

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АБСОЛЮТНИХ ТА ВІДНОСНИХ РУХІВ ПЛАНЕТ СОНЯЧНОЇ СИСТЕМИ

І.О. Теплицький, С.О. Семеріков

м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

ss@optima.com.ua

Стаття присвячена досвіду впровадження технології комп'ютерного моделювання у факультативному курсі «Основи комп'ютерного моделювання з фізики» для учнів 9-11 класів технічного та фізико-математичного профілю та в курсі «Об'єктно-орієнтоване програмування» для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів.

Ключові слова: творчі здібності, інформатика, комп'ютерне моделювання, електронні таблиці, об'єктно-орієнтоване програмування, бібліотека VPython, методична система навчання.

The article is devoted to methodic teaching of computer modeling in course «Elements of computer modeling in physics» for pupils of 9-11 forms with profound studying of technical, physical and mathematical disciplines and in course «Object-oriented technology of programming» at physical-mathematical departments of the pedagogical schools institutions.

Key words: creative capacities, information science, computer simulation, spreadsheets, object-oriented technology of programming, class library VPython, methodical system of training.

Постановка проблеми. Автори продовжують обговорення змістового наповнення факультативного курсу “Комп'ютерне моделювання з фізики” для учнів 9-11 класів середньої школи. Нагадаємо провідну ідею курсу: в тих випадках, коли експериментування з реальними об'єктами виявляється практично неприйнятним або принципово неможливим, експерименти проводять з математичними моделями цих об'єктів. Якщо при цьому використовують комп'ютер, то говорять про *комп'ютерне моделювання*, а відповідне дослідження називають *обчислювальним експериментом*.

В останні роки автори регулярно публікують у педагогічних виданнях матеріали за цією тематикою ([1; 3; 5–8] та інші). Зокрема, у [7] йшлося про вивчення зі школярами рухів тіл під дією сили всесвітнього тяжіння. Там були отримані такі результати: 1) розраховані й побудовані всі можливі траєкторії рухів тіл у центральних полях (криві другого порядку – коло, еліпс, парабола і гіпербола); 2) для планет засобами обчислювального експерименту доведена

відповідність їхніх рухів законам Кеплера; 3) для тіл із сумірними масами був реалізований перехід до системи відліку, пов'язаної зі спільним центром мас; 4) проілюстрована «всесвітність» закону тяжіння.

У [8] було здійснено узагальнення закону всесвітнього тяжіння на випадок довільного показника степеня k для відстані r між тілами, тобто закон був розглянутий у вигляді $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^k}$ з наступним аналізом можливих значень показника степеня k . На той час матеріал [10] здавався логічним продовженням і завершенням [8]. Проте висновок про завершення виявився передчасним, оскільки незабаром з'ясувалося, що матеріали з [7] і [8] не вичерпують різноманіття теми досліджень, що її надає закон всесвітнього тяжіння.

Пам'ятаючи, що при вивченні криволінійних рухів чи не найбільший інтерес становить питання про вигляд відповідної траєкторії, *основною метою дослідження* поставимо задачу побудови траєкторій планет у двох системах відліку: в системі, пов'язаній із Сонцем (геліоцентричній), та в системі, пов'язаній із Землею (геоцентричній), тобто дослідимо питання про вигляд планетних траєкторій з точки зору земного спостерігача.

Така постановка проблеми дослідження не виходить за межі шкільних курсів фізики й математики. Зокрема з підручника геометрії О.В. Погорелова для 9 класу учням відомі правила переходу від однієї системи координат до іншої (на прикладі паралельного перенесення).

Основна частина.

I. Геліоцентрична система відліку.

Як і на початку [7], розглянемо випадок руху планети навколо Сонця на основі наступних очевидних (1–3) припущень:

Припущення 1. Маса планети набагато менша за масу центрального тіла – Сонця: $m_{пл} \ll m_c$. Як і раніше, це дозволить вважати Сонце нерухомим.

Припущення 2. Відстань між планетою та Сонцем значно перевищує їхні розміри, тобто вважатимемо ці тіла матеріальними точками. Це забезпечить застосовність закону всесвітнього тяжіння.

Припущення 3. Знехтуємо опором середовища, адже реально планети рухаються у вакуумі.

Припущення 4. Будемо також нехтувати впливом інших тіл Сонячної системи на дану планету. У такому разі на неї діятиме тільки одна сила всесвітнього тяжіння з боку Сонця.

Побудуємо в одній координатній площині траєкторії руху Землі і Марсу навколо Сонця. Відповідні дані про планети будемо брати з [4, 120–133].

Зауваження. У відповідності до припущень 1–4 ми розглядатимемо не систему з трьох взаємодіючих тіл, а дві незалежні системи з двох тіл кожна.

Нагадаємо, що рух планети відбувається у площині, в якій лежать вектор \mathbf{v} швидкості планети і центр Сонця. В цій самій площині знаходиться і вектор \mathbf{F} сили тяжіння. Опис такого руху здійснимо в прямокутній системі координат з початком у центральному тілі (рис. 1).

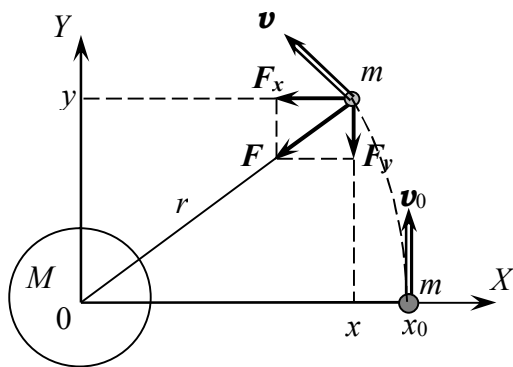


Рис. 1

Тут F_x і F_y – складові вектора \mathbf{F} сили тяжіння; M , m – відповідно маси Сонця й планети; \mathbf{v} – вектор орбітальної швидкості планети. Положення планети визначається двома координатами x , y . Початковим координатам планети надаємо значень $x=x_0$, $y=0$; початкову швидкість планети визначає вектор \mathbf{v}_0 .

Відстань r між тілами будемо визначати за теоремою Піфагора: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Для розміщення даних про Землю та Марс на одному листі електронних таблиць змінимо структуру таблиці, наведеної у [8] (кількість стовпців зростає в два рази внаслідок розгляду двох планет):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	a_{1x}	a_{1y}	a_{2x}	a_{2y}	v_{1x}	v_{1y}	v_{2x}	v_{2y}	x_1	y_1	x_2	y_2	Дано:	(CI)
2													$G=$	6,672E-11
3													$\Delta t=$	172800
4													$M=$	1,990E+30
5													$m_1=$	5,976E+24
6													$m_2=$	6,429E+23
7													$r_1=$	1,496E+11

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
8													$r_2=$	2,279E+11
9													$v_{1x}(0)=$	0
10													$v_{1y}(0)=$	2,98E+04
11													$v_{2x}(0)=$	0
12													$v_{2y}(0)=$	2,41E+04
13													$x_1(0)=$	1,496E+11
14													$y_1(0)=$	0
15													$x_2(0)=$	2,279E+11
16													$y_2(0)=$	0
...														

Параметри з індексом 1 відповідають Землі, з індексом 2 – Марсу.

Вибір в якості початкових швидкостей відповідно розрахованих (комірки N10, N12) перших космічних швидкостей забезпечує коліві траєкторії руху планет, що є спрощенням їх реального руху (особливо це стосується Марсу).

Ключові комірки цієї таблиці мають такий уміст:

комірка	формули / числа	примітки
N9	=0	відповідно до рис. 1
N10	=(N2*N4/N7)^0,5	перша космічна швидкість для Землі
N11	=0	відповідно до рис. 1
N12	=(N2*N4/N8)^0,5	перша космічна швидкість для Марсу
N13	=N7	
N14	=0	
N15	=N8	
N16	=0	
A2	=\$N\$2*\$N\$4*I2/((I2)^2+(J2)^2)^1,5	копіювати в A3, A4
B2	=\$N\$2*\$N\$4*J2/((I2)^2+(J2)^2)^1,5	копіювати в B3, B4
C2	=\$N\$2*\$N\$4*K2/((K2)^2+(L2)^2)^1,5	копіювати в C3, C4
D2	=\$N\$2*\$N\$4*L2/((K2)^2+(L2)^2)^1,5	копіювати в D3, D4
E2	=N9	
F2	=N10	
G2	=0	
H2	=N12	
I2	=N13	
J2	=N14	
K2	=N8	
L2	=0	
E3	=E2+A2*\$N\$3*0,5	
F3	=F2+B2*\$N\$3*0,5	
G3	=G2+C2*\$N\$3*0,5	
H3	=H2+D2*\$N\$3*0,5	
I3	=I2+E3*\$N\$3	копіювати в I4
J3	=J2+F3*\$N\$3	копіювати в J4
K3	=K2+G3*\$N\$3	копіювати в K4
L3	=L2+H3*\$N\$3	копіювати в L4
E4	=E3+A3*\$N\$3	
F4	=F3+B3*\$N\$3	

$$G4 \quad =G3+C3*\$N\$3$$

$$H4 \quad =H3+D3*\$N\$3$$

Порядок роботи.

1. Заповнити комірки N2–N8.
2. Заповнити комірки згідно наведеної вище таблиці.
3. Всі формули 4-го рядка (від A4 по L4) копіювати у наступні 365 рядків.
4. За даними стовпців H, I та J, K будуємо графіки $y_1=y_1(x_1)$, $y_2=y_2(x_2)$ – траєкторії рухів (орбіти) Землі та Марсу відповідно (рис. 2).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	a_{1x}	a_{1y}	a_{2x}	a_{2y}	v_{1x}	v_{1y}	v_{2x}	v_{2y}	x_1	y_1	x_2	y_2	Дано:	(CI)
2	-5,9e-3	0,0e0	-2,6e-3	0,0e0	0,0e0	3,0e4	0,0e0	2,4e4	1,5e11	0,0e0	2,3e11	0,0e0	$G=$	6,672E-11
3	-5,9e-3	-2,0e-4	-2,6e-3	-4,7e-5	-5,1e2	3,0e4	-2,2e2	2,4e4	1,5e11	5,2e9	2,3e11	4,2e9	$\Delta t=$	172800
4	-5,9e-3	-4,1e-4	-2,6e-3	-9,4e-5	-1,5e3	3,0e4	-6,6e2	2,4e4	1,5e11	1,0e10	2,3e11	8,3e9	$M=$	1,990E30
5	-5,9e-3	-6,1e-4	-2,6e-3	-1,4e-4	-2,6e3	3,0e4	-1,1e3	2,4e4	1,5e11	1,5e10	2,3e11	1,3e10	$m_1=$	5,976E24
6	-5,9e-3	-8,1e-4	-2,6e-3	-1,9e-4	-3,6e3	3,0e4	-1,6e3	2,4e4	1,5e11	2,1e10	2,3e11	1,7e10	$m_2=$	6,429E23
7	-5,8e-3	-1,0e-3	-2,6e-3	-2,3e-4	-4,6e3	2,9e4	-2,0e3	2,4e4	1,5e11	2,6e10	2,3e11	2,1e10	$r_1=$	1,496E11
8	-5,8e-3	-1,2e-3	-2,5e-3	-2,8e-4	-5,6e3	2,9e4	-2,4e3	2,4e4	1,5e11	3,1e10	2,3e11	2,5e10	$r_2=$	2,279E11
9	-5,8e-3	-1,4e-3	-2,5e-3	-3,3e-4	-6,6e3	2,9e4	-2,9e3	2,4e4	1,5e11	3,6e10	2,3e11	2,9e10	$v_{1x}(0)=$	0
10	-5,7e-3	-1,6e-3	-2,5e-3	-3,7e-4	-7,6e3	2,9e4	-3,3e3	2,4e4	1,4e11	4,1e10	2,3e11	3,3e10	$v_{1y}(0)=$	2,98E4
11	-5,7e-3	-1,8e-3	-2,5e-3	-4,2e-4	-8,6e3	2,9e4	-3,7e3	2,4e4	1,4e11	4,6e10	2,3e11	3,7e10	$v_{2x}(0)=$	0
12	-5,6e-3	-2,0e-3	-2,5e-3	-4,7e-4	-9,6e3	2,8e4	-4,2e3	2,4e4	1,4e11	5,1e10	2,2e11	4,2e10	$v_{2y}(0)=$	2,41E4
13	-5,5e-3	-2,2e-3	-2,5e-3	-5,1e-4	-1,1e4	2,8e4	-4,6e3	2,4e4	1,4e11	5,5e10	2,2e11	4,6e10	$x_1(0)=$	1,496E11
14	-5,4e-3	-2,4e-3	-2,5e-3	-5,6e-4	-1,2e4	2,8e4	-5,0e3	2,4e4	1,4e11	6,0e10	2,2e11	5,0e10	$y_1(0)=$	0
15	-5,4e-3	-2,6e-3	-2,5e-3	-6,0e-4	-1,2e4	2,7e4	-5,5e3	2,4e4	1,4e11	6,5e10	2,2e11	5,4e10	$x_2(0)=$	2,279E11
16	-5,3e-3	-2,8e-3	-2,5e-3	-6,5e-4	-1,3e4	2,7e4	-5,9e3	2,3e4	1,3e11	6,9e10	2,2e11	5,8e10	$y_2(0)=$	0
...

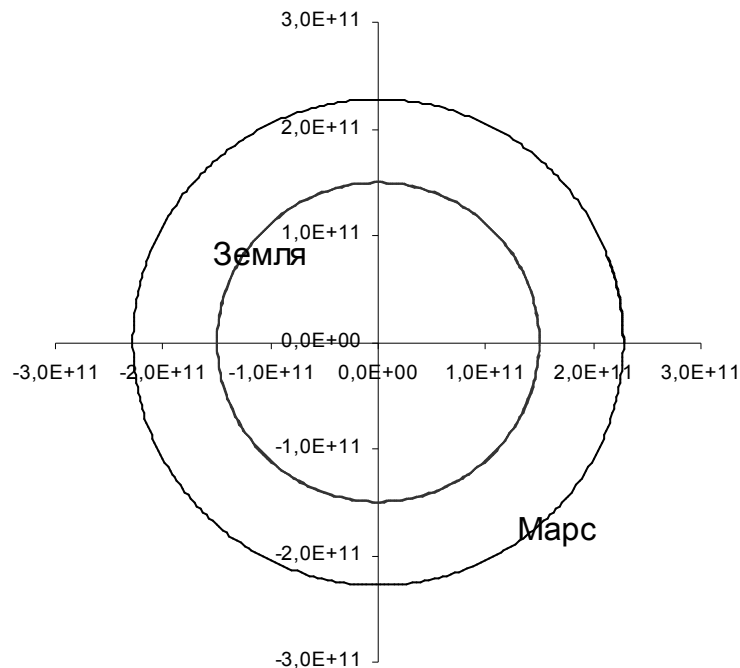


Рис. 2

II. Геоцентрична система відліку.

Відповідний перехід виконаємо паралельним перенесенням початку ко-

ординат у центр Землі, отримавши таким чином вигляд траєкторії руху Марсу з позиції земного спостерігача (рис. 3). Для цього внесемо наступні зміни до таблиці: перед стовпцем “Дано” вставимо три нові стовпці, які позначимо $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$ – відносні координати Марсу в системі відліку “Земля” та r_{12} – відстань між планетами.

комірка	формули / числа	примітки
M2	=K2-I2	копіювати в M3–M366
N2	=L2-J2	копіювати в N3–N366
O2	=(M2^2+N2)^0,5	копіювати в O3–O366

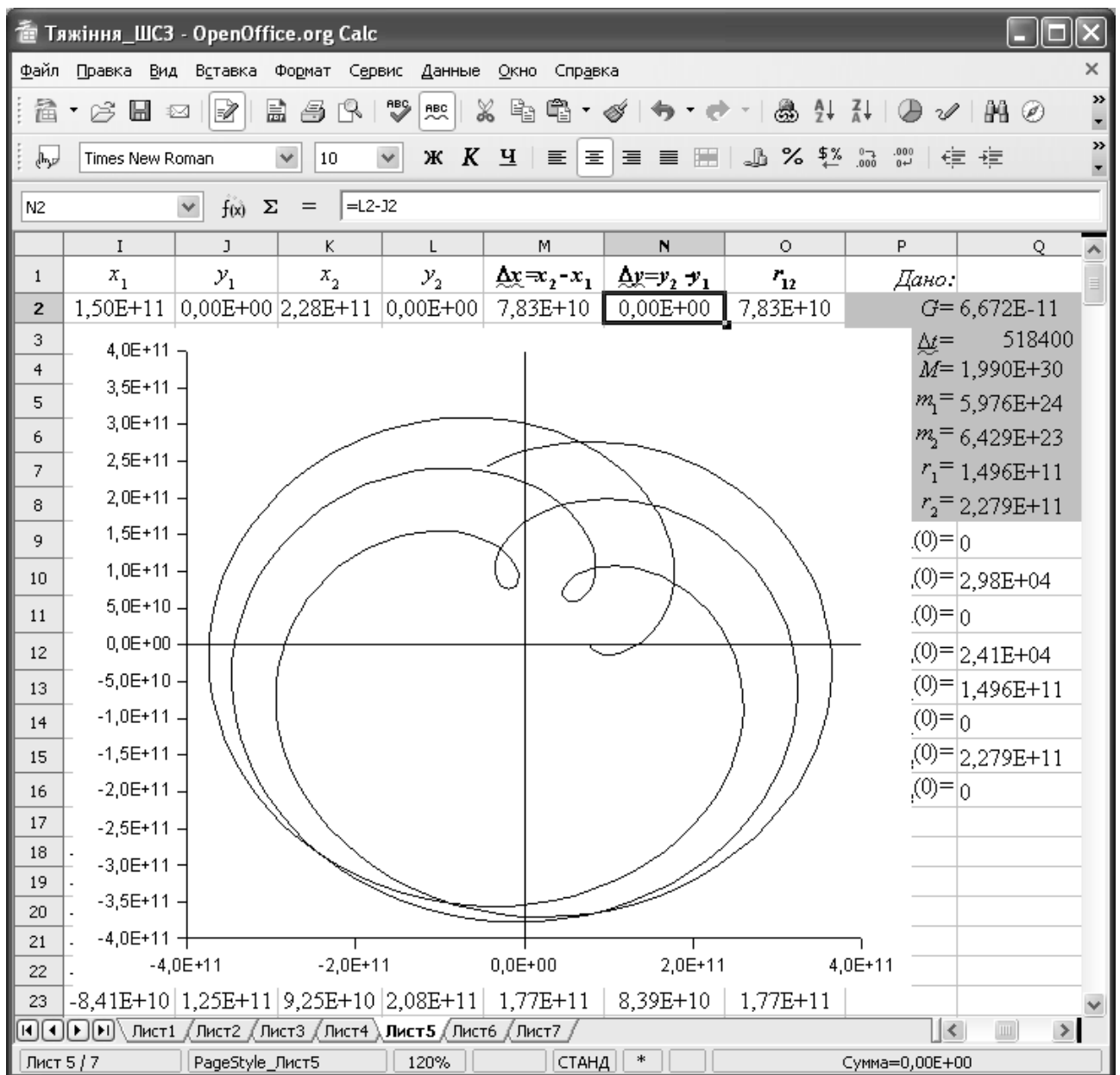


Рис. 3

Рис. 3 відображує видиму з Землі траєкторію руху Марсу на небесній

сфері. Слід звернути увагу школярів на той факт, що поява петлеподібних траєкторій є суто кінематичним, а не динамічним ефектом, обумовленим переходом до іншої системи відліку. Саму такі петлеподібні рухи планет спостерігали ще прадавні астрономи Шумеру, Єгипту, Китаю, Давньої Греції.

Систематизацію таких рухів дав Клавдій Птолемей (100–165 рр. н.е.), який створив теорію видимого руху Сонця, Місяця і планет [2, 55–56]. На основі каталогу Гіппарха, власних спостережень та фізики Аристотеля він розробив найбільш докладну й популярну геоцентричну систему світу, яка визначала космологічні уявлення вчених протягом наступних 1500 років. Праця Птолемея “Велика математична побудова астрономії” (в арабському перекладі “Альмагест”) у тринадцяти книгах стала науковою астрономічною енциклопедією давнини та Середньовіччя.

За теорією Птолемея Земля нерухома та знаходиться в центрі світу, а всі решта планети разом із Сонцем і Місяцем рівномірно обертаються навколо Землі по коловим орбітам. Для пояснення руху планет Птолемей застосував систему гармонійних епіциклів та деферентів (рис. 4): складний петлеподібний рух описувався сумою кількох гармонійних рухів за формулою

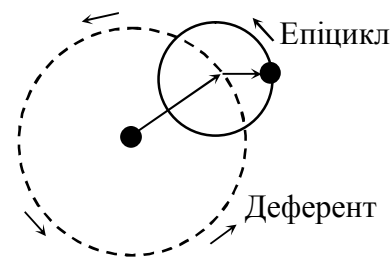


Рис. 4

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t + \delta_n),$$

де n – кількість епіциклів, необхідних для задовільного опису руху планети, ω_n – колова частота, t – час, A_n – амплітуда, δ_n – початкова фаза.

Епіциклічна система Птолемея була простою, універсальною, економною і, незважаючи на свою принципову хибність, дозволяла прогнозувати астрономічні явища з будь-якою необхідною точністю. З її допомогою можна розв’язувати деякі задачі й сучасної астрометрії, небесної механіки й космонавтики.

Одним із творців нової астрономії і нового наукового світогляду став Микола Копернік (1473–1543). У своїй праці «Про обертання небесних сфер»

він виклав геліоцентричну теорію, яка висунула найважливіший принцип будови Всесвіту – його рухомість, планетарність Землі усувала давні уявлення про унікальність її як центра обертання Всесвіту. Учням буде цікаво дізнатись, що розрахунки руху планет «за теорією М. Коперніка» давали меншу точність у передбаченні положень планет, ніж розрахунки «за теорією Птолемея». Справа в тому, що в теорії М. Коперніка планети мали рухатись рівномірно по ідеально круглим орбітам. Насправді ж, як пізніше встановив Й. Кеплер, орбіти планет мають форму еліпса, а швидкості їхнього руху періодично змінюються [2, 67].

Сам Птолемей з честю справжнього вченого визнавав виключно прикладний характер своєї системи і відмовлявся розглядати її як космологічну за браком переконливих доказів на користь гео- чи геліоцентричної теорій світу.

Повертаючись до результатів моделювання, зазначимо, що за даними зі стовпця r_{12} можна визначити відстань між планетами під час протистоянь. І хоч якісна картина відносного руху Марсу є цілком задовільною, та через уведені до моделі спрощення (рівномірний рух планет по коловим орбітам) кількісні результати відрізняються від відомих із спостережень. Зокрема, відстань між Землею та Марсом під час великого протистояння має бути ~55 млн. км, тоді як за таблицею отримуємо суттєво менше значення.

Для подолання цього недоліку скористаємося описаним у [1] комплексом VPNBody, призначеним для моделювання з високою точністю сонячноподібних систем. Перенос початку координат до центру Землі потребував модифікації комплексу: до характеристик об'єкту був введений параметр DIFF, яким може володіти лише один об'єкт у системі; при обчисленні траєкторій руху цей об'єкт вважається нерухомим, а решта – такими, що рухаються навколо нього.

На рис. 5 показано результати моделювання у VPNBody руху Марсу з точки зору земного спостерігача. Розрахунок показує, що за 6 років відбулося три протистояння, і останнє з них виявилось великим – обчислена мінімальна відстань склала 56 млн. 135 тис. км.

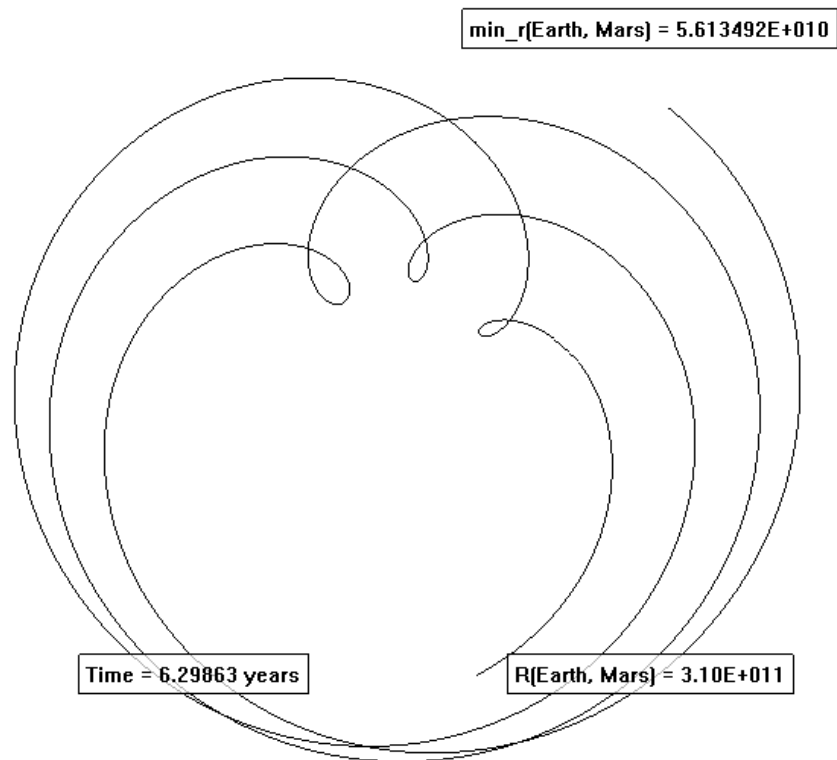


Рис. 5

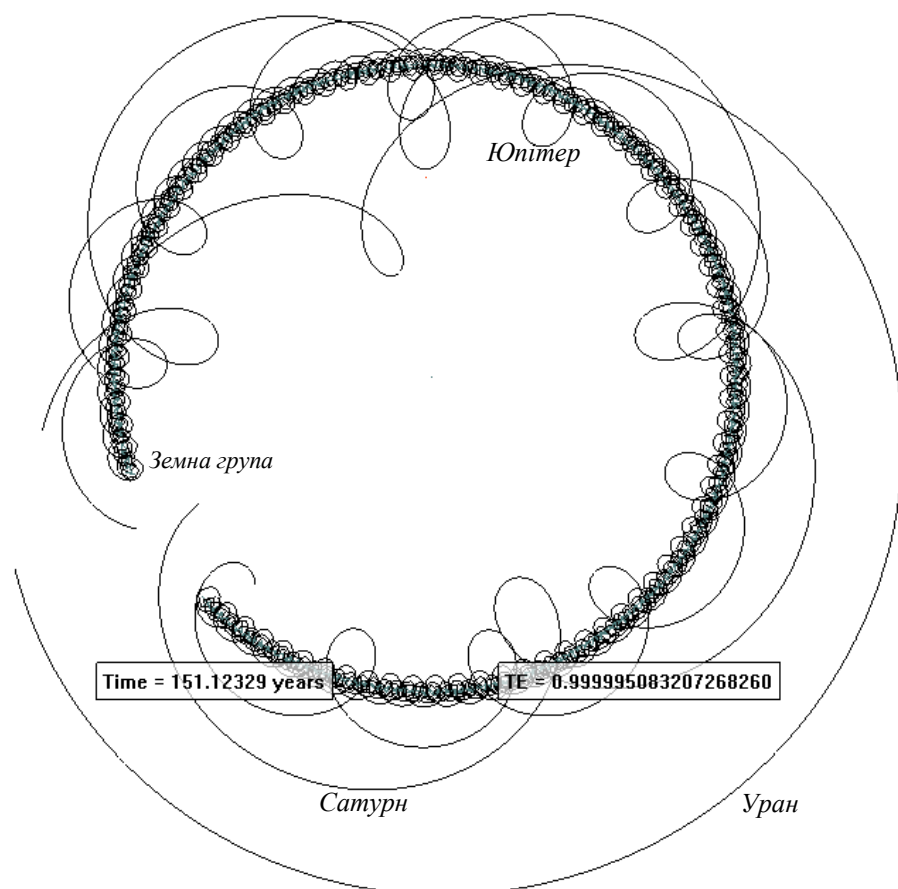


Рис. 6

На рис. 6 показано рух планет Сонячної системи з точки зору спостерігача-

ча на Нептуні. Результати моделювання показують, що внутрішні планети Сонячної системи виконують повний оберт навколо Нептуна за 163 земних роки.

Висновки

1. Постановка проблеми дослідження не є традиційною і виходить за межі шкільного курсу фізики й астрономії. Проте сам процес її розв'язання й отримані результати мають не лише пізнавальне, а й велике світоглядне значення: вони дають можливість школярам безпосередньо познайомитися з геоцентричною моделлю (за Птолемеєм) і зрозуміти ідею переходу від геліоцентричної до геоцентричної моделі світу для побудови траєкторій відносного руху тіл.

2. Доречною тут стане ропозиція вчителя підготувати декільком учням короткі повідомлення з історії становлення наукового світогляду в природознавстві (Птолемеї, Копернік, Кеплер, Ньютон).

3. Крім того, в результаті виконаної роботи з'являється цілком обґрунтована нагода поставити на обговорення питання про те, чому відкриття М. Коперніка вважається науковим подвигом.

Література:

1. Ліннік О.П., Моїсеєнко Н.В., Євтеєв В.М., Теплицький І.О., Семеріков С.О. Об'єктно-орієнтоване моделювання у підготовці майбутніх учителів фізики // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського державного університету: Серія педагогічна. Випуск 12: Проблеми дидактики фізики та шкільного підручника фізики в світлі сучасної освітньої парадигми. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний університет, інформаційно-видавничий відділ, 2006. – С. 127-130.
2. Румянцев А.Ю., Серветник Т.А. Астрономия: Учебно-методическое пособие для преподавателей астрономии, студентов педагогических вузов и учителей средних учебных заведений / Под ред. А.В. Усовой. – Магнитогорск: МаГУ, 2003. – 309 с.
3. Соловйов В.М., Семеріков С.О., Теплицький І.О. Інструментальне забезпе-

- чення курсу комп'ютерного моделювання // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2000. – №2. – С. 28–32.
4. Струве О., Линдс Б., Пилланс Э. Элементарная астрономия. – М.: Наука, 1964. – 468 с.
 5. Теплицький І.О. Елементи комп'ютерного моделювання: Навч. посібник. – Кривий Ріг: КДПУ, 2005. – 208 с.
 6. Теплицький І.О., Семеріков С.О. Факультативний курс “Основи комп'ютерного моделювання” // Зб. наук. праць Кам'янець-Подільського держ. пед. ун-ту: Серія педагогічна. Вип. 8: Дидактики дисциплін фізико-математичної та технологічної освітніх галузей. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський держ. пед. ун-т, інформаційно-видавничий відділ, 2002. – С. 210-217.
 7. Теплицький І.О., Семеріков С.О. Комп'ютерне моделювання руху тіл під дією сили всесвітнього тяжіння // Зб. наук. праць Кам'янець-Подільського держ. ун-ту: Серія педагогічна. Вип. 10: Дидактики дисциплін фізико-матем. та технологічної освітніх галузей. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський держ. універ., інформ.-видавн. відділ, 2004. – С. 166-172.
 8. Теплицький І.О., Семеріков С.О. Комп'ютерне моделювання рухів тіл в центральному полі зі змінним потенціалом // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського держ. універ.: Серія педагогічна. Випуск 12: Проблеми дидактики фізики та шкільного підручника фізики в світлі сучасної освітньої парадигми. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний університет, інформаційно-видавничий відділ, 2006. – С. 313-316.