

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Криворізький державний педагогічний університет  
Фізико-математичний факультет  
Кафедра фізики

ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ  
З КУРСУ ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ.  
РОЗДІЛ 1. МЕХАНІКА.

**УДК 531+532**

**ББК 22.2**

Лабораторні роботи з курсу загальної фізики. Розділ 1.  
Механіка : посібник для студентів фіз.-мат. факультету / укл.  
В. П. Ржепецький. – Кривий Ріг : Криворізький державний  
педагогічний університет, 2011. – 101 с.

**Укладач:** Ржепецький В. П. – кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри фізики КДПУ.

**Рецензенти:** Мулявко В. І. – доктор технічних наук, професор  
кафедри фізики Криворізького технічного університету.  
Кадченко В. М. – кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри фізики Криворізького державного  
педагогічного університету.

Затверджено на засіданні кафедри фізики  
*Протокол № 6 від 16.12. 2010 р.*

*Затверджено радою* фізико-математичного факультету  
Криворізького державного педагогічного університету.  
*Протокол № 4 від 30.12.2010 р.*

**ББК 22.2**

© КДПУ, 2011

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Фізика — наука, яка вивчає найпростіші та в той же час найбільш загальні закономірності явищ природи, властивостей і будови матерії, закони її руху. Поняття фізики та її закони лежать в основі всього природознавства. Фізика відноситься до точних наук та вивчає кількісні закономірності явищ.

Майбутній вчитель фізики повинен мати фундаментальну підготовку з фізики, вищої математики, основ радіоелектроніки, основ інформатики, психології, педагогіки та методики викладання, щоб забезпечити належний науковий і методичний рівень викладання фізики, виконувати дослідницьку роботу, вміти працювати на сучасному фізичному обладнанні, орієнтуватись в питаннях охорони навколишнього середовища, проводити виховну роботу в учнівському колективі.

Курс загальної фізики в педагогічній освіті майбутнього вчителя фізики є профільною дисципліною, оскільки формує в студентів уявлення про фізику як науку. Особливість вивчення фізики у педагогічному університеті полягає в тому, що студенти повинні оволодіти системою вмінь і навичок, які б давали можливість ефективно передавати знання учням, виховувати у них допитливість, інтерес до знань, любов до винахідництва.

Невід'ємною органічною складовою курсу фізики є лабораторний практикум. Основною метою лабораторних робіт є сприяння глибокому засвоєнню теоретичних знань, їх закріплення та формування навичок застосування.

***Метою проведення лабораторних занять є:***

- поглиблення теоретичних знань студентів, формування розуміння ролі експерименту у фізичній науці;
- широке і поглиблене знайомство з матеріальними засобами вимірювань у фізиці;
- засвоєння основних принципів і методів вимірювань у фізиці, культури проведення експериментів;
- розвиток спостережливості, конструктивного мислення, активізація самостійності у роботі;
- залучення студентів до самостійної навчально-наукової роботи.

***В результаті проведення лабораторних занять студенти повинні***

*Знати:*

- методи емпіричного пізнання об'єктивної дійсності;
- фізичні величини, їх класифікацію; одиниці вимірювання фізичних величин;
- основні методи вимірювань у фізиці;
- похибки вимірювань і методи їх оцінок;
- основні правила виконання математичних операцій з наближеними числами;
- основні правила графічного подання результатів експерименту;
- вимоги до питань охорони праці і техніки безпеки під час роботи у фізичних лабораторіях.

*Вміти:*

- провести аналіз виконання лабораторної роботи, написати висновки про її результати;
- оцінити похибки результатів експерименту;
- графічно подати результати експерименту;
- скласти звіт про виконану лабораторну роботу;
- дати характеристику сучасного фізичного обладнання, фізичних приладів;
- користуватися довідковою літературою;

## ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ВИМІРЮВАНЬ

### 1. Похибки вимірювань

Результати будь-яких вимірювань, як би ретельно і на якому б науковому рівні вони не проводились, завжди містять деякі похибки.

**Вимірюванням** називають знаходження значень фізичної величини дослідним шляхом з допомогою спеціальних технічних засобів [9]. В найпростішому випадку **виміряти** яку-небудь фізичну величину означає **порівняти її з іншою однорідною фізичною величиною, взятою за одиницю вимірювання.**

За способом знаходження числового значення фізичної величини вимірювання ділять на **прямі, непрямі, сукупні та спільні** [6].

Під час **прямих** вимірювань шукане значення величини знаходять безпосередньо з досліду – прямим порівнянням вимірюваної величини з **мірами** (наприклад, вимірювання довжини лінійкою, вимірювання маси на рівноплечих терезах), або з

допомогою вимірювального приладу, проградуйованого в одиницях вимірювання (наприклад, вимірювання температури термометром, вимірювання сили струму амперметром).

При **непрямих** вимірюваннях шукане значення величини  $A$  знаходять з допомогою обчислень, використовуючи результати прямих вимірювань інших фізичних величин, з якими величина  $A$  зв'язана відомою функціональною залежністю (формулою):

$$A = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

Наприклад, густину тіла можна обчислити, використавши результати прямих вимірювань його маси і об'єму  $\left(\rho = \frac{m}{V}\right)$ , опір провідника можна знайти з закону Ома, якщо відомі результати прямих вимірювань сили струму в провіднику і напруги на його кінцях  $\left(R = \frac{U}{I}\right)$ .

В залежності від вибору методу вимірювань значення деяких фізичних величин можна визначити шляхом як прямих, так і непрямих вимірювань. Наприклад, густину рідини можна виміряти ареометром, а опір провідника визначити омметром.

**Сукупні** та **спільні** вимірювання дають можливість знайти значення величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , які не можна спостерігати безпосередньо, за результатами вимірювань інших величин  $y_1, y_2, \dots, y_m$ , які є їх функціями:

$$y_j = \varphi_j(x_1, x_2, \dots, x_n), j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

Після прямих вимірювань значень величин  $y_j$  результати цих вимірювань підставляють в систему (2), розв'язок якої дозволить знайти значення величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Очевидно, що для розв'язання

системи (2) необхідно виконання умови  $m \geq n$ .

При **сукупних** вимірюваннях безпосередньо вимірюють значення різних комбінацій кількох однойменних величин, кожен з яких зокрема виміряти неможливо. Наприклад, при вимірюванні опору заземлення (рис. 1) попарно вимірюють опори трьох заземлень – одного основного (робочого)  $R_x$  і

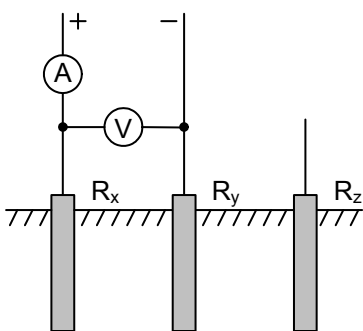


Рис. 1

двох допоміжних  $R_y$  і  $R_z$  :

$$R_1 = R_x + R_y; \quad R_2 = R_x + R_z; \quad R_3 = R_y + R_z.$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, знаходять опори  $R_x$ ,  $R_y$  і  $R_z$ .

При **спільних** вимірюваннях знаходять залежність між декількома неоднорідними величинами. Наприклад, треба знайти залежність опору провідника від температури, яка наближено описується формулою:

$$R = R_0(1 + \alpha t^0), \quad (3)$$

де  $R_0$ - опір при температурі  $0^0\text{C}$ ,  $\alpha$  - температурний коефіцієнт опору. Щоб знайти  $R_0$  і  $\alpha$ , слід знайти два значення опору  $R_1$  і  $R_2$  при двох значеннях температури  $t_1^0$  і  $t_2^0$ , а потім розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} R = R_0(1 + \alpha t_1^0) \\ R = R_0(1 + \alpha t_2^0) \end{cases} \quad (4)$$

За результатами спільних вимірювань в багатьох випадках будують графіки залежностей між величинами.

Недосконалість вимірювальних приладів і наших органів відчуттів, а також дія багатьох факторів, що спотворюють вимірювання, приводять до того, що результат кожного вимірювання фізичної величини  $A_0$ , не співпадає з її істинним значенням  $A_{icm}$ . Різницю між результатом вимірювання та істинним значенням шуканої величини називають **абсолютною похибкою вимірювання**:

$$\Delta A = |A_{icm} - A_0| \quad (5)$$

Оскільки  $A_{icm}$  в більшості випадків ми не знаємо, то точно визначити похибку вимірювань не можна. Можна лише наближено вказати інтервал можливих значень шуканої величини, всередині якого розташоване її істинне значення:

$$A_0 - \Delta A < A_{icm} < A_0 + \Delta A \quad (6)$$

або:

$$A_{icm} = A_0 \pm \Delta A \quad (7)$$

Практично **абсолютною похибкою вимірювань** називають саме величину  $\Delta A$  в рівняннях (6) чи (7).

Якість результатів вимірювання зручніше характеризувати не абсолютною похибкою  $\Delta A$ , а її відношенням до дійсного значення шуканої величини  $A_0$ ; це відношення називають **відносною похибкою** і звичайно виражають в процентах:

$$E = \frac{\Delta A}{A_0} \cdot 100\% \quad (8)$$

Відносну похибку також називають **точністю**.

Похибки вимірювань ділять на три типи: **систематичні, випадкові та промахи**.

**Систематичними похибками** вимірювань називають похибки, які при багатократному вимірюванні однієї і тієї ж величини залишаються сталими, або змінюються за певним законом. Систематичні похибки вимірювань включають в себе **методичні** та **інструментальні похибки**.

**Методичні похибки** викликані недоліками методу вимірювань, недосконалістю теорії фізичного явища чи неточністю розрахункової формули. Для зменшення цих похибок слід вдосконалювати методи вимірювань.

**Інструментальні похибки**, або **похибки приладу** викликані недосконалістю конструкції та неточністю виготовлення вимірювальних приладів (наприклад, невелика різниця в довжинах плеч важільних терезів, невідповідність центра шкали стрілочного приладу вісі обертання стрілки, та ін.). Зменшують інструментальні похибки, використовуючи більш досконалі і точні прилади. Однак повністю усунути інструментальну похибку неможливо.

**Випадковими похибками** називають похибки, абсолютне значення і знак яких змінюються при багатократних вимірюваннях однієї і тієї ж величини. Випадкові похибки викликаються багатьма факторами, що не піддаються обліку. Повністю позбавитися від цих похибок теж неможливо, але їх можна зменшити шляхом багатократного повторення вимірювань. При цьому має місце часткова компенсація випадкових відхилень результатів вимірювань в сторону збільшення і в сторону зменшення. Розрахунок випадкових похибок здійснюють методами теорії ймовірностей і математичної статистики.

**Промах** – це похибка, що суттєво перевищує ту, яку ми чекаємо при даних умовах вимірювання. Промах може бути зроблений внаслідок невірною запису показів приладу, помилки експериментатора при використанні приладу, несправності апаратури для вимірювання. Промахи виявляють, повторюючи вимірювання в інших умовах, або аналізуючи результати (якщо тільки одне вимірювання значно відрізняється від інших, то, цілком можливо, це вимірювання є промахом). Якщо промах виявлено, то його слід виключити з результатів, і, в разі необхідності, повторити вимірювання.

## 2. Обчислення похибок при прямих вимірюваннях.

Припустимо спочатку, що систематичні похибки відсутні і всі похибки можна вважати випадковими. В цьому випадку під час повторних вимірювань однієї і тієї ж величини ми одержимо результати, що трохи відрізняються один від одного:

$$A_1, A_2, A_3, \dots, A_i, \dots, A_n.$$

Якщо під час повторних вимірювань будуть одержані зовсім однакові числові значення, то це вкаже на недостатню чутливість вимірювального приладу (тобто значну похибку приладу). Результати, що значно відрізняються один від одного, також свідчать про неточність вимірювань і необхідність вдосконалення методики вимірювань [6].

Під час обробки одержаних результатів виникають два питання:

1) **Як одержати з цих  $n$  значень найкращу оцінку істинного значення шуканої величини?**

2) **Чому дорівнює похибка вимірювань?**

Відповіді на ці питання дає теорія імовірності (див., наприклад, [2], [8]). Наведемо їх без доведення, обмежившись лише якісним поясненням.

Найкращою оцінкою значення величини, що вимірюється, є **середнє арифметичне** результатів вимірювань:

$$A = \bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n} \quad (9)$$



Для оцінки похибки вимірювань знайдемо відхилення кожного з вимірювань від середнього значення:  $\Delta A_i = A_i - \bar{A}$ . Серед  $\Delta A_i$  будуть зустрічатись як додатні, так і від'ємні числа.

**Стандартною** або **середньою квадратичною похибкою окремого вимірювання** називають величину:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta A_i^2}{n-1}} \quad (10)$$

Знайдене середнє значення  $\bar{A}$  є кращою оцінкою  $A$ , ніж будь-яке з  $A_i$ . **Середня квадратична похибка середнього**

$$S_{\bar{A}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta A_i^2}{n(n-1)}} \quad (11)$$

Саме цю похибку ми й будемо обчислювати під час обробки результатів вимірювань.

Вирази (10) і (11) справедливі при  $n > 30$ . При малому числі дослідів  $n$  для одержання тієї ж довірчої імовірності (див. далі) слід збільшити довірчий інтервал, помноживши  $S_{\bar{A}}$  на деякий коефіцієнт  $t_{\alpha}$ , який називають **коефіцієнтом Стюдента** [6]. Значення цих коефіцієнтів наведено в додатку (табл. 3). Результат вимірювання записують у виді

$$A = \bar{A} \pm \Delta A, \quad (12)$$

де;

$$\Delta A = \Delta A_{\text{вип}} = t_{\alpha} S_{\bar{A}}.$$

Абсолютна похибка  $\Delta A$  округляється до двох значущих цифр, якщо перша з них одиниця чи двійка, і до однієї значущої цифри у всіх інших випадках. В кінцевому результаті вимірювання  $\bar{A}$  останньою значущою цифрою повинна бути цифра того ж розряду, що і в абсолютній похибці. В проміжних результатах обчислень пишуть ще одну лишню цифру, що дає можливість точніше округлити кінцевий результат.

Інтервал значень величини  $A$ , рівний  $(\bar{A} - \Delta A, \bar{A} + \Delta A)$ , називають **довірчим інтервалом**, а імовірність того, що істинне значення

величини, яка вимірюється, попаде в довірчий інтервал, називають **довірчою імовірністю**  $\alpha$  (або **надійністю результату**).

При великих значеннях  $n$  середня квадратична похибка окремого вимірювання позначається  $\sigma$  і називається **стандартним відхиленням**. Для довірчого інтервалу  $(\bar{A} - \sigma, \bar{A} + \sigma)$  надійність результату  $\alpha = 0,68$ ; для  $(\bar{A} - 2\sigma, \bar{A} + 2\sigma) - \alpha = 0,95$ ;

$$\text{для } (\bar{A} - 3\sigma, \bar{A} + 3\sigma) - \alpha = 0,997.$$

Як видно з виразу (11), збільшення числа вимірювань приводить до зменшення випадкової похибки вимірювань. Проте похибка вимірювання залежить ще й від систематичних похибок, якими ми до цього часу нехтували. Скільки вимірювань ми не виконали б невірно зробленою лінійкою, точний результат ми не одержимо. Але ж будь-яка лінійка виготовлена не цілком точно!

Яку ж кількість вимірювань слід виконати під час проведення експерименту? **Ніколи не слід обмежуватись однократним вимірюванням**. Завжди необхідно зробити повторне контрольне вимірювання. Якщо результати вимірювань співпали, то на цьому, як правило, можна зупинитись. Якщо ж між результатами є відмінності, то вимірювання слід виконати ще 2...3 рази, щоб зрозуміти, в чому причина: в тому, що одне з вимірювань було виконано невірно, чи в тому, що результати вимірювань відрізняються через випадкові похибки. В першому випадку слід просто відкинути невірне вимірювання, а в другому спробувати розібратись в причині відмінності результатів. Якщо ця причина може бути ліквідована шляхом регулювання приладу (змащення частин, в яких виникає тертя, усунення люфту і т. ін.), то це обов'язково слід зробити. Якщо ж усунути причину розходження результатів не вдається, то слід здійснити цілу серію повторних вимірювань, щоб зробити випадкову похибку достатньо малою (меншою систематичної чи меншою, ніж допустима похибка при необхідній в даній роботі точності вимірювань).

Прилади найчастіше нормуються по приведеній похибці, вираженій в процентах від верхньої межі вимірювань. Ця похибка називається **класом точності** і має значення: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Похибка приладу:

$$\Delta A_{\text{прил}} = \frac{k}{100} A_{\text{max}}, \quad (13)$$

де  $k$  – клас точності приладу,  $A_{\max}$  – верхня межа його вимірювання. Оскільки похибка приладу визначає максимально можливе значення похибки, а похибки вимірювань характеризують середньоквадратичною похибкою, то, щоб одержати середньоквадратичну похибку приладу слід  $\Delta A_{\text{прил}}$  поділити на 2:

$$\Delta A_{\text{сист}} = \frac{1}{2} \Delta A_{\text{прил}} \quad (14)$$

Якщо клас точності приладу не вказано, то вважають, що **систематична похибка дорівнює половині ціни найменшої поділки шкали приладу.**

В загальному випадку при наявності як випадкових, так і систематичних похибок, похибка вимірювання величини  $A$

$$\Delta A = \sqrt{(\Delta A_{\text{вип}})^2 + (\Delta A_{\text{сист}})^2} \quad (15)$$

і визначається з точністю біля 20 %. Тому, якщо випадкова і систематична похибки відрізняються більш, ніж у два рази, то можна вважати, що  $\Delta A$  дорівнює більшій з них. Нехай, наприклад,  $\Delta A_{\text{вип}} = 0,5 \Delta A_{\text{сист}}$ ; тоді:

$$\Delta A = \sqrt{(0,5 \Delta A_{\text{сист}})^2 + (\Delta A_{\text{сист}})^2} = \sqrt{1,25 (\Delta A_{\text{сист}})^2} = 1,12 \Delta A_{\text{сист}} \approx \Delta A_{\text{сист}}$$

Іноді результат одного вимірювання (чи однієї серії вимірювань) значно відрізняється від інших. В цьому випадку експериментатор повинен вирішити, чи є цей аномальний результат вимірювання наслідком грубої помилки (тобто промахом) і з цієї причини його слід відкинути, чи цей результат повинен враховуватись разом з іншими. Відповідь на це питання дати не так просто; проблеми відкидання даних викладені, наприклад, в [2] та [8], ми ж обмежимося наступною рекомендацією. Обчисліть стандартне відхилення  $S_{\bar{A}}$  (11) з врахуванням всіх значень величини, що вимірюється, потім сумнівний результат  $A_k$  порівняйте зі значенням  $3S_{\bar{A}}$ ; якщо  $A_k > \bar{A} + 3S_{\bar{A}}$ , чи  $A_k < \bar{A} - 3S_{\bar{A}}$ , то цей результат слід відкинути. Після цього необхідно виконати перерахунок похибки  $3S_{\bar{A}}$ . Відкидання даних виконується тільки один раз.

### 3. Обчислення похибки при непрямих вимірюваннях

Нехай для визначення величини  $A$  використовується відома функціональна залежність її від інших величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ :

$$A = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Величини  $x_1, x_2, \dots, x_n$  можуть бути трьох типів:

1). Величини, що визначаються шляхом прямих вимірювань; їх значення подаються в стандартній формі:

$$x_1 = \bar{x}_1 \pm \Delta x_1, \quad \bar{x}_2 = \bar{x}_2 \pm \Delta x_2, \quad \text{і т. д.}$$

2) Дані установки, відомі з попередніх (тарувальних) вимірювань; ці величини також повинні бути задані в формі (9), в іншому випадку вважають, що задане без вказівки похибки значення виміряне з точністю до половини одиниці останнього десяткового розряду.

3) Табличні величини і константи – їх бажано брати з таблиць з такою кількістю значущих цифр, щоб похибка округлення була на порядок менша похибки вимірювання величин першого і другого типу; в цьому випадку похибкою табличних величин і констант можна знехтувати.

Найкращим значенням величини  $A$  при непрямих вимірюваннях буде

$$\bar{A} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n), \quad (16)$$

де  $\bar{x}_i$  - середні значення величин, одержані з прямих вимірювань. Межу довірчого інтервалу похибки непрямого вимірювання знаходять за формулою:

$$\Delta A = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}, \quad (17)$$

де  $\Delta x_i$  відповідають одному й тому ж значенню довірчої імовірності  $\alpha$ . Довірча імовірність результату буде не менше  $\alpha$ .

Середнє арифметичне значення величини  $\bar{A}$  і похибку результату вимірювання можна визначити двома способами. Для простоти міркувань припустимо, що  $A$  – функція однієї змінної  $x$ :

$$A = f(x) \quad (18)$$

В результаті вимірювань одержано ряд значень  $x_i$ . Знайдемо  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ , підставимо це значення в (18) і одержимо  $\bar{A} = f(\bar{x})$ . Але можна для кожного зі значень  $x_i$  обчислити  $A_i = f(x_i)$ , а потім визначити  $\bar{A}$  з співвідношення  $\bar{A} = \frac{\sum A_i}{n}$ . Відповідно двома способами можна знайти і похибку величини  $A$ : або визначити похибку величини  $x$  і скористатись співвідношенням  $\Delta A = \frac{df}{dx} \Delta x$ , або

використати ряд значень  $A_i$ :  $\Delta A = \sqrt{\frac{\sum (\bar{A} - A_i)^2}{n(n-1)}}$ . Якщо похибки

вимірювань малі порівняно з величиною, що вимірюється, то обидва способи дають досить близькі результати, тому неважливо, яким з них скористатися. Однак перший спосіб (тобто формули (16) і (17)) з точки зору розрахунків менш трудомісткий, тому йому й надамо перевагу.

Відносну похибку величини  $A$  обчислимо, скориставшись (17):

$$(\Delta A)^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2; \quad \left( \frac{\Delta A}{A} \right)^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2;$$

оскільки:  $\frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial \ln f}{\partial x_i}$ , то :

$$E = \frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \ln f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (19)$$

Оскільки в більшості випадків (19) значно простіше, ніж (17), то звичайно спочатку за формулою (19) обчислюють відносну похибку  $E$ , а потім – межу довірчого інтервалу  $\Delta A$ :

$$\Delta A = E \cdot \bar{A} \quad (20)$$

Для деяких найпростіших і в той же час найбільш поширених випадків формули розрахунку похибок наведено в додатку (таблиці 1 і 2).

Щоб швидко оцінити похибку методу (максимальну похибку), можна скористатись виразом:

$$E = \left| \partial \ln f(x_1, x_2, \dots, x_n) \right|. \quad (21)$$

Після приведення подібних всі доданки в (21) додають по модулю (найбільш несприятливий випадок). В якості  $\partial x_i$  беруть похибки приладів  $\Delta A_{\text{прил}}$ .

На закінчення перелічимо основні кроки, які слід виконувати при обробці результатів вимірювань.

### **Для прямих вимірювань.**

1. Результати кожного вимірювання записати в таблицю.
2. Обчислити середнє арифметичне з  $n$  вимірювань:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i.$$

3. Обчислити середньоквадратичну похибку:

$$S_A = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^2}.$$

4. Якщо серед результатів вимірювань є один (або два), що значно відрізняється від інших, то слід перевірити, чи не є це вимірювання промахом.

5. Задати значення довірчої імовірності  $\alpha$  і за табл. 3 визначити коефіцієнт Стюдента.

6. Обчислити випадкову похибку вимірювань  $\Delta A_{\text{вип}} = t_\alpha \cdot S_A$  і порівняти її з систематичною  $\Delta A_{\text{сист}} = \frac{1}{2} \Delta A_{\text{прил}}$ .

Якщо ці похибки сумірні за значенням, то похибка вимірювання величини  $A$  дорівнює:

$$\Delta A = \sqrt{t_\alpha^2 S_A^2 + \left(\frac{t_\infty}{2}\right)^2 \Delta A_{\text{прил}}^2},$$

де  $t_\infty$  – коефіцієнт Стюдента для  $n = \infty$

7. Записати результат вимірювань у вигляді:

$$A = \bar{A} \pm \Delta A \quad (\alpha = 0,95)$$

8. Обчислити відносну похибку вимірювань:

$$E = \frac{\Delta A}{A} 100\%$$

### Для непрямих вимірювань.

1. Для кожної серії вимірювань величин, що визначають шукану величину, провести обробку, як описано вище. Довірча імовірність  $\alpha$  задається однаковою для всіх величин.
2. Обчислити середнє значення шуканої величини (див.(16)):

$$\bar{A} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n).$$

3. Користуючись формулами (17) і (19) (чи таблицями 1, 2 в додатку), знайти вирази для абсолютної та відносної похибки вимірювань:

$$\Delta A = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}, \quad E = \frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \ln f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}$$

Значення похідних  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  обчислюються при  $x_i = \bar{x}_i$ .

4. Записати кінцевий результат у виді:

$$A = \bar{A} \pm \Delta A (\alpha = 0,95).$$

В шкільній лабораторії при виконанні лабораторних робіт для спрощення обробки результатів слід рекомендувати спочатку обчислювати відносну похибку по спрощеній формулі (21)

$$E = |\partial \ln f(x_1, x_2, \dots, x_n)|, \quad (21)$$

а потім обчислювати абсолютну похибку  $\Delta A = E \cdot \bar{A}$ .

Наведемо як приклад порядок розрахунку питомого опору провідника:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l}.$$

$R$  вимірюють з допомогою амперметра і вольтметра:  $R = \frac{U}{I}$ ; площа

поперечного перерізу  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ , де  $d$  вимірюють мікрометром;  $l$  вимірюють лінійкою.

Розрахункова формула:  $\rho = \frac{\pi d^2 U}{4 \cdot I \cdot l}$ . Прологарифмуємо її та знайдемо диференціал:  $\ln \rho = \ln \pi + 2 \ln d + \ln U - \ln 4 - \ln I - \ln l$ ;

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{2dd}{d} + \frac{dU}{U} - \frac{dI}{I} - \frac{dl}{l}.$$

Змінюємо знаки диференціалу  $d$  на знаки похибки  $\Delta$  і додаємо по модулю:

$$E = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{2\Delta d}{d} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta l}{l}. \quad (22)$$

Можна показати [8], що відносна похибка, одержана за формулою (22), буде не меншою, ніж одержана при квадратичному додаванні (формула (19)). Користуючись наведеним прикладом, для кожної конкретної лабораторної роботи можна одержати спрощені формули для розрахунку похибки вимірювань.



## ВИМІРЮВАННЯ ОСНОВНИХ МЕХАНІЧНИХ ВЕЛИЧИН

**Мета роботи:** Навчитись вимірювати: а) лінійні розміри тіл штангенциркулем та мікрометром; б) масу тіл зважуванням; в) об'єм тіла неправильної форми з допомогою мензурки. Навчитись обчислювати похибки вимірювань.

**Прилади та матеріали:** Штангенциркуль, мікрометр, терези технічні з набором важків, мензурка, набір тіл правильної геометричної форми, тіла неправильної геометричної форми, серветка.

### Теоретичні відомості

#### 1. Вимірювання лінійних розмірів штангенциркулем.

Для вимірювання довжин з точністю біля 1 мм використовують *лінійку (масштаб)* з довжиною поділки (яку називають *ціною поділки*) 1 мм. Підвищити точність вимірювань можна, доповнивши масштаб *ноніусом*.

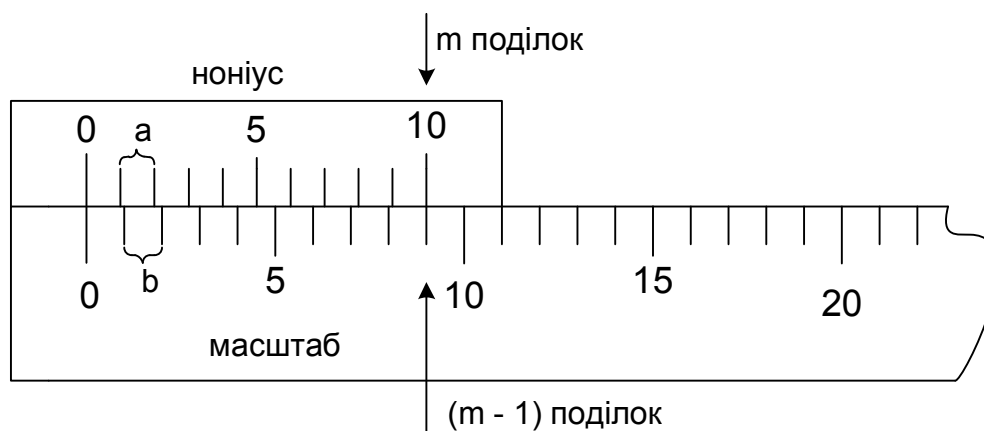


Рис. 1.1

*Лінійний ноніус* – це невелика лінійка, що ковзає вздовж масштабу. На цій лінійці нанесено маленьку шкалу, що містить  $m$  поділок (див. рис. 1.1; найчастіше  $m = 10$ ). Довжина всіх  $m$  поділок ноніуса дорівнює довжині  $(m-1)$  поділок основного масштабу, тобто:

$$ma = (m - 1)b, \quad (1.1)$$

де  $a$  – ціна поділки ноніуса,  $b$  – ціна поділки масштабу.

З (1.1.) одержуємо:

$$(b - a) = \frac{b}{m} \quad (1.2)$$

Відношення  $\frac{b}{m}$  називають **точністю ноніуса**.

Розглянемо процес вимірювання з допомогою лінійного ноніуса.

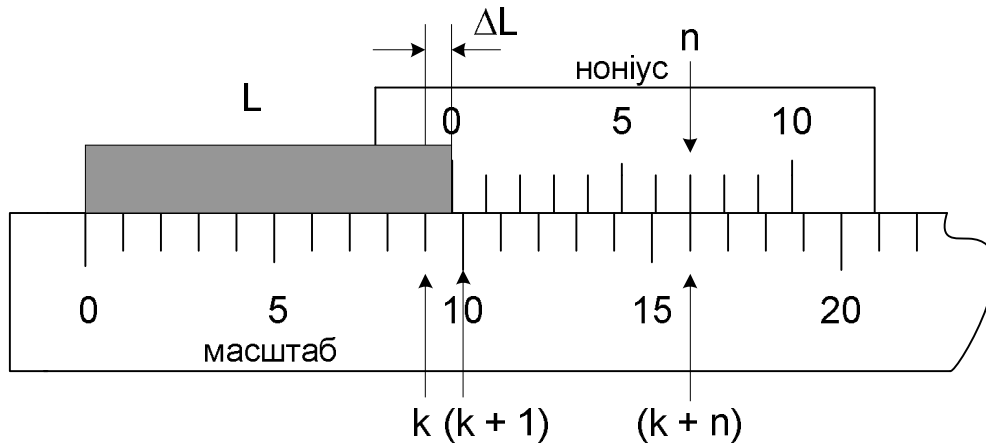


Рис. 1.2

Нехай  $L$  – відрізок, що вимірюється (рис. 1.2). Сумістимо з початком відрізка  $L$  нульову поділку основного масштабу. При цьому кінець відрізка нехай виявиться між поділками  $k$  і  $(k+1)$  масштабу. Тоді можна записати:

$$L = kb + \Delta L, \quad (1.3)$$

де  $\Delta L$  – невідома доля  $k$  – ої поділки масштабу.

Прикладемо тепер до кінця відрізка  $L$  ноніус таким чином, щоб нуль ноніуса співпав з кінцем цього відрізка. Оскільки поділки ноніуса не дорівнюють поділкам масштабу, то обов'язково на ноніусі знайдеться така поділка  $n$ , яка буде найближче підходити до відповідної  $(k+n)$  – ої поділки масштабу. Як видно з рис. 1.2:

$$\Delta L = nb - na = n(b - a) = n \frac{b}{m} \quad (1.4)$$

Вся довжина:

$$L = kb + n \frac{b}{m} \quad (1.5)$$

Таким чином, **довжина відрізка, що вимірюється з допомогою ноніуса, дорівнює числу цілих поділок масштабу плюс точність**

**ноніуса, помножена на номер поділки ноніуса, яка співпадає з деякою поділкою масштабу.**

Похибка, що може виникнути при такому способі відліку, зумовлюється неточним співпаданням  $n$  – ої поділки ноніуса з  $(k+n)$  – тою поділкою масштабу і значення її не може бути більшим від  $\frac{1}{2} \frac{b}{m}$ .

Отже, **похибка ноніуса дорівнює половині його точності.**

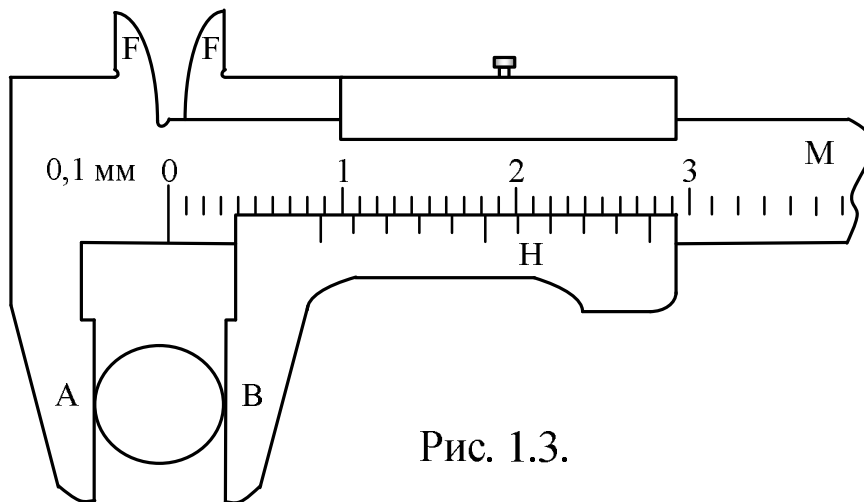


Рис. 1.3.

Лінійний ноніус використовують в **штангенциркулях** (Рис. 1.3). Предмет, що вимірюється, розташовується між ніжками  $A$  і  $B$  штангенциркуля (тобто між нульовими поділками масштабною лінійкою  $M$  і ноніуса  $H$ ) Для вимірювання внутрішніх розмірів тіл (наприклад, діаметра отвору) використовують частини  $FF$  обох ніжок.

*Затискаючи предмет між ніжками штангенциркуля, не прикладайте значних зусиль: деформація тіла і ніжок штангенциркуля приводять до неправильних результатів. Під час вимірювання тіл прямокутної форми слідкуйте за паралельністю масштабу і стороною, що вимірюється.*

## 2. Вимірювання лінійних розмірів мікрометром

Для вимірювання з точністю до сотих долів міліметра використовують **мікрометр** (рис. 1.4). Мікрометр використовують, як правило, для вимірювання невеликих лінійних розмірів – діаметра дроту, товщини пластинки і т. ін.

Під час вимірювання предмет затискається між нерухомим стержнем  $A$  і рухомим торцем мікрометричного гвинта  $B$ . Разом з

мікрометричним гвинтом обертається барабан *C*, переміщуючись при цьому поступально відносно лінійної шкали *D*.

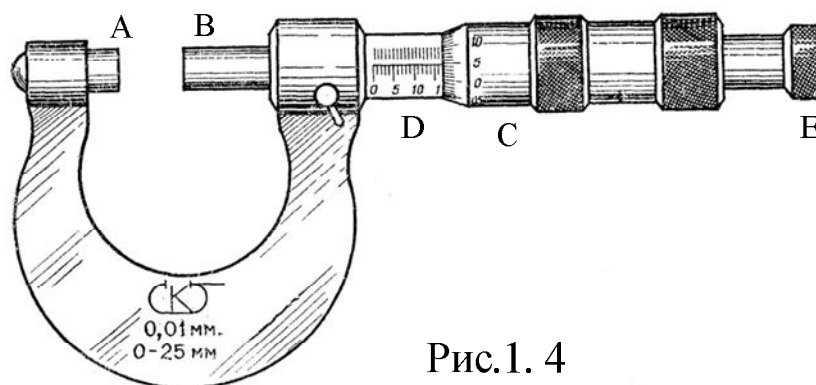


Рис.1. 4

Вище шкали *D* нанесені штрихи, що відповідають серединам міліметрових поділок шкали *D*. Крок мікрогвинта дорівнює  $0,5$  мм, отже поступальне переміщення мікрогвинта на  $1$  мм відповідає двом обертам барабану. На барабані нанесена шкала, що містить  $50$  поділок, тобто ціна поділки шкали барабану дорівнює  $0,01$  мм. Відлік числа цілих міліметрів і їх половин здійснюють по лінійній шкалі, а числа сотих долів міліметра – по шкалі барабану (навпроти поздовжньої риски лінійної шкали).

Головним джерелом помилок під час вимірювань є нерівномірність натискання гвинта на предмет, що вимірюється. В зв'язку з цим **обертання мікрометричного гвинта під час вимірювань дозволяється лише за рукоятку *E***. В момент затискання рукоятка *E* продовжує обертатись з характерним потріскуванням, а барабан *C* залишається нерухомим. Спроба затиснути предмет з допомогою барабана *C* може привести до деформації предмета і до виведення з ладу самого мікрометра. Перед початком вимірювань, обертаючи рукоятку *E*, сумістіть стержні *A* і *B*. Покази мікрометра повинні бути  $0,00 \pm 0,01$  мм; якщо це не так, то покази мікрометра, що відповідають нульовому значенню, слід записати і врахувати під час вимірювань.

### 3. Визначення маси тіла зважуванням на технічних терезах.

Технічні терези схематично зображені на рис.1.5. Цифрами позначені:

- 1 – коромисло терезів;
- 2 – шальки терезів;
- 3 – стрілка – покажчик;

4 – тягарці для регулювання;  
5 – ручка аретира.

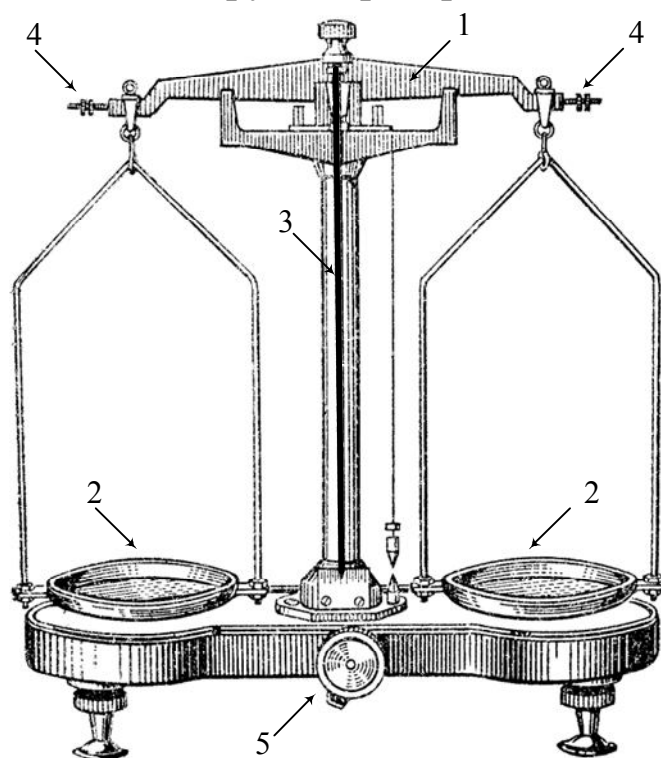


Рис. 1.5

### Правила зважування

1. Підніміть терези з аретира ручкою 5 і перевірте їх рівновагу. При відсутності рівноваги опустіть терези на аретир і переміщуйте тягарці 4, щоб зрівноважити терези. Знову перевірте рівновагу і при необхідності повторіть вказані дії.

2. На ліву шальку терезів покладіть тіло, масу якого треба визначити, а на праву – гирьку, маса якої трохи більша, ніж маса тіла. **Терези при цьому опущені на аретир!** Підніміть терези з аретира і за відхиленням стрілки 3 визначте співвідношення між масами тіла і гирьки (більше – менше). Якщо маса гирьки менше, опустіть терези на аретир і повторіть зважування з гирькою більшої маси. Зважування слід починати з визначення гирьки, маса якої трохи перевищує масу тіла. Знайшовши таку гирьку, зніміть її з шальки терезів і натомість покладіть гирьку меншої маси, сусідню в наборі важків. Далі переходять до гирьок меншої маси. Пропускати гирьки в наборі не рекомендується, оскільки при цьому, можливо, доведеться повторювати зважування. Дрібні важки слід брати пінцетом. **Не забувайте кожного разу опускати терези на аретир!**

Зрівноваживши тіло, підрахуйте загальну масу важків, що лежать на шальці терезів, і перенесіть важки в футляр.

3. Якщо дрібні важки відсутні, то досягнути рівноваги інколи не вдається. Припустимо, що без гирьки масою  $1\text{ г}$  маса тіла більше суми мас важків, а з гирькою  $1\text{ г}$  маса тіла менша суми мас важків. Тоді масу тіла вважають рівною сумі гир без гирьки  $1\text{ г}$  плюс  $0,5\text{ г}$ :

$$m = (m_1 + m_2 + m_3 + \dots + 0,5\text{ г}) \pm 0,5\text{ г}.$$

***Похибка визначення маси тіла дорівнює половині маси найменшого важка, використаного при зважуванні.***

В більшості задач цілком достатньою є точність зважування до  $0,1\text{ г}$ .

4. Для коригування можливої нерівноплечості терезів рекомендується повторити зважування, поклавши тіло на праву шальку терезів, а важки – на ліву.\*)

5. Не можна зважувати тіла, маса яких перевищує граничне навантаження, вказане на терезах.

6. Не можна класти на шальки терезів мокрі, брудні, гарячі тіла, насипати без використання підкладки порошки, наливати рідини.

\*) Крім методу подвійного зважування, або методу Гауса, існує ще два методи, які використовуються для усунення похибки, пов'язаної з нерівністю плечей терезів: метод тарування (Бордо) та метод сталого навантаження (Менделєєва).

#### **4. Визначення об'єму з допомогою мензурки**

1. При визначенні об'єму рідини мензурку слід ставити на рівну горизонтальну поверхню.

2. Перед вимірюванням визначте ціну поділки мензурки і запишіть її в робочий зошит.

3. Визначаючи об'єм рідини, розташовуйте око на одному рівні з поверхнею рідини. Відлік виконуйте по нижній частині меніска (рис. 1.6).

4. При повторних вимірюваннях об'єму тіла неправильної форми серветкою видаліть з тіла краплини рідини.

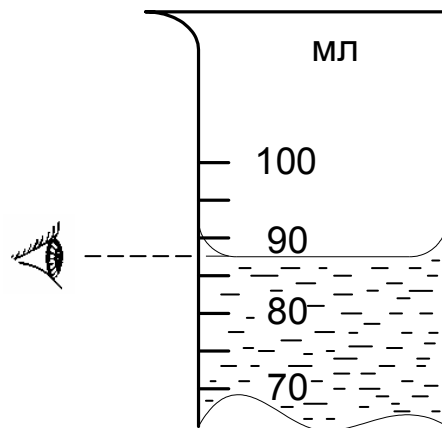


Рис. 1.6

## Хід роботи

**Завдання 1.** Визначити густину тіла правильної геометричної форми.

1) Визначте лінійні розміри тіла, обчисліть їх середні значення. При значенні лінійного розміру менше 20 мм рекомендується користуватись мікрометром.

2) Визначте масу тіла на технічних терезах.

3) Результати вимірювань зручно записувати у вигляді таблиці. Вид таблиці залежить від форми тіла, густину якого потрібно визначити. Нехай, наприклад, тіло має форму циліндра. Тоді таблиця має вид:

№ n/n	$h,$ $10^{-3} м$	$\Delta h,$ $10^{-3} м$	$D,$ $10^{-3} м$	$\Delta D,$ $10^{-3} м$	$m,$ $10^{-3} кг$	$\Delta m,$ $10^{-3} кг$
1						
2						
3						
....						
Середнє						

4) Обчисліть середнє значення густини тіла.

5) Обчисліть відносну похибку вимірювань.

6) Кінцевий результат слід представити у вигляді:

$$\rho = (\rho_{cp} \pm \Delta\rho) \frac{кг}{м^3} \quad (1.6)$$

Формула для густини тіла, що має форму циліндра, має вид:

$$\rho_{cp} = \frac{m_{cp}}{V_{cp}} = \frac{m_{cp}}{\frac{\pi D_{cp}^2}{4} h_{cp}} = \frac{4m_{cp}}{\pi D_{cp}^2 h_{cp}} \quad (1.7)$$

Відносна похибка для цього випадку:

$$E = \frac{\Delta\rho}{\rho_{cp}} = \sqrt{(\Delta m / m_{cp})^2 + 2(\Delta D / D_{cp})^2 + (\Delta h / h_{cp})^2} \quad (1.8)$$

## Завдання 2. Визначити густину тіла неправильної геометричної форми.

Завдання аналогічне попередньому, але об'єм тіла слід визначити з допомогою мензурки.

### 3. Контрольні запитання

1. Які системи одиниць фізичних величин ви знаєте?
2. Що називають ноніусом? Як визначити точність ноніуса?
3. В яких випадках слід користуватись штангенциркулем, а в яких – мікрометром?
4. Які правила зважування на технічних терезах?
5. Як визначити похибку вимірювань?
6. Якщо довжини плечей коромисла терезів неоднакові, то маса тіла не буде рівна масі важків. Чи можна на таких терезах правильно визначити масу тіла?
7. Як виміряти товщину листа паперу? Як визначити масу однієї краплини води? Як в цих вимірюваннях забезпечити потрібну точність результату?

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2.

#### ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ З ДОПОМОГОЮ ЗАКОНІВ КІНЕМАТИКИ

**Мета роботи:** Використовуючи рівняння рівноприскореного руху визначити прискорення вільного падіння.

**Прилади і матеріали:** Установка для вивчення вільного падіння, дві сталеві кульки різних діаметрів.

#### Теоретичні відомості.

Під час вільного падіння без початкової швидкості висота  $h$  і час падіння  $t$  з цієї висоти зв'язані співвідношенням:

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad (2.1)$$

звідки:



$$g = \frac{2h}{t^2} \quad (2.2)$$

При невеликих висотах  $h$  опором повітря можна знехтувати і, вимірювши час падіння  $t$  з висоти  $h$ , за формулою (2.2) обчислити  $g$ .

Схема установки, що використовується в даній роботі, наведена на рис. 2.1 і рис. 2.2 (рис. 2.1 – монтажна схема, рис. 2.2 – принципові електричні схеми кіл електромагніту і нормально замкнутого контакту П). Час падіння кульки з заданої висоти вимірюється з допомогою електричного секундоміра, принцип дії якого полягає в тому, що в момент замикання клем „Вхід”, з ротором синхронного електродвигуна з'єднуються стрілки секундоміра, які зупиняються в момент розмикання клем „Вхід”. Точність відліку електричного

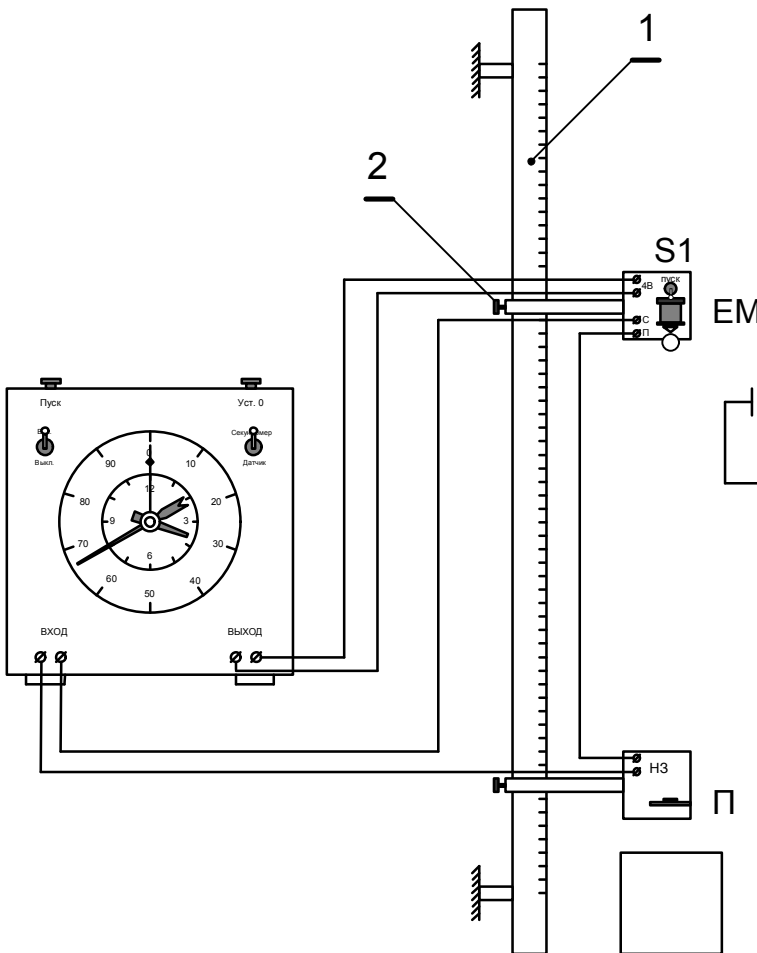


Рис. 2.1.

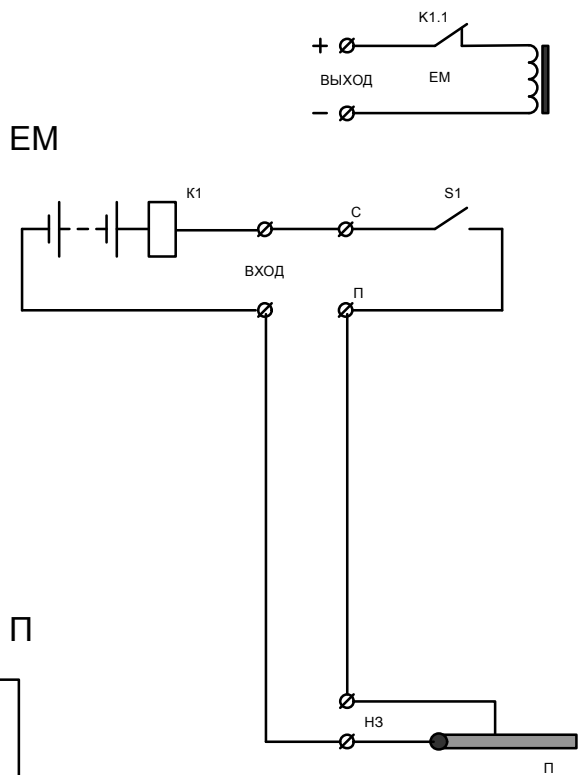


Рис. 2.2.

секундоміру дорівнює  $0,01$  с. Сталева кулька утримується електромагнітом  $EM$ , який підключено до клем „Вихід” секундоміра. В момент замикання клем „Вхід” тумблером  $S1$  „Пуск”, реле секундоміра  $K1$

відключає електромагніт і кулька починає падати. Зупиняється секундомір в момент удару кульки об нормально замкнутий контакт  $\Pi$ . Електромагніт  $EM$  може переміщуватись вздовж штанги 1 з сантиметровими поділками і фіксуватись в довільному положенні стопорним гвинтом 2. Похибка у вимірюванні часу вноситься інерційністю спрацювання реле; звичайно вона не перевищує  $0,005c$ .

### Хід роботи.

1. Встановіть електромагніт на деякій висоті на штанзі 1.
2. Платформу  $\Pi$  нормально замкнутого контакту поставте в горизонтальне положення; тумблер  $S1$  „*Пуск*” - розімкнутий (вниз).
3. Увімкніть живлення секундоміра і піднесіть до електромагніту  $EM$  сталеву кульку; вона повинна притягнутись до  $EM$  і висіти на ньому. Натисніть кнопку „*Уст.0*”: стрілки повинні прийти в рух і зупинитись на позначці  $0$ .
4. Виміряйте відстань від нижньої поверхні кульки до платформи  $\Pi$  і запишіть її в зошит.
5. Увімкніть тумблер  $S1$  „*Пуск*”. Кулька почне падати, а стрілки секундоміра - рухатись. В момент удару кульки об платформу стрілки секундоміра повинні зупинитись. Запишіть час падіння кульки.
6. Вийміть кульку з коробки і переведіть платформу  $\Pi$  в горизонтальне положення (стрілки секундоміра повинні прийти в рух). Вимкніть тумблер „*Пуск*” (стрілки секундоміра повинні зупинитись). Піднесіть кульку до електромагніту і натисніть кнопку „*Уст.0*”:
7. Повторіть вимірювання часу (пункт 5) не менше п'яти разів.
8. Повторіть вимірювання часу падіння для кульки іншого діаметру. Порівняйте результати і зробіть висновок, чи залежить час падіння від діаметра кульки.
9. Виміряйте час падіння кульки з 5-6 різних висот; для кожної висоти дослід проводьте не менше п'яти разів.
10. За одержаними даними побудуйте графік  $h = f(t^2)$ \*, вкажіть на ньому похибки вимірювань. За тангенсом кута нахилу графіка до вісі абсцис знайдіть прискорення вільного падіння.
11. Порівняйте одержані результати з табличним значенням  $g$ . Знайдіть похибку результату та вкажіть на її основні джерела.

Відносну похибку окремого вимірювання можна знайти за виразом:

$$E = \frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta t}{t}\right)^2} \quad (2.3)$$

### Контрольні запитання.

1. Який рух називають вільним падінням?
2. Від чого залежить прискорення вільного падіння?
3. Який вплив на результати експерименту здійснює опір повітря?
4. Похибка якої з величин найбільше впливає на похибку результату?
5. За останню секунду падіння тіло пролетіло 50 м. З якої висоти воно падало?
6. Тіло падає з висоти 120 м. Який шлях воно пройшло за останню секунду падіння?

\* Обробку результатів рекомендується проводити методом найменших квадратів (див. методичні рекомендації зі статобробки),

шукаючи коефіцієнти залежності  $y = ax + b$ . Залежність  $h = \frac{gt^2}{2}$

представте у виді  $t^2 = a \cdot h + b$ , де  $a = \frac{2}{g}$ ,  $b = \Delta t_{сист}^2$ .

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3.

#### ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ КІНЕМАТИКИ І ДИНАМІКИ ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ НА МАШИНІ АТВУДА

**Мета роботи:** Використовуючи машину Атвуда, перевірити для рівноприскореного руху: залежність шляху і швидкості від часу; зв'язок між силою і масою при  $m = const$  (другий закон Ньютона).

**Прилади і матеріали:** Машина Атвуда електрифікована, електромеханічний секундомір-датчик, ключ, з'єднувальні провідники.

#### Теоретичні відомості.

Рівноприскорений рух описується кінематичними рівняннями руху:

$$\vec{s} = \vec{v}_0 + \frac{\vec{a}t^2}{2} \quad (3.1)$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad (3.2)$$

і динамічним рівнянням руху:

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = m\vec{a}, \quad (3.3)$$

яке називають другим законом Ньютона.

Якщо рівноприскорений прямолінійний рух відбувається без початкової швидкості ( $v_0 = 0$ ), то (3.1) і (3.2) спрощуються:

$$s = \frac{at^2}{2} \quad (3.4)$$

$$v = at \quad (3.5)$$

Вирази (3.4) і (3.5), а також деякі наслідки з (3.3) можна перевірити на машині Атвуда.

### Опис установки.

Машина Атвуда (рис. 3.1) складається з шкали 1, блока 2, електромагнітного пускача 3, приймального столика 4, рухомого кільця 5, важків 6, з'єднаних капроною ниткою та підставки 7. Шкала 1 з сантиметровими поділками має на зворотній стороні паз з двома металевими шинами, через які з допомогою приймального столика 4 вмикається і вимикається секундомір. На тій же зворотній стороні шкали в нижній частині є колодка з клемми (див. рис. 3.2); клемми 1 і 2 підключаються до входу секундоміра, а клемми 3 і 4 - до виходу. З клем 3 і 4 подається живлення на електромагнітний пускач. Для підключення пускача у верхній частині шкали закріплені дві колодки. Приймальний столик 4 переміщується в муфті кріплення вгору-вниз приблизно на 1 см. При переміщенні вгору столик замикає контакти, з'єднані з шинами, при переміщенні вниз-розмикає.

Рухоме кільце 5 призначено для ввімкнення секундоміра після проходження через кільце важка. Важок, проходячи через кільце, замикає перегрузком, який надітий на важок, металеві півкільця на рухомому кільці. Кожен з двох важків складається з двох циліндрів з порожнинами для насипання дробу під час тарування установки.

Принципова електрична схема приладу показана на рис. 3.2.

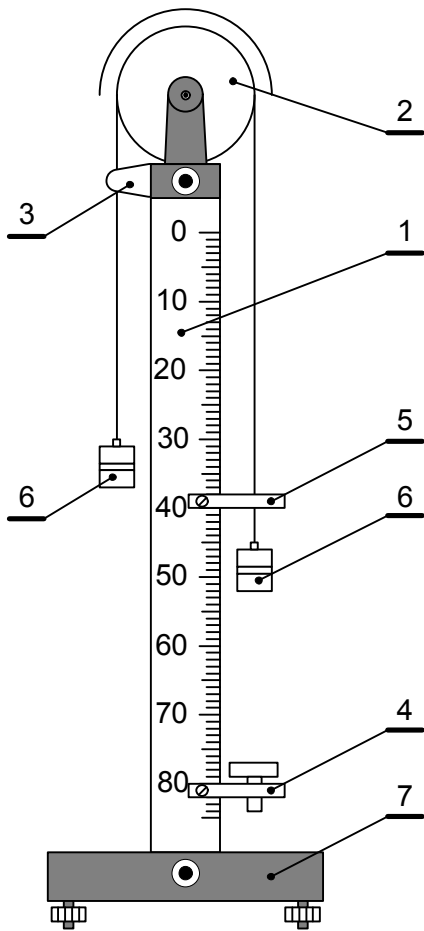


Рис. 3.1

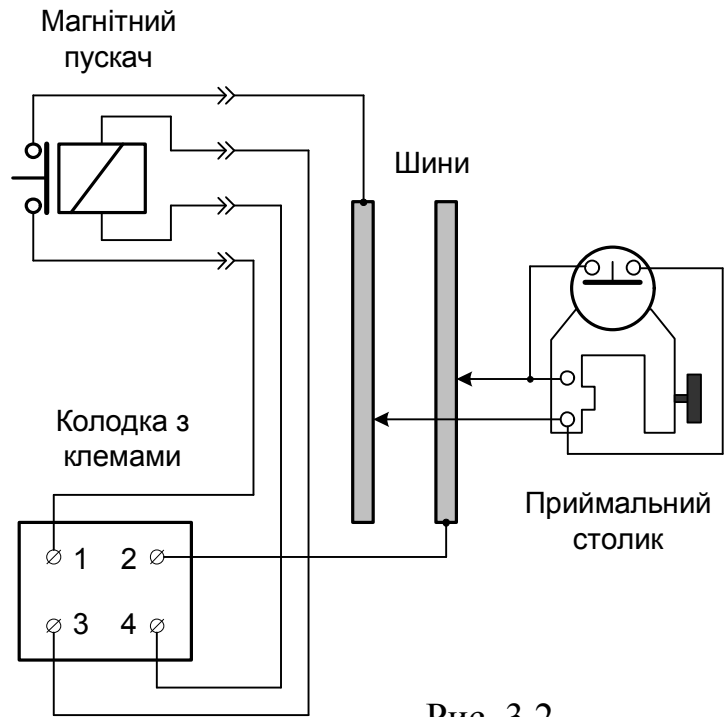


Рис. 3.2.

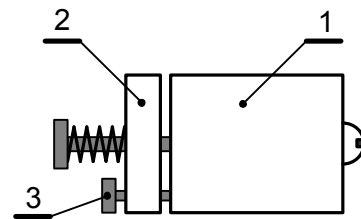


Рис. 3.3.

Магнітний пускач

Під час проведення дослідів капронова нитка, що з'єднує важки, заводиться між електромагнітом 1 і притискним диском 2 (рис. 3.3). Для регулювання зазору між диском і електромагнітом використовують гвинт 3. Оптимальне значення зазору – 1...2 мм. Капронова нитка повинна вільно переміщуватись в зазорі, не торкаючись диска і електромагніту.

Блок-схема з'єднання приладу з секундоміром показана на рис. 3.4.

Перед проведенням дослідів прилад необхідно виставити в строго вертикальному положенні з допомогою гвинтових ніжок підставки 7. Для контролю установки використовують важки: регулювання вважається достатнім, якщо правий важок буде розташований в центрі приймального столика. Потім здійснюють компенсацію сили тертя. Для цього з порожнини лівого важка перекладають дріб в порожнину правого (сумарна маса важків повинна залишатись сталою і рівною  $2m=333\text{ г}$ ).  
 Компенсацію можна вважати закінченою, якщо важки самовільно не приходять в рух, але після

В дослідях з рухомим кільцем ділянка  
кола 1 замінюється ділянкою кола 2

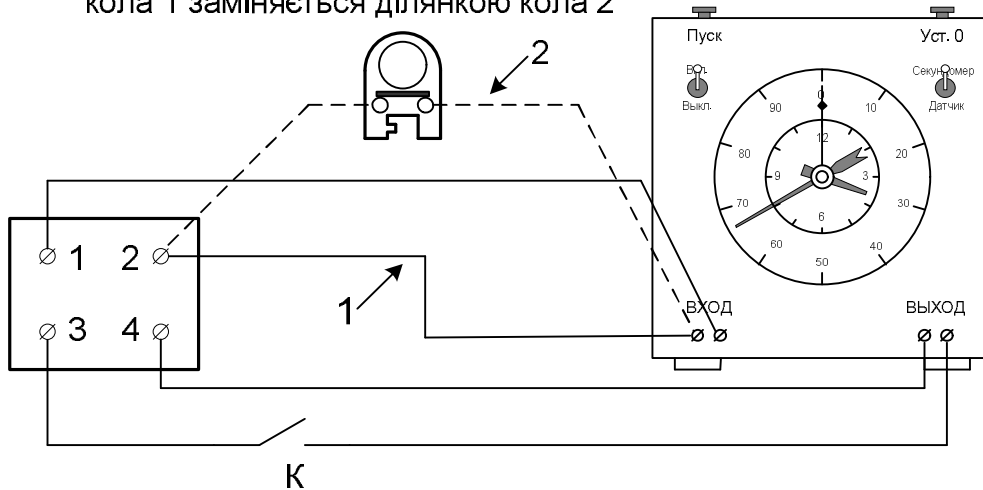


Рис. 3.4

легенького поштовху правого важка вниз вони продовжують рухатись з наданою їм швидкістю.

Якщо тепер на правий важок покласти перегрузок масою  $m_1$ , то система почне рухатись з прискоренням  $a$ . На основі другого закону Ньютона, вважаючи маси важків однаковими і рівними  $m$ , а блок невагомим, одержимо:

$$\begin{cases} T - mg = ma, \\ (m + m_1) \cdot g - T = (m + m_1) \cdot a \end{cases}$$

звідки:

$$a = \frac{m_1 g}{2m + m_1} \quad (3.6)$$

Якщо врахувати масу блоку (будемо вважати його однорідним диском), то система рівнянь, що описує рух важків, буде наступною:

$$\begin{cases} T_1 - mg = ma \\ (m + m_1) \cdot g - T_2 = (m + m_1) \cdot a \\ (T_2 - T_1) \cdot r = J \cdot \varepsilon \\ a = \varepsilon \cdot r \end{cases} \quad (3.7)$$

В цій системі  $T_1, T_2$  – сили натягу нитки по різні сторони блоку,  $r$  – його радіус;  $J = \frac{1}{2} m_0 r^2$  – момент інерції блоку. Розв'язок цієї системи рівнянь дає для прискорення вираз:

$$a = \frac{m_1 g}{2m + m_1 + \frac{m_0}{2}} \quad (3.8)$$

### **Хід роботи.**

#### 1. Перевірка закону шляху $s = \frac{at^2}{2}$ .

1.1. Підключіть до машини Атвуда секундомір, як показано на рис. 3.4 (з ділянкою кола 1). Перемикач роду роботи на секундомірі поставте в положення «Секундомір».

1.2. Перевірте вертикальність приладу і компенсацію сили тертя. В разі необхідності виконати регулювання зверніться за допомогою до викладача або лаборанта.

1.3. Встановіть приймальний столик на висоті  $h$ , опустіть його (при опусканні столика вниз вхід секундоміра буде розімкнено).

1.4. Увімкніть секундомір і встановіть його стрілки на нуль, натиснувши кнопку «Установка нуля».

1.5. Вимкніть ключем  $K$  пускач і встановіть правий важок з розташованим на ньому перегрузком масою  $m_1=4$  г так, щоб нижня частина важка була навпроти нульової поділки шкали. Замкніть ключ  $K$ .

1.6. Підніміть столик. Натисніть кнопку «Пуск» секундоміра. Пускач звільнює нитку, важки приходять в рух і секундомір починає відлік часу. В момент удару правого важка об приймальний столик секундомір зупиняється.

1.7. Запишіть покази секундоміра  $t$ . Повторіть дослід декілька раз, знайдіть середнє значення часу.

1.8. Повторіть пункти 1.3 – 1.7 для різних висот. Рекомендується використовувати висоти 5 см, 20 см, 45 см, 80 см.

1.9. За формулою (4) обчисліть прискорення  $a$ . Результати вимірювань і обчислень зручно оформити у вигляді таблиці. Зробіть оцінку похибки вимірювань.

1.10. Зробіть висновки.

## 2. Перевірка закону швидкості $v = at$ .

2.1. Переключіть секундомір в режим «Датчик», встановіть на ньому червоними стрілками час  $1\text{ с}$ . Ручки, з допомогою яких обертають червоні стрілки, знаходяться на задній стінці секундоміра.

2.2. Правий важок з перегрузком  $4\text{ г}$  встановіть навпроти нульової поділки шкали. (Нагадаємо: щоб знеструмити пускач, розімкніть ключ  $K$ ). Приймальний столик треба розташувати якомога нижче і опустити його.

2.3. Натисніть кнопку «Пуск» секундоміра. Важки повинні прийти в рух і зупинитись через  $1\text{ с}$ . Запишіть поділку шкали  $h_1$ , біля якої знаходиться нижня частина важка.

2.4. Повторіть пункти 2.1 – 2.3 декілька раз для часу  $1\text{ с}$ , а потім для проміжків часу  $2\text{ с}$ ,  $3\text{ с}$ . Знайдіть середні значення висот  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ .

2.5. Переключіть секундомір в режим «Секундомір», вимкніть його з мережі і встановіть на машині Атвуда рухоме кільце 5. Ділянку кола 1 замініть ділянкою 2 (рис. 3.4). Кільце повинно бути на висоті  $h_1$  (див. п. 2.3).

2.6. Приймальний столик встановіть на позначці  $80\text{ см}$ , підніміть його. Увімкніть секундомір і поставте його стрілки на нуль. Правий важок з перегрузком  $4\text{ г}$  встановіть навпроти нульової поділки шкали.

2.7. Розімкніть ключ. Важки придуть в рух, але стрілки секундоміра будуть нерухомі. В момент проходження важка через кільце перегрузок залишається на кільці і вмикає секундомір. Важки продовжують рух вже рівномірно зі швидкістю, яку вони набули на кінець першої секунди. Удар важка об столик зупиняє секундомір.

2.8. Запишіть покази секундоміра  $t_1$ . Правий важок з перегрузком  $4\text{ г}$  встановіть навпроти нульової поділки шкали, замкніть ключ. Повторіть пункти 2.6 – 2.8 для висоти  $h_1$  декілька раз, знайдіть  $t_{1\text{ср}}$ .

2.9. Переставте кільце на висоту  $h_2$  (див. п. 2.4) і повторіть пункти 2.6 – 2.8. Те ж саме виконайте для висоти  $h_3$ .

2.10. Обчисліть швидкості в кінці першої, другої і третьої секунд

руху:

$$v_i = \frac{80 - h_i}{t_i}.$$

2.11. Побудуйте графік залежності швидкості від часу і зробіть висновок.



### 3. Перевірка другого закону Ньютона.

3.1. Знайдіть прискорення важків з допомогою (3.7). Для обчислень візьміть  $2m=333$  г,  $m_0=110$  г,  $m_1=4$  г. (Маси важків уточніть у викладача або визначте з допомогою терезів. Маса блока  $m_0$  проставлена на його боковій частині). Порівняйте це значення з одержаним в завданні 1. Яку похибку ми допустимо, якщо скористаємося для обчислення прискорення виразом (3.6)?

3.2. Як і в завданні 1 визначте прискорення важків з перегрузком  $m_2=2$  г, а потім  $m_3=6$  г (4 г+2 г).

3.3. Оскільки маса перегрузків мала порівняно з масою важків, то можна вважати, що маса системи залишилась незмінною. Результуюча зовнішня сила дорівнює  $mg$ . При  $m=const$  з другого закону Ньютона випливає, що відношення  $\frac{F}{a} = const$ . Порівняйте цей результат з даними дослідів 1 і 3. Зробіть висновок.

#### Контрольні запитання.

1. Використовуючи другий закон Ньютона запишіть рівняння руху важків.

2. Визначте силу натягу нитки, що з'єднує важки, і силу тиску на вісь блока під час рівномірного і рівноприскореного руху системи (без врахування маси блока).

3. Знайдіть формулу для визначення сили тиску перегрузка на важок.

4. Побудуйте графіки залежності координати, швидкості і прискорення центра мас системи важків від часу на ділянках рівномірного і рівноприскореного руху.

5. Як оцінити похибку у визначенні прискорення?

6. Як на машині Атвуда перевірити співвідношення

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \text{ при } F = const?$$

## ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ З ДЕФОРМАЦІЇ РОЗТЯГУ НА ПРИЛАДІ ЛЕРМАНТОВА

**Мета роботи:** Дослідити деформацію розтягу сталевого дроту і перевірити виконання закону Гука. Визначити модуль Юнга матеріалу дроту.

**Прилади і матеріали:** Прилад для вивчення деформації розтягу дроту – прилад Лермантова, рулетка, мікрометр, важки, лазер, лінійка-шкала.

### Теоретичні відомості

*Деформацією* називають зміну форми чи об'єму твердого тіла, яка викликана дією зовнішніх сил. Якщо ці сили малі, то після припинення їх дії деформація зникає; якщо ж сили великі, то після припинення дії сил виявляється так звана *залишкова деформація*. При появі щонайменшої залишкової деформації говорять, що досягнуто *межу пружності*.

Оскільки результат дії сили залежить також і від розмірів зразка, то зручно дію сили оцінювати по *напрузі*, що виникає в зразку.

*Напругою називають відношення сили  $F$  до площі поперечного перерізу зразка  $S$ :*

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (4.1)$$

Таким чином, *межа пружності  $\sigma_{np}$  – це напруга, при якій з'являється залишкова деформація*. Тіла з великим значенням  $\sigma_{np}$  називають *пружними*, а тіла з малим значенням  $\sigma_{np}$  - *непружними* або *пластичними*.

Серед різних деформацій виділяють дві найпростіші: деформацію *розтягу (стиску)* і деформацію *зсуву*. Всі малі деформації можна розглядати як суму деяких розтягів (чи стисків) і зсувів.

Для малих деформацій виконується *закон Гука*, який зводиться до наступних тверджень:

- *в межах пружності деформація пропорційна прикладеній напрузі;*

- при зміні напрямку дії зовнішньої сили змінюється тільки напрям деформації без зміни її значення;
- при дії декількох зовнішніх сил загальна деформація дорівнює сумі окремих деформацій (принцип суперпозиції малих деформацій).

Для малих деформацій розтягу чи стиску стержня закон Гука записується у виді:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \frac{F}{S} \quad (4.2)$$

де:  $l_0$  – початкова довжина стержня,  
 $\Delta l = l - l_0$  – його абсолютне видовження.

Відношення абсолютного видовження до початкової довжини називають **відносним видовженням**:  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ ; з врахуванням (4.1)

вираз (4.2) переписується так:

$$\varepsilon = \alpha \cdot \sigma, \quad (4.2')$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт пружності під час розтягу.

Величина, обернена  $\alpha$ , називається **модулем пружності** під час розтягу, або **модулем Юнга**:

$$E = \frac{l}{\alpha} = \frac{F \cdot l_0}{S \cdot \Delta l} \quad (4.3)$$

З використанням модуля Юнга закон Гука записують так:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (4.4)$$

Під дією сили  $F$ , що розтягує стержень, змінюються не тільки повздовжні, а й поперечні розміри стержня; говорять, що під час розтягу стержень зазнає **поперечного стиску**. Якщо  $d_0$  – діаметр стержня до деформації,  $d$  – після деформації, то

$$\frac{\Delta d}{d_0} = \beta \frac{F}{S} \quad (4.5)$$

де  $\Delta d = d - d_0$ ,  $\beta$  – коефіцієнт поперечного стиску.

Відношення відносного поперечного стиску до відповідного відносного поздовжнього видовження (або відношення  $\frac{\beta}{\alpha}$ ) називають **коефіцієнтом Пуассона  $\mu$** :

$$\mu = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\Delta d}{d_0} : \frac{\Delta l}{l_0} \quad (4.6)$$

Теоретично для всіх ізотропних тіл  $\mu = 0,25$ .

### Опис установки

Прилад Лермантова складається з двох кронштейнів  $A$  і  $B$ , розташованих один над одним і призначених для закріплення дроту з матеріалу, що досліджується (рис.4.1).

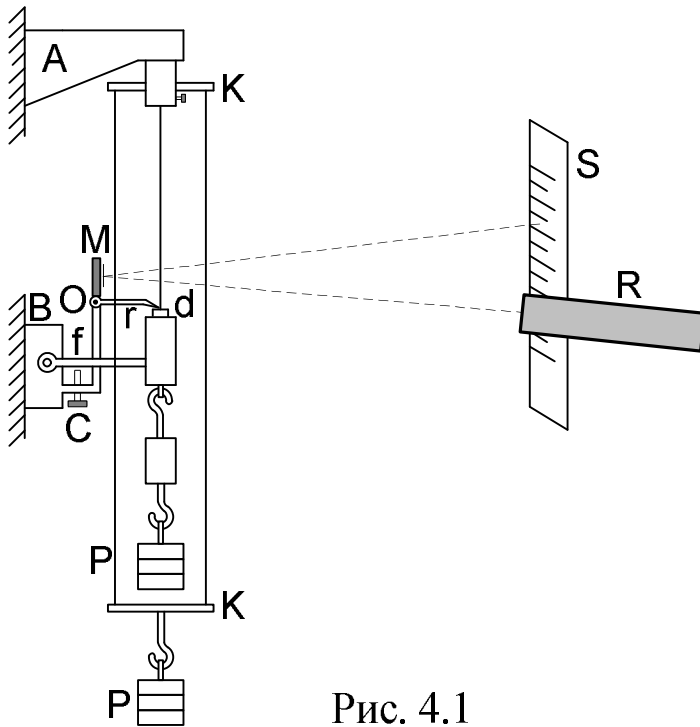


Рис. 4.1

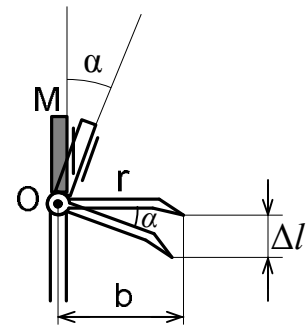


Рис. 4.2

Якщо навантажити дріт важками  $P$ , то він видовжиться і важіль  $r$ , що опирається на опору  $d$ , повернеться навколо вісі  $O$ . На важелі закріплене дзеркальце  $M$ , яке при видовженні дроту на  $\Delta l$  повернеться на кут  $\alpha$ . Між кутом повороту  $\alpha$  і видовженням  $\Delta l$  має місце співвідношення (див. рис.4.2):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta l}{b}, \quad (4.7)$$

де  $b$  – довжина важеля  $r$ .

Зміна положення дзеркальця відмічається по шкалі  $S$ , закріпленій на протилежній стіні, за зміщенням лазерного променя, що відбився від дзеркальця. Лазер на рис. 4.1 позначено буквою  $R$ .

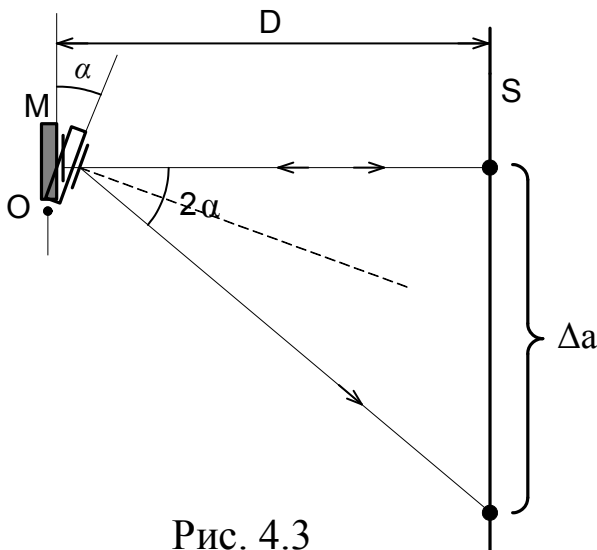


Рис. 4.3

Якщо дзеркальце повернеться на кут  $\alpha$ , то відбитий промінь повернеться на кут  $2\alpha$  (див рис. 4.3). На цьому рисунку  $\Delta a$  - це зміщення "зайчика" при повороті дзеркальця на кут  $\alpha$ , а  $D$  - відстань від дзеркальця до шкали  $S$ . З рис. 4.3 одержимо:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\Delta a}{D} \quad (4.8)$$

Оскільки величина  $\Delta l$  дуже мала, то малим є й кут  $\alpha$ , а для малих кутів виконується співвідношення  $\operatorname{tg} 2\alpha = 2\operatorname{tg} \alpha$ . Враховуючи це зауваження, з (4.8) одержимо:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta a}{2D} \quad (4.9)$$

Порівняння (4.9) і (4.7) дає:

$$\Delta l = \frac{b}{2D} \Delta a \quad (4.10)$$

Нижній кронштейн  $B$  має аретир  $f$ , з допомогою якого, обертаючи гвинт  $C$ , можна звільнити дріт від навантаження.

Важки для навантаження дроту беруть з особливого підвісу  $K$ , закріпленого на верхньому кронштейні; знімаючи навантаження, важки знову кладуть на підвіс. Цим досягається постійне навантаження на верхній кронштейн і, тим самим, сталість його згину. Навантаження і розвантаження дроту слід виконувати при опущеному аретирі, а після закінчення дослідів потрібно підняти аретир.

### Хід роботи.

1. Виміряйте довжину дроту  $l_0$  рулеткою, опустивши аретир і навантаживши дріт одним чи двома важками. Діаметр дроту  $d$  виміряйте мікрометром декілька раз в різних місцях і з одержаних

значень знайдіть середнє арифметичне.

2. Навантажте дріт половиною важків, увімкніть лазер і встановіть його так, щоб відбитий промінь знаходився приблизно на середині шкали  $S$ . Змістити положення "зайчика" можна також, якщо обережно зміщувати дзеркальце відносно важеля  $r$ .

3. Виміряйте рулеткою відстань між дзеркалом і шкалою, підніміть аретир і зніміть важки, залишивши лише один (його призначення - вирівнювати дріт). Опустіть аретир і відмітьте положення "зайчика" на шкалі; це буде нульова точка  $a_0$ .

4. Послідовно навантажуйте дріт важками один за одним (на кожному важку вказана його маса) і визначте, на скільки поділок переміщується "зайчик" по шкалі ( $\Delta a_1 = a_1 - a_0$ ,  $\Delta a_2 = a_2 - a_0$  і т.д.). Використавши всі важки, почніть знімати важки і перекладати їх на підвіс. Кожного разу відмічайте положення "зайчика" на шкалі.

5. Повторіть пункт 4 три-чотири рази. Закінчивши виконання дослідів, підніміть аретир.

6. Якщо нульова точка після закінчення серії дослідів змістилась, то в наступній серії слід взяти нове значення  $a_0$ .

7. За формулою (4.10) і за середніми значеннями  $\Delta a$  обчисліть  $\Delta l$ . Довжина стержня  $b = (40 \pm 1)$  мм.

8. Побудуйте графік залежності видовження дроту  $\Delta l$  від значення навантаження  $F$  і переконайтеся, що має місце лінійна залежність (закон Гука).

9. Враховуючи, що  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ , перепишемо (4.3):

$$E = \frac{4F \cdot l_0}{\pi d^2 \Delta l} \quad (4.11)$$

За формулою (4.11) обчисліть модуль пружності  $E$  для кожного навантаження. Знайдіть середнє арифметичне одержаних значень  $E_i$ .

10. Обчисліть відносну і абсолютну похибки вимірювань. Порівняйте одержане значення  $E$  з табличним значенням для матеріалу дроту. Кінцевий результат слід подати у виді:

$$E = E_{cp} \pm \delta E \quad (P = 0,95).$$

### Примітки:

1. Щоб уникнути непорозумінь, в даній роботі абсолютні

похибки позначено значком  $\delta$ .

2. Похибки для  $l, d, D$  слід обчислювати як середньоквадратичні при  $P = 0,95$ , для  $\Delta a$  взяти рівною половині ціни поділки шкали (або цілій поділці). Значення  $\Delta b = 1 \text{ мм}$ .

3. Абсолютну похибку для  $E$  оцініть двічі: з допомогою формули (4.11) як у випадку непрямих вимірювань і як середнє арифметичне  $\delta E_i$ :  $\delta E_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta E_i$ .

4. Дані вимірювань  $a$  та обчислень  $\Delta l$  і  $E$  зручно подати у вигляді таблиці 1. Нижче таблиці запишіть також значення  $l_0, d_{сер}, D$  і  $E_{сер}$ .

Табл. 1

$F, H$		Навантаження		Розвантаження		Навантаження		Розвантаження		$\Delta a_{сер}$ $p$	$\Delta l, \text{м}$	$E, \text{Па}$
		$a$	$\Delta a$		$\Delta a$		$\Delta a$		$\Delta a$			
0	$a_0$											
20	$a_1$											
40	$a_2$											
60	$a_3$											
80	$a_4$											
100	$a_5$											

$$l_0 = (1,00 \pm 0,001) \text{ м}; \quad D = (7,68 \pm 0,01) \text{ м}; \quad b = (40 \pm 1) \text{ мм};$$

$$d_{сер} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \quad E_{сер} =$$

### Контрольні запитання

1. Які деформації називають пружними?
2. Сформулюйте закон Гука.
3. Який фізичний зміст модуля Юнга?
4. Що називають межею міцності матеріалу? Що таке "запас міцності"?
5. Що називають коефіцієнтом Пуассона?
6. Накресліть діаграму розтягу дроту і поясніть фізичний зміст окремих її ділянок.
7. Яку довжину повинен мати мідний дріт, щоб він, якщо його підвісити вертикально, розірвався під дією власної ваги?

## ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ ЗІ ЗГИНУ СТЕРЖНЯ

**Мета роботи:** Ознайомитись з теоретичними основами деформації згину. Дослідити залежність деформації згину стержня від навантаження і визначити модуль Юнга для матеріалу стержня.

**Прилади і матеріали:** Стержень для дослідів, затиснутий з однієї сторони в лещатах, набір важків, індикатор малих переміщень з ціною поділки  $0,01$  мм; лінійка; штангенциркуль.

### Теоретичні відомості.

Коротко закони пружних деформацій були розглянуті в роботі по визначенню модуля пружності з розтягу (див. роботу №4). В даній роботі визначають модуль пружності з вимірювань деформації згину пружного стержня, один з кінців якого закріплений.

Якщо прямий пружний стержень нерухомо закріпити одним кінцем, а на другий підвісити вантаж  $P$ , то навантажений кінець стержня опуститься, тобто стержень зігнеться. Верхні шари стержня під час згину будуть розтягуватись, а нижні – стискатись; деякий середній шар, який називають *нейтральним шаром*, збереже свою довжину і лише викривиться.

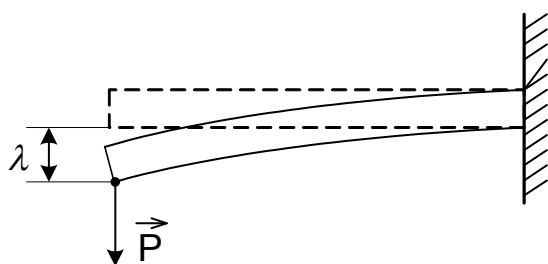


Рис. 5.1

незакріплений кінець стержня, називають *стрілою прогину* (рис. 5.1). Стріла прогину буде тим більша, чим більше навантаження; вона залежить також від форми і розмірів стержня та модуля пружності матеріалу, з якого виготовлений стержень.

Для обчислення стріли прогину розглянемо довільний поперечний переріз прямокутного стержня довжиною  $L$ , висотою  $b$  і шириною  $a$ . Нехай цей поперечний переріз розташований на відстані  $x$  від вільного кінця стержня. На рис. 5.2 показаний елемент цього стержня довжиною  $dx$ , який розташований біля розглядуваного перерізу.



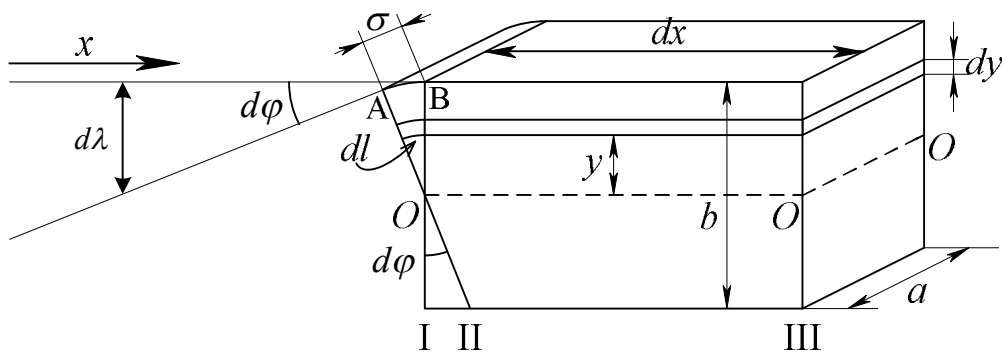


Рис. 5.2

Цифрою I позначено положення цього перерізу перед згином, а цифрою II – положення перерізу після згину по відношенню до сусіднього перерізу, який позначено цифрою III.

Перед згином переріз I паралельний перерізу III, після згину переріз I переходить в положення II внаслідок обертання навколо вісі, що проходить через нейтральний шар  $OO'$ . Це відбувається тому, що частини елемента стержня  $dx$ , які лежать вище  $OO'$ , видовжуються, а які лежать нижче  $OO'$  – скорочуються.

Знайдемо видовження стержня  $dl$ , яке буде зазнавати деякий довільно вибраний шар стержня висотою  $dy$ , що перебуває на відстані  $y$  від нейтрального шару. З рис. 5.2 видно, що  $\frac{dl}{\sigma} = \frac{y}{\frac{b}{2}}$ , звідки:

$$dl = \frac{2\sigma y}{b} \quad (5.1)$$

Для того, щоб викликати це видовження, потрібна деяка сила  $dF$ , яка за законом Гука дорівнює:

$$dF = \frac{E \cdot dS \cdot dl}{dx}, \quad (5.2)$$

де  $E$  – модуль Юнга матеріалу стержня,  $dS$  – площа шару, що розтягується. Підставляючи в (5.2) вираз для  $dl$  з (5.1), а також враховуючи, що  $dS = a \cdot dy$  (див. рис. 5.2), одержимо:

$$dF = \frac{2E \cdot a \cdot \sigma \cdot y}{dx \cdot b} dy \quad (5.3)$$

Щоб обчислити обертовий момент, який діє на увесь

поперечний переріз стержня, потрібно обчислити моменти всіх сил  $dF$  і додати їх. Елементарний момент дорівнює:

$$dM = dF \cdot y = \frac{2E \cdot a \cdot \sigma \cdot y^2}{dx \cdot b} dy \quad (5.4)$$

Загальний момент, викликаний пружними силами в даному поперечному перерізі:

$$M = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{2E \cdot a \cdot \sigma}{dx \cdot b} y^2 dy = \frac{E \cdot a \cdot \sigma \cdot b^2}{6 dx} \quad (5.5)$$

При рівновазі обертовий момент, викликаний пружними силами, зрівноважує момент зовнішньої сили, тобто  $M = P \cdot x$ , або:

$$\frac{E \cdot a \cdot \sigma \cdot b^2}{6 dx} = P \cdot x, \quad (5.6)$$

де  $P$  – вага вантажу, який підвішений до вільного кінця стержня,  $x$  – відстань від точки прикладання сили  $P$  до даного перерізу.

Мірою згину в перерізі, що розглядається, є кут  $d\varphi$ , утворений двома напрямками I і II поперечного перерізу (рис. 5.2). З рисунка видно, що:

$$d\varphi = \frac{\sigma}{b/2} = \frac{2\sigma}{b} \quad (5.7)$$

Проведемо в точках А і В перпендикуляри до напрямків перерізів I і II та продовжимо їх до вільного кінця стержня. Таким чином, довжина цих перпендикулярів дорівнюватиме  $x$ , а кут між ними дорівнюватиме  $d\varphi$ . Відстань  $d\lambda$  між кінцями перпендикулярів – це **елемент стріли прогину**, який утворюється внаслідок обертання тільки того поперечного перерізу, який розглядається. З рис. 5.2 видно, що  $d\lambda = x \cdot d\varphi$ . Підставимо в цей вираз (5.7):

$$d\lambda = \frac{2\sigma \cdot x}{b} \quad (5.8)$$

$\sigma$  визначимо з (5.6) і підставимо в (5.8):

$$\sigma = \frac{6P \cdot x \cdot dx}{E \cdot a \cdot b^2};$$

$$d\lambda = \frac{12P \cdot x^2 dx}{E \cdot a \cdot b^3} \quad (5.9)$$

Вся *стріла прогину*  $\lambda$  дорівнює:

$$\lambda = \int_0^L \frac{12P \cdot x^2 dx}{E \cdot a \cdot b^3} = \frac{4P \cdot L^3}{E \cdot a \cdot b^3} \quad (5.10)$$

З (5.10):

$$E = \frac{4P \cdot L^3}{a \cdot b^3 \lambda} \quad (5.11)$$

### Хід роботи.

1. Зберіть установку за рисунком 5.3 і переконайтесь в її працездатності (злегка натисніть на стержень – при цьому покази індикатора повинні змінитись).

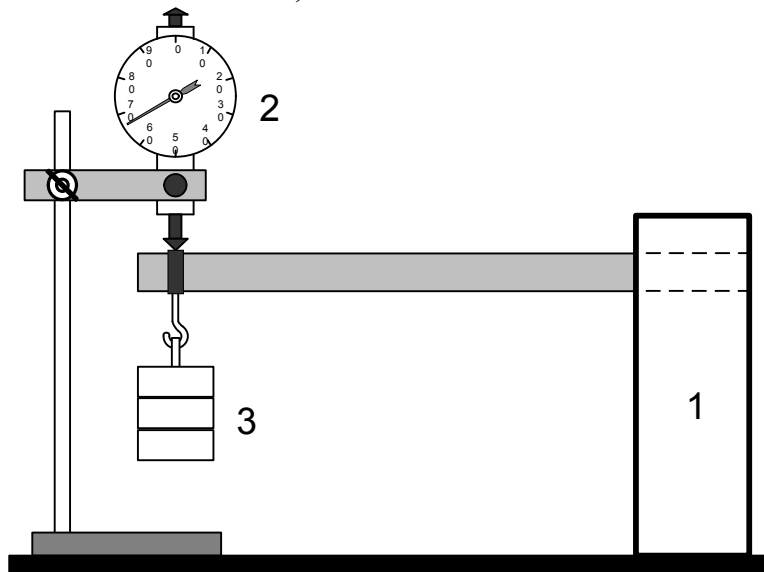


Рис. 5.3. Схема установки.

1 – лещата, 2 – індикатор, 3 – важки.

2. Встановіть шкалу індикатора на нуль або запишіть його початкові покази.

3. Навантажуйте стержень важками від 1 до 10 Н з інтервалом в 1 Н і записуйте покази індикатора.

4. Тепер розвантажуйте стержень з тим же інтервалом і знову записуйте покази індикатора.

5. Для кожного значення  $P$  визначте стрілу прогину  $\lambda$  і побудуйте графік залежності стріли прогину від навантаження. Переконайтесь в тому, що має місце лінійна залежність (закон Гука).

6. З допомогою лінійки виміряйте довжину стержня  $L$  (від лещат до точки, в якій підвішений вантаж), штангенциркулем – висоту  $b$  і ширину  $a$  стержня.

7. За формулою (5.11) обчисліть модуль Юнга.

8. Обчисліть похибку вимірювань:

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2 + 3\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + 3\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2} \quad (5.12)$$

9. Порівняйте одержане значення з таблицею і визначте, з якого матеріалу виготовлено стержень.

10. Зробіть висновок.

### Контрольні питання.

1. Сформулюйте закон Гука.
2. Який фізичний зміст модуля Юнга?
3. Яка з величин, що вимірюються в роботі, найбільш суттєво впливає на похибку вимірювань?
4. Накресліть діаграму розтягу і поясніть фізичний зміст окремих її ділянок.

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

#### ВИМІРЮВАННЯ ШВИДКОСТІ ПОЛЬОТУ КУЛІ З ДОПОМОГОЮ БАЛІСТИЧНОГО МАЯТНИКА

**Мета роботи:** Використовуючи закони збереження енергії та імпульсу визначити швидкість кулі пружинного пістолету.

**Прилади і матеріали:** Балістичний маятник, пружинний пістолет, набір куль, терези з важками.

### Теоретичні відомості

Швидкість польоту кулі, як правило, досить велика: у пневматичної гвинтівки вона дорівнює 150-200 м/с, а у бойової

гвинтівки – біля 1000 м/с. Тому пряме вимірювання швидкості кулі вимагає спеціального обладнання. Простіше виміряти швидкість кулі непрямыми методами, серед яких найпоширеніші методи, які використовують непружний удар.

**Абсолютно непружним ударом** називають зіткнення двох тіл, в результаті якого вони з'єднуються разом і далі рухаються як одне ціле. Прикладом таких ударів можуть бути зіткнення куль з вологої глини чи пластиліну, попадання кулі з гвинтівки в ящик з піском, підвішений на вірьовках. В даній роботі непружний удар використовується для визначення швидкості польоту кулі методом балістичного маятника.

Балістичний маятник – це тіло масою  $M$  (металевий порожнистий циліндр частково заповнений пластиліном) підвішене на довгих легких нитках. В маятник стріляють по горизонталі кулею, маса якої  $m$  і швидкість  $v$ . Після удару куля застряє в пластиліні, тому удар можна вважати абсолютно непружним.

Час удару кулі з маятником  $\tau$  значно менший періоду коливань маятника  $T$ , тому за час удару маятник не встигає помітно відхилитись від положення рівноваги. Тому в момент удару до системи "маятник-куля" можна застосувати закон збереження імпульсу для горизонтального напрямку. За законом збереження імпульсу:

$$m \cdot v = (M + m) \cdot u, \quad (6.1)$$

де  $u$  – швидкість маятника з кулею після удару.

Щоб визначити  $u$ , скористаємося законом збереження механічної енергії. Застосуємо його до руху маятника з кулею після удару (силами тертя нехтуємо):

$$\frac{(M + m)u^2}{2} = (M + m)gh \quad (6.2)$$

Між висотою  $h$  і кутом відхилення маятника  $\alpha$  існує простий зв'язок:

$$h = l(1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad (6.3)$$

де  $l$  – це відстань від точки підвісу до центра мас маятника (рис. 6.1).

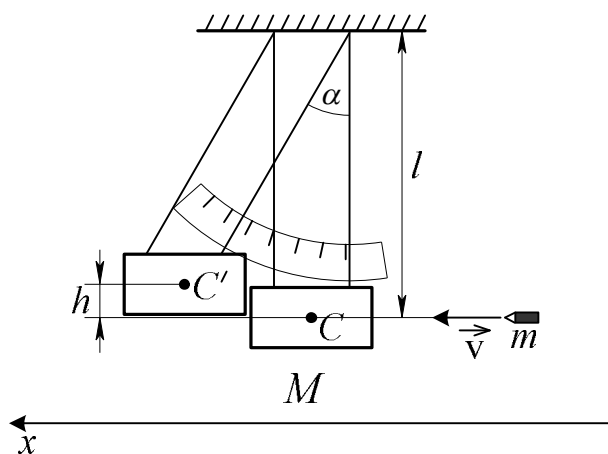


Рис. 6.1

З формул (6.1) – (6.3) одержимо вираз для швидкості кулі:

$$v = 2 \frac{M + m}{m} \sqrt{lg} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad (6.4)$$

Хід роботи.

1. Зважте кулі і циліндр балістичного маятника (якщо на ньому не вказана його маса).
2. Підготуйте пружинний пістолет до пострілу – натягніть пружину і зафіксуйте її стопором. Вставте кулю в дуло пістолета і посуньте її до упора.
3. Виконайте постріл, спостерігаючи збоку за відхиленням ниток підвісу маятника. Запишіть кут відхилення ниток  $\alpha$ .
4. Для кожної з куль виконайте не менше п'яти пострілів і знайдіть середнє значення кута відхилення  $\alpha_{cp}$ .
5. Виміряйте відстань  $l$  від точки підвісу до центра мас маятника.
6. За формулою (6.4) розрахуйте швидкість кожної з куль  $v$ . Результати вимірювань та розрахунків оформіть у вигляді таблиці.
7. Знайдіть похибку вимірювань та сформулюйте висновок.

### Контрольні запитання.

1. Сформулюйте закони збереження імпульсу, моменту імпульсу та механічної енергії.
2. Обчисліть втрати енергії при непружному ударі в даній

роботі. Куди дівається ця енергія?

3. Поясніть, як рухається маятник після удару кулі. З якою метою це зроблено?

4. Чому дорівнює натяг ниток маятника до удару кулі і зразу після удару?

5. Як знайти швидкість кулі, що вилетіла з пружинного пістолета, під час пострілу в горизонтальному напрямі? У вертикальному напрямі? Відомо:  $k$ ,  $m$ ,  $x$ . Знайти  $v_0$ .

#### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7.

### ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ЗАКОНІВ ЗБЕРЕЖЕННЯ ПІД ЧАС ЦЕНТРАЛЬНОГО ПРУЖНОГО УДАРУ КУЛЬ

**Мета роботи:** Перевірити виконання законів збереження імпульсу та енергії під час пружного удару сталевих кульок.

**Прилади і матеріали:** Установа для дослідження удару куль, лінійка, штангенциркуль, джерело струму напругою 6 В, вимикач, з'єднувальні провідники.

#### Теоретичні відомості.

**Удар** – це сукупність явищ, що виникають при короткочасній дії на тіло зовнішніх сил (наприклад, під час взаємодії з іншим тілом, що рухається відносно нього). Ці явища пов'язані зі значною зміною швидкості тіла за дуже малий ( $10^{-3} - 10^{-6}$  с) проміжок часу.

**Абсолютно пружним** ударом називають зіткнення тіл, при якому їх внутрішня енергія не змінюється (тобто зберігається їх спільна кінетична енергія).

Обмежимося розглядом **центрального удару** абсолютно пружних куль. В цьому випадку швидкості куль до удару  $\vec{v}_1$  і  $\vec{v}_2$  направлені вздовж прямої, що з'єднує їх центри. Цю пряму називають **лінією центрів**. Під час зіткнення кінетична енергія куль, пов'язана з рухом їхнього центру мас (тобто  $\frac{(m_1 + m_2) \cdot V_c^2}{2}$ ), змінитись не може, оскільки не може змінитись швидкість руху центра мас  $V_c$ . Змін зазнаватиме лише кінетична енергія руху куль відносно центра мас,

яка дорівнює  $K' = \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot (v_1 - v_2)^2}{2 \cdot (m_1 + m_2)}$ . При абсолютно пружному

ударі кулі під час зіткнення деформуються і кінетична енергія переходить в потенціальну енергію пружної деформації. В деякий момент вся кінетична енергія  $K'$  перейде в потенціальну, а потім почнеться зворотній процес переходу енергії пружної деформації в кінетичну енергію поступального руху куль. Коли цей процес закінчиться, кулі розлітаються в різні сторони і знову стають недеформованими. Отже кінетична енергія поступального руху куль знову набуває значення, яке вона мала до удару.

В реальних тілах цей процес ускладнюється виникненням пружних збурень, що поширюються в кулях зі швидкістю звуку, випромінюванням звукових хвиль, внутрішнім тертям та остаточними деформаціями. Після зіткнення куль внаслідок вищенаведених причин частина енергії кінець кінцем переходить у внутрішню енергію. Ця частина може бути досить малою, а в граничному випадку абсолютно пружного удару дорівнює нулю.

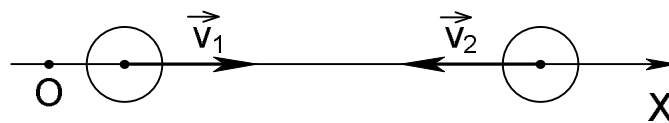


Рис. 7.1

Знайдемо швидкості куль  $\vec{v}'_1$  і  $\vec{v}'_2$  після абсолютно пружного удару. За законом збереження імпульсу і енергії:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 \quad (7.1)$$

$$\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} = \frac{m_1 \cdot v_1'^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2'^2}{2} \quad (7.2)$$

Спроекуємо (7.1) на вісь OX (див. рис. 7.1):

$$m_1 \cdot v_{1x} + m_2 \cdot v_{2x} = m_1 \cdot v'_{1x} + m_2 \cdot v'_{2x} \quad (7.3)$$

Оскільки вісь OX паралельна лінії центрів, то  $v_{1x}^2 = v_1^2$ ; в зв'язку з цим для спрощення запису індекс „x” біля проекції швидкості будемо опускаати. Перепишемо (7.2) і (7.3) наступним чином:



$$m_1 \cdot (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 \cdot (v_2'^2 - v_2^2) \quad (7.4)$$

$$m_1 \cdot (v_1 - v_1') = m_2 \cdot (v_2' - v_2) \quad (7.5)$$

Поділимо (7.4) на (7.5):

$$(v_1 + v_1') = (v_2' + v_2) \quad (7.6)$$

Задача зводиться до розв'язку системи двох лінійних рівнянь (7.5) і (7.6). Розв'язок дає:

$$v_1' = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \quad (7.7)$$

$$v_2' = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \quad (7.8)$$

Якщо маси куль однакові ( $m_1 = m_2$ ), то з рівнянь (7.7) і (7.8) одержимо:

$$v_1' = v_2, \quad v_2' = v_1, \quad (7.9)$$

тобто, під час зіткнення двох однакових абсолютно пружних куль вони обмінюються швидкостями. Якщо друга куля до удару була нерухома ( $v_2 = 0$ ), то перша куля після удару повинна зупинитись ( $v_1' = 0$ ).

Під час реальних ударів, як зазначалось вище, має місце розсіювання механічної енергії. Вона характеризується **коефіцієнтом відновлення швидкості**, який визначається як відношення модулів відносних швидкостей куль після удару і до нього:

$$k_{uu} = \frac{|v_2' - v_1'|}{|v_2 - v_1|} \quad (7.10)$$

Під час абсолютно пружного удару  $k_{uu} = 1$ , при абсолютно непружному ударі  $k_{uu} = 0$ , в реальних випадках  $0 < k_{uu} < 1$ . Якщо маси куль однакові і друга куля до удару була нерухома, то вираз (7.10) спрощується:

$$k_{uu} = \frac{v_2'}{v_1} \quad (7.11)$$

В (7.11) також враховано, що при абсолютно пружному ударі  $v'_1 = 0$ . При точних вимірюваннях слід врахувати, що в реальних ударах  $v'_1 \neq 0$ .

В експериментальній установці (див. рис. 7.2) дві однакові сталеві кульки підвішені на нитках однакової довжини так, що в стані спокою вони торкаються одна одної. Якщо одну з куль відхилити на кут  $\alpha$  і відпустити, то в момент удару вона матиме швидкість:

$$v_1 = \sqrt{2gh_1}, \quad (7.12)$$

де  $h_1 = l \cdot (1 - \cos \alpha_1) = 2l \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}$ .

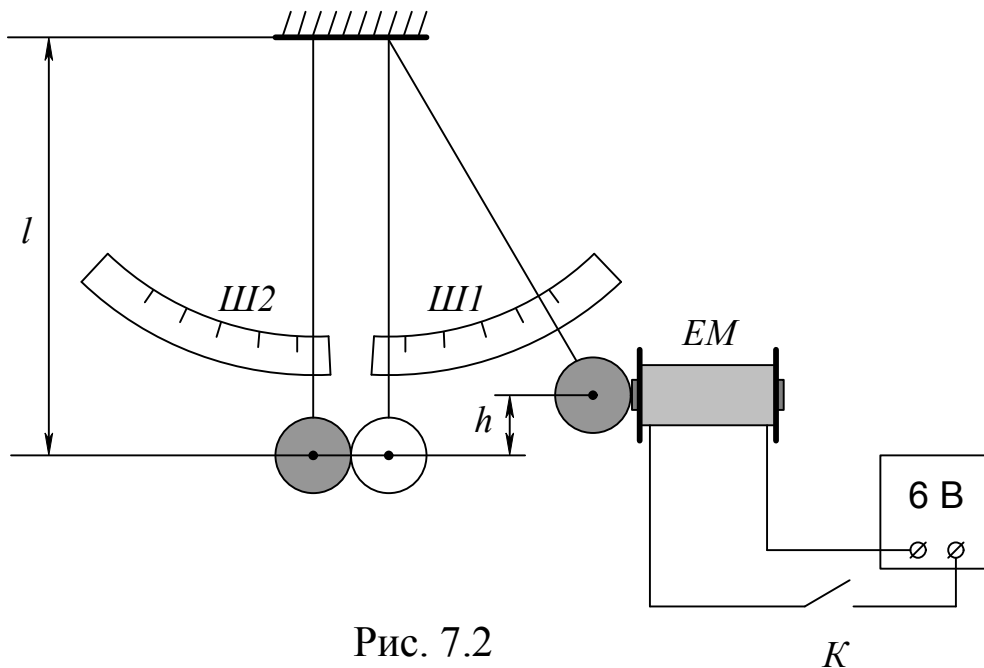


Рис. 7.2

Підставивши вираз для  $h$  в (7.12), одержимо:

$$v_1 = 2\sqrt{gl} \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2} \quad (7.13)$$

В (7.13)  $l$  – це відстань від точки підвісу до центра мас куль. Виміривши кут відхилення другої кулі  $\alpha_2$ , можна за такою ж формулою знайти швидкість другої кулі після удару:

$$v'_2 = 2\sqrt{gl} \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2} \quad (7.14)$$

## Хід роботи

1. Відрегулюйте установку так, щоб забезпечувався центральний удар: центри мас куль повинні бути на одній висоті і кулі повинні дотикатись одна до одної.
2. Відмітьте положення ниток, до яких підвішені кулі, на шкалах  $Ш_1$  і  $Ш_2$ ; запишіть в зошит значення кутів  $\alpha_{01}$  і  $\alpha_{02}$ .
3. Виміряйте відстань  $l$  від точки підвісу до центра мас куль. Вимірювання виконуйте лінійкою. Якщо для точного визначення  $l$  необхідно знати радіус кулі, то виміряйте діаметр кулі штангенциркулем.
4. Підключіть до електромагніту  $EM$  (див. рис. 7.1) через ключ  $K$  джерело живлення. Замкніть ключ і підведіть до електромагніту кульку; вона повинна надійно утримуватись у відхиленому стані. Використання електромагніту дозволяє відпускати кульку без поштовху і здійснювати центрування установки.
5. Визначте за шкалою  $Ш_1$  положення нитки першої кулі  $\alpha'_1$ .
6. Розімкніть ключ і зафіксуйте кут  $\alpha'_2$ , на який відхиляється нитка з другою кулею після удару. Повторіть визначення  $\alpha'_2$  декілька разів, щоб результат вимірювання мав достатню надійність.
7. Обчисліть значення кутів  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ :
$$\alpha_1 = \alpha'_1 - \alpha_{01}; \alpha_2 = \alpha'_2 - \alpha_{02}$$
8. Обчисліть швидкості куль  $v_1$  і  $v'_2$  за формулами (7.13) і (7.14) відповідно. Порівняйте одержані результати, зробіть висновок.
9. За формулою (7.11) обчисліть коефіцієнт відновлення швидкості  $k_{ш}$ . Результати вимірювань і обчислень оформіть у вигляді таблиці.
10. Оцініть похибку у визначенні  $k_{ш}$ .

### Додаткове завдання.

а). Оскільки удар куль не абсолютно пружний, то  $v_1 \neq v'_2$ . Так як імпульс системи повинен зберігатись, то це означає, що  $v'_1 \neq 0$ . Повторивши п. 6, переконайтесь в цьому і виміряйте кут  $\alpha''_1$  відхилення нитки першої кулі після удару.

б). Визначте кут відхилення нитки першої кулі після удару:  $\alpha = \alpha_1'' - \alpha_{01}$ , і за формулою обчисліть швидкість першої кулі після удару  $v_1'$ .

в). Перевірте виконання закону збереження імпульсу:

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2' + m_1 \cdot v_1' \quad (7.15)$$

Зробіть висновок.

### Контрольні запитання

1. Сформулюйте закони збереження імпульсу і енергії.
2. Який удар називають абсолютно пружним? Абсолютно непружним?
3. Застосуйте закони збереження імпульсу та енергії до аналізу пружної і непружної взаємодії.
4. Як була обчислена похибка при визначенні  $k_{ш}$ ?
5. Якщо сталева кулька падає на сталеву плиту з висоти  $h = 1$  м, то на яку висоту вона підскочить? Значення  $k_{ш}$  взяти одержане в роботі.

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8

#### ПЕРЕВІРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНУ ОБЕРТОВОГО РУХУ НА МАЯТНИКУ ОБЕРБЕКА

**Мета роботи:** Експериментально перевірити рівняння динаміки обертового руху з допомогою хрестоподібного маятника.

**Прилади і матеріали:** Хрестоподібний маятник Обербека, набір важків, рулетка, штангенциркуль, секундомір.

### Теоретичні відомості

Основне рівняння динаміки обертового руху тіла навколо нерухомої вісі має вид:

$$\frac{d(I\omega)}{dt} = M, \quad (8.1)$$

де  $M$  – сума проекцій на вісь всіх моментів сил, що діють на тіло,  $I$  – момент інерції тіла,  $\omega$  – його кутова швидкість. При

обертанні твердого тіла його момент інерції залишається сталим і (8.1) спрощується:

$$I \frac{d\omega}{dt} = M \quad (8.2)$$

або

$$I\varepsilon = M, \quad (8.3)$$

де  $\varepsilon$  – кутове прискорення тіла, що обертається. В даній роботі мають на меті експериментально перевірити рівняння (8.3).

Маятник Обербека (рис. 8.1) складається з чотирьох спиць, закріплених на втулці під прямим кутом одна до одної. Втулка і шків радіуса  $r$  насажені на спільну вісь, закріплену в підшипниках. Вся система, таким чином, може обертатись навколо горизонтальної вісі. Момент інерції установки можна змінювати, пересуваючи вантажі  $m_1$  вздовж спиць. На шків маятника намотана тонка нитка, до якої прив'язана платформа відомої маси для розміщення на ній перегрузків. Обертаний момент створюється силою натягу нитки  $T$ :

радіуса  $r$  насажені на спільну вісь, закріплену в підшипниках. Вся система, таким чином, може обертатись навколо горизонтальної вісі. Момент інерції установки можна змінювати, пересуваючи вантажі  $m_1$  вздовж спиць. На шків маятника намотана тонка нитка, до якої прив'язана платформа відомої маси для розміщення на ній перегрузків. Обертаний момент створюється силою натягу нитки  $T$ :

$$M_n = rT \quad (8.4)$$

Силу натягу нитки  $T$  можна знайти з рівняння руху платформи з перегрузком:

$$mg - T = ma \quad (8.5)$$

де  $m$  – маса платформи з перегрузком. Визначивши час  $t$ , протягом якого навантажена платформа з стану спокою опускається на відстань  $h$ , знайдемо прискорення  $a$ :

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (8.6)$$

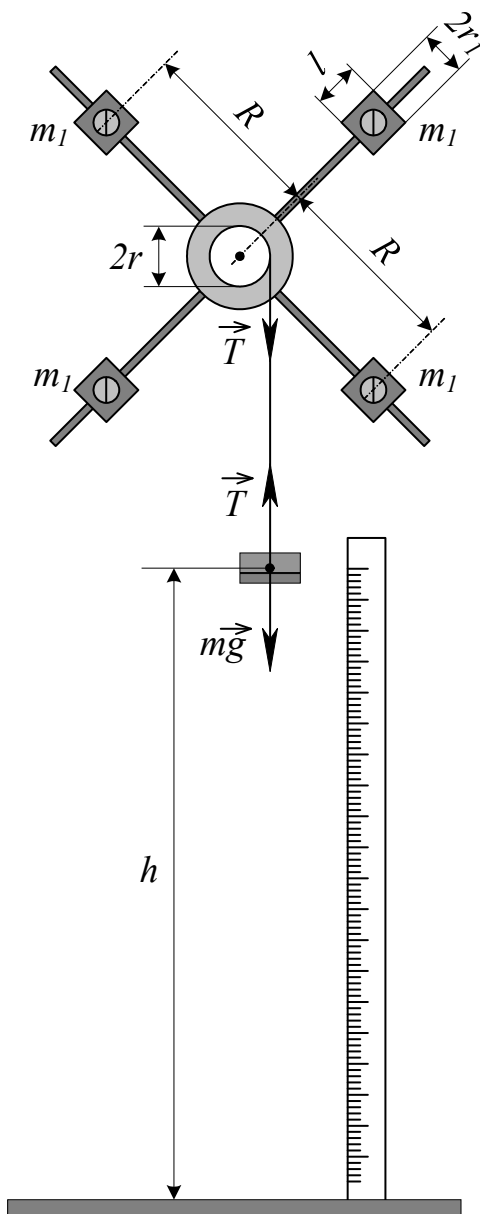


Рис. 8.1

Лінійне прискорення  $a$  зв'язане з кутовим прискоренням  $\varepsilon$  співвідношенням:

$$a = \varepsilon \cdot r \quad (8.7)$$

Якщо момент сил тертя  $M_{mp}$ , прикладений до вісі маятника, малий порівняно з моментом сили натягу нитки  $M_n$ , то у виразі (8.3)  $M \approx M_n$  і системи рівнянь (8.4)...(8.7) достатньо для перевірки рівняння (8.3). В реальних дослідах  $M_{mp}$  може виявитись досить значним і суттєво спотворити результати досліду. В подальших міркуваннях будемо враховувати силу тертя; вираз (8.3) в цьому випадку набирає виду:

$$M_n - M_{mp} = I \cdot \varepsilon \quad (8.8)$$

Закріплюючи вантажі масою  $m_1$  на спиці хрестовини, слідкуйте, щоб відстані  $R$  були однаковими. При правильній установці маятник буде перебувати в стані байдужої рівноваги. Приведіть маятник в обертовий рух і дайте йому зупинитись. Як при цьому визначити, чи гарно збалансований маятник?

Вантажі  $m_1$  мають форму циліндрів з радіусом  $r_1$  і твірною  $l$ . Момент інерції всієї системи можна визначити за формулою:

$$I = I_0 + 4m_1R^2 + 4\frac{m_1l^2}{12} + 4\frac{m_1r_1^2}{4}, \quad (8.9)$$

де  $I_0$  – момент інерції хрестовини без вантажів  $m_1$ .

### Хід роботи

1. Перші досліди виконують з маятником без вантажів  $m_1$ . Виміряйте штангенциркулем радіус шківів  $r$ . Рулеткою виміряйте висоту падіння  $h$  платформи з перегрузками. Рекомендована висота – не менше  $100$  см.

2. Намотайте нитку на шків і покладіть на платформу перший перегрузок. Якомога точніше виміряйте час опускання платформи до підлоги. Повторіть дослід 4-5 раз, знайдіть середнє значення часу.

3. Повторіть дослід для 5 різних значень маси  $m$ . Для кожного досліду обчисліть кутове прискорення  $\varepsilon = \frac{2h}{r \cdot t^2}$  і момент сили

$M_n = r \cdot m \left( g - \frac{2h}{t^2} \right)$ . Дані вимірювань і обчислень зручно представити у виді таблиці 1.

Табл. 1.

№ n/n	Радіус шків	Маса платформи з перегрузком	Час падіння, с						Кутове прискорення	Момент сили		
	r, м		t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>	t <sub>4</sub>	t <sub>5</sub>	t <sub>cp</sub>			ε	Δε
1												
2												
...												

4. Результати обчислень зобразіть у вигляді графіка, по вісі абсцис якого відкладіть значення моменту сили  $M_n$ , а по вісі ординат – кутове прискорення  $\varepsilon$ . За графіком визначте момент інерції хрестовини  $I_0$  та момент сил тертя  $M_{тр}$ . Оцініть похибки у визначенні цих величин.

5. Закріпіть вантажі  $m_1$  на спицях хрестовини і відрегулюйте їх положення для забезпечення байдужої рівноваги. Виміряйте і запишіть відстань  $R$ .

6. Намотайте нитку на шків і покладіть на платформу перегрузок, який відповідає середньому значенню маси  $m$  (припустимо,  $m_3$ ). Виміряйте час опускання платформи до підлоги. Повторіть дослід 4-5 раз, знайдіть середнє значення часу.

7. Обчисліть кутове прискорення  $\varepsilon_6 = \frac{2h}{r \cdot t_6^2}$  і момент сили

$M_n = r \cdot m \left( g - \frac{2h}{t_6^2} \right)$ . Дані вимірювань і обчислень запишіть в табл.1.

8. За результатами останнього дослідіть обчисліть момент інерції хрестовини з вантажами  $m_1$ . Той же момент інерції  $I$  обчисліть за формулою (8.9), для чого зважте і виміряйте розміри вантажів  $m_1$ . (Можна використати наближену формулу замість (8.9):  $I = I_0 + 4mR^2$ ). Порівняйте результати і зробіть висновок.

9. Порівняйте останнє значення  $\varepsilon_6$  зі значенням  $\varepsilon_3$ , одержаним в попередній серії дослідів для значення  $M_n$ , що приблизно дорівнює останньому. Чи дорівнює відношення  $\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_6}$  відношенню  $\frac{I}{I_0}$ ? Зробіть висновок.

### Додаткове завдання

10. Повторіть вимірювання, описані в пункті 6 ходу роботи для всіх перегрузків. Обчисліть кутове прискорення і момент сили  $M_n$ .

11. Результати обчислень зобразіть у вигляді графіка, по вісі абсцис якого відкладіть значення моменту сили  $M_n$ , а по вісі ординат – кутове прискорення  $\varepsilon$ . За графіком визначте момент інерції хрестовини  $I$  та момент сил тертя  $M_{тр}$ . Оцініть похибки у визначенні цих величин.

12. Порівняйте значення  $M_{тр}$  з одержаним в п. 4. Чи залежить значення  $M_{тр}$  від моменту інерції системи? Обчисліть середнє значення  $M_{тр}$ .

13. Закріпіть вантажі  $m_1$  на спицях хрестовини, змінивши відстань  $R$  (цим самим змінюється момент інерції системи). Знову відрегулюйте їх положення для забезпечення байдужої рівноваги, виміряйте і запишіть відстань  $R$ .

14. Повторіть вимірювання, описані в пункті 6, для трьох-чотирьох різних значень моменту інерції  $I$ , використовуючи той же перегрузок. Для кожного випадку обчисліть значення  $I$  за формулою (8.8). Значення  $M_{тр}$  візьміть з п. 12.

15. Результати, одержані для  $I$  у всіх дослідах, зобразіть у виді графіка  $I = f(R^2)$ , де  $R$  – відстань вантажів  $m_1$  від вісі обертання. За графіком визначте момент інерції системи  $I_0$  без вантажів, порівняйте його зі значенням, одержаним в п. 4.

Чи узгоджуються результати експерименту з формулою (8.9)? Як змінюється роль двох останніх членів формули (8.9) при зміні відстані  $R$ ? Чи суттєво відрізняється поправка, що визначається цими членами, від похибок вимірювань?

Для відповіді на останнє питання слід розрахувати моменти інерції системи для різних значень  $R$  з врахуванням двох останніх членів формули (8.9) і без них.



## Контрольні запитання

1. Що називають кутовою швидкістю? кутовим прискоренням? В яких одиницях вони вимірюються?
2. Дайте означення моменту сили, моменту інерції та моменту імпульсу відносно нерухомої вісі.
3. Виведіть вираз (8.9).
4. З якою точністю для розрахунків слід брати значення  $g$ ?
5. Яку з величин в даній роботі слід вимірювати з найбільшою точністю?
6. Сформулюйте і доведіть теорему Гюйгенса-Штейнера.

### Додаток

Наведемо формули для розрахунку похибок вимірювань.

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}: \quad \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}$$

$$M_n = r \cdot m \left( g - \frac{2h}{t^2} \right): \quad \frac{\Delta M_n}{M_n} = \sqrt{\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \frac{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}{\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right)^2}}$$

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 9

### ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТВЕРДИХ ТІЛ З ДОПОМОГОЮ ТРИФІЛЯРНОГО ПІДВІСУ

**Мета роботи:** Використовуючи трифілярний підвіс, визначити момент інерції деяких тіл. Перевірити теорему Штейнера.

**Прилади і матеріали:** Трифілярний підвіс, тіла для вимірювань, штангенциркуль, терези з важками, секундомір.

## Теоретичні відомості

Момент інерції  $I$  системи, що складається з  $N$  матеріальних точок, відносно деякої вісі дорівнює:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2, \quad (9.1)$$

де  $m_i$  – маса  $i$ -ої матеріальної точки,  $r_i$  – її відстань до вісі обертання. Для твердого тіла (9.1) переходить в:

$$I = \int_V r^2 dm \quad (9.2)$$

Аналітичне обчислення інтегралу (9.2) можливе лише у найпростіших випадках тіл правильної геометричної форми. Для тіл неоднорідних і неправильної форми момент інерції визначають експериментальним шляхом. Одним з методів є метод трифілярного підвісу.

Трифілярний підвіс (рис. 9.1) – це кругла платформа, підвішена на трьох симетрично розташованих нитках, закріплених по краю платформи. Наверху ці нитки також симетрично прикріплені до нерухомого диска дещо меншого діаметра, ніж діаметр платформи. Платформа може здійснювати крутильні коливання навколо

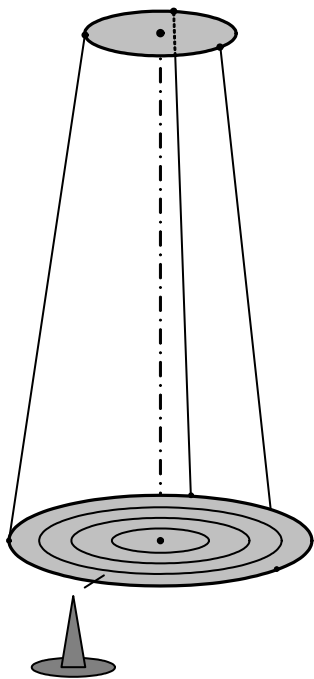


Рис. 9.1

вертикальної вісі, яка перпендикулярна до площини платформи і проходить через її середину; центр мас платформи при цьому переміщується вздовж вісі обертання. Період коливань визначається моментом інерції платформи. Якщо платформу навантажити яким – небудь тілом, то період коливань зміниться. Це і використовується в даній роботі.

Якщо платформа масою  $m$ , обертаючись в одному напрямку, піднялась на висоту  $h$ , то приріст її потенціальної енергії дорівнює:

$$\Delta E_n = mgh,$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння. Обертаючись в іншому напрямку, платформа прийде в положення рівноваги з кінетичною

енергією

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2,$$

де  $\omega$  – кутова швидкість платформи в момент проходження нею положення рівноваги. Нехтуючи роботою сил тертя, на основі закону збереження механічної енергії матимемо:

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = mgh \quad (9.3)$$

Вважаючи, що платформа здійснює гармонічні коливання, можемо записати залежність кутового зміщення платформи  $\alpha$  від часу  $t$  у виді:

$$\alpha = \alpha_0 \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t, \quad (9.4)$$

де  $\alpha_0$  – амплітуда зміщення,  $T$  – період коливань. Кутову швидкість платформи  $\omega$  одержимо, взявши похідну від (9.4) по часу:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{2\pi\alpha_0}{T} \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (9.5)$$

В момент проходження платформою положення рівноваги кутова швидкість її буде максимальною, тобто рівною

$$\omega_0 = \frac{2\pi\alpha_0}{T} \quad (9.6)$$

Підставивши (9.6) в (9.3), матимемо:

$$mgh = \frac{1}{2} I \left( \frac{2\pi\alpha_0}{T} \right)^2 \quad (9.7)$$

Висоту  $h$  можна знайти з умови нерозтяжності ниток підвісу. Нехай  $l$  – довжина ниток,  $R$  – радіус платформи,  $r$  – радіус верхнього диска. Відстань між платформою і диском (тобто,  $OO'$  на рис. 9.2) позначимо  $h_0$ .

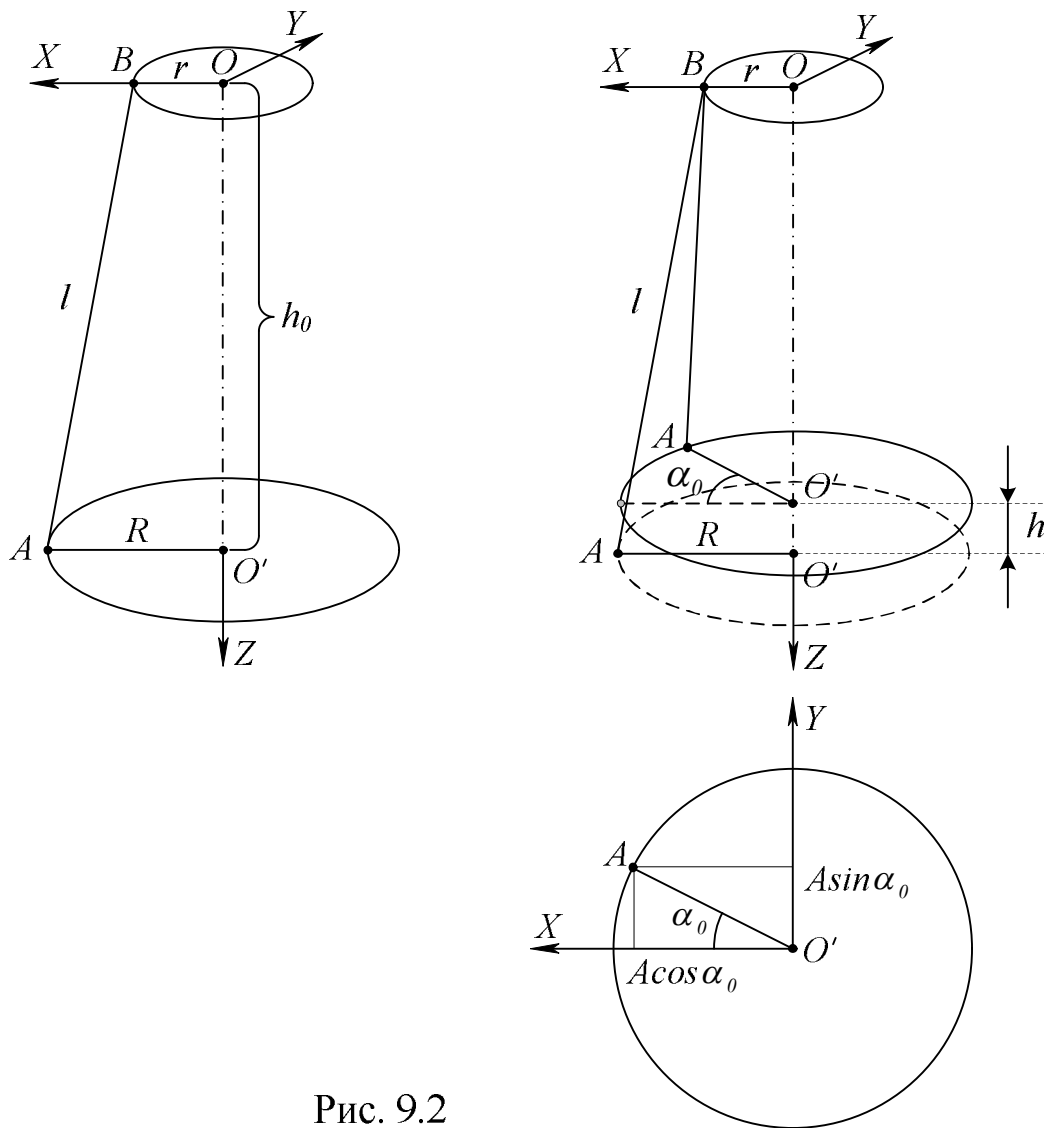


Рис. 9.2

Введемо прямокутну систему координат з початком в т. $O$ , вісь  $X$  направимо вздовж прямої  $OB$ , вісь  $Z$  – вздовж прямої  $OO'$ , вісь  $Y$  – перпендикулярно до них. Координати точки  $B$  увесь час залишаються сталими:  $x_B = r$ ;  $y_B = 0$ ;  $z_B = 0$ .

Координати точки  $A$  в положенні рівноваги:

$$x_A^{(0)} = R, \quad y_A^{(0)} = 0, \quad z_A^{(0)} = h_0.$$

При повороті платформи на кут  $\alpha_0$  координати точки  $A$  дорівнюють:  $x_A = R \cos \alpha_0$ ,  $y_A = R \sin \alpha_0$ ,  $z_A = h_0 - h$ .

Умову постійності довжини нитки можна записати у виді:

$$(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2 = (x_A^0 - x_B^0)^2 + (y_A^0 - y_B^0)^2 + (z_A^0 - z_B^0)^2,$$

або після підстановки значень координат:

$$(R \cos \alpha_0 - r)^2 + (R \sin \alpha_0)^2 + (h_0 - h)^2 = (R - r)^2 + h_0^2$$

Після перетворень одержуємо:

$$h = \frac{2Rr(1 - \cos \alpha_0)}{2h_0 + h} = \frac{4Rr}{2h_0 + h} \cdot \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \quad (9.8)$$

Для малих кутів  $\alpha_0$  можна вважати  $\sin \frac{\alpha_0}{2} = \frac{\alpha_0}{2}$ . Крім того,  $h \ll 2h_0$ , тому величиною  $h$  в знаменнику (9.8) можна знехтувати. При великій довжині ниток можна вважати, що  $h_0 \approx l$ . Врахувавши всі ці зауваження, спростимо (9.8):

$$h = \frac{Rr\alpha_0^2}{2l} \quad (9.9)$$

Підставимо (9.9) в (9.7):

$$\frac{mgRr\alpha_0^2}{2l} = \frac{1}{2} I \frac{4\pi^2 \alpha_0^2}{T^2},$$

звідки:

$$I = \frac{mgRr}{4\pi^2 l} T^2 \quad (9.10)$$

За формулою (9.10) можна знайти момент інерції як самої платформи, так і тіла, покладеного на неї. Спочатку вимірюється період коливань  $T_0$  ненавантаженої платформи, маса якої  $m_0$ , і обчислюється момент інерції платформи  $I_0$ :

$$I_0 = \frac{mgRr}{4\pi^2 l} T_0^2 \quad (9.11)$$

Потім на платформу кладуть тіло масою  $m$ , момент інерції  $I$  якого потрібно виміряти, і визначають період коливань  $T$  навантаженої платформи. Момент інерції системи відносно вісі  $OO'$  дорівнює:

$$I + I_0 = \frac{(m + m_0)gRr}{4\pi^2 l} T^2 \quad (9.12)$$

Віднімаючи від (9.12) (9.11) знайдемо момент інерції тіла  $I$ .

З допомогою трифілярного підвісу можна перевірити теорему Штейнера. Для цього необхідно мати два однакових тіла. Спочатку визначають момент інерції одного тіла відносно вісі, що проходить через його центр мас, потім обидва тіла розташовують симетрично на платформі і визначають їх момент інерції при такому розташуванні. Половина значення цієї величини і дасть момент інерції одного тіла, розташованого на певній відстані від вісі обертання. Знаючи цю відстань, масу тіла і його момент інерції відносно вісі, що проходить через центр мас, можна перевірити теорему Штейнера.

*Тіла на платформу необхідно класти строго симетрично, щоб не було перекосу платформи. Для цього на платформу нанесені концентричні кола. При вимірюваннях недопустимо використовувати кути, більші, ніж  $6-8^\circ$  (при куті в  $5^\circ$  відхилення крайніх точок платформи становитиме приблизно 10 мм).*

### Хід роботи

1. Поверніть платформу на невеликий кут і відпустіть. Платформа повинна здійснювати крутильні коливання навколо вісі  $OO'$ . Дочекайтесь стабільності цих коливань і визначте час  $t$  30-50 повних коливань. Визначте період коливань  $T_0 = \frac{t}{N}$ , де  $N$  - число коливань.

2. Обчисліть момент інерції порожньої платформи  $I_0$  за формулою (9.11). Обчисліть також цей же момент інерції, використавши формулу для моменту інерції диска:  $I_0^{(T)} = \frac{1}{2}mR^2$ .

Порівняйте результати обчислень і зробіть висновок.

3. В центрі платформи розташуйте тіло масою  $m$  і визначте період коливань системи  $T_1$ .

4. Розташуйте на платформі симетрично відносно її центра два однакових тіла масою  $m$  і визначте період коливань платформи  $T_2$ . Виміряйте відстань  $a$  між центром платформи і центром мас тіла.

5. Масу тіл  $m$  визначте зважуванням, геометричні розміри їх виміряйте штангенциркулем (для дисків достатньо визначити їх радіус  $r_1$ ).

6. Обчисліть момент інерції тіла  $I_1$ , скориставшись формулою (9.12). Аналогічно знайдіть момент інерції двох тіл  $I_2$ .

7. Для тіл у формі диска порівняйте експериментальні значення  $I_1$  з теоретичними  $I_1^{(T)} = 1/2(m \cdot r_1^2)$ . Зробіть висновок.

8. За теоремою Штейнера обчисліть момент інерції одного тіла масою  $m$ , що перебуває на відстані  $a$  від вісі обертання. Порівняйте одержане значення зі значенням  $1/2(I_2)$ , зробіть висновок.

9. Обчисліть відносну та абсолютну похибки для одного з експериментів.

10. Дані вимірювань та обчислень можна представити у виді таблиці 1. Під таблицею вказані параметри установки.

Табл. 1

№ п/п	Час коливань $t_i$	Число коливань $N_i$	Період коливань $T_i$	Момент інерції експеримент $I_i$	Момент інерції теоретичний $I_i^{(T)}$
0					
1					
2					

$$R = (124,5 \pm 0,2) \text{ мм}; r = (75,5 \pm 0,2) \text{ мм}; l = (1595 \pm 2) \text{ мм}; m_0 = (735 \pm 1) \text{ г}.$$

### Контрольні запитання

1. Що називають моментом інерції твердого тіла відносно нерухомої вісі та в яких одиницях він вимірюється?

2. Сформулюйте і доведіть теорему Гюйгенса-Штейнера.

3. Які спрощуючі припущення були використані при виведенні формули (9.10)?

4. Обчисліть максимальну кутову швидкість платформи  $\omega_{max}$ .

5. Обчисліть максимальну лінійну швидкість крайніх точок платформи.

СПОСТЕРЕЖЕННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ  
З ДОПОМОГОЮ ОСЦИЛОГРАФА

**Мета роботи:** 1. З допомогою осцилографа одержати плоскі діаграми гармонічних коливань. 2. Встановити зв'язок між висотою тону та гучністю звукових коливань і характеристиками гармонічних коливань. 3. Спостерігати результат додавання гармонічних коливань одного напрямку та взаємно-перпендикулярних.

**Прилади та матеріали:** осцилограф, два звукових генератора, гучномовець, з'єднувальні провідники.

**Теоретичні відомості**

Гармонічним коливальним рухом називають рух, який описується рівнянням:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (10.1)$$

де  $x$  – миттєве значення зміщення в момент часу  $t$ ,  $A$  – амплітуда коливань,  $(\omega t + \varphi_0)$  – їх фаза,  $\varphi_0$  – початкова фаза. Величина, позначена  $\omega$ , називається циклічною частотою коливань; з частотою  $\nu$  і періодом  $T$  вона зв'язана співвідношенням:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (10.2)$$

Швидкість і прискорення точки, що здійснює гармонічний коливний рух, знайдемо, взявши похідні по  $t$  від (10.1):

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (10.3)$$

$$a = \dot{v} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (10.4)$$

В (10.4) множник  $A \cos(\omega t + \varphi_0)$  – це  $x$ , тому:

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \text{ або } \ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (10.5)$$

Рівняння (10.5) називають *рівнянням гармонічного коливного руху*.



Найчастіше гармонічні коливання графічно зображують з допомогою плоских діаграм – графіків залежності  $x$ ,  $v$ ,  $a$  від  $t$ . На рис. 10.1 зображено залежності  $x(t)$  та  $v(t)$  при  $\varphi_0 = 0$ .

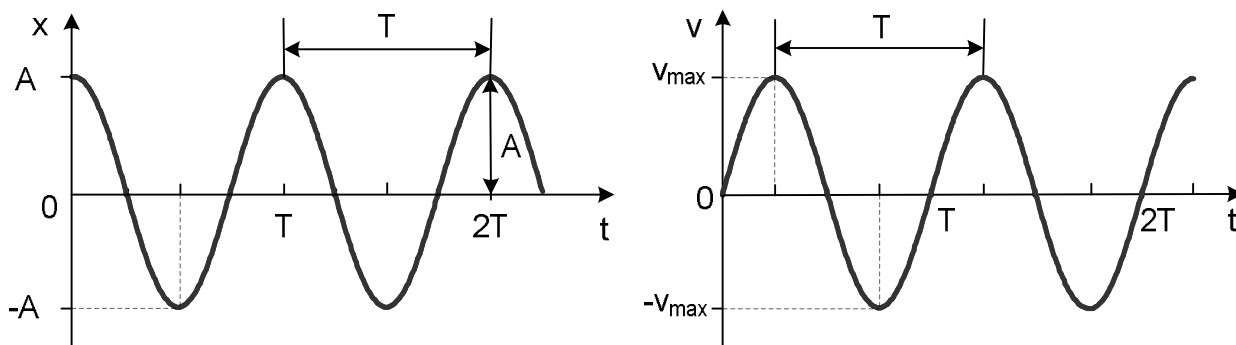


Рис. 10.1

Спостерігати плоскі діаграми можна на екрані електронного осцилографа, якщо на його вхід подати які-небудь синусоїдальні електричні коливання (наприклад, від освітлювальної мережі).

В деяких випадках матеріальна точка бере участь в двох гармонічних коливаннях. Результат додавання таких рухів залежить від напрямку коливань, що додаються, та від співвідношення між їхніми частотами.

При додаванні двох гармонічних коливань *одного напрямку* і однакової частоти, що задаються рівняннями  $x_1 = A_1 \cos \omega t$  і  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_0)$  рівняння руху точки має вид:

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \psi), \quad (10.6)$$

де  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \varphi_0}$ ,  $\operatorname{tg} \psi = \frac{A_2 \sin \varphi_0}{A_1 + A_2 \cos \varphi_0}$ .

Отже, *при додаванні гармонічних коливань одного напрямку і однакової частоти одержується теж гармонічне коливання тієї ж частоти*; амплітуда результуючого коливання залежить від амплітуд і початкових фаз коливань, що додаються. Якщо частоти коливань, що додаються, *неоднакові*, то одержується складний негармонічний рух.

Розглянемо рух точки, що бере участь в двох *взаємно перпендикулярних* коливаннях. Нехай складові коливання відбуваються вздовж взаємно перпендикулярних осей  $OX$  і  $OY$ :

$$x = A_1 \cos \omega t, \quad y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Результуючий рух описується рівнянням:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \varphi_0 = \sin^2 \varphi_0 \quad (10.7)$$

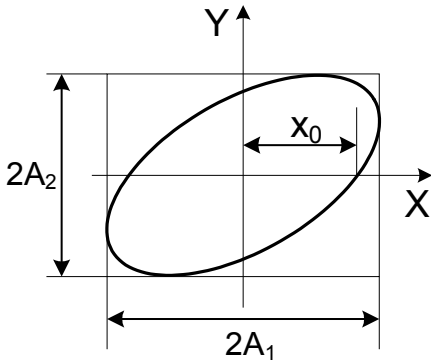


Рис. 10.2

Матеріальна точка в цьому випадку рухається по еліпсу, головні осі якого не співпадають з осями координат (рис. 10.2).

Як видно з рисунка, траєкторія точки міститься всередині прямокутника, сторони якого паралельні осям координат і рівні відповідно  $2A_1$  і  $2A_2$ , а центр співпадає з початком координат (це положення рівноваги точки, що коливається). Різниця фаз коливань, що додаються, визначається

формулою:

$$\sin \varphi_0 = \frac{x_0}{A_1},$$

де  $x_0$  – значення координати  $x$  при  $y = 0$ .

Якщо частоти коливань не однакові, але відношення  $\frac{\omega_1}{\omega_2}$  (або  $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ )

дорівнює цілому числу, то траєкторії руху точки являють собою замкнуті лінії, які називаються *фігурами Ліссажу* (рис. 10.3).

### Хід роботи

1. Ознайомтесь з призначенням ручок осцилографа.
2. Підключіть до осцилографа звуковий генератор і гучномовець як

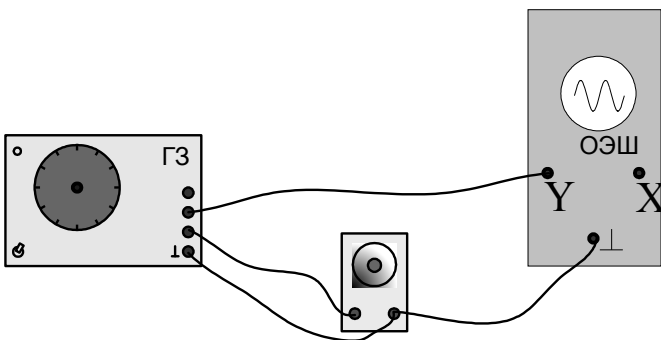


Рис. 10.4

показано на рис. 4.

Перемикач „Синхронізація” осцилографа поставте в положення „Внутр.” інші ручки – в середнє положення.

(Проконсультуйтеся попередньо з викладачем або лаборантом: осцилограф вже може бути настроєний і

змінювати положення ручок не бажано).

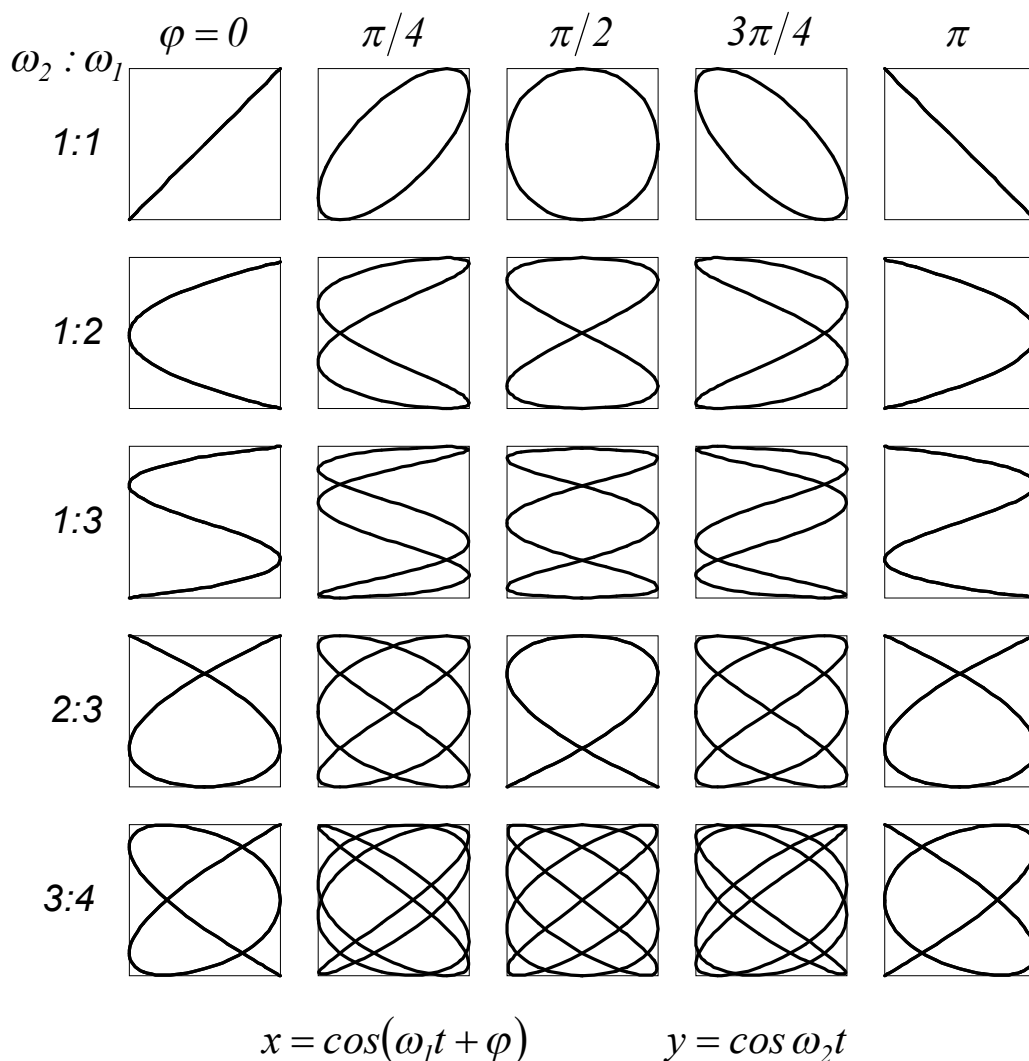


Рис. 10.3

3. Увімкніть генератор і осцилограф в мережу. Повільно збільшуйте напругу на виході генератора. В гучномовці повинен з'явитись чистий тон. Регуляторами осцилографа одержіть стійку картину в центрі екрану. Частота розгортки осцилографа і частота звукових коливань повинні бути узгодженими.

4. Обертаючи ручку установки частоти звукового генератора, змініть частоту звукових коливань. Що відбудеться з висотою тону звука? Як змінюється картинка на екрані осцилографа? Відповіді запишіть в зошит. Намалуйте графік гармонічного коливання і вкажіть на ньому період коливань.

5. Вимкніть прилади з мережі і підключіть до осцилографа два звукових генератора (рис. 10.5).

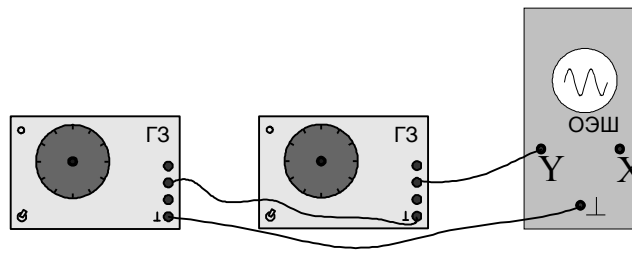


Рис. 10.5

6. Увімкніть прилади і отримайте на екрані картину коливань від кожного з генераторів окремо (при цьому регулятор виходу іншого генератора повинен бути встановлений на нуль). Потім падайте на вхід осцилографа сигнали від обох генераторів одночасно. Спостерігайте картину додавання коливань одного напрямку. Отримайте і проаналізуйте картину у випадках:

- 1) коливання, що додаються, мають різні частоти;
- 2) коливання мають однакові частоти;
- 3) коливання мають частоти, що трохи відрізняються.

Замалюйте в зошит картинки, що спостерігаєте. Запишіть висновки.

7. Вимкніть прилади з мережі і підключіть до осцилографа знову два генератора, але один – на вхід „X”, а другий – на вхід „Y” (рис. 10.6). Вимкніть розгортку осцилографа.

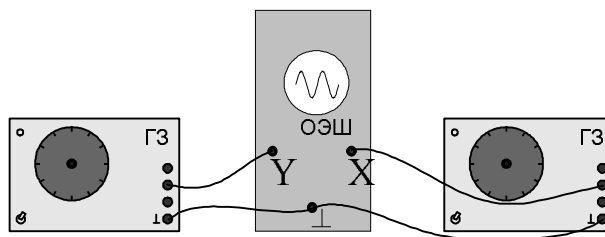


Рис. 10.6

8. Увімкніть прилади і, користуючись регуляторами виходу генераторів і підсилення осцилографа, отримайте картину додавання взаємно перпендикулярних коливань. Почніть зі співвідношення частот 1:1, потім отримайте фігури Ліссажу для співвідношення частот 1:2, 1:3, 1:4, 2:3 і т. д. Чому при одному й тому ж співвідношенні частот картина з часом змінюється? Картинки для співвідношення частот 1:1 і 1:2 і декількох різниць фаз замалюйте.

9. Закінчивши виконання останнього завдання, включіть розгортку осцилографа.

### Контрольні запитання

1. Що називають гармонічним коливальним рухом? Які його кінематичні характеристики?

2. Опишіть способи графічного зображення гармонічного коливного руху.

3. Що таке гучність звуку, висота тону та тембр звуку і від чого вони залежать? Які способи запису та відтворення звуку ви знаєте?

4. Виведіть рівняння руху точки, що бере участь в двох однаково направлених гармонічних коливаннях однієї частоти (див. рівняння (10.6)). Доведення виконайте або з допомогою методу векторних діаграм, або прямими розрахунками.

5. Як за видом фігур Ліссажу визначити співвідношення частот коливань, що додаються?

6. Виведіть рівняння траєкторії матеріальної точки, що здійснює коливання в двох взаємно перпендикулярних напрямках, якщо  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$  і  $\varphi_0 = 0$ .

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 11

#### ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ З ДОПОМОГОЮ МАТЕМАТИЧНОГО МАЯТНИКА

**Мета роботи:** Використовуючи закони коливання математичного маятника, визначити прискорення вільного падіння.

**Прилади і матеріали:** Кулька на біфілярному підвісі зі змінною довжиною, штангенрейсмус, секундомір.

#### Теоретичні відомості

*Математичним маятником називають матеріальну точку підвішену на невагомій нерозтяжній нитці.* Якщо маятник вивести з положення рівноваги і відпустити, то при малих кутах відхилення

( $\alpha = 3^\circ - 5^\circ$ ) його коливання будуть гармонічними з періодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (11.1)$$

де  $l$  – довжина математичного маятника,  $g$  – прискорення вільного падіння.

З допомогою виразу (11.1) можна досить просто визначити прискорення вільного падіння, якщо виміряти довжину маятника  $l$  і період його коливань. Проте достатньо точно вимірювання довжини маятника не завжди можливе, тому скористаємося наступним прийомом.

Визначимо період коливань маятника  $T_1$ , довжина якого  $l_1$ . Потім змінимо довжину маятника і знайдемо період коливань  $T_2$ , що відповідає довжині  $l_2$ :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}; \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}.$$

Піднесемо обидва рівняння до квадрату:

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{l_1}{g}; \quad T_2^2 = 4\pi^2 \frac{l_2}{g}.$$

Віднімемо від першого рівняння друге:

$$T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2}{g}(l_1 - l_2).$$

Кінець кінцем одержимо:

$$g = 4\pi^2 \frac{l_1 - l_2}{T_1^2 - T_2^2} \quad (11.2)$$

Таким чином, прискорення вільного падіння можна визначити, знаючи не самі довжини маятників, а лише їхню зміну, яку можна виміряти досить точно.

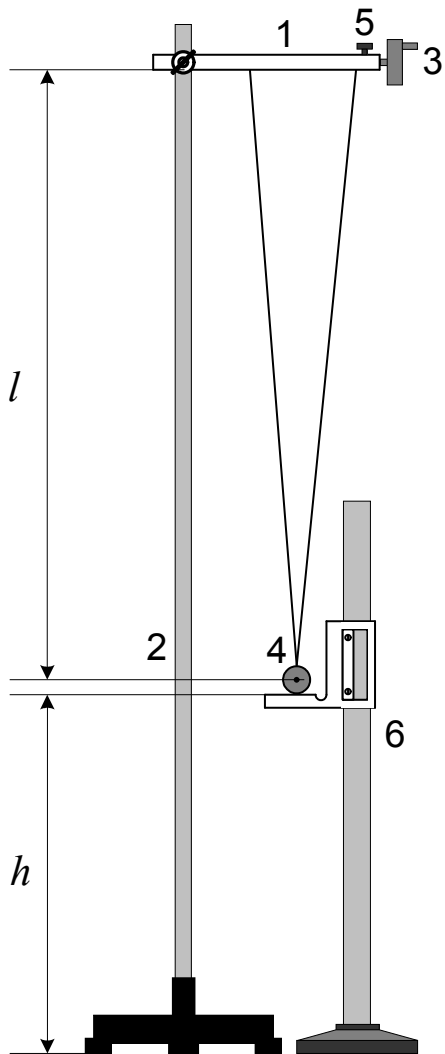


Рис. 11.1

Прилад для визначення прискорення вільного падіння (рис. 11.1) складається з кронштейна 1, закріпленого в штативі 2. На кронштейні є блок 3, до якого прикріплений один кінець нитки, другий її кінець закріплений на штативі. Нитка пропущена в петлю на масивній кульці 4. Такий підвіс називають **біфілярним**: він забезпечує сталість площини коливань маятника. Намотуючи нитку на блок, можна змінювати довжину маятника. Для фіксації блока використовується стопорний гвинт 5. Штангенрейсмусом 6 можна з похибкою до 0,05 мм вимірювати відстань від нижньої частини кульки до підлоги –  $h$ . Вимірювання штангенрейсмусом виконують так само, як і штангенциркулем.

Очевидно, що  $l_1 - l_2 = h_2 - h_1$ , тобто:

$$g = 4\pi^2 \frac{h_2 - h_1}{T_1^2 - T_2^2} \quad (11.3)$$

### Хід роботи

1. Встановіть певну довжину маятника (біля 100 см). Відхиліть маятник на кут 3-4° і виміряйте  $t_1$  – час  $N_1 = 50 - 100$  коливань. Не обмежуйтеся однократним вимірюванням: кінцевий результат визначається точністю вимірювання періоду коливань.

2. Обчисліть період коливань маятника довжиною  $l_1$ :  $T_1 = \frac{t_1}{N_1}$ .

3. З допомогою штангенрейсмуса визначте положення кульки  $h_1$ .

4. Змініть довжину маятника на 20 – 30 см і знову визначте положення кульки  $h_2$ .

5. Визначте час  $t_2$ , за який маятник здійснить  $N_2 = 50 - 100$  коливань. Обчисліть період коливань  $T_2 = \frac{t_2}{N_2}$ .

6. Обчисліть різницю довжин  $l_1 - l_2 = h_2 - h_1$ .

7. За формулою (11.3) обчисліть прискорення вільного падіння.

8. Повторіть пункти 1-7 для інших довжин маятника.

9. Обчисліть похибку визначення прискорення вільного падіння:

$$E = \frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\frac{(\Delta h_2)^2 + (\Delta h_1)^2}{(h_2 - h_1)^2} + \frac{2(T_1 \Delta T_1)^2 + 2(T_2 \Delta T_2)^2}{(T_1^2 - T_2^2)^2}}$$

В якості  $\Delta h$  і  $\Delta T$  використайте похибку приладу ( $\Delta T = \frac{\Delta t_{np}}{N}$ ).

10. Результати вимірювань і обчислень оформіть у вигляді таблиці 1.

Табл. 1

$\frac{N_0}{n/n}$	$t$	$N$	$T$	$h$	$h_2 - h_1$	$T_1^2 - T_2^2$	$g$
1							
2							
3							
4							

### Контрольні запитання

1. Що називають математичним маятником? Напишіть динамічне рівняння руху математичного маятника.

2. З якою метою маятник підвішують на двох нитках?

3. З якою точністю в цій задачі потрібно взяти число  $\pi$ ?

4. Від яких величин залежить прискорення вільного падіння?

5. Знайдіть вираз для  $g$  з допомогою закону всесвітнього тяжіння.

6. Знайдіть довжину секундного маятника.

7. Знайдіть період коливань маятника п. 6 на Місяці.



## ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ З ДОПОМОГОЮ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА КЕТЕРА

**Мета роботи:** Використовуючи закони коливання фізичного маятника, визначити прискорення вільного падіння.

**Прилади і матеріали:** Оборотний маятник Кетера, призма для знаходження центра мас маятника, секундомір, лінійка.

### Теоретичні відомості

Найбільш точні вимірювання прискорення вільного падіння  $g$  виконують з допомогою непрямих методів. Багато з них ґрунтуються на використанні формули *періоду коливань фізичного маятника*:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}, \quad (12.1)$$

де  $I$  – момент інерції маятника відносно вісі коливань (точки підвісу),  $m$  – його маса,  $l$  – відстань від центра мас  $C$  до вісі коливань. Відношення  $\frac{I}{ml} = L$  називають *приведеною довжиною*

*фізичного маятника*. Масу маятника і період його коливань можна виміряти з дуже великою точністю, але точно виміряти момент інерції не вдається. Метод оборотного маятника дозволяє виключити з розрахункової формули для  $g$  момент інерції маятника. Цей метод ґрунтується на тому, що період коливань фізичного маятника не змінюється при переносі вісі коливань в *центр коливань*. На рис. 12.1 зображене тіло довільної форми, яке закріплене на нерухомій вісі (її називають *віссю коливань*), що проходить через точку  $O$  перпендикулярно до площини рисунка (*фізичний маятник*). Точка  $C$  – центр мас маятника. *Центром коливань*  $K$  називають точку, що лежить на прямій, проведеній через центр мас маятника перпендикулярно до його вісі коливань. Відстань від центра коливань до вісі коливань дорівнює приведеній довжині фізичного маятника. Точкам  $O$  і  $K$  властива *оборотність*: якщо маятник підвісити на вісі, що проходить через точку  $K$ , то точка  $O$  стане центром коливань.

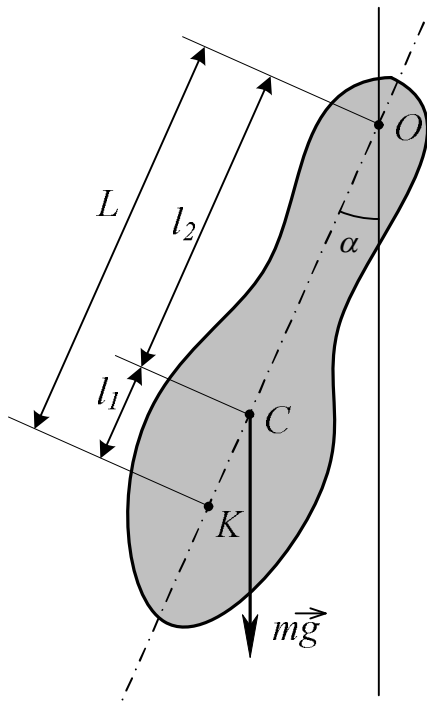


Рис. 12.1

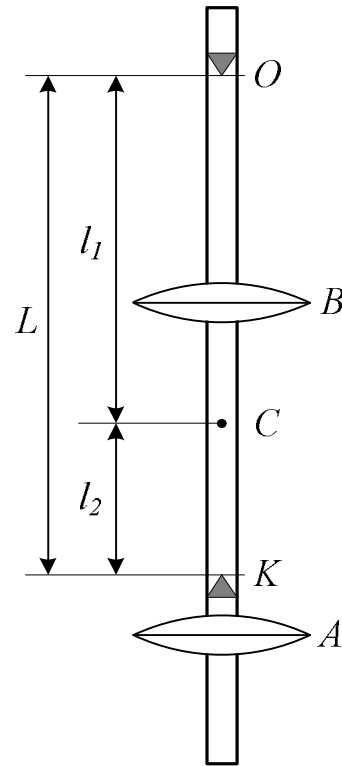


Рис. 12.2

Оборотний маятник, що використовується в даній роботі (рис. 12.2) складається зі сталевго стержня довжиною більше метра, на якому жорстко закріплені сталеві призми  $O$  і  $K$  та сталевя чечевиця  $B$ , що міститься між призмами. Друга сталевя чечевиця  $A$  міститься поблизу одного з кінців стержня (не між призмами); вона може переміщуватись вздовж стержня і закріплюватись в потрібному положенні. Маятник можна змусити коливатись як навколо вісі  $O$ , так і навколо вісі  $K$ . Переміщуючи чечевицю  $A$ , можна досягти співпадання періодів обох коливань. Відстань між призмами в цьому випадку дорівнюватиме приведеній довжині фізичного маятника  $L$ . З формули (12.1):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}; \quad T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}, \text{ звідки:}$$

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \quad (12.2)$$

Визначивши період коливань  $T$  і відстань  $L$ , можна за формулою (12.2) визначити  $g$ . На практиці одержати точну рівність періодів коливань досить складно. Тому добиваються співпаданя періодів з точністю до 1-3 %. Для періодів  $T_1$  і  $T_2$  у відповідності з (12.1) матимемо:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{mgl_1}}; \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{mgl_2}}. \quad (12.3)$$

За теоремою Гюйгенса-Штейнера:

$$I_1 = I_0 + ml_1^2; \quad I_2 = I_0 + ml_2^2, \quad (12.4)$$

де  $I_0$  - момент інерції маятника відносно вісі, що проходить через його центр мас паралельно вісі коливань. Підставивши (12.4) в (12.3) і виключаючи  $I_0$  та  $m$ , одержимо:

$$g = \frac{4\pi^2(l_1^2 - l_2^2)}{l_1T_1^2 - l_2T_2^2} = \frac{4\pi^2L(l_1 - l_2)}{l_1T_1^2 - l_2T_2^2} \quad (12.5)$$

### Хід роботи

1. Ознайомтесь з конструкцією оборотного маятника.
2. Підвісьте маятник на одну з призм (наприклад,  $O$ ) і визначте час  $10$  повних коливань  $t_1$ ; переверніть маятник і визначте час  $10$  повних коливань  $t_2$ . Кут відхилення маятника від вертикалі  $\alpha$  повинен бути малим:  $\alpha \approx 5 - 8^\circ$ .

3. Якщо  $|t_1 - t_2| > 1$  с, то пересуньте чечевицю  $A$  і повторіть вимірювання  $t_1$  і  $t_2$ . Досягніть такого співвідношення між  $t_1$  і  $t_2$ , щоб  $|t_1 - t_2| < 1$  с.

4. Виміряйте тепер час  $100$  повних коливань  $t_1^{100}$  і  $t_2^{100}$ . Якщо виконується умова  $|t_1^{100} - t_2^{100}| < 3$  с, то більше чечевицю не переміщуйте; в противному разі, зміщуючи чечевицю  $A$ , повторіть вимірювання п.4.

5. Досягнувши виконання умови  $|t_1^{100} - t_2^{100}| < 3$  с, повторіть вимірювання часу  $t_1^{100}$  і  $t_2^{100}$  три-чотири рази. Обчисліть періоди коливань  $T_1 = \frac{t_1^{100}}{100}$  і  $T_2 = \frac{t_2^{100}}{100}$ .

6. Зніміть маятник зі штатива і визначте з допомогою додаткової призми положення центра мас маятника.

7. Виміряйте відстані  $l_1$ ,  $l_2$  і  $L$  з точністю до 1 мм. Щоб одержати гарний результат, між  $l_1$  і  $l_2$  повинно виконуватись співвідношення

$$1,5 < \frac{l_1}{l_2} < 3 \quad (12.6)$$

Детальний аналіз необхідності виконання умови (12.6) наведено в "Лабораторные занятия по физике: Учеб. пособие. / Под ред. Л.Л.Гольдина. – М: Наука, 1983. С. 123-128."

8. Використавши результати вимірювань, обчисліть за формулою (12.5) прискорення вільного падіння.

9. Оцініть похибку вимірювань. Наближену оцінку похибки можна обчислити за формулою:

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2} \quad (12.7)$$

10. Зробіть висновок.

### Контрольні запитання

1. Що називають фізичним маятником? Що називають приведеною довжиною фізичного маятника?

2. Виведіть формулу періоду коливань фізичного маятника.

3. Як зміниться період коливань фізичного маятника при зміні відстані від опорної призми до центра мас?

4. Сформулюйте теорему Гюйгенса-Штейнера.

5. Сформулюйте теорему Гюйгенса про спряженість точки підвісу і центра коливань.

6. Чому амплітуда коливань маятника при вимірюванні періоду його коливань повинна бути малою?

## ВИЗНАЧЕННЯ ДЕКРЕМЕНТУ ЗАТУХАННЯ ПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ

**Мета роботи:** Ознайомитись з характеристиками затухаючих коливань та визначити експериментально декремент затухання.

**Прилади і матеріали:** Прилад для спостереження пружних коливань, освітлювач, шкала, закріплена на стіні, секундомір.

### Теоретичні відомості

Найпростішим видом коливального руху є *гармонічне* або синусоїдальне *коливання*. Воно виникає тоді, коли на тіло, виведене з положення рівноваги, діє сила, направлена до положення рівноваги і пропорційна зміщенню тіла (пружна чи квазіпружна сила). На основі другого закону Ньютона можна записати:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad (13.1)$$

де  $m$  – маса тіла, що коливається,  $\frac{d^2 x}{dt^2}$  – його прискорення,

$x$  – зміщення тіла,  $k$  – деякий сталий коефіцієнт.

Якщо коливання здійснюються при наявності сил тертя, то енергія системи частково витрачається на виконання роботи проти цих сил. Внаслідок цього амплітуда коливань поступово зменшується, тобто виникають *затухаючі коливання*. Отже, затухаючі коливання виникають під дією двох сил: квазіпружної сили і сили тертя, пропорційної швидкості руху тіла. Таким чином, рівняння затухаючих коливань можна записати у виді:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} \quad (13.2)$$

де  $r$  – другий сталий коефіцієнт. Рівняння (13.2) звичайно записують у виді:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (13.3)$$

Поділимо (13.3) на масу  $m$  і позначимо  $\frac{r}{m} = 2\alpha$ ,  $\frac{k}{m} = \omega^2$ .

Рівняння набуде виду:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0 \quad (13.4)$$

Розв'язок рівняння (13.4) має вид:

$$x = A_0 e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (13.5)$$

де  $A_0 e^{-\alpha t}$  – амплітуда коливань,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ ,  $\varphi_0$  – початкова фаза.  $\alpha = \frac{r}{2m}$  називають **коефіцієнтом затухання**. Якщо опір середовища незначний ( $\alpha^2 \ll \omega_0^2$ ), то період коливань практично дорівнює періоду коливань з частотою  $\omega_0$ , тобто  $\omega \approx \omega_0$ ,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

**Відношення двох послідовних амплітуд** (розділених проміжком часу в період) – стала величина, яку **називають декрементом затухання**:

$$D = \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_0 e^{-\alpha t}}{A_0 e^{-\alpha(t+T)}} = e^{\alpha T} \quad (13.6)$$

Чим більше декремент затухання, тим швидше зменшується амплітуда коливань. Часто для характеристики затухаючих коливань беруть натуральний логарифм декременту затухання:

$$\delta = \ln D = \ln e^{\alpha T} = \alpha T \quad (13.7)$$

$\delta$  називають **логарифмічним декрементом затухання**.

Для незатухаючих коливань декремент затухання дорівнює одиниці, а логарифмічний декремент – нулю.

### Опис приладу

Прилад для спостереження пружних коливань (рис. 13.1) складається з натягнутої вертикально металевої дротини  $AA$ , в середині якої закріплений важіль з вантажами  $PP$ . На муфті кріплення важеля закріплене дзеркальце, Шкала  $III$  закріплена на

стіні, освітлювач  $O$  розташований на спеціальній підставці. Диски  $Д$  можуть повертатись навколо вісі важеля; вони використовуються для зміни коефіцієнту опору  $r$  (отже, і коефіцієнту затухання  $\alpha$ ). Якщо важіль з вантажами повернути на деякий кут навколо вертикальної вісі і відпустити, то система почне здійснювати крутильні коливання. Амплітуду коливань вимірюють по зміщенню "зайчика" на шкалі.

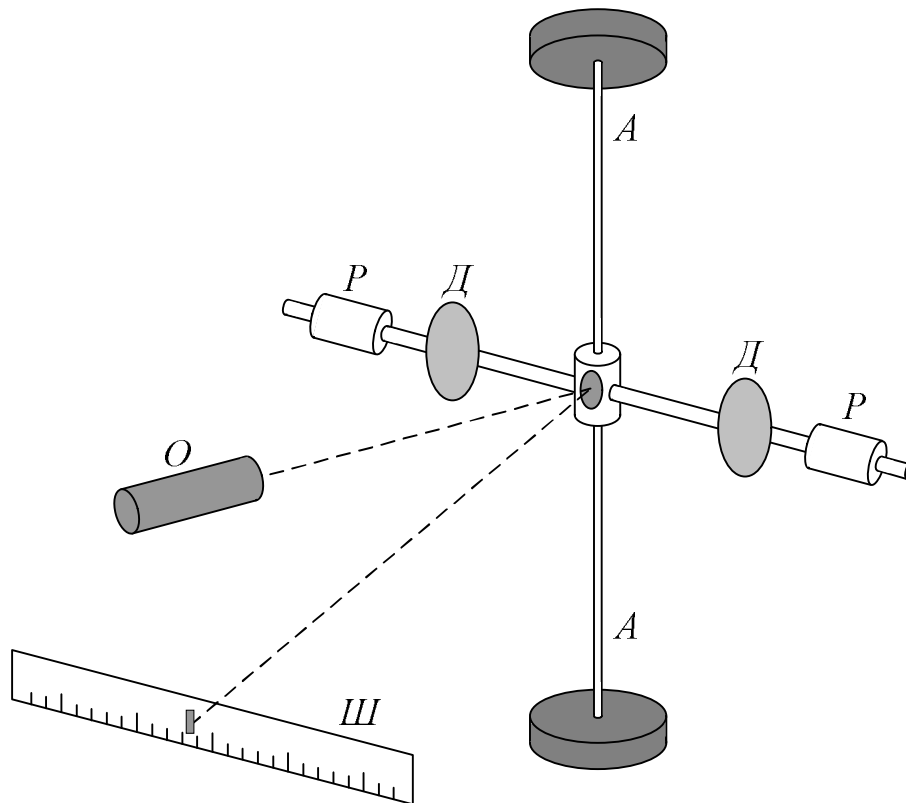


Рис. 13.1

### Хід роботи

1. Увімкніть освітлювач і направте світло на дзеркальце. Повертайте дзеркальце так, щоб "зайчик" виявився посередині шкали. Площини дисків  $Д$  встановіть перпендикулярно до напрямку їх руху.

2. Приведіть важіль з вантажами у коливальний рух і виміряйте час 10-15 коливань. Обчисліть період коливань системи.

3. При малому коефіцієнті затухання дві послідовні амплітуди мало відрізняються одна від одної, тому безпосередньо визначити їх відношення не можна. В зв'язку з цим спочатку визначте логарифмічний декремент затухання наступним чином. Визначте

початкову амплітуду  $A_0$  і амплітуду  $n$ -ого коливання. Число  $n$  вибирають таким, щоб  $A_n$  помітно відрізнялось від  $A_0$ . Оскільки  $A_n = A_0 e^{-\alpha n T}$ , то логарифмічний декремент дорівнює:

$$\delta = \alpha T = \frac{\ln \frac{A_0}{A_n}}{n} \quad (13.8)$$

4. Обчисліть декремент затухання  $D$  і коефіцієнт затухання  $\alpha$ .
5. Поверніть диски  $D$  на кут  $90^\circ$  (площини дисків паралельні напрямку руху) і повторіть пункти 2,3,4.
6. Результати вимірювань і обчислень оформіть у виді таблиці. Оцініть похибку визначення коефіцієнту затухання.
7. Зробіть висновок.

### Контрольні запитання

1. Запишіть рівняння гармонічного (незатухаючого) і затухаючого коливального руху. На що витрачається енергія при затухаючих коливаннях?
2. Який рух називають аперіодичним?
3. Дайте означення коефіцієнта затухання і логарифмічного декременту затухання.
4. Як впливає положення дисків на значення декременту затухання?
5. Нарисуйте плоскі діаграми двох затухаючих коливань з різними декрементами затухання.

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 14

#### ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТУ ВНУТРІШНЬОГО ТЕРТЯ МЕТОДОМ СТОКСА

**Мета роботи:** Вивчаючи рух кульки в рідині, визначити коефіцієнт в'язкості рідини.

**Прилади і матеріали:** Скляний циліндр з рідиною, що буде досліджуватись; маленькі кульки з речовини, густина якої відома; відліковий мікроскоп; секундомір; пінцет; лінійка.



## Теоретичні відомості

Якщо в рідині, що рухається, різні шари рідини мають різну швидкість, то між ними діють сили внутрішнього тертя або в'язкості. Дослід показує, що сила внутрішнього тертя пропорційна площі поверхні дотику шарів  $S$  і градієнту швидкості  $\frac{dv}{dn}$  (зміні швидкості на одиницю довжини в напрямку, перпендикулярному до швидкості), тобто:

$$F = \eta \cdot \frac{dv}{dn} \cdot S \quad (14.1)$$

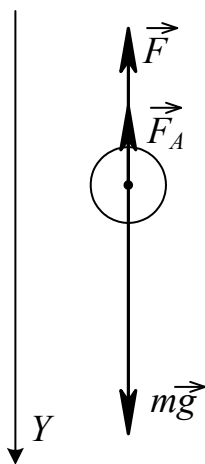


Рис. 14.1

де  $\eta$  – коефіцієнт пропорційності, який називають **коефіцієнтом внутрішнього тертя** або **динамічною в'язкістю**.

Під час падіння у в'язкій рідині твердої кульки на неї діють три сили: сила тяжіння, виштовхувальна сила і сила опору рухові, викликана дією сил внутрішнього тертя (рис. 14.1). Зауважимо, що мова йде не про тертя кульки об рідину, а про тертя окремих шарів рідини одна об одну, оскільки шар рідини, що безпосередньо прилягає до кульки, рухається разом з нею.

Якщо кулька падає в рідині, яка необмежена в усіх напрямках, і не залишає після себе завихрень (мала швидкість падіння, малі розміри кульки), то сила опору може бути розрахована за **формулою Стокса**:

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (14.2)$$

де  $r$  – радіус кульки,  $v$  – її швидкість.

Зі збільшенням швидкості руху кульки сила опору зростає; нарешті кулька досягає такої швидкості  $v_0$ , при якій сума всіх трьох сил буде рівна нулю. Рух кульки стає рівномірним; для цього руху:

$$mg - F_A - F = 0, \text{ або:}$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_1 g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_2 g - 6\pi\eta r v_0 = 0 \quad (14.3)$$

В (14.3)  $\rho_1$  – це густина матеріалу кульки,  $\rho_2$  – густина досліджуваної рідини. Розв'язавши (14.3) відносно коефіцієнту внутрішнього тертя, одержимо:

$$\eta = \frac{2(\rho_1 - \rho_2)}{9} \frac{r^2}{v_0} g \quad (14.4)$$

Якщо знати величини, що стоять у правій частині (14.4), то можна визначити коефіцієнт внутрішнього тертя рідини, в якій опускається кулька.

Практично здійснити падіння кульки в безмежному середовищі неможливо, оскільки рідина завжди міститься в якійсь посудині, що має стінки. Якщо кулька падає вздовж вісі циліндричної посудини з радіусом  $R$ , то врахування наявності стінок дає наступний вираз для коефіцієнта в'язкості:

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 g \frac{(\rho_1 - \rho_2)}{v_0 \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)} \quad (14.5)$$

### Опис приладу

Прилад складається з скляного циліндра (рис. 14.2), заповненого досліджуваною рідиною. На циліндрі нанесені дві горизонтальні мітки  $A$  і  $A'$ , відстань між якими  $l$ ; верхня мітка розташована нижче верхнього рівня рідини на 5–10 см. Циліндр закріплений на підставці з гвинтами для встановлення циліндра у вертикальному положенні.

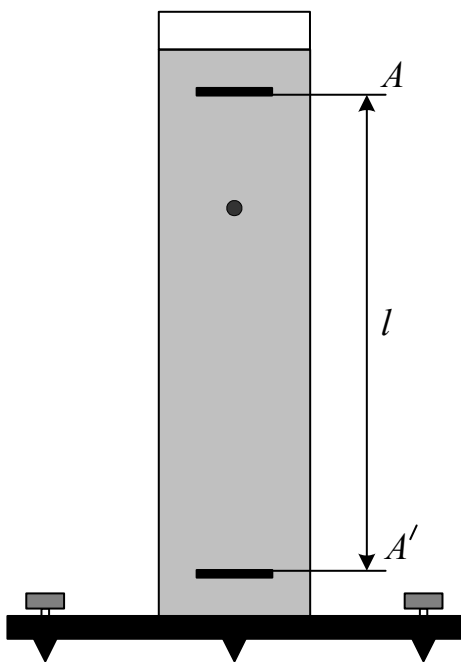


Рис. 14.2

### Хід роботи

1. З допомогою відлікового мікроскопу виміряйте діаметр кульки  $d$ .
2. Опустіть кульку в циліндр з рідиною якомога ближче до його вісі. Око спостерігача слід розташувати навпроти верхньої мітки.
3. В момент проходження кульки через верхню мітку увімкніть секундомір.
4. Розташуйте око навпроти нижньої мітки і в момент проходження через неї кульки зупиніть секундомір. Запишіть час падіння кульки  $t$ .
5. Повторіть дослід не менше 10 раз.

Оскільки кульки мають різні діаметри, то кожного разу починайте з п. 1.

6. Виміряйте лінійкою відстань  $l$  і штангенциркулем внутрішній діаметр циліндра  $D$ .

7. Врахуємо, що  $v_0 = \frac{l}{t}$ ,  $r = \frac{d}{2}$ ,  $R = \frac{D}{2}$ , і перетворимо формулу (14.5)

так:

$$\eta = \frac{l}{18} d^2 g \frac{(\rho_1 - \rho_2)t}{l \left( 1 + 2,4 \frac{d}{D} \right)} \quad (14.6)$$

8. За формулою (14.6) для кожного з дослідів знайдіть значення коефіцієнта в'язкості  $\eta$ , знайдіть середнє значення.

9. Оскільки в'язкість рідин значною мірою залежить від температури, то під час проведення дослідів визначайте температуру повітря в кімнаті.

10. Зробіть оцінку похибок вимірювання.

### Контрольні запитання

1. В чому відмінність між сухим і рідким (в'язким) тертям?
2. Як змінюється швидкість руху тіла в середовищі з рідким тертям?
3. Виведіть вираз для граничної швидкості руху тіла в середовищі з рідким тертям.
4. Якщо невідома густина матеріалу кульок, то як її визначити дослідним шляхом?
5. Як визначити густину досліджуваної рідини? Якщо густина рідини не вказана на приладі, то визначте її. Додаткове обладнання отримайте у лаборанта.

## ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ В ПОВІТРІ І В МЕТАЛІ.

**Мета роботи:** Знайти швидкість звуку в повітрі фазовим методом і в металі методом стоячої хвилі.

**Прилади і матеріали:** Установа для вивчення звукових хвиль ФПВ ОЗМ, набір стержнів з різного металу, осцилограф, з'єднувальні провідники.

### Теоретичні відомості

Як відомо, *інтерференцією* називають *явище накладання когерентних хвиль, внаслідок якого має місце їх взаємне підсилення в одних точках простору і ослаблення в інших.* Результат інтерференції залежить від різниці фаз хвиль, що накладаються. Різниця фаз дорівнює:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \quad (15.1)$$

де  $r_1$  і  $r_2$  - відстані від джерел хвиль до точки, в якій спостерігають результат інтерференції. Вираз в дужках  $\Delta = r_1 - r_2$  називають **різницею ходу хвиль**. Якщо  $\Delta = n\lambda$ , де  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  (при цьому різниця фаз  $\Phi_1 - \Phi_2 = 2\pi n$ ), то спостерігають **підсилення** результуючих коливань. Якщо  $\Delta = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$  (при цьому  $\Phi_1 - \Phi_2 = (2n + 1)\pi$ ), то спостерігають **ослаблення** результуючих коливань.

Окремим випадком інтерференції є **стоячі хвилі**. Стояча хвиля утворюється в результаті накладання двох хвиль, що поширюються у взаємно протилежних напрямках і задовольняють умовам: частоти, амплітуди і напрямки коливань повинні бути однакові. Графічно стояча хвиля зображена на рис. 15.1.

Точки, в яких амплітуда дорівнює нулю, називаються **вузлами** стоячої хвилі, а точки, в яких амплітуда має максимальне значення, називаються **пучностями**. Відстань між двома сусідніми вузлами або пучностями дорівнює  $\frac{\lambda}{2}$ .

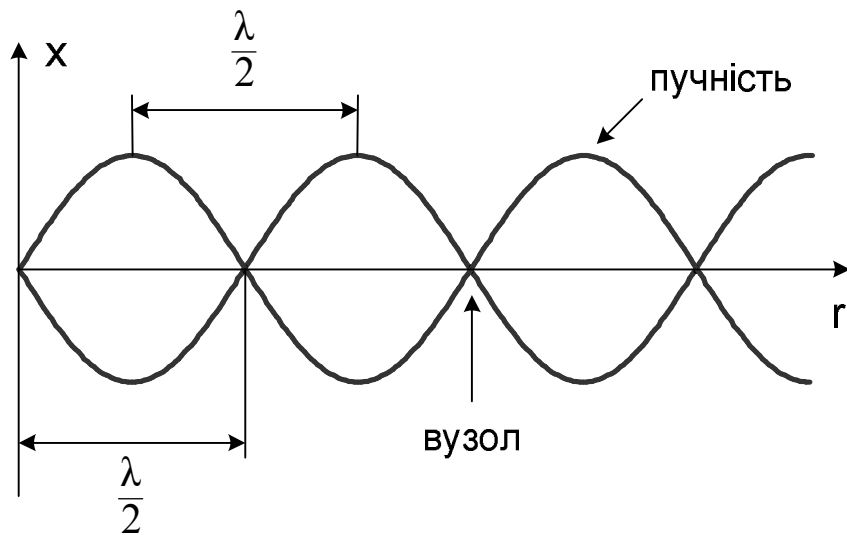


Рис. 15.1

Визначення швидкості звукових хвиль в твердих тілах ґрунтується на **резонансному методі**. На кінцях стержня запресовані шайби з феромагнітного матеріалу. Стержень жорстко закріплений в площині центра мас. З одного боку стержня на відстані  $0,1 - 0,3$  мм знаходиться електромагніт. Пропускаючи через електромагніт змінний струм від генератора, змушують коливатися кінець стержня з частотою струму. В стержні виникають хвилі, які відбиваються від другого кінця стержня. Змінюючи частоту генератора, змінюють частоту струму, що протікає через електромагніт, а значить, і частоту коливань стержня. При певній частоті одержується стояча хвиля; амплітуда коливань стержня стає максимальною, тобто має місце резонанс. З другого боку стержня розташований приймач коливань теж електромагнітного типу; коливання з якого подаються на вертикальний вхід осцилографа (вхід „Y”). В момент резонансу амплітуда сигналу на вході осцилографа різко зростає, що легко реєструється на екрані осцилографа.

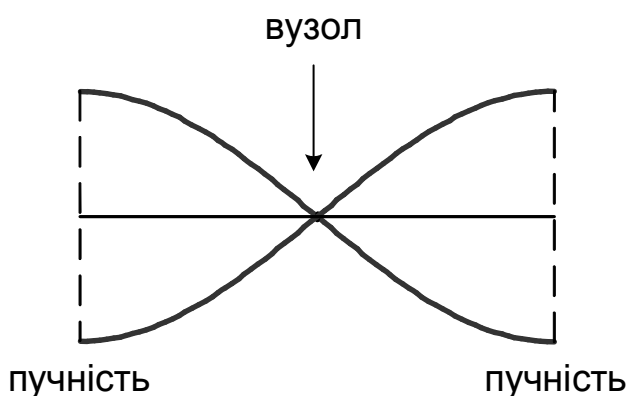


Рис. 15.2

При першій резонансній частоті на стержні вміститься дві чверті стоячої хвилі. Так як стержень закріплений посередині, то при збудженні вузол стоячої хвилі буде знаходитись посередині, а пучності – по кінцям стержня (див. рис. 15.2).

За довжиною стержня визначають довжину хвилі:  $\lambda = 2L$ , де  $L$  – довжина стержня. Знаючи частоту, при якій настає резонанс, можна визначити швидкість звуку в стержні:

$$v = 2Lv, \quad (15.2)$$

де  $v$  – частота генератора.

Для визначення швидкості звуку в повітрі використовується **фазовий метод**. Під час поширення звукової хвилі в повітрі різні точки середовища коливаються з різними фазами. Порівнюючи фази точок середовища, можна знайти дві сусідні з однаковими фазами. Відстань між ними дорівнює довжині хвилі  $\lambda$ . Порівняти фази можна з допомогою фігур Ліссажу.

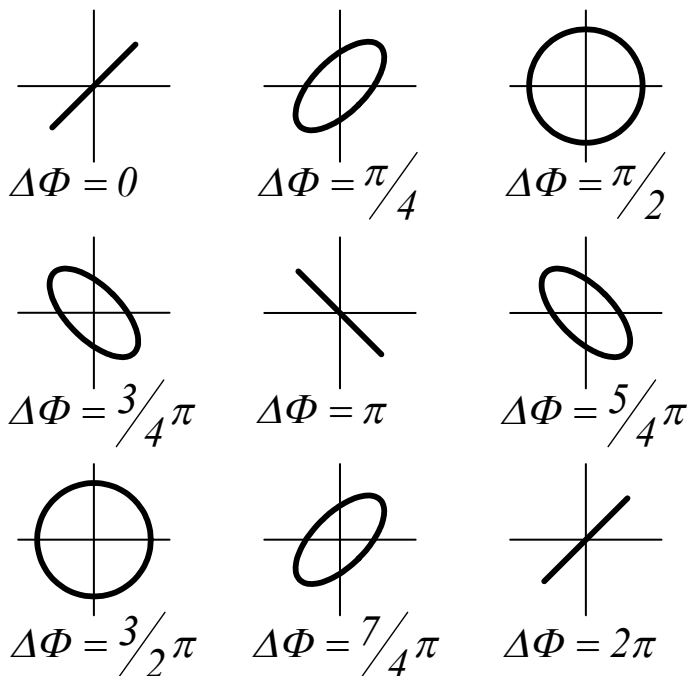


Рис. 15.3

**Фігури Ліссажу** – це траєкторії руху точки, що бере участь в двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях з кратними частотами. Якщо частоти двох взаємно перпендикулярних коливань співпадають, то фігури Ліссажу в цьому випадку мають вид кривих, наведених на рис. 15.3. При різниці фаз  $\Phi_1 - \Phi_2 = n\pi$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) фігури Ліссажу – це відрізки прямих.

Порівняння фаз точок середовища, в якому поширюється звукова хвиля, можна

здійснювати наступним чином. В повітрі з допомогою генератора звукових коливань і гучномовця створюється звукова хвиля. Одночасно сигнал від генератора подається на вхід „X” осцилографа (розгортка осцилографа повинна бути відключеною). На вхід „Y” осцилографа подається сигнал від мікрофона, який може переміщуватись відносно гучномовця. Оскільки від мікрофона на вхід „Y” подається сигнал такої ж частоти, як і від генератора на вхід „X”, то на екрані осцилографа одержимо одну з фігур Ліссажу, зображених на рис. 15.3.

Переміщуючи мікрофон, побачимо, що еліпс змінює своє

положення. Якщо еліпс зробить повний оберт, то це означатиме, що мікрофон здійснив переміщення, яке дорівнює довжині хвилі  $\lambda$ .

Знаючи це переміщення і частоту генератора можна визначити швидкість звуку в повітрі:

$$v = \lambda \nu, \quad (15.3)$$

де  $\nu$  – частота генератора,  $\lambda$  – відстань між двома положеннями мікрофона, для яких різниця фаз  $\Delta\Phi = 2\pi$ .

## ОПИС ПРИБАДУ

В даній роботі використовується прилад для вивчення звукових хвиль ФПВ 03М, що складається з штатива, на основі якого закріплено електронний блок 2 (див. рис. 15.4.). Над електронним блоком на штативі закріплено кронштейн 10, на кінцях якого закріплені електромагніт 5 і приймач 4. До середини кронштейна з допомогою замка 8 закріплюють стержні 3.

В верхній частині штатива закріплений хвилевід 9. Він призначений для визначення швидкості звуку в повітрі. Хвилевід - це повітряний канал, на одному кінці якого закріплена головка гучномовця 6, а з другого кінця він закритий декоративною кришкою 11. На повзунці 7 закріплено мікрофон; повзунок разом з мікрофоном переміщується вздовж повітряного каналу.

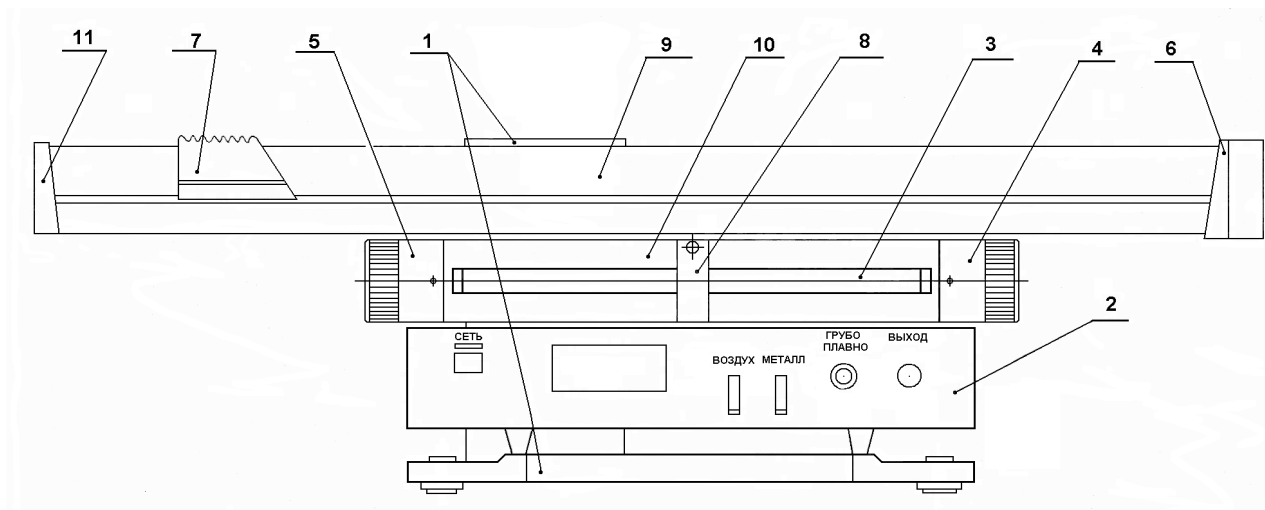


Рис. 15.4

## Хід роботи

### 1. ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ В МЕТАЛІ.

1. Включіть електронний блок кнопкою "СЕТЬ" і натисніть кнопку "МЕТАЛЛ". До початку вимірювань електронний блок повинен прогрітись протягом 10 хвилин. Поки блок прогрівається, виконайте п.п.2-6.
2. Виміряйте якомога точніше довжину стержня  $L$ . Для вимірювань скористайтесь великим штангенциркулем.
3. Вставте стержень 1 в гніздо замка 8 і закріпіть його гвинтом.
4. Встановіть з допомогою щупа зазори між стержнем і електромагнітом, а також між стержнем і приймачем розміром  $0,1-0,3$  мм. Врахуйте, що при обертанні ручки регулювання зазору в бік "+" зазор збільшується, а в бік "-" – зазор зменшується.
5. Приєднайте входи "Y" та "┴" осцилографа до виходів "Y" і "┴" електронного блока. (Як правило, ці з'єднання вже виконано).
6. Включіть осцилограф. Перемикач розгортки осцилографа поставте в положення  $10-50$  мкс/под, а перемикач чутливості – в положення  $0,05-0,2$  В/под.
7. Встановіть ручкою "ЧАСТОТА" електронного блока частоту приблизно  $8000$  Гц.
8. Ручку "ВЫХОД" амплітуди сигналів поставте в положення максимального сигналу.
9. Плавно обертаючи ручку "ЧАСТОТА", змінюйте частоту генератора в межах  $8000-9000$  Гц; спостерігаючи за амплітудою коливань на екрані осцилографа, знайдіть частоту " $\nu$ ", при якій настає резонанс. Можна помітити, що при цьому зростає і гучність звуку.
10. Знайдіть швидкість звуку за формулою:

$$v = 2L\nu, \quad (2)$$

де  $L$  – довжина стержня,  $\nu$  – частота генератора.

11. Аналогічно виконайте вимірювання для стержнів 2 і 3. Для цих двох стержнів діапазони частот, в яких слід шукати резонанс, такі:

для стержня 2:           8000-8500 Гц.  
для стержня 3:           5500-6000 Гц.



12. Порівняйте отримані значення для швидкості звуку в металі з наведеними в табл.1 і визначте, з якого матеріалу виготовлено кожний із стержнів.

Табл.1

Матеріал	швидкість звуку
Алюміній	5080 м/с
Латунь	3490 м/с
Сталь	5170 м/с

13. Зробіть висновки.

## 2. ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ В ПОВІТРІ.

1. Натисніть на електронному блоці кнопку "ВОЗДУХ". Зменште гучність сигналу регулятором "ВЫХОД".
2. Ручкою "ЧАСТОТА" встановіть частоту генератора в межах 3500 - 4000 Гц.
3. Приєднайте виходи "X", "У", "L" електронного блоку до відповідних входів осцилографа. (Як правило, ці з'єднання вже виконано). Відключіть розгортку осцилографа.
4. Змінюючи напругу вихідного сигналу ручкою "ВЫХОД" і регулюючи чутливість осцилографа, виведіть на екран фігуру Ліссажу – еліпс. Розміри еліпса повинні бути меншими за розмір екрану.
5. Переміщуючи мікрофон вздовж хвилеводу, встановіть еліпс в положення, що відповідає різниці фаз  $\Delta\Phi = 0$  (дивись рис. 15.3). Це положення повинно бути близьким до гучномовця. Відмітьте положення мікрофону відносно шкали  $x_1$ .
6. Плавно переміщуючи мікрофон вздовж хвилеводу вліво, встановіть фігуру Ліссажу в положення, при якому  $\Delta\Phi = 2\pi$ . Відмітьте положення мікрофону відносно шкали  $x_2$ .
7. Знайдіть  $\lambda$ :  $\lambda = |x_2 - x_1|$ .
8. Для підвищення точності вимірювань можна знайти положення мікрофона, що відповідає різниці фаз  $4\pi$  або  $6\pi$ ; тоді:  
 $2\lambda = |x_2 - x_1|$  або  $3\lambda = |x_2 - x_1|$ .
9. Знаючи  $\lambda$  і частоту генератора  $\nu$ , знайдіть швидкість звуку в повітрі:

$$v = \lambda\nu \quad (15.3)$$

10. Порівняйте отримане значення з табличним. (Швидкість звуку в повітрі при  $0^\circ\text{C}$  дорівнює 331 м/с.) Зробіть висновок.

## Контрольні запитання.

1. Дайте визначення поздовжніх і поперечних хвиль. Поясніть характер звукової хвилі.
2. Що називають інтерференцією? Назвіть умови мінімумів і максимумів.
3. Що називають стоячою хвилею? Назвіть умови її виникнення. Що називають вузлом, пучністю?
4. В чому полягає явище резонансу і коли воно виникає?
5. Розкажіть про суть резонансного методу визначення швидкості звуку в металі.
6. В чому полягає фазовий метод вимірювання швидкості звуку в повітрі?
7. Від чого залежить швидкість поширення звуку? Як вона залежить від температури середовища? Чи залежить швидкість звуку від частоти джерела?

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 16

#### ВИВЧЕННЯ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ СТРУНИ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСУ

**Мета роботи:** Спостереження стоячих хвиль на струні і визначення лінійної густини матеріалу струни.

**Прилади і матеріали:** Прилад для вивчення власних коливань струни ФПВ 04 М.

#### Теоретичні відомості

Якщо в деякому однорідному та ізотропному середовищі два точкові джерела збуджують сферичні хвилі, то в довільній т. М простору відбувається накладання хвиль у відповідності з **принципом суперпозиції**: кожна точка середовища, до якої приходять дві або декілька хвиль, бере участь в коливаннях, викликаних кожною хвилею зокрема; хвилі не взаємодіють одна з одною і поширюються незалежно одна від одної. Результат додавання коливань залежить від співвідношення фаз, періодів та амплітуд хвиль, які зустрілися.

Хвилі і джерела, що їх збуджують, називаються **когерентними**, якщо різниця фаз хвиль  $\Phi_1 - \Phi_2$  не залежить від часу. Дві

синусоїдальні хвилі когерентні якщо їх частоти однакові ( $\omega_1 = \omega_2$ ).

**Інтерференцією** називають явище накладання когерентних хвиль, внаслідок якого має місце їх взаємне підсилення в одних точках простору і ослаблення в інших. Результат інтерференції залежить від різниці фаз хвиль, що накладаються.

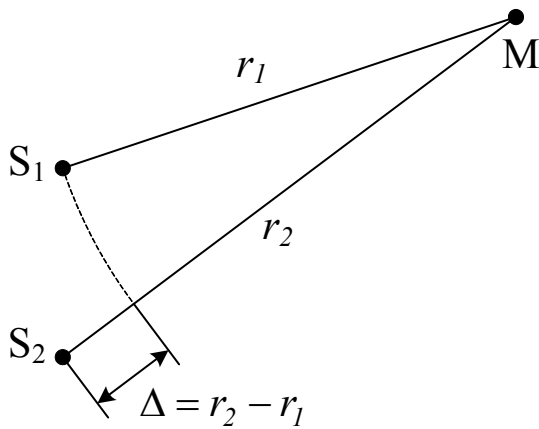


Рис. 16.1

Нехай в т.М накладаються дві хвилі від джерел S<sub>1</sub> і S<sub>2</sub>. Рівняння руху точки М для джерел S<sub>1</sub> і S<sub>2</sub> відповідно мають вид:

$$x_1 = A_1 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1\right), \quad (16.1)$$

$$x_2 = A_2 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2\right). \quad (16.2)$$

Різниця фаз дорівнює  $\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$ . Відстань  $\Delta = r_2 - r_1$  називають **різницею ходу хвиль**.

Якщо різниця ходу хвиль  $\Delta = n\lambda$ , де  $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , то  $\Phi_1 - \Phi_2 = 2\pi n$ , і в т. М спостерігається **підсилення коливань** (**максимум** амплітуди результуючого коливання).

Якщо  $\Delta = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$ , то  $\Phi_1 - \Phi_2 = (2n + 1)\pi$ , і в т. М буде спостерігатись **ослаблення коливань** (**мінімум** амплітуди результуючого коливання). При  $A_1 = A_2$  коливання повністю загасять одне одного.

Окремим випадком інтерференції хвиль є **стоячі хвилі**. Стояча хвиля утворюється в результаті накладання двох хвиль, що поширюються у взаємно протилежних напрямках і задовольняють умовам: частоти, амплітуди і напрямки коливань повинні бути однаковими.

Рівняння прямої хвилі:  $x_1 = A \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{r}{\lambda}\right);$

Рівняння зворотної:  $x_2 = A \sin\left(\omega t + 2\pi \frac{r}{\lambda}\right).$

Рівняння результуючої (стоячої) хвилі:

$$x = x_1 + x_2 = 2A \sin 2\pi \frac{r}{\lambda} \cos \omega t \quad (16.3)$$

При одержанні (16.3) використано вираз:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

Амплітуда коливань точок стоячої хвилі залежить від координати  $r$  і .

У всіх точках, де  $\sin 2\pi \frac{r}{\lambda} = 0$ , амплітуда дорівнює нулю, тобто коливання завжди відсутні; ці точки називають **вузлами** стоячої хвилі. В точках, де  $\sin 2\pi \frac{r}{\lambda} = 1$  амплітуда максимальна і дорівнює  $2A$ ;

ці точки називають **пучностями** стоячої хвилі (рис. 16.2). Знайдемо відстань між вузлами стоячої хвилі.

$$\sin 2\pi \frac{r}{\lambda} = 0; \quad 2\pi \frac{r}{\lambda} = n\pi; \quad r_1 = \frac{\lambda}{2}; \quad r_2 = \lambda.$$

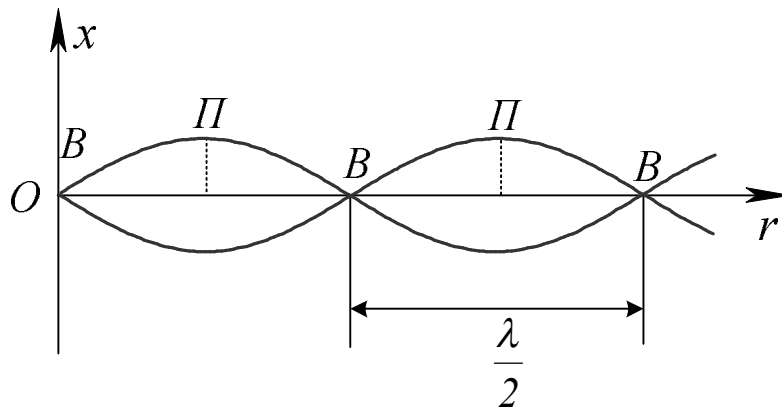


Рис. 16.2

Відстань між вузлами дорівнює половині довжини хвилі:  $\Delta r = \frac{\lambda}{2}$ .

Стоячі хвилі можна спостерігати на гнучкій однорідній нитці (струні), яка натягнута між двома точками і виведена з положення рівноваги. Оскільки струна – це система, що складається з великої кількості точок, то вона має безліч власних частот, які називають **нормальними частотами**. Нормальні частоти струни залежать від її розмірів, лінійної густини матеріалу та сили натягу. Якщо частота зовнішньої періодичної сили співпаде з однією з нормальних частот, то завдяки резонансу виникнуть значні вимушені коливання струни.

Закріплені точки струни при цьому завжди будуть вузловими точками.

Перше нормальне коливання, яке відповідає найнижчій частоті і двом вузловим точкам, називають **основним тоном** власних коливань струни. Всі інші нормальні коливання, які відповідають більшим частотам і більшому числу вузлових точок, називають **обертонами** власних коливань струни.

Якщо в струні утворилася стояча хвиля, то на всій довжині струни  $l$  розміститься ціле число стоячих хвиль. При цьому струна ділиться нерухомими точками – вузлами – на декілька рівних відрізків, довжини яких дорівнюють половині довжини біжучої хвилі, тобто:

$$l = n \frac{\lambda}{2}, \quad (16.4)$$

де  $n = 1, 2, 3, \dots$  – ціле число, яке дорівнює числу півхвиль, що розмістилися на всій довжині струни  $l$ . Оскільки довжина хвилі зв'язана зі швидкістю поширення хвилі  $v$  і частотою  $\nu$  співвідношенням  $v = \lambda \cdot \nu$ , то, враховуючи (16.4), матимемо:

$$\nu = \frac{n}{2l} v \quad (16.5)$$

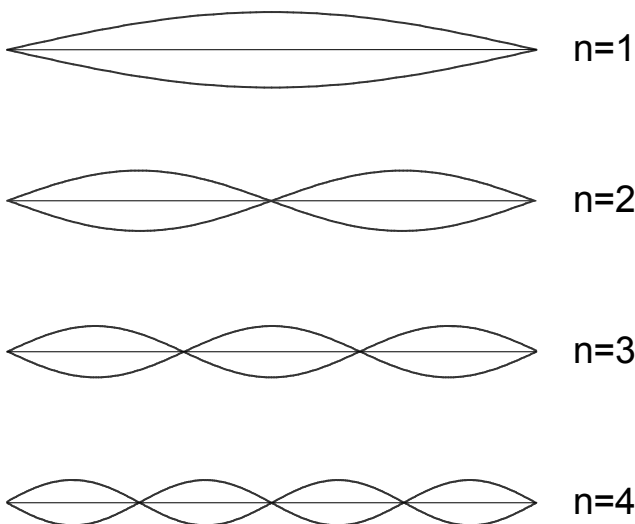


Рис. 16.3

(16.5) визначає спектр власних (нормальних) коливань струни. При резонансі збуджується одна з власних частот. Розподіл амплітуд окремих точок струни при цьому показаний на рис. 16.3.

Для визначення швидкості поширення коливань скористаємося наступним методом. Відомо, що швидкість поширення коливань вздовж струни є функцією сили натягу струни  $F$  і лінійної густини матеріалу

струни  $\rho$ , тобто:  $v = f(F, \rho)$ . Цю залежність можна розкрити, використавши метод розмірностей. Згідно з цим методом, розмірність

функції дорівнює добутку розмірностей аргументів в деяких степенях:

$dim v = (dim F)^\alpha (dim \rho)^\beta$ , де  $dim v = LT^{-1}$ ,  $dim F = MLT^{-2}$ ,  $dim \rho = ML^{-1}$ ,  $\alpha$  і  $\beta$  – невідомі показники степеня, які потрібно визначити.

$$LT^{-1} = (MLT^{-2})^\alpha (ML^{-1})^\beta; \quad LT^{-1} = M^{\alpha+\beta} L^{\alpha-\beta} T^{-2\alpha};$$

Прирівнюємо показники степенів для окремих величин лівої і правої частини рівняння:

$$\alpha + \beta = 0, \quad \alpha - \beta = 1, \quad -2\alpha = -1.$$

Звідси:  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\beta = -\frac{1}{2}$ . Таким чином:  $v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$  і (16.5)

перепишеться так:  $v = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\rho}}$ . Звідси для лінійної густини матеріалу струни матимемо:

$$\rho = \frac{n^2 F}{4l^2 v^2} \quad (16.6)$$

Як видно, застосований для виведення формули  $v = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\rho}}$  метод розмірностей виявився корисним. Проте слід відмітити, що сам метод розмірностей не може привести до встановлення якого-небудь нового фізичного закону.

### Опис приладу

Прилад для вивчення власних коливань струни (рис. 16.4) складається зі штативу 1, на основі якого закріплений електронний блок 2.

Над електронним блоком закріплений механізм натягу струни 3, який складається з основи 4, на якій закріплений постійний магніт 5 і планка 6. Між полюсами магніту через блок 8 протягнута струна 9. Один кінець струни прикріплений до клеми 10, а другий – до пружини 11. Другий кінець пружини механічно зв'язаний з гвинтовим механізмом 12, що призначений для зміни натягу струни.

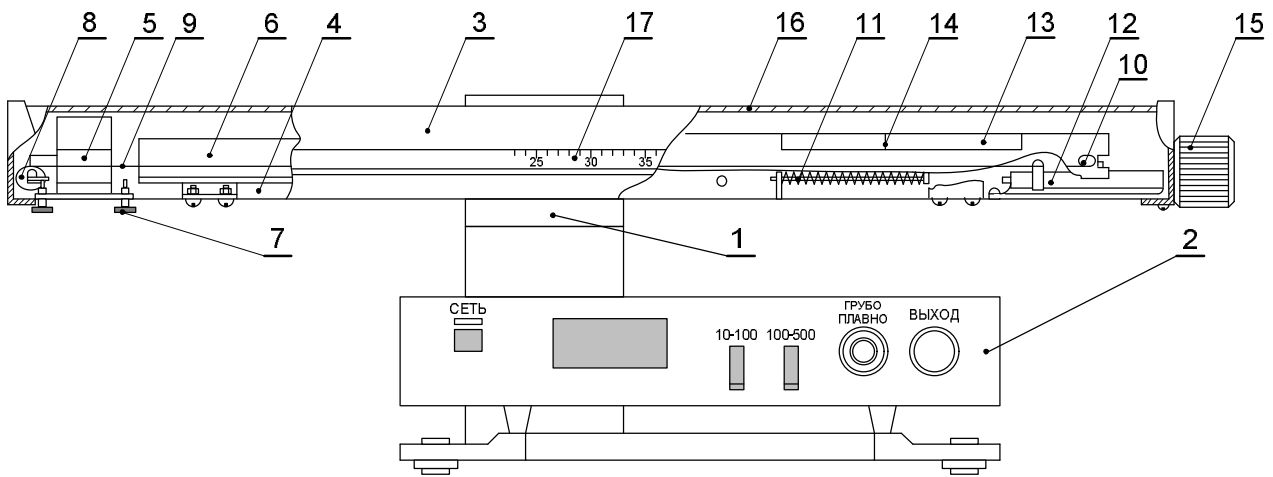


Рис. 16.4

Над електронним блоком закріплений механізм натягу струни 3, який складається з основи 4, на якій закріплений постійний магніт 5 і планка 6. Між полюсами магніту через блок 8 протягнута струна 9. Один кінець струни прикріплений до клемми 10, а другий – до пружини 11. Другий кінець пружини механічно зв'язаний з гвинтовим механізмом 12, що призначений для зміни натягу струни. Змінюють натяг пружини з допомогою ручки 15, а сила натягу струни вимірюється за шкалою 13 з допомогою покажчика 14. Увесь механізм закритий кожухом 16, на передній поверхні якого нанесена шкала 17, призначена для вимірювання довжин півхвиль. Збуджуються коливання струни при пропусканні через неї змінного струму від генератора електронного блоку. Для зміни точки прикладання сили Ампера відносно струни пересувають магніт, відкрутивши попередньо гвинти 7. Щоб покращити спостереження струни, її освітлюють з допомогою люмінесцентної лампи.

### Хід роботи

1. Підключіть прилад до мережі 220 В, для чого натисніть кнопку СЕТЬ. Після цього повинна засвітитись цифрова індикація електронного блоку і лампа підсвічення струни.
2. Дайте електронному блоку прогрітись протягом 1-2 хвилини.
3. Ручкою 15 встановіть натяг струни 0,4 Н, ручку Выход на панелі електронного блоку поверніть вправо до упору.
4. Змінюючи частоту в діапазоні 15-40 Гц з допомогою ручок ГРУБО і ПЛАВНО, отримайте одну півхвилю на всій довжині струни.

5. Запишіть значення сили натягу і частоту коливань. Відлік частоти виконуйте при максимальній амплітуді півхвилі.
6. Змінюючи силу натягу струни і частоту генератора, отримайте стоячі хвилі, що відповідають різним  $n=2, 3, 4$ . Кожного разу записуйте значення сили натягу та частоту генератора.
7. За шкалою 17 виміряйте довжину однієї півхвилі  $b$  і обчисліть довжину струни  $l$ :  $l = a \cdot n$ , де  $n$  – число півхвиль. Запишіть отримане значення.
8. Використавши результати п'яти – шести вимірювань, за формулою (16.6) обчисліть лінійну густину матеріалу струни.

### Контрольні запитання

1. Що називають інтерференцією? Які умови її виникнення?
2. Яку хвилю називають стоячою? Виведіть рівняння стоячої хвилі.
3. Від чого залежить амплітуда коливань точок стоячої хвилі?



## Література

1. Дущенко З. П. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка / З. П. Дущенко, І. М. Кучерук. – К. : Вища школа, 1987. – 431 с.
2. Зайдель А. Н. Погрешности измерений физических величин / А. Н. Зайдель. – Л. : Наука, 1985. – 112 с.
3. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : у 3 т. Т.1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик. – К. : Техніка, 1999. – 536 с., іл.
4. Лабораторный практикум по общей физике / под ред. Е. М. Гершензона и Н. Н. Малова. – М. : Просвещение, 1985. – 353с.
5. Нижник В. Г. Вимірювання фізичних величин та обчислення похибок / В. Г. Нижник. – Київ : Рад. шк., 1979. – 104 с.
6. Рего К. Г. Метрологическая обработка результатов технических измерений : справ. пособие / К. Г. Рего. – Киев : Техника, 1987. – 128 с.
7. Савельев И. В. Курс общей физики : в 3-х т. / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1986.
8. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок : пер. с англ. / Дж. Тейлор. – М. : Мир, 1985. – 272 с.
9. Чертов А. Г. Единицы физических величин / А. Г. Чертов. – М. : Высш. шк., 1977. – 287 с.
10. Статистична обробка результатів експериментальних вимірювань : методичні рекомендації / укл. В. П. Ржепецький. – Кривий Ріг : Видавничий відділ КДПУ, 2011. – 48 с.

Таблиця 1.

## Визначення похибки функції однієї змінної

№ п/п	Вид функції $A = f(x)$	Абсолютна похибка $\Delta A$	Відносна похибка $E = \frac{\Delta A}{A}$
1	$C \cdot x, C = const$	$C \cdot \Delta x$	$\frac{\Delta x}{x}$
2	$x^n$	$n \cdot x^{-(n-1)} \Delta x$	$n \cdot \frac{\Delta x}{x}$
3	$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n} \cdot \frac{\sqrt[n]{x}}{x} \cdot \Delta x$	$\frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta x}{x}$
4	$e^{\frac{x}{C}}, C = const$	$e^{\frac{x}{C}} \cdot \frac{\Delta x}{C} *$	$\frac{\Delta x}{C}$
5	$B^{\frac{x}{C}}, C = const, B = const$	$B^{\frac{x}{C}} \cdot \ln B \cdot \frac{\Delta x}{C}$	$\ln B \cdot \frac{\Delta x}{C}$
6	$\ln x$	$\frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\Delta x}{\ln x \cdot x}$
7	$\sin \alpha$	$\cos \alpha \cdot \Delta \alpha **$	$\operatorname{ctg} \alpha \cdot \Delta \alpha **$
8	$\cos \alpha$	$\sin \alpha \cdot \Delta \alpha **$	$\operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta \alpha **$
9	$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\Delta \alpha}{\cos^2 \alpha} **$	$\frac{2 \Delta \alpha}{\sin 2 \alpha} **$
10	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\frac{\Delta \alpha}{\sin^2 \alpha} **$	$\frac{2 \Delta \alpha}{\sin 2 \alpha} **$

\* Для досить великих значень  $C$  ( $\bar{x} \ll |C|$ ).

\*\*  $\Delta \alpha$  вимірюється в *рад*.

Таблиця 2.

Визначення похибки функції декількох змінних

№ п/п	Вид функції $A = f(a, b, c)$	Абсолютна похибка $\Delta A$	Відносна похибка $E = \frac{\Delta A}{A}$
1	$Pa \pm Qb$ ( $P, Q - const$ )	$\sqrt{P^2 \Delta a^2 + Q^2 \Delta b^2}$	$\frac{\sqrt{P^2 \Delta a^2 + Q^2 \Delta b^2}}{Pa \pm Qb}$
2	$a \cdot b$	$\sqrt{\bar{b}^2 \Delta a^2 + \bar{a}^2 \Delta b^2}$	$\sqrt{\frac{\Delta a^2}{\bar{a}^2} + \frac{\Delta b^2}{\bar{b}^2}}$
3	$\frac{a}{b}$	$\frac{\sqrt{\bar{b}^2 \Delta a^2 + \bar{a}^2 \Delta b^2}}{\bar{b}^2}$	$\sqrt{\frac{\Delta a^2}{\bar{a}^2} + \frac{\Delta b^2}{\bar{b}^2}}$
4	$a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma$ ( $\alpha, \beta, \gamma - const$ )	—	$\sqrt{\alpha^2 \frac{\Delta a^2}{\bar{a}^2} + \beta^2 \frac{\Delta b^2}{\bar{b}^2} + \gamma^2 \frac{\Delta c^2}{\bar{c}^2}}$
5	$\frac{a}{a \pm b}$	$\frac{\sqrt{\bar{b}^2 \Delta a^2 + \bar{a}^2 \Delta b^2}}{(\bar{a} \pm \bar{b})^2}$	$\frac{\sqrt{\bar{b}^2 \Delta a^2 + \bar{a}^2 \Delta b^2}}{\bar{a} \cdot (\bar{a} \pm \bar{b})}$
6	$a \cdot b + c$	$\sqrt{\bar{b}^2 \Delta a^2 + \bar{a}^2 \Delta b^2 + \Delta c^2}$	$\frac{\sqrt{\bar{b}^2 \Delta a^2 + \bar{a}^2 \Delta b^2 + \Delta c^2}}{\bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{c}}$
7	$a \cdot (b + c)$	$\sqrt{(\bar{b} + \bar{c})^2 \Delta a^2 + \bar{a}^2 (\Delta b^2 + \Delta c^2)}$	$\frac{\sqrt{(\bar{b} + \bar{c})^2 \Delta a^2 + \bar{a}^2 (\Delta b^2 + \Delta c^2)}}{\bar{a} \cdot (\bar{b} + \bar{c})}$

Таблиця 3. Коефіцієнти Стьюдента

$n$	Довірча імовірність $\alpha$			
	0,5	0,7	0,95	0,999
2	1,00	2,0	12,7	636,6
3	0,82	1,3	4,3	31,6
4	0,77	1,3	3,2	12,9
5	0,74	1,2	2,8	8,6
6	0,73	1,2	2,6	6,9
7	0,72	1,1	2,4	6,0
8	0,71	1,1	2,4	5,4
9	0,71	1,1	2,3	5,0
10	0,70	1,1	2,3	4,8
15	0,69	1,1	2,1	4,1
20	0,69	1,1	2,1	3,9
40	0,68	1,1	2,0	3,6
60	0,68	1,0	2,0	3,5
120	0,68	1,0	2,0	3,4
$\infty$	0,67	1,0	2,0	3,3

## Зміст

Пояснювальна записка . . . . .	3
Обробка результатів експериментальних вимірювань. . . . .	4
Опис лабораторних робіт	
№ 1. Вимірювання основних механічних величин . . . . .	17
№ 2. Визначення прискорення вільного падіння з допомогою законів кінематики. . . . .	24
№ 3. Вивчення законів кінематики і динаміки поступального руху на машині Атвуда. . . . .	27
№ 4. Визначення модуля пружності з деформації розтягу на приладі Лермантова . . . . .	34
№ 5. Визначення модуля пружності зі згину стержня. . . . .	40
№ 6. Вимірювання швидкості кулі з допомогою балістичного маятника . . . . .	44
№ 7. Експериментальна перевірка законів збереження під час центрального пружного удару куль . . . . .	47
№ 8. Перевірка основного закону обертового руху на маятнику Обербека . . . . .	52
№ 9. Визначення моменту інерції твердих тіл з допомогою трифілярного підвісу . . . . .	57
№ 10. Спостереження гармонічних коливань з допомогою осцилографа . . . . .	64
№ 11. Визначення прискорення вільного падіння з допомогою математичного маятника . . . . .	69
№ 12. Визначення прискорення вільного падіння з допомогою оборотного маятника Кетера . . . . .	73
№ 13. Визначення декременту затухання пружних коливань . . . . .	77
№ 14. Визначення коефіцієнту внутрішнього тертя рідин методом Стокса . . . . .	80
№ 15. Визначення швидкості звуку в повітрі і в металі . . . . .	84
№ 16. Вивчення власних коливань струни . . . . .	90
Література . . . . .	97
Додатки . . . . .	98