

Інформатизація освіти



Ілля Теплицький,
доцент Криворізького державного
педагогічного університету,
кандидат педагогічних наук,

Сергій Семеріков,
доцент Криворізького державного
педагогічного університету,
кандидат педагогічних наук

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХІВ ТІЛ ПІД ДІЄЮ СИЛИ ВСЕСВІТНЬОГО ТЯЖІННЯ

(Продовження. Початок див.: 2008. – № 1, с. 85–96.)

1. Узагальнення закону всесвітнього тяжіння на випадок довільного показника степеня для відстані між тілами

Передбачається дослідження закону всесвітнього тяжіння, записаного у вигляді:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^k}, \quad (1)$$

де k – довільне дійсне число.

Така постановка проблеми дослідження виходить за межі шкільних курсів фізики й математики і фактично є об'єктом курсу теоретичної фізики (наприклад [3, 48–49]). В означеній ситуації дослідження комп'ютерних моделей виявляється єдиним методом, що дає змогу усунути ускладнення, пов'язані з обмеженим математичним апаратом школярів.

Розглянемо простий випадок – рух супутника – і при цьому знехтуємо масою супутника в порівнянні з масою центрального тіла, а також опором середовища і впливом інших тіл на дані два тіла.

Розглянемо *рис. 1*.

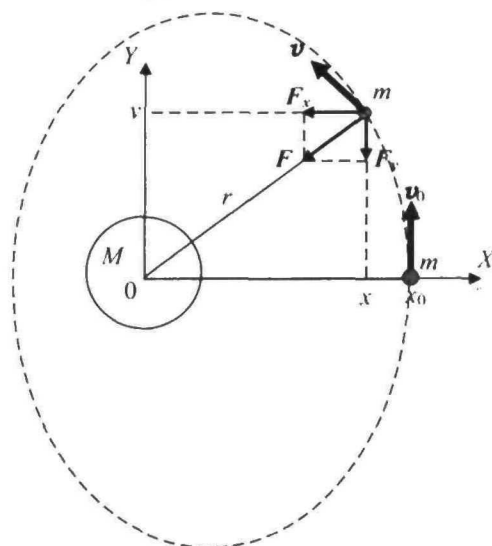


Рис. 1

Як і завжди, положення супутника визначається двома координатами x , y

і, крім того, $\frac{F_x}{F} = -\frac{x}{r}$, $\frac{F_y}{F} = -\frac{y}{r}$, що те-
пер разом з (1) дає

$$F_x = -\frac{GMmx}{r^{k+1}}; \quad F_y = -\frac{GMmy}{r^{k+1}}.$$

Відповідно проєкції прискорення:

$$a_x = -\frac{GMx}{r^{k+1}}; \quad a_y = -\frac{GM y}{r^{k+1}}.$$

Оскільки $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, то

$$a_x = -\frac{GMx}{(x^2 + y^2)^{k+1}},$$

$$a_y = -\frac{GM y}{\sqrt{(x^2 + y^2)^{k+1}}}. \quad (2)$$

Система рівнянь (2) є новою математичною моделлю руху супутника.

Конкретизуємо задачу і дослідимо уявлюваний рух Землі навколо Сонця відповідно до (1).

Нагадаємо, що тіло стає супутником, якщо у початковий момент орбітального руху йому надати першої космічної швидкості $v_{1к}$, значення якої звичайно знаходять за умови, що сила тяжіння забезпечує необхідне доцентрове (нормальне) прискорення:

$$G \frac{M \cdot m}{r^k} = \frac{mv^2}{r}, \text{ звідки}$$

$$v_y(0) = v_{1к} = \sqrt{GM / r^{(k-1)}}. \quad (3)$$

Нехай, як і раніше, початковий момент відповідає точці перетину орбіти з віссю абсцис.

Обчислювальний експеримент

Не повторюючи схеми обчислень, відмітимо головне: обчислення координат x , y точок орбіти виконується за відомою циклічною схемою *прискорення* \rightarrow *швидкість* \rightarrow *координата*.

Зазначимо вхідні дані та початкові умови для системи тіл Сонце–Земля: $M = 2 \cdot 10^{30}$ кг, $m = 6 \cdot 10^{24}$ кг, $r = 1,5 \cdot 10^8$ м і нехай у початковий момент ($t = 0$) $x(0) = r$, $y(0) = 0$, $v_x(0) = 0$, $v_y(0) = v_{1к}$. Тут індекси 1 відносяться до центрального тіла (Сонця), а індекси 2 – до тіла-супутника (Землі).

Крок збільшення часу Δt будемо добирати експериментально.

Ключові комірки цієї таблиці мають такий уміст:

Комірка	Формули / числа	Примітки
H7	=2	Значення k
H8	=0	
H9	=(H2*H4/H6*(H7-1))^0,5	$v_{1к}$ – перша космічна
H10	=H6	
H11	=0	Копіювати в A3 і A4
A2	=-\$H\$2*\$H\$4*\$E2^2/((КОРЕНЬ((E2)^2+(F2)^2))^(H\$7+1))	Копіювати в B3 і B4
B2	=-\$H\$2*\$H\$4*\$F2^2/((КОРЕНЬ((E2)^2+(F2)^2))^(H\$7+1))	
C2	=\$H\$7	
D2	=\$H\$8	
E2	=\$H\$9	
F2	=\$H\$10	
C3	=C2+A2*\$H\$3^0,5	
D3	=D2+B2*\$H\$3^0,5	Копіювати в E4
E3	=E2+C3*\$H\$3	Копіювати в F4
F3	=F2+D3*\$H\$3	
C4	=C3-A3*\$H\$3	
D4	=D3+B3*\$H\$3	

Порядок роботи:

- заповнити комірки H2–H7 і ключові комірки;
- усі формули 4-го рядка (від A4 по F4) копіювати у наступні 200 рядків;
- за даними стовпців E та F будують графік $y = y(x)$ – (траєкторію руху).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	a_x	a_y	v_x	v_y	x	y	Дано:	
2	-5931	0	0	943186	1,50E+08	0,00E+00	$G = 6,67E-11$	
3	-5927	-205	-16309	943186	1,50E+08	5,19E+06	$t = 5,5$	
4	-5916	-410	-48908	942058	1,50E+08	1,04E+07	$M = 2,0E+30$	
5	-5899	-614	-81449	939803	1,49E+08	1,55E+07	$m = 6,0E+24$	
6	-5874	-818	-113892	936424	1,49E+08	2,07E+07	$r = 1,5E+08$	
7	-5842	-1021	-146199	931926	1,48E+08	2,58E+07	$k = 2,0$	
8	-5803	-1222	-178331	926312	1,47E+08	3,09E+07	$v_x(0) = 0$	
9	-5758	-1422	-210249	919591	1,46E+08	3,60E+07	$v_y(0) = 9,43E+05$	
10	-5705	-1620	-241916	911770	1,44E+08	4,10E+07	$x(0) = 1,5E+08$	
11	-5645	-1817	-273293	902859	1,43E+08	4,59E+07	$y(0) = 0$	
...

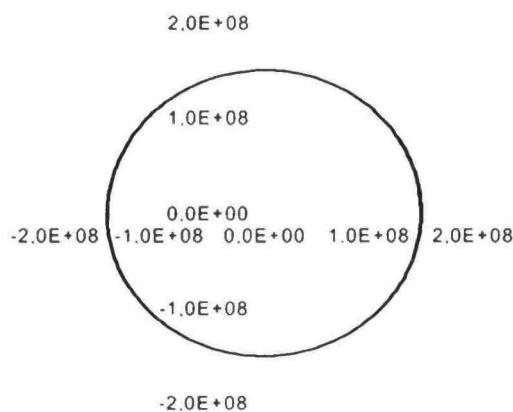


Рис. 2

Враховуючи, що в досліджуваній моделі формули для прискорень a_x і a_y та для першої космічної швидкості $v_{1к}$ модифіковані, маємо розглядати *рис. 2* як вдалий тест на перевірку нових формул при звичайному значенні $k = 2,0$.

Поклавши $k = 1,5$ і $\Delta t = 0,05$ с, отримуємо схожий результат.

Можна переконатися в тому, що *формально коло траєкторія існує для будь-яких значень k*. Зокрема, при $k = 1$ слід було б узяти $\Delta t \approx 0,0005$, а при $k = 2,2 - \Delta t \approx 50$ і т.д. Висновок про існування колових траєкторій є дійсно формальним: якщо простежити за тим, яких значень набуває $v_{1к}$ (комірка Н9) в описаних експериментах, то виявляється, що в міру зменшення k відбувається швидке зростання орбітальної швидкості аж до $c = 3 \cdot 10^8$ м/с і більше, а це принципово неможливо. Таким чином, модель перестає адекватно описувати досліджуване явище. *Такі занадто великі значення $v_{1к}$ слід сприймати всього лише як результати розрахунків за наведеною формулою і ніяк не приписувати об'єкту властивості неадекватної моделі.*

Знову виконаємо тестування. Показник степеня залишимо з попереднім значенням $k = 2$, проте збільшимо орбітальну швидкість $v_{y2}(0)$ тіла-супутника так, щоб задовольнялась умова замкненої траєкторії $v_{1к} < v_y(0) < \sqrt{2} v_{1к}$. Орбіта має набути еліптичної форми. Нагадаємо, що тут вираз $v_{1к}$ – друга космічна швидкість. Тож збільшимо попереднє значення $v_y(0)$, наприклад, в 1,25 рази. Для цього відредагуємо формулу в комірці

Н9: $=(H2 \cdot H4 / H6^{(H7-1)})^{0,5} \cdot 1,25$.

Результат показано на *рис. 3*.

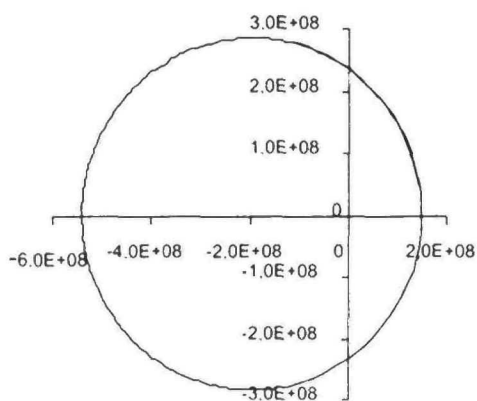


Рис. 3

Якщо початковій швидкості надати значення $v_y(0) = v_{1к}$, тобто ввести до Н9 нового множника

$=(H2 \cdot H4 / H6^{(H7-1)})^{0,5} \cdot 2^{0,5}$,

одержуємо параболічну траєкторію (*рис. 4*).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	a_x	a_y	v_x	v_y	x	y	Дано:	
2	-5931	0	0	1330000	1.50E+08	0.00E+00	G=	6,672E-11
3	-5919	-263	-14827	1330000	1.50E+08	6.67E+06	t=	5
4	-5884	-523	-44422	1328687	1.50E+08	1.33E+07	M=	2,00E+30
5	-5827	-777	-73844	1326075	1.49E+08	2.00E+07	m=	6,00E+24
6	-5749	-1025	-102981	1322187	1.49E+08	2.66E+07	r=	1,50E+08
7	-5650	-1263	-131725	1317062	1.48E+08	3.32E+07	k=	2,00
8	-5533	-1490	-159975	1310747	1.47E+08	3.98E+07	$v_y(0)=$	0
9	-5398	-1703	-187638	1303299	1.46E+08	4.63E+07	$v_x(0)=$	1.33E+06
10	-5249	-1902	-214631	1294784	1.45E+08	5.28E+07	$x(0)=$	1.500E+08
11	-5087	-2086	-240877	1285275	1.44E+08	5.93E+07	$y(0)=$	0

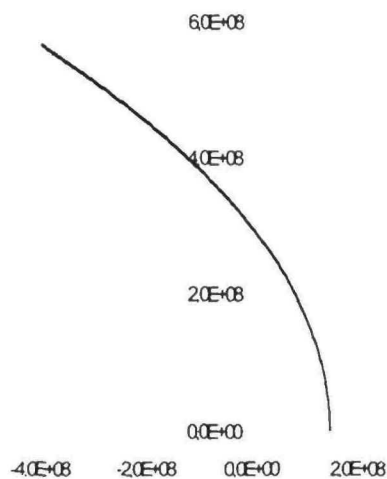


Рис. 4

Отже, модель з модифікованими формулами (1)–(3) пройшла тестування, принаймні ці формули при $k = 2$ приводять до відомих задалегідь результатів.

Перейдемо, нарешті, до експериментів з $k \neq 2$. Нехай $k = 1,8$, $v_y(0) = 1,25 v_{1к}$.

Результати моделювання разом з відповідними Δt подано на *рис. 5* (а–г).

Саме за такими траєкторіями мали б рухатися планети навколо Сонця або супутники навколо планет згідно з законом тяжіння (1).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	a_x	a_y	v_x	v_y	x	y	Дано:	
2	-5931	0	0	943186	1.50E+08	0.00E+00	G=	6,67E-11
3	-5927	-205	-16309	943186	1.50E+08	5.19E+06	t=	5,5
4	-5916	-410	-48908	942058	1.50E+08	1.04E+07	M=	2,0E+30
5	-5899	-614	-81449	939803	1.49E+08	1.55E+07	m=	6,0E+24
6	-5874	-818	-113892	936424	1.49E+08	2.07E+07	r=	1,5E+08
7	-5842	-1021	-146199	931926	1.48E+08	2.58E+07	k=	2,0
8	-5803	-1222	-178331	926312	1.47E+08	3.09E+07	$v_y(0)=$	0
9	-5758	-1422	-210249	919591	1.46E+08	3.60E+07	$v_x(0)=$	9.43E+05
10	-5705	-1620	-241916	911770	1.44E+08	4.10E+07	$x(0)=$	1.5E+08
11	-5645	-1817	-273293	902859	1.43E+08	4.59E+07	$y(0)=$	0

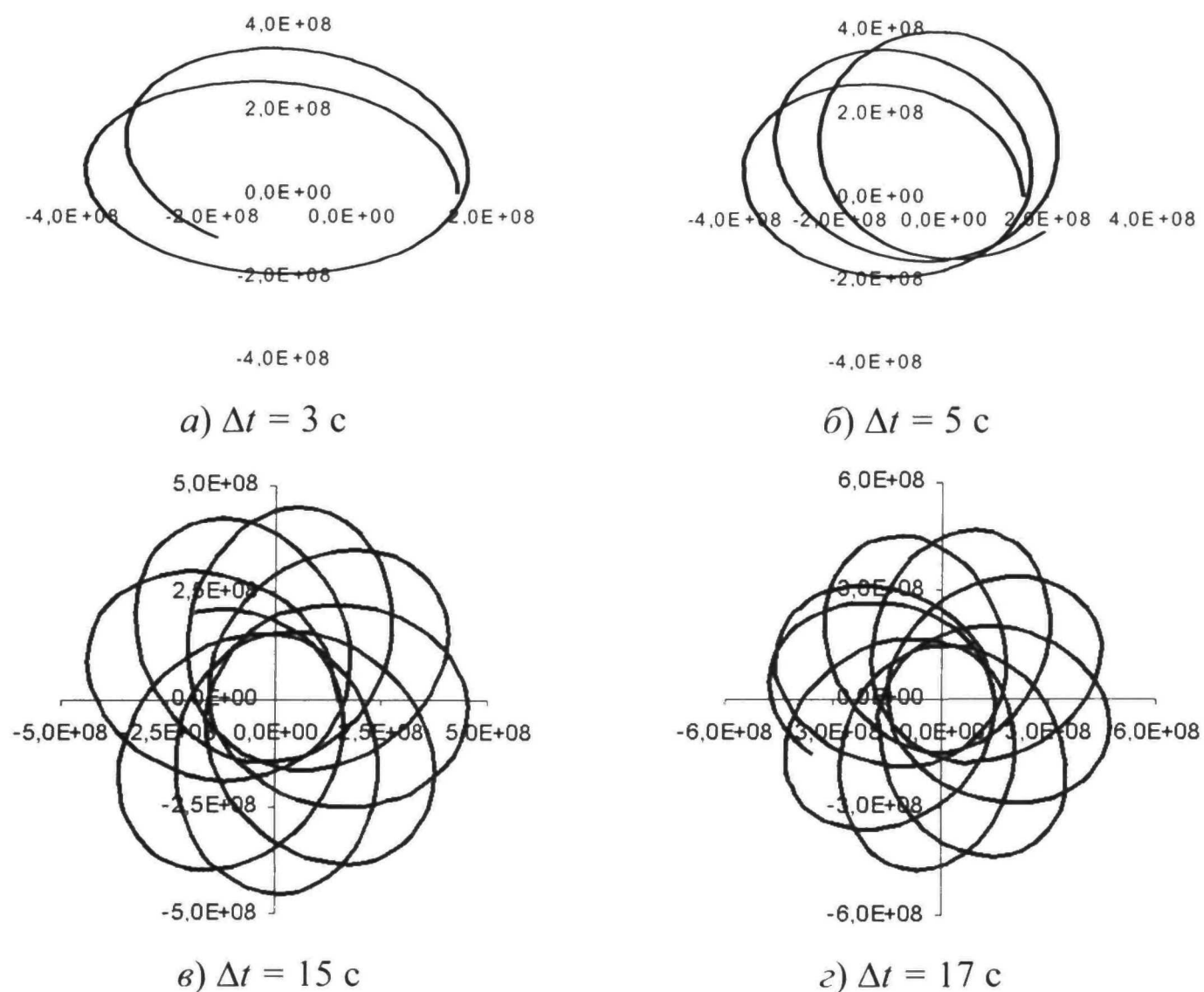


Рис. 5

Рис. 5, а показує, що тіло-супутник, виконавши один оберт уздовж еліпса, не потрапляє у початкову точку, оскільки велика вісь еліпса за цей час повертається на деякий кут $\Delta\varphi$ відносно центрального тіла (точки $0; 0$).

Обговорюване питання розглядається в курсі теоретичної фізики [3, 48–49], звідки запозичено рис. б і подальший коментар.

Якщо область допустимої зміни r обмежена лише однією умовою $r \geq r_{\max}$, то траєкторія приходить із нескінченності і йде на нескінченність.

Якщо область зміни r має дві границі r_{\min} і r_{\max} , то траєкторія цілком лежить всередині кільця, обмеженого колами $r = r_{\max}$ і $r = r_{\min}$ (рухи вздовж таких траєкторій називають фінітними). Це, однак, не означає, що траєкторія

неодмінно є замкнутою кривою. За час, протягом якого r змінюється від r_{\max} до r_{\min} і потім знову до r_{\max} , радіус-вектор повернеться на кут $\Delta\varphi$. Умова замкнутості траєкторії полягає в тому, щоб цей кут дорівнював раціональній частині від

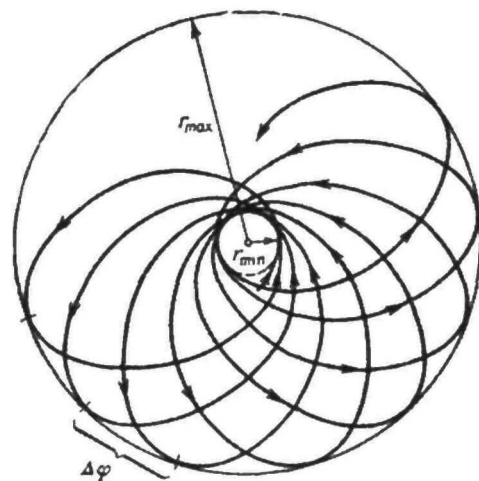


Рис. 6

2π , тобто мав вигляд $\Delta\varphi = 2\pi t / n$, де t, n – цілі числа. Тоді через n повторень цього часу радіус-вектор точки, виконавши t повних обертів, збіжиться зі своїм початковим значенням, тобто траєкторія замкнеться.

Однак такі випадки виняткові, і при довільному значенні кут $\Delta\varphi$ не є раціональною частиною від 2π . Тому в загальному випадку траєкторія фінітного руху не замкнута. Вона нескінчену кількість разів проходить через мінімальну і максимальну відстань (як, наприклад, на рис. 6) і за нескінченний час заповнює все кільце між двома граничними колами.

Існують лише два типи центральних полів, де всі траєкторії фінітних рухів замкнені. Це поля, в яких потенціальна енергія частинки пропорційна $1/r$ або r^2 . Перший з цих випадків відповідає $k = 2$ (світ, у якому ми живемо).

Отже, єдиним методом, що іноді дає змогу виконати дослідження і усунути ускладнення, пов'язані з обмеженням математичним апаратом, є *комп'ютерне моделювання* (обчислювальний експеримент).

5. Комп'ютерне моделювання абсолютних та відносних рухів планет Сонячної системи.

У попередніх матеріалах йшлося про вивчення зі школярами рухів тіл під дією сили всесвітнього тяжіння. Там були отримані такі результати: 1) розраховані й побудовані всі можливі траєкторії рухів тіл у центральних полях (криві другого порядку – коло, еліпс, парабола і гіпербола); 2) для тіл із сумірними масами був реалізований перехід до системи відліку, пов'язаної зі спільним центром мас; 3) для планет засобами обчислювального експерименту доведена відповідність їхніх рухів законам Кеплера; 4) було здійснено узагальнення закону всесвітнього тяжіння на випадок довільного показника степеня k для відстані r між тілами, тобто закон був розглянутий у вигляді з наступним аналізом можливих зна-

чень показника степеня k . Основною метою чергового дослідження поставимо задачу побудови траєкторій руху планет у двох системах відліку: в системі, пов'язаній із Сонцем (геліоцентричній), та в системі, пов'язаній із Землею (геоцентричній), тобто в другому випадку дослідимо питання про вигляд планетних траєкторій з точки зору земного спостерігача.

Така постановка проблеми дослідження залишається в межах шкільних курсів фізики й математики. Зокрема, учням 9 класу відомі правила переходу від однієї системи координат до іншої (на прикладі паралельного перенесення).

1. Геліоцентрична система відліку.

Побудуємо в одній координатній площині траєкторії руху Землі і Марсу навколо Сонця. Відповідні дані про планети будемо брати з [7, 120–133].

Для розміщення даних про Землю й Марс на одному аркуші електронних таблиць змінимо структуру таблиці, наведеної в попередньому фрагменті: внаслідок розгляду двох планет кількість стовпців зростає вдвічі.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	a_1	a_2	a_3	a_4	v_{1x}	v_{1y}	v_{2x}	v_{2y}	x_1	y_1	x_2	y_2	Дано:	(С)
2													$G = 6.672E-11$	
3													$R = 172800$	
4													$M = 1.908E+30$	
5													$m = 5.978E+24$	
6													$m = 4.429E+23$	
7													$r_1 = 1.498E+11$	
8													$r_2 = 2.279E+11$	
9													$v_{1x}(0) = 0$	
10													$v_{1y}(0) = 2.98E+04$	
11													$v_{2x}(0) = 0$	
12													$v_{2y}(0) = 2.41E+04$	
13													$x_1(0) = 1.496E+11$	
14													$y_1(0) = 0$	
15													$x_2(0) = 2.279E+11$	
16													$y_2(0) = 0$	
...														

Параметри з індексом 1 відповідають Землі, з індексом 2 – Марсу.

Вибір як початкових швидкостей $v_{1x}(0), v_{2x}(0)$, відповідно розрахованих за формулою $v_{1k} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ (перших космічних швидкостей), забезпечує колові траєкторії руху планет, що є спрощенням їх реального руху (особливо це стосується Марса), оскільки насправді планетні орбіти є еліпсами. При моделюванні для перетворення колових орбіт

на еліптичні, як ми вже бачили, треба вираз для v_{1k} помножити на число k , що задовольняє умову $1 > k > \sqrt{2}$. З астрономії відомо, що для Землі потрібний коефіцієнт становить 1,020204, а для Марса – 1,094442 (комірки N10, N12). Розраховані значення початкових швидкостей відповідають найближчій до Сонця (фокуса) точці траєкторії – афелію.

Ключові комірки цієї таблиці мають такий зміст:

Комірка	Формули / числа	Примітки
N9	=0	Відповідно до рис. 1
N10	=(N2*N4/N7)^0,5	V ₀ для Землі
N11	=0	Відповідно до рис. 1
N12	=(N2*N4/N8)^0,5	V ₀ для Марсу
N13	=N7	
N14	=0	
N15	=N8	
N16	=0	
A2	=-N52*\$N54*12/((I2)^2+(J2)^2)^1,5	Копіювати в A3, A4
B2	=-N52*\$N54*J2/((I2)^2+(J2)^2)^1,5	Копіювати в B3, B4
C2	=-N52*\$N54*K2/((K2)^2+(L2)^2)^1,5	Копіювати в C3, C4
D2	=-N52*\$N54*L2/((K2)^2+(L2)^2)^1,5	Копіювати в D3, D4
E2	=N9	
F2	=N10	
G2	=0	
H2	=N12	
I2	=N13	
J2	=N14	
K2	=N8	
L2	=0	
E3	=E2+A2*\$N53*0,5	
F3	=F2+B2*\$N53*0,5	
G3	=G2+C2*\$N53*0,5	
H3	=H2+D2*\$N53*0,5	
I3	=I2+E3*\$N53	Копіювати в I4
J3	=J2+F3*\$N53	Копіювати в J4
K3	=K2+G3*\$N53	Копіювати в K4
L3	=L2+H3*\$N53	Копіювати в L4
E4	=E3+A3*\$N53	
F4	=F3+B3*\$N53	
G4	=G3+C3*\$N53	
H4	=H3+D3*\$N53	

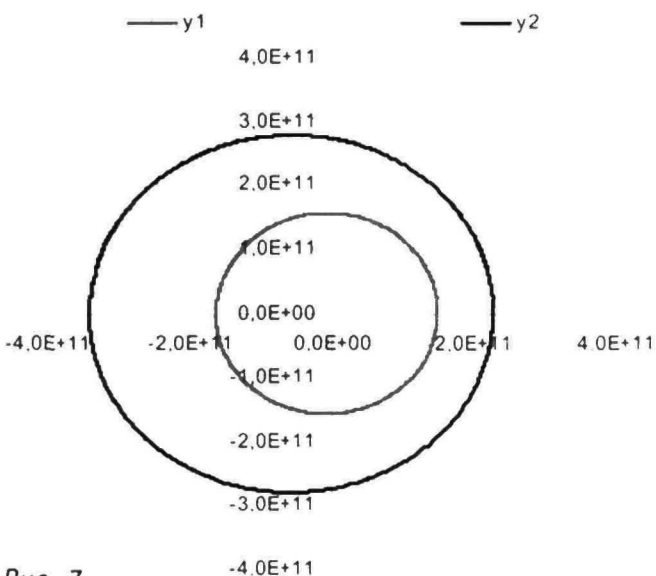


Рис. 7

Порядок роботи:

а) заповнити комірки N2–N8 і ключові комірки згідно з наведеною таблицею;

б) усі формули 4-го рядка (від A4 по L4) копіювати у наступні 365 рядків;

в) за даними стовпців H, I та J, K будуюмо графіки $y_1=y_1(x_1)$, $y_2=y_2(x_2)$ – траєкторії рухів (орбіти) Землі та Марса відповідно (рис. 7).

II. Геоцентрична система відліку.

Відповідний перехід виконаємо паралельним перенесенням початку координат у центр Землі, отримавши таким чином вигляд траєкторії руху Марса з позиції земного спостерігача (рис. 8). Для цього внесемо такі зміни до таблиці: перед стовпцем «Дано» вставимо три нові стовпці, які позначимо $X=x_2-x_1$, $Y=y_2-y_1$ – відносні координати Марса в системі відліку «Земля» та r_{12} – відстань між планетами.

Комірка	Формули	Примітки
M2	=K2-I2	Копіювати в M3–M366
N2	=L2-J2	Копіювати в N3–N366
O2	=(M2^2+N2)^0,5	Копіювати в O3–O366

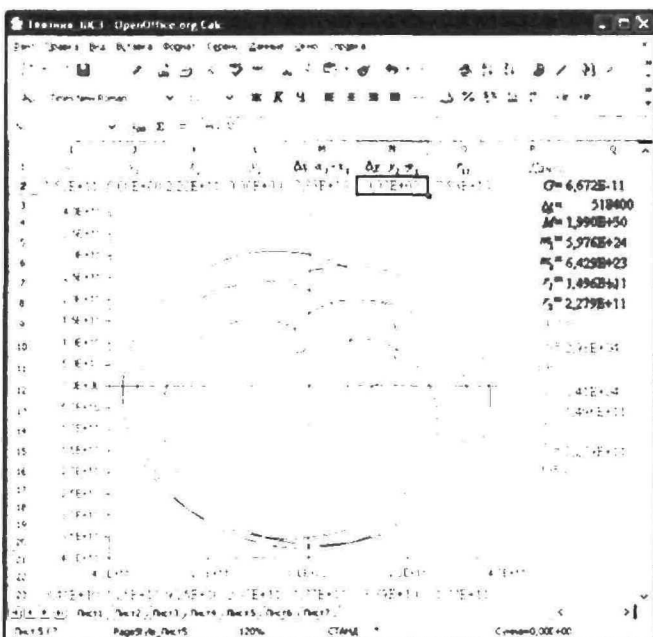


Рис. 8

Рис. 8 відображає видиму з Землі траєкторію руху Марса на небесній сфері. Слід звернути увагу школярів на той факт, що поява петлеподібних траєкторій є суто кінематичним, а не

динамічним ефектом, зумовленим переходом до іншої системи відліку. Саме такі петлеподібні рухи планет спостерігали ще прадавні астрономи Шумеру, Єгипту, Китаю, Давньої Греції.

Систематизацію таких рухів дав Клавдій Птолемей (100–165 рр. н. е.), який створив теорію видимого руху Сонця, Місяця і планет [5, 55–56]. На основі каталогу Гіппарха, власних спостережень та фізики Арістотеля він розробив найбільш докладну й популярну геоцентричну систему світу, яка визначала космологічні уявлення вчених протягом наступних 1500 років. Праця Птолемея «Велика математична побудова астрономії» (в арабському перекладі «Альмагест») у тринадцяти книгах стала науковою астрономічною енциклопедією давнини та Середньовіччя.

За теорією Птолемея Земля нерухома та знаходиться в центрі світу, а решта планет разом із Сонцем і Місяцем рівномірно обертаються навколо Землі по колових орбітах. Для пояснення руху планет Птолемей застосував систему гармонійних епіциклів та деферентів (рис. 9): складний петлеподібний рух описувався сумою кількох гармонійних рухів за формулою:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t + \delta_n),$$

де n – кількість епіциклів, необхідних для задовільного опису руху планети, ω_n – колова частота, t – час, A_n – амплітуда, δ_n – початкова фаза.

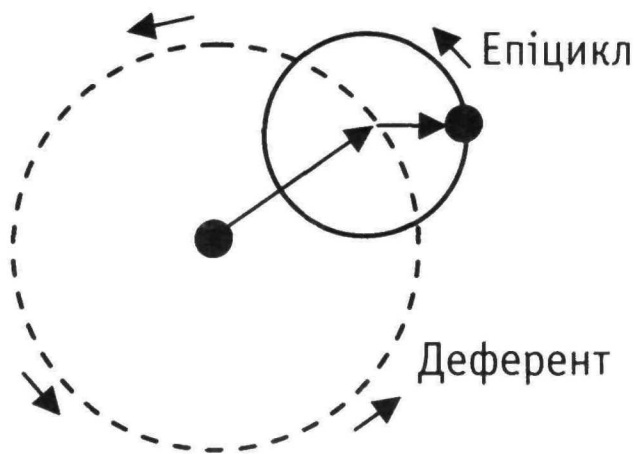


Рис. 9

Епіциклічна система Птолемея була простою, універсальною, економною і, незважаючи на свою принципову хибність, давала змогу прогнозувати астрономічні явища з будь-якою необхідною точністю. З її допомогою можна розв'язувати деякі задачі й сучасної астрометрії, небесної механіки й космонавтики.

Одним із творців нової астрономії і нового наукового світогляду став Микола Коперник (1473–1543). У своїй праці «Про обертання небесних сфер» він виклав геліоцентричну теорію, яка висунула найважливіший принцип будови Всесвіту – його рухомість. Планетарність Землі усувала давні уявлення про унікальність її як центра обертання Всесвіту. Учням буде цікаво дізнатися, що розрахунки руху планет «за теорією М. Коперника» давали меншу точність у передбаченні положень планет, ніж розрахунки «за теорією Птолемея». Справа в тому, що в теорії М. Коперника планети мали рухатися рівномірно по ідеально круглих орбітах. Насправді ж, як пізніше встановив Й. Кеплер, орбіти планет мають форму еліпса, а швидкості їхнього руху періодично змінюються [5, 67].

Сам Птолемей з честю справжнього вченого визнавав виключно прикладний характер своєї системи і відмовлявся розглядати її як космологічну за браком переконливих доказів на користь гео- чи геліоцентричної теорій світу.

Повертаючись до результатів моделювання, зазначимо, що за даними зі стовпця r_{12} можна визначити відстань між планетами під час протистоянь. І хоч якісна картина відносного руху Марса є цілком задовільною, та через уведені до моделі спрощення (рівномірний рух планет по колових орбітах) кількісні результати відрізняються від відомих із спостережень. Зокрема, відстань між Землею та Марсом під час великого протистояння має бути ~ 55 млн. км, тоді як за таблицею отримуємо суттєво менше значення.

Для подолання цього недоліку скористаємося програмним комплексом VPNBody, призначеним для моделювання з високою точністю сонячноподібних систем. Перенесення початку координат до центру Землі потребувало модифікації комплексу: до характеристик об'єкта було введено параметр

$$\text{min_r[Earth, Mars]} = 5.613492E+010$$

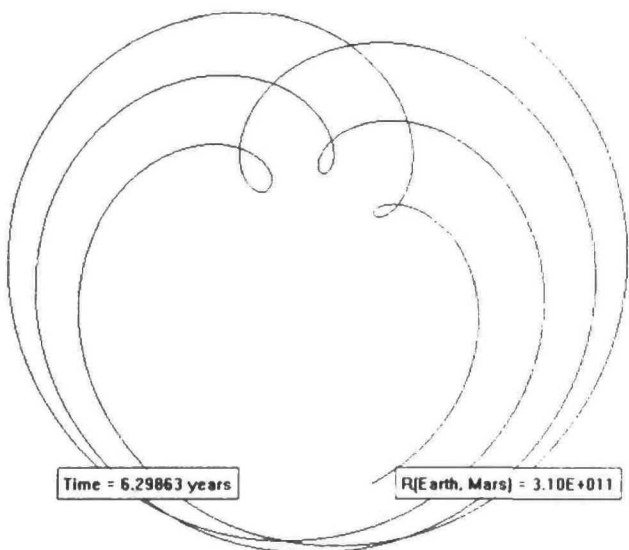


Рис. 10

DIFF, яким може володіти лише один об'єкт у системі; під час обчислення траєкторій руху цей об'єкт вважається нерухомим, а решта – такими, що рухаються навколо нього.

На рис. 10 показано результати моделювання у VPNBody руху Марса з точки зору земного спостерігача. Розрахунок показує, що за 6 років відбулося три протистояння, і останнє з них виявилось великим – обчислена мінімальна відстань склала 56 млн. 135 тис. км.

На рис. 11 показано рух планет Сонячної системи з точки зору спостерігача на Нептуні. Результати моделювання показують, що внутрішні планети Сонячної системи виконують повний оберт навколо Нептуна за 163 земних роки.

Висновки

1. Однією з умов успішного вивчення основ комп'ютерного моделювання є залучення школярів до проце-

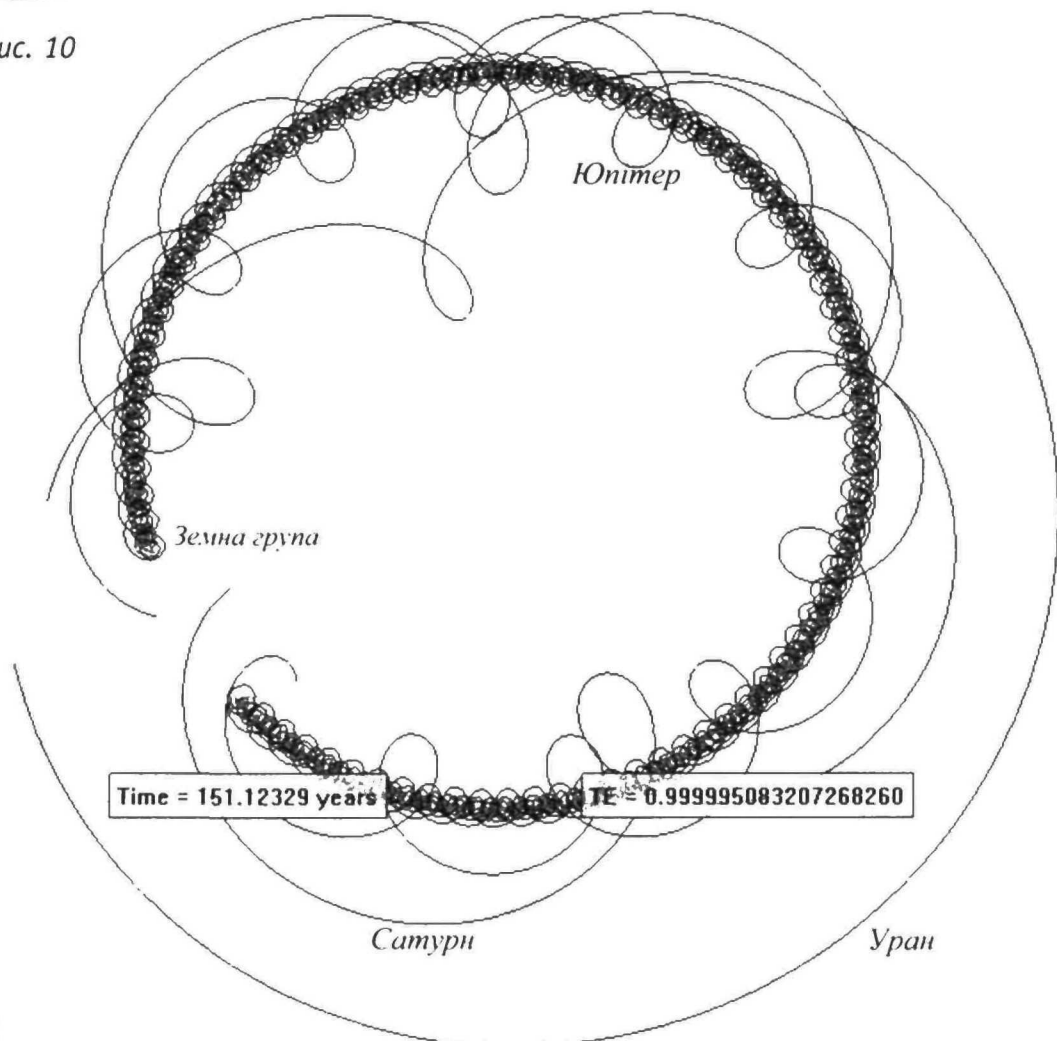


Рис. 11

су розробки математичних моделей і до експериментування з ними.

2. Багато задач про рухи тіл під дією змінних сил можна розв'язати наближено з досить високою точністю за допомогою чисельного аналізу, коли застосування аналітичних методів виявляється з різних причин неможливим. Саме тому автори факультативних курсів фізики (наприклад [1, 81–90]) вважають доцільним ознайомлення школярів з основами чисельного аналізу.

3. Постановка проблем дослідження не є традиційною, хоч здебільшого і не виходить за межі шкільних курсів математики, фізики й астрономії. Проте, сам процес їх вирішення і отримані результати мають не лише пізнавальне, а й велике світоглядне значення: вони дають змогу школярам безпосередньо переконаватися в тому, що в тих випадках, коли експериментування з реальними об'єктами виявляється принципово неможливим, експерименти проводять з математичними моделями цих об'єктів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кабардин О. Ф. Факультативный курс физики, 8 кл.: Пособие для учащихся. — М.: Просвещение, 1973. — 206 с.
2. Коршак Е. В., Ляшенко О. І., Савченко В. Ф. Фізика, 9 кл.: Підруч. для серед. шк. — Київ—Ірпінь: Перун, 2002. — 232 с.

3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. — В 10-ти т.: Т. 1. Механика. — 4-е изд., испр. — М.: Наука, 1988. — 216 с.

4. Ліннік О. П., Моїсеєнко Н. В., Євтєєв В. М., Теплицький І. О., Семеріков С. О. Об'єктно-орієнтоване моделювання у підготовці майбутніх учителів фізики // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського державного університету: Серія педагогічна. Вип. 12: Проблеми дидактики фізики та шкільного підручника фізики в світлі сучасної освітньої парадигми. — Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний університет, інформаційно-видавничий відділ, 2006. — С. 127—130.

5. Румянцев А. Ю., Серветник Т. А. Астрономия: Учебно-методическое пособие для преподавателей астрономии, студентов педагогических вузов и учителей средних учебных заведений / Под ред. А.В. Усовой. — Магнитогорск: МаГУ, 2003. — 309 с.

6. Соловйов В. М., Семеріков С. О., Теплицький І. О. Інструментальне забезпечення курсу комп'ютерного моделювання // Комп'ютер у школі та сім'ї. — 2000. — № 2. — С. 28—32.

7. Струве О., Линдс Б., Пилланс Э. Элементарная астрономия. — М.: Наука, 1964. — 468 с.

8. Теплицький І. О. Елементи комп'ютерного моделювання: Навч. посібник. — Кривий Ріг: КДПУ, 2005. — 208 с.

9. Теплицький І. О., Семеріков С. О. Комп'ютерне моделювання механічних рухів у середовищі електронних таблиць // Фізика та астрономія в школі. — 2002. — № 5. — С. 40—46.

10. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. — М.: Мир, 1967. — Т. 1. — 267 с.

11. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Задачи и упражнения с ответами и решениями. — М.: Мир, 1969. — 624 с.