на завершающей стадии итерационного процесса.

4.5.2. Методы условной оптимизации в классе неоднородных интерпретационных моделей

Запишем критерий условной оптимизации для неоднородных условий в общем виде [82, 84]:

$$\begin{aligned} F &= F_B + \lambda_3 F_r + \lambda_1 F_\sigma + \lambda_2 F_h; \\ F &= F_C + \lambda_3 F_r + \lambda_1 F_\sigma + \lambda_2 F_h, \end{aligned} \quad (4.68)$$

где

$$F_B = \sum_{j,k} (B_{i,k,n+1}^2) / 2 = \min;$$

$$F_C = \sum_{j,k} (C_{i,k,n+1}^2) / 2 = \min;$$

$F_r = \sum_{i,j,k} (r_{j,k,n+1}^2 / 2) \sigma_i = \sum_{j,k} (r_{j,k,n+1} \lambda_{j,k,n+1})$ — условие минимума полусуммы квадратов невязок поля для нескольких СБИМ ($k = 1, k1$);

$F_\sigma = \sum_i (\sigma_{i,1,n+1} + \sigma_{i,3,n+1} - 2\sigma_{i,2,n+1})$; $F_h = \sum_i (h_{i,1,n+1} + h_{i,3,n+1} - 2h_{i,2,n+1})$ — условия сходимости АП и глубин расположения блоков для трех СБИМ ($k = 1, k1 = 3$). Полностью алгоритм изложен в работе [84].

Как следует из примеров реализации фильтрационного метода устойчивых решений обратных задач (рис. 4.1, см. рис. 3.2.19—3.2.30) по двум критериям при разных начальных условиях, под одним критерием получены различные распределения глубин до кровли геологического слоя, различающиеся на 100 м, но глубина до обоих маркирующих пробных тел получена одной и той же в двух моделях — 900 м.

Как следует из рис. 4.2, вполне возможно получить уточнение глубин до того же геологического слоя при новых начальных условиях, равных предыдущему решению по АП, и новой постоянной глубине до слоя и до реперных тел — 650 м.

Как видим, конфигурация изолиний в устойчивом решении обратной задачи повторяет многие предыдущие решения по этому участку, однако максимальный размах глубин равен 30 м по модели I (рис. 4.2, а) и 23 м по модели II (рис. 4.2, б). В области гравитационной аномалии с координатами эпицентра (6,5; 4,5 км) глубина до модели I равна 642 м, до модели II — 655 м.

Как следует из рис. 4.3, ТВП очень высокая — 0,068 мгл, а распределение НП по площади карты равномерное. Более высокие отклонения по 0,3; 0,4 и 0,5 мгл наблюдаются, соответственно, в 4-х, 1-ой и 1-ой точках на всей карте поля.

Таким образом, могут быть выбраны различные подходы к решению обратной задачи (см. приложение 3), если в основу метода заложены фильтрационные свойства ИП и критерия оптимизации, обеспечивающих устойчивое решение обратной задачи с помощью СБИМ $\in M_{pe}$.

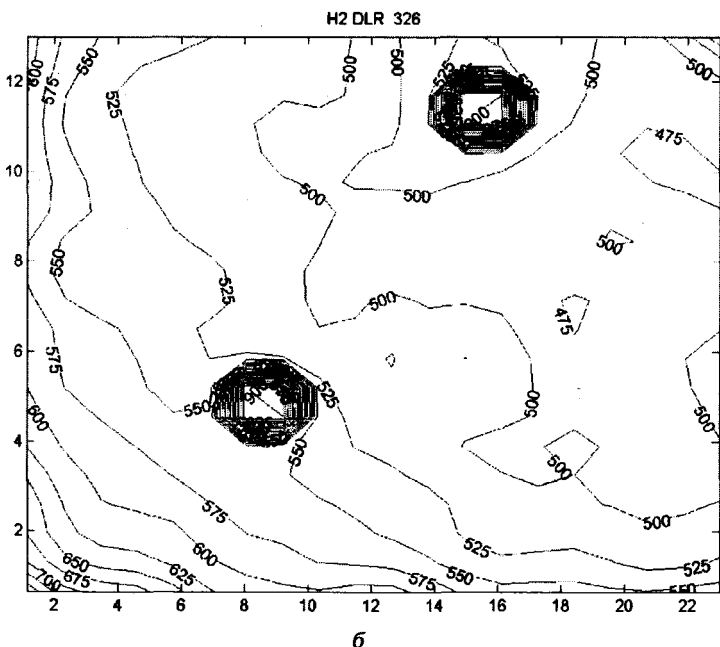
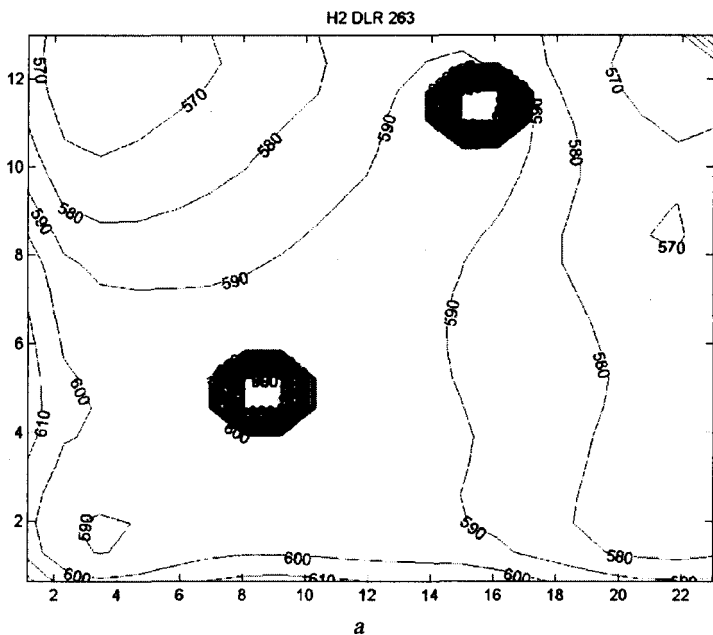


Рис. 4.1. Результаты интерпретации поля силы тяжести (см. рис. 3.2.19). Карта глубин (в м) до границы аномального слоя (расстояния: в 1 ед. — 400 м): а — модель I; б — модель II

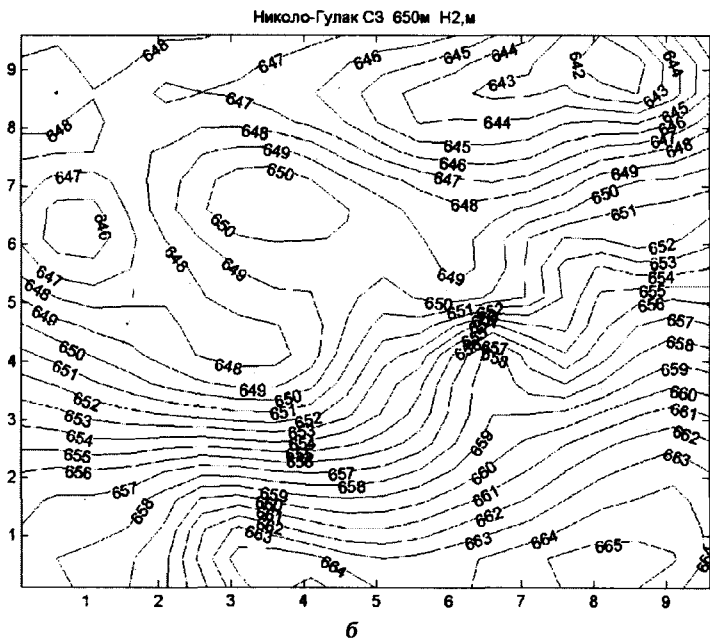
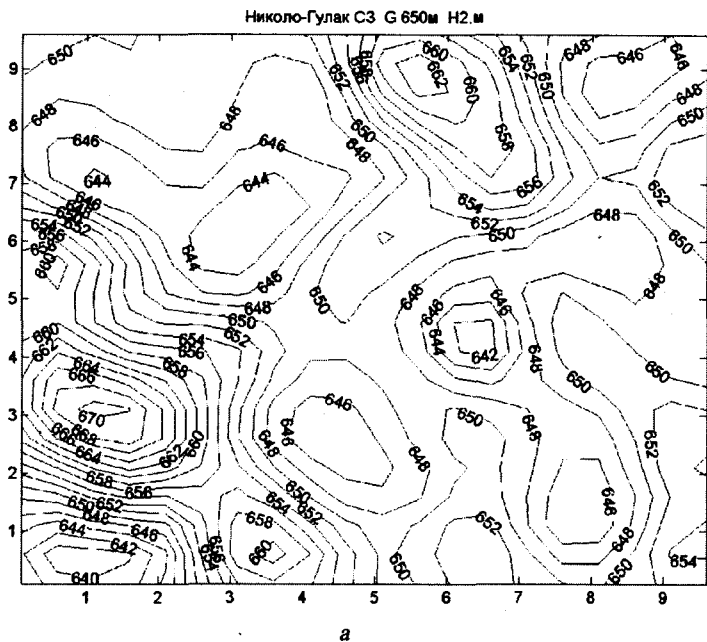


Рис. 4.2. Результаты интерпретации поля силы тяжести. Карта уточненных глубин (в м) до границы аномального слоя (расстояния – в километрах): а – модель I; б – модель II

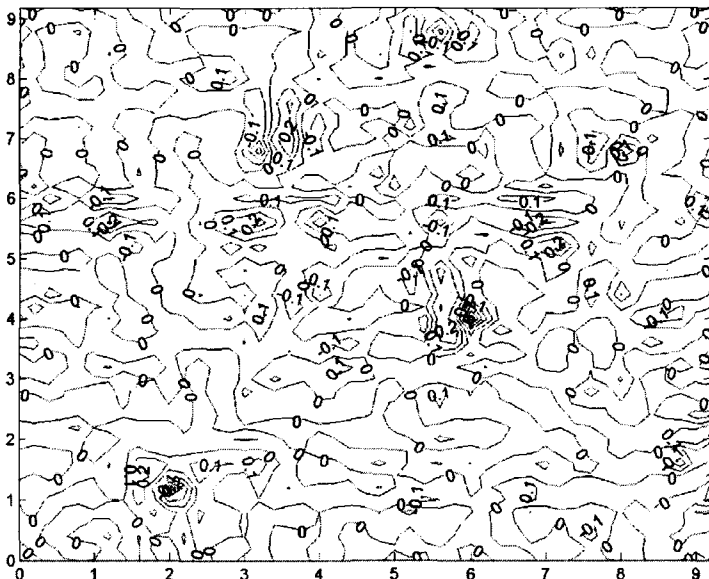


Рис. 4.3. Результаты интерпретации поля силы тяжести. Карта остатков поля (в миллигалах, расстояния – в километрах)

4.5.3. Метод условной оптимизации для минимальных невязок поля

Научный и практический интерес представляет критерий оптимизации по МСК НП для трех СБИМ при условии сходимости параметров АП и глубины до блоков по всем трем моделям к одному оптимальному решению [78,79,91,92]:

$$F = \sum_j (r_{j,1}^2 + r_{j,2}^2 + r_{j,3}^2) + \lambda_1 \sum_i (h_{i,1} - h_{i,2})^2 + \lambda_2 \sum_i (h_{i,2} - h_{i,3})^2 + \lambda_3 \sum_i (\sigma_{i,1} - \sigma_{i,2})^2 + \lambda_4 \sum_i (\sigma_{i,2} - \sigma_{i,3})^2 = \min.$$

Выполнив те же процедуры, что и в предыдущем параграфе, получим систему уравнений для определения шести ИК. Этот метод дает три в разной степени эквивалентных, но геологически содержательных решения ОНЗГ и ОНЗМ.

Выводы.

1. Методы с двумя входами на одну СБИМ работают устойчиво и дают геологически содержательное решение, однако самостоятельно каждый из них или не работает, или не доводит решение обратной задачи до конца. Поэтому следует вывод – объединить под одним критерием условной оптимизации три и более блоковые модели класса M_{pe} и заставить все решения обратной задачи по каждой модели стремиться один к

другому для их сходимости к одному геологически содержательному решению. Вариантов объединения под одним критерием условной оптимизации нескольких частных критериев настолько много, что нужны долгие годы, чтобы все из них проверить в работе. Однако если начать с самого простого, то быстро появляются перспективные направления. После выполнения 10–20 итераций по каждой паре моделей определяется сходимость решений и средние невязки поля. Два решения с меньшими невязками поля оставляют, а третье решение заменяют полусуммой других и снова выполняют 10–20 итераций решения обратной задачи. Больше отбраковывать решения не нужно, все они почти сходятся к геологически содержательному реальному решению. Конечно, здесь можно было бы обойтись решением задачи Потенота для поиска новых начальных условий по трем точкам, но для ее контроля и корректировок нужны паузы, а это одно и то же по результатам решения, но не одинаково по скорости управления решением задачи.

2. Наиболее эффективно решение обратной задачи на семействе моделей методами с критерием по поправкам к АП и в ЭИМ по поискам максимальных скачков плотности на поверхностях слоев с переменной мощностью и переменной глубиной до них.
3. В семейство СБИМ можно включать модели не только для одного метода, но и для совместного решения обратной задачи по двум полям: магнитному и гравитационному, если есть информация, что границы плотных и магнитных слоев совпадают. Наиболее эффективно обратная задача в данном случае решается ЭИМ. При отсутствии общей границы решение задачи дает наилучшую границу с большим скачком параметра по одному методу, а по второму дается то, что есть на самом деле на той же границе. Поскольку методов много, решение одного метода довольно часто качественно контролируется другим методом.
4. Пары методов дают не только хорошую сходимость по глубинам и АП, но также по малым НП и очень малым значениям скалярного произведения (СП) вектора ошибки на вектор сигнала (СПВО). Но они дают значительную асимметрию (0,7–1,9) и очень большие эксцессы (5–30 единиц), что указывает на отсутствие нормального закона распределения как невязок поля, так и параметров геологической среды.
5. Приведенным в работе комплексом ФИМ можно выполнять решение обратных задач в самых разнообразных устойчивых режимах, при любых погрешностях, при любых средствах стабилизации решения как для изучения крупных структур, так и для деталей второго порядка малости в целях геоинформационного обследования территорий, поисков месторождений, исследования геологической среды при катастрофах и в геологических целях.

ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ И МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ В РУДНЫХ РАЙОНАХ

5.1. Интерпретация гравитационного поля в южной части Криворожского синклинория

Криворожский синклинорий (КС) имеет очень сложное геологическое строение и представлен в южной части (Скелеватское железорудное месторождение) синклинальной складкой 1-го порядка, осложненной четырьмя складками 2-го порядка — чередующимися Саксаганскими и Тарапаковскими синклиналями и антиклиналями. Складки сложены тремя свитами пород криворожской серии: нижней песчано-сланцевой (K_1), средней железисто-кварцево-сланцевой (K_2), в которой переслаиваются 7 преимущественно железисто-кварцевых и 7 преимущественно сланцево-кварцево-железистых пластов различной мощности, сильно изменяющейся по простиранию вплоть до полного выклинивания в некоторых местах, и верхней графито-углисто-сланцевой (K_3). Глубинное строение КС изучено гравиметрическими методами [133]. Однако его южная часть этими методами не исследована, что обусловлено сложностью геологического строения, низкой точностью и неустойчивостью ранее используемых другими авторами методов интерпретации.

Цель настоящего подраздела — изучение распределения в трехмерном пространстве АП горных пород на глубинах более 300–600 м с перспективой продолжения добычи железных руд [89], которая на этой площади ведется с 1950-х годов открытыми горными выработками и дошла примерно до глубины 300 м.

Поставленная цель достигается использованием высокоустойчивых фильтрационных МР ОЛНЗГ, обеспечивающих снижение влияния погрешностей, возникающих при использовании простых аппроксимирующих СБИМ геологической среды [77, 80, 83]. Решение ОЗГ выполняется ФИМ с условной оптимизацией нескольких СБИМ с обеспечением сходимости всех решений по каждой модели к одному оптимальному решению [84]. Решение ОЗГ выполняется по картам ПСТ, разностей поля на двух высотах, градиентной разности поля вдоль профиля. В СБИМ используются блоки в виде ППД с начальными размерами 500×500×100 м, расположенные в горизонтальных слоях. В процессе интерпретации нелинейными методами блоки приобретают оптимальные размеры по высоте. Начальная АП задается произвольно одинаковой для всех блоков, а в результате решения ОЗГ плот-

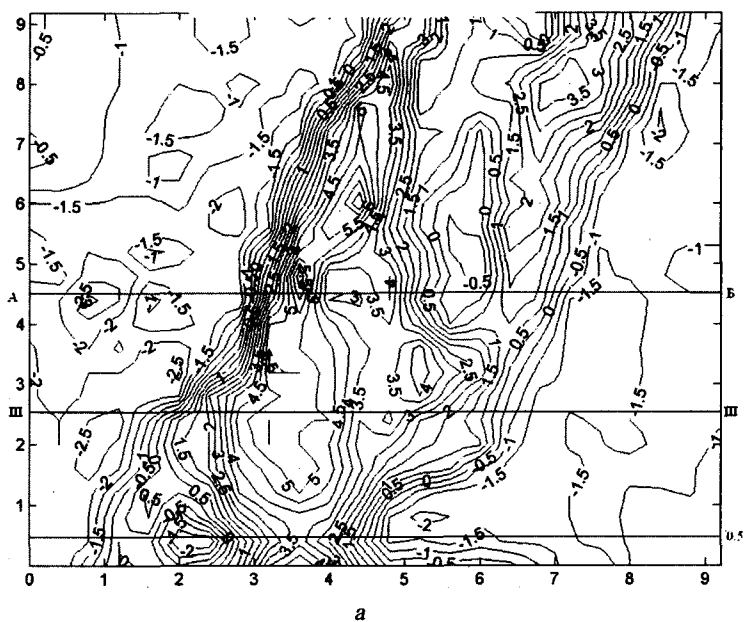
ность каждого блока также принимает оптимальное значение. На первом этапе ОЗГ решается для двухслойной модели, заполненной блоками. Используются две карты разностей поля (КРП) силы тяжести (рис. 5.1.1). Ширина зоны перекрытия 5,5 км. На картах выделяется несколько широтных зон тектонических нарушений. Первая выделяется в северной части КРП на уровне ординаты $y = 0,5$ км, в южной $-y = 6,0-6,5$ км. Вторая зона нарушений отмечается в южной части КРП на уровне ординаты $y = 3,0$ км, остальные нарушения имеют явно выраженное субширотное, диагональное или меридиональное простирание. В результате решения ОЛНЗГ по наземной карте (рис. 5.1.1, а) получена карта глубин до коренных пород (рис. 5.1.2), позволяющая точно учесть влияние 1-го слоя коренных пород при исключении его влияния из наблюдаемой аномалии.

Рассмотрим распределение АП под южной частью КРП (см. рис. 5.1.1, б). Согласно карте для верхнего слоя с глубинами до 180 м (рис. 5.1.2, 5.1.3, а), железистые породы имеют АП $0,6-0,8$ г/см³ по отношению к гранитам ($2,6$ г/см³). АП сланцевых горных пород верхней свиты $0,2-0,5$ г/см³.

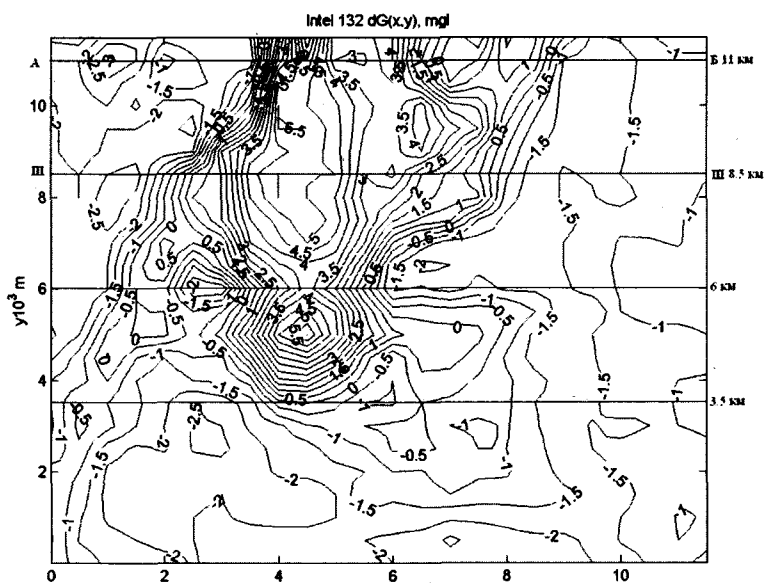
Согласно карте АП коренных пород кристаллического фундамента, в четвертом верхнем горизонтальном слое (рис. 5.3, б), в пределах глубин от 380 до 480 м, вдоль по контуру геологической структуры находятся высокоплотные железистые породы, но горизонтальные размеры высокоплотной части структуры значительно меньше, чем на рис. 5.3, а, что свидетельствует о тяготении железистых пластов к замыканию на шарнире. Согласно карте АП коренных пород фундамента в пятом верхнем слое (рис. 5.3, в), в пределах глубин от 480 до 680 м, вдоль по контуру геологической структуры находятся высокоплотные железистые горные породы. Они развиты и в центре структуры, где их избыточная АП достигает $1,1$ г/см³. Породы верхней свиты K_3 с меньшей АП ($0,2-0,5$ г/см³) расположены в шарнире синклинали на расстоянии 4–6 км севернее его южного замыкания. Горизонтальные размеры высокоплотной части структуры на глубине 480 м почти в 2 раза меньше, чем на глубинах 180–380 м, т. е. на этой глубине железистые пласты практически замыкаются, образуя шарнир.

Рассмотрим результаты решения ОЗГ по северной части КРП (см. рис. 5.2.1, б) с целью установления глубины распространения высокоплотных железистых пород. Как следует из карты АП (рис. 5.1.4) первого верхнего слоя коренных пород фундамента от его контактной поверхности с верхними рыхлыми отложениями до глубины 250 м, южная часть карты почти полностью повторяет особенности площадного распределения АП в ее северной части, верхний слой коренных пород имеет меньшую мощность (глубина от 20–90 до 180 м). Восточное крыло синклинали складки мощностью 2,0–2,5 км сложено породами с плотностью, достигающей $0,7-0,85$ г/см³, а западное крыло мощностью 1,5–2,0 км – породами с плотностью до $1,0-1,3$ г/см³.

Избыточная плотность окружающих складку гранитов и мигматитов не превышает местами $0,1$ г/см³. Ядро складки слагают породы с АП $0,1-0,3$ г/см³. Судя по густоте изолиний плотности на контакте с гранитами, можно сделать вывод, что и на западе и на востоке под рыхлые неогеновые и кайнозойские отложения на поверхность фундамента выходит свита пород K_1 с мощностью, лишь местами достигающей 500 м. Ширина складки довольно четко выдержана по простиранию и равна примерно 6 км. На глу-



а



б

Рис. 5.1. Карта разностей поля силы тяжести: а – северная часть; б – южная часть (изолинии – в миллигалах, расстояния: в 1 ед. – 1250 м)

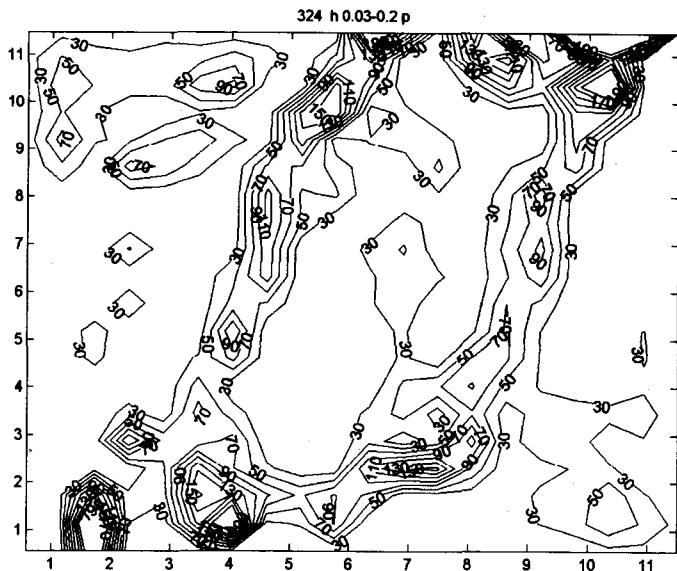
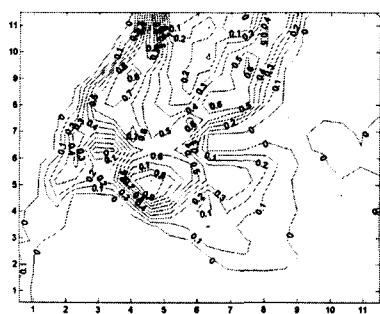
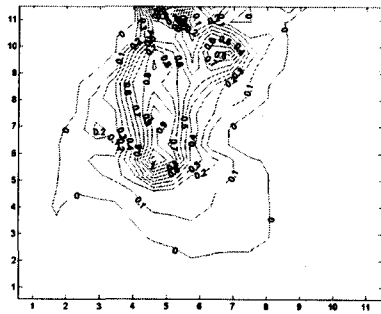


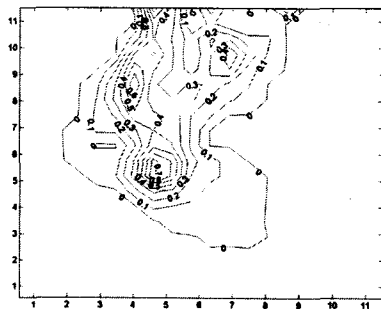
Рис. 5.1.2. Карта глубин до поверхности кристаллического фундамента (изолинии — в метрах, расстояния — в тысячах метров)



а



б



в

Рис. 5.1.3. Карта АП коренных пород кристаллического фундамента: а — верхнего слоя до глубины 180 м; б — 4-го верхнего слоя на глубинах от 380 до 480 м; в — 5-го верхнего слоя на глубинах от 480 до 680 м (изолинии — в $\text{г}/\text{см}^3$, расстояния — в тыс. м)

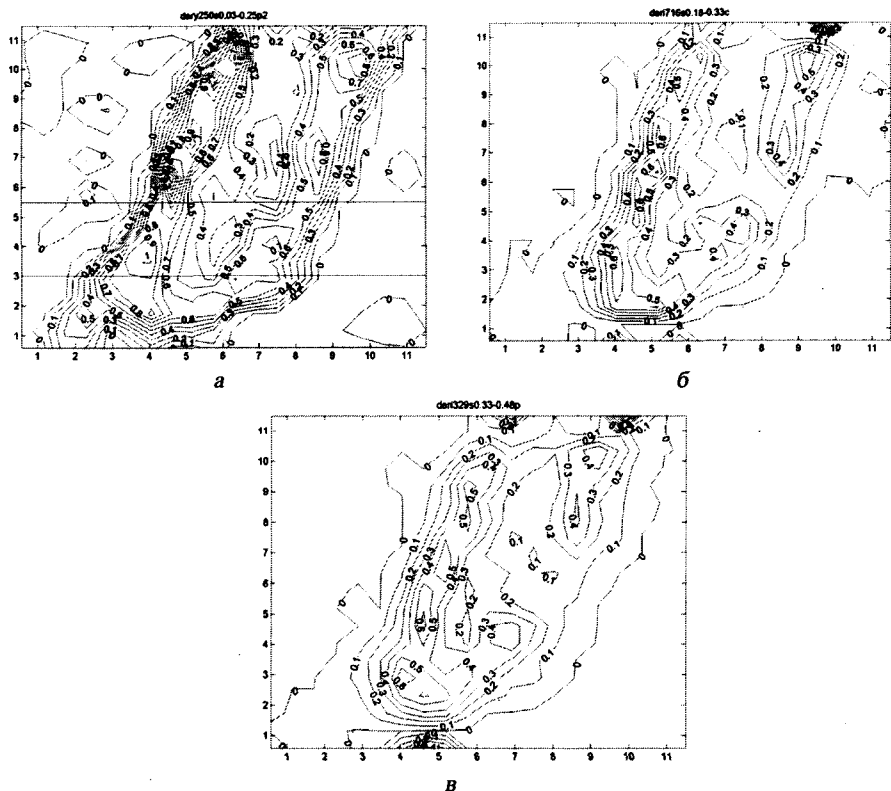


Рис. 5.1.4. Карта АП модели коренных пород кристаллического фундамента в модели верхнего слоя: а – первого, глубины от 20–90 до 250 м; б – второго, глубины от 180 до 330 м; в – третьего, глубины от 330 до 480 м

бине 300 м (см. рис. 5.1.4, б) ширина складки почти не уменьшилась, но увеличилась мощность серии K_1 почти везде до 500 м местами до 1 км. Мощность железистой свиты K_2 уменьшилась до 1–2 км, также уменьшилась средняя АП пород – до 0,4–0,5 г/см³ в восточном крыле складки и до 0,5–0,6 г/см³ в ее западном крыле. Кроме того, в восточном крыле складки появился разрыв длиной 1,0 км, заполненный породами с низкой АП (0,1–0,15 г/см³). На глубинах до 480 м этот разрыв увеличился до 2 км по простиранию крыла (см. рис. 5.1.4, в), но распределение АП железистых пород в западном и восточном крыльях складки не изменилось. В пятом слое в пределах глубин от 530 до 680 м (рис. 5.1.5, а) плотность железистых пород увеличена, но конфигурация элементов складки и ее размеры почти такие же, как и по результатам решения линейной обратной задачи. В шестом слое (на рисунках не показано) крыльев складок уже почти не видно, а имеется один мощный вертикальный пласт, содержащий шарнир четвертого железистого горизонта. Другими методами с углублением на 150 и 200 м получены примерно такие же конфигурации складки в области ее шарнира. В этом слое северная часть восточного крыла складки уже не содержит высокоплотных пород с АП больше 0,2–0,3 г/см³. Площадь области шарнира

складки уменьшилась до 6×3 км с наиболее плотными породами в южной части ($0,5-0,8$ г/см³). На глубинах 780–1080 м конфигурация складки в области шарнира почти не изменилась, но на глубинах 1080–1380 м ее площадь уменьшилась до 5×2 км. Из сравнения карт АП для СБИМ с разбивкой на горизонтальные слои мощностью 150 и 200 м следует, что результаты решения обратной задачи по разным моделям дают качественно одинаковые результаты интерпретации, а количественные оценки могут пропорционально различаться, так как все три модели также качественно не отличаются друг от друга, а количественно все три слоя различаются или по мощности, или по их местоположению по высоте.

В решении ОНЗГ АП в складке почти полностью совпадает с АП в решениях ОЛЗГ до глубин 1450 м. Несколько шире и более неоднородной стала зона близких к нулю значений АП. Однако на глубинах 1450–1650 м АП в решении ОНЗГ резко снижается почти в 2 раза. Это обусловлено тем, что в ОНЗГ глубины не фиксируются, а подбираются из любых начальных условий вместе с подбором АП [73, 81, 86].

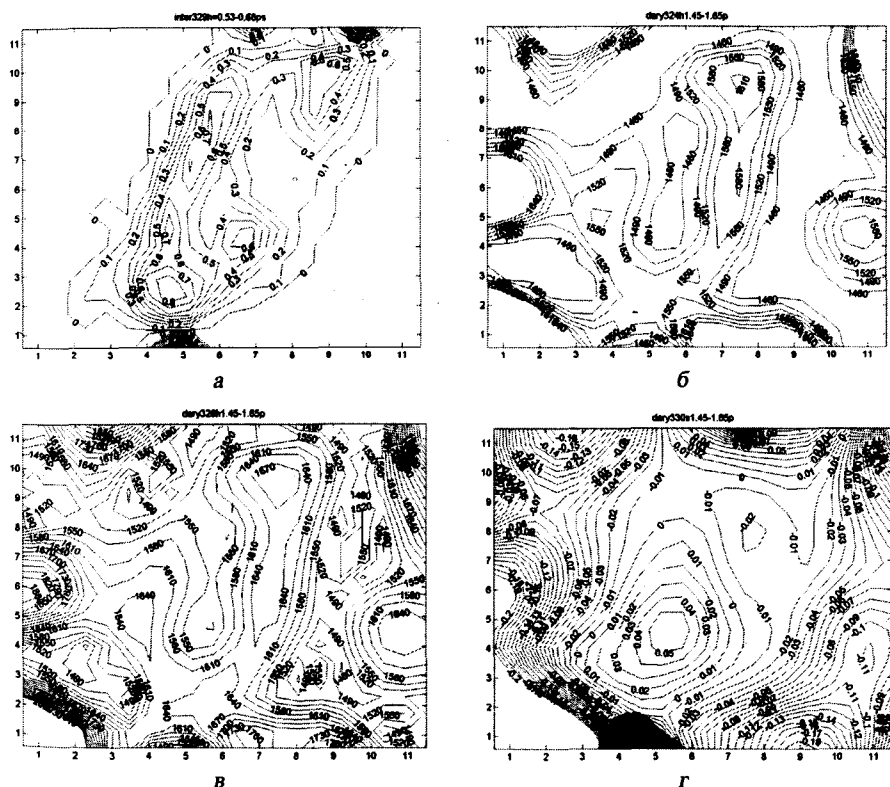


Рис. 5.1.5. Результаты решения нелинейной обратной задачи. Модели коренных пород кристаллического фундамента: а – карта АП 5-го верхнего слоя в пределах глубин от 530 до 680 м; б – карта глубин до кровли аномального пласта в пределах глубин 1460–1650 м; в – карта глубин до подошвы аномального пласта в пределах глубин 1460–1650 м; г – карта АП последнего слоя полубесконечных вертикальных призм для глубин более 1650 м

Как следует из рис. 5.1.5, б, в почти на всей площади карты алгоритмом выбран слой мощностью 60–90 м, что определяется разностью глубин по этим же рисункам, хотя начальными условиями для данного этапа решения ОЛНЗГ был выбран пласт мощностью 200 м в пределах глубин 1450–1650 м. Из рис. 5.1.5, г; 5.1. 6 видно, что остатки пород с высокой АП в уменьшенном почти в точку центре складки по результатам решения ОЛЗ и ОЛНЗ очень малы по площади и имеют АП соответственно 0,045 и 0,055 г/см³.

Таким образом, по результатам решения ОНЗГ (рис. 5.1.5, 5.1.6) можно предполагать, что степень обогащения железом пород, по крайней мере, сплошных богатых рудных залежей, уменьшается начиная с глубины 1450 м. Вместе с тем согласно результатам решения линейной ОЗ (рис. 5.1.6) следует предполагать, что богатые рудные залежи достигают глубины 1800 м. И только там они сменяются безрудными породами нижней свиты К₁. Площадь Криворожского синклинория в горизонтальном сечении по первой СБИМ (рис. 5.1.6) на глубинах более 1880 м не превышает 0,25 км², а по второй СБИМ на глубинах более 1680 м – 1 км². Таким образом, глубина залегания синклинория на этом участке достигает в среднем 1800 м на линии с координатами (5,0; 4,0–5,5 км). Разница в глубинах по всем методам (около 300 м при общей глубине 1500–1800 м) составляет 15–20 % и не считается очень большой. Однако если учесть, что на картах остатков поля после различных этапов решения ОЛЗГ и ОЛНЗГ (рис. 5.1.7, остальные карты не приведены) на линии с максимальной глубиной залегания желе-

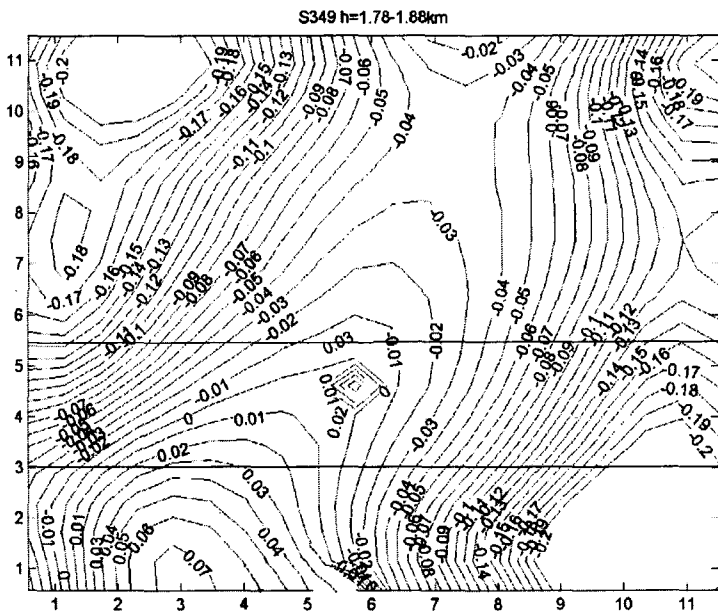


Рис. 5.1.6. Результаты решения линейной обратной задачи по модели I. Карта АП коренных пород кристаллического фундамента в последнем подстилающем слое ПВП первой СБИМ на глубинах более 1880 м

зистых пород их значения почти не превышают одного сечения изолиний 0,2 мгл, а максимумы сосредоточены почти только над границей синклинали, где ошибки аппроксимации блоками наибольшие, то разницу глубин по нескольким методам и моделям следует объяснять другими причинами. Это может быть обусловлено переходом на другую модель с толщиной горизонтальных слоев 200 м, вместо 150 м, или с переходом на определенной глубине от решения ОЛЗГ к решению ОНЗГ.

Точность подбора неосредненного поля при решении ОЛЗГ и ОНЗГ составляет 0,13–0,3 мгл (рис. 5.1.7). Однако этот показатель не существен, поскольку методы решения ОЗГ являются высокофильтрационными и оставляют на карте невязок поля очень интенсивные одноточечные аномалии, не превращая их в плотность пород [85, 88, 90, 91, 92]. Тем не менее точность подбора поля (ТПП) вычисляется на каждой итерации, и с ее помощью контролируется процесс решения ОЗГ. Более важный показатель – сходимость результатов определения АП или глубин по парам СБИМ при решении ОНЗГ оптимизационными методами, которые построены на классе нескольких СБИМ, объединенных под одним критерием оптимизации [84].

Как следует из рис. 5.1.8, результаты решения ОЗГ довольно хорошо сходятся при использовании двух СБИМ с одним критерием оптимизации. Поскольку АП подстилающего слоя (рис. 5.1.8, б, г) довольно высокая – 0,5 г/см³, то по результатам совместной интерпретации с двумя моделями,

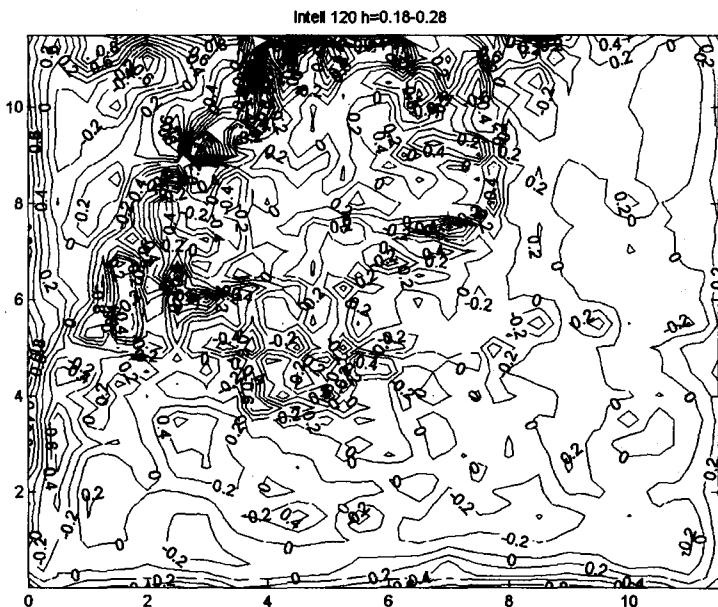


Рис. 5.1.7. Результаты решения линейной обратной задачи для южной части карты (см. рис. 5.1.2). Карта остатков поля после исключения влияния 1-го и 2-го верхних слоев и последнего слоя ПВП из модели коренных пород кристаллического фундамента для глубин более 180 м

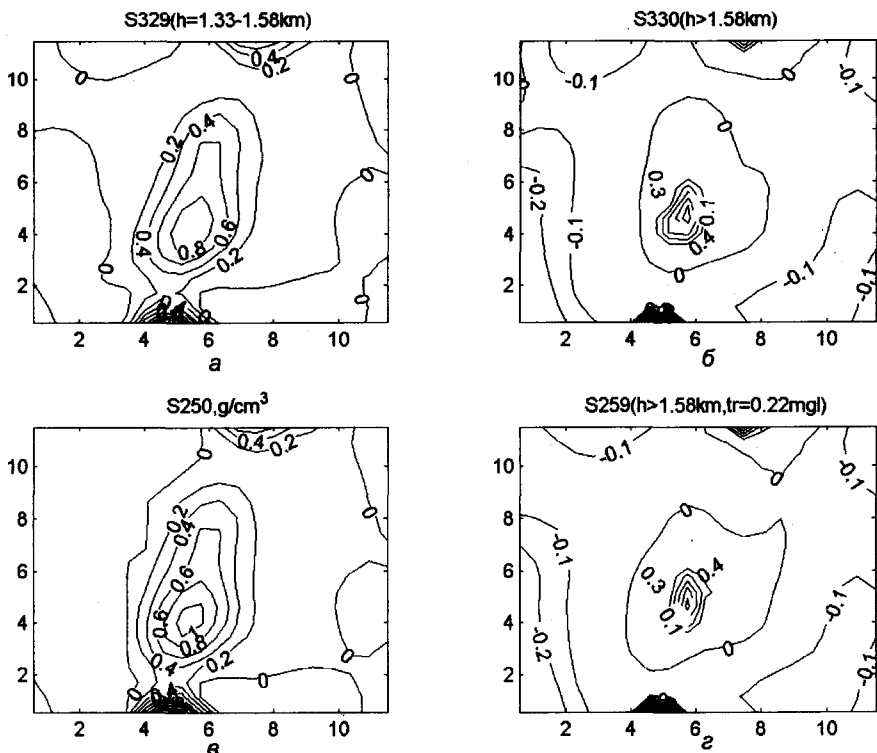


Рис. 5.1.8. Результаты решения нелинейной ОЗГ по семейству из двух СБИМ: а, в – карты АП 1-го слоя на глубинах 1330–1580 м; б, г – карты АП подстилающего слоя ПВП на глубинах 1580 м по моделям I и II

с учетом предыдущих результатов решения ОЗ (рис. 5.1.6), можно предполагать, что железистые породы еще есть на глубине 1800–1900 м.

Предложенная методика позволяет изучать глубинное строение крупных, средних и мелких геологических структур, содержащих переслаивающиеся высокоплотные горные породы с целью прогнозирования перспектив добычи руд или углеводородов на месторождениях полезных ископаемых.

Результат интерпретации измеренного поля характеризуется высокой устойчивостью решения, его реальной геологической содержательностью и реально высокой ТВП (ТПП) с отсеиванием больших помех. Такие результаты интерпретации можно получить для нескольких СБИМ с разными параметрами сетки и при разных начальных условиях, и все они будут устойчивыми и геологически содержательными, хотя при разных размерах блоков их АП между собой, как и ТВП, в реальных пределах будут различаться.

5.2. Интерпретация гравитационных аномалий Восточно-Ингулецкой площади

В 10–12 км к юго-востоку от южного замыкания Криворожского синклиория находится мало изученная гравитационная аномалия (рис. 5.2.1, б) над комплексом железистых пород [185, 186, 190, 205], окруженных породами с бокситосодержащей корой выветривания. Интерпретация этой аномалии выполнена по вышеприведенной методике и теми же методами (рис. 5.2.1–5.2.3), причем результаты решения линейной (рис. 5.2.1, 5.2.3) и нелинейной (рис. 5.2.2) обратных задач совпадают как по разным методам, так и по разным моделям.

Для обеспечения однозначности решение задач проведено с добавлением в поле через одну точку ЗП ± 1 мгл [84], о чем свидетельствуют зигзаги на изолиниях поля (рис. 5.2.1, б) и локальные аномалии вокруг каждой точки поля по сети 250×250 м на фрагменте карты остатков поля (рис. 5.2.1, г).

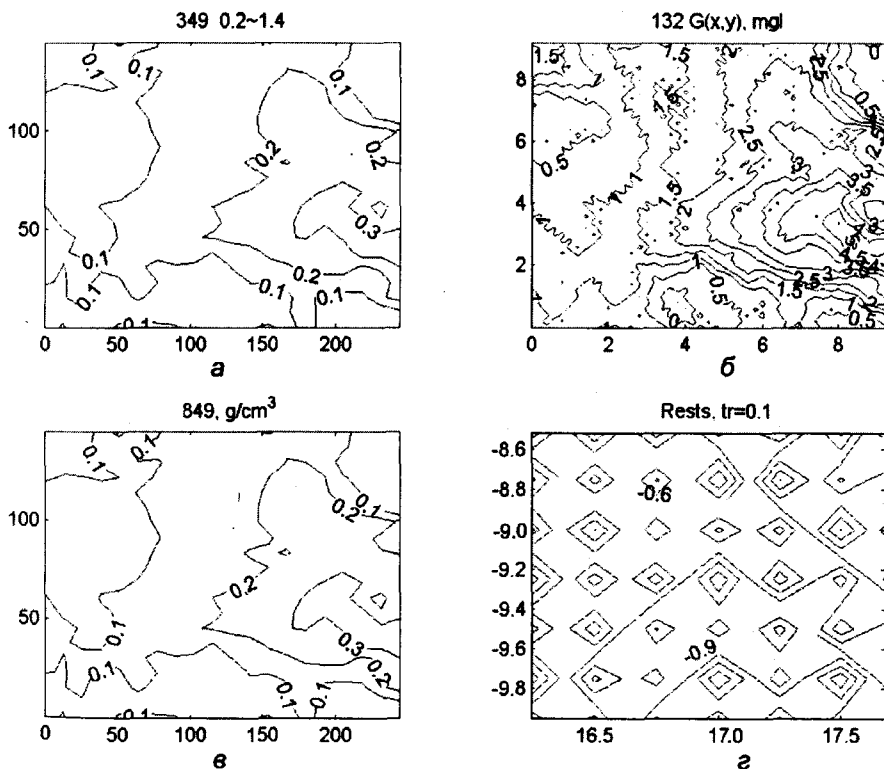


Рис. 5.2.1. Результаты решения ОЛЗГ по семейству из двух СБИМ: а, в – карты АП 2-го слоя ПВП на глубинах больше 1400 м; б – КРП силы тяжести восточной части Ингулецкого участка; г – карта остатков разностей ПСТ (в мгл)

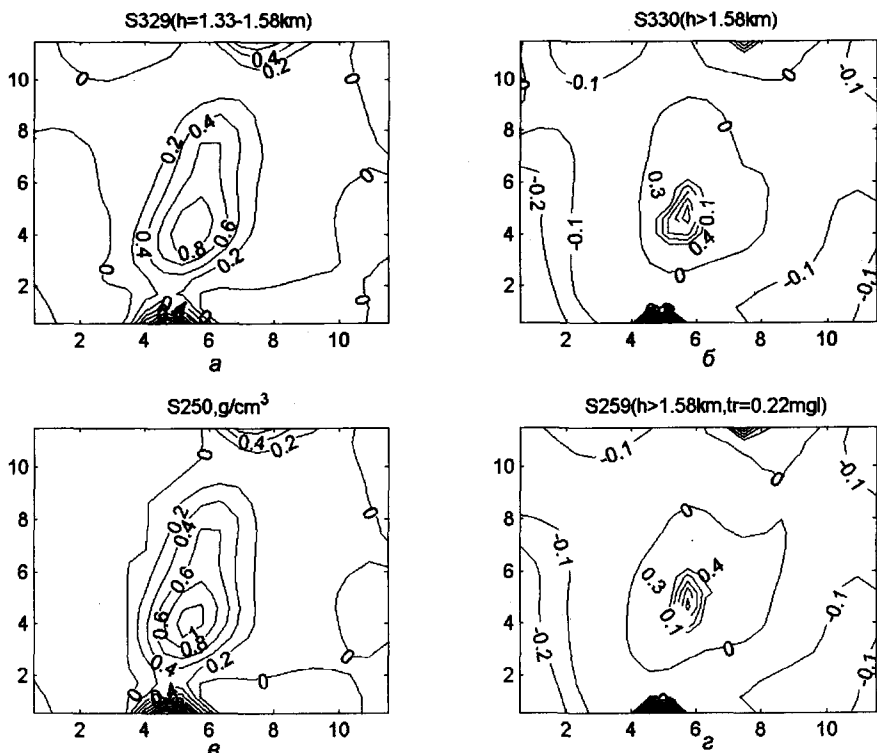


Рис. 5.1.8. Результаты решения нелинейной ОЗГ по семейству из двух СБИМ: а, в — карты АП 1-го слоя на глубинах 1330–1580 м; б, г — карты АП подстилающего слоя ПВП на глубинах 1580 м по моделям I и II

с учетом предыдущих результатов решения ОЗ (рис. 5.1.6), можно предполагать, что железистые породы еще есть на глубине 1800–1900 м.

Предложенная методика позволяет изучать глубинное строение крупных, средних и мелких геологических структур, содержащих переслаивающиеся высокоплотные горные породы с целью прогнозирования перспектив добычи руд или углеводородов на месторождениях полезных ископаемых.

Результат интерпретации измеренного поля характеризуется высокой устойчивостью решения, его реальной геологической содержательностью и реально высокой ТВП (ТПП) с отсеиванием больших помех. Такие результаты интерпретации можно получить для нескольких СБИМ с разными параметрами сетки и при разных начальных условиях, и все они будут устойчивыми и геологически содержательными, хотя при разных размерах блоков их АП между собой, как и ТВП, в реальных пределах будут различаться.

5.2. Интерпретация гравитационных аномалий Восточно-Ингулецкой площади

В 10–12 км к юго-востоку от южного замыкания Криворожского синклиория находится мало изученная гравитационная аномалия (рис. 5.2.1, б) над комплексом железистых пород [185, 186, 190, 205], окруженных породами с бокситосодержащей корой выветривания. Интерпретация этой аномалии выполнена по вышеприведенной методике и теми же методами (рис. 5.2.1–5.2.3), причем результаты решения линейной (рис. 5.2.1, 5.2.3) и нелинейной (рис. 5.2.2) обратных задач совпадают как по разным методам, так и по разным моделям.

Для обеспечения однозначности решение задач проведено с добавлением в поле через одну точку ЗП ± 1 мгл [84], о чем свидетельствуют зигзаги на изолиниях поля (рис. 5.2.1, б) и локальные аномалии вокруг каждой точки поля по сети 250×250 м на фрагменте карты остатков поля (рис. 5.2.1, г).

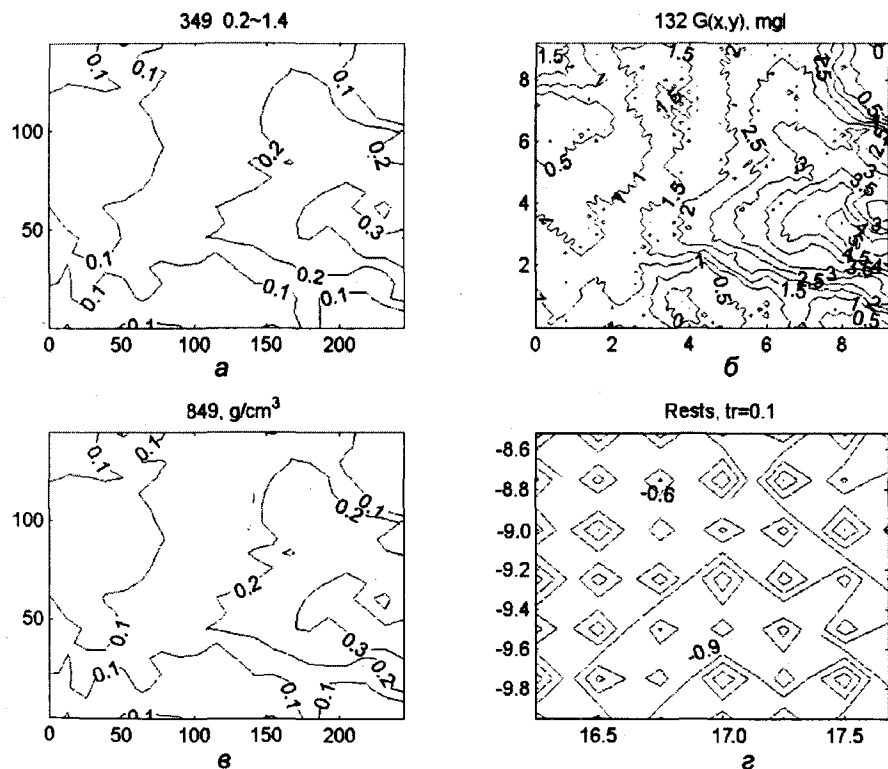


Рис. 5.2.1. Результаты решения ОЛЗГ по семейству из двух СБИМ: а, в – карты АП 2-го слоя ПВП на глубинах больше 1400 м; б – КРП силы тяжести восточной части Ингулецкого участка; г – карта остатков разностей ПСТ (в мгл)

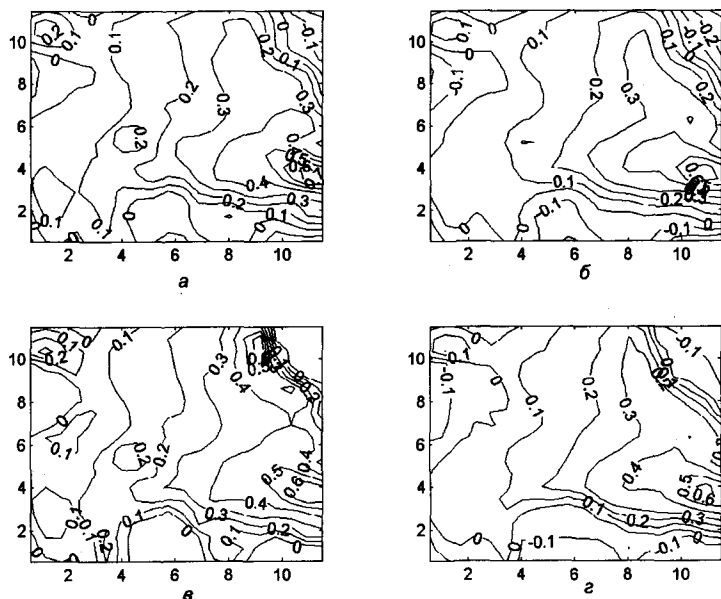


Рис. 5.2.2. Результаты решения ОНЗГ по семейству из двух СБИМ: а, в – карты АП 1-го слоя на глубинах 1470–1870 м; б, г – карты АП подстилающего слоя ПВП на глубинах ≥ 1870 м по моделям I и II

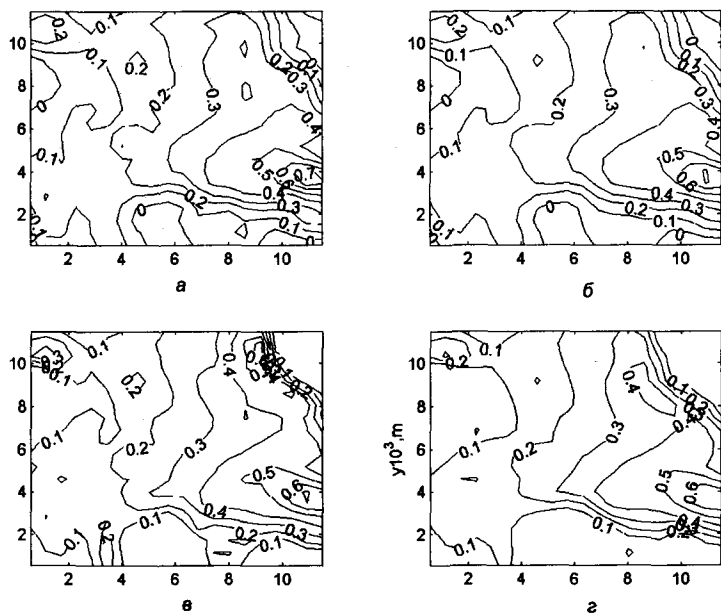


Рис. 5.2.3. Результаты решения линейной ОЗГ по семейству из двух СБИМ: а, в – карты АП 1-го слоя на глубинах 1470–1870 м; б, г – карты АП подстилающего слоя ПВП на глубинах ≥ 1870 м по моделям I и II

5.3. Интерпретация Авдотьевской магнитной аномалии Николаевского участка Ингульской синклинали

Решение линеаризованной ОЗМ [72, 86] выполнено независимо по двум картам поля (рис. 5.3.1, а; 5.3.2, а), смещенным на 600 м с запада на восток. В целом результаты интерпретации в перекрываемой зоне сходятся как качественно (см. рис. 5.3.1, в, г; 5.3.2, б-г; 5.3.3, а), так и количественно по ТВП: $tr=3$ нТл (см. рис. 5.3.1) и $tr=2,6$ нТл (см. рис. 5.3.2). Как следует из рис. 5.3.3, максимальные глубины до блоков первого магнитного слоя фиксируются там, где находятся полуокисленные породы с наибольшей ИН. Под ними же находятся и неокисленные породы второго слоя с более высокой ИН, чем ИН окружающих пород.

Таким образом, над магнитными слоями расположены зоны с наиболее мощной корой выветривания. Аналогичная картина наблюдается и над вторым слоем неокисленных пород (рис. 5.3.1, в, г; 5.3.2, б, г) — слабомагнитные породы менее разрушены и глубина до них меньше. Тот же результат получен и для более глубоких слоев, глубины до которых определены ЭИМ при решении обратной задачи совместно по двум моделям среды по критерию поправок (рис. 5.3.4) [70, 72, 86].

Качественно такое же распределение и соответствие ИН и глубин получены при решении обратной задачи с двумя моделями, но с критерием по НП (рис. 5.3.5) [72, 76, 86, 88–92]. Однако в первом слое для правой аномалии (рис. 5.3.4, а, б) по критерию поправок получено ИН 290 отн. ед. при глубине 620 м, а по критерию невязок — ИН 80 отн. ед. при глубине 1140 м (см. рис. 5.3.5, а, б).

Во втором слое по критерию поправок ИН равно 295 отн. ед. при глубине 820 м (см. рис. 5.3.4, в, г), а по критерию невязок ИН равно 160 отн. ед. при глубине 1160 м (см. рис. 5.3.5, в, г).

В приложениях Г и Е приведены аналогичные результаты по Нововладимировской магнитной аномалии с более детальным определением ИН слоев конкретных геологических пород и формаций и переменных по площади глубин до их поверхностей напластования при использовании нескольких интерпретационных моделей как под одним общим критерием оптимизации, так и отдельно для каждой модели.

Из сравнения этих параметров следует вывод, что по критерию поправок получены решения обратной задачи в двух слоях, близкие к реальным, а по критерию НП — далекое от эквивалентного замещение двумя слишком разными, в отличие от метода поправок, слоями с меньшей ИН, очень малой мощностью первого слоя и намного большей глубиной расположения блоков [72, 76, 80, 86].

Аналогичные решения обратной задачи получены теми же методами для трехкомпонентной магнитометрии (рис. 5.3.6 и 5.3.7). Качественно они сходны с послойными решениями ОЛЗМ, но количественно имеются очень большие расхождения в методе с критерием по невязке (рис. 5.3.7). И напротив, решение обратной задачи ЭИМ с критерием по поправке (рис. 5.3.6) устойчивое и геологически содержательное.

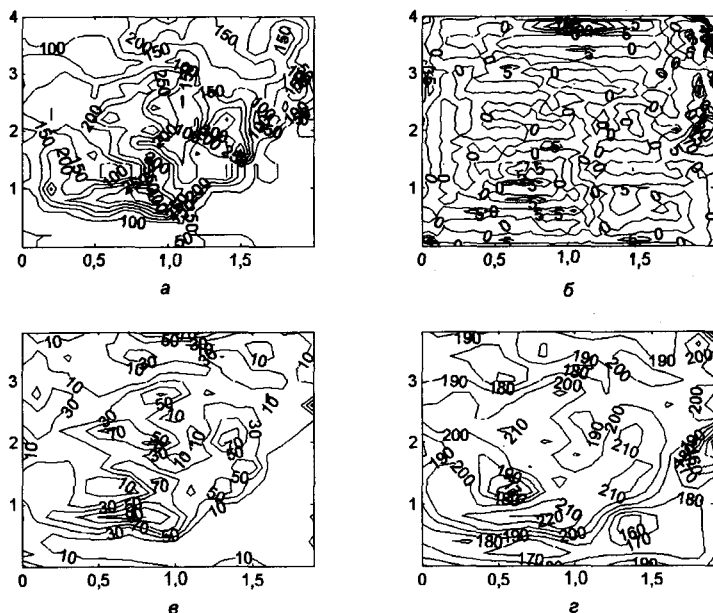


Рис. 5.3.1. Результаты решения нелинейной ОЗМ по одной СБИМ (пикеты 7–47): а – карта неосредненного магнитного поля Z_n (в нТл); б – карта остатков поля сечением 5 нТл (ТВП 3,03 нТл); в – карта интенсивности намагничивания блоков 2-го слоя (в отн. ед.); г – карта глубин до кровли 2-го слоя (в м)

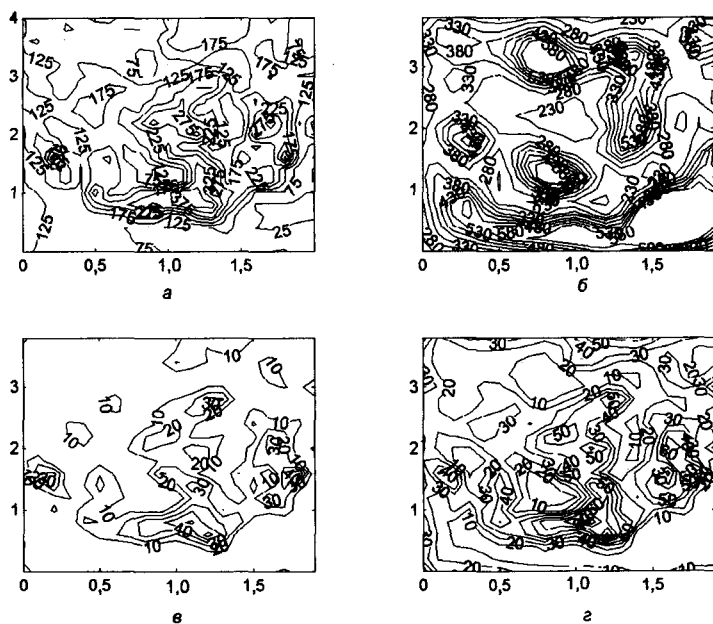
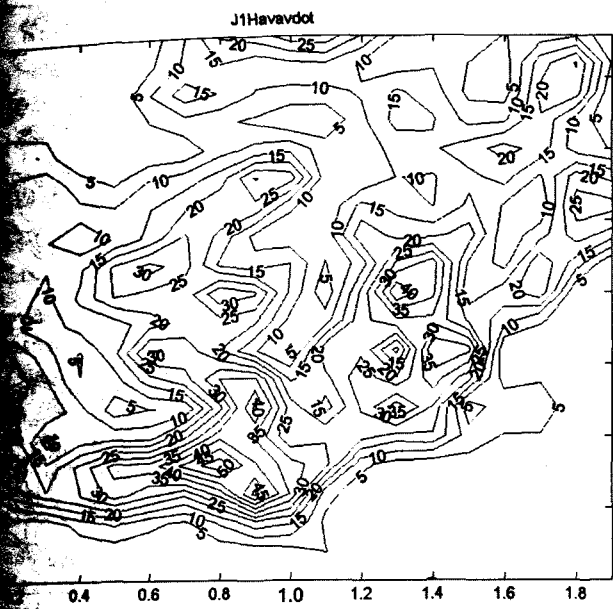
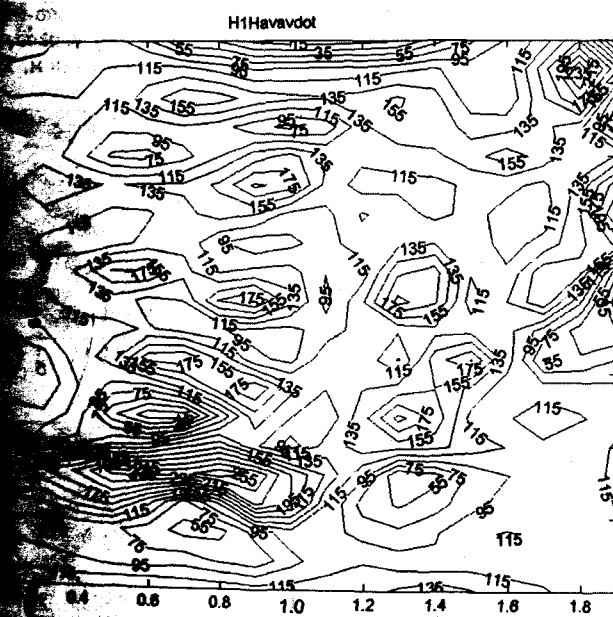


Рис. 5.3.2. Результаты решения нелинейной ОЗМ по одной СБИМ (пикеты 1–41): а – карта магнитного поля Z_n (в нТл); б – карта глубин до кровли 2-го слоя (в м) (ТВП 2,63 нТл); в, г – карты интенсивности намагничивания блоков 1-го и 2-го слоев (в отн. ед.)



a



б

Рис. 5.3. Решение нелинейной ОЗМ по одной СБИМ (пикеты 7-47): а - карта намагничивания блоков 1-го слоя (в отн. ед.); б - карта глубин блоков 1-го слоя (в м)

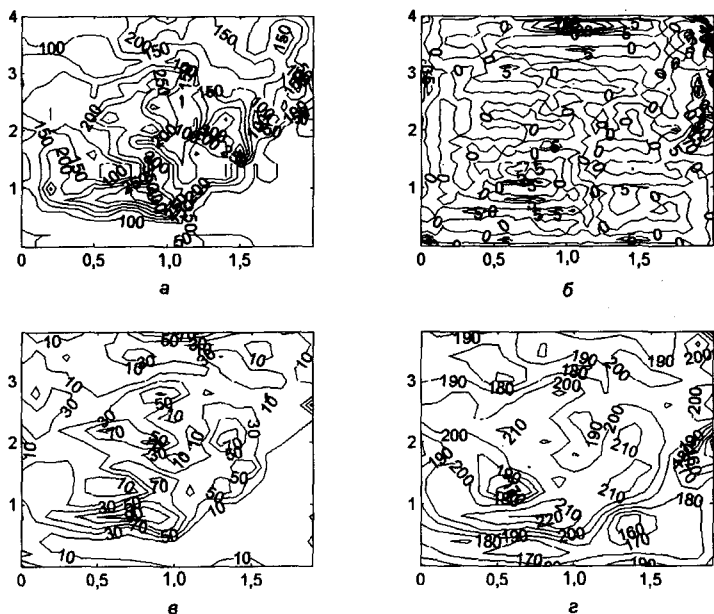


Рис. 5.3.1. Результаты решения нелинейной ОЗМ по одной СБИМ (пикеты 7–47): а – карта неосредненного магнитного поля Z_n (в нТл); б – карта остатков поля сечением 5 нТл (ТВП 3,03 нТл); в – карта интенсивности намагничивания блоков 2-го слоя (в отн. ед.); г – карта глубин до кровли 2-го слоя (в м)

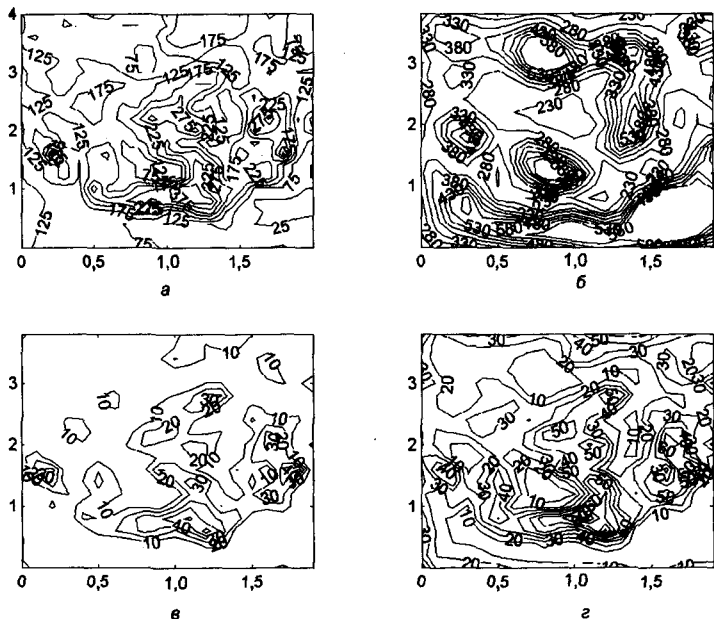


Рис. 5.3.2. Результаты решения нелинейной ОЗМ по одной СБИМ (пикеты 1–41): а – карта магнитного поля Z_n (в нТл); б – карта глубин до кровли 2-го слоя (в м) (ТВП 2,63 нТл); в, г – карты интенсивности намагничивания блоков 1-го и 2-го слоев (в отн. ед.)

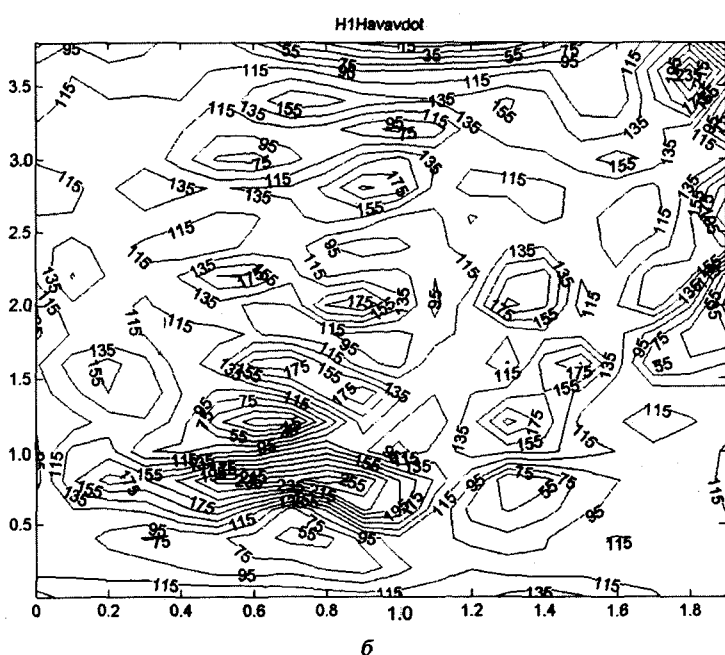
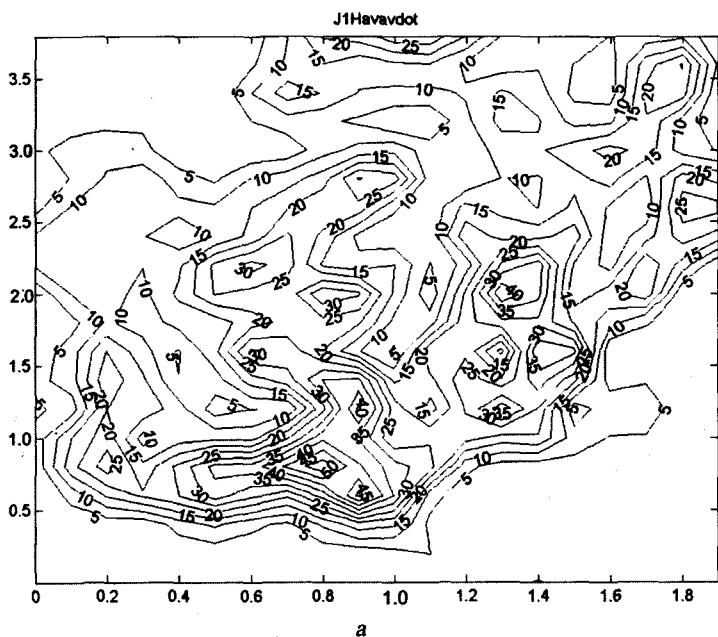


Рис. 5.3.3. Результаты решения нелинейной ОЗМ по одной СБИМ (пикеты 7–47): а – карта интенсивности намагничивания блоков 1-го слоя (в отн. ед.); б – карта глубин до кровли 1-го слоя (в м)

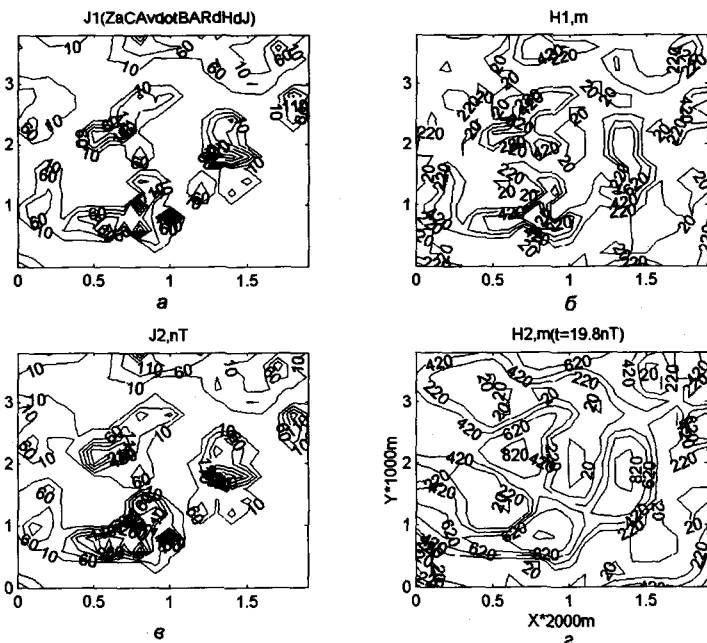


Рис. 5.3.4. Результаты решения нелинейной ОЗМ экстремально-избирательным методом по двум СБИМ (пикеты 7–47): а, в – карты ИН блоков 1-го и 2-го слоев (в отн. ед.); б, г – карты глубин до кровли 1-го и 2-го слоев (в м, ТВП 19,8 нТл)

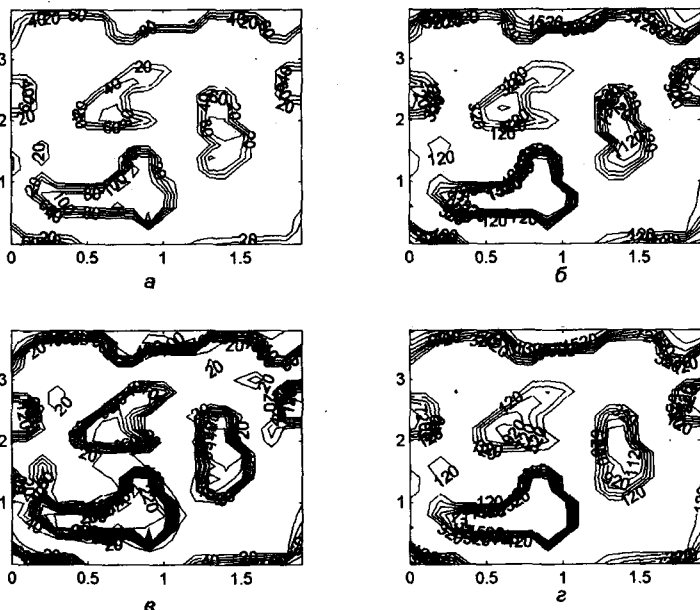


Рис. 5.3.5. Результаты решения нелинейной ОЗМ методом невязок по двум СБИМ: а, в – карты ИН блоков 1-го и 2-го слоев (в отн. ед.); б, г – карты глубин до кровли 1-го и 2-го слоев (в м; расстояния – в км $\times 2$; ТВП 19,8 нТл)

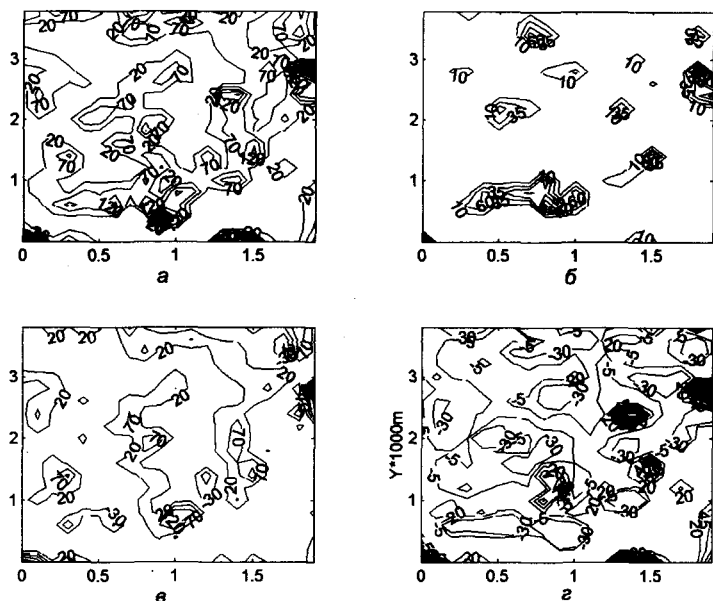


Рис. 5.3.6. Результаты решения трехкомпонентной нелинейной ОЗМ по Z_n экстремально-избирательным методом по одной СБИМ (пикеты 7–47): а – карта полного вектора ИН блоков 1-го слоя (в отн. ед.); б–г – карты компонент ИН 1-го слоя (в отн. ед., ТВП 5,74 нТл)

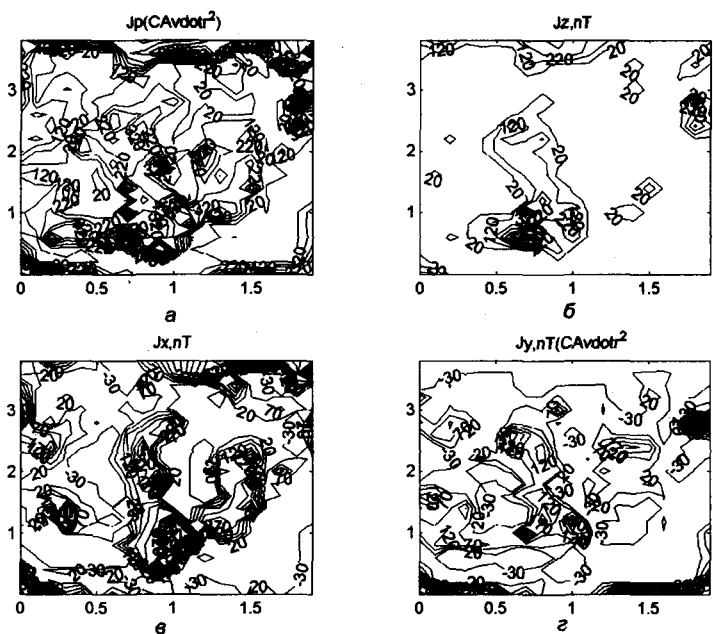


Рис. 5.3.7. Результаты решения трехкомпонентной нелинейной ОЗМ по Z_n методом невязок по одной СБИМ (пикеты 7–47): а – карта полного вектора ИН блоков 1-го слоя (в отн. ед.); б–г – карты компонент ИН 1-го слоя

5.4. Интерпретация магнитного поля на Гуровском участке Ингульской синклинали

На карте магнитного поля (рис. 5.4.1) основной фон составляет 150 нТл. Остальные участки поля представлены локальными аномалиями на 100–400 нТл больше фона [70, 72, 76]. Решением обратной задачи для трехслойных моделей (рис. 5.4.2–5.4.3, а, б) установлено, что эти аномалии созданы поднятиями кристаллического фундамента примерно на 100 м (рис. 5.4.2, а), хотя и в самих поднятиях ИН на 5–10 отн. ед. больше, чем ИН окружающих пород (рис. 5.30). Поверхности второго и третьего слоев и их ИН примерно повторяются (рис. 5.4.2, б, в, 5.4.3, б, в). Так, для аномалии с эпицентром (0,6; 1,3 км) ИН соответственно равны 10, 20 и 25 отн. ед. при глубинах 45, 50 и 150 м и среднем превышении над окружающим рельефом слоя 110, 135 и 180 м.

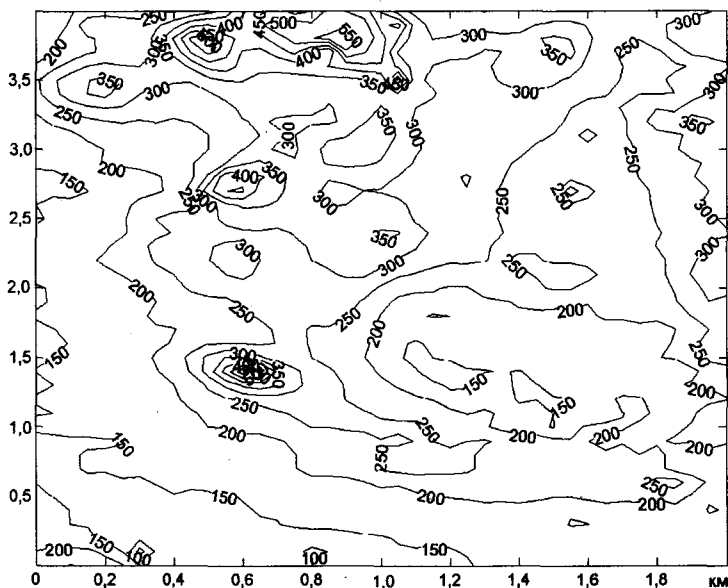


Рис. 5.4.1. Фрагмент карты магнитного поля Гуровского участка (Z_n – в нТл)

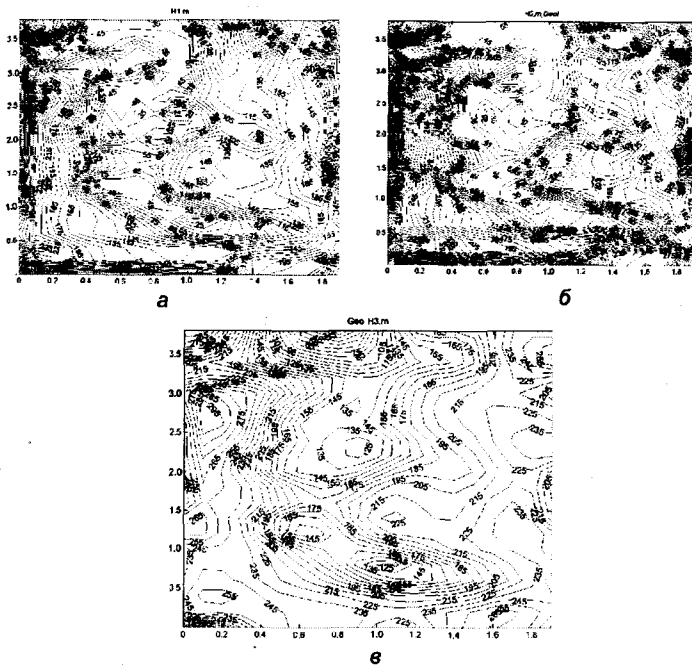


Рис. 5.4.2. Фрагмент карты глубин на Гуровском участке: а – 1-й слой; б – 2-й слой; в – 3-й слой

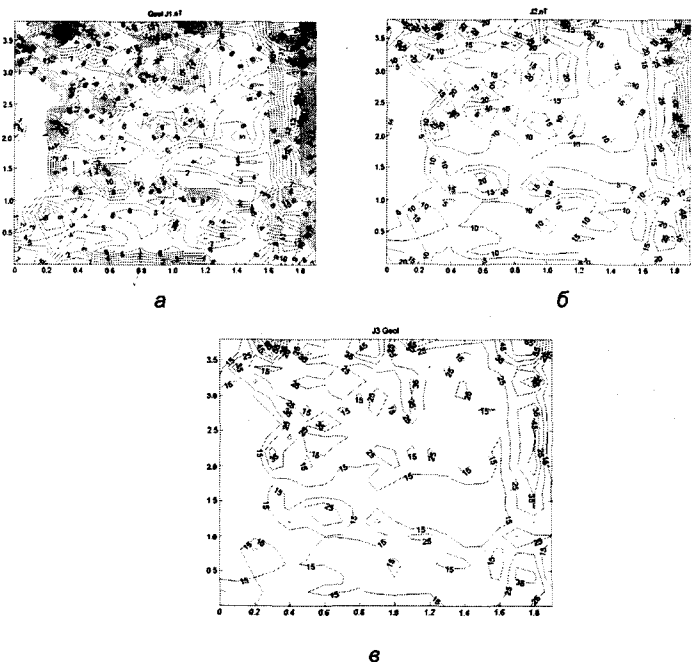


Рис. 5.4.3. Фрагмент карты интенсивности намагничивания (в отн. ед.) на Гуровском участке: а – 1-й слой; б – 2-й слой; в – 3-й слой

5.5. Интерпретация магнитного поля на Христофоровском участке Ингульской синклинали

Поскольку в области аномалий наблюдается постепенный рост ИН с глубиной, то можно предполагать, что некоторые магнитные тела могут быть сложены основными или ультраосновными породами, перспективными на сульфидное оруденение. Ниже приведены результаты решения обратной задачи еще по Христофоровскому участку Западного Кривбасса (рис. 5.5.1) [81, 85], где наблюдается увеличение магнитных свойств довольно сильно аномального тела с ИН от 20–60 (рис. 5.5.1, а) до 140 отн. ед. (рис. 5.5.1, б) при глубине до кровли 1-го слоя полуокисленных ультраосновных пород 225 м (рис. 5.5.1, в) и кровли 2-го слоя неокисленных пород 280 м (рис. 5.5.1, г).

При мощности осадочного чехла 20–30 м мощность коры выветривания над ультраосновными породами составляет 200 м. Запасы не требующего дробления рыхлого сырья – 3,6 млн т.

Если учесть, что вся добываемая горная масса – очень ценное химическое сырье, то такое месторождение представляет собой весьма перспективный объект.

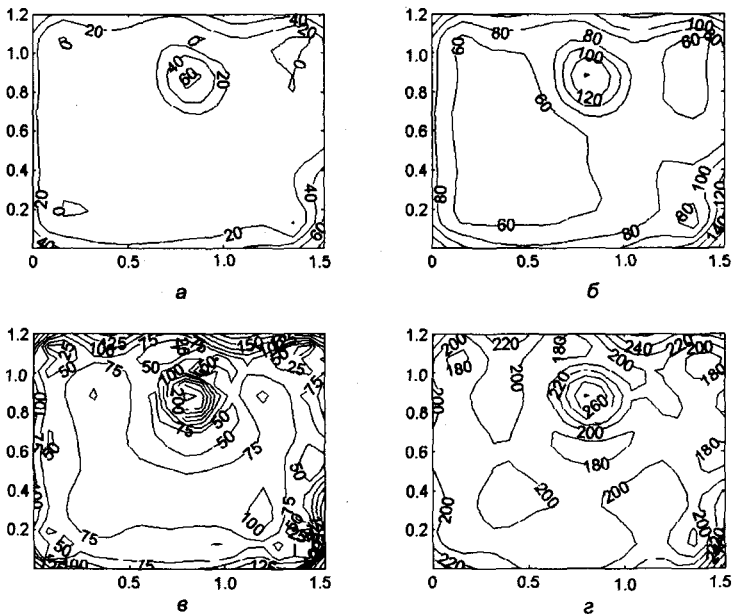


Рис. 5.5.1. Результаты решения нелинейной ОЗМ экстремально-избирательным методом. Христофоровский участок: а, в – карты ИН блоков 1-го и 2-го слоев (в отн. ед.); б, г – карты глубин до кровли 1-го и 2-го слоев

5.6. Интерпретация магнитного поля на Александровском участке Криворожского синклиория

На участке по карте магнитного поля (рис. 5.6.1) выделено три группы аномалий, обусловленных никельсодержащими горными породами. В результате предварительной интерпретации магнитного поля линейными методами получены карты распределения магнитных свойств в трех горизонтальных слоях СБИМ: 50–450, 450–850 и более 850 м (рис. 5.6.2). На карте ИН 1-го слоя (рис. 5.6.2, а) выделено пять массивов с высокой ИН: северо-западный, западный, юго-западный, северо-восточный и юго-восточный. Первый и последний массивы в первом слое имеют наиболее высокую ИН – 175–200 отн. ед. Во втором слое в них ИН падает до 75 отн. ед. (рис. 5.6.2, б), а третий полубесконечный слой (рис. 5.6.2, в), содержащий магнитные породы, послойно не разделялся. В других массивах наблюдается обычный порядок следования пластов по росту их ИН с глубиной в связи с уменьшением степени окисления. ТВП около 10 нТл, а в аномальных зонах после решения ОЛЗМ наблюдаются остатки поля в отдельных точках 150–200 нТл, что обусловлено обычной для таких горных массивов и размеров блоков модели неоднородностью как по вещественному составу, так и по магнитным свойствам.

В целом наиболее перспективны северо-западный и юго-восточный массивы. Их длина по простиранию 2,5 км, ширина – до 1 км, чего вполне достаточно для проектирования двух рудников на комбинате. Для первого магнитоактивного слоя пород (рис. 5.6.3, а) и второго плотностного слоя (рис. 5.6.3, б) получено решение совместной ОЗГМ с использованием общей интерпретационной модели для магнитного и гравитационного полей под одним критерием оптимизации [80, 91, 92]. Вертикальная мощность

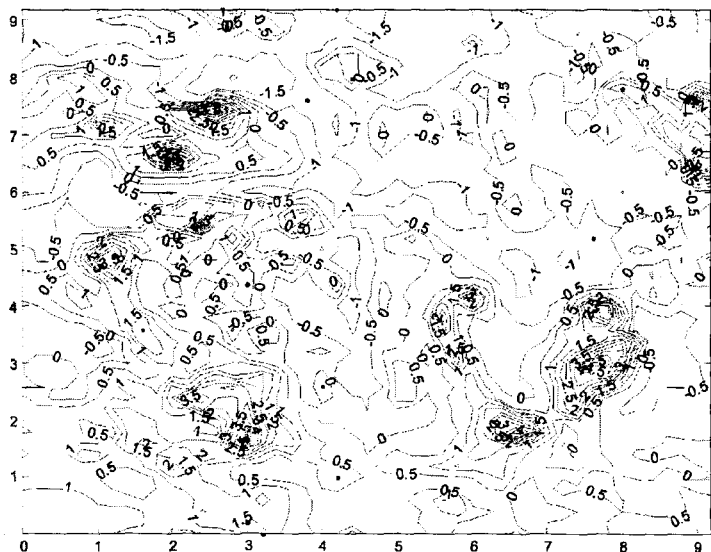


Рис. 5.6.1. Карта магнитного поля участка работ (изодинамы – в сотнях нанотесла, расстояния – в километрах)

полуокисленных магнитных пород в первом слое такова, что ее высокоградиентные зоны повторяют контуры интенсивной магнитной аномалии. Аналогично, по контуру магнитной аномалии, распределены зоны уплотнения и разуплотнения горных пород, определяющие мощность коры выветривания на поверхности кристаллического фундамента.

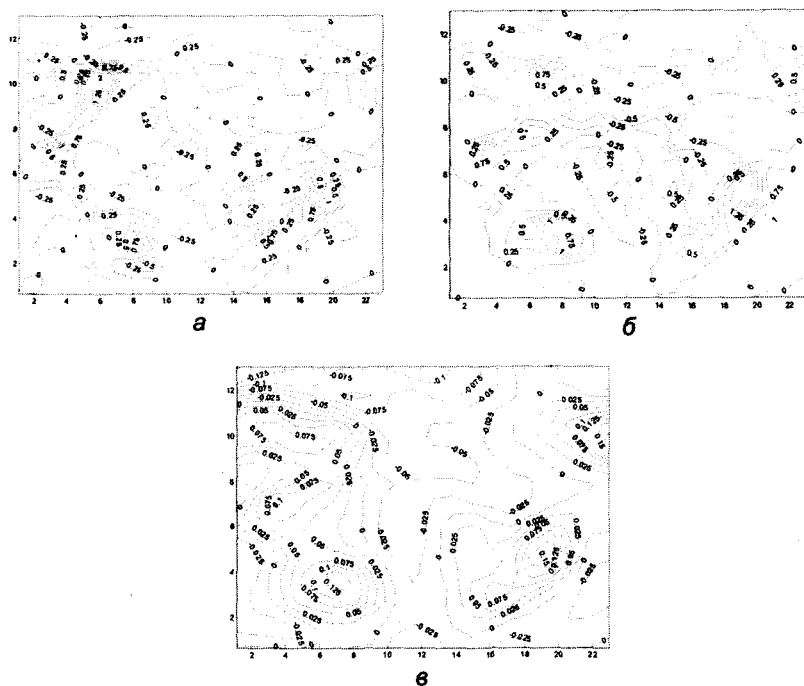


Рис. 5.6.2. Карта интенсивности намагничивания горных пород: а — 1-й слой; б — 2-й слой; в — 3-й слой (изолинии — сотни отн. ед; расстояния: по горизонтали — в 1 ед. 400 м, по вертикали — 700 м)

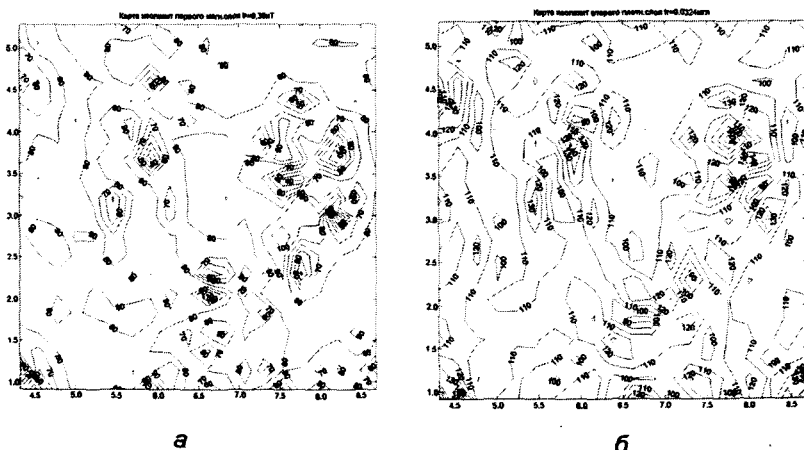


Рис. 5.6.3. Фрагменты карт изопакит: а — 1-й магнитоактивный слой; б — 2-й плотностной слой горных пород

Выводы

1. Приведены фрагменты результатов интерпретации реальных полей линейными и линеаризованными ФИМ, что позволило впервые разделить одинаковые магнитные аномалии, созданные:
 - а) высокоплотными и магнитными телами средних, основных и ультраосновных пород, верхняя кромка которых находится ниже поверхности кристаллического фундамента, а впадина заполнена собственной или переотложившей корой выветривания, обогащенной рудными минералами;
 - б) поднятиями поверхности фундамента, сложенными гранитами и мигматитами с небольшим количеством (до 5 %) вкрапленных зерен магнетита.Такие аномалии проверены на Гуровском, Христофоровском, Николаевском, Николо-Гулакском, Ингульском и других участках.
2. Описанными методами по магниторазведке и гравиразведке впервые удалось изучить послойно строение комплексов, создающих интересные в любом геологическом отношении Николо-Гулакскую, Нововладимировскую, Авдотьевскую, Южно-Криворожскую, Восточно-Ингульскую и Александровскую магнитные аномалии. До этого такие сложные аномалии представляли собой объемные загадки, которые даже не пытались разгадывать при отсутствии необходимых средств интерпретации.
3. ТПП в ОЛЗГ получена в пределах 0,03–0,05 мгл для осредненного поля и 0,07–0,10 мгл для неосредненного поля. Для ОЛНЗГ она составляет 0,13–0,3 мгл. Однако этот показатель не существен, поскольку методы решения ОЗГ являются высокофильтрационными и оставляют на карте НП очень интенсивные одноточечные аномалии, не превращая их в АП горных пород. Тем не менее ТПП вычисляется на каждой итерации, и с ее помощью контролируется процесс решения ОЗГ.
4. Более важный показатель — сходимость результатов определения АП или глубин по парам СБИМ при решении ОЗГ ФИМ, построенных на классе нескольких СБИМ, объединенных под одним критерием оптимизации. Получены довольно хорошо сходящиеся результаты решения ОЗГ при использовании двух СБИМ с одним критерием.
5. Подтверждена возможность совместного решения ОЗГ и ОЗМ под одним общим критерием, что позволяет существенно повысить качество, точность, устойчивость и однозначность решения обратной задачи.
6. Разработанные методы позволяют изучать глубинное строение крупных, средних и мелких геологических структур, содержащих переслаивающиеся высокоплотные породы, с целью прогнозирования перспектив добычи рудного сырья и углеводородов на месторождениях полезных ископаемых.

Доказано, что в гравиметрии, магнитометрии и других родственных областях можно создавать намного более эффективные методы решения обратных задач, которые отфильтровывают реальные объекты из осложненного погрешностями поля, в отличие от одного существовавшего ранее малоэффективного метода подбора по МСК НП. Для этого нами создан ряд основных направлений ФИМ, а в каждом из них от 1–2 до более 10 методов с разными наборами ИП, ИН и критериев оптимизации. Разными комплексами приведенных выше ФИМ впервые выполнены решения обратных задач для Гуровского, Христофоровского, Николо-Гулакского, Николаевского, Родионовского, Ингульского, Александровского массивов и обширной территории на юг от острова Кипр.

Впервые детально исследованы на разных глубинах геологические структуры по Нововладимировской и Авдотьевской аномалиям магнитного поля, аномалиям гравитационного поля Макаровской мульды, Западно-Криворожской площади, площадей южного замыкания Криворожского синклинория, Восточно-Ингульской, Александровской и акватории горы Эратосфен на юг от острова Кипр. Результаты решений обратных задач состоят из десятков тысяч геологически содержательных числовых значений для неизвестных параметров.

Получены новые геологические результаты решения общей ОЗГМ для северо-западной площади Николо-Гулакского участка, которые существенно уточняют результаты интерпретации отдельно для каждого поля. На всех участках по решению ЛОЗ впервые построены карты глубин до фундамента и других геологических структур и подтверждены, там, где это есть, результатами бурения скважин, которые свидетельствуют о высоких фильтрационных свойствах ФИМ. Они обеспечивают высокую устойчивость и геологическую содержательность решений ОЗГ и ОЗМ, а поэтому и рекомендуются к внедрению на других геолого-геофизических предприятиях Украины.

ПРИЛОЖЕНИЯ

АППРОКСИМАЦИЯ ИЗОЛИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И СЛОИСТО-БЛОКОВЫХ РАЗРЕЗОВ В АЛГОРИТМАХ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПОДБОРА ГРАВИТАЦИОННЫХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Технологии моделирования строения геологических объектов различного уровня, базирующиеся как на методах автоматизированного компьютерного подбора (АКП) вообще, так и на его автоматизированных компьютерных модификациях в частности, универсальные и общедоступные, в настоящее время повсеместно применяются в практике геолого-геофизических исследований [135]. В то же время информативность и содержательность результатов, полученных при каждом конкретном акте моделирования, определяются не только применяемыми машинными технологиями подбора, а также кругозором, опытом, интуицией и знаниями интерпретатора, объемом используемых им геолого-геофизических и экспериментальных данных, его пониманием неединственности, практической эквивалентности и неустойчивости решаемых ОЗ геофизики. Различные компьютерные модификации АКП могут только в той или иной мере способствовать ускорению процесса моделирования, увеличению количества рассмотренных альтернативных вариантов, а также получению оценок ТВП и значений подбираемых параметров.

Современный прогресс в вычислительной технике, информационных технологиях и в подходах к разработке прикладных программных комплексов существенно влияет на создание технологий и программно-алгоритмического обеспечения интерпретации геофизических данных в рамках методов АКП. Так, ресурсы современных персональных компьютеров (ПК) предоставляют возможность эффективно реализовывать компьютерные технологии интерпретации с использованием многовариантных и многошаговых стратегий подбора. Программная реализация таких технологий с использованием общепонятного графического интерфейса для диалогового общения пользователя с моделируемыми геологическими объектами и моделями делает их общедоступными для широкого круга заинтересованных специалистов.

В технологиях АКП источников аномалий гравитационного и магнитного полей много внимания уделяется вопросам параметризации (аппроксимации) отдельных возмущающих объектов, разрезов и фрагментов геологических структур. Такое внимание к этой проблеме обусловлено тем обстоятельством, что гибкость и адаптивность конкретной аппроксимационной конструкции (АК) в существенной степени определяет круг геологических задач, которые могут быть решены с применением технологии АКП, использующей эту конструкцию. Ниже рассматриваются особенности АК,

используемой в программном комплексе АКП гравитационных и магнитных полей [9, 35, 43], а также анализируются перспективы и возможности ее дальнейшего развития и совершенствования при разработке новых версий программных продуктов.

А.1. Особенности программного комплекса подбора гравитационных и магнитных полей

Критерии приближения наблюдаемого и модельного полей. Программное обеспечение подбора базируется на оптимизации суммы квадратов расхождений между измеренными и модельными компонентами полей (или поправок к параметрам [61, 63, 88]). Для реализации возможности АКП по нескольким полям, а также линейным трансформантам типа скользящее окно

$$U_i^T = \delta U_i = \sum_{j=-n}^n c_j U^{i+j}, \quad j = -n, \dots, 0, \dots, n, \quad (\text{A.1})$$

где δU_i — значение трансформанты в i -й точке; $\{c_j\}_1^q$ — подмножество весовых множителей операторов трансформирования; $q = 2n + 1$ — количество значений компоненты поля U , используемых для вычисления трансформанты в точке, в разработанных алгоритмах и программах показатель качества FC имеет следующую форму:

$$FC^T = \sum_{m=1}^M \alpha_m \sum_{i=1}^{N_m} \frac{a_{im}}{U_m^{\text{cp}}} \left\{ \sum_{j=-n_m}^{n_m} c_{jm} [U_{R,m}^{i+j} - U_{T,m}^{i+j}(x^m)] \right\}^2 \quad m=1, \dots, M; \quad i=1, \dots, N; \quad (\text{A.2})$$

$$U_m^{\text{cp}} = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{U^i}{N_m}; \quad U_{T,m}^i = \sum_{j=1}^{K_m} U_{j,m}^i + A^m x^i + B^m y^i + C^m z^i + D^m, \quad x^m = (x_1^m, x_2^m, \dots, x_{P_m}^m).$$

Здесь M, m — количество и номер используемых при подборе компонент полей; α_m — весовой множитель вклада компоненты в значения FC ; N_m — количество точек задания компоненты; a_{im} — вес i -й точки; $U_{R,m}^i, U_{T,m}^i$ — измеренные и модельные значения компонент; $U_{j,m}^i$ — вклад j -й аппроксимирующей ячейки; K_m — количество ячеек; P_m — общее количество параметров; A^m, B^m, C^m, D^m — коэффициенты линейного фона компоненты m .

Функциональные особенности программ подбора. Программный комплекс [9, 35, 43] имеет универсальный характер и предоставляет пользователю широкие возможности в построении и реализации стратегий моделирования конкретных геологических объектов. Он позволяет:

- осуществлять подбор параметров аномальных источников по измеряемым компонентам гравитационного (Δg) и магнитного ($\Delta Z, \Delta T$) полей, а также аномалиям геоида (h) отдельно и совместно ($\Delta g - \Delta Z, \Delta g - \Delta T, \Delta g - h, \Delta Z - \Delta T, h - \Delta Z, h - \Delta T$), по вычисляемым значениям курсового градиента МП, по вторым производным гравитационного потенциала, по линейным трансформациям моделируемых компонент, задаваемым операторами весового суммирования в скользящем окне (А.1);
- проводить моделирование путем решения ОЛЗГ, ОЛЗМ, ОНЗГ, ОНЗМ и смешанных ОЗГМ;
- использовать при подборе элементы моделируемых компонент, заданных вдоль профилей, на плоскости, в пространстве, в скважинах;

г) применять на разных этапах моделирования различные стратегии подбора (моделировать отдельные изолированные объекты или весь разрез в целом, использовать 2D или 3D объекты и др.).

Разработанное программно-алгоритмическое обеспечение дополнено отдельными программами графической визуализации результатов подбора (наблюденного и подобранного полей, а также конфигурации моделируемых объектов) на экране монитора и получения твердых копий графических изображений на принтере.

Оптимизационная процедура (ОП). АКП параметров конкретной АК реализуется путем минимизации целевой функции (А.2) с помощью специальной ОП [35, 39, 43, 44], в которую включены некоторые градиентные методы оптимизации (методы скорейшего спуска с нормировкой направления спуска и процедурой ускорения сходимости, градиента и сопряженных градиентов), а также ОП, базирующаяся на известном алгоритме сингулярного разложения матрицы (SVD).

А.2. Общие требования к аппроксимационной конструкции

Основная цель всякой конкретной геолого-геофизической интерпретации — определение вещественного (минерально-петрографического) состава изучаемого объекта, участка, района. Не вызывает возражений и тот факт, что модели, построенные по данным интерпретации гравитационного и магнитного полей, не позволяют однозначно решать такого рода задачи. В то же время современные информационные технологии (вычислительная техника, разнообразные вычислительные и графические программные продукты, универсальные системы управления базами данных, геоинформационные системы, программные комплексы специального назначения и др.) дают возможность моделировать и представлять исследуемые объекты в форме, общепринятой при геолого-геофизических построениях. В связи с этим остановимся на некоторых общих принципах, которыми целесообразно руководствоваться при построении эффективных АК.

Размерности решаемых задач могут колебаться в достаточно широких пределах, поэтому принцип обработки (моделирования) по частям достаточно сложных объектов может предоставить существенные преимущества в скорости обработки и преобразования разнородной геолого-геофизической информации. Естественно, реализация данного принципа предопределяет необходимость введения «структурного уровня» в качестве первого уровня аппроксимации. Единичным обрабатываемым элементом (частью) в этом случае должен быть какой-либо структурный элемент (или совокупность структурных элементов) изучаемого объекта, участка, района или разреза. Структурные элементы, находящиеся по соседству с обрабатываемыми фрагментами в настоящий момент, могут использоваться для расчета фоновых значений моделируемых компонент геофизических полей.

При конструировании второго уровня аппроксимации целесообразно воспользоваться стратиграфо-литологическим (вещественным) делением изучаемых геологических объектов. На этом уровне аппроксимация стратиграфических разновидностей структурных элементов объектов, разрезов, участков может осуществляться с помощью используемой в программном комплексе [9, 35, 43, 44] АК, включающей в себя серию элементарных тел простой геометрической формы. Эта конструкция является открытой и мо-

жет быть дополнена множеством других элементарных тел, и в первую очередь с изменяющимися физическими свойствами.

И, наконец, третий и последний уровень аппроксимации – сеточный. Его целесообразно вводить в тех случаях, когда физические свойства отдельных (или всех) стратиграфических элементов модели не постоянны. При этом сеточные аппроксимации целесообразно строить алгоритмически по параметрам тел простой геометрической формы, используемым на стратиграфическом уровне аппроксимации.

При практической реализации описанного выше трехуровневого принципа аппроксимации необходимо учитывать еще определенные аспекты. Некоторые из них сводятся к следующему.

Трехуровневая технология аппроксимации геологического объекта будет обладать наибольшей эффективностью в случае ее реализации в рамках локальной базы данных, содержащей разнородную геолого-геофизическую информацию. Способы манипулирования различными элементами модели, содержащимися в базе данных, должны быть достаточно удобными и простыми (дружественными) для пользователя.

Всякая АК в обязательном порядке должна быть снабжена современными компьютерными средствами визуализации моделируемых объектов и вспомогательной геолого-геофизической информацией.

Процесс автоматизированного подбора оптимальных значений параметров моделируемых объектов целесообразно реализовывать как в диалоговом, так и в автоматическом режиме.

АК должна содержать множество алгоритмических процедур, позволяющих для каждого стратиграфического элемента модели реализовывать вычисление вспомогательных физических характеристик этого элемента: объема, массы, избыточной массы, площади поверхности, координат центра тяжести и др.

А.3. Элементы аппроксимационной конструкции

Требование соответствия элементов создаваемой компьютерной модели элементам моделируемого объекта предполагает следующее: с каждым отдельным структурным геологическим объектом (пластом, блоком, дайкой, линзой и т. д.) необходимо сопоставлять соответствующий модельный аппроксимирующий (параметрический) эквивалент. Поскольку в разрезах и планах геологические тела имеют контурный вид, то аппроксимация контуров с достаточной для целей геолого-геофизических построений точностью может быть осуществлена ломаным (замкнутым, разомкнутым) контуром, линией или точкой. Поэтому на первых этапах разработки АК программного комплекса АКП [9, 35, 43, 44] авторы выбрали ограниченные по простиранию горизонтальные цилиндрические ячейки с многоугольными сечениями [6, 37] (рис. А.3.1, а). Вектор подбираемых параметров такой аппроксимирующей ячейки (АЯ) имеет вид

$$x = x_g \cup x_z = (\sigma, J_x, J_y, J_z, y_1, y_2, x_1, z_1, x_2, z_2, \dots, x_N, z_N), \quad (\text{A.3})$$

где σ – избыточная плотность; J_x, J_y, J_z – составляющие вектора ИН; y_1, y_2 – параметры простирания; x_k, z_k – координаты угловых точек аппроксимирующего многоугольника; N – количество сторон (угловых точек).

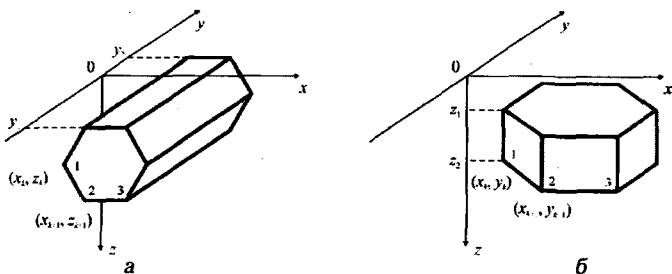


Рис. А.3.1. Горизонтальное (а) и вертикальное (б) цилиндрические тела с многоугольными сечениями

Обратим внимание на следующие обстоятельства. Во-первых, на самом начальном этапе разработки АК была заложена возможность ее использования для моделирования объектов как по аномалиям силы тяжести Δg , так и по измеряемым компонентам магнитного поля ΔZ , ΔT (в том числе совместно по аномалиям $\Delta g - \Delta Z$, $\Delta g - \Delta T$ [37]). Впоследствии множество моделируемых компонент АК было расширено. Во-вторых, было принято решение сделать АК открытой, т. е. такой, что допускает одновременное использование множества элементарных аппроксимирующих ячеек. Указанные подходы в дальнейшем существенно упростили совершенствование созданной АК.

Первыми элементами, которые расширили множество ячеек АК, стали горизонтальные, ограниченные по простиранию уступы с многоугольным ломаным контуром (рис. А.3.2) [6, 37, 44]. Их включение в АК было продиктовано необходимостью решения с помощью программного комплекса не только рудных, но и структурных прямых и обратных задач гравиметрии и магнитометрии. Уступы с многоугольными контурами оказались достаточно удобными ячейками для параметризации контактных поверхностей (слоистых сред). Ограниченные по простиранию АЯ можно использовать для решения прямых и обратных задач как в двумерной (назначая параметрам простирания достаточно большие значения), так и в трехмерной (задавая несколько элементарных тел с различными контурами по простиранию) постановках. Однако аналитические выражения для расчета аномальных эффектов и производных от минимизируемых показателей качества по под-

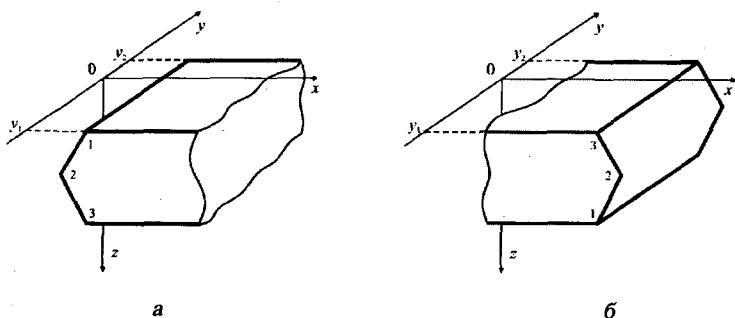


Рис. А.3.2. Горизонтальные левый (а) и правый (б) уступы с многоугольными контурами

бираемым параметрам АЯ для двумерных их модификаций существенно проще, чем для модификаций, ограниченных по простиранию. Естественно, для двумерных модификаций ячеек значительно сокращается и время решения задач. Поэтому ввиду ограниченной мощности вычислительной техники, которая использовалась на начальных этапах разработки программного комплекса АКП, возникла необходимость включения в АК комплекса двумерных модификаций АЯ как для тел с замкнутым многоугольным контуром, так и для уступов. Двумерные АЯ существенно сократили продолжительность вычислений на ЭВМ при решении прямых и обратных задач в двумерной постановке, а также предоставили пользователям программного комплекса возможность реализовать при решении практических задач двухэтапную стратегию АКП. На первом этапе этой стратегии конфигурация АТ в отдельных сечениях подбиралась с использованием двумерных модификаций АЯ. На завершающей стадии АКП значения параметров возмущающих объектов уточнялись с использованием ограниченных по простиранию ячеек. Одинаковая структура векторов-параметров для двумерных и ограниченных по простиранию тел (см. выражение (А.3)) позволяет осуществить переход от одного этапа к другому достаточно просто. Для изометричных в плане аномальных геологических объектов (например, купольных структур) более оптимальным аппроксимирующим элементом является вертикальная цилиндрическая ячейка с многоугольным сечением (рис. А.3.1, б). Эта ячейка также включена в АК [7]. Вектор параметров для вертикальных цилиндрических ячеек получим из выражения (А.3), если в нем параметры y и z поменяем местами.

Отметим, что уже на самой начальной стадии разработки АК было принято решение включить в нее некоторые дополнительные параметры, вычислительные процедуры, а также априори predetermined правила изменения некоторых параметров конструкции в процессе АКП. Все это направлено на повышение аппроксимирующих возможностей конструкции, точности восстановления значений параметров возмущающих объектов, а также на расширение множества геологических задач, которые могут эффективно решаться с помощью разработанного программного комплекса АКП. На некоторых главных «дополнениях» АК остановимся ниже.

А.3.1. В горизонтальных цилиндрических ячейках и уступах направление простирания тел параллельно оси OY системы координат тела. В случаях когда простирания отдельных аномальных тел не совпадают, для удовлетворительной аппроксимации возмущающих объектов необходимо значительно увеличивать количество элементарных АЯ. В АК предусмотрена возможность использования локальных систем координат для отдельных ячеек, согласованных с направлением простирания этих ячеек.

А.3.2. В технологиях АКП достаточно широко используются призматические АЯ (параллелепипеды). В общем такая ячейка является частным случаем многоугольной цилиндрической. Однако параллелепипед имеет примерно в 2 раза меньше степеней свободы (и параметров, соответственно), чем многоугольная ячейка с прямоугольным сечением. Вследствие этого в некоторых случаях в классе параллелепипедов ОЗ решаются более устойчиво. Это обстоятельство predetermined необходимость реализации возможности задавать и применять при подборе следующие, часто используемые тела четырехугольной формы: призму, наклонную призму, призму с трапециевидным сечением, призму с произвольным расположением верхней и

190

нижней граней и др. Можно сказать, что эта особенность АК позволяет в некоторых случаях «регуляризовать» решение задачи посредством задания и сохранения в процессе подбора определенной, априори заданной формы АЯ.

А.3.3. Опыт решения модельных и практических задач АКП показал, что введение ограничений на пределы вариаций искомых параметров аномального тела в подавляющем большинстве случаев способствует повышению устойчивости решения ОЗ. Поэтому в АК предусмотрена возможность использования ограничений на все подбираемые параметры. Пределы вариаций физических параметров модели задаются обыкновенными двухсторонними ограничениями, геометрических – некоторым оригинальным образом. Конфигурацию многоугольного контура, уступа, контактной поверхности и параметры сингулярных АЯ можно подбирать в плоскости, ограниченной прямоугольником (параллелепипедом). Такое введение ограничений на параметры x_i , $z_i(y_i)$ позволяет сократить массивы вводимой информации об ограничениях. Возможны и другие способы введения ограничений на смещения угловых точек контура. В одной ситуации область возможных перемещений может описываться площадью круга с радиусом R , в другой – площадью прямоугольника со сторонами $2R_x$ и $2R_z$, центром которого является угловая точка контура. Значения параметров R , R_x , R_z необходимо задавать или вычислять алгоритмически с учетом наибольшего и наименьшего расстояний между соседними точками в контуре.

В некоторых случаях ограничения на подбираемые конфигурации многоугольных контуров можно сузить, если в разрезах вместо ограничивающих прямоугольников использовать четырехугольники произвольной конфигурации. Вектор ограничений при этом увеличивается на четыре параметра.

А.3.4. Для реализации принципа влияния на степень свободы АК (а следовательно, и устойчивость решения ОЗ) в самом начале в ней заложена возможность закрепления непосредственно пользователем-интерпретатором любого из параметров, описывающих конкретное геологическое тело. Допускается смещение угловых точек аппроксимирующего многоугольника как в направлении координатных осей x и $z(y)$ одновременно, так и вдоль любой их них. Для изолированных аномальных тел изометричной (или близкой к ней) формы предусмотрен также режим подбора координат угловых точек контура, в котором разрешено смещение этих точек только вдоль радиусов, соединяющих угловые точки с центром тяжести аппроксимирующего многоугольника на очередной итерации.

Необходимо также отметить, что АК может быть дополнена и другими процедурами задания направлений смещений отдельных угловых точек аппроксимирующего многоугольника ячейки. Так, при параметризации объектов, осложненных тектоническими нарушениями со смещениями слоев и блоков вдоль них, необходимо задавать направления смещения угловых точек, попадающих на тектоническое нарушение, строго в соответствии с углом его падения. Алгоритмическая процедура введения таких направлений смещений соответствующих угловых точек легко реализуется при дополнительном задании для них углов падения тектонических разломов.

При решении геологических задач могут быть случаи, когда в АК будут входить ячейки со всеми фиксированными параметрами. В подобных ситуациях предусмотрен расчет аномальных эффектов таких ячеек только один

раз, в самом начале вычислительного процесса. В дальнейшем подбор свободных параметров конструкции осуществляется по разностному аномальному полю.

А.3.5. Известно, что источники гравитационных и магнитных аномалий часто не совпадают или совпадают частично. Поэтому при параметризации задач, которые решаются совместно по аномалиям гравитационного и магнитного полей, интерпретатор может одновременно использовать АЯ трех типов: а) с избыточными гравитирующими и магнитоактивными массами; б) только с избыточными гравитирующими массами; в) только с избыточными магнитоактивными массами.

А.3.6. Предусмотрены разные варианты задания физических параметров магнитоактивных источников (МАИ). Так, в выражении (А.3) вместо вектора ИН J_x, J_y, J_z можно задавать параметры D, I, J , где D — склонение, I — наклонение вектора J . Использование параметров D, I, J позволяет при подборе фиксировать направление вектора ИН (в соответствии с направлением нормального магнитного поля Земли или, например, с направлением падения отдельных аномальных объектов).

В качестве физического параметра МАИ может быть использована магнитная восприимчивость (MV) μ . При этом в режиме АКП возможны два варианта. Первый из них предусматривает подбор значений параметра непосредственно. Во втором варианте по значениям параметров μ и D, I, T_N (склонение, наклонение и напряженность нормального магнитного поля) рассчитываются нулевые приближения вектора ИН J_x, J_y, J_z или D, I, J , значения которых можно подбирать в дальнейшем.

А.4. Сингулярные ячейки аппроксимационной конструкции

Следующий этап расширения возможностей АК состоял во включении в ее состав пяти элементарных сингулярных ячеек [13]: материальной точки, горизонтальной, ограниченного по простиранию, и двумерного материального стержня, наклонной материальной полосы и наклонного материального листа. Этот шаг преследовал следующие цели.

Во-первых, указанные выше АЯ в некотором смысле являются частями (фрагментами) цилиндрических тел с многоугольными сечениями — угловой точкой контура, ребром или гранью. При моделировании изолированных аномальных объектов их наличие в АК дает возможность конструировать и реализовывать многоступенчатые стратегии АКП с последовательным усложнением создаваемой модели аномальных объектов. На начальном шаге такой стратегии подбор основных параметров аномальных объектов (избыточные массы, координаты центров тяжести, углы падения) может осуществляться с использованием сингулярных АЯ. На конечном шаге подбора детализация конфигурации аномального тела выполняется с привлечением цилиндрических АК с многоугольными контурами.

Во-вторых, сингулярные АЯ достаточно широко используются в технологиях построения цифровых моделей аномальных полей, которые впоследствии могут применяться для определения различных трансформаций: вычисления высших производных, пересчета исходных значений поля на высоту, приведения значений поля к единому уровню измерений, интерполяции измеренных компонент полей к регулярной сети задания и т. д. Наличие сингулярных ячеек в АК позволяет строить аналитические модели

аномальных полей с помощью разработанного программного комплекса АКП непосредственно. При этом необходимо отметить, что при наличии компьютерной цифровой модели нулевого приближения моделируемого объекта начальное приближение аналитической модели аномального поля, состоящее исключительно из сингулярных АЯ, может быть построено алгоритмически по параметрам заданного нулевого приближения модели источников.

В-третьих, в известной двухэтапной технологии АКП аномалий гравитационного и магнитного полей с построением эквивалентных семейств решений [129] на первом этапе подбора осуществляется восстановление значений аномальных полей набором ограниченного количества наклонных материальных полос. Оптимальное количество таких полос определяется в процессе решения задач подбора. На втором этапе решения обратных задач по полученным значениям параметров полос с помощью специальных алгоритмических процедур строятся серии эквивалентных, не изменяющих значения аномального поля конфигураций аномальных источников. Включение в разработанный программный комплекс АКП процедуры построения эквивалентных семейств решений предоставляет возможность интерпретатору-пользователю применять указанную выше двухэтапную технологию и в рамках самого комплекса.

А.5. Аппроксимация слоисто-блоковых разрезов

Описанные выше элементы АК удобны для параметризации изолированных аномальных объектов. Однако описание слоисто-блоковых разрезов с помощью АК не совсем удобно при решении обратных задач методом подбора. Поэтому в АК реализован дополнительный, удобный для параметризации слоисто-блоковых разрезов режим согласованного перемещения сторон (угловых точек) соприкасающихся слоев и блоков [14]. В данном режиме при оптимизации модели угловые точки смежных блоков и слоев получают одинаковые приращения, что позволяет сохранять сплошность моделируемого разреза. Один из возможных вариантов параметризации слоисто-блокового разреза с помощью разработанной АК представлен на рис. А.5.1. Здесь параметризация отдельных слоев и блоков осуществляется с помощью двумерных и ограниченных по простираанию цилиндрических тел с многоугольными сечениями, а простираания отдельных слоев и блоков влево и вправо за пределы моделируемой части разреза аппроксимируются левыми и правыми уступами (двумерными и ограниченными по простираанию) с многоугольным ломаным контуром. В некоторых случаях для описания левой и правой частей разреза целесообразно также применять аппроксимирующие элементы (АЭ) — частные модификации наклонного материального листа и наклонной материальной полосы. К ним относятся: простирающиеся на бесконечность вправо и влево горизонтальные материальные листы и горизонтальные материальные полосы (правая и левая горизонтальные полуплоскости). Изменения физических свойств на контактах отдельных слоев и блоков можно аппроксимировать с помощью наклонной материальной полосы, наклонного материального листа, нити полюсов. Все перечисленные выше АЯ можно также использовать для параметризации локальных изменений физических свойств в пределах отдельных слоев и блоков.

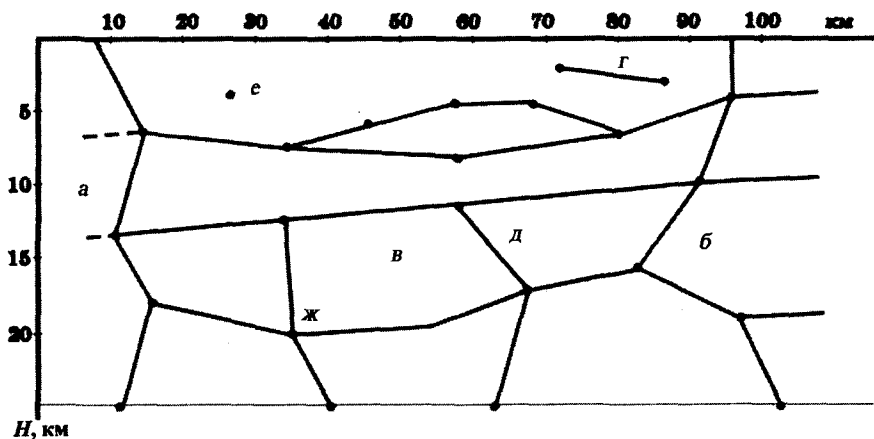


Рис. А.5.1. Аппроксимация слоисто-блокового разреза двумерными и ограниченными по простиранию аппроксимирующими ячейками: а, б – соответственно левый и правый уступы с многоугольными контурами; в – многоугольное цилиндрическое тело; г – наклонный материальный лист (полоса); д – материальный лист (полоса) на контакте двух блоков; е – материальная нить; ж – материальная нить в узле соприкосновения блоков

Выше отмечалось, что в разработанных программах АКП регуляризация решений ОЗ осуществляется, в основном, посредством введения ограничений как на возможные пределы изменения параметров АК, так и на приращения параметров на отдельных итерациях подбора. В связи с этим целесообразно остановиться и на некоторых способах задания таких ограничений.

Процесс введения прямоугольника ограничений на геометрические параметры АЯ легко формализуется с помощью простых процедур: 1) построения прямоугольника, охватывающего многоугольный контур очередной АЯ (т. е. определение x_{\min} , z_{\min} , x_{\max} , z_{\max} контура); 2) симметричного увеличения высоты и ширины этого прямоугольника в 1,5–3 раза. Для еще большего сужения допустимых пределов вариации параметров можно также вводить внутренний, полностью вписанный в контур прямоугольник ограничений, который формируется при симметричном уменьшении высоты и ширины внешнего (или охватывающего) прямоугольника. Однако последний целесообразно применять для выпуклых или достаточно близких к выпуклым контурам. Для разрезов с согласованным изменением положения контуров блоков следует формировать прямоугольники ограничений с учетом размеров соседних блоков. Здесь прямоугольник ограничений может захватывать только какую-то априори установленную часть блоков, соседних с текущим.

В некоторых случаях ограничения на максимально возможные приращения геометрических (Δx_{\max} , Δz_{\max} , Δy_{\max}) и физических ($\Delta \sigma$, ΔJ_x , ΔJ_y , ΔJ_z) параметров вводят раздельно.

При моделировании гравитационного поля вдоль региональных профилей (т. е. разрезов со слоисто-блоковым строением) часто возникает необходимость в использовании при подборе абсолютных значений плотностей. При этом гравитирующий эффект модели характеризуется достаточно вы-

сокими значениями. Здесь естественным образом возникает проблема учета постоянной фоновой составляющей. Один из формальных способов моделирования фона связан с использованием дополнительной, занимающей весь моделируемый разрез (объем) АЯ с отрицательной плотностью [42]. При использовании такого подхода интерпретатор оперирует абсолютными плотностями, а вычисления фактически осуществляются с относительными величинами. При решении задач в двумерной постановке для этих же целей можно также использовать модель пласта конечной мощности и бесконечного простираения. Гравитирующий эффект АЯ определяется соотношением $\Delta g = 2\pi k\sigma h$, где h – мощность пласта.

АК с режимом согласованного перемещения контуров соприкасающихся слоев и блоков существенно расширяет возможности интерпретатора и при моделировании рудных объектов сложной формы. С одной стороны, с ее помощью достаточно удобно параметризовать возмущающие источники со сложным распределением физических свойств, с другой – она позволяет легко реализовать стратегию подбора с последовательным усложнением модели, переходя от простых (сингулярных) АЯ к более сложным.

А.6. Многогранники как элементы аппроксимирующей конструкции

Возможности АК с перечисленным выше набором ячеек также ограничены. В частности, при ее использовании параметризация объемных моделей источников с различными сечениями по простираению требует использования большого количества элементарных аппроксимирующих тел. В этих случаях нарушается принцип соответствия элементов системы-модели элементам системы-объекта, а также принцип оптимальности аппроксимации. Поэтому для удобства параметризации объемных моделей источников целесообразно дополнить АК многогранниками – наиболее общими геометрическими фигурами с поверхностями первого порядка (рис. А.6.1).

Однако эта процедура в самом общем виде (рис. А.6.1) не совсем технологична.

Один из рациональных способов задания многогранников – построение на сечениях аппроксимирующего тела (рис. А.6.2). Для этого в ряде сечений, параллельных координатным плоскостям XOZ , XOY или YOZ и в то же время перпендикулярных к простираению или погружению аномального объекта, осуществляется аппроксимация тела многоугольными контурами с одинаковым или различным количеством сторон в каждом из них (рис. А.6.2). Многогранник с треугольными гранями можно построить автоматически по заданным в различных сечениях

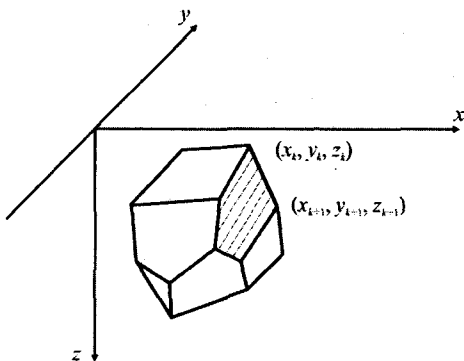


Рис. А.6.1. Аппроксимирующий многогранник

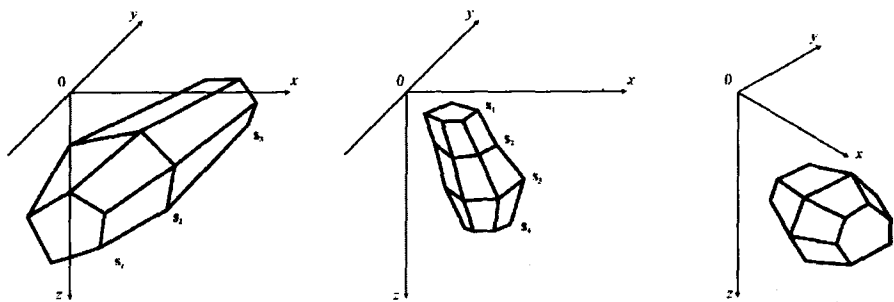


Рис. А.6.2. Аппроксимирующие многогранники, построенные на сечениях. Пояснения в тексте

контурам с различным числом сторон (угловых точек) с помощью описанного в работе [1] алгоритма.

В описанном подходе к построению многогранников вектор параметров ячейки, сечения которой задаются перпендикулярно к оси OY (рис. А.6.2, а), в принятой системе координат имеет вид

$$x = x_g U x_z = (\alpha_x, J_x, J_y, J_z, y_j, x_1^j, z_1^j, \dots, x_{N_i}^j, z_{N_i}^j, \dots, y_M, x_1^M, z_1^M, \dots, x_{N_M}^M, z_{N_M}^M), \quad (\text{A.4})$$

где M — количество сечений, на которых строится многогранник; N_i — количество угловых точек в i -м аппроксимирующем многоугольнике; x_i^j, z_i^j — координаты i -й точки в контуре j -го сечения; y_j — положение j -го контура (сечения) в системе координат. Для вертикального многогранника (рис. А.6.2, б) параметрами сечений будут величины z_j , а координатами угловых точек — x_i^j, y_i^j .

Из рис. А.6.1 и А.6.2 следует, что ребра аппроксимирующих многогранников есть не что иное, как ограниченные по длине линии полюсов, произвольно ориентированные в пространстве. Поэтому АК целесообразно дополнить и таким элементом. Сопоставление векторов (А.3) и (А.4) показывает, что использование многогранников, построенных на сечениях, дает возможность достаточно просто и логически обоснованно расширить возможности созданной АК.

А.7. Вспомогательные режимные параметры элементов аппроксимирующей конструкции

Универсальная многоэлементная АК естественным образом требует соответствующего ей и удобного для пользователей интерфейса управления predetermined режимами отдельных АЯ и всей конструкции в целом. АК дает возможность пользователю управлять следующими режимными параметрами элементарной ячейки.

Тип АЯ. Поскольку векторы геометрических и физических параметров для всех элементарных ячеек АК имеют одинаковую структуру, тип конкретной ячейки задается специальным параметром.

Состояние (статус) ячейки. Во многих случаях при решении практических задач могут возникать ситуации, когда определенные части моделируемого разреза или объекта фиксируются и в процессе подбора не изменяют-

ся. Параметры ячеек, аппроксимирующие такие части объектов, обычно закрепляются. Их вклады в моделируемые поля рассчитываются только один раз, что, в общем, способствует сокращению времени счета. Статус ячейки идентифицируется по отдельному режимному параметру.

Физическое наполнение ячейки. Некоторые программные версии позволяют осуществлять подбор одновременно по компонентам Δg и $\Delta Z(\Delta T)$. При этом реализуется возможность полного и частичного совпадения конфигураций гравитирующих и магнитоактивных источников (МАИ). В каждом конкретном случае необходимо указывать, наполняется ли соответствующая АЯ магнитными и (или) гравитирующими массами. Более того, при подборе МАИ можно использовать три способа задания вектора ИН. Физическое наполнение ячеек и используемый способ задания ИН определяются соответствующими параметрами.

Использование ограничений. Выше описано несколько способов введения ограничений на подбираемые параметры АЯ. Применяемый способ введения ограничений и их использование регламентируются соответствующими режимными параметрами. При этом имеется возможность манипулирования ограничениями для физических и геометрических параметров отдельно.

Вспомогательная система координат. Для удобств аппроксимации отдельных объектов сложной формы возможно использование вспомогательных систем координат для каждой АЯ, которая реализуется через специальный РП.

Ограничения на форму ячеек. Программы подбора позволяют фиксировать форму определенных типов АЯ (например, четырехугольных контуров). Это способствует уменьшению числа практически эквивалентных решений. Фиксация формы осуществляется с помощью вспомогательного параметра.

Закрепление параметров ячейки. С целью повышения устойчивости решения задач в программах предусмотрена возможность закрепления любого параметра АК. Статус каждого параметра ячейки (подбирается или закреплен) определяется специальными массивами или битовыми полями закреплений.

Цвет ячейки. При графическом изображении моделируемых объектов на экране дисплея целесообразно закрашивать отдельные элементы объектов цветом, общепринятым для геологических карт и разрезов. Следовательно, дополнительный режимный параметр необходим для управления цветом изображений объектов.

В приведенном выше перечне охарактеризованы наиболее важные режимы АЯ. При необходимости этот список можно расширить, добавляя новые режимы. Для каждой АЯ целесообразно указывать свой, специфический набор режимов. С одной стороны, это предоставляет пользователю-интерпретатору широкие возможности в варьировании режимами АК в целом, а следовательно, позволяет оптимальным образом параметризовать достаточно сложные объекты, разрезы и т. д. С другой стороны, при использовании значительного количества элементарных АЯ одновременно затрудняется подготовка исходных данных. Поэтому рационально воспользоваться следующим подходом к организации массивов режимных параметров. Вначале необходимо организовать главный режимный массив, который будет управлять одинаковыми для всех ячеек режимами. Отличные от общих режимы

отдельных ячеек могут быть задействованы режимным массивом ячеек (причем только тех, где такие отличия есть). Тогда если во всех АЯ используются одинаковые режимы, то они могут быть задействованы только главным режимным массивом.

А.8. Сеточная аппроксимация изолированных объектов и разрезов

Отдельные объекты, слои и блоки в реализованной АК программного комплекса АКП могут принимать только постоянные значения физических параметров (плотности, вектора ИН). Параметризацию разрезов, а также отдельных объектов с изменяющимися физическими свойствами вдоль пространственных координат можно осуществить двумя способами. Первый способ связан с введением в АК отдельных аппроксимирующих тел с переменными плотностью и ИН. Второй способ базируется на использовании сеточных АЭ. Отметим, что сеточная аппроксимация (СА) достаточно широко используется при решении прямых и обратных задач потенциала [99, 132]. Ниже описан вариант синтеза подходов, базирующихся как на параметризации разрезов с помощью цилиндрических тел с многоугольными сечениями, так и на СА в едином технологическом процессе [137].

Пусть моделируемый участок (элемент) разреза ограничен слева и справа вертикальными линиями AB и CD (рис. А.8.1). Параметризация отдельных пластов и блоков в пределах разреза осуществляется цилиндрическими телами с многоугольными сечениями. Аппроксимация слоев, находящихся слева и справа от линий AB и CD , соответственно выполняется левыми и правыми уступами. Для алгоритмического перехода к сеточному представлению этого же разреза (рис. А.8.1, а) необходимо:

- 1) построить алгоритм заполнения отдельных многоугольных контуров сеточными АЭ;
- 2) выбрать способы представления изменяющихся по вертикали и горизонтали АП (ИН) и вычисления ее значений в каждом сеточном АЭ (САЭ).

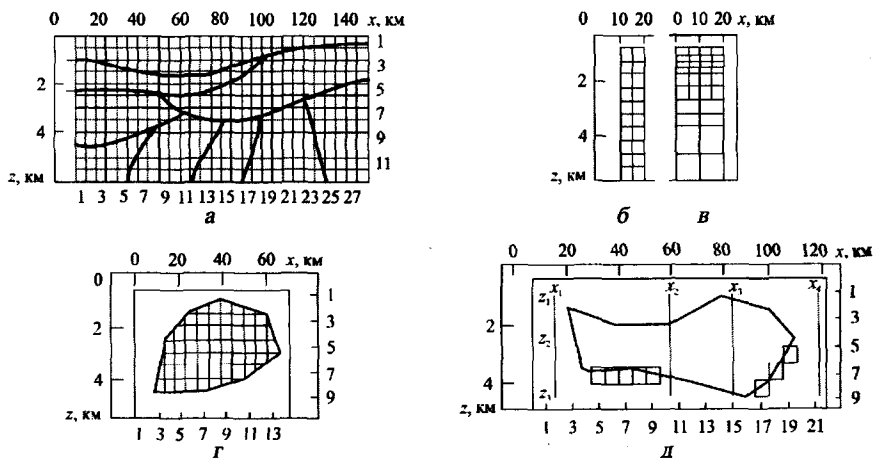


Рис. А.8.1. Сеточная аппроксимация слоисто-блоковых разрезов и изолированных объектов. Пояснения в тексте

Сеточное представление разреза характеризуется горизонтальными и вертикальными размерами САЭ Δx_i , Δz_i , а также координатами левой и правой ограничительных линий AB и CD . Горизонтальное положение линий AB и CD выбирается таким образом, чтобы расстояние между ними полностью покрывалось целым количеством элементов Δx . Для равномерной сетки $i = 1$. (рис. А.8.1, а, б, г). Для покрытия моделируемого разреза целесообразно также использовать сетки с САЭ различной величины (в основном, с увеличением размеров САЭ с глубиной) (рис. А.8.1, в). В этом случае вертикальные размеры САЭ для каждого ряда покрытия могут быть различными, а горизонтальные размеры должны быть согласованы между собой по отношению к размерам наименьшего САЭ. Если, например, минимальные САЭ составляют первый ряд сеточного покрытия, то для такого согласования достаточно соблюдать условие $\Delta x_i = n\Delta x_1$, где $n = 1, 2, \dots$.

На рис. А.8.1 каждый элемент сеточного представления разреза идентифицируется номерами строки и столбца, на пересечении которых он размещается. Следовательно, каждый многоугольный пласт или блок разреза можно описывать номерами строк и столбцов (от начального до последнего в каждой строке), содержащих САЭ, которые заполняют контур соответствующего объекта.

Алгоритм заполнения многоугольного контура САЭ сводится к выполнению следующих шагов:

- 1) нахождение $x_{\min}, z_{\min}, x_{\max}, z_{\max}$ (прямоугольника, охватывающего многоугольный контур);
- 2) наложение на построенный на первом шаге прямоугольник сеточного прямоугольника (определение начальных и конечных строк и столбцов сеточного покрытия многоугольного контура);
- 3) определение в каждой строке номеров столбцов, попадающих в многоугольный контур.

Действия на последнем шаге выполняются в следующей последовательности. Для каждой строки САЭ определяются координаты x_n и x_n пересечения прямой, параллельной оси OX и проходящей на глубине $\Delta z_i/2$ с гранями многоугольного контура. Для незвездных контуров сложной конфигурации таких пересечений может быть больше двух. Далее проводится проверка на принадлежность центральной точки каждого САЭ строки к интервалу (интервалам) $x_n \leq x_n \leq x_n$. САЭ, попадающие в указанные интервалы, принимаются принадлежащими текущему многоугольному контуру.

Другой способ хранения сеточных аппроксимаций слоев и блоков состоит в следующем. Дополнительно вводится двумерный массив, размерности которого совпадают с количеством строк и столбцов САЭ разреза. Далее каждому элементу этого массива присваивается номер аппроксимирующего контура, в который попадает соответствующий этому элементу массива САЭ.

Решение прямой задачи от СА разреза или объекта целесообразно осуществлять методом скользящей палетки. Для его реализации необходимы такие процедуры.

1. Согласование длины шага между точками расчета требуемых компонент полей вдоль профиля с горизонтальным размером наименьшего САЭ. Такое согласование предполагает обязательное попадание точек расчета моделируемых компонент на продолжение вертикальных граней САЭ. Следовательно, максимальное значение шага будет равно горизонталь-

ному размеру минимального САЭ Δx_{\min} . Тогда длина шага меньше Δx_{\min} должна выбираться с учетом соотношения $\Delta x_{\min} / 2^n$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$.

2. Расчет для каждого САЭ одного из вертикальных столбцов сетки (например, первого на рис. А.8.1, а) эффектов требуемых компонент при единичных значениях физических параметров на интервале, равном длине расчетного профиля влево и вправо от центра САЭ. С учетом симметричности значений моделируемых компонент относительно центра САЭ такой расчет достаточно осуществить только для полуинтервала (т. е. влево или вправо от центра сеточного элемента). В результате таких расчетов получим матрицу эффектов отдельных сеточных элементов из каждого интервала глубин.
3. Расчет эффекта от всего разреза построчно, последовательным смещением САЭ в строке и суммированием в требуемые точки задания компонент произведений значения физического параметра для данного САЭ на соответствующие элементы строки матрицы эффектов.

Необходимо отметить, что такой палеточный способ расчета эффектов от СА разрезов и объектов можно успешно реализовать на матричных процессорах. Это обстоятельство будет способствовать существенному повышению скорости вычислений.

Для описания изменяющейся вдоль горизонтальной и вертикальной осей плотности и магнитной восприимчивости можно использовать предложенный в [142] способ аппроксимации (описания) сплайнами распределений скоростей в слоях. Суть способа состоит в следующем. Вдоль моделируемого профиля выбирается определенное количество пунктов, в которых задаются дискретные функции изменения АП (МВ) с глубиной. В этих пунктах зависимости АП (МВ) от глубины аппроксимируются сплайнами. Далее также сплайнами аппроксимируются изменения АП (МВ) в промежутках между пунктами их задания. В результате получим сплайн-аппроксимацию распределения АП (МВ) по всему разрезу, отдельному блоку или слою. При таком способе аппроксимации подбор АП (МВ) легко реализуется по схеме, которая используется при подборе параметров нелинейного фона [40].

СА отдельных объектов можно использовать и для расчета конечно-разностным способом вектора производных целевой функции по геометрическим параметрам источников при подборе их конфигураций. Особенности такого алгоритма сводятся к следующему. Очередная точка многоугольного контура смещается вправо или влево (при определении производной по x_i) и вверх или вниз (при определении производной по z_i) на расстояние, равное размеру соответствующей грани САЭ. Полученная в результате такого смещения новая точка вместе с текущей и двумя соседними угловыми точками контура образуют четырехугольник приращения контура. Далее определяется число САЭ, которые аппроксимируют этот четырехугольник, и описанным выше палеточным способом вычисляются их аномальный эффект, затем изменение (приращение) значения целевой функции. Разделив величину приращения целевой функции на величину смещения угловой точки контура получим значение соответствующей производной. Примеры построения четырехугольников приращений и их аппроксимаций САЭ показаны на рис. А.8.1, д. Необходимо отметить, что для построения СА четырехугольника приращений можно воспользоваться описанным выше алгоритмом СА контуров. Если же в какой-нибудь исключительной ситуации покрытие четырехугольника приращений САЭ не будет содержать ни одно-

го элемента, то в качестве аномального эффекта четырехугольника приращений можно принять аномальный эффект САЭ, покрывающего текущую угловую точку аппроксимирующего многоугольного контура. Матрицы эффектов от САЭ для определенных размеров сеточных покрытий целесообразно рассчитывать не каждый раз при запуске соответствующей программы подбора или решения прямой задачи, а заранее, отдельной вспомогательной программой. В программы подбора необходимо передавать только имена файлов, в которых находится необходимая в каждом конкретном случае матрица эффектов.

При графическом изображении моделируемых объектов и разрезов следует одновременно применять контурную и сеточную формы их представления. При этом для СА целесообразно использовать цветовые гаммы, с помощью которых можно достаточно легко передавать изменения физических параметров объектов.

А.9. Дополнительные возможности конструкции

На базе цилиндрических ячеек с многоугольными контурами, входящей в АК, разработан отдельный алгоритм подбора параметров аномальных источников по аномалиям гравитационного и магнитного полей методом последовательных приращений модели [5, 16]. Этот алгоритм построен на известном монтажном принципе В.Н. Страхова, и его реализация в программном комплексе АКП предоставляет пользователю возможность достаточно просто осуществлять многовариантные стратегии подбора.

Программный комплекс АКП дополнен режимами одновременного подбора параметров моделей по измеряемым компонентам магнитного поля ΔZ и ΔT [8], а также по трехкомпонентным измерениям ΔX , ΔY , ΔZ [17].

Реализован также режим подбора по линейным трансформациям потенциальных полей [10, 11]. Особенность используемого при этом подхода состоит в том, что в алгоритме подбора по трансформантам один и тот же приближенный оператор трансформирования действует на модельные и измеренные множества моделируемых компонент полей. В этой ситуации точность вычисления трансформант существенно не влияет на результаты подбора — используются только свойства соответствующих трансформант. Тип трансформанты при подборе задается линейным оператором весового суммирования в скользящем окне (А.1). Этот режим работы программного комплекса позволил также предусмотреть возможность моделирования МАИ по курсовым градиентам магнитного поля [26]. На базе отдельного элемента АК (горизонтальной, ограниченной по простиранию цилиндрической ячейки с многоугольным сечением) исследована возможность использования аномалий геоида, определяемых по данным спутниковой альтиметрии, для моделирования гравитирующих объектов [36]. При этом режимы работы программного комплекса были расширены таким образом, что он стал допускать подбор как по компонентам и трансформантам компонент h , Δg , ΔZ , ΔT отдельно, так и по компонентам и трансформантам компонент $h-\Delta g$, $h-\Delta Z$, $h-\Delta T$, $\Delta g-\Delta Z$ или $\Delta g-\Delta T$ совместно. Программа позволяет осуществлять подбор по исходной компоненте поля и трансформантам этой же компоненты одновременно, а также использовать аномалию потенциала V или аномалию потенциальной трансформанты U_1 вместо аномалии геоида h . В [18] для цилиндрических тел с многоугольными сечениями реализована эффек-

тивная технология аппроксимации звездных контуров источников радиус-вектором, который задается усеченным тригонометрическим рядом

$$R(\varphi_i) = R_0 + \sum_{j=1}^N (A_j \cos j\varphi_i + B_j \sin j\varphi_i), \quad (\text{A.5})$$

где R_0 — начальное значение радиус-вектора; A_j, B_j — коэффициенты членов аппроксимирующего ряда; N — количество членов ряда; φ_i — угол (направление) очередного радиуса. Эта технология позволяет описывать источники сложной конфигурации небольшим количеством параметров.

При адаптации этой технологии аппроксимации звездных тел в комплекс [9, 35, 43] АК дополнена еще несколькими АЯ, которые в общем виде описываются вектором параметров [136]:

$$x = x_g \cup x_z = (\sigma, J_x, J_y, J_z, y_1, y_2, x_0, z_0, mi, R_0, A_1, B_1, \dots, A_N, B_N), \quad (\text{A.6})$$

где x_0, z_0 — координаты центра тяжести звездного тела; mi — размерность радиус-вектора, описывающего контур тела (количество точек). Представление параметров дополнительных ячеек в форме (A.6) дает возможность их использования при моделировании одновременно со всеми остальными АЯ АК. В векторе (A.6) априори фиксированными параметрами являются x_0, z_0 и mi , любой другой параметр может либо подбираться, либо закрепляться.

Адаптация технологии аппроксимации звездных тел контурами сложной конфигурации существенно расширяет функциональные возможности программного комплекса [9, 35, 43], так как позволяет реализовать многошаговые стратегии АКП при моделировании реальных геологических объектов. Выделим основные варианты многошаговых стратегий АКП. На первом шаге итерационного метода выполняется АКП источников аномалий путем их аппроксимации многоугольными контурами небольшой размерности (прямоугольного или трапециевидного сечения). После оптимизации источников аномалий на втором шаге осуществляется аппроксимация полученных оптимизированных конфигураций с использованием технологии описания звездных тел. Вычисляются оптимальные значения радиус-вектора, количество членов усеченного тригонометрического ряда, начальные значения коэффициентов ряда. На последнем, третьем, шаге осуществляется АКП оптимальных значений полученных в результате выполненного перехода параметров, определяющих сложные конфигурации аномальных источников.

Переход от шага к шагу может происходить либо автоматически, без вмешательства интерпретатора, либо по запросу с подтверждением. На первом шаге описанного выше графа интерпретации могут использоваться не цилиндрические ячейки с многоугольными контурами, а сингулярные АЯ: нити полюсов (двумерные и ограниченные по простиранию), наклонные материальные полосы и листы.

Переход от сингулярных аппроксимирующих тел к технологии аппроксимации звездных тел осуществляется достаточно просто. Модифицированная АК предоставляет интерпретатору широкие возможности при моделировании рудных объектов сложной формы. С одной стороны, с ее помощью достаточно удобно параметризовать возмущающие источники со сложным распределением физических свойств, с другой — она позволяет реализовывать стратегии подбора с последовательным усложнением модели, переходя от использования простых (сингулярных) АЯ к более сложным.

Разработанное для целей моделирования гравитационных и магнитных полей алгоритмическое, программное и методическое обеспечение адаптировано для АКП геотермических аномалий [47]. Геотермические версии программ позволяют выполнять подбор параметров нестационарных источников тепла по температурным аномалиям и аномалиям теплового потока отдельно и совместно и, в основном, идентичны программам подбора аномалий гравитационного и магнитного полей. АК программных геотермических версий включает в себя элементарные ячейки призматической формы двух типов: кратковременно действующие и остывающие.

Одинаковые принципы и подходы, на которых построены гравиметрические, магнитометрические и геотермические версии программ АКП, являются базисом для их синтеза в единую, компьютерно-информационную подсистему комплексного моделирования разнородных геолого-геофизических объектов и процессов.

А.10. Экспорт и импорт цифровых моделей объектов, разрезов, структур

В современных программных продуктах повсеместно практикуется использование функций импорта и экспорта данных в различных форматах, что существенно упрощает и ускоряет обмен информацией между различными обрабатываемыми программами. Необходимо отметить, что в различных технологиях АКП по измеряемым компонентам гравитационного и магнитного полей используются совершенно разные АК. Поэтому в программных комплексах интерпретации также целесообразно применять функции импорта и экспорта данных в форматах различных технологий обработки и интерпретации указанных полей. Полезной может быть и разработка универсального формата параметризации объектов, разрезов и структур.

Поскольку моделирование АП в большинстве случаев осуществляется с использованием информации о скоростных разрезах, полученных в результате моделирования сейсмических волновых полей соответствующими программными комплексами, очень важной представляется организация обмена данными через функции импорта и экспорта и с сейсмическими программными продуктами. Такой обмен информацией, в принципе, легко реализуется и может способствовать повышению эффективности последовательного моделирования скоростных и плотностных разрезов. В известной программе для численного моделирования сейсмических волновых полей в двумерных структурах с латеральным изменением скоростей SEIS83 [142] моделируемый фрагмент среды ограничен двумя вертикальными границами слева и справа и верхней и нижней границами по вертикали (рис. А.10.1). Верхняя граница соответствует поверхности Земли. Все границы аппроксимируются кубическими сплайнами. Аппроксимация скоростей в пределах отдельных слоев может выполняться тремя способами: а) бикубической интерполяцией сплайнами; б) кусочной билинейной интерполяцией; в) линейной интерполяцией между границами с постоянными скоростями.

Сопоставление рис. А.10.1 с рис. А.5.1 и А.8.1 показывает структурное сходство АК сейсмического и гравимагнитного программных комплексов. Следовательно, функции импорта и экспорта между этими программными продуктами могут быть реализованы достаточно просто. Отметим также,

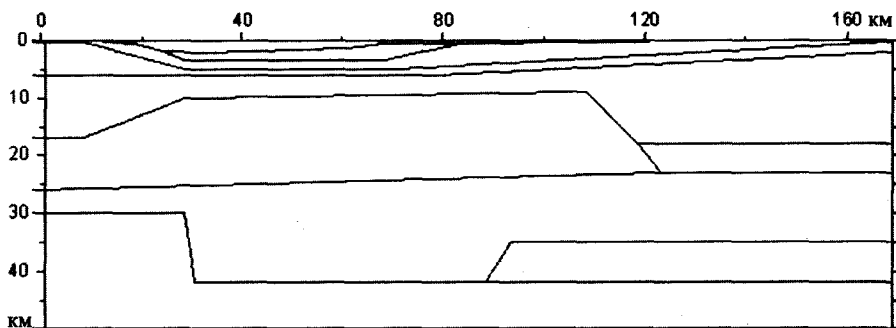


Рис. А.10.1. Пример параметризации разреза в программе SEIS83 [142]

что в программном комплексе SEIS83 предусмотрена возможность вычисления значений плотности в любой точке отдельного слоя (блока) по значениям скорости в этой точке при задании коэффициентов линейной связи между скоростью и плотностью. Данная особенность сейсмического программного комплекса предоставляет также дополнительную возможность импорта начальных условий АП слоев (блоков) в программу плотностного моделирования.

Вопросы параметризации источников аномальных полей занимают важное место в различных технологиях АКП. Разработанная и детально описанная АК является многоэлементной (состоящей из большого количества элементарных АЯ простой геометрической формы от точечного источника до многогранников, построенных на сечениях), открытой (допускающей расширение другими элементарными АЭ), универсальной (позволяющей оптимальным образом осуществлять параметризацию ГО и разрезов самой разнообразной формы: структурных, рудных, структурно-рудных), адаптивной и управляемой (предоставляющей пользователю возможность управлять целым рядом режимов работы программ подбора: закреплением отдельных параметров и целых объектов, использованием ограничений на подбираемые параметры, сохранением формы конфигураций подбираемых объектов и т. д.).

На базе этой АК достаточно эффективно и просто реализуются различные технологии и стратегии АКП: методом оптимизации многопараметрического функционала, построением эквивалентных семейств решений, использованием различных модификаций монтажных алгоритмов, последовательным усложнением модели путем перехода от простых (сингулярных) АЯ к более сложным. Дополнение разработанной АК сеточным уровнем аппроксимации, а также вероятность автоматического построения СА по параметризациям телами простой геометрической формы существенно расширяет возможности интерпретатора при моделировании объектов и разрезов с изменяющимися по вертикали и горизонтали физическими свойствами. Трехуровневую схему аппроксимации (структурный уровень, вещественно-литологический, сеточный) целесообразно использовать в компьютерно-информационных подсистемах моделирования, функционирующих с использованием локальных баз данных разнородной геолого-геофизической информации.

МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ ОЛЗ

Почти все рассмотренные методы осуществляют фильтрацию ошибок поля при необходимой степени его восстановления, поскольку при достижении меньшей среднеквадратичной невязки поля результат интерпретации уже не соответствует реальному распределению аномальной плотности. Однако, например, метод простой итерации с критерием по минимуму суммы квадратов поправок к плотности без дополнительных условий не позволяет это делать, так как итерационный процесс сходится к равенству нулю критерия суммы квадратов всех поправок, что означает выход на постоянное значение среднеквадратичной невязки поля (НП). Дальше продолжать итерационный процесс нет смысла. Следует заметить, что при рассмотрении выше вопросов продолжения итерационного процесса имелось в виду установление факта: имеется ли глобальный минимум функционала по поправкам при минимуме суммы квадратов НП или найден минимум функционала для определённого набора НП, определяемых, например, выбором постоянного фона аномального поля. Для разрешения этого вопроса разработаны два метода условной оптимизации: минимум критерия поправок при минимуме критерия НП и, наоборот, минимум критерия невязок поля при минимуме критерия поправок для АП. Другие методы являются практически средством контроля результатов, полученных основными методами: простой итерации безусловной (БО) и условной оптимизации (УО). Есть и другие методы контроля, например: метод контроля с непосредственным погружением в геологическую среду и в измеренные поля возмущающих масс с известными геометрическими параметрами и плотностью.

Понятие устойчивости неоднозначное. Например, Р. Белман [22], опираясь на теорию устойчивости по Ляпунову, при переходе от системы дифференциальных уравнений к стационарной системе линейных алгебраических уравнений $Ax = B$ с матрицей коэффициентов a_{ij} дает такое определение относительно свойств матриц: матрица является устойчивой, если ее собственные значения имеют отрицательные действительные части. Поскольку решения приведенных Р. Белманом уравнений имеют в показателях экспонент коэффициенты a_{ij} , то для отдельных систем уравнений по соответствующей теореме количество отрицательных собственных значений матрицы A равно количеству отрицательных значений ее диагональных элементов a_{ij} . Это очень важно, так как экспоненциальные решения системы дифференциальных уравнений могут быть ограниченными на бесконечности только при отрицательных показателях экспонент. А потому в данном случае матрица называется устойчивой, если она обеспечивает устойчивое ре-

шение системы матричных дифференциальных уравнений. В связи с тем что в стационарном случае элементы матрицы A вообще пропадают, эти теоремы для гравиметрии не подходят, но несколько других из цикла теорем Р. Белмана можно использовать.

Для двух матриц, связанных отношением $A^T Y + YA = -I$, необходимым и достаточным условием устойчивости матрицы A является положительная определенность матрицы Y .

Укажем, что матрица A — положительно определенная, если ее квадратичная форма $Q = (x, a_{ij}, x)$ положительна при любых нетривиальных значениях x . Положительность квадратичной формы Q , как и самой матрицы A порядка n , определяется условием положительности всех миноров от первого до последнего порядка (критерий Сильвестра). Для положительно определенной матрицы A порядка n справедлива приведенная Р. Белманом без указаний на автора теорема о модуле определителя матрицы:

$$|A| \leq a_{11} a_{22} a_{33} a_{44} \dots a_{nn}. \quad (\text{Б.1})$$

Если диагональные элементы матрицы очень малы, то верхняя граница определителя матрицы очень мала. Это будет тогда, когда под точками измерения поля нет аномальных масс. Если таких точек очень много, то и малых диагональных элементов в произведении (Б.1) также очень много. Верхняя граница определителя матрицы A будет очень малой. Поскольку в знаменатели элементов обратной матрицы A^{-1} (в том числе диагональных) входит определитель самой матрицы A , то при его малой величине обратная матрица будет плохо обусловленной и система уравнений, описанных матрицей A , будет иметь неустойчивое решение. Также нужно привести неравенство Адамара для произвольной невырожденной квадратной матрицы:

$$|A|^2 \leq \prod_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n a_{ij}^2 \right). \quad (\text{Б.2})$$

В скобках формулы (Б.2) стоит сумма квадратов элементов матрицы A по столбцу. Если диагональные элементы матрицы очень малы, то сумма квадратов элементов по каждому столбцу будет очень малой, а их произведение также очень малым. Верхняя граница определителя матрицы будет очень малой, а обратная матрица — очень слабо обусловленной. Устойчивость решения ОЛЗГ будет неудовлетворительной. Этими двумя неравенствами подтверждается давно сделанный П.А. Миненко вывод (1987–1989) [58–61]), что для повышения устойчивости решения ОЛЗГ нужно изъять из матрицы A строки с малыми диагональными элементами, что и было подтверждено экспериментально и теоретически со стороны разных подходов.

Как видно из расчетов миноров матриц для реальных интерпретационных моделей (табл. Б.1), численные значения миноров 1-го — 7-го порядков для поля силы тяжести монотонно уменьшаются с каждым порядком матрицы примерно в 100 раз. Фактически наступает предел двойной точности (10^{-15}) ЭВМ поколения до 1991 г. уже для определителей 7-го порядка. Но, как видно из табл. Б.1, уменьшаясь, миноры остаются положительными. Это означает, что прямая матрица для гравитационного поля является положительно определенной. Тогда, согласно неравенству Р. Белмана (Б.1), можно надеяться, что при отсутствии в матрице малых элементов ее опреде-

Таблица Б.1. Вычисление миноров прямой матрицы А

Элементы прямой матрицы 7-го порядка по столбцам							Значение минора с ростом его порядка, уел. ед.		Порядок минора
							слева вниз направо	справа вверх налево	
1,00	0,707	0,447	0,316	0,242	0,196	0,164	$2 \cdot 10^{-15}$	$2 \cdot 10^{-15}$	7
0,71	0,707	0,408	0,302	0,235	0,192	0,162	$5 \cdot 10^{-11}$	$9 \cdot 10^{-15}$	6
0,45	0,408	0,333	0,267	0,218	0,182	0,156	$3 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{-14}$	5
0,32	0,302	0,267	0,229	0,196	0,169	0,147	$2 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-11}$	4
0,24	0,236	0,218	0,196	0,174	0,154	0,137	0,019	$1 \cdot 10^{-7}$	3
0,20	0,192	0,183	0,169	0,154	0,14	0,127	0,207	$3 \cdot 10^{-4}$	2
0,16	0,162	0,156	0,147	0,137	0,127	0,117	1,000	0,117	1

литель достоверно не будет очень малым, а решение ОЛЗГ будет удовлетворительным, так как это разрешает верхняя граница для определителя.

У миноров обратной матрицы (табл. Б.2) наблюдается такой же рост значений с ростом номера минора. Произведение миноров 7-го порядка равно единице, но в таблицах приведены их округленные значения.

Как видим, величина миноров катастрофически возрастает, но все они остаются положительными. Такое экспериментальное подтверждение дает основание во многих случаях практики интерпретации гравитационного поля использовать большой набор теорем, которые разработаны для положительно определенных матриц, не устанавливая саму положительную определенность матрицы, поскольку это очень трудно выполнить. Например, в теореме Белмана для положительно определенной матрицы решение системы уравнений $Ax = B$, с целью уменьшения влияния погрешностей, можно за-

Таблица Б.2. Вычисление миноров обратной матрицы A^{-1}

Элементы обратной матрицы 7-го порядка по столбцам							Минор	Порядок
5,65	-1,7	-51,2	188,7	-340	306,1	-108	$6 \cdot 10^{14}$	7
-1,74	7,56	-26,1	68,17	-109	92,92	-32	$7 \cdot 10^{13}$	6
-51,2	-26	1454	-6380	12 779	-12 237	4486	$2 \cdot 10^{11}$	5
188	68	-6380	31 774	$-7 \cdot 10^4$	70 104	-26 673	$7 \cdot 10^7$	4
-340	-109	12 779	$-7 \cdot 10^4$	161 384	$-2 \cdot 10^5$	67 787	29 357	3
306	92	-12 238	70 104	$-2 \cdot 10^5$	190 470	-77 638	39,7	2
-108	-31	4486	-26 673	67 787	-77 637	32 507	5,6	1

менить решением системы $A^T Ax = A^T B$. Фактически это означает начало перехода к слабым фильтрационным методам машинной интерпретации.

В табл. Б.1, Б.2 выбран наиболее неудобный вариант распределения поля и аномальных источников, которые его создают. В начале разработки машинных методов интерпретации методические ситуации почти такими и были. Раньше всех в этом вопросе нашел выход Е.Г. Булах [3]. Аппроксимировав аномальные тела полубесконечными горизонтальными уступами, он увеличил количество аномальных тел в интерпретационной модели с 3 до 23, а количество точек поля с 13 до 30–50 и чуть более при той же мощности ЭВМ. Это означало, что каждая точка поля находилась над одним из аномальных тел, матрица A не имела малых диагональных элементов, была достаточно обусловленной, а интерпретатор получал удовлетворительные решения ОЗГ мощными методами оптимизации. Но тогда еще не было речи о роли диагональных элементов, проблемы возникали очень часто, ответы на них были неоднозначные. Поэтому многие ученые, и даже начинающие, искали свои пути в развитии машинной интерпретации на основе методов оптимизации по критериям или статистической фильтрации.

Здесь осталась неотмеченной еще одна особенность приведенных матриц: их определители второго порядка на главной диагонали положительные, хотя положительные и все другие определители. Вообще, для гравитационного поля характерно, что

$$\Delta_2 = g(x, y) \times g(x + dx, y + dy) - g(x + dx, y) \times g(x, y + dy) > 0.$$

Если разложить в ряд Тейлора все функции, то имеем

$$\Delta_2 = (g(x, y) \times g''_{xy}(x, y) - g'_x(x, y) \times g'_y(x, y)) dx dy > 0.$$

Это можно проверить, например, для совокупности полубесконечных вертикальных блоков или для совокупности сфер:

$$\Delta_2 = \left(\sum_i z_i / R_{ij}^3 \sum_k 15x_k y_k z_k / R_{k,j}^7 - \sum_i 3z_i x_i / R_{ij}^5 \sum_k 3y_k z_k / R_{k,j}^5 \right) dx dy > 0.$$

Для одной сферы это неравенство очевидно, для нескольких сфер оно проверяется сначала для двух сфер, затем для трех и далее по индукции.

Формула имеет такой же вид и для магнитного поля от полубесконечных вертикальных блоков. Для блоков, размещенных в других квадрантах, некоторые величины x_i или y_i могут быть отрицательными, но тогда в этом методе оценок будут иметь такой же знак и стороны прямоугольника dx или dy . Знак Δ_2 не изменяется, т. е. Δ_2 является инвариантом горных пород для СБИМ. В то же время погрешности в коэффициентах матрицы A при неполном заполнении объема блоков реальными геологическими массами приводят к нарушению указанных соотношений, и некоторые определители могут стать отрицательными. При этом переходе через нулевое значение определитель всей матрицы может оказаться очень малым, а число обусловленности M_0 матрицы A может достигать 10^{11} единиц. И достаточно незначительной добавки к любому диагональному элементу матрицы (расчет приведены ниже), чтобы ее число обусловленности находилось в пределах 10–100 единиц. Указанное свидетельствует о большой неустойчивости показателя положительной определенности матрицы на границе изменении

по знаку ее определителя. Поэтому следует подбирать такие СБИМ, в которых при любых изменениях элементов основной матрицы A число обусловленности оставалось достаточно малым.

Приступим к изучению изменений свойств матриц при изменении некоторых их элементов. Любое уменьшение диагонального элемента к значениям, меньшим, чем любой недиагональный элемент в его строке справа или в столбике снизу, приводит к изменению знаков у некоторых миноров высшего порядка и делает матрицу не только положительно неопределенной, но даже отрицательно определенной, для которой уже нет смысла искать минимум, а можно найти только максимум. Поменяем 6-й элемент на главной диагонали матрицы A (табл. Б.3) на меньший, чем другие справа в его строке и ниже в его столбце. Часть вычисленных миноров теперь стала отрицательной, хотя величина их увеличилась на 3–8 порядков, а матрица – положительно неопределенной. Это изменение отвечает переходу к неравномерной сетке в интерпретационной модели.

Теперь поменяем 6-й элемент на главной диагонали матрицы A (табл. Б.4) на больший, чем был (см. табл. Б.1). Знак миноров матрицы A не изменился, но величина их увеличилась на 2–8 порядков.

Поменяем все диагональные элементы матрицы A так, чтобы они стали больше, чем все недиагональные элементы хотя бы в их строках слева и справа и в столбцах сверху и снизу (табл. Б.5). Знаки миноров не изменились. Однако существенно изменилась величина определителей. У матрицы число обусловленности определяется по нормам прямой и обратной матриц:

$$M_A = \|A^{-1}\| \times \|A\|. \quad (\text{Б.3})$$

Поскольку вторая подчиненная норма матрицы – это корень квадратный от суммы квадратов элементов матрицы, то произведение норм дает небольшое число обусловленности матрицы A :

$$M_A = \|A^{-1}\| \times \|A\| = (10,8 \times 60,0)^{1/2} = 25,44.$$

Заметим, что число обусловленности матрицы A для случая из табл. Б.1 равно 150 205,2.

Таблица Б.3. Вычисление миноров измененной прямой матрицы A

Элементы прямой матрицы 7-го порядка по столбцам							Минор	Порядок
1	0,7	0,4	0,32	0,24	0,2	0,16	$-3,662 \cdot 10^{-8}$	7
0,7	0,7	0,4	0,3	0,24	0,19	0,16	$-9,209 \cdot 10^{-6}$	6
0,4	0,4	0,3	0,27	0,22	0,18	0,16	0,00016	5
0,3	0,3	0,3	0,58	0,2	0,17	0,15	0,00685	4
0,2	0,2	0,2	0,2	0,17	0,15	0,14	0,01914	3
0,2	0,2	0,2	0,17	0,15	0,08	0,13	0,20710	2
0,2	0,2	0,2	0,15	0,14	0,13	0,12	1	1

Таблица Б.4. Вычисление миноров измененной прямой матрицы А

Элементы прямой матрицы 7-го порядка по столбцам							Минор	Порядок	Минор
1	0,7	0,4	0,32	0,24	0,2	0,16	$1,0 \cdot 10^{-7}$	7	$1 \cdot 10^{-7}$
0,7	0,7	0,4	0,3	0,24	0,19	0,16	$2,6 \cdot 10^{-5}$	6	$4 \cdot 10^{-7}$
0,4	0,4	0,3	0,27	0,22	0,18	0,16	0,0001	5	$3 \cdot 10^{-6}$
0,3	0,3	0,3	0,58	0,2	0,17	0,15	0,0068	4	$9 \cdot 10^{-5}$
0,2	0,2	0,2	0,2	0,17	0,15	0,14	0,0191	3	$2 \cdot 10^{-4}$
0,2	0,2	0,2	0,17	0,15	0,3	0,13	0,2071	2	0,019
0,2	0,2	0,2	0,15	0,14	0,13	0,12	1	1	0,117

Таблица Б.5. Вычисление миноров измененных прямой A_n и обратной A^{-1}_n матриц

Элементы 7-го порядка по столбцам							Минор	Порядок
Прямая матрица								
1	0,7	0,44	0,31	0,242	0,196	0,16	0,011	7
0,71	2,24	0,408	0,302	0,2357	0,192	0,162	0,039	6
0,45	0,41	0,707	0,267	0,2182	0,182	0,156	0,176	5
0,32	0,3	0,267	0,577	0,1961	0,169	0,147	0,387	4
0,45	0,24	0,218	0,196	0,5774	0,154	0,137	0,871	3
0,2	0,19	0,183	0,169	0,1543	0,301	0,127	1,736	2
0,16	0,16	0,156	0,147	0,1374	0,127	0,378	1	1
Обратная матрица								
1,79	-0,35	-0,672	-0,343	-0,156	-0,22	-0,08	84,641	1
-0,33	0,58	-0,077	-0,055	-0,031	-0,05	-0,023	31,991	2
-0,56	-0,09	2,221	-0,389	-0,252	-0,47	-0,230	8,2806	3
-0,22	-0,07	-0,412	2,4608	-0,305	-0,64	-0,334	3,9932	4
0,97	0,13	0,063	-0,139	2,30	-0,47	-0,285	1,7845	5
-0,1	-0,09	-0,545	-0,667	-0,593	4,74	-0,851	0,9244	6
0,04	-0,05	-0,271	-0,352	-0,333	-0,86	3,307	1,7866	7

По Б.Б. Самарскому и Б.В. Гулину, система уравнений $Ax = g$ устойчива по правой части, если справедлива оценка зависимости погрешности решения δx системы от погрешности поля δg по формуле

$$\|\delta x\| \leq \|\delta g\| \|A^{-1}\|. \quad (\text{Б.4})$$

Для матрицы из табл. Б.5 норма погрешности определения одного значения плотности равна: $\|\delta \sigma\| = \|\delta x\| = 0,1 \text{ мгл} \times 25,44/49/49 = 0,001 \text{ г/см}^3$. Для случая табл. Б.1 и Б.2 имеем оценку $\|\delta \sigma\| = \|\delta x\| = 0,1 \times 150 \cdot 205,2/49/49 = 6,26 \text{ г/см}^3$. Это означает, что не все положительно определенные матрицы дают результаты, которые удовлетворяют практику. Таким образом, большое число обусловленности матрицы для случая табл. Б.1 и Б.2 приводит к большим погрешностям решения ОЛЗГ.

Дальнейшие эксперименты с матрицей A дали такие результаты (таблицы по этим расчетам не приведены). При значительном увеличении диагональных элементов в десятки раз все миноры остались положительными, число обусловленности уменьшилось до 14,83, а погрешность плотности несущественно уменьшилась до $0,0006 \text{ г/см}^3$. При увеличении диагональных элементов в сотни раз все миноры также остались положительными, число обусловленности возросло до 73,79, а погрешность плотности не намного увеличилась — до $0,003 \text{ г/см}^3$, что объясняется большим разрывом в значениях малых элементов матрицы, соседних с большими диагональными. Эта произвольно взятая разность элементов играет роль больших погрешностей поля и параметров интерпретационной модели, которые возмущают систему уравнений, но не выводят ее из устойчивого состояния. При увеличении диагональных элементов в 10 000 раз все миноры остались положительными, хотя минор 7-го порядка прямой матрицы A уже равен $4,93 \cdot 10^{25}$, а для обратной к ней матрицы $2,0 \cdot 10^{-26}$. Число обусловленности матрицы A возросло до 263,79, а погрешность плотности также не намного увеличилась — до $0,011 \text{ г/см}^3$, что подтверждает возможность устойчивого решения ОЛЗГ с такой интерпретационной моделью.

При значительном увеличении величины отдельных недиагональных элементов матрицы A (эти крайние случаи приведены в табл. Б.6) в 100 000, 200 000 и 1 000 000 раз все миноры остаются положительными. Это объясняется тем, что устойчивость матрицы сохраняет вся диагональ с довольно большими элементами в сравнении с остальными недиагональными элементами. Причем число обусловленности матрицы возрастает в 120, 1000 и 10 000 раз, а погрешность решения ОЛЗГ — в 5, 40 и 400 раз. Однако эти результаты указывают на то, что разность в числах обусловленности для положительно определенной и положительно неопределенной матриц очень незначительна. Вместе с тем, как следует из табл. Б.7, числа обусловленности матриц и погрешности плотности горных пород, вычисленные по формулам (Б.3), (Б.4), практически пропорциональны обратной величине модуля определителя матрицы и не зависят от его знака. Следовательно, разность в числах обусловленности для положительно определенной и положительно неопределенной матриц очень незначительна.

Далее была выбрана новая матрица A в начальном состоянии: с определителем $\Delta_7 = 3,0 \cdot 10^{-17}$; $M_a = 1,28 \cdot 10^6$; $a_{66} = 1/\sqrt{51}$; $a_{77} = 1/\sqrt{73}$.

Таблица Б.6. Число обусловленности матрицы и погрешность плотности при увеличении недиагональных элементов

Элементы 4-й строки матрицы					Минор 7-го порядка	Число обуслов- ленности M_A	Погреш- ность плотности $\delta\sigma$, г/см ³
0,267	18 257	0,1961	16 903	14 744	$4,9 \cdot 10^{25}$	416	0,017
0,267	18 257	0,1961	53 452	46 625	$4,9 \cdot 10^{25}$	1786	0,074
0,267	18 257	0,1961	169 031	100 000	$4,88 \cdot 10^{25}$	15 579	0,649
0,267	18 257	0,1961	534 522	500 000	$4,77 \cdot 10^{25}$	156 852	6,49

Таблица Б.7. Расчет чисел обусловленности и погрешностей плотности в различных решениях ОЛЗГ

№ п/п	Определенность матрицы	Число обусловлен- ности M_A	Погрешность плотности $\delta\sigma$, г/см ³	Определитель матрицы, усл. ед.
1	Неположительная	140	0,046	-0,036
2	Неположительная	203	0,064	-0,027
3	Положительная	498	0,156	0,009
4	Положительная	1288	0,403	0,0032
5	Неположительная	304	0,095	-0,015
6	Положительная	64	0,025	0,6
7	Положительная	4494	1,427	0,00091
8	Неположительная	3169	1,118	-0,0011
9	Положительная	66 197	20,73	$6,20 \cdot 10^{-5}$
10	Неположительная	65 456	20,5	$-6,30 \cdot 10^{-5}$
11	Неположительная	193 401	60,58	$-2,10 \cdot 10^{-5}$
12	Положительная	201 722	63,18	$2,04 \cdot 10^{-5}$
13	Положительная	178	0,55	0,03
14	Неположительная	113	0,042	-0,043

Поменяли:

1) $a_{66} = 1/\sqrt{51,005}$; $M_a = 1,75 \cdot 10^6$; $\Delta_7 = -2,13 \cdot 10^{-17}$.

Как видим, и здесь очень большое число обусловленности почти не изменилось, а у определителя поменялся знак, и почти не изменился модуль. Это означает, что для гравиметрии важно устанавливать не положительную определенность матрицы (что важно уже только для использования некоторых теорем матричного анализа, и на это требуется очень много времени), а только вычислять ее определитель, во избежание случаев равенства его нулю, хотя не для всех итерационных методов это имеет важное практическое значение. Если определитель очень мал, нужно увеличить его диагональные элементы, создающие положительную определенность матрицы и устойчивость решения ОЛЗГ.

Далее, поменяли:

2) $a_{77} = 0,035363020$ при $a_{66} = 1/\sqrt{51}$, получили $M_a = 1,28 \cdot 10^{11}$; $\Delta_7 = 1,980 \cdot 10^{-8}$;

Как видно, очень большое число обусловленности сильно изменилось и стало равным почти квадрату предыдущего значения, а у определителя не поменялся знак, зато сильно изменился его модуль — почти до корня квадратного из его величины.

Увеличили диагональный элемент и внесли изменения:

3) $a_{77} = 0,159$ при $a_{66} = 1/\sqrt{51}$, получили $M_a = 95$; $\Delta_7 = 47,88$;

Затем поменяли:

4) $a_{77} = 0,127$ при $a_{66} = 1/\sqrt{51}$, получили $M_a = 603$; $\Delta_7 = 7,5$;

Еще раз поменяли:

5) $a_{77} = 0,153$ при $a_{66} = 1/\sqrt{51}$, получили $M_a = 661$; $\Delta_7 = 6,84$.

Таким образом, еще раз убеждаемся, что свойство положительной определенности матрицы не играет никакой роли. Однако при увеличении диагональных элементов и удалении их от точки $a_{ii}(|A| = 0)$ число обусловленности матрицы уменьшается. Так же при уменьшении диагонального элемента и с удалением его от точки $a_{ii}(|A| = 0)$ число обусловленности M_a матрицы A уменьшается при отрицательном определителе $|A|$.

Для того чтобы уменьшить число обусловленности матрицы, нужно ввести в модель новые блоки, над которыми есть точки измерения поля. Если и этого недостаточно, то нужно прибавить к модели искусственно опущенные в геологическую среду реперные тела, причем таких размеров и на таких глубинах, чтобы матрица прямой задачи СБИМ имела довольно малое число обусловленности. В то же время можно убрать из исходных данных те точки измерения поля, которые находятся за пределами блоков сеточной модели с искомой АП. В результате для получения устойчивого решения ОЛЗГ впервые возникла необходимость включить в интерпретационную модель конкретный параметр, который определяет характер распределения точек измеренного поля над сеточными блоками, аппроксимирующими реальные аномальные массы с подлежащими определению неизвестными значениями АП. Этим параметром является площадь, покрытая сетью точек измерения поля таким образом, что под каждой точкой поля располагается хотя бы один блок модели, а над каждым блоком находится хотя бы одна точка поля.

В непрерывном варианте для морских съемок и аэросъемок данное требование означает: область карты измеренного поля должна быть конгруэнтна проекции на нее области, которая занята сеточными блоками интерпретационной модели, используемой для решения ОЛЗГ, т. е. для улучшения устойчивости решения ОЛЗГ есть достаточно много разных средств.

Проведенными над матрицами исследованиями охвачены все аспекты проблемы формирования положительно определенных матриц для интерпретационных моделей ОЛЗГ и разработаны методы составления систем алгебраических уравнений с малым числом обусловленности матриц, которые обеспечивает высокую или достаточную устойчивость решений обратных задач.

ПРОЦЕДУРЫ ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ В МНОГОШАГОВЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ ПОДБОРА

Вычислительные возможности современных ПК позволяют эффективно реализовывать многовариантные и многошаговые стратегии АКП при моделировании геологического объекта по данным измерений потенциальных полей [45]. В частности, при интерпретации гравитационных и магнитных полей в некоторых случаях целесообразно [44]:

- а) моделировать по частям сложные объекты и разрезы;
- б) выполнять многократное решение одной и той же задачи (при различных начальных приближениях, разных режимах работы программы подбора, различных вариантах закрепления некоторых параметров модели, с использованием линейных трансформаций и без них, с ограничениями на подбираемые параметры и их приращения и без таковых);
- в) осуществлять оценку точности решений на специально сконструированной для этих целей сопутствующей модельной задаче.

Построение и практическая реализация многошаговых стратегий моделирования достаточно эффективно осуществляются в программных комплексах АКП с многоэлементными АК для параметризации объекта и структур различной степени сложности [135]. Так, в разработанных на базе такой конструкции программах АКП [44, 135, 153] могут быть реализованы различные технологии и стратегии подбора: методом оптимизации многопараметрического функционала, построением эквивалентных семейств решений, с использованием различных модификаций монтажных алгоритмов, последовательным усложнением модели путем перехода от использования простых (сингулярных) АЯ к более сложным. В целом программным комплексом АКП можно получать многовариантные решения и легко реализовывать принцип последовательного усложнения модели в процессе решения задач моделирования.

Ниже остановимся на одном из возможных вариантов построения на базе программ [44, 135, 153] многошаговых стратегий подбора путем их расширения вычислительными процедурами пересчета измеренных значений моделируемых компонент полей в верхнее (нижнее) полупространство и (или) в высшие производные, что позволяет легко получить множество дополнительных вариантов решения задач подбора по пересчитанным значениям полей.

Особенности программ подбора. Программное обеспечение АКП [44, 45, 135, 153] построено на оптимизации суммы квадратов расхождений между измеренными и модельными компонентами полей. Реализована возможность подбора по нескольким полям, а также линейным трансформантам типа скользящее окно:

$$\delta U_i = \sum_{j=-n}^n c_j U^{i+j}, \quad (B.1)$$

где δU_i — значение трансформанты в i -й точке; $\{c_j\}_1^q$ — подмножество весовых множителей операторов трансформирования; $q = 2n + 1$ — количество значений компоненты поля U , используемых для вычисления трансформанты в точке.

В алгоритмах используется показатель качества F в следующей форме:

$$F = \sum_{m=1}^M \alpha_m \sum_{i=1}^{N_m} \frac{a_{im}}{U_m^{\text{сп}}} \left\{ \sum_{j=-n_m}^{n_m} c_{jm} [U_{R,m}^{i+j} - U_{T,m}^{i+j}(x^m)] \right\}^2. \quad (B.2)$$

$$U_m^{\text{сп}} = \sum_{i=1}^{N_m} U_m^i / N_m; U_{T,m}^i = \sum_{j=1}^{K_m} U_{j,m}^i + A^m x^i + B^m y^i + C^m z^i + D^m, \quad x^m = (x_1^m, x_2^m, \dots, x_{P_m}^m);$$

M, m — количество и номер используемых при подборе компонент полей; α_m — весовой множитель вклада компоненты в значения F ; N_m — количество точек задания компоненты; a_{im} — вес i -й точки; $U_{R,m}^i, U_{T,m}^i$ — измеренные и модельные значения компонент; $U_{j,m}^i$ — вклад j -й ячейки; K_m — количество ячеек; x^m — вектор параметров модели аномальных объектов; P_m — общее количество параметров; A^m, B^m, C^m, D^m — коэффициенты линейного фона компоненты m ; x^i, y^i, z^i — координаты точек задания компонент поля.

Программный комплекс [44, 135, 153] позволяет осуществлять следующее:

- подбор параметров аномальных источников по измеряемым компонентам гравитационного (Δg) и магнитного ($\Delta Z, \Delta T$) полей и аномалиям геоида (h) — отдельно и совместно ($\Delta g - \Delta Z, \Delta g - \Delta T, \Delta g - h, \Delta Z - \Delta T, h - \Delta Z, h - \Delta T$), по вычисляемым значениям курсового градиента магнитного поля, по вторым производным гравитационного потенциала, по линейным трансформациям моделируемых компонент, задаваемым операторами весового суммирования в скользящем окне (B.1);
- моделирование путем решения линейных, нелинейных и смешанных обратных задач гравиметрии и магнитометрии;
- при подборе использовать элементы моделируемых компонент, заданных вдоль профилей, на плоскости, в пространстве, в скважинах.

Оптимизационная процедура. АКП параметров конкретной АК реализуется путем минимизации целевой функции (B.2) с помощью специальной ОП, в которую включены некоторые модификации градиентных методов оптимизации (методы скорейшего спуска с нормировкой направления спуска и процедурой ускорения сходимости, градиента и сопряженных градиентов), а также ОП, базирующейся на известном алгоритме сингулярного разложения матриц (SVD).

АК программ подбора включает более 10 двумерных и ограниченных по простиранию элементарных АЯ простой геометрической формы. Основные АЭ — горизонтальные и вертикальные цилиндрические тела с многоугольными сечениями. В АК включены также пять элементарных сингулярных ячеек [135]: материальная точка, горизонтальный, ограниченный по простиранию стержень и двумерный материальный стержень (нить полюсов).

наклонная материальная полоса и наклонный материальный лист. Этот шаг преследовал следующие цели.

Во-первых, сингулярные АЯ в некотором смысле являются частями (фрагментами) цилиндрических тел с многоугольными сечениями – угловой точкой контура, ребром или гранью. При моделировании изолированных аномальных объектов их наличие в АК дает возможность конструировать и реализовывать многошаговые стратегии АКП с последовательным усложнением создаваемой модели аномальных объектов. На начальном шаге такой стратегии подбор основных параметров аномальных объектов, таких как избыточные массы, координаты центров тяжести, углы падения, может осуществляться с использованием сингулярных АЯ. На конечном шаге подбора детализация конфигурации АТ проводится с привлечением цилиндрических АЯ с многоугольными контурами.

Во-вторых, сингулярные АЭ достаточно широко используются в технологиях построения цифровых моделей аномальных полей [28], которые впоследствии могут применяться для определения различных трансформаций: вычисления высших производных, пересчета исходных значений поля на высоту, приведения значений поля к единому уровню измерений, интерполяции измеренных компонент полей к регулярной сети задания и др. Наличие таких ячеек в АК позволяет строить аналитические модели аномальных полей с помощью разработанного программного комплекса АКП непосредственно. При наличии компьютерной цифровой модели нулевого приближения моделируемого объекта начальное приближение аналитической модели аномального поля, состоящее исключительно из сингулярных АЯ, может быть построено алгоритмически по параметрам заданного нулевого приближения модели источников.

Для построения аналитических аппроксимаций трехмерных распределений гравитационного и магнитного полей АК дополнена материальным стержнем произвольной ориентации в пространстве, вектор параметров которого описывается выражением

$$P_R = (\sigma, I_x, I_y, I_z, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2), \quad (B.3)$$

где $x_k, y_k, z_k, k = 1, 2$, – координаты концов стержня. Аналитические выражения для расчета потенциала, его первых и вторых производных от возмущающего тела такого типа приведены в компактной форме в работе [113]. Здесь введены обозначения: $x = (x_1, x_2, x_3)$ – координаты внешней точки расчета потенциала и его производных; $\xi^{(p)} = (\xi_1^{(p)}, \xi_2^{(p)}, \xi_3^{(p)})$, $p = 1, 2$ – координаты концов стержня. Тогда потенциал, первые и вторые производные от такого возмущающего источника представляются компактными аналитическими выражениями [113]:

$$U(x) = k\sigma_L \ln \frac{R_1 + R_2 + |L|}{R_1 + R_2 - |L|}, \quad (B.4)$$

$$\frac{\partial U(x)}{\partial x_k} = 2k\sigma_L |L| S_k(x) / W(x); \quad (B.5)$$

$$\frac{\partial^2 U(x)}{\partial x_k \partial x_m} = \frac{2k\sigma_L |L|}{W(x)} \left[\frac{2(R_1 + R_2) S_k(x) S_m(x)}{W(x)} + N_{k,m}^{(1)}(x) + N_{k,m}^{(2)}(x) - \delta_{k,m} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right], \quad (B.6)$$

где k — гравитационная постоянная; σ_L — линейная плотность масс стержня; $|L|$ — длина стержня; R_p — расстояние от внешней точки расчета поля до p -го конца стержня;

$$W(x) = (R_1 + R_2 + |L|)(R_1 + R_2 - |L|);$$

$$S_k(x) = \frac{\xi_k^{(1)} - x_k}{R_1} + \frac{\xi_k^{(2)} - x_k}{R_2}; \quad N_{k,m}^{(j)}(x) = \frac{(\xi_k^{(j)} - x_k)(\xi_m^{(j)} - x_m)}{R_j^3}; \quad \delta_{k,m} = \begin{cases} 0 & (k \neq m) \\ 1 & (k = m) \end{cases};$$

$$|L| = \sqrt{(\xi_1^{(2)} - \xi_1^{(1)})^2 + (\xi_2^{(2)} - \xi_2^{(1)})^2 + (\xi_3^{(2)} - \xi_3^{(1)})^2}; \quad (B.7)$$

$$R_p = \sqrt{(\xi_1^{(p)} - x_1)^2 + (\xi_2^{(p)} - x_2)^2 + (\xi_3^{(p)} - x_3)^2}.$$

С учетом соотношения Пуассона между гравитационным и магнитным потенциалами компоненты аномального магнитного поля возмущающих источников представляются аналитическими выражениями

$$\Delta X(x, y, z) = I_x A_{xx} + I_y A_{xy} + I_z A_{xz}, \quad \Delta Y(x, y, z) = I_x A_{yx} + I_y A_{yy} + I_z A_{yz},$$

$$\Delta Z(x, y, z) = I_x A_{zx} + I_y A_{zy} + I_z A_{zz}, \quad (B.8)$$

$$\Delta T(x, y, z) = I_x (l A_{xx} + m A_{xy} + n A_{xz}) + I_y (l A_{yx} + m A_{yy} + n A_{yz}) + I_z (l A_{zx} + m A_{zy} + n A_{zz}),$$

где x, y, z — координаты точек расчета компонент; I_x, I_y, I_z — составляющие вектора ИН источника; l, m, n — направляющие множители вектора напряженности магнитного поля Земли; $A_{xx}, A_{xy}, A_{xz}, A_{yx}, A_{yy}, A_{yz}, A_{zx}, A_{zy}, A_{zz}$ — аналитические выражения, которые с точностью до постоянного множителя совпадают с выражениями вторых производных гравитационного потенциала. Множители l, m, n определяются соотношениями

$$l = \cos i_n \sin D_n; \quad m = \cos i_n \cos D_n; \quad n = \sin i_n,$$

где i_n, D_n — склонение и наклонение вектора напряженности магнитного поля Земли соответственно.

Если в (B.6) опустить множитель $k\sigma_L$, то получим необходимые соотношения A_{lm} для расчета компонент магнитного поля $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$, согласно формулам (B.8).

Тестирование модулей программы подбора параметров произвольно ориентированного в пространстве материального стержня проводилось на модельной задаче, построенной с использованием стержня со следующими значениями его параметров: $\sigma_L = 20$; $I_x = 40$; $I_y = 40$; $I_z = 100$; $x_1 = -3,0$; км; $y_1 = -5,0$ км; $z_1 = 3,0$ км; $x_2 = 3,0$ км; $y_2 = 5,0$; $z_2 = 1,0$ км [6, 8]. В процессе подбора использовались компоненты полей $\Delta Z, \Delta T, \Delta g$, рассчитанные вдоль четырех профилей длиной 20 км с шагом 1 км. Результаты подбора параметров материального стержня по компоненте гравитационного поля Δg (13 примеров) показали, что во всех задачах параметры стержня восстанавливаются точно как методом SVD, так и методом градиентного спуска.

Практические возможности программного обеспечения [44, 45, 135, 153] позволяют легко реализовать многовариантные стратегии подбора с использованием отдельных модулей пересчета моделируемых компонент полей на

различные уровни и в высшие производные, если дополнить его следующими простыми программными процедурами:

- 1) построение методом подбора аналитической модели измеренной компоненты поля с использованием в качестве «подсобных» тел сингулярных аппроксимирующих элементов типа вертикальная (или наклонная) материальная полоса (двумерный вариант) и материальный стержень с произвольным расположением в пространстве (трехмерный вариант);
- 2) автоматическое вычисление от подобранной модели сингулярных источников как значений самих компонент поля, так и высших производных этих полей на различных высотах;
- 3) многовариантный подбор геометрических и физических параметров источников полей как по измеренным непосредственно, так и по пересчитанным значениям компонент поля;
- 4) анализ полученных вариантов решения задачи и выбор оптимальной модели источников моделируемого поля.

Отдельные процедуры описанного подхода к реализации стратегий многовариантного подбора апробированы при построении плотностных моделей по данным измерения силы тяжести вдоль сейсмических профилей.

Примеры пересчета компонент гравитационного и магнитного полей. Программа предварительной обработки, анализа и визуализации данных магнитометрических измерений в морских акваториях GALS [2, 112] дополнена специальной процедурой, которая позволяет автоматически формировать файл входных данных для программы подбора [44, 45, 135, 153]. В качестве элементарных АЯ при этом используются вертикальные материальные полосы длиной 20 км. Координаты верхней точки полосы связываются с рельефом морского дна. Наличие такого файла позволяет с помощью программного комплекса подбора легко и быстро построить аналитическую аппроксимацию измерений компоненты магнитного поля. Такая аппроксимация используется впоследствии для построения различных трансформант измеренной компоненты поля, а также для продолжения поля в верхнее и нижнее полупространства. Методом вычислительного эксперимента на имитационной модели магнитного поля детально исследована возможность применения такой трансформации для аналитического продолжения поля [2, 139].

В качестве примера на рис. В.1 показаны аномальные значения компоненты магнитного поля ΔT , зарегистрированного в районе подводной горы Хотспер в Атлантическом океане [2]. Поскольку непосредственно над горой магнитное поле отличается резкой дифференцированностью, магнитометрические измерения производились на этом интервале через 1 мин, на остальных участках галса — через 5 мин. Указанное обстоятельство и обусловило характер расположения вертикальных полос в аппроксимационной модели поля. Ввиду значительного количества вертикальных полос на интервале расположения резко дифференцированного участка аномального поля аналитическая аппроксимация здесь с высокой точностью описывает измеренную компоненту поля ΔT . Этот пример показывает, что с увеличением количества (плотности) материальных полос вдоль профиля можно повысить точность аналитической аппроксимации поля.

На рис. В.2 представлены результаты аналитического продолжения измеренной компоненты поля ΔT на высоты 5,0; 10,0; 15,0; 25,0 и 50,0 км с использованием построенной аналитической аппроксимации.

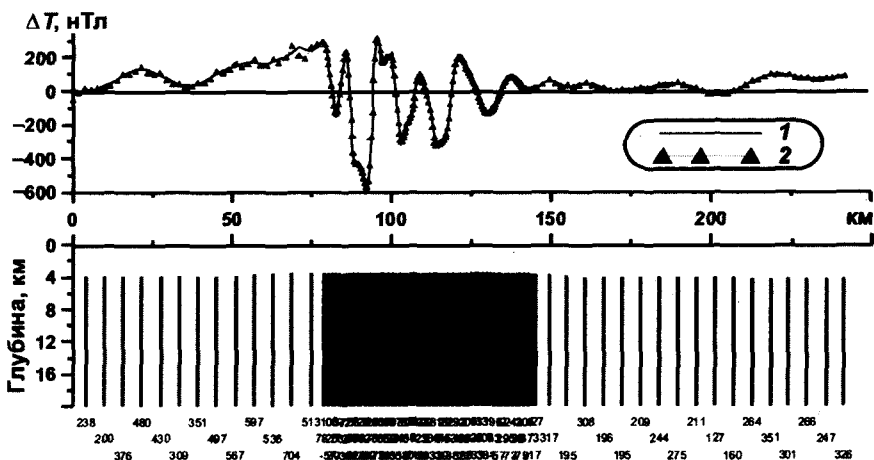


Рис. В.1. Результаты аналитической аппроксимации компоненты ΔT магнитного поля вдоль галса 1005 в районе подводной горы Хотспер (Атлантический океан, $\varphi_H = 18^\circ 44' 45''$ ю.ш. $\lambda_H = 36^\circ 17' 71''$ з.д.; $\varphi_K = 16^\circ 44' 47''$ ю.ш. $\lambda_K = 35^\circ 23' 06''$ з.д.) от набора вертикальных намагнитченных полос: 1 – модельная линия; 2 – аппроксимационная

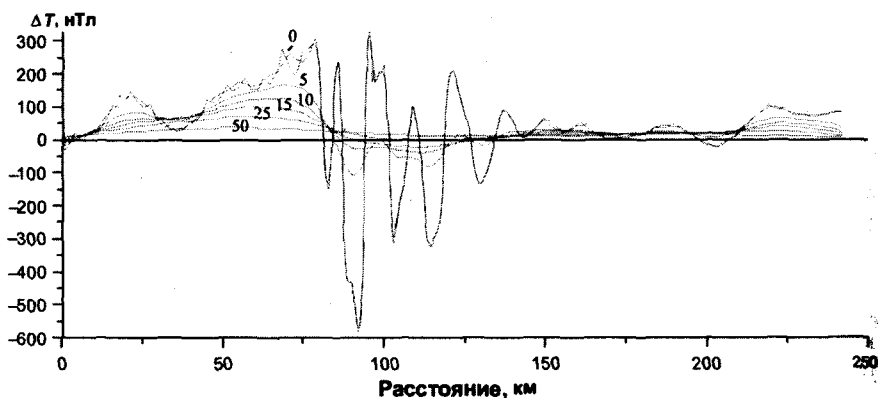


Рис. В.2. Результаты расчета значений магнитного поля от аппроксимационной модели источников вдоль галса 1005 на различных высотах

Результаты построения аналитической модели поля силы тяжести вдоль галса 38, зарегистрированного во время морских исследований 2-й Украинской антарктической экспедиции в проливе Брансфилда, приведены на рис. В.3. От этой аналитической модели поля могут быть рассчитаны как значения силы тяжести, так и вторые производные гравитационного потенциала в верхнем и нижнем полупространствах.

На рис. В.4 представлена аналитическая модель поля силы тяжести вдоль регионального сейсмического профиля Путивль–Кривой Рог. В [132] приводятся примеры построения плотностных моделей вдоль этого профиля по рассчитанным значениям $V_z(z)$, $\Delta g(z)$, пересчитанным вверх на разные уровни z . Таким образом, многоэлементные аппроксимирующие конструкции в программах АКП источников аномалий поля силы тяжести и магнит-

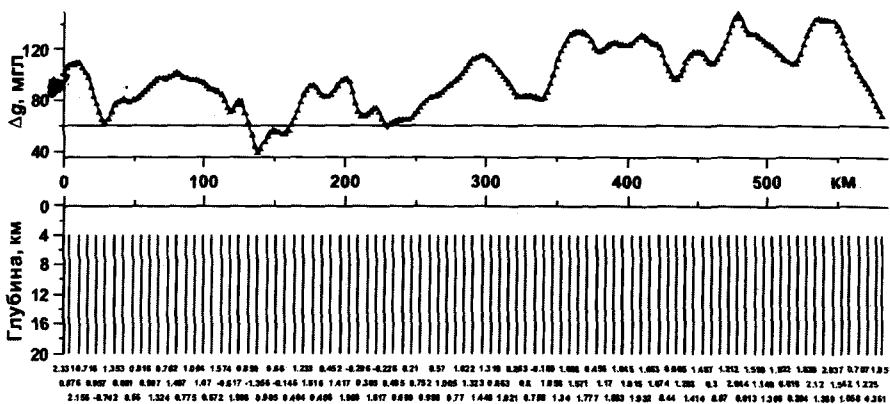


Рис. В.3. Результаты аналитической аппроксимации измеренных значений силы тяжести полем Δg от вертикальных материальных полос вдоль галса 38 ($\varphi_H = 64^\circ 12' 53''$ ю.ш. $\lambda_H = 63^\circ 44' 04''$ з.д.; $\varphi_K = 62^\circ 13' 59''$ ю.ш. $\lambda_K = 53^\circ 22' 79''$ з.д.) в проливе Брансфила (район Антарктического п-ова). Условные обозначения см. на рис. В.1

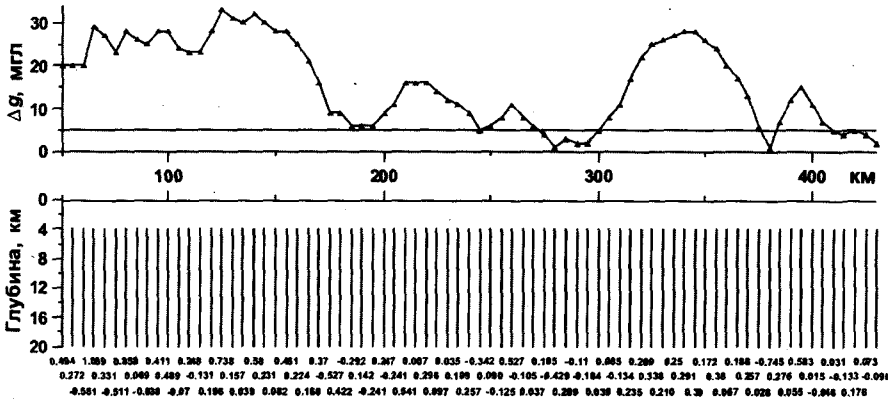


Рис. В.4. Результаты аналитической аппроксимации измеренных значений силы тяжести полем Δg от вертикальных материальных полос вдоль сейсмического профиля Путивль-Кривой Рог. Условные обозначения см. на рис. В.1

ного поля позволяют оперативно формировать и практически реализовать в пакетном или диалоговом режиме многоступенчатые и многовариантные стратегии моделирования как источников изолированных аномалий, так и плотностных и магнитоактивных разрезов вдоль региональных профилей. Существенному расширению множества многовариантных решений конкретных задач АКП способствуют программные процедуры пересчета моделируемых компонент полей в высшие производные гравитационного потенциала, а также в верхнее и нижнее полупространства.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НОВОВЛАДИМИРОВСКОЙ МАГНИТНОЙ АНОМАЛИИ НИКОЛАЕВСКОГО УЧАСТКА. РЕШЕНИЕ ОЛЗМ ПОСЛОЙНЫМ МЕТОДОМ ТРЕХСЛОЙНЫМИ МОДЕЛЯМИ

Решение линейной ОЗМ выполнено с использованием трехслойной модели теми же методами, которые применялись при интерпретации аномалий в главе 5 и в работах [77, 78, 80, 82, 84, 86, 88, 90].

Геологическое строение массива с учетом результатов выполненных многочисленных решений ОЗ различными методами в одних и тех же и в разных его частях представляется в следующем виде.

В центре массива находятся более молодые гранодиориты и диориты, которые внедрились в массив житомирских гранитов и выходят под осадочный чехол мощностью 20–50 м. Начиная с глубин 700–1000 м они имеют более широкое распространение по площади, подстилая житомирские граниты. Последние в окрестностях массива содержат множество останцов более древних пород — гнейсов и магматических пород различного состава, вплоть до ультраосновных, в немногочисленных скважинах встречаются разнообразные пересекающиеся тела горных пород. Поэтому глубина до верхней кромки массива на всей площади очень резко изменяется. Сильно изменяются также глубины до границ раздела полуокисленных и окисленных пород.

Карта МП над массивом (рис. Г.1) имеет мозаичную структуру с узколокальными интенсивными аномалиями, чередующимися с участками почти нулевого поля — результат компенсации боковых минимумов каждого локального тела более широкими максимумами поля от более глубоко залегающих блоков.

По обе стороны от выходящего почти на земную поверхность массива гранодиоритов минимальные значения поля почти одинаковы и составляют 200–250 нТл. Увеличение интенсивности магнитного поля к западу и востоку связано с другими аномалиями от выходов на поверхность гранодиоритов или останцов более древних ультраосновных пород.

Как и в других случаях, использованы СБИМ, принадлежащие к классу М. Для первого верхнего слоя выполнено решение ОНЗМ (рис. Г.2), для остальных — линейной задачи (рис. Г.3–Г.7). Средняя интенсивность намагничивания всех слоев постепенно возрастает в центре аномалии от 80, 140, 160, 220–240 до 300 отн. ед., а затем уменьшается до 190 и 150 отн. ед.

Максимум интенсивности смещается на северо-восток. Интенсивность намагничивания житомирских гранитов повышается с глубин 110–350 м до 20–40 отн. ед., на глубинах 2–8 км — до 60–100 отн. ед.

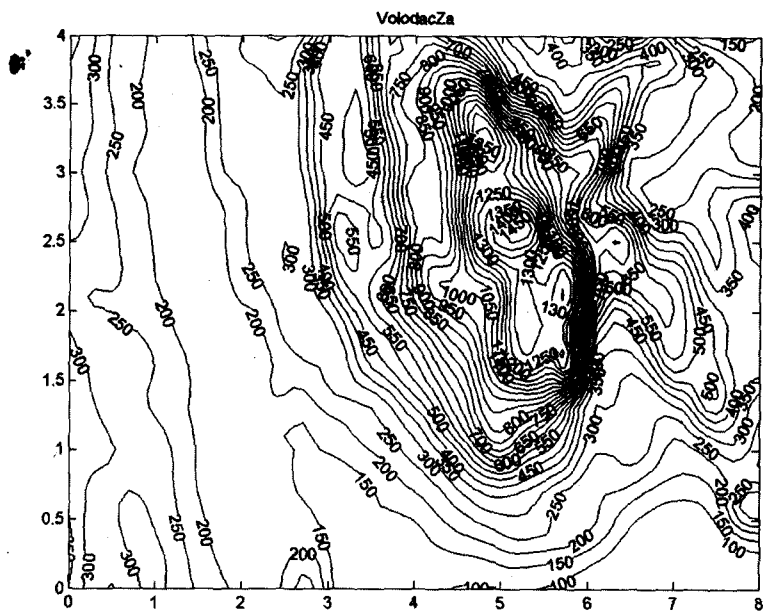


Рис. Г.1. Карта магнитного поля Нововладимировского массива (поле – в нанотесла, расстояние – в километрах)

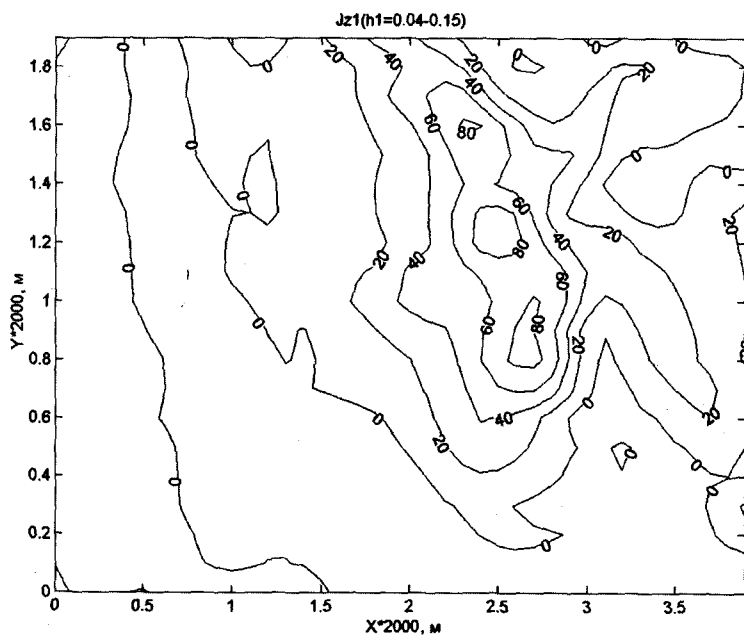


Рис. Г.2. Карта ИН 1-го слоя с начальной мощностью 110 м Нововладимировского массива (ИН – в отн. ед., расстояние: в 1 ед. – 2 км)

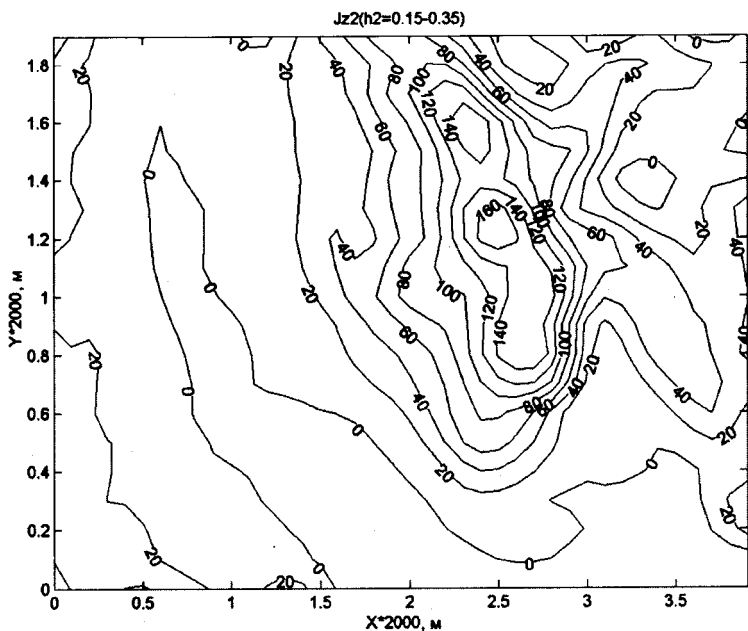


Рис. Г.3. Карта ИН 2-го слоя мощностью 200 м Нововладимировского массива (ИН в отн. ед., расстояние: в 1 ед. — 2 км)

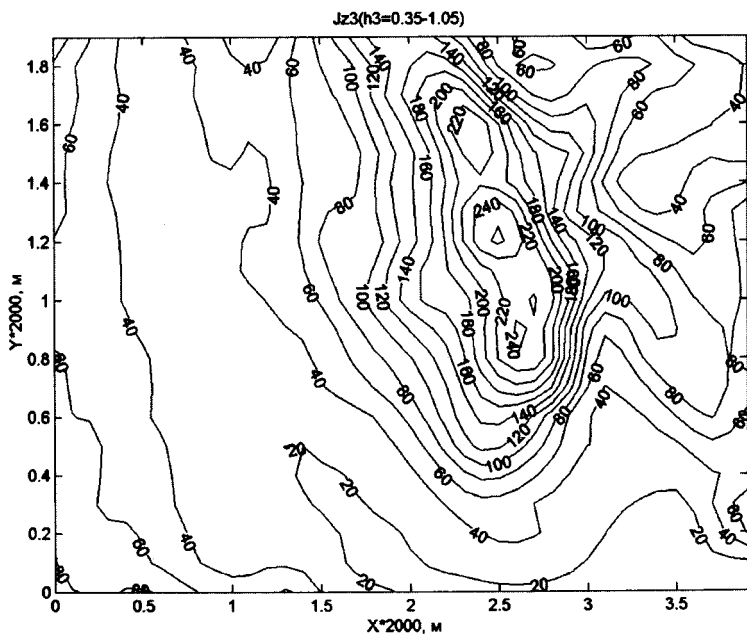


Рис. Г.4. Карта ИН 3-го слоя мощностью 700 м Нововладимировского массива (ИН в отн. ед., расстояние: в 1 ед. — 2 км)

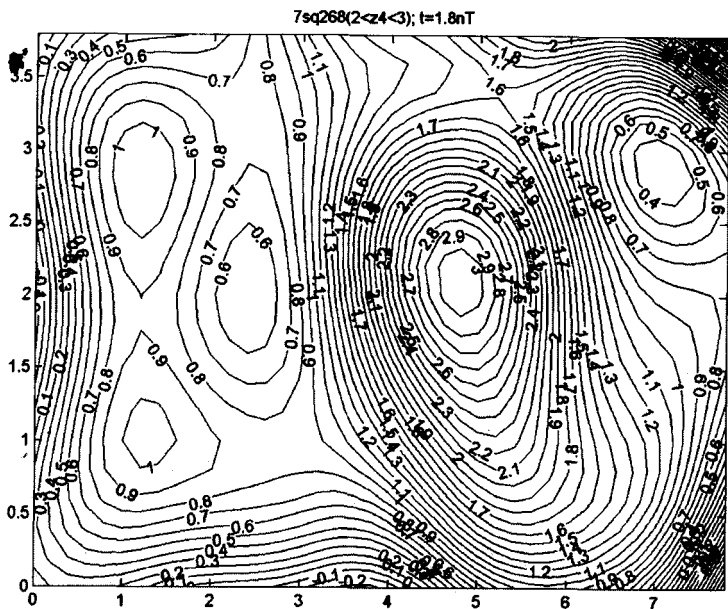


Рис. Г.5. Карта ИН 5-го слоя мощностью 1000 м Нововладимировского массива (ИН – в сотнях отн. ед., расстояние: в 1 ед. – 1 км)

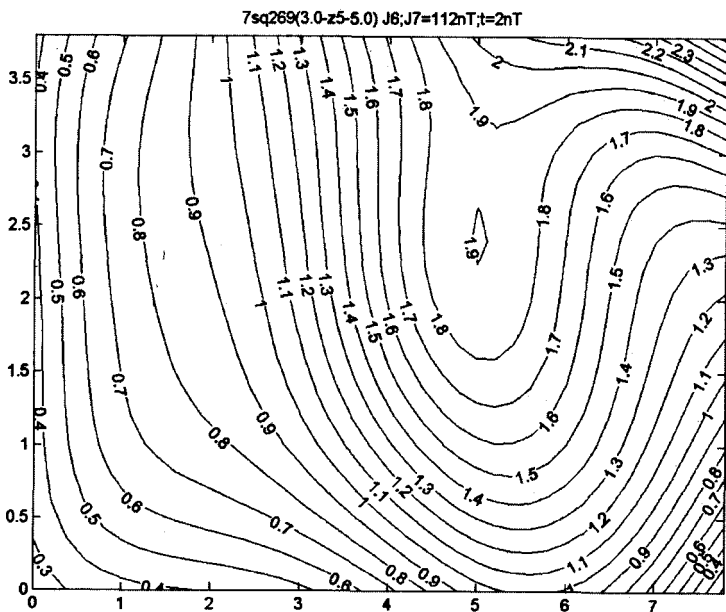


Рис. Г.6. Карта ИН 6-го слоя мощностью 2000 м Нововладимировского массива (ИН – в сотнях отн. ед., расстояния: в 1 ед. – 1 км)

7sq264(5-z6-8) J7(8-z7-10)=112nT

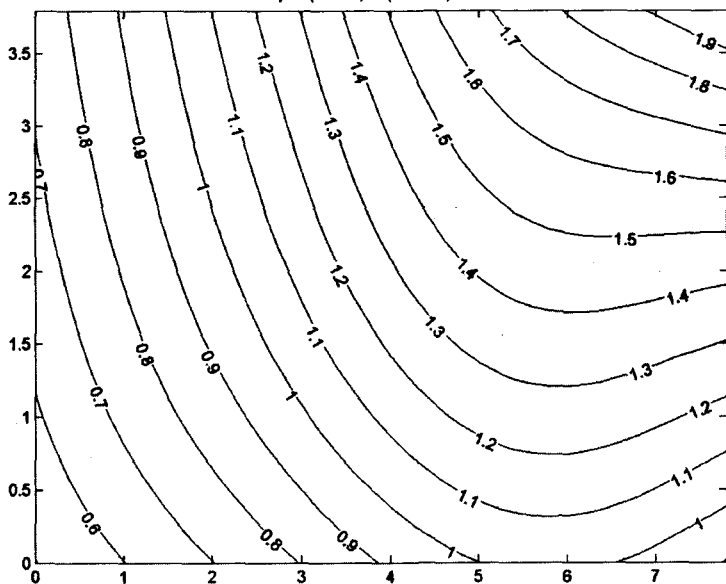


Рис. Г.7. Карта ИН 7-го слоя мощностью 3000 м Нововладимировского массива (ИН — в сотнях отн. ед., расстояние: в 1 ед. — 1 км)

**ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ
РЕШЕНИЯ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЛУБИНЫ ДО БЛОКОВ МОДЕЛИ
ПО ИЗМЕРЕННОМУ ПОЛЮ**

Д.1. Решение обратной задачи по измерениям гравитационного поля на поверхности моря

Здесь использованы материалы непрерывного измерения поля (при движении корабля) на площади $330 \times 180 \text{ км}^2$ с точностью 1,98 мгл (рис. Д.1.1) [128]. Априорных данных очень мало. Есть мелкомасштабная карта глубин до дна моря, один сейсмический профиль, который пересекает площадь карты поля, но проинтерпретирован только в ее северной части (70 км) и имеет много нерешенных проблем, так как все геологические структуры сильно локально трехмерные, а сейсмических границ раздела среды по скоростям распространения волн довольно много. Среди них четко выделяется только одна с резкими колебаниями на глубинах от 8,5 до 11 км. Остальные скоростные границы выделены условно при непрерывном увеличении скорости с глубиной. Для решения ОЗ использована СБИМ, принадлежащая к классу M_p и обеспечивающая устойчивые параметры решения. Интерпретация поля, осложненного большими помехами, продиктована необходимостью получения решения ОЗ в условиях эксперимента на естественной границе морская вода — донные отложения в интерпретационной модели геологической среды. Хотя и есть сведения, что во впадинах морского дна вода более соленая, будем считать морскую воду средой с однородной плотностью или линейно изменяющейся с глубиной, но не по латерали. О плотности донных осадков также сведений не имеется, поэтому здесь уместно применение ФИМ решения ОНЗГ, как правило, в линеаризованном виде (4.9)—(4.14) [64—70, 76—87, 90—92].

Для исключения постоянного фона используем градиентную разность поля с базой $d = (d_x, d_y, d_z) = 4-10 \text{ км}$ (рис. Д.1.1) и соответствующие разности коэффициентов МРПЗ гравиметрии $da_{ij} = a_{ij}(x + d_x, y + d_y, z + d_z) - a_{ij}(x, y, z)$. Из решения ОЗ для 1-го слоя трехслойной СБИМ (рис. Д.1.2, Д.1.3) следует, что полученные глубины до морского дна, в том числе до вершины г. Эратосфен, полностью соответствуют его реальной топографии [73, 80]. Однако вершина г. Эратосфен имеет несколько хребтов с амплитудой до 200 м. В решении ОЗ они не проявились, так как сеточные блоки СБИМ в горизонтальном сечении были выбраны очень крупными — $9 \times 16 \text{ км}^2$. ТВП при решении ОЗ (0,869 мгл) следует считать очень высокой, имея в виду точность

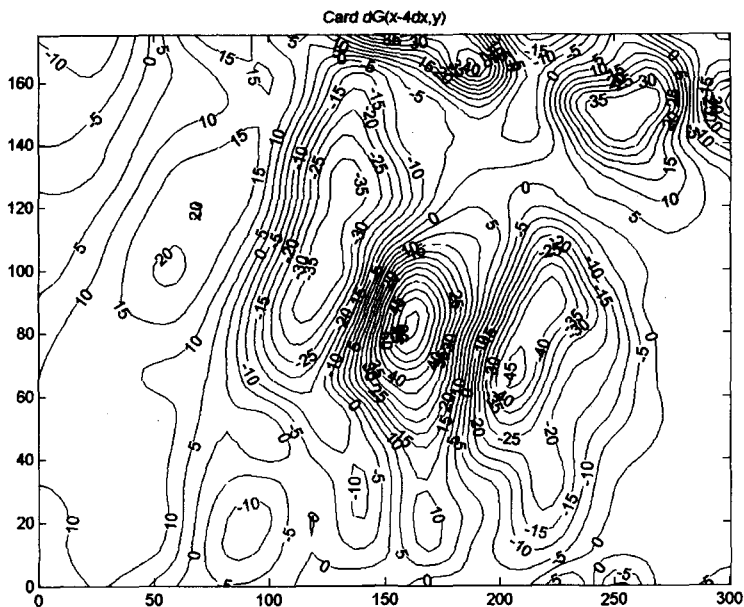


Рис. Д.1.1. Карта градиентных разностей поля силы тяжести на море (изолинии здесь и далее обозначены в миллигалах, расстояния — в тысячах метров или километрах)

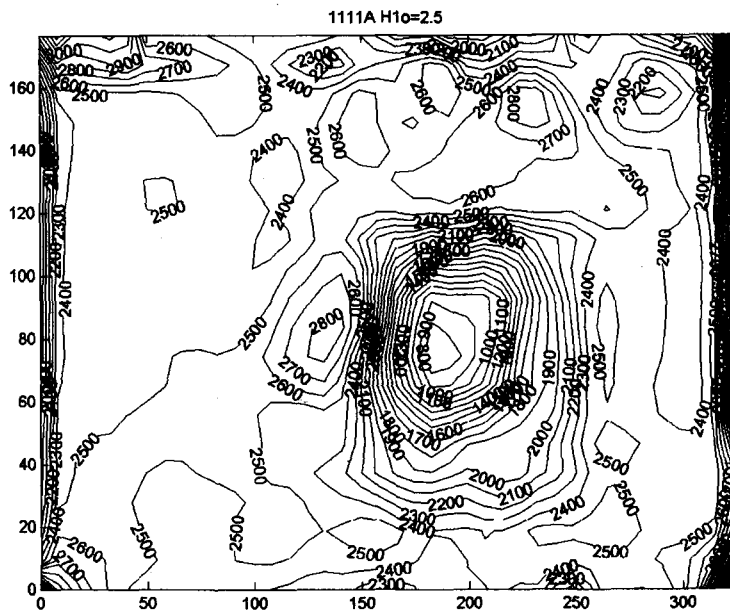


Рис. Д.1.2. Решение ОНЗГ: карта глубин до дна моря (изолинии здесь и далее — в метрах, в тысячах метров или километрах)

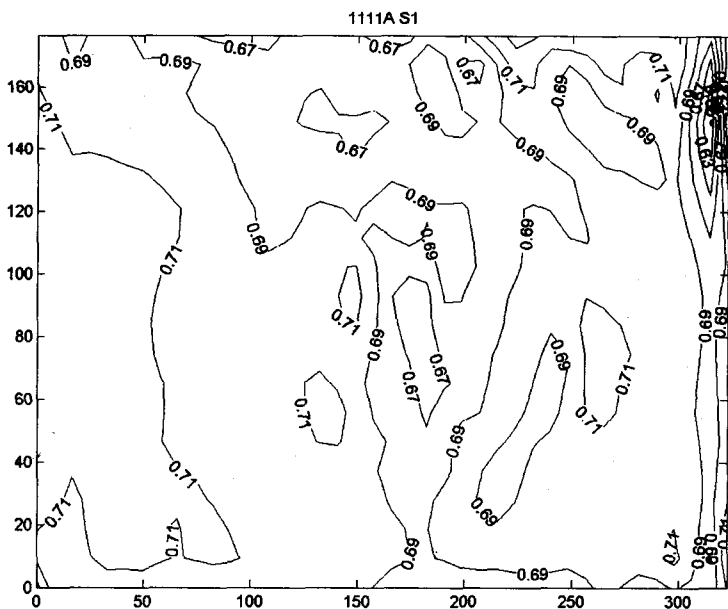


Рис. Д.1.3. Решение ОНЗГ: карта аномальной плотности донного слоя мощностью 200 м (изолинии здесь и далее – в 10^3 кг/м³ или г/см³, расстояния – в тысячах метров)

гравиметровой съемки – около 2 мгл. АП осадков в 200-метровом придонном слое колеблется от 0,66 до 0,72 г/см³. Истинная плотность с учетом плотности морской воды равна 1,70–1,76 г/см³. При этом на вершине горы она минимальная, во впадинах морского дна – максимальная [80–84]. Это может быть объяснено и наложением повышенной солености воды во впадинах, и большим уплотнением осадков на большей глубине, и неточным учетом рельефа вершины горы сеточной интерпретационной моделью, и различной крупнозернистостью осадков на разных глубинах с преобладанием более легких кварц-песчаных фракций на малых глубинах и т. д. Решены также обратные задачи с использованием других СБИМ. По одной из них получена карта глубин (рис. Д.1.4) до границы раздела двух слоев блоков с начальной глубиной 4,6 км. Поверхность 2-го слоя имеет ряд антиклиналей, которые могут быть перспективными на нефть и газ.

Очень сложное, но закономерное геологическое строение имеет горный массив под г. Эратосфен. Путем последовательного снятия влияния верхних слоев СБИМ из каждого следующего решения ОЗ получены глубины до каждого слоя и их аномальной плотности. Установлена также мощность земной коры (в среднем 70 км) и распределение в ней аномальной плотности от 1,63 до 1,85 г/см³ (рис. Д.1.5). Истинная пониженная плотность равна 2,63–2,73 г/см³ в антиклиналях и поднятиях дна моря, более высокая (2,73–2,85 г/см³) приурочена, в основном, к синклиналиям, впадинам дна моря, а иногда и к их бортовым зонам.

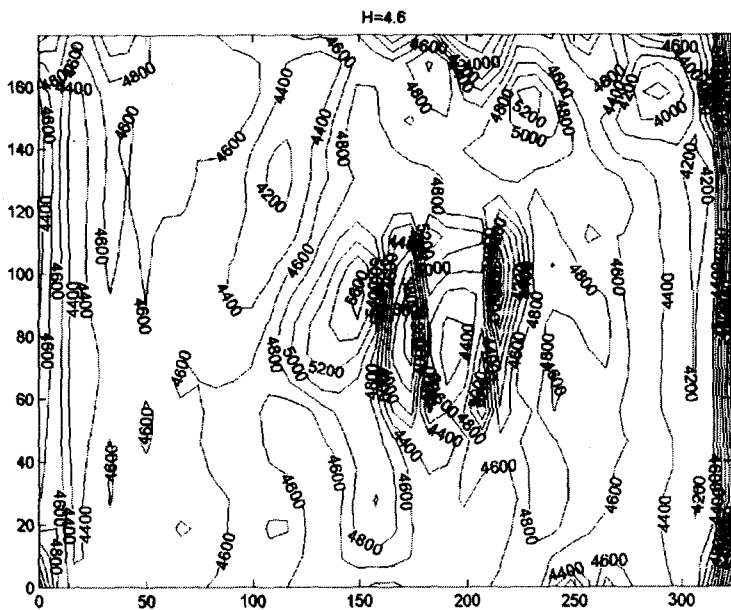


Рис. Д.1.4. Решение ОНЗГ: карта глубин до первой плотностной границы (изолинии – в метрах, расстояния – в тыс. метров или километрах)

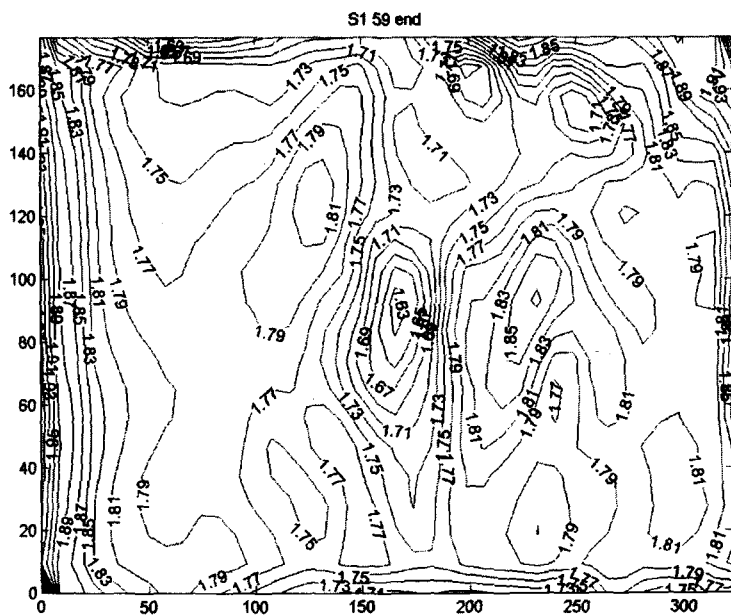


Рис. Д.1.5. Решение ОНЗГ: карта средней аномальной плотности донного слоя

Д.2. Определение глубин до блоков по картам наземных съемок

Очень важно знать, влиянием каких горных пород создана магнитная аномалия. Источником аномалии могут быть породы с высокой ИН, ровная поверхность кристаллического фундамента или местное поднятие средненамагниченных пород. При совместном решении ОЛНЗМ (см. рис. 3.4.1, а) с целью определения глубины и ИН эта задача решается (рис. Д.2.1, Д.2.2).

Выгодно использовать предложенный в главе 3 прием раздельной интерпретации одной и той же карты магнитного поля по частям с перекрытием каждой части карты другой ее частью на 70–80 % ее площади (см. рис. 3.4.1, 3.4.2). Как следует из рис. Д.2.3, перекрытие карты на 75 % площади дает практически одинаковые решения ОЗ для 1-го слоя модели одним и тем же ФИМ. То же имеем и на картах ИН пород 2-го слоя (рис. Д.2.4). ТВП в некоторых ФИМ достигает почти 3 нТл (рис. Д.2.5).

Приведем еще один пример интерпретации карты магнитного поля (см. рис. 1.6) с помощью трехслойной СБИМ. Решения ОЗ по глубинам до каждого магнитоактивного слоя (рис. Д.2.6) и по интенсивности намагничивания горных пород всех трех слоев СБИМ (рис. Д.2.7) отличаются упорядоченностью изолиний как по простиранию, так и по глубине слоев [80–84].

Глубина до наиболее магнитных пород в эпицентре (6,5; 4,3 км) для каждого слоя равна 300, 410 и 750 м при начально заданных для итерационного процесса глубинах 150, 360 и 750 м. При тех же начальных глубинах в эпицентре (2,5; 2,0 км) для трех слоев имеем вычисленные решением ОЛНЗГ

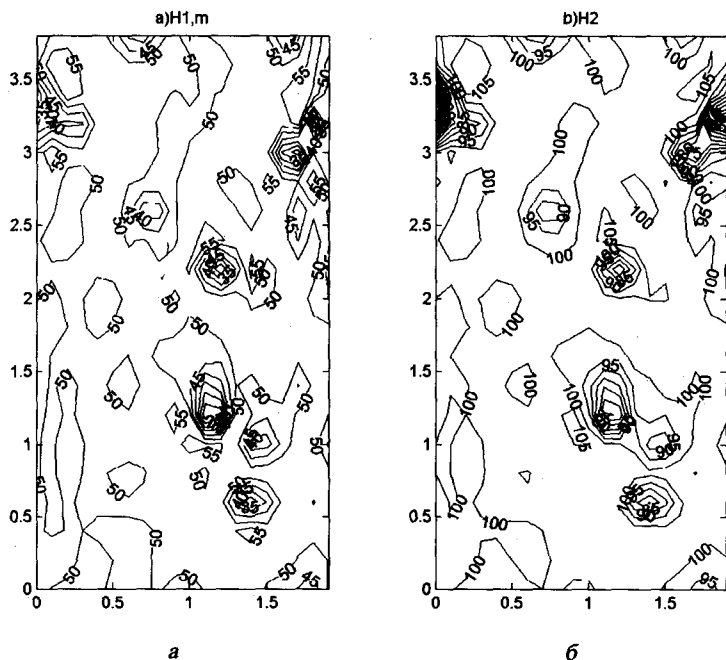


Рис. Д.2.1. Решение ОЛНЗМ: а, б — карты глубин (в м) до 1-го и 2-го слоев соответственно по основной карте магнитного поля (см. рис. Б.4.1)

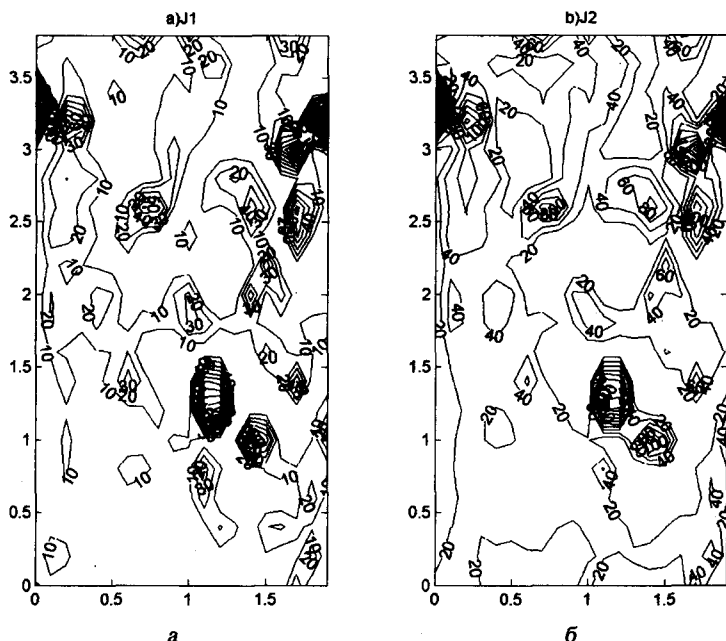


Рис. Д.2.2. Решение ОНЗМ: а, б — карты ИН (в отн. ед.) 1-го и 2-го слоев соответственно по основной карте магнитного поля (см. рис. 3.4.1)

глубины 200, 350 и 740 м. Интенсивность намагничивания каждого слоя в первом эпицентре равна 30, 140 и 160 отн. ед. Такие результаты свидетельствуют о высокой устойчивости решения ОЗ и высокой точности почти полного восстановления магнитного поля при среднеквадратичной погрешности 6,3 нТл, о чем свидетельствует карта распределения остатков после решения ОЛНЗГ (рис. Д.2.8). Лишь в нескольких точках остатки поля превышают значения 20–30 нТл. Почти по всей площади карты погрешности поля находятся вблизи нулевых изолиний.

Аналогично решается такая же проблема по карте наземной гравитационной съемки (рис. Д.2.9). В отличие от предыдущего примера, где полуокисленные магнитные породы появляются на глубинах 120–160 м (рис. Д.2.6, а), гравитационное поле дает первую плотностную границу на глубинах 20–80 м (рис. Д.2.10, а), вторую — на глубинах 140–240 м (рис. Д.2.10, б), а третью — на глубинах 600–700 м (рис. Д.2.10, в). В первом эпицентре глубины до слоев соответственно равны 180, 300 и 700 м при начальных глубинах итерационного процесса 50, 200 и 800 м. АП тела в 3-м слое в первом эпицентре равна 0,50 г/см³ (рис. Д.2.11) на глубине 700 м (рис. Д.2.10, в). Таким образом, в первом эпицентре есть общие границы по АП и ИН на глубинах 300 и 700–750 м. Первая плотностная граница тела находится на глубине 180 м и, видимо, не выделена в магнитном поле из-за низких значений ИН в сравнении со значениями ИН на глубине 300 м. Вторая граница ИН на глубине 410 м, возможно, также не выделена полем силы тяжести из-за малого скачка АП [90, 91].

Существенно не восстановлено также поле силы тяжести в первом эпицентре при решении ОЗ (рис. Д.2.12). Следовательно, с одной стороны, не

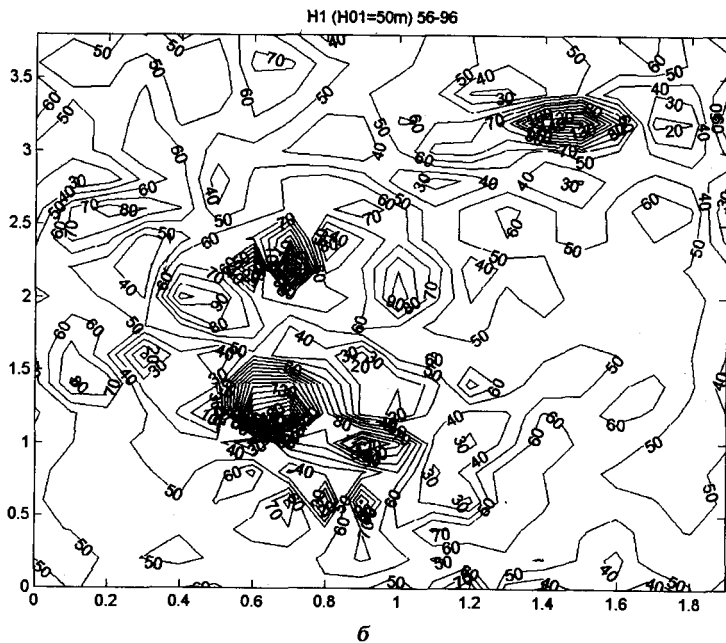
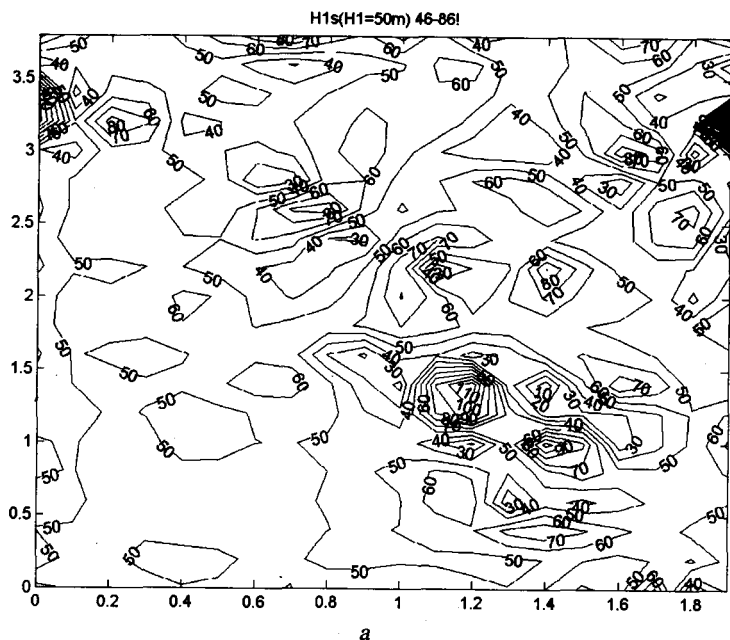
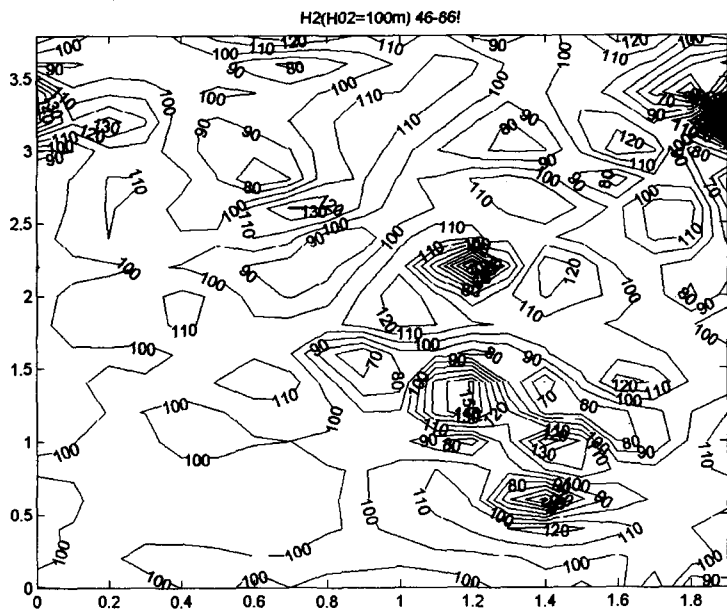
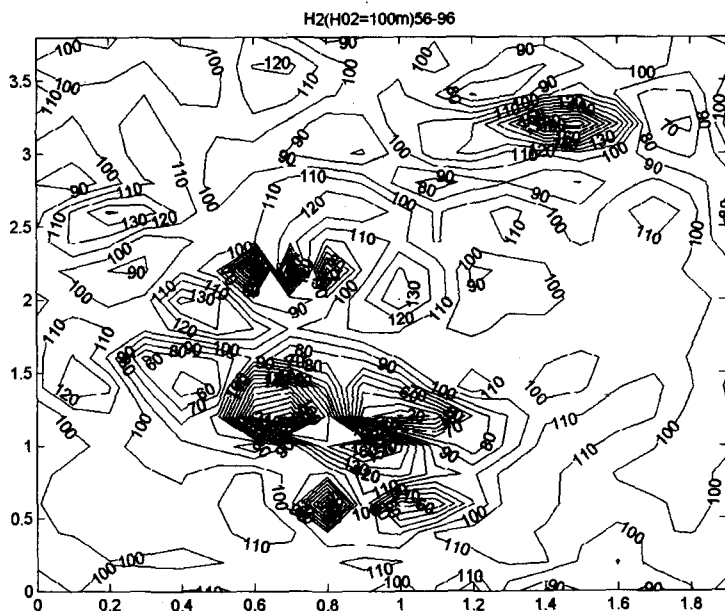


Рис. Д.2.3. Решение ОНЗМ: а, б – карты глубин (в м) до 1-го слоя по двум пересекающимся картам магнитного поля (см. рис. 3.4.1)



a



б

Рис. Д.2.4. Решение ОНЗМ: а, б – карты глубин (в м) до 2-го слоя по двум перекрывающимся картам магнитного поля (см. рис. 3.4.1)

хватает слоев в СБИМ, с другой – увеличение их количества не улучшит качества решения. Поэтому необходимо применять трехслойную СБИМ и после каждого решения ОЗ удалять из модели первый верхний слой и его влияние из поля. Эта методика реализации научных достижений успешно применена в работах [73, 77, 81, 82, 90]. Затем была применена другая СБИМ с глубинами $H_1 = 400$ м, $H_2 = 800$ м и $H_3 = 900$ м. Решением ОЛЗГ с условной оптимизацией критерия $F = B^2 + LxR^2 = \min$ на 16-й итерации при точности восстановления поля $tr = 0,087$ мгл получены АП для 1-го и 2-го слоев 0,58 и 0,44 г/см³ (на рисунке не показаны). Остатки поля предыдущего решения при $tr = 0,127$ мгл (рис. Д.2.12) в эпицентре тела уменьшились с 0,45 и -1,05 мгл до 0,25 и -0,35 мгл в новом решении (на рисунке не показаны).

Таким образом, подтвержден вывод, сделанный в разд. 1.3 о том, что в решении ОЛНЗГ ФИМ на классе СБИМ $\in M_r$, переменная АП геологических тел довольно точно может быть восстановлена дискретно-ступенчатой функцией с отождествлением устойчивых и геологически содержательных результатов интерпретации поля.

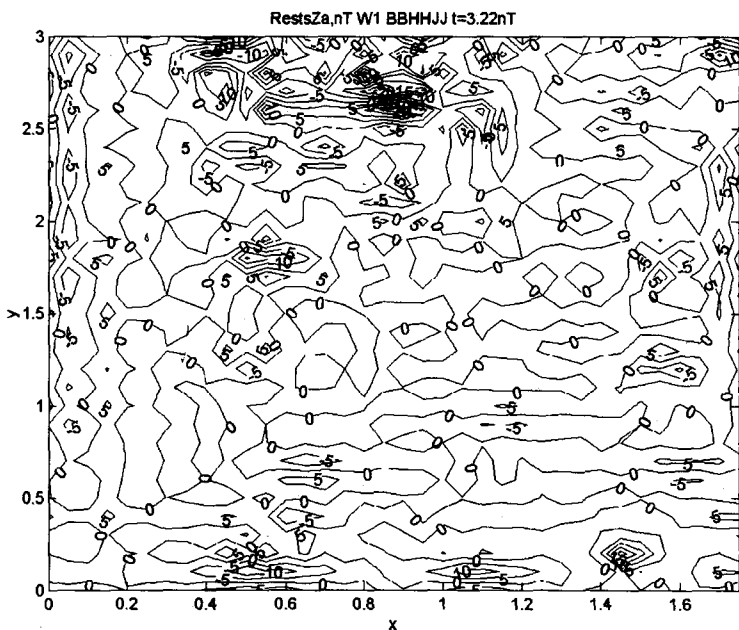
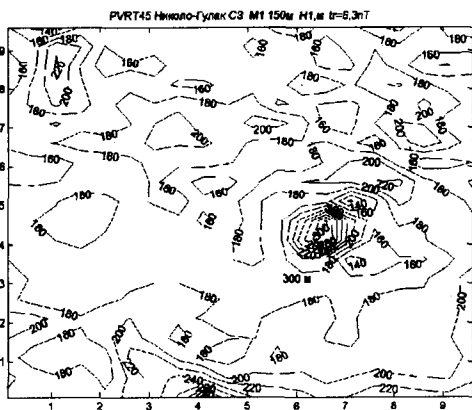
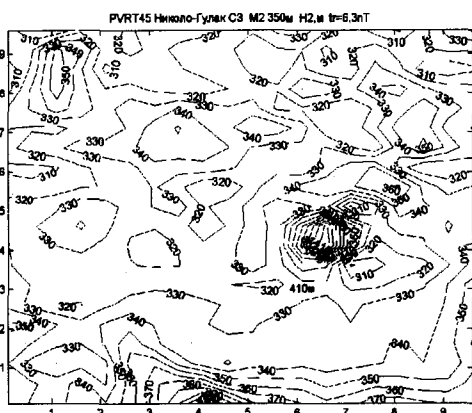


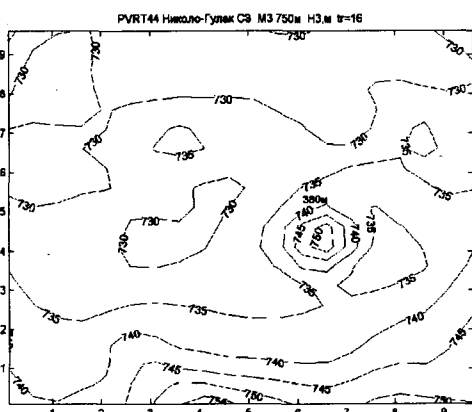
Рис. Д.2.5. Решение ОНЗГ: карта остатков магнитного поля для трехслойной СБИМ



а



б



в

Рис. Д.2.6. Решение ОНЗМ: карта глубин (в м) до 1-го (а), 2-го (б) и 3-го (в) слоев магнитных пород

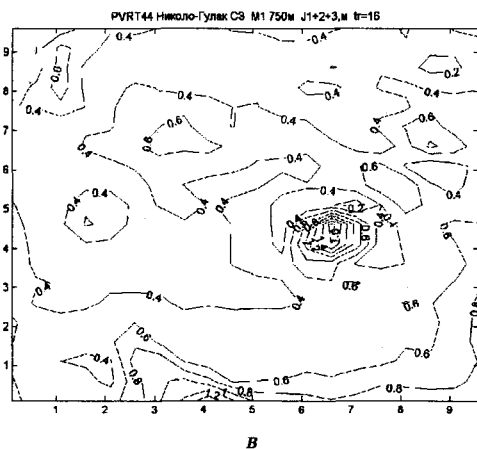
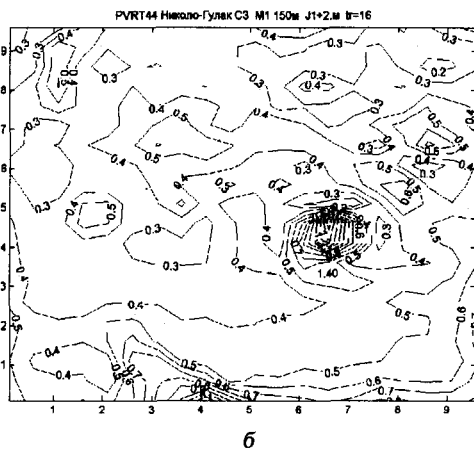
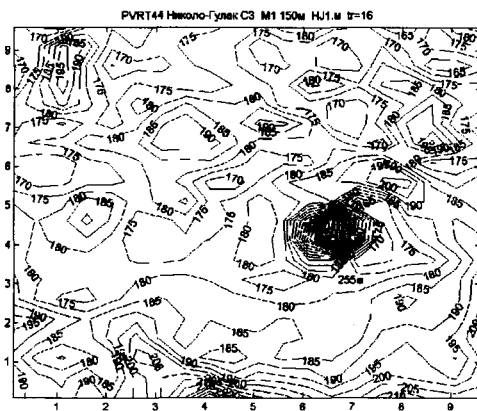


Рис. Д.2.7. Решение ОНЗМ: карта ИН 1-го (а), 2-го (б) и 3-го (в) слоев магнитных пород (в сотнях относительных единиц)

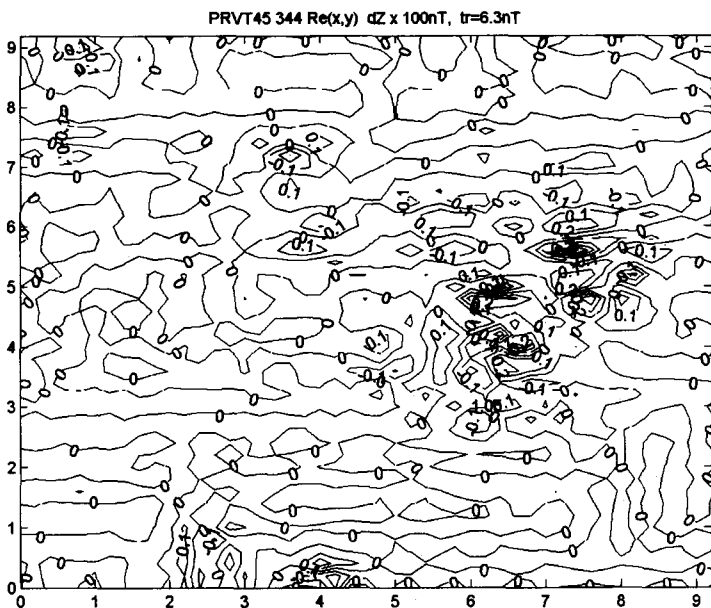


Рис. Д.2.8. Решение ОНЗМ: карта остатков магнитного поля (в сотнях нанотесла)

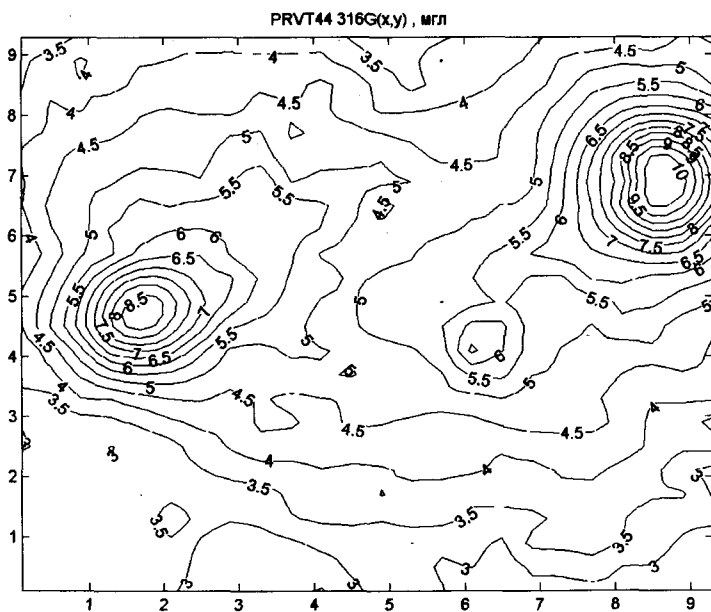
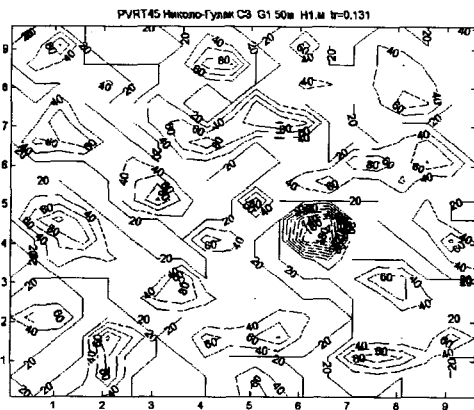
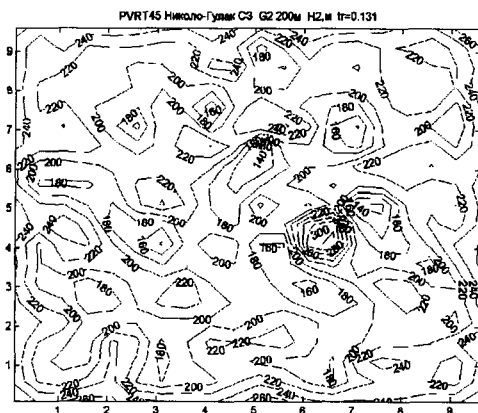


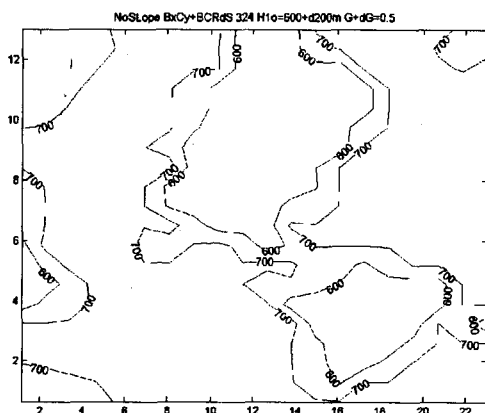
Рис. Д.2.9. Карта поля силы тяжести (изолинии — в миллигалах)



а

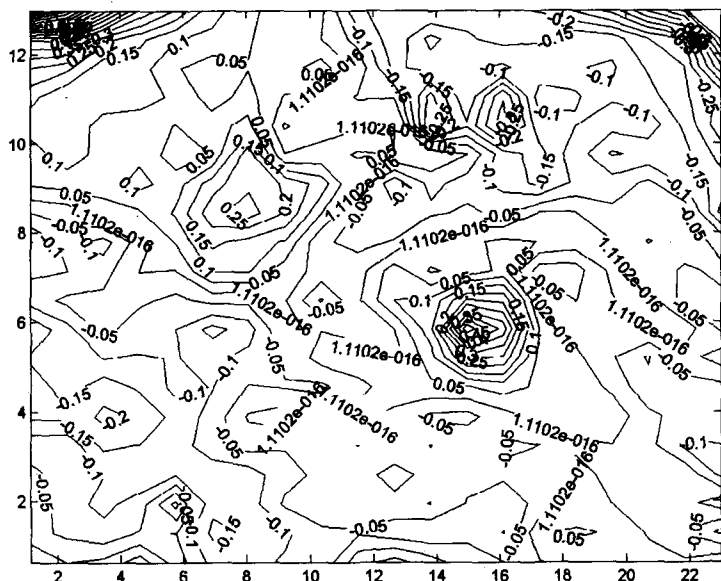


б



в

Рис. Д.2.10. Решение ОНЗГ: карта глубин до кровли 1-го (а), 2-го (б) и 3-го (в) слоев (изолинии здесь и далее обозначены в метрах, расстояния — в тысячах метров или километрах)



Д.3. Определение глубин до блоков по картам аэромагнитных съемок

Поскольку аэромагнитные профили удалены от ближайших магнитных масс 1-го слоя магнитных пород, то, как следует из рис. Д.3.1, Д.3.2, ОЛЗМ решается устойчиво как по усредненному, так и по неосредненному магнитному полю. На картах ИН 2-го и 3-го слоев практически нет различий в распределении магнитных свойств горных пород по площади (рис. Д.3.1, в, г; Д.3.2, в, г). Поскольку магнитные свойства пород возрастают с глубиной практически равномерно по площади вследствие снижения степени их окисления, границы слоев практически горизонтальны (рис. Д.3.2, г), за исключением первой границы (рис. Д.3.2, в), которая в одних частях местами представляет собой топографическую карту местности [70, 73, 74, 77, 85, 90, 93], в других – топографическую карту поверхности кристаллического фундамента. Решение ОЛЗМ для более мощных слоев (500 и 1000 м) (рис. Д.3.3–Д.3.6) практически не отличается от предыдущего решения. Первый слой (рис. Д.3.4) повторяет в центре карты 2-й слой предыдущего решения (см. рис. Д.3.1, в), а по периферии карты, в основном, повторяет свойства 1-го слоя предыдущего решения (см. рис. Д.3.3, б). Второй слой (рис. Д.3.5) повторяет третий (рис. Д.3.3, г), хотя существенно различается в деталях. Третий слой нового решения (рис. Д.3.6) имеет значительные различия от 3-го слоя предыдущего решения (рис. Д.3.3, г).

Это свидетельствует о том, что магниторазведка устойчивыми фильтрационными методами решения ОЛЗ в программном компьютерном исполнении позволяет исследовать геологическое строение массивов горных пород на больших глубинах с довольно высокой детальностью и достоверностью.

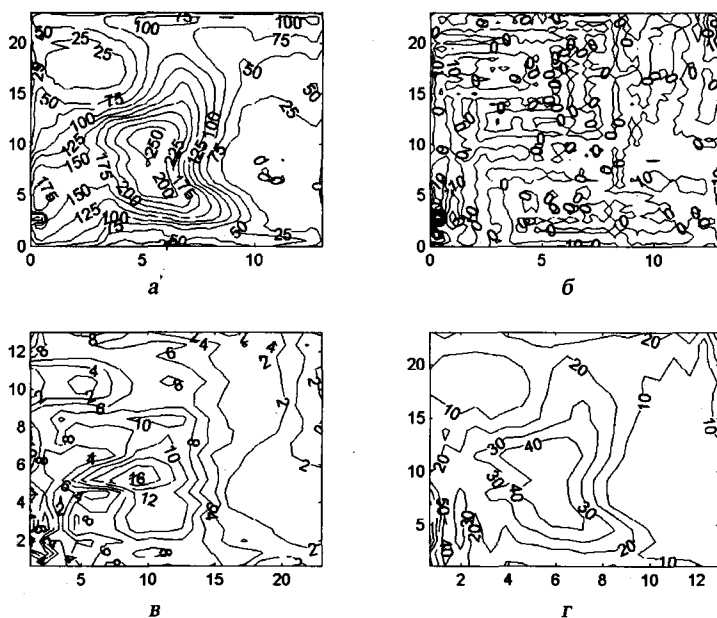


Рис. Д.3.1. Решение ОЛЗМ: а – неосредненное МП (в нТл), приближенно снятое с карты Л.А. Муравьева [46, 93]; б – карта остатков поля (в нТл); в, г – карты ИН (в отн. ед.) блоков 2-го и 3-го слоев магнитных пород (H_1 – на рис. Д.3.2, в; $H_2 = 150$ м, $H_3 = 350$ м, 82 итерации, $\tau = 7,5$ нТл)

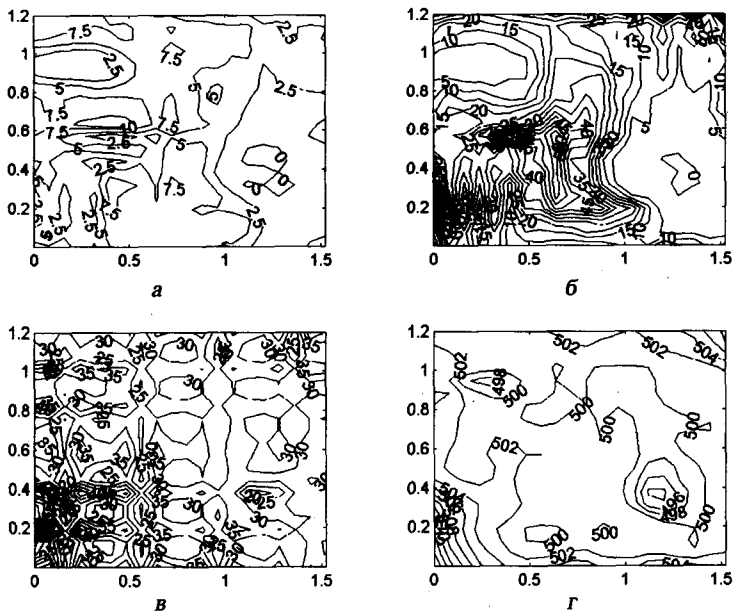


Рис. Д.3.2. Решение ОЛНЗМ по неосредненному полю: а, б – карты ИН (в отн. ед.) блоков 1-го и 3-го слоев ИМ; в, г – карты глубин (в м) до блоков 1-го и 2-го слоев ($\tau=7,5$ нТл)

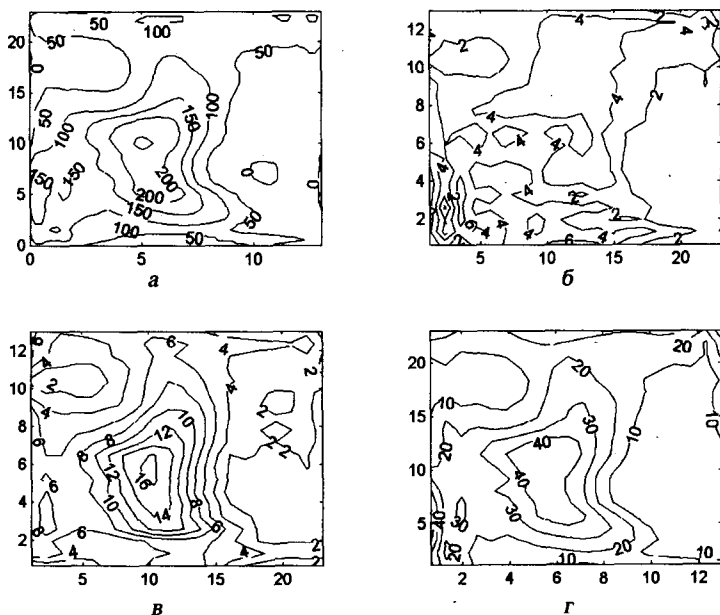


Рис. Д.3.3. Решение ОЛНЗМ: а – карта осредненного МП (в нТл); б – карта ИН (в отн. ед.) блоков 1-го слоя ИМ; в, г – карты ИН блоков 2-го и 3-го слоев магнитных пород ($H_2 = 150$ м, $H_3 = 350$ м, 243 итерация, $\tau = 3,1$ нТл)

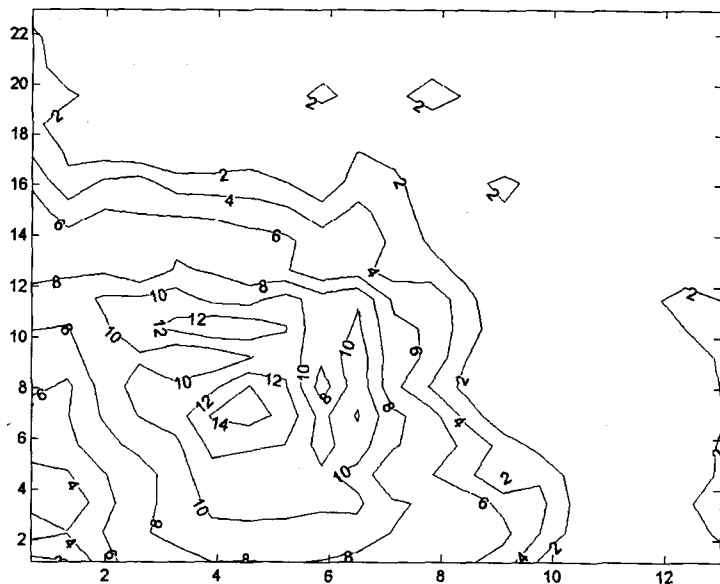


Рис. Д.3.4. Решение ОЛНЗМ: карта ИН (в отн. ед.) полубесконечных блоков 1-го слоя магнитных пород ($H_{20} = 30$ м, $tr = 13,3$ нТл)

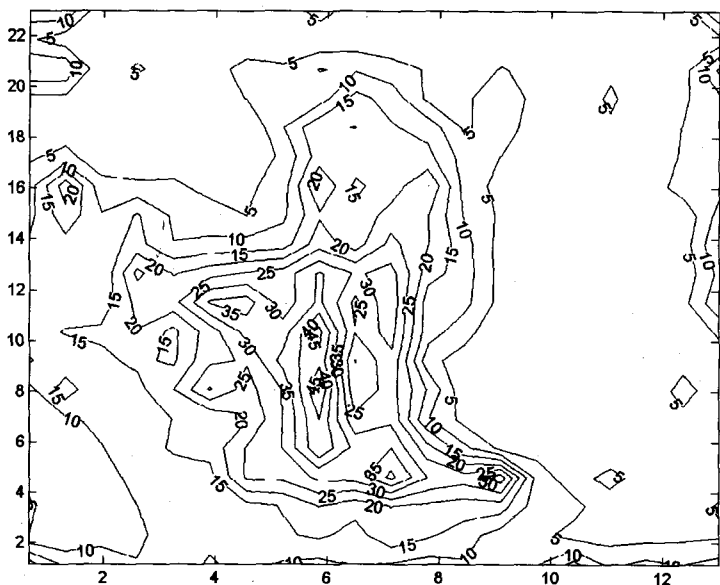


Рис. Д.3.5. Решение ОНЗМ: карта ИН (в отн. ед.) полубесконечных блоков 2-го слоя магнитных пород ($H_{20} = 500$ м, $tr = 13,3$ нТл)

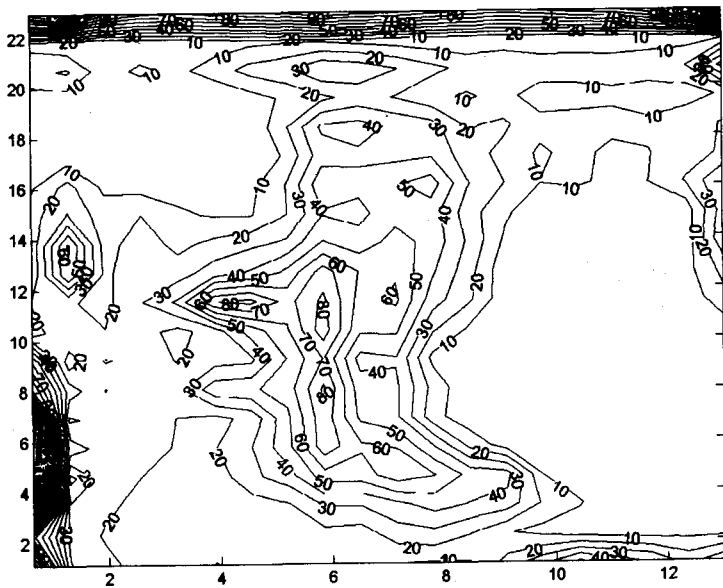


Рис. Д.3.6. Решение ОНЗМ: карта ИИ (в отн. ед.) полубесконечных блоков 3-го слоя магнитных пород ($H_{20} = 1500$ м, $tr = 13,3$ нТл)

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НОВОВЛАДИМИРОВСКОЙ МАГНИТНОЙ АНОМАЛИИ НИКОЛАЕВСКОГО УЧАСТКА. РЕШЕНИЕ ОНЗМ ПОСЛОЙНЫМ МЕТОДОМ ТРЕХСЛОЙНЫМИ МОДЕЛЯМИ

Решение нелинейной ОЗМ выполнено с использованием трехслойной модели среды в классе M_p теми же методами, которые применялись при интерпретации аномалий в главе 6 и в [70, 72–77, 85, 88, 91, 92]. Ширина массива, равная 1800 м под эпицентром аномалии (рис. Е.1, Е.2) на глубине 350 м, увеличивается до 2400 м на глубине 1 км, до 3200 м – на глубине 2 км и до 5500 м – на глубине 3 км. На периферии, кроме северо-востока, ИН равна 30–50 отн. ед., что соответствует магнитным свойствам житомирских гранитов на этих глубинах. Следовательно, массив гранодиоритов имеет площадь около 6×6 км.

На поверхность кристаллического фундамента, под наносы, на глубине 30 м (рис. Е.2, г), выходят магнитные породы с ИН 350–650 отн. ед. (рис. Е.1, г) [77]. При этом многие субвертикальные слои с меньшей ИН создают кольцевые или несколько вытянутые замкнутые структуры (рис. Е.2, б–г), а другие тела имеют в плане примерно изометричное сечение (рис. Е.1, б–г) [73]. Первые идентифицируются как внедрившиеся гранодиориты и диориты (рис. Е.2, в), вторые – останцы габбро и амфиболитов (рис. Е.1, в, г).

Выполнено еще несколько решений ОНЗМ различными методами (рис. Е.3–Е.19). На обеих картах (рис. Е.3) почти совпадают в центре массива глубины до блоков 1-го слоя модели, ограниченные изолинией $z = 20$ м на линии $x = 2,5$ ед., хотя каждая карта стартовала с разных начальных глубин – 25 и 50 м. Остальные изолинии на двух картах глубин качественно почти повторяются, количественно отличаются на 20–40 м по их уровню, но сильно сходятся с картой глубин на рис. Е.2, б. Для 2-го и 3-го слоев глубины до поверхностей на одной вертикали плавно расходятся на 70–120 м (рис. Е.4) [73]. Поскольку в центральной части массива слои были распечатаны для глубин более 30 м, то оказалось, что для 2-го слоя в центре массива глубины меньше 30 м. Поэтому область внутри данной изолинии (рис. Е.4, а) является пустой. Для 3-го слоя (рис. Е.4, б) эта область значительно шире и разделена на несколько участков с большей глубиной. Но часть поверхности этого слоя лежит выше уровня 30 м. Поэтому во многих местах изолинии глубин на картах (рис. Е.4, б) очень близко сходятся с глубинами на картах (рис. Е.2, в, г). Например, в западной части (рис. Е.4, б) широкий минимум изолинии $z = 370$ м совпадает с широким минимумом $z = 370$ м (рис. Е.2, г).

Практически точно совпадают изолинии на картах ИН 3-го слоя (рис. Е.2, г; Е.5), за исключением пород с самой высокой намагниченностью.

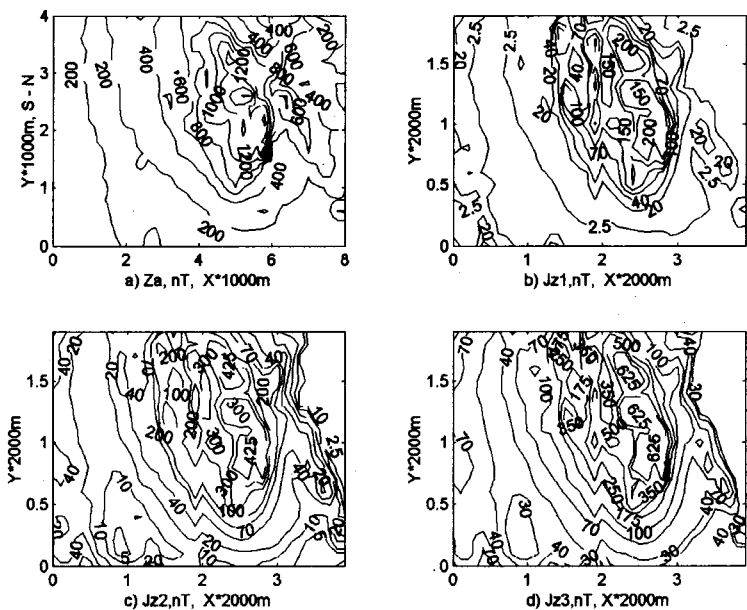


Рис. Е.1. Результаты решения ОНЗМ по трехслойной модели Нововладимировского массива: а – карта магнитного поля (поле – в нанотесла, расстояния – в километрах); б, в, г – карты ИН пород 1-го – 3-го слоев (в отн. ед., расстояние: в 1 ед. – 2 км)

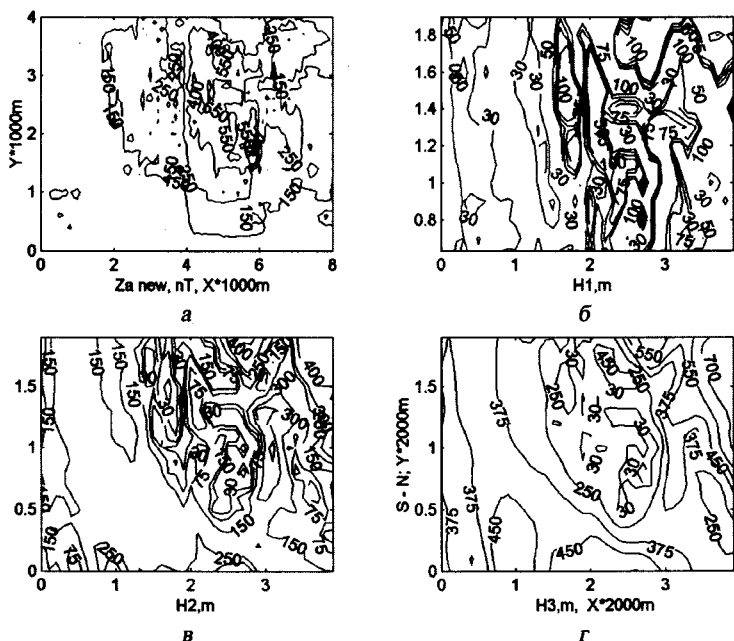


Рис. Е.2. Результаты решения ОНЗМ по трехслойной модели Нововладимировского массива: а – остаточная карта влияния 3-го слоя (поле – в нанотесла, расстояние – в километрах); б–г – карты глубин до кровли 1-го–3-го слоев

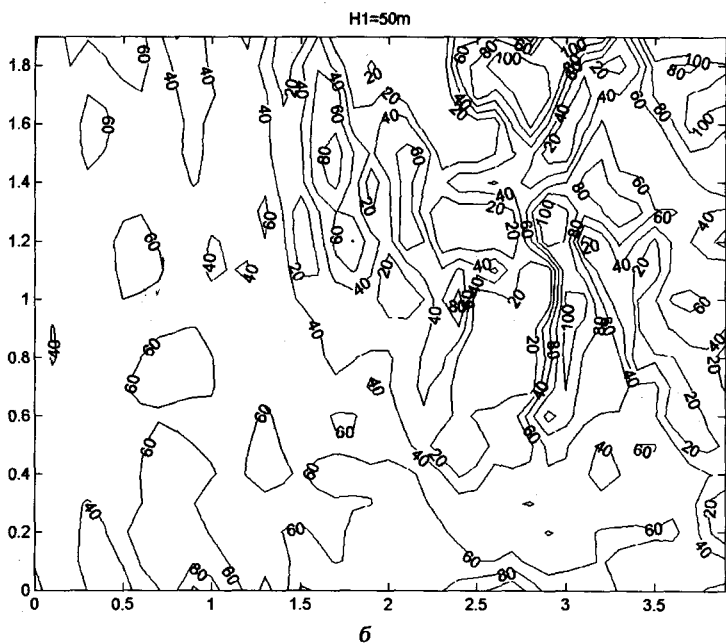
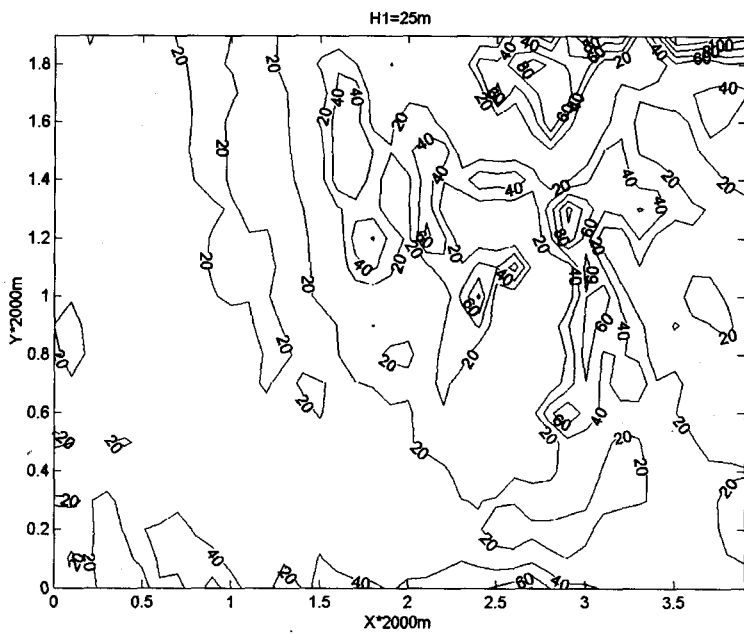


Рис. Е.3. Результаты решения ОНЗМ по трехслойной модели: карта глубин до кровли 1-го слоя (в м) при начальной глубине 25 (а) и 50 м (б)

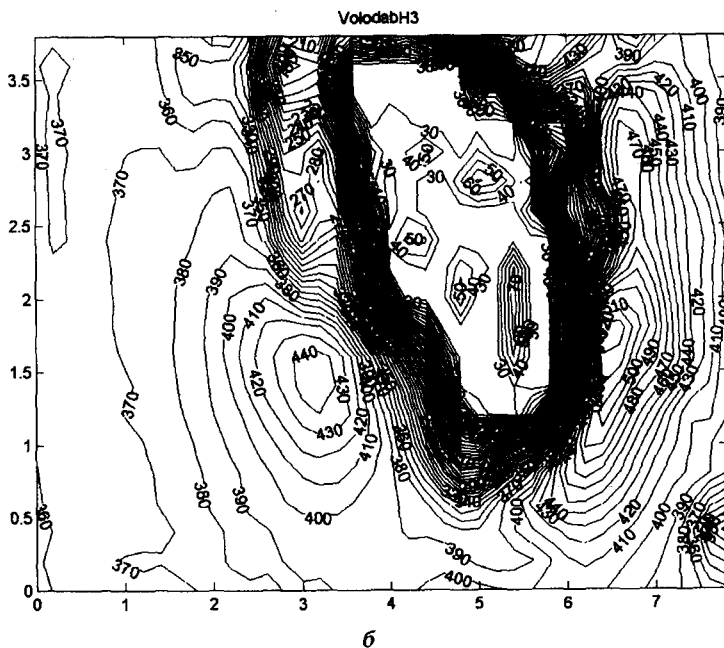
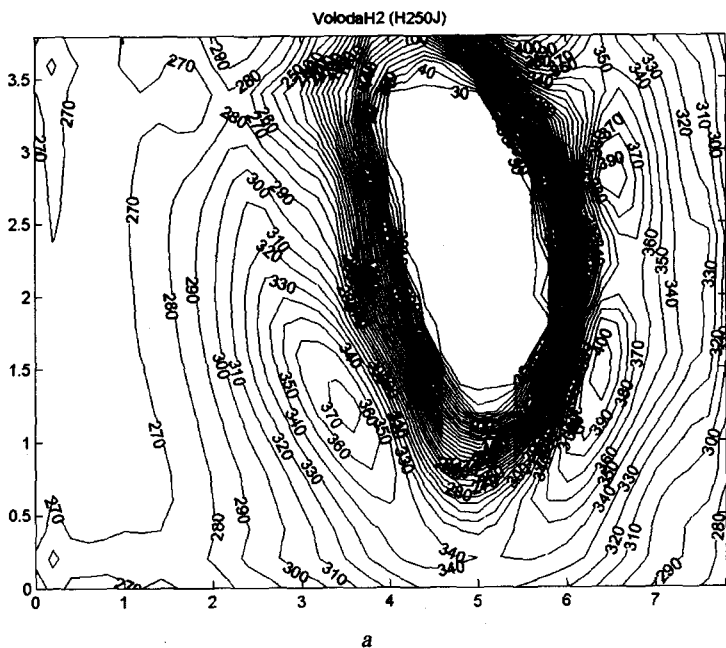


Рис. В.4. Результаты решения ОНЗМ по трехслойной модели: карта глубин (в м) до кровли 2-го (а) и 3-го (б) слоев (расстояния — в километрах)

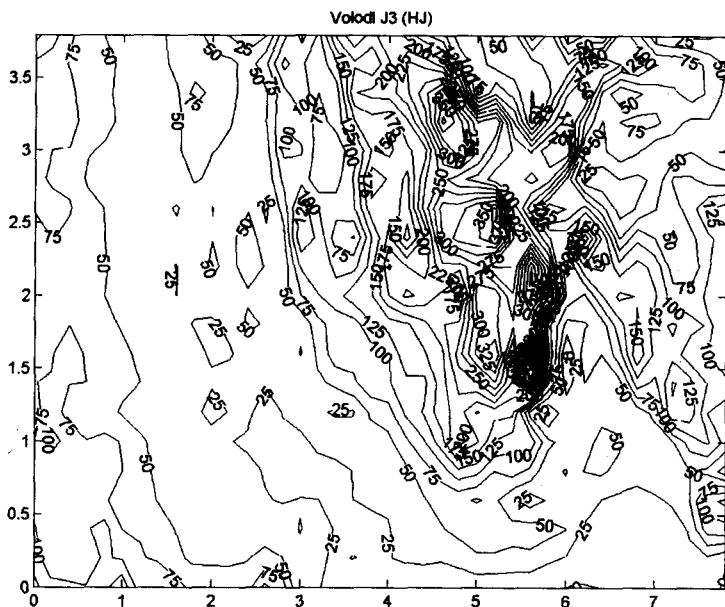
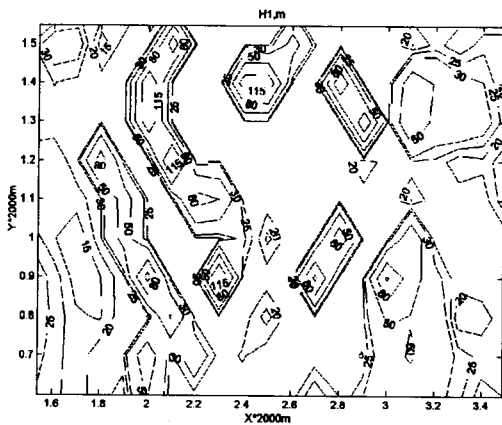


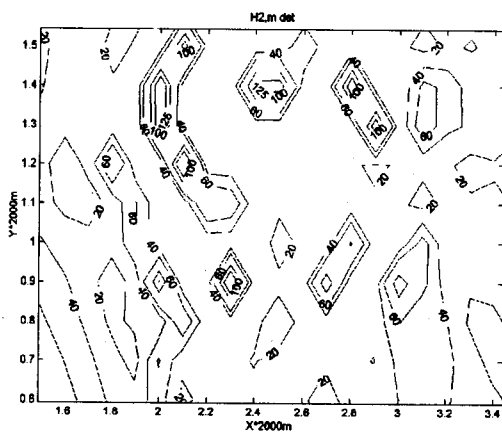
Рис. Е.5. Карта ИН 3-го слоя Нововладимировского массива (ИН – в отн. ед., расстояние: в 1 ед. – 2 км)

На детальных картах глубин до кровли 1-го и 2-го слоев в определенных диапазонах выпечатаны отдельные фрагменты (рис. Е.6), которые позволяют с большой точностью проектировать ведение буроразведочных работ. К тому же нужно добавить, что решение ОЗ сильно устойчивое в обычном смысле. Об этом можно судить по очень длинным изолиниям и геологически содержательным группам контуров, особенно в центре массива. Таким образом, разработанные ФИМ решения ОЗ позволяют устанавливать геологические закономерности.

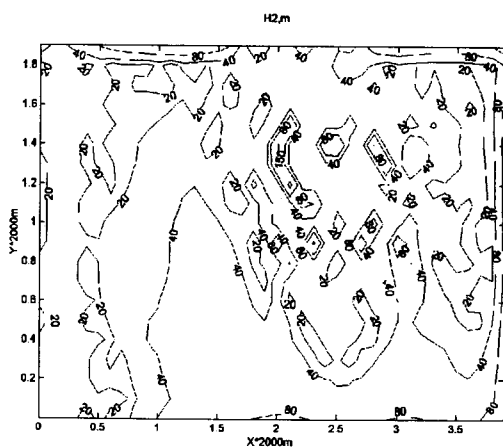
Еще одна серия результатов измерения (рис. Е.7–Е.9) [73] показывает, что разнообразие методов решения ОЗ предоставляет широкие возможности не только подтверждать результаты измерения одного метода другим, но и выявлять существенные детали сложного строения геологического массива с переменными физическими свойствами, однако с помощью довольно простых интерпретационных моделей аппроксимируемой среды [70, 73, 76].



а



б



в

Рис. Е.6. Результаты решения ОНЗМ по трехслойной модели: детали карты глубин до кровли 1-го (а) и 2-го (б, в) слоев

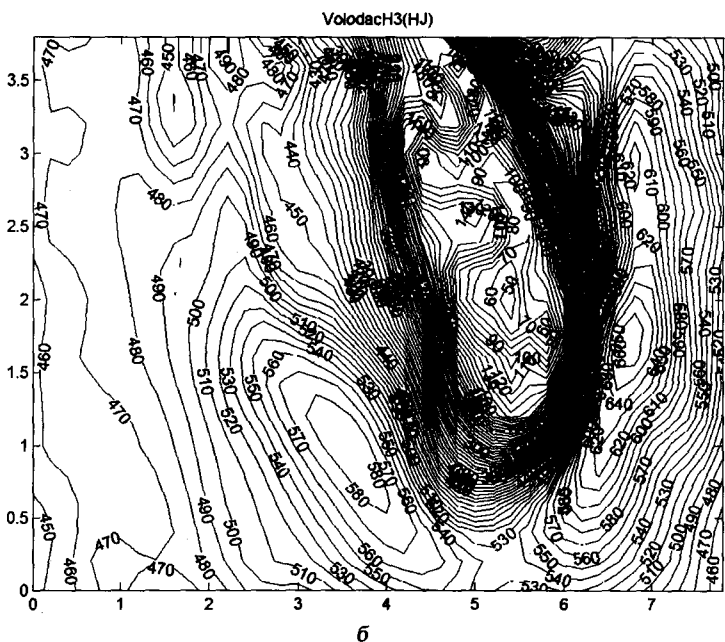
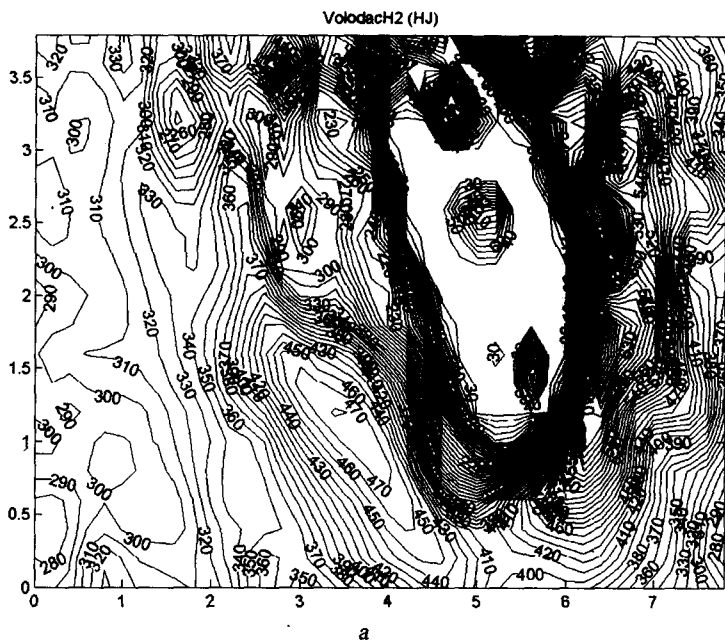


Рис. Е.7. Результаты решения ОНЗМ по трехслойной модели: карты глубин (в м) до кровли 2-го (а) и 3-го (б) слоев (расстояния – в километрах)

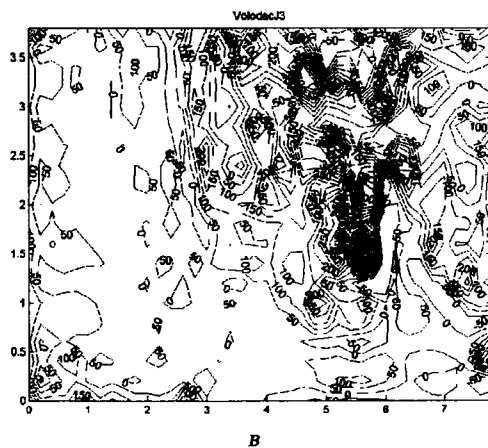
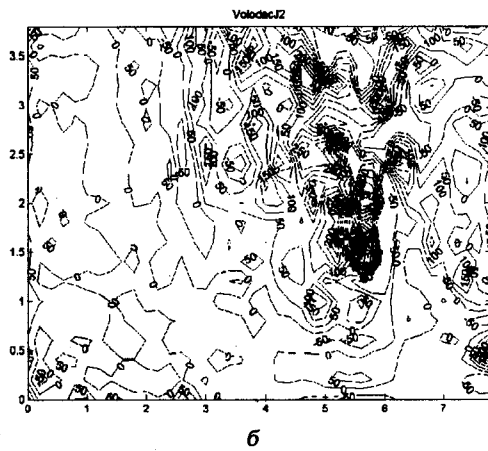
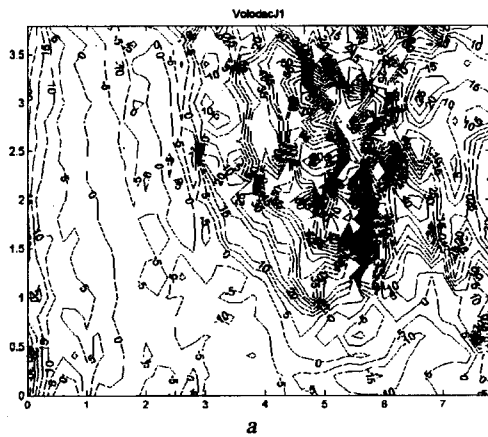


Рис. Е.8. Карты ИН 1-го (а), 2-го, (б) и 3-го (в) слоев Нововладимировского массива

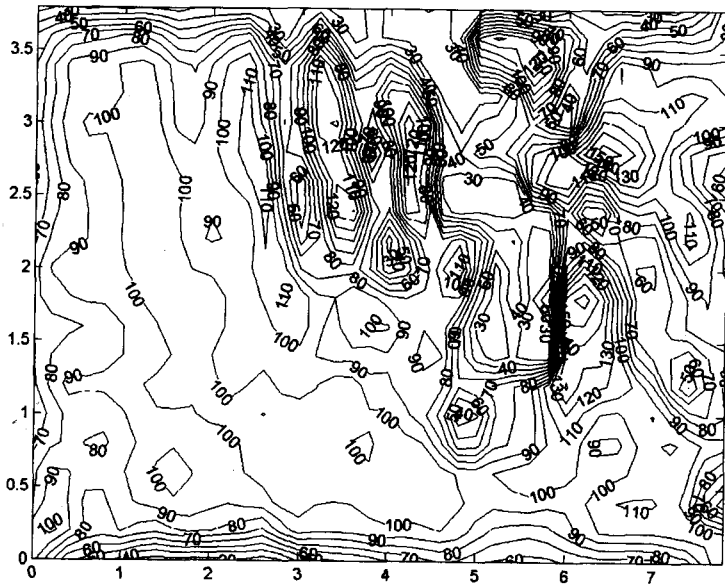


Рис. Е.9. Результаты решения ОНЗМ по трехслойной модели: карта глубин до кровли 3-го слоя

ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ГИБРИДНЫХ АНАЛОГОВ МЕТОДОВ ВИНЕРА И КАЛМАНА ДЛЯ УСТОЙЧИВЫХ РЕШЕНИЙ ОНЗГ

Ж.1. Сравнение парных реализаций метода при решении ОЛЗГ

Измеренное поле разделено на 2 части X и Y выбором из одного поля всех точек через одну точку на профиле [71, 78, 83]. Для 1-го поля X выбрана 2-слойная СБИМ1 с глубинами до горизонтальных слоев $H_x = 400$ и 900 м, для 2-го поля Y – СБИМ2 с $H_y = 420$ и 920 м и различные наборы начальных условий. Глубины до нижних граней двух слоев 1400 и 1600 м. Для каждого слоя получена пара реализаций из решения ОЛЗГ по формулам (5.1)–(5.7) с оптимизацией критерия B^2 [67, 69, 71]. Например, по основному полю X для 1-го (индекс слоя – 716) и 2-го (индекс слоя – 349) слоев 1-й модели СБИМ1 блоков с фиксированными глубинами до верхней и нижней граней $H_x = 400$ и 900 м и по вспомогательному полю Y для 1-го (индекс слоя – 816) и 2-го (индекс слоя – 849) слоев 2-й модели СБИМ2 тоже с фиксированными глубинами до верхней и нижней граней $H_y = 420$ и 920 м выполнен расчет глубин по первой формуле метода с обозначением этой операции в подри-суночной подписи к рис. Ж.1.1 {X716 $H_x = 0,4-0,9$ км (Y816 $H_y = 0,42-0,92$ км)}, содержащей все перечисленные характеристики ИМ. При необходимости в подписи к каждому рисунку может быть приведена аналогичная аббревиатура операции.

Как следует из рис. Ж.1.1, Ж.1.2, обе реализации фильтрационного метода практически полностью совпадают, за исключением мелких деталей. Точно также совпадают обе реализации метода для 2-го слоя (рис. Ж.1.3, Ж.1.4) и обе карты остатков поля после всех реализаций (рис. Ж.1.5, Ж.1.6). Точность восстановления поля довольно высокая и равна $0,12$ мгл, что всего лишь в $1,5$ раза превышает точность съемки. Следовательно, в предложенном фильтрационном методе при двух наборах начальных данных и несколько различающихся моделях среды для полей с различными наборами помех получаем почти совпадающие два решения. Однако они отражают эквивалентно распределенные значения АП, так как зафиксирована глубина расположения блоков моделей. При большом различии глубин расположения сеточных блоков модели и реальных глубин до аномальных объектов среды полученные АП могут сильно отличаться от реальных геологически содержательных параметров физических свойств среды.

Для повышения однозначности решения ОЗ необходимо совместное определение АП и глубин до блоков на одной и той же итерации в методе решения ОНЗГ в линеаризованном виде [65, 69, 73, 76, 77, 80, 81, 83, 84, 87, 90–92].

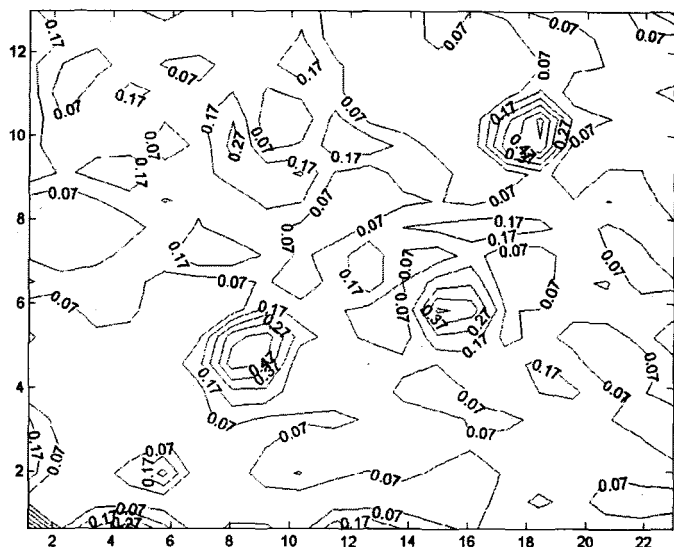


Рис. Ж.1.1. Результаты решения ОЛЗГ: карта АП блоков 1-го слоя СБИМ1 при 1-м основном поле X и 2-м вспомогательном поле Y : операция $X716 H_x = 0,4-0,9$ км ($Y816 H_y = 0,42-0,92$ км)

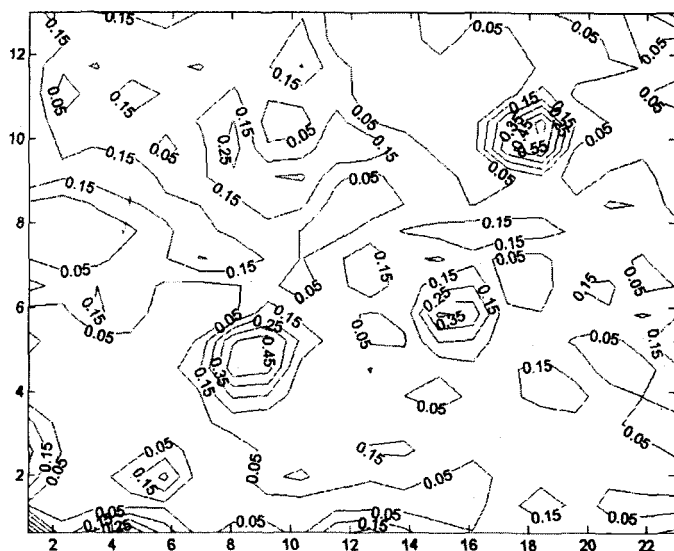


Рис. Ж.1.2. Результаты решения ОЛЗГ: карта АП блоков 1-го слоя СБИМ2 при 2-м основном поле Y и 1-м вспомогательном поле X : операция $Y816 H_y = 0,42-0,920$ км ($X = 0,4-0,9$ км)

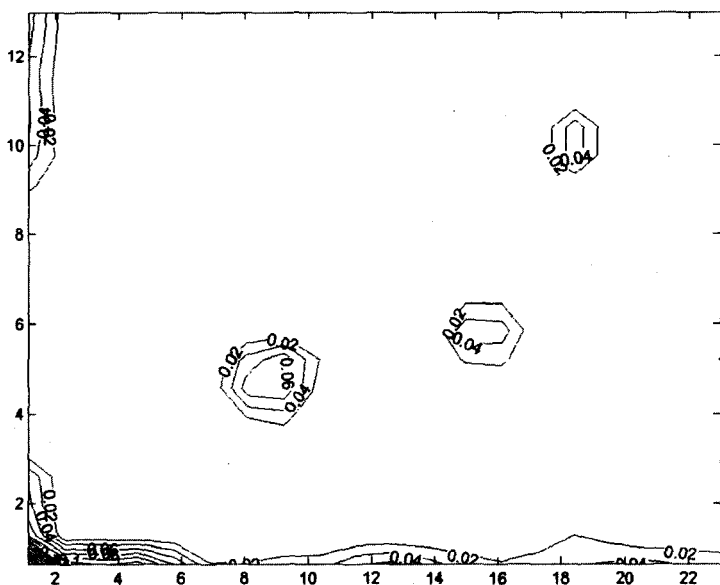


Рис. Ж.1.3. Результаты решения ОЛЗГ: карта АП блоков 2-го слоя СБИМ1 при 1-м основном поле X и 2-м вспомогательном поле Y : операция X349 $H_x = 0,9-1,4$ км ($Y849 H_y = 0,92-1,6$ км)

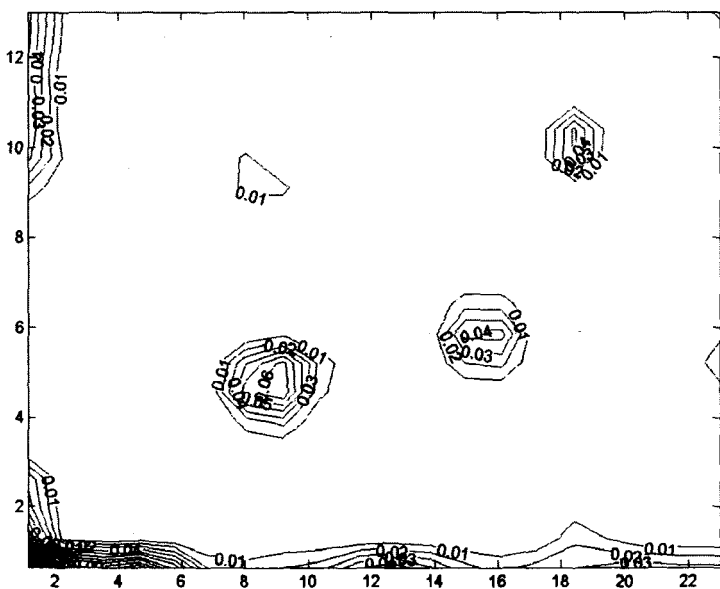


Рис. Ж.1.4. Результаты решения ОЛЗГ: карта АП блоков 2-го слоя СБИМ2 при 2-м основном поле Y и 1-м вспомогательном поле X : операция Y849 $H_y = 0,92-1,60$ км ($X349 H_x = 0,9-1,40$ км)

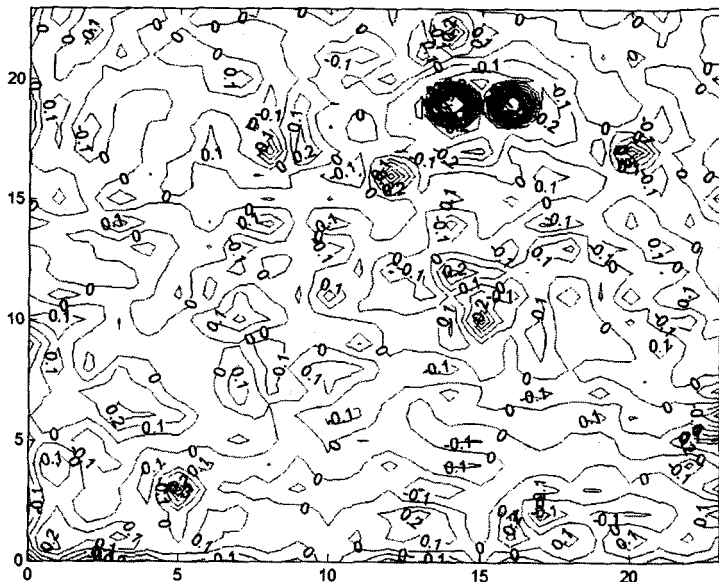


Рис. Ж.1.5. Результаты решения ОЛЗГ: карта остатков поля при 1-м основном поле X и 2-м вспомогательном поле Y : операции $X716 H_x = 0,4-0,90$ км ($Y816 H_y = 0,42-0,92$ км) и $X349 H_x = 0,9-1,40$ км ($Y849 H_y = 0,92-1,60$ км)

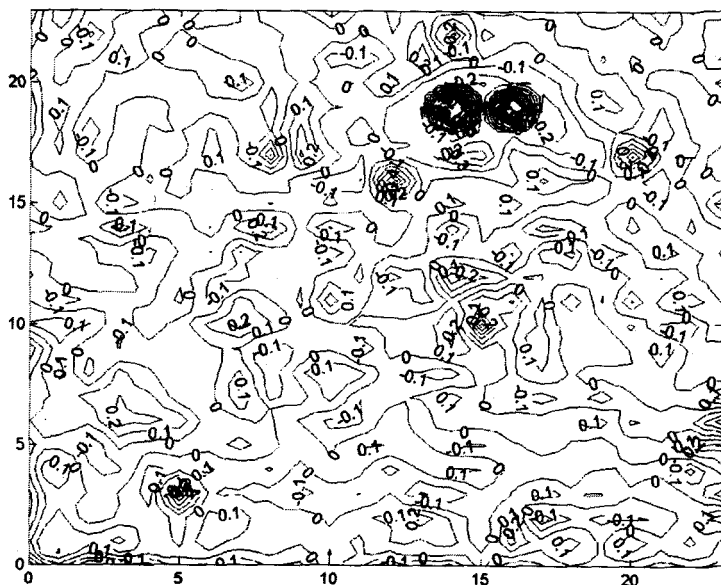


Рис. Ж.1.6. Результаты решения ОЛЗГ: карта остатков поля при 2-м основном поле Y и 1-м вспомогательном поле X : операции $Y816 H_y = 0,42-0,920$ км ($X = 0,4-0,9$ км) и $Y849 H_y = 0,92-1,60$ км ($X349 H_x = 0,9-1,40$ км)

**ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ
РЕШЕНИЯ ОЛНЗ В КЛАССЕ СЕМЕЙСТВА
ИНТЕРПРЕТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ**

3.1. Фильтрационные методы решения ОЛНЗГ в классе семейства двух интерпретационных моделей

Будем по-прежнему использовать обозначения X и Y для 1-го и 2-го полей. Невязки или остатки полей — через R_x и R_y , итерационные поправки для АП — через B_x и B_y , для глубин — C_x и C_y , АП — через S_x и S_y или S_1 и S_2 , ИН — через J_1 и J_2 , глубины — через H_x и H_y или H_1 и H_2 ; $\text{var } H$ — переменные глубины H_1 и H_2 , tr — ТВП [82–92].

Используем критерий условной оптимизации в виде (5.11):

$$F_{BRSH} = \sum_i B_{x,i,n+1}^2 + \lambda \left(\sum_j R_{y,j,n+1}^2 \right) + \lambda_1 \sum_i (S_1 - S_2)^2 + \lambda_2 \sum_i (H_1 - H_2)^2.$$

Введем для этого критерия несколько равноценных символьных обозначений операций процедуры исполнения, аналогичных используемым в других приложениях:

$$B_x^2 + \min R_y^2 + LdS + LdH; B_x^2 + \min R_y^2 + LdS^2 + LdH^2; B^2 R^2 SH; B_x^2 R_y^2 SH;$$

$$B^2 + R^2 + dS + dH; B_x^2 + R_y^2 + dS + dH; BBLRRLSSLHH;$$

$$B_x^2 + R_y^2 + dS + dH; B_x^2 + L_1 \min R_y^2 + L_2 dS + L_3 dH; BRSH; BLRLSLH;$$

$$B_x^2 + L \min R_y^2 + LdH^2 + LdS^2 \text{ или } B^2 + L \min R^2 + LdH + LdS.$$

Аналогично для критерия

$$F_{RcRy} = \sum_i R_{x,i,n+1}^2 + \sum_j R_{y,j,n+1}^2 + \sum_j R_{x,j,n+1} R_{y,j,n+1}$$

введем символьное обозначение операций процедуры: $R_x^2 + R_y^2 + R_x + R_y$.

Для более простых критериев символьное обозначение будет понятным из сопоставления двух приведенных выше. Как следует из рис. 3.1.1, в, г, обе реализации решения ОЗ для глубин почти полностью совпадают при разных начальных условиях в каждой итерационной модели, а различаются лишь очень мелкими деталями [84]. Вторая реализация для АП 1-го слоя

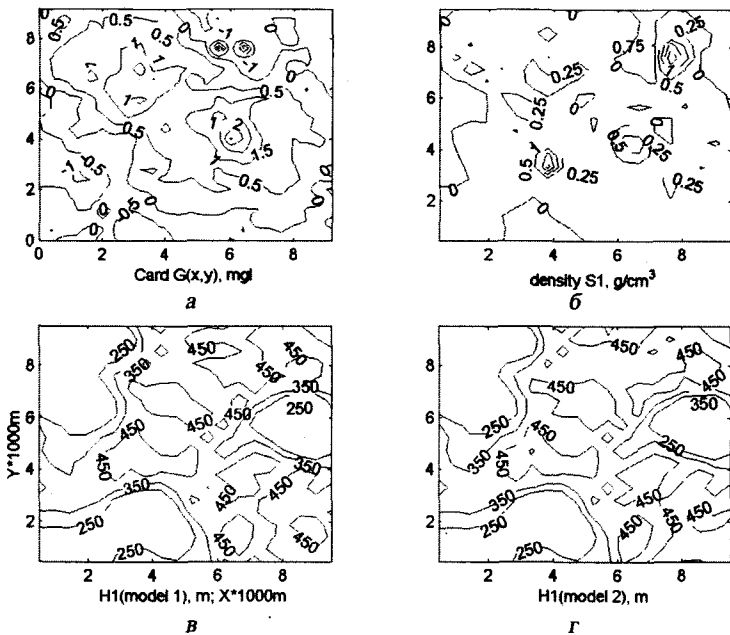


Рис. 3.1.1. Результаты решения ОНЗГ: а – карта неосредненного поля силы тяжести; б – карта АП 1-го слоя 1-й СБИМ; в, г – карты глубин до блоков 1-го слоя каждой СБИМ; операция процедуры $B^2 + L \min R^2 + LdH + LdS$

здесь не приводится, так как из предыдущих приложений следует, что все они в одном методе или хотя бы при одном и том же критерии между собой совпадают. Первая реализация по АП (рис. 3.1.1, б) совпадает со многими реализациями в предыдущих приложениях. В дальнейшем опишем только реализации по глубинам, а по АП и ИН приведем реализации со специальной целью или как ранее помещенные вместе с картами глубин для других целей.

Еще точнее обе реализации совпадают в решениях ОЗ для глубин до 2-го слоя (рис. 3.1.2, а, б) и для АП того же слоя (рис. 3.1.2, в, г). Таким образом, в фильтрационном методе с критерием оптимизации по итерационной поправке B_x для АП, связанной с первым полем X , при других дополнительных условиях ($\min R_y^2 + LdS^2 + LdH^2$) обе реализации по двум моделям по качественному определению очень сильно сходятся между собой. В методе по невязке R_x , при тех же дополнительных условиях, обе реализации почти полностью сходятся по АП (рис. 3.1.3, а, б) и только в центре высокоаномального тела они расходятся на $0,07 \text{ г/см}^3$. Но по глубинам до 1-го слоя (рис. 3.1.3, в, г) имеются очень большие расхождения: до 200–400 м в краевых частях участка и до 100 м в некоторых местах в его центре, хотя имеется и одна довольно широкая зона полного совпадения глубин по каждой СБИМ.

Теперь необходимо сравнить приведенные решения с полученными другими методами для одной или двух моделей. Как следует из рис. 3.1.4, 3.1.5, все карты глубин и АП, в основном, сходны как по форме контуров изоли-

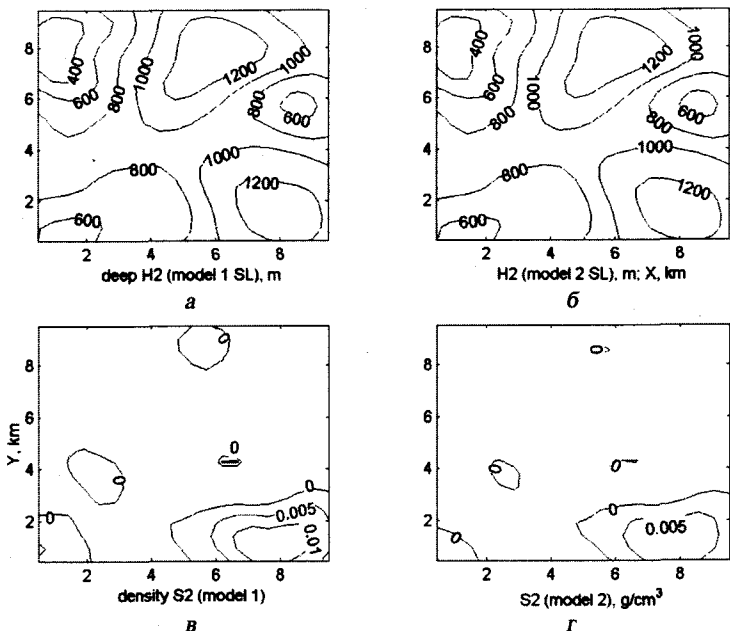


Рис. 3.1.2. Результаты решения ОНЗГ: а, б – карты глубин до блоков 2-го слоя каждой СБИМ; в, г – карты АП 2-го слоя каждой СБИМ; операция процедуры $B^2 + L \min R^2 + LdH + LdS$

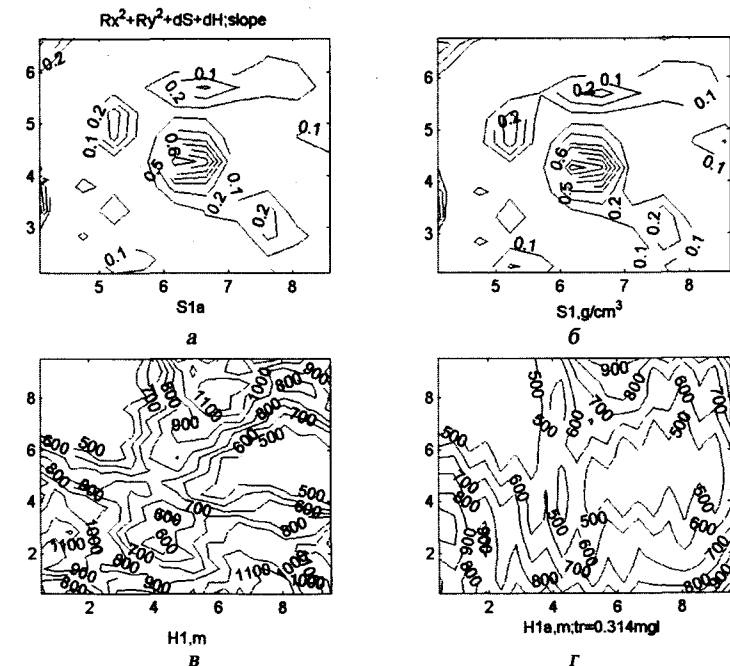


Рис. 3.1.3. Результаты решения ОНЗГ: а, б – карты АП 1-го слоя каждой СБИМ; в, г – карты глубин до блоков 1-го слоя каждой СБИМ при наложении на поле помехи $\pm 0,25$ мгл через одну точку на профиле; операция процедуры $R_1^2 + R_2^2 + dS + dH$

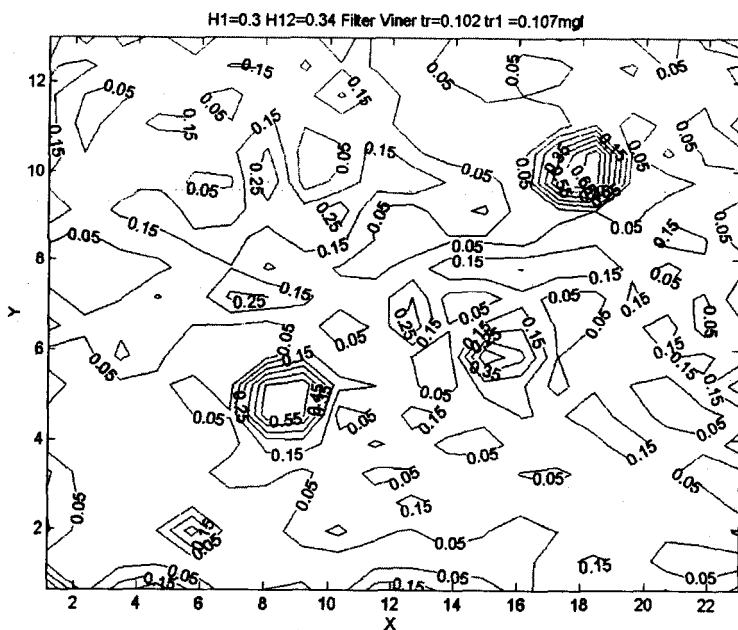


Рис. 3.1.4. Результаты решения ОНЗГ: карта АП 1-го слоя 2-й СБИМ; операция процедуры $H1_y = 0,34-0,94$; $\min(R_x^2 + R_y^2 + R_x R_y)$ ($tr_x = 0,102$; $tr_y = 0,107$)

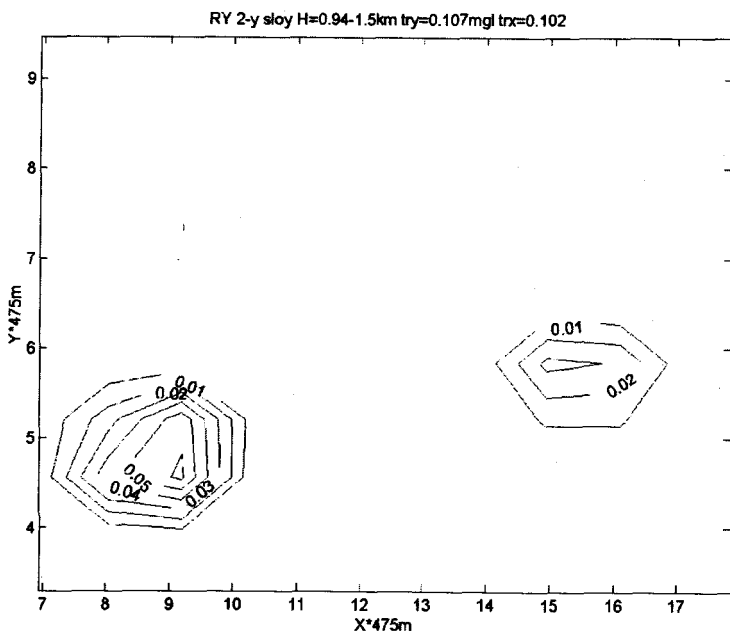


Рис. 3.1.5. Результаты решения ОНЗГ: карта АП 2-го слоя 2-й СБИМ; операция процедуры $H2_y = 0,94-1,54$ км; $\min(R_x^2 + R_y^2 + R_x R_y)$ ($tr_x = 0,102$; $tr_y = 0,107$)

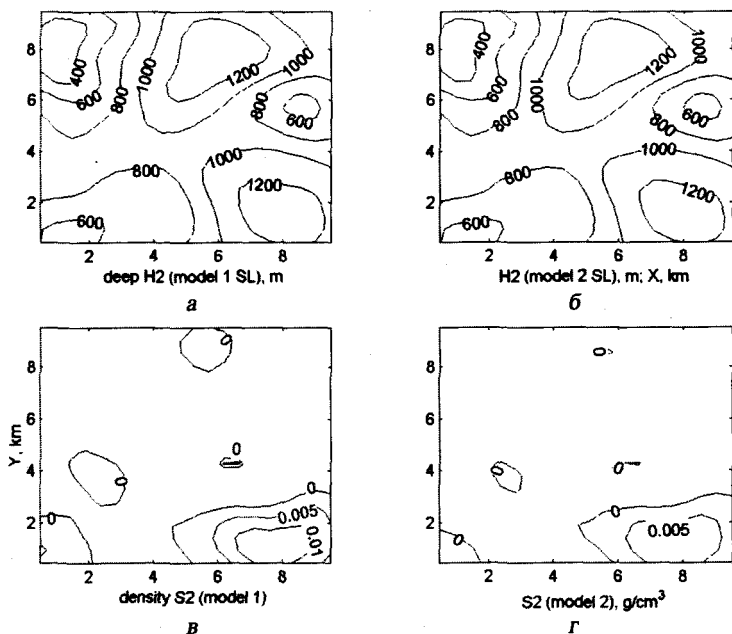


Рис. 3.1.2. Результаты решения ОНЗГ: а, б — карты глубин до блоков 2-го слоя каждой СБИМ; в, г — карты АП 2-го слоя каждой СБИМ; операция процедуры $B^2 + L \min R^2 + LdH + LdS$

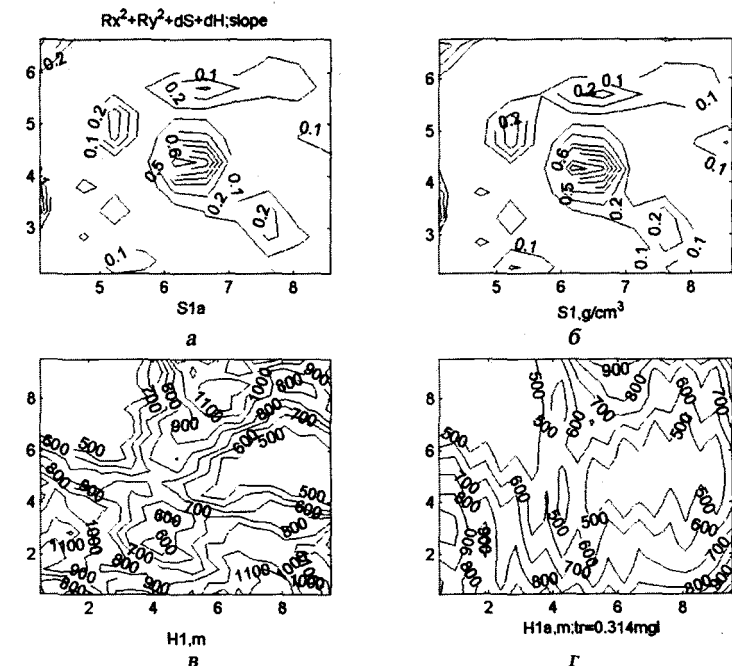


Рис. 3.1.3. Результаты решения ОНЗГ: а, б — карты АП 1-го слоя каждой СБИМ; в, г — карты глубин до блоков 1-го слоя каждой СБИМ при наложении на поле помехи $\pm 0,25$ мгл через одну точку на профиле; операция процедуры $R_x^2 + R_y^2 + dS + dH$

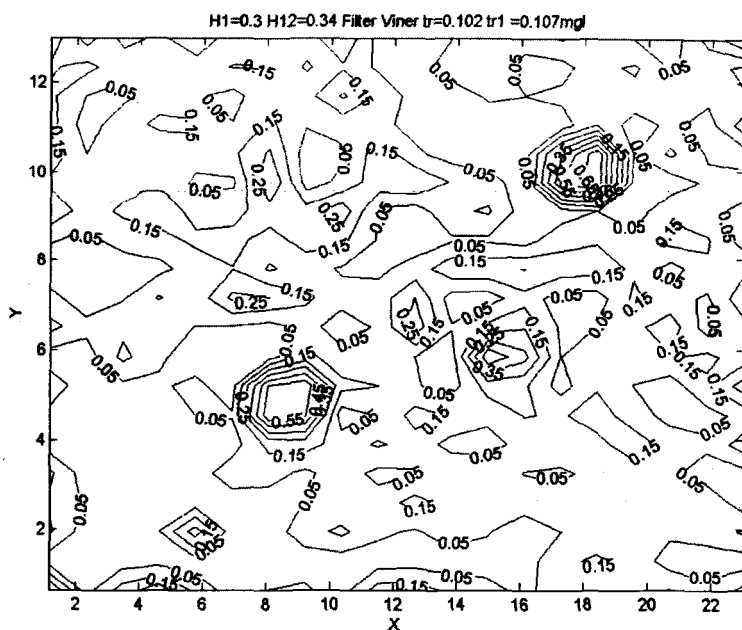


Рис. 3.1.4. Результаты решения ОНЗГ: карта АП 1-го слоя 2-й СБИМ; операция процедуры $H1_y = 0,34-0,94$; $\min(R_x^2 + R_y^2 + R_x R_y)$ ($tr_x = 0,102$; $tr_y = 0,107$)

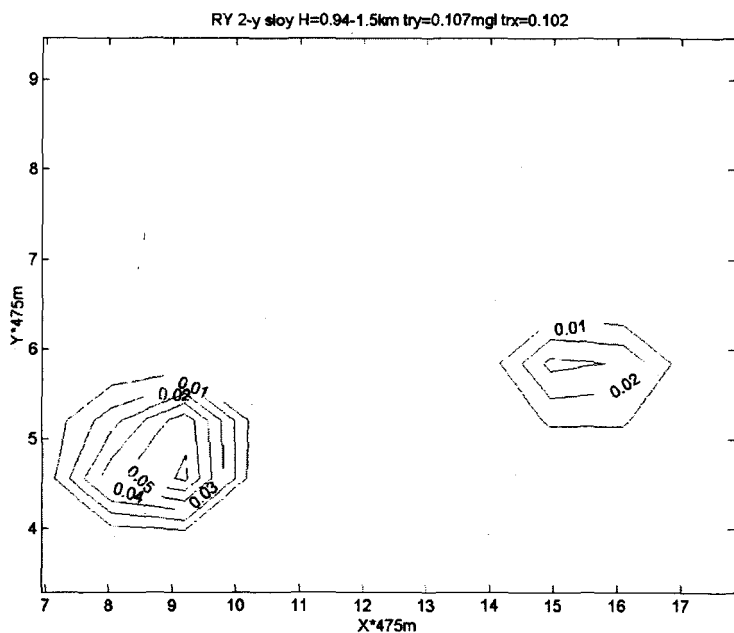


Рис. 3.1.5. Результаты решения ОНЗГ: карта АП 2-го слоя 2-й СБИМ; операция процедуры $H2_y = 0,94-1,54$ км; $\min(R_x^2 + R_y^2 + R_x R_y)$ ($tr_x = 0,102$; $tr_y = 0,107$)

ний, так и по абсолютным величинам показателей. Физический смысл каждой карты поясняется символьной формулой. Например, минимум суммы квадратов поправок к АП, определяемой по полю X , при минимуме суммы квадратов невязок поля Y и при сближении глубин и АП двух моделей достигается оптимизацией критерия $B_x^2 + \min R_y^2 + LdS^2 + LdH^2$ (см. рис. 3.1.2).

Далее минимум суммы квадратов всех невязок поля X и поля Y при сближении глубин и АП достигается оптимизацией критерия $B_x^2 + \min R_y^2 + L_1 dS^2 + L_2 dH^2$ (см. рис. 3.1.3). Минимум суммы квадратов всех невязок поля X и поля Y при минимуме всех поправок к АП для поля X и поля Y и при сближении глубин двух СБИМ достигается оптимизацией критерия $R_x^2 + R_y^2 + L_1 \min(B_x^2 + B_y^2) + L_2 dH^2$ или более сокращенно: $R^2 + \min B^2 + dH^2$ (см. рис. 3.1.4).

Таким образом, почти по всем разработанным и приведенным в приложении методам глубины и АП, как и в разработанном методе с гибридными аналогами фильтров Винера—Калмана, сходятся и в парных реализациях, и по разным методам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахвалов А.Н. Математическое моделирование магнитного поля трехмерных тел при однородной и неоднородной намагниченности // Прикл. геофизика. — 1981. — № 1. — С. 164–173.
2. Бахмутов В.Г., Козленко Ю.В., Корчагин И.Н. и др. Геофизические исследования в Украинских морских антарктических экспедициях (по материалам 60-го и 61-го рейсов НИС «Эрист Кренкель») / Ин-т геофизики НАН Украины. — Киев, 2001. — 323 с. — Деп. в ГНТБ Украины 09.04.2001, № 70-Ук2001.
3. Булах Е.Г. Автоматизированная система интерпретации гравитационных аномалий (метод минимизации). — Киев: Наук. думка, 1974. — 114 с.
4. Булах Е.Г. Применение метода минимизации для решения задач структурной геологии по данным гравиразведки / Е.Г. Булах, В.А. Ржаницын, М.Н. Маркова. — Киев: Наук. думка, 1976. — 220 с.
5. Булах Е.Г. О подборе аномальных источников гравитационного поля методом последовательных приращений модели / Е.Г. Булах, И.Н. Корчагин // Докл. АН УССР. Сер. Б. — 1978. — № 12. — С. 1059–1062.
6. Булах Е.Г., Корчагин И.Н. Об одной аппроксимационной конструкции для моделирования источников гравитационных полей // Геофиз. сб. АН УССР. — 1978. — Вып. 83. — С. 32–38.
7. Булах Е.Г. К вопросу о моделировании изометричных источников по площадным гравимагнитным полям / Е.Г. Булах, И.Н. Корчагин // Докл. АН УССР. Сер. Б. — 1979. — № 5. — С. 323–326.
8. Булах Е.Г. Моделирование измеряемых компонент магнитного поля на ЭВМ / Е.Г. Булах, И.Н. Корчагин // Прикл. геофизика. — 1984. — № 108. — С. 94–103.
9. Булах Е.Г., Зейгельман М.С., Корчагин И.Н. Автоматизированный подбор гравитационных и магнитных аномалий: программно-алгоритмическое обеспечение и методические рекомендации // Ин-т геофизики АН УССР. — Киев, 1986. — 235 с. — Деп. в ВИНТИ 08.12.86, № 8363-В86.
10. Булах Е.Г., Гольцев В.С., Корчагин И.Н. Использование трансформант потенциальных полей в алгоритмах автоматизированного подбора // Докл. АН УССР. Сер. Б. — 1987. — № 1. — С. 7–10.
11. Булах Е.Г., Гольцев В.С., Корчагин И.Н. Об использовании трансформаций потенциальных полей в алгоритмах автоматизированного подбора // Геофиз. журн. — 1987. — 9, № 6. — С. 36–43.
12. Булах Е.Г. Построение плотностных моделей методом последовательного накопления и разрастания аномальных масс / Е.Г. Булах, С.П. Левашов // Изучение литосферы геофизическими методами (электромагнитные методы, геотермия, комплексная интерпретация). — Киев: Наук. думка, 1987. — С. 37–47.
13. Булах Е.Г., Гольцев В.С., Корчагин И.Н. Использование сингулярных аппроксимирующих ячеек в алгоритмах автоматизированного подбора гравитационных и магнитных аномалий // Ин-т геофизики АН УССР. — Киев, 1988. — 42 с. — Деп. в ВИНТИ 07.06.88, № 4489-В88.
14. Булах Е.Г., Гольцев В.С., Корчагин И.Н. Аппроксимация слоисто-блокового разреза в алгоритмах автоматизированного подбора гравитационных и магнитных аномалий // Докл. АН УССР. Сер. Б. — 1989. — № 8. — С. 9–10.
15. Булах Е.Г., Шляховский В.А., Тимошенко В.И. Изучение литосферы вдоль геотраверсов по данным гравиметрии // Тектоника Украины: Сб. науч. тр. — Киев: Наук. думка, 1989. — С. 56–58.
16. Булах Е.Г. Использование метода последовательных приращений в программах автоматизированного подбора гравитационных и магнитных аномалий / Е.Г. Булах, И.Н. Корчагин // Развед. геофизика. — 1989. — № 109. — С. 107–114.
17. Булах Е.Г. Автоматизированный подбор трехкомпонентных измерений аномального магнитного поля / Е.Г. Булах, И.Н. Корчагин // Докл. АН УССР. Сер. Б. — 1990. — № 7. — С. 3–5.

18. Булах Е.Г., Михеева Т.Л. Решение прямых и обратных задач гравиметрии в классе звездных тел // Докл. НАН Украины. — 1993. — № 7. — С. 81–85.
19. Булах Е.Г., Маркова М.Н. Прямые и обратные задачи гравиметрии в классе тел, заданных горизонтальными пластинами // Геофиз. журн. — 1994. — 16, № 3. — С. 51–60.
20. Булах Е.Г., Прилуков В.В. Обратные задачи магниторазведки в классе тел, заданных горизонтальными пластинами // Там же. — 1998. — 20, № 5. — С. 31–39.
21. Булах Е.Г. Основы векторного анализа и теория поля: Учеб. пособие / Е.Г. Булах, В.Н. Шуман. — Киев: Наук. думка, 1998. — 359 с.
22. Геоэлектрические исследования на месторождениях углеводородов Керченского полуострова / Левашов С.П., Самсонов А.И., Якимчук Н.А., Корчагин И.Н. Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. — К., 2006. — С. 110–127.
23. Гилл Ф. Практическая оптимизация / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. — М.: Мир, 1985. — 509 с.
24. Глибинна будова земної кори западини Палмер (західне узбережжя Антарктичного півострова) за даними геофізичних досліджень / Бахмутов В.Г., Корчагин І.М., Левашов С.П., Якимчук М.А., Соловйов В.Д., Чулков С.С. // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. — К., 2009. — С. 21–30.
25. Гравиразведка: Справочник геофизика / Под ред. Е.А. Мудрецової, К.Е. Веселова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Недра, 1990. — 607 с.
26. Гросс С.С., Коболев В.П., Козленко Ю.В., Корчагин И.Н., Соловьев В.Д., Якимчук Ю.Н. Использование курсового градиента при интерпретации данных морских магнитометрических измерений // Докл. НАН Украины. — 1998. — № 12. — С. 118–123.
27. Гросс С.С., Коболев В.П., Козленко Ю.В., Корчагин И.Н., Соловьев В.Д., Якимчук Н.А. Алгоритмическое и программное обеспечение обработки и интерпретации данных морских градиентометрических измерений магнитного поля // Геофиз. журн. — 1999. — 21, № 3. — С. 35–44.
28. Долгаль А.С. Компьютерные технологии обработки и интерпретации данных гравиметрических и магнитных съемок в горной местности. — Абакан, 2002. — 188 с.
29. Ершов Ю.Л. Математическая логика: Учеб. пособие / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин. — М.: Наука, ГРФМЛ, 1979. — 320 с.
30. Иванов В.К. Теория линейных некорректных задач и ее приложения / В.К. Иванов, В.В. Васин, В.П. Танана. — М.: Наука, 1978. — 208 с.
31. Исаев В.И. Корреляция плотностной структуры доюрских отложений зон нефтегазонакопления вдоль регионального сейсмопрофиля XIII (Центральная часть Западно-Сибирской плиты) / В.И. Исаев, Г.А. Лобова // Геофиз. журн. — 2008. — 30, № 1. — С. 3–27.
32. Кобрунов А.И. Теория интерпретации данных гравиметрии для сложнопостроенных сред: Учеб. пособие. — Киев: МВССО УССР УМЖ ВО, 1989. — 100 с.
33. Кобрунов А.И. Информационная модель геофизических исследований // Геофизика. — 1997. — № 3. — С. 18–26.
34. Кобрунов А.И. Математические основы теории интерпретации геофизических данных: учеб. пособие. — Ухта: УГТУ, 2007. — 286 с.
35. Козленко Ю.В., Корчагин И.Н., Соловьев В.Д., Черный А.В., Якимчук Н.А. Гравиметрические и магнитометрические исследования в 60-м антарктическом рейсе НИСП «Эрнст Кренкель»: результаты геофизических наблюдений и программно-алгоритмические разработки / Ин-т геофизики НАН Украины. — Киев, 1997. — 258 с. — Деп. в ГНТБ Украины 08.12.97, № 592-Ук97.
36. Козленко Ю.В., Корчагин И.Н., Черный А.В., Якимчук Н.А. Проблемно-ориентированный комплекс оперативного истолкования аномалий геоида, определяемых по данным спутниковой альтиметрии // Докл. НАН Украины. — 1997. — № 12. — С. 117–122.
37. Корчагин И.Н. О совместном подборе источников гравитационного и магнитного полей. // Прикладные алгоритмы решения обратных задач геофизики. — М.: Сов. радио, 1979. — С. 47–52.

38. Булах Е.Г., Корчагин И.Н. К вопросу о моделировании изометричных источников по площадным гравимагнитным полям // Докл. АН УССР. Сер.Б. – 1979. – № 5. – С. 323–326.
39. Булах Е.Г., Гольцев В.С., Корчагин И.Н. Использование трансформант потенциальных полей в алгоритмах автоматизированного подбора // Там же. – 1987. – № 1. – С. 7–10.
40. Корчагин И.Н. Аппроксимация сплайнами нелинейного фона в алгоритмах автоматизированного подбора гравитационных и магнитных полей // Докл. АН Украины. – 1993. – № 6. – С. 106–109.
41. Корчагин И.Н. Использование алгоритмов спуска и сингулярного разложения матрицы в программах подбора гравитационных и магнитных полей // Докл. АН Украины. – 1993. – № 10. – С. 122–125.
42. Корчагин И.Н. Результаты моделирования гравитационного поля вдоль профиля Путивль–Кривой Рог / И. Н. Корчагин, В. Д. Омельченко // Докл. АН Украины. – 1994. – № 3. – С. 94–98.
43. Корчагин И.Н. Автоматизированный подбор гравитационных и магнитных полей на персональных ЭВМ: методические рекомендации и описание программ / Корчагин И.Н., Якимчук Н.А., Витюк С.В. // Ин-т геофизики НАН Украины. – Киев, 1996. – 120 с. – Деп. в УКРИНТЕИ 03.10.96, № 5 Ук96.
44. Корчагин И.Н. Элементы многошаговых стратегий в технологиях автоматизированного подбора гравитационных и магнитных аномалий / Корчагин И.Н., Левашов С.П., Михеева Т.Л., Орлова М.И., Прилуков В.В., Якимчук Н.А., Якимчук Ю.Н., Шумик С.В. // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – К., 2004. – Т. 1. – С. 143–158.
45. Корчагин И.Н. Процедуры трансформирования потенциальных полей в многошаговых технологиях подбора / И.Н. Корчагин, Т.Л. Михеева, Н.В. Панченко, В.В. Прилуков, Ю.Н. Якимчук // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – К., 2007. – С. 317–325.
46. Кочнев В.А. Адаптивный метод решения обратных задач гравиметрии / В.А. Кочнев, В.И. Хвостенко // Геология и геофизика. – 1996. – № 7. – С. 120–129.
47. Кутас Р.И., Цвященко В.А., Корчагин И.Н. Моделирование теплового поля континентальной литосферы. – Киев: Наук. думка, 1989. – 192 с.
48. Лаврентьев М.М. Некорректные задачи математической физики и анализа / М.М. Лаврентьев, В.В. Романов, С.П. Шашковский; Под ред. А. Л. Бухгейма. – М.: Наука, 1980. – 288 с.
49. Логачев А.А. Магниторазведка: учебник; изд. 5-е, доп. и перераб. – Л.: Ленингр. отд-ние «Недра», 1979. – 351 с.
50. Магнитные аномалии и геофизические неоднородности земной коры Южного хребта Косша и котловины Поуэлл (Западная Антарктида) / Соловьев В.Д., Бахмутов В.Г., Козленко Ю.В., Корчагин И.Н., Левашов С.П., Якимчук Н.А. // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – К., 2008. – С. 136–147.
51. Маделунг Э. Математический аппарат физики. Справочное руководство / Под ред. В.И. Левина. – М.: Наука, ГРФМЛ, 1968. – 618 с.
52. Мартышко П.С. О некоторых алгоритмах и новых компьютерных технологиях решения структурных обратных задач гравиметрии / П.С. Мартышко, Д.Е. Кокшаров // 4-е науч. чтения им. Ю.П. Булашевича: мат. конф. – Екатеринбург: ИГФ УрО РАН, 2007. – С. 75 – 78.
53. Математическое обеспечение автоматизированной системы интерпретации гравитационных аномалий / Е.Г. Булах, М.Н. Маркова, В.И. Тимошенко, П.Д. Бойко. – Киев: Наук. думка, 1984. – 112 с.
54. Мечников Ю.П. Результаты детальных гравимагнитных исследований УКЩ с применением устойчивых методов решения обратных задач / Ю.П. Мечников, П.А. Мищенко. Матеріали VIII Міжнар. наук. конф. «Моніторинг небезпечних геологічних процесів та екологічного стану середовища», м. Київ, 20–23 верес. 2007 р.). – К., 2007. – С. 162–163.

55. Мечников Ю.П. К методике алгоритмизации геоинформационного анализа результатов решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии / Ю.П. Мечников, П.А. Миненко, Р.В. Миненко. Матеріали ІХ Міжнар. наук. конф. «Моніторинг геологічних процесів», м. Київ, 14–17 жовт. 2009 р. – К., 2009. – С. 81–82.
56. Миненко П.А. Аналитическое решение прямой задачи гравиразведки для вертикальной трехгранной призмы, ограниченной плоскостями общего положения // Прикл. геофизика. – 1979. – Вып. 96. – С. 151–153.
57. Миненко П.А. Моделирование подземных гравитационных аномалий в Кривбасе // Докл. АН УССР. Сер. Б. – 1979. – № 9. – С. 704–709.
58. Миненко П.А. Разделение горного массива по плотности обратным линейным преобразованием поля силы тяжести // Разработка руд черных металлов. – Кривой Рог: НИГРИ, 1989. – С. 146–148.
59. Миненко П.А. Вычисление физических свойств горных пород по геофизическим измерениям // Разработка руд черных металлов. – Кривой Рог: НИГРИ, 1989. – С. 148–153.
60. Миненко П.А. Линейные методы обработки геофизических полей для поисков рудных залежей // Совершенствование горнорудного производства. – Кривой Рог: НИГРИ, 1990. – С. 152–155.
61. Миненко П.А. Экстремальный линейный алгоритм геофизических поисков рудных залежей // Совершенствование горнорудного производства. – Кривой Рог: НИГРИ, 1990. – С. 155–159.
62. Миненко П.А. Оптимизационные линейные алгоритмы обработки геологической и геофизической информации при поисках рудных залежей // Проблемы разработки руд черных металлов. – Кривой Рог: НИГРИ, 1991. – С. 107–111.
63. Миненко П.А. Теоретическое обоснование преобразования моделей решения некорректной линейной задачи гравиметрии в корректную с оптимизацией итерационного процесса на основе условно-экстремальных критериев // Теория и практика геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Материалы 32-й сес. Междунар. научного семинара им. Д.Г. Успенского г. Пермь, 29.01–01.02.2005 г. – Пермь, 2005. – С. 115–118.
64. Миненко П.А. Миненко Р.В. Исследование структуры гранито-мигматито-гнейсовых комплексов Украинского щита нелинейными методами гравиметрии // Наук. вісн. НГУ. – 2005. – № 9. – С. 66–68.
65. Миненко П.А. Линейно-нелинейная обратная задача гравиметрии при поисках рудных месторождений в приповерхностной части Украинского кристаллического щита НГУ. – Днепропетровск, 2005. – № 23. – С. 136–143.
66. Миненко П.А. Проблемы и перспективы применения линейных методов интерпретации гравиметрических измерений в рудных районах // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – К., 2006. – С. 244–256.
67. Миненко П.А. Фильтрация интенсивных помех в обратной линейной задаче гравиметрии при исследованиях на кристаллических щитах // Наук. вісн. Нац. гірн. ун-ту. – 2006. – № 6. – С. 38–43.
68. Міненко П.О. Забезпечення розв'язків ОЛЗГ автоматизованими програмними мікросистемами для вивчення тектонічних зон методами гравіметрії в місцях забудови екологічно небезпечних об'єктів // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Т. Шевченка. Геологія. – 2006. – № 38. – С. 20–22.
69. Міненко П.О. Дослідження тектонічних зон оберненими лінійно-нелінійними методами гравіметрії для вибору місць будівництва екологічно небезпечних об'єктів / П.О. Міненко, Р.В. Міненко // Там само. – 2006. – № 39. – С. 102–106.
70. Миненко П.А. О поисках избирательных экстремальных решений обратной задачи магнитометрии при исследованиях на кристаллическом фундаменте / П.А. Миненко, Р. В. Миненко // Наук. вісн. НГУ. – 2006. – № 9. – С. 39–44.
71. Миненко П.А. Обратная линейная задача гравиметрии на основе композиции нескольких векторов начальных русловий // Доп. НАН України. – 2006. – № 9. – С. 126–130.

72. *Миненко П.А.* Проблемы обратной задачи трехкомпонентной магнитометрии при исследованиях на Украинском кристаллическом шите // *Наук. вісн. НГУ.* – 2006. – № 12. – С. 23–27.
73. *Миненко П.А.* Метод погружения аномальных масс в обратной линейно-нелинейной задаче гравиметрии и магнитометрии // *Там же.* – 2007. – № 2. – С. 37–42.
74. *Миненко П.А.* Экстремальные итерационные методы решения обратной задачи магнитометрии при исследованиях на кристаллическом фундаменте // *Доп. НАН України.* – 2007. – № 4. – С. 137–141.
75. *Миненко П.А.* Экстремальные итерационные методы в обратной задаче магнитометрии при косом намагничивании // *Там же.* – 2007. – № 5. – С. 131–135.
76. *Миненко П.А.* Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии / П.А. Миненко, Р.В. Миненко // *Рос. геофиз. журн.* – 2007. – Вып. 45–46. – С. 60–64.
77. *Миненко П.О.* Оптимізація розв'язку оберненої лінійно-нелінійної задачі магнітометрії для досліджень структури кристалічного фундаменту / П.О. Міненко, Р.В. Міненко, Ю.П. Мечніков // *Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Т. Шевченка. Геологія.* – 2007. – № 41. – С. 29–33.
78. *Миненко П.О.* Застосування методів розв'язку оберненої лінійної задачі гравиметрії з фільтрацією високоінтенсивних похибок поля аналогами фільтрів Вінера й Калмана // *Там само.* – 2007. – № 42. – С. 97–100.
79. *Миненко П.А.* Регрессионный анализ с искусственными переменными на основе итерационных методов по критерию минимума нормы поправок / П.А. Миненко, Р.В. Миненко // *Наук. вісн. НГУ.* – 2007. – № 9. – С. 40–41.
80. *Миненко П.А.* Методы и критерии оптимизации устойчивых решений обратной задачи глубинной морской гравиметрии // *Там же.* – 2007. – № 11. – С. 83–91.
81. *Миненко П.А.* Методы и критерии единственности устойчивых решений обратных задач математической физики // *Там же.* – 2007. – № 12. – С. 50–54.
82. *Миненко П.А.* Метод общей глубинной точки в обратной линейной задаче гравиметрии // *Там же.* – 2008. – № 1. – С. 53–55.
83. *Миненко П.А.* Обратная нелинейная задача гравиметрии на основе аналогов фильтров Винера–Калмана // *Доп. НАН України.* – 2008. – № 7. С. 126–130.
84. *Миненко П.А.* Обратная нелинейная задача гравиметрии в классе интерпретационных моделей // *Наук. вісн. НГУ.* – 2008. – № 8. – С. 73–76.
85. *Миненко П.А.* Поправки для сходящегося итерационного метода в обратных задачах гравиметрии и магнитометрии // *Там же.* – 2008. – № 10. – С. 56–60.
86. *Миненко П.А.* Метод однокритериальной условной оптимизации в обратных задачах гравиметрии с несколькими интерпретационными моделями // *Геоінформатика.* – 2008. – № 4. – С. 42–45.
87. *Миненко П.А.* Обратная задача гравиметрии в классе интерпретационных моделей / П.А. Миненко, Р.В. Миненко // *Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: Материалы XXXVI сес. Междунар. семинара, г. Казань, 26 – 31 янв. 2009 г.* – Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2009. – С. 226–229.
88. *Миненко П.А.* Обратная линейная задача гравиметрии и магнитометрии с аппроксимацией итерационных поправок фильтрующими функциями моментов невязок поля // *Наук. вісн. НГУ.* – 2009. – № 8. – С. 50–53.
89. *Миненко Р.В.* Устойчивые решения обратной задачи потенциала в приложениях к горному делу // *Там же.* – 2008. – № 12. – С. 36–40.
90. *Миненко Р.В.* Исследование глубинного строения южной части Криворожского синклинория методами гравиметрии / Р.В. Миненко, П.А. Миненко, Ю.П. Мечников // *Там же.* – 2009. – № 2. – С. 60–64.
91. *Миненко Р.В.* О некоторых особенностях совместной интерпретации гравитационного и магнитного полей / Р.В. Миненко, П.А. Миненко // *Матеріали ІХ Міжнар. наук. конф. «Моніторинг геологічних процесів», м. Київ, 14–17 жовт. 2009 р.* – К., 2009. – С. 77–78.

92. Миненко Р.В. Итерационные методы совместного решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии // Наук. вісн. НГУ. – 2010. – № 3. – С. 64–67.
93. Муравьев Л.А. Возможности магнитометрической съемки в непрерывном режиме при исследовании нефтеперспективного участка // Электрон. науч. журн. «Нефтегаз. дело». – 2007. – Режим доступа: http://www.ogbus.ru/authors/Muravjov/Muravjov_1.pdf, – 11 с.
94. Никитин А.А. Теоретические основы обработки геофизической информации: Учеб. пособие. – М.: Недра, 1986. – 342 с.
95. Никитин А.А. Комплексная интерпретация геофизических полей при изучении глубинного строения Земли // Геофизика. – 1997. – № 4. – С. 3–12.
96. Отанесян С.М. О корректности постановки задач геофизики, представленных в виде систем уравнений и итерационных методах их решений / С.М. Отанесян, В.И. Старостенко // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. – 1978. – № 8. – С. 54–64.
97. Определение интервалов нефтегазового проявления по данным вертикального электрорезонансного зондирования на скважинах / Левашов С.П., Якимчук Н.А., Корчагин И.Н., Пишаный Ю.М. // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – К., 2006. – С. 110–127.
98. Оптимальный комплекс геолого-геофизических исследований для изучения нефтегазоносных территорий на примере Надым-Пурского нефтегазопромыслового района / А.П. Петровский, Т.А. Федченко, Г.И. Облюков и др. // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы 36 сес. Междунар. семинара им. Д.Г. Успенского. – Казань: Изд-во Казан. гос ун-та, 2009. – С. 252–255.
99. Перфильев Л.Г. Решение обратной задачи гравиметрии методом сеток // Вопросы методики глубинных поисков рудных месторождений в Казахстане. – Алма-Ата, 1973. – Вып. 1. – С. 156–162.
100. Петровский А.П. Информационное обеспечение и модельные представления интегральной интерпретации геолого-геофизических данных при изучении нефтегазоносных структур // Геофиз. журн. – 2004. – 26, № 3. – С. 77–86.
101. Петровский А.П. Повышение геологической эффективности решения обратных задач геофизики на основе использования критериев оптимальности дифференциального типа // Геоінформатика. – 2004. – № 4. – С. 50–54.
102. Петровский А.П. Информационное обеспечение и модельные представления интегральной интерпретации геолого-геофизических данных при изучении нефтегазоносных структур // Геофиз. журн. – 2005. – 27, № 5. – С. 900–904.
103. Петровський О.П. Обернена кінематична задача структурної сейсморозвідки та вивчення складнопобудованих моделей геологічного середовища // Доп. НАН України. – 2005. – № 9. – С. 120–126.
104. Петровский А.П. Математические модели и информационные технологии интегральной интерпретации комплекса геолого-геофизических данных: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. – Киев, 2006. – 364 с.
105. Применение наклонной призмы в алгоритмах подбора источников аномалий по компонентам гравитационного и магнитного полей / Якимчук Н.А., Гольцев В.С., Корчагин И.Н. [и др.] // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – Киев, 2005. – С. 286–295.
106. Продайвода Г.Т. Гравімагнітний метод геокартування структурно-речовинних комплексів Українського щита / Г.Т. Продайвода, П.І. Гришук // Вісн. КНУ ім. Т. Шевченка. Геологія. – 2007. – № 42. – С. 7–10.
107. Самарский А.А. Численные методы: Учеб. пособие / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука, ГРФМЛ, 1989. – 430 с.
108. Сергиенко А.Б. Алгоритмы аддитивной фильтрации: особенности реализации в MATLAB // Exponenta Pro (математика в приложениях). – 2003. – 1, № 1. – С. 18–28.
109. Сеточная аппроксимация изолированных объектов и разрезов в алгоритмах автоматизированного подбора / Якимчук Н.А., Корчагин И.Н., Левашов С.П., Прилуков В.В., Якимчук Ю.Н. // Докл. НАН Украины. – 2001. – № 7. – С. 122–126.

110. Старостенко В.И. Устойчивые численные методы в обратных задачах гравиметрии. — Киев: Наук. думка, 1978. — 228 с.
111. Старостенко В.И. Сейсмогравитационный метод: принципы, алгоритмы, результаты / В.И. Старостенко, В.Г. Козленко, А.С. Костюкевич // Вісн. АН УРСР. — 1986. — № 12. — С. 28–42.
112. Старостенко В.И., Гросс С.С., Коболов В.П. и др. Новые технологии при проведении гидромагнитных исследований в морских акваториях: методика измерений, алгоритмы обработки, практические результаты // Геофиз. журн. — 2003. — 25, № 2. — С. 70–89.
113. Страхов В.Н., Шулаия Т.В., Лапина М.И., А.С. Габуния. Автоматизированная система программ решения прямых трехмерных задач гравиметрии и магнитометрии сложных распределений источников // Сообщения АН ГрузССР. — 1985. — 120, № 3. — С. 517–520.
114. Страхов В.Н. Об устойчивых методах решения линейных задач геофизики. I. Постановки и основные конструктивные идеи // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1990. — № 7. — С. 3–27.
115. Страхов В.Н. Об устойчивых методах решения линейных задач геофизики. II. Основные алгоритмы // Там же. — 1990. — № 8. — С. 37–64.
116. Страхов В.Н. К теории линейной обратной задачи гравиметрии // Докл. АН СССР. — 1990. — 311, № 5. — С. 1093–1096.
117. Страхов В.Н. Алгебраические методы в линейных задачах гравиметрии и магнитометрии: Постановки экстремальных задач // Там же. — 1991. — 319, № 2. С. 342–346.
118. Страхов В.Н. Решение линейных задач гравиметрии и магнитометрии при мультипликативно аддитивных помехах // Там же. — 1991. — 319, № 5. С. 1114–1116.
119. Страхов В.Н. Аппроксимационный подход к решению задач гравиметрии и магнитометрии. 1. Основная вычислительная проблема — регуляризация систем линейных алгебраических уравнений / В.Н. Страхов, А.В. Страхов // Рос. журн. наук о Земле. — 1999. — 1, № 4. — С. 271–299.
120. Страхов В.Н. О решении систем линейных алгебраических уравнений, возникающих при решении задач гравиметрии и магнитометрии. 2. Методы решения систем в канонической форме / В.Н. Страхов, А.В. Страхов // Докл. РАН. — 1999. — 368, № 5. — С. 683–686.
121. Страхов В.Н. Три парадигмы в теории и практике интерпретации потенциальных полей (анализ прошлого и прогноз будущего) // Изв. Секции наук о Земле РАЕН. — 1999. — № 2. — С. 95–135.
122. Страхов В.Н. Метод фильтрации случайных погрешностей в заданных из наблюдений значениях элементов внешнего аномального гравитационного поля Земли // Высокопроизводительные вычисления и их приложения: Тр. Всерос. науч. конф. (г. Черногоровка, 20 окт. — 2 нояб. 2000 г.). — М.: Изд-во МГУ, 2000. — С. 21–24.
123. Страхов В.М. Про ефективні та точні методи побудови лінійних аналітичних апроксимацій в геодезії, геоінформатиці та гравіметрії // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. — К., 2005. — С. 12–57.
124. Теоретические исследования выбора диаметра компенсационной полости при проходке горных выработок / П.А. Мищенко, Э.А. Корнет, В.А. Черненко, С.И. Ляш // Совершенствование технологии подземной разработки руд черных металлов. — Кривой Рог: НИГРИ, 1983. — С. 37–39.
125. Технология автоматизированного подбора гравитационных и магнитных аномалий с использованием многошаговых стратегий / Н.А. Якимчук, И.Н. Корчагин, С.П. Левашов, Т.Л. Михеева, М.И. Орлова, В.В. Прилуков, Ю.Н. Якимчук // Докл. НАН Украины. — 2001. — № 6. — С. 123–128.
126. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 286 с.
127. Трехмерная плотностная модель земной коры и верхней мантии Ингульского мегаблока Украинского щита / П.Я. Куруленко, И.Б. Макаренко, В.И. Старостенко, О.В. Легостаева // Геофиз. журн. — 2007. — 29, № 2 — С. 17–41.

128. Тулин В.А. Гравитационное поле к востоку, югу и западу от острова Кипр / В.А. Тулин, Д.А. Ильинский // Геофизика XXI столетия. 2006 год: Сб. тр. VIII геофиз. чтений им. В.В. Федьнского (г. Москва, 2–4 марта 2006 г.). – Тверь: Изд-во ГЕРС, 2007. – С. 64–71.
129. Дирульский А.В., Никонова Ф.И., Федорова Н.В. Метод интерпретации гравитационных и магнитных аномалий с построением эквивалентных семейств решений (методические рекомендации). – Свердловск: Ин-т геофизики УНЦ АН СССР, 1980. – 135 с.
130. Численные методы условной оптимизации / Под ред. Ф. Гилла, У. Мюррея; Пер. с англ. В.Ю. Лебедева; Под ред. А.А. Петрова. – М.: Мир, 1977. – 292 с.
131. Шумік С.В. Просторова побудова полів вищих вертикальних похідних гравітаційного потенціалу і їх застосування для розв'язку оберненої задачі: Автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук. – К., 2006. – 20 с.
132. Юньков А.А., Булах Е.Г. Возможности использования метода сеток для интерпретации аномалий горизонтального градиента силы тяжести // Тр. Ин-та геол. наук АН УССР. Сер. геофиз. – 1958. – № 2. – С. 94–97.
133. Юньков А.А. Изучение глубинного строения Криворожской структуры по геофизическим данным / А.А. Юньков, В.Б. Наутольников, М.В. Копнин. – М.: Недра, 1973. – 136 с.
134. Ягола А.Г. О выборе параметра регуляризации по обобщенному принципу невязки // Докл. АН СССР. – 1979. – 245, № 1. – С. 37–39.
135. Аппроксимация изолированных источников и слоисто-блоковых разрезов в алгоритмах автоматизированного подбора гравитационных и магнитных полей / Н.А. Якимчук, С.П. Левашов И.Н. Корчагин, В.В. Прилуков, Ю.Н. Якимчук // Геоинформатика. – 2002. – № 1. – С. 48–62.
136. Якимчук Н.А., Корчагин И.Н., Левашов С.П. и др. Технология автоматизированного подбора гравитационных и магнитных аномалий с использованием многошаговых стратегий // Докл. НАН Украины. – 2001. – № 6. – С. 123–128.
137. Якимчук Н.А., Корчагин И.Н., Левашов С.П. и др. Сеточная аппроксимация изолированных объектов и разрезов в алгоритмах автоматизированного подбора // Там же. – 2001. – № 7. – С. 122–126.
138. Якимчук Н.А. Вопросы единственности в задачах пересчета потенциальных полей // Теория и практика геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий Сб. тез. докл. Всесоюз. семинаре им. Д.Г. Успенского. – Алматы, 1990. – 70 с.
139. Якимчук Ю.М. Аналітичне продовження потенціального поля та його використання в алгоритмах автоматизованого підбору: Автореферат дис. ... канд. фіз.-мат. наук. – К., 2004. – 20 с.
140. Якимчук Ю.М. Модельне дослідження просторового розподілу вищих похідних гравітаційного потенціалу / Ю.М. Якимчук, С.В. Шумік // Геоинформатика. – 2005. – №1. – С. 64–66.
141. Якубовский Ю.В. Электроразведка: учебник. – 3-е изд. / Ю.В. Якубовский, И.В. Ренард. – М.: Недра, 1991. – 360 с.
142. Cerveny V., Molotkov I.A., Psencik I. Ray method in seismology. – Praha: Univ. Karlova, 1977. – 214 p.
143. Changli Yao. Iterative 3-D gravity and magnetic inversion for physical properties // Ann. Meet. SEG. Techn. Program Expanded Abstr. – San Antonio, 2007. – P. 805–810.
144. Fedi M., Rapolla A. 3-D inversion of gravity and magnetic data with depth resolution // Geophysics. – 1999. – 64. – P. 452–460.
145. Moore G. Finland's national airborne geophysical mapping programme and the 3-in-1 approach // EAGE. First Break. – 2008. – 26, № 11. – P. 79–85.
146. Li Y., Oldenburg D.W. Rapid construction of equivalent sources using wavelets // 69th Ann. Int. Meet. SEG: Expanded Abstr. – 1999. – P. 374–377.
147. Li Y., Oldenburg D.W. Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and logarithmic barrier method // Geoph. J. Int. – 2003. – 152. – P. 251–265.

148. *Minenko P.A., Minenko R.V.* The Decision of a Return Linear Problem Gravitational Investigation at West Krivoy Rog // Near Surface 2005 (4–7 Sept. 2005). – Palermo, Italy, 2005.
149. *Nabighian M.N.* Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transforms-fundamental relations // Geophysics. – 1984. – 49. – P. 780–786.
150. *Spector A., Grant F.S.* Statistical models for interpreting aeromagnetic data // Ibid. – 1970. – 35, № 2. – P. 293–302.
151. *Yakymchuk M.A., Korchagin I.N., Kozlenko Ju.V. et al.* Gravity and magnetic investigations in the Antarctic Peninsula region during Ukrainian Antarctic expeditions // Ext. Abstr. book. Vol. 2. 62nd EAGE Conf. and Techn. Exhibition. 29 May – 2 June 2000. – Glasgow, Scotland. 2000. – P. 178, 4 p.
152. *Yakymchuk M.A., Korchagin I.N., Kozlenko Ju.V. et al.* Marine gravity and magnetic investigations in the West Antarctica / Geology and Sustain. Development Challenges for the Third Millennium. 31st Int.Geol.Congr. – Rio de Janeiro, Brazil. – 2000. – CD-ROM: Abstr. vol.
153. *Yakymchuk M., Korchagin I., Mikheeva T. et al.* Gravity and magnetic modelling of anomalous sources of complex configuration // Proc. Estonian Acad. Sci. Geol. – 2002. – 51, № 1. – P. 47–59.
154. *Zhdanov M.S.* New Advances in Regularized Inversion and Imagin of Gravity, Magnetic and Electromagnetic Data // EGM 2007 IWI in EM, Grav and Mag Methods: a new Perspective for Exploration. Apr. 15–18, 2007. – Capri, Italy, 2007. – P. 1–4.

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
СПИСОК ПРИНЯТЫХ УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
ГЛАВА 1. ФИЛЬТРАЦИОННЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД УСТОЙЧИВЫХ РЕШЕНИЙ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ОЛЗГ С КРИТЕРИЕМ МИНИМУМА СУММЫ КВАДРАТОВ ПОПРАВОК К ПЛОТНОСТИ АНОМАЛЬНЫХ ТЕЛ	13
1.1. Анализ соответствия решений ОЛЗГ в корректной и некорректной постановках требованиям теоремы Адамара	13
1.2. Метод простой итерации для оптимизации невязок поля ..	14
1.3. Метод простой итерации для оптимизации критерия поправок к плотности блоков	16
1.4. Метод простой итерации с квадратичным полиномом поправок	34
1.5. Обратная линейная задача гравиметрии и магнитомет- рии с аппроксимацией итерационных поправок фильтрующими функциями моментов невязок поля	36
Выводы	43
ГЛАВА 2. МОДИФИКАЦИИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО МЕТОДА ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ	45
2.1. Метод простой итерации для переменной аномальной плотности в блоках	45
2.2. Метод простой итерации со многими итерационными коэффициентами	46
2.3. Метод простой итерации для положительной аномаль- ной плотности в блоках	48
2.4. Метод простой итерации для совмещенных критериев ..	51
2.5. Методы простой итерации с дополнительными усло- виями	52
2.6. Метод простой итерации с критерием Страхова	54
2.7. Двухшаговый итерационный метод сопряженных градиентов с двумя итерационными коэффициентами ...	55
2.8. Метод простой итерации для элементов матрицы прямой задачи гравиметрии	56
2.9. Элементы многошаговых стратегий в технологиях автоматизированного подбора гравитационных и магнитных аномалий	59
Выводы	73

ГЛАВА 3. РЕШЕНИЕ ОЛЗГ И ОЛЗМ ФИЛЬТРАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ НА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ И ПРИМЕНЕНИЕ ИХ ДЛЯ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ИЗМЕРЕННЫХ ПОЛЕЙ	74
3.1. Решение ОЛЗГ методами простой итерации на трехслойных теоретических моделях	74
3.2. Применение решений ОЛЗГ методами простой итерации на теоретических моделях для интерпретации измеренных полей	90
3.3. Решение ОЛЗМ методами простой итерации на трехслойных теоретических моделях	110
3.4. Применение решений ОЛЗМ методами простой итерации на двух- и трехслойных теоретических моделях для интерпретации измеренных полей	126
ГЛАВА 4. ФИЛЬТРАЦИОННЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД УСТОЙЧИВОГО РЕШЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ОНЗГ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЛУБИНЫ РАСПОЛОЖЕНИЯ АНОМАЛЬНЫХ ТЕЛ	135
4.1. Метод простой итерации для глубины до блоков геологической среды	136
4.2. Устойчивые решения обратной задачи потенциала в приложениях к электроразведке	140
4.3. Устойчивые решения обратной задачи потенциала в приложениях к горному делу	143
4.4. Фильтрационный итерационный метод устойчивого решения экстремальных обратных задач на основе фильтров Винера и Калмана. Методология и теоретические основы метода для гравиметрии	150
4.5. Фильтрационные методы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии в классе семейства интерпретационных моделей	152
4.5.1. Методы условной оптимизации в классе множества однородных интерпретационных моделей	153
4.5.2. Методы условной оптимизации в классе неоднородных интерпретационных моделей	155
4.5.3. Метод условной оптимизации для минимальных невязок поля	158
Выводы	160

ГЛАВА 5. ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ И МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ В РУДНЫХ РАЙОНАХ	162
5.1. Интерпретация гравитационного поля в южной части Криворожского синклинория	162
5.2. Интерпретация гравитационных аномалий Восточно-Ингулецкой площади	169
5.3. Интерпретация Авдотьевской магнитной аномалии Николаевского участка Ингульской синклинали	171
5.4. Интерпретация магнитного поля на Гуровском участке Ингульской синклинали	176
5.5. Интерпретация магнитного поля на Христофоровском участке Ингульской синклинали	178
5.6. Интерпретация магнитного поля на Александровском участке Криворожского синклинория	179
Выводы	181
Заключение	182

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А. Аппроксимация изолированных источников и слоисто-блоковых разрезов в алгоритмах автоматизированного подбора гравитационных и магнитных полей	185
A.1. Особенности программного комплекса подбора гравитационных и магнитных полей	186
A.2. Общие требования к аппроксимационной конструкции	187
A.3. Элементы аппроксимационной конструкции	188
A.4. Сингулярные ячейки аппроксимационной конструкции	192
A.5. Аппроксимация слоисто-блоковых разрезов	193
A.6. Многогранники как элементы аппроксимирующей конструкции	195
A.7. Вспомогательные режимные параметры элементов аппроксимирующей конструкции	196
A.8. Сеточная аппроксимация изолированных объектов и разрезов	198
A.9. Дополнительные возможности конструкции	201
A.10. Экспорт и импорт цифровых моделей объектов, разрезов, структур	203
Приложение Б. Матричный анализ проблемы устойчивости решений ОЛЗ	205
Приложение В. Процедуры трансформирования потенциальных полей в многошаговых технологиях подбора	215

Приложение Г. Интерпретация Нововладимировской магнитной аномалии Николаевского участка. Решение ОЛЗМ послойным методом трехслойными моделями	222
Приложение Д. Применение фильтрационных методов решения линеаризованных обратных задач для определения глубины до блоков модели по измеренному полю	227
Д.1. Решение обратной задачи по измерениям гравитационного поля на поверхности моря	227
Д.2. Определение глубин до блоков по картам наземных съемок	231
Д.3. Определение глубин до блоков по картам аэромагнитных съемок	241
Приложение Е. Интерпретация Нововладимировской магнитной аномалии Николаевского участка. Решение ОНЗМ послойным методом трехслойными моделями	245
Приложение Ж. Применение фильтрационных гибридных аналогов методов Винера и Калмана для устойчивых решений ОНЗГ	254
Ж.1. Сравнение парных реализаций метода при решении ОЛЗГ	254
Приложение З. Применение фильтрационных методов решения ОЛНЗ в классе семейства интерпретационных моделей	258
3.1. Фильтрационные методы решения ОЛНЗГ в классе семейства двух интерпретационных моделей	258
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	263

Наукове видання

Національна академія наук України
Центр менеджменту та маркетингу в галузі наук про Землю ІГН НАН України
Міністерство освіти і науки України
Криворізьський державний педагогічний університет

**МІНЕНКО ПАВЛО ОЛЕКСАНДРОВИЧ
КОРЧАГІН ІГНАТІЙ МИКОЛАЙОВИЧ
ЯКИМЧУК МИКОЛА АНДРІЙОВИЧ**

**ФІЛЬТРАЦІЙНІ МЕТОДИ СТІЙКИХ РОЗВ'ЯЗКІВ
ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРІЇ ТА МАГНІТОМЕТРІЇ**
Російською мовою

Редактор *О.І. Калашникова*
Технічний редактор *В.В. Прилуков*
Художнє оформлення та комп'ютерна верстка *В.В. Прилукова*

Підп. до друку 01.10.2012. Формат 60x90¹/₁₆
Тираж 300. Умов. друк. арк. 17,19. Зам. 1202-14

Видавництво ТОВ «Карбон Лтд»
01133, м. Київ, пров. Лабораторний 1, оф. 230.
тел. 522-98-76
Свідоцтво ДК №2116 від 25.02.2005

Надруковано ТОВ «Карбон-Сервіс»
01133, м. Київ, пров. Лабораторний 1, оф. 120.
тел. 528-24-91
Свідоцтво ДК №4301 від 11.04.2012