

ISSN 2309-1479

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Том XIII

Випуск 1 (35):

спецвипуск «Навчальний посібник у журналі»

М. В. Попель

**ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН
У SAGEMATHCLOUD**

Навчальний посібник

Кривий Ріг
Видавничий відділ
ДВНЗ «Криворізький національний університет»
2015

Попель М. В. Організація навчання математичних дисциплін у SageMathCloud : навчальний посібник / М. В. Попель // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. – Кривий Ріг : Видавничий відділ ДВНЗ «Криворізький національний університет», 2015. – Том XIII. – Випуск 1 (35) : спецвипуск «Навчальний посібник у журналі». – 111 с.

Спецвипуск містить навчальний посібник М. В. Попель з факультативного курсу «Організація навчання математичних дисциплін у SageMathCloud» у педагогічних ВНЗ. У посібнику розкрито основні засади використання інструментарію SageMathCloud: створення проекту та його складників, навчальних ресурсів типу course, folder, sagews та sage-chat. Наведено характеристику основних компонентів інтерфейсу SageMathCloud та ресурсів типу course і sagews. Проілюстровано використання основ HTML та LaTeX у процесі оформлення результатів розв'язання основних математичних задач. Розглянуто можливості створення інтерактивних моделей за допомогою стандартних елементів управління.

Для викладачів математичних дисциплін та студентів педагогічних навчальних закладів, всіх, хто цікавиться застосуванням хмаро орієнтованих систем в освіті.

Посібник рекомендовано до друку Вченою радою Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України (протокол № 5 від 28.05.2015 р.).

Науковий журнал заснований у 2001 році. **Засновник і видавець:** Державний вищий навчальний заклад «Криворізький національний університет». Затверджено до друку і поширення через мережу Інтернет (<http://ccjournals.eu/ojs/index.php/tmn>) за рекомендацією Вченої ради (протокол № 1 від 31.08.2015 р.).

Редакційна колегія: *В. М. Соловійов*, д. ф.-м. н., проф. (Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького); *М. І. Жалдак*, д. пед. н., проф., дійсний член НАПН України (Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, м. Київ); *Ю. С. Рамський*, д. пед. н., проф. (Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, м. Київ); *В. І. Клочко*, д. пед. н., проф. (Вінницький національний технічний університет); *С. А. Раков*, д. пед. н., проф. (Український центр оцінювання якості освіти, м. Київ); *Ю. В. Триус*, д. пед. н., проф. (Черкаський державний технологічний університет); *П. С. Атаманчук*, д. пед. н., проф. (Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка); *В. Ю. Биков*, д. т. н., проф., дійсний член НАПН України (Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України); *О. Д. Учитель*, д. т. н., проф. (ДВНЗ «Криворізький національний університет»); *І. О. Теплицький*, к. пед. н., доц. (ДВНЗ «Криворізький національний університет») – відповідальний редактор; *С. О. Семеріков*, д. пед. н., проф. (ДВНЗ «Криворізький національний університет») – відповідальний редактор.

Рецензенти:

С. В. Шокалюк, к. пед. н., доц., доцент кафедри інформатики та прикладної математики ДВНЗ «Криворізький національний університет»

К. І. Словак, к. пед. н., доц., доцент кафедри вищої математики ДВНЗ «Криворізький національний університет»

Адреса редакції: а/с 4809, м. Кривий Ріг, 50086, Україна

ЗМІСТ

Вступ	4
1 SageMathCloud: коротка характеристика.....	5
2 Обліковий запис SageMathCloud	8
3 Проект та його складові	17
3.1 Створення, відкриття, перегляд та редагування основних параметрів проекту	17
3.2 Додавання ресурсу до проекту	19
3.3 Основні налаштування проекту.....	25
4 Робота з ресурсами типу sagemws	29
4.1 Інтерфейс сторінки ресурса типу sagemws.....	29
4.2 Керування обчисленнями.....	37
4.3 Форматування тексту	40
4.3.1 Використання команд HTML	40
4.3.2 Використання команд LaTeX	43
4.4 Організація обчислень за допомогою стандартних елементів управління.....	46
5 Організація навчання в SageMathCloud	49
5.1 Організація спільної роботи з навчальними ресурсами проекту	49
5.2 Організація роботи з навчальними курсами	54
6 Розв'язання математичних задач засобами SageMathCloud	62
6.1 Основні задачі з елементарної математики.....	62
6.2 Основні задачі з вищої математики	65
Список використаних джерел	75
Додаток А Хронологічна статистика використання SageMathCloud. Використання і завантаженість обчислювальних серверів (станом на 10.03.2015 р.).....	76
Додаток Б Загальні налаштування облікового запису. Блок «Editor»: перемикачі типу «прапорець»	80
Додаток В Гарячі клавіші редактору файлів	81
Додаток Г Тарифні плани.....	82
Додаток Д Розділи англomовної загальної довідки Sage.....	83
Додаток Е Основні команди ОС Linux	87
Додаток Ж Основні команди Sage.....	90
Додаток И Основні теги html	95
Додаток К Основні команди мови LaTeX	97
Додаток Л Стандартні елементи управління у SageMathCloud.....	103

ВСТУП

Посібник присвячено основам роботи в середовищі SageMathCloud і його використанню у навчанні математичних дисциплін у вищому навчальному закладі (насамперед – у підготовці майбутніх учителів математики). Його основне призначення полягає в ознайомленні студентів та викладачів з основними засобами розв’язання математичних задач та організації навчання з використанням SageMathCloud.

Посібник складається з п’яти розділів.

У першому розділі подано коротку характеристику SageMathCloud, наведено історію виникнення та розвитку середовища в цілому та його окремих структурних елементів зокрема.

Другий розділ посібника містить опис способів реєстрації у SageMathCloud та основні налаштування облікового запису користувача.

У третьому розділі представлено зміст основних етапів роботи з проектом у SageMathCloud – створення, перегляд, редагування тощо.

Четвертий розділ присвячено роботі з ресурсами типу `sagews` (робочий аркуш Sage): представлено основні складові інтерфейсу робочого аркушу, засоби керування обчисленнями на аркуші та редагування його вмісту.

П’ятий розділ присвячено організації навчання з використанням SageMathCloud, зокрема – організації спільної роботи над проектами та курсом у цілому.

Шостий розділ містить приклади розв’язання навчальних математичних задач у середовищі SageMathCloud.

Автор щиро дякує ініціатору створення даного посібника – завідувачу відділу хмаро орієнтованих систем інформатизації освіти Інституту інформаційних технологій і засобів навчання к. філос. н., с. н. с. М. П. Шишкіній, та всім співробітникам спільної науково-дослідної лабораторії з питань використання хмарних технологій в освіті ДВНЗ «Криворізький національний університет» та Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України, які вносили пропозиції щодо його структури та змісту.

1 SAGEMATHCLOUD: КОРОТКА ХАРАКТЕРИСТИКА

Ідея створення SageMathCloud (<http://sagemath.com>) належить Вільяму Стейну – професору математики Вашингтонського університету (м. Сіетл, США). SageMathCloud є подальшим розвитком Web-системи комп'ютерної математики Sage, першу версію якої було створено у 2005 році в якості вільно поширюваної альтернативи з відкритим програмним кодом комерційним системам Mathematica, Magma, Maple, MATLAB.

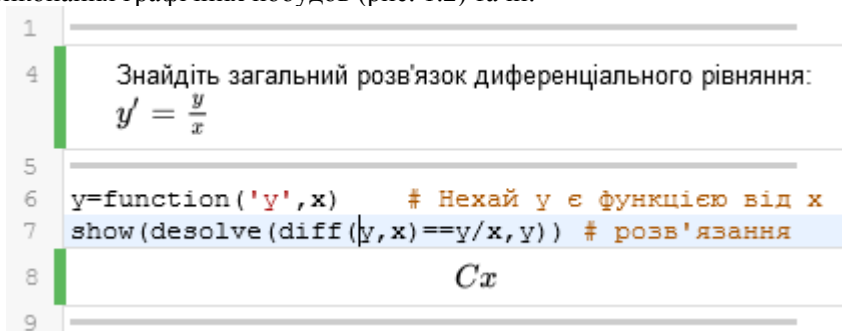
Перший повнофункціональний мережний сервер sagenb.org, орієнтований на незначну кількість користувачів, було відкрито у 2006 році. Розширення обчислювальних можливостей sagenb-подібних серверів припадає на 2007-2013 рр.

Хмаро орієнтований варіант Sage – SageMathCloud – уперше став доступним за адресою <http://cloud.sagemath.com/> на початку 2013 року. Починаючи з 2014 року спостерігається стрімке зростання популярності SageMathCloud (за даними Google Analytics, щотижневе звернення до ресурсу становить 4000 користувачів за середньої тривалості сеансу у 97 хвилин).

Нині SageMathCloud – хмаро орієнтоване середовище математичного призначення, основними складовими якого є:

- Web-система комп'ютерної математики Sage;
- система управління навчальними курсами;
- редактор LaTeX;
- інтерпретатор IPython.

У навчанні майбутніх учителів математики інструментарій *Web-системи комп'ютерної математики Sage* може бути використаний для розв'язання основних задач елементарної та вищої математики (рис. 1.1), виконання графічних побудов (рис. 1.2) та ін.



```
1 | _____  
4 | Знайдіть загальний розв'язок диференціального рівняння:  
   |  $y' = \frac{y}{x}$   
5 | _____  
6 | y=function('y',x)      # Нехай y є функцією від x  
7 | show(desolve(diff(y,x)==y/x,y)) # розв'язання  
8 | _____  
   |  $Cx$   
9 | _____
```

Рис. 1.1. Приклад розв'язання диференціального рівняння у Sage

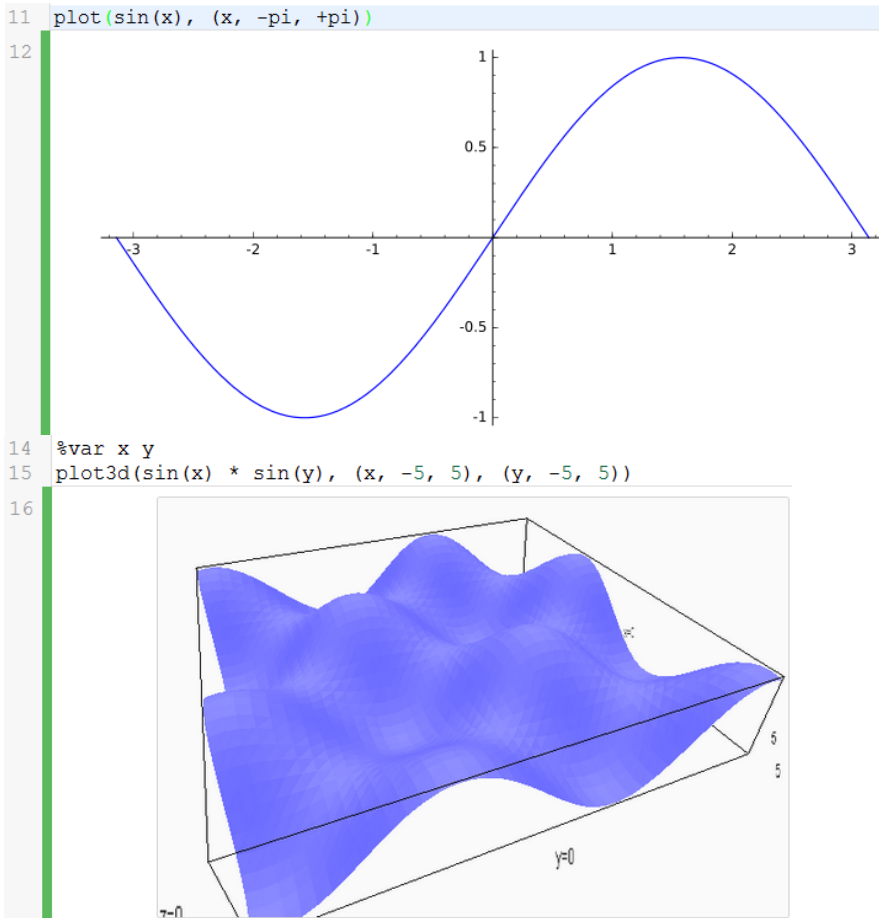


Рис. 1.2. Виконання графічних побудов у Sage

За допомогою ресурсу типу course як елемента системи управління навчальними курсами здійснюється організація та контроль за процесом навчання математичних дисциплін, оцінювання навчальних досягнень групи студентів тощо (рис. 1.3).

Використання редактора *LaTeX* (рис. 1.4) дозволить викладачу підготувати якісні навчально-методичні матеріали математичного змісту (конспекти лекцій, презентації, методичні рекомендації до практичних занять та самостійної роботи).

Інтерпретатор IPython у процесі навчання майбутніх учителів математики може бути використаний для розробки динамічних моделей з напівавтоматичним / автоматичним режимами демонстрації (рис. 1.5).

▼ Індивідуальна домашня робота

The screenshot shows a course management interface. At the top, there are buttons for 'Open', 'Assign...', and 'Collect...'. Below this, a table lists student actions:

Student	1. Assign to Student	2. Collect from Student	3. Grade
Другий користувач (3 weeks ago)	<input type="button" value="Assign..."/>	<input type="button" value="Open"/>	<input type="button" value="Collect"/>

Рис. 1.3. Сторінка навчального ресурсу типу course

The screenshot shows a LaTeX editor interface. On the left is the source code, and on the right is the preview of the document.

```
1 \documentclass{article}
2 \usepackage[a5paper]{geometry}
3 \usepackage[utf8]{inputenc}
4 \usepackage[ukrainian]{babel}
5 \usepackage{sagetex}
6 \title{Спільне використання
7 Sage та LaTeX}
8 \author{М. В. Попель}
9 \date {13 січня 2005 року}
10 \begin{document}
11 \maketitle
12 Найпростіший спосіб убудування
13 результатів виконання команд
14 Sage у методичні матеріали,
15 створювані у LaTeX, -
16 використання тегів sage та
17 sageplot:
18
19 а) знаходження похідної:
20  $(x^3)' = 3x^2$ 
21
22 б) побудова графіка:
23  $\text{sageplot}(\text{plot}(\sin(x), -\pi, \pi))$ 
```

The preview shows the rendered document with the title "Спільне використання Sage та LaTeX", author "М. В. Попель", and date "13 січня 2005 року". It also includes the text and mathematical examples from the code.

Рис. 1.4. Редактор LaTeX: загальний вигляд

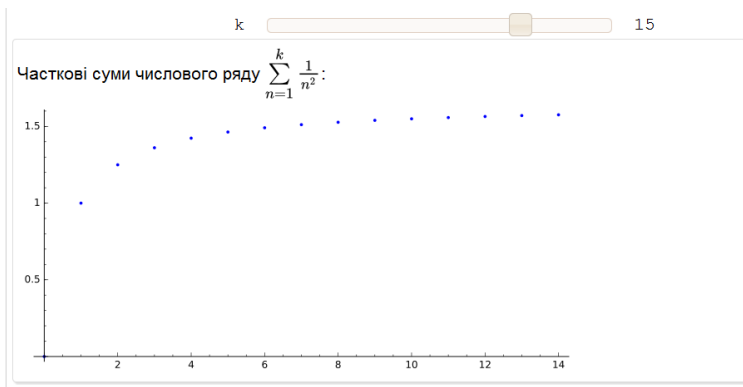


Рис. 1.5. Демонстрація збіжності ряду

2 ОБЛІКОВИЙ ЗАПИС SAGEMATHCLOUD

Реєстрація у SageMathCloud можлива двома способами:

1) з використанням існуючого облікового запису однієї із соціальних мереж загального (Facebook, Google+, Twitter) або спеціального (GitHub) призначення;

2) шляхом створення нового облікового запису.



Для реєстрації першим способом слід обрати піктограму відповідної мережі. Для реєстрації другим способом необхідно заповнити форму реєстрації нового користувача, зазначивши прізвище та ім'я, адресу електронної скриньки та пароль, після чого натиснути кнопку «Sign up!» (рис. 2.1).




The image shows two parts of the SageMathCloud registration interface. Part (a) is titled 'Connect with' and features four circular icons: Facebook (blue with 'f'), GitHub (black with a white octocat), Google+ (red with a white 'G'), and Twitter (blue with a white bird). Part (b) is titled 'Create an Account' and contains a registration form. It has three input fields: the first is labeled 'Prіzvyshche Іm'я' and contains the text 'korystuvach1@gmail.com'; the second is labeled 'korystuvach1@gmail.com' and contains the same text; the third is a password field with a series of dots and a cursor. Below the fields is a green button labeled 'Sign up!'. To the right of the button, there is a disclaimer: 'By clicking Sign up! you agree to our Terms of Service.'

Рис. 2.1. Форма реєстрації в середовищі SageMathCloud: а) через соціальні мережі; б) шляхом створення нового облікового запису

Виконавши після реєстрації перший вхід до SageMathCloud, користувач побачить перед собою сторінку списку проектів (рис. 2.2), поки що вона порожня. Найвні лише поле для пошуку проекту за його назвою (описом чи користувачем, для якого відкрито доступ, власником проекту), кнопка очищення поля для пошуку та кнопка «Create new project...», за допомогою якої можна створити новий проект.

Якщо натиснути кнопку з ім'ям користувача, відкриється сторінка із вкладкою «Account Settings» загальних налаштувань облікового запису (рис. 2.3), що складається з наступних блоків:

-  «Account settings» – налаштування облікового запису;
-  «Editor» – налаштування редактору (для відкритих файлів зміни відбудуться під час наступного звернення);

-  «Terminal» – налаштування терміналу (використання нових налаштувань є можливим при наступному сеансі роботи в системі);
-  «Keyboard shortcuts» – список комбінацій клавіш для швидкого доступу;
-  «Other settings» – інші налаштування;
- «Profile» – налаштування профілю користувача.

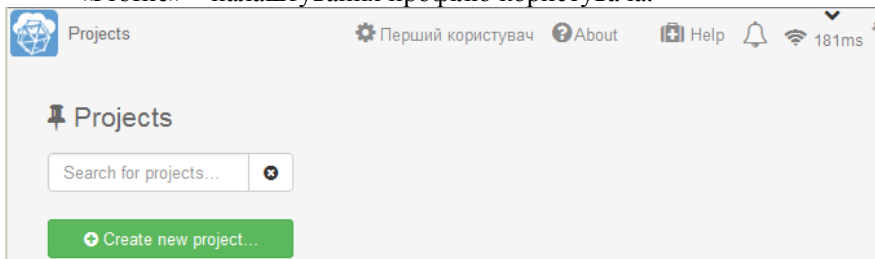









Рис. 2.2. Перший вхід до системи ( – кнопка звернення до сторінки загальних налаштувань облікового запису,  – кнопка звернення до служби підтримки,  – кнопка виклику вікна системних повідомлень,  – кнопка якості зв'язку із сервером)


 Account settings

First name	<input type="text" value="Ім'я"/>	
Last name	<input type="text" value="Прізвище"/>	
Email address	<input type="text" value="korystuvach1@gmail.com"/>	<input type="button" value="Change email"/>
Password		<input type="button" value="Change password"/>

Linked accounts (only used for sign in)

 Facebook...

 Github...

 Google...


 Twitter...

Рис. 2.3. Сторінка загальних налаштувань облікового запису: блок «Account settings»

Розглянемо вміст кожного блоку докладніше.

Блок «Account settings» складається з наступних полів:

- «First name» – ім'я користувача;

– «Last name» – прізвище користувача.

Будь-які зміни у вказаних полях зберігаються автоматично. Для того, щоб змінити адресу електронної пошти, достатньо натиснути кнопку «Change email...» біля позначки «Email address». У результаті відкриється форма, в якій будуть наявні три поля (рис. 2.4):

– «Current email address» – поточна адреса електронної пошти;

– «New email address» – поле, в якому слід вказати нову адресу електронної пошти;

– «Current password» – поле, в якому слід вказати поточний пароль користувача.

Заповнивши усі вказані поля, задля збереження змін необхідно натиснути кнопку «Change email address». Щоб закрити форму без збереження змін, необхідно натиснути кнопку «Cancel».

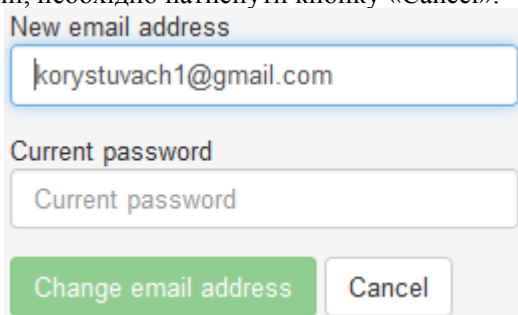


Рис. 2.4. Форма редагування електронної адреси користувача

Змінити поточний пароль можна в результаті натискання кнопки «Change password...» (рис. 2.5). Процедура зміни паролю подібна до зміни адреси електронної пошти.

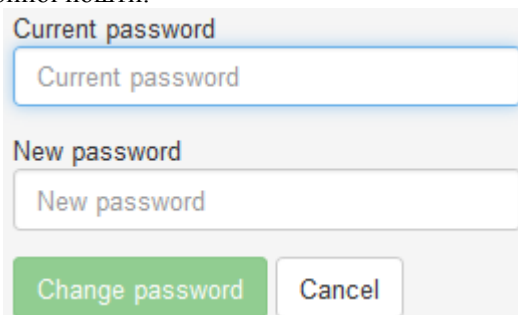


Рис. 2.5. Форма редагування паролю користувача

Кнопка «Sign out» призначена для завершення сеансу роботи та виходу із системи. Після натискання кнопки з'явиться діалогове вікно з

запитом до користувача (рис. 2.6): «Are you sure you want to sign out of your account on this web browser?» («Ви впевнені, що хочете вийти з облікового запису на цьому веб-браузері?») та двома кнопками: «Sign out» для виходу з облікового запису та «Cancel» для відміни виходу. Кнопка «Sign out everywhere» призначена для виходу з облікових записів усіх веб-браузерів на всіх Інтернет-пристроях, на яких раніше було виконано вхід до SageMathCloud.

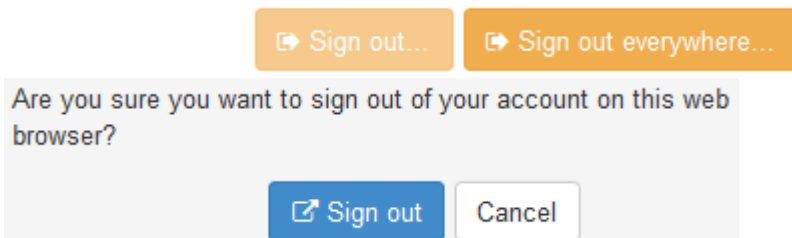


Рис. 2.6. Вихід із системи

Пов'язати обліковий запис SageMathCloud із соціальними мережами можна, натиснувши на відповідну кнопку: , ,

або .

Виставити інтервал автоматичного збереження змін файлів у секундах можна в полі «Autosave interval» блоку «Editor» (рис. 2.7). Зі списку «Editor color scheme» можна обрати тему оформлення редактору файлів, а зі списку «Editor keyboard bindings» – бажані «гарячі клавіші». Інші налаштування блоку «Editor» детально розглянуті в Додатку Б.


Блоку «Terminal» (рис. 2.8) надає можливість обрати шрифту терміналу («Terminal font family»), його розмір («Terminal font size») та кольорову схему («Terminal color scheme»).

Блок «Keyboard shortcuts» (рис. 2.9) складається з переліку «гарячих клавіш» (додаток В) та випадаючого списку «Sage Worksheet evaluate key», що надає можливість обрати «гарячу клавішу», які запускають процес обчислення у поточній комірці (для аркушів Web-СКМ Sage). Значення за замовчуванням – «shift+enter».

У блоці «Other settings» (рис. 2.10) розташовано два перемикачі типу прапорця:

1) «Confirm: always ask for confirmation before closing the browser window» – завжди виконувати запит перед закриттям вікна браузера;

2) «Mask files: grey-out files in the files viewer that you probably do not want to open» – позначати сірим кольором допоміжні файли, що не можуть бути відкриті засобами SageMathCloud.

 Editor (settings apply to newly (re-)opened files)

Font Size px

Autosave interval seconds

Editor color scheme ▼

Editor keyboard bindings ▼

- Line wrapping: wrap long lines
- Line numbers: show line numbers
- Code folding: fold code using control+Q
- Smart indent: context sensitive indentation
- Electric chars: sometimes reindent current line
- Match brackets: highlight matching brackets near cursor
- Auto close brackets: automatically close brackets
- Match XML tags: automatically match XML tags
- Auto close XML tags: automatically close XML tags
- Strip trailing whitespace: remove whenever file is saved
- Show trailing whitespace: show spaces at ends of lines
- Spaces instead of tabs: send 4 spaces when the tab key is pressed
- Extra button bar: more editing functions (mainly in Sage worksheets)

Рис. 2.7. Сторінка загальних налаштувань облікового запису: блок «Editor»

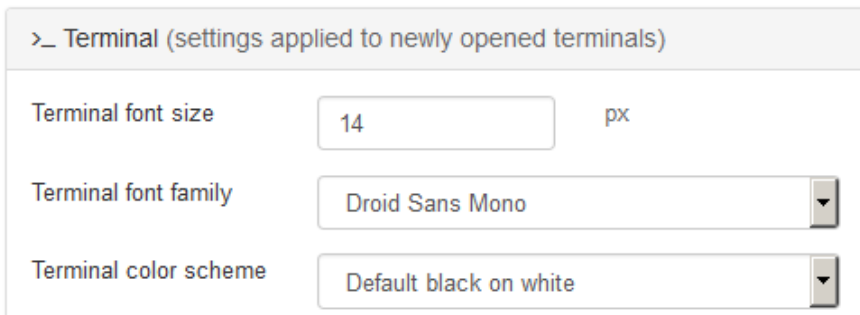


Рис. 2.8. Сторінка загальних налаштувань облікового запису: блок «Terminal»

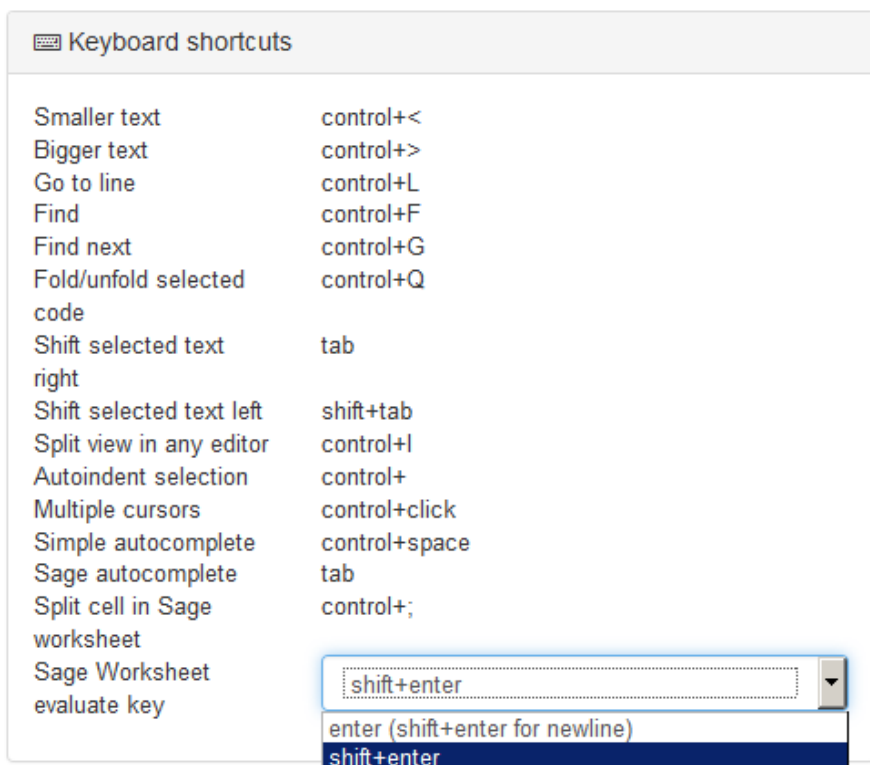


Рис. 2.9. Сторінка загальних налаштувань облікового запису: блок «Keyboard shortcuts»

⚙ Other settings

Confirm: always ask for confirmation before closing the browser window

Mask files: grey-out files in the files viewer that you probably do not want to open

Default file sort

Number of files per page

Standby timeout minutes

Рис. 2.10. Сторінка загальних налаштувань облікового запису: блок «Other settings»

Із випадаючого списку «Default file sort» можна обрати спосіб упорядкування ресурсів проекту за замовчуванням («Sort by time» – за часом, «Sort by name» – за назвою). У полі «Number of files per page» можна вказати граничну кількість файлів, розмішених на одній сторінці проекту. В полі «Standby timeout» вказується час очікування дій користувача, після якого SageMathCloud переходить у режим очікування.

Обрати колір профілю користувача або встановити піктограму можна в останньому блоці «Profile». Колір можна змінити, обравши бажаний з палітри кольорів. Для вибору піктограми слід скористатись перемикачем «Use gravatar» та натиснути кнопку «Set Gravatar...».

Поруч із вкладкою сторінки загальних налаштувань «Account Settings» знаходяться ще ярлики вкладок сторінки способів оплати тарифних планів «Billing», способів підвищення технічних характеристик проектів «Upgrades» та звернення до служби підтримки SageMathCloud «Support» (рис. 2.11).



Рис. 2.11. Вкладки сторінки налаштувань

На вкладці «Billing» розміщено форму «Payment Methods» способів оплати тарифних планів. Вибір «Add Payment Method...» відкриває сторінку способів оплати (рис. 2.12).

Card Number

1234 5678 9012 3456

Security Code (CVC)

...

(what is the security code?)

Expiration (MM/YY)

MM / YY

Name on Card

Ім'я Прізвище

Country

Powered by **stripe**

Add Credit Card Cancel

Рис. 2.12. Сторінка способів оплати

Задля того, щоб додати кредитну картку, за якою буде здійснюватися оплата, слід заповнити поля:

- «Card Number» – номер кредитної картки;
- «Security Code (CVC)» – захисний код;
- «Expiration (MM/YY)» – термін (місяць та рік) дії картки;
- «Name on Card» – ім'я власника кредитної картки;
- «Country» – країна власника кредитної картки.

Після завершення заповнення полів додати кредитну картку можна натискання кнопки «Add Credit Card».

Сторінка «Upgrades» містить докладні відомості про способи підвищення технічних характеристик проектів. Це можливо за рахунок передплати одного із запропонованих тарифних планів: особистих та планів організації курсів (ресурс типу course) (Додаток Г). За замовчуванням користувач має безкоштовний тарифний план, в якому відсутня можливість завантажувати файли з мережі Інтернет. Але, за бажанням, можна написати листа з проханням надати доступ для завантаження з одного чи двох Інтернет ресурсів у службу підтримки (електронна адреса help@sagemath.com) або безпосередньо В. Стейну (електронна адреса wstein@gmail.com).

Основна робота у SageMathCloud відбувається у проекті. Користувач

можете створити будь-яку кількість незалежних проектів – особистих робочих просторів, у яких користувач зберігає ресурси різних типів. Користувач також може запросити інших до співпраці у межах спільного проекту та надати відкритий доступ до файлів або папок.

Кожен проект виконується на сервері SageMathCloud, де він ділить дисковий простір, центральний процесор та оперативну пам'ять з іншими проектами. Безкоштовний тарифний план передбачає використання лише тих ресурсів сервера, що у поточний момент є вільними. Платні тарифні плани гарантують наявність та постійний доступ передбачених планом обчислювальних та зберігальних ресурсів. Крім того, якщо проект користувача безкоштовного тарифного плану не використовується протягом декількох тижнів, він переміщується у вторинне сховище з метою вивільнення ресурсів серверу, і його повторний запуск займе суттєво більше часу, ніж у користувача платного тарифного плану.

Учасники проекту можуть об'єднати власні обчислювальні та зберігальні ресурси з метою покращення можливостей проекту в цілому та перерозподілу ресурсів між собою. Також користувач може виконати декілька замовлень на один й той самий тарифний план чи на декілька різних з метою збільшення доступних йому ресурсів.

3 ПРОЕКТ ТА ЙОГО СКЛАДОВІ

3.1 Створення, відкриття, перегляд та редагування основних параметрів проекту

Створення проекту

Створення нового проекту починається з натискання відповідної кнопки – «Create new project» (рис. 3.1).

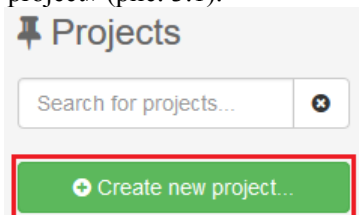


Рис. 3.1. Кнопка створення проекту

На сторінці, що відкриється (рис. 3.2), користувачу достатньо зазначити назву нового проекту у полі «Title» (1) і за потреби опис до проекту у полі «Description». (*Примітка:* у назві проекту допускається використання символів Unicode.) Після чого натиснути кнопку «Create project» (2).

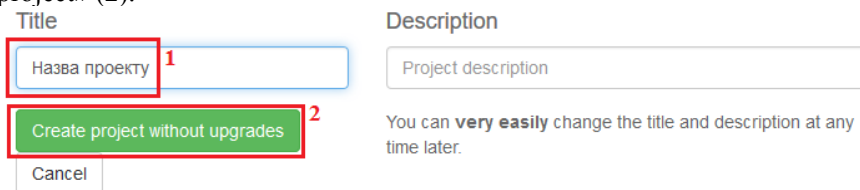
The image shows a form for creating a project. It has two main sections: 'Title' and 'Description'. The 'Title' section has a text input field containing 'Назва проекту' (labeled with a red box and the number 1) and a green button labeled 'Create project without upgrades' (labeled with a red box and the number 2). Below the 'Title' section is a 'Cancel' button. The 'Description' section has a text input field containing 'Project description' and a paragraph of text below it: 'You can **very easily** change the title and description at any time later.'

Рис. 3.2. Блок реквізитів нового проекту

Робота зі списком проектів

Назва щойно створеного проекту з'явиться в списку проектів (рис. 3.3), що окрім поля назви, проекту містить час останнього звернення, опис (коментар), список користувачів проекту та стан проекту. В полі опису проекту зазначено відомості, які були внесені користувачем під час створення проекту в поле «Description». Список користувачів проекту містить перелік користувачів або лише його власника. Поле стану проекту має одне із значень:

- running – проект виконується (даний стан зберігається ще деякий час після завершення роботи);
- stopped – проект зупинено (робота з проектом завершена);
- offline – проект, в якому користувач не є автором, зупинено, а

власник проекту на даний момент вийшов зі свого облікового запису.

Список проектів упорядковано за спаданням значень часу останнього звернення.

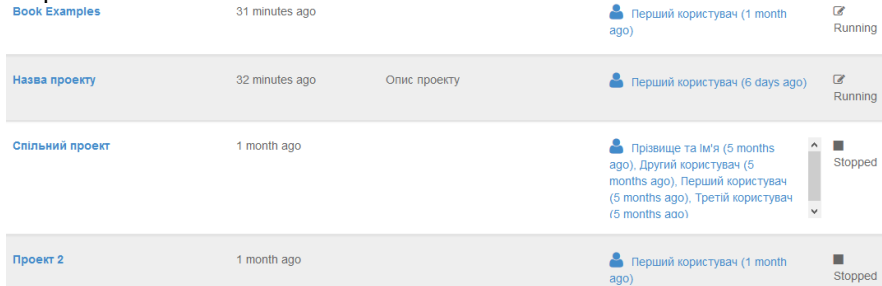


Рис. 3.3. Список проектів

Якщо у процесі роботи користувач здійснивав видалення або приховування проектів, то для регулювання їх відображення у списку проектів на стартовій сторінці користувача системи SageMathCloud з'являться перемикачі «Deleted» та «Hidden». За замовчуванням перемикачі вимкнено, а значить приховані та видалені проекти не відображаються в загальному списку.

Якщо кількість проектів користувача є зavelикою, то у системі передбачено засіб (рис. 3.4) здійснення пошуку проекту за його назвою (описом чи користувачем).

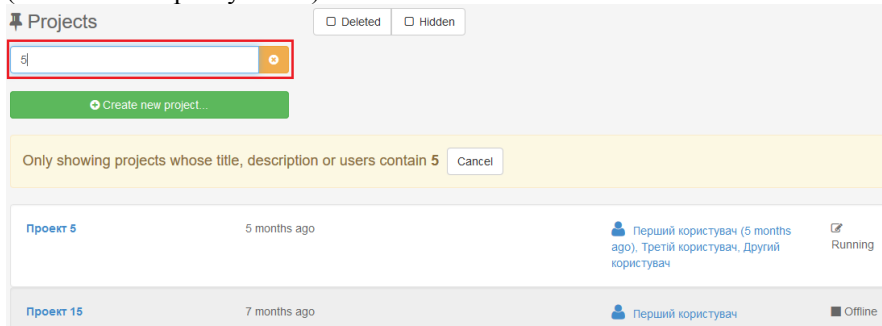


Рис. 3.4. Рядок пошуку проекту

Відкриття проекту

Для відкриття проекту достатньо вибрати гіперпосилання із його назвою зі списку проектів. Інтерфейс сторінки проекту подано на рис. 3.5. У системі допускається одночасна робота з декількома проектами, при цьому ярлики сторінок відкритих проектів розміщуються праворуч від вкладки «Projects».

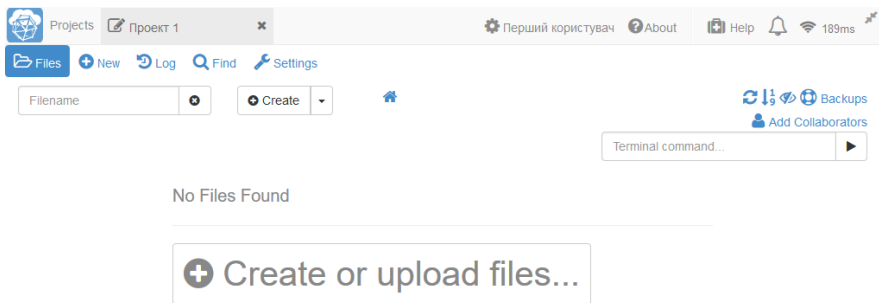


Рис. 3.5. Сторінка проекту: [Projects](#) | – ярлик головної сторінки користувача (звернення до списку проектів), [Files](#) – кнопка звернення до повного списку ресурсів проекту, [New](#) – кнопка додавання (створення або завантаження) ресурсу, [Log](#) – кнопка звернення до сторінки з історією роботи над проектом, [Find](#) – кнопка розширеного пошуку ресурсу, [Settings](#) – кнопка звернення до сторінки налаштувань проекту, – поле швидкого пошуку ресурсу за його назвою, [Create](#) – кнопка швидкого створення ресурсу, [Home](#) – кнопка звернення до головної сторінки проекту, [Refresh](#) – кнопка оновлення списку ресурсів проекту, [Sort](#) – кнопка сортування списку ресурсів проекту в алфавітному порядку або йому протилежному, [View](#) – кнопка управління відображенням прихованих ресурсів, [Backups](#) – «скріншоти» проекту в хронологічному порядку, [Add Collaborators](#) – кнопка додавання користувачів проекту для спільної роботи, – командний рядок для роботи з файлами проекту (виключно команди ОС Linux, Додаток Е)

3.2 Додавання ресурсу до проекту

Додавання ресурсів до порожнього проекту можна розпочати або за допомогою кнопки «Create or upload files» або кнопки «New» (рис. 3.6).

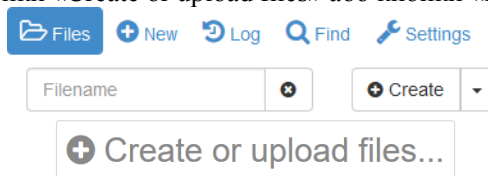


Рис. 3.6. Додавання ресурсів до проекту ([New](#) – кнопка додавання (створення або завантаження) ресурсу, [Create](#) – кнопка швидкого створення ресурсу, [Create or upload files...](#) – кнопка додавання (створення або завантаження) ресурсу до порожнього проекту (кнопка відсутня, якщо у проекті є принаймні один ресурс))

При подальшій роботі додавання нового ресурсу залишається

можливим лише шляхом звернення до кнопки «New».

Додаючи ресурс за допомогою кнопки «Create or upload files» або «New» (рис. 3.6) відкриється сторінка «Create new files in home directory of project». У її верхній частині розміщено елементи управління для створення нового ресурсу – «Create a new file or directory» (рис. 3.7), у нижній частині – для завантаження ресурсу з будь-якого зовнішнього носія – «Upload files from your computer».

+ Create new files in home directory of project

+ Create a new file or directory

Name your file, folder or paste in a link

Рис. 3.7. Сторінка додавання нового ресурсу:
створення папки

За замовчуванням назва нового ресурсу генерується за системними датою та часом створення (наприклад назва файлу «2015-02-28-170711» означає, що ресурс створено 28 лютого 2015 о 17:07). За потребою назву ресурсу можна змінити, зазначивши ім'я файлу користувача у відповідному полі (рис. 3.7: мітка 1). У блоці «Select the type» розташовані кнопки вибору типу нового ресурсу:

- SageMath Worksheet – кнопка створення робочого аркушу SageMath;
- Jupyter Notebook – кнопка створення інтерактивного аркушу для використання мови Python;
- File – кнопка створення файлу, тип якого слід обрати з випадаючого списку;
- Folder – кнопка створення папки;
- LaTeX Document – кнопка створення документу LaTeX;
- >_ Terminal – кнопка створення терміналу;
- Task List – кнопка створення списку задач;
- Manage a Course – кнопка створення курсу;
- Download from Internet (internet access blocked -- see project settings) – кнопка для завантаження файлу з мережі Інтернет;
- Create a Chatroom – кнопка створення ресурсу типу sage-chat.

При наведенні курсору на кнопку активується спливаюча довідка про обраний тип ресурсу.

Створити файл можна двома способами:

1. Натиснути на кнопку обраного типу файлу, залишивши назву файлу, що вказана за замовчуванням.

2. Змінити назву файлу у відповідному полі та обрати відповідний тип створюваного файлу (рис. 3.7 та рис. 3.8).

+ Create new files in home directory of project

+ Create a new file or directory

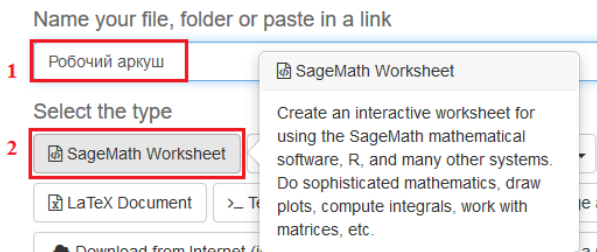


Рис. 3.8. Сторінка додавання нового ресурсу: створення файлу типу `sagews` (другий спосіб)

Для завантаження файлу з електронного носія слід скористатись іншим блоком – «Upload files from your computer». При натисканні на нього відкриється діалогове вікно вибору розташування файлу, який необхідно завантажити у проєкт. Для «перетягування» файлу достатньо відкрити каталог, у якому він зберігається, та перетягнути файл на сторінку браузера з відкритою формою «Create new files in home directory of project» у область «Drag and drop files».

Якщо користувач обирає швидкий спосіб створення нового навчального ресурсу (рис. 3.6: **Create**), йому достатньо з випадаючого списку (рис. 3.9) обрати тип ресурсу, а його назву внести в поле

Filename **+**

На рис. 3.10 показано список ресурсів проєкту та дії, які можна над ними виконувати (за умови їх вибору). На відміну від папок, для файлів не передбачено виконання архівації (рис. 3.10: **Compress...**).

Завантажити ресурс можна вибором кнопки «Download...». У результаті цього відкриється сторінка завантаження ресурсу на пристрій (рис. 3.11). На сторінці подається посилання для завантаження ресурсу (можливе лише для файлів); також можна виконати завантаження вибором кнопки «Download». Під час роботи з папкою посилання для завантаження на електронний носій відсутнє: замість нього у поточній версії SageMathCloud – повідомлення про те, що завантаження декількох

файлів і папок ще не реалізоване. Користувачеві пропонується завантажувати файли по черзі або ж завантажити архів, попередньо його створивши.

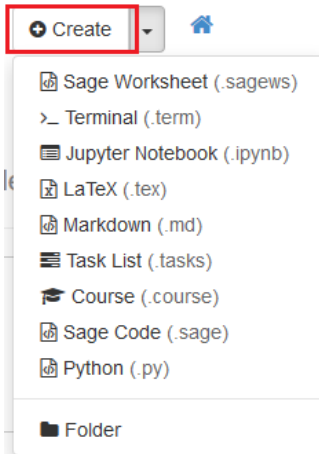


Рис. 3.9. Кнопка швидкого створення ресурсу

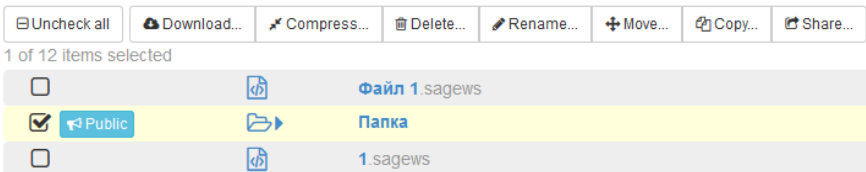


Рис. 3.10. Основні дії з ресурсом (групою ресурсів) проекту:

Uncheck all – кнопка відміни вибору обраного ресурсу (групи ресурсів),
 Download... – кнопка завантаження обраного ресурсу на зовнішній електронний носій, Compress... – кнопка архівування папки,
 Delete... – кнопка видалення обраного ресурсу, Rename... – кнопка перейменування ресурсу, Move... – кнопка переміщення ресурсу (до іншої папки чи проекту), Copy... – кнопка копіювання ресурсу (до іншої папки чи проекту), Share... – кнопка налаштування спільного доступу до ресурсу

Архів можна створити з папки вибором кнопки «Compress...» (рис. 3.10: Compress...). Сторінка з реквізитами створюваного архіву показана на рис. 3.12. У полі «Create a zip file» вказано назву ресурсу, що архівується. Поле «Result archive» містить назву архіву, яка за замовчуванням складається з поточної дати та системного часу (1). За

бажанням назву можна змінити. Можливе використання кирилиці в назві архіву. Змінивши назву (або залишивши запропоновану) слід натиснути кнопку «Compress 1 item» (1). «Cancel» – не виконувати архівування.



Рис. 3.11. Сторінка завантаження ресурсу

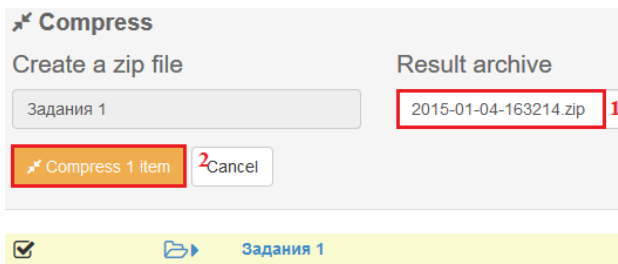



Рис. 3.12. Сторінка параметрів архіву

Видалення ресурсу відбувається шляхом натискання кнопки «Delete...» (рис. 3.10: ). Сторінка видалення (рис. 3.13) складається з поля «Move to the trash», в якому вказано значення – назва обраного ресурсу, кнопок видалення (наприклад, «Delete 1 item») та відміни («Cancel»).

Для того, щоб змінити назву ресурсу, необхідно натиснути на кнопку «Rename...». На сторінці, що відкриється (рис. 3.14), у полі з міткою «New name» слід вказати нове ім'я (1) та натиснути на кнопку «Rename file» (2).

Сторінка, на якій можна виконати переміщення файлу в іншу папку, відкриється при натисканні кнопки «Move...» (рис. 3.15). У випадяючому списку «Destination» слід обрати бажану папку (1) та підтвердити свої дії натисканням кнопки переміщення (наприклад, «Move 1 item» (2)) або ж скасувати дії, натиснувши «Cancel».



Рис. 3.13. Сторінка видалення ресурсу

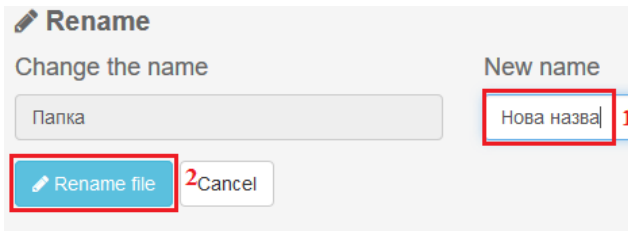


Рис. 3.14. Сторінка зміни назви ресурсу

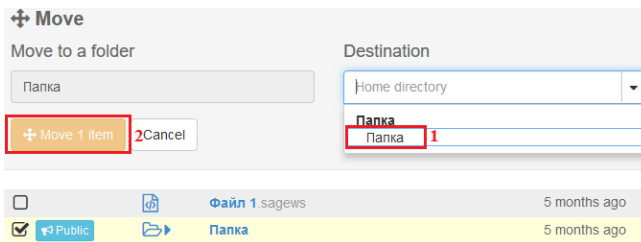


Рис. 3.15. Сторінка переміщення ресурсу в папку

Сторінка копіювання показана на рис. 3.16. Зауважимо, що скопіювати обраний ресурс можна не лише в межах даного проекту, але й обрати інший проект, натиснувши на кнопку «а different project» біля мітки «Copy to a folder or». У результаті виконання вказаних дій з'явиться випадаючий список (мітка «In the project»), у якому можна обрати один із проектів, до яких користувачу відкрито доступ (1). Випадаючий список «Destination» містить перелік усіх наявних папок в обраному (поточному) проекті (2). Завершити копіювання слід натисканням відповідної кнопки (наприклад, «Copy 1 item») (3).

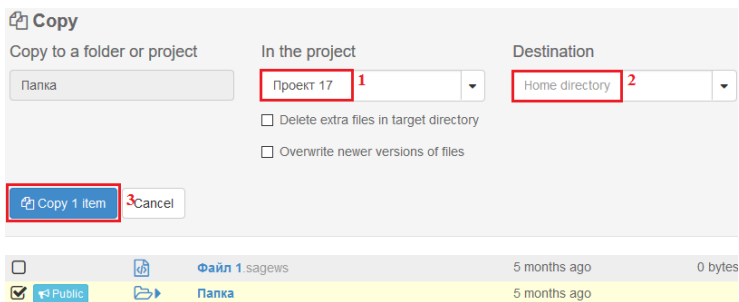


Рис. 3.16. Параметри копіювання ресурсу

Сторінку налаштувань відкритого доступу до ресурсу показано на рис. 3.17. У полі «Description of share (optional)» можна зазначити опції відкритого доступу. Поле «Public access link» складається з посилання на даний ресурс, до якого можна отримати доступ. Натисканням кнопки «Make item public» користувач підтверджує свої дії. Кнопка «Stop sharing item publicly» відмінює загальний доступ до файлу.

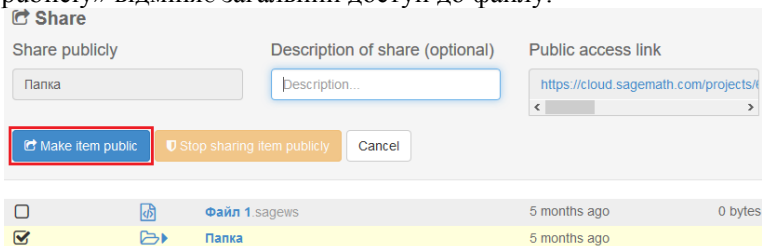


Рис. 3.17. Сторінка налаштувань відкритого доступу до ресурсу

Якщо обрано декілька ресурсів, над ними можна виконувати одночасно лише наступні дії:

- відміну вибору групи обраних ресурсів, кнопка «Uncheck all»;
- завантаження обраних ресурсів на зовнішній носій, кнопка «Download...»;
- архівування групи ресурсів, кнопка «Compress...»;
- видалення обраних ресурсів, кнопка «Delete...»;
- переміщення групи ресурсів (до іншої папки в межах даного проекту), кнопка «Move...»;
- копіювання ресурсів (до іншої папки чи проекту), кнопка «Copy...».

3.3 Основні налаштування проекту

Основними параметрами проекту є:

- назва та опис проекту (область «Title and description»);

- параметри управління проектом (область «Project control»);
- статистика використання проекту та данні про поточні обмеження (область «Project usage and quotas»);
- перелік учасників проекту (область «Collaborators»).

Також можна приховати або видалити проект (область «Hide or delete project») та перезавантажити сервер (область «Sage worksheet server»).

Щоб змінити назву проекту або його опис, достатньо заповнити поле «Title» (1) (або «Description» (3) відповідно) (рис. 3.18) та натиснути кнопку «Save» (активується в разі зміни назви (2) чи опису проекту (4)).

Рис. 3.18. Зміна назви та опису проекту

В області «Project control» показано, в якому стані перебуває проект на даний момент, які дії з проектом можна виконати. Поле «State» містить стан проекту (наприклад, «Stopped» – проект зупинено, «Running» – проект активний); поле «Actions» – дії, які можна виконати над проектом (змінити його стан: перезавантажити, зупинити, запустити); поле «Project id» – унікальний номер проекту (ідентифікатор); поле «Host» – сервер, на якому виконується проект. Натискання на останню кнопку «>_SSH into your project» надає доступ до реквізитів для віддаленого управління проектом через протокол SSH.

Важливим параметром (характеристикою проекту) є перелік учасників проекту, управління яким здійснюється в блоці «Collaborators».

Для додавання користувача у співавтори проекту достатньо відшукати користувача за його ім'ям або адресою електронної скриньки (початок пошуку розпочнеться після натискання кнопки «Enter»). У разі успішного пошуку (шукана особа має обліковий запис у системі SageMathCloud) із запропонованого списку слід обрати відповідний обліковий запис та додати його власника до переліку співавторів проекту (рис. 3.19: мітка 1), натиснувши «Invite selected user» (2). Після додавання навпроти кожного імені з'являється кнопка видалення користувача з проекту.

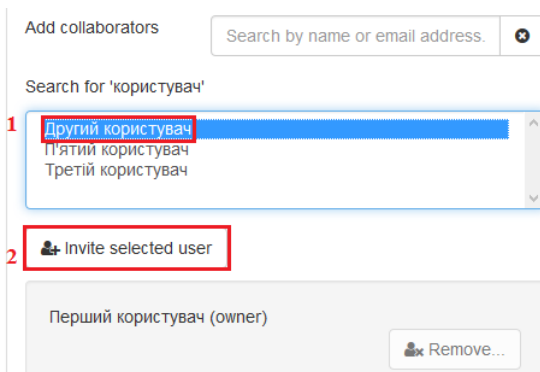


Рис. 3.19. Додати учасника

Користувачів, які не мають облікового запису в SageMathCloud, також можна додати до проекту, попередньо надіславши їм запрошення до реєстрації та співпраці над проектом (рис. 3.20) (кнопка «No matches. Send email invitations»). Форма запрошення містить поле для адреси (розташовано під міткою «Enter one or more email addresses separated by commas») та текст листа, який за бажанням можна змінити (кнопка «Edit»). Текст за замовчуванням (1):

«Hello!

Please collaborate with me using SageMathCloud on project '[Назва проекту]'.

Best wishes,

[Ім'я та прізвище власника проекту]»

У текст запрошення можна вставити гіперпосилання:

[Текст гіперпосилання](адреса гіперпосилання).

Наприклад: [SageMathCloud](https://cloud.sagemath.com)

Після редагування необхідно натиснути кнопку «Save» (2) для збереження змін або «Cancel» для припинення редагування без збереження внесених змін.

Запрошення можна надіслати декільком користувачам. Для цього через кому слід указати усі адреси та натиснути кнопку «Send invitations» (3).

Останні блоки – «Hide or delete project» (приховати або видалити проект) (рис. 3.21) та «Sage worksheet server» (перезавантажити сервер) (рис. 3.22).

Можна змінити стан проекту (блок «Hide or delete project»), зробивши його прихованим. Зміна стану проекту не є остаточною: прихований проект у будь-який момент можна зробити видимим (активується кнопка «Unhide Project»). Такий проект не відображається у загальному списку

проектів «Projects». Цей параметр не внесе змін до стану проекту у співавторів. Для інших користувачів, які залучені до спільної роботи над проектом, він буде видимим.

Search for 'korystuvach41@gmail.com'

✉ No matches. Send email invitation...

Enter one or more email addresses separated by commas:

korystuvach41@gmail.com, korystuvach40@gmail.com, korystuvach42@gmail.com

Save 2 Cancel

Hello!

Please collaborate with me using [SageMathCloud] (<https://cloud.sagemath.com>) on project 'Проект 1' (<https://cloud.sagemath.com/projects/923cf73f-c209-410a-a991-b22b1ff5f826>).

Best wishes.

Format using [Markdown](#)

Send Invitation 3 Cancel

Рис. 3.20. Запрошення до реєстрації

⚠ Hide or delete project

Hide this project, so it does not show up in your default project listing. This only impacts you, not your collaborators, and you can easily unhide it.

Hide Project

Delete this project for everyone. You can undo this.

Delete Project

Рис. 3.21. Блок налаштувань «Hide or delete project»

🔄 Sage worksheet server

Restart this Sage Worksheet server. Existing worksheet sessions are unaffected; restart this server if you customize \$HOME/bin/sage, so that restarted worksheets will use the new version of Sage.

Restart Sage Worksheet Server

Рис. 3.22. Блок налаштувань «Sage worksheet server»

Вибір «Delete Project» не означає остаточне видалення проекту: його можна переглянути у видалених та відновити в цьому ж блоці (після видалення з'явиться кнопка відновлення проекту – «Undelete Project»).

4 РОБОТА З РЕСУРСАМИ ТИПУ SAGEWS

Ресурс типу `sagews` (кнопка «Sage Worksheet», рис. 3.8) має найбільше можливостей для використання в навчанні математичних дисциплін майбутніх вчителів математики.

4.1 Інтерфейс сторінки ресурса типу `sagews`

Сторінка редактору ресурсу типу `sagews` (надалі – робочого аркушу) має вигляд, який представлено на рис. 4.1.

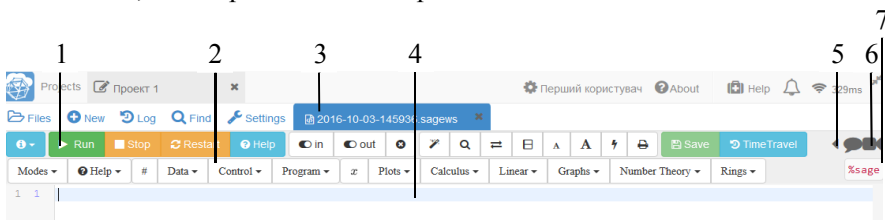






















Рис. 4.1. Сторінка редактору робочого аркушу: 1 – стандартна панель інструментів, 2 – додаткова панель інструментів, 3 – ярлик вкладки відкритого ресурсу, 4 – робоча область аркушу, 5 – кнопка показу/приховування текстового чату аркушу, 6 – кнопка початку/зупинки відеочату аркушу, 7 – кнопка довідки основних функцій обраного режиму мови (за замовчуванням – `sage`)

Складові стандартної панелі інструментів:


-  – кнопка-список дій над файлом;
-  – кнопка виконання обчислень у поточній комірці;
-  – кнопка зупинки обчислень у поточній комірці;
-  – кнопка перезавантаження аркушу;
-  – кнопка виклику сторінки довідки;
-  – кнопка відображення/приховування програмного коду поточної комірки;
-  – кнопка відображення/приховування результатів виконання програмного коду поточної комірки;
-  – кнопка видалення результатів виконання програмного коду поточної комірки;
-  – кнопка додавання автоматичної табуляції виділеного фрагменту;
-  – кнопка відміни останньої дії;
-  – кнопка повернення відміненої дії;
-  – кнопка пошуку за ключовим словом;


 – кнопка пошуку та заміни виділеного фрагменту;
 – кнопка дублювання вікна редактора (вертикально, горизонтально) / відміни режиму дублювання вікна;
 – кнопка збільшення шрифту;
 – кнопка зменшення шрифту;
 – кнопка переходу до рядка за вказаним номером;
 – кнопка перетворення файлу в формат PDF з можливістю подальшого друку;

 Save – кнопка збереження;

 Time Travel – кнопка показу історії роботи з файлом.

За замовчуванням додаткова панель інструментів представлена для команд мовою sage:


 Modes ▾ – кнопка-список режимів роботи з файлом;

 Help ▾ – кнопка-список довідки;


 # – кнопка додавання однорядкового коментаря;

 Data ▾ – кнопка-список базових типів даних;


 Control ▾ – кнопка-список структур управління;

 Program ▾ – кнопка-список визначення функцій та класів користувача;


 x – кнопка оголошення змінних;


 Plots ▾ – кнопка-список функцій для виконання графічних побудов;

 Calculus ▾ – кнопка-список функцій математичного аналізу;

 Linear ▾ – кнопка-список функцій лінійної алгебри;

 Graphs ▾ – кнопка-список функцій для роботи з графами;

 Number Theory ▾ – кнопка-список теоретико-числових функцій;

 Rings ▾ – кнопка-список функцій для роботи з об'єктами вищої алгебри.

Із робочим аркушом як із файлом передбачено виконання таких основних дій – завантаження, видалення, перейменування, переміщення та копіювання до іншої папки чи проекту, налаштування спільного доступу (рис. 4.2). Обравши відповідну дію зі списку, відкриється сторінка налаштувань, кожна з яких описана в п. 3.2.

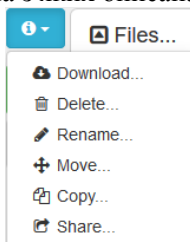


Рис. 4.2. Основні дії з робочим аркушом

Розглянемо кожен із випадючих списків додаткової панелі інструментів для команд sage окремо. Список «Modes» (рис. 4.3) містить 3 групи режимів:

1) «General» (загальні): «Auto execute cell on startup» (автоматичне обчислення при запуску), «Hide input (or double click output)» (приховати код (для того, щоб показати код, слід натиснути двічі на обчислення, виконані в комірці)), «Set default mode» (встановити режим за замовчуванням), «Typeset output» (встановити режим коду для обчислень);

2) «Timing» (часові): «Benchmark code repeatedly» (виконувати періодично), «Time code once» (виконувати одноразово);

3) «Language modes» – вибір мови робочого аркушу (Cython, Gap, PARI/GP, HTML, Javascript, Julia, Markdown, Python, R).

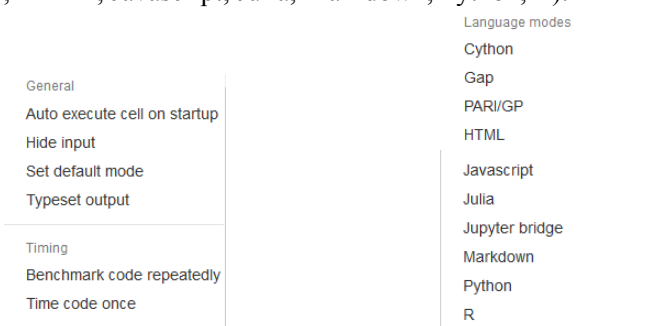



















Рис. 4.3. Елементи списку «Modes»






Деякі режими мов мають власну додаткову панель інструментів: HTML, Markdown (панель інструментів, як у мови HTML) та R.

Панель інструментів режиму мов HTML та Markdown:

- B** – кнопка застосування напівжирного зображення тексту;
- I** – кнопка застосування курсивного зображення тексту;
- U** – кнопка застосування підкресленого зображення тексту;
- S** – кнопка застосування закресленого зображення тексту;
- x₂** – кнопка написання підрядкового символу;
- x²** – кнопка написання надрядкового символу;
- ☞** – кнопка додавання коментарю;
- \$** – кнопка застосування форматowanego тексту мови LaTeX всередині рядку;
- \$\$** – кнопка застосування форматowanego тексту мови LaTeX (окреме відображення формули);

-  – кнопка створення маркованого списку;
-  – кнопка створення нумерованого списку;
-  – кнопка додавання гіперпосилання;
-  – кнопка додавання рисунку;
-  – кнопка додавання таблиці;
-  – кнопка додавання горизонтальної лінії;
-  – кнопка додавання спеціального символу;
-  – кнопка вирівнювання тексту за лівим краєм;
-  – кнопка вирівнювання тексту по центру;
-  – кнопка вирівнювання тексту за правим краєм;
-  – кнопка вирівнювання тексту за шириною;
-  – кнопка збільшення відступу тексту;
-  – кнопка видалення форматування тексту;
-  – кнопка додавання закриваючого тегу HTML;
-  – випадаючий список обрання нового шрифту;
-  – випадаючий список обрання нового розміру шрифту;
-  – випадаючий список додавання заголовку до тексту.

Панель інструментів режиму мови R:

-  – кнопка додавання однорядкового коментаря;
-  – кнопка додавання статистичної вибірки;
-  – кнопка-список структур управління;
-  – кнопка-список функцій статистичного аналізу вибірки;
-  – кнопка-список функцій графічних побудов.

Продовжимо огляд кнопок-списків додаткової панелі, що подана за замовчуванням. Наступна кнопка-список – «Help» – містить такі основні команди (рис. 4.4): «General help» (загальна довідка) та «SageMath Documentation» (довідка по SageMath), що складається з «Overview» (загальний огляд, Додаток Д), «Tutorial» (посібник користувача-початківця), «Reference» (посібник досвідченого користувача).

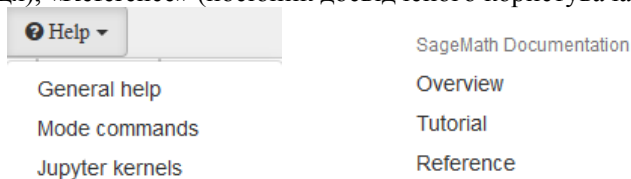


Рис. 4.4. Елементи списку «Help»

Для роботи з даними мовою sage (рис. 4.5) використовуються команди з 3 блоків:

- 1) «Construction» (прикладі створення об'єктів): «Dictionary»

(структури даних типу «словник»), «List» (структури даних типу «список»), «List Comprehension» (робота із списками), «Set» (структури даних типу «множина»), «Tuple» (структури даних типу «кортеж»);

2) «Properties» (властивості об'єктів): «Length» (обчислення довжини списку, словника, кортежу, множини);

3) «CSV» (файли із даними, розділеними комою): «Read CSV file» (приклад читання із файлу), «Write CSV file» (приклад запису у файл).

Construction	Properties
Dictionary	Length
List	CSV
List Comprehension	Read CSV file
Set	Write CSV file
Tuple	

Рис. 4.5. Елементи списку «Data»

Структури керування мовою sage (рис. 4.6) описані у 3 блоках:

1) «Loops» (приклади циклів): «For-Loop» (цикл із лічильником), «For-Loop over a list» (цикл по елементах списку), «While loop» (цикл з передумовою);

2) «Decisions» (приклади умовних операторів): «If» (скорочена форма умовного оператора if), «If-Else» (повна форма умовного оператора if);

3) «Advanced» (додаткові приклади): «Cases» (оператор множинного вибору), «For-Else Loop» (спільне використання умовного оператора if та циклу for).

Функціональність мовою sage (рис. 4.7) описується у вигляді функцій та класів:

1) «Functions» (приклади функцій): «Function» (визначення функції), «Lambda» (визначення лямбда-виразу);

2) «Classes» (приклади класів): «Class» (визначення простого класу), «Class with inheritance» (визначення класу із наслідуванням).

Loops	Decisions
For-Loop	If
For-Loop over a list	If-Else
While loop	Advanced
	Cases
	For-Else Loop

Рис. 4.6. Елементи списку «Control»

Functions	Classes
Function	Class
Lambda	Class with inheritance

Рис. 4.7. Елементи списку «Program»

Графічні функції мовою sage (рис. 4.8) згруповані за двома блоками:

1) «2D Plotting» (побудови на площині): «Function» (явно задана функція), «Line» (ламана), «Parametric» (параметрично задана функція), «Points» (множина точок), «Polygon» (багатокутник), «Random Walk» (побудови випадкової траєкторії), «Text» (підпис до графічної побудови);

2) «3D Plotting» (побудови у просторі): «Cube» (куб), «Function» (явно задана функція), «Icosahedron» (ікосаедр), «Implicit Plot» (неявно задана функція), «Parametric Curve» (параметрично задана крива), «Parametric Surface» (параметрично задана поверхня), «Polytope» (політоп), «Random Walk» (побудови випадкової траєкторії), «Tetrahedron» (тетраедр), «Text» (підпис до графічної побудови), «Torus» (тор).

	3D Plotting
	Cube
	Function
	Icosahedron
	Implicit Plot
	Parametric Curve
	Parametric Surface
	Polytope
	Random Walk
	Tetrahedron
	Text
	Torus
2D Plotting	
Function	
Line	
Parametric	
Points	
Polygon	
Random Walk	
Text	

Рис. 4.8. Елементи списку «Plots»

Операції математичного аналізу (рис. 4.9) представлено прикладами: «∂ Differentiate» (диференціювання функції), «∫ Numerical Integral» (обчислення визначеного інтегралу), « $f(x, y) = \dots$ – Symbolic Function» (визначення функції), «∫ Symbolic Integral» (обчислення невизначеного інтегралу). Також у списку «Calculus» наведено приклад створення елементів управління («Interactive f(x)»), описаних у Додатку К.

∂ Differentiate
\int Numerical Integral
$f(x, y) = \dots$ - Symbolic Function
\int Symbolic Integral

Interact Plots
Interactive $f(x)$

Рис. 4.9. Елементи списку «Calculus»

Операції лінійної алгебри (рис. 4.10) представлено:

1) прикладами створення об'єктів: стандартних – «Matrix» (матриця) та «Vector» (вектор) та об'єктів бібліотеки Numpy – «Array» («швидкий» масив);

2) «Functions» (приклади функцій): «Characteristic Polynomial» (побудова характеристичного поліному), «Determinant» (обчислення визначника), «Eigenvectors» (знаходження власних векторів), «SVD» (сингулярний розклад матриці).

Matrix M	Functions
Vector \vec{v}	Characteristic Polynomial
Numpy	Determinant
Array	Eigenvectors
	SVD

Рис. 4.10. Елементи списку «Linear»

Функції роботи з графами (рис. 4.11) представлено прикладами:

1) «graphs.<tab>» (автоматичне доповнення ключових слів sage з розділу «Графи»), «Petersen Graph» (граф Петерсона), «Random Graph» (побудова довільного графа);

2) «Invariants» (інваріанти): «Automorphism Group» (визначення максимальної підгрупи групи автоморфізмів графа), «Chromatic Number» (обчислення хроматичного числа графа);

3) «Visualization» (графічні побудови): «2D Plot» (граф на площині), «3D Plot» (граф у просторі).

	Invariants
	Automorphism Group
	Chromatic Number

graphs.<tab>	Visualization
Petersen Graph	2D Plot
Random Graph	3D Plot

Рис. 4.11. Елементи списку «Graphs»

Розділ теоретико-числових функцій (рис. 4.12) містить наступні

прикладі: «Binary Quadratic Form» (бінарна квадратична форма), «Continued Fraction» (неперервний дріб), «Elliptic Curve» (еліптичні криві), «Factor» (розклад числа на прості співмножники), «Mod» (остача від ділення), «List Prime Numbers» (прості числа у вказаному діапазоні), «Count Prime Numbers» (прості числа, менші за задане).

Binary Quadratic Form
 Continued Fraction
 Elliptic Curve
 Factor
 Mod n
 List Prime Numbers
 Count Prime Numbers

Рис. 4.12. Елементи списку «Number Theory»

Список функцій для роботи з об'єктами вищої алгебри (рис. 4.13) містить блоки:

	Advanced Rings
	\mathbb{A} - Algebraic Reals
	\mathbb{C} - Complex Double
	\mathbb{C} - Complex Interval
	\mathbb{C} - Complex Lazy
\mathbb{C} - Complex Numbers	\mathbb{F}_p - Prime Finite Field
\mathbb{Q} - Rational Numbers	\mathbb{F}_{p^r} - Finite Field
\mathbb{R} - Real Numbers	$\overline{\mathbb{Q}}$ - Algebraic Closure
\mathbb{Z} - Integers	\mathbb{Q}_p - p -adic Numbers
Polynomial Rings	\mathbb{R} - Real Double
$\mathbb{Q}[x, y, z]$	\mathbb{R} - Real Interval
$\mathbb{Q}[x, y]/(y^2 - x^3 - x)$	\mathbb{R} - Real Lazy
$\mathbb{Z}[x_2, x_3, \dots, x_{97}]$	\mathbb{Z}_p - p -adic Integers

Рис. 4.13. Елементи списку «Rings»

1) оголошення об'єктів вищої алгебри: « \mathbb{C} – Complex Numbers» (поле комплексних чисел), « \mathbb{Q} – Rational Numbers» (поле раціональних чисел), « \mathbb{R} – Real Numbers» (поле дійсних чисел), « \mathbb{Z} – Integers» (кільце цілих чисел);

2) «Polynomial Rings» (кільця поліномів): « $\mathbb{Q}[x, y, z]$ » (кільце поліномів від трьох змінних над полем раціональних чисел), « $\mathbb{Q}[x, y]/(y^2 - x^3 - x)$ » (фактор-кільце поліномів від двох змінних над полем раціональних чисел від заданого ідеалу), « $\mathbb{Z}[x_2, x_3, \dots, x_{97}]$ » (кільце

поліномів від заданої кількості змінних над полем цілих чисел);

3) «Advanced Rings» (приклади оголошення складних алгебраїчних об'єктів): « \mathbb{A} – Algebraic Reals» (алгебраїчне дійсне поле), « \mathbb{C} – Complex Double» (поле комплексних чисел з дійсною та уявною частинами подвійної точності), « \mathbb{C} – Complex Interval» (поле комплексних чисел з нечіткою дійсною та уявною частинами), « \mathbb{C} – Complex Lazy» (поле комплексних чисел з дійсною та уявною частинами невказаної точності), « \mathbb{F}_p – Prime Finite Field» (скінчене поле над простим числом), « \mathbb{F}_{p^r} – Finite Field» (скінчене поліноміальне поле), « $\overline{\mathbb{Q}}$ – Algebraic Closure» (поле всіх алгебраїчних комплексних чисел), « \mathbb{Q}_p – p -adic Numbers» (поле p -адичних дробових чисел), « \mathbb{R} – Real Double» (поле дійсних чисел), « \mathbb{R} – Real Interval» (група інтервальних дійсних чисел), « \mathbb{R} – Real Lazy» (група дійсних чисел без зазначеної точності), « \mathbb{Z}_p – p -adic Integers» (кільце p -адичних цілих чисел).

4.2 Керування обчисленнями

Робоча область робочого аркушу складається з прямокутних комірок програмного коду, які незалежні одна від одної (сприймаються як окремі частини) та блоків відображення результатів виконання програмного коду відповідних комірок (рис. 4.14).

```
1  ▼
2  + 1  for i in range(5):
3  2    print i
4  ▼
5      0
6      1
7      2
8      3
9      4
10 ▼
11 5  ▼
12 6  1  numerical_integral(1 + x + x^2, 0, 3)[0]
13 7  ▼
14 8      16.500000000000004
15 8  ▼
16 9  1  integrate(1 + x + x^2, x)
17 10 ▼
18      1/3*x^3 + 1/2*x^2 + x
```

Рис. 4.14. Робоча область робочого аркушу

Поточною будемо вважати таку комірку, в якій розташовано курсор миші. Над прямокутними комірками розміщені горизонтальні смуги (рис. 4.19: мітка а-в), а ліворуч від блоку виведення результатів виконання програмного коду, – зелені вертикальні (рис. 4.15: мітка г).

Автоматичне доповнення назви функції в SageMathCloud значно спрощує процес введення команд: достатньо вказати перші літери назви команди та натиснути сполучення клавіш Ctrl + пропуск, користувач отримає список команд, що починаються з послідовності вказаних символів (рис. 4.16).

```

1  ▾
2  ▾ 1 for i in range(5):
3  ▾ 2  a print i           б           в
4  ▾
   0
   1
   2
   3
   4

```

Рис. 4.15. Кольорові смуги: а – синя смуга інформує, що виконання програмного коду в поточній комірці завершено, б – зелена горизонтальна смуга інформує, що відбувається виконання програмного коду в поточній комірці, в – сіра смуга надає можливість розділити поточну комірку на дві, г – зелена вертикальна смуга обмежує блок відображення результатів виконання програмного коду в поточній комірці

```

set (
setattr ()
slice ()
sorted ()
staticmethod ()
str ()
sum ()
superbin ()

```

Рис. 4.16. Автоматичне доповнення назви функції: список команд

Автоматичне доповнення команд Sage можливе за рахунок зазначення перших символів назви команди Sage та натискання клавіші Tab (рис. 4.17). Користувачу буде запропоновано список, який починається із послідовності введених символів.


```

sh
sh
show
show_default
show_identifiers
shuffle

```

Рис. 4.17. Автоматичне доповнення команд sage

Виконати програмний код в комірці можна двома способами:

1. Натиснувши комбінацію гарячих клавіш Shift + Enter.
2. Натиснувши кнопку «Run», яка була розглянута раніше ().

Керувати виконанням програмного коду можна, використовуючи відповідні кнопки стандартної панелі інструментів.

Для того, щоб переглянути довідку стосовно синтаксису певної

функції, слід внести її повну назву в комірку для введення та знак питання: `назва_команди?`. Після цього запустити виконання програмного коду одним із способів (рис. 4.18), щоб отримати довідку в блоці відображень результатів виконання програмного коду, або натиснути клавішу `Tab`, задля виведення довідки в окремому вікні (рис. 4.19).

```
plot?
File: /projects/sage/sage-7.3/local/lib/python2.7/site-packages/sage
Signature : plot(funcs, exclude=None, fillalpha=0.5, fillcolor='au
Docstring :
Use plot by writing

"plot(X, ...)"

where X is a Sage object (or list of Sage objects) that either is
callable and returns numbers that can be coerced to floats, or has
a plot method that returns a "GraphicPrimitive" object.
```

Рис. 4.18. Довідка з функції у полі відображення результатів

```
plot?
File: /projects/sage/sage-7.3/local/lib/python2.7/site-packages/sage
Signature : plot(funcs, exclude=None, fillalpha=0.5, fillcolor='au
Docstring :
Use plot by writing

"plot(X, ...)"

where X is a Sage object (or list of Sage objects) that either is
callable and returns numbers that can be coerced to floats, or has
a plot method that returns a "GraphicPrimitive" object.
```

Рис. 4.19. Довідка з функції у окремому вікні

Ввівши після назви функції два знака питання `??` та запустивши програмний код (або натиснувши клавішу `Tab`), можна переглянути її програмний код (рис. 4.20).

```
plot??
File: /projects/sage/sage-7.3/local/lib/python2.7/site-packages/sage
Source:
@rename_keyword(color='rgbcolor')
@options(alpha=1, thickness=1, fill=False, fillcolor='automatic', fill
adaptive_tolerance=0.01, adaptive_recursion=5, detect_poles =
original_opts=True, aspect_ratio='automatic')
def plot(funcs, *args, **kwargs):
r"""
Use plot by writing

`plot(X, ...)`
```



Рис. 4.20. Сторінка фрагменту програмного коду функції `plot()`

Після виведеного результату на робочому листі автоматично з'являється нова комірка для введення команди. Додати нову комірку до робочої області аркушу можна, натиснувши на сіру лінію, яка постійно

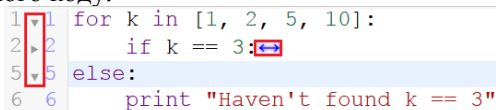
знаходиться над будь-якою коміркою (рис. 4.15). Видалення зайвої порожньої комірки виконується клавішею Backspace (видалити попередню комірку по відношенню до курсора) або Delete (видалити наступну комірку по відношенню до курсора).

За замовчування робочий лист налаштований на роботу з командами SageMath. Вибрати інший режим можна у списку додаткової панелі інструментів для команд SageMath кнопка-список «Modes» (рис. 4.3) або командою виду %назва_режиму (перелік усіх можливих режимів роботи можна переглянути, звернувшись до елемента «Mode commands» списку «Help» (рис. 4.4)).

Для того, щоб приховати/показати програмний код комірки, результатів виконання програмного коду, видалити програмний код на стандартній панелі інструментів, передбачена група кнопок (рис. 4.2).

За замовчуванням усі дії, виконані в робочому аркуші, зберігаються автоматично. На випадок технічних проблем передбачена кнопка «Save» ( Save) та перегляд історії змін робочого аркушу ( TimeTravel).

Використовуючи логічні конструкції, цикл чи функцію користувача, можна за допомогою сполучення гарячих клавіш Ctrl + Q або використовуючи відповідні кнопки (рис. 4.21) згорнути/розгорнути блоки програмного коду.



```
1 1 for k in [1, 2, 5, 10]:
2 2     if k == 3:
5 5 else:
6 6     print "Haven't found k == 3"
```

Рис. 4.21. Кнопки згортання/розгортання блоків програмного коду

Також передбачена можливість роботи з відображенням декількох курсорів окремо – гарячі клавіші Ctrl + ЛКМ (ЛКМ – ліва кнопка миші). Інші сполучення гарячих клавіш для роботи в редакторі будь-якого файлу, в тому числі і в робочому аркуші розглянуто в Додатку В.

4.3 Форматування тексту

4.3.1 Використання команд HTML

Змістова частина робочого аркушу полягає у використанні мови HTML (Додаток 3). Існує дав способи додати змістову частину до робочого аркушу:

1. Обрати відповідний режим роботи з випадаючого списку «Modes» (рис. 4.22) або командою виду %html.

2. За допомогою функції html ().

Обравши перший спосіб, в комірці після команди %html можна вводити змістову частину з використанням тегів мови HTML (додаток Б)

або ж застосовуючи кнопки на панелі інструментів (рис. 4.23).

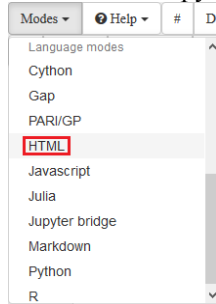


Рис. 4.22. Режим мови HTML

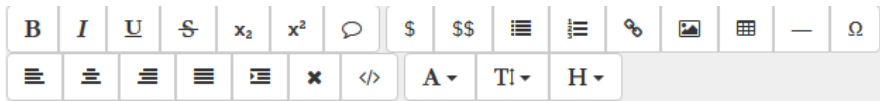


Рис. 4.23. Панель інструментів – Форматування: мова HTML

Приклад змістової частини робочого аркушу (рис. 4.24):

```
%html  
<em>Завдання 12.</em>
```

Ребро правильного тетраедера `a`.

Побудувати рівносторонній конус, коло основи якого вписано в грань тетраедера.

Завдання 12. Ребро правильного тетраедера *a*. Побудувати рівносторонній конус, коло основи якого вписано в грань тетраедера.

Рис. 4.24. Текстовий блок робочого аркушу

Під час роботи в режимі мови HTML до форматowanego тексту не має можливості додати значення змінної чи виразу.

Другий спосіб полягає в тому, що теги мови HTML (рис. 4.25) застосовуються всередині функції `html()`, синтаксис якої: `html("Символьний рядок")`. Додати форматування за рахунок тегів HTML можна так: `html("<тег>Символьний рядок</тег>")`.

```
html("<em>Завдання 12.</em> Ребро правильного тетраедера  
<em>a</em>. Побудувати рівносторонній конус, коло основи якого  
вписано в грань тетраедера.")
```

При цьому комірку з програмним кодом буде приховано. Задля її відображення достатньо двічі натиснути лівою кнопкою миші на результатах обчислень комірки.

Завдання 12. Ребро правильного тетраедера a . Побудувати рівносторонній конус, коло основи якого вписано в грань тетраедера.

Рис. 4.25. Використання функції `html ()`

Для того, щоб додати до символічного рядка значення змінної (рис. 4.26), слід вказати відповідний специфікатор (табл. 4.3) та змінну:

```
%var x1
x1=7
html ("<em>Завдання 4.</em> Обчислити значення виразу в
точці <em>x = %s</em>."%x1)
```

Завдання 4. Обчислити значення виразу в точці $x = 7$.

Рис. 4.26. Включення до символічного рядка значення змінної

Таблиця 4.3.

Основні специфікатори формату виведення

Специфікатор	Формат подання значення змінної
<code>%d, %i, %u</code>	десятичне ціле число (<code>%u</code> – невід’ємне)
<code>%o</code>	ціле число у вісімковій системі числення
<code>%x</code>	ціле число у шістнадцятковій системі числення (літери у нижньому регістрі)
<code>%X</code>	ціле число у шістнадцятковій системі числення (літери у верхньому регістрі)
<code>%e</code>	дійсне число в експоненціальному форматі (експонента у нижньому регістрі)
<code>%E</code>	дійсне число в експоненціальному форматі (експонента у верхньому регістрі)
<code>%f, %F</code>	дійсне число
<code>%g</code>	дійсне число у форматі <code>%e</code> , якщо експонента менша за -4 , та у форматі <code>%f</code> в іншому випадку
<code>%G</code>	дійсне число у форматі <code>%E</code> , якщо експонента менша за -4 , та у форматі <code>%f</code> в іншому випадку
<code>%c</code>	символ (рядок з одного символу чи число – код символу)
<code>%r</code>	рядок (літерал Python)
<code>%s</code>	рядок (загальноприйнятий)

Якщо формат змінної важко визначити, за замовчуванням використовують формат `%s`. Даний специфікатор виводить будь-який тип змінної та символічний вираз (без математичного форматування).

Для того, щоб вивести декілька змінних, слід у рядку задати стільки

ж специфікаторів, скільки виводиться змінних, та вказати відповідні змінні після завершення рядка та знаку відсотка в круглих дужках (рис. 4.27):

```
%var x1,x2
x1=7
x2=-3
html("<em>Завдання 4.</em> Обчислити значення виразу в
точці <em>x = %s</em> та <em>x = %s</em>."<em>(x1,x2)</em>")
```

Завдання 4. Обчислити значення виразу в точці $x = 7$ та $x = -3$.

Рис. 4.27. Включення до символічного рядка значень декількох змінних

4.3.2 Використання команд *LaTeX*

Додати математичний текст можна до змістової частини робочого аркушу або в якості підпису до графічної побудови.

У будь-якому випадку математичний текст формується за рахунок використання мови *LaTeX*. Команда мови *LaTeX* (Додаток I) розміщується між символами $\$. \dots \$$ (формула всередині рядку) або $\$\$ \dots \$\$$ (формула окремо від тексту, з нового рядка, вирівнювання – по центру).

Розглянемо спочатку випадок додавання математичного тексту до змістової частини робочого аркушу.

1. З використанням режиму мови HTML (рис. 4.28)

```
%html
\$\frac {x+5}{(x^2+2x+3)(x-1)}\$\$
```

$$\frac{x+5}{(x^2+2x+3)(x-1)}$$

Рис. 4.28. Додавання математичного тексту з використанням режиму мови HTML

2. З використанням функції `html()` (рис. 4.29)

```
html("<strong><font size=6>\$\frac {x+5}{(x^2+2x+3)(x-1)}\$\$</strong>")
```

$$\frac{x+5}{(x^2+2x+3)(x-1)}$$

Рис. 4.29. Додавання математичного тексту з використанням функції `html()`

Як видно з прикладу, до математичних текстів також можна застосовувати теги мови HTML. Якщо математична формула виводиться

за допомогою функції `html()`, слеш у командах мови LaTeX подвоюється. Запобігти цього можна, вказавши перед текстовим рядком літеру `r` або `R`:

```
html(r"<font color='red'>$$\frac{1}{2}$$")
```

Для того, щоб вивести вираз з використанням математичного форматування, слід застосувати мову LaTeX, вказати специфікатор формату `%s` (оскільки вираз є рядком) та скористатись функцією `latex()`, аргументом якої виступає ім'я символічного виразу (рис. 4.30):

```
f=(x+5)/((x^2+2*x+3)*(x-1))
```

```
html("<i>Завдання 5.</i> Розкласти дріб на суму простих дробів <strong>$$s</strong>."%latex(f))
```

Завдання 5. Розкласти дріб на суму простих дробів $\frac{x+5}{(x^2+2x+3)(x-1)}$.

Рис. 4.30. Додавання математичного виразу до змістової частини

Якщо слід вивести декілька символічних виразів, їх перераховують через кому та поєднують в круглі дужки та для кожного використовують специфікатор `%s` (рис. 4.31):

```
f=3*x^4-10*x^3-19*x^2-26*x-20==0
```

```
f1=cos(5*x)^2-3/2*cos(5*x)+1/2==0
```

```
html("<i>Завдання 8.</i> Розв'яжіть рівняння $$s та $$s$."%latex(f), latex(f1))
```

Завдання 8. Розв'яжіть рівняння

$$3x^4 - 10x^3 - 19x^2 - 26x - 20 = 0 \text{ та}$$

$$\cos(5x)^2 - \frac{3}{2}\cos(5x) + \frac{1}{2} = 0.$$

Рис. 4.31. Додавання декількох математичних виразів до змістової частини

Виведення символічних виразів та значень змінних з використанням режиму мови HTML (`%html`) неможливе!

Додати математичний текст до робочого аркушу можливо також в якості підпису до графічної побудови. В середині текстового рядка додаємо команди LaTeX між символами `$. . . $` або `$$. . . $$` (рис. 4.32):

```
vector([2,2/3]).plot(aspect_ratio=1)+
```

```
text(r"$z_1=2+\frac{2}{3}i$", (1,0.6), fontsize=20)
```

Для того, щоб використати в підписі значення змінної, слід так само, як було описано вище, додати його, скориставшись функцією `latex()`:

```
z=2+2/3*i
```

```
vector([2,2/3]).plot(aspect_ratio=1)+
```

```
text("$z_1=%s$"%latex(z), (1,0.6), fontsize=20)
```

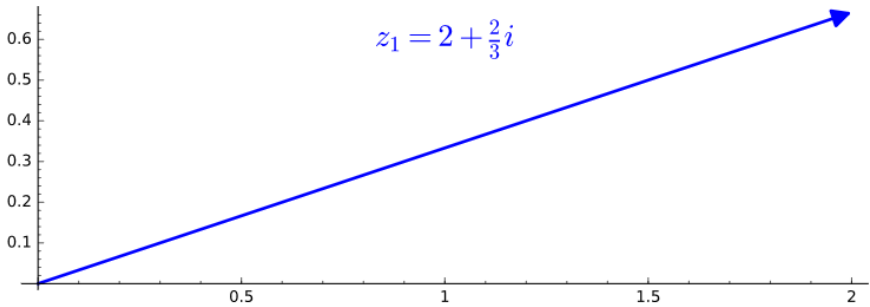


Рис. 4.32. Додавання математичного тексту до графічної побудови

Можна додати команди LaTeX до легенди графічної побудови (рис. 4.33):

```

polygon2d([(0,-3), (-3,-2), (-4,1)],
          legend_label="$ \\bigtriangleup ABC $")

```

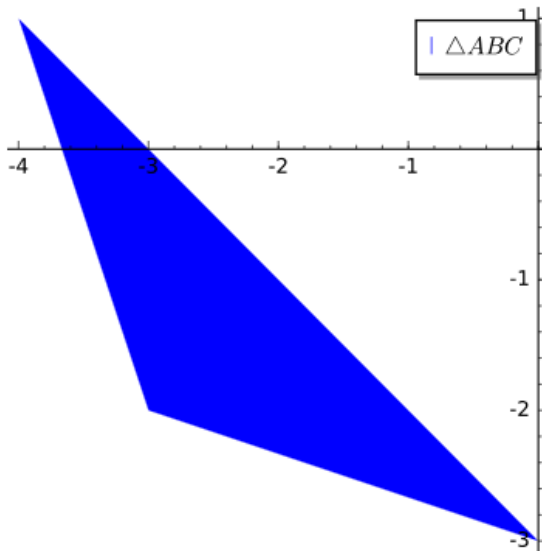


Рис. 4.33. Легенда графічної побудови (1)

Приклад додавання виразів до легенди графіків функцій (рис. 4.34):

```

y1=2*log_b(x+3,b=3);y2=x/2+1
show(plot(y1,0,6.5,linestyle=':',thickness=3,legend_label=
"$y_1=%s$" % latex(y1))+plot(y2,0,6.5,legend_label=
"$y_2=%s$" % latex(y2),thickness=2),ymin=1,ymax=5,
aspect_ratio=1)

```

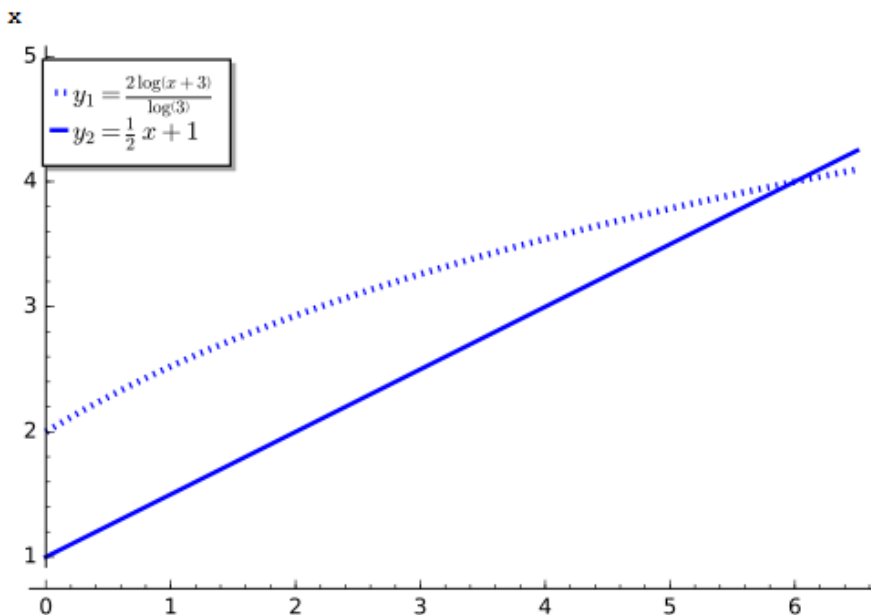


Рис. 4.34. Легенда графічної побудови (2)

4.4 Організація обчислень за допомогою стандартних елементів управління

Для того, щоб у деякій функції скористатись стандартними елементами управління, слід перед функцією помістити наступний рядок та вказати бажані значення параметрів (табл. 4.4):

```
@interact(f=None, layout=None, width=None, style=None,
update_args=None, auto_update=True, flicker=False,
output=True)
```

Таблиця 4.4

Параметри @interact для SageMathCloud

Параметр	Пояснення
f	ім'я функції
layout	(за замовчуванням: один елемент управління для кожного рядка) список кортежів виду [(змінна, ширина, мітка), ...], де змінна є рядком, ширина не повинна перевищувати 12, а мітка є необов'язковою.
width	ширина форми в одиницях HTML: '80%', '300px', '20em'
style	рядок CSS, за допомогою якого можна змінити такі параметри, як форму, межі форми, колір фону форми та ін.
update_args	рядок з перерахуванням тих змінних, для елементів форм

Параметр	Пояснення
	яких слід автоматично виконувати обчислення після внесення змін в дані елементи; для інших елементів форми не буде виконуватись автоматичне обчислення після внесених змін
auto_update	якщо False, то з'явиться кнопка з написом «Оновити», яку можна натиснути для повторного виконання обчислень
flicker	якщо False, то область виводу може лише зростати і ніколи не зменшується
output	якщо False, виведення не виконується

Після цього слідує визначення функції користувача, параметрами якої є змінні-елементи управління (Додаток К):

- button() – кнопка;
- checkbox() – прапорець;
- color_selector() – поле вибору кольору;
- input_box() – поле для введення;
- input_grid() – комірки для введення;
- range_slider() – шкала з двома повзунками;
- selector() – меню вибору;
- slider() – шкала з одним повзунком;
- text_control() – статичне текстове поле.

Деякі значення за замовчуванням дозволяють створити елементи управління без явного зазначення типу елемента управління. Наприклад, можна визначити змінну x типу «шкала з двома повзунками», просто вказавши $x=(u, v)$ в списку аргументів.

- u – порожнє поле для введення;
- $u=elt$ – за замовчуванням поле для введення, якщо в подальшому не вказано тип елемента;
- $u=(umin, umax)$ – шкала з одним повзунком із 100 поділками;
- $u=(umin, umax, du)$ – шкала з одним повзунком із поділкою довжиною du ;
- $u=list$ – меню вибору, якщо довжина списку не більше 5 елементів
- u у вигляді кнопок, більше – випадючий список;
- $u=generator$ – шкала з одним повзунком із 10000 поділками;
- $u=bool$ – прапорець;
- $u=Color('blue')$ – поле вибору кольору;
- $u=matrix$ – таблиця із комірок для введення даних;
- $u=(default, v)$ – v – один із вище наведених варіантів зі

значенням за замовчуванням default;

– $u=(label, v)$ – v один із вище наведених варіантів із підписом елемента управління label.

Приклад розміщення стандартних елементів управління (рис. 4.35):

```
@interact(layout={'top': [['a']], 'left': [['c']],  
'bottom': [['d']], 'right':[['e']]})  
def _(a=x^2, c=100, d=x+1, e=sin(2)):  
    print a+c+d+e
```

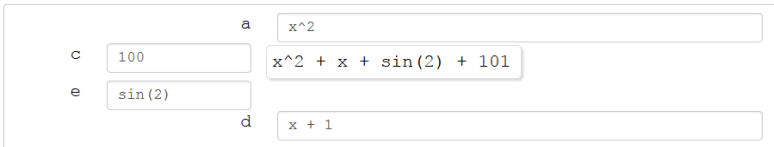


Рис. 4.35. Приклад розміщення стандартних елементів управління

Приклад зміни зовнішнього вигляду форми (рис. 4.36):

```
@interact(width=25, style="background-color:lightgreen;  
border:5px dashed red;")  
def f(x=button('Merry ...',width=20)):  
    pass
```



Рис. 4.36. Зміна зовнішнього вигляду форми

5 ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ В SAGEMATHCLOUD

5.1 Організація спільної роботи з навчальними ресурсами проекту

Організувати спільну роботу з ресурсами SageMathCloud-проекту можна або на рівні окремо взятого ресурсу, зокрема робочого аркушу, або на рівні проекту в цілому.

Відкриття спільного доступу на рівні окремо взятого ресурсу є нічим іншим, як web-оприлюдненням (рис. 5.1) вмісту ресурсу у режимі «лише для читання» для всіх користувачів мережі Інтернет, які мають посилання на даний ресурс.

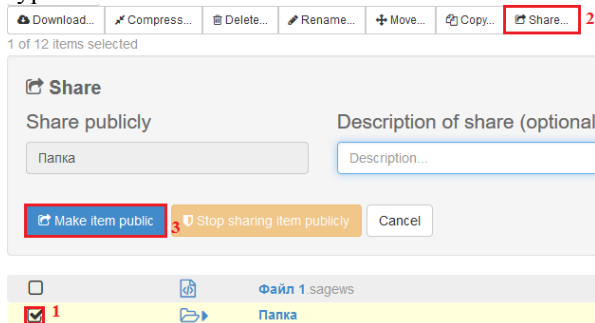


Рис. 5.1. Налаштування спільного доступу до робочого аркушу проекту

Недоліками такого оприлюднення є те, що користувач-«читач» не має можливості управляти обчисленнями на робочому аркуші, навіть якщо автор використав стандартні елементи управління у ньому. Проте, у разі необхідності, оприлюднений робочий аркуш може бути скопійований або завантажений (рис. 5.2).

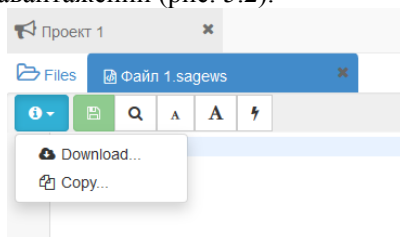


Рис. 5.2. Сторінка оприлюдненого робочого аркушу

Організація спільної роботи на рівні проекту в цілому можлива як без використання ресурсу типу course, так і за його допомогою (п. 5.2).

Перший спосіб передбачає підключення до проекту учасників, які

матимуть можливість спільно працювати з вже існуючими навчальними ресурсами проекту або додавати нові, запрошувати інших учасників, спілкуватись за допомогою текстового та/або відео чатів у рамках спільного проекту (як додати учасників спільного проекту, описано у п. 3.3).

Внесок кожного учасника спільного проекту у вирішення його завдань може бути переглянутий на сторінках історії роботи з проектом «Log» (рис. 5.3) або на сторінках його резервних копій «Backups» (рис. 5.4).

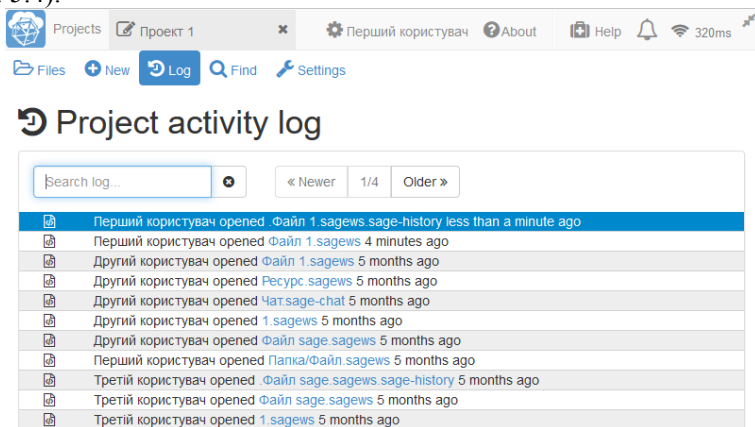


Рис. 5.3. Сторінка історії роботи з проектом

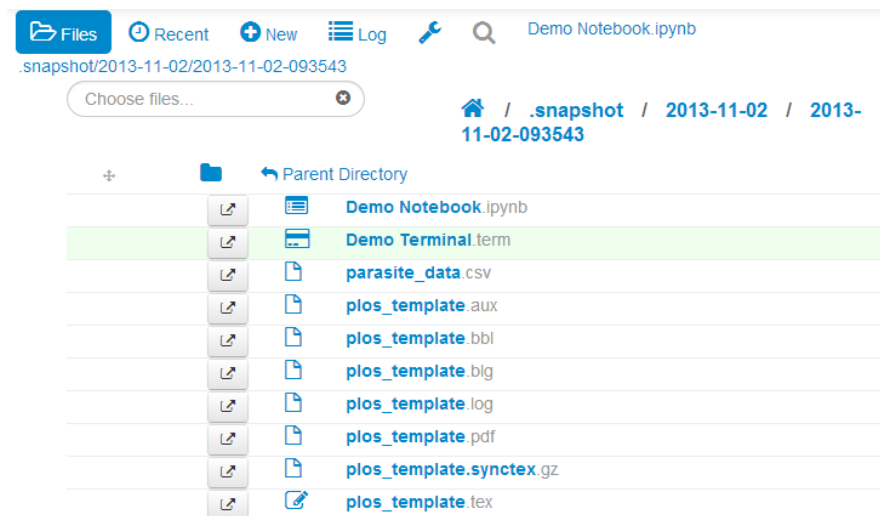


Рис. 5.4. Сторінка резервних копій проекту

Резервні копії проекту зберігаються кожні 5 хвилин і не можуть бути остаточно видалені користувачем.

Одним із основних засобів зворотнього зв'язку у спільному проекті є файл-ресурс типу sage-chat (рис. 5.5, кнопка «Create a Chatroom»).

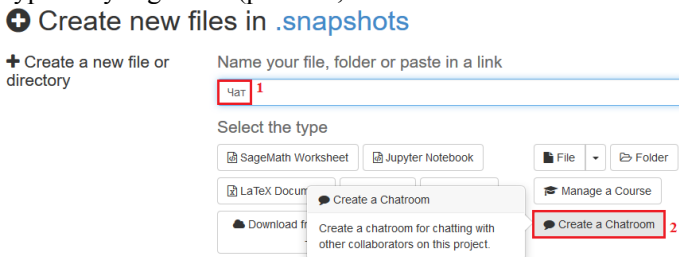


Рис. 5.5. Створення ресурсу типу sage-chat

Даний ресурс є текстовим чатом, сторінку якого показано на рис. 5.6. Текст повідомлення можна формувати за допомогою тегів HTML та спеціальних команд розмітки (табл. 5.1). Повідомлення математичного змісту може бути подане у звичній математичній нотації за допомогою команд LaTeX.

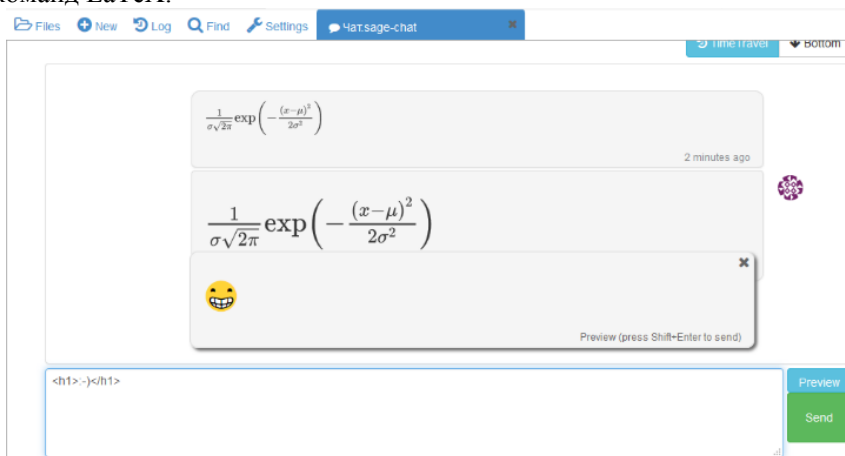


Рис. 5.6. Сторінка текстового чату

Сповіщення про нове повідомлення в чаті (навіть у разі відсутності користувача у чат-«кімнаті») надходить миттєво та відображається червоним кольором на піктограмі дзвоника (рис. 5.7). Переглянути сповіщення можна натиснувши на піктограму.

У чаті відображається не повне ім'я користувача, а його аватар. При наведенні курсору миші на аватар з'являється спливаюча підказка

стосовно повного імені користувача.

Таблиця 5.1

Основні команди розмітки

Команда	Призначення
#Текст	форматувати текст як заголовок
>Текст	форматувати текст як цитату
Текст	форматувати текст курсивним накресленням
Текст	форматувати текст напівжирним накресленням
- Текст	форматувати текст як маркований список
'Текст'	форматувати текст шрифтом однакової ширини
Shift + Enter	перейти на наступний рядок

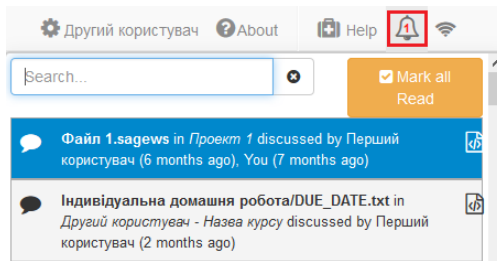


Рис. 5.7. Сповіщення про нові повідомлення в чаті

Робочий аркуш SageMath є основним файлом проекту, в ньому відбувається введення команд користувача та відображення результатів обчислень. Спілкування у «кімнатах» текстового чату (рис. 5.8) або відеочату робочого аркушу можливе лише для учасників проекту.

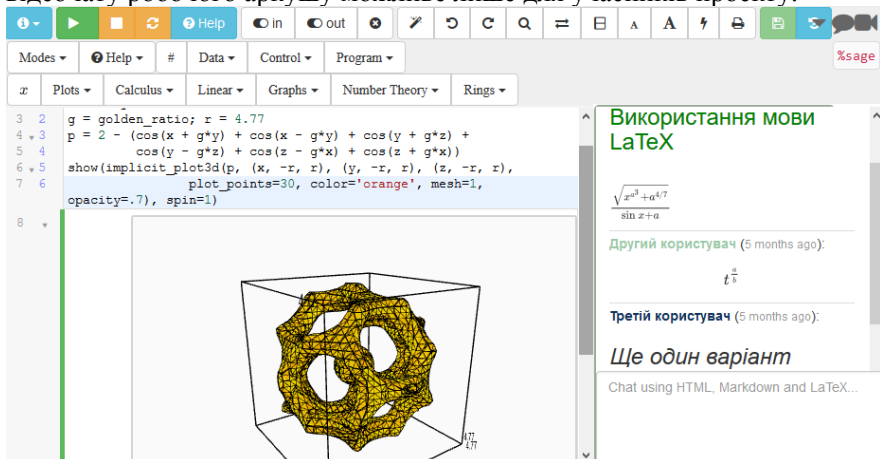


Рис. 5.8. Ілюстрація змісту текстового чату

Принцип роботи «кімнати» чату робочого аркушу аналогічний до вище описаного.

Переглянути всю історію змін вмісту робочого аркушу можна на сторінці, що відкриється після натискання кнопки «Time Travel» (рис. 5.9). В історії зберігаються записи про всі зміни, що здійснені або самим автором проекту, або будь-ким із учасників. Пересуваючи повзунок, можна проглянути всі зміни, що відбулися на аркуші. Початкова позиція повзунка відповідає моменту створення файлу. Якщо файл не змінювали і не редагували, в ній буде зазначено «Revision 0». Біля кожної зміни вказано дату та час. Остання позиція повзунка – останні зміни, що були здійснені під час редагування файлу.

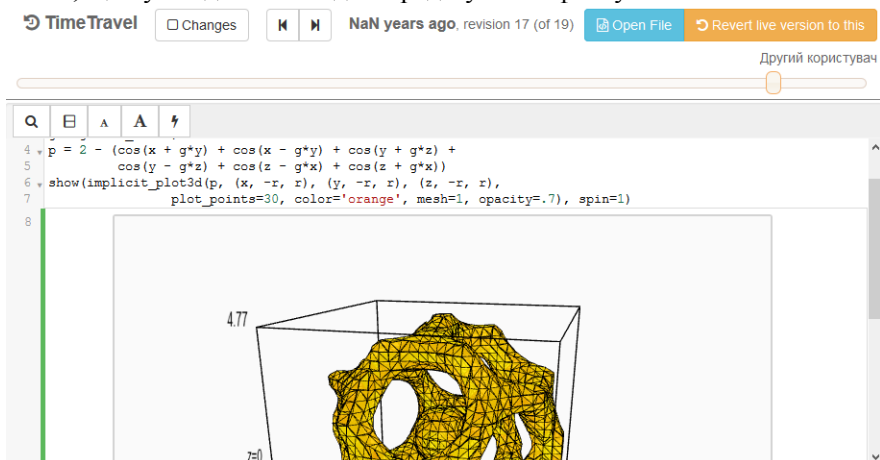


Рис. 5.9 Сторінка історії роботи з файлом

Працюючи над одним навчальним ресурсом, користувачі мають змогу бачити розташування курсорів один одного та піктограми тих учасників проекту, котрі в даний момент звернулись до файлу (рис. 5.10).

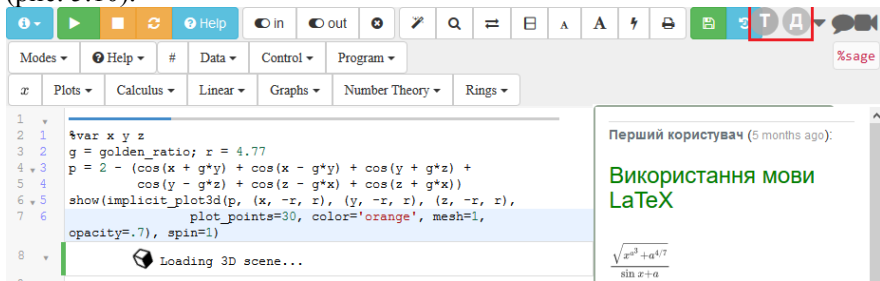


Рис. 5.10. Колективна робота над робочим аркушом

Для того, щоб організувати індивідуальну роботу з кожним студентом окремо, слід створити для кожного студента групи проект, наповнити його навчальними ресурсами та відкрити доступ лише для окремого користувача (студента). В результаті викладачу слід створити таку кількість проектів, скільки слухачів у кожній академічній групі, при цьому повторюючи одні й ті самі дії десятки разів. Для автоматизації даного процесу у SageMathCloud передбачено спеціальні ресурси (рис. 5.11) – навчальні курси (course).

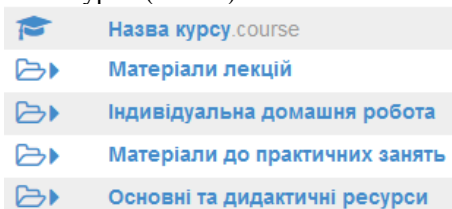


Рис. 5.11. Проект, що містить ресурс типу course

Даний спосіб організації навчання у SageMathCloud надає можливості викладачам контролювати процес виконання завдань студентами та здійснювати їх оцінювання.

5.2 Організація роботи з навчальними курсами

Для організації навчання у SageMathCloud у рамках навчального курсу рекомендується створити окремий проект, наповнити його навчальними матеріалами з дисципліни та додати навчальний курс натисканням кнопки «Manage a Course» (рис. 5.11, 5.12).

➕ Create new files in home directory of project

➕ Create a new file or directory

Name your file, folder or paste in a link

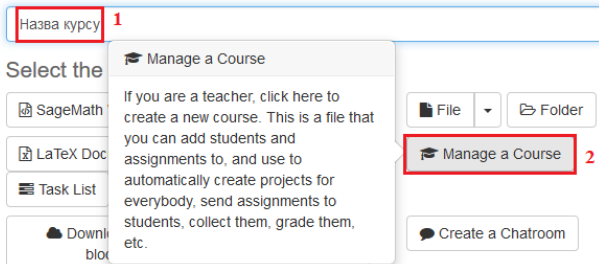


Рис. 5.12. Сторінка створення навчального курсу

Після створення навчального курсу настає черга одного з двох етапів – або додавання слухачів курсу, або визначення наявних у даному проекті

навчальних матеріалів ресурсами курсу (порядок дій не є принциповим). Це можна виконати на відповідних сторінках після відкриття навчального курсу.

Сторінка навчального курсу має вигляд, представлений на рис. 5.13:

- ярлик сторінки «Students» (для управління діями слухачів курсу);
- ярлик сторінки «Assignments» (для управління навчальними ресурсами курсу, розміщеними у папках);
- ярлик сторінки «Settings» (для налаштування параметрів навчального курсу);
- ярлик сторінки «Shared Project» (для створення проекту, спільного для всіх студентів).

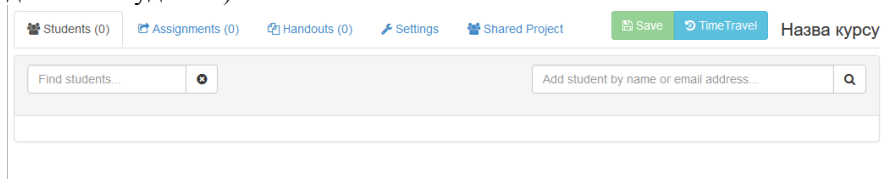


Рис. 5.13. Сторінка навчального курсу

Для додавання користувача (рис. 5.14) до навчального курсу достатньо організувати його пошук за ім'ям (1, 2) або адресою електронної пошти. У разі успішного пошуку (користувач має обліковий запис у SageMathCloud) із запропонованого списку слід обрати відповідний обліковий запис (3) та додати його власника до переліку користувачів навчального курсу (рис. 5.14), натиснувши кнопку «Add selected student» (4). Користувачів, які не мають облікового запису в SageMathCloud, також можна додати до навчального курсу за адресою їх електронної пошти. На вказану адресу автоматично надійде повідомлення стосовно їх включення до навчального курсу. Текст повідомлення можна змінити на сторінці «Settings».

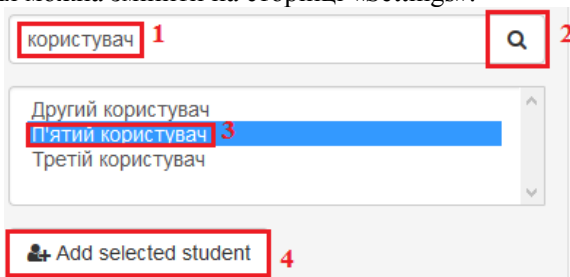


Рис. 5.14. Долучення користувача до курсу

Список користувачів курсу (сторінка «Students») містить такі

відомості – прізвище та ім'я, електронна адреса, час останнього звернення та тип хостингу (рис. 5.15).

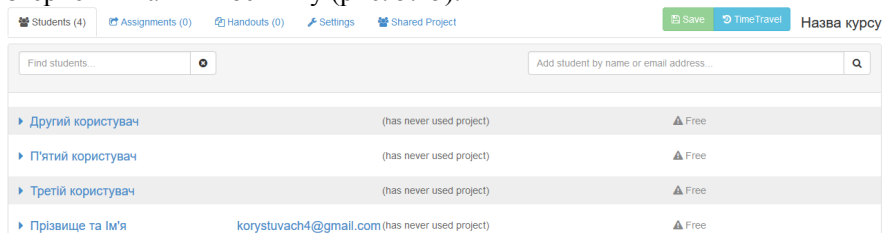


Рис. 5.15. Головна сторінка курсу: список студентів

Коли користувача включено до курсу в якості студента, автоматично створюється особистий проект, доступ до якого відкрито для викладача та студента. У зв'язку з цим поле «Прізвище та ім'я» є гіперпосиланням, за допомогою якого можна відкрити вікно управління індивідуальним проектом студента та його навчальними матеріалами. Назва особистого проекту студента складається з імені користувача (студента) та назви проекту, в якому розміщено навчальний курс (наприклад, *Другий користувач - Назва курсу*). Поле «Електронна адреса» буде заповнене лише у випадку, коли пошук користувача під час додавання до курсу відбувся за адресою електронної пошти. В полі «Час останнього звернення» за замовчуванням зазначено – «has never used project» (ніколи не працював з проектом). В останньому полі списку за замовчуванням вказано значення «Free», що означає використання безкоштовного тарифного плану, в інших випадках – відповідні відомості про передплатений план користувача курсу (Додаток Г, табл. 2).

Наповнення навчального курсу матеріалами (в подальшому – управління ними) здійснюється на сторінці «Assignments» (рис. 5.16). Процедура додавання навчальних матеріалів до курсу аналогічна до додавання слухачів курсу.

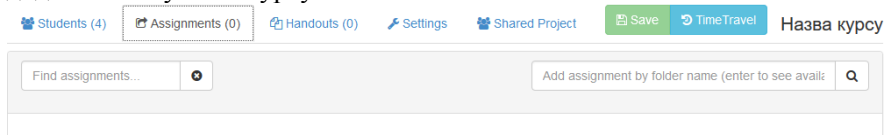


Рис. 5.16. Зовнішній вигляд сторінки «Assignments»

У результаті буде сформовано список навчальних матеріалів. При натисканні на назву навчального матеріалу відкриється вікно його основних відомостей та дій із ним (рис. 5.17):

- кнопка «Open» – переглянути вміст навчального матеріалу;
- поле «Due» – вказати граничні дату та час виконання завдань

(студент може переглянути кінцевий термін виконання завдання у файлі DUE_DATE.txt, що автоматично створюється та розміщується у папці із відповідним завданням);

– прапорець «Peer Grading» – управління можливістю студентів оцінювати один одного;

– кнопка «Delete» – видалити папку навчального матеріалу з курсу;

– кнопка «Assign» – виконати копіювання папки усім студентам курсу;

– список користувачів курсу для персоналізованого управління навчальним ресурсом;

– поле для введення «Private Assignment Notes» – зауваження щодо завдань для інших викладачів курсу.

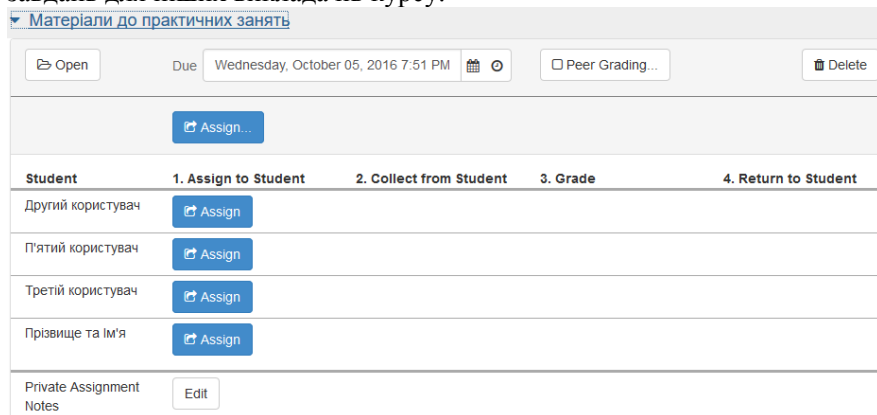


Рис. 5.17. Вікно основних відомостей папки курсу

Скопіювати навчальні матеріали усім студентам у власні проекти одночасно можна, натиснувши кнопку «Assign...». У разі призначення навчального матеріалу одночасно усім студентам курсу у вікні з'явиться діалог стосовно підтвердження дій (рис. 5.18).

При копіюванні навчальних матеріалів хоча б одному студенту, над списком студентів у вікні загальних налаштувань папки з'являються кнопки, які дозволять одночасно призначати завдання усім студентам курсу, збирати виконані завдання та повідомляти про отриману оцінку (рис. 5.19): «Assign...» – скопіювати/оновити папку навчальних матеріалів у індивідуальний проект кожного студента; «Collect...» – зібрати/скопіювати папку навчальних матеріалів з виконаними завданнями кожного студента; «Return...» – повідомити кожного студента стосовно поставленої оцінки.

Значення полів даного списку повторюються у вікні управління

індивідуальним проектом студента та його окремими навчальними матеріалами, сторінки «Students» (рис. 5.20), що містить кнопки «Open student project» та «Delete», список навчальних матеріалів та примітки.

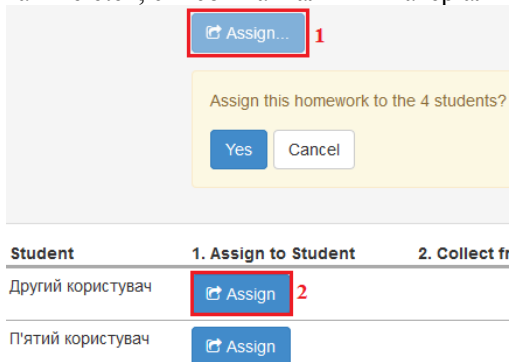


Рис. 5.18. Копіювання папки з навчальними ресурсами (1 – всім студентам курсу, 2 – окремому студенту)

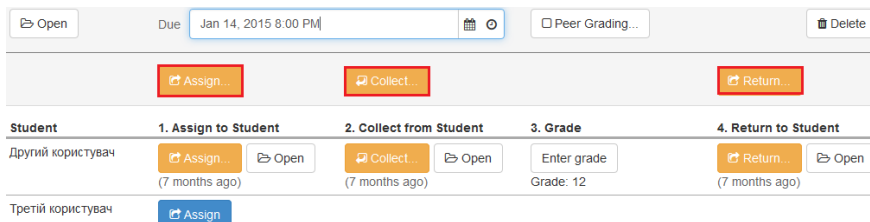


Рис. 5.19. Кнопки виконання дії одночасно для всіх студентів курсу

Для отримання доступу до індивідуального проекту студента слід натиснути кнопку «Open student project».

Список навчальних матеріалів складається з наступних полів:

«Assignment» – список назв папок навчальних матеріалів (їх можна переглянути на сторінці «Assignments»),

«1. Assign to Student» – скопіювати/оновити папку навчальних матеріалів студенту до його власного проекту,

«2. Collect from Student» – зібрати/скопіювати папку навчальних матеріалів з власного проекту студента,

«3. Grade» – виставити оцінку,

«4. Return to Student» – повідомити студента про оцінку.

Поле для введення «Notes» (нотатки) за замовчуванням порожнє, але його вміст доступний лише викладачу/викладачам.

У списку студентів, на сторінці «Assignments» в кожному полі з'являться аналогічні кнопки (рис. 5.19), що надають можливості

виконувати ті ж дії, але для певного студента/студентів (рис. 5.21), за виключенням кнопки уведення оцінки «Enter grade». Усі кнопки можна застосовувати повторно (вміст кожної папки матеріалів навчального курсу за потреби можна змінювати, студент може доопрацювати завдання тощо). Кнопки з'являються послідовно, згідно покрокового виконання дій (не можна призначити завдання студенту та одразу оцінити його, пропустивши етап перевірки виконаного завдання).

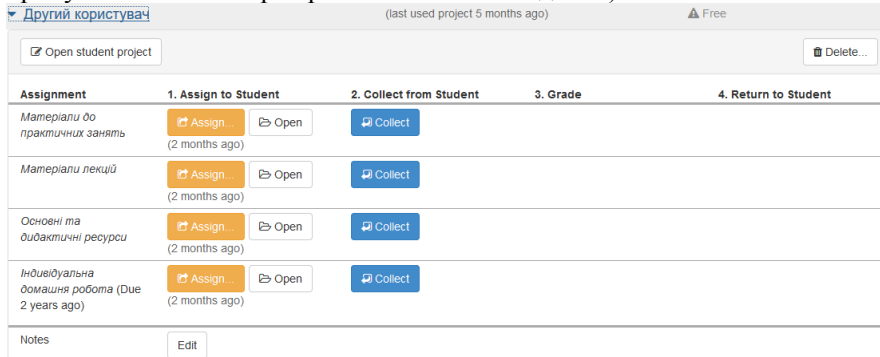


Рис. 5.20. Головна сторінка курсу: основні відомості студентів

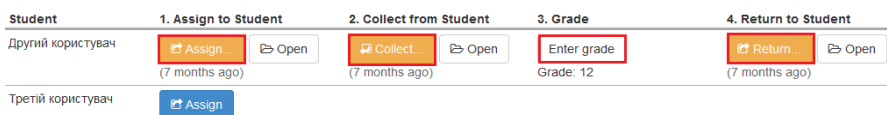


Рис. 5.21. Кнопки виконання дій для одного студенту курсу

Крім того, в списку студентів у кожному полі (за виключенням «3. Grade») існує кнопка «Open», що відкриває зміст папки на кожному етапі дій (рис. 5.22).

Навчальні матеріали, що були вже скопійовані, можна за потребою оновити. Процедура оновлення аналогічна до процедури копіювання – якщо вміст папки змінено (в тому числі було внесено зміни до вже існуючих ресурсів), то старі версії навчальних ресурсів будуть збережені з у вигляді назва.розширення~: «Assign» – призначити/скопювати папку у власний проект студента; «Collect» – зібрати/скопювати папку з виконаними завданнями студента; «Enter grade» – поставити оцінку студенту; «Return» – повідомити студента стосовно поставленої оцінки.

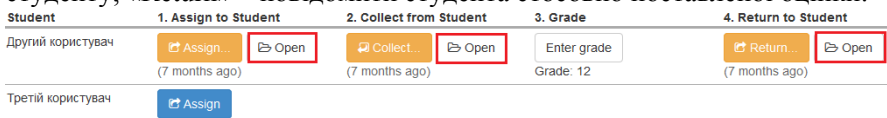


Рис. 5.22. Кнопки «Open»

Після натискання кнопки «Collect» в структурі проекту автоматично з'явиться папка з назвою, що відповідає назві ресурсу типу course та наприкінці – «-collect». Її структура складається із сукупності папок із виконаними завданнями та файлом, за яким можна встановити належність файлів власнику.

Коли ж викладач повідомляє студенту оцінку за виконану роботу, в проекті студента автоматично генерується папка з назвою папки завдань та в кінці додається «-graded». Зміст папки складатимуть ресурси, що переглянув викладач та автоматично створений файл з оцінкою.

На сторінці «Settings» загальних налаштувань ресурсу викладача можуть зацікавити наступні блоки:

– «Export grades» (рис. 5.23) – натиснувши на відповідну кнопку «CSV file...» або «Python file...», в структурі проекту буде створено файл із зазначенням оцінок усіх студентів;

– «Customize email invitation» (рис. 5.23) – наведено текст повідомлення про включення користувача до курсу, що надійде на електронну поштову скриньку користувачу, якого включено до курсу, але він не зареєстрований в системі (за потреби текст повідомлення можна змінити натиснувши на кнопку «Edit»).

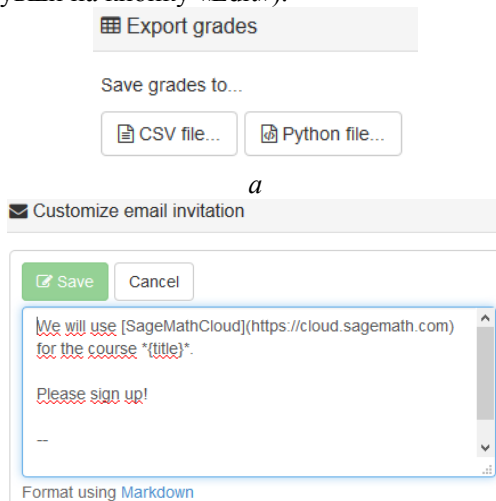


Рис. 5.23. Сторінка загальних налаштувань курсу:
а) блок «Export grades», б) блок «Customize email invitation»

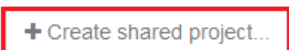
На сторінці «Shared Project» можна створити спільний проект для усіх студентів навчального курсу, в якому кожен студент автоматично буде учасником (рис. 5.24).

Optionally create a shared project for everybody

Optionally create a single common shared project, which everybody -- students and all collaborators on this project (your TAs and other instructors) -- will have **write** access to. This can be useful for collaborative in-class labs, course-wide chat rooms, and making miscellaneous materials available for students to experiment with together.

When you create the shared project, everybody who has already created an account is added as a collaborator to the project. Whenever you re-open this course, any students or collaborators on the project that contains this course will be added to the shared project.

After you create the shared project, you should move the shared project to a members only server or upgrade it in other ways if you want it to be more stable.

 + Create shared project... **1**


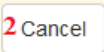
 Create shared project for everybody involved in this class  **2** Cancel

Рис. 5.24. Створення спільного проекту студентів ресурсу course

6 РОЗВ'ЯЗАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ ЗАСОБАМИ SAGEMATHCLOUD

6.1 Основні задачі з елементарної математики

Завдання 1. Розкрити дужки та звести подібні доданки:

$$(x + 1)(x + 5)^2(x - 3).$$

```
expand((x+1)*(x+5)^2*(x-3)) (рис. 6.1)
```

$$x^4 + 8x^3 + 2x^2 - 80x - 75$$

Рис. 6.1. Приклад розкриття дужок та зведення подібних доданків

Завдання 2. Розкласти алгебраїчний вираз на множники:

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 10x - 15.$$

```
factor(x^4-2*x^3+2*x^2-10*x-15) (рис. 6.2)
```

$$(x^2 + 5)(x + 1)(x - 3)$$

Рис. 6.2. Приклад розкладання алгебраїчного виразу на множники

Завдання 3. Розкласти дріб на суму простих дробів:

$$\frac{x + 5}{(x^2 + 2x + 3)(x - 1)}.$$

```
expand((x+5)/((x^2+2*x+3)*(x-1))) (рис. 6.3)
```

$$\frac{x}{(x^2 + 2x + 3)(x - 1)} + \frac{5}{(x^2 + 2x + 3)(x - 1)}$$

Рис. 6.3. Приклад розкладання дроби на суму простих дробів

Завдання 4. Обчислити значення виразу, якщо $x = \frac{\pi}{6}$:

$$\frac{\cos^2(x) - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}{(\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x) \cos 2x}.$$

```
f=(cos(x)^2-cos(pi/2+x)^2)/((cot(x)-tan(x))*cos(2*x))  
#Задамо вираз  
f(pi/6) #Обчислимо його значення (рис. 6.4)
```

$$\frac{1}{2} \sqrt{3}$$

Рис. 6.4. Приклад обчислення значення виразу в точці

Завдання 5. Виконати покрокову побудову графіка функції:

$$y = 1 + \operatorname{ctg} |x|.$$

```
y1=plot(cot(x),(x,-2*pi,2*pi),linestyle=':',thickness=3,  
legend_label='$y=\operatorname{ctg}(x)$',detect_poles='show')  
#Графік функції y = ctg(x).
```

```

y2=plot(cot(abs(x)), (x,-2*pi,2*pi), linestyle='--',
thickness=3, legend_label= '$y=\operatorname{ctg}|x|$',
detect_poles='show') #Графік функції y = ctg |x|.
y3=plot(1+cot(abs(x)), (x,-2*pi,2*pi), thickness=3,
legend_label='$y=1+\operatorname{ctg}|x|$', detect_poles='show'
) #Графік функції y = 1 + ctg |x|.
show(y1+y2+y3, ymin=-pi, ymax=pi, aspect_ratio=1) (рис. 6.5)

```

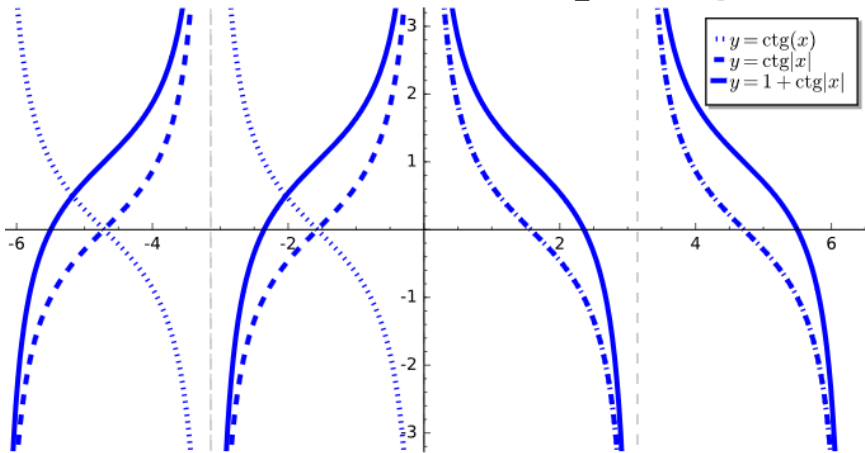


Рис. 6.5. Приклад покрокової побудови графіка функції

Завдання 6. Розв'язати рівняння:

а) $3x^4 - 10x^3 - 19x^2 - 26x - 20 = 0$;

б) $\cos^2 5x - \frac{3}{2} \cos 5x + \frac{1}{2} = 0$.

html("Корені першого рівняння: %s\$."%)

latex(solve(3*x^4-10*x^3-19*x^2-26*x-20==0, x)) (рис. 6.6)

html("
Корені другого рівняння: %s\$."%)

latex(solve(cos(5*x)^2-3/2*cos(5*x)+1/2==0, x)) (рис. 6.6)

Корені першого рівняння: $[x = 5, x = (-1), x = -\frac{1}{3}i\sqrt{11} - \frac{1}{3}, x = \frac{1}{3}i\sqrt{11} - \frac{1}{3}]$.

Корені другого рівняння: $[x = 0, x = \frac{1}{15} \pi]$.

Рис. 6.6. Приклади розв'язання рівнянь

Завдання 7. Розв'язати нерівність:

$$\frac{x + 2}{x^3 - 11x^2 - 80x + 900} \leq 0.$$

solve((x+2)/(x^3-11*x^2-80*x+900)<=0, x) (рис. 6.7)

$$[[x > (-9), x \leq (-2)]]$$

Рис. 6.7. Приклад розв'язання нерівності

Завдання 8. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 3x + 7y + 6z = 20 \\ 3x - 4y - 7z = -28 \\ 5x - 4y + 5z = -8 \end{cases}$$

```
%var x,y,z
solve([3*x+7*y+6*z==20,3*x-4*y-7*z==-28,
      5*x-4*y+5*z==-8],x,y,z) (рис. 6.8)
[[x = (-2), y = 2, z = 2]]
```

Рис. 6.8. Приклад розв'язання системи лінійних рівнянь

Завдання 9. Побудувати трикутник ABC , заданий трьома точками: $A(0; -3), B(-3; -2), C(-4; 1)$.

```
polygon2d([(0,-3),(-3,-2),(-4,1)])+
text("$A$",(0.1,-3.1),fontsize=20)+
text("$B$",(-3.1,-2.2),fontsize=20)+
text("$C$",(-4.2,1),fontsize=20) (рис. 6.9)
```

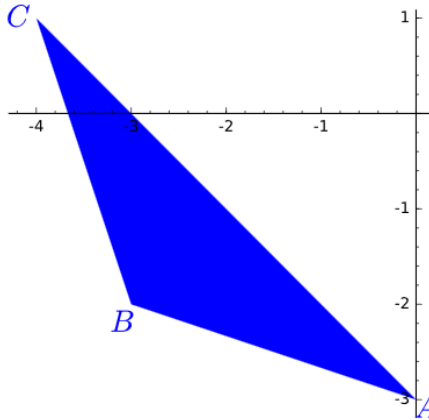


Рис. 6.9. Приклад побудови трикутника за його вершинами

Завдання 10. Ребро правильного тетраедра a . Побудувати рівносторонній конус, коло основи якого вписано в грань тетраедра [3, с. 113].

```
from sage.plot.plot3d.shapes import Cone
tetrahedron(center=(0,0,0.67),size=2.15,opacity=0.75) +
Cone(1,1,closed=False,color='red') (рис. 6.10)
```

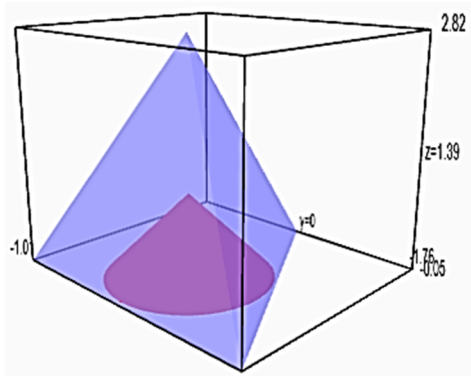



Рис. 6.10. Приклад побудови правильного тетраедера та рівностороннього конуса

6.2 Основні задачі з вищої математики

Завдання 11. Задано комплексні числа $z_1 = 2 + 2i$ та $z_2 = 3 - 3i$. Знайти:

- а) комплексно спряжені до чисел z_1 та z_2 ;
- б) модулі комплексних чисел;
- в) $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, z_1^5 , $\sqrt[5]{z_1}$, z_2^3 , $\sqrt[3]{z_2}$.

Побудуйте: $z_1, \bar{z}_1, z_2, \bar{z}_2$.

```
z1=2+2*i; z2=3-3*i
```

```
html("Дано: $z_1=%s$ та $z_2=%s$."%(latex(z1), latex(z2)))
```

```
html("<br>Комплексно спряжені: $\bar{z}_1=%s$ та
```

```
$\bar{z}_2=%s$."%(latex(z1.conjugate()), latex(z2.conjugate()))
```

) (рис. 6.11)

```
html("<br>Модулі комплексних чисел: $|z_1|=%s$ та
```

```
$|z_2|=%s$."%(latex(z1.abs()), latex(z2.abs())) (рис. 6.12)
```

```
html("<br>$z_1+z_2=%s$; $z_1-z_2=%s$; $z_1 \cdot z_2=%s$;
```

```
$\frac{z_1}{z_2}=%s$."%(latex(z1+z2), latex(z1-z2),
```

```
latex(z1*z2), latex(z1/z2))
```

```
html("<br>$z_1^5=%s$; $\sqrt[5]{z_1}=%s$; $z_2^3=%s$;
```

```
$\sqrt[3]{z_2}=%s$."%(latex(z1^5), latex(expand(z1^(1/5))),
```

```
latex(z2^3), latex(z2^(1/3))) (рис. 6.13)
```

```
p1=vector([real(z1), imag_part(z1)]).plot()#Побудова z1
```

```
p2=vector([real(z2), imag_part(z2)]).plot()#Побудова z2
```

```
p3=vector([real(z1.conjugate()), imag_part(z1.conjugate())]
```

```
).plot()#Побудова вкомплексно спряженого до z1
```

```
p4=vector([real(z2.conjugate()), imag_part(z2.conjugate())]
```

```
).plot()#Побудова вкомплексно спряженого до z2
```

graphics_array(((p1,p2),(p3,p4))) (рис. 6.14)

Дано: $z_1 = 2i + 2$ та $z_2 = -3i + 3$.

Комплексно спряжені: $\bar{z}_1 = -2i + 2$ та $\bar{z}_2 = 3i + 3$.

Рис. 6.11. Приклад знаходження комплексно спряжених чисел

Дано: $z_1 = 2i + 2$ та $z_2 = -3i + 3$.

Модулі комплексних чисел: $|z_1| = 2\sqrt{2}$ та $|z_2| = 3\sqrt{2}$.

Рис. 6.12. Приклад знаходження модулів комплексних чисел

Дано: $z_1 = 2i + 2$ та $z_2 = -3i + 3$.

$z_1 + z_2 = -i + 5$; $z_1 - z_2 = 5i - 1$; $z_1 \cdot z_2 = 12$; $\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{3}i$.

$z_1^5 = -128i - 128$; $\sqrt[5]{z_1} = (2i + 2)^{\frac{1}{5}}$; $z_2^3 = -54i - 54$; $\sqrt[3]{z_2} = (-3i + 3)^{\frac{1}{3}}$.

Рис. 6.13. Приклад виконання дій над комплексними числами

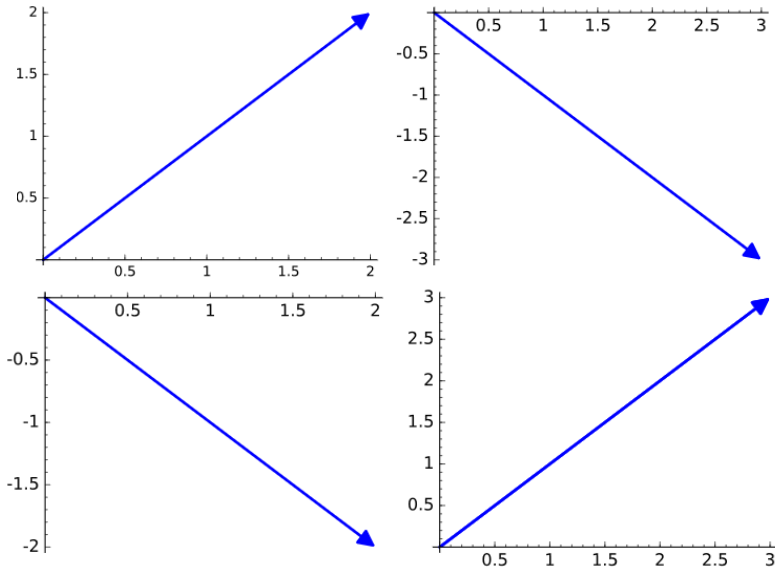


Рис. 6.14. Приклад геометричної інтерпретації комплексних та комплексно спряжених чисел

Завдання 12. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & -4 & 3 \\ -3 & 2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 8 \\ 4 & 7 & 9 & 2 \end{vmatrix}$$

det(matrix([[1,6,-4,3],[-3,2,5,0],[3,0,1,8],[4,7,9,2]]))

(рис. 6.15)

–3020

Рис. 6.15. Приклад обчислення визначника

Завдання 13. Задано вектори $\vec{a}(-1; 5; 3)$ та $\vec{b}(2; -2; 0)$.

Виконати такі операції:

а) знайти суму векторів \vec{a} і \vec{b} ;

б) визначити вектор \vec{c} за правилом $3\vec{a} - 2\vec{b}$;

в) обчислити скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{b} ;

г) обчислити векторний добуток векторів \vec{a} і \vec{b} ;

д) обчислити довжини векторів \vec{a} і \vec{b} .

`a=vector([-1,5,3]);b=vector([2,-2,0])`

```
html("Дано:  $\vec{a}$  та  $\vec{b}$ ."  
" $\vec{a}$ ." $\vec{b}$ ." $(\text{latex}(a), \text{latex}(b))$ "))  
html("<br> $\vec{a} + \vec{b}$ ; $\vec{c}$ ; $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ."  
" $(\text{latex}(a+b), \text{latex}(3*a-2*b), \text{latex}(a*b))$ "))  
html("<br> $\vec{a} \times \vec{b}$ ; $|\vec{a}|$ ; $|\vec{b}|$ ."  
" $(\text{latex}(a.\text{cross\_product}(b)), \text{latex}(abs(a)),$   
 $\text{latex}(abs(b)))$ ")) (рис. 6.16)
```

Дано: $\vec{a} = (-1, 5, 3)$ та $\vec{b} = (2, -2, 0)$.

$\vec{a} + \vec{b} = (1, 3, 3)$; $\vec{c} = (-7, 19, 9)$; $\vec{a} \cdot \vec{b} = -12$.

$\vec{a} \times \vec{b} = (6, 6, -8)$; $|\vec{a}| = \sqrt{35}$; $|\vec{b}| = 2\sqrt{2}$.

Рис. 6.16. Приклади виконання операцій з векторами

Завдання 14. Дано дві матриці: $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 8 \\ 8 & 0 & 5 \\ -9 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

Знайти: суму, різницю, добутки цих матриць, обернену матрицю до матриці A , добуток матриці A та оберненої до неї, добуток визначників матриці A та оберненої до неї.

```
A=matrix([[3,0,2],[1,6,3],[2,4,5]])  
B=matrix([[1,6,8],[8,0,5],[-9,4,2]])  
html("Дано матриці:  $A$  та  $B$ ."  
" $A+B$ ." $(\text{latex}(A), \text{latex}(B), \text{latex}(A+B))$ )#Матриці  $A$  та  $B$ , їх сума  
html("<br> $A-B$ ; $A \cdot B$ ; $B \cdot A$ ."  
" $(\text{latex}(A-B), \text{latex}(A*B), \text{latex}(B*A))$ )#Різниця матриць, їх  
добутки  
html("<br> $A^{-1}$ ; $A \cdot A^{-1}$ ; $\det(A)$   
" $\cdot \det(A^{-1})$ ." $(\text{latex}(A^{-1}), \text{latex}(A*A^{-1}),$   
 $\text{latex}(\det(A)*\det(A^{-1})))$ )#Обернена матриця до матриці  $A$ ,
```

добуток матриці A на обернену до неї, добуток визначників матриці A та оберненої до неї (рис. 6.17)

$$\text{Дано матриці: } A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix} \text{ та } B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 8 \\ 8 & 0 & 5 \\ -9 & 4 & 2 \end{pmatrix}. A + B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 10 \\ 9 & 6 & 8 \\ -7 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 2 & -6 & -6 \\ -7 & 6 & -2 \\ 11 & 0 & 3 \end{pmatrix}; A \cdot B = \begin{pmatrix} -15 & 26 & 28 \\ 22 & 18 & 44 \\ -11 & 32 & 46 \end{pmatrix}; B \cdot A = \begin{pmatrix} 25 & 68 & 60 \\ 34 & 20 & 41 \\ -19 & 32 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{9}{19} & \frac{4}{19} & -\frac{6}{19} \\ \frac{1}{38} & \frac{11}{38} & -\frac{7}{38} \\ -\frac{4}{19} & -\frac{6}{19} & \frac{9}{19} \end{pmatrix}; A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \det A \cdot \det A^{-1} = 1.$$

Рис. 6.17. Приклад обчислення визначника

Завдання 15. Розв'язати матричне рівняння та виконати перевірку:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 9 & -3 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -8 & 7 \\ 3 & 3 & -5 \\ 8 & 3 & -10 \end{pmatrix}.$$

$A = \text{matrix}([[4,-2,2],[-1,2,-1],[9,-3,-9]])$

$B = \text{matrix}([[-9,-8,7],[3,3,-5],[8,3,-10]])$

$\text{html}(\text{"Дано матричне рівняння: } \$X \cdot \$s = \$s\$.\text{"}$

$(\text{latex}(A), \text{latex}(B)))$ #Задамо рівняння

$X = B \cdot A^{-1}$

$\text{html}(\text{"
"} \$X = B \cdot A^{-1} = \$s \cdot \$s = \$s\$.\text{"}$

$(\text{latex}(B), \text{latex}(A^{-1}), \text{latex}(X)))$ #Розв'язання рівняння

$\text{html}(\text{"
"} \text{Перевірка } \$X \cdot A = \$s \cdot \$s.\text{"}$

$(\text{latex}(X), \text{latex}(A), \text{latex}(X \cdot A)))$ #Перевірка (рис. 6.18)

$$\text{Дано матричне рівняння: } X \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 9 & -3 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -8 & 7 \\ 3 & 3 & -5 \\ 8 & 3 & -10 \end{pmatrix}.$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} -9 & -8 & 7 \\ 3 & 3 & -5 \\ 8 & 3 & -10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{7}{26} & \frac{4}{13} & \frac{1}{39} \\ \frac{3}{13} & \frac{9}{13} & -\frac{1}{39} \\ \frac{5}{26} & \frac{1}{13} & -\frac{1}{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{38}{13} & -\frac{101}{13} & -\frac{22}{39} \\ \frac{7}{13} & \frac{34}{13} & \frac{5}{13} \\ \frac{12}{13} & \frac{49}{13} & \frac{35}{39} \end{pmatrix}.$$

$$\text{Перевірка } X \cdot A = \begin{pmatrix} -\frac{38}{13} & -\frac{101}{13} & -\frac{22}{39} \\ \frac{7}{13} & \frac{34}{13} & \frac{5}{13} \\ \frac{12}{13} & \frac{49}{13} & \frac{35}{39} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 9 & -3 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -8 & 7 \\ 3 & 3 & -5 \\ 8 & 3 & -10 \end{pmatrix}.$$

Рис. 6.18. Приклад розв'язання матричного рівняння

Завдання 16. Знайти границю послідовності

$$\left\{ 1 + \frac{1}{2^k} \right\}.$$

```
%var k
html ("$$s$. "% latex(limit(1+1/2^k,k=oo)))#Обчислення
границі послідовності
```

1.

Рис. 6.19. Приклад обчислення границі послідовності

Завдання 17. Знайти границю функції $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$, коли $x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow 5$ та $x \rightarrow 1,2$.

```
f=(1+1/x)^x
html ("$$\lim\limits_{x \to \infty} %s = %s$."%
(latex(f), latex(f.limit(x=oo))))
html ("  
$$\lim\limits_{x \to 5} %s = %s$."%
(latex(f), latex(f.limit(x=5))))
html ("  
$$\lim\limits_{x \to 1,2} %s = %s$."%
(latex(f), latex(f.limit(x=1.2)))) (рис. 6.20)
```

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} + 1\right)^x = e.$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{1}{x} + 1\right)^x = \frac{7776}{3125}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1,2} \left(\frac{1}{x} + 1\right)^x = 2.06961575467.$$

Рис. 6.20. Приклад обчислення границі функції

Завдання 18. Обчислити ліву та праву границі функції у точці $x = 2$:

$$y = \frac{\sqrt{7+x} - 1}{x^2 - 4}.$$

```
y=(sqrt(7+x)-1)/(x^2-4)
html ("$$\lim\limits_{x \to 2^{+0}} %s = %s$."%
(latex(y), latex(y.limit(x=2,dir='plus'))))
html ("  
$$\lim\limits_{x \to 2^{-0}} %s = %s$."%
(latex(y), latex(y.limit(x=2,dir='minus')))) (рис. 6.21)
```

$$\lim_{x \rightarrow 2^{+0}} \frac{\sqrt{x+7}-1}{x^2-4} = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^{-0}} \frac{\sqrt{x+7}-1}{x^2-4} = -\infty.$$

Рис. 6.21. Приклад обчислення лівої та правої границі функції

Завдання 19. Обчислити суму:

$$\sum_{k=1}^{50} \frac{1}{k(k+1)}.$$

Обчислити добуток:

$$\prod_{k=3}^{10} \frac{k^3 - 4}{k^2 - 1}.$$

```
%var k
f1(k)=1/(k*(k+1))
f2(k)=(k^3-4)/(k^2-1)
html("$\sum\limits_{k=1}^{50} %s = %s$."%(latex(f1(k)),
latex(RR(sum([f1(x) for x in [1..50]])).n(digits=5))))
#Обчислення суми
html("<br>$\prod\limits_{k=3}^{10} %s = %s$."%
(latex(f2(k)), latex(RR(prod([f2(x) for x in
[3..10]])).n(digits=5))))#Обчислення добутку (рис. 6.22)
```

$$\sum_{k=1}^{50} \frac{1}{(k+1)k} = 0.98039.$$

$$\prod_{k=3}^{10} \frac{k^3-4}{k^2-1} = 1.8234 \times 10^6.$$

Рис. 6.22. Приклад обчислення суми та добутку

Завдання 20. Знайти першу похідну функції:

$$y = 2e^x \ln^2(x + 1).$$

`diff(2*exp(x)*(ln(x+1)^2), x)` (рис. 6.23)

$$2e^x \log(x + 1)^2 + \frac{4e^x \log(x + 1)}{x + 1}$$

Рис. 6.23. Приклад знаходження першої похідної функції

Завдання 21. Знайти другу похідну для функції:

$$y = \cos^2(x^2).$$

`diff(cos(x^2)^2, 2)` (рис. 6.24)

$$-8x^2 \cos(x^2)^2 + 8x^2 \sin(x^2)^2 - 4 \cos(x^2) \sin(x^2)$$

Рис. 6.24. Приклад знаходження другої похідної функції

Завдання 22. Знайти частинні похідні функції

$$f(x, y) = \frac{\sin(x)}{\cos(2y)}.$$

```
%var x,y
f(x,y)=sin(x)/cos(2*y)
html("Дано функцію: $f(x,y) = %s$."%(latex(f(x,y))))#
html("<br>$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = %s$."%
latex(diff(f(x,y), x)))#Частинна похідна по змінній x
```

html("
\\$\\frac {\partial f(x,y)}{\partial y} = %s\$."%
 latex(diff(f(x,y),y))#Частинна похідна по змінній y (рис. 6.25)

Дано функцію: $f(x, y) = \frac{\sin(x)}{\cos(2y)}$.

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{\cos(x)}{\cos(2y)}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{2 \sin(x) \sin(2y)}{\cos(2y)^2}$$

Рис. 6.25. Приклад знаходження частинних похідних функції

Завдання 23. Знайти первісну функції

$$y = \frac{\arccos^2 7x}{\sqrt{1 - 49x^2}}$$

integral(acos(7*x)^2/sqrt(1-49*x^2), x) (рис. 6.26)

$$-\frac{1}{21} \arccos(7x)^3$$

Рис. 6.26. Приклад знаходження первісної функції

Завдання 24. Обчислити визначений інтеграл:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) \cos^2(x) dx.$$

integral(sin(x)*cos(x)^2, x, 0, pi/2) (рис. 6.27)

$$\frac{1}{3}$$

Рис. 6.27 Приклад обчислення визначеного інтегралу

Завдання 25. Обчислити подвійний інтеграл:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\frac{y}{2}}^{-y} (2xy - x^2) dx dy.$$

integral(integral(2*x*y-x^2, x, -y/2, -y), y, -1, 0) (рис. 6.28)

$$-\frac{25}{96}$$

Рис. 6.28. Приклад обчислення подвійного інтегралу

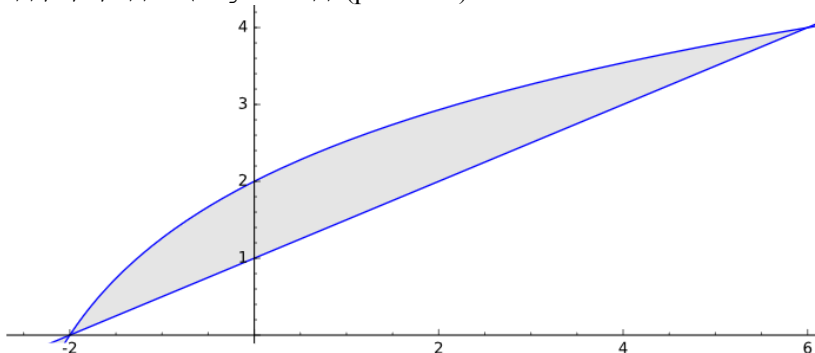
Завдання 26. Знайти площу фігури, обмежену графіками функцій $y = 2 \log_3(x + 3)$ та $y = \frac{x}{2} + 1$.

%var x, y

```

plot([2*log_b(x+3,b=3),x/2+1],[-2.5,6.5,fill={0:[1]},
fillcolor='#ccc']).show(ymin=0,ymax=5)#Побудова фігури, що
обмежена графіками функцій
a=find_root(2*log_b(x+3,b=3)-x/2-1,-2.5,-1.8)
b=find_root(2*log_b(x+3,b=3)-x/2-1,5.5,6.8)
html("Перша точка перетину графіків функцій: %s$."%a)
html("<br>Друга точка перетину графіків функцій: %s$."%b)
html("<br>Площа фігури, що обмежена графіками функцій:
%s$ кв. од."%RR(integral(integral(1,y,x/2+1,2*log_b(x+3,
b=3)),x,a,b)).n(digits=5)) (рис. 6.29)

```



Перша точка перетину графіків функцій: -2.0 .

Друга точка перетину графіків функцій: 6.0 .

Площа фігури, що обмежена графіками функцій: 5.4362 кв. од.

Рис. 6.29. Приклад обчислення площі фігури

Завдання 27. Розв'язати диференціальне рівняння першого порядку:

$$y' - \frac{y}{x} = 0.$$

```

x = var('x')
y = function('y')(x) # визначення y як функції від x
# знаходження як загального розв'язку
# диференційного рівняння
show(desolve(diff(y,x) - y/x == 0,[y,x])) (рис. 6.30)

```

Cx

Рис. 6.30. Приклад розв'язання диференціального рівняння першого порядку

Завдання 28. Розв'язати лінійне диференціальне рівняння першого порядку:

$$y' - \frac{y}{x} - x = 0.$$


```
x = var('x')
y = function('y')(x)
desolve(diff(y,x)-y/x-x==0, [y,x]) (рис. 6.31)
```

$$(C + x)x$$

Рис. 6.31. Приклад розв'язку лінійного диференціального рівняння першого порядку

Завдання 29. Розв'язати диференціальне рівняння другого порядку:

$$y'' - 1 + 2x = 0.$$

```
x = var('x')
y = function('y')(x)
desolve(diff(y,x,2)-1+2*x==0, [y,x]) (рис. 6.32)
```

$$-\frac{1}{3}x^3 + K_2x + \frac{1}{2}x^2 + K_1$$

Рис. 6.32. Приклад розв'язання диференціального рівняння другого порядку

Завдання 30. Розв'язати лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами:

$$y'' - 5y' + 6y = 0.$$

```
x = var('x')
y = function('y')(x)
desolve(diff(y,x,2)-5*diff(y,x)+6*y==0, [y,x]) (рис. 6.33)
```

$$K_1e^{(3x)} + K_2e^{(2x)}$$

Рис. 6.33. Приклад розв'язання лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку

Завдання 31. Знайти розв'язок задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку: $y' + y = 1$, $y(0) = 2$ та проілюструвати знайдений розв'язок.

```
x = var('x')
y = function('y')(x)
show(desolve(diff(y,x)+y==1, [y,x], ics=[0,2]))
show(plot(desolve(diff(y,x)+y==1, [y,x], ics=[0,2]), (x,0,5)))
) (рис. 6.34)
```

Завдання 32. Знайти розв'язок задачі Коші для диференціального рівняння другого порядку:

$$y'' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

```
x = var('x')
y = function('y')(x)
```

`desolve(diff(y,x,2)+y==0,[y,x],ics=[0,0,1])` (рис. 6.35)

$$e^{(-x)} + 1$$

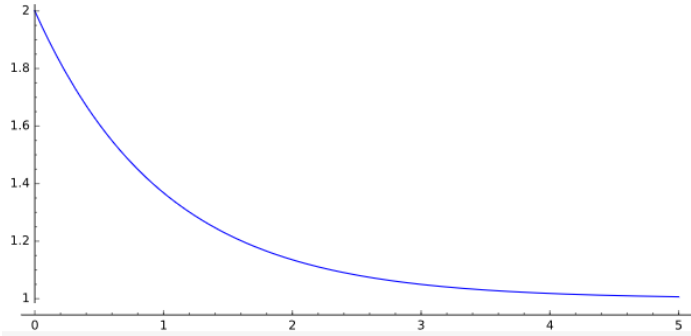


Рис. 6.34 Приклад розв'язку задачі Коші та його ілюстрація

$$\sin(x)$$

Рис. 6.35. Приклад розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння другого порядку

Завдання 33. Побудувати характеристичне векторне поле для диференціального рівняння

$$y' = x^2 + y^2.$$

`plot_slope_field(lambda x,y: x^2+y^2, (-3,3), (-3,3))`
(рис. 6.36)

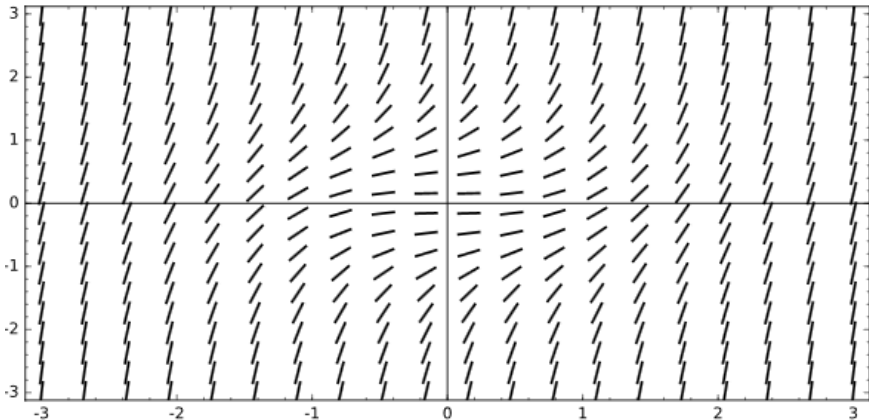


Рис. 6.36. Приклад побудови характеристичного векторного поля диференціального рівняння

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Воронцов К. В. LaTeX2e в примерах [Электронный ресурс] / К. В. Воронцов. – 2005. – 59 с. – Режим доступа : <http://www.ccas.ru/voron/download/voron05latex.pdf>
2. Оетикер Т. Не очень краткое введение в LaTeX2e [Электронный ресурс] / Тобиас Оетикер ; [пер. Б. Тоботрас]. – 2011. – 153 с. – Режим доступа : <http://www.tex.uniya.ac.ru/doc/lshortru.pdf>
3. Лоповок Л. М. Збірник задач з геометрії для 10-11 класів : навч. посібник / Л. М. Лоповок. – К. : Освіта, 1993. – 160 с.
4. Шокалюк С. В. Основи роботи в SAGE / Світлана Вікторівна Шокалюк ; за ред. академіка АПН України М. І. Жалдака. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – 64 с.
5. Sage Tutorial in Russian. The Sage Development Team. Выпуск 7.1 [Электронный ресурс]. – 2015. – 93 с. – Режим доступа: http://www.sagemath.org/documentation/pdf/ru/tutorial/SageTutorial_ru.pdf

ДОДАТОК А
ХРОНОЛОГІЧНА СТАТИСТИКА ВИКОРИСТАННЯ
SAGEMATHCLOUD.
ВИКОРИСТАННЯ І ЗАВАНТАЖЕНІСТЬ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ
СЕРВЕРІВ
(СТАНОМ НА 10.03.2015 Р.)

На графіку (рис. А.1) показана кількість одночасно підключених користувачів до системи (активне з'єднання між службою SMC і веб-браузер користувача).

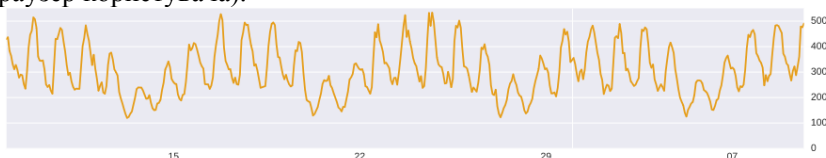


Рис. А.1. Загальна кількість активних користувачів

На графіку нижче (рис. А.2) показано кількість проектів (зі станом – «running») за останні 30 днів (станом на 10.03.2015 р.).

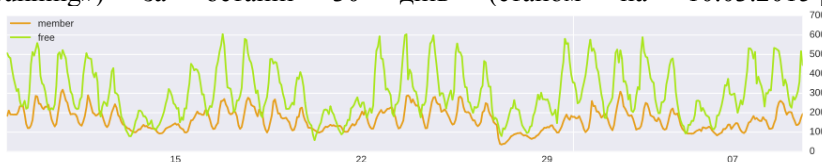


Рис. А.2. Кількість запущених проектів

Порівнюючи кількість змін, які були виконані в проектах користувачів, починаючи з березня 2014 року (рис. А.3), можна спостерігати, як з кожним місяцем їх стає все більше. На сьогодні їх кількість становить понад 4000.

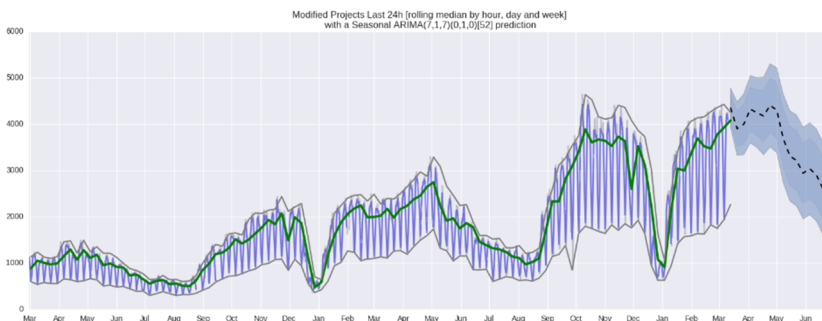


Рис. А.3. Кількість змін в проектах

У SageMathCloud передбачено одночасне виконання декількох проєктів. У період з січня 2014 р. по лютий 2015 р. найбільша кількість проєктів, що одночасно використовувались, зафіксовано в лютому 2015 року (одночасно виконувались обчислення майже в 340 проєктах). У середньому ж їх значення коливається в межах 100 активних проєктів (статус – «виконується»).

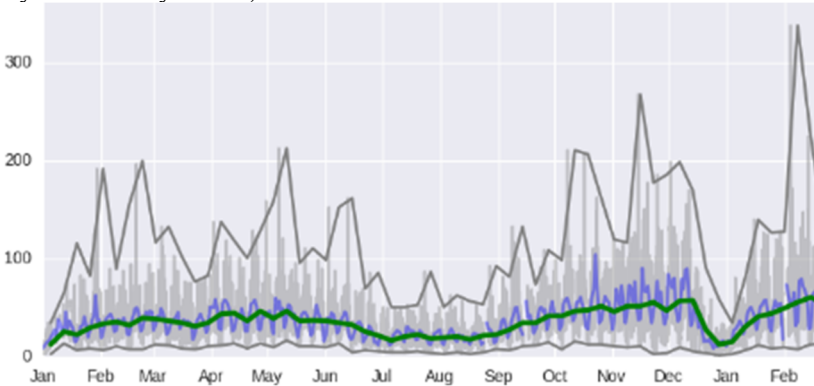


Рис. А.4. Одночасний запуск проєктів

На рис. А.5 показано кількість одночасного використання системи користувачами. Значення постійно зростає. Порівнюючи середнє значення в січні 2014 року (приблизно 100 користувачів) та лютому 2015 року (400 користувачів), можна зробити висновок, що технічні показники системи з часом вдосконалюються, забезпечують більшу кількість користувачів одночасним доступом до системи.

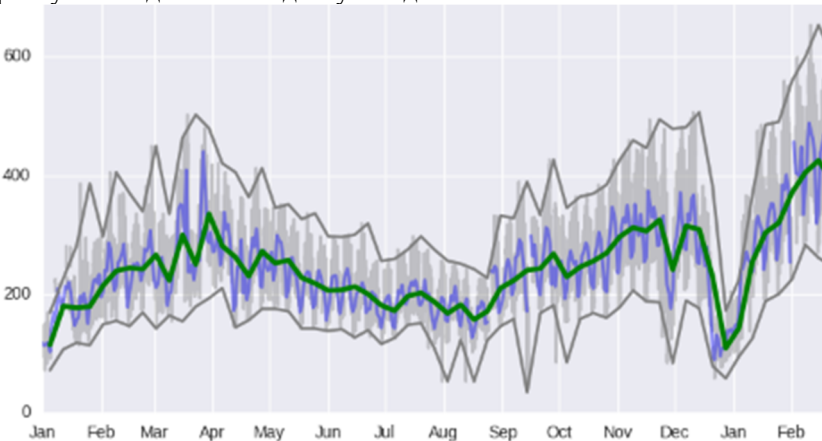


Рис. А.5. Одночасне з'єднання користувачів з системою

Але зростання кількості облікових записів користувачів, ще не свідчить про активне використання інструментарію SageMathCloud. Співвідношення між кількістю облікових записів користувачів та створених проектів можна прослідкувати на рис. А.6. Зі збільшенням кількості нових облікових записів збільшується і кількість створених користувачами проектів (при чому мова йде про активні проекти, які використовуються).



Рис. А.6. Співвідношення кількості проектів та облікових записів

Якщо ж розглянути кількість нових облікових записів, то можна побачити тенденцію, що з початком навчального року, вона збільшується (рис. А.7). Наприклад, у липні 2015 року – приблизно 800 нових облікових записів, а вже у вересні спостерігаємо – 2500. Це говорить про те, що дана система активно використовується викладачами, студентами, науковими співробітниками.



Рис. А.7. Реєстрація нових облікових записів

Відомості про зростання загальної кількості облікових записів та проектів в хронологічному порядку показано на рис. А.8.

При цьому з часом збільшується і загальна кількість проектів створених одним користувачем. Середнє значення на сьогодні це – майже 2 проекти у кожного користувача системи. В той час, як в 2014 році – 1 проект в середньому.

Інтерес до хмарних сервісів з часом зростає, про що свідчить збільшення інтенсивності їх використання (рис. А.10).

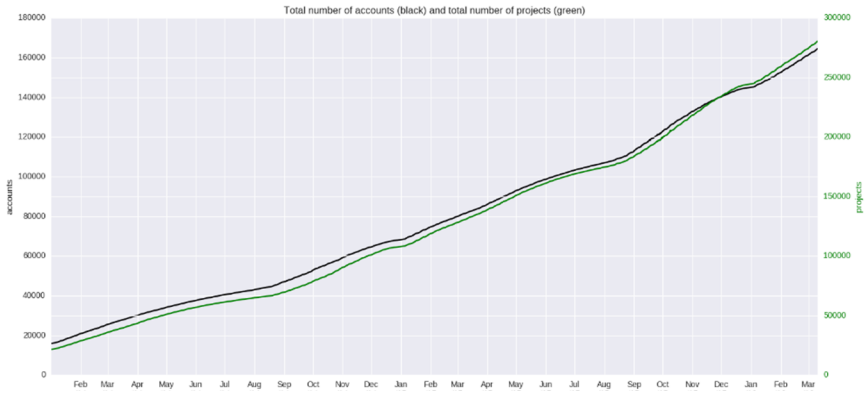


Рис. А.8. Загальна кількість облікових записів та проектів

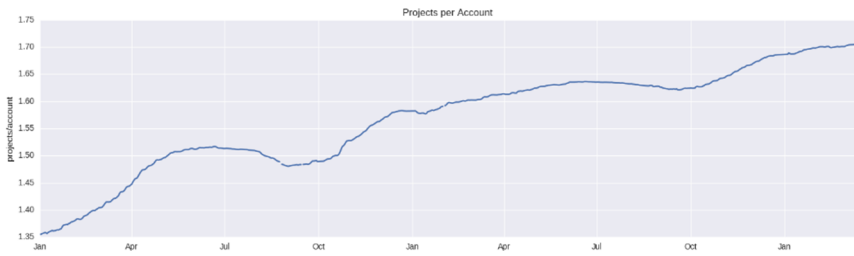


Рис. А.9. Середня кількість проектів в одному обліковому записі

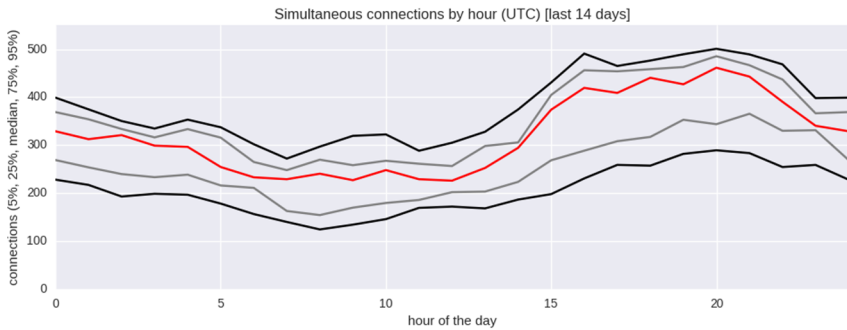






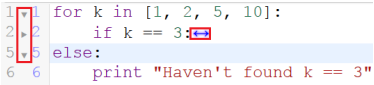

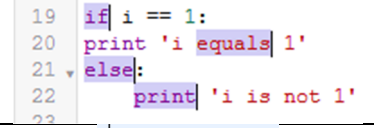
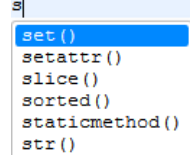
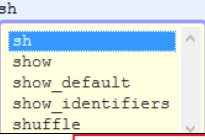
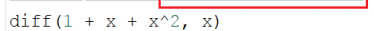
Рис. А.10. Одночасне підключення протягом доби

ДОДАТОК Б

ЗАГАЛЬНІ НАЛАШТУВАННЯ ОБЛІКОВОГО ЗАПИСУ. БЛОК «EDITOR»: ПЕРЕМИКАЧІ ТИПУ «ПРАПОРЕЦЬ»

- «Line wrapping: wrap long lines» – переносити довгі рядки;
- «Line numbers: show line numbers» – показувати номери рядків;
- «Code folding: fold code using control+Q» – показувати кнопки згортання коду (згорнути код можна, скориставшись гарячими клавішами Ctrl + Q);
- «Smart indent: context sensitive indentation» – ввімкнути автоматичний відступ програмного коду (в залежності від контексту);
- «Electric chars: sometimes reindent current line» – змінювати вирівнювання рядків у залежності від попередньо вживаних символів (групування та ін.);
- «Match brackets: highlight matching brackets near cursor» – виділяти кольором дужки поруч з курсором (зеленим – правильна кількість закриваючих/відкриваючих дужок, червоним – кількість відкритих та закритих дужок не співпадає);
- «Auto close brackets: automatically close brackets» – автоматично закривати дужки (закриваюча дужка має з'явитися автоматично);
- «Match XML tags: automatically match XML tags» – перевіряти відповідність XML-тегів;
- «Auto close XML tags: automatically close XML tags» – автоматично закривати XML-теги;
- «Strip trailing whitespace: remove whenever file is saved» – видаляти пропуски на кінцях рядків(щоразу, коли файл зберігається);
- «Show trailing whitespace: show spaces at ends of lines» – показати пропуски в кінці рядка;
- «Spaces instead of tabs: send 4 spaces when the tab key is pressed» – замінювати табуляцію чотирма пропусками;
- «Track revisions: record history of changes when editing files» – зберігати історію змін при редагуванні файлів;
- «Extra button bar: more editing functions (mainly in Sage worksheets)» – показати додаткову панель інструментів (переважно на робочих аркушах).

ДОДАТОК В ГАРЯЧІ КЛАВІШІ РЕДАКТОРУ ФАЙЛІВ

Сполучення клавiш	Інтерпретація	Кнопка стандартної панелі інструментів (або ілюстрація дії)
<i>Ctrl + <</i>	зменшити шрифт	
<i>Ctrl + ></i>	збільшити шрифт	
<i>Ctrl + L</i>	перейти до рядка за вказаним номером	
<i>Ctrl + F</i>	виконати пошук за ключовим словом	
<i>Ctrl + Q</i>	згорнути/розгорнути логічну конструкцію (цикл, функцію користувача тощо)	
<i>Tab</i>	збільшити відступ праворуч	–
<i>Shift + Tab</i>	збільшити відступ ліворуч	–
<i>Ctrl + I</i>	дублювати вікно редактора (вертикально, горизонтально) / відмінити режим дублювання вікна	
<i>Ctrl + ліва кнопка миші</i>	одночасно редагувати декілька виділених фрагментів тексту	
<i>Ctrl + пропуск</i>	автоматичне доповнення назви функції	
<i>Tab</i>	автоматичне доповнення команд Sage	
<i>Ctrl + ;</i>	додати нову комірку	

ДОДАТОК Г ТАРИФНІ ПЛАНИ

Таблиця Г.1

Тарифні плани користувача системи (без можливостей управляти навчальним процесом)

	Plan			
	Free	Standard	Premium	Professional
Кількість користувачів хостинг-серверу	–	2	16	40
Кількість Інтернет-ресурсів, до яких можна одержати доступ	–	20	80	200
Час перебування проекту в стані очікування відновлення роботи	1 година	1 доба	8 діб	20 діб
Обсяг оперативної пам'яті	1 Гб	3 Гб	24 Гб	60 Гб
Обсяг пам'яті жорсткого диску	3 Гб	5 Гб	40 Гб	100 Гб
Частка ЦП	0,1%	0,5%	4%	10%
Кількість ядер процесора, що можуть використовувати учасники проекту	1	1	2	5
Місячна вартість	–	7\$	49\$	99\$
Річна вартість	–	79\$	499\$	999\$

Таблиця Г.2

Тарифні плани з можливостями управління навчальним процесом

	Course plan		
	Small	Medium	Large
Кількість учасників навчального процесу	25	70	250
Кількість Інтернет-ресурсів, до яких відкрито доступ	50	140	500
Вартість (за чотири місяці)	199\$	399\$	999\$

ДОДАТОК Д РОЗДІЛИ АНГЛОМОВНОЇ ЗАГАЛЬНОЇ ДОВІДКИ SAGE

L-функції

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/lfunctions/lfunctions.pdf>

P-адичні числа

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/padics/padics.pdf>

Алгебраїчні функціональні поля

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/function_fields/function_fields.pdf

Алгебри

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/algebras/algebras.pdf>

Алгебри Гекке

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/hecke/hecke.pdf>

Арифметичні групи

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/arithgroup/arithgroup.pdf>

Асимптотичні розширення

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/asymptotic/asymptotic.pdf>

Бази даних

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/databases/databases.pdf>

Блокнотний сервер

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/notebook/notebook.pdf>

Геометрія

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/geometry/geometry.pdf>

Гомологія

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/homology/homology.pdf>

Графи

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/graphs/graphs.pdf>

Групи

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/groups/groups.pdf>

Дискретна динаміка

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/dynamics/dynamics.pdf>

Діофантові наближення

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/diophantine_approximation/diophantine_approximation.pdf

Довідка Sage

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/reference.pdf>

Документація Sage

http://doc.sagemath.org/pdf/en/website/sage_documentation.pdf

Загальні відомості: посібник

http://doc.sagemath.org/pdf/en/prep/prep_tutorials.pdf

Здійсненість бульових формул

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/sat/sat.pdf>

Ігри

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/games/games.pdf>

Інтерфейс із C/C++

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/libs/libs.pdf>

Інтерфейси

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/interfaces/interfaces.pdf>

Історія та ліцензія

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/history_and_license/history_and_license.pdf

Категорії класів

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/categories/categories.pdf>

Квадратичні форми

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/quadratic_forms/quadratic_forms.pdf

Кватерніони

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/quat_algebras/quat_algebras.pdf

Кільця

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/rings/rings.pdf>

Командний рядок Sage

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/repl/repl.pdf>

Комбінаторика

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/combinat/combinat.pdf>

Константи

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/constants/constants.pdf>

Криптографія

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/cryptography/cryptography.pdf>

Логіка

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/logic/logic.pdf>

Математична статистика

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/stats/stats.pdf>

Матриці

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/matrices/matrices.pdf>

Матроїди

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/matroids/matroids.pdf>

Многовиди

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/manifolds/manifolds.pdf>

Модулі

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/modules/modules.pdf>

Модульні абелеві групи

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/modabvar/modabvar.pdf>

Модульні символи
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/modsym/modsym.pdf>

Модульні форми
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/modfrm/modfrm.pdf>

Моноїди
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/monoids/monoids.pdf>

Мультиграфи
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/quivers/quivers.pdf>

Найрозповсюдженіші питання
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/faq/faq.pdf>

Напівкільця
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/semirings/semirings.pdf>

Огляд можливостей Sage
http://doc.sagemath.org/pdf/en/a_tour_of_sage/a_tour_of_sage.pdf

Паралельні обчислення
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/parallel/parallel.pdf>

Перетворення типів
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/coercion/coercion.pdf>

Побудова графіків функцій
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/plotting/plotting.pdf>

Плоскі криві
http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/plane_curves/plane_curves.pdf

Побудови у просторі
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/plot3d/plot3d.pdf>

Поліноміальні кільця
http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/polynomial_rings/polynomial_rings.pdf

Посібник початківця
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/tutorial/SageTutorial.pdf>

Різні модульні форми
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/modmisc/modmisc.pdf>

Ріманова геометрія
http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/riemannian_geometry/riemannian_geometry.pdf

Символьні обчислення
<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/calculus/calculus.pdf>

Скінчені кільця
http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/finite_rings/finite_rings.pdf

Стандартні кільця
http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/rings_standard/rings_standard.pdf

Створення та використання об'єктів Sage

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/constructions/constructions.pdf>

Степеневі ряди

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/power_series/power_series.pdf

Структури

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/structure/structure.pdf>

Структури даних

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/data_structures/data_structures.pdf

Схеми

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/schemes/schemes.pdf>

Тематичні посібники

http://doc.sagemath.org/pdf/en/thematic_tutorials/thematic_tutorials.pdf

Тензори

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/tensor_free_modules/tensor_free_modules.pdf

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/tensor/tensor.pdf>

Теорія вузлів

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/knots/knots.pdf>

Теорія ігор

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/game_theory/game_theory.pdf

Теорія ймовірностей

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/probability/probability.pdf>

Теорія кодування

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/coding/coding.pdf>

Установка

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/installation/installation.pdf>

Утіліти

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/misc/misc.pdf>

Фінансові дані

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/finance/finance.pdf>

Форми Гекке для трикутних груп

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/modfrm_hecketriangle/modfrm_hecketriangle.pdf

Функції

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/functions/functions.pdf>

Чисельна оптимізація

<http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/numerical/numerical.pdf>

Числові кільця

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/rings_numerical/rings_numerical.pdf

Числові поля

http://doc.sagemath.org/pdf/en/reference/number_fields/number_fields.pdf

ДОДАТОК Е

ОСНОВНІ КОМАНДИ ОС LINUX

Команда	Призначення
Команди для роботи з файлами та каталогами	
apropos	пошук рядка в заголовках і назвах документів (додатково вводиться слово для пошуку)
bunzip2	розархівувати вказаний файл
bzip2	створити архів вказаного формату
bzip2recover	відновлення файлів, якщо архів було пошкоджено
cd	зміна поточного каталогу
cmp	порівняння двох вказаних файлів
cp	скопювати один файл в інший, або у каталог
dd	блочне копіювання файлів
df	відображає кількість використовуваного і вільного дискового простору
du	показує кількість блоків диска, зайнятих файлом
file	відображає тип вмісту вказаного файлу
find	пошук файлів
fsck	перевіряє і відновлює файловою систему
gpg	шифрування відкритим ключем
ls	зміст каталогу
mkdir	створити вказану папку
mktemp	створити унікальне ім'я файлу для тимчасової роботи
mount	монтування файлової системи
mv	перейменувати або перемістити файли чи каталоги
pwd	повний шлях поточної папки
quotacheck	відомості про обмеження ресурсів файлової системи
rcp	копіювання ресурсів з одного комп'ютера на інший
rename	змінити назву файлу
rm	видалення вказаного файлу
script	запис усього виводу терміналу в файл. якщо ім'я файлу не вказано за замовчуванням – typescript
stat	відображення усіх характеристик вказаного файлу
sync	очистити буфер файлової системи
touch	змінити час останнього звернення до ресурсу на поточний
umount	відмонтування файлової системи
wc	показати кількість рядків, слів та символів у файлі
Команди управління процесами	

Команда	Призначення
clear	очистити екран від повідомлень терміналу
fg	перевести процес, що виконується в фоновому режимі в пріоритетний режим
kill	завершити процес (слід вказати номер процесу)
killall	завершити процес (слід вказати ім'я процесу)
nice	можливість налаштувати пріоритетність задачі
ps	список усіх активних процесів
renice	задати пріоритет для вказаної задачі
sleep	призупинити початок виконання процесу на вказану кількість секунд
times	повний час виконання процесів для всієї системи та даного користувача
usleep	призупинити початок виконання процесу на вказану кількість мікросекунд
vmstat	відомості про процеси, пам'ять і завантаженість центрального процесора
Команди для роботи з оточенням користувача	
cal	форматований календар на поточний місяць
date	поточна дата та час
free	відображення даних стосовно оперативної пам'яті, кешу, вільній пам'яті та інше
hostname	відобразити ідентифікатор даного вузла мережі
kernelversion	показати основну та додаткову версію ядра
quota	поточна статистика використання диску та обмеження для користувача
tzselect	обрати часовий пояс
uname	інформація про поточну операційну систему
uptime	поточний час, тривалість сеансу, кількість користувачів і завантаженість процесору
Команди для роботи з обліковими записами користувачів системи	
chage	зміна строку дії облікового запису. для адміністрування
chfn	змінити відомості стосовно користувача
gpasswd	встановити пароль для групи
passwd	встановити пароль для користувача
users	список користувачів, які працюють на даний момент в системі
w	детальний список користувачів, які працюють в даний момент в системі, їх вхід, час бездії та інша інформація

Команда	Призначення
who	список користувачів, які працюють на даний момент в системі
whoami	поточний ідентифікатор користувача, що працює на даний момент в системі
Інші команди	
badblocks	перевірити вказаний пристрій на наявність пошкоджених секторів
eject	вилучити змінний носій
fdformat	форматування диску. слід вказати вид пристрою та спосіб форматування
man	довідка
runlevel	показати поточний та попередній рівні виконання
whatis	пошук за базою даних сторінок інструкцій та відображення стислої довідки

ДОДАТОК Ж ОСНОВНІ КОМАНДИ SAGE

Команда	Призначення
<i>Базові команди</i>	
<Shift> + <Enter>	розпочати виконання командного коду у комірці
com<tab>	вивести список команд, що починаються з послідовності символів com, із можливістю подальшого автодоповнення введення команди
command?	надати контекстну довідку з команди
command?<tab>	command
command??	вихідний текст команди command
—	звернутися до результату виконання попередньої команди
%package_name	увімкнути режим роботи package_name (наприклад: %sage, %html, %maxima, %latex тощо)
show()	відобразити результат виконання команди
<i>Основні математичні сталі та функції</i>	
π = pi, e = e, i = I (або I), ∞ = oo	
sin(), cos(), tan(), cot(), asin(), acos(), atan(), acot(), sec(), csc(), sinh(), cosh(), tanh(), sech(), csch(), coth(), log(), ln(), exp(), abs(), sqrt(), factorial(), floor(), ceil()	
var('x1 x2 ... xn')	оголосити x1, ..., xn як змінні величини
var('x1, ..., xn')	
x1, ..., xn = var('x1, ..., xn')	
%var x1, ..., xn	
f=x^2-25	визначити вираз
f(x)=x^2-25	визначити явно задану функцію
f(x,y)=x^2+sqrt(y)	
f(x)=x^2==25	визначити неявно задану функцію
f=lambda x: x^2-25	визначити лямбда-функцію
def f(x): return x^2-25	визначити функцію користувача
def nothing(a,b): skip	
<i>Команди для роботи з виразами</i>	

Команда	Призначення
<code>factor(exp)</code>	розкласти на множники (примітка: від цілочисельного аргументу – факторизація цілого числа)
<code>expand(exp)</code>	розкрити дужки
<code>simplify(exp)</code>	звести подібні без розкриття дужок (для алгебраїчних виразів)
<code>RR(exp)</code>	подати значення у полі дійсних чисел
<code>n(digits=кількість_значуших_цифр)</code>	округлити до вказаної кількості значимих цифр
<code>simplify_full()</code>	спростити вираз
<code>simplify_trig()</code>	спростити тригонометричний символний вираз
<i>Команди для роботи з графікою</i>	
<code>point((x1,y1), ..., (xn,yn), options)</code> <code>point2d([(x1,y1), ..., (xn,yn)], options)</code>	побудувати множину точок на площині
<code>arrow2d((x1,y1), (x2,y2), options)</code>	побудувати стрілку
<code>line2d([(x1,y1), ..., (xn,yn)], options)</code>	побудувати лінію на площині по точках, заданих у вигляді списку
<code>polygon2d([(x1,y1), ..., (xn,yn)], options)</code>	побудувати зафарбований багатокутник
<code>circle((x,y), r, options)</code>	побудувати коло
<code>disk((x,y), r, (angle1, angle2), options)</code>	побудувати круговий сектор
<code>plot(f(x), xmin, xmax, options)</code> <code>plot(f(x), (x, xmin, xmax), options)</code> <code>parametric_plot((f(t), g(t)), (t, tmin, tmax), options)</code> <code>polar_plot(f(t), (t, tmin, tmax), options)</code>	побудувати графік функціональної залежності, заданої аналітично, параметрично та у полярних координатах
<code>bar_chart([дани])</code>	побудувати стовпчикову діаграму
<code>contour_plot(f, (x, xmin, xmax), (y, ymin, ymax), options)</code>	побудувати контурні лінії для функції двох змінних
<code>plot_vector_field((f,g)</code>	побудувати векторне поле для двох функцій

Команда	Призначення
<code>) , (x, xmin, xmax) , (y, ymin, ymax)</code>	двох змінних
<code>circle((1,1),1)+ line2d([(0,0),(2,2)])</code>	задати комбінацію графіків
<code>animate([об'єкт1, ... , об'єктn], options).show(delay=20)</code>	із заданим інтервалом циклічно показати перераховані об'єкти
<code>point3d((x1,y1,z1),..., (xn,yn,zn)),options)</code>	побудувати множину точок у просторі
<code>line3d([(x1,y1,z1),..., (xn,yn,zn)],options)</code>	побудувати ламану у просторі
<code>sphere((x,y,z),r,options)</code>	побудувати сферу
<code>tetrahedron((x,y,z),size,options)</code>	побудувати тетраедр
<code>cube((x,y,z),size,options)</code>	побудувати куб
<code>octahedron((x,y,z),size,options)</code>	побудувати октаедр
<code>dodecahedron((x,y,z),size,options)</code>	побудувати додекаедр
<code>icosahedron((x,y,z),size,options)</code>	побудувати ікосаедр
<code>plot3d(f(x,y), (x,xb,xe), (y,yb,ye), options) parametric_plot3d((f(t),g(t),h(t)), (t,tb,te),options) list_plot3d([(x1,y1),... ,(xn,yn)],options)</code>	побудувати поверхню, задану функцією двох змінних, параметрично та переліком точок
Команди для роботи з рівняннями та їх системами	
<code>f(x)==g(x)</code>	задати рівняння
<code>solve(f(x)==g(x),x)</code>	розв'язати рівняння аналітично
<code>solve([f(x,y)==0, g(x,y)==0],x,y)</code>	розв'язати систему рівнянь аналітично
<code>find_root(f(x),a,b)</code> або <code>find_root(f(x)==0,a,b)</code>	знайти наближені значення коренів рівняння
Команди для роботи з векторами та матрицями	
<code>v=vector([1,2])</code>	задати вектор

Команда	Призначення
<code>a.cross_product(b)</code>	обчислити векторний добуток векторів a і b
<code>A=matrix([[1,2,3],[4,5,6]])</code>	задати матрицю
<code>identity_matrix(n)</code>	задати одиничну матрицю n -го порядку
<code>zero_matrix(n,m)</code>	задати нульову матрицю розмірності $n \times m$
<code>diagonal_matrix([a11, a22, ..., ann])</code>	задати діагональну матрицю n -го порядку з діагональними елементами $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$
<code>random_matrix(Ring, n,m)</code>	задати матрицю випадкових чисел з кільця <i>Ring</i> (ZZ, QQ, RR, CC)
<code>det(A), A.det()</code>	обчислити визначник (детермінант) матриці A
<code>A^-1, A.inverse()</code>	знайти матрицю, обернену до матриці A
<code>A.transpose()</code>	транспонувати матрицю
<i>Початки аналізу</i>	
<code>limit(f(x), x=a)</code>	обчислити границю
<code>limit(f(x), x=a, dir='minus')</code>	обчислити ліву границю
<code>limit(f(x), x=a, dir='plus')</code>	обчислити праву границю
<code>diff(f(x), x)</code>	обчислити похідну
<code>derivative(f(x,y), x)</code>	обчислити похідну
<code>integral(f(x), x)</code>	обчислити невизначений інтеграл
<code>integrate(f(x), x, a, b)</code>	обчислити невизначений інтеграл
<code>sum(f(x), x, 1, oo)</code>	обчислити суму елементів ряду
<code>prod(f(x), x, 1, oo)</code>	обчислити добуток елементів ряду
<code>taylor(f(x), x, x0, n)</code>	виконати розкладання у ряд Тейлора
<i>Диференційні рівняння</i>	
<code>desolve(de, vars)</code>	знайти загальний розв'язок звичайного диференційного рівняння de відносно змінних $vars$
<code>desolve_laplace(de, vars, ics)</code>	знайти розв'язок задачі Коші для звичайного диференційного рівняння de за початкових умов ics , використовуючи перетворення Лапласа
<code>desolve_system(de, vars, ics)</code>	знайти розв'язок задачі Коші для системи звичайних диференційних рівнянь
<i>Елементи комбінаторики</i>	
<code>tuples(set, k)</code>	визначити множину кортежів
<code>number_of_unordered_tuples(S, k)</code>	обчислити кількість неупорядкованих кортежів

Команда	Призначення
<code>number_of_tuples(S, k)</code>	Обчислити кількість кортежів
<code>fibonacci(n)</code>	визначити n -ий елемент послідовності чисел Фібоначі
<code>euler_number(n)</code>	визначити n -ий елемент послідовності чисел Ейлера

ДОДАТОК И ОСНОВНІ ТЕГИ HTML

Синтаксис	Інтерпретація
Відео	
<code><video> <source src="URL"> </video></code>	Додати відеоролик
Гіперпосилання	
<code>... ...</code>	Створити посилання
Графіка	
<code></code>	Додати зображення формату GIF, JPEG або PNG
Списки	
<code> елемент нумерованого списку елемент нумерованого списку </code>	Створити нумерований список
<code> елемент маркованого списку </code>	Створити маркований список
Таблиці	
<code><table> <tr> <td>...</td> </tr> </table></code>	Створити таблицю
Форматування тексту	
<code>Текст</code>	Жирне накреслення шрифту
<code>Текст
 текст</code>	Перенести текст на наступний рядок
<code><center>Текст</center></code>	Вирівняти текст відносно центру
<code>Текст</code>	Змінити характеристику шрифту: колір, розмір, назва шрифту
<code><h1>Заголовок першого рівня</h1> <h2>Заголовок другого рівня</h2></code>	Група заголовків. Розмір шрифту варіюється від

Синтаксис	Інтерпретація
<p><h3>Заголовок третього рівня</h3> ... <h3>Заголовок шостого рівня</h3></p>	<p>першого до шостого рівнів. Перший рівень – найбільш значущий, а значить і розмір шрифту – найбільший. Останній, шостий – менш значущий</p>
<hr>	Побудувати горизонтальну лінію
<i>Текст</i>	Курсивне накреслення шрифту
<p>Текст</p>	Встановити абзац
<pre>Текст</pre>	Блок попередньо форматowanego тексту
<s>Текст</s>	Закреслений текст
_{Текст}	Нижній індекс
^{Текст}	Верхній індекс
<u>Текст</u>	Підкреслений текст

ДОДАТОК К ОСНОВНІ КОМАНДИ МОВИ LATEX

Таблиця К.1

Грецький алфавіт

Команда	Результат
A \alpha	$A \alpha$
B \beta	$B \beta$
\Gamma \gamma	$\Gamma \gamma$
\Delta \delta	$\Delta \delta$
E \epsilon \varepsilon	$E \epsilon \varepsilon$
Z \zeta	$Z \zeta$
H \eta	$H \eta$
\Theta \theta \vartheta	$\Theta \theta \vartheta$
I \iota	$I \iota$
K \kappa	$K \kappa$
\Lambda \lambda	$\Lambda \lambda$
M \mu	$M \mu$
N \nu	$N \nu$
\Xi \xi	$\Xi \xi$
O o	$O o$
\Pi \pi \varpi	$\Pi \pi \varpi$
P \rho \varrho	$P \rho \varrho$
\Sigma \sigma \varsigma	$\Sigma \sigma \varsigma$
T \tau	$T \tau$
\Upsilon \upsilon	$\Upsilon \upsilon$
\Phi \phi \varphi	$\Phi \phi \varphi$
X \chi	$X \chi$
\Psi \psi	$\Psi \psi$
\Omega \omega	$\Omega \omega$

Таблиця К.2

Бінарні операції

Команда	Результат
+ -	$+ -$
\setminusminus \smallsetminusminus	$\setminus \setminus$
\cap \cup	$\cap \cup$
\times \div	$\times \div$
\vee \lor \wedge \land	$\vee \vee \wedge \wedge$

Таблиця К.3

Символи співвідношень

Команда	Результат
<code>\ \parallel \shortparallel</code>	\parallel
<code>\in \ni \notin</code> (но не: <code>\not\in</code>)	$\in \ni \notin$
<code>\perp</code>	\perp
<code>\equiv</code>	\equiv
<code>\sim \thicksim</code>	\sim
<code>\simeq</code>	\simeq
<code>\approx \thickapprox</code>	\approx
<code>< ></code>	$< >$
<code>\le</code> или <code>\leq</code> , <code>\ge</code> или <code>\geq</code>	$\leq \geq$
<code>\subset \supset</code>	$\subset \supset$
<code>\subseteq \supseteq</code>	$\subseteq \supseteq$

Таблиця К.4

Символи заперечення співвідношень

Команда	Результат
<code>\neq \ne</code>	\neq
<code>\not\equiv</code>	$\not\equiv$
<code>\not\subset \not\supset</code>	$\not\subset \not\supset$
<code>\nsubseteq \nsupseteq</code>	$\nsubseteq \nsupseteq$
<code>\nparallel</code>	\nparallel

Таблиця К.5

Символи математичних функцій

Команда	Результат
Тригонометричні	
<code>\sin</code>	\sin
<code>\cos</code>	\cos
<code>\tan \operatorname{tg}</code>	$\tan \operatorname{tg}$
<code>\cot \operatorname{ctg}</code>	$\cot \operatorname{ctg}$
<code>\sec</code>	\sec
<code>\csc \operatorname{cosec}</code>	$\csc \operatorname{cosec}$
<code>\arcsin</code>	\arcsin
<code>\arccos</code>	\arccos
<code>\arctan \operatorname{arctg}</code>	$\arctan \operatorname{arctg}$
<code>\operatorname{arccot} \operatorname{arcctg}</code>	$\operatorname{arccot} \operatorname{arcctg}$
<code>\arcsec</code>	\arcsec

Команда	Результат
<code>\arccsc \operatorname{arccsec}</code>	$\operatorname{arccsc} \operatorname{arccsec}$
Гіперболичні	
<code>\sinh \operatorname{sh}</code>	$\sinh \operatorname{sh}$
<code>\cosh \operatorname{ch}</code>	$\cosh \operatorname{ch}$
<code>\tanh \operatorname{th}</code>	$\tanh \operatorname{th}$
<code>\coth \operatorname{cth}</code>	$\coth \operatorname{cth}$
Інші	
<code>\arg</code>	\arg
<code>\deg</code>	\deg
<code>\det</code>	\det
<code>\dim</code>	\dim
<code>\exp</code>	\exp
<code>\lg</code>	\lg
<code>\ln</code>	\ln
<code>\log</code>	\log
<code>\sgn</code>	sgn
<code>\mod</code>	$a \bmod b$
<code>\bmod</code>	amodb
<code>\pmod</code>	$a \pmod{b}$
<code>\gcd</code>	gcd
<code>\max</code>	\max
<code>\min</code>	\min
<code>\hom</code>	hom
<code>\ker</code>	ker
<code>\inf</code>	\inf
<code>\sup</code>	\sup
<code>\lim</code>	\lim
<code>\liminf</code>	\liminf
<code>\limsup</code>	\limsup
<code>\varinjlim</code>	\varinjlim

Таблица К.6

Стрілки

Команда	Результат
<code>\downarrow \uparrow</code>	$\downarrow \uparrow$
<code>\leftarrow \rightarrow</code>	$\leftarrow \rightarrow$
<code>\Leftarrow \Rightarrow</code>	$\Leftarrow \Rightarrow$
<code>\leftrightharrow \Leftrightarrow</code>	$\leftrightarrow \Leftrightarrow$

Команда	Результат
<code>\leftrightharpoons \rightleftarrows</code>	$\Leftrightarrow \Rrightarrow$
<code>\longleftarrow \longrightarrow</code>	\longleftrightarrow
<code>\updownarrow \Updownarrow</code>	$\Uparrow \Downarrow$

Таблиця К.7

Інші команди LaTeX

Елемент	Синтаксис	Інтерпретація
Діакритичні знаки	<code>\acute{a} \grave{a}</code> <code>\breve{a} \check{a}</code> <code>\tilde{a} \hat{a}</code> <code>\bar{a}</code> <code>\widehat{pq}</code> <code>\widetilde{pq}</code> <code>\widehat{xyz}</code> <code>\widetilde{xyz}</code>	$\acute{a} \grave{a} \breve{a} \check{a} \tilde{a} \hat{a} \bar{a}$ $\widehat{pq} \widetilde{pq} \widehat{xyz} \widetilde{xyz}$
Вектори	<code>\vec{a}</code> <code>\overrightarrow{BC}</code> <code>\overline{BC}</code> <code>\underline{BC}</code>	$\vec{a} \overrightarrow{BC} \overline{BC} \underline{BC}$
Похідні	<code>\nabla \partial x dx</code> <code>\partial x \dot{x} \ddot{y}</code> <code>x^\prime x^\backprime</code> <code>x' x'' x'''</code>	$\nabla \partial x dx \dot{x} \ddot{y} x' x'' x'''$
Логіка	<code>\bigwedge \bigvee</code> <code>\bigsqcup \bigcap</code> <code>\bigcup \biguplus</code> <code>\forall \exists</code> <code>\forall \exists \emptyset</code> <code>\forall \exists \emptyset</code> <code>\varnothing \And</code>	$\bigwedge \bigvee \bigsqcup \bigcap \bigcup \biguplus$ $\forall \exists \emptyset$
Корені	<code>\sqrt{2} \approx 1{,}4</code> <code>\sqrt{5} \surd</code> <code>\sqrt[n]{x}</code>	$\sqrt{2} \approx 1,4 \sqrt{5} \surd$ $\sqrt[n]{x}$
Геометричні	<code>\Diamond \Box \triangle</code> <code>\angle \measuredangle</code> <code>\sphericalangle</code> <code>45^\circ \mid \nmid \lVert \lrcorner</code> <code>\lVert \lrcorner</code>	$\diamond \square \triangle \angle \measuredangle \sphericalangle$ $45^\circ \mid \nmid \lVert \lrcorner$
Спеціальні	<code>\ldots \cdots \vdots</code> <code>\ddots</code> <code>10\% \#</code> <code>\bot \top \vDash \Vdash</code> <code>\ulcorner \urcorner</code>	$\dots \cdots \vdots \ddots$ $10\% \#$ $\perp \top \vDash \Vdash$ $\ulcorner \urcorner$

Елемент	Синтаксис	Інтерпретація
	\llcorner \lrcorner \mho ∞ \mathbb{N} \mathbb{Z} \mathbb{Q} \mathbb{R} \mathbb{C}	$\mathbb{U} \infty \mathbb{N} \mathbb{Z} \mathbb{Q} \mathbb{R} \mathbb{C}$
Суми	<p>Простий приклад: $\sum_{i=1}^n x_i$ Якщо знак суми знаходиться в чисельнику чи знаменнику, вигляд індексів змінюється: $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{2}$ Для того, щоб індекси були завжди під та/чи над знаком суми: $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{2}$</p>	$\sum_{i=1}^n x_i \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{2} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{2}$
Добутки	$\prod_{k=1}^{\infty} x_k$ $\coprod_{k=1}^{\infty} x_k$	$\prod_{k=1}^{\infty} x_k \prod_{k=1}^{\infty} x_k$
Інтеграли	$\int_a^b f(x) dx$ $\int_a^b f(x) dx$ $\oint \vec{F} \cdot d\vec{s}$ $\int_a^b f(x) dx$ $\int_a^b f(x) dx$ $\int_S \vec{F} \cdot d\vec{s}$	$\int_a^b f(x) dx \int_a^b f(x) dx \oint_S \vec{F} \cdot d\vec{s}$
Приріст функції	$\int_a^b f(x) dx = \text{Bigl}[F(x) \text{Bigr}]_a^b$ $= \text{Bigl}. F(x) \text{Bigr}]_a^b$	$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(x) _a^b$
Дроби	$\frac{x^2+1}{x^2-1}$ $\frac{x^2+1}{x^2-1}$	$\frac{x^2+1}{x^2-1}$
Скобки, модуль, норма	$\left(\frac{x}{y} \right)$ $\left[\frac{x}{y} \right]$ $\left \frac{x}{y} \right $ $\ \frac{x}{y} \ $ $\langle \frac{x}{y} \rangle$	$\left(\frac{x}{y} \right) \left[\frac{x}{y} \right] \left \frac{x}{y} \right \left\ \frac{x}{y} \right\ \langle \frac{x}{y} \rangle$

Елемент	Синтаксис	Інтерпретація
	$\left. \frac{x}{y} \right\rfloor$ $\left. \frac{x}{y} \right\lceil$ $\left. \frac{x}{y} \right\rangle$	

ДОДАТОК Л

СТАНДАРТНІ ЕЛЕМЕНТИ УПРАВЛІННЯ У SAGEMATHCLOUD

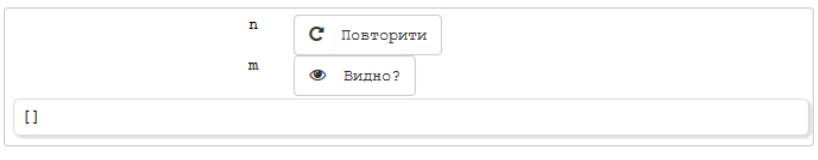
Кнопка

Функція: `button(default=None, label=None, classes=None, width=None, icon=None)`,
`default` – значення, що повертається функцією за замовчуванням;
`label` – підпис, що з'являється ліворуч від елемента;
`classes` – вказує тип кнопки (`btn-primary`, `btn-info`, `btn-success`, `btn-warning`, `btn-danger`, `btn-link`, `btn-large`, `btn-small`, `btn-mini`);
`width` – довжина елемента управління;
`icon` – піктограма на кнопці.

Приклади:

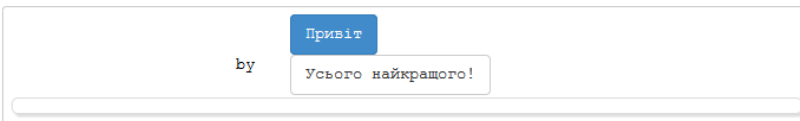
Можна не вказувати параметри `default` та `label`:

```
@interact
def f(n=button('Повторити', icon='fa-repeat'),
m=button('Видно?', icon="fa-eye", classes="btn-large")):
    print interact.changed()
```



Змінимо зовнішній вигляд однієї з кнопок:

```
@interact
def f(hi=button('Привіт', label='', classes="btn-primary btn-large"),
by=button("Усього найкращого!")):
    if 'hi' in interact.changed():
        print "Вітаю!"
    if 'by' in interact.changed():
        print "До побачення!"
```



Поле для введення

Функція: `input_box(default=None, label=None, type=None, nrows=1, width=None, readonly=False, submit_button=None)`,
`default` – значення, що повертається функцією за замовчуванням;
`label` – підпис, що з'являється ліворуч від елемента;
`type` – тип даних;

`nrows` – кількість рядків;
`width` – довжина елемента управління;
`readonly` – логічне значення (за замовчуванням – `False`), що вказує, чи можна буде змінити значення за замовчуванням в елементі управління;
`submit_button` – показувати кнопку, що вносить вказане значення в поле.

Приклади:

```

@interact
def primer(a=input_box(default="2+2", label='Введіть значення', width=10)):
    show(a)
  
```

Можна не вказувати параметри `default` та `label`:

```

@interact
def primer(a=input_box("2+2", 'Вираз')):
    show(a)
  
```

Якщо поле для введення має містити строку, тоді матимемо наступний програмний код:

```

@interact
def primer(a=input_box('sage', label="Введіть ім'я")):
    show(a)
  
```

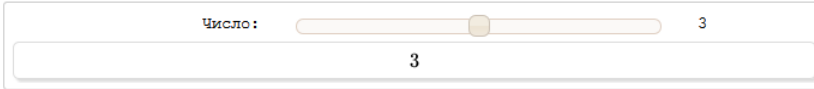
Шкала з одним повзунком

Функція: `slider(start, stop=None, step=None, default=None, label=None, display_value=True, max_steps=500, step_size=None, range=False, width=None, animate=True)`,
`start` – мінімальне значення повзунка;
`stop` – максимальне значення повзунка;
`step` – крок значення повзунка;
`default` – значення, що повертається функцією за замовчуванням;
`label` – підпис, що з'являється ліворуч від елемента;
`display_value` – чи слід відображати в праворуч від елемента управління поточне значення;
`max_steps` – максимальний крок значення повзунка;
`step_size` – крок зміни числових значень (може бути як цілим так і дійсним числом);
`range` – якщо значення `True`, використовується подвійний повзунок;
`width` – довжина елемента управління;

animate – швидкість зміни значень повзунка ("fast", "slow" або значення в мілісекундах).

Приклади:

```
@interact
def primer(a=slider(vmin=0, vmax=6, step_size=1,
default=3, label="Число: ")):
    show(a)
```



Скорочено даний елемент управління в програмному коді матиме наступний вигляд:

```
@interact
def primer(a=slider(2, 5, 3/17, 3, 'Число:')):
    show(a)
```

Значеннями шкали з одним повзунком можуть бути елементи списку:

```
@interact
def primer(a=slider([1..10], None, None, 3, 'Число:')):
    show(a)
```

Елементами цього списку можуть бути різноманітні об'єкти:

```
@interact
def primer(a=slider([1, 'x', 'abc', 2/3], None, None, 'x',
'alpha')):
    show(a)
```

Шкала з двома повзунками

Функція: `range_slider(start, stop=None, step=None, default=None, label=None, display_value=True, max_steps=500, step_size=None, width=None, animate=True)`,

start – мінімальне значення повзунка;

stop – максимальне значення повзунка;

step – крок значення повзунка;

default – значення, що повертається функцією за замовчуванням;

label – підпис, що з'являється ліворуч від елемента;

display_value – чи слід відображати в праворуч від елемента управління теперішнє значення;

max_steps – максимальний крок значення повзунка;

step_size – крок зміни числових значень (може бути як цілим так і дійсним числом);

width – довжина елемента управління;

animate – швидкість зміни значень повзунка ("fast", "slow", або

значення в мілісекундах).

Приклади:

```
@interact
def primer(a=range_slider(start=0, stop=6, step_size=1,
default=(4,5), label="Число: ")):
    show(a)
```



Скорочений запис можна представити в наступному вигляді:

```
@interact
def primer(a=range_slider(0, 6, 1, (4,5), "Число: ")):
    show(a)
```

Крім того, шкалу з двома повзунками можна задати за допомогою списку:

```
@interact
def primer(a=range_slider([0..6], None, None, (4,5),
"Число: ")):
    show(a)
```

Прапорець

Функція: `checkbox(default=True, label=None, readonly=False),`
`default` – значення, що повертається функцією за замовчуванням (даний елемент управління може приймати в даному параметрі лише значення `False` чи `True`);

`label` – підпис, що з'являється ліворуч від елемента;

`readonly` – логічне значення (за замовчуванням – `False`), що вказує, чи можна буде змінити значення за замовчуванням;

Приклади:

```
@interact
def primer(a=checkbox(default=False, label="Точки")):
    show(a)
```



Скорочений варіант застосування даного елемента управління виглядає наступним чином:

```
@interact
def primer(a=checkbox(False, "Точки")):
    show(a)
```

Коли параметр `label` не вказано, за замовчуванням підпис

«прапорця» буде збігатись зі змінною, яка визначається функцією `checkbox()`:

```
@interact
def primer(a=checkbox(True)):
    show(a)
```

Якщо ж функція не має параметру `default`, то за замовчуванню змінній надаватись значення `true`:

```
@interact
def primer(a=checkbox()):
    show(a)
```

Меню вибору

Функція: `selector(values, label=None, default=None, nrows=None, ncols=None, width=None, buttons=False, button_classes=None),`

`values` – значення, яких може набувати змінна;

`label` – підпис, що з'являється ліворуч від елемента;

`default` – значення, що повертається функцією за замовчуванням;

`nrows` – число рядків, у яких розташовуються кнопки;

`ncols` – число стовпців, у які розміщуються кнопки;

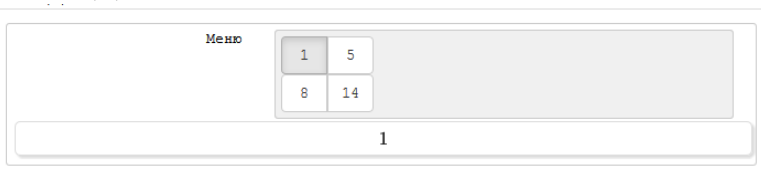
`width` – ширина усіх кнопок;

`buttons` – визначає вигляд меню: кнопки (`true`) чи випадючий список (`false`);

`button_classes` – вказує тип кнопки (`btn-primary`, `btn-info`, `btn-success`, `btn-warning`, `btn-danger`, `btn-link`, `btn-large`, `btn-small`, `btn-mini`).

Приклади:

```
@interact
def primer(a=selector([1,5,8,14], label="Меню", nrows=2,
ncols=2, buttons=true)):
    show(a)
```



Скорочене визначення елемента управління у вигляді випадючого списку:

```
@interact
def primer(a=selector([1..5])):
    show(a)
```

Використання параметру `default`:

```
@interact
def primer(a=selector([1,2,7], default=2)):
    show(a)
```

Розташування трьох кнопок у два ряди:

```
@interact
def primer(a=selector([1,2,7], nrows=2)):
    show(a)
```

Зміна стандартного розміру кнопок на бажаний:

```
@interact
def primer(a=selector([1,2,7], width=10, buttons=True)):
    show(a)
```

Комірки для введення

Функція: `input_grid(nrows, ncols, default=None, label=None, to_value=lambda x:x, width=4),`

`nrows` – параметр для задання кількості рядків;

`ncols` – параметр для задання кількості стовпців;

`default` – задання початкових значень у комірках;

`label` – підпис, що з'являється ліворуч від елемента;

`to_value` – формування та виведення заданих даних у вигляді комірок;

`width` – загальна ширина однієї комірки.

Приклади:

```
@interact
def oberbena(a = input_grid(nrows=3, ncols=3, default=[1,2,3,4,5,6,7,8,9], label='Матриця A', to_value=lambda x:x, width=2)):
    show(a)
```

Матриця A

1	2	3
4	5	6
7	8	9

[[1. 2. 3]. [4. 5. 6]. [7. 8. 9]]

Скорочений запис передбачає наступне:

```
@interact
def primer(a = input_grid(2,2, default = 0, label='M')):
    show(a)
```

Комірки для введення значення вектора можна оголосити наступним чином:

```
@interact
def primer(a = input_grid(1, 3, default=[[1,2,3]], to_value=lambda x: vector(flatten(x)))):
```

```
show(a)
```

Поле вибору кольору

Функція: `color_selector(default=(0,0,1), label=None, readonly=False, widget='farbtastic', hide_box=False),`

`default` – значення кольору за замовчуванням у форматі RGB, наприклад: `(0,0,1)`, `'#abcdef'`;

`label` – підпис, що з'являється ліворуч від елемента;

`readonly` – логічне значення (за замовчуванням – `False`), що вказує, чи можна буде змінити значення кольору за замовчуванням;

`widget` – основний параметр для задання вигляду діалогового вікна, за замовчуванням присвоюється значення `jpicker`, але може набувати значень `colorpicker` та `farbtastic`;

`hide_box` – параметр для відображення вікна вводу кольору.

Приклади:

```
@interact
def primer(a = color_selector(default=(1,0,0),
label="Колір", widget='farbtastic', hide_box=False)):
    show(a)
```



```
@interact
def primer(a = color_selector(default=(1,0,0),
label="Колір", widget='jpicker', hide_box=True)):
    show(a)
```

Статичне текстове поле

Функція: `text_control (default='', label=None, classes=None),`

`default` – текст у форматі HTML;

`label` – підпис, що з'являється ліворуч від елемента;

`classes` – розділений пробілами рядок класів CSS.

Приклади:

```
@interact
def f(n=text_control("Текст <b>спеціальний</b>",
classes='btn')):
    pass
```

п

Як що ж використовувати скорочений варіант, то одержимо наступні результати:

```
@interact
def primer(a = text_control("<h1><i>Скорочений
варіант</i></h1>")):
    show(a)
```

а

Скорочений варіант

Науковий журнал

**Теорія та методика навчання
математики, фізики, інформатики**

**Теория и методика обучения
математике, физике, информатике**

**Theory and methods of learning
mathematics, physics, informatics**

Том XIII

Випуск 1 (35): спецвипуск «Навчальний посібник у журналі»

М. В. Попель

**Організація навчання математичних дисциплін
у SageMathCloud**

Підп. до друку 04.09.2015
Папір офсетний № 1
Ум. друк. арк. 6,41

Формат 60×84/16
Зам. № 1-0409
Тираж 300 прим.

Віддруковано у КП «Жовтнева районна друкарня»
Україна, 50014, м. Кривий Ріг, вул. Електрична, 2А
Тел. +380564016393

E-mail: semerikov@ccjournals.eu