

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГО

На правах рукопису

ЛОВ'ЯНОВА ІРИНА ВАСИЛІВНА

УДК 373.55.016:51(043.3)

**ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ
НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ**

13.00.02 – теорія та методика навчання (математика)

Дисертація на здобуття наукового ступеня
доктора педагогічних наук

Науковий консультант

ТАРАСЕНКОВА НІНА АНАТОЛІЇВНА,
доктор педагогічних наук, професор

Черкаси –2014

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	6
ВСТУП	7
РОЗДІЛ 1. ПРОФЕСІЙНА СПРЯМОВАНІСТЬ НАВЧАННЯ В	24
ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ ЯК ПЕДАГОГІЧНА ПРОБЛЕМА	
1.1. Ретроспективний аналіз проблеми профільної диференціації в загальноосвітніх навчальних закладах	24
1.1.1. Компаративістський підхід до аналізу проблеми профільної диференціації	24
1.1.2. Історія становлення профільної школи	32
1.1.2.1. Профільна школа в історії педагогіки до поч. ХХ ст.	32
1.1.2.2. Ідеї профілізації у радянській школі	37
1.1.2.3. Досвід країн Європи і світу у здійсненні профільної диференціації	40
1.1.2.4. Досвід упровадження і функціонування профільного навчання в Україні кін. ХХ-поч. ХХІ ст.	47
1.1.3. Диференціація навчання математики в умовах профільної школи.	50
1.2. Професійна спрямованість навчання як категорія педагогічної науки	63
1.2.1. Сутність професійної спрямованості особистості учнів	63
1.2.2. Професійна спрямованість навчання старшокласників в умовах профільної школи	76
1.2.2.1. Аспекти проблеми професійного орієнтування старшокласників в умовах профільного навчання.	77
1.2.2.2. Допрофільна підготовка в основній школі, її місце в організації професійної спрямованості навчання.	80
1.2.2.3. Професійна спрямованість навчання старшокласників у профільній школі	86
1.2.3. Роль математичної підготовки у професійному становленні особистості учнів профільної школи	91
Висновки до розділу 1	96

РОЗДІЛ 2. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ НАВЧАННЯ 99 СТАРШОКЛАСНИКІВ МАТЕМАТИКИ В УМОВАХ ПРОФІЛЬНОЇ ШКОЛИ

2.1. Прояв у навчальній діяльності психолого-фізіологічних особливостей учнів старшого шкільного віку	99
2.1.1. Психологічні основи організації профільного навчання	100
2.1.2. Формування і розвиток сфер особистості старшокласників у навчанні математики	104
2.2. Синтез психолого-педагогічних підходів до навчання математики у класах різних профілів	124
2.2.1. Система психолого-педагогічних підходів до організації допрофільного і профільного навчання	124
2.2.2. Підходи до формування особистості старшокласників у навчанні математики	129
2.3. Предметно-математична компетентнісна модель випускника старшої школи, орієнтована на певний профіль навчання	136
2.3.1. Особливості моделювання у педагогічних дослідженнях	136
2.3.2. Модель випускника старшої профільної школи	140
Висновки до розділу 2	149

РОЗДІЛ 3. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ 152 СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛИ

3.1. Процес навчання математики в загальноосвітній школі і його закономірності	152
3.1.1. Характеристика навчальної діяльності в процесі навчання математики	154
3.1.2. Роль навчальних задач у процесі формування навчальної математичної діяльності.	169
3.1.2.1. Підходи до трактування поняття «навчальна задача»	169
3.1.2.2. Особливості навчальних задач у професійно спрямованому навчанні математики	171

3.1.2.3. Задачний підхід до професійно спрямованого навчання математики у профільній школі	174
3.1.3. Закономірності і принципи навчання математики	188
3.2. Концептуальна модель математичної підготовки старшокласників у профільній школі	195
3.2.1. Основні положення концепції навчання старшокласників математики у профільній школі	195
3.2.2. Модель навчання старшокласників математики у профільній школі	199
Висновки до розділу 3	206
РОЗДІЛ 4. МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНОГО НАВЧАННЯ СТАРШОКЛАСНИКІВ МАТЕМАТИКИ	209
4.1. Загальний опис методичної системи навчання математики	209
4.2. Система цілей і система змісту професійно спрямованого навчання математики	218
4.2.1. Характеристика системи цілей професійно спрямованого навчання математики	218
4.2.2. Система змісту навчання математики в профільній школі з позицій професійної спрямованості навчання	225
4.2.3. Формування змісту навчання математики у профільній школі на засадах задачного підходу до навчання	245
4.2.3.1. Особливості змісту курсу «Математика», який вивчається за програмою рівня стандарту, щодо виявлення можливостей задачного підходу	246
4.2.3.2. Особливості змісту математичних дисциплін на навчальних профілях, які вивчають математику за програмою академічного рівня	256
4.2.3.3. Особливості задачного підходу до навчання математики за програмою профільного рівня	263

4.3. Методи, форми і засоби професійно спрямованого навчання математики у профільній школі	266
4.3.1. Методи навчання старшокласників математики, обумовлені задачним підходом до навчання	266
4.3.2. Форми організації занять з математики у профільній школі	282
4.3.3. Засоби професійно спрямованого навчання старшокласників математики у профільній школі	289
4.4. Методика побудови індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки учня профільної школи	300
Висновки до розділу 4	321
РОЗДІЛ 5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА РОБОТА З ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ ОСОБИСТОСТІ СТАРШОКЛАСНИКА В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ	325
5.1. Організація педагогічного експерименту й експериментального навчання математики учнів профільної школи	325
5.2. Результати констатувального етапу експериментального дослідження	331
5.2.1. Результати діагностики професійної спрямованості особистості старшокласника на констатувальному етапі дослідження	331
5.2.2. Аналіз якості математичної підготовки учнів старшої профільної школи	345
5.3. Перевірка ефективності експериментальної роботи й корекція результатів професійно спрямованого навчання математики у профільній школі	360
Висновки до розділу 5	376
ВИСНОВКИ	379
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	385
ДОДАТКИ	461

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ВНЗ – вищий навчальний заклад;

ЕГ – експериментальні групи;

ЗОШ – загальноосвітня школа;

ЗСД – знаково-символьна діяльність;

ЗСЗ – знаково-символьні засоби;

ІКЗН – інформаційно-комунікаційні засоби навчання;

ІКТ – інформаційно-комунікаційні технології;

КГ – контрольні групи;

МПС – математична підготовка старшокласників;

НМД – навчальна математична діяльність;

ПВЯО – професійно важливі якості особистості

ПЗ – програмний засіб;

ПМКМВ – предметно-математична компетентнісна модель випускника;

ППЗ – педагогічний програмний засіб;

ПСНМ – професійно спрямоване навчання математики;

ПШ – профільна школа;

ШКМ – шкільний курс математики.

ВСТУП

Актуальність дослідження. Протягом останніх трьох десятиріч в усіх розвинених країнах світу відбувається реформування освітніх систем. В основних державних документах України, що регламентують питання освіти («Державна національна програма «Освіта. Україна XXI століття» (1993 р.) [147]; Закон України «Про освіту» (2008 р.) [174], Закон України «Про загальну середню освіту» (2010 р.) [173]; «Національна доктрина розвитку освіти» (2002 р.) [405], «Концепція профільного навчання в старшій школі» (2009 р.) [231], «Національна стратегія розвитку освіти в Україні на 2012–2021 роки» (2011 р.) [406], «Проект Концепції профільного навчання в старшій школі» (2014 р.) [233]), зацентровано на значущості інтересів, нахилів, здібностей і можливостей кожного учня в контексті соціального та професійного самовизначення, відповідності вимогам сучасного ринку праці, що дає змогу створити найоптимальніші умови для їхнього професійного становлення, подальшої самореалізації в інформаційному середовищі.

Індикатором готовності суспільства до соціально-економічного розвитку, упровадження високих технологій, мобільності особистості є якість математичної підготовки молодого покоління. Місце математики в системі шкільної освіти вмотивоване її роллю в інтелектуальному, соціальному й моральному розвитку особистості, у розумінні принципів побудови та використання сучасної техніки, нових інформаційних технологій, у сприйманні наукових і технічних ідей, формуванні наукової картини світу й сучасного світогляду випускників школи. Потенціал математики дає змогу не тільки формувати логічне, критичне мислення, розвивати інтуїцію, впливати на інтелектуальний рівень, а й виховувати ставлення до математики як до частини загальнолюдської культури, що відіграє особливу роль у суспільному розвитку. Це засвідчує пріоритет математики для формування важливих якостей особистості, а також математичної культури випускника школи як складника його загальнокультурного розвитку, незалежно від обраної майбутньої

професії. Пріоритетними напрямками розвитку математичної освіти мають стати: особистісна зорієнтованість освіти, реалізація методичною системою навчання математики основних функцій математичної освіти.

У Державних стандартах загальної середньої освіти [148] обґрунтовано нові підходи до організації навчання в загальноосвітній школі. Наголошено, зокрема, на тому, що старша школа має функціонувати як профільна. Це створює сприятливі умови для врахування індивідуальних особливостей, інтересів і потреб учнів, формування в школярів орієнтації на той чи на той вид майбутньої професійної діяльності. Профільна школа найповніше реалізує принцип особистісно орієнтованого навчання, що суттєво розширює можливості учня в обранні власної освітньої траєкторії.

Одна з проблем, що перебуває в центрі дослідницької уваги сучасних учених, – профілізація навчання в старшій школі. Порушене питання педагоги й психологи досліджують у різних аспектах: підвищення інтересу учнів до знань за обраним профілем (С. Загребельний [172], Т. Мухіна [401]); розвиток і формування якостей особистості фахівця (інтелектуальних, комунікативних, творчих здібностей; С. Макарова [360]); орієнтація учнів на майбутню професію (В. Вострикова [103], А. Гапоненко [110], Р. Гурина [138], Н. Кнорр [208], М. Кожевникова [214], М. Опачко [421], Л. Тименко [551], А. Шаповалов [607]); підготовка до продовження освіти у вищій школі (О. Болотова [58], О. Гринько [127], В. Козира [216], Р. Кохужева [241]); спрямованість профільного навчання на побудову особистісно орієнтованого освітнього простору, де учень самостійно вибудовує траєкторію освіти в соціокультурному просторі (Л. Благодаренко [52], О. Маскаєва [373], М. Остренко [431], К. Тірська [552]).

Методичні аспекти профільного навчання з окремих дисциплін (математики, інформатики, фізики, медицини) схарактеризовано в працях Т. Гордієнко [125], М. Губанової [131], Л. Жовтан [169], Т. Захарової [176], О. Лосєвої [353], М. Пригодій [464], П. Самсонова [495], І. Смірнкової [532], Я. Цехмістер [594], О. Шестакової [621]. Організацію профільного навчання

учнів середньої школи Німеччини й основної школи Австрії проаналізовано в студіях М. Авраменко [3] та Л. Фаннінгер [569]. Кандидатські дисертації О. Волянської [100], М. Піщалковської [444] присвячено проблемі профільного навчання старшокласників у системі роботи загальноосвітнього навчального закладу в умовах регіону. У докторській дисертації Н. Шиян [622] обґрунтовано концепцію розвитку профільного навчання в загальноосвітній школі сільської місцевості.

Попри накопичений досвід підготовки школярів до осмисленого обрання професії, зафіксовано несуттєву ефективність впливу на фахову самовизначеність старшокласників у профільному навчанні. Донині не була досліджена проблема підготовки школярів до фаху в умовах профільного навчання математики в старшій школі; недостатньо відображена роль математичної культури в професійному зростанні фахівців у галузях, непов'язаних із математичними дисциплінами; не сформовані сутнісні ознаки профілю й критерії їх наявності, які б передбачали класифікацію сфер діяльності в сучасному суспільстві за ознаками, що характеризують, яка діяльність може бути змодельована в навчанні за певним профілем. Проблема організації профільного навчання для розвитку певних фахових здібностей також не стала предметом спеціальних розвідок.

На підставі описаних фактів констатовано низку суперечностей, характерних для сучасного етапу педагогічної практики, а саме:

– психолого-педагогічна наука накопичила солідний досвід із розвитку особистості випускника, спроможного свідомо обирати подальший шлях професійної діяльності, проте цей знаннєвий фонд використовують у шкільній практиці неповною мірою, зокрема в предметному навчанні;

– профільне навчання, з одного боку, спрямоване на реалізацію індивідуальних запитів, розвиток нахилів і здібностей учнів, з іншого – бракує належної уваги формуванню професійно важливих якостей особистості старшокласника, притаманних фахівцям тієї сфери, у межах якої учень обрав профіль навчання;

– здебільшого не реалізовані можливості математики як потужного засобу розвитку особистості, неналежний рівень має математична освіта випускників, оскільки опанування математичних знань становить для учнів певний «бар'єр», який потрібно подолати, а не «сходинок» до успіху, на яку слід піднятися;

– навчання математики на профільному рівні, зазвичай, забезпечує добре володіння програмовим матеріалом, розвиток мислення, інтелектуальних здібностей учнів, проте не виконує функцій математичної освіти в передпрофесійній підготовці.

Подолання цих суперечностей потребує подальшого опрацювання проблеми підготовки старшокласників до професійного самовизначення під час навчання математики в профільній школі. Окреслені фактори аргументовано доводять важливість проблеми організації професійно спрямованого навчання математики учнів профільної школи та актуальність теми дослідження – **«Теоретико-методичні засади навчання математики у профільній школі».**

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертація підготовлена в межах науково-дослідницької теми «Проблеми математичної підготовки учнівської молоді у загальноосвітніх та вищих навчальних закладах» (державний реєстраційний номер 0113U001691), що розробляють на кафедрі математики та методики навчання математики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького. Тема роботи затверджена вченою радою Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького (протокол № 2 від 15.11.2011) та узгоджена в Раді з координації наукових досліджень у галузі педагогіки і психології в Україні (протокол № 9 від 29.11.2011). Результати дослідження обговорено в повному обсязі на засіданні кафедри математики та методики навчання математики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького (протокол № 2 від 30.09.2014).

Мета дослідження – науково обґрунтувати концепцію математичної підготовки старшокласників (МПС) у профільній школі, розробити методичну

систему професійно спрямованого навчання математики та експериментально перевірити її ефективність в освітньому процесі старшої профільної школи.

Досягнення поставленої мети передбачає розв'язання таких **завдань**:

1) проаналізувати філософську, психолого-педагогічну й методичну літературу для уточнення понятійного апарату дослідження в контексті проблеми професійного спрямування навчання в профільній школі;

2) обґрунтувати можливості використання сукупності психологічних, педагогічних, методичних положень як теоретичної основи проектування й організації професійно спрямованого навчання математики в профільній старшій школі;

3) теоретично обґрунтувати та сконструювати концептуальну модель МПС в умовах профільної школи;

4) розробити методичну систему професійно спрямованого навчання математики (ПСНМ) учнів старшої профільної школи, створити й апробувати навчально-методичне забезпечення;

5) експериментально перевірити ефективність теоретично розробленої методичної системи ПСНМ учнів профільної школи в умовах реального навчального процесу.

Об'єкт дослідження – процес навчання математики в старшій профільній школі.

Предмет дослідження – теоретичні й методичні засади організації професійно спрямованого навчання старшокласників математики в профільній школі.

Головна концептуальна ідея дослідження. Удосконалення математичної підготовки учнів старшої профільної школи ґрунтоване на ідеї створення методичної системи професійно спрямованого навчання математики. Проектування й організація ПСНМ учнів профільної школи має відбуватися на підставі концептуальних положень.

1. Математичну підготовку учнів профільної школи потрібно вдосконалювати на основі комплексного системного аналізу традиційних та

інноваційних методологічних ідей, підходів, принципів, з огляду на історичні й сучасні тенденції розвитку шкільної математичної освіти, передового вітчизняного та зарубіжного досвіду функціонування профільної школи.

2. Навчання математики в профільній школі постає як певна система, яка поєднує мету, завдання, зміст, методи, форми, засоби й передбачає отримання очікуваних результатів навчання учнів, що на кожному з напрямів профілізації (загальнокультурному, прикладному, теоретичному) мають бути спрямовані на формування якісної математичної освіти, рівень якої залежатиме від обраного профілю навчання.

3. Теорію ПСНМ учнів профільної школи доцільно вибудовувати на підставі системи вихідних параметрів, дефініцій, теорій, без яких неможливо зрозуміти сутність явища професійної спрямованості навчання математики та дослідити його функції в процесі МПС, оскільки професійно спрямоване навчання, *по-перше*, сприяє соціалізації особистості старшокласника; формуванню психологічної спрямованості на майбутню професію, стійкого інтересу до фахових сфер діяльності, мотивації навчання, яка стимулює пізнавальну діяльність учнів; *по-друге*, передбачає добір змісту освіти на основі міжпредметних зв'язків профільних і загальноосвітніх дисциплін та курсів за вибором.

4. Основні положення концептуальної моделі математичної підготовки старшокласника в профільній школі базовані на: розумінні ролі математичної підготовки в освіті; закономірностях навчання математики; групі принципів, серед яких – класичні дидактичні принципи, принципи профільного навчання, принципи математичної підготовки, що дають змогу окреслювати принципи проектування процесу навчання математики в профільній школі. Фундаментальною основою концептуальної моделі слугують загальнонаукові підходи (системно-структурний, діяльнісний, аксіологічний, семіотичний, компетентнісний) до організації навчання, що вможлиблює становлення й розвиток особистості учня, та методичні підходи до навчання математики, зокрема задачний підхід.

5. Навчання математики учнів профільної школи доцільно проектувати й організовувати, керуючись предметно-математичною компетентнісною моделлю випускника (ПМКМВ) профільної школи. До її складу входить цільовий, мотиваційно-ціннісний, інтелектуально-когнітивний, змістово-діяльнісний, організаційно-діяльнісний, контроль-рефлексивний, підсумковий компоненти. Результатом функціонування моделі стає освічений випускник старшої профільної школи, який володіє рівнем математичної підготовки, що відповідає вимогам до результатів навчання за певним навчальним профілем. Із компонентами ПМКМВ необхідно узгоджувати створення структурно-функційної концептуальної моделі математичної підготовки старшокласника в профільній школі.

6. Методична система ПСНМ у старшій профільній школі в єдності та взаємозалежності своїх компонентів повинна: через підсистему зовнішніх цілей налагоджувати зв'язок цієї системи з іншими зовнішніми системами (освіти, функціонування профільної школи тощо) і впливати на роботу системи ПСНМ через підсистеми внутрішніх загальних та внутрішніх конкретних цілей (*цільовий компонент*); передбачати формування стійких систематизованих знань основ науки, створення сприятливих умов для навчання, виховання й розвитку особистості учнів у контексті професійної спрямованості (*змістовий компонент*); об'єднувати сфери особистості учня, міжособистісну взаємодію учень – учень, учень – учитель, психолого-педагогічні підходи до навчання (*психологічний компонент*); визначати рівень навчальної математичної діяльності (НМД) учня відповідно до обраного навчального профілю, створювати умови діяльності щодо його опанування (*діялісно-організаційний компонент*); з'ясовувати зв'язки між методами, прийомами, організаційними формами, засобами навчання, орієнтованими на його професійне спрямування (*операційно-технологічний компонент*).

7. Основою проектування й реалізації змістового наповнення процесу професійно спрямованого навчання старшокласника математики має слугувати варіативність навчання математики в класах різних профілів, чинники змістової

спрямованості й рівня навчання, особливості організації навчально-виховного процесу в старшій ланці загальної середньої освіти, психолого-педагогічні риси учнів, які обирають різні профілі навчання, та специфіка процесів соціалізації, саморозвитку й самореалізації старшокласників. Такий підхід дасть змогу спроектувати методичну систему ПСНМ на реальний процес навчання в профільній школі у вигляді індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки учня профільної школи. Фреймову модель математичної підготовки учнів як специфічну канву для побудови індивідуальної освітньої траєкторії доцільно створювати на підставі профілю навчання, курсів за вибором, ступеня академічності викладу змісту навчання.

Провідні ідеї концепції відображено в **загальній гіпотезі** дослідження: упровадження в процес математичної підготовки старшокласників у профільній школі науково обґрунтованої методичної системи професійно спрямованого навчання математики сприятиме формуванню в учнів інтересу до професійної сфери «математика» у межах обраного профілю, розвитку мислення, створенню умов НМД на рівні, що відповідає обраному профілю й рівневі вивчення математики (базовий, профільний), а також підвищенню рівня навчальних досягнень учнів із предмета.

Загальна гіпотеза конкретизована в **часткових гіпотезах**, що репрезентують окремі аспекти формування професійної спрямованості особистості учнів певного навчального профілю. Так, навчання математики в профільній школі оптимізуватиме орієнтацію учнів на майбутню професію, покращуватиме якість засвоєння математичних знань, навичок і вмінь та належну математичну освіту випускника профільної школи, якщо згідно з ПМКМВ: 1) у класах загальнокультурного напрямку профілізації спрямовувати навчання математики на досягнення стійкого позитивного ставлення до предмета, розкриття індивідуальних можливостей учнів у контексті обраного профілю навчання, формування їхнього логічного мислення, алгоритмічної й математичної культури, просторової уяви; 2) у класах прикладного напрямку профілізації фокусувати навчання математики на виховання розуміння

вагомості математики для науково-технічного прогресу як універсальної мови науки, як засобу моделювання явищ і процесів у суспільстві та природі; на розвиток мислення, пам'яті, уваги, інтуїції, просторової уяви, інформаційної, алгоритмічної й графічної культури; 3) профільне навчання математики проводити за умов виявлення в учнів нахилів до професій, безпосередньо пов'язаних із математикою; математичної підготовки на високому рівні обґрунтованості, абстрактності, загальності, прикладної спрямованості навчального матеріалу; самостійної роботи та співпраці в опануванні системи математичних знань; розвитку розумового потенціалу, мислення, інтуїції, пізнавальної активності особистості.

Методологічною основою дослідження обрані: положення теорії пізнання та її базисні принципи; загальнонаукові підходи (комплексний, системний, компаративістський) і спеціальні наукові підходи (діяльнісно-праксеологічний, особистісно зорієнтований, аксіологічний, компетентнісний, семіотичний); дослідження з проблем управління навчально-пізнавальною діяльністю, прогнозування й діагностики навчального процесу; теорії навчання та розвитку особистості в освітньому процесі; теоретичні засади індивідуалізації й диференціації навчання; методологічні та методичні вимоги до проведення експериментальних педагогічних досліджень; державні документи щодо оновлення й удосконалення змісту математичної освіти, профілізації загальної середньої освіти.

Теоретичну основу дослідження становлять ідеї, положення, висновки, результати досліджень із проблем філософії освіти (В. Андрущенко [17], І. Зязюн [186], В. Кремень [247] та ін.), психології навчання (Б. Ананьєв [15], О. Асмолов [26], Г. Балл [34], Л. Виготський [94], С. Гончаренко [121], В. Давидов [141], О. Леонт'єв [264], В. Моляко [388], К. Платонов [450], С. Рубінштейн [483], В. Семиченко [503], І. Якиманська [639], Т. Яценко [646] та ін.), теорії діяльності та розвитку особистості (Г. Балл [34], І. Бех [45], Л. Виготський [94], Г. Костюк [238], О. Леонт'єв [264], В. Моляко [388], С. Рубінштейн [483] та ін.); засади компетентнісного (Н. Бібік [50], М. Євтух

[162], І. Єрмаков [164], О. Локшина [351], О. Пометун [459], О. Савченко [488], С. Трубачева [221] та ін.), семіотичного (А. Веряєв [93], Н. Салміна [489], Н. Тарасенкова [544] та ін.), діяльнісно-праксеологічного (Л. Виготський [94], О. Леонт'єв [264], І. Якиманська [637] та ін.) особистісно орієнтованого (І. Бех [46], Е. Зеєр [180], Л. Кондрашова [226], О. Пехота [427], І. Якиманська [637] та ін.) підходів в освіті; теорія професійно спрямованого й компетентнісного навчання (Т. Крилова [248], Л. Нічуговська [415], В. Петрук [443] та ін.); основи диференціації навчання (Н. Бібик [47], О. Бугайов [68], М. Бурда [74], В. Забранський [171], М. Ігнатенко [191], В. Кизенко [199], І. Лікарчук [274], О. Ляшенко [357], П. Сікорський [512], А. Самодрін [493], Р. Утєєва [566], І. Унт [565], В. Фірсов [574], А. Фурман [581] та ін.); психологічні передумови профільного навчання (Л. Божович [55], В. Давидов [141], С. Максименко [362], В. Моляко [388] та ін.); різні аспекти психолого-педагогічного підґрунтя навчання математики (З. Слепкань [524], Н. Талізїна [541], Н. Тарасенкова [544], Л. Фрїдман [577] та ін.), дидактичного й методичного супроводу профільного навчання (М. Бурда [71], Г. Бєвз [43], В. Бєвз [37], В. Гусєв [139], О. Глобін [114], Ю. Колягін [220], О. Матяш [375], В. Моторїна [396, 397], О. Москаленко [393], О. Скафа [518], З. Слепкань [528], Н. Тарасенкова [545], В. Фірсов [389], О. Чашечникова [600], В. Швець [620], С. Яценко [645] та ін.); фундаментальні положення теорії навчання та методології і методики навчання математики (Г. Бєвз [43], В. Бєвз [36] О. Дубинчук [158], Т. Крилова [248], А. Кузьмінський [252], І. Ленчук [263], І. Малова [367], В. Моторїна [394], І. Новїк [416], О. Скафа [516], С. Скворцова [519, 521], З. Слепкань [525], Н. Тарасенкова [542], В. Швець [620]); положення порівняльної педагогїки (Н. Бїдюк [51], Б. Вульфсон [105], О. Джурінський [150], З. Малькова [368], А. Сбруєва [496], О. Цокур [595] та ін.).

Методи дослідження. У ході виконання поставлених завдань використано теоретичні й емпіричні методи науково-педагогічних досліджень. *Теоретичні:* історико-логічний аналіз, проведений під час вивчення теоретичних засад порушеної проблеми; аналіз нормативних документів,

чинного державного стандарту базової та повної загальної середньої освіти, програм, підручників і навчальних посібників із математики для старшої школи з метою з'ясування змісту компонентів методичної системи ПСНМ; теоретичне моделювання, проектування, конструювання й прогнозування, систематизація та узагальнення; *емпіричні*: бесіди, анкетування, тестування, спостереження, вивчення й узагальнення вітчизняного та зарубіжного досвіду в контексті основних положень дисертації, осмислення педагогічного досвіду вчителів математики загальноосвітніх навчальних закладів для його наукового аналізу й узагальнення, систематизація власного педагогічного досвіду; педагогічний експеримент (констатувальний, пошуковий і формувальний етапи) для опису стану проблеми, апробації й перевірки ефективності розробленої системи; методи математичної статистики, комп'ютерне оброблення статистичних даних для опрацювання результатів педагогічного експерименту.

Наукова новизна дослідження полягає в тому, що:

– *уперше* розроблені, теоретично обґрунтовані й експериментально перевірені основні положення концепції проектування та організації професійно спрямованого навчання математики учнів профільної школи; створена структурно-функційна модель математичної підготовки старшокласників у профільній школі; схарактеризована специфіка компаративістського підходу до дослідження проблем профільної диференціації навчання в історичному аспекті для зіставлення явищ, віддалених у часі та просторі; проаналізовані специфічні риси професійної спрямованості особистості, що можуть бути діагностовані в процесі навчання математики в класах кожного профілю без виходу за межі навчальної програми, з'ясований взаємовплив навчання математики й наявного стану мотиваційної, емоційно-ціннісної, інтелектуальної, когнітивної, семіотичної сфер особистості старшокласника, критерії та показники їхньої сформованості; розроблений компонентний склад предметно-математичної компетентнісної моделі випускника профільної школи; створена й теоретично обґрунтована методична система професійно спрямованого навчання старшокласників математики в

єдності і взаємозалежності компонентів (система цілей, система змісту, психологічна, діяльнісно-організаційна й операційно-технологічна системи); до наукового обігу введене поняття «професійно спрямоване навчання математики» (ПСНМ), «фреймова модель побудови індивідуальної освітньої траєкторії учня»;

– *удосконалено* теоретичні засади розроблення навчально-методичного забезпечення математичної підготовки учнів профільної школи в умовах запровадження методичної системи професійно спрямованого навчання старшокласників математики, наукове трактування понять «навчальна математична діяльність» (НМД), «система професійно спрямованих задач»;

– *дістали подальшого розвитку* психолого-педагогічні підходи (діяльнісний, аксіологічний, когнітивно-семіотичний, компетентнісний, системно-структурний) до навчання старшокласників математики в профільній школі, методи, форми й засоби навчання математики в умовах задачного підходу та реалізації принципу професійної спрямованості навчання.

Теоретичне значення роботи вмотивоване тим, що: 1) проведено ретроспективний аналіз проблеми профільної диференціації навчання у вітчизняних і зарубіжних загальноосвітніх навчальних закладах; 2) проаналізовано зміст понять «професійна спрямованість особистості», «професійна спрямованість навчання», уточнено, що останнє постає як категорія педагогічної науки, ґрунтоване на принципі професійної спрямованості навчання, який своєю чергою маркує професійно спрямоване навчання; 3) запропоновано авторське тлумачення поняття «навчальна математична діяльність», визначено її рівні та засоби підготовки учнів до переходу на вищий рівень математичної діяльності; 4) теоретично обґрунтовані й розроблені компоненти методичної системи професійно спрямованого навчання математики (ПСНМ), а саме: система цілей; система змісту, представлена єдністю предметного, діяльнісного, когнітивно-семіотичного, компетентнісного, аксіологічного компонентів; психологічна, діяльнісно-організаційна й операційно-технологічна системи, які своєю цілісністю і

взаємозалежністю орієнтовані на формування та розвиток в учнів стійкого інтересу до професійної сфери, що відповідає обраному навчальному профілю, інтересові до професійної сфери «математика» у межах профілю, різних видів мислення, обчислювальних навичок, словникового запасу, рівня математичної підготовки залежно від напряму профілізації, створення умов для обрання і проходження учнем індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки в профільній школі; з'ясування зв'язків між методами, прийомами, організаційними формами, засобами навчання; 5) розроблено методичні основи реалізації задачного підходу до навчання математики в профільній школі, що вможлиблює організацію засвоєння старшокласниками змісту ПСНМ через уведення до навчання професійно спрямованих задач, орієнтованих на рівень математичної підготовки старшокласників і спрямованих на формування інтересу до фахової сфери «математика» та професійно важливих якостей особистості учнів; а також сформульовано вимоги до системи професійно спрямованих задач у змісті навчання старшокласників математики; б) розроблено фреймову модель індивідуальної освітньої траєкторії учня в процесі його математичної підготовки.

Практичне значення аргументоване тим, що розроблено навчально-методичний комплекс професійно спрямованого навчання учнів профільної школи в процесі їх математичної підготовки, зокрема навчально-методичні посібники для моніторингу рівня якості математичної підготовки учнів і рівня сформованості професійно спрямованості особистості, проведення занять із курсів за вибором, реалізації задачного підходу, який забезпечує засвоєння змісту професійно спрямованого навчання математики учнями профільної школи; підготовлено пропозиції щодо впровадження одержаних результатів у практику математичної підготовки учнів профільної школи й підготовки вчителів у ВНЗ і закладах післядипломної освіти для роботи в профільній школі, що відображено в монографії та низці статей.

Упровадження результатів дослідження в педагогічну практику підтверджене довідками Черкаської загальноосвітньої школи I–III ступенів

№ 15 (довідка № 125 від 03.06.2014), Черкаської загальноосвітньої школи I–III ступенів № 8 Черкаської міської ради Черкаської області (довідка № 296 від 23.06.2014), Навчально-виховного комплексу-гімназії № 12 м. Дніпропетровська (довідка № 226 від 27.06.2014), комунального закладу «Середня загальноосвітня школа № 20 імені О. І. Стовби м. Дніпродзержинська» Дніпродзержинської міської ради (довідка № 152 від 11.06.2014), Томаківської загальноосвітньої школи I–III ступенів № 2 Томаківської районної ради Дніпропетровської області (довідка № 150 від 12.06.2014), Криворізького обласного ліцею-інтернату для сільської молоді (довідка № 73 від 16.06.2014), Липоводолинської спеціалізованої школи I–III ступенів Липоводолинської районної ради Сумської області (довідка № 01-14/329 від 18.06.2014), Чумаківської загальноосвітньої школи I–III ступенів Томаківської районної ради Дніпропетровської області (довідка № 145 від 13.06.2014), Запорізької загальноосвітньої школи I–III ступеня Апостолівського району Дніпропетровської області (довідка № 128/02 від 18.06.2014), Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького (довідка № 212/03 від 05.06.2014), Криворізького педагогічного інституту ДВНЗ «Криворізький національний університет (довідка № 02/02-253/3 від 19.06.2014), Полтавського національного педагогічного університету імені В. Г. Короленка (довідка № 2704/01-55/02 від 19.06.2014), Дніпропетровського обласного інституту післядипломної педагогічної освіти (довідка № 418 від 23.06.2014), Запорізького обласного інституту післядипломної педагогічної освіти Запорізької обласної ради (довідка № 196 від 10.06.2014), Кіровоградського обласного інституту післядипломної педагогічної освіти імені Василя Сухомлинського (довідка № 484/01-12 від 24.06.2014).

Апробація результатів дослідження. Отримані результати оприлюднено на наукових, науково-методичних і науково-практичних конференціях, семінарах, форумах та педагогічних читаннях *міжнародного рівня*: «65-е Герценовские чтения» (С.-Петербург, 2012 р.), «Герценовские чтения – 2013» (С.-Петербург, 2013 р.), «Математика. Образование. Культура» (Тольятті,

2013 р.), «Математическое образование: современное состояние и перспективы» (Могилев, 2014 р.), «Стратегія якості у промисловості і освіті» (Варна, 2012 р.), «I Міжнародна науково-практична інтернет-конференція: Сучасні тенденції розвитку математики та її прикладні аспекти» (Донецьк, 2012 р.), «8-а Міжнародна конференція з геометрії, топології та викладання геометрії» (Черкаси, 2013 р.), «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики» (Київ, 2011 р.), «Засоби і технології сучасного навчального середовища» (Кіровоград, 2012 р.), «Иновационные технологии в образовании» (Ялта, 2010 р.), Конференція ім. академіка М. Кравчука (Київ, 2006 р.), «Проблеми математичної освіти» (Черкаси, 2013 р.), «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики» (Вінниця, 2012 р.), «Професіоналізм педагога в контексті європейського вибору України» (Ялта, 2011 р.), «Розвиток інтелектуальних вмінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу ІТМ*плюс» (Суми, 2012, 2014 рр.), «Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики» (Кривий Ріг, 2005, 2008, 2012 рр.), «Теоретико-методичні проблеми генетичної психології» (Київ, 2002 рр.); *усеукраїнського*: «Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці і освіті» (Черкаси, 2011 р.), «Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів в процесі вивчення математичних дисциплін» (Ялта, 2010 р.), «Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи» (Полтава, 2005, 2008, 2013 рр.), «Особливості навчання природничо-математичних дисциплін у профільній школі» (Херсон, 2010 р.), «Профільне навчання: проблеми, перспективи, шляхи реалізації» (Черкаси, 2011 р.), «Сучасна профільна освіта: традиції та інновації» (Чернівці, 2012 р.), «Філософсько-теоретичні та практико-зорієнтовані аспекти випереджаючої освіти для сталого розвитку» (Дніпропетровськ, 2012 р.), «Фундаменталізація змісту освіти як соціально-педагогічна проблема» (Київ, 2012 р.).

Результати дослідження використано в навчальному процесі під час вивчення старшокласниками дисциплін «Математика», «Алгебра і початки аналізу», «Геометрія» у профільній старшій школі, включено до робочих навчальних програм курсів підвищення кваліфікації вчителів математики в системі післядипломної педагогічної освіти, обговорено на наукових семінарах і засіданнях кафедр математики та методики навчання математики й алгебри та математичного аналізу Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького, на засіданнях науково-дослідницької лабораторії математичної освіти Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького й викладено в публікаціях (2005 – 2014 рр.).

Публікації. Основні результати дослідження представлено в 77 працях, серед яких 2 монографії (1 колективна, 1 одноосібна), 6 статей у зарубіжних та українських виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз, 22 статті в наукових фахових виданнях (19 одноосібних), 7 навчально-методичних і методичних посібників для студентів, викладачів й учителів математики загальноосвітніх навчальних закладів (1 у співавторстві), 1 підручник (у співавторстві), 11 статей в інших виданнях, 28 матеріалів і тез доповідей на конференціях різних рівнів.

Особистий внесок здобувача. У працях, опублікованих у співавторстві, авторові належать такі здобутки: написання розділу «Перпендикулярність прямих і площин у просторі» [109]; розкриття методичних особливостей реалізації прикладної спрямованості теми «Похідна та її застосування», створення презентації вчителя в проєкті «Пані похідна» [277]; з'ясування методичних особливостей формування інтересу до професійної сфери «математика» у процесі опанування теми «Похідна та її застосування» [295]; опис професійних інтересів учнів за методикою Є. Клімова [278]; обґрунтування поняття «міжпредметна задача» і класифікація міжпредметних задач [286]; окреслення дидактичних особливостей ігрових форм навчання [289]; дослідження методичних прийомів уведення пізнавальних задач до змісту навчання математики в старшій школі [319]; підготовка розділу «Числа»,

вправ на обчислення в розділі «Тотожні перетворення виразів» [294]; характеристика евристичних методів навчання [305]; розроблення предметно-компетентної моделі випускника старшої школи [307]; аргументування дидактичної проблеми використання в навчанні педагогічних програмних засобів [317]; виокремлення особливостей диференціації змісту навчання й поділ учнів на групи за рівнем підготовленості та розвитку [323]; обґрунтування нормативної моделі диференційованого навчання [325]; з'ясування актуальних проблем навчання математики в профільній школі [343]; визначення критеріїв емоційно-ціннісної сфери учня, виокремлення способів її формування в процесі навчання математики [346]; написання підрозділу «Професійне самовизначення особистості – завдання профільної школи» [423].

Кандидатську дисертацію на тему «Формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі вивчення предметів природничого циклу» захищено 2006 року, її матеріали в тексті докторського дослідження не використано.

Структура роботи. Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків до розділів, загальних висновків, списку використаних джерел (676 найменувань) і 6 додатків окремим томом. Повний обсяг дослідження – 678 сторінок. Основний зміст викладено на 376 сторінках. Представлено 43 рисунки, 58 таблиць.

РОЗДІЛ 1

ПРОФЕСІЙНА СПРЯМОВАНІСТЬ НАВЧАННЯ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ ЯК ПЕДАГОГІЧНА ПРОБЛЕМА

1.1. Ретроспективний аналіз проблеми профільної диференціації в загальноосвітніх навчальних закладах

У цьому розділі проаналізовано актуальні проблеми та історико-педагогічні аспекти в організації профільної диференціації навчання математики у вітчизняній і зарубіжній школі, як категорію педагогічної науки виокремлено професійну спрямованість навчання, визначено роль математичної підготовки у професійному становленні особистості учнів профільної школи.

1.1.1. Компаративістський підхід до аналізу проблеми профільної диференціації Системи освіти у своєму розвитку підлягають серйозним структурним перебудовам. Модернізуються зміст освіти, методи й засоби навчання. Складаються нові взаємозв'язки між освітніми інститутами й ринком праці. Реформи освіти становлять важливий аспект соціальної політики сучасних держав. Ці процеси набувають глобального характеру, що робить усе більш актуальним ретельний аналіз світового досвіду розвитку освіти [106].

Компаративістський підхід до проблем є методологічним інструментарієм, який дозволяє на основі порівняння визначати місце певних феноменів культури, науки або в цілому людського буття. Це підтверджує той факт, що компаративістика має бути залученою до дослідження проблем дидактики і зокрема – методики навчання окремих шкільних дисциплін.

Компаративістський підхід до аналізу проблем профілізації в середній загальній освіті надасть можливість більш точно і глибоко схарактеризувати міжнародний досвід модернізації змісту освіти та навчального процесу, що, у свою чергу, сприятиме адекватному визначенню міри ефективності профілізації освіти тієї чи іншої країни. Розглянемо особливості компаративістського

підходу до аналізу світового досвіду в галузі освіти і виокремимо спектр питань, які можуть бути дослідженими із залученням компаративістського підходу.

Становлення компаративістського підходу спирається на плідну традицію перш за все в гуманітарній сфері: історичних дослідженнях, мовознавстві, теорії літературного процесу тощо. Останнім часом ідеї компаративізму продуктивно впливають на розвиток юриспруденції, економіки, соціології. Відповідні процеси досягли нормативно-методичного рівня в межах філософського аналізу [83].

У той же час за визначенням Н. Буруковської [84, с. 63-64] формування методології компаративістського підходу науковою спільнотою сприймається як можливий, але ще недостатньо обґрунтований напрямок конструктивних зрушень, який потребує рефлексійного усвідомлення і чіткого визначення сфери використання.

За оцінкою В. Котенко [240], компаративістський підхід набуває сьогодні особливого значення, оскільки відображає більш широке поле інтердисциплінарних процесів у постнеокласичному науковому дискурсі, у якому окреслюються нові комплексні стратегії дослідження, метатеорії та методологічні підходи, що пов'язують створені в різних цивілізаціях і культурах типи наукового мислення, творчості і сприйняття дійсності.

Н. Буруковська [84] підкреслює, що компаративістський підхід до проблем є тим методологічним інструментарієм, який надає можливість досліднику виявити тотожність і різноманітність подій, процесів, ситуацій, а також порівняти та визначити місце того чи іншого феномену культури, науки, людського буття в цілому тощо.

Поняття «компаративізм» походить від латинського «*comparo*», що перекладається як «порівнюю» [246, с. 694]. Компаративістика (від англ. *comparative* – порівняльний) – особливий напрямок наукових досліджень, головна функція якого – порівняльний аналіз суспільних процесів, соціальних інститутів, моделей культури різних країн [105, с. 79]. Так, у «Філософському

словнику» [572, с. 452] вказується, що «компаративний (від лат. *comparatio* – рівне співвідношення, співмірність, порівняння, звірення, взаємна угода) – 1) загальна назва сукупності порівняльних методів у різних галузях гуманітарного знання (правознавство, літературознавство, мовознавство, культурологія, історія та релігієзнавство), 2) філософська теорія порівняння як базисної логічної операції розуму».

Компаративістика як дисципліна, за визначенням [539], поглиблює наші знання за допомогою багатостороннього підходу, який ґрунтується на академічно строгому й багаторівневому знанні й точній методології.

Що стосується дефініції «компаративний підхід», то в дослідженнях С. Курносової [255] знаходимо таке трактування: «Сукупність дослідницьких методів і засобів, що забезпечують ефективність аналізу суспільних та інституційних процесів з метою уніфікації термінів і понять педагогічної науки, зіставлення різних моделей освіти та освітньої політики, теоретичних установок педагогів і діячів освіти, прогнозування можливих шляхів розвитку професійної освіти».

Більшість компаративістів підкреслюють першорядну важливість порівняльного вивчення міжнародного педагогічного досвіду переважно на макрорівні (організація систем освіти, їх місце в соціальній інфраструктурі, найбільш загальні цілі навчання і виховання і т. ін.). Повноцінне сучасне дидактичне дослідження передбачає звернення до концепцій відомих закордонних дидактів або досвіду модернізації навчального процесу в зарубіжних школах. Завдання сучасної порівняльної педагогіки – аналізувати стан і перспективи розвитку всіх ланок системи освіти, що є і до школи, і після неї, і поряд з нею. Як зазначає Б. Вульфсон [105], в центрі уваги порівняльної педагогіки тривалий час перебували, насамперед, реальні процеси і явища в галузі освіти. Тепер поряд з таким напрямком досліджень набуває актуальності порівняльний аналіз теоретичних конструкцій, які є основою реформ організації та змісту навчально-виховної діяльності освітніх інститутів в різних країнах. Такий аналіз допомагає глибше зрозуміти справжню сутність і

глибинний сенс змін, які відбуваються, надає можливість неупереджено зіставити теоретичні настанови закордонних і вітчизняних науковців. За визначенням Б. Вульфсона [105], результати досліджень, які здійснюються в межах дидактики, надають змогу компаративісту більш точно і глибоко характеризувати міжнародний досвід модернізації змісту освіти та навчального процесу, що, у свою чергу, сприяє адекватному визначенню міри ефективності системи освіти тієї чи іншої країни.

Порівняльно-педагогічні дослідження [105] припускають:

- зіставлення **систем виховання та соціалізації** молоді в різних країнах;
- розгляд проблем, що стосуються **організації та управління освітою**;
- зіставлення **горизонтальні**, предмет яких – освіта в різних країнах в межах одного історичного періоду;
- звернення до матеріалів **соціологічних досліджень**;
- **аналіз кількісних показників**.

Компаративістський підхід виокремлює зовсім особливу сферу дослідження, а саме, ті дослідження, які ставлять своєю метою виявлення деяких загальних характеристик, властивих багатьом наукам, які виникли автономно, їх історичних типів, наукових напрямків, шкіл, проблем. Розвиток наукової компаративістики пов'язаний із визначенням її проблемного поля, переходом від аналізу часткового до аналізу історичних, онтологічних, епістемологічних, логічних, методологічних, аксіологічних, етико-естетичних проблем наукової реальності, різних наукових напрямків і шкіл [240].

Дослідницькою основою компаративістики є не стільки сам факт використання порівнянь – їх широко використовують віддавна, крім того, вони постають у різноманітних царинах життя, які небагато спільного мають із пізнанням і наукою, – скільки застосування порівняльних дій як цілісного й систематично практикованого дослідницького методу. Для компаративістики характерними є щонайменше три різні площини порівнянь [539]. Кожна з них послуговується іншою логікою порівняльних зіставлень.

Першою з цих площин є сфера діячності. Нею займається історична компаративістика. Завданням історичної компаративістики є, зокрема, формування відчуття історичної спільноти епох, безперервності історії, простеження в них повторюваних елементів.

Другу площину порівнянь визначають зіставлення явищ, так чи інакше віддалених просторово – як близьких, так і далеких, як синхронних одне щодо іншого, так і асинхронних.

Третє поле – згадуване вже раніше – обіймає, своєю чергою, порівняння дискурсів і форм культури відмінних семіотично.

Так у процесі формування методології компаративістського підходу Н. Буруковською [84] визначаються прагматично-емпіричні особливості й риси методологічної схеми компаративізму, а саме:

- цілісність і зв'язність аспектів, які усвідомлюються як наявність підґрунтя для можливих синтезів, тим самим сприяють створенню багатоманітності форм та зв'язків;
- одночасність і співіснування різних форм, моделей, конструкцій, смислів, які спираються на реальні, але недостатньо усвідомлені тенденції буття і культури;
- рефлексія і недосконалість наявних форм, смислів, зразків, які принципово не можуть реалізувати потенціал тезаурусу культурної спільноти, що перебуває в постійному творчому пошуку.

Компаративістська методологія аналізу наукової реальності передбачає також класифікацію об'єктів порівняння за двома основними ознаками [240]: масштабності (мікро- і макрокомпаративістика) і змістовності. На рівні мікрокомпаративістики предметом порівняння можуть бути тексти окремих науковців (з позиції еволюції поглядів); тексти різних науковців для з'ясування їх поглядів на одну і ту саму проблему; системи ідей різних науковців (М. Кузанський – Г. Галілей, Б. Паскаль – Р. Декарт, Ф. Бекон – І. Ньютон і т.д.). На рівні макрокомпаративістики відповідно порівнюються: концепції шкіл і

напрямів науки; історичні епохи науки; філософія науки й інші форми рефлексії науки; наука та інші форми духовного освоєння світу тощо.

«Макро- та мікрокомпаративістика на змістовному і формальному рівнях послуговується текстуальним, функціональним та ціннісним підходами. Характер порівнянь (описовий, діалогічний, проблемно-теоретичний тощо) залежить від методу (порівняльно-типологічного, порівняльно-історичного, парадигмального, за аналогією, синтетичного тощо)» [190, с. 237].

З точки зору змістовності предмета у процесі класифікації компаративної методології [255] розрізняють формальний і змістовий рівні дослідження. За предметом дослідження й одиницею порівняння виокремлюють: текстуальний підхід (за одиницю порівняння приймається текст); функціональний підхід (предмет порівняння розглядається з позиції того функціонального навантаження, яке він має як елемент системи); ціннісний підхід (ураховуються цінність, вагомість і значимість впливу предмета дослідження). За характером розрізняють: описове порівняння (мета його – отримати наочне уявлення про предмет, перше наближення до нього); діагностувальне порівняння (мета – перевірка гіпотези); проблемне порівняння (мета – методологічний пошук). За ступенем спільності одержуваного результату розрізняють: зіставно-типологічний метод (цей метод дозволяє отримати результати досить загальні за обсягом і тому значною мірою наближені); порівняльно-історичний метод (результатом цього типу порівняльної методології стає розгляд предмету у його генетичному історичному розвитку); парадигматичне порівняння; порівняння за аналогією й індивідуальний метод порівняння.

Як зазначається у дослідженнях Н. Буруковської [85] філософська компаративістика виходить з порівняння і зіставлення, діалогу й полілогу, національного й інтернаціонального, намагаючись охопити закономірності шкіл та напрямків, вказати цілі та масштаби, змістовність процесу, тому можна припустити перспективу розвитку мікро- і макрокомпаративістики: порівняння текстів окремих мислителів, систем ідей, а також діалог філософських шкіл і напрямків, національних форм філософського знання.

Усі особливості компаративного аналізу служать для процесу пізнання феномена людини як суб'єкта творчої діяльності.

Головною умовою використання потенціалу компаративного аналізу є так звана «ситуація постмодерну», завдяки якій у розвитку науки останнім часом превалюють дослідження на міждисциплінарному рівні, які значно розширюють коло наукових інтересів дослідників із різних галузей знання.

Науковці майже всіх галузей природничих і гуманітарних наук надають перевагу суб'єктивним якостям індивіда у процесі пізнання світу та прогресу науки, а такий процес пізнання можливий лише завдяки використанню нового для цих наукових галузей методологічного інструментарію – компаративного аналізу [84].

Питання еволюції суттєвих взаємозв'язків у сфері освіти в контексті постійного динамічного розвитку розглядає сучасна філософія освіти. Для розв'язання цих питань філософи [83] виокремлюють такі методичні концепції, як: нормативну; орієнтуючу; продуктивну.

А також пропонують осмислювати проблеми сучасної філософії освіти на рівнях: педагогічно-методичному, психологічно-прагматичному, філософсько-методологічному [83].

У межах цих рівнів у дослідженні Н. Буруковської [83] запропоновано виокремлення таких аспектів філософії освіти, як методичний, методологічний, аксіологічний, тощо схарактеризовано їх функції наступним чином:

1. Методичний аспект визначає стандарти навчального процесу, за створення нових методик на базі сучасних продуктивних тенденцій.

2. Методологічний аспект виводить спілкування на суто новий напрямок освітянської діяльності – діалог між основними суб'єктами освіти. Це дає змогу усвідомити, що в процесі людського життя потрібно руйнувати не досвід, набутий людством до теперішнього часу, а оцінити та вдосконалити форми, в яких цей досвід втілено.

3. Для народження та розвитку нових ідей потрібен пошук і знаходження нових інтелектуальних форм, а також руйнування стандартів та стереотипів

процесу діяльності та навчання в межах кожного з аспектів нової філософії освіти. Нині в умовах модернізації сучасної філософії освіти аксіологічний аспект стає стрижнем інтеграції гуманістично-орієнтованих ідей у сфері освіти.

Компаративний аналіз наукової реальності передбачає систему підходів [240]. Серед них аналітичний і синтетичний є основними. Вони припускають, з одного боку, адекватний розгляд певної епохи, ареалу, концепції науки і виявлення причин, основ і фундаментальних принципів її побудови, з іншого, – порівняння, зіставлення підстав, принципів, методів й ідеалів, традицій і новацій розвитку певних епох, ареалів, зіткнення парадигм, традицій, основних епох розвитку наукової реальності. Крім того, аналітичний підхід передбачає розгляд епох науки, їх парадигм уже як результату й інтерпретацій попередніх систем як змісту певного діалогу філософських, наукових і культурних традицій.

До основних завдань, що розв'язуються в контексті компаративістського підходу, в педагогічній науці та практиці, відносяться наступні [255]:

- системний опис новітніх і маловідомих фактів, які відображають реальні процеси розвитку освіти;
- систематизація й аналіз кількісних даних про розвиток систем освіти;
- виявлення й аналіз найважливіших закономірностей і тенденцій розвитку освіти;
- розроблення науково-обґрунтованих критеріїв оцінки якості та ефективності освіти в тій чи іншій системі;
- визначення пріоритетних напрямків освітньої політики, зіставлення досягнень і недоліків різних систем освіти.

Маючи за мету виявлення деяких загальних характеристик профільної диференціації в загальноосвітніх навчальних закладах, компаративістський підхід до дослідження будемо залучати для порівняння в галузі діахронії та зіставлення явищ, так чи інакше віддалених просторово. Задля здійснення класифікації об'єктів оберемо дві основні ознаки: масштабності (мікро- і

макрокомпаративістика) і змістовності. За предметом дослідження обираємо функціональний підхід (предмет порівняння розглядається з точки зору того функціонального навантаження, яке він має як елемент системи); за характером порівнянь – описовий, який залежить від порівняльно-типологічного і порівняльно-історичного методів.

1.1.2. Історія становлення профільної школи Профільне навчання не є абсолютно новим феноменом педагогічної практики. Спробуємо осмислити вітчизняний і закордонний досвід минулого й сьогодення, пов'язаний із профільною диференціацією шкільного навчання на засадах компаративного аналізу. Для будь-якої гуманістичної науки її власна історія – це не другорядне питання. Визначення і характеристика етапів розвитку тієї чи іншої науки підвищують її методологічний рівень, сприяють збереженню необхідної історичної наступності у її еволюції.

1.1.2.1. Профільна школа в історії педагогіки до поч. ХХ ст. Уперше в історії педагогічної думки констатуємо уявлення про диференціацію навчання ще в афінських школах. Саме в афінських школах відбувся своєрідний поділ досліджуваного матеріалу на окремі предмети залежно від спеціальності вчителя-кіфариста, граматиста, гімнаста або філософа [510, с. 70]. Однак диференціація предметів ще була незавершеною і набула своєї специфіки у створенні трівіума і квадріума (сім вільних мистецтв) тільки в римській освітній системі. Саме в цій системі на початку нашої ери шкільні предмети становили вільні мистецтва, які слід було відрізнити від «механічних мистецтв», що підготовляли до ремісничої діяльності та не визнавалися римською знаттю. Спочатку до цієї схеми Марко Варрон вніс дев'ять дисциплін: риторику, діалектику, граматику, арифметику, геометрію, астрономію, музику, медицину й архітектуру. Однак пізніше ця схема була скорочені, а шкільний курс семи вільних мистецтв став двочастинним і поділявся на трівіум (риторика, діалектика, граматика) і квадріум (арифметика, геометрія, астрономія і музика). Така структура, запропонована Боецієм, стала канонічною [510, с.71].

Характерною рисою педагогіки епохи Відродження [510, с.92] є чітка ієрархія системи освіти: нижча ступінь представлена елементарною школою; навчальні заклади підвищеної загальної освіти – міськими (латинськими) школами, гімназіями і колежами, коледжами; вища ступінь – університетами, гуртками й академією.

Як основні тенденції, що характеризують розвиток освіти в епоху Просвітництва, В. Сітаров [510, с.100] виокремлює такі:

- консервативний характер усієї системи освіти, орієнтованої на вузько-функціональну підготовку учнів;
- розгляд освіти як цивільного обов'язку для представників різних верств населення;
- поява освітніх установ для представників різних верств населення, що відрізняються як програмами навчання, так і специфікою організації навчального процесу.

Сформована однакова система навчання мала національні особливості в різних європейських державах. Ідеї, які виникали в розвитку вітчизняної школи XVI-XIX ст., і були пов'язані з організацією профільного навчання систематизовано і представлено у додатках (додаток А. 1). Їх аналіз дозволяє виокремити характерні риси профілізації, а саме:

- наявність шкіл різної практичної спрямованості, що готують учнів до різних професій;
- створення поліпрофільні школи, продиктоване характером суспільного розвитку;
- навчання в середніх навчальних закладах з елементами диференційованого характеру;
- біфуркація гімназій на філологічне і фізико-математичне відділення;
- закладання основ педагогічної психології та проголошення тези про виховну і розвивальну функцію навчання.

На початку XX ст. обговорювалося кілька різних проектів типології навчальних закладів. Одним із них є проект міністра освіти М. Боголепова, за

яким пропонувалася така типологія; гімназія з двома стародавніми мовами (латинська і грецька); гімназія з однією латинською мовою; гімназія, що допускає принцип індивідуалізації (для учнів, що виявили успіхи в тому чи іншому предметі, дозволялося посилення занять з цього предмета, тобто педагогічна рада мала у своєму розпорядженні більшу волю в розподілі занять з учнями); реальне училище; так звана школа нового типу (тут передбачалися додаткові заняття для дітей, що виявили інтерес і схильності до вивчення мов або природничих наук; на старшому ступені передбачалася фуркація за трьома напрямками: класичний, природничий і гуманітарний; середня школа з біфуркацією (гуманітарним відділенням і реальним відділенням) – передбачалося з'єднання в одній школі двох типів навчальних закладів: гімназії і реального училища [220, с. 21].

Отже, проблема диференціації навчання була в центрі уваги педагогічної громадськості і знаходила рішення в російській дореволюційній школі через фуркацію на старших ступенях навчання.

Нового імпульсу ідея профільного навчання набула у процесі підготовки в 1915–1916 рр. реформи освіти [374], що здійснювалася під керівництвом міністра освіти П. Ігнат'єва [448]. У повідомленні Комітету з реформи школи (21 квітня 1915 року) загальними задачами школи були такі: школа надає закінчену середню освіту; школа повинна розвивати в учнів національну самосвідомість; мати різні напрямки. Так пропонувалося після початкової школи мати єдину школу (гімназію) із семирічним терміном навчання. Після четвертого гімназичного класу учні повинні бути поділені за напрямками: новогуманітарний (основні предмети – словесність, рідна й іноземна мови, історія), гуманітарно-класичний (з поглибленим вивченням стародавніх мов) і реальний (відділення природничих наук і математики) [448].

Здійснюючи порівняльний аналіз диференціації навчання у вітчизняній школі та педагогіці на межі XIX і XX століть та досліджень сучасного стану проблеми, ми схиляємося до позиції А. Арапова [20] і виокремлюємо основні

напрямки подальшого розвитку диференціації навчання, до яких відносимо такі:

- поширення в масовій школі внутрішньокласної диференціації, яка досить повно розроблена як в теорії, так і в практиці навчання і дозволяє організувати навчальний процес з урахуванням реальних навчальних можливостей учнів;
- здійснення більш гнучкої диференціації, яка надавала би можливість вивчення обов'язкових предметів всім учням на різних рівнях, забезпечувала широкий набір додаткових (або факультативних) навчальних предметів та розвиток профільної диференціації на старшому ступені навчання;
- згладжування жорсткої зовнішньої диференціації між різними типами шкіл за рахунок максимальної кореляції їх навчальних програм із загальноосвітніх предметів;
- створення шкіл для дітей, які виявили особливу обдарованість в окремих видах діяльності.

Кінець XIX і початок XX ст. позначені могутнім підйомом у розвитку методичної думки (таблиця 1.1). У русі за реформу викладання математики брали участь представники різних класів, що наклало на нього певний відбиток, рух не мав однорідного характеру. Це свідчить про те, що чітко сформувалися прогресивні погляди передової частини вітчизняної методичної думки на початку XX сторіччя [115, с.39].

У 1899 році для п'яти проектів середніх шкіл було обрано п'ять різних варіантів програм з математики [533, 115]: 1) класична гімназія з двома стародавніми мовами (27 годин математики за весь курс, виходячи з тижневого навантаження учнів по класах); 2) класична гімназія II типу (27 годин); 3) гімназія з однією латинською мовою (29 годин); 4) реальне училище (37 годин); 5) середня школа нового типу с 6-го класу галузі – гуманітарна – 30 годин, новогуманітарна – 32 години, класична – 30 годин.

Напрямки розвитку методичної думки кін. ХІХ – поч. ХХ ст.

Автор	Ідея розвитку
В. Лермантов, П. Єнько [265, 161]	Матеріальний напрямок, який захищав інтереси буржуазії і вимагав від викладання математики повідомлення тільки корисних відомостей, «необхідних у житті математичних розрахунків»
С. Поляков [456]	«Методологічний напрямок», заснований на ідеалістичних передумовах філософії раціоналізму, згідно з яким передбачалося вибудувати викладання математики на матеріалі, згрупованому навколо методів дослідження
В. Мрочек, Д. Галанин [399]	Напрямок, який спирався на теорію «вільного виховання»
С. Шохор-Троцкий, А. Астряб, К. Лебединцев [259, 115]	Прогресивний напрямок виходив із вимог усебічного розвитку особистості, прагнув до того, щоб: матеріал, який вивчається, був засвоєний осмислено, математичні знання були максимально наближеними до життя, розвивалися кмітливість та ініціативність
К. Щербина [629]	Напрямок, який передбачав такі цілі викладання математики у середній школі: «...ознайомити з математикою а) як з наукою, як з науковою системою, що забезпечує злагодженість і порядок в уяві; б) як з потужним методом, що надає можливість вивчати явища довкілля; в) нарешті, як цінне знаряддя для розвитку усіх сторін духу і, зокрема, мисленневих здібностей учня
А. Власов [98]	Напрямок, який підкреслює значення математики у пізнанні світу, значення розвиненого математичного мислення у пізнанні окремих сторін об'єктивного світу

Принципами системи освіти були суворостановість і класицизм. Основою для поліспрямованості математичної освіти став принцип застосування різних програм для різних типів навчальних закладів.

Найкращу у Росії математичну підготовку давали кадетські корпуси (військові гімназії); добре було поставлене викладання математики в гімназіях; задля одержання якісної середньої математичної освіти слугували реальні училища. Кожному відпускалося стільки знань, скільки було потрібно для його стану. Основними цілями навчання математики у першій половині ХІХ століття

були: 1) навчити учнів обчислювати; 2) навчити учнів застосуванню отриманих знань задля розв'язування практичних задач; 3) сприяти формально-логічному розвитку учнів [225].

Отже, на початку ХХ століття як у роботах прогресивних педагогів, так і в «розумах» чиновників освіти стала чіткіше виявлятися необхідність диференційованого навчання учнів і в першу чергу профільного навчання.

На початку ХХ століття ідея диференціації навчання математики зміцнювалася. Матеріали з реформи середньої школи [390; 391; 556; 557; 558] свідчать про те, що навчання відбувалося на двох ступінях: I ступінь – 1, 2, 3 класи (арифметика, наочна геометрія, алгебра); II ступінь – 4-7 класи за наступними напрямками: А. Фізико-математична галузь реального відділення; Б. Природничо-історична галузь реального відділення; новогуманітарне відділення; гуманітарно-класичне відділення.

1.1.2.2. Ідеї профілізації у радянській школі Актуальна в різні періоди розвитку вітчизняної педагогіки диференціація навчання реалізовувалася по-різному на певних історичних етапах функціонування школи. Історичні особливості організації профільного навчання у ХХ ст., як одного із видів диференційованого навчання, на кожному етапі історичного розвитку подано в додатку А. 2. Важливими для розвитку ідеї профілізації є здобутки радянської школи 1917-х–1990-х рр., які можна умовно поділити на певні етапи щодо становлення профільної диференціації навчання. Так Н. Шиян [622] на основі даних розвитку суспільства, педагогіки і пріоритетності освітньої парадигми виокремлює дев'ять етапів становлення профільної диференціації навчання у ХХ ст. подані у додатку А.3. Слід зазначити, що найбільш плідними з точки зору розвитку профільної диференціації у навчанні математики виявилися IV і V етапи (кінець 50-их рр., 60-ті рр.). Саме в цей період у 1959 р. С. Шварцбург у московській школі № 444 створює перший в країні спеціалізований клас, який готує програмістів-обчислювальників [613]. Підготовка програмістів-обчислювальників вимагала глибокої математичної підготовки, тому і виникла ідея створення школи з поглибленим вивченням математики. Автором і

натхненником даного проекту став С. Шварцбурд [611; 612; 614; 615]. Під його керівництвом було розроблено програму з математики для середніх навчальних закладів нового типу – математичних шкіл. У 1961 році Міністерством освіти РРФСР було затверджено кваліфікаційну характеристику, навчальний план, програми із загального курсу математики, спеціальних навчальних предметів. Це стало відправною точкою для появи в СРСР шкіл і класів з поглибленим вивченням математики, математичних інтернатів.

Ми погоджуємося з точкою зору Н. Шиян [622], стосовно того, що у 80–90-ті рр. науковий інтерес до проблеми зростає, урізноманітнюються форми профільного навчання, відбувається розвиток навчальних закладів нового типу, становлення профільного навчання в загальноосвітній школі, розробляються концепція середньої освіти [227] й профільного навчання.

Серед проблем реформи математичної освіти ученими-методистами [468] розглядалися такі: 1. У старшій ланці школи пріоритет надається різноманітним формам профільного вивчення предметів. Одна з основних форм диференціації у старших класах має вияв у скороченні обов'язкових предметів і уведенні предметів на вибір. Питання, пов'язані з добором обов'язкових предметів і предметів на вибір, з визначенням часу на ці групи предметів досліджував М. Рогановський. 2. Піднімалося питання (Є. Семенов) про використання «методу нашарування» як необхідного засобу урахування вікових особливостей учнів і систематизації їхніх знань (знання повинні ставати більш широкими, осмисленими, іншим повинний бути рівень строгості, узагальненості, глибини, а на колишні знання учень повинний дивитися, немов у дорозі дитинство з вершини дорослості). 3. Н. Кварацхелія наголошував на тому, що сучасна система навчання математиці в школі повинна забезпечити такий рівень підготовки у профільному навчанні, що цілком забезпечував би потреби вищої школи.

Відхиляючи орієнтацію на «плановані обов'язкові результати», В. Болтянський, Г. Глейзер, С. Черкасов [59; 113] пропонують свою концепцію диференційованого навчання математиці. Ця концепція припускає поділ учнів

за їх ставленням до предмета на три групи: 1) ті, для кого математика є лише елементом загального розвитку; 2) ті, хто уважає математику важливим інструментом у подальшій професійній діяльності; 3) ті, хто обрав математику як основу своєї майбутньої діяльності. Відповідно рівні опанування математики умовно названі загальнокультурним, прикладним і творчим. Задля реалізації цієї концепції її автори вважають за необхідне створити три підручники математики, що відповідають загальнокультурному, прикладному і творчому рівням. Ці підручники, за задумом авторів концепції, повинні бути написані в одному ключі, дотримувати однієї програми, однієї послідовності викладу. У цих підручниках математики повинна бути передбачена можливість у будь-який момент переходити з одного на інший. Кожен учень повинний мати у своєму розпорядженні повний комплект цих підручників, оскільки передбачається мати єдиний підручник загальнокультурного рівня і ще паралельно підручники прикладного і творчого рівнів.

Уведення системи профільного диференційованого навчання на цьому етапі спиралося на досить глибоко розроблені в науці підходи до вивчення структури особистості, в основу було покладено ідеї К. Платонова [385] про підструктури особистості (соціально зумовлена підструктура, індивідуально набутий досвід, індивідуальні особливості психічних процесів, генетично зумовлені властивості особистості).

Щодо реалізації концепції диференційованого навчання математики відомі науковці-методисти М. Метельський [383], В. Болтянський, Г. Глейзер [59], О. Дубинчук, З. Слєпкань, С. Соболев, С. Філіппова [157] висловлювали такі думки:

1. Основу диференційованого навчання у старших класах повинні скласти класи з поглибленим вивченням дисциплін певного профілю: фізико-математичного, хіміко-біологічного, гуманітарного й ін. Об'єктивною основою диференційованого навчання є те, що в різних профілях на математику треба приділяти різну кількість тижневих годин, знадобляться різні програми й підручники. Кожен профіль повинен практично відповідати на найближчі йому

запити суспільства. З іншого боку, зберігаючи академічні й політехнічні цінності, запровадження диференціації має зберегти й розвинути загальнокультурні і загальнолюдські завоювання школи. Одним із таких завоювань є вивчення усіма учнями середньої загальноосвітньої школи основ науки математики, що проникає усе ширше в усі галузі людської діяльності. Математика потрібна всім, навіть майбутнім гуманітаріям, і може бути їм навіть більше, ніж тим, хто її буде вивчати після школи. Варто неодмінно гарантувати підхід, у результаті якого математика повинна стати обов'язковим предметом у навчальному плані для гуманітарних класів за деякого мінімуму тижневих годин із полегшеним змістом, доступним і привабливим для учнів.

2. Досягнення визначеного рівня математичної культури, стилю мислення й обсягу знань – ось те, до чого в першу чергу варто прагнути, навчаючи дитину, яка надалі буде мати мало справи з математикою.

3. У концепції шкільної математичної освіти однією з тенденцій, розкритою на основі аналізу світового досвіду, є розуміння необхідності математичної освіти для всіх учнів. Адже тільки за наявності відповідної математичної підготовки в умовах безперервної освіти людина може розв'язати питання про свою подальшу долю, якщо йдеться про підвищення кваліфікації, оволодіння новою професією, спеціальністю, усунення прогалин попереднього етапу навчання.

1.1.2.3. Досвід країн Європи і світу у здійсненні профільної диференціації Становлення вітчизняної профільної школи не може відбуватися без орієнтації на досвід шкільної освіти за кордоном, де до 70% шкіл є профільними. Елементи профільного навчання у європейській старшій школі тією чи іншою мірою почали запроваджуватись понад сто років тому, коли стало зрозумілим, що в епоху бурхливого розвитку науки та швидкого накопичення обсягу нової інформації, яке мало місце в кінці XIX – на початку XX століття, реалізувати заклик Я. Коменського «учити всіх усьому» виявилось не під силу тогочасній загальноосвітній школі. Більш ніж сторічний досвід провідних країн Європи у розбудові ідеї профільного навчання та її втілення у

сучасні системи освіти різних країн нами систематизовано за джерелами [647; 649; 655; 656; 657; 659; 671; 672; 674; 675] й представлено в додатку А.4.

Як зазначається у [175] основні тенденції профільного навчання в зарубіжній європейській школі полягають у такому: профільне навчання передбачено на третьому рівні за Міжнародною стандартною класифікацією освіти ЮНЕСКО (2011 р.), навчальні програми на ньому є диференційованими. Кількість напрямів диференціації/профілів може варіюватись від 3 (Німеччина, Франція) до 17 (Швеція). Старша школа у країнах – членах ЄС – це щонайменше 3 роки (Греція, Данія, Ірландія, Голландія, Німеччина, Норвегія, Португалія, Фінляндія, Франція, Швеція, Шотландія), а то 4 (Австрія, Англія, Уельс, Бельгія, Люксембург, Північна Ірландія).

У більшості країн Європи (Франції, Голландії, Шотландії, Англії, Швеції, Фінляндії, Норвегії, Данії й ін.) усі учні до 6-го року навчання в основній загальноосвітній школі формально одержують однакову підготовку. До 7-го року навчання учень повинен визначитись у виборі свого подальшого шляху. Кожному учневі пропонуються два варіанти продовження освіти в основній школі: «академічний», який у подальшому відкриває шлях до вищої освіти, та «професійний», в якому навчаються за спрощеним навчальним планом, що містить переважно прикладні та профільні дисципліни [175].

Коротка характеристика зарубіжного досвіду організації профільного навчання, представлена у Проекті Концепції профільного навчання [233], засвідчує існування двох базових підходів до організації профільного навчання, а саме: 1) профілізація в межах єдиної установи; 2) профілізація в межах окремих типів навчальних закладів (академічних, технічних, професійних тощо).

Там же підкреслюється, що незалежно від національної специфіки в усіх країнах Європи профільне навчання базується на визначенні переліку навчальних предметів/освітніх галузей, змісту, вмінь і навичок/компетентностей, необхідних для підготовки молоді до дорослого життя. Узагальнений варіант є комбінацією таких компонентів:

- загальноосвітніх предметів, що є обов'язковими для вивчення усіма учнями;
- обов'язкових предметів, що відповідають обраному профілю/напрямку навчання;
- предметів за вибором (загальноосвітні чи профільно-базовані);
- міжпредметних галузей/тем/курсів, зорієнтованих на формування ключових компетентностей;
- релігійної/моральної освіти (за бажанням учнів та їхніх батьків);
- предметів/курсів практичного спрямування, що передбачають у тому числі волонтерську роботу у громаді.

Профільний предмет залишається головним компонентом змісту освіти на цьому рівні, передбачаючи поглиблене вивчення інших предметів обраного профілю. Компонент із предметів за вибором надає учням можливість удосконалювати знання з обраної галузі шляхом вивчення поглиблених модулів з фаху або споріднених з ним. Можливим є вибір протилежних до профілю дисциплін або дисциплін загального характеру [233]. Як зазначала З. Слєпкань [527] у цілому, у старшій зарубіжній школі нині спостерігається стійка тенденція до скорочення кількості профілів і навчальних курсів за рахунок збільшення у навчальному плані обов'язкових предметів і курсів.

Аналіз закордонного досвіду, представлений у Проекті концепції профільного навчання [233] дозволяє виокремити такі загальні для всіх вивчених країн риси організації навчання у старшій ланці загальної середньої освіти:

1. Загальна освіта на старшому ступені в усіх розвинених країнах є профільною.
2. Як правило, профільне навчання охоплює три останніх роки навчання у школі.
3. Частина учнів, які продовжують навчання у профільній школі, неухильно зростає в усіх країнах і складає на сучасному етапі не менше 70 %.

4. Кількість напрямів диференціації, які можна вважати аналогами профілів, невелика. Наприклад, два в англomовних країнах (академічний і неакадемічний), три у Франції (природничо-науковий, філологічний, соціально-економічний) і три в Німеччині («мова-література-мистецтво», «соціальні науки», «математика-точні науки-технологія»).

5. Організація профільної підготовки розрізняється за способом формування індивідуального навчального плану учнів: від досить жорстко фіксованого переліку обов'язкових навчальних курсів (Франція, Німеччина) до можливості вибору з безлічі курсів, пропонованих на весь період навчання (Велика Британія, Шотландія).

6. Кількість обов'язкових навчальних предметів (курсів) на старшому ступені в порівнянні з основними істотно менша. Серед них передбачено в обов'язковому порядку природничі науки, іноземні мови, математику, рідну словесність, фізичну культуру.

7. Як правило, старша профільна школа (ПШ) виокремлюється як самостійний вид освітньої установи: ліцей – у Франції, гімназія – у Німеччині.

8. Дипломи (посвідчення) про закінчення старшої (профільної) школи зазвичай надають право на безпосереднє зарахування до вищих навчальних закладів.

9. Увесь післявоєнний період кількість профілів і навчальних курсів на старшому ступені школи за кордоном постійно скорочувалася, одночасно зростала кількість обов'язкових предметів і курсів. При цьому все більш чітко виявлялись вплив і зростаюча відповідальність центральної влади за організацію та результати освіти. Це відбивається на всіх етапах проведення іспитів, розробленні національних освітніх стандартів, зменшенні розмаїтості підручників та ін. [175].

Уведення профільного навчання в російських школах враховуючи загальноєвропейські задачі розвитку освіти, орієнтують освіту на задачі завтрашнього дня. Аналізуючи досвід профільного навчання у російських школах слід відмітити наступне:

1) профільна диференціація навчання може здійснюватися завдяки наявності різних типів навчальних закладів, при цьому кожен тип закладу має свій навчальний план і свої програми (зокрема, з математики);

2) профільна диференціація, заснована на виключно прагматичних основах, без урахування схильностей і здібностей учнів, не забезпечують позитивні результати;

3) часткова фуркація, тобто зміна навчального плану і програм тільки стосовно одного предмету, без докорінної перебудови усього навчального плану і всіх навчальних програм, є недоцільною.

Отже, розвиток профільного навчання в російській школі є як природним розвитком процесів диференціації й індивідуалізації освіти, що розвиваються останні 140-150 років, так і своєрідною відповіддю на виклики часу, на ті зміни, що відбуваються у світовому освітньому просторі.

Загальносвітові тенденції розвитку освіти свідчать про те, що в більшості розвинених країн світу суттєвий складник реформи освіти пов'язується з проблемою профільної диференціації навчання. У цих країнах педагоги обрали шлях поліфуркації, тобто шлях більш широкої розмаїтості ухилів і напрямків. Погоджуючись з поглядом О. Локшиної [351], зазначимо, що серед основних цілей, що ставить перед собою старша школа в зарубіжних країнах, потрібно передусім виокремити такі:

- індивідуальний розвиток особистості, розкриття її потенціалу;
- задоволення потреб економіки країни у кваліфікованій робочій силі;
- соціальна та культурна інтеграція, формування активного члена громадянського суспільства;
- закладення основ для ціложиттєвого навчання.

У розвинених зарубіжних країнах профільність навчання тісно взаємопов'язана з організацією професійної орієнтації учнів шкіл задля реальної індивідуалізації навчання, наближення його цілей і завдань до потреб ринкової економіки. Хоча, як таке, поняття «професійна орієнтація» в зарубіжній педагогіці не має використання, система інформування учнів про

стан ринку праці, про можливості і способи професійного самовизначення має узагальнену назву *career development*, тобто «розвиток кар'єри». Хоча в цілому у зарубіжних країнах спостерігається тенденція збільшення унавчальному плані обов'язкових предметів і курсів, учням шкіл США, Англії та Шотландії пропонується широкий спектр елективних предметів, які відіграють головну роль у здійсненні спеціалізованого навчання.

Особливості профільної диференціації та математичної освіти у Канаді, США, Японії представлено у таблицях 1.2 і 1.3.

Таблиця 1.2

Особливості профільної диференціації у Японії, США, Канаді (за матеріалами [220; 509])

Країна	Особливості профільної диференціації
Японія	Після 9 років навчання за загальною для всіх програмою учні переходять у вищу середню школу, де вони обирають курс навчання з пропонованих їм більш, ніж двадцяти напрямків, умовно поділених на три потоки: загальний потік, академічний (готує до вступу на природничі і гуманітарні факультети університету), професійний (підготовка здійснюється за кількома блоками)
США	У старшій середній школі чинними є три різних навчальних плани, що відповідають трьом різним потокам: академічному, професійному (практичному) і загальному. Академічний потік готує до коледжу і містить більшу кількість академічних предметів (обов'язкових і на вибір; математика до числа обов'язкових не входить). На загальному і практичному потоках більше утилітарних, професійних курсів, курсів на вибір (обов'язковим на практичному потоці є курс прикладної математики)
Канада	Повна середня освіта у канадських навчальних закладах, серед яких є як державні, так і приватні, складається із навчання в початковій (1-6 класи, 6-12 років) і середній школі (7-12 класи, 13-18 років) і відкриває дорогу до ВНЗ. Канадські коледжі поділяються на суспільні (Community Colleges), технічні (Technical Institutes) і коледжі системи CEGEP (College d'Etudes Generales et d'Education Professionnelle). Основне завдання коледжів – готувати професійні кадри для промисловості й бізнесу. Зокрема, технічні коледжі – це щось на зразок професійно-технічних училищ, студенти яких за короткий строк одержують певну професію. У коледжі вчать два роки, і більша частина навчального часу проходить у лабораторіях і майстернях. По закінченні студенти отримують професійні дипломи

Особливості математичної освіти у профільній школі Японії, США,
Канади (за матеріалами [220; 509])

Країна	Математична освіта у профільній школі
Японія	У школі всіх напрямків розроблено різні за змістом і рівнем викладання курсів математики. Учень може обмежитися одним загальним обов'язковим курсом або обрати ще один або кілька інших
США	Учень може обрати для вивчення один, два або кілька курсів математики, але може не вибрати жодного. Варто помітити, що такий підхід призвів до зниження рівня математичної підготовки випускників середньої школи. У зв'язку з цим у 1987 р. Національна рада вчителів математики США запропонувала для обговорення програму з математики, загальну для всіх учнів. У ній передбачаються різні методичні підходи навчання учнів, що обрали різні напрямки навчання, і формулюються додаткові теми, що поглиблюють або розширюють основний курс (для тих, хто буде продовжувати навчання або планує пов'язати надалі свою професійну діяльність з математикою)
Канада	Математика поділяється на два рівні – базовий (Foundations) і поглиблений (Pre-calculus). До речі, тут вона не розбивається на окремі уроки з алгебри та геометрії. Базовий рівень зазвичай обирають учні з гуманітарними нахилами, більш поглиблений – майбутні «технарі». Якщо в 10-11-х класах математика є обов'язковим предметом, то в 12-му класі вона переходить у категорію виборних, а також доповнюється ще одним, третім рівнем складності – уведенням у математичний аналіз (Calculus)

Характеристика організації профільного навчання у трьох розглянутих країнах із багаторічним досвідом диференціації навчання у старшій ланці школи дозволяє зробити такі висновки:

1) розмаїтість напрямів навчання у старших класах дозволяє урахувувати схильності і здатності практично усіх учнів, а також потреби держави в різних фахівцях;

2) орієнтація курсів математики на той або інший загальний профіль значною мірою спрямована на можливе більш повне задоволення схильностей учнів за умови оволодіння ними майбутньою спеціальністю (однак будь-яка

математична підготовка у старшій ланці базується на єдиній підготовці в середній ланці школи);

3) наявність великої кількості курсів математики на вибір учнів у поєднанні з мінімальним обов'язковим курсом, на наш погляд, недостатньою мірою може забезпечити повноцінну базову математичну освіту;

4) здатності і схильності дітей можуть бути враховані не тільки під час вибору профілю навчання (або типу навчального закладу), але й у процесі навчання за рахунок гнучкості навчальних планів і програм;

5) ЗОШ в розвинених зарубіжних країнах має такі характерні риси, що дозволяють уважати її профільною: високий ступінь взаємодії школи з ринком праці; розвинений інформаційно-аналітичний супровід професійної орієнтації, в тому числі, використання обширних банків даних, тестових методик оцінки особистості, взаємодія з роботодавцями; переважання активних форм і методів пізнання різних сфер професійно-трудової діяльності (тренінгів, ділових ігор, трудових практик); цільова установка на виховання таких якостей особистості, як самостійність, відповідальність, уміння об'єктивно оцінювати свої потреби і можливості, прагнення до кар'єрного росту.

1.1.2.4. Досвід впровадження і функціонування профільного навчання в Україні у кін. ХХ-поч. ХХІ ст. До втілення ідеї профілізації старшої школи в нинішній її інтерпретації українська педагогіка йшла через апробацію і впровадження таких її форм, як спеціалізовані школи для дітей з підвищеними здібностями і навчальними можливостями (фізико-математичні, з поглибленим вивченням іноземних мов, музичні, художні та ін.), класи з поглибленим вивченням окремих предметів, упровадження широкого спектру факультативів, навчально-виробничі комбінати, які не лише забезпечували реалізацію спільного для всіх учнів змісту трудового і виробничого навчання, а й у багатьох випадках були центрами професійного навчання старшокласників.

В Україні є достатній позитивний досвід впровадження і функціонування профільного навчання. Нині в Україні має місце розгалужена мережа різних типів навчальних закладів: ліцеї, гімназії, колегіуми. Ці навчальні заклади

надають можливість здобуття поглиблених знань із певних напрямів. Популярність навчання в ліцеях та гімназіях доводить, що попит на профільне навчання в старшій школі є.

Прийняттям Закону України «Про загальну середню освіту» (1991) [173], «Концепції загальної середньої освіти (12-річна школа)» (2001) [228], «Національної доктрини розвитку освіти України у XXI столітті» (2002) [405], «Концепції профільного навчання в старшій школі» (від 25.09.2003 і 11.09.2009) [231], у яких законодавчо затверджено введення профільного навчання в старшій школі, розпочався новий, сучасний етап у розвитку проблеми профільного навчання. У результаті, визначено сутність, мету, принципи, а також структуру профільного навчання, окреслено можливі форми організації, умови комплексного навчально-методичного супроводження.

Концепцією профільного навчання у старшій школі [231] зазначається, що **профільне навчання** – вид диференційованого навчання, який передбачає врахування освітніх потреб, нахилів та здібностей учнів і створення умов для навчання старшокласників відповідно до їхнього професійного самовизначення, що забезпечується за рахунок змін у цілях, змісті та структурі організації навчання.

Теоретичного оформлення ідея профільності набула в Концепції профільного навчання [232; 231], яка визначає сутність, мету і принципи організації профільного навчання, його структуру, форми організації, сутність етапу до профільної підготовки та умови реалізації Концепції. З моменту затвердження Концепція набула реалізації в різноманітних формах функціонування старшої профільної школи. Аналіз науково-методичних проблем практичної реалізації Концепції, розроблення нових державних документів [107; 148; 234; 384; 406; 460; 455; 563; 564], які унормовують профільне навчання, характеристика й аналіз вітчизняного й зарубіжного досвіду організації профільного навчання зумовили оновлення Концепції профільного навчання у старшій школі і наразі її Проект [233] перебуває на стадії громадського обговорення. Основні положення Концепції і Проекту у

порівнянні розглянуто у додатку А.5. Порівняння здійснювалося за такими напрямками: завдання профільного навчання; структура профільного навчання; характер взаємодії суб'єктів профільного навчання. Це дозволило виявити спільні риси у оформленні ідеї профільності старшої школи й визначити ті оновлення, які задекларовані у Проекті [233] і які найбільшою мірою сприятимуть запровадженню професійної спрямованості навчання старшокласників у профільній школі. Так ідея професійної спрямованості навчання прослідковується в основних завданнях профільного навчання, визначених у Проекті, які стосуються сприяння життєвому і професійному самовизначенню учнів й забезпечення можливостей для конструювання кожним учнем власної освітньої траєкторії. За рахунок варіативного складника у структурі профільного навчання, який формується кожним закладом, з'являється можливість добору змісту профільних предметів і курсів за вибором.

Завершуючи короткий нарис історії становлення профільної школи, зазначимо, що ідеї профільного навчання були актуальними як у вітчизняній так і у зарубіжній педагогіці в усі періоди її розвитку, і хоча на різних етапах функціонування школи вони реалізовувалися по-різному, слід наголосити на подібних рисах, характерних для процесу профілізації, а саме: вибір типу школи з біфуркацією або поліфуркацією; розгляд диференціації, як принципу навчання; введення факультативів та курсів за вибором; урахування нахилів і здібностей учнів, а також потреб держави в спеціалістах різних галузей. У світлі проблематики нашого дослідження це означає, що процес профілізації сучасної старшої школи має об'єктивний і закономірний характер і має бути спрямований на розв'язання таких завдань:

- сприяти встановленню рівного доступу до повноцінної освіти різним категоріям учнів відповідно до їх здібностей, індивідуальних схильностей й потреб;

- створити умови для диференціації змісту навчання старшокласників з широкими і гнучкими можливостями побудови учнями індивідуальних освітніх програм;
- забезпечити поглиблене вивчення окремих предметів програми повної загальної освіти;
- розширити можливості соціалізації учнів, забезпечити наступність між загальною і професійною освітою, більш ефективно підготувати випускників школи до засвоєння програм вищої професійної освіти.

1.1.3. Диференціація навчання математики в умовах профільної школи Психолого-педагогічні розвідки науковців з питань профілізації загальноосвітньої школи проводилися в різних напрямках. Теоретичні засади диференціації навчання розкривали вітчизняні науковці Н. Бібик [47; 48; 50], М. Бурда [74; 75], В. Кизенко [199], С. Логачевська [348], Л. Покроєва [454], А. Самодрин [491; 493], О. Чашечникова [648]; російські дослідники П. Лернер [268; 269], В. Монахов [389], В. Орлов [425], А. Пінський [446], К. Рибніков [486], А. Хуторський [592]; білоруські науковці І. Ананич, А. Василевський, В. Водейко [5], Н. Огурцов, Г. Бунтовська [417], Л. Рожина [481]; західноєвропейські науковці, а саме: естонські Х. Лійметс [270; 271], І. Унт [565]; німецькі Дж. Бастіон, Х. Гудіанс, А. Комбе [661]; англійські Дж. Волфорд [674], П. Гордон, Д. Дин, Р. Олдріч [657]; а також американські дослідники Л. Кремін [650], Т. О'Брайн [664] та інші.

В. Алфімов [14], Л. Божович [55], В. Давидов [141], С. Максименко [362], С. Рубінштейн [483], А. Фурман [580], Є. Ямбург [643] досліджували психологічні передумови профільного навчання.

Розвиток профільного навчання в історичному аспекті розкрито в працях Г. Ващенко [91], М. Гончарова [123], В. Ревякіної [478] та інших.

Методика вивчення математики, інформатики, фізики, медицини в умовах профільного навчання розглянуто у кандидатських та докторських дисертаціях Т. Гордієнко [125], М. Губанової [131], Л. Жовтан [169],

Т. Захарової [176], О. Лосєвої [353], М. Пригодій [464], І. Смирнової [532], Я. Цехмістер [594], О. Шестакової [621].

Досвід реалізації профільного навчання за кордоном проаналізовано у працях Н. Воскресенської [102], О. Локшиної [351], Н. Семергей [501], М. Сметанського [529], І. Сотниченко [535], М. Авраменко [3] і Л. Фаннінгер [569].

Чільне місце серед досліджень займають наукові розвідки щодо методичної підготовки вчителів до роботи у профільній школі: І. Акуленко [9] (компетентнісно орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи), В. Моторіна [394, 398] (професійна компетентність учителя математики профільної школи), В. Оніпко [420] (професійна підготовка вчителя природничих дисциплін до роботи у профільній школі).

Організаційні засади профільного навчання в загальноосвітній школі розроблені у працях І. Лікарчука [274] (елективне профільне навчання), А. Остапенка [430], (різновіковий розподіл профілів), І. Фролова [579] (внутрішньокласна профільна диференціація), А. Макаручук, Н. Райсвіха [361] (дистанційне профільне навчання) тощо. В сучасних дослідженнях розкрито коло питань, спрямованих на розв'язання проблем підготовки учнів до вибору професії вчителя у профільному навчанні.

На особливу увагу заслуговує комплекс проблем диференціації навчання окремим дисциплінам. Аналізуючи педагогічні дослідження в зазначеному напрямку, ми дотримуємо точки зору академіка РАО В. Борисенкова [62, с. 8] про те що строгої наукової теорії з цієї проблеми не створено дотепер ні в нашій країні, ні за кордоном. Скрізь модернізація і спроби удосконалення систем диференційованого навчання ведуться фактично методом спроб і помилок. На сьогоднішній день психолого-педагогічна наука і практика оперує такими поняттями: «диференціація», «диференціація навчання» «диференційований підхід до навчання», «рівнева диференціація», «профільна диференціація». Диференціація навчання виокремлюється як складова частина і

необхідна умова гуманізації і демократизації освіти, її переведення на нову культуростворюючу основу.

Під диференціацією розуміють:

- таку систему навчання, при якій кожен учень, опановуючи деяким мінімумом загальноосвітньої підготовки, що є загальнозначущим і забезпечує можливість адаптації у постійно змінних життєвих умовах, одержує право і гарантовану можливість приділяти переважну увагу тим напрямкам, що найбільшою мірою відповідають його схильностям (Г. Дорофєєв, Л. Кузнєцова, С. Суворова, В. Фірсов) [154];

- урахування індивідуальних особливостей учнів у тій формі, коли учні групуються на основі яких-небудь особливостей для окремого навчання, і навчання в цьому випадку відбувається за різними навчальними планами і програмами (І. Унт) [565];

- спосіб захоплення молодих людей знаннями, але з максимальним урахуванням їхніх індивідуальних особливостей, уподобань і здібностей (О. Бугайов) [68];

- множинність і варіативність індивідуальних заходів досягнення суспільно узгоджених цілей освіти (А. Фурман) [581].

Ми схиляємося точки зору групи дослідників [154] і будемо розуміти під диференціацією систему навчання, оскільки такий підхід у найбільшій мірі сприяє організації професійно спрямованого навчання.

Також варто розрізнити два терміни: «диференційоване навчання» і «диференційований підхід у навчанні». Терміни «диференційоване навчання», «диференційований підхід», – пише О. Дружиніна [156], виникли в зв'язку з розробленням педагогічної проблеми індивідуалізації навчальної діяльності, тобто поняття «диференціація» є похідним від поняття «індивідуалізація». У першому випадку розглядаються соціально-економічні, правові, організаційно-управлінські, дидактичні аспекти навчання; розробляється статус навчальних закладів різного типу, умови вступу, зміст і організація навчально-виховного процесу, терміни навчання, наповнюваність груп, кваліфікація, навантаження,

оплата викладачів і т.п. Усе це визначає вимоги до роботи шкіл з диференційованим навчанням, мету їхнього створення. У другому випадку йдеться про наукове розроблення диференційованого підходу до кожного учня для розв'язання проблем добору, формування і корекції розвитку особистості в обраній галузі навчання [639, с. 46].

Диференційоване навчання – це: 1) форма організації навчального процесу, при якій учитель працює з групою учнів, сформованою з урахуванням наявності в них яких-небудь значимих для навчального процесу загальних якостей (гомогенна група); 2) частина загальної дидактичної системи, що забезпечує спеціалізацію навчального процесу для різних груп учнів (Г. Селевко) [499].

Ми поділяємо точку зору О. Чашечникової [600], яка під диференційованим навчанням математики пропонує розуміти таке навчання, що: *враховує*: психічні й індивідуально-психологічні особливості учнів, навчальні досягнення учня з математики, професійну зорієнтованість і загальнокультурну підготовку учнів; *реалізується* через диференціацію змісту навчання відповідно до цілей, а також диференціацію стратегій і тактик навчання.

Як зазначає І. Осмоловська [428] диференціація навчання дозволяє організувати навчальний процес на основі урахування індивідуальних особливостей особистості, забезпечити засвоєння всіма учнями змісту освіти, що може бути різним для різних учнів, але обов'язковим для усіх виокремленням інваріантної частини. При цьому кожна група, що має подібні індивідуальні особливості, йде своїм шляхом. Процес навчання в умовах диференціації стає максимально наближеним до пізнавальних потреб учнів, їхніх індивідуальних особливостей.

З точки зору Г. Селевко [499] диференціація навчання – це створення різноманітних умов навчання для різних шкіл, класів, груп з метою урахування особливостей їхнього контингенту; диференційований похід у навчанні –

комплекс методичних, психолого-педагогічних й організаційно-управлінських заходів, що забезпечують навчання в гомогенних групах.

Питання диференційованого підходу на матеріалах навчання математики розглядали вчені-методисти: І. Акуленко [6, 7, 8, 12], І. Богатирьова, [53], М. Бурда [78], К. Власенко [97], Я. Грудьонов [130], Л. Жовтан [169], В. Кірман [203] В. Козира [216], С. Семенець [500], З. Сердюк [506], О. Скафа, В. Прач, І. Реутова [515; 517; 516], З. Слєпкань [528], Т. Хмара [585; 584], А. Хуторський [592], О. Чашечникова [600; 599; 598; 597], В. Швець [620], С. Яценко [644].

Як зазначає Л. Голік [117], за диференційованого підходу до навчання реальною фактичною метою є оволодіння кожним учнем практичними вміннями й навичками на рівні, що в даний момент відповідає його навчальним можливостям і професійним намірам.

Диференційований підхід (як до змісту освіти, так і до організації процесу навчання) [4] – така форма реалізації принципу індивідуалізації, яка оптимально забезпечує орієнтацію на індивідуально-психологічні особливості учнів, застосування в роботі з ними спеціальних засобів.

Диференційований підхід [601] – це динамічна форма втілення в навчальний процес дидактичного принципу доступності навчання та психологічного принципу розвивального навчання – індивідуалізації на суб'єктному рівні.

На підставі всіх вище розглянутих досліджень можна зробити висновок про те, що диференціація є системою навчання, яка ґрунтується на диференційованому підході до навчання, основою для диференціації можуть бути загальні і спеціальні здібності учнів, їхні інтереси і проєктована професія.

Диференціація за змістом припускає навчання різних груп учнів за програмами, що відрізняється глибиною викладу матеріалу, обсягом відомостей і навіть номенклатурою внесених питань. Цей вид диференціації іноді називають профільною диференціацією. Профільне навчання, як зазначає В. Дорофєєв [154], є більш демократичною і широкою формою фуркації школи на старшому ступені.

Індивідуалізація навчання у старшій ланці середньої школи припускає надання учням можливості одержати освіту за різними напрямами, різними навчальними планами і програмами, тобто здійснення профільної диференціації на базі фуркації. (Фуркація [220] – побудова навчального плану старших класів середньої загальноосвітньої школи за ухилами (гуманітарним, природничо-математичним та ін.) з переважною увагою до визначеної групи навчальних предметів).

Концепцією [230] визначено, що профільне навчання – вид диференційованого навчання, який передбачає врахування освітніх потреб, нахилів та здібностей учнів і створення умов для навчання старшокласників відповідно до їхнього професійного самовизначення, що забезпечується за рахунок змін у цілях, змісті та структурі організації навчання.

Також у науковій літературі [25; 623; 638] поняття «профільне навчання» трактується як:

- навчальна праця, спрямована на вивчення освітніх галузей, що містять типові знання, уміння, навички, характерні для певної сфери діяльності, професії, спеціальності (Е. Аршанський) [25];
- один з видів диференціації – форма організації навчальної діяльності учнів середнього та старшого віку, при якій ураховуються їх нахили, інтереси, здібності (Н. Шиян) [623];
- вид диференціації навчання у старших класах, що передбачає поглиблене вивчення учнями одного чи кількох предметів, спеціальних курсів, які відповідають певному профілю і забезпечують допрофесійну підготовку з метою вибору майбутньої сфери діяльності (І. Якиманська) [638].

Останнє трактування І. Якиманської, на нашу думку, як найточніше визначає профільне навчання з точки зору його професійної спрямованості, а тому у власному дослідженні ми схилиємося саме до цього трактування.

У Концепції [230] зазначається, що профіль навчання – це спосіб організації диференційованого навчання, який передбачає поглиблене та професійно зорієнтоване вивчення циклу споріднених предметів. Профіль

навчання охоплює таку сукупність предметів: базові, профільні та курси за вибором. Базові загальноосвітні предмети є обов'язковими для всіх профілів. Профільні загальноосвітні предмети – це предмети, що реалізують цілі, завдання і зміст кожного конкретного профілю. Курси за вибором – це навчальні курси, які доповнюють навчальні предмети сприяють формуванню індивідуальної освітньої траєкторії школярів, орієнтують на усвідомлений та відповідальний вибір майбутньої професії.

Концепцією [230] визначається, що не слід ототожнювати поняття «профільне навчання» і «поглиблене вивчення предметів» та «спеціалізоване навчання». Оскільки профільне навчання надає змогу учням обрати не один-два предмети, а конкретну пріоритетну галузь для глибшого вивчення, опанування групи, циклу, сукупності предметів на взаємодоповнювальній і підтримуючій основі. Відмінності профільного і поглибленого навчання полягають, переважно, у ступені спеціалізації і, як наслідок, у глибині відповідних курсів і ширині охоплення ними контингенту учнів. Поглиблене вивчення предметів припускає досить просунутий рівень підготовки учнів, що дозволяє досягти високих результатів і разом з тим обмежує кількість учнів [389, с. 43].

Слід підкреслити, що поглиблене і спеціалізоване навчання передували профільному саме в математичній підготовці. С. Шварцбурду належить ідея створення спеціалізованих фізико-математичних шкіл. Автор підкреслював, що підвищена математична підготовка може забезпечити різні рівні професійної спрямованості навчання, що уможлиблюють досягнення хоча б однієї з наступних цілей: а) професійної орієнтації; б) допрофесійної підготовки; в) професійної підготовки. Таким чином, ідея професійної спрямованості навчання, що виникла ще в 60-і рр. ХХ ст., є актуальною і в сучасній профільній школі, оскільки, як підкреслював С. Шварцбурд [613], різні види підвищеної математичної підготовки допускають різні рівні професійної спрямованості навчання. Так позакласна робота, виявляючи інтереси, схильності і здібності, учнів передбачає попередню професійну орієнтацію учнів, факультативні заняття дозволяють досягти цілей професійної орієнтації, математична

спеціалізація дозволяє більш наблизитися до мети прищеплення професійних навичок, навчанню у школах і класах з поглибленим теоретичним і практичним вивченням математики властива допрофесійна підготовка.

Прерогатива й обов'язок математики – розвиток абстрактного і логічного мислення, тобто якостей особистості, необхідних для пізнання нових галузей знань, для полегшення адаптації до постійно мінливих умов життя. Залежно від тієї ролі, що математика відіграє в освіті людини, розмежовують два типи шкільних курсів для завершального ступеня школи: курс загальнокультурної орієнтації (назвемо його курсом А), і курси підвищеного типу, що забезпечують подальше вивчення математики і її застосування як елемент професійної підготовки (курс В, курс С) [154]. Орієнтація на особистість учня вимагає, щоб диференціація навчання математики враховувала потреби всіх учнів – не тільки сильних, але і тих, які цей предмет засвоюють складно або чий інтереси стосуються інших галузей.

Підкреслимо ті принципи, які виокремив і поклав в основу системи диференціації шкільного навчання Ю. Колягін [220, с.25]:

- уведення навчання за напрямками, лише після того, як учні одержать достатню єдину базову освіту і затвердяться у своїх схильностях;
- на старшій ступені навчання забезпечення можливо більшу кількість напрямів навчання;
- у кожному навчальному предметі доцільно поєднувати різні напрями навчання у блоки за принципом подібності цілей і завдань навчання за цими напрямками задля створення єдиних програм у кожному блоці;
- математика повинна входити до набору обов'язкових навчальних предметів кожного з профілів (фізико-математичного, технічного та гуманітарного).

Проектування профільного навчання математики має враховувати щонайменше два фактори: змістову спрямованість і рівень навчання. Розмаїття профілів навчання математики у межах базової профільної

математичної підготовки може мати три напрями: *загальнокультурний, прикладний, теоретичний* [66, с. 28].

Залежно від профілю навчання математики може проводитися на одному з трьох рівнів: 1) стандарту; 2) академічному рівні; 3) профільної підготовки.

Профільна диференціація навчання математики передбачає: створення умов для свідомого вибору учнями профілю; наступність з допрофільним навчанням математики і навчанням математики у звичайних класах загальноосвітньої школи; досягнення всіма учнями базового рівня навчання математики; розроблення державних стандартів з математики для різних профілів навчання; реалізацію прикладної спрямованості навчання математики, орієнтованої на профіль навчання як одного з головних засобів формування профільних інтересів засобами математики; відмінність змісту навчання математики у профільних класах і звичайних класах; реалізацію рівневої диференціації, що аспектуалізує і структурно градує диференціацію навчання математики для кожного профілю; розмаїтість форм і видів класної та позакласної роботи; поглиблене вивчення математики як одного з видів профільного навчання [100].

Профільна диференціація навчання математики повинна: забезпечити необхідний загальнокультурний рівень математичної підготовки молоді, який визначається замовленням суспільства й можливостями учнів певного віку; задовольнити потреби профільної підготовки в розвитку пізнавальної і математичних видів діяльності учнів, що характерні для даного профілю; формувати засобами математики професійні нахили учнів [79].

Математика, як обов'язковий предмет на фізико-математичному або технічному профілі, сумніву не викликає. Що ж стосується гуманітарного профілю, то, як підкреслює О. Чашечникова [600], у класах гуманітарного профілю на практиці домінує звуження змісту, необґрунтоване зменшення складності завдань. Ми дотримуємось погляду Ю. Колягіна [220], що математична освіта всіх гуманітарних профілів повинна підлягати загальній меті – забезпечити засвоєння системи математичних знань і умінь, що фактично

є елементами загальної культури; розвинути логічне мислення і просторову уяву; сформуванню уявлення про прикладні можливості математики; подати відомості про історію розвитку науки; дати знання, необхідні для застосування в побуті й обраній спеціальності.

Концепцією й навчальними програмами [231; 230; 177] передбачено врахування особливостей профілю у професійному становленні особистості. Так, загальнокультурний напрям математичної освіти сприяє становленню гуманітарної культури людини; формуванню уявлення про математику як форму опису та метод пізнання дійсності, про роль математики для прогресу суспільства; він будується на основі широкого використання можливостей образного мислення учнів, доцільний для суспільно-гуманітарного, художньо-естетичного, спортивного напрямів. Прикладний напрям передбачає достатньо уваги приділити розвиненню логічного, просторового мислення, формуванню готовності застосовувати математику для моделювання реальних процесів і явищ, зокрема володінню методом математичного моделювання. Цей напрям доцільний для природничо-математичного, суспільно-гуманітарного, технологічного напрямів, профілів, у яких математична освіта є інструментом оволодіння певними професіями (інженерно-технічними, економічними, сільськогосподарськими, хіміко-біологічними, воєнно-технічними тощо). Теоретичний напрям математичної підготовки розрахований на формування теоретичного мислення, яке характеризується гармонійною взаємодією аналізу й синтезу, а також високим рівнем абстракції, побудованої на основі пізнавальної рефлексії, завдяки якій формується орієнтовна основа дій, оцінюються результати їх виконання. Напрямок навчання математики доцільний для профілів, у яких математична освіта є не тільки засобом, а й ціллю отримання освіти. Майбутня професійна діяльність невід'ємно пов'язана з математичною діяльністю.

Як підкреслює З. Слєпкань [527], особливості математичної підготовки в різних класах старшої профільної школи визначаються і кількістю годин на вивчення математики, і рівнями її вивчення.

Зв'язок із подальшою професійною діяльністю має бути відображений і у змісті навчання на кожному з трьох рівнів підготовки. Зміст навчання на рівні стандарту спрямований на завершення формування в учнів уявлення про математику як елемент загальної культури, оскільки не передбачається, що в подальшому випускники школи продовжуватимуть вивчати математику або пов'язуватимуть з нею свою професійну діяльність. На академічному рівні підготовки більш глибокий і тематично складний зміст і вищі вимоги до його засвоєння у порівнянні з рівнем стандарту. Навчання математики на цьому рівні передбачається передусім у тих випадках, коли вона тісно пов'язана з профільними предметами й забезпечує їх ефективне засвоєння, крім того, за цією програмою здійснюється МПС, які не визначилися щодо напряму спеціалізації. Профільний рівень підготовки спрямований на формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти, оскільки передбачає вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями.

Окрім того, реалізація профільного навчання математики у 10-11 класах забезпечується системою курсів за вибором (за рахунок варіативного компоненту), які певною мірою ураховують інтереси й можливості учнів даного профілю. Курси за вибором поглиблюють та розширюють основний курс математики відповідно до профілю навчання, надають можливості для організації творчої роботи учнів через систему індивідуальних завдань професійної спрямованості. Так М. Бурда і О. Глобін [73] визначають наступні функції елективних курсів: мотивація самовиховання та вибору професії; переконання у правильності професійного вибору; сприяння формуванню ПВЯО старшокласників; слугування розвитку прикладних математичних знань і умінь. Аналіз навчальних програм факультативних курсів та курсів за вибором, наведений у додатку Б. 1, надає змогу

стверджувати, що більшою мірою орієнтації на майбутню професію сприяють курси за вибором пропоновані на природничо-математичному і технологічному напрямах, а також суспільно-гуманітарному напрямі, тематика пропонованих курсів орієнтована на прикладну спрямованість математичних знань, проте слід зауважити, що у програмах зазначених курсів не спостерігається орієнтація на професії, безпосередньо пов'язані з математикою та її викладанням, про що зазначається в інструктивно-методичному листі МОН про викладання математики у 2011–2012 н.р. [192].

Отже, аналізуючи процес диференціації навчання в загальноосвітній школі, визначаємо, що роль математичної підготовки в освіті, розвитку і вихованні людини визначають основні завдання навчання математики в загальноосвітній школі, проголошені основними державними документами про освіту [148; 149; 229; 231]: 1) формування уявлень про ідеї і методи математики і їхню роль у пізнавальній діяльності; оволодіння системою математичних знань й умінь, необхідних у повсякденному житті й трудовій діяльності кожному членові сучасного суспільства, достатніх для вивчення інших дисциплін, продовження навчання в системі безперервної освіти; 2) формування і розвиток засобами математики якостей особистості, необхідних людині для повноцінного функціонування в суспільстві.

Що стосується диференціації навчання, то Концепцією [231] визначено, що принциповим положенням організації шкільної математичної освіти стає глибока й різнобічна диференціація навчання математики, що здійснюється різними шляхами. Так, у старших класах диференціація здійснюється за рахунок навчання на різних профілях за різними програмами, про що зазначається в додатку Б. 2. Поряд із програмами, що реалізують базовий компонент освіти, передбачаються програми, які поглиблюють змістовні лінії базового компонента або розширюють його відповідно до потреб профілю [193, с. 27-28].

Принциповими ідеями перебудови навчально-виховного процесу відповідно до Концепції [193] є:

- створення в навчальному процесі ситуацій, коли обсяг і рівень викладання перевищує обсяг і рівень обов'язкових вимог;
- орієнтація викладання на кінцевий результат, співвіднесений з цілями навчання математики;
- орієнтація на розв'язування задач як на провідний вид діяльності учнів під час вивчення математики;
- створення в ході викладання математики позитивного емоційного тла, формування ціннісного ставлення до цієї галузі знань, особистісних мотивів і потреб її вивчення.

Профільне навчання, складова частина диференційованого навчання, розглядається як навчальна праця, спрямована на засвоєння типових знань, характерних для визначеної сфери діяльності, професії, спеціальності [58].

Якісна МПС у профільній школі потребує розв'язання таких питань:

1. Профільне навчання, з одного боку, має передбачати врахування освітніх потреб, нахилів та здібностей учнів і створення умов для навчання старшокласників відповідно до їхнього професійного самовизначення, а з іншого, – буде ефективним лише після того, як учні отримають єдину базову освіту і визначаться у своїх уподобаннях та нахилах, що надає особливої ваги допрофільній підготовці учнів в основній школі.

2. Математика має входити до набору обов'язкових предметів будь-якого профілю, зв'язок із подальшою професійною діяльністю має бути відображений у цілях, змісті та структурі організації навчання на кожному з трьох рівнів (стандарт, академічний, профільний) математичної підготовки, цими рівнями також визначається і рівень професійної спрямованості навчання.

3. Відмінності профільного і поглибленого вивчення (характерного на сучасному етапі тільки для математики) визначаються, в основному, ступенем спеціалізації і, як наслідок, глибиною відповідних курсів і шириною охоплення ними контингенту учнів. Поглиблене вивчення припускає досить просунутий рівень підготовки учнів, що дозволяє досягти високих результатів і водночас обмежує кількість учнів, які можуть опанувати цей рівень.

1.2. Професійна спрямованість навчання як категорія педагогічної науки

Формування професійної спрямованості особистості має на увазі педагогічно контрольований і організований процес, у якому здійснюється керівництво професійним становленням особистості учня, виявлення та розвиток його мотивів, інтересів до професії, нахилів, здібностей. Професійна спрямованість характеризує готовність особистості до вибору майбутньої професії. Вона визначається загальним позитивним ставленням до праці, високим рівнем загальноосвітньої підготовки, інформованістю про професії, знанням шляхів їх здобуття. Звичайно, мета формування професійної спрямованості особистості полягає в тому, щоб якомога більше учнів, закінчуючи школу, мали високий рівень сформованості такої важливої якості особистості, як професійна спрямованість. Це своєю чергою передбачає організацію професійно спрямованого навчання, яке набуває особливої актуальності під час профілізації навчання у старшій школі.

1.2.1. Сутність професійної спрямованості особистості учнів Науково-теоретичні і прикладні дослідження останніх десятиліть ХХ ст. свідчать про зростаючу гостроту проблем особистісного і професійного самовизначення учнів старших класів, у період прийняття рішення про вибір подальшого життєвого і професійного шляхів (К. Абульханова-Славська [1, 2], А. Маркова [370], Л. Мітіна [386], Є. Павлютенков [434], М. Пряжников [471] та ін.).

Численні дослідження соціологів і педагогів (О. Владиславлев [96], Є. Павлютенков [434], В. Помелов [458], В. Ревякіна [478], С. Чистякова [603], Ф. Філіппов [571] та ін.) показали, що основна маса учнів до моменту закінчення загальноосвітньої школи бажає продовжувати навчання у ВНЗ. Однак вступ до ВНЗ не пов'язується у багатьох учнів і їх батьків з конкретною професійною спрямованістю і часто має випадковий характер.

Проведено низку досліджень (Б. Ананьєв [15], П. Гальперін [108], К. Гуревич [137], Є. Клімов [207], О. Леонтьєв [264], А. Мудрик [400],

К. Платонов [450] Дж. Холланд [587] та ін.), у яких сформульовані теоретичні положення, що дозволяють по-новому підійти до питань вивчення, розвитку і формування як окремих якостей, що визначають готовність до професійної діяльності, так і готовності як цілісного утворення особистості.

Проблемі професійного навчання учнів присвячено роботи відомих педагогів і психологів: А. Дьоміна [159], В. Златоустова [182], В. Казакевича, В. Полякова [194], В. Кальней, В. Капралової [196], В. Ледньова [261], М. Махмутова [377] та ін. Водночас, значні зміни, які відбуваються останнім часом у нашому суспільстві, вимагають нових підходів до розв'язання та перевірки їх на відповідність вимогам життя.

Як свідчить практика, у змісті загальної середньої освіти відсутні навчальні предмети, які б ознайомлювали учнів із функціями професійної діяльності.

Тому особливого сенсу набуває професійна орієнтація старшокласників у зв'язку із введенням профільного навчання, оскільки програма профільного рівня передбачає вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, наприклад, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями [231], а тому потрібна максимально можлива соціалізація під час навчання у ЗОШ.

Як свідчить закордонний досвід теорії професійного розвитку [223; 651; 667; 668; 670] взаємозв'язок загальної психології та психології професійного розвитку став підставою для побудови низки теорій професійного розвитку, більшість з яких можуть бути віднесені до п'яти основних напрямків: 1) дифференціально-діагностичного, 2) психоаналітичного, 3) теорії рішень, 4) теорії розвитку, 5) типологічного. Розгляд деяких із них представлено у таблиці 1.4. Розглянуті вище концепції професійного розвитку, на наш погляд, в окремих своїх моментах відповідають напрямам вітчизняних досліджень. Ми вважаємо, що використання цього досвіду буде корисним у процесі розробки теорії професійної спрямованості навчання у вітчизняній педагогічній науці і практиці.

Теорії професійного розвитку у закордонному досвіді [587; 658; 666; 667; 670]

Напрямок, автор	Підстави, основні положення, особливості
дифференціально-діагностувальний, Ф. Парсонс [666]	<p><i>Підстава</i> – дифференціальна психологія із її психометричними поняттями і методами.</p> <p><i>Положення:</i> а) кожна людина за своїми індивідуальними якостями, перш за все за професійно значущими здібностями, найбільш оптимально підходить до єдиної професії, б) професійна успішність і задоволення професією зумовлені ступенем відповідності індивідуальних якостей і вимог професії, в) професійний вибір є, по суті, свідомим і раціональним процесом, у якому або сам індивід, або профконсультант визначає індивідуальну диспозицію психологічних або фізичних якостей і співвідносить її з диспозиціями вимог різних професій [666, с. 177]</p>
теорія типів Дж. Холланд [587]	Відповідність між типом особистості і характером професійного середовища є передумовою високих досягнень у праці і задоволення своєю працею [587]
теорії розвитку Е. Гінцберг [658]	<p>Напрямок, орієнтований на педагогічну практику; постулює, що професійний вибір – це тривалий, терміном більше десяти років, процес, який охоплює низку взаємопов'язаних рішень, зроблених на відповідних стадіях: фантазії (до 11 років), гіпотетичній (11-17 років), реалістичній (від 17 років і далі).</p> <p>Становить професійний розвиток як послідовність якісно специфічних фаз, де розділовим критерієм є зміст і форма перекладу індивідуальних імпульсів у професійні бажання [658, с.162-163]</p>
теорії професійного розвитку Е. Рої [667], Д. Сьюпер [670]	<p>Положення: 1. Люди характеризуються їх здібностями, інтересами і властивостями особистості. 2. Кожна людина підходить до низки професій, а професія – до низки індивідів. 3. Залежно від часу і досвіду змінюються як об'єктивні, так і суб'єктивні умови професійного розвитку, що обумовлює множинний професійний вибір. 4. Професійний розвиток має низку послідовних стадій і фаз. 5. Особливості розвитку визначаються соціально-економічним рівнем батьків, властивостями індивіда, його професійними можливостями і т. ін. 6. На різних стадіях розвитком можна керувати, з одного боку, сприяючи формуванню у індивіда інтересів і здатностей і, з іншого, підтримуючи індивіда в розвитку його Я–концепції</p>

Напрямок, автор	Підстави, основні положення, особливості
	7. Професійний розвиток полягає, по сутності, у розвитку та реалізації Я–концепції. 8. Взаємодія Я–концепції і реальності відбувається під час виконання професійних ролей, наприклад, у фантазії, в бесіді з профконсультантом або в реальному житті. 9. Задоволеність роботою залежить від того, якою мірою індивід знаходить адекватні можливості для реалізації своїх здібностей, інтересів, властивостей особистості у професійних ситуаціях [670]

Перш ніж говорити про поняття «професійна спрямованість особистості», необхідно визначити, у чому полягає сутність поняття «спрямованість особистості». Аналіз підходів науковців до визначення поняття «спрямованість особистості» наведено в таблиці 1.5.

Професійна спрямованість може розглядатися як прояв загальної спрямованості особистості в праці.

В. Полянська стверджує, що професійна спрямованість – «... це складне явище, що визначає поведінку людини у професійному середовищі. При цьому складність розглядуваного явища зумовлюється особливостями професійної діяльності. Ці особливості виявляються у специфіці професійної спрямованості представників різних професій. Особливості професійної спрямованості полягають у загальних для всіх людей цінностях-цілях (здоров'я, любов, батьківщина, матеріальне благополуччя), але також мають свою специфіку і відрізняються засобами, настановами і стереотипами, професійними інтересами, схильностями й ідеалами, світоглядом і принципами» [457, с. 109].

За Ю. Афонькіною [29], професійна спрямованість – це система стійких властивостей людини як теперішнього або майбутнього суб'єкта праці, які визначають його психологічний настрій, що забезпечують його активність щодо конструювання власної (потенційної або актуальної) професійної діяльності, що є рушійною силою професійного самовизначення.

Зауважимо, що у трактуванні поняття «професійна спрямованість» не має однозначного тлумачення. Автори підходять до його інтерпретації з позицій

свого наукового пошуку. Так О. Дубінчук визначає професійну спрямованість в освіті як орієнтацію на формування соціальної і психологічної спрямованості на професійну діяльність [158, с.33].

Таблиця 1.5

Аналіз підходів науковців до визначення поняття «спрямованість особистості»

Автор	Визначення поняття
С. Рубінштейн [483]	спрямованість розуміється як психічне вираження потреби, що, своєю чергою, породжує активність людини [483, с. 319]
Б. Ломов [352] А. Леонтєв, Л. Божович, [264, 56]	спрямованість розуміється як системоутворююча властивість, що визначає весь психологічний склад особистості
А. Леонтєв [264]	спрямованість особистості становить ієрархію мотивів [264, с. 209]
Л. Божович [56]	спрямованість особистості пов'язана з її стійкістю і виражається в домінуючих мотивах поведінки особистості [56, с. 139]
П. Якобсон [641]	спрямованість особистості виявляється: в особливостях інтересів особистості; в особливостях цілей, що людина перед собою ставить; у потребах і пристрастях людини: до чого вона байдужа і що її хвилює; в настановах особистості
Ю. Афонькіна [29], Л. Кунц [254] М. Шмідт [624]	<ul style="list-style-type: none"> • спрямованість – сукупність внутрішніх психологічних умов, що є джерелом активності людини; системоутворююча властивість особистості, що визначає її психологічний склад; • спрямованість визначається потребами, інтересами, схильностями і прагненнями особистості; характеризується системою домінуючих мотивів, що визначають внутрішню позицію особистості, її суб'єктивне ставлення до дійсності; спрямованість виявляється за допомогою діяльності, участі особистості в соціальних процесах
В. Мерлін [382], Б. Теплов [550], А. Орлов [424]	спрямованість особистості – психічна властивість, вона визначає як загальний напрямок діяльності людини, так і виявляється у схильностях особистості до значимих видів діяльності

Досліджуючи проблему реалізації професійної спрямованості навчання фізики студентів гірничих спеціальностей технічних ВНЗ, Л. Сергієнко

характеризує професійну спрямованість формування особистості як інтегративну якість особистості [505, с. 1].

Дещо подібне трактування зустрічаємо у праці іншого дослідника (С. Осадчий) [426, с. 2], який, уважаючи професійну спрямованість інтегральною якістю особистості, наголошує на необхідності виховувати у старшокласників такі її складові, як: ідеали, потреби, інтереси, ціннісні орієнтації.

У працях Т. Малкової [366] та В. Якуніна [642] професійна спрямованість характеризується як узагальнена форма ставлення до професії, що складається з окремих локальних оцінок суб'єктом ступеня особистісної значущості (привабливості-непривабливості) різних аспектів професійної діяльності, її змісту та умов здійснення.

О. Врублевська [104] пропонує розглядати професійну спрямованість вивчення фізики як таку організацію навчання, яка забезпечує досягнення базових теоретичних знань, практичних умінь і навичок, необхідних майбутньому фахівцю для ефективного засвоєння дисциплін професійної підготовки (предметів спеціалізації), формування професійного мислення, професійної самосвідомості та професійної культури.

М. Опачко, обґрунтовуючи поняття «професійне самовизначення» [421] як інтегральну, динамічну складову розвитку особистості, в його структурі поряд з іншими характеристиками (професійна освіченість, професійна самосвідомість, професійні наміри) насамперед виокремлює професійну спрямованість (інтереси, мотиви, здібності).

О. Скафа [518] виокремлює таке поняття, як «професійно-орієнтована евристична діяльність студентів», під яким розуміє особливий вид навчальної діяльності студентів, спрямованої на створення нової стратегії або системи дій у процесі опанування нових математичних курсів та розв'язання методичних завдань, унаслідок чого студенти активно розвивають свої евристичні вміння, опановують методичні знання та особистісні якості майбутнього фахівця, здатного працювати в системі евристичного навчання математики.

Як якість особистості професійну спрямованість розглядають Н. Кузьміна [251], В. Петрук [442], В. Сластьонін [523], В. Шадриков [469], розуміючи під професійною спрямованістю систему мотивів, що спонукають людину до виконання професійних задач і професійного саморозвитку.

Згідно із В. Шадриковим [469] професійна спрямованість складається на основі мотиваційної сфери людини і є «системою мотивів, що спонукають професіонала до виконання професійних задач і задач професійного розвитку. Як мотиви виступають потреби, інтереси, настанови, переконання, ідеали та інші психологічні утворення людини. Головна їхня особливість полягає в тому, що вони задовольняються і реалізуються у процесі виконання професійної діяльності або розв'язування задач професійного розвитку».

В. Сластьонін вважає, що професійно-педагогічна спрямованість особистості є вирішальною ознакою професійної придатності до роботи вчителем. «Становлячи вибіркове ставлення до дійсності й ієрархічну систему мотивів, спрямованість особистості будить і мобілізує сховані сили людини, сприяє формуванню в неї відповідних здібностей, професійно важливих особливостей мислення, волі, емоцій, характеру» [523, с. 8].

У роботах Н. Кузьміної [251] професійна спрямованість розуміється як інтерес до професії і схильність нею займатися. Вона відзначає, що професійна спрямованість становить складне багатомірне утворення, що володіє визначеними властивостями (об'єктність, специфічність, узагальненість, валентність, задоволеність, опірність, стійкість, центральність і ін.).

Отже, слід відмітити, що термін «професійна спрямованість навчання» у сучасній психолого-педагогічній літературі і наукових працях найчастіше використовується стосовно процесу навчання студентів ВНЗ і пов'язаний з розв'язанням проблем професійної спрямованості навчальних дисциплін фундаментального циклу. Тоді як розуміння професійної спрямованості особистості як динамічного поняття, що змінюється з віком, надає можливість зробити висновок про те, що цілком коректно займатися питаннями формування професійної спрямованості особистості старшокласників.

Складність і багатогранність поняття «професійна спрямованість особистості» зумовила розмаїтість суджень про його природу й особливості формування. Незважаючи на чималу кількість визначень цього поняття, спільним у більшості авторів є розуміння професійної спрямованості особистості як позитивного вибіркового ставлення до професії і схильність працювати за обраною професією.

Визначити підходи до формування професійної спрямованості особистості у старшому шкільному віці можливо, з нашої точки зору, на основі аналізу структурних компонентів професійної спрямованості. Оскільки, як зазначалося вище, професійна спрямованість особистості розглядається як прояв загальної спрямованості особистості у праці, то вважаємо за доречне підійти до побудови структури професійної спрямованості особистості через аналіз структури спрямованості особистості.

До структурних компонентів спрямованості особистості В. Мерлін [382] відносить потреби, потяг, бажання, переконання і вважає спрямованість найбільш суттєвою й основною у характеристиці особистості людини.

Більш конкретну позицію щодо місця спрямованості у структурі особистості виявляють К. Платонов і А. Асмолов. Науковці визначають спрямованість особистості як один з компонентів структури особистості. А. Асмолов уточнює, що «спрямованість особистості становить ємну описову характеристику структури особистості» [26]. Дослідники дотримуються позиції, що спрямованість особистості містить у собі кілька форм, пов'язаних ієрархічно: потяг, бажання, інтереси, схильності, ідеали, світогляд, переконання. Також К. Платонов підкреслює важливу думку про те, що «у спрямованості особистості треба розрізняти її рівень, широту, інтенсивність, стійкість і дієвість» [450]. А. Асмолов, у свою чергу, підкреслює, що під час аналізу спрямованості особистості необхідно дотримуватись таких вимог: динамічність; наповненість предметним змістом; рівень відображення того або іншого змісту; урахування типу структурних зв'язків, насамперед, ієрархічних взаємозв'язків організації особистості; пояснення розвитку й саморозвитку

особистості, її внутрішньо-особистісної динаміки; необхідність відображення внутрішньої єдності особистості [26]. Отже, спрямованість особистості поєднує внутрішні психологічні умови, що зумовлюють соціальну активність людини, і нерозривно пов'язана з його участю в соціальних процесах. Її властивості розкриваються через вектор «мотив-ціль», тобто за допомогою діяльності.

М. Шмідтом [624] представлено структуру спрямованості особистості (рис. 1.1), яка містить у собі низку компонентів: мотив (бажання і потяги); мета (інтереси і схильності); ціннісні орієнтації (ідеали, світогляд і переконання).

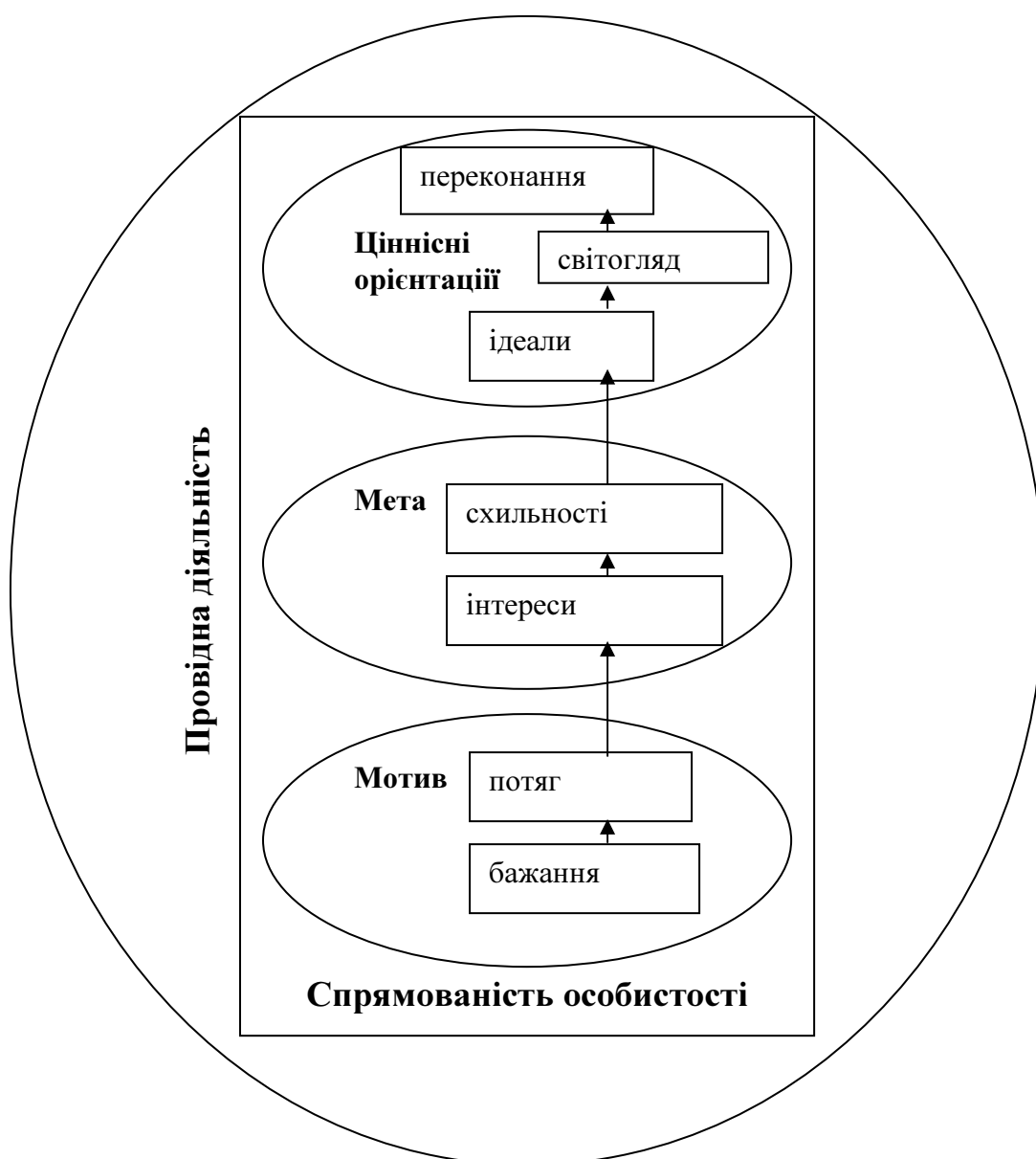


Рис. 1.1. Структура спрямованості особистості в умовах провідної діяльності (за М. Шмідтом [624])

Автор підкреслює, що компоненти спрямованості особистості становлять визначену ієрархію, оскільки мотиви і цілі людини є компонентами, які впливають на формування та розвиток ціннісних орієнтацій, до яких входять компоненти, менш схильні до різких і кардинальних змін. Тому саме динамізм мотиваційного та цільового компонентів зумовив появу системоутворювального в цій структурі вектора «мотив-мета». Він сприяє формуванню та розвитку компонентів, які стоять на вищого шаблі, а також впливає на прояв активності особистості в будь-якій провідній діяльності. Очевидно, що професійна спрямованість зберігає базові риси загальної спрямованості, але здобуває свою специфіку. В. М'ясищев [402] стверджує, що складові, пов'язані з трудовою діяльністю, мають найважливіше місце в загальній спрямованості особистості. Автор уводить працездатність до ядра потенційної характеристики особистості. Трудові установки, уміння і знання набувають вирішального значення в системі ставлень і спрямованості.

Таким чином, можна говорити про те, що професійна спрямованість, як і спрямованість особистості, містить у собі низку компонентів.

Слід відмітити, що у психолого-педагогічній літературі серед структурних компонентів професійної спрямованості дослідники виокремлюють такі:

- О. Іванова [187], В. Парамзін [435], К. Платонов [449] представляють у якості структурних компонентів професійної спрямованості інтереси, схильності, прагнення/наміри, мотиви і ціннісні орієнтації; К. Платонов, крім того, інтерес визначає як компонент, що спирається на знання і позитивні емоції, професійні ідеали, якості, що характеризують професіонала;
- Е. Зеєр [180], з одного боку, співзвучний із позицією, розглянутою вище, з іншого, – виокремлюючи компоненти професійної спрямованості, він подає їх ієрархію: 1) мотиви (наміру, інтереси, схильності, ідеали); 2) ціннісні орієнтації (зміст праці, заробітна плата, добробут, кваліфікація, кар'єра, соціальний стан); 3) професійна позиція (ставлення до професії, установки,

чекання, готовність до професійного розвитку); 4) соціально-професійний статус;

- О. Гринько [127] розглядає професійну спрямованість як психологічний механізм професійного розвитку особистості і професійної самосвідомості, у такий спосіб професійна спрямованість містить у собі ціннісно-мотиваційну сферу, самоактуалізацію й усвідомлене ставлення до себе як до майбутнього суб'єкта професійної діяльності.

На думку А. Ростунова [482], В. Ковальова [209], психологічними механізмами професійної спрямованості особистості є складна багаторівнева структура мотивів, цінностей, особистісних смислів і здібностей, що визначають професійно важливі якості.

Найбільш цікаво в межах нашого дослідження представлено структуру компонентів професійної спрямованості Л. Кунц. Вона говорить про те, що «професійна спрямованість, як інтегральне явище, вимагає встановлення системи її складових, а саме: виокремлення системоутворювального фактора і внутрішньосистемних зв'язків між ними» [254, с. 218].

Системоутворювальним фактором у її дослідженні виступає вектор мотив-мета, тому що, відповідно до теорії Б. Ф. Ломова [352, с. 114], мотиваційний і цільовий компоненти професійної спрямованості утворюють єдиний блок, що координує всі прояви людини – потенційного й актуального суб'єкта праці.

Поряд з мотиваційним і цільовим компонентами, до структури професійної спрямованості Л. Кунц [254] відносить емоційні, інтелектуальні компоненти, представлені в емоційно-когнітивному блоці, вольовий і контроль-оцінний компоненти, представлені регулятивним блоком.

Структуру професійної спрямованості А. Сейтешев [498] подає як складне утворення, що містить у собі предметний зміст (широкопізнавальне, стрижневе, вузькопрактичне); світогляд (життєві погляди, усвідомлення цінності матеріального світу, матеріалістичні погляди) і визначені динамічні властивості (швидкість реакцій у навчанні, діяльності, ступінь напруженості і

стійкості емоційних станів, зацікавленість у навчанні, особлива захопленість професією).

Отже, аналіз сучасних підходів до розуміння сутності професійної спрямованості особистості дозволив у контексті нашого дослідження визначити, що:

1) професійна спрямованість особистості старшокласника – складне утворення, що має власну ієрархічну структуру мотиваційно-цільового, емоційно-когнітивного, контрольного-оцінного компонентів, які перебувають у безпосередньому взаємозв'язку зі спрямованістю особистості через такі компоненти, як мотив і мета;

2) мотиваційно-цільовий компонент є системоутворювальним компонентом професійної спрямованості особистості, найвищим його проявом є формування і розвиток ціннісних орієнтацій особистості;

3) емоційно-когнітивний компонент пов'язаний з отриманням нових знань, розвитком професійних інтересів, стійкістю намірів (цілей) та мотивів навчання, виконанням навчально-професійної діяльності, у якій формуються ПВЯО;

4) контрольний-оцінний компонент передбачає рефлексивну оцінку професійно важливих якостей особистості (ПВЯО), за рахунок яких забезпечується стійкість цілей і мотивів, а отже, і стійкість професійної спрямованості особистості;

5) процес формування і розвитку професійної спрямованості особистості відбувається в умовах провідної (навчально-професійної) діяльності старшокласників і безпосередньо пов'язаний із динамічними змінами її структурних компонентів.

Науковці (С. Рубінштейн [483], Є. Клімов [207], Е. Зеєр [180], Ю. Афонькіна [29], А. Сейтешев [498] і ін.) зазначають, що питання формування професійної спрямованості особистості досліджене недостатньо повно і докладно, зроблено лише деякі спроби подати процес розвитку професійної спрямованості в динаміці. Як підкреслює Л. Зибіна [185],

професійна спрямованість особистості не статичне поняття, оскільки розвиток супроводжує усе свідоме життя суб'єкта праці. Її можна охарактеризувати як фіксований на визначеному віковому етапі рівень професіоналізації. Отже, відповідно до цих рівнів і віку мають місце і різні рівні сформованості професійної спрямованості особистості. Це, безумовно, підтверджує актуальність ідеї нашого дослідження щодо формування професійної спрямованості особистості старшокласників у процесі навчання у профільній школі. Тому, виходячи із трактування поняття професійна спрямованість особистості, визначимо критерії й показники сформованості професійної спрямованості особистості (таблиця 1.6).

Таблиця 1.6

Критерії й рівні сформованості професійної спрямованості особистості

Критерії	Рівні		
	Високий	Середній	Низький
Характер інтересу до професійної сфери	загальні і професійні інтереси учня мають стійкий характер; провідним є інтерес до обраної професії	загальні і професійні інтереси старшокласника мають обмежений характер; достатньо стійкий інтерес виявляється до спеціальних знань, але вони не завжди поєднуються з інтересом до професії	учень не має стійких інтересів до спеціальних знань, не поєднує загальні інтереси з інтересами майбутньої практичної діяльності, не спостерігається інтерес до самовдосконалення та самопізнання
Ціннісні орієнтації	глибоке розуміння суспільної значущості своєї праці	позитивне ставлення до свого професійного обов'язку	відсутня система суспільно значущих цінностей, що відображає цінність трудової діяльності

Окрім таких критеріїв, як характер інтересу до професійної сфери й ціннісні орієнтації, ПВЯО старшокласника, які формуються у процесі навчання математики, також визначаються:

- психічними властивостями особистості учня, від яких залежить його успіх у майбутній професійній сфері (просторове мислення, слухомовна пам'ять, зорова пам'ять, логічне мислення, словниковий запас, окомір, обчислювальні навички);
- здібностями учнів до здійснення НМД (уміння оперувати науковими математичними поняттями, фактами, тобто застосовувати їх до пояснення явищ у нових ситуаціях, застосовувати способи діяльності, демонструвати навички математичного моделювання, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, робити правильні і лаконічні висновки);
- якістю математичної підготовки.

Критерії і показники їх вимірювання будуть представлені під час опису експериментального дослідження.

Старший шкільний вік є найбільш сприятливим щодо виявлення схильності, прагнень/намірів і формування інтересів, мотивів і ціннісних орієнтацій старшокласників, а тому процес формування професійної спрямованості особистості є закономірним під час навчання у профільній старшій школі. Формуванню професійної спрямованості особистості буде сприяти професійно спрямоване навчання, характерною рисою якого вбачаємо формування мотивації навчальної діяльності, ціннісних орієнтацій особистості, розвиток інтересу до майбутньої професії і ПВЯО.

1.2.2. Професійна спрямованість навчання старшокласників в умовах профільної школи Сучасні науково-педагогічні дослідження однією зі своїх задач ставлять розроблення наукових основ формування професійної спрямованості особистості, його соціалізації у процесі навчання. Великі можливості задля реалізації цього завдання надаються в умовах профільного навчання. Профільне навчання, засноване на вільному виборі старшокласниками певного профілю навчання, об'єктивно впливає на формування професійної спрямованості учнів. У більшості учнів, які навчаються у профільних класах спостерігається досить висока мотивація навчання, розвинені пізнавальні, професійні інтереси, схильності до професійної

діяльності. Професійна спрямованість навчання старшокласників ще в профільній школі надає їм можливість перевірити свої професійні устремління й переваги, співвіднести свої наміри з вимогами обраної сфери професійної діяльності, соціальним замовленням суспільства, здійснити обдуманий, зважений, реалістичний вибір професії.

1.2.2.1. Аспекти проблеми професійного орієнтування старшокласників в умовах профільного навчання Проблема професійного орієнтування старшокласників в умовах профільного навчання є багатоаспектною і потребує досліджень у теоретичному, психолого-педагогічному, методичному напрямках. Теоретичний аспект – це досягнення психолого-педагогічної науки у питаннях розв’язання проблеми, що відображені у численних дослідженнях вітчизняних та зарубіжних авторів [88; 110; 131; 153; 201; 214; 253; 358; 371; 401; 403; 493; 570; 607].

Психолого-педагогічний аспект передбачає запровадження теоретичних надбань у практику допрофільної та профільної підготовки, переважно засобами організації психологічного супроводження учнів, створенням професійно зорієнтованого творчого середовища в навчальних закладах освіти, тощо [47; 168; 206; 208; 216; ; 364; 432; 421; 492; 604; 636].

Методичний аспект має на меті розроблення і впровадження методики професійного орієнтування старшокласників у процесі вивчення окремих шкільних дисциплін [159; 208; 360; 426; 464; 495].

Проаналізуємо, як на сучасному етапі відбувається підготовка старшокласників до майбутньої професії у профільній школі.

На сучасному етапі розвитку системи освіти в Україні велику роль відіграє забезпечення наступності і взаємозв’язків шкільної освіти і освіти у ВНЗ, що передбачає отримання учнями середніх загальноосвітніх закладів якісної загальноосвітньої підготовки й початкової професійної орієнтації, які забезпечують осмислений вибір спеціальності й успішний вступ до ВНЗ. Проте аналіз праць з певної тематики показав, що не всі питання такої взаємодії

розкриті й аргументовані достатньою мірою (особливо у прикладній частині, тобто в питаннях організації).

Так, пошуки науковців В. Болтянського [60], О. Бугайова [68], М. Бурди [74], Г. Глейзера [60], М. Гузика [134], Т. Гришиної [128], Г. Дорофєєва [155], В. Забранського [171], О. Корсакової [237], С. Логачевської [348], О. Потапова [462], П. Сікорського [512], З. Слєпкань [528], В. Фірсова [154], С. Яценко [645] та ін. були спрямовані на уточнення понятійного апарату і виявлення можливостей диференційованого навчання, його змісту, форм і методів.

У роботах О. Владиславєва [96], Б. Гершунського [111] та ін. досліджувалася проблема неперервної освіти тільки у плані наступності навчання. Теоретико-методичним питанням профільного навчання були присвячені роботи С. Гончаренка [122], Ю. Мальованого [135], В. Орлова [389], А. Хуторського [593]; теоретичному узагальненню проблеми змісту профільного навчання – праці В. Гузєєва [133], С. Рягіна [487], О. Савченко [488]; управлінським аспектам організації профільного навчання присвячено праці В. Болгаріної [57], Л. Даниленко [143], Г. Єльнікової [163], Л. Калініної [195].

У роботах М. Бурди [77], М. Ігнатенка [191], О. Кірсанова [202], Р. Утєєвої [566], І. Унт [565], А. Фурмана [581], Н. Чупрікової [605] та ін. розв'язувалися проблеми рівневої диференціації навчання, забезпечення варіативності освіти і розроблялися освітні технології, що також сприяло лише ефективному вибудовуванню диференційованого процесу навчання.

М. Бурда [74], Г. Дорофєєв [155], А. Пінський [446] досліджували співвідношення базової і профільної підготовки, В. Мадзігон [359], Є. Павлютенков [433] – співвідношення загальної і спеціальної освіти з орієнтацією на загально трудову, політехнічну і професійну підготовку учнів.

Різним аспектам підготовки учнів до осмисленого вибору професійного майбутнього були присвячені дослідження С. Осадчого [426], Л. Тименко [551].

Накопичений досвід підготовки учнів до осмисленого вибору професії свідчить, що ефективність профорієнтаційної роботи за безперечної її корисності ще незначна. Необхідним є індивідуальний підхід, а також максимальне використання усього арсеналу профорієнтаційних можливостей навчально-виховного процесу у школі, створення і впровадження педагогічних технологій, орієнтованих не тільки на підвищення рівня знань старшокласників, але й на розвиток професійного самовизначення, тобто діяльнісно-змістової єдності у майбутніх спеціалістів.

Особливого сенсу набуває професійна орієнтація старшокласників у зв'язку із уведенням **профільного навчання**, оскільки, згідно з Концепцією [232] програма профільного рівня передбачає вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, наприклад, безпосередньо пов'язану з математикою або її реалізаціями.

Аналіз дисертацій, присвячених організації профільного навчання учнів середньої школи, надає змогу виокремити низку досліджень, у яких розкриваються: фактори формування стійкого інтересу студентів коледжу до обраної професії, свідомого вибору старшокласниками майбутньої професії типу «людина-техніка», формування ціннісних орієнтацій в учнів профільних класів (Л. Куліненко [253], О. Набока [403], А. Шаповалов [607]); психолого-педагогічні умови стимулювання соціально-комунікативної активності старшокласників (В. Киричук [201]); методика та педагогічні умови готовності старшокласників до професійного самовизначення в умовах профільного навчання (Н. Мартіна [371], А. Гапоненко [110], М. Кожевникова [214]); формування професійних намірів старшокласників в умовах профільного навчання (М. Губанова [131]); поетапна (профвідбір, профорієнтація, профадаптація) підготовка старшокласників до педагогічної професії вчителя фізики в багатопрофільному ліцеї (Н. Кнорр [208]); початкова загально-педагогічна підготовка з метою формування у старшокласників інтересу до педагогічної діяльності, формування у старшокласників професійно значущих якостей майбутнього вчителя, орієнтація старшокласників на професію вчителя

математики у навчально-виховному процесі педагогічного ліцею й на матеріалі профільних педагогічних класів (В. Вакуленко [88], О. Добенько [153], Т. Мухіна [401]); організаційно педагогічне забезпечення розвитку математичних здібностей учнів у процесі профільної диференціації (С. Макарова [360]).

У Концепції профільного навчання у старшій ланці загальної середньої освіти [232] акцентується увага на створенні умов для диференціації та індивідуалізації навчання, розвитку здібностей, вибору учнями індивідуальних освітніх траєкторій, відповідно до їхніх здібностей, нахилів і потреб. Проте, як свідчить аналіз, проблеми організації профільного навчання для розвитку певних здібностей, вивчення окремих шкільних дисциплін з орієнтацією на майбутню професію у профільній школі не стали предметом спеціальних досліджень.

У той же час модернізація системи шкільної освіти спричинила зміни у структурі, змісті й організації освітнього процесу. Це зумовлено орієнтацією сучасної освітньої практики на особистісний розвиток учнів. Акцент зміщується на допрофільне (8-9 клас), а потім – профільне навчання (10-11 клас), що дозволяє враховувати потреби, здатності учнів, створювати умови для їхнього навчання відповідно до професійних інтересів і намірів стосовно продовження освіти.

1.2.2.2. Допрофільна підготовка в основній школі, її місце в організації професійної спрямованості навчання Допрофільна підготовка згідно з галузевою програмою впровадження профільного навчання є складником системи профільного навчання у старшій школі. Організацію допрофільного навчання в основній школі розкривали Е. Аршанський, О. Алесєва [24], С. Лебедева [258], А. Пінський [447], Г. Тахтамишева [549] та ін.

Допрофільна підготовка [69, с. 31] – система педагогічної, психолого-педагогічної, інформаційної та організаційної діяльності, яка допомагає визначенню учнів основної школи в обранні ними профільних напрямів майбутнього навчання та широкої сфери подальшої професійної діяльності.

Згідно з Концепцією профільного навчання у старшій школі [231] допрофільна підготовка здійснюється у 8-9 класах. На етапі допрофільної підготовки важливо створити умови для випробування учня в навчальній діяльності різних видів, яка здійснюватиметься на діагностичній основі й матиме за мету не лише проектування версій вибору профілю, а й формування інтересів, потреб, самовмотивованого самостійного навчання.

Допрофільна підготовка передбачає досягнення групи цілей:

- створення рівного доступу до якісної освіти різним категоріям учнів відповідно до їхніх нахилів та потреб;
- забезпечення наступності між загальною і професійною освітою;
- створення умов для диференціації змісту навчання старшокласників, можливості побудови учнями індивідуальних освітніх програм;
- забезпечення поглибленого вивчення окремих предметів навчальної програми повної загальної середньої освіти.

Першорядними завданнями допрофільної підготовки є:

- виявлення інтересів, нахилів, здібностей учнів та формування практичного досвіду в різних сферах діяльності з метою орієнтації на вибір профільного навчання у старшій школі;
- надання психолого-педагогічної підтримки у формуванні досвіду учня, який пов'язаний із професійною орієнтацією;
- розвиток спектра пізнавальних і професійних інтересів [636, с. 6]

Форми реалізації допрофільної підготовки – уведення курсів за вибором, поглиблене вивчення окремих предметів на диференційованій основі. Розглянемо стан реалізації цих форм у сучасних умовах. Нині у рамках допрофільної підготовки формою організації навчання, що дозволяє реалізувати не тільки математичну підготовку учнів, а також і процес формування якостей особистості, розроблено курси за вибором (курси, що учні вибирають із запропонованого набору відповідно до своїх інтересів і потреб). Так К. Фадеєва [568] пропонує розглядати курси за вибором з математичним змістом як основний елемент і організаційну форму навчального процесу в

умовах допрофільної підготовки. Основна функція курсів за вибором – профорієнтаційна. Вимоги до організації вивчення курсів: їх достатня кількість для визначення напряму профільного навчання; поступове уведення за рахунок годин варіативного освітнього компонента; поділ класу на групи, однорідні за підготовленістю й інтересами учнів.

Спираючись на дослідження Н. Нємової [414], уточнимо типологію курсів за вибором для допрофільної підготовки, яка містить три основних види курсів: предметні (пробні), міжпредметні й орієнтуючі. Здійснений аналіз специфіки курсів на вибір дозволив обрати саме предметний і орієнтуючі курси для формування профільної орієнтації, оскільки зміст предметних курсів за вибором спрямовано на розширення знань учнів з математики; на розвиток інтересу до предмета; на уточнення готовності і здатності освоювати предмет на підвищеному рівні; на створення умов для підготовки до вибору найбільш ймовірних предметів майбутнього профілювання, у цих курсах мають більш яскравий вияв змістовні й діяльнісні особливості профілю навчання. Що стосується орієнтуючих курсів, то вони, як правило, надпредметні й розв'язують задачі профільної і професійної орієнтації (ознайомлення з профілем: які навчальні предмети будуть профільними, які базовими і т.д.; умовна реалізація себе в професії) [414].

Поглиблене вивчення предмета, окрім розширення й поглиблення змісту, має сприяти формуванню стійкого інтересу до предмета, розвитку відповідних здібностей та орієнтації на професійну діяльність, де й використовуються одержані знання [467]. Так, досвід роботи в допрофільних класах з поглибленим вивченням математики свідчить про організацію роботи на змістовому й технологічному рівнях, які відповідно передбачають: поглиблене вивчення матеріалу логічного характеру, пов'язаного з теоріями, законами, правилами, теоремами; розв'язування задач підвищеної математичної складності, розгляд позапрограмних типів задач, пошук альтернативних варіантів їх розв'язання; скорочення часу на вивчення матеріалу описового характеру, який учні опрацьовують поза уроком; використання особистісно

зорієнтованої технології, елементів модульно-рейтингової системи, інформаційних технологій, дистанційних форм навчання. Що стосується способів опрацювання нової інформації та форм організації роботи, то тут мають переважати короткі лекції, практичні заняття, семінари, дослідження, пошукова робота, проблемно-логічний підхід до вивчення нового матеріалу, виконання творчих проектів. Контрольно-корекційна діяльність передбачає програмований контроль, тестові завдання, збільшення кількості завдань за вибором, уроки-консультації, самомоніторинг і самоконтроль.

Поглиблене вивчення здійснюється або за спеціальними програмами та підручниками, або за модульним принципом: програма загальноосвітньої школи доповнюється набором модулів, які поглиблюють відповідні теми.

Допрофільна підготовка також здійснюється через факультативи, предметні гуртки, наукові товариства учнів, Малу академію наук, предметні олімпіади.

У навчанні математики допрофільна підготовка має особливе значення, це зумовлено специфікою самого предмета (високий ступінь абстрактності матеріалу, алгоритмічність побудови змісту тощо).

Потенціал математики дозволяє не тільки формувати логічне мислення, розвивати критичність мислення й інтуїцію, впливати на інтелектуальний розвиток, але і виховувати ставлення до математики як до частини загальнолюдської культури, що відіграє особливу роль у суспільному розвитку. Це визначає пріоритет математики для формування важливих якостей особистості, що допоможуть учням орієнтуватися в сучасному світі професій.

Аналіз робіт Ю. Колягіна [220], С. Шварцбурда [611] та ін. дозволив зробити висновок, що факультативні заняття відігравали велику роль в удосконаленні шкільної математичної освіти, дозволяли здійснювати пошук й експериментальну перевірку нового змісту й методів навчання, варіюючи складність і темп засвоєння.

Допрофільна підготовка потребує такої організації навчально-виховного процесу в основній школі, яка була б спрямована на вивчення психологічних

особливостей особистості учня та супроводжувала його розвиток від 5-го до 9-го класів. Водночас науково обґрунтований педагогічний супровід розвитку особистості на засадах індивідуалізації допрофільної підготовки потребує подальшого розроблення й адаптації до умов основної школи, оскільки недостатньо відповідає віковим психофізіологічним особливостям учнів. Особливо це стосується основної школи, яка охоплює широкий діапазон вікового розвитку дитини від раннього підліткового (5-й клас) до раннього юнацького (9-й клас). Слабка диференціація змісту навчання в сучасній основній школі не забезпечує належного врахування індивідуальних психологічних особливостей учнів, що гальмує різнобічний їх розвиток та негативно впливає на мотивацію навчання. Дотримуючись точки зору Н. Бібік [47] переконуємося в тому, що на етапі допрофільної підготовки важливою є своєчасна оцінка комплексу індивідуальних особливостей підлітка з погляду його готовності до успішного навчання за певним профілем; запобігання дезадаптації в умовах виникнення навчальних труднощів і стресів, пов'язаних із спілкуванням у новому колективі.

Підвалинами психологічного забезпечення допрофільної підготовки та профільного навчання є раннє виявлення й розвиток здібностей, нахилів та потреб учня, формування стійкої мотивації до навчання, сприяння усвідомленому вибору учнями сфери майбутньої професійної діяльності.

Більш глибоке вивчення здібностей і інтересів розпочинається в 8-9 класах. У цих класах найефективніше готовність до навчання у профільній школі вивчається за такими параметрами: психофізіологічна готовність; інтелектуальна готовність; рефлексивна готовність; характерологічні особливості; мотиваційна готовність; комунікативна готовність.

Психологами розроблено інструментарій для визначення особистісної профільної готовності учнів на кожному етапі навчання. Так, психофізіологічна готовність учнів 5-9 класів визначається за методиками: «Темпінг–тест» – визначення властивостей нервової системи й тест креативності Є. Торренса. Інтелектуальна готовність вимірюється тестом Г. Айзенка «Визначення

загальних здібностей (IQ)» для учнів 5-11 класів, а також шляхом дослідження невербального інтелекту (тест Дж. Равена) старшокласників (9–11 класи). Параметр рефлексивна готовність перевіряється тестами «Самооцінка», «Рівень домагань». Мотиваційна готовність визначається в учнів 8–9 класів тестом професійної спрямованості Д. Холланда, в учнів 9–11 класів методикою «Профіль» (визначення 10 можливих напрямків професійної діяльності), в учнів 10-11 класів картою самооцінки схильностей та анкетною «Орієнтація». Комунікативна готовність учнів 9–11 класів вимірюється методикою «КОЗ–2» [364].

Також, на нашу думку, на ефективність допрофільної математичної підготовки учнів основної школи впливатимуть такі чинники: дослідження наявності й аналіз змісту курсів за вибором; дослідження стану поглибленого вивчення математики; оцінка якості математичної освіти випускників основної школи; урахування психологічних параметрів готовності учнів 8–9 класів до навчання у профільній школі; вивчення індивідуальних особливостей математичного мислення учнів.

Роль допрофільної підготовки в організації профільного навчання старшокласників значно підвищиться, якщо процес навчання математичних дисциплін у 8–9 класах середньої загальноосвітньої школи будуватиметься із урахуванням виокремлених вище чинників.

Отже, підсумовуючи, слід підкреслити, що учнів необхідно заздалегідь готувати до усвідомленого визначення профілю навчання, відповідно до їхніх вікових особливостей. Особливої актуальності така підготовка набуває у 8–9 класах. Необхідність професійного вибору в цьому віці зумовлена внутрішніми причинами: особистою потребою молодої людини знайти себе в соціумі, одержати освіту, цікаву професію, яка забезпечить гідне існування. Професійне самовизначення старших підлітків буде відбуватися ефективно, якщо предметом психолого-педагогічного впливу стає цілісне становлення особистості, що передбачає формування таких особистісних якостей, як

здатність до самопізнання і самовдосконалення, незалежність, уміння робити вибір і нести за нього відповідальність [23].

1.2.2.3. Професійна спрямованість навчання старшокласників у профільній школі Перехід до профільного навчання передбачає такі основні цілі:

- сприяти встановленню рівного доступу до повноцінної освіти для різних категорій учнів відповідно до їхніх здібностей, індивідуальних схильностей і потреб;
- створити умови для суттєвої диференціації змісту навчання старшокласників із широкими і гнучкими можливостями побудови учнями індивідуальних освітніх програм;
- забезпечити більш ґрунтовне вивчення окремих предметів програми повної загальної освіти, забезпечити наступність між загальною і професійною освітою, більш ефективно підготувати випускників школи до засвоєння змісту програм вищої професійної освіти;
- розширити можливості соціалізації учнів через «проби» себе в професії, нові освітні практики, форми взаємодії з іншими людьми [448, с. 20].

Головною метою профільного навчання є забезпечення загальнодоступної якісної освіти відповідно до схильностей й освітніх потреб учнів [448].

Уведення профільного навчання у старшій школі на відміну від поглибленого вивчення окремих предметів, коли один-два предмети вивчалися більш глибоко, а всі інші – на загальноосвітньому рівні, передбачає створення умов для глибокого оволодіння учнями вибраними навчальними предметами з метою підготовки до продовження освіти чи професійної діяльності [152].

У педагогіці і психології (як вітчизняній так і зарубіжній) накопичено значний досвід у дослідженні проблем організації навчально-виховного процесу профільних класів та шкіл, методики вивчення окремих дисциплін (фізики, трудового навчання, математики, тощо) з урахуванням профорієнтації учнів.

Аналіз практичного досвіду щодо запровадження профільного навчання в навчально-виховний процес школи [432, 492, 206] надає підстави стверджувати, що на практиці профільне навчання розглядають як:

- процес, який: спрямований на реальне життєве і професійне самовизначення випускників школи; диференційований за змістом навчання, у якому враховано передусім основні запити і професійні плани учнів у реальних умовах; прогнозований з урахуванням структури праці та зайнятості молоді;
- принцип, який: забезпечує поглиблене вивчення окремих спецкурсів, програми повної загальної освіти; створює умови для значної диференціації змісту освіти старшокласників; сприяє рівному доступу до повноцінної якісної освіти; розширює можливості соціалізації учнів;
- форму організації особистісно зорієнтованого навчального процесу;
- засіб диференціації й індивідуалізації навчання, коли враховуються інтереси, здібності та схильності учнів, створюються умови для освіти старшокласників відповідно до їхніх професійних інтересів і намірів щодо продовження освіти;
- профільно-диференційовану планомірну, організовану, спільну двосторонню діяльність учителів і учнів, спрямовану на свідоме, міцне і глибоке опанування останніми системи профільно зорієнтованих знань, умінь і навичок;
- систему спеціалізованої підготовки старшокласників, спрямовану на те, щоб зробити процес їхнього навчання на останньому ступені загальноосвітньої школи більш індивідуалізованим, що відповідає реальним запитам і орієнтирам, здатну забезпечити усвідомлений вибір учнями своєї професійної діяльності.

Як відзначає Р. Бессонов [44] структурі освітніх процесів профільного навчання властиві такі принципи:

- 1) спрямованості до самореалізації, тобто створення механізму запуску, функціонування і розвитку процесу профільного навчання, що дозволяє налагодити відповідну діяльність учня;

2) динамічності – мірою розгортання процесу навчання в освітньому просторі професійно зорієнтованого педагогічного середовища учень може змінювати свої колишні установки відповідно до зміни освітньої ситуації;

3) провідної діяльності – у профільному навчанні учневі важливо надати широкий вибір різноманітних видів діяльності, коли мають місце можливості відшукати варіанти, що відповідають його здібностям;

4) єдності процесуальних складових – профільне навчання як цілісна дидактична система повинна забезпечувати дидактичну інтеграцію процесів навчання, учіння, самоосвіти й ін.

У процесі реалізації цих принципів багато чого залежить від педагогічних технологій профільного навчання, покликаних забезпечити умови для формування у старшокласників потреб і умінь самостійно здобувати знання, навички їхнього поглиблення і застосування з використанням інноваційних технологій: освітніх, інформаційних, комп'ютерних тощо.

Уведення профільного навчання докорінно змінює діяльність школи, оскільки дозволяє «наблизити» освітній процес до потреб учня. Задачами профільного навчання стає: підвищення інтересу учнів до знань за обраним профілем; розвиток і формування якостей особистості майбутнього спеціаліста (інтелектуальних, комунікативних, творчих здібностей); орієнтація учнів на майбутню професію; підготовка до продовження освіти у вищій школі; спрямованість профільного навчання на побудову особистісно зорієнтованого освітнього простору, в якому учень самостійно вибудовує траєкторію освіти у соціокультурному просторі.

За Т. Криловою [249, с. 113] в основу професійної спрямованості навчання мають бути покладені принципи професійної відповідності та наступності, основними засобами яких відповідно є математичне моделювання та наявність типових прикладних задач, а також принципи фундаментальності, підготовки до майбутньої професійної діяльності, вихід на нові математичні ідеї при виконанні достатньої кількості формальних задач, професійної однозначності, прикладного змісту. Ефективним способом, що сприяє

дотриманню цих принципів і правил, є розв'язання задач спеціального змісту на завершальному етапі навчання дисциплін математичного циклу.

Виходячи із зазначених принципів до можливих шляхів професійної спрямованості навчання у профільній школі можна віднести: підготовку учнів до свідомого вибору профілю навчання; формування стійких мотивів вивчення шкільних дисциплін, які для певного напрямку підготовки не є профільними; організацію засвоєння знань і досвіду діяльності через призму ціннісних орієнтацій старшокласників.

Аналіз підходів до розв'язання проблеми професійної спрямованості навчання надає змогу виокремити два найбільш перспективних підходи, перший із яких передбачає орієнтацію системи потреб, мотивів, інтересів і нахилів особистості на позитивне ставлення до майбутньої професії (І. Альошіна [13]), а другий – стосується проблеми відбору і побудови змісту освіти (А. Кудрявцев) [250].

Найбільш перспективним з погляду всебічного розгляду проблеми нам видається поєднання названих підходів. Так, М. Махмутов [377] пише, що принцип професійної спрямованості навчання полягає «у своєрідному використанні педагогічних засобів, при якому забезпечується засвоєння учнями передбачених програмами знань, умінь, навичок і в той же час успішно формується інтерес до обраної професії, ціннісне ставлення до неї, професійні якості особистості... Педагогічними засобами, що слугують реалізації професійної спрямованості викладання, є як елементи змісту навчання, зокрема характер ілюстративного матеріалу для розкриття програмних тем, способи його структурування, так і деякі компоненти прийомів, методів і форм навчання». У цій концепції принцип професійної спрямованості створює основу поєднання загальноосвітнього і професійного в цілісній системі освіти і виховання фахівця, підготовки його до участі у професійній діяльності відповідно до особистих інтересів і суспільних потреб. Реалізація принципу професійної спрямованості усуває суперечності між цілісністю особистості і професійністю, між теоретичним характером дисциплін, які вивчаються у ВНЗ,

і практичним умінням застосовувати ці теоретичні знання у професійній діяльності.

Отже, принцип професійної спрямованості регулює в освіті співвідношення загального і специфічного, визначає діалектичні взаємодії цілісного розвитку особистості і її особливого, професійного. Саме ця обставина визначає особливе дидактичне значення принципу професійної спрямованості у профільному навчанні.

Виходячи з вище означеного, вважаємо, що реалізація в навчанні математики принципу професійної спрямованості повинна мати на меті формування математичного аспекту готовності випускника школи до свідомого вибору сфери професійної діяльності. До змісту цього поняття ми вносимо таке: розвиток мислення і формування професійно важливих прийомів розумової діяльності; забезпечення математичного апарату для вивчення спеціальних дисциплін і професійної підготовки; методологічну підготовку до безперервної самоосвіти в галузі математики і її застосувань. Перераховані задачі вимагають розв'язання на змістовому (добір і побудова змісту курсу математики) і методичному рівнях організації процесу навчання з урахуванням специфіки математики як науки і навчального предмета. Якісна математична підготовка є невід'ємною частиною освіти, яка забезпечує засвоєння учнями передбачених програмами знань, умінь, навичок й одночасно успішно формує інтерес до певної професії, ціннісне ставлення до неї, професійні якості особистості... Ми дотримуємося погляду Б. Гнеденко, що «математична освіта – це не тільки передача знань з різних розділів математики, ознайомлення з поняттями, методами і результатами дослідження, але і формування наукового світогляду» [116]. Тому учити математиці, стверджує Б. Гнеденко, «потрібно не взагалі, а так, щоб сприяти пізнанню закономірностей навколишнього світу; щоб учні ясно уявляли собі походження основних понять і процес наукового прогресу; щоб студенти одночасно одержували навички практичного використання теорії, що були б природною умовою розвитку теоретичного

знання; учити так, щоб отримані знання не були марним вантажем, а постійно використовувалися на практиці» [116].

Отже, можна стверджувати, що професійна спрямованість навчання є категорією педагогічної науки, яка передбачає єдність змістовного і процесуального аспектів, що регулюють зміст і структурування матеріалу, вибір методичних засобів з урахуванням необхідності формування професійно важливих знань, умінь і навичок фахівця. При цьому змістовний аспект має на увазі побудову професійно спрямованого курсу математики, а процесуальний – вибір методів, форм і засобів організації навчально-пізнавальної діяльності, необхідних для формування навичок самостійної роботи і професійного самовдосконалення. Реалізація принципу професійної спрямованості навчання визначає ПСНМ, яке, *по-перше*, сприяє формуванню: соціалізації особистості старшокласника; психологічної спрямованості на майбутню професію; стійкого інтересу до професійних сфер діяльності; мотивації навчання, яка стимулює пізнавальну діяльність учнів; *по-друге*, передбачає відбір змісту освіти на основі міжпредметних зв'язків профільних, загальноосвітніх дисциплін і курсів за вибором.

1.2.3. Роль математичної підготовки у професійному становленні особистості учнів профільної школи Що стосується навчання математики в профільній школі, то, дотримуючись точки зору О. Шаран [608, с. 39], ми вважаємо, що методична система навчання математики має бути доповненою якісно новими компонентами, які б забезпечували її гнучкість та максимальну адаптованість до особистості учня. Одним із основних критеріїв сучасного профільного навчання є «предметний» підхід до диференціації. Виходячи з нього сьогодні у школах використовують навчальний план трикомпонентної структури: базові навчальні предмети, профільні предмети й курси за вибором [79; 47].

Залежно від профілю навчання математики може проводитися на одному з трьох рівнів: 1) стандарту; 2) академічному рівні; 3) профільної підготовки [66, с. 28].

Проектування профільного навчання математики має враховувати щонайменше два фактори: змістову спрямованість і рівень навчання.

У старшій школі вивчення математики диференціюється за чотирма рівнями: рівнем стандарту, академічним, профільним та рівнем поглибленого вивчення математики [407]. Кожному з них відповідає окрема навчальна програма, яка має передбачати у змісті навчання зв'язок із подальшою професійною діяльністю (таблиця 1.7).

Таблиця 1.7

Рівні вивчення математики у старшій школі

Програма	Зміст навчання	Зв'язок з подальшою професійною діяльністю
<i>Рівень стандарту</i>	спрямований на завершення формування в учнів уявлення про математику як елемент загальної культури	не передбачається, що в подальшому випускники школи продовжуватимуть вивчати математику або пов'язуватимуть з нею свою професійну діяльність
<i>Академічний рівень</i>	ширший зміст і вищі вимоги до його засвоєння у порівнянні з рівнем стандарту	передбачається передусім у тих випадках, коли вона тісно пов'язана з профільними предметами і забезпечує їх ефективне засвоєння; крім того, за цією програмою здійснюється МПС, які не визначилися щодо напрямку спеціалізації
<i>Профільний рівень</i>	спрямований на формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти	передбачає вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями
<i>Поглиблене вивчення</i>	передбачає поглиблене вивчення предмета	розраховане на вивчення математики у 8-11 класах

Проаналізуємо особливості профілів навчання у професійному становленні особистості, залежно від рівня математичної підготовки.

Теоретичний рівень (профільний або поглиблений) математичної підготовки прийнятний для математичного і фізико-математичного профілів. Теоретичний рівень математичної підготовки спрямований на розвиток теоретичного типу мислення. Особливістю профілю у професійному становленні особистості є те, що теоретичне мислення характеризується гармонійною взаємодією аналізу і синтезу, а також високим рівнем абстракції, побудованої на основі пізнавальної рефлексії, завдяки якій формується орієнтовна основа дій, оцінюються результати їх виконання. Рівень навчання математики доцільний для профілів, у яких математична освіта є не тільки засобом, а й метою отримання освіти. Майбутня професійна діяльність перебуває в тісному взаємозв'язку з математичною діяльністю. Отже, обсяг і рівень математичної підготовки учнів ураховує насамперед її роль у розвитку особистості і повноцінній діяльності в основних сферах суспільного життя.

Прикладний рівень спрямовує функції предмета на застосування математики. На цьому рівні, з точки зору професійного становлення особистості, необхідно достатньо уваги приділити розвиткові логічного, просторового мислення, формуванню готовності застосовувати математику для моделювання реальних процесів і явищ, зокрема володінню навичками математичного моделювання, методом математичного моделювання. Цей рівень доцільний для природничого, суспільно-гуманітарного, технологічного напрямів, для профілів, у яких математична освіта є інструментом оволодіння певними професіями (інженерно-технічними, економічними, хіміко-біологічними, сільськогосподарськими, воєнно-технічними тощо).

Загальнокультурний напрям математичної підготовки сприяє становленню гуманітарної культури людини, формуванню уявлення про математику як форму опису та метод пізнання дійсності, роль математики для прогресу суспільства. Він вибудовується на основі широкого використання

можливостей образного мислення учнів, доцільний для суспільно-гуманітарного, художньо-естетичного, спортивного напрямів.

У класах суспільно-гуманітарного напрямку (крім економічного профілю), філологічного, художньо-естетичного, спортивного напрямів та технологічного профілю вивчається предмет «Математика» за програмою рівня стандарту [407], він відноситься до обов'язкового, базового курсу (курс А). Мета вивчення курсу — забезпечити засвоєння учнями системи математичних знань і вмінь, що є складовими загальної культури людини і необхідні для вивчення інших шкільних предметів; сформувати науковий світогляд школярів на основі розвитку в них правильних уявлень про природу математики, сутність і походження математичних абстракцій, ідей і методів математики, їх роль у пізнанні і перетворенні дійсності. Зміст і результати навчання визначаються державним загальноосвітнім стандартом.

У класах природничо-математичного напрямку (крім фізико-математичного і математичного профілів), універсального, економічного та інформаційно-технологічного профілів вивчається два предмети «Алгебра і початки аналізу» та «Геометрія» за програмою академічного рівня [407], які також відносяться до обов'язкового, базового курсу (курс В). Курс призначений для учнів, що обрали для себе в майбутньому ті напрями професійної діяльності, в яких математика відіграє роль апарату, специфічного засобу для вивчення і аналізу закономірностей у певній сфері наукової та практичної діяльності.

У класах фізико-математичного та математичного профілів вивчається два предмети «Алгебра і початки аналізу» та «Геометрія» за програмою профільного рівня [407], це є профільний курс (курс С) призначений для учнів, які планують обрати професійну діяльність, суттєво пов'язану з математикою. Цей курс професійно зорієнтований, що передбачає насамперед оволодіння учнями методами та способами діяльності, які відповідають логіці пізнання в математиці. Посилюються міжпредметні зв'язки математики з основами природничих наук, насамперед фізикою та інформатикою.

Прикладна спрямованість навчання забезпечується шляхом застосування знань і математичних методів. По-перше, у різних сферах діяльності (науці, техніці, виробництві, комунікаціях тощо), зокрема у професійній, яка визначається специфікою предмета математики. По-друге, у природничих, гуманітарних і соціальних дисциплінах.

До складу профілю навчання входять *елективні курси* – обов'язкові для відвідування навчальні курси за вибором, Кількість таких курсів має бути більшою порівняно з кількістю курсів, які зобов'язаний обрати учень. Вони створюються за рахунок варіативного компонента. Основна мета елективних курсів – найповніше урахування різнорівневих освітніх середовищ і розширення діапазону індивідуальних потреб учнів.

Курси мають різне призначення (додаток Б.1). Насамперед розширення або поглиблення змісту профільного предмета. Це, як правило, короткотривалі курси. Вони створюються як логічне продовження окремих тем профільного предмета. Так, наприклад, для класів економічного профілю пропонується курс «Економіка в задачах математики», знайомити учнів фізико-математичного й природничого профілів з основами майбутніх професійних знань можна на заняттях курсів відповідно «Застосування математичних моделей у розв'язуванні задач фізики», «Методи математичної статистики у сучасній біології». Рекомендуються такі види елективних курсів: курси, що поглиблюють теоретичний матеріал певних тем; курси, що забезпечують прикладну його спрямованість; курси, що забезпечують зв'язки між профільними предметами в межах одного профілю; курси, що інформаційно підтримують кілька профілів (наприклад, деякі елективні курси з інформатики можуть зацікавити учнів гуманітарних профілів). Становлять інтерес і довготривалі елективні курси. Залежно від специфіки профілю, ці курси більш тісно орієнтовані на майбутню сферу професійної діяльності [79].

Проте, як свідчить аналіз практичної ситуації, що склалася на сучасному етапі в старшій школі [604], констатовано низку типових проблем профільного навчання, а саме:

- недостатність інформації про обґрунтування змісту освіти в різних комбінаціях профільного навчання;
- брак методичних порад з оновлення технології навчання з урахуванням рівнів стандарту, академічного, профільної підготовки;
- відсутність системних прикладних досліджень з питань, досвіду профільного навчання з профільних предметів;
- адаптація випускників шкіл до ринку праці в умовах профільного навчання;
- формування професійної спрямованості особистості учня у навчанні шляхом вивчення окремих шкільних дисциплін з орієнтацією на майбутню професію;
- організація профільного навчання в різних умовах впливу профільної освіти на професійне самовизначення учнів.

Висновки до розділу 1

Здійснений на засадах компаративістського підходу аналіз профільної диференціації в загальноосвітніх навчальних закладах в контексті професійної спрямованості навчання у профільній школі на основі порівняння в сфері діяхронії та зіставлення явищ, віддалених просторово, надає підстави для таких висновків:

1. Для процесу профілізації в різні історичні періоди функціонування школи характерними рисами є: вибір типу школи з біфуркацією або поліфуркацією; розгляд диференціації як принципу навчання; уведення факультативів та курсів за вибором; урахування нахилів і здібностей учнів, а також потреб держави у спеціалістах різних галузей. Тому об'єктивний і закономірний характер має процес профілізації сучасної старшої школи, метою якого є забезпечення умов для якісної освіти старшокласників відповідно до їхніх індивідуальних нахилів, можливостей, здібностей і потреб, забезпечення професійної орієнтації учнів на майбутню діяльність, встановлення наступності

між загальною середньою і професійною освітою, забезпечення можливостей формування інтелектуального та культурного потенціалу як найвищої цінності нації.

2. Диференціація навчання математики в умовах профільної школи припускає різні рівні професійної спрямованості навчання, що дозволить у процесі МПС: створити умови для диференціації змісту навчання з широкими і гнучкими можливостями побудови учнями індивідуальних освітніх програм; розширити можливості соціалізації учнів; сприяти встановленню рівного доступу до повноцінної освіти різним категоріям учнів відповідно до їх здібностей, індивідуальних схильностей і потреб.

3. Старший шкільний вік є найбільш сприятливим щодо виявлення схильності, прагнень/намірів та формування інтересів, мотивів і ціннісних орієнтацій старшокласників, а тому навчання у старшій профільній школі має бути орієнтованим на формування професійної спрямованості особистості старшокласника, яка визначається характером інтересу до професійної сфери, ціннісними орієнтаціями, ПВЯО старшокласника, які формуються у процесі навчання математики. Процес формування професійної спрямованості особистості старшокласників потребує організації навчальної діяльності за принципом професійної спрямованості навчання. Реалізація в навчанні математики принципу професійної спрямованості передбачає розвиток мислення і формування професійно важливих прийомів розумової діяльності; забезпечення математичного апарату для вивчення профільних дисциплін і допрофесійної підготовки; методологічну підготовку до безперервної самоосвіти в галузі математики і її застосувань.

4. Професійна спрямованість навчання у єдності змістовного і процесуального аспектів, що регулюють зміст і структурування матеріалу, вибір методичних засобів з урахуванням необхідності формування професійно важливих якостей особистості старшокласника є категорією педагогічної науки й засновується на принципі професійної спрямованості навчання. Навчання, засноване на вільному виборі старшокласниками певного, об'єктивно впливає

на формування професійної спрямованості особистості учнів. У більшості учнів профільних класів спостерігається досить висока мотивація навчання, розвинені пізнавальні, професійні інтереси, схильності до професійної діяльності. Професійна спрямованість навчання на етапі допрофільної підготовки реалізується за рахунок: оцінки якості математичної освіти випускників основної школи; урахування психологічних параметрів готовності учнів 8–9 класів до навчання у профільній школі; вивчення індивідуальних особливостей мислення школярів. У профільній підготовці старшокласників професійна спрямованість навчання передбачає формування стійких мотивів вивчення шкільних дисциплін, які для певного напрямку підготовки не є профільними; організацію засвоєння знань і досвіду діяльності через призму ціннісних орієнтацій старшокласників, формування ПВЯО та якісну математичну підготовку учнів у межах обраного навчального профілю.

5. Якісна математична підготовка старшокласників у профільній школі досягатиметься дотриманням у процесі навчання таких умов: урахування інтересів, нахилів, здібностей і можливостей кожного учня в контексті соціального та професійного самовизначення у процесі навчання математики; внесення математики до набору обов'язкових предметів будь-якого профілю; побудова профілів навчання за рахунок комбінації базових, профільних, вибірково-обов'язкових предметів, спеціальних курсів, курсів за вибором та факультативів відповідно до профільного самовизначення учнів, що надасть можливостей реалізації індивідуальних освітніх траєкторій учнів профільної школи; на профільному рівні математичної підготовки відображення зв'язків з подальшою професійною діяльністю у цілях, змісті і структурі організації навчання.

Основні результати першого розділу опубліковано в роботах [283; 284; 293; 295; 297; 300; 301; 302; 306; 309; 310; 311; 312; 313; 323; 325; 334; 335; 336; 341; 342; 344; 347; 423].

РОЗДІЛ 2

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ НАВЧАННЯ СТАРШОКЛАСНИКІВ МАТЕМАТИКИ В УМОВАХ ПРОФІЛЬНОЇ ШКОЛИ

2.1. Прояв у навчальній діяльності психолого-фізіологічних особливостей учнів старшого шкільного віку

Видатні психологи Л. Виготський, П. Гальперін, О. Леонтьєв, Ж. Піаже, С. Рубінштейн [94; 108; 264; 445; 483] створили фундамент для усвідомлення механізмів мислення, ролі діяльності, комунікацій і діалогу у процесі навчання, що стало основою для сучасних психолого-педагогічних теорій навчання: особистісно орієнтованого навчання, педагогіки співробітництва, теорії конструктивізму у навчанні, педагогічної діалогіки.

С. Максименко [363] серед сучасних психологічних досліджень виокремлює ті напрямки, які роблять вагомий внесок до комплексного вивчення людини. Одним із них є вивчення цінностей життя, духовного розвитку людини, змісту внутрішнього світу особистості та її ціннісних орієнтацій. Другий напрямок, що став предметом поживавлених наукових дискусій – акмеологія, наука про інтелектуальну та моральні зрілість, що сприяє досягненню нею вершин розвитку в усіх галузях її буття. Ще один напрямок – активність людини як одна з головних проблем психології суб'єкта.

Психолого-педагогічні дослідження [136; 181; 222; 362; 403; 413; 429; 660] виявляють, що конституціональним у становленні особистості старшокласника є соціальне самовизначення – пріоритетна спрямованість і мотиви діяльності, від змісту та характеру яких залежать успішність навчальної діяльності й подальша життєтворчість.

Центральним новоутворенням психічного розвитку раннього юнацького віку є *орієнтація на майбутнє*, яка визначає життєву перспективу взагалі (а не тільки участь у певній діяльності): це й потреба зайняти внутрішню позицію

дорослого, зрозуміти себе як члена суспільства, визначити своє призначення в житті. Для цього потрібен достатній рівень розвитку особистості: аналіз і переоцінка моральних принципів, настанов, щоб побудувати власну систему цінностей, життєвих цілей, перспектив.

Психолого-педагогічною наукою накопичено значний потенціал розвитку особистості випускника, здатного свідомо обрати подальший шлях професійної діяльності. Одним із можливих шляхів задоволення потреб підростаючого покоління є профільна старша школа, мета якої розв'язати проблему професійної спрямованості навчання шкільним дисциплінам.

Розглянемо психологічні основи організації профільного навчання, напрацьовані психолого-педагогічною наукою, які, на наш погляд, якнайефективніше сприяють організації професійної спрямованості навчання старшокласників, а саме: психологічні передумови вибору профілю навчання; урахування вікових особливостей учнів у процесі організації профільного навчання старшокласників і використання психологічних механізмів засвоєння знань; навчання з опорою на сфери особистості (мотиваційну, когнітивну, семіотичну, тощо).

2.1.1. Психологічні основи організації профільного навчання М. Бурда [71] зазначає, що соціальні перетворення, які відбулися за останнє десятиріччя, кардинально вплинули й на освітню ситуацію, особливо в парадигмі взаємозв'язків між суспільством і особистістю. Відбулася зміна пріоритету у бік особистості. Лейтмотивом освіти стають: пріоритет соціально-мотиваційних факторів і загальнолюдських цінностей; методологічна переорієнтація освіти на особистість, забезпечення активної пізнавальної позиції суб'єкта навчання; організація навчання на основі максимального урахування досвіду взаємодії учня з навколишнім світом, урахування не лише раціональної, а й особистісно-почуттєвої сфери його діяльності; спрямованість освіти на найповнішу реалізацію здібностей, інтелектуального, духовного й творчого потенціалу молодої людини, на вироблення стійких механізмів самонавчання, самовиховання та розвитку [71].

Так І. Якиманська [639], досліджуючи психолого-педагогічні проблеми диференціації навчання, наголошує на тому, що диференціація учнів за пізнавальними інтересами, профілем навчання має здійснюватися передусім на основі урахування індивідуальних відмінностей в опрацюванні навчального матеріалу, в яких саме відображається своєрідність пізнавальних процесів, емоційно-ціннісне ставлення до системи знань, відповідність змісту і форми подання навчального матеріалу відповідно до особистісних потреб учня. Як наголошує автор, без цього не можна визначити предметний профіль учнів, а відповідно і здійснити якісний відбір.

Учень у своєму індивідуальному досвіді взаємодії з довкіллям часто спирається на ознаки об'єктів особистісно-значимі для нього, але не суттєві з позицій тієї чи іншої науки. Якщо особистісно-значимі ознаки є також і логічно суттєвими, то можна очікувати, що в учня буде складатися інтерес до певної галузі знань. Якщо ж опорні ознаки аналізу об'єктів, які склалися в індивідуальному досвіді учня, не відповідають вимогам предметної галузі знань, то учень буде засвоювати цю галузь як обов'язковий, проте не улюблений предмет, якому б хотілося присвятити весь вільний час й обрати відповідно до нього профіль навчання [639, с. 47].

Г. Селевко [499], зіставляючи різні авторські моделі навчання, зазначає, що основним психологічним механізмом засвоєння знань є або тільки асоціативно-рефлекторний механізм, або асоціативно-рефлекторний механізм у поєднанні з біхевіористськими, сугестивними, розвиваючими та іншими психологічними концепціями особистості. Як підказує практика, розвиток формально-логічного мислення в освітньому процесі відповідно до таких моделей навчання будується переважно на стратегії асоціативно-рефлекторного механізму пізнання, тобто на встановленні зв'язків різної складності між предметами, явищами, властивостями, на основі асоціації «спільне-відмінне». У школі процес формування асоціацій має певну логічну спрямованість, яка регламентується діяльністю вчителя з опорою на комплекс навчально-методичних засобів, серед яких основну роль відведено підручнику.

Практично не реалізуються інші механізми мисленнєвої діяльності, побудовані, наприклад, на поєднанні таких трьох компонентів: «той, хто пізнає (учень) – процес пізнання – явище, яке пізнається». У цьому випадку мисленнєва діяльність учнів у процесі пізнання набуває суб'єктивного досвіду, звільнюється від стереотипів, від механічного накопичення сукупності знань, відкривається перспектива усвідомлення, динамічних процесів, які безперервно відбуваються у світі. Свідомість учня стає гнучкою, динамічною, мисленнєва діяльність здатна при цьому забезпечувати високий рівень навчальної і професійної діяльності.

Процес навчання забезпечує ефективний розвиток дитини в тому випадку, коли його головні компоненти викладання (діяльність вчителя) й учіння (діяльність учнів) перебувають у тісній взаємодії і продуманих взаємозалежностях (Ю. Бабанський) [31].

Психологізація навчального процесу поглиблюється у зв'язку з тим, що він виконує триєдину функцію: засвоїти визначені елементи знань, за їх допомогою розвивати психічні процеси суб'єктів учіння, соціалізувати (виховувати) їх. Процес засвоєння знань задіює відповідні психологічні компоненти і водночас розвиває їх, причому розвиток інтенсифікується в гуманізованому й адаптованому до потреб і можливостей дітей середовищі, яке відповідає національним звичаям, традиціям і менталітету.

Отже, психологізація навчання – це не лише вивчення і врахування вікових та індивідуальних особливостей суб'єктів учіння під час навчального процесу, а й адаптування до них змісту навчання, дослідження і використання психологічних можливостей навчального матеріалу – у розвитку емоційно-вольових та інтелектуально-пізнавальних процесів, національному вихованні учнів (П. Сікорський) [511].

Кожна навчальна дисципліна має свої психологічні пріоритети. Зміст математичних дисциплін характеризують їх особливості, які належно впливають і на їх місце у структурі навчального процесу, і на психологічне забезпечення засвоєння математичних знань. До них належать [511, с. 5]:

- високий рівень узагальнення й абстрагованості;
- тісний взаємозв'язок між усіма елементами знань;
- велика кількість термінів і понять;
- домінування дедуктивних умовиводів, логічних обґрунтувань, постійне включення аналітико-синтетичних функцій мислення;
- переважання методу вправлянь, його суттєва роль не лише для формування відповідних навичок і вмінь, а й для засвоєння теоретичних знань;
- загальне домінування розвивальних функцій над освітніми під час вивчення математики;
- велика роль ядра математичних знань і навичок для успішного подальшого просування і в навчанні, й у розвитку.

Залежно від профілю навчання урахування цих особливостей має відбуватися по-різному. Так, учням суспільно-гуманітарного, технологічного, художньо-естетичного, спортивного напрямів навчання, на профілях яких математика вивчається на рівні стандарту (таблиця Б.5 у додатку Б.2) властиве вербальне оперування математичною термінологією, звернення до образного мислення, швидка втомлюваність від виконання одноманітних вправ, властивих методу вправлянь тощо. Для учнів хіміко-біологічного, географічного, медичного, екологічного та інших навчальних профілів, які вивчають математику за програмою академічного рівня, важливим є усвідомлення практичного значення шкільного предмета математика з точки зору обраного ними навчального профілю. Для учнів математичного і фізико-математичного профілів, які вивчають математику за програмою профільного або поглибленого рівня, характерним є високий рівень узагальнення й абстрагованості, домінування дедуктивних умовиводів, логічних обґрунтувань, переважання методу вправлянь для засвоєння теоретичних знань. Ці, а також інші відмінності учнів у навчальній діяльності спонукали нас до дослідження сфер особистості старшокласника з метою їх врахування у процесі створення системи професійно спрямованого навчання математики у профільній школі.

2.1.2. Формування і розвиток сфер особистості старшокласників у навчанні математики В учінні поєднуються когнітивні здібності й мотиваційні установки. У ньому реалізуються особисті плани й наміри учнів згідно з метою діяльності, емоційним ставленням до дійсності, організованим навчанням і суб'єктивним досвідом визначаються: прийняття, осмислення й перетворення. Засвоюючи заданий зміст, учень не просто дістає наукову інформацію, а перетворює її на основі власного досвіду, тобто вибудовує суб'єктивну модель пізнання, до якої вносяться не лише логічно істотні, а й особистісно значущі ознаки пізнавальних об'єктів. «Навчання – це керування учінням, тобто навчальною діяльністю учнів... Функції вчителя у навчанні аж ніяк не зводяться до викладання учням готових знань з тих чи інших предметів... Ефективність учіння значною мірою підвищується, коли вчитель не тільки викладає готові істини, а й керує процесом їх самостійного відкриття й оволодіння учнями» (Г. Костюк) [238]. Постає питання: як має бути організована діяльність вчителя, яка б забезпечувала наукове пізнання учнем дійсності, тобто його учіння і психічний розвиток.

У власному дослідженні ми схилиємося думки тих науковців (І. Дубровіна [429], Б. Круглов [429], М. Поспелов [461]), які стверджують, що навчання відіграє вирішальну роль у психічному розвитку учня, а тому в кожен віковий період навчання повинен забезпечувати формування інтелектуальної сфери, сприяти особистісному розвитку, створювати умови для емоційного благополуччя.

Здійснений аналіз психологічних проявів особистості у процесі навчання а також завдань навчання у розвитку особистості, надає підстави зробити висновок, що визначальну роль у розвитку особистості у навчанні має відігравати формування і розвиток таких сфер особистості: мотиваційної, емоційно-ціннісної, інтелектуальної, когнітивної, семіотичної (рис. 2.1).

Дослідимо більш детально кожен із виокремлених нами сфер.

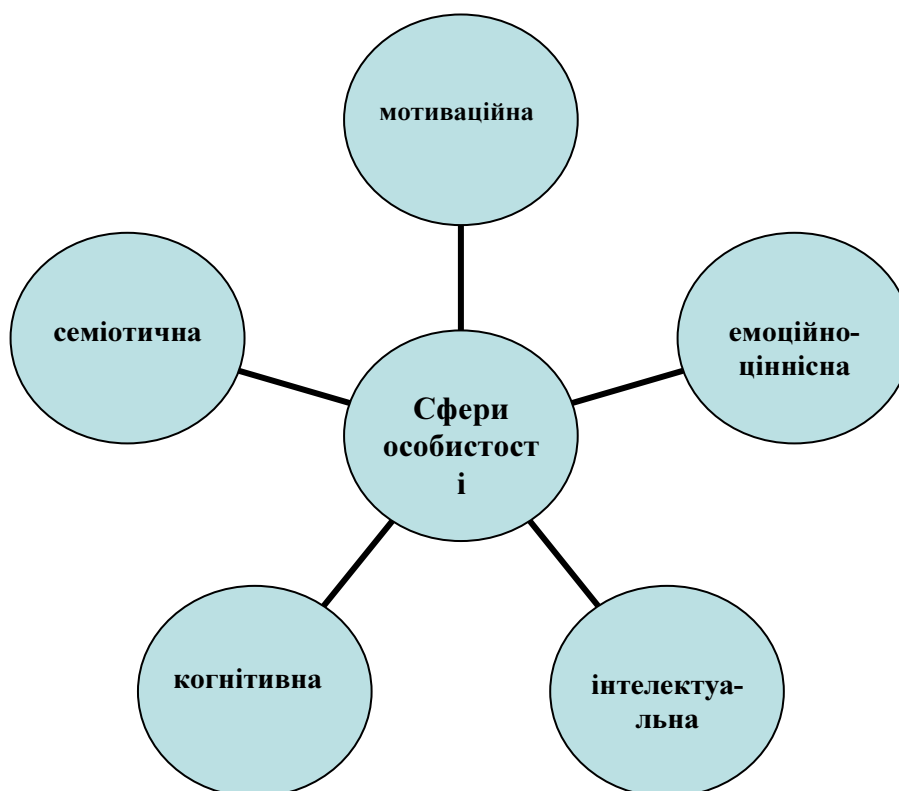


Рис. 2.1. Сфери особистості старшокласника

Мотиваційна сфера у науковій літературі визначається неоднозначно. Розглянемо деякі підходи до розуміння цього поняття. Так, Р. Немов під мотиваційною сферою розуміє наявну в даної людини сукупність мотиваційних утворень [413, с. 394]. Є. Ільїн [188, с. 52] виокремлює певну схему взаємопов'язаних компонентів: мотив – мотивація – мотиваційна сфера, кожен наступний компонент є узагальненням попереднього і базується на ньому, останній є найширшим поняттям. Мотиваційна сфера має досить складну структуру, у ній мотиви розміщуються в певній послідовності, залежно від «важливості мотиву». Їй характерна полівмотивованість, структурність та ієрархічність мотивів [218].

Мотиваційну сферу також визначають як «мотивацію» в широкому сенсі слова [205].

Формування мотиваційної сфери відбувається через вплив на формування мотивів. Бажання вчитися, позитивне ставлення до навчання, знань, школи

породжується багатьма потребами й мотивами, які формуються й виховуються за умови, коли навчання організоване правильно. До новоутворень у мотиваційній сфері особистості слід віднести: усвідомлення актуальності вивчення дисципліни, утворення стійкого інтересу до навчальної дисципліни [218]. Мотиваційна сфера особистості старшокласника безпосередньо пов'язана з мотиваційно-цільовим компонентом професійної спрямованості особистості.

На практиці під профільним навчанням ми розуміємо таку організацію вивчення змісту навчальної дисципліни, яка б передбачала максимальне урахування обраного учнями профілю для його особистісного і професійного становлення. Як підказує практика, учні старшої школи постійно оцінюють запропонований ним навчальний матеріал з точки зору необхідності знань і умінь в обраному ними напрямі. Тому особливої уваги потребує мотиваційний етап вивчення тієї чи іншої теми, передбаченої програмою певного профілю. Одним з ефективних прийомів мотивації, на наш погляд, є демонстрація профільної спрямованості досліджуваної теми. Мотивація вивчення тем шкільного курсу математики значно підвищується, якщо учні усвідомлюють зв'язок навчального матеріалу зі сферою професійної діяльності, яку прагнуть опанувати у майбутньому. Якщо при цьому вчитель на уроці створює ситуацію, у якій кожен учасник процесу навчання не боїться висловлювати свою думку, особливо це стосується учнів з низьким рівнем математичної підготовки, коли учителем почуті правильні висловлювання учнів, то так створюється ситуація успіху на уроці, підвищується рівень мотивації, виникає інтерес до пізнання математичних фактів.

Для учнів гуманітарного профілю важливим є загальнокультурний розвиток, демонстрація зв'язків між зрозумілими для них, важливими з точки зору їх профілю фактами і математичної наукою. Так, наприклад, доречні: історичні екскурси на уроках математики, які ознайомлюють із цікавими фактами, пов'язаними, так чи інакше, з математикою, з життя відомих особистостей, які не були математиками; епіграфи до уроку з висловлювань письменників, художників про математику і математиків; ігрові ситуації, коли

виконуючи завдання з математики, учні розгадують кросворд, головоломку тощо, а в результаті ознайомлюються з фактами в галузі їх профілю.

Учнів математичного профілю цікавить математика як наука, вони, як правило, мають достатню математичну базу і розвинене логічне мислення. У цьому випадку важливо створити таку навчальну ситуацію на уроці математики, яка б сприяла активному функціонуванню тріади метод-навчальна задача-пошук.

Вибір для дослідження інтелектуальної та емоційно-ціннісної сфер особистості учня зумовлюється таким:

1) саме ці сфери найбільшою мірою формуються у школі в умовах цілеспрямованого навчання;

2) інтелектуальні й емоційно-ціннісні психологічні утворення є центральними, без достатнього розвитку яких неможливе повноцінне формування особистості;

3) указані сфери особистості старшокласника мають велике значення, оскільки і збільшення обсягу, й ускладнення навчального матеріалу, і проблема вибору свого подальшого професійного і життєвого шляху потребують усебічного розвитку особистості;

4) у постійній взаємозалежності із досліджуваними сферами особистості перебувають компоненти навчальної діяльності (емоційно-чуттєва, символічно-інтелектуальна, тілесно-м'язова і духовна діяльність);

5) у межах функціонування інтелектуальної та емоційно-ціннісної сфер особистості перебуває емоційно-когнітивний компонент професійної спрямованості особистості старшокласника.

Розвиток інтелектуальної сфери – центральна ланка психічного розвитку дитини, важлива умова формування її особистості, що найбільш плідно реалізуються у шкільні роки.

Шкільне навчання впливає на розумовий розвиток, оскільки його ціль – забезпечити умови, за яких учні опановуватимуть знання, уміння й навички. Засвоюючи навчальний матеріал, учні навчаються розкривати зв'язки і

взаємозв'язки, що реалізуються між предметами і явищами навколишнього світу, опановують уміння формулювати чіткі судження і визначення, будувати умовиводи, робити змістовні висновки, проводити аналогії тощо. Усе це сприяє розвитку навичок систематизації, класифікації, узагальнення і конкретизації. У процесі навчальної діяльності учні опановують численними прийомами розумової діяльності, вчать мислити. У них розвивається одна з найважливіших сторін абстрактного мислення – здатність «діяти в розумі», що забезпечує їм можливість оперувати з предметами не безпосередньо, а опосередковано, тобто образами (наочними, схематичними), а також ЗСЗ.

За недостатнього розвитку в учнів розумових умінь, навичок, операцій стає утрудненим опанування навчальним матеріалом, що призводить або до недостатнього його засвоєння, або до можливості виникнення навчального перевантаження.

У власному дослідженні нас цікавить, з одного боку: ступінь сформованості указаної сфери особистості, а з іншого – особливість динаміки її розвитку в умовах навчання у профільній школі.

Профільне навчання математики відрізняється, в першу чергу, спрямованістю на розвиток теоретичного типу мислення. Цей тип мислення характеризується гармонійною взаємодією аналізу і синтезу, а також високим рівнем абстракції, побудованої на основі пізнавальної рефлексії, завдяки якій формується орієнтовна основа дій, оцінюються результати їх виконання. Зазначений рівень навчання математики доцільний для тих навчальних профілів, для яких математична підготовка не тільки засіб, а й мета здобуття освіти, майбутня професійна діяльність у цьому випадку нерозривно пов'язана з математичною діяльністю.

Навчання математики на природничому, технологічному, економічному напрямках профілізації відрізняється спрямованістю на застосування математики, математична освіта випускників профільної школи за цими напрямками є інструментом оволодіння певними професіями (інженерно-технічними, економічними, сільськогосподарськими, хіміко-біологічними,

військово-технічними тощо). Моделювання є головним принципом навчання тих, хто застосовує математику. На цих напрямках необхідно достатньо уваги приділити розвитку інтелектуальної сфери учнів у таких її аспектах, як: логічне, просторове мислення, формування готовності застосовувати математику для моделювання реальних явищ і процесів, зокрема оволодіння навичками математичного моделювання, методом математичного моделювання.

Навчання математики на загальнокультурному напрямку характеризується гуманітарною спрямованістю. Цей напрямок математичної освіти має сприяти у першу чергу становленню гуманітарної культури людини, формувати уявлення про математику як форму опису та метод пізнання дійсності, про роль математики для прогресу суспільства. Формування інтелектуальної сфери повинно будуватися на основі широкого використання можливостей образного мислення учнів, що є доцільним для гуманітарного, художньо-естетичного, спортивного напрямів.

Підводячи короткий підсумок, зазначимо, що вплив процесу навчання на інтелектуальну сферу учнів визначає те, якими прийомами й навичками розумової діяльності (умінням узагальнювати, класифікувати, усвідомлювати способи розв'язування різних класів задач тощо) володіють учні на кожному ступені навчання, наскільки ці прийоми й навички відповідають віковим нормативам. Про інтелектуальний розвиток переконливо свідчить також ступінь сформованості в учнів прийомів запам'ятовування навчального матеріалу, особливості їхньої пам'яті (зокрема, співвідношення значеннєвого й механічного запам'ятовування навчального матеріалу тощо), здатність «діяти в розумі» [429, с. 11].

Щоб змістовно охарактеризувати особливості розвитку інтелектуальної сфери старшокласників, необхідно проаналізувати їх уміння виконувати окремі розумові операції, що лежать в основі інтелектуальної діяльності: розумовий кругозір (поінформованість), уміння узагальнювати, проводити аналогію, класифікацію, знаходити числові закономірності, арифметичні і просторові уміння.

Розвиток емоційно-ціннісної сфери, успішність навчання залежить як від рівня сформованості розумових умінь і навичок, способів розумової діяльності і запам'ятовування навчального матеріалу, так і від розвитку емоційно-ціннісної сфери особистості учня. Дитина повинна не тільки вміти учитися, але і хотіти це робити. Уже сформовані потреби створюють необхідність удосконалювання способів і засобів, спрямованих на пошук предметів їхнього задоволення. Так, залежно від емоційно-ціннісної сфери особистості відбувається розвиток пізнавальних інтересів, здібностей, навичок, умінь, звичок, характеру учня.

У старшому шкільному віці спостерігається поступовий перехід до такого способу задоволення пізнавальних інтересів, як цілеспрямована пізнавальна діяльність. Вона є вищим рівнем пізнавальної потреби і пов'язана не тільки з розвитком інтелектуальної сфери старших учнів, але і з формуванням особистості людини в цілому. Рівень цілеспрямованої пізнавальної діяльності кваліфікується такими ознаками: у навчальних заняттях спостерігається інтерес до визначеної групи предметів, причому він уже досить незалежний від особистості вчителя; навчальні й позанавчальні інтереси пов'язані між собою й охоплюють яку-небудь конкретну сферу пізнавальної діяльності (гуманітарні предмети, природничі тощо); професійний вибір, хоча і не завжди остаточний, відповідає певною мірою системі інтересів.

Інакше кажучи, за наявності цілеспрямованої діяльності у всій структурі пізнавальних переваг виявляється спеціалізація інтересів, формується визначений тип допитливості.

Ще одна із суттєвих потреб людини, що складає її емоційно-ціннісну сферу – це досягнення успіху в тій діяльності, якою вона займається, вона знаходить своє вираження у побудові й змісті самооцінки. Згідно з теорією когнітивного дисонансу Л. Фестингера [586] позитивні емоційні хвилювання виникають у людини в тому випадку, коли її очікування підтверджуються, а когнітивні уявлення втілюються в життя, тобто коли реальні результати діяльності відповідають раніше запланованим.

В емоційно-ціннісній сфері завжди вважалося доречним досліджувати не лише особливості розвитку пізнавальних потреб, а також самооцінку, саморегуляцію, емоційні стани, ціннісно-сміслові орієнтації [429, с. 15].

М. Кларін [204] уважає, що ціннісна сфера особистості може формуватися або під час інтелектуально-пізнавального пошуку, або у процесі комунікативно-діалогічної діяльності, якщо вона зумовлює створення власної життєвої позиції, або у сфері емоційно-особистісних виявів під час пошуку ціннісних аспектів різних дій і взаємозв'язків.

Так, С. Косянчук [239, с. 25] наголошує на тому, що ціннісно-сміслові орієнтації старшокласників є складним особистісним утворенням, яке забезпечує вибіркову, відносно стійку спрямованість інтересів, мотивів, цілей, переконань, вчинків і поведінки особистості й під час формування у процесі фундаменталізації змісту освіти потребує дотримання низки педагогічних умов, а саме: 1) спеціальна організація активної і творчої навчальної діяльності учнів на уроках за допомогою системи пізнавальних завдань, спрямованих на оперування аксіологічними знаннями й уміннями; 2) застосування активних та інтерактивних методів навчання, спрямованих на актуалізацію особистісного й ціннісно-сміслового змісту.

У старшому шкільному віці спостерігається поступовий перехід до такого способу задоволення пізнавальних інтересів, як цілеспрямована пізнавальна діяльність. Рівень цілеспрямованої пізнавальної діяльності кваліфікується такими ознаками: у навчальних заняттях спостерігається інтерес до певної групи предметів, причому він вже достатньо незалежний від особистості вчителя; навчальні та позанавчальний інтереси пов'язані між собою і охоплюють якусь конкретну сферу пізнавальної діяльності (гуманітарні предмети, природничі і ін.); професійний вибір, хоча і не завжди остаточний, знаходиться в деякій відповідності з усією системою інтересів.

Для формування цілеспрямованої пізнавальної діяльності вивчення тем шкільного курсу математики, на наш погляд, повинно супроводжуватися яскраво вираженою прикладною спрямованістю. Так, наприклад, у процесі

вивчення теми «Похідна та її застосування» на рівні стандарту доречним буде використання інтерактивної технології – роботи в малих групах «Спільний проект», що сприяє формуванню навичок групової комунікації, стимулює пізнавальний інтерес і пізнавальну самостійність.

Завдання на уроці з теми «Похідна та її застосування» на профільному рівні, метою якого є формування пізнавального інтересу старшокласників, пропонуємо такий план: встановіть відповідність між похідною функції y' та поведінкою самої функції на відрізку $[-2; 0]$, якщо задані похідні: 1) $y' = 3$, 2) $y' = -3x + 5$, 3) $y' = 3x + 5$, 4) $y' = 3x^2 + 5$, 5) $y' = 0$ і відомо що функція: *a)* монотонно спадає; *b)* має максимум у внутрішній точці; *c)* має мінімум у внутрішній точці; *d)* постійна; *e)* монотонно зростає; *f)* має невизначену поведінку.

Якості особистості – інтелектуальні, емоційні і вольові – є соціально-зумовленими й індивідуально-виявленими. Розвинені мотиваційна й емоційно-ціннісна сфери визначають спрямованість особистості, а у старшому шкільному віці і професійну спрямованість. Що стосується ролі інтелектуальної сфери у розвитку особистості, то ще С. Рубінштейн [483] відмічав, що засвоєння знань і розумовий розвиток – діалектичний процес, у якому причина й наслідок безперервно міняються місцями. Таким чином, передбачається, що зміст освіти й методи навчання повинні забезпечувати неперервний розумовий розвиток учнів, без якого неможливе справжнє засвоєння знань. Але чи завжди це так? Зокрема, дослідимо особливості математичної діяльності учнів у процесі навчання. Зміст цієї діяльності зумовлений програмовими вимогами навчальної дисципліни, характером навчального матеріалу, передбаченого для засвоєння учнями. Діяльність учнів у процесі вивчення математики полягає у засвоєнні математичних понять, правил, теорем, відпрацюванні алгоритмів і способів дій. Між виконанням цих видів діяльності й формуванням розумових умінь і навичок відбувається постійна взаємозалежність: розвинені уміння аналізувати, порівнювати, співставляти, абстрагувати, робити висновки, запам'ятовувати сприяють ефективному засвоєнню навчального матеріалу й продуктивній

математичній діяльності щодо розв'язування поставлених навчальних задач, з іншого боку, нові знання та способи діяльності потребують більш високого рівня мислительних операцій аналізу, синтезу, порівняння, абстракції, тощо. На сьогодні методичною наукою та педагогічною практикою запропоновано різноманітні методичні прийоми, які стосуються змісту, форм, засобів, технологій навчання і мають за мету всебічний розвиток особистості учня. Проте, аналіз стану сучасної освіти вказує на те, що навчання на основі різних педагогічних технологій не завжди дає можливість отримати очікуваний результат. Ми вбачаємо причиною цього недостатньо досліджені психологічні механізми пізнавального розвитку. На практиці педагогами й психологами здійснюється моніторинг таких структурних характеристик особистості, як: тип темпераменту, характер, здібності, «Я»–концепція, спрямованість особистості, тощо. Як стверджують дослідники (Л. Ахметова [30], Дж. Брунер [67], Ж. Піаже [445], В. Шадріков [606], Ф. Немейєр [663], П. Вернон [673]) серед характеристик ефективності навчання практично відсутня основна складова, яка має враховуватися у процесі навчання, – це когнітивна сфера особистості.

Обґрунтовуючи зміст когнітивної сфери особистості, зробимо деякі пояснення щодо термінів «когнітивний», «когнітивна сфера особистості» з метою визначення їх сутності і виявлення тих характеристик когнітивної сфери особистості старшокласників, які можуть бути продіагностовані і враховані у процесі навчання у профільній школі. Термін «когнітивний» існував у психології ще до появи когнітивної психології, а з виникненням і розвитком когнітивних наук став використовуватися як синонім термінам «ментальний», «внутрішній», «інтеріоризований», «розумовий», «мислительний» тощо. У контексті структурної організації когнітивної сфери особистості «когнітивний» виступає синонімом поняття «когніція» і відноиться до пізнання (Ст. Рід [665]), до взаємодії людини зі світом, до оволодіння множиною різноманітних навичок і умінь (У. Найсеєр [404]), до маніпуляції зі знаннями, роботи з інформацією. Головною складовою когніції є мова, мовні форми, що утворюють специфічні багаторівневі схеми, структури різної будови, які

характеризують особливості розумового розвитку особистості (Л. Ахметова [30]).

У роботах Ф. Апазова, С. Яковлевої [19] відзначається, що аналіз типу функціональної асиметрії півкуль головного мозку в 245 учнів у віці від 16 до 21 року (138 юнаків і 107 дівчат), а також їхній зв'язок з типами темпераменту, невротизмом, статтю, ліворукістю й успішністю досліджуваних, показав необхідність урахування півкульної організації функції головного мозку в навчально-виховному процесі.

У власному дослідженні, дотримуючись точки зору Л. Ахметової [30], під поняттям «когніція» будемо розуміти властивість особистості, яка виявляється у здібностях переробляти елементи інформації на різних рівнях структурної організації психічного апарату. Головною складовою когніції людини є мова. Когнітивний процес – процес перероблення елементів інформації на різних рівнях структурної організації психічного апарату з метою отримання деякого знання.

Існують різні підходи до поняття «когнітивна сфера»:

- зовнішні умови когнітивного розвитку особистості учня у процесі навчальної взаємодії (М. Швобель) [616];
- інтелектуальний простір особистості, який передбачає різні форми індивідуальних когнітивних адаптацій (Ж. Піаже) [450, с. 258];
- ієрархічно організоване системне ядро особистості (В. Шадріков) [606].

Ми спиратимемося на визначення Л. Ахметової [30], яка під змістом когнітивної сфери особистості пропонує розглядати знання, набуті в результаті діяльності вищих психічних функцій на сенсорно-моторному, сенсорно-перцептивному, символіко-концептуальному й інтегральному рівнях когнітивних структур в умовах активної взаємодії з навколишнім середовищем.

Компоненти когнітивної сфери особистості інтегровані у дві групи:

- перцептивно-мнестичну (увага, зорова пам'ять, слухова пам'ять, зорове сприйняття, слухове сприйняття), яка співвідноситься з невербальними індивідуально-психологічними характеристиками особистості;
- мисленнєву (просторове мислення, творче мислення, асоціативне мислення, логічне мислення, планування у розумі, комбінаторні здібності, обізнаність, мислительні операції), яка відповідає за своїм змістом вербальному аспекту характеристики особистості.

Що стосується когнітивної сфери особистості, то розробляючи зміст її компонентів, ми виходили із такого: структурна організація когнітивних здібностей є найважливішою умовою когнітивної діяльності людини. Відповідно до концепції системогенезу пізнавальної діяльності В. Шадрікова [606] здібності мають складну структуру, яка відображає системну організацію мозку, міжфункціональні зв'язки й діяльнісний характер психічних функцій.

Поряд з поняттям «когнітивна сфера особистості» часто уживаним є поняття «когнітивний стиль». За означенням М. Холодної [588], це індивідуально-своєрідний спосіб перероблення інформації про актуальну ситуацію (способи її сприйняття, аналізу, категоризації, оцінювання тощо). Фундаментальні дослідження в галузі психології пізнавальної діяльності (Дж. Уіткін [676], В. Мерлін [381], М. Холодна [588] та ін.) доводять, що когнітивні стилі виступають як природжені, доволі сталі якості особистості, які важко змінити зовні.

Когнітивний стиль розглядається як індивідуально-типовий набір (система) уподобань щодо операційного складу процесів перероблення інформації та дій. Когнітивний стиль визначає спосіб діяльності, шлях руху до мети [363].

Індивідуальний когнітивний стиль опосередковує життєдіяльність цілісної особистості (В. Мерлін) [381].

На зміни стильових показників впливають характеристики середовища, основними з яких є ступінь інформаційної насиченості й особливості поведінки мікросоціуму [363].

Спираючись на вищезазначені дефініції, слід зазначити, що навчання у профільній школі з опорою на когнітивну діяльність буде ефективним, якщо спрямувати його на розвиток рефлексивної мислительної діяльності учнів у процесі пізнання, яка має містити у своїй структурі сенсомоторні реакції, емоціональні й інтуїтивні способи отримання нових знань, необхідних задля розв'язування навчальних завдань.

Як підкреслює Р. Філіп [475, с. 216], у юнацькому віці до вивчення когнітивних здібностей можна підходити з точки зору процесів обробки інформації (інформаційно-процесуальний підхід), досліджуючи способи передачі інформації. Процес передачі інформації можна розділити на ряд логічних кроків: добір інформації серед усіх сенсорних подразників, що надходять; її інтерпретація; запам'ятовування; обмірковування; використання при вирішенні проблем; і, нарешті, прийняття рішень.

Спираючись на дослідження Л. Черних [601], відмічаємо, що у віці 13-15 років, коли наочно-образне мислення поступається місцем мисленню абстрактному, усі канали сприйняття працюють відносно в рівновазі, але дидактичні спостереження та наукові дослідження доводять, що тільки один із вказаних стилів домінує, і це зумовлено психологічними і фізіологічними особливостями кожної окремої дитини.

Зауважимо також, що навчальні переваги учнів не обмежуються лише стилями сприйняття інформації. Засвоєння матеріалу кожним окремим учнем визначається домінантою однієї з двох головних розумових дій – аналізу чи синтезу (аналітичний і синтетичний стилі навчання) та індивідуальними якостями реагування на інформацію (імпульсивний і рефлексивний стилі).

Зрозуміло, що типи навчальних стилів (переваг) мають перетини. Учні з домінуючою правою півкулею мозку (так званий інтуїтивний тип) частіше всього одночасно з аудіальним стилем сприйняття, схильні до синтезу,

контекст-залежні; лівопівкульні учні (розумовий тип) зазвичай візуалісти, орієнтовані на аналіз і дедукцію. Та якою б не була комбінація стилів навчання у класі у кожного окремого учня або у самого вчителя, завжди існує протилежна комбінація. Наявність перерахованих навчальних переваг ми пропонуємо покласти в основу розподілу учнів на типологічні групи для реалізації диференційованого підходу, а саме:

- аудіальний, візуальний і кінестетичний стилі сприйняття (А; В; К);
- когнітивні стилі, які визначають діапазон еквівалентності – аналітичний та синтетичний (Ан; С);
- когнітивні стилі характеру реагування – імпульсивний та рефлексивний (І; Р).

Такі показники були обрані не випадково, оскільки саме сприйняття визначає ступінь засвоєння матеріалу, а визнання пріоритету аналітичної або синтетичної розумової дії, позбавляє нас методичних помилок в організації пізнавальної діяльності учнів, що навчаються в різнопрофільних класах, і, нарешті, необхідність урахування більшого інтелектуального потенціалу рефлексивних учнів у порівнянні з імпульсивними школярами для створення ситуації успіху в навчанні, – становлять додаткову психолого-педагогічну основу більш ефективної внутрішньої диференціації на суб'єктному рівні. Унаслідок кореляції можна виокремити дванадцять типів учнів за наявністю вказаних когнітивних стилів: А-Ан-І, В-Ан-І, К-Ан-І, А-Ан-Р, В-Ан-Р, К-Ан-Р, А-С-І, В-С-І, К-С-І, А-С-Р, В-С-Р, К-С-Р. Визначені типи учнів, з одного боку, надають можливість проводити діагностування когнітивного стилю, а з іншого, – дозволяють формувати когнітивну сферу учнів у процесі навчання, орієнтуючись при доборі змісту, форм та методів навчання на певний когнітивний стиль учнів.

В умовах профільної школи прояв когнітивного стилю учня, з одного боку, може вплинути на вибір ним певного навчального профілю, а з іншого, – повинен стати основою для організації найбільш сприятливих умов навчання і розвитку старшокласників. Проте, слід зауважити, що на певному навчальному

профілі можуть бути учні з різними типами когнітивного стилю із указаних вище можливих дванадцяти типів, а тому при доборі змісту, форм і методів навчання старшокласників математики слід комбінувати індивідуальні, групові й парні форми роботи, репродуктивну, частково-пошукову, проблемно-пошукову, дослідницьку діяльність, конкретно-індуктивні й абстрактно-дедуктивні методи навчання. Доречно об'єднувати у групи для спільної роботи учнів з різними когнітивними стилями сприйняття інформації, що сприятиме збагаченню ментального досвіду учнів, розвиватиме гнучкість інтелектуальних й інших психологічних феноменів. Процес навчання математики сприяє максимальному розвитку і сполученню видів сприйняття матеріалу від поширеного аудіального до наочно-візуального (таблиці, опорні конспекти, схеми, письмові розв'язування та ін.), а також і до моторно-кінестетичного (робота з моделями, вимірювальними приладами, МК тощо), по-друге, ефективність славнозвісної циклічної формули «аналіз – синтез» повністю забезпечується розв'язуванням існуючих математичних задач і складанням нових, різноманітність математичних задач дозволяє урахувати й адекватно використовувати відмінності у швидкості реагування учнів на навчальний матеріал.

В основі навчання завжди лежить сприйняття об'єктів, що спостерігаються (Є. Смірнов). Особливо це стосується навчання математики. Математична мова має природний «формалізм», кожен математичний знак, символ, геометрична фігура, діаграма або графік вже є узагальнення, «відхід» від реальних об'єктів і відчуттів, і чим вищий розділ математики, тим абстрактніша математична мова. З іншого боку, особистість учня повинна бути збагачена раціональним і логічним мисленням (аналіз, синтез, аналогія, конкретизація і т.п.), розвиток якого є одним із найважливіших завдань математичної освіти. І як результат, розвинуте логічне мислення дозволяє вільно оперувати математичною мовою. Але ця проблема має і таку характеристику: адекватність природної мови з її специфікою наукових термінів і понять математичній мові символів [530]. Як підкреслює О. Хінчин

[583], «сутність формалізму математичних знань полягає саме в порушенні правильних взаємин між внутрішнім змістом математичного факту та його зовнішнім (символічним) вираженням». Тому усюди, де ступінь абстрагування є досить високою, звертання до почуттєвого сприйняття дає, як правило, неглибокий поверхневий погляд на об'єкт сприйняття, мало сприяє розумінню суті явища.

Оперування математичними об'єктами є переважно ЗСД, зміст якої складає використання і перетворення системи ЗСЗ. Тому всі основні труднощі і проблеми, що виникають у навчанні математики, беруть свій початок від недостатнього уміння «декодувати інформацію, представлену ЗСЗ, ідентифікувати зображення з реальністю, яка має місце у ньому, виокремлювати в моделях закономірності, зафіксовані в них, оперувати моделями, знаково-символічними засобами» [489]. Для вчителя математики особливо важливе формування такого загально-навчального уміння, як взаємоперехід від невербального знаково-символічного запису математичного об'єкта (поняття, теореми, операції, доведення тощо) до вербального (адекватного) опису. Більш того, у закордонних дослідженнях показується, що багато труднощів у засвоєнні математичних об'єктів пов'язані не зі змістом, а із символікою. Учні не розуміють схем, не бачать за символами реальних математичних об'єктів. Навчальна діяльність спрямована на засвоєння математичних знань припускає оперування системами ЗСЗ різних модальностей.

Не вимагає доведення той факт, що ЗСЗ є матеріальними посередниками спілкування в усіх його проявах. У комунікативному аспекті вони виконують індукативну (вказівну), регуляторну, естетичну, оцінювальну та інші ролі у навчальному процесі. За їх допомогою відбувається передавання змісту від вчителя до учнів і навпаки, від соціуму через різні носії інформації до учня, тощо [547]. Тому ми вбачаємо тісний зв'язок між когнітивною та семіотичною сферами особистості у процесі навчання.

Поняття семіосфера належить Ю. Лотману [354]. Він використовував це поняття для узагальненого найменування знакових систем. У власному дослідженні під семіосферою у структурі особистості випускника профільної школи ми будемо розуміти виконання певних видів ЗСД, виокремлених й описаних Н. Тарасенковою [544] – заміщення, кодування (декодування), схематизацію й моделювання. Кожен із зазначених видів виконує певні функції у навчанні, має специфічне наповнення своїх структурних (мотив, мета, засоби, продукт, операції) та функціональних (орієнтувальний, виконавчий, контрольний) компонентів. Через навчання усіх видів діяльності зі знаково-символічними засобами відбувається формування семіотичного досвіду учнів, яке, своєю чергою, є одним із стрижневих завдань шкільної математичної освіти [546].

Н. Тарасенкова у своїх дослідженнях [546; 544] наголошує, що «цілеспрямований семіотичний розвиток учнів є фактором підвищення якості математичної підготовки та загального розвитку учнів, становлення їх особистості... ретельно продумані схеми діяльності, їх мотивоване введення в ході навчання спроможні вивести учнів на досить високий рівень самостійності. А це сприятиме і кращому розумінню нового навчального матеріалу, і більш міцному його засвоєнню. При цьому певною нормою стає відчуття учнями станів особистісних злетів». Діяльність учнів, щодо оперування ЗСЗ збагачує їх семіотичний досвід, формує певні семіотичні уміння і від рівня опанування цієї діяльності (стихійно-репродуктивного, репродуктивного, реконструктивно-варіативного, творчого) можна визначати рівень сформованості семіотичної сфери особистості старшокласника.

Закономірно виникає питання щодо пошуку дидактичного інструментарію, який надавав би змогу оптимально ущільнювати інформацію, водночас враховуючи можливість розв'язання суперечності, що виникає між змістовним навантаженням навчального матеріалу та фактором його ущільнення. Одним із таких прийомів є структурування матеріалу в табличній формі. Слід зауважити, що представляючи зміст у вигляді таблиці, пропонуємо

використовувати одночасно символічний запис, словесне формулювання та приклад.

Застосування цього прийому забезпечує здатність людського мозку перекодувати інформацію, сприймати й обробляти її лівою та правою півкулями, сприяє розвитку взаємодії між ними і реалізації принципів природовідповідного навчання. Такий методичний підхід сприяє продуктивній розумовій діяльності учня, розвиває мовленнєві навички, що забезпечує розвиток особистості. Таблиця, побудована за такою схемою, надає водночас можливість сформулювати в учня цілісне уявлення щодо теми, яка вивчається. Запропонований методичний прийом не є новим у методиці навчання математики, але вбачається нам ефективним, оскільки припускає оперування ЗСЗ різних модальностей і сприяє цілеспрямованому семіотичному розвитку учнів.

Виокремлені й обґрунтовані сфери особистості старшокласника: мотиваційна, емоційно-ціннісна, інтелектуальна, когнітивна, семіотична мають безпосередній зв'язок із професійною спрямованістю особистості через її компоненти, а також те, що формування і розвиток як професійної спрямованості особистості так і сфер особистості старшокласника відбувається в умовах провідної (навчально-професійної) діяльності.

Для того, щоб правильно розв'язати складну задачу визначення майбутнього трудового й життєвого шляху учня, необхідно спиратися на всебічне вивчення його особистості. Вибір професії підлягає впливові багатьох факторів соціального, економічного, психологічного і педагогічного характеру. Однак у всіх випадках цей вибір здійснюється самою особистістю з урахуванням своїх індивідуально-психологічних особливостей. У діагностуванні професійної спрямованості особистості учня зовсім не обов'язково вивчати безліч його індивідуально-психічних властивостей, достатньо знання тільки тих, які мають важливе значення для кожного типу професій. Відомо, що всі професії на основі предмета трудової діяльності умовно розподілені на п'ять типів:

1). «Людина – Природа» (Л – П) – сюди відносяться професії, у яких людина має справи з різними явищами неживої та живої природи, наприклад біолог, географ, геолог, математик, фізик, хімік та інші професії, які відносяться до природничих наук.

2). «Людина – Техніка» (Л – Т) – до цієї групи професій включено різні види трудової діяльності, у яких людина має справу з технікою, її використанням або конструюванням, наприклад, професія інженера, оператора, машиніста, механізатора та ін.

3). «Людина – Людина» (Л – Л) – сюди віднесено всі види професій, що передбачають взаємодію людей, наприклад: політика, релігія, педагогіка, психологія, медицина, торгівля, право.

4). «Людина – Знакова система» (Л – З) – до цієї групи включено професії, що стосуються створення, вивчення і використання різних знакових систем, наприклад, лінгвістика, мови математичного програмування, способи графічного представлення результатів спостережень тощо.

5). «Людина – Художній образ» (Л – Х) – ця група професій становить різні види художньо-творчої праці, наприклад, література, музика, театр, образотворче мистецтво.

Тест на профорієнтацію за методикою академіка Є. Клімова [207], або як його ще називають «Карта самооцінки схильностей», надає можливість з'ясувати схильність опитуваних до певної професійної сфери.

Паралельно варто дослідити професійний інтерес, який визначається за допомогою «Анкети інтересів» (методика А. Голомштока) до таких сфер діяльності: математика, хімія, біологія і сільське господарство, геологія і географія, техніка, фізика й електрорадіотехніка, філологія і журналістика, юриспруденція, історія й археологія, педагогіка, медицина, сфера обслуговування, військова справа і спорт, вокально-театральне мистецтво, декоративно-прикладне мистецтво [119]. Ступінь інтересу до сфери діяльності варіюється від яскраво вираженого інтересу до вищого ступеня заперечення інтересу.

Схильності до певного типу професій і професійний інтерес старшокласників перебувають у межах мотиваційної та емоційно-ціннісної сфер особистості.

Окрім професійної схильності і професійного інтересу варто дослідити такі психічні властивості – просторове мислення, слухомовна пам'ять, зорова пам'ять, логічне мислення, словниковий запас, окомір, обчислювальні навички, – які деякою мірою становлять характер природних задатків учнів. Якщо рівні їхнього розвитку співвіднести з типами професій, то можна визначити, який тип з п'яти найкраще підходить кожному учневі. Для діагностування цих властивостей використовуються спеціально дібрані тести [364]. Виокремлені психічні властивості знаходяться у межах таких сфер особистості, як інтелектуальна, когнітивна, семіотична.

Якість математичної освіти учнів старшої профільної школи на всіх навчальних профілях пов'язана з усіма визначеними сферами особистості учня і визначає процес коригування навчання старшокласників математики з урахуванням завдань математичної освіти і психологічних властивостей особистості учнів певного профілю.

Отже, рівень сформованості професійної спрямованості особистості, досягнутий учнем у процесі навчання його математики, визначають такі критерії:

- схильність до певної професійної сфери;
- професійний інтерес до сфер діяльності;
- професійно важливі якості особистості;
- якісний показник математичної підготовки.

Необхідність розроблення методики навчання математики у профільній школі, яка б сприяла формуванню професійної спрямованості особистості висуває певні вимоги до методичної системи ПСНМ у старшій профільній школі, а саме:

- формування в учнів стійкого інтересу до професійної сфери, відповідної обраному навчальному профілю;

- формування в учнів інтересу до професійної сфери «математика» в межах обраного профілю;
- розвиток видів мислення;
- розвиток обчислювальних навичок відповідно до рівня математичної діяльності учнів;
- розвиток словникового запасу учнів.

Підходи до формування особистості учня варто здійснювати з урахуванням того, що в концепції навчання істотну роль відіграють мотивація й ефект досягнення, а рівень виконання визначається ступенем сформованості структур і потребами.

2.2. Синтез психолого-педагогічних підходів до навчання математики у класах різних профілів

Глибокий аналіз психолого-педагогічних основ профільної готовності старшокласників визначає систему психолого-педагогічних підходів до організації допрофільного і профільного навчання.

За своїм визначенням термін «підхід до навчання» багатозначний [637, с. 22]. Це: а) світоглядна категорія, у якій відбиваються соціальні установки суб'єктів навчання як носіїв суспільної свідомості; б) глобальна і системна організація й самоорганізація освітнього процесу, що охоплює всі його компоненти і насамперед самих суб'єктів педагогічної взаємодії: учителя (викладача) й учня (студента). Підхід як категорія ширше поняття «стратегія навчання» – він передбачає визначати методи, форми, прийоми навчання.

Проаналізуємо сучасні психолого-педагогічні підходи до вивчення і розвитку особистості учня в умовах профільної школи.

2.2.1. Система психолого-педагогічних підходів до організації допрофільного і профільного навчання В умовах особистісної орієнтації освіти, виходячи із завдань профільного навчання старшокласників у першу чергу на увагу заслуговує особистісний підхід.

Особистісний підхід за К. Платоновим [450] – це принцип особистісної зумовленості всіх психічних явищ людини, її діяльності, її індивідуально-психологічних особливостей. Досліджуючи особистісний підхід у профільному навчанні, розглянемо ідеї К. Платонова про підструктури особистості.

Автор виокремлює:

- соціально зумовлену підструктуру,
- індивідуально набутий досвід,
- індивідуальні особливості психічних процесів
- біологічно (генетично) зумовлені властивості особистості.

Ми дотримуємось погляду автора в тому, що перша підструктура, що охоплює моральні властивості особистості, ставлення, інтереси, значною мірою визначає вибір учнем шляхів і форм навчання. Уявлення про майбутню професію, ціннісні орієнтації, пов'язані з визначеним видом діяльності, зумовлюють вибір напрямку в поглибленому оволодінні знаннями й спеціальністю. Індивідуально набутий досвід є і результатом навчання, праці, виховання і самовиховання, і засобом розвитку індивідуальних особливостей психічних процесів. У той же час останні зумовлюють рівневі можливості особистості та її прояви в різних галузях життя, що і визначає профільну орієнтацію учнів залежно від розвитку сприйняття, пам'яті, мислення, відчуття, емоцій. Індивідуальні особливості психічних процесів, що виступають як форми відображення: мислення, сприймання, пам'ять, увага, емоції й почуття, визначають значною мірою необхідність диференціації навчання з урахуванням «зони найближчого розвитку» й перспективи розвитку особистості. Особливості нервової діяльності поєднують властивості темпераменту, вікові й фізичні властивості особистості, які необхідно враховувати у навчанні й вихованні при визначенні режиму діяльності й диференціації умов навчання за фахом [385].

Як зазначає В. Рибалка [479], особистісний підхід доцільно розглядати, як сукупність концептуальних уявлень, принципів, цільових установок, орієнтацій, методико-психодіагностичних та психодідактичних засобів, які

сприяють більш глибокому й повноцінному баченню, розумінню особистості дитини й на цій основі – її гармонійному вихованню і самовихованню в умовах загальної освіти і профільного навчання. Особистість вивчається аналітично, хоча й в контексті більш-менш інтегрованих підходів.

В цьому плані вчений виокремлює якнайменше п'ять основних підходів, у контексті яких інтегрувались відповідні наукові дані про особистість: індивідуальний, соціологічний, віковий, діяльнісний, системний (рис. 2.2).

Розглянемо сутність кожного із них.

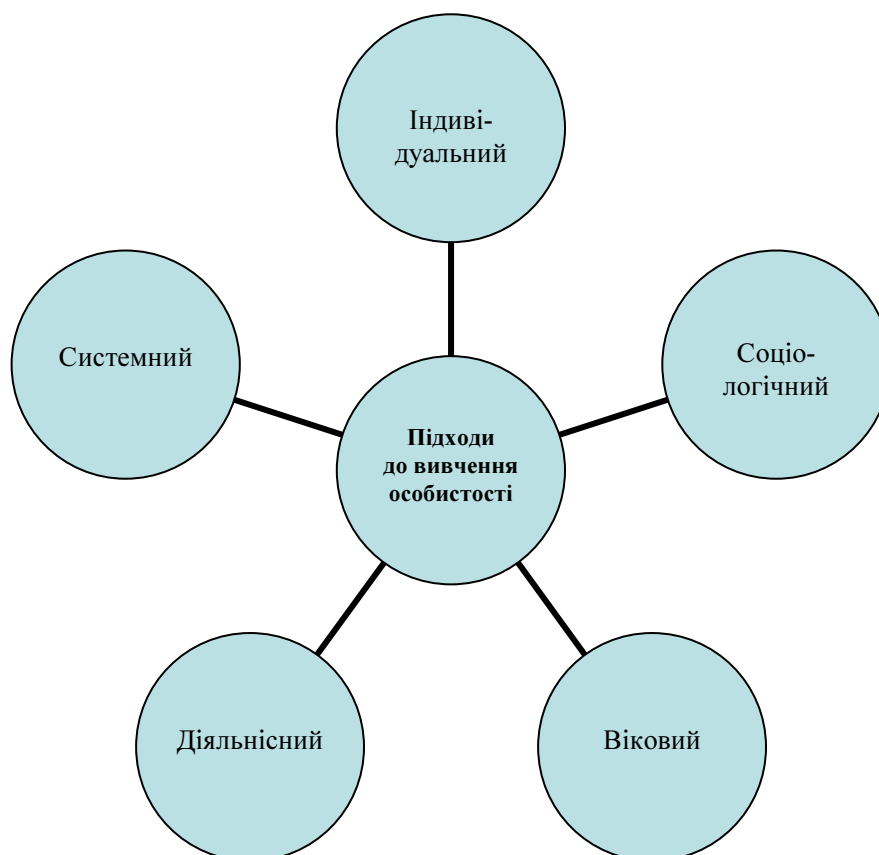


Рис. 2.2. Психолого-педагогічні підходи до вивчення особистості
(за В. Рибалкою) [479]

Як відмічає К. Гуревич [136], під індивідуальним підходом розуміють одну з форм спілкування вихователя з вихованцем, коли вихователь допомагає вихованцю виявити притаманні останньому індивідуальні варіанти його

здібностей, градації властивостей нервової системи тощо. Це забезпечує його оптимальний розвиток, виховання в нього доцільного індивідуального стилю діяльності, стимулює реалізацію позитивних потенцій учня, оптимізує його навчальну діяльність і подальшу участь у суспільно корисній праці [136, с. 73].

У сучасній психології соціологічний підхід як такий у чистому вигляді зустрічається рідко. Значно більш поширений соціально-психологічний підхід до особистості. За соціально-психологічного підходу особистість розглядається переважно з боку соціальної взаємодії, трудової динаміки, міжособистісних стосунків тощо. При цьому вивчаються такі соціально зумовлені характеристики особистості, як її статус, позиція, роль, авторитет, ранг тощо (Б. Ананьєв [15], Г. Андрєєва [16], О. Бодальов [54], І. Кон [222]).

Великого значення в розроблюваному напрямку досліджень надається соціальній ситуації розвитку та прояву особистості, якщо розглядати цю ситуацію у всьому її діапазоні – від сім'ї та найближчих референтних груп до виробничих колективів, соціальних інститутів й людської цивілізації в цілому (Л. Божович [56], Л. Виготський [94], І. Кон [222], Г. Костюк [238]).

Так В. Рибалка зазначає, що «віковий аспект характеристики особистості визначає динаміку й рівень її розвитку на різних етапах життєвого шляху, відомо, що ... онтогенез людини супроводжується безперервними змінами у її психіці, які до речі теж визначають своєрідність особистості» [479, с. 16]. За Н. Лейтесом [262, с. 224] віковий підхід тісно пов'язаний з індивідуально-психологічним і разом вони тяжіють до об'єднання в контексті особистісного підходу.

Формування психологічної характеристики особистості набуває значно більшої цілісності та повноти, якщо до цього комплексу залучається ще один важливий підхід – діяльнісний, оскільки вказані вище підходи впливають на психічний розвиток особистості вибірково – залежно від діяльності й поведінки особистості, як суб'єкта власної активності [479, с. 19]. Працями Л. Виготського [94], О. Леонтьєва [264], С. Рубінштейна [483], Б. Ананьєва [15], в яких особистість розглядалася як суб'єкт діяльності, що сама, формуючись у

діяльності й спілкуванні з іншими людьми, визначає характер цієї діяльності й спілкування, були закладені у психології основи особистісно-діяльнісного підходу. Особистісно-діяльнісний підхід у своєму особистісному компоненті припускає, що в центрі навчання перебуває учень – його мотиви, мета, його неповторний психологічний склад, тобто учень, студент як особистість. Виходячи з інтересів учня, рівня його знань й умінь, учитель (викладач) визначає навчальну мету заняття і формує, спрямовує і коригує весь освітній процес задля розвитку особистості, що навчається. Така постановка питання стосовно до навчання означає, що всі методичні рішення (організація навчального матеріалу, використані прийоми, способи, вправи тощо) переломлюються через призму особистості того, кого навчають, – його потреб, мотивів, здібностей, активності, інтелекту й інших індивідуально-психологічних особливостей [637]. Особистісно-діяльнісний підхід припускає, що у процесі викладання будь-якого навчального предмета за рахунок його особистісного компонента максимальна увага приділяється національним, віковим, індивідуально-психологічним, статусним особливостям учня. Це стає можливим як через зміст і форму самих навчальних завдань так і через характер спілкування з учнем.

Системний підхід відкриває можливість синтезу в руслі розробки загальної теорії усього того цінного, що створене у різних психологічних школах.

Завдяки системному підходу особистісний підхід набуває нових можливостей, проте ці підходи не є тотожними, оскільки мають різні витoki. Можливі різновиди синтезу розглядуваних вище підходів: безпосередній – зіставлення підходів один з одним; опосередкований – через розроблення в контексті цих підходів центральної категорії (особистості). Особистісний підхід до організації профільного навчання вимагає посилення варіативності програм і методичного їх забезпечення за кожним напрямом з урахуванням психічних особливостей учнів. Виникає гостра необхідність такої організації навчального матеріалу і навчального процесу, щоб у кожному варіанті навчання розвивалися

сприйняття, пам'ять, мислення, увага, інші властивості особистості, що зумовлюють здібності до різних видів діяльності [385, с. 65].

Підсумовуючи, слід підкреслити, що знання про особистість інтенсивно диференціюються, тому доцільно сформулювати таке наукове уявлення про особистість, яке б чіткіше підкреслювало її цілісний характер, єдність і повноту її психологічного складу, його психологічну структурованість. Виходячи із завдань та цілей профільного навчання старшокласників, саме залучення особистісного підходу надасть змогу вийти на профільні і професійні характеристики особистості, а отже, й забезпечити психолого-педагогічне підґрунтя профілізації старшої школи.

2.2.2. Підходи до формування особистості старшокласників у навчанні математики Особистісно орієнтована освіта в якості змісту особистісного розвитку сприяє розвитку тих функцій, які особистість виконує в життєдіяльності індивіда: функцій вибору з цілепокладання, рефлексії, смисловизначення, побудови образу «Я», прийняття рішень і відповідальності за їх виконання, творча самореалізація в обраній діяльнісній сфері, забезпечення автономності й індивідуальності буття суб'єкта. Зрозуміло, що створювати умови й забезпечувати розвиток названих вище функцій особистості у процесі навчання математики значно важче, ніж розвивати логічне мислення, просторові уявлення й уяву, алгоритмічну й інформаційну культуру, тим більше важче, ніж формувати вміння розв'язувати задачі, доводити математичні твердження. Але парадигма особистісно зорієнтованої освіти зобов'язує вчителя математики вносити до змісту освіти, окрім предметного, що задається освітніми стандартами, навчальними програмами, ще й емоційно ціннісні, особистісні компоненти [526, с. 5].

Ми погоджуємося з поглядом З. Слєпкань [526], що нині функція змісту математичної освіти полягає не лише в озброєнні учнів системою математичних знань і вмінь, а і забезпечити цілісне орієнтування у світі з позицій інтересів людини, ефективного використання математичних знань й

умінь для оптимізації взаємозв'язків учня з природою, технікою, продовження неперервної освіти протягом усього життя [526, с. 6].

Проте зазначений напрямок дослідження потребує ґрунтовного вивчення різноманітних його аспектів.

Учневі неможливо вибудувати довгострокові програми самореалізації й саморозвитку, окреслити плани їхнього здійснення без орієнтації на розкриття ціннісно-цільових орієнтирів навчально-пізнавальної діяльності. Аксіологічний аспект профільного навчання повинен сприяти віднайденню кожним учнем досвіду емоційно-ціннісних стосунків, сенсу життя з урахуванням вітагенного досвіду, традицій свого народу, індивідуальних інтересів, пріоритетів і переваг. Цінності освіти – це цілі, значення, зміст, ідеальні форми педагогічної діяльності, спрямовані на розвиток людини на основі ціннісних орієнтацій. Аксіологічний підхід до математичної освіти в умовах профільної школи покликаний формувати ставлення до математики як до елемента культури, й розкривати її можливості в пізнанні світу з погляду того профілю, який обрав учень.

Когнітивні стилі процесу пізнання об'єктивно є основою успішного оволодіння тією або іншою галуззю знань. Урахування особливостей когнітивних стилів учнів у процесі засвоєння ними математики, застосування у зв'язку з цим індивідуалізованих методів, прийомів, технологій навчання розглядається нами як когнітивний підхід до навчання. Оскільки математика один із шкільних предметів інформаційне поле якого пов'язане безпосередньо зі знаково-символічним його представленням, то розвиток вербального, образного, асоціативного мислення вимагає здійснення семіотичного підходу до процесу навчання. Отже, у процесі навчання математичним дисциплінам у старшій школі складається когнітивно-семіотичний підхід, орієнтований на особливості сприйняття і перероблення навчальної інформації на різних профілях навчання.

Діяльнісний підхід покликаний скласти ядро діяльнісного змісту освіти (А. Хуторський) [589]. Серед підходів до аналізу діяльності розмежовують

психологічний (О. Леонтьєв) [264] і методологічний (Г. Щедровицький) [628]. Відповідно до першого підходу діяльність редукується до діяльності індивіда, трактується як його атрибут: суб'єкт здійснює діяльність, з цього погляду, освіта – система діяльностей що змінюють одна одну; в іншому підході діяльність як субстанція сама по собі захоплює індивіда й тим самим відтворюється. В освітньому процесі, де беруть участь конкретний учень і реальність, обидва підходи до діяльності інтегруються: перший індивідуалізує навчальний процес, вибудовуючи його на основі особистісних якостей і особливостей учня; другий – залучає індивідуальність учня до процесу загальнокультурної діяльності у вигляді загальнозначущих досягнень і пов'язаних з ними діяльнісних процедур. На основі визначеної вище сутності діяльності в освіті діяльнісний підхід припускає таку організацію процесу навчання, в якій відбувається рух від діяльності учня щодо засвоєння реальності до внутрішніх особистісних змін і від них – до засвоєння культурно-історичних досягнень.

Діяльнісний підхід до навчання математики у профільній школі передбачає організацію процесу засвоєння змісту навчання залежну від того, який вид узагальнення переважає (дослідно-індуктивний, дедуктивний, змістовий) кожен рівень діяльності має підрівні: навчальна діяльність, у якій домінують дослідно-індуктивні узагальнення властива для опанування математик на рівні стандарту; навчальна діяльність, у якій домінують дедуктивні узагальнення (профільний рівень навчання); навчальна діяльність, в якій поряд з індуктивно-дедуктивними узагальненнями мають місце і змістові (теоретичні), однак вони не є провідними (академічний рівень навчання); навчальна діяльність, у якій провідні змістові узагальнення, властива для поглибленого вивчення математики.

Наступний, не менш важливий аспект профільного навчання – це співвідношення навчання і становлення в учнів компетентності, необхідної для обраного профілю. Проблема формування математичної компетентності учнів постає у дослідженнях С. Ракова [477], А. Хуторського [590], окремі її аспекти

відображені в дослідженнях І. Акуленко [11], С. Скворцової [520, 669], Н. Тарасенкової й В. Кірмана [548]. Досліджуючи проблему формування компетентної особистості випускника профільної школи, ми дотримуємося погляду Р. Бессонова й О. Околєлова [44] щодо процесу формування у старшокласників ключових компетентностей висувають такі вимоги:

- інтегрувати предмети з позиції розв'язання завдання оволодіння компетентностями;
- забезпечувати кожному учневі можливість навчання за оптимальною індивідуальною програмою, що враховує повною мірою його пізнавальні особливості, мотиви, схильності й інші особистісні якості;
- інтегрувати зміст провідних навчальних предметів;
- забезпечувати співвідношення теоретичної і практичної підготовки учнів;
- інтенсифікувати процес навчання;
- запобігати психічного і фізіологічного перевантаження учнів.

Базовим компонентом компетентнісного підходу є поняття «ключові компетенції» – константні групи компетенції, без оволодіння якими людина не може успішно жити та діяти в сучасному суспільстві,

У Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти (постанова Кабінету Міністрів України № 1392 від 23 листопада 2011 р.) [465] компетентність визначають як набуту у процесі навчання інтегровану здатність учня, що складається зі знань, умінь, досвіду, цінностей і ставлень, що можуть цілісно реалізовуватися на практиці; ключову компетентність – як спеціально структурований комплекс характеристик (якостей) особистості, що дає можливість їй ефективно діяти в різних сферах життєдіяльності; предметну (галузеву) компетентність – як набутий учнями у процесі навчання досвід специфічної для певного предмета діяльності, пов'язаної із засвоєнням, розумінням і застосуванням нових знань. У цьому ж документі математичну компетентність віднесено до ключових як певний рівень знань, умінь, навичок, ставлень, що можна застосувати у сфері діяльності людини, а також визначена

предметна математична компетенція – сукупність знань, умінь та характерних рис у межах змісту конкретного предмета (математики), необхідних для виконання учнями певних дій з метою розв’язання навчальних проблем, задач, ситуацій. Основною метою освітньої галузі «Математика», визначеною у Державном у стандарті [465], є формування в учнів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам’яті, логіки, культури мислення та інтуїції.

Тому не викликає сумнівів залучення компетентнісного підходу до навчання старшокласників математики у профільній школі.

Аналізуючи зміст профільного навчання з позиції компетентнісного підходу, основні критерії ефективності профільного навчання, на наш погляд, можна визначити, виходячи з дидактичних показників, згідно з якими учень здатний, готовий і вміє проводити такі процедури [44]: 1) швидко й точно формулювати задачі, що виникають в освітній діяльності; 2) передбачати можливі результати під час використання того чи того способу розв’язування прикладних задач; 3) приймати рішення і реалізовувати їх в освітніх ситуаціях, які мають деяку невизначеність; 4) оперативно порівнювати реальні й кінцеві результати під час розв’язування освітньої проблеми; 5) безупинно реконструювати навчальну діяльність у системах ситуативного навчання.

Компетентнісний підхід в освіті пов’язаний з особистісно зорієнтованим і діяльнісним підходами до навчання. Проте, якщо при діяльнісному підході, лежить ідея діяльнісного (активного) характеру змісту освіти, то при компетентнісному підході навчальна діяльність спрямована на інший результат – формування в суб’єктів навчання системи компетенцій. Зміст останніх за А. Хуторським [590] включає в себе і їх особистісне ставлення до предметів та процесів, що є необхідними для продуктивної діяльності щодо них. Тому погоджуючись з думкою О. Заблоцької [170], визначаємо, що компетенції

набувають значення власних цінностей суб'єктів навчання, а такі ж результати є бажаними й при застосуванні особистісно орієнтованого підходу до навчання.

Системний підхід як загальнонауковий рівень методології педагогіки відбиває загальний зв'язок і взаємозумовленість явищ і процесів педагогічної дійсності. Системний підхід – це підхід, в основу якого покладено аналіз, синтез, узагальнення, порівняння, класифікацію, виявлення причинно-наслідкових зв'язків і відношень [490, с. 120].

Структурність, як один із принципів системного підходу, надає можливість опису системи через установлення зв'язків і відношень системи (тобто через аналіз її структури), а також через виявлення зумовленості функціонування системи не стільки поведінкою її окремих елементів, скільки властивостями її структури [560]. Системний підхід дозволяє виявити інтегративні системні властивості та якісні характеристики, відсутні у складових елементів системи.

Виокремлені нами підходи до формування особистості старшокласників у навчанні математики подано на схемі (рис. 2.3).

При цьому зазначені підходи передбачають таке:

- діяльнісний підхід має справу переважно з суто людськими, соціально визначеними формами організації активності особистості та її соціальної поведінки;
- аксіологічний підхід вивчає питання зв'язків різних цінностей між собою, із соціальними й культурними факторами і структурою особистості, орієнтує учасників освітнього процесу на розкриття ціннісно-цільових пріоритетів навчально-пізнавальної діяльності;
- когнітивно-семіотичний підхід покликаний забезпечити пізнавальну активність особистості, що сприяє ефективному сприйняттю, переробленню знань, виготовленню самостійного інтелектуального продукту;

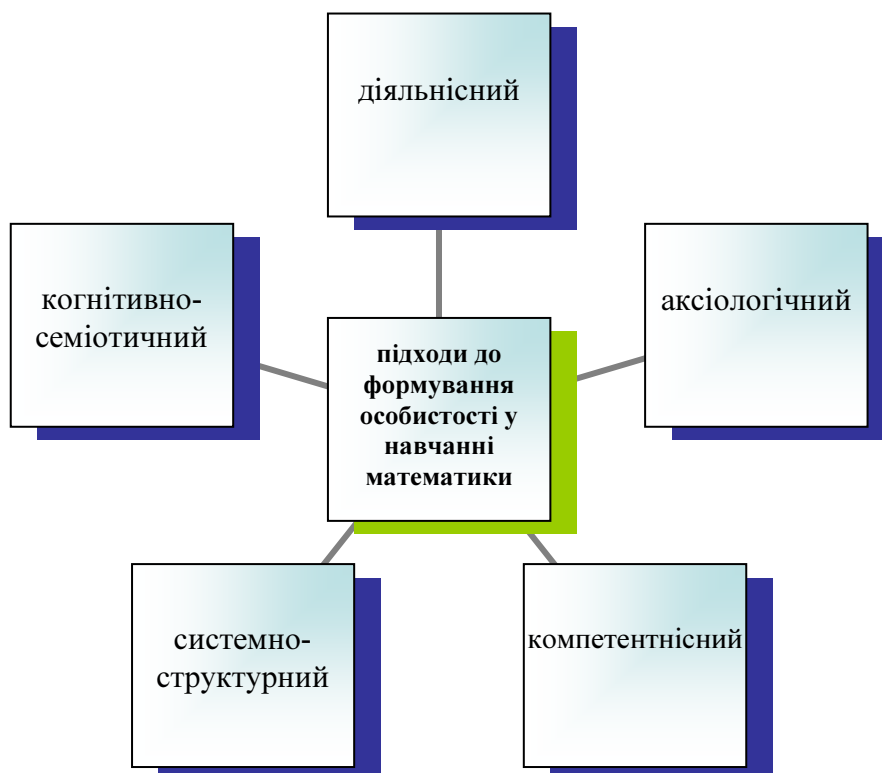


Рис. 2.3. Психолого-педагогічні підходи до формування особистості у процесі навчання математики

- компетентнісний підхід спрямований на формування соціальних, мотиваційних і функціональних компетентностей, які передбачають зміни соціальної діяльності особистості, пов'язані з внутрішньою мотивацією, інтересами та сферою знань;
- системно-структурний підхід є головною, інтегративною характеристикою змісту знання про об'єкт, що дозволяє прогнозувати властивості системи, здійснювати її синтез із заздалегідь заданими властивостями, функціями, пояснювати поведінку системи на основі знання її механізмів, статичних і динамічних структур.

Погоджуючись з точкою зору В. Рибалки [479], підкреслюємо, що особистісний підхід інтегрує усі перераховані вище підходи та властивості, визначає через їх взаємозв'язок базові аспекти цілісної характеристики особистості. Через особистість, як через єдиний об'єкт вивчення та розвитку,

усі розглянуті підходи тяжіють один до одного й дійсно можуть бути інтегрованими в межах єдиного особистісного підходу. Головне завдання особистісного підходу до організації професійно спрямованого навчання старшокласників математики – забезпечити освітній процес, який є особистісно значущим для учня, в якому кожен учень зможе віднайти особистісні інтереси у завданнях, які постають перед ним у процесі навчання.

2.3. Предметно-математична компетентнісна модель випускника старшої школи, орієнтована на певний профіль навчання

Підготовка випускника старшої профільної школи нині відбувається під впливом низки чинників, серед яких вирішальне значення мають: соціальне замовлення суспільства, завдання освіти, процеси євроінтеграції освітнього простору тощо.

Наочним представленням результатів освітньо-виховного впливу на учня середньої загальноосвітньої школи може бути модель випускника. Важливо підкреслити, що модель не має самостійного значення у процесі дослідження, вона завжди є тільки засобом пізнання іншого об'єкта. Слід зазначити, що питання розроблення моделі випускника привертають до себе увагу науковців (Л. Артемова [22], Р. Вдовиченко [92], В. Ковальчук [211], Л. Липова, Л. Морозова, І. Філоненко [273] та інші) і обговорюються в таких аспектах, як: визначення підходів до розроблення моделі, змістове наповнення моделі з орієнтацією на соціальні очікування та суб'єктивні інтереси особистості тощо. Розглянемо деякі особливості моделювання у педагогічних дослідженнях та виокремимо ті з них, які можуть бути покладені в основу побудови моделі випускника профільної школи.

2.3.1. Особливості моделювання у педагогічних дослідженнях

У педагогічних дослідженнях використовуються моделі описового, пояснювального або прогностичного характеру, які дозволяють: формалізувати проєктовані процеси; зробити передбачення про взаємозв'язки, причини, що

впливають на події; залучати перелік рекомендацій; давати короткий опис, або абстрактні математичні побудови.

Як уважає В. Штофф [626], моделі – це прості замісники об'єктів. Умови створення моделі такі, що «у ній виокремлені й закріплені у її великих елементах і відносинах між ними суттєві й необхідні зв'язки, які утворюють цілком відповідну структуру» [626, с. 281].

Моделювання розглядається і як спосіб пізнання дійсності, який полягає у відображенні і відтворенні досліджуваного предмета, явища, процесу за допомогою якої-небудь системи. При цьому в моделі виокремлюють такі ознаки: а) уявне представлення або матеріальна реалізація системи; б) відображення об'єкта дослідження; в) здатність заміщення об'єкта; г) вивчення моделі для одержання нової інформації про об'єкт.

Метод моделювання є загальнонауковим і застосовується для дослідження об'єктів різної природи. Це можуть бути природні організми, предмети, явища, процеси, події реальної дійсності – як фізичної, так і соціальної.

Широке застосування знаходить моделювання й у педагогіці. Специфіка його використання в педагогічній теорії і практиці розкривається у працях провідних методологів, а також у роботах А. Дахіна [144], В. Міхеєва [387], Є. Степанова [536], І. Фомічової [575] та ін. Практично ж воно застосовується в переважній більшості науково-педагогічних досліджень. При цьому, як указує В. Краєвський, «наскільки різноманітна, неповторна педагогічна дійсність, настільки ж велика і розмаїтість моделей, що представляються в педагогічних дослідженнях» [243, с. 135]. Однак через надзвичайну складність педагогічної реальності жодна модель не може бути адекватною змодельваному феноменові й цілком відтворювати досліджуваний об'єкт, тому при розробленні моделі необхідно визначити, які елементи, властивості, залежності можуть і повинні знайти в ній відображення.

Щодо використання моделі у педагогіці, то слід погодитись з Л. Фрідманом, який указує, що «маючи на увазі педагогічні цілі, доцільно

розглядати модель і моделювання у широкому сенсі» [576, с. 25]. Подаючи визначення моделі у широкому сенсі, Л. Фрідман пише: «Моделлю деякого об'єкта А (оригінала) називається об'єкт В, у якомусь відношенні подібний (аналогічний) оригіналу А, обраний чи побудований суб'єктом (людиною) К у крайньому разі для однієї із наступних цілей: 1) заміна А у деякій мисленнєвій (уявленій) чи реальній дії (процесі), виходячи із того, що В більш зручно для цієї дії в даних умовах (модель-замісник); 2) створення уявлення про об'єкт А (реально існуючий чи уявлюваний) за допомогою об'єкта В (модель-уявлення); 3) тлумачення (інтерпретація) об'єкта А у вигляді об'єкта В (модель-інтерпретація); 4) дослідження (вивчення) об'єкта А за допомогою об'єкта В, за допомогою вивчення об'єкта В (модель дослідницька)» [576, с. 25-26].

За визначенням Є. Лодатка [350, с. 69], педагогічна модель – мисленнева система, що імітує чи відображає певні властивості, характеристики об'єкта дослідження або принципи його внутрішньої організації чи функціонування і презентується у вигляді культурної форми, притаманній певній соціокультурній практиці.

Для того, щоб модель була придатною для цілей, які указані, вона повинна мати відповідні цим цілям ознаки.

У педагогічних дослідженнях використовуються моделі описового, пояснювального або прогностичного характеру, що дозволяють:

- формалізувати проєктовані процеси;
- зробити припущення про взаємозв'язки, причини, що впливають на події;
- внести перелік рекомендацій;
- надавати короткий опис або абстрактні математичні побудови.

Проблему застосування моделей у психолого-педагогічних умовах досить ґрунтовно вивчено в роботах Д. Брунера [67], П. Гальперина [108], В. Давидова [141], І. Ільсова [189], Є. Лодатка [349], Ж. Піаже [445], Н. Салминої [489], С. Учадзе [567], Г. Щедровицького [627] та інших. Показано, що моделі можуть

виконувати ілюстративну, трансляційну, пояснювальну і передбачувану гносеологічні функції.

За допомогою моделей можна спроектувати ту або іншу область знань, умінь, здібностей будь-якого учасника педагогічної системи, якими вони повинні бути з погляду шуканого результату. Це надає знання про те, що повинно бути сформовано. А зіставлення того, що формує система, з тим, що повинно бути сформовано, дозволяє кваліфікувати наявну педагогічну систему і здійснювати свідомий пошук шляхів її удосконалювання.

З погляду відтворених сторін оригіналу виокремлюють різні види моделей. Основними з них є структурна, функціональна і змішана моделі [490]. Структурні моделі імітують внутрішню організацію оригіналу. Під функціональною моделлю розуміється така модель, що імітує спосіб поведінки (функцію) оригіналу. Застосування змішаних моделей зумовлено або неможливістю використовувати одну підставу моделювання, зовсім абстрагуючись від інших, або тією закономірною особливістю моделей, що залежність між їх характером і характером підстави моделювання не є однозначною, або тим, що більшість виникаючих у дослідженні задач мають комплексний, багатолінійний характер. При цьому найчастіше поєднуються структурний і функціональний підходи. Змішаний характер моделей у цих випадках визначений природою самого методу моделювання, що припускає шляхом установлення подібності моделі й оригіналу в одному відношенні, одержати на моделі інформацію про оригінал в іншому відношенні. Так, шляхом установлення структурної подібності моделі й оригіналу на підставі інформації про функції моделі одержуємо інформацію про функції оригіналу, або навпаки, установлюючи подібність функцій, одержуємо інформацію про структуру оригіналу. Тим самим одержуємо два підвиди змішаних моделей цього роду: у першому випадку – структурно-функціональну модель, а в другому – функціонально-структурну.

Вихідна типологія моделей за Є. Лодатком [350] ґрунтується на узагальнених предметах моделювання, до яких належить зміст, структура,

функціональність. Відповідно до цих предметів базовими типами педагогічних моделей є: змістові, структурні, функціональні. Похідні типи моделей мають подвійний предмет моделювання і відповідні типи: структурно-змістова, структурно-функціональна, функціонально-змістова.

Моделюючи у власному дослідженні процес математичної підготовки учнів профільної школи та результати освітньої програми – випускника профільної школи з математичною підготовкою, відповідною обраному навчальному профілю, будемо застосовувати педагогічне моделювання, при цьому модель випускника згідно з описаною типологією буде мати подвійний предмет моделювання і за типом буде структурно-змістовою, а модель процесу математичної підготовки – структурно-функціональною.

2.3.2. Модель випускника старшої профільної школи Модель випускника старшої школи розробляється з метою:

- 1) визначення системи стратегічних цілей і завдань навчально виховного процесу;
- 2) визначення й обґрунтування змісту освіти, адекватного як потребам особистості учня, так і соціальному замовленню;
- 3) визначенню та розробленню відповідних методів та прийомів, форм, засобів навчання і виховання, застосування яких забезпечить досягнення поставлених цілей і завдань, реалізацію визначеного змісту освіти;
- 4) створення системи мотивації й оцінювання навчально-пізнавальної діяльності, яка сприятиме найбільш ефективному здійсненню навчально-виховного процесу;
- 5) визначення шляхів диференціації та індивідуалізації навчання, забезпеченні профільного характеру старшої школи.

Розглянемо наявні нині деякі погляди на модель випускника, а саме:

- у моделі випускника мають бути передбачені якості особистості, які дозволяють швидко адаптуватися у певних умовах, бути відповідальним, ініціативним, мати певні компетенції та готовність до майбутньої професійної діяльності (А. Артемова [22], В. Ковальчук [211]);

- випускник має характеризуватися в аспекті володіння знаннями, уміннями, способами діяльності, а також в аспекті прагнень до постійного вдосконалення, самореалізації, здорового способу життя (Л. Липова, Л. Морозова, І. Філоненко [273]);
- випускник має бути працелюбною особистістю, мати життєвий досвід діяльності, готовий до свідомого вибору професії, здатний до самовдосконалення (Р. Вдовіченко [92]);
- випускник загальноосвітньої школи – це соціальний тип особистості, який поєднує у собі світоглядну культуру, високі моральні якості, діловитість, творчу індивідуальність, гуманістичне відношення до світу, толерантність, здатність до саморозвитку й самореалізації і може знайти гідне місце у суспільстві (В. Гончарова [124]).

Підсумовуючи погляди науковців на побудову моделей випускника, слід зазначити, що кожна з них відображує цілі освіти, які представлені у структурі особистості у вигляді потреб і здібностей, ціннісних орієнтацій і необхідних якостей, інтересів і соціальних установок.

Модель випускника – це мисленнєва система реалізації освітньої програми, загальна відповідь на питання про те, який «продукт» має бути отриманий у результаті діяльності педагогічного колективу в кожній ланці освіти.

Основні вимоги, що ставляться до випускника будь-якого сучасного закладу освіти закладені в таких концептуальних документах розвитку національної системи освіти, як Державна національна програма «Освіта» (Україна XXI століття) [147], Законах України «Про освіту» [174] і «Про загальну середню освіту» [173].

Як підказує аналіз розроблених моделей випускників, якими керуються у певних закладах освіти [124, 179, 210] у процесі створення моделей вивчаються навчальні плани та програми, думка учнів та батьків, завдання навчального закладу у формуванні майбутнього громадянина. Модель випускника школи

становить якісну характеристику особистості, що містить ціннісні орієнтації, соціальні установки й інтелектуальні можливості.

Ціннісні орієнтації визначаються: активною життєвою позицією; повагою до людської гідності; моральними принципами.

Соціальні установки припускають: бути здатним до прийняття самостійних рішень; уміти вносити корективи до своєї поведінки; відстоювати свої інтереси; докладати зусиль до самореалізації в майбутній професійній діяльності.

Інтелектуальні можливості – це цілісне виявлення про навколишній світ; критичне мислення; креативність; уміння працювати з інформацією, робити об'єктивні й зважені висновки.

Будуючи модель випускника старшої школи, ми виходили із таких завдань: визначити якості особистості, які формуються у процесі навчання математики на різних напрямках підготовки; розробити компонентний склад моделі випускника старшої школи; обґрунтувати етапи особистісного розвитку компетентного випускника школи у процесі його математичної підготовки на різних напрямках профілізації. Поставлені завдання визначають тип моделі (структурно-змістова) та уможливають її розгляд як предметно-математичної компетентнісної моделі випускника (ПМКМВ).

У концепції шкільної математичної освіти однією із тенденцій, розкритою на основі аналізу світового досвіду, є розуміння необхідності математичної освіти для всіх учнів. Дійсно, тільки за наявності відповідної математичної підготовки в умовах неперервної освіти людина може розв'язати питання своєї подальшої долі, якщо мова йтиметься про підвищення кваліфікації, отримання нової професії, спеціальності, усунення прогалин попереднього етапу навчання. Проектування профільного навчання математики має враховувати щонайменше два фактори: змістову спрямованість і рівень навчання. Різноманіття профілів навчання математики у межах базової профільної математичної підготовки може мати три напрями: *загальнокультурний, прикладний, теоретичний* [66, с. 28]. Цей розподіл пов'язаний із функціями предмета в

реалізації особливостей профілю навчання, професійному становленні особистості.

У власному дослідженні роль математичної освіти у профільній школі ми вбачаємо в формуванні розвиненої особистості, здатної до розвитку та саморозвитку в динамічно змінному інформаційному просторі. Сформульовані в навчальних програмах результати навчання математики на різних рівнях підготовки, нами представлено як досягнення учнів у процесі навчання математики та розподілено їх за чотирма етапами (таблиця 2.1).

Учні, які обрали навчальні профілі загально-культурного напрямку профілізації й опановують математику на рівні стандарту, перебувають на першому етапі. Перший і другий етапи розвитку проходять учні, які обрали навчальні профілі прикладного напрямку профілізації. Теоретичний напрям профілізації передбачає математичну підготовку на профільному та поглибленому рівнях. Учні, які вивчають математику на профільному рівні, послідовно піднімаються на третій етап. Чотири етапи проходять учні, що обрали поглиблений рівень математичної підготовки.

ПМКМВ старшої профільної школи в контексті формування його математичних компетентностей передбачає, що на кожному етапі особистісного розвитку старшокласника у його математичній підготовці в залежності від профілю буде визначено ті види математичних компетентностей (ключові, предметні, спеціальні), які можливо і доцільно формувати у процесі навчання математики, причому, певний вид компетентностей на одному навчальному профілі може виступати, як провідний, проте, як на іншому профілі він є супровідним. Порівняльний аналіз навчальних досягнень учнів на різних рівнях підготовки представлено у додатку В.4. Цей аспект, а також рівень особистісного розвитку, досягнутий учнем у процесі навчання математики визначають специфіку ПМКМВ різних навчальних профілів.

Розвиток учнів у процесі їхньої математичної підготовки безпосередньо пов'язаний із сферами особистості старшокласника, які, з одного боку, є основою у виборі навчального профілю і відповідного рівня особистісного розвитку, а з

іншого, – продовжують формуватися і розвиватися у процесі навчання математики, що позитивно впливає на зміни у професійній спрямованості особистості старшокласника.

Таблиця 2.1

Етапи розвитку особистості у процесі навчання математики

	Теоретичний напрям		Прикладний напрям	Загально-культурний напрям
	Поглиблений рівень	Профільний рівень	Академічний рівень	Рівень стандарту
IV етап	Набуття математичних знань у їх діалектичній єдності з іншими дисциплінами, що вивчаються у школі, формування потреб в обґрунтуванні і формальному доведенні математичних фактів і знань; виявлення і розвиток математичних здібностей			
III етап	Поглиблена підготовка учнів з математики, яка запропонована на більш високому рівні обґрунтованості, абстрактності, загальності, прикладної спрямованості навчального матеріалу, створення умов для самостійної роботи та співробітництва в опануванні системи математичних знань; розвиток розумового потенціалу, математичного мислення, інтуїції, пізнавальної активності особистості			
II етап	Оволодіння системою математичних знань, навичок і умінь, потрібних у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервної освіти; розвиток пам'яті, уваги, інтуїції, інформаційної і графічної культури			
I етап	Базові знання, уміння навички, загально навчальні компетентності на рівні вимог Державного стандарту; виховання культури особистості засобами математики; розвиток логічного мислення, мови, алгоритмічної культури, просторової уяви, вироблення математичного стилю мислення (вміння класифікувати об'єкти, встановлювати закономірності, виявляти зв'язки між різними явищами, приймати рішення)			

Компонентний склад ПМКМВ старшої профільної школи – це взаємопов'язані цільовий, підготовчий, процесуальний, результативний компоненти. Мотиваційно-ціннісний та інтелектуально-когнітивний компоненти є складниками підготовчого компонента, які визначають узгодженість сфер особистості учня й рівень їх сформованості з обраним навчальним профілем і етапами розвитку особистості у процесі навчання математики. Змістово-діяльнісний, організаційно-діяльнісний, контрольньо-рефлексивний компоненти у складі процесуального компонента визначають зміст навчання, методи форми та засоби МПС, сукупність психолого-педагогічних підходів до особистості учнів, спрямовані на результат, яким є компетентний із відповідним рівнем математичної підготовки випускник профільної школи (рис. 2.4).

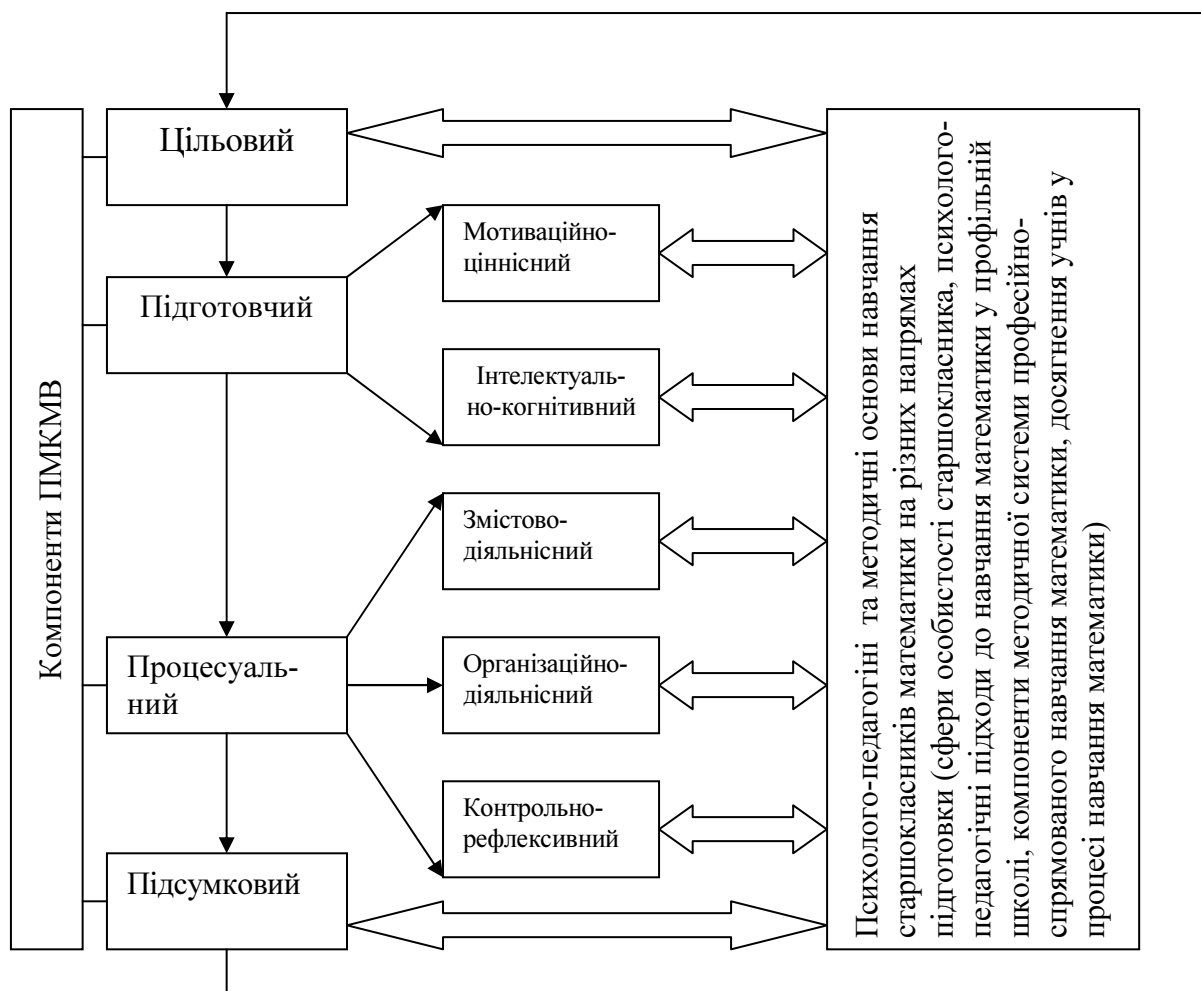


Рис. 2.4. Компонентний склад структурно-змістової ПМКМВ

Розкриємо зміст кожного компонента моделі залежно від напрямку підготовки старшокласників: загальнокультурного, прикладного, теоретичного у відповідності з завчаннями навчання математики [407].

Цільовий компонент моделі визначається тим фактом, що виховання конкурентноспроможного випускника, який впевнено й вільно володіє та може використовувати у своєму повсякчасному житті інформаційні технології, а також має високий рівень соціальних компетенцій, передбачає внесок суттєвих коректив до сучасної системи освіти і виховання. Незалежно від напрямку підготовки *цільовий компонент* моделі спрямований на розв'язання завдань формування розвиненої компетентної особистості здатної до розвитку та саморозвитку в динамічно змінному інформаційному просторі з відповідним рівнем математичної підготовки.

На загальнокультурному напрямі *мотиваційно-ціннісний компонент* передбачає формування уявлень про ідеї та методи математики, значення математичної науки в розв'язуванні задач, які виникають у теорії й практиці. Зміст *інтелектуально-когнітивного компонента* – виховання засобами математики культури особистості через знайомство з історією розвитку математики, еволюцією математичних ідей. *Змістово-діяльнісний компонент* передбачає оволодіння мовою математики, необхідною для продовження освіти і засвоєння обраної спеціальності на сучасному рівні. *Організаційно-діяльнісний компонент* спрямовано на здійснення навчальної діяльності.

На прикладному напрямі *мотиваційно-ціннісний компонент* передбачає формування уявлень про математику як універсальну мову науки, засіб моделювання явищ і процесів у суспільстві та природі. Зміст *інтелектуально-когнітивного компонента* – виховання розуміння значимості математики для науково-технічного прогресу, розвиток логічного мислення, алгоритмічної культури, просторової уяви. *Змістово-діяльнісний компонент* передбачає оволодіння знаннями й уміннями, необхідними для вивчення шкільних природничо-наукових дисциплін і продовження освіти за обраним фахом.

Організаційно-діяльнісний компонент спрямовано на здійснення самостійної НМД.

На теоретичному напрямі навчання *мотиваційно-ціннісний компонент* сприяє осмисленню учнями значимості математики в сучасному світі, житті окремої людини та ролі вчителя математики в отриманні учнями якісної математичної освіти. Зміст *інтелектуально-когнітивного компонента* – розвиток розумового потенціалу, математичного мислення, інтуїції старшокласника в процесі засвоєння математичної діяльності, забезпечує пізнавальну активність особистості, що сприяє ефективному сприйняттю, переробці знань, виготовленню власного інтелектуального продукту у процесі засвоєння математики. *Змістово-діяльнісний компонент* охоплює в себе сукупність систематизованих знань, навичок, умінь, які забезпечують здатність випускника школи здійснювати математичну діяльність у контексті обраної спеціальності вчителя математики у педагогічному вищому навчальному закладі. *Організаційно-діяльнісний компонент* спрямовано на формування сукупності умінь планувати свою діяльність, здійснювати пошук інформації, необхідної для розв'язання поставленої задачі, будувати моделі процесів і об'єктів, базовим елементом цього компонента є творча навчальна діяльність учня.

Контрольно-рефлексивний компонент на кожному із напрямів навчання передбачає постійний двосторонній зв'язок із описаними вище компонентами моделі з метою контролю процесу формування особистості в навчанні математики й унесення відповідних коректив у цей процес.

Підсумковий компонент моделі передбачає встановлення рівня розвитку особистості в сфері математичної навчальної діяльності залежно від обраного напрямку підготовки й перебуває у постійній взаємозалежності від цільового компонента.

ПМКМВ старшої профільної школи передбачає поетапний розвиток особистості, при якому сформовані на певному етапі якості становлять результат математичної підготовки випускника школи на певному етапі.

У [599] запропоновано індивідуальну базу теоретичної і практичної підготовки учня з математики розглядати як динамічну систему, представлено двовимірну модель. Нами ж розглядається тривимірний простір особистої математичної освіти кожного учня профільної школи (рис. 2.5), у якому розвиток особистісних якостей у процесі навчання математики визначається: компонентами моделі (вісь абсцис); напрямом підготовки (вісь ординат); етапами оволодіння ЗУНами (вісь аплікату).

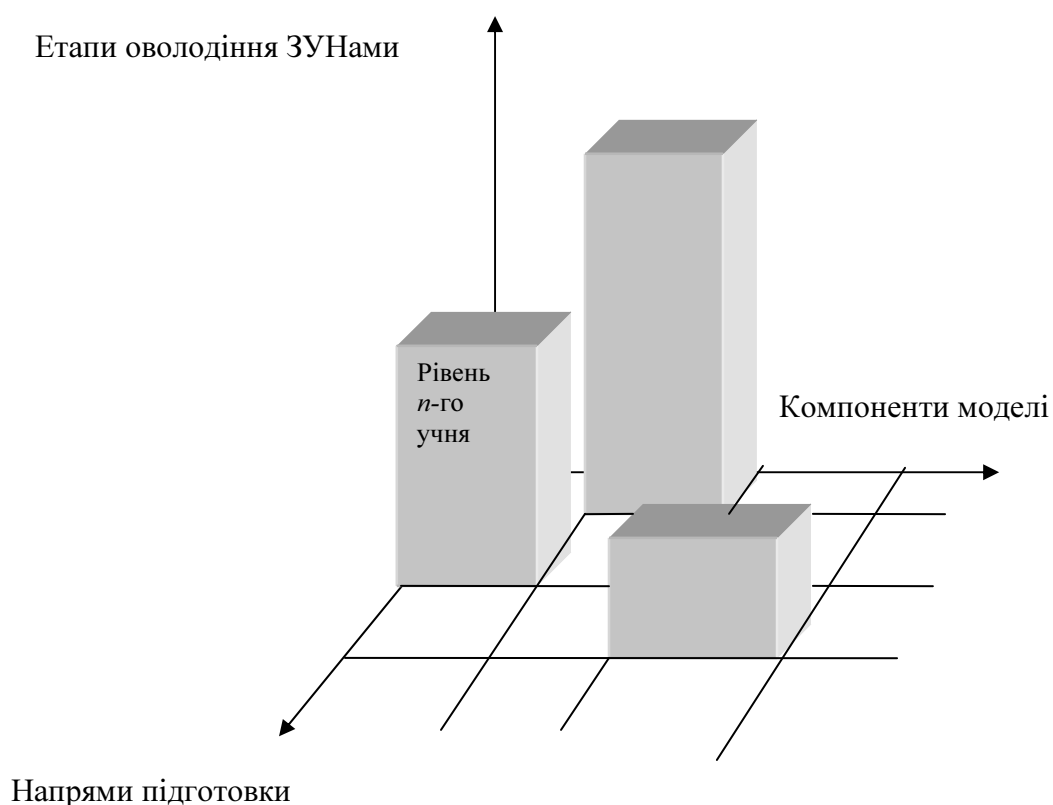


Рис. 2.5. Тривимірний простір математичної освіти учнів

Так учень, обравши певний напрям підготовки оволодіває математичними ЗУНами на рівні, відповідному обраному напрямку, при цьому він може виконувати НМД в межах конкретного компонента ПМКМВ і переходити до наступного, при цьому поступово змінюються й етапи оволодіння ЗУНами.

Будувати процес навчання для будь-якого напрямку профільного навчання відповідно до запропонованої моделі дозволять принципи побудови навчального курсу математики, серед цих принципів ми виокремлюємо:

1) здійснення особистісного підходу до визначення змісту навчального курсу відповідно до критеріїв його відбору;

2) виокремлення пріоритетної змістово-методичної лінії, проведення дидактичного аналізу задач, виділення найбільш ілюстративних прикладів для формування нових понять і демонстрації практичних застосувань математики в контексті обраного профілю навчання і з опорою на провідні характеристики сфер особистості старшокласника;

3) підбір методики навчання адекватної індивідуально-типологічним особливостям учнів, а також цілям і завданням вивчення математики у певній групі учнів.

Визначені принципи стануть пріоритетними у побудові концептуальної моделі МПС у профільній школі.

Висновки до розділу 2

Здійснений аналіз психолого-педагогічних основ навчання старшокласників математики, психологічних виявів особистості у процесі навчання, завдань навчання у розвитку особистості надає підстави зробити висновки.

1. Нагальною є проблема пильної уваги до використання і розвитку в навчанні математики психофізіологічних механізмів сприйняття інформації особистістю учня з урахуванням соціально-психологічних факторів розвитку, у напрямку удосконалювання математичних здібностей, професійно важливих якостей і культури мислення. Визначальну роль у розвитку особистості старшокласника у навчанні відіграє формування і розвиток таких сфер особистості: мотиваційної, емоційно-ціннісної, інтелектуальної, когнітивної, семіотичної. Доведено, що визначені сфери особистості старшокласника мають безпосередній зв'язок із професійною спрямованістю особистості, оскільки

схильності до певного типу професій і професійний інтерес старшокласників перебувають у межах мотиваційної та емоційно-ціннісної сфер особистості, психічні властивості, які мають характер природних задатків учнів, перебувають у межах таких сфер особистості, як інтелектуальна, когнітивна, семіотична, якість математичної освіти учнів усіх навчальних профілів пов'язана з усіма визначеними сферами особистості учня.

2. Залучення особистісного підходу до розв'язання завдань та досягнення цілей навчання старшокласників у профільній школі надасть змогу вийти на профільні і професійні характеристики особистості, а отже, забезпечити психолого-педагогічне підґрунтя профілізації старшої школи. Особистісний підхід виконує інтегруючу роль у групі психолого-педагогічних підходів до особистості старшокласника у навчанні, до якої в дослідженні віднесено: аксіологічний, діяльнісний, когнітивно-семіотичний, компетентнісний, системно-структурний підходи. Аксіологічний підхід до математичної освіти в умовах профільної школи спрямований на формування ставлення до математики як до елемента культури, й розкриває її можливості в пізнанні світу з огляду на той профіль, який обрав учень. Когнітивно-семіотичний підхід орієнтований на особливості сприйняття і перероблення навчальної інформації на різних профілях навчання. Діяльнісний підхід до навчання математики у профільній школі передбачає організацію процесу засвоєння змісту навчання залежно від рівня його узагальнення. Залучення компетентнісного підходу до навчання старшокласників математики у профільній школі має за мету формування в учнів математичної (ключової і предметної) компетентності. Системно-структурний підхід є головною, інтегративною характеристикою змісту знання про об'єкт, що дозволяє прогнозувати властивості системи, здійснювати її синтез із заздалегідь заданими властивостями, функціями, пояснювати поведінку системи на основі знання її механізмів, статичних і динамічних структур.

3. Психологічні основи навчання старшокласників обумовили завдання ПМКМВ старшої профільної школи: визначення якостей особистості, які

формується у процесі навчання математики на різних напрямках підготовки; розроблення компонентного складу моделі випускника старшої школи; обґрунтування етапів розвитку особистості компетентного випускника школи у процесі його математичної підготовки на різних напрямках профілізації. Структурно-змістова ПМКМВ старшої профільної школи в контексті формування його математичних компетентностей передбачає визначення тих математичних компетентностей (ключові, предметні, спеціальні), які, можливо, і доцільно формувати у процесі навчання математики, на кожному етапі особистісного розвитку старшокласника у його математичній підготовці.

Компонентний склад ПМКМВ становлять: цільовий, мотиваційно-ціннісний; інтелектуально-когнітивний; змістово-діяльнісний; організаційно-діяльнісний, контрольню-рефлексивний, підсумковий взаємопов'язані компоненти. Зміст кожного компонента моделі залежить від напрямку підготовки старшокласників. ПМКМВ старшої профільної школи передбачає поетапний розвиток особистості, за якого сформовані на певному етапі якості є результатом математичної підготовки випускника школи на певному етапі. Такий підхід до побудови предметно-математичної компетентнісної моделі випускника надає можливість розглядати тривимірний простір особистої математичної освіти кожного учня профільної школи, в якому розвиток особистісних якостей у процесі навчання математики визначається: компонентами моделі, напрямом підготовки, етапами оволодіння ЗУНами.

Основні результати другого розділу опубліковано в роботах [278; 290; 307; 310; 314; 315; 317; 318; 322; 328; 332; 333; 337; 345; 346].

РОЗДІЛ 3

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

3.1. Процес навчання математики в загальноосвітній школі і його закономірності

Важливе завдання процесу навчання математики у школі – домогтися глибокого і міцного засвоєння учнями теоретичних знань: математичних понять, тверджень про їхні властивості (аксіоми, теореми), правил, законів; сформувати навички й уміння застосування теоретичних знань на практиці й оволодіння способами творчої діяльності, досягти глибокого усвідомлення учнями світоглядних і морально-етичних ідей [525]. Навчання, у тому числі й математики, забезпечує освіту лише за умови його формувального впливу на особистість.

У дидактиці [267, 596] навчання трактується як цілеспрямований педагогічний процес організації і стимулювання активної навчально-пізнавальної діяльності учнів для оволодіння науковими знаннями, навичками, уміннями, розвитку творчих здібностей, світогляду, морально-етичних поглядів і переконань.

Як зазначає З. Слєпкань [525], діяльнісний, системний й особистісно зорієнтований підходи до розвитку особистості старшокласника у навчанні дозволяють забезпечити повноцінну навчальну діяльність, яка є єдністю і взаємопроникненням трьох компонентів: 1) мотиви і навчальні задачі; 2) навчальні дії; 3) дії контролю й оцінювання знань школярів.

Розділяючи думки З. Слєпкань [525], ми погоджуємося з тим, що:

- учень добре усвідомлює лише те, що виступає як прямий предмет і як мета його діяльності;
- знання і уміння, зокрема з математики, свідомо засвоюються лише тоді, коли учень із виконаної діяльності та її результатів здобуває інформацію

про істотні властивості реального світу, наприклад, про кількісні й просторові його форми;

- активне формування навчальної діяльності зумовлює суттєві зміни в особистості учня, у його свідомості, інтелектуальному і моральному розвитку, тобто сприяє становленню учня як суб'єкта діяльності, як індивідуальності;
- інтелектуальний розвиток відбувається у процесі засвоєння знань, способів та орієнтирів діяльності.

Системні знання – це знання, які вибудовуються у свідомості учнів за схемою: основні наукові поняття – основні положення теорії – наслідки – застосування. Саме так формуються математичні знання. Потрібно надати учням не лише фактичні знання математичної теорії, а й методологічні відомості про основні елементи знань і структурні зв'язки між ними (математичними поняттями, аксіомами, теоремами, алгоритмами, правилами) і способами діяльності (навичками і вміннями). При цьому елементами знань називають знання, яким притаманна певна самостійність, тобто ті, що в навчальному процесі стають або об'єктом навчання, або засобом розв'язання теоретичних, практичних чи навчальних завдань. Забезпечити міцні системні знання можна за умов єдності у процесі навчання: соціального, психологічного, педагогічного факторів, функцій навчання, компонентів навчального процесу.

Математика має широкі можливості щодо інтелектуального розвитку учнів і формуючого впливу на особистість. А тому, як наголошує З. Слєпкань [526], якщо традиційне навчання математики більшою мірою зорієнтоване на розвиток логічного мислення, то особистісно орієнтоване – на розвиток особистісних механізмів учнів. Основою організації особистісно орієнтованого освітнього процесу має бути робота зі способами навчальної діяльності у процесі навчання математики, оскільки опанування прийомами цілепокладання, планування, рефлексії створюють підґрунтя для самоорганізації й самоосвіти учня.

3.1.1. Характеристика навчальної діяльності в процесі навчання математики Процес навчання, як загальновідомо з дидактики, відображає суттєві ознаки навчання і характеризує його модель (внутрішню будову). Процес навчання має виконувати певні функції. Класично їх виокремлюють три: освітню, виховну й розвивальну [596]. Освітня функція передбачає засвоєння наукових знань, формування умінь і навичок. Виховна функція передбачає формування світогляду, моральних трудових, естетичних, етичних уявлень, поглядів, переконань, систему ідеалів. Розвивальна функція передбачає здійснення спеціальної роботи із загального розвитку учнів, їх мислення, волі, емоцій, навчальних інтересів і здібностей. Такий поділ функцій є умовним, оскільки всі функції між собою взаємопов'язані й реалізуються на практиці під час взаємодії вчителя та учнів. Завершений цикл взаємодії вчителя й учнів від постановки цілей задля досягнення результатів навчання характеризують структурні компоненти процесу навчання (рис. 3.1).



Рис. 3.1. Структурні компоненти процесу навчання

Процес навчання має двобічний характер, який зумовлено дидактичною єдністю діяльності вчителя й учнів, цілісністю процесів навчання і викладання.

Відповідно до уявлень сучасної психології розвиток психіки здійснюється в діяльності (С. Рубінштейн [483], О. Леонтьєв [264], Г. Костюк [238] та ін.). Діяльність учителя (викладання) полягає в тому, щоб керувати активною і свідомою діяльністю учнів у процесі їх навчання. З цієї точки зору діяльність учителя розглядається як управлінська, яка має складатися із таких елементів:

планування, організація, стимулювання, контроль, регулювання діяльності й аналіз її результатів. Що стосується навчальної діяльності учнів, то звернімося до її психолого-педагогічної характеристики, яка склалася під впливом відомих представників педагогічної психології середини ХХ століття Д. Ельконіна [632], В. Давидова [140], А. Маркової [370], П. Гальперіна [108], Н. Талізінної [541] і сформувалася, власне, як психологічна теорія навчальної діяльності, оскільки була поставлена нова проблема у теорії навчання – змінити сам об’єкт діяльності у процесі дій, що відтворюють об’єктивні властивості предмета, який пізнається, при розв’язуванні навчальних завдань узагальненими способами дій.

Поняття «навчальна діяльність» досить неоднозначне. У широкому розумінні слова вона іноді неправомірно розглядається як синонім понять наукування, учіння і навіть навчання. У вузькому розумінні останнє, згідно з Д. Ельконіним [632], це провідний тип діяльності в молодшому шкільному віці. У роботах Д. Ельконіна [632], В. Давидова [140], А. Маркової [370] поняття «навчальна діяльність» наповнюється власне діяльнісний змістом і поширюється на інші вікові категорії, співвідноситься з особливим «відповідальним ставленням» суб’єкта до предмета навчання у весь період навчання (за С. Рубінштейном [483]).

Педагогічна психологія уважає, що кожний віковий період має свій найбільш характерний вид діяльності: гра – в дошкільному віці; учіння – у молодшому шкільному віці; суспільно корисна діяльність – в середньому; особлива форма навчальної діяльності, яка має профорієнтаційний характер, є провідною у старшому шкільному віці.

Варто звернути увагу, що у трактуванні Д. Ельконіна [632], В. Давидова [140], А. Маркової [370] «навчальна діяльність» розуміється ширше, ніж провідний тип (вид) діяльності, тому що поширюється на усі вікові категорії, зокрема, на студентський вік. Навчальна діяльність у цьому сенсі – діяльність суб’єкта, спрямована на оволодіння узагальненими способами навчальних дій і саморозвиток у процесі розв’язування навчальних задач, спеціально

поставлених викладачем, на основі зовнішнього контролю й оцінки, що переходять у самоконтроль і самооцінку. Згідно з Д. Ельконіним, «навчальна діяльність – це діяльність спрямована, що має своїм змістом оволодіння узагальненими способами дій у сфері наукових понять ... така діяльність повинна породжуватися адекватними мотивами, ними можуть бути ... мотиви оволодіння узагальненими способами дій, або іншими словами, мотиви власного зростання, власного удосконалення. Якщо вдасться сформувати такі мотиви в учнів, то цим само підтримуються, наповнюючи новим змістом, ті загальні мотиви діяльності, що зв'язані з позицією учня, зі здійсненням суспільно значимої і суспільно оцінюваної діяльності» [633].

За І. Зимньою [181] навчальна діяльність відповідно може розглядатися як специфічний вид діяльності. Як наголошує вчений, вона спрямована на того, кого навчають, як її суб'єкта у плані удосконалювання, розвитку, формування його особистості завдяки усвідомленому, цілеспрямованому присвоєнню ним суспільного досвіду в різних видах і формах суспільно корисної, пізнавальної, теоретичної і практичної діяльності. Діяльність учня спрямована на засвоєння глибоких системних знань, що складають засоби цієї діяльності, і відпрацювання узагальнених способів дій щодо адекватного й творчого застосування цих засобів у різноманітних ситуаціях.

В. Давидов визначає навчальну діяльність як діяльність, яка у своєму змісті припускає оволодіння узагальненими способами дії у галузі наукових понять [141, с. 245].

Педагогічне узагальнення змісту поняття «навчальна діяльність» пропонує Є. Тірська «цілеспрямований і мотивований процес (вид діяльності) планомірного оволодіння учнями (суб'єктами) визначеною системою наукових знань, умінь і навичок, способів діяльності (практичної й інтелектуальної), досвіду творчості й емоційно-ціннісних взаємовідносин, що відбувається у безпосередньому й опосередкованому пізнанні дійсності й організований за принципом самоврядування» [552, с. 62]

Також слід зазначити характеристики навчальної діяльності, що відрізняють її від інших форм навчання:

- 1) вона спеціально спрямована на оволодіння навчальним матеріалом і розв'язання навчальних задач;
- 2) у ній освоюються загальні способи дій і наукові поняття;
- 3) загальні способи дії передують розв'язанню задач (І. Ільясов) [189];
- 4) навчальна діяльність веде до змін у самому суб'єкті (Д. Ельконін)[633];
- 5) відбуваються зміни психічних властивостей і поведінки, учнів «залежно від результатів своїх власних дій» (І. Лінгарт) [272].

Визначаючи навчальну діяльність як специфічний вид людської діяльності, насамперед, Д. Ельконін [632] підкреслював її суспільний характер:

- за змістом, тому що вона спрямована на засвоєння всіх надбань культури й науки, накопичених людством;
- за змістом, оскільки вона суспільно значима і суспільно оцінювана;
- за формою, оскільки вона відповідає суспільно виробленим нормам спілкування і має перебіг у спеціальних суспільних установах, наприклад, у школах, гімназіях, ліцеях, інститутах.

Навчальна діяльність характеризується суб'єктністю, активністю, предметністю, цілеспрямованістю, усвідомленістю.

Психологічний зміст навчальної діяльності складають: предмет, засоби, способи, продукт і результат (рис 3.2).

Предмет (те, на що спрямована діяльність) – засвоєння знань, оволодіння узагальненими способами дій, відпрацювання прийомів і способів дій, їх програм, алгоритмів – у процесі розвивається сам учень.

Засоби навчальної діяльності – знакові, мовні, вербальні засоби, у формі яких засвоюються знання, рефлектується і відновлюється індивідуальний досвід; фонові знання за допомогою внесення до яких нових знань структурується індивідуальний досвід і тезаурус учня; інтелектуальні дії, що покладені в основу пізнавальної і дослідницької функції навчальної діяльності: аналіз, синтез, тощо.



Рис. 3.2. Діаграма психологічного змісту навчальної діяльності

Способи навчальної діяльності – способи здобування знання, найбільшповно описані теорією поетапного формування розумових дій (П. Гальперін [108], Н. Тализіна [541]).

Продукт навчальної діяльності – структурне й аналізоване знання, яке лежить в основі вміння розв’язувати задачі, які потребують його застосування у різних галузях; внутрішнє новоутворення психіки і діяльності у мотиваційному, ціннісному і змістовному планах; органічна частина індивідуального досвіду.

Результат навчальної діяльності – поведінка суб’єкта, або це потреба продовжувати діяльність (інтерес, позитивні емоції), або небажання, ухилення, тощо.

Навчальна діяльність має і свою зовнішню структуру [181], що складається з таких основних компонентів, як: 1) мотиви і навчальні задачі; 2) навчальні дії; 3) дії контролю й оцінювання знань школярів.

Навчальна діяльність, яка здійснюється у процесі вивчення конкретних навчальних предметів, набуває специфічних відтінків, як у своєму психологічному змісті, так і зовнішній структурі.

Формування знань, умінь та навичок, понять і мисленневих операцій можливе тільки унаслідок власної активності учня.

Розглядаючи особливості математичної діяльності у процесі навчання, обґрунтуємо підходи до трактування поняття «математична діяльність».

Навчання математики має вибудовуватися як активне навчання, основою якого є активна мисленнева діяльність усіх учнів. Слід розрізняти два види активності у процесі навчання математики. А. Столяр пропонує їх розглядати відповідно активністю у широкому і вузькому розумінні [537]. Так, науковець наголошує, що активність у широкому розумінні в навчанні математики не відрізняється суттєво від активності учнів у процесі навчання іншим предметам. Це взагалі активна мисленнева діяльність.

Активність у вузькому розумінні – це специфічна активність, мислительна діяльність певної структури, властива для математики, а тому її називають «математична» діяльність.

По-інакшому висвітлюється поняття математичної діяльності Л. Фрідманом [577], діяльність щодо пізнання деякої специфічної діяльності – це все-таки не сама ця специфічна діяльність, хоча вони в певному сенсі подібні. Діяльність учня у процесі навчання математики – це навчальна діяльність, складовою частиною якої є пізнавальна діяльність. Тому, підкреслює Л. Фрідман [577, с. 26], все-таки більш точно слід говорити про навчальну діяльність у процесі навчання математики, а не про математичну діяльність у цьому процесі.

Згідно із Н. Тализіною [541] перед навчанням постає одна проблема – сформувані такі види діяльності, що відпочатку містять у собі задану систему завдань і забезпечують їхнє застосування в заздалегідь передбачених межах.

Аналізуючи сучасні підходи до вивчення понять «навчальна діяльність щодо засвоєння математики», «математична діяльність» у світлі проблематики профільної диференціації навчання в старшій школі, вважаємо за можливе виокремити таке поняття, як «навчальна математична діяльність» (НМД), тобто діяльність учнів спрямована на засвоєння навчального предмета «математика».

В умовах можливості вивчення математики у профільній школі на різних рівнях підготовки, описаних вище, діапазон НМД може охоплювати види діяльності від активної пізнавальної навчальної діяльності (рівень стандарту, академічний рівень) до творчої діяльності властивої математикові-професіоналові (теоретичний рівень).

Якщо під математичною діяльністю розуміти мисленнєву діяльність певної структури, властиву для математики (А. Столяр) [537], то під навчальною математичною діяльністю будемо розуміти активну навчально-пізнавальну діяльність учнів в межах обраного рівня математичної підготовки, спрямовану на засвоєння навчального предмета, яка обумовлюється можливостями навчання математики на різних рівнях математичної підготовки у профільній школі від вироблення навичок і елементарних умінь на рівні стандарту до оволодіння методами математичного моделювання на академічному рівні й елементами творчої діяльності, властивої математику-професіоналу на профільному рівні.

Такий підхід до тлумачення поняття враховує як структуру навчальної діяльності взагалі, так і схеми математичної діяльності, а також зумовлюється можливостями навчання математики на різних рівнях математичної підготовки у профільній школі.

Як свідчить багаторічна практика навчання, протягом уроку кожен учень здійснює суб'єктивну початкову діяльність у системах «учитель-учень», «учень-учень». Для вчителя зовнішньо ця «діяльність» спостерігається так: уважно слухає, сприймає, оволодіває мовою, розуміє, цікавиться, запам'ятовує, відтворює, виявляє потреби, виконує завдання. Здавалося б, усе гаразд, а результати навчального процесу часто незадовільні. Головна причина такого становища в тому, що нами спостерігаються лише зовнішні прояви суб'єктивної навчальної діяльності, проте внутрішні суб'єктивно визначальні процеси поведінки учня як особистості мало аналізуються.

Проте, щоб вивчений матеріал набував об'єктивного смислу, для кожного учня процес засвоєння повинен бути результатом його внутрішньої активної

діяльності усвідомлення. А не лише сприймання, запам'ятовування і відтворення. Ми схилиємося до думки науковців чий багаторічні дослідження суті і змісту досить складного поняття «навчальна діяльність учня» надають підстави стверджувати таку його внутрішню структуру [561]:

- 1) емоційно-чуттєва;
- 2) символно (або знаково) інтелектуальна;
- 3) тілесно-м'язова;
- 4) духовна діяльність.

Зупинимося на деталізації вказаних компонентів навчальної діяльності учня на уроках математики. Так, стосовно емоційно-чуттєвої діяльності зазначається [561], що щоразу, коли ми щось робимо, думаємо, відчуваємо або пригадуємо, у мозку і в усій нервовій системі відбуваються фізіологічні зміни: зміни ритму серця, дихання, тиску крові, вологості шкіри тощо. Пізнавальні ж оцінки виникають і формуються у процесі пізнавальної діяльності взагалі і, зокрема, у процесі навчання й учіння. Жоден з цих факторів окремо не може викликати справжнього емоційного стану. Розвиток ряду емоцій майже цілком зумовлюється соціальним навчанням, а не фізіологічною реакцією. У навчанні ми спираємось на осмислення, заохочення, мотив, інтерес, подив, потяг, задоволення потреб учня і на прийом заохочення до конкретних дій. Емоції, як відомо, передують думці і систематично супроводжують процес думання і діяння. Особливе значення має емоційно-чуттєва діяльність при розв'язуванні текстових задач, пов'язаних з образним сприйманням і осмисленням реально-предметних об'єктів чи явищ. Емоційно-чуттєва діяльність учня має за свою основу відчуття і сприймання досить абстрактного й узагальненого за змістом математичного матеріалу. З них розпочинаються перші кроки навчальної поведінки учня. Відчуттям схоплюється і відображається у свідомості учня, поряд з матеріалом, що викладається, динамічність особи вчителя: постать, поза, догляд, міміка, рухи, мова, мовний тембр, інтонації, доброзичливість, бадьорість, бажання навчати, учнів, бути зрозумілим і шанованим ними.

Суттєвими для характеристики символно-інтелектуальної діяльності учня, на думку автора [561], є систематичні переходи від предмета, факту, реальної ситуації до знаку чи слова, поданих у певних зовнішніх формах і видах, до їх змістовного осмислення і, навпаки, мисленнєвий перехід від символічного запису до предметного та операційного смислу його елементів. Незнання або нерозуміння учнем математичної суті указаних переходів призводить до відриву символів і формул математичної мови від того, що вони означають у позамовній реальній діяльності, а це по суті – відрив форми від змісту, який обов'язково стає причиною формальних знань математики, а згодом – втрати учнем будь-якого інтересу до неї.

Так знаходимо основні вимоги, яких потрібно дотримуватись для реалізації цієї мети [561]:

а) забезпечувати правильне й чітке уявлення учнем кожного елемента навчальної інформації, а саме: розкривати його значимість і смислове навантаження; домагатись доступності й надійності розуміння;

б) вимоги до кодування інформації; усне повідомлення вчителя повинно містити лише ті елементи знань, які є суттєвими у виконанні конкретних навчальних завдань, поставлених перед учнем; найважливіші елементи знань бажано виділяти в тексті кольором або розміщенням; виокремлювати найпростіші асоціації, що склалися між знаками кодування і позначуваними навчальними предметами;

в) вимоги до тексту (більш оптимальне сприймання забезпечується розміром букв, інтервалом між словами, довжиною рядків, інтервалом між рядками).

Щодо тілесно-м'язової діяльності, то у ній можна виокремити операційну підсистему певних здібностей, умінь і навичок (музичних, інтелектуальних, рефлексивних, спортивних, вольових, художніх, тощо); інформаційну підсистему відповідних пізнавальних методів усвідомлення і засвоєння предметів знань; мотиваційну підсистему певних інтересів, потреб, норм поведінки в екстремальних умовах.

Духовна діяльність є найскладнішим компонентом людського життя як за своїм змістом, так і за тлумаченням багатогранної структури. Не претендуючи на будь-яку повноту висвітлення цього питання, науковець зупиняється лише на деяких аспектах духовної навчальної діяльності учнів. Основною формою і змістом духовного життя учнів і вчителя є слово. Із нього розпочинається, координується і завершується весь навчальний процес. Через слово передаються знання, вся діяльність учня і вчителя, досвід і духовність людей, їх взаєморозуміння і розвиток, любов, віра і надія. Увесь історичний та інтелектуальний досвід людей – у слові. Володіння вчителем рідною мовою, у якій з найбільшою повнотою розкрито семантичний зміст кожного слова, є запорукою успіху навчання учнів.

У психологічній науці зазначається, що ознаки категорії діяльності виявляє використання і перетворення ЗСЗ у навчанні (Н. Салміна) [489], таку діяльність відповідно називають знаково-символічною. Н. Тарасенкова [544] підкреслює, що в навчанні математики ЗСД учнів має свою специфіку, оскільки досить широко представлено ЗСЗ, що можуть використовуватися у навчанні математики. За класифікацією Н. Тарасенкової [544, с. 69] їх поділяють на вербальні (об'єктні тексти, термінологія, символіка, математичні речення, навчальні тексти, тексти задач, тексти запитань, піктографія) та невербальні (графічні та змістово-графічні інтерпретації, таблиці, діаграми, схеми, графіки, аналітичні конфігурації, реальні предмети, макети, конструкції, пластика, ілюстрації). До того ж об'єктами аналізу й перетворення у процесі навчання математики виступають знаково-символічні об'єкти – рівняння, нерівності, формули, графіки, геометричні зображення тощо. Унаслідок цього в методиці навчання математики виокремлено чотири види знаково-символічної діяльності – заміщення, кодування (декодування), схематизація, моделювання.

Зазначене вище, що стосується компонентів та видів навчальної діяльності, має місце у процесі формування НМД старшокласників в умовах профільної школи, оскільки зміст, форми й методи навчання математики на різних профілях дозволяють дотримуватися внутрішньої структури навчальної

діяльності, якщо враховуватимуться психолого-фізіологічні особливості старшого шкільного віку у процесі навчальної діяльності щодо засвоєння математики.

У науковій літературі зустрічаються різні схеми математичної діяльності, що відрізняються лише назвою і кількістю виокремлених аналізом стадій (аспектів) цієї діяльності.

Вивчаючи діяльнісний аспект математики, Л. Фрідман [577, с. 14] характеризує її як складену з таких трьох частин – трьох етапів дослідження:

- 1) побудова ідеальних моделей об'єктів вивчення;
- 2) розроблення апарату для дослідження побудованих моделей і отримання за допомогою цього апарату знань-законів, що характеризують досліджувані об'єкти;
- 3) розроблення й застосування методів використання отриманих законів-знань для розв'язування практичних і теоретичних проблем.

Окрім цього, математична діяльність передбачає і постановку проблем і задач, і висування гіпотези й ідей для розв'язання поставлених задач тощо.

Так, М. Фреше [654] розрізняє в кожній математичній галузі чотири аспекти:

- 1) накопичення фактів, що він називає індуктивним синтезом;
- 2) виокремлення з накопиченого матеріалу первісних понять і системи аксіом;
- 3) дедуктивна побудова теорії, заснована на цих первісних поняттях і аксіомах;
- 4) перевірка теорем цієї теорії на конкретних моделях.

В. Феллер [653] розрізняє три аспекти математики:

- 1) інтуїтивну основу;
- 2) формальний логічний зміст;
- 3) застосування, яке передбачає те само, що й чотири аспекти схеми

М. Фреше.

А. Столяр [537] пропонує виходити з такої схеми:

- 1) накопичення фактів за допомогою спостереження, досвіду, індукції, аналогії, узагальнення;
- 2) виокремлення з накопиченого матеріалу первісних понять і системи аксіом і дедуктивна побудова теорії, заснована на цих первісних поняттях і аксіомах;
- 3) застосування теорії.

Першу з трьох стадій автор називає математичною організацією емпіричного матеріалу (математизація конкретних ситуацій); другу – логічною організацією математичного матеріалу; а третю – застосуванням математичної теорії. Отже, розумову діяльність, що проходить усе вище описані три стадії автор і називає математичною діяльністю [537, с. 106].

Навчання математиці може і повинне будуватися так, щоб учень послідовно переходив від одного рівня математичної діяльності до наступного, більш високого.

Активне навчання математиці, що розуміється як навчання математичної діяльності, не зводиться цілком до методу відкриттів і не припускає, що учні повинні відкривати все те, що вивчають у математиці. Коли учень у процесі вивчення початків математичної теорії вже досить багато «відкрив» самостійно, то надалі нові теореми цієї теорії вже не є для нього настільки несподіваними (А. Столяр). Тому у процесі формування математичної діяльності ми дотримуємося тієї позиції, відповідно до якої доцільне сполучення двох методів: методу «відкриттів» і методу «доведення готових пропозицій».

Аналізуючи сучасні підходи до організації математичної діяльності учнів (С. Когаловський) [212], слід зазначити точку зору науковця на роль пошукової діяльності її можливостей у формуванні НМД. Так, автор підкреслює, що в навчальній математичній діяльності, яка спрямована на застосування до нового методу, нової понятійної системи, повинні брати участь пошукова діяльність, спрямована на «відкриття» методу, і пошукова діяльність, спрямована на відшукування можливостей його застосування до одиничного й особливого й така, що супроводжується «відкриттями» ситуативного характеру. «Її розвиток

не може не супроводжуватися зіткненнями з тупиковими ситуаціями, подоланням стереотипів, що виникають на стадії первинного застосування методу в часткових випадках, активізацією рефлексивної діяльності, більш масштабною пошуковою діяльністю, спрямованої на подолання обмеженості методу. Так що не тільки «відкриття» методу, але й оволодіння ним має потребу в активній, різномасштабній і різноспрямованій пошуково-дослідницькій діяльності» [212].

У дослідженнях НМД С. Когаловського знаходимо, що в цій діяльності повинні взаємодіяти діади взаємно додаткових, «полярних» ідей. Діада метод-пошук є однією з тих деяких діад, що повинні відігравати в цій діяльності системоутворюючу, системо породжуючу роль.

Щоб визначити, чи зможе учень здійснити деяку математичну діяльність, і в чому повинна складатися роль учителя, треба з'ясувати рівень мислення учня і рівень математичної діяльності, якому ми хочемо його навчити. Зіставлення цих рівнів допоможе визначити, яка допомога вчителя потрібна, щоб підняти рівень НМД учня до рівня пропонованої математичної діяльності, або ж покаже, що розходження рівнів занадто велике і на цьому етапі навчання повинен бути знижений рівень пропонованої математичної діяльності, а також необхідно враховувати рівень математичної підготовки на тому або іншому профілі навчання і його співвіднесення з можливістю формувати елементи творчої математичної діяльності.

Визначити мету навчання математики – це означає указати ті спеціальні якості, заради формування яких вивчається математика в загальноосвітній школі та які необхідні для всебічного розвитку й соціальної зрілості особистості учнів [577, с. 23].

Досягнення мети навчання математики залежить від таких факторів [577, с. 24-25]:

- 1) зміст навчання;
- 2) зв'язок навчання математики з навколишнім життям;
- 3) зв'язок навчання математики з навчанням іншим предметам;

- 4) методи і прийоми навчання;
- 5) ставлення до навчання самого учня.

Гуманістична орієнтація змісту передбачає врахування при його відборі структури і рівнів НМД учнів. М. Бурда [71] стверджує у методиці математики ця проблема нерозроблена, хоча останнім часом з'явилися цікаві психологічні дослідження. Ідея методичного дослідження може бути такою: взаємозумовленість змісту навчання і типу мислення – зміст проектує певний тип мислення (переважно емпіричний чи теоретичний); навпаки, тип мислення враховується під час відбору змісту.

Чітко завдання математики в розвитку особистості визначає Г. Фройденталь, підкреслюючи, що «математика уважалася бруском на якому вигострюється інтелект, різкою для мислення, вправою розуму й у якості такого пронизувала усе, що ставило своєю метою виховання» [578, с. 65].

Мислення формується у процесі навчальної діяльності, так мотиваційний компонент відповідає за інтереси, потреби, мотиви; навчальні ситуації спрямовані на вироблення форм і стилю мислення, способів і орієнтирів діяльності, формально-логічного і оперативного знання; контроль і оцінка – на прийнятті рішення, складання програми діяльності, передбачення результату.

Залежно від змісту компонентів у навчальній діяльності переважають емпіричні (чуттєво-предметні) або теоретичні (раціональні) узагальнення. Особливості навчальної діяльності, де домінують емпіричні узагальнення: засвоєння матеріалу шляхом аналізу чуттєво-предметних його властивостей; сходження від одиничних фактів до загальних; установлення формальних родо-видових залежностей у класифікаціях; упорядкування знань на наочно-інтуїтивній основі за їх зовнішніми ознаками.

Для емпіричних узагальнень характерною є така послідовність дій і операцій:

- а) аналіз предметних моделей або уявлень про них;
- б) порівняння і виокремлення спільних ознак, їх узагальнення;

- в) формулювання загального у вигляді гіпотези;
- г) доведення або спростування гіпотези.

Навчальна діяльність, де домінують теоретичні узагальнення характеризується: оволодінням системою узагальнених знань і способів діяльності; відшукуванням у фактах і явищах істотних взаємозв'язків і відношень шляхом аналітико-синтетичної, рефлексивної діяльності; вираження взаємозв'язків і відношень у вигляді загальних ідей, принципів, понять, які об'єднують матеріал в систему, при цьому домінує така послідовність дій і операцій:

а) аналіз – виокремлення істотного відношення, необхідного для існування певного факту;

б) абстрагування – з'ясування особливих форм конструювання істотного відношення і їх моделювання; оцінювання специфічності і відмінності особливих форм;

в) синтез – установлення єдності істотного відношення і його особливих форм; конструювання способу діяльності.

Залежно від того, який вид узагальнення переважає (дослідно-індуктивний, дедуктивний, змістовий), кожен рівень діяльності має підрівні: навчальна діяльність, у якій домінують дослідно-індуктивні узагальнення; навчальна діяльність, у якій домінують дедуктивні узагальнення; навчальна діяльність, у якій поряд з індуктивно-дедуктивними узагальненнями мають місце і змістові (теоретичні), однак вони не є провідними; навчальна діяльність, у якій є провідними змістові узагальнення.

Більшість учнів у майбутньому не будуть професійними математиками у своїй практичній діяльності, саме тому вони повинні мати уявлення про математику як про науку. Через математику потрібно передати учням науковий стиль діяльності – критичність, самостійність тощо. Тобто математика повинна перед учнями постати як дедуктивна наука, яка ґрунтується на аксіомах та має еталони строгості міркувань. У результаті вивчення математики учень повинен

мати достатньо розвинуті інтелектуальні вміння, уміння самостійно працювати. Навчати математики сьогодні – це навчати математичній діяльності [87].

3.1.2. Роль навчальних задач у процесі формування навчальної математичної діяльності Багатьма дослідниками [453; 35; 219] у процесі формування навчальної діяльності взагалі і НМД, зокрема, важлива роль приділяється навчальній задачі.

Навчальні задачі за умови правильної їхньої постановки у шкільному навчанні є важливим (якщо не єдиним) засобом підготовки учнів до діяльності творчого характеру.

Як відзначає Ю. Колягін [219], якщо говорити про математику, то розв'язування задач є найважливішим видом діяльності, названої математичною. Зі зростанням обсягу навчальної математичної інформації у шкільному курсі математики відбулося значне посилення ролі задач у навчанні математиці, задачі набули функції носія навчальної інформації [219, с. 7].

Специфіка формування НМД учнів профільної школи зумовлюється принципом професійної спрямованості навчання і вбачається нам ефективною саме через використання навчальних задач.

3.1.2.1. Підходи до трактування поняття «навчальна задача» У психолого-педагогічній літературі розроблено різні підходи до трактування поняття «навчальна задача»:

- традиційне педагогічне трактування; широке трактування, яке відповідає «задачному підходу» до дослідження навчальної діяльності;
- трактування, поширене у радянській психології, яке характеризує навчальну задачу як «основну одиницю навчальної діяльності» [35, с. 152].

Деякі, із найбільш уживаних, представлено у таблиці 3.1. Загальним у цих означеннях є намагання авторів розглядати навчальну задачу як об'єкт мисленнєвої діяльності, у процесі якої відбувається засвоєння нового знання. Але відмінністю у трактовках змісту «навчальної задачі» є спроба розглядати її

в формі завдання, вправи, методу розв'язування навчальної проблеми, дидактичного засобу досягнення пізнавальних цілей.

Таблиця 3.1

Трактування змісту поняття «навчальна задача»

Автор	Зміст поняття «навчальна задача»
Енциклопедії професійної освіти [634]	Вид навчальних завдань, що виконуються з метою поглиблення розуміння учнями сутності закономірностей, правил, співвідношень, формування умінь застосовувати їх при виконанні практичних питань
Психологічний словник [472]	Проблемна ситуація, що моделюється в навчанні. Її розв'язання пов'язане з відкриттям і засвоєнням нового пізнавального методу, що відноситься до більш широкого класу задач, ніж вихідні
І. Кондаков [224]	Тип задач, при розв'язуванні яких учні шляхом навчальних дій оволодівають загальним способом (принципом) розв'язання цілого класу однорідних задач
В. Давидов [140, с. 152]	Засіб формування в учнів деякого загального способу розв'язування шляхом переходу думки від окремого до загального під час розв'язування конкретних задач
Д. Пойа [453, с.143]	Усвідомлений пошук засобу досягнення пізнавальної мети
Д. Толлінгерова [553, с. 17]	«Інтелектуальний простір», у межах якого відбувається розв'язування
І. Зимня [181]	Основна морфологічна одиниця навчальної діяльності
І. Лернер [266]	Форма втілення змісту освіти, яка відображає як змістовну, так і процесуальну сторону навчальної діяльності
В. Сластьонін [522, с.353]	Ланка навчального процесу
Д. Ельконін [632, с.215]	Навчальна задача – це спосіб дій, що підлягає засвоєнню, і, якщо при розв'язуванні конкретно-практичної задачі змінюється об'єкт дій, то при розв'язанні навчальної задачі суб'єкт також своїми діями спричиняє зміни в об'єктах, однак, його результат – зміни в самому суб'єкті

В умовах навчання старшокласників у профільній школі навчальна задача набуває триєдиного смислу: психологічного, дидактичного і професійно спрямованого.

З психологічної точки зору навчальна задача є основною морфологічною одиницею навчальної математичної діяльності. З точки зору дидактики – це форма втілення змісту освіти. Професійна спрямованість навчальних задач має відображати як змістову так і процесуальну сторони навчальної математичної діяльності в межах дотримання принципу професійної спрямованості навчання, коли змістовний аспект передбачає побудову професійно спрямованого курсу математики, а процесуальний – вибір методів, форм і засобів організації навчально-пізнавальної діяльності.

3.1.2.2. Особливості навчальних задач у професійно спрямованому навчанні математики Процес формування НМД старшокласників у професійно спрямованому навчанні математики з нашої точки зору відбувається завдяки реалізації задачного підходу до навчання за рахунок конструювання у змісті навчання системи професійно спрямованих задач (математичних, прикладних, міжпредметних тощо). Під задачним підходом розумітимемо методичний підхід до навчання математики, який уможливорює засвоєння змісту ПСНМ учнями профільної школи через уведення до апарату організації засвоєння змісту навчання професійно спрямованих задач.

Професійно спрямовані задачі визначаємо, як математичні, міжпредметні, практичні і прикладні задачі, які є носієм навчальної інформації, а процес їх розв’язування орієнтований на організацію НМД учнів на рівні, який відповідає обраному навчальному профілю, і на формування інтересу до професійної сфери «математика» та професійно важливих якостей особистості учнів (ПВЯО).

Функціями професійно спрямованої задачі є:

- розвиток пізнавальних інтересів учнів до професійної сфери «математика» в межах обраного навчального профілю;
- відкриття нових понять, фактів і способів діяльності;

- розвиток інтелектуальної сфери особистості учнів;
- організація рівнів НМД від репродуктивного до творчого;
- підготовка до самостійного розв'язання проблем.

За характером об'єктів професійно спрямовані задачі поділяються на:

- математичні – задачі, умова й вимога яких стосується математичних об'єктів і які розв'язуються усіма засобами математики;

- практичні – задачі, у яких хоча б один об'єкт є реальним або які відображують побутові чи виробничі ситуації з реальними числовими даними, проте головною у змісті задачі є її математична сутність, розв'язуються прикладні задачі за допомогою використання математичних понять, фактів, способів діяльності, зокрема, потребують умінь раціонально обчислювати, розв'язувати рівняння і нерівності, користуватися інформаційними технологіями;

- прикладні – задачі, які виникають за межами математики, і які розв'язуються виключно методом математичного моделювання, якому властиві такі етапи: 1) побудова моделі (переклад з природної мови тієї галузі, де вона виникла на мову математики), 2) дослідження моделі (розв'язування отриманої математичної задачі); 3) аналіз отриманих результатів (переклад розв'язку задачі з мови математики на мову тієї галузі, де вона виникла);

- міжпредметні – практичні або прикладні задачі зміст яких відповідає цілям певної математичної теми й пов'язаний з темами програми інших навчальних дисциплін старшої школи (фізики, хімії, біології, економіки, тощо).

Формулюючи вимоги до системи професійно спрямованих задач, ми дотримуємося точки зору В. Гузеєва [132] виокремлюємо такі характеристики системи задач, як: повнота, наявність ключових задач, зв'язність, зростання труднощів, цільова орієнтація, цільова достатність, психологічна комфортність. Опишемо зазначені характеристики.

1. Повнота. У системі завдань присутні задачі на всі досліджувані поняття, факти, способи діяльності, у тому числі мотиваційні, підводять під поняття, на аналогію, наслідки з фактів тощо.

2. Наявність ключових задач. Задачі згруповані у вузли навколо об'єднуючих центрів – задач, у яких розглядаються факти чи способи діяльності, застосовані при розв'язуванні інших задач і мають принципове значення для засвоєння предметного змісту.

3. Зв'язність. Вся сукупність завдань може бути представленою зв'язковим графом, у вузлах якого – ключові завдання, вище них – підготовчі й допоміжні, нижче – наслідки, узагальнення тощо.

4. Зростання труднощів в кожному рівні. Система складається із трьох підсистем, які відповідають мінімальному, загальному і просунутому рівням планованих результатів навчання. У кожній підсистемі трудність задач неперервно зростає.

5. Цільова орієнтація. Для кожного завдання визначено її місце і призначення у блоці уроків.

6. Цільова достатність. У системі достатньо задач для тренування у класі і вдома, аналогічних задач для закріплення методів розв'язання, задач для індивідуальних і групових завдань різної спрямованості, для самостійної (в тому числі дослідницької) діяльності учнів, для поточного та підсумкового контролю з урахуванням запасних варіантів тощо.

7. Психологічна комфортність. Система задач урахує наявність різних темпераментів, типів мислення, видів пам'яті. Наприклад, вона передбачає завдання для усних вправ і письмового виконання.

Система професійно спрямованих задач в апараті організації змісту навчання старшокласників математики має на меті: а) формування мотиваційної сфери учнів та інтересу до сфери діяльності «математика» в межах обраного профілю; б) розвиток в учнів професійно важливих якостей особистості, серед яких: логічне мислення, просторове мислення, навички математичного моделювання, мовленнєві і обчислювальні навички;

в) формування НМД старшокласників від рівня емпіричних до рівня теоретичних узагальнень (залежно від профілю навчання).

3.1.2.3. Задачний підхід до професійно спрямованого навчання математики у профільній школі Основним і переважним елементом роботи учня у процесі вивчення математики буде розв'язування задач, тобто пізнання діяльності. Фактичні (предметні) знання стають наслідком роботи над завданнями, організованими в доцільну та ефективну систему. Задачний підхід до професійно спрямованого навчання математики у профільній школі передбачає створення системи професійно спрямованих задач з навчальних тем, визначених програмою, які мають забезпечувати різні рівні НМД учнів.

Розглянемо як відбувається формування мотиваційної сфери учнів та інтересу до сфери діяльності «математика» в межах обраного профілю на засадах задачного підходу до навчання математики. Одним із ефективних прийомів мотивації, на наш погляд, є демонстрація профільної спрямованості досліджуваної теми. Мотивація вивчення тем шкільного курсу математики значно підвищується, якщо учні усвідомлюють зв'язок навчального матеріалу з їх майбутньою професією. Розглянемо, наприклад, задачі, за допомогою яких можливо створити проблемну ситуацію на уроках математики в класах різного профілю, задачі підібрані із джерел [197, 198, 215, 235, 356, 534].

Навчальний профіль «виробничі технології».

Задача 3.1. (Геометрія, тема: «Многогранники»).

Знайдіть масу чавунного полого куба, зовнішнє ребро якого 260 мм, а товщина стінок 30 мм.

Задача 3.2. (Алгебра, тема: «Комбінаторика»).

У квартирі 12 лампочок. Скільки існує різних способів освітлення квартири? Два способи вважаються різними, якщо вони відрізняються станом хоча б однієї лампочки. Кожна лампочка може горіти й не горіти. Випадок «всі лампочки не горять» – теж спосіб освітлення.

Задача 3.3. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»).

Коефіцієнт звукоізоляції дерев'яних дверей дорівнює 20 дБ. У скільки разів вони знижують тиск звуку?

Задача 3.4. (Алгебра, тема: «Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики»)

Партію деталей виготовляють на двох станках. Імовірність виготовлення бракованої деталі на першому станку дорівнює 0,02, а на другому – 0,025. Серед 500 деталей, з яких 300 виготовлено на першому станку і 200 на другому, навмання вибирають одну деталь. Яка ймовірність того, що вибрана деталь виявиться бракованою?

Економічний профіль.

Задача 3.5. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»).

Лісова ділянка містить 6500 м^3 деревини. Скільки буде деревини на цій ділянці через 10 років, якщо щорічний приріст лісу становить у середньому 2%? ($S = A \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$, де S – результат, A – початкова кількість товару, p – відсоток збільшення, n – кількість років).

Задача 3.6. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»).

Населення міста зростає щорічно на 3%. Через скільки років населення цього міста збільшиться в 1,5 рази?

Задача 3.7. (Алгебра, тема: «Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики»)

На вітрині магазину можна поставити в ряд 14 різних пляшок з напоями. Скількома способами це можна зробити?

Задача 3.8. (Алгебра, тема: «Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики»)

Імовірність виграшу, що випадає на 1 білет, дорівнює 1%. Скільки потрібно придбати білетів, щоб з імовірністю 0,7 хоча б один із них виграв?

Хіміко-біологічний профіль.

Задача 3.9. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»).

У пробірку потрапив один мікроб, який відразу почав розмножуватися шляхом ділення навпіл через кожну годину. Скільки мікробів у пробірці буде через добу?

Задача 3.10. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»).

Чисельність популяції становить 5 тис. осіб. За останній час через різні причини вона щорічно скорочувалася на 8%. Через скільки років (якщо не буде вжито заходів з порятунку цього виду і збережуться темпи його скорочення) чисельність тварин досягне межі – 2 тис. осіб, за яким почнеться вимирання цього виду?

Задача 3.11. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»).

Константа швидкості гідролізу при 25° дорівнює $3,2 \cdot 10^{-3}$ годин. Розрахуйте: а) час, за який гідролізу піддається 10% початкової кількості сахарози ($\ln \frac{\tilde{N}_0}{\tilde{N}_t} = k\tau$), б) період напівперетворення реакції.

Задача 3.12. (Алгебра, тема: «Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики»).

Встановлено, що на кожну тисячу новонароджених припадає у середньому 515 хлопчиків і 485 дівчаток. У деякій сім'ї 6 дітей. Знайти ймовірність того, що серед них дві дівчинки.

Задача 3.13. (Алгебра, тема: «Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики»).

Чоловік, якого випадково зустріли на вулиці з імовірністю 0,3 – шатен, з імовірністю 0,4 – блондин та з імовірність 0,1 – рудий. Яка ймовірність того, що серед шести зустрінутих чоловіків є: а) менше, ніж чотири блондини; б) хоча б один рудий; в) три блондини і три шатени?

Географічний профіль.

Задача 3.14. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»)

Висота над рівнем моря обчислюється за формулою $h = \frac{8000}{0,4343} \lg \frac{p_0}{p}$, де

p_0 – тиск на рівні моря, p – тиск на висоті h м. Альпіністи, піднімаючись на пік

Перемоги, досягли висоти, де тиск був 304 мм рт. ст. Обчисліть, на якій висоті знаходилися альпіністи ($p_0 = 760$ мм рт. ст.).

Фізико-математичний профіль

Задача 3.15. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»)

Період напіврозпаду плутонію дорівнює 140 діб. Скільки плутонію залишиться через 10 років, якщо його початкова маса 8 г?

Задача 3.16. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»)

Розрахуйте період напіврозпаду речовини, якщо за рік її маса зменшилась у 10 разів.

Задача 3.17. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»)

Обчисліть, у скільки разів збільшиться швидкість реакції при підвищенні температури від 30°C до 70°C , якщо температурний коефіцієнт дорівнює 2.

Звикаючи до розв'язування подібних задач, учні змінюють своє ставлення до математики. І дивляться на неї вже не як на науку, яка абсолютно не стосується їхнього життя, а самостійно розпочинають шукати математику навколо себе.

Розглянемо, як на різних рівнях МПС задачний підхід до навчання математики впливатиме на розвиток в учнів ПВЯО, серед яких логічне мислення, просторове мислення, навички математичного моделювання, мовленнєві та обчислювальні навички.

Для учнів гуманітарного профілю важливим є загальнокультурний розвиток, демонстрація зв'язків між зрозумілими для них, важливими з точки зору їх профілю фактами і математичною наукою. Так, наприклад, доречні: історичні екскурси на уроках математики, які ознайомлюють із цікавими фактами, пов'язаними, так чи інакше, з математикою, з життя відомих особистостей, які не є математиками; епіграфи до уроку з висловлювань письменників, художників про математику й математиків; ігрові ситуації, коли, виконуючи завдання з математики, учні розгадують кросворд, головоломку тощо, а в результаті ознайомлюються з фактами з їх профілю.

Наведемо приклади задач з теми «Тригонометричні функції» [99] для класів технологічного напрямку профілізації:

Задача 3.18. Стисненням заготовки на прокатному стані називають величину $\Delta h = h_1 - h_2$, де h_1 і h_2 – товщини заготовки до і після прокатування (рис. 3.3). Доведіть, що $\Delta h = 2d \sin^2(\alpha/2)$, де d – діаметр вала і α – кут захвату.

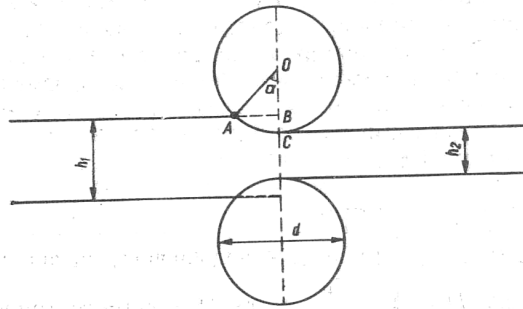


Рис. 3.3. Рисунок до задачі 3.18

Задача 3.19. Схили двосхилого і схили $ABFE$ і $CDEF$ чотирисхилого даху з горизонтальною площиною утворюють кут α , а схили ADE і BCE – кут β (рис. 3.4). Для якого даху — дво- чи чотирисхилого потрібно менше матеріалу?

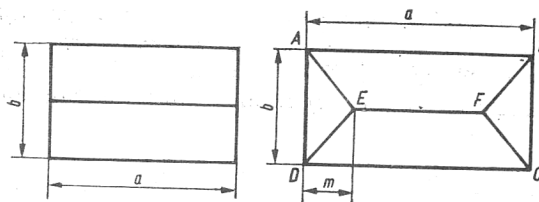


Рис. 3.4. Рисунок до задачі 3.19

Наведемо приклади задач на використання алгоритму знаходження найбільшого і найменшого значень функції відповідно до профілів технологічного напрямку профілізації [197; 198; 618].

Задача 3.20. На лісопильних рамах (вони призначені для поздовжнього розпилювання) колоди часто розпилюють на квадратний брус і чотири дошки (рис. 3.5) з максимально можливою площею поперечного перерізу. Якою має бути розстановка пилок для такого розпилювання? (Відповідь. $0,10d$).

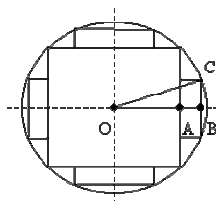


Рис. 3.5. Рисунок до задачі 3.20

Задача 3.21. На якій висоті треба повісити електричний ліхтар в центрі площі, щоб якнайсильніше освітити краї площі? (Відповідь: 10,5 м).

Задача 3.22. Обсяг продукції V цеху протягом дня залежить від часу за законом $V(t) = -\frac{5}{3}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 50t + 70$, де $1 \leq t \leq 8$. Обчисліть продуктивність праці P при $t = 7$ год. (Відповідь: 90 од/год).

Задача 3.23. Потрібно побудувати відкритий циліндричний резервуар з об'ємом V_0 і товщиною стінки d . Яким повинні бути розміри резервуара при мінімальних витратах матеріалу? (Відповідь: $\sqrt[3]{\frac{V_0}{\pi}}$).

Задача 3.24. З круглої колоди вирізають балку з прямокутним перетином найбільшої площі. Знайдіть розміри перерізу балки, якщо радіус перерізу колоди дорівнює 30 см. (Відповідь: $30\sqrt{2} \times 30\sqrt{2}$).

Задача 3.25. Із дроту довжиною 80 см треба зробити прямокутник найбільшої площі. Знайти його розміри.

Задача 3.26. Пасовищні жолоби з водою для корів іноді будують з трьох однакових дощок, збиваючи їх під деяким тупим кутом величини α . Яким повинен бути кут α , щоб вийшов жолоб найбільшою місткістю (рис. 3.6)? (Відповідь: $\frac{2\pi}{3}$).

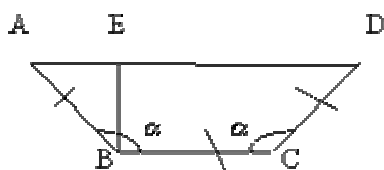


Рис. 3.6. Рисунок до задачі 3.26

Задача 3.27. Під час гальмування маховик за t с повертається на кут $\omega = 6t + t^2$ (ω – у радіанах). Знайдіть кутову швидкість обертання маховика в момент $t = 2$ с. (Відповідь: 2,8 рад/с).

Задача 3.28. З'ясувати, яким повинен бути кут прилягання під'їзного шляху CE до магістралі AB (рис. 3.7), щоб сумарний річний пробіг автомобілів з C до A та B був якомога меншим. Відомо, що рух між C і A буде в 3 рази інтенсивнішим, ніж між C і B ; $AB=100$ км, $AC=30$ км. (Відповідь: 70°).

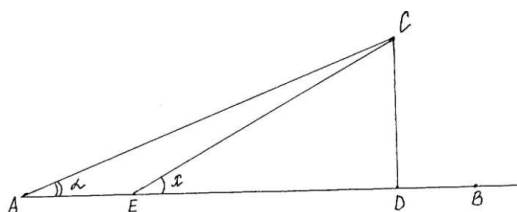


Рис. 3.7. Рисунок до задачі 3.28

Учнів економічного профілю можна ознайомити із застосуванням інтегралу в економіці і запропонувати такі задачі [70].

Задача 3.29. Продуктивність праці бригади робітників протягом зміни наближено визначається формулою $f(t) = -2,53t^2 + 24,75t + 111,1$, де t – робочий час в годинах. Визначте об'єм продукції, виготовленої бригадою за 5 робочих годин. (Відповідь: 171 од.).

Задача 3.30. Граничні витрати з виробництва одиниці продукції задаються функцією $K_{гр}(x) = 10 + 3\sqrt{x}$. Знайти повні та середні витрати, якщо $4 \leq x \leq 25$. (Відповідь: 444; 21,1).

Задача 3.31. Закони попиту і пропозиції на певний товар мають вигляд: $p=40-x$ (Попит, спадна функція!) та $p=2x+1$ (Пропозиція, зростаюча функція!). Знайти вигоди споживачів і постачальників товару (Відповідь: 84,5; 169).

Задача 3.32. Крива Лоренца розподілу прибутків в деякій країні має вигляд $f_L(x) = 0,8x^2 + 0,2x$. 1) Знайти коефіцієнт Джині для цієї країни. 2) Яку частину доходу отримують 15% найбільш низькооплачуваного населення? (Відповідь. 1) 0,27; 2) 0,048).

Вивчення розділу «Геометричні тіла і поверхні» також доречно супроводжувати задачами практичного змісту [470, с. 23].

Задача 3.33. Купол дзвіниці має форму правильної восьмикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 8 футів, апофема - 7 сажнів 5 футів. За скільки днів зможуть покрити цей купол 4 робітники, якщо на покриття 27 квадратних футів поверхні даху один робітник витрачає чверть дня? *Міри:* 1 м = 0,47 сажня = 3,28 фута. (*Відповідь:* 4 дні).

Задача 3.34. Відома піраміда Хеопса спочатку мала висоту 147 м і займала площу 34 300 м². Скільки тонн вапна потрібно було для облицювання цієї споруди, якщо прийняти, що на кожний квадратний метр використовували 10 пудів вапна? *Міри:* 1 т = 61 пуд. (*Відповідь:* 10 300 т).

Задача 3.35. Форма для сирної паски (у формі правильної чотирикутної зрізаної піраміди) складається з 4-х бічних дощечок, з'єднаних гачками, дна (меншої основи) і дощечки (вона складає більшу основу) для підкладання її під вагу, якою натискають на сир. Визначити висоту форми, якщо: а) площа бічних дощечок складає 1 700 см²; площа всіх дощечок - 2 376 см², а висота бічної дощечки - 25 см; б) сума площ бічних стінок форми - 2 304 см², висота бічної грані дорівнює її середній лінії, а бічне ребро цієї грані - 25 см; в) поверхня всіх граней форми - 954 дм²; поверхня бічних стінок - 288 дм². Ребро верхньої дощечки довше за ребро дна на 6 дм. (*Відповідь:* а) 24 см; б) 23 см; в) 26 см).

Задача 3.36. Дах силосної башти має форму конуса. Висота даху дорівнює 2 м. Діаметр башти – 6 м. Скільки листів покрівельного заліза необхідно для покриття даху, якщо лист має розміри 0,7 x 1,4 (м²) і на шви пішло 10 % усього заліза? (*Відповідь:* 38 листів).

Задача 3.37. Скільки квадратних метрів латунного листа необхідно, щоб зробити рупор, діаметр одного кінця якого дорівнює 0,43 м, другого кінця – 0,036 м і твірна – 1,42 м? (*Відповідь:* 1,04 м²)

Задача 3.38. Над казаном встановлено ковпак у формі зрізаного конуса, розміри якого (у метрах) подано на рисунку 3.8. Скільки квадратних метрів

листового заліза піде для його виготовлення? (Відходи не беруться до уваги).
(Відповідь: $0,942 \text{ м}^2$).

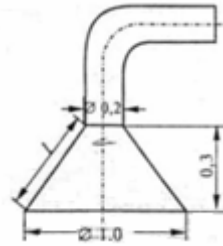


Рис. 3.8. Рисунок до задачі 3.38

Задача 3.39. Обчисліть максимальну пропускну спроможність у кубічних метрах за 1 годину водостічної труби, переріз якої зображено на рисунку 3.9. Швидкість течії води 2 м/с . (Відповідь: 6048 м^3).

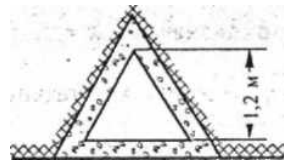


Рис. 3.9. Рисунок до задачі 3.39

Задача 3.40. Залізничний насип дано в перерізі, розміри вказані в метрах (рис. 3.10). Знайдіть, скільки кубічних метрів землі припадає на 1 км насипу. (Відповідь: 35200 м^3).

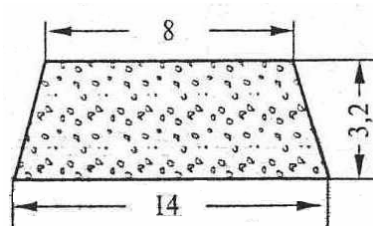


Рис. 3.10. Рисунок до задачі 3.40

Задача 3.41. Скільки треба призначити, робітників, щоб великими лопатами закінчити за 6 годин риття каналу завдовжки 25 м ? Розміри (у метрах) поперечного перерізу каналу вказані на рисунку 3.11. (Великою лопатою викопують $0,75 \text{ м}^3$ за годину.). (Відповідь: 3 чоловіка).

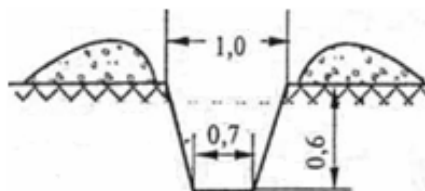


Рис. 3.11. Рисунок до задачі 3.41

Задача 3.42. Купа щебня має конічну форму, радіус основи якої 2 м і твірна 3,5 м. Скільки треба возів, щоб перевезти щебінь, укладений у десяти таких купах? Маса 1 м^3 щебня дорівнює 3 т. На один віз вантажать 0,5 т. (Відповідь: 72 вози).

Задача 3.43. Скирда сіна має форму циліндра з конічним верхом. Радіус основи дорівнює 2,5 м, висота – 4 м, причому циліндрична частина скирди має висоту 2,2 м. Питома вага сіна $0,03 \text{ г/см}^3$. Визначте масу скирди сіна. (Відповідь: 1,6 т).

Задача 3.44. Ливарний ківш має поздовжній переріз (рис. 3.12). Внутрішня та зовнішня поверхні – сферичні (розміри подаються в міліметрах). Густина $7,9 \text{ г/м}^3$. Знайдіть масу ковша. (Відповідь: 62 кг).

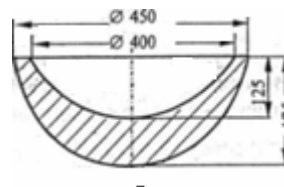


Рис. 3.12. Рисунок до задачі 3.44

Зміст курсу, призначеного для профілів природничо-математичного напрямку, має бути розрахований на навчальні профілі, які вивчають математику за програмою академічного рівня (хіміко-біологічний, географічний, медичний, екологічний та інші профілі), а також на навчальні профілі – фізико-математичний і математичний, які вивчають математику за програмою профільного рівня. Зміст курсу за програмою академічного рівня повинен забезпечити гармонійний розвиток образного й логічного мислення, а також володіння учнями простими навичками математичного моделювання. Саме такий вид діяльності повинен бути головним у навчанні майбутніх

природознавців. Досягти цього можна за рахунок зваженого компромісу між строгістю й доступністю викладу матеріалу та його прикладною спрямованістю.

Так, наприклад, на етапі засвоєння матеріалу теми «Показникова і логарифмічна функції» доречно запропонувати задачі на зразок таких [582].

Задача 3.45. Припустимо, що в деякому великому ставку щоденно подвоюється кількість водяних лілій. Якщо спочатку було 5 водяних лілій, скільки їх буде через 1, 2, 3, 5, 10 днів? Подай загальну формулу для кількості A_n водяних лілій через n днів. Скільки б їх стало через 30, відповідно через 60 днів, якби ставок був достатньо великим? (Калькулятор!) Нарисуй схему графіка функції $n \rightarrow A_n$. Про який вид послідовності йдеться?

Задача 3.46. Кількість бактерій у деякій культурі збільшується на 45 % за годину. Якою буде їх кількість A_n через n годин, якщо спочатку їх було A_0 ? Нарисуй графік функції $n \rightarrow A_n$ для $A_0 = 1000$.

Задача 3.47. Процес розчинення невеликої кількості цукру у великій кількості води наближено описується формулою: $M_t = M_0 a^t$, причому $0 < a < 1$. При цьому M_t є кількість ще нерозчиненого цукру через t секунд. Виразить формулою в процентах по відношенню до a кількість розчиненого цукру через 1 секунду. Скільки часу мало б тривати повне розчинення цукру, якби воно відбувалося строго за цією формулою?

Задача 3.48. Реакції організму на два види ліків як функції часу t (час подано у годинах) складають $r_1(t) = te^{-t}$ і $r_2(t) = t^2e^{-t}$. Дослідіть графіки функцій (рис. 3.13) і з'ясуйте: у якого виду ліків максимальна реакція вища а які діють повільніше?

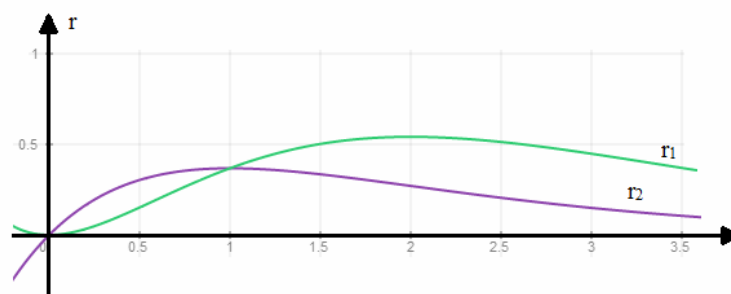


Рис. 3.13. Рисунок до задачі 3.48

Пропонуємо набір таких задач [118], які розкривають суть і значення ймовірно-комбінаторного методу при розв'язуванні задач з курсу біології, показують можливості формування уявлення математичної моделі найпростіших біологічних процесів.

Задача 3.49. За підрахунками, існує 2 млн видів комах, 1 млн видів рослин, 20 000 видів риби і 8 700 видів птахів. Якщо для порівняльного аналізу потрібно обрати по одному виду від кожної з цих чотирьох категорій, то скількома способами це можна зробити?

Задача 3.50. Скільки різних «слів» довжиною в три букви можна утворити з чотирьох букв A, G, C, T , якщо можливі повторення. (Слова генетичного коду утворюються із триплетів або кодонів з трьох основ, якими можуть слугувати аденін, гуанін, цитозин і тимін.)

Задача 3.51. Між будь-якими із n хромосом клітини може відбутися обмін: а) Скількома способами може відбутися рівно один обмін? б) Скількома способами може відбутися рівно k обмінів?

Задача 3.52. Вісім лабораторних тварин потрібно проранжувати за здатністю виконувати певні завдання. Яка існує кількість можливих ранжувань, якщо припустити, що однакових здібностей немає?

Задача 3.53. Під час лікування використовують 5 ліків. Уважають, що послідовність, у якій застосовують ці ліки, суттєво впливає на результат лікування. Скільки існує різних порядків призначення цих ліків?

Задача 3.54. В умові задачі 4 припустимо, що клітина має 4 хромосоми. Скількома способами може відбутися 4 (або менше) обмінів між парами хромосомів в такій клітині?

Задача 3.55. У диплоїдних організмів гени утворюються парами в парних хромосомах. Для локуса з одним алелем A можливий лише один генотип AA . Для локуса з двома алелями A_1 і A_2 , можливі 3 генотипи: A_1A_1 , A_1A_2 , A_2A_2 (генотипи A_1A_2 і A_2A_1 ідентичні). Випишіть генотипи та підрахуйте їх кількість, які можливі для локуса: а) з трьома алелями; б) з чотирма алелями.

Задача 3.56. Продовжуючи задачу 60, встановити кількість можливих генотипів для локуса з n алелями.

Задача 3.57. У диплоїдному організмі для окремого локуса з двома алелями можливі 3 генотипи. Якщо маємо n таких локусів, то існує 3^n диплоїдних генотипів, які відповідають цим локусам. Нехай маємо тепер n локусів з 3-ма алелями кожний. Яка кількість диплоїдних генотипів відповідає цим локусам?

Задача 3.58. У деякого захворювання є n відомих симптомів. Хворий може мати всі ці симптоми, жодного з них або будь-яку кількість симптомів. Скільки існує можливих комбінацій симптомів?

Задача 3.59. Продовжуючи задачу 10, припустимо, що є 6 відомих симптомів деякого захворювання. Захворювання діагностується, якщо у хворого виявляється не менше 4 симптомів. За допомогою скількох різних комбінацій симптомів можна визначити правильний діагноз?

Задача 3.60. Із 20 чоловік, які одночасно захворіли на грип, 15 видужали повністю за три дні. Припустимо, що із цих 20 чоловік випадковим чином вибиралися 5. Яка імовірність того, що: а) всі п'ять одужали за 3 дні? б) одужали лише 4 чоловіки? в) жоден не одужав за три дні?

Задача 3.61. Деяка популяція рослин складається з особин трьох типів, помічених AA , Aa , aa . Чисельність кожного типу відповідно дорівнює 200, 600 і 50. Припустимо, що із цієї популяції випадково вибирають одну рослину.

Задача 3.62. В акваріум, у якому плавають три риби A , B і C , час від часу поміщають шматочки їжі. Кожен раз, коли кидають шматочок їжі, риби конкурують за нього. Припустимо, що за тривалого спостереження було встановлено, що A і B досягали успіху протягом $\frac{1}{2}$ часу, а A і C – протягом $\frac{3}{4}$ часу спостереження.

Задача 3.63. Установлено, що на кожну тисячу новонароджених припадає в середньому 515 хлопчиків і 485 дівчаток. У деякій сім'ї 6 дітей. Знайти імовірність того, що серед них не більше двох дівчаток.

Учнів математичного та фізико-математичного профілів цікавить математика як наука, вони, як правило, мають хорошу математичну базу й розвинене логічне мислення. У цьому випадку важливо створити таку навчальну ситуацію на уроці математики, яка б породжувала активне функціонування тріади «метод-навчальна задача-пошук». Навчальна задача – це центральна ланка НМД. Як зазначає С. Когаловський [178, с. 46], важливо побудувати навчальну діяльність так, щоб пошукова діяльність спрямовувалася на «відкриття» і засвоєння методів і щоб «відкриті» методи слугували засобами розвитку пошукової діяльності. Процеси моделювання в навчальній математичній діяльності сприяють розвитку не окремих якостей мислення у їх ізоляції, а органічному математичному й загальному інтелектуальному розвитку учнів.

Моделювання як метод пізнання передбачає: 1) побудову, конструювання моделі; 2) дослідження моделі (експериментальне або уявне); 3) аналіз отриманих результатів та їх перенесення на справжній об'єкт вивчення. Через названі три етапи проходять, розв'язуючи прикладні задачі. Розглядаючи математичне моделювання як специфічне відтворення реальності у вигляді абстракцій і ідеалізацій науки, оперування ними за суворими правилами логіки, слід відзначити його характерні особливості:

- формалізація знання;
- оперування формальними структурами, структурними взаємозв'язками, зв'язками;
- перехід від однієї операції до іншої і встановлення між ними діалектичних взаємозв'язків;
- згортання розумового процесу.

Із позицій семіотичного підходу, моделювання визначають як ЗСД, яка націлена на отримання об'єктивно нової інформації за рахунок оперування знаково-символьними засобами (Н. Тарасенкова [544]). Характеристика математичного мислення підтверджує, що навчання методу математичного моделювання у процесі вивчення математики сприяє також формуванню

математичного мислення. Засвоєння учнями багатьох математичних понять також сприяє розвитку їх мислення. Найважливішими в цьому сенсі з усього арсеналу математичних понять і методів є: метод координат, функціональна залежність, графічний метод дослідження функцій, початки математичної логіки, вектори, метод наближених вичислень, похідна, інтеграл, алгоритмізація процесів, елементи математичної статистики, інформатика.

Ми переконуємося, що вивчення математики у класах математичного, фізико-математичного профілю, у класах з поглибленим вивченням математики передбачає більш глибоку, порівняно з академічним рівнем, підготовку учнів з математики в органічному її поєднанні з міжпредметною інтеграцією на основі застосування математичних методів, наприклад, методу математичного моделювання.

Задачі, які сприятимуть формуванню НМД старшокласників від рівня емпіричних до рівня теоретичних узагальнень (залежно від профілю навчання) будуть наведені у наступних розділах.

Підсумовуючи, наголосимо на тому, що задачний підхід до навчання старшокласників математики, як методичний підхід, разом із обґрунтованими вище (пп. 2.2.2) загальнонауковими підходами може бути покладений в основу концептуальної моделі МПС.

3.1.3. Закономірності і принципи навчання математики Навчання здійснюється у тісному взаємозв'язку з усіма соціальними процесами, воно безпосередньо і постійно залежить від рівня розвитку суспільства. Це відображено в закономірності зумовленості (перебіг і результати процесу навчання залежать від потреб суспільства і особистості, матеріально-технічних та економічних можливостей) [596]. Отже, ефективна організація навчання вимагає враховування потреб розвитку країни, ініціативи і творчості людей.

Зв'язки також мають місце усередині процесу навчання (між основними його суб'єктами й компонентами) – внутрішні закономірності.

До основних внутрішніх закономірностей навчання відносять: єдність викладання й учіння; взаємозалежність процесів навчання, виховання і

розвитку; взаємозалежність навчання і реальних навчальних можливостей учнів; забезпечення єдності дій учителя з діями учнів; взаємозалежність завдань, змісту, методів і форм навчання.

Закономірності процесу навчання враховують і закономірності пізнавального розвитку особистості.

- Засвоєння знань здійснюється лише в активній пізнавальній та практичній діяльності особистості (С. Рубінштейн) [483].

- Вищі психічні функції (абстрактно-логічне мислення, довільна пам'ять, воля, мовлення та ін.) виникають спочатку як форма взаємодії, співробітництва з іншими людьми й лише згодом вони стають внутрішніми індивідуальними функціями самої особистості (Л. Виготський) [94].

- Пізнавальний розвиток – це послідовний процес закономірної зміни стадій, кожна з яких ґрунтується на попередній і є основою для наступної (Ж. Піаже) [445].

- Пізнавальний розвиток здійснюється тоді, коли знання особистості вступають у суперечності практичним і пізнавальним досвідом (Ж. Піаже) [445].

- Відсоток збереження навчального матеріалу обернено пропорційний його обсягові (Г. Еббінгауз) [631].

- Відкриття внутрішньої структури, закономірності в організації знань сприяє кращому їх осмисленню і запам'ятовуванню (Дж. Брунер) [67].

Оскільки кожна дидактична система базується на особливій сукупності основних закономірностей навчання, то прийнято класифікувати закономірності за визначеними підставами. В умовах побудови методичної системи навчання математики у профільній школі розглянемо класифікацію закономірностей навчання, запропоновану А. Хуторським [591], в основі якої лежать дидактичні компоненти: мета, зміст, технології, форми й методи, засоби, система контролю й оцінка результатів навчання. Характерними об'єктами зв'язків у закономірностях, що вказуються, є: ученя у динаміці розвитку, його

діяльність, індивідуальна освітня траєкторія, освітні продукти, ефективність навчання.

Ефективне розв'язання завдань учіння і розвитку особистості забезпечує дотримання принципів навчання. Принципи визначають зміст, організаційні форми й методи навчального процесу відповідно до загальних цілей і закономірностей.

Загальну кількість принципів у дидактичній теорії чітко не визначено, виокремимо послідовність тих з них, що відповідає логіці діяльності вчителя: від постановки цілей і завдань навчання до здійснення контролю за його результатами. Це принципи: науковості, систематичності, послідовності, доступності, свідомості й активності, міцності, ґрунтовності, наочності, емоційності, індивідуального підходу, принцип зв'язку теорії з практикою. Усі принципи навчання тісно взаємопов'язані між собою, взаємопроникають, взаємоконтролюють один одного. В умовах профільної школи та навчання окремих шкільних дисциплін вони набувають певної специфіки [494]. Окреслимо сутнісний зміст головних для нашої проблеми (профільне навчання) принципів навчання, які складуть ядро – основу, основне правило процесу профільного навчання.

А). Принцип науковості – наскрізний принцип навчання для супроводу профільної освіти, становить стрижневу основу взаємодії із принципом диференціації навчання для забезпечення взаємодії академічного і прикладного характеру, умову формування навчальної галузі основної і старшої (академічної й прикладної) школи, дозволяє добирати способи й засоби здійснення профільної діяльності.

Б). Принцип систематичності навчання – передбачає засвоєння знань, навичок і вмінь у певному логічному зв'язку, коли провідне значення має істотні риси об'єкта вивчення й коли воно, узятє в сукупності, становить цілісне утворення, систему.

В). Принцип послідовності означає розгортання змісту знань, способів діяльності в навчальних програмах і підручниках з урахуванням логіки конкретної науки та вікових можливостей учнів.

Г). Принцип доступності навчання – ураховує рівень підготовки учнів, їхні вікові й індивідуальні особливості. Саме цей принцип є умовою свідомого й міцного засвоєння знань і активності учнів.

Д). Принцип свідомості й активності учнів у навчанні – забезпечує оптимально сприятливе співвідношення педагогічного керівництва і свідомої творчої праці учнів у навчанні, оскільки перший передбачає використання логічних операцій з метою навчання учнів розуміти причинно-наслідкові зв'язки, а другий вимагає діяльнісного ставлення учнів до об'єктів вивчення.

Е). Принцип міцності засвоєння знань – означає ґрунтовність засвоєння навчального матеріалу, стійке закріплення його в пам'яті учнів, вільне відтворення й застосування на практиці.

Є). Принцип ґрунтовності наголошує, що навчання має сенс, якщо ґрунтовне засвоєння головного, суттєвого стає передумовою подальшого просування у процесі навчання, а засвоєні знання стають інструментом розумової діяльності.

Ж). Принцип наочності навчання – передбачає навчання, побудоване на конкретних образах, що безпосередньо сприймаються учнями, цей принцип зумовив прогрес у навчанні й відрив школи від середньовічного вербалізму. Однак навчання не може зводитися до емпіризму.

З). Принцип емоційності впливає з природи розвитку й діяльності людини. Успішність навчання більшою мірою зумовлена почуттям упевненості учнів у своїх силах, прагненням подолати труднощі в навчанні, задоволенням від досягнення поставленої мети.

І). Принцип індивідуального підходу до учнів в умовах колективної навчальної праці передбачає: глибоке вивчення індивідуальних психологічних особливостей учнів; перерозподіл уваги від слабких учнів до різних груп школярів; побудову навчального процесу з урахуванням індивідуально-

психологічних особливостей сприймання і мислення учнів на основі теорії діяльності.

К). Принцип зв'язку теорії із практикою реалізує завдання розгляду діяльності учня як певної до діяльності суспільства, зумовлює послідовну трансформацію пізнавальної активності в майбутню професійну діяльність як умова професійного самовизначення, впливає на процеси диференціації й вибору навчальної діяльності [596, с. 259].

Якщо класичні дидактичні принципи у певній системі навчання набувають і певного сенсу, то принципи, на яких згідно із концепцією ґрунтується профільне навчання привносять у процес навчання окремих дисциплін певну специфіку. До таких принципів віднесено [232]:

- принцип фуркації;
- принцип варіативності і альтернативності;
- принцип наступності та неперервності;
- принцип гнучкості;
- принцип діагностико-прогностичної реалізованості.

Застосування цих принципів у навчанні старшокласників математичних дисциплін вимагає дотримання низки правил.

Для успішної реалізації вимог принципу фуркації слід дотримуватися таких основних правил.

1. Ураховуючи рівень освітньої підготовки учнів (стандарт, академічний, профільний) слід визначити відповідний рівень математичної підготовки та властиву йому навчальну математичну діяльність.

2. Зміст компонентів навчальної діяльності добирати залежно від рівня домінуючих узагальнень (емпіричних чи теоретичних).

3. Досягати мети навчання математики на кожному з рівнів підготовки за рахунок добору відповідного змісту освіти, зв'язків навчання математики з життям та іншими навчальними предметами, вибору відповідних методів та прийомів навчання.

Реалізація варіативності й альтернативності навчання має забезпечуватися наявністю освітніх програм, запровадженням технологій навчання, розробленням навчально-методичного забезпечення.

Принцип наступності та неперервності спрацюватиме в разі, якщо введення курсів за вибором і поглиблене вивчення математики на диференційованій основі на етапі допрофільної підготовки сприятиме свідомому вибору учнями 8-9 класів напряму профільного навчання у старшій школі, а засвоєння змісту математичної освіти на різних напрямках профільного навчання, по-перше, забезпечуватиме загально-освітню підготовку учнів, по-друге, їх підготовку до свідомого вибору майбутньої професійної діяльності.

Задля успішної реалізації вимог принципу гнучкості зміст і форми організації навчання математики у профільній школі повинні забезпечувати можливість зміни профілю в разі такої потреби.

Принцип діагностувально-прогностичної реалізованості дотримуватиметься за умов, якщо на етапі вибору профілю навчання досліджуватимуться інтереси, потреби, нахили, здібності, профільна готовність учнів, і, як наслідок, відбуватиметься обґрунтована орієнтація на профіль навчання.

Математична підготовка у системі освіти також ґрунтується на принципах, до яких відносяться [451, с. 232]:

- усезагальність і неперервність математичної освіти на всіх ступінях середньої школи;
- наступність і перспективність змісту, організаційних форм і методів навчання на кожному ступіні;
- диференціація та індивідуалізація математичної освіти, створення таких умов при яких можливий вільний вибір напряму та рівня математичної підготовки у відповідності із нахилами, здібностями й особистими планами учнів;
- гуманізація математичної освіти;

- посилення виховного впливу та практичної спрямованості навчання математики;
- інтегративність у математичній підготовці учнів;
- комп'ютеризація навчання;
- перенесення акценту у навчанні математики на математичний розвиток учнів, тобто на збалансований розвиток інтуїтивного, логічного, просторового, метричного, конструктивного, символічного компонентів розумової діяльності;
- застосування альтернативних варіантів навчально-методичного забезпечення процесу навчання математики, надання учителю права обирати навчальну й методичну літературу.

Процес навчання математики у профільній школі, ґрунтуючись на визначених вище групах принципів набуває певної специфіки, що уможливорює виділення окремої групи принципів проектування процесу навчання математики у профільній школі, а саме:

- наступність й безперервність, що припускає встановлення взаємних зв'язків у МПС на етапі допрофільного й профільного навчання, досягнення всіма учнями базового рівня математичної підготовки й розвитку НМД у відповідності з обраним начальним профілем;
- диференціацію й індивідуалізацію, якими у відповідності з напрямом профілізації визначається рівень математичної підготовки й властива йому НМД, а відповідно до індивідуальних особливостей в сферах особистості учня – індивідуальна освітня траєкторія;
- професійну спрямованість навчання, яка забезпечує у процесі навчання старшокласників формування інтересу до професійної сфери «математика» в межах обраного навчального профілю, а також формування професійно важливих якостей особистості;
- варіативність, яка припускає вибір кожним учнем індивідуальної освітньої траєкторії та спосіб її проходження у МПС на різних напрямках профілізації.

Підсумовуючи, слід відмітити, що процес профільного навчання підпорядковується низці груп закономірностей, серед яких ми виокремлюємо внутрішні закономірності процесу навчання, закономірності пізнавального розвитку особистості, закономірності певної дидактичної системи. Відповідно до закономірностей процес профільного навчання також визначається принципами, як класичними дидактичними, так і суто принципами профільного навчання й принципами математичної підготовки, а це уможливорює виділення групи принципів проектування процесу навчання математики у профільній школі.

3.2. Концептуальна модель математичної підготовки старшокласників у профільній школі

Концепція – це головний задум, визначений спосіб розуміння, трактування якого-небудь явища [573, с. 222]. Відповідно, концептуальна модель повинна відбити сутнісні параметри досліджуваного і проєктованого об'єкта, специфічні характеристики, що виражають його своєрідність у порівнянні з іншими можливими варіантами розуміння, трактування даного явища.

Побудова концептуальної моделі МПС у профільній школі дозволяє розкрити цілісність досліджуваної педагогічної системи з урахуванням складності її компонентів, виявити механізми і фактори, що забезпечують цю цілісність, знайти різноманітні типи зв'язків і звести до єдиної теоретичної картини.

3.2.1. Основні положення концепції навчання старшокласників математики у профільній школі Задачам нашого дослідження найбільшою мірою також відповідає структурна модель, що дозволить наочно представити внутрішню структуру МПС у профільній школі через її основні системотвірні елементи і взаємозв'язки між ними.

Як зазначалося вище, за призначенням створення моделей дозволяє:

- досліджувати реально існуючі об'єкти, тоді між моделлю й об'єктом повинна бути суттєва подоба, модель повинна відбивати основні характеристики об'єкта з високим ступенем відповідності;
- проектувати і будувати поки ще не існуючий об'єкт, у цьому випадку модель повинна містити передбачувані, бажані характеристики об'єкта, виявлені на основі теоретичного аналізу.

У нашому дослідженні моделювання значною мірою має проектувальний характер.

У педагогіці проектування пов'язане з цілепокладанням, прогнозуванням, плануванням і організацією процесів навчання і виховання, а також розробленням і реалізацією тих змін у конкретному педагогічному середовищі, що сприяють її удосконалюванню. Оскільки педагогічне проектування є одним із різновидів соціального проектування, спрямованого на створення і зміну процесів освіти, навчання і виховання, воно не може гарантувати якогось практичного результату, однозначно заданий і розрахований зі стовідсотковою імовірністю. Функціонування педагогічних систем, як і будь-яких соціальних систем узагалі, характеризується досить високим ступенем невизначеності, що вимагає постійного аналізу й корекції процесів, що відбуваються в системі. Зазначену особливість педагогічного проектування можна розглядати як суперечність, що, своєю чергою, є джерелом розвитку системи й впливає на удосконалювання процесів освіти. Проектування завжди пов'язане з вивченням сутності педагогічних закономірностей, що забезпечують саму можливість проектування педагогічної реальності.

Процедура моделювання передбачає кілька етапів:

- а) актуалізація накопичених знань про об'єкт дослідження;
- б) вибір із числа існуючих моделей тієї, яка найбільш адекватно відбиває сутності досліджуваного об'єкта і відповідає цілям дослідження;
- в) безпосереднє дослідження моделі, що завершується одержанням нових знань про досліджуваний об'єкт.

Цілям нашого дослідження відповідає модель, яка відображає загальний задум педагогічної системи, що моделюється, основні принципи її побудови і функціонування. Підставою для побудови концептуальної моделі є комплексний системний аналіз, що передбачає розгляд різних його аспектів – компонентного, структурного, функціонального тощо.

Компонентний аналіз дозволяє виявити концептуально значимі елементи системи, що моделюється. Для будь-якого реального об'єкта характерна наявність яскраво виражених диференційованих його складових частин, кожна з яких може у свою чергу розглядатися як самостійна реалія, якась самозначима визначеність. При системному осмисленні такого об'єкта ці складові розглядаються як його елементи, або компоненти. А. Уйомов підкреслював, що система – це завжди сукупність безлічі взаємозалежних елементів, і наявність деякої безлічі елементів є загальною ознакою системи [562, с. 35].

Однак кількість елементів, що можуть бути виокремлені в об'єкті, який системно подається, особливо якщо йдеться про складно організовані явища природної й соціальної дійсності, практично нескінченна, тому залежно від цілей і аспекту його розгляду значимими виступають лише деякі елементи. Компонентний аналіз і припускає виявлення не всіх елементів системи (що фактично неможливо), а саме системоутворювальних і системозначущих, які виражають сутність і специфіку певної системи. Ці компоненти і знаходять висвітлення у моделі.

Структурний аналіз припускає виявлення характеру взаємодії, відношень і взаємозв'язків між концептуально значимими компонентами системи, що забезпечують її цілісність. Наявність визначених зв'язків елементів або внутрішньо специфічних взаємовідносин між ними теж є істотною, необхідною ознакою системи. Оскільки їхня кількість також прагне до нескінченності, при моделюванні важливо виявити і відобразити ті з них, що виражають сутність досліджуваної системи. Зв'язки між елементами означають таку залежність між ними, коли зміна властивостей одного приводить до зміни властивостей іншого. Отже, «система – це не просто сукупність безлічі одиниць, у якій кожна

одиниця підкоряється причинно-наслідковим зв'язкам, а єдність відносин і зв'язків окремих частин, що обумовлюють виконання визначеної складної функції, яка є можливою лише завдяки структурі з великої кількості взаємозалежних і взаємодіючих один з одним елементів» [236, с. 15].

Функціональний аналіз надає змогу установити функцію, або призначення, кожного компонента і системи в цілому. Усяка штучна система має визначене призначення, що може бути описано системою цілей. Система цілей при цьому може бути визначена як безліч цілей і взаємозв'язків між ними. Функціонування системи, з цього погляду, є поведінкою системи, спрямованою на досягнення визначеної сукупності цілей. Під поведінкою системи в цьому випадку розуміється безліч послідовних у часі станів системи. Кожен виокремлений стан системи становить сукупність значень властивостей системи у визначений момент часу, а властивостями (якостями) системи є всі істотні ознаки вхідних до системи елементів і самої системи як єдиного цілого. Значення окремих властивостей системи називаються параметрами системи. На їхнє виявлення спрямований параметричний аналіз. Оскільки функціонування, а також можливі напрямку розвитку й удосконалювання системи задаються її структурою, важливою передумовою побудови концептуальної моделі МПС у профільній школі є розроблення її структурної моделі, що зумовлює загальну схему концептуальної моделі.

Сформулюємо положення концепції навчання математики у профільній школі:

1. Роль математичної підготовки в освіті, розвитку і вихованні особистості визначають основні завдання навчання математики у школі, такі, як: формування уявлень про ідеї і методи математики та їх роль у пізнавальній діяльності; оволодіння системою математичних знань і умінь, необхідних у повсякденному житті і трудовій діяльності, достатніх задля вивчення інших дисциплін і продовження освіти; формування і розвиток засобами математики якостей особистості, необхідних людині для повноцінного функціонування в суспільстві [193].

2. Побудова концептуальної моделі МПС у профільній школі базується на групі принципів, серед яких: класичні дидактичні принципи; принципи профільного навчання; принципи МПС і як наслідок, принципи проектування процесу навчання математики у профільній школі.

3. Ключовими ідеями побудови методичної системи навчання математики у старшій профільній школі мають бути: здійснення «двох генеральних функцій: освіти за допомогою математики і, власне, математичної освіти»; орієнтація навчання на кінцевий результат, співвіднесений з метою навчання математики; створення у процесі навчання математики позитивного емоційного фону, формування ціннісного ставлення до цієї сфери знань, особистісних мотивів і потреб вивчення математики; добір змісту математичних дисциплін, який має забезпечувати загальноосвітню підготовку учнів, а також їх підготовку до майбутньої професійної діяльності; використання методів, форм, засобів МПС відповідно до компонентів ПМКМВ.

4. Успіх математичної підготовки учнів профільної школи залежить від виконання низки умов:

- прагнення до особистісної орієнтації освіти;
- цілісне відображення компонентів математичної науки у змісті шкільної математичної освіти;
- реалізація методичною системою навчання основних функцій математичної освіти;
- приведення обсягу і складності змісту, а також вимог щодо його засвоєння у відповідність з віковими можливостями і інтересами учнів;
- посилення практичної і прикладної спрямованості навчання математики, орієнтація на інтегровані курси;
- використання у процесі навчання математики нових педагогічних технологій.

3.2.2. Модель навчання старшокласників математики у профільній школі Зазначені вище положення, умови та принципи навчання

старшокласників математики у профільній школі нашли своє втілення у структурно-функціональній моделі МПС у профільній школі (рис. 3.14).

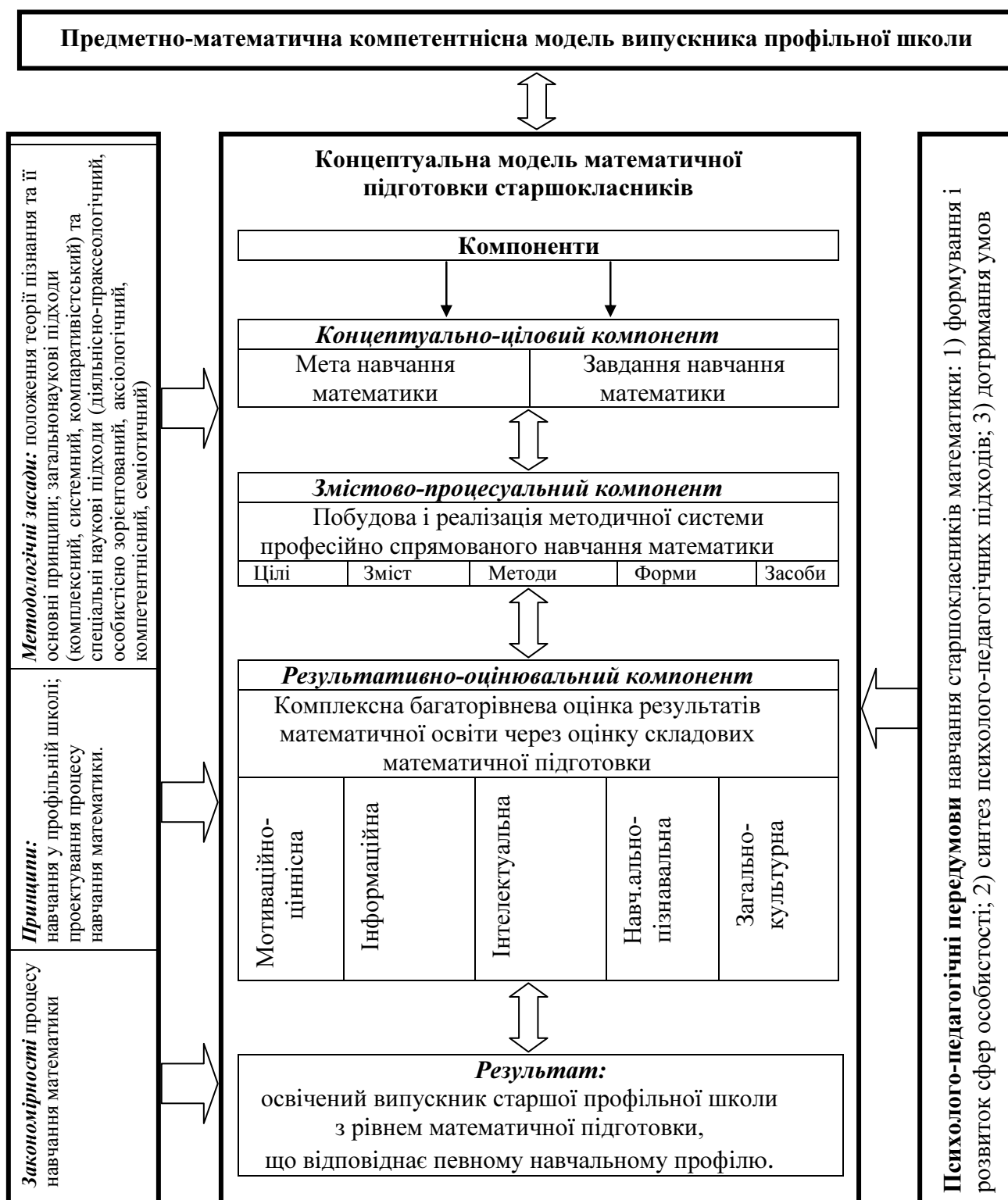


Рис. 3.14. Структурно-функціональна модель МПС у профільній школі

Основними витокami в побудові моделі є концептуальні основи математичної підготовки учнів профільної школи (див. п.п. 3.2.1).

Функціонування компонентів концептуальної моделі МПС відбувається під впливом методологічних засад, принципів і закономірностей процесу навчання математики у профільній школі, а також психолого-педагогічних передумов навчання старшокласників математики. До моделі як структурний компонент внесено ПМКМВ.

Концептуально-цільовий, змістово-процесуальний, результативно-оцінювальний компоненти моделі перебувають у взаємозв'язку між собою, залежать від ПМКМВ і вступають у двобічний взаємозв'язок із результатом функціонування моделі, який визначається освіченістю випускника старшої профільної школи з рівнем математичної підготовки, відповідним навчальному профілю.

Концептуально-цільовий компонент визначає мету і завдання навчання математики у профільній школі й узгоджується з цільовим компонентом ПМКМВ профільної школи. Мета навчання математики визначається її роллю в інтелектуальному, соціальному й моральному розвитку особистості, розумінні принципів використання сучасної техніки й нових інформаційних технологій, формуванні наукової картини світу й сучасного світогляду.

В умовах профілізації освіти у старшій ланці середньої школи мета навчання математики конкретизується, а саме – вивчення математики має сприяти: оволодінню загальною математичною культурою; набуттю старшокласниками навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності; розвитку інтелектуальних, психічних, моральних, творчих, соціальних якостей особистості. Досягнення зазначеної мети у математичній підготовці старшокласників можливе у разі виконання основних завдань навчання математики у профільній школі, серед яких першим є формування розвиненої особистості, здатної до розвитку та саморозвитку в динамічно змінному інформаційному суспільстві незалежно від обраного учнем напрямку навчання. Далі завдання навчання математики визначаються функцією

предмета в реалізації особливостей профілю навчання та професійному становленні особистості, а тому розрізняють такі завдання: розвиток теоретичного типу мислення (теоретичний напрям навчання); оволодіння навичками математичного моделювання (прикладний напрям); формування уявлень про математику як форму опису і метод пізнання дійсності (загальнокультурний напрям).

Змістово-процесуальний компонент моделі обґрунтовує побудову методичної системи навчання математики у профільній школі, яка у своїй структурі (цілі, зміст, форми, методи, засоби) та зв'язках повністю узгоджується з ядром моделі випускника (сферами особистості) і такими компонентами ПМКМВ, як змістово-діяльнісний, мотиваційно-ціннісний, інтелектуально-когнітивний, організаційно-діяльнісний.

Зупинимося на змісті і призначенні структурних компонентів.

Цілі математичної освіти.

Традиційно, виокремлюють три групи цілей, співставляючи їх із загальноосвітніми, виховними та практичними функціями цілей.

Перша група цілей математичної освіти передбачає оволодіння системою математичних знань, умінь і навичок, що надає уявлення про предмет математики, її мову й символіку, математичне моделювання, спеціальні математичні прийоми й алгоритми; про періоди розвитку математики; про основні загальнонаукові методи пізнання і спеціальні евристики, які використовуються у математиці.

Другу групу цілей складають: формування світогляду учнів, логічної та евристичної складових мислення, алгоритмічного мислення; виховання моральності, культури спілкування, самостійності, активності; естетичне виховання учнів; виховання працьовитості, відповідальності за прийняття рішень, прагнення до самореалізації.

До практичних цілей математичної освіти віднесемо: формування умінь будувати математичні моделі найпростіших реальних явищ, досліджувати явища по заданих моделях, конструювати моделі; залучатися до досвіду творчої

діяльності; ознайомлення з роллю математики в науково-технічному процесі і в сучасному виробництві.

Зіставляючи сформульовані цілі математичної освіти зі структурою особистості, бачимо, що досягнення цілей забезпечує сформованість і розвиток усіх особистісних компонентів: інтелектуального, мотиваційного, емоційно-ціннісного, когнітивного та семіотичного.

Перераховані цілі математичної освіти складають основу відбору змісту, адекватного їм. Цей зміст охоплює лінії розширення числа, рівнянь і нерівностей, функцій, елементи математичного аналізу, елементи теорії ймовірностей і статистики, застосування математики, геометричні перетворення, вектори, координати, елементи математичної логіки, аксіоматичний метод [33].

Зміст навчання математики у профільній школі.

Проектування профільного навчання математики має враховувати як мінімум два фактори: змістовну спрямованість і рівень навчання. Критерії відбору змісту мають поєднувати вимоги профільної спрямованості та стандарту загальної середньої освіти, відображати різний обсяг навчального матеріалу, способи його упорядкування, ступінь узагальнення знань.

На практиці під профільним навчанням ми розуміємо таку організацію вивчення змісту навчальної дисципліни, яка б передбачала максимальне врахування обраного учнями профілю задля його особистісного й професійного становлення. Як переконує практика, учні старшої школи постійно оцінюють запропонований їм навчальний матеріал з позиції необхідності знань і умінь в обраному ними напрямку.

Характеризуючи зміст навчання математики в умовах профільної школи, слід зазначити принципи його відбору, запропоновані М. Бурдою [80], а саме:

- математичні знання мають бути достатніми для продовження освіти або кваліфікованої праці;

- зміст навчального матеріалу має забезпечувати не екстенсивне, а інтенсивне навчання і самонавчання учнів, засвоєння не лише готових знань, а і способів цього засвоєння, способів міркувань, які застосовуються в математиці;
- зміст математики розрахований на здійснення основних видів диференціації – за змістом навчального матеріалу, за рівнями програмних вимог до математичної підготовки учнів;
- поєднання неперервної й дискретної математики, розкриття гносеологічного її значення; курс математики містить дві частини – інваріантну й варіативну;
- інтеграція змісту досягається уведенням узагальнюючих понять сучасної математики; посилення зв'язків між алгеброю і геометрією, планіметрією і стереометрією;
- математична підготовка учнів досягається концентричним розвитком таких груп знань: 1) числа й дії над ними, величини, метрична система мір; 2) вирази, рівняння, нерівності, елементи логіки; 3) функції, дослідження функцій методами математичного аналізу; 4) геометричні фігури та їх властивості, геометричні величини, перетворення фігур; 5) координати й вектори; б) комбінаторика; 7) елементи статистики й теорії ймовірностей; 8) математика й зовнішній світ (моделювання, аналіз даних, специфіка математики як науки, математика в системі наук, історія виникнення і розвитку математичних теорій).

Форми, методи, засоби навчання математики в профільній школі. Відмінності у змісті навчання на різних напрямках підготовки здійснюють відповідний вплив на добір організаційних форм навчання, методів і засобів навчання.

Результативно-оцінювальний компонент моделі навчання старшокласників математики у профільній школі має за мету комплексну багаторівневу оцінку результатів математичної освіти, яка, своєю чергою, потребує чіткого визначення складових математичної підготовки та рівнів її сформованості у випускників старшої профільної школи.

Складові математичної підготовки визначаються: по-перше, ПМКМВ профільної школи, а, по-друге, результатами функціонування змістово-процесуального компоненту моделі навчання старшокласників математики.

Спираючись на дослідження О. Глобіна з питань компетентнісного підходу в математичній освіті [114] й виходячи із завдань власного дослідження, виокремлюємо такі складові математичної підготовки:

1) мотиваційно-ціннісна (визначається мотиваційною та емоційно-ціннісною сферами особистості старшокласника, виявляється через мотиви, пізнавальний інтерес, активність у засвоєнні математики);

2) інформаційна (визначається, переважно, когнітивною сферою та семіосферою особистості, виявляється через інформаційну потребу учнів, способи отримання, перероблення і передавання інформації);

3) інтелектуальна (визначається інтелектуальною сферою особистості старшокласника, виявляється в загально-розумових діях, стилі мислення, якостях інтелекту);

4) навчально-пізнавальна (визначається когнітивною, семіотичною та інтелектуальною сферами особистості старшокласника, виявляється у рівні знань, навичок, умінь, а також через характер та рівень активності НМД учнів від репродуктивного до творчого);

5) загальнокультурна (визначається рівнем математичної компетентності учня, яка залежить від всіх сфер особистості, виявляється через розуміння значення математики в сучасному світі, рівень математичного мислення, грамотність математичної мови).

Кожна із визначених складових математичної підготовки формується у процесі навчання математики у старшій профільній школі. Залежно від напрямку математичної підготовки і відповідних йому змісту, форм, методів, засобів навчання складові математичної підготовки набувають специфічних характеристик, властивих лише конкретному напрямку.

Рівень математичної підготовки випускників старшої профільної школи залежить від рівня сформованості її складових і може бути: високим, достатнім, середнім, початковим, нульовим.

Завдання професійно спрямованого навчання старшокласників математики полягає у створенні методичної системи навчання, яка завдяки системному підходу до функціонування кожного її компоненту має сприяти на рівні цілей, змісту, форм, методів і засобів навчання формуванню якостей особистості старшокласника, що визначають його професійну спрямованість, через організацію його математичної діяльності.

Висновки до розділу 3

Здійснений аналіз сутності процесу навчання математики в загальноосвітній школі, закономірностей і принципів навчання старшокласників математики у профільній школі надає підстави зробити такі висновки:

1. НМД є активною навчально-пізнавальною діяльністю учнів в межах обраного рівня математичної підготовки з елементами творчої діяльності, властивої математику-професіоналу, спрямованою на засвоєння навчального предмета. Формування НМД старшокласників в умовах профільної школи, базується на внутрішній структурі навчальної діяльності і відбувається через забезпечення у процесі навчання емоційно-чуттєвої, символічно-інтелектуальної, знаково-символічної, тілесно-м'язової й духовної діяльностей. Важливим засобом підготовки учнів до переходу на наступний (вищий) рівень математичної діяльності є навчальні задачі.

2. Доведено, що організація НМД старшокласників у професійно спрямованому навчанні математики досягатиметься за рахунок конструювання у змісті навчання системи професійно спрямованих задач. Професійно спрямовані задачі визначено як математичні, міжпредметні, практичні й прикладні задачі, які є носієм навчальної інформації, а процес їх розв'язування

орієнтований на організацію НМД учнів і на формування інтересу до професійної сфери «математика» та професійно важливих якостей особистості учнів. Під задачним підходом до навчання математики розуміємо методичний підхід, що забезпечує організацію засвоєння змісту ПСНМ учнями профільної школи через уведення до апарату організації засвоєння змісту навчання професійно спрямованих задач. Таке розуміння задачного підходу до формування змісту навчання передбачає створення системи задач з навчальних тем, визначених програмою, які мають на меті: а) формування мотиваційної сфери учнів та інтересу до сфери діяльності «математика» в межах обраного профілю; б) розвиток в учнів професійно важливих якостей особистості серед яких логічне мислення, просторове мислення, навички математичного моделювання, мовленнєві та обчислювальні навички; в) формування НМД старшокласників від рівня емпіричних до рівня теоретичних узагальнень (залежно від профілю навчання).

2. Процес навчання математики підпорядковується внутрішнім закономірностям процесу навчання; закономірностям пізнавального розвитку особистості; закономірностям певної дидактичної системи. Класичні дидактичні принципи, принципи суто профільного навчання а також принципи МПС та завдання МПС уможливили виокремлення й обґрунтування принципів проектування процесу навчання математики у профільній школі.

3. Концептуальну модель МПС побудовано на основі комплексного системного аналізу у єдності компонентного, структурного і функціонального його аспектів. Компонентний аналіз дозволив виявити концептуально значимі елементи системи. Структурний аналіз спрямований на вияв характеру взаємодії, відношень і взаємозв'язків між концептуально значимими компонентами системи, що забезпечують її цілісність. За допомогою функціонального аналізу встановлено призначення кожного компонента й системи в цілому. Функціонування концептуально-цільового, змістово-процесуального, результативно-оцінювального компонентів концептуальної моделі МПС відбувається під впливом методологічних засад, принципів і

закономірностей процесу навчання математики у профільній школі, а також психолого-педагогічних передумов навчання старшокласників математики. Основою функціонування моделі є ПМКМВ.

Концептуально-цільовий компонент визначає мету і завдання навчання математики у профільній школі й узгоджується з цільовим компонентом ПМКМВ; змістово-процесуальний компонент обґрунтовує побудову методичної системи навчання математики у профільній школі, яка у своїй структурі та зв'язках повністю узгоджується зі сферами особистості випускника і такими компонентами ПМКМВ, як змістово-діяльнісний, мотиваційно-ціннісний, інтелектуально-когнітивний, організаційно-діяльнісний; функцією результативно-оцінювального компонента є комплексна багаторівнева оцінка результатів математичної освіти. Описана модель є основою розроблення методичної системи професійно спрямованого навчання старшокласників математики.

Основні результати третього розділу опубліковано в роботах [310; 320; 321; 339; 340; 343; 662].

РОЗДІЛ 4

МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНОГО НАВЧАННЯ СТАРШОКЛАСНИКІВ МАТЕМАТИКИ

4.1. Загальний опис методичної системи навчання математики

Дидактика як наука описується взаємопов'язаними поняттями (А. Хуторський, 2001) [591, с. 21]: сенс, цілі, принципи, закономірності навчання, зміст, технології, форми, методи, засоби навчання, система контролю й оцінювання результатів навчання, рефлексія діяльності тощо. Залежно від обраних підстав конструюються різні дидактичні системи, що забезпечують досягнення саме тих смислових цілей, які задаються на глобальному світоглядному рівні. Різні дидактичні системи пропонують різні цілі і способи їх досягнення. Головні питання дидактики «Навіщо вчити?», «Чому навчати?», «Як вчити?» розв'язуються і частковими дидактиками, зокрема, дидактикою (методикою навчання) математики. Перше питання відноситься до сенсу навчання, друге – до його змісту, третє – до форм і методів навчання, які складають певні освітні технології. Основне призначення методики навчання полягає в теоретичному та практичному розв'язанні цих питань. У дидактиці до застосування системного підходу щодо проблем методики навчання компоненти навчального процесу, як правило, розглядались у межах лінійної моделі [502], зображеної на рис. 4.1.

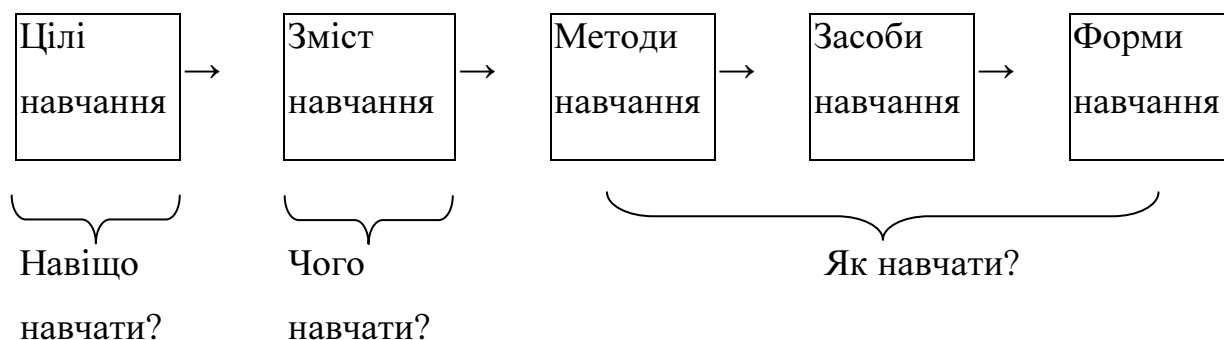


Рис. 4.1. Структура методики навчання

Уперше системний підхід на рівні методики навчання був застосований А. Пишкало. У зв'язку з розробленням методики початкового навчання геометрії він запропонував підхід, у якому всі компоненти навчального процесу утворюють єдине ціле із визначеними внутрішніми зв'язками. Згідно з А. Пишкало [473], методична система навчання становить сукупність п'яти ієрархічно пов'язаних компонентів: цілей навчання, його змісту, методів, засобів і організаційних форм навчання. Структуру такої системи зображено на рис. 4.2.

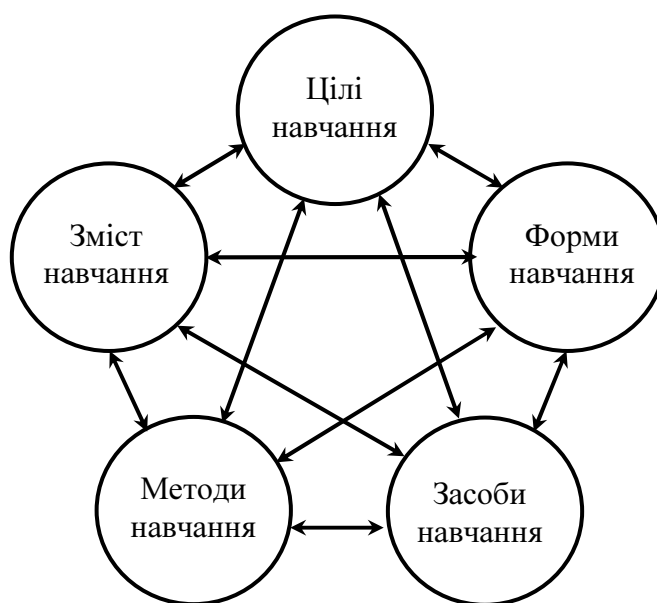


Рис. 4.2. Структура методичної системи навчання (за А. Пишкало)

Г. Саранцев та інші дослідники [145] вважають що розроблена А. Пишкало методична система навчання математики в сучасних умовах не повністю відповідає комплексу завдань навчання і виховання а тому, пропонують доповнити методичну систему навчання результатами навчання, для перевірки досягнення результату – контролем рівня навчальних досягнень учнів.

Сьогодні методичної наукою обґрунтовано різні підходи до побудови дидактичних (методичних) систем. Розглянемо деякі з них.

За визначенням В. Краєвського, І. Лернера [242, с. 124], складовими системи навчання будь-якої галузі знань є мета, зміст, принципи, методи, засоби й апарат контролю й оцінювання результативності її функціонування. Науковці наголошують, що основною ланкою цієї системи є визначений метою

зміст, від суті якого залежать методи, засоби, мотиви й механізми його засвоєння.

А. Хуторський підкреслює [591, с. 22], що дидактичні системи можуть мати спільні інструментальні елементи, наприклад, одні й ті самі методи або засоби навчання, проте загальну результативність навчання буде визначати вся система в цілому (рис. 4.3), у якій факторами впливу на цілі навчання є сенс освіти і взаємодія вчителя і учнів, а результат навчання досягається через трансформацію цілей у змісті, засобах, освітніх технологіях навчання. Оскільки, як зазначалося вище, навчання здійснюється в тісному взаємозв'язку з усіма соціальними процесами, воно безпосередньо і постійно залежить від рівня розвитку суспільства в запропонованій дидактичній системі вважаємо актуальним наявність блоку «сенс освіти» і структурні зв'язки між взаємодією вчителя і учня.

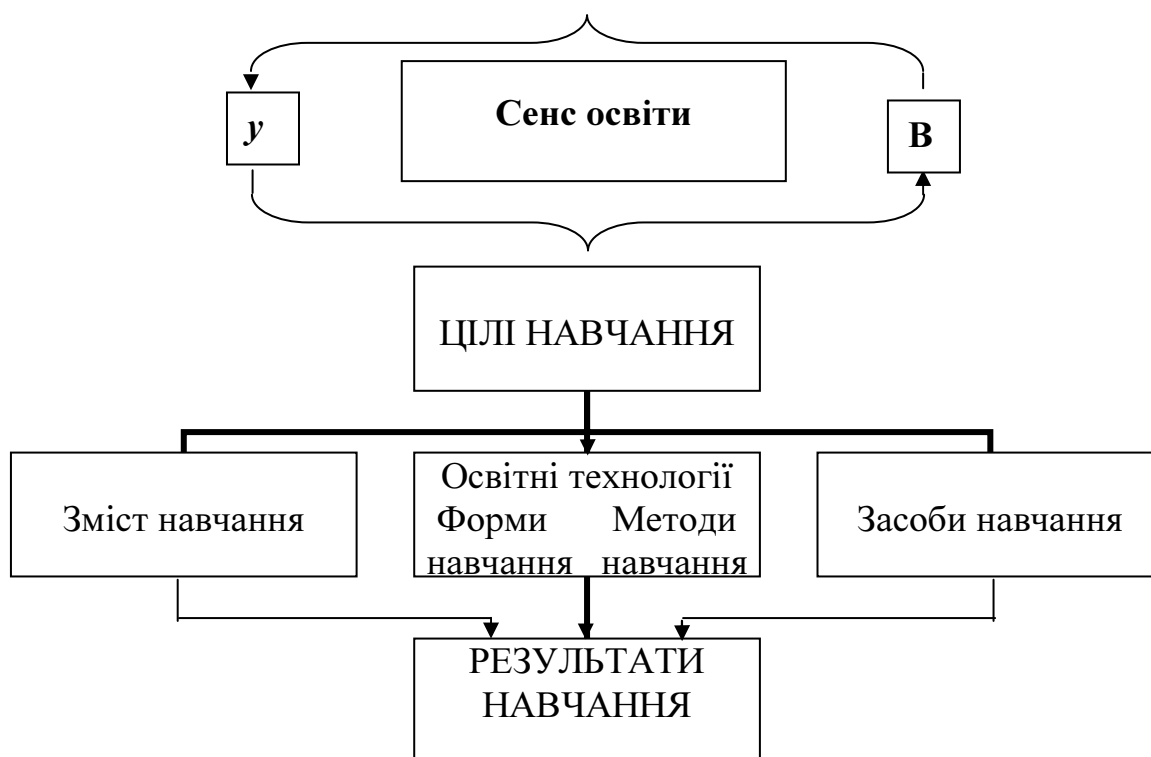


Рис. 4.3. Дидактична система за А. В. Хуторським

Традиційну модель структури процесу навчання, запропоновану П. Підкасистим [440, с. 138], подано на рис. 4.4. У цій моделі також представлено взаємодію викладача і студента, проте відбувається вона не

тільки опосередковано, але й через зміт, методи, засоби і форми навчання і знаходиться у блоці, який визначається метою й результатом навчання.

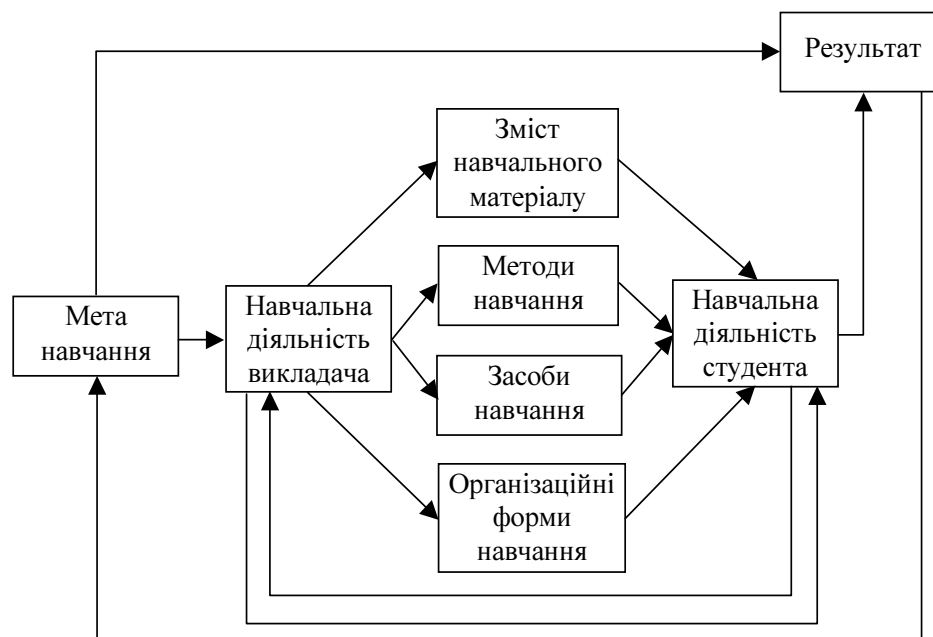


Рис. 4.4. Традиційна модель процесу навчання (П. Підкасистий)

З урахуванням проєктованого результату навчання, спільної діяльності викладача і студента традиційна система навчання розроблена В. Сергієнко [504, с. 81] і подана на рис. 4.5., передбачає охоплення діагностикою систем реалізації проміжного і кінцевого результатів.

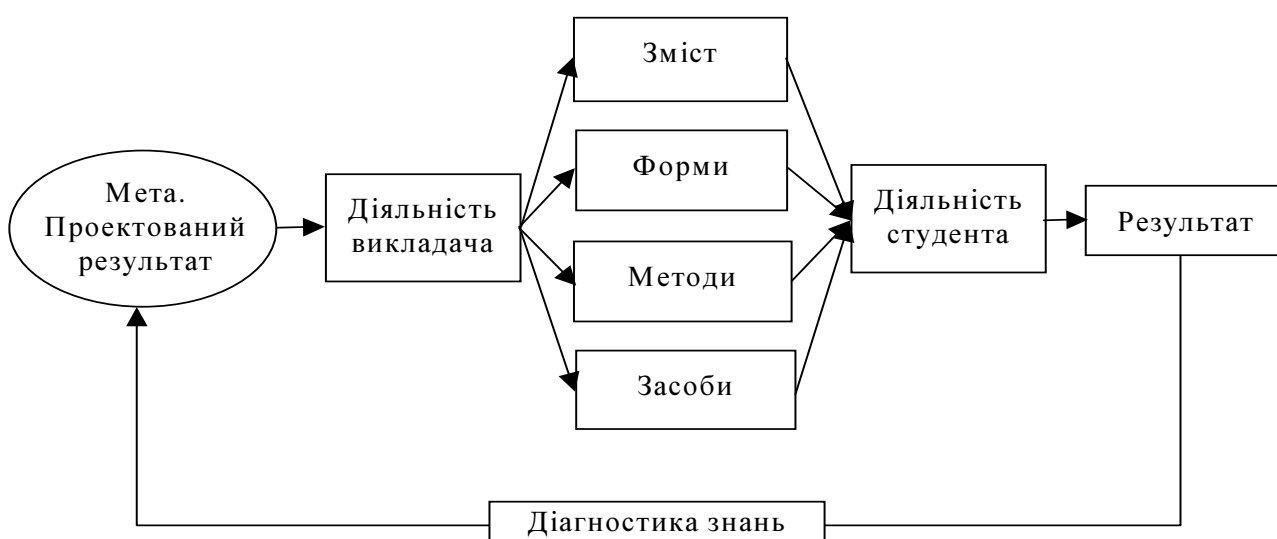


Рис. 4.5. Структура традиційної системи навчання за В. Сергієнко

Сучасна модель методичної системи навчання, на думку Н. Морзе [392, с. 24], повинна відповідати таким принципам:

1. *Предметність моделі.* Моделі навчання різних предметів можуть містити різні сукупності компонентів, а ці компоненти – перебувати у специфічних для певного предмета взаємозв'язках між собою. Отже, можна очікувати, що структурно методичні системи навчання різних предметів будуть відрізнятися, тобто матимуть певні особливості.

2. *Локальність моделі.* Через істотні і все більш зростаючі розходження в цілях і умовах навчання в різних навчальних закладах уже не можна говорити про методичну систему навчання предмета взагалі. Модель повинна урахувати не тільки розходження в навчанні різних предметів, але й особливості у вивченні предмета, що склалися в конкретному навчальному закладі. Отже, удосконалена модель методичної системи освіти повинна урахувати локальні особливості навчання інформатики, тобто змінюватися від одного навчального закладу до іншого.

3. *Динамічність моделі.* Компоненти методичної системи, як правило, динамічно розвиваються, регулярно перебудовуються зв'язки між цими компонентами. Так, для інформатики характерною є нестабільність, швидкі зміни у змісті навчання, бурхливий розвиток засобів інформатизації, що впливають на цілі, зміст, методи, засоби навчання. Методична система, як модель навчання, повинна передбачати розвиток практики навчання, містити компоненти, які передбачають розвиток їхнього змісту, які допускають перебудову їх структурних зв'язків.

Ураховуючи розглянуті питання із загальної теорії систем та сучасні моделі й дидактичні системи, Н. Морзе [392, с. 24–25] пропонує розширити множину елементів методичної системи за рахунок внесення таких елементів: а) очікувані результати навчання; б) технології добору змісту, методів, форм і засобів навчання; в) технології встановлення зв'язків між елементами методичної системи.

Запропоновану Н. Морзе модель методичної системи навчання подано на

рис. 4.6.

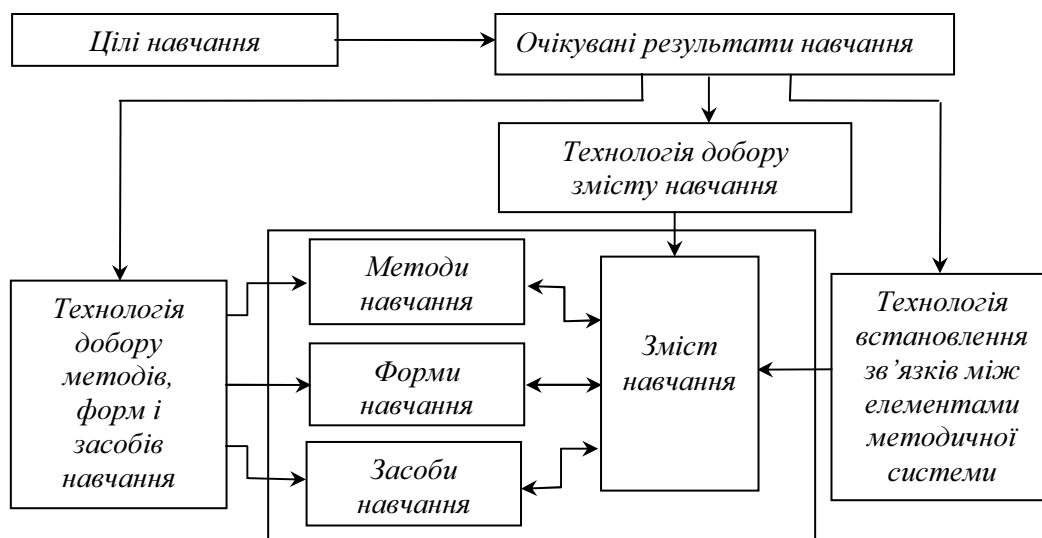


Рис. 4.6. Модель методичної системи навчання за Н. Морзе

Сукупність компонентів традиційної методичної системи навчання, які відповідають на питання «як навчати?»: методи, засоби, форми навчання, деякі науковці [63; 502; 602] вважають певною підсистемою єдиної системи, яку називають технологією навчання. Схематичне подання структури методичної системи навчання з виокремленою підсистемою «технологія навчання» зображено на рис. 4.7.

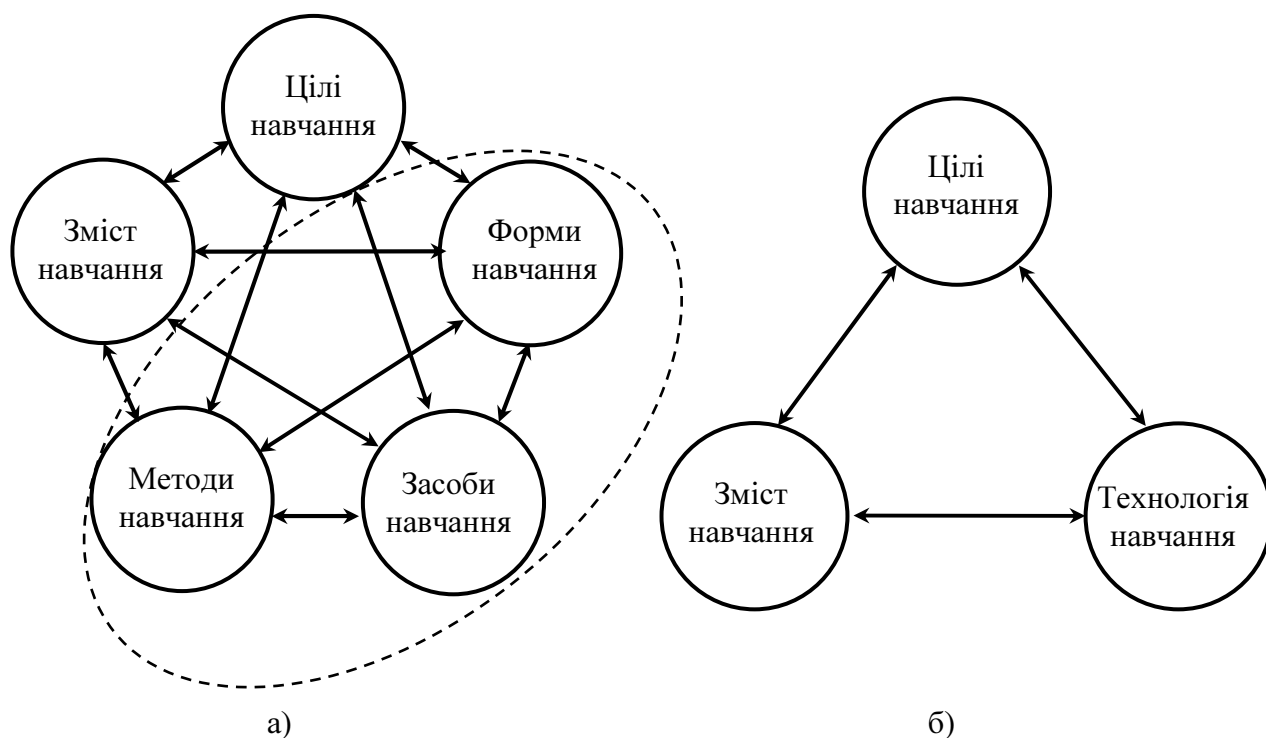


Рис. 4.7. Структура методичної системи навчання з виділеною підсистемою

«технологія навчання»

Як відзначає А. Пишкало [473], функціонування методичної системи підпорядковано закономірностям, пов'язаним із внутрішньою будовою самої системи, коли зміна однієї або кількох її компонентів зумовлює зміни всієї системи, і закономірностей, пов'язаних із зовнішніми зв'язками системи, які визначаються тим, що методична система функціонує на певному соціальному і культурному фоні. На методичну систему і на її компоненти впливає низка чинників, сукупність яких називають зовнішнім середовищем, зазначає Є. Нелін [411]. До його складових автор відносить загальні цілі освіти, структуру особи і закономірності її розвитку, предмет відповідної наукової області, освітні ідеї, зокрема, гуманізації освіти тощо, наголошуючи на тому, що одна й та ж методична система по-різному функціонуватиме в умовах різних зовнішніх середовищ. Здійснений аналіз дозволив авторів запропонувати уточнений варіант методичної системи навчання математики системоутворюючими поняттями якої є цілі навчання, діяльність учителя (викладання), діяльність учнів (учіння) і результат; зміними складовими є засоби управління процесом навчання, які охоплюють зміст, методи й форми організації навчання.

Якщо освіта – це метасистема щодо системи навчання (В. Сітаров) [510], то кожен компоненти методичної системи навчання, своєю чергою, також є системою.

Н. Тарасенкова [544, с. 35], спираючись на напрацювання Л. Зоріної [184], виокремлюють такі системи систем у навчанні математики:

- зміст математичної освіти;
- операційна сторона навчального процесу (розумові дії та операції, способи діяльності учнів, методи, прийоми організаційні форми, засоби навчання математики);
- особистісний аспект процесу навчання (потреби, інтереси, мотиви, вікові та індивідуальні особливості учнів, міжособистісні стосунки учень-учень; учень-учитель);

- процес цілеспрямованого перетворення особистісного досвіду учнів – діяльність учіння;
- організуюча діяльність учителя у процесі викладання.

З нашої точки зору системи систем навчання математики можна умовно об'єднати в такі підсистеми: цілей, змісту, психологічну, діяльнісно-організаційну (ДО), операційно-технологічну (ОТ) (рис. 4.8).

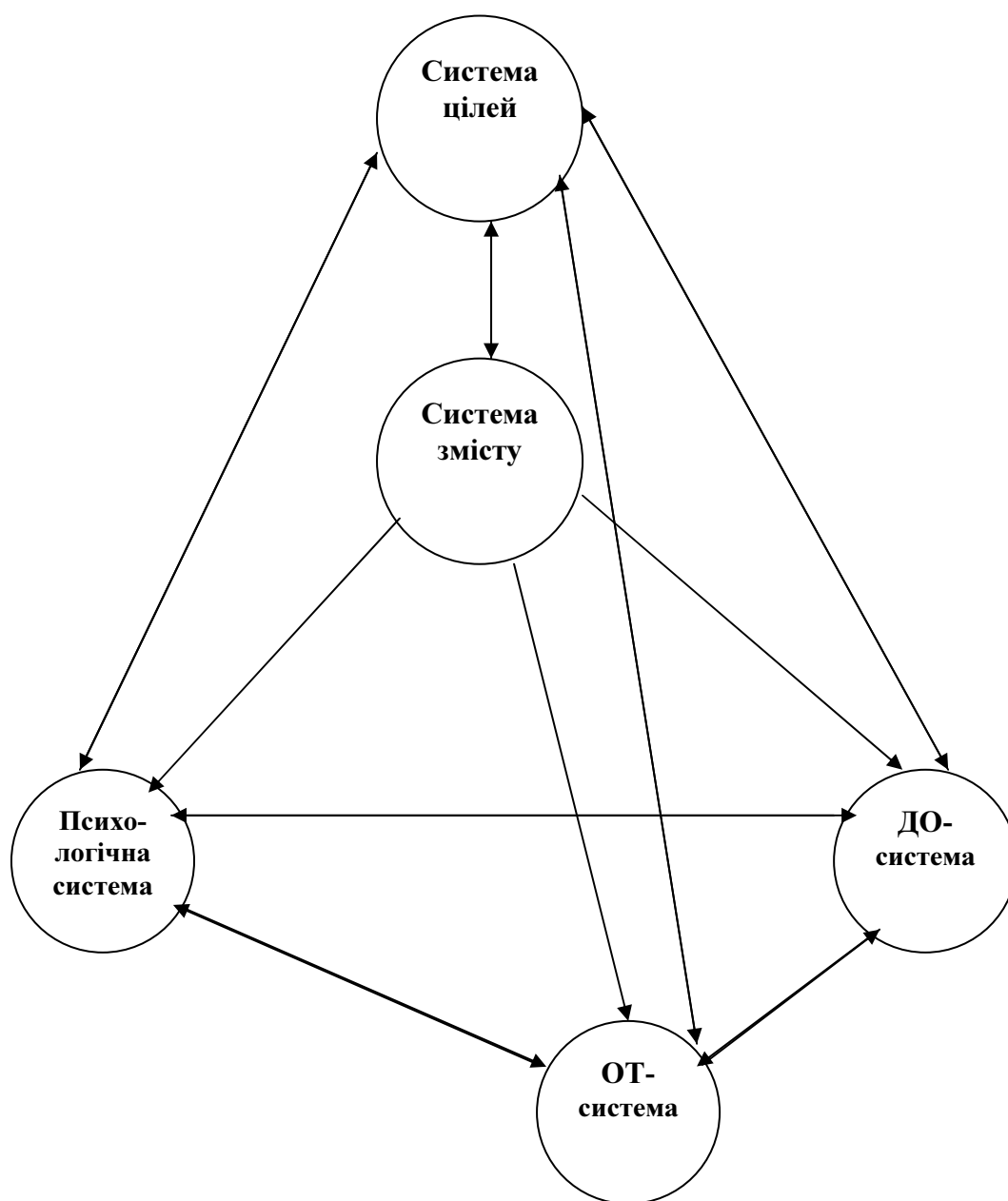


Рис 4.8. Будова методичної системи навчання старшокласників математики

Психологічна система об'єднує у собі сфери особистості учня, міжособистісну взаємодію учень-учень, учень-учитель, психолого-педагогічні підходи до навчання, цією системою створюються умови для вибору і проходження учнем індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки у профільній школі. ДО-система передбачає діяльність учіння і діяльність викладання, спрямовані на опанування учнем рівня НМД залежно від напрямку профілізації. ОТ-система встановлює зв'язки між методами, прийомами, організаційними формами, засобами навчання, орієнтованими на формування професійної спрямованості особистості. При цьому систему змісту математичної освіти, на наш погляд, слід розглядати ключовим фактором змін у внутрішній будові системи і тією ланкою системи, яка першочергово залежна від системи цілей, через яку і реалізується зовнішній зв'язок з іншими системами.

Ми погоджуємося з поглядом Ю. Триуса [554], який, описуючи процес проектування, наголошує на необхідності урахування таких особливостей системи, як: цілісність, структурність, взаємозалежність системи й середовища, ієрархічність, множинність описів; а також на те, що процес проектування і створення методичної системи навчання підкоряється певним закономірностям, пов'язаним як з внутрішньою будовою самої системи, так й з її зовнішніми зв'язками у складі інших систем.

Підсумовуючи все вище сказане, можна зробити висновок, що методична система навчання є складною динамічною системою, проектування, створення, упровадження і супровід якої – це тривалий процес, який не підлягає формалізації й автоматизації.

Методична система навчання математики, орієнтована на формування професійної спрямованості особистості старшокласника, є системою в системі підготовки компетентного випускника старшої профільної школи. Тому, цільовий компонент досліджуваної системи є об'єднувальною ланкою із компонентами системи навчання у профільній школі, і своєю чергою, визначає сферу функціонування методичної системи навчання математики.

4.2. Система цілей і система змісту професійно спрямованого навчання математики

Властивості компонентів методичної системи такі, як структурованість (встановлення зв'язків між компонентами) та ієрархічність (розгляд кожного компоненту як окремої системи) надають можливість розкривати цільовий і змістовий компоненти методичної системи ПСНМ як систему цілей і систему змісту, відповідно, досліджувати безпосередні зв'язки між цими системами та встановлювати їх компонентний склад, зумовлений функціями системи професійно спрямованого навчання старшокласників математики. Схарактеризуємо ці системи.

4.2.1. Характеристика системи цілей професійно спрямованого навчання математики Розглянемо суттєві характеристики окремих систем у методичній системі навчання математики. З позиції системного підходу освіта є метасистемою стосовно системи навчання. У зв'язку з цим цілком зрозумілою є наявність ієрархії цілей, при якій, цілі (мета) освіти є значно ширшим поняттям порівняно з цілями навчання. Ці цілі визначаються в нормативних державних документах, нормативних і теоретичних документах системи освіти, формулюються в навчальних програмах тощо. Так, Національною доктриною розвитку освіти [405] визначено мету державної політики щодо розвитку освіти, яка полягає у створенні умов для розвитку особистості і творчої самореалізації кожного громадянина України, вихованні покоління людей, здатних ефективно працювати і навчатися протягом життя, оберігати і примножувати цінності національної культури та громадянського суспільства, розвивати і зміцнювати суверенну, незалежну, демократичну, соціальну та правову державу як невід'ємну складову європейської та світової спільноти [405]. Законом України про освіту проголошується, що метою освіти є всебічний розвиток людини як особистості та найвищої цінності суспільства, розвиток її талантів, розумових і фізичних здібностей, виховання високих моральних якостей, формування громадян, здатних до свідомого суспільного

вибору, збагачення на цій основі інтелектуального, творчого, культурного потенціалу народу, підвищення освітнього рівня народу, забезпечення народного господарства кваліфікованими фахівцями [173]. Певною мірою мета профільного навчання трансформувалася у різних редакціях Концепції профільного навчання. Концепцією профільного навчання у старшій школі (2003 р.) [231] проголошено мету профільного навчання – забезпечення можливостей для рівного доступу учнівської молоді до здобуття загальноосвітньої профільної та початкової допрофесійної підготовки, неперервної освіти упродовж усього життя, виховання особистості, здатної до самореалізації, професійного зростання й мобільності в умовах реформування сучасного суспільства. Профільне навчання спрямоване на набуття старшокласниками навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку й самоосвіти.

Концепція профільного навчання у старшій загальноосвітній школі розроблена у 2009 році [466] на виконання Закону України «Про загальну середню освіту», постанов Кабінету Міністрів України від 16.11.2000 р. № 1717 «Про перехід загальноосвітніх навчальних закладів на новий зміст, структуру і 12-річний термін навчання» та від 13.04.2007 № 620 «Про внесення зміни до п.1 постанови Кабінету Міністрів України від 16 листопада 2000р. №1717», убачає метою профільного навчання – забезпечення можливостей для рівного доступу учнівської молоді до здобуття загальноосвітньої профільної та початкової допрофесійної підготовки, неперервної освіти впродовж усього життя, виховання особистості, здатної до самореалізації, професійного зростання й мобільності в умовах реформування сучасного суспільства. Профільне навчання спрямоване на формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних,

психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти.

Мета профільного навчання, зазначена у Проекті [233], – забезпечення умов для якісної освіти старшокласників відповідно до їхніх індивідуальних нахилів, можливостей, здібностей і потреб, забезпечення професійної орієнтації учнів на майбутню діяльність, яка користується попитом на ринку праці, встановлення наступності між загальною середньою і професійною освітою, забезпечення можливостей постійного духовного самовдосконалення особистості, формування інтелектуального та культурного потенціалу як найвищої цінності нації.

Отже, якщо цілі освіти – усебічний і гармонійний розвиток особистості і підготовка молодого покоління до активного суспільного життя, то мета навчання більш конкретизована і полягає в засвоєнні учнями загальноосвітніх знань, формуванні способів діяльності, наукового світогляду.

З огляду на побудову системи цілей ПСНМ розглянемо, як розв'язується проблема співвідношення цілей освіти і навчання в дидактиці і методиці навчання математики.

Так, В. Оконь [418], виокремлює два гармонійно пов'язаних між собою аспекти загальної освіти: предметний (об'єктивний), пов'язаний з пізнанням об'єктивного світу і набуттям навичок його перетворення, й особистісний (суб'єктивний), пов'язаний з пізнанням самого себе, формуванням мотивації, інтересів, набуттям навичок самоформування та відповідних груп цілей навчання, зумовлених цими аспектами (табл. 4.1).

Л. Фрідман [577, с. 23-24] зазначає, що визначити мету навчання математики – це означає вказати ті спеціальні якості, заради формування яких вивчається математика в загальноосвітній школі та які вкрай необхідні для всебічно розвиненої й соціально зрілої особистості учнів. Автор також підкреслює, що мета навчання математики в загальноосвітній школі полягає в тому, щоб кожен учень опанував таку систему математичних знань і заснованих на ній теорій і навичок, щоб він:

1) науково правильно розумів своєрідність відображення математикою найпростіших законів про кількісні відносини і просторові форми у природі, суспільстві і виробництві і мав ясне уявлення про історію походження і розвиток цих знань;

2) ясно розумів сутність елементарних методів наукових досліджень і доведень, які застосовуються у математиці, міг будувати математичні моделі найбільш важливих практичних задач і розв'язувати їх;

3) мав достатню математичну підготовку для вивчення інших навчальних предметів середньої школи, практичної діяльності в будь-якій галузі виробництва і продовження освіти або самоосвіти.

Таблиця 4.1

Співвідношення цілей навчання і освіти (за В. Оконем)

	Предметний (об'єктивний)	Особистісний (суб'єктивний)
Цілі навчання	<p>1) оволодіння учнями основами наукових знань про природу, суспільство, техніку і мистецтво (формування світогляду, умінь і навичок, що забезпечують можливість самостійного використання цих знань; способів наукового мислення і методів досліджень у межах окремих предметів);</p> <p>2) загальна підготовка учнів до практичної діяльності, яка дозволяє людині пізнавати і перетворювати природу, суспільство, культуру і здійснюється, перш за все через пізнавальну діяльність;</p> <p>3) формування в учнів наукових переконань і заснованого на них цілісного сприйняття світу</p>	<p>1) загальний розвиток мислення і пізнавальних здібностей;</p> <p>2) формування потреб, мотивації, інтересів і захоплень учнів;</p> <p>3) прищеплення учням навичок до самоосвіти, необхідними умовами якої є оволодіння «технікою» самоосвіти і звичка до роботи над власною освітою</p>

За оцінкою К. Кожабаєва, З. Жунусової [213], визначаючи цілі навчання математики, слід дотримуватися таких напрямків:

1) виховні цілі вивчення математики, що відносяться до формування умінь: а) логічно мислити, б) раціонально висловлювати думки, в) розвивати увагу й здатність зосередитися, г) виховувати наполегливість і звичку працювати впорядковано;

2) предметно-змістове значення навчання математики, завдання оволодіння математичними знаннями (необхідність розуміння проблем, висунутих технічним, економічним та соціальним життям, що вимагають елементарних математичних знань в зростаючій кількості професій);

3) розкриття ролі математики, математичних знань у навчанні інших дисциплін, математику й властивий їй стиль мислення слід розглядати як суттєвий елемент загальної культури сучасної людини.

Н. Тарасенкова [544, с. 32] підкреслює, що загальні цілі навчання математики конкретизуються на кількох рівнях – на рівні курсу, програмової та навчальної теми, окремого об'єкта засвоєння.

У Державному стандарті базової і повної середньої освіти (ДСЗО), прийнятому у 2004 р. [149], основною метою освітньої галузі «Математика» є:

- опанування учнями системи математичних знань, навичок і умінь, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервної освіти;

- формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї і методи математики, її роль у пізнанні дійсності;

- інтелектуальний розвиток учнів (логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції);

- економічне, екологічне, естетичне, громадянське виховання, формування позитивних рис особистості.

Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти, затверджений постановою Кабінету міністрів України від 23 листопада 2011 р. [148], який ґрунтується на засадах особистісно зорієнтованого, компетентнісного і діяльнісного підходів, що реалізовані в освітніх галузях, основною метою освітньої галузі «Математика» визначає формування в учнів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам'яті, логіки, культури мислення та інтуїції. Проголошена мета визначає завдання освітньої галузі, а саме [148]:

- розкриття ролі та можливостей математики у пізнанні й описанні реальних процесів і явищ дійсності, забезпечення усвідомлення математики як універсальної мови природничих наук та органічної складової загальної людської культури;

- розвиток логічного, критичного і творчого мислення учнів, здатності чітко й аргументовано формулювати і висловлювати свої судження;

- забезпечення оволодіння учнями математичною мовою, розуміння ними математичної символіки, математичних формул і моделей як таких, що надають змогу описувати загальні властивості об'єктів, процесів та явищ; формування здатності логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи у процесі розв'язування навчальних і практичних задач, використовувати математичні знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів;

- розвиток умінь працювати з підручником, опрацьовувати математичні тексти, шукати і використовувати додаткову навчальну інформацію, критично оцінювати здобуту інформацію та її джерела, виокремлювати головне, аналізувати, робити висновки, використовувати отриману інформацію в особистому житті;

- формування здатності оцінювати правильність і раціональність розв'язання математичних задач, обґрунтовувати твердження, розпізнавати

логічно некоректні міркування, приймати рішення в умовах неповної, надлишкової, точної та ймовірнісної інформації.

Цілі навчання математики у старшій профільній школі на різних рівнях підготовки, які визначено навчальними програмами [177], представлено у додатку В.1.

Визначені чинними програмами цілі і завдання навчання математики в цілому не відрізняються від тих, які були зазначені в попередньому поколінні навчальних програм, розрахованих на 12-ти річну школу. Така однастайність у формулюванні цілей навчання математики зумовлюється насамперед завданнями профільної школи, які визначено у Концепції, оскільки, починаючи з 2003 року розпочинається реалізація профільного навчання в середній загальноосвітній школі, що стосується і викладання математики.

Цільовий блок як компонент (підсистема) системи ПСНМ у профільній школі через підсистему зовнішніх цілей реалізує зв'язок даної системи з іншими зовнішніми системами (освіти, функціонування профільної школи, тощо) і визначає роботу системи ПСНМ через підсистему внутрішніх загальних і внутрішніх конкретних цілей (рис. 4.9).

Зовнішні цілі: соціальне замовлення Формування розвиненої особистості випускника профільної школи у відповідності із його предметно-математичною компетентнісною моделлю	В И Д И	Цільовий блок
Внутрішні загальні цілі Формування у процесі навчання математики якостей особистості старшокласника, які визначають його професійну спрямованість (виховні цілі, загальнокультурні цілі)	Ц І	
Внутрішні конкретні цілі Формування НМД у межах обраного рівня математичної підготовки (предметно-змістові цілі)	Л Е Й	

Рис. 4.9. Цільовий блок системи ПСНМ

Зовнішні цілі визначаються Державним стандартом базової і повної загальної середньої освіти [148] і мають свою специфіку в залежності від того, на якому напрямі профілізації відбувається запровадження всієї методичної

системи. Внутрішні загальні цілі визначаються навчальними програмами, які передбачають різний рівень математичної підготовки учнів, зумовлений обраним навчальним профілем. Внутрішні конкретні цілі, підпорядковуючись навчальним програмам, також визначають характер особистісної орієнтації МПС у межах обраного її рівня.

Система цілей професійно спрямованого навчання старшокласників математики є основою для визначення його змісту.

4.2.2. Система змісту навчання математики в профільній школі з позицій професійної спрямованості навчання. Зміст математичної освіти – це система в методичній системі ПСНМ, яка вступає у тісний двобічний зв'язок із системою цілей і здійснює вплив на інші компоненти методичної системи. Аналізуючи зміст математичної освіти з позицій власного дослідження, прослідкуємо, як поняття зміст освіти потрактовано в педагогічній літературі (таблиця 4.2.).

Таблиця 4.2

Підходи до трактування поняття «зміст освіти»

Автор	Трактування поняття «зміст освіти»
Педагогічний енциклопедичний словник [441, с. 266]	Педагогічно адаптована система знань, умінь і навичок, досвіду творчої діяльності та емоційно-ціннісного ставлення до світу, засвоєння якої забезпечує розвиток особистості
В. Сітаров [512]	Система філософських і наукових знань, а також пов'язаних з ними способів діяльності й відношень, поданих у навчальних предметах
М. Данілов, В. Онищук [151]	Система знань, умінь і навичок, що їх мають засвоїти учні, а також досвід творчої діяльності та емоційно-вольового ставлення до світу
В. Бондар [61, с. 44]	Система наукових знань, умінь і навичок, оволодіння якими забезпечує всебічний розвиток розумових і фізичних здібностей учнів, формування їх світогляду, моралі та поведінки, підготовку до суспільного життя та праці
В. Ледньов [260, с. 8]	Зміст освіти визначається двома основними факторами: структурою діяльності людини та структурою сукупного об'єкту вивчення

Автор	Трактування поняття «зміст освіти»
М. Скаткін, В. Краєвський [513]	Педагогічно адаптований соціальний досвід людства, тотожний за своєю структурою людській культурі
А. Хуторський [591]	Освітнє середовище здатне викликати особистісний освітній рух учня і його внутрішнє зростання

Аналіз пропонованих трактувань засвідчує, що основними елементами змісту освіти є знання і досвід способів діяльності, який своєю чергою поділяється на: когнітивний досвід особистості, досвід практичної діяльності, досвід творчості і досвід стосунків особистості.

Загальнотеоретичні основи структурування змісту освіти в ЗОШ подано у працях Б. Гершунського [112], В. Краєвського [245], В. Ледньова [260], М. Скаткіна [513], С. Трубачевої [555]. Так, В. Краєвським визначено три основні концепції формування змісту освіти [244]: 1) сцієнтична концепція, в її основі абсолютизація ролі науки у формуванні культури людини; 2) холістична концепція виходить з припущення, що сукупність знань, умінь і навичок необхідна для формування і розвитку різносторонньої особистості; 3) культурологічна концепція презентує зміст освіти як педагогічно адаптований соціальний досвід людства, тотожний культурі людства в усій структурній повноті. Зміст освіти є ширшим поняттям порівняно зі змістом навчання. Що стосується побудови змісту освіти на рівні навчального предмета, то, як зазначає С. Гончаренко [120, с.17], методика орієнтується на його провідний компонент. У змісті навчального предмета має бути реалізоване методологічне положення про єдність змістового і процесуального аспектів у навчанні через опис понять складу і структури навчального предмета в термінах змісту й процесу.

У більшості трактувань основними структурними складовими змісту навчання виступають знання, уміння та навички. Ці складові у структурі змісту представлені в певних ієрархіях: 1) від знань – до вмінь і від деяких із них – до навичок (Г. Костюк, О. Савченко, С. Гончаренко); 2) від знань – до первинних

умінь, а від них – до навичок і вторинних умінь (В. Артемов, А. Богуш, П. Гальперін); 3) від знань – до навичок, а від них – до вмінь (С. Рубінштейн, І. Лернер, О. Онищук) [372]. Вибір однієї з ієрархій залежить від специфічних особливостей змісту навчання конкретного предмета, зокрема вивченню математики відповідає ієрархія під номером три.

Утіленням концептуальних задумів профільного навчання до змісту освіти є профільне наповнення змісту, яке на сучасному етапі досягається за рахунок виокремлення трьох рівнів: академічного, профільного і стандартного. Проте зміст навчання шкільного предмету також можна формувати виходячи зі структури профільного навчання, а саме: базовий зміст, профільний зміст, зміст курсів за вибором. Якщо перший підхід виокремлення трьох рівнів у змісті відповідає рівням математичної підготовки у профільній школі, то використання другого підходу до формування змісту наближає цей процес до дворівневої структури «базовий рівень-профільний рівень», яка нині активно обговорюється в межах формування оновленої концепції профільної школи.

Вичерпна характеристика змісту навчання передбачає визначення: системи принципів побудови змісту навчання; факторів формування змісту; системи компонентів змісту; способів подання змісту.

Принципи відбору й побудови змісту навчання за М. Бурдою [80] наведено й систематизовано у таблиці 4.3.

Визначаючи фактори, які впливають на формування змісту шкільної математики, ми дотримуємося точки зору М. Бурди [71], який виокремлює такі фактори:

- значення математичної освіти для життєдіяльності особистості;
- урахування соціальних потреб суспільства і цілей, які воно ставить перед навчанням математики;
- відображення компонентів математичної науки в шкільних підручниках;
- урахування основних видів діяльності людини, структури й особливостей цієї діяльності

Принципи відбору змісту за М. Бурдою [80]

Принцип	Зміст принципу
соціальна ефективність	математичні знання мають бути достатніми для продовження освіти або кваліфікованої праці
пріоритет розвивальної функції	зміст навчального матеріалу має забезпечувати не екстенсивне, а інтенсивне навчання і самонавчання учнів, засвоєння не лише готових знань, а і способів цього засвоєння, способів міркувань, які застосовуються в математиці
диференційована реалізованість	зміст математики розрахований на здійснення основних видів диференціації – за змістом навчального матеріалу, рівнями вимог до математичної підготовки учнів
науковість, і прикладна реалізованість	поєднання неперервної і дискретної математики, розкриття гносеологічного її значення
модульний принцип	курс математики містить дві частини – інваріантну і варіативну, остання містить логічно завершені порції матеріалу, які доповнюють інваріантну
принцип фузіонізму	інтеграція змісту досягається введенням узагальнюючих понять сучасної математики; посилення зв'язків між алгеброю і геометрією, планіметрією і стереометрією
принцип концентризму	математична підготовка школярів досягається концентричним розвитком таких груп знань: 1) числа і дії над ними, величини, метрична система мір; 2) вирази, рівняння, нерівності, елементи логіки; 3) функції, дослідження функцій методами математичного аналізу; 4) геометричні фігури та їх властивості, геометричні величини, перетворення фігур; 5) координати і вектори; 6) комбінаторика; 7) елементи статистики і теорії ймовірностей; 8) математика і зовнішній світ: моделювання, аналіз даних, специфіка математики як науки, математика в системі наук, історія виникнення і розвитку математичних теорій

До системи компонентів змісту ПСНМ ми відносимо такі:

- предметний,
- діяльнісний,
- когнітивно-семіотичний,
- компетентнісний,
- аксіологічний (рис. 4.10).

Змістовий блок	<i>К</i>	Предметний – це базовий зміст навчальної дисципліни, що забезпечує рівень знань, визначений державним стандартом, складається з певної наукової інформації, що активізує пізнавальні потреби і впливає
	<i>О</i>	на розвиток пізнавальних інтересів особистості, відповідає віковим особливостям учнів, а також
	<i>М</i>	кількості часу, який надається на його вивчення
	<i>П</i>	
	<i>О</i>	Діяльнісний – це передбачувані у змісті навчання математики види діяльності (загальнонавчальна, пізнавальна, перетворювальна, самоорганізуюча)
	<i>Н</i>	характерні для відповідної науки і сфери діяльності людини, які дозволяють перехід від засвоєння дійсності до внутрішнього особистісного зростання, а потім до опанування культурно-історичних досягнень
	<i>Е</i>	
	<i>Н</i>	
	<i>Т</i>	
	<i>И</i>	
	<i>З</i>	Когнітивно-семіотичний – спрямованість змісту на розвиток рефлексивної мислительної діяльності учнів у процесі пізнання та перетворення системи знаково-символічних засобів
	<i>М</i>	
	<i>І</i>	Компетентнісний – реалізація у змісті груп компетентностей, які передбачають зміни соціальної діяльності особистості, пов'язані з внутрішньою мотивацією, інтересами та сферою знань
	<i>С</i>	
	<i>Т</i>	
	<i>У</i>	Аксіологічний – орієнтація змісту на розкриття ціннісно-цільових пріоритетів навчально-пізнавальної діяльності

Рис. 4.10. Змістовий блок системи ПСНМ

Визначення такої групи компонентів змісту навчання математики здійснювалося нами на психологічних, дидактичних і методичних підставах. А саме:

1) зміст навчання має враховувати психологічні потреби особистості в пізнанні, практичній діяльності, в пошуковій і творчій активності, емоційній насиченості буття, визнанні іншими людьми і спілкуванні з ними, а також відповідні до цих потреб інтелектуальні здібності людини;

2) зміст навчання будується відповідно до комплексу дидактичних цілей;

3) види навчальної діяльності, закладені у змісті, спрямовуються на набуття досвіду в пізнавальній, практичній, творчо-пошуковій, ціннісно-смысловій, комунікативній діяльності учнів.

Виокремлені компоненти змісту розгортаються концентрично (уточнюються, поглиблюються і узагальнюються) протягом всього вивчення математики у старшій школі.

За таких умов компонентна побудова змісту навчання математики передусім передбачає формування стійких систематизованих знань основ науки, вияв переваг предметної структури навчання, створення оптимальних умов освіти, виховання і розвитку особистості учнів в напрямку професійної спрямованості.

Традиційно виокремлюють такі способи пред'явлення змісту освіти:

- 1) характеристику інваріантної і варіативної складових змісту базової та повної середньої освіти, представлену Державним стандартом;
- 2) фіксація змісту в навчальних планах і програмах;
- 3) відображення змісту в шкільних підручниках.

Як зазначається у Державному стандарті базової і повної середньої освіти [149] устаршій школі навчання, як правило, є профільним. У зв'язку з цим зміст освіти і вимоги до його засвоєння диференціюються за трьома рівнями: обов'язкові результати навчання, визначені Державним стандартом; профільний, зміст який визначають програми, затверджені МОН; та академічний, за програмами якого вивчаються дисципліни, що тісно пов'язані з профільними предметами (наприклад, фізика в хіміко-біологічному профілі), а також здійснюється загальноосвітня підготовка учнів, які не визначилися щодо напрямку спеціалізації.

Інваріантна складова передбачає дотримання всіма навчальними закладами, що надають загальну середню освіту, єдиних вимог до загальноосвітньої підготовки учнів. Варіативна складова спрямована на забезпечення індивідуальної орієнтованості змісту освіти.

Освітня галузь «Математика» структурована за такими змістовими лініями: числа; вирази; рівняння і нерівності; функції; елементи комбінаторики; початок теорії ймовірностей та елементи статистики; геометричні фігури; геометричні величини.

Зміст освітньої галузі формується за принципом наступності між початковою, основною і старшою школою, з урахуванням математичної підготовки учнів початкової школи за змістовими лініями освітньої галузі «Математика».

Основними завданнями змісту освітньої галузі у старшій школі є [148]:

- розширення математичного апарату, засвоєного в основній школі;
- розширення і систематизація загальних відомостей про функції, вивчення початку аналізу, розв'язування прикладних задач;
- розширення відомостей про ймовірність та елементи статистики;
- вивчення просторових фігур, продовження розвитку просторових уявлень і уяви;
- розширення і поглиблення відомостей про геометричні величини;
- розширення і поглиблення уявлень про математику як елемент загальнолюдської культури, про застосування її в практичній діяльності, різних галузях науки.

Державний стандарт від 23 листопада 2011 р., ґрунтуючись на засадах особистісно зорієнтованого, компетентнісного і діяльнісного підходів, реалізує зазначені підходи в освітніх галузях і відображує в результативних складових змісту базової і повної загальної середньої освіти. Завданнями освітньої галузі, що визначають зміст математичної освіти у старшій школі, є:

- розширення компетентностей учнів щодо тотожних перетворень виразів (степеневих, логарифмічних, ірраціональних, тригонометричних), розв'язування відповідних рівнянь і нерівностей;
- завершення формування поняття числової функції у результаті вивчення степеневих, показникових, тригонометричних класів функцій, формування вмій їх досліджувати і використовувати задля опису і вивчення явищ і процесів;
- ознайомлення з ідеями й методами диференціального й інтегрального обчислення, формування елементарних умінь їх практичного застосування;

- формування практичної компетентності щодо розпізнавання випадкових подій, обчислення їх імовірності, застосування базових статистико-імовірнісних моделей під час розв'язування навчальних і практичних задач та опрацювання експериментальних даних у процесі вивчення предметів природничого циклу;
- формування системи знань про просторові фігури та їх основні властивості, способи обчислення площ їх поверхонь і об'ємів, а також умінь застосовувати здобуті знання під час розв'язування навчальних і практичних задач;
- формування уявлення про аксіоматичну побудову математичних теорій.

Як бачимо, порівняно із завданнями освітньої галузі, щодо формування змісту освіти, зазначеними в Державному стандарті першого покоління, завдання, проголошені у нині чинному стандарті, сформульовано в термінах компетентностей та практичного застосування, що сприятиме відображенню у змісті його професійного спрямування.

Процес опанування навчального змісту освітньої галузі «Математика» має орієнтуватися на Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів, визначені у Державному стандарті.

Порівняємо Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів за змістовими лініями: числа; вирази; рівняння і нерівності; функції; елементи комбінаторики; початок теорії ймовірностей та елементи статистики; геометричні фігури; геометричні величини, визначені Державним стандартом першого та другого поколінь. Результати порівняння представлено в додатку В.2. Як бачимо, зміст не відрізняється суттєво, проте у вимогах до його засвоєння за новим чинним Державним стандартом спостерігаємо більш детальні вимоги до знань і розуміння окремих понять, а також наявність вимоги застосування математичних знань до розв'язування прикладних задач.

Не менш цікавим з позиції визначення ролі математичної освіти старшокласників є порівняння кількості годин відведених навчальними

планами на вивчення дисциплін освітньої галузі «Математика» (таблиця 4.4, таблиця 4.5).

Таблиця 4.4

БАЗОВИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ПЛАН
загальноосвітніх навчальних закладів II—III ступеня
(Державний стандарт базової і повної середньої освіти
від 14 січня 2004 р.) [148]

Найменування освітньої галузі	Загальна кількість годин								
	II ступінь (5—9 класи)			III ступінь (10—12 класи)			Разом II і III ступені (5—12 класи)		
	на тиждень	на рік	відсотків	на тиждень	на рік	відсотків	на тиждень	на рік	відсотків
Інваріантна складова									
Математика	20	700	13	8	280	8	28	980	11
Варіативна складова									
Додаткові години на освітні галузі, предмети за вибором, профільне навчання	21,5	752,5	14	33	1155	33	54,5	1907,5	21,4
Гранично допустиме навчальне навантаження на учня	130	4550		90	3150		220	7700	

Із таблиці 4.4 бачимо, що на вивчення предметів освітньої галузі «Математика» на три роки навчання у 10-12 класах відводиться 8 годин на тиждень, тобто приблизно 2-3 години відповідно в 10, 11, 12 класах. При цьому додаткові години (33 на тиждень, розраховані на три роки навчання) на освітні

галузі, предмети за вибором, профільне навчання, які відносяться до варіативної складової, точно не вказано, як розподіляти на різних профілях навчання.

Таблиця 4.5

БАЗОВИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ПЛАН
загальноосвітніх навчальних закладів II—III ступеня
(Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти
від 23 листопада 2011 р.) [149]

Найменування освітньої галузі	Загальна кількість годин								
	II ступінь (5—9 класи)			III ступінь (10—11 класи)			Разом II і III ступені (5—11 класи)		
	на тиж-день	на рік	відсот-ків	на тиж-день	на рік	відсот-ків	на тиждень	на рік	відсот-ків
Інваріантна складова									
Математика	20	700	12	6	210	7,9	26	910	10,7
Варіативна складова									
Цикл профільних предметів***				24	840	31,6	24	840	10,2
Гранично допустиме навчальне навантаження	157	5495		66	2310		223	7805	
*** Цикл профільних предметів складається із профільних предметів (наприклад, фізики та математики у класі фізико-математичного профілю); профілюючих предметів (наприклад, екології у класі біолого-хімічного профілю чи географії у класі економічного профілю), курсів профільного навчання (наприклад, країнознавства у класі профілю іноземної філології).									

Якщо ж ці дані порівняти із даними таблиці 4.5, то, по-перше, на третьому ступені навчання два класи 10 і 11, інваріантна складова становить 6 годин на тиждень на вивчення математики, тобто по три години на тиждень у кожному класі відповідно; по-друге, варіативна складова містить цикл профільних предметів, що означає, за умови навчання у класі математичного або фізико-математичного профілю ці години будуть розподілені на вивчення профільних предметів, профілюючих предметів, курсів профільного навчання, тобто забезпечення якості вивчення профільного предмета ще 12 навчальних годин на тиждень у кожному класі 10 або 11. Такий підхід до розподілу годин між інваріантною і варіативною складовими, який запропоновано Державним стандартом другого покоління (таблиця 4.5), на нашу думку, сприяє створенню умов у кожному конкретному випадку для забезпечення профілізації навчання у старшій школі, оскільки чітко визначає години на цикл профільних предметів, і дозволяє в кожному навчальному закладі визначитися з певним профілем навчання.

Порівняння гранично допустимого навчального навантаження на учня в межах тижня свідчить про те, що це навантаження практично не змінилося (30 і 32 години відповідно).

У концентрованому вигляді зміст навчального предмету міститься в навчальній програмі, оскільки вона визначає його структуру, логіку викладання матеріалу, певною мірою методи навчання, характер дидактичних посібників, тип діяльності учня і його орієнтацію у предметі, спосіб мислення.

В умовах профільного навчання також у програмах мають ураховуватися особливості навчальної діяльності на різних рівнях засвоєння змісту (стандарт, академічний, профільний).

Порівняльний аналіз змісту навчання у профільній школі, закладеного навчальними програмами з математики відображено в таблицях В.3 і В.4 додатків В.3 і В.4. Аналіз здійснювався з двох позицій: 1) порівняння змісту навчання в однакових розділах на різних рівнях підготовки (таблиця В.3); 2) порівняння вимог до навчальних досягнень учнів на різних рівнях підготовки

(таблиця В.4 у додатку В.4). Порівняння здійснювалося між трьома рівнями: стандарту, академічного і профільного, з позиції професійної спрямованості навчання. А саме, нами визначалося, як у навчальних програмах реалізовано вплив на сфери особистості старшокласників, завдяки якому формуються важливі професійні якості особистості: логічне мислення, мовні здібності, обчислювальні навички, просторове мислення тощо.

На профільному рівні [407] передбачається, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

- логічно мислить (аналізує, порівнює, узагальнює і систематизує, класифікує математичні об'єкти за певними властивостями, наводить контрприклад, висуває та перевіряє гіпотези); володіє алгоритмами й евристичними;

- виконує математичні розрахунки (дії з числами, поданими в різних формах, дії з відсотками, наближені обчислення тощо), раціонально поєднуючи усні, письмові, інструментальні обчислення;

Значне місце у програмі [407] приділено розв'язуванню задач з параметрами. У процесі розв'язування таких задач до арсеналу прийомів та методів мислення учнів природно включаються аналіз, індукція та дедукція, узагальнення та конкретизація, класифікація та систематизація, аналогія. Ці задачі дозволяють перевірити рівень знання основних розділів ШКМ, рівень логічного мислення учнів, початкові навички дослідницької діяльності. Тому завдання з параметрами мають діагностичну та прогностичну цінність.

Розвитку стійких пізнавальних математичних інтересів сприяють дібрані в системі різноманітні складні задачі з достатнім евристичним навантаженням, пов'язаний з темою історичний матеріал. Ефективним мотиваційним засобом є використання багатопрофільного подання предметного змісту математики: навчання, наприклад, математичному моделюванню може здійснюватися не тільки на уроках математики, а й у процесі навчання усім природничим предметам.

У навчальних програмах академічного рівня [407] основна увага приділяється не лише засвоєнню математичних знань, а й виробленню вмій застосовувати їх до розв'язування практичних і прикладних задач, оволодінню математичними методами, моделями, що забезпечить успішне вивчення профільних предметів – хімії, фізики, біології, технологій. При цьому зв'язки математики з профільними предметами посилюються за рахунок розв'язання задач прикладного змісту, ілюстрацій застосування математичних понять, методів і моделей у шкільних курсах хімії, біології, фізики, технологій.

У програмі рівня стандарту [407] зазначається, що формування навичок застосування математики є однією із головних цілей викладання математики. Радикальним засобом реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики є широке систематичне застосування методу математичного моделювання протягом усього курсу. Це стосується уведення понять, виявлення зв'язків між ними, характеру ілюстрацій, доведень, системи вправ і, нарешті, системи контролю. Інакше кажучи, математики треба так навчати, щоб учні вміли її застосовувати.

Вивчення математики на трьох рівнях започатковане від запровадження навчальних програм для 12-ти річної школи [89], повернення до 11-ти річної школи потребувало певних змін у змісті навчання і особливо у кількості годин, відведених на вивчення математики у старших класах. У таблицях 4.6 і 4.7 представлено кількісні дані щодо відведених годин на вивчення математики за різними програмами.

Слід констатувати той факт, що при переході на 11-ти річне навчання зміст програм з математики і вимоги до його засвоєння майже не змінилися порівняно із програмами для 12-ти річної школи, у той час як кількість годин на його засвоєння суттєво зменшилася (таблиця 4.7). такі відмінності можливо обумовити тим, що обидві програми розроблялися в умовах одного Державного стандарту. Здійснений аналіз надає підстави стверджувати, що по-перше, необхідним є перегляд методики навчання старшокласників на різних рівнях підготовки, а по-друге, актуальною на разі є розроблення нових навчальних

програм відповідно до Державного стандарту, який набуде чинності у старшій школі з 2018 року.

Таблиця 4.6

Порівняння кількості годин на рік на вивчення алгебри і початків аналізу і геометрії за різними програмами

Рівні математичної підготовки	Алгебра і початки аналізу		Геометрія	
	Кількість годин на рік		Кількість годин на рік	
	За програмою 12-ти річної школи	За програмою 11-ти річної школи	За програмою 12-ти річної школи	За програмою 11-ти річної школи
Рівень стандарту	159	108	121	102
Академічний рівень	210	175	210	140
Профільний рівень	420	350	315	280

Таблиця 4.7

Порівняння кількості годин на рік на вивчення математики за різними програмами

Рівні математичної підготовки	Кількість годин на рік на вивчення математики	
	За програмою 12-ти річної школи	За програмою 11-ти річної школи
Рівень стандарту	280	210
Академічний рівень	420	315
Академічний рівень	735	630

Основним носієм змісту навчання, який орієнтований на учнів, – є шкільний підручник. Вибір змісту підручників з математики для старшої школи набув особливого значення у зв'язку із упровадженням профільного навчання.

Наукові і методичні вимоги до відбору змісту підручників з математики у профільній старшій школі для різних рівнів навчання (стандарту, академічного, профільного) розкриває М. Бурда [72]:

- відповідність змісту суспільно-економічним запитам держави;

- забезпечення знань, достатніх для продовження освіти або кваліфікованої праці;

- урахування структури й рівнів НМД учнів;
- відповідність навчального тексту двом етапам пізнання;
- поєднання неперервної й дискретної математики;
- забезпечення діяльнісного підходу до навчання математики;
- спрямованість змісту на творчий розвиток учня;
- спрямованість змісту на розкриття гносеологічного значення математики;
- забезпечення інтенсивного навчання і самонавчання учнів.

Виходячи із завдань конструювання змісту навчання математики в старшій школі, орієнтованого на формування професійної спрямованості особистості й рівня математичної діяльності учнів, відповідного обраному профілю, ми виокремлюємо напрями аналізу змісту шкільних підручників з математики. А саме, зміст навчання математики, закладений у підручниках для старшої профільної школи має передбачати:

- формування в учнів стійкого інтересу до професійної сфери, відповідної обраному навчальному профілю;
- формування в учнів інтересу до професійної сфери «математика» в межах обраного профілю;
- розвиток видів мислення (просторового, логічного);
- розвиток обчислювальних навичок відповідно до рівня математичної діяльності учнів;
- розвиток словникового запасу;
- загальнодоступність якісної освіти відповідно схильностей й освітніх потреб учнів;
- організацію математичної діяльності старшокласників, яка забезпечує рівень математичної підготовки залежно від напрямку профілізації.

Забезпечення прикладної спрямованості викладання математики сприяє формуванню стійких мотивів до навчання взагалі і до навчання математики зокрема.

Так, наприклад, реалізація прикладної спрямованості в процесі навчання математики на рівні стандарту [407] означає:

1) створення запасу математичних моделей, які описують реальні явища й процеси, мають загальнокультурну значущість, а також вивчаються в суміжних предметах;

2) формування в учнів знань та вмінь, які необхідні для дослідження цих математичних моделей;

3) навчання учнів побудові й дослідженню найпростіших математичних моделей реальних явищ і процесів.

З нашої точки зору орієнтація змісту навчання на формування якостей професійної спрямованості особистості досягатиметься за рахунок конструювання у змісті системи професійно спрямованих задач.

Аналізуючи зміст навчання математики, поданого учням у шкільних підручниках, рекомендованих Міністерством освіти і науки України, ми виходили з позицій професійної спрямованості змісту навчання, а тому особливу увагу звертали на наявність практичних і прикладних задач у змісті підручників, результат кількісного аналізу нами продемонстровано у таблицях В.5 – В.7 у додатку В.5. Аналіз здійснювався відповідно до змістових ліній, при цьому в таблицях використано такі позначки:

«++» – систематична пропозиція задач;

«+» – нерегулярна (епізодична) пропозиція задач;

«–» – задачі практичного і прикладного змісту відсутні.

Такий підхід зумовлено таким: першочерговим завданням математичних задач безумовно є розвиток видів мислення, мови, обчислювальних навичок. Що ж до задач практичних і прикладних, то здебільшого крім функції засвоєння знань, навичок і умінь ми вбачаємо їх функцію у формуванні в учнів інтересу до професійної сфери «математика» в межах її залучення до

практичних ситуацій, близьких до навчального профілю, на якому відбувається навчання. Саме такі задачі показують значущість математики для людини, допомагають визначитися з вибором майбутньої професії.

Охарактеризуємо як професійно спрямовані задачі представлено у чинних підручниках рівня стандарту. Характеристику наведено в додатку В. 5 (таблиця В.5).

Аналіз задач з підручника «Математика. 10 клас» авторів М. Бурда, Т. Колісник, Ю. Мальований, Н. Тарасенкова [81], засвідчує, що професійно спрямовані задачі є у підручнику як систематично (змістові лінії «Числа і дії над ними», «Геометричні фігури і їх властивості») так й епізодично (всі інші змістові лінії, які охоплює курс математики 10 класу). Вивчення тем всіх змістових ліній забезпечується наявністю математичних задач. У розділах «Функції», «Тригонометричні функції» зміст розкривається за чотирма змістовими лініями: числа й дії над ними, вирази й їх перетворення, функції, рівняння і нерівності. Якщо аналізувати задачі цих розділів з точки зору їх професійної спрямованості, то згідно із запропонованою нами класифікацією задач маємо, що вивчення тем «Відсоткові розрахунки», «Радіанне вимірювання кутів» та розділів «Паралельність прямих та площин», «Перпендикулярність прямих та площин» завдяки рубриці підручника «Застосуйте на практиці» забезпечене задачами практичного змісту, в яких розкриваються реальні побутові ситуації, практичні ситуації технічного профілю, тощо. Кількість цих задач у розглядуваних темах і розділах відповідно складає – 11,5%, 2,5%, 9%, 8% від загальної кількості задач. На жаль прикладні й міжпредметні задачі відсутні в розглядуваному підручнику. Аналогічною є ситуація і в підручниках математики для 10 класу інших авторів.

Аналіз задач з підручника «Математика, 11 клас» авторів О. Афанасьєва, Я. Бродський, О. Павлов, А. Сліпенко [28], представлений у таблиці В.5, засвідчує, що систематично професійно спрямовані задачі представлено в темах таких змістових ліній, як «Функції», «Комбінаторика, елементи

статистики і теорії ймовірностей», «Геометричні величини їх вимірювання». У зазначених темах професійно спрямовані задачі представлені всіма групами: математичні, практичні, прикладні, міжпредметні задачі. При цьому в темах змістової лінії «Функції» задачі практичного, прикладного й міжпредметного змісту становлять 26% усіх запропонованих задач. У темах змістової лінії «Комбінаторика, елементи статистики і теорії ймовірностей» 99% задач – практичні, в темах змістової лінії «Геометричні величини їх вимірювання» близько 45% практичних задач.

Слід зазначити, що більшість міжпредметних задач, запропонованих авторами підручника є практичними задачами фізичного змісту. Водночас слід зауважити, що рівень стандарту у навчанні математики прийнятний для багатьох профілів суспільно-гуманітарного, філологічного, художньо-естетичного, спортивного напрямів, для деяких профілів технологічного напрямку, а тому для учнів цих профілів практичні задачі фізичного змісту не можуть повною мірою сприяти формуванню їх інтересу до професійної сфери «математика» в межах обраного ними профілю. Професійно спрямовані задачі в темах змістових ліній «Числа і дії над ними», «Рівняння і нерівності», «Координати і вектори у просторі» представлені епізодично і в основному за рахунок математичних задач, оскільки практичні, прикладні і міжпредметні задачі за всіма темами зазначених змістових ліній становлять всього 10 задач із яких 4 в розділі «Вектори й координати» є практичними задачами фізичного змісту.

У темах змістових ліній «Вирази і їх перетворення», «Геометричні фігури і їх властивості» з нашої точки зору професійно спрямовані задачі відсутні, оскільки зміст розкривається лише через математичні задачі.

Аналізуючи співвідношення видів професійно спрямованих задач, наголошуємо на тому, що практичні, прикладні і міжпредметні задачі складають 30% всіх задач у підручнику, причому між цими задачами відповідно таке співвідношення 15:1:8 при цьому міжпредметні задачі майже всі фізичного змісту.

Узагальнюючи результати аналізу змісту задач у підручниках математики для 10-11 класів рівня стандарту, варто підкреслити, що повна система професійно спрямованих задач у розглянутих підручниках відсутня. Хоча деякі змістові лінії «Числа і дії над ними», «Функції», «Комбінаторика, елементи статистики і теорії ймовірностей», «Геометричні величини їх вимірювання» представлені найбільш повним набором професійно спрямованих задач. Так, у підручнику [81] рубрика «Застосуйте на практиці» та задачі на тему «Відсоткові розрахунки» демонструють практичну реалізацію змісту в реальному житті та при вивченні інших тем шкільного курсу математики, також формування обчислювальної культури продовжується в темі «Радіанне вимірювання кутів» при вивченні тем змістової лінії «Функції». також значна увага приділяється задачам практичного змісту. У параграфах «Дійсні числа», «Обчислення» «Числові функції» підручника [40] запропоновано задачі, пов'язані з історичними подіями, видатними особами, задачі пізнавального характеру, прикладні та практичні задачі на відсотки, практичні задачі на властивості функцій. У підручнику [41] теми «Показникова і логарифмічна функції», «Похідна та її застосування» містять практичні і прикладні задачі на використання властивостей функцій, економічний зміст похідної тощо. Проте, ураховуючи специфіку вивчення математики на рівні стандарту, вважаємо за необхідне систематизувати професійно спрямовані задачі відповідно до напрямів профілізації і подати їх в окремому задачнику-практикумі, який би доповнював чинний підручник.

Аналізуючи наявність професійно спрямованих задач у змісті підручників алгебри і початків аналізу (академічний, профільний рівень) (таблиця В.6), слід відмітити таке: більшість змістових ліній у підручниках [38; 378; 379; 380; 408; 409; 410] містять переважно математичні задачі. Змістова лінія «Числа», яка розкривається у розділі «Множини. Операції над множинами» [378; 379], представлена близько 50% практичних задач на академічному рівні і 30% – на профільному рівні. Змістова лінія «Функції»

розгортається в 11 класі при вивченні тем «Похідна та її застосування», «Інтеграл та його застосування», так у підручнику [380] знаходимо прикладні та міжпредметні задачі на знаходження найбільшого, найменшого значення функції, застосування інтегралу у фізиці, тощо, у підручнику [38] теми змістової лінії «Функції» забезпечуються міжпредметними задачами переважно фізичного змісту, загальний обсяг цих задач складає приблизно 10% від усіх задач теми. Параграф «Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики» на 100% представлено практичними задачами в підручнику [380] і на 90% у [38]. Приблизно аналогічною є ситуація в підручниках [408, 409, 410]. Здійснений аналіз чинних підручників, з'ясування навчальних профілів, які вивчають математику на академічному рівні, аналіз цілей навчання математики на зазначеному рівні, задекларований програмою, надає підстави стверджувати, що недостатнім є обсяг професійно спрямованих задач у змісті навчання математики на академічному рівні. Навчання методу математичного моделювання як на академічному, так і на профільному рівнях вимагають наповнення змісту прикладними задачами, задачами міжпредметними і не тільки тими, які демонструють зв'язок математики з фізикою.

Підручники геометрії для 10-11 класів, розраховані на академічний і профільний рівень, розкривають зміст навчання у відповідності із такими змістовими лініями «Геометричні фігури і їхні властивості», «Геометричні величини їх вимірювання», «Координати і вектори у просторі» (таблиця В.7). Аналізуючи задачі у підручниках [18; 39; 42; 76; 77; 165; 166; 412; 619] з позиції наявності професійно спрямованих задач, слід зазначити, що у більшості випадків уміщено тільки математичні задачі, епізодично інші види професійно спрямованих задач мають місце в темах змістової лінії «Геометричні фігури і їхні властивості» у підручниках для 10 класу [412; 39; 619], у цих же підручниках у темах змістової лінії «Геометричні величини їх вимірювання» подібні задачі взагалі відсутні. Систематично задачі практичного і прикладного змісту подано в підручниках 11 класу [18; 77] в

темі «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл». Теми змістової лінії «Координати і вектори у просторі» майже в усіх розглянутих підручниках забезпечуються тільки математичними задачами. Слід зазначити, що в підручниках геометрії 10 класу авторів М. Бурда, Н. Тарасенкова [76] та 11 класу групи авторів М. Бурда, Н. Тарасенкова, І. Богатирьова, О. Коломієць, З. Сердюк [77] наявність рубрики «Застосуйте на практиці» забезпечує систематичну пропозицію учням задач і ситуацій практичного характеру. Загалом аналіз підручників геометрії для учнів старшої профільної школи з точки зору наявності професійно спрямованих задач засвідчує необхідність доповнення змісту задачами практичного, прикладного і міжпредметного характеру майже в кожній змістовій лінії, або, як варіант, створення збірника практичних, прикладних і міжпредметних задач різного рівня складності як додаткової літератури до чинних підручників, що сприятиме систематичному формуванню в учнів професійної спрямованості особистості під час вивчення геометрії.

4.2.3. Формування змісту навчання математики у профільній школі на засадах задачного підходу до навчання Навчальний предмет «математика» характеризують два провідних компоненти – наукові знання і способи діяльності. Реалізація задачного підходу до навчання математики в профільній школі, що вможлиблює організацію засвоєння старшокласниками змісту ПСНМ через уведення до навчання професійно спрямованих задач, орієнтованих на рівень математичної підготовки старшокласників, має відбуватися з урахуванням зазначених провідних компонентів. Специфічні особливості реалізації задачного підходу до засвоєння змісту навчання визначаються в першу чергу рівнем навчання (стандарт, академічний, профільний).

Як зазначає В. Далінгер [142], у навчальному предметі «геометрія» домінує компонент «наукові знання», а в навчальному предметі «алгебра» – «наукові способи діяльності», що, відповідно, робить доцільною таку структуру уроку: в геометрії половина часу уроку відводиться на теорію, половина – на

розв'язування задач; в алгебрі на теорію одну третину уроку і на розв'язування задач – дві третини.

4.2.3.1. Особливості змісту курсу «Математика», який вивчається за програмою рівня стандарту щодо виявлення можливостей задачного підходу Забезпечення загальнокультурного спрямування навчання має стосуватися всіх складових навчального матеріалу: означень, тверджень, системи задач, контрольних запитань, тощо. Одним із способів структуризації змісту навчання є його диференційоване подання за двома ознаками – складністю і значущістю. Аналізуючи навчальні програми [407], шкільні підручники [27; 28; 40; 41; 81; 82], методичні рекомендації для вчителів математики [8; 66; 71; 72; 183; 394; 506], розглянемо можливості змісту курсу «Математика» щодо здійснення задачного підходу до навчання на навчальних профілях, які опановують математику на рівні стандарту.

Зміст розділу «Функції, їхні властивості і графіки» має на меті повторення, систематизацію матеріалу основної школи стосовно числових систем, функцій, поглиблення і розширення, зокрема, за рахунок степеневих функцій.

У цьому розділі розглядається поняття кореня n -го степеня і його властивості. Це необхідно для введення степеня з дробовим показником і дослідження властивостей степеня з раціональним показником.

Степеневі функції вводяться у такій послідовності: степеневі функції з натуральними (парними й непарними) показниками, степеневі функції з цілими від'ємними показниками, степеневі функції з дробовими показниками. Розгляд усіх класів функцій супроводжується їх застосуваннями до моделювання реальних процесів і явищ.

Так, степенева функція з натуральним показником виражає: залежність між силою опору середовища й швидкістю руху $f = kv^2$; закон Джоуля – Ленца $Q = kRtI^2$; закон Стефана – Больцмана $E = \sigma T^4$, де E – повне випромінення енергії з одиниці площі абсолютно чорного тіла, T – абсолютна температура.

Степенева функція з цілим від'ємним показником виражає: залежність опору від діаметра провідника $R = kd^2$; залежність сили притягання до Землі $F = kR^{-2}$; закон освітленості точковим джерелом світла $E = r^{-2}$; закон гідродинаміки Д. Бернуллі $P=V^2$.

Степенева функція з ірраціональним показником виражає: період коливання математичного маятника; час вільного падіння тіла; величину діаметру водопровідної труби, залежну від витрат води і швидкості її руху.

При вивченні функції і їх властивостей продовжується формування обчислювальних умінь, зокрема наближених, відсоткових. Робота з діаграмами, рисунками, графіками є одним із поширених видів практичної діяльності сучасної людини, тому до головних завдань вивчення теми слід віднести розвиток графічної культури учнів. Ідеться передусім про читання графіків, тобто про встановлення властивостей функції за її графіком.

Формування просторових уявлень учнів є одним із основних завдань теми «Паралельність прямих і площин». Водночас, це одна із найскладніших педагогічних проблем. Важливе місце відводиться навчанню учнів зображувати геометричні фігури і використовувати ці зображення під час розв'язування задач. У цьому розділі закладено основи побудови зображень геометричних фігур відповідно до ідей паралельного проектування.

У викладенні цієї теми широко використовуються найпростіші геометричні тіла (куб і тетраедр). Ці фігури надають можливість розглядати не тільки задачі на уявні побудови, але й побудови на проекційному рисунку, зокрема – побудову точки перетину прямої і площини та лінії перетину двох площин, побудову найпростіших перерізів.

У системі вправ суттєве місце в підручнику займають задачі, у процесі розв'язування яких формуються різні поняття, вміння і навички в межах одних і тих самих геометричних конструкцій. Серед таких конструкцій розглядаються: куб і тетраедр; два трикутники, квадрати, прямокутники, паралелограми, що мають спільну сторону і лежать у різних площинах; трикутник, квадрат,

прямокутник, паралелограм, трапеція, розташовані паралельно до деякої площини, і паралельні відрізки, що з'єднують вершини цих многокутників із точками площини.

Головним внеском у розв'язання проблеми реалізації прикладної спрямованості теми є формування в учнів чітких уявлень про те, що просторові геометричні фігури є математичними моделями об'єктів навколишнього середовища. Зокрема, як у викладенні теоретичного матеріалу, так і в системі задач і контрольних запитань відношення паралельності між прямими застосовується для опису об'єктів фізичного простору і відношень між ними.

Розгляд теми «Тригонометричні функції» починається з повторення матеріалу, який розглядався в основній школі, зокрема із застосування тригонометричних функцій кута до розв'язання трикутників. Цей матеріал не є пропедевтичним курсом тригонометрії. Оскільки під час розв'язування багатьох задач математики, фізики, астрономії, геодезії тощо доводиться обчислювати елементи трикутників, у старшій школі передбачається його повторення. Учні мають бути переконаними у практичній значущості тригонометрії. Крім того, набувають навичок розв'язувати нескладні геометричні і прикладні задачі протягом усього періоду вивчення геометрії, фізики. До того ж, деякі властивості тригонометричних функцій кутів трикутника узагальнюються в цій темі.

Тригонометричні функції в курсі 10 класу визначаються для довільного числового аргументу. Для цього спочатку узагальнюються відомості про вимірювання кутів. Відомо, що в курсі планіметрії основної школи розглядають кути, градусна міра яких знаходиться в проміжку від 0° до 180° . Але в теорії і практиці доводиться розглядати кути, міра яких більша від 180° . У геометрії кути розглядаються як фігури, утворені за допомогою двох променів, що мають спільний початок. Цього недостатньо для опису положення рухомих об'єктів, наприклад, небесних тіл. Функції, що описують їх рух, нерідко своїм аргументом мають міру кута. Тому на початку викладення теми узагальнюється поняття кута, зокрема вводиться поняття кута обертання. Формується розуміння того, що вимірювання кутів і дуг відбувається за тим самим принципом, що й

вимірювання інших величин (довжини, маси, об'єму тощо): за одиницю вимірювання можна взяти будь-який кут (дугу). Прийнятою одиницею можна виміряти довільний кут (дугу), результат вимірювання виразиться деяким дійсним числом. У викладенні теми «Тригонометричні функції» реалізуються основні змістові лінії курсу алгебри: числа й обчислення, вирази і перетворення, рівняння і нерівності, функції. Ураховуючи, що головною змістовою лінією в курсі алгебри і початків аналізу є функціональна, саме їй і приділяється основна увага. При цьому свідомо уникаються громіздкі перетворення тригонометричних виразів і розгляд спеціальних методів розв'язування тригонометричних рівнянь. Під час розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь певна увага приділяється знаходженню тих розв'язків рівнянь, які належать заданому проміжку або задовольняють деякі інші умови. Спеціально обернені тригонометричні функції не досліджуються: вони розглядаються в обсязі, необхідному для запису розв'язків тригонометричних рівнянь.

У розгляді тригонометричних функцій та їх графіків успадковано загальну схему дослідження функцій. Окрім того, визначено специфічну властивість цих функцій, а саме періодичність. На основі розглянутих властивостей тригонометричних функцій будуються їх графіки. Розглядається побудова графіків тригонометричних функцій, які можна одержати з основних за допомогою геометричних перетворень. Це надає можливість вивчати гармонічні коливання.

Одним із найважливіших застосувань тригонометричних функцій є дослідження періодичних процесів. Тригонометричні функції описують коливальні процеси, зовнішні межі викройки для розкроювання тканини (область рукава), бляхи для скручування труб і з'єднання їх у «коліно».

У темі «Перпендикулярність прямих і площин у просторі», у якій закладається фундамент для вимірювань у стереометрії. Основна увага у викладенні цієї теми приділяється поглибленню ідей математичного моделювання з використанням метричних співвідношень, оскільки практична

діяльність людини нерозривно пов'язана із кількісними характеристиками об'єктів і відношень навколишнього світу.

З уведенням відношення перпендикулярності прямих і площин, перпендикулярності площин (математичної моделі поняття вертикальності), а також відстаней і кутів, моделюючи можливості курсу стереометрії значно зростають. Це виражається збільшенням різноманіття задач, у тому числі й прикладних, із використанням нових засобів виявлення взаємного розміщення прямих і площин. Отже, формування елементарних навичок математичного моделювання, вимірювань, побудов, обчислень виходить на передній план. Прикладній спрямованості теми сприяють конструктивні означення стереометричних фігур і відношень між ними, звернення до перерізів, вивчення ортогонального проектування. У темі «Показникова і логарифмічна функції» вміння досліджувати функції, які сформовані в темі «Функції, їх властивості і графіки» курсу 10-го класу, закріплюються і застосовуються до моделювання закономірностей процесів зростання та вирівнювання. На особливу увагу заслуговує показникова функція. Вона широко застосовується для моделювання процесів і явищ навколишнього світу. У природничих науках і техніці мають місце процеси, зростання або «згасання» яких відбувається швидше, ніж у будь-якої степеневій функції, такі процеси описують показниковими функціями. Так наприклад, слід ознайомити учнів з реальними процесами, які описує показникова функція $y = a^x$: закон радіоактивного розпаду $M = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, де M_0 – початкова кількість атомів, M – кількість атомів через t одиниць часу, T – період напіврозпаду; закон розмноження бактерій $N = N_0 e^{kt}$, де N_0 – початкова кількість бактерій, N – кількість бактерій через проміжок часу t , k – стала зростання, що визначає швидкість розмноження бактерій; закон зміни тиску залежно від висоти h над рівнем моря (у км) $p = p_0^{-kt}$, де $p_0 = 760$ мм рт. ст.

Логарифми, як традиційний ефективний обчислювальний засіб, втратили свою роль у зв'язку з широким упровадженням обчислювальної техніки. Однак вони необхідні для дослідження показникової функції і визначають ще одну (окрім добування кореня) операцію, обернену піднесенню до степеня. Оскільки логарифми визначають функцію, обернену до показникової, то вони надають змогу виконувати розрахунки в прикладних задачах. Функції, що вводять за допомогою цієї операції, тобто логарифмічні функції також широко застосовують для опису реальних процесів [422]: *закон зміни швидкості ракети (формула Ціолковського)* $v = c \ln \frac{m_0}{m_t}$, де v – швидкість ракети, m_0 – маса ракети разом із паливом до початку руху, m_t – маса ракети в певний момент часу; *закон зміни роботи газу* $A = R t \ln \frac{V_1}{V_2}$, де об'єм газу змінюється від V_1 до V_2 , $R = \frac{pV}{T} = \text{const}$, T – абсолютна температура; *закон зміни сили відчуття від сили збудження (психофізичний закон Вебера в математичному формулюванні Фехнера)* $S = k \ln \frac{r}{\rho}$, де S – сила відчуття, r – сила відповідного збудження, ρ – порогове збудження; *коефіцієнт звукоізоляції стін* вимірюється за формулою $D = A \lg \left(\frac{p_0}{p} \right)$, де p_0 – тиск звуку до поглинання, p – тиск звуку, який пройшов крізь стіну, A – константа; *закон зміни тиску P залежно від зміни висоти* $h_1 - h_2 = 18,4(1 + 0,004t) \lg \frac{P_1}{P_2}$, де $h_1 - h_2$ – зміна висоти, t – температура повітря.

Вивчення теми «Вектори і координати» в 11-му класі дозволяє природно повторити навчальний матеріал зі стереометрії 10-го класу й застосувати новий підхід до вивчення прямих і площин у просторі. Окремим завданням навчання теми «Вектори і координати» є узагальнення векторного і координатного методів на випадок простору. Вивчення теми розпочинається з перенесення основних понять про вектори на площині і дій над ними на випадок простору. Розгляд розкладання векторів на складові забезпечує як прикладну спрямованість навчання, так і природний підхід до введення координат векторів. Систематичне застосування аналогії між об'єктами і

відношеннями на площині й у просторі є одним із головних дидактичних прийомів викладення цієї теми. Це стосується і введення координат у просторі, й вимірювань у координатному просторі, й розгляду рівнянь фігур у просторі. Розгляд елементарних методів дослідження функцій приводить до необхідності розширення математичного апарату, який потрібний для більш повного вивчення властивостей функцій, побудови їх графіків, для дослідження руху. Це реалізується в темах «Похідна та її застосування» і забезпечує подальший розвиток функціональної змістової лінії, прикладну спрямованість навчання. Вивчення теми розпочинається із розв'язання задачі про знаходження середньої та миттєвої швидкостей нерівномірного руху. Ця задача приводить до понять границі й похідної функції в точці. Поняття границі спочатку вводиться на наочно-інтуїтивному рівні, а потім уточнюється за допомогою наближених обчислень. Узагальнення поняття швидкості перебігу процесу сприяє формуванню поняття швидкості зміни функції в точці, тобто до похідної.

Формуючи поняття похідної, слід сприяти розумінню того, що похідна моделює не тільки швидкість механічного руху, а і швидкість зміни з часом будь-якого процесу (наприклад, швидкість нагрівання тіла, швидкість випаровування, швидкість наповнення посудини рідиною, силу змінного струму тощо). Тому доцільно учням запропонувати формули з фізики та економіки, де використовується похідна: $v(t)=x'(t)$ – швидкість; $a(t)=v'(t)$ – прискорення; $J(t)=q'(t)$ – сила струму; $C(t)=Q'(t)$ – теплоємність; $d(l)=m'(l)$ – лінійна щільність; $K(t)=l'(t)$ – коефіцієнт лінійного розширення; $\omega(t)=\varphi'(t)$ – кутова швидкість; $\alpha(t)=\omega'(t)$ – кутове прискорення; $N(t)=A'(t)$ – потужність; $\Pi(t)=v'(t)$ – продуктивність праці, де $v(t)$ – виробнича функція; $J(x)=y'(x)$ – граничні витрати виробництва, де y -витрати виробництва залежно від обсягу продукції x , що випускається. Одним із важливих застосувань похідної є її використання для дослідження функцій і побудови їх графіків. На основі ознак монотонності функцій і достатніх умов екстремуму розглядаються алгоритми знаходження проміжків зростання, спадання, сталості функцій, а також точок екстремуму. На базовому рівні ці алгоритми застосовані до функцій,

диференційовних в області їх визначення. На основному рівні такі алгоритми розглядають для функцій, диференційовних в усіх точках області визначення, за винятком скінченного числа точок, у яких функція неперервна.

Алгоритм знаходження найбільшого і найменшого значень функції за допомогою похідної застосовують у прикладних задачах на основі методу математичного моделювання.

Важливим завершенням функціональної лінії курсу «Математика» є розділ «Інтеграл та його застосування», у якому вводять поняття інтеграла, яке є необхідним інструментом дослідження різноманітних процесів. Не варто захоплюватися формально-логічною строгістю доведень та відводити багато часу суто технічним питанням і конструкціям. Більше уваги слід приділити змістовності ідей і понять, їх практичному тлумаченню.

Так наприклад, учнів економічного профілю можна ознайомити із застосуванням інтегралу в економіці.

Визначення загального обсягу випущеної продукції: $q=q(x)$ – виробнича функція фірми, де x – затрати ресурсу, а q – обсяг випуску. Затрати ресурсу x є функцією від часу t , наприклад, $x=x(t)$. Загальний обсяг продукції Q за час від

T_0 до T_1 обчислюється за допомогою визначеного інтегралу $Q = \int_{T_0}^{T_1} q(x(t))dt$;

визначення коефіцієнта Джині: крива Лоренца $y = f_L(x)$ являє собою залежність частки у сукупному доході населення від частки населення x , що одержує цей дохід. Для оцінки нерівномірності розподілу сукупного доходу серед членів суспільства використовується коефіцієнт Джині, який обчислюється за формулою:

$$k_{\text{Джині}} = 2 \int_0^1 (x - f_L(x)) dx.$$

Розрахунок надлишку виробника та надлишку споживача: нехай $p=f(x)$ – функція попиту, а $p=g(x)$ – функція пропозиції. Тут p ціна одиниці продукції, x – об'єм продукції. Якщо $(x_0;p_0)$ – точка ринкової рівноваги, тобто точка, в якій попит дорівнює пропозиції (її можна знайти, розв'язавши систему рівнянь

$\begin{cases} p = f(x) \\ p = g(x) \end{cases}$, то надлишок (виграш) споживачів можна знайти за формулою:

$$A_{\text{потр}} = \int_0^{x_0} f(x) dx - p_0 x_0,$$

а надлишок (виграш) постачальників – за формулою:

$$A_{\text{пост}} = p_0 x_0 - \int_0^{x_0} g(x) dx$$

Визначення повних витрат виробництва за граничними витратами:
нехай $K_{gp}(x)$ – граничні витрати по виробництву одиниці продукції, x – обсяг продукції. Повні витрати по виробництву x одиниць продукції становлять

$$K_{\text{полн}}(x) = \int_0^x K_{gp}(y) dy + K_{\text{фикс}}$$

У розділі «Геометричні тіла і поверхні» розглядають основні види геометричних тіл та їх властивості. Ця тема є центральною у стереометричній підготовці учнів. Під час вивчення цієї теми важливим є підхід, що передбачає формування навичок конструювання і класифікації тіл та їх поверхонь. Такий підхід вимагає використання конструктивних означень. Конструктивні означення дозволяють установити спільність між призмами і циліндрами, пірамідами та конусами. Паралельний розгляд зазначених груп тіл надає перевагу під час вивчення їх властивостей, а також у подальшому під час знаходження об'ємів тіл і площ їх поверхонь. Такий підхід має неабияке значення для формування геометричного мислення учнів. Під час викладення цієї теми постійна увага приділялася побудові зображень тіл. Необхідні для цього вміння побудови зображень плоских тіл закладалися під час вивчення тем «Паралельність прямих і площин у просторі» і «Перпендикулярність прямих і площин у просторі». У цій темі подаються конкретні пояснення щодо побудови зображень конкретних видів тіл. Побудова зображень і виконання побудов на зображеннях відіграє центральну роль у розвиненні просторового мислення учнів. Уведення нових просторових фігур має супроводжуватися розглядом достатньої кількості та якості фізичних об'єктів, які природно моделюються

цими фігурами, пошуком таких об'єктів у навколишньому середовищі, у «матеріальному» конструюванні цих фігур різними засобами.

У розділі «Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл» завершується вивчення учнями в школі геометрії простору. Незважаючи на те що класичні формули обчислення об'ємів і площ поверхонь, були відомі ще давньогрецьким науковцям, для їх повноцінного обґрунтування знадобилося практично два тисячоліття. І це цілком зрозуміло, поки не вдавалося формалізувати ідеї граничного переходу, твердження стосовно вимірювання величин не мали відповідного підґрунтя. Корисно розглянути різні методи обчислення об'ємів і площ поверхонь. Особливу увагу приділити методу розбиття, який має велике практичне значення. Його суть полягає у поділі тіла на частини, об'єми яких легко знайти і з яких можна скласти тіло відомого об'єму. Використання аналогії між вимірюваннями площ плоских фігур і об'ємів сприяє засвоєнню матеріалу учнями. Під час вивчення площ поверхонь тіл широко використовують природну та важливу з практичної точки зору ідею розгортки.

Сучасна математична освіта неможлива без формування імовірнісно-статистичного мислення. Елементи теорії імовірностей та математичної статистики вивчають, починаючи з основної школи в обсязі, що відповідає вимогам державного стандарту. У старшій школі ця змістова лінія суттєво розширюється, поглиблюється. Вивчення цієї теми спирається на елементи комбінаторики, імовірності, статистики, що вивчалися в основній школі. Зміст розділу «Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики» передбачає формування ймовірнісно-статистичного мислення. Певну увагу тут приділено зв'язку між класичним і статистичним підходами до поняття ймовірності. Зважаючи на обмаль навчального часу, можна обмежитися розв'язанням задач на підставі комбінаторних правил множення і додавання. Вивчення вибіркового методу у статистиці надає змогу формувати в учнів початкові уявлення про задачі, які розв'язує математична статистика.

Наведемо приклади [534; 87]:

Задача 4.1. Установлено, що на кожну тисячу новонароджених припадає у середньому 515 хлопчиків і 485 дівчаток. У деякій сім'ї 6 дітей. Знайти імовірність того, що серед них дві дівчинки (*Відповідь*. 0,247).

Задача 4.2. Скільки різних слів можна скласти із слова «ПАРАБОЛА»? (*Відповідь*. 6720 різних слів).

Задача 4.3. Дані дослідження тривалості роботи електричних лампочок наведені в таблиці 4.8. Побудуйте гістограму та полігон частот даного розподілу.

Таблиця 4.8

Дані до задачі 4.3

Тривалість роботи, тис. год.	2-2,1	2,1-2,2	2,2-2,3	2,3-2,4	2,4-2,5
Кількість лампочок	2	8	8	5	2

Задача 4.4. У магазині за тиждень були продані костюми таких розмірів: 48, 46, 52, 44, 48, 50, 54, 46, 44, 48, 50, 52, 52, 50, 48, 50, 48, 46, 48, 54, 50, 48, 54, 50, 48, 46, 48, 52. Запишіть ранжований ряд даних розмірів. Скільки утворилося варіант? Знайдіть частоту кожної варіанти. Складіть таблицю варіант і частот. Побудуйте полігон частот.

Задача 4.5. На п'яти картках написано по одній букві: *Д, Е, С, Н, А*. Навмання одна за одною вибирають три картки і розташовують в ряд у порядку появи. Яка імовірність того, що утвориться слово *САД*?

4.2.3.2. Особливості змісту математичних дисциплін на навчальних профілях, які вивчають математику за програмою академічного рівня Як свідчить аналіз навчальних програм [407] і підручників [18; 39; 76; 77; 165; 378; 380; 408; 410; 412], які розраховані на академічний рівень викладання математики на відповідних цьому рівню навчальних профілях природничо-математичного напрямку профілізації через усі теми змістової лінії «Функції» червоною ниткою має проходити ідея моделювання реальних процесів. Так, одним із головних завдань вивчення теми «Функції, їх властивості і графіки» є розвиток графічної культури учнів. Ідеться, передусім, про читання графіків,

тобто про встановлення властивостей функції за її графіком, оскільки уміння читати графіки зумовлене практичними потребами. Застосування засобів ІКТ розширює можливості побудови графіків функцій, надає змогу уточнювати їх вигляд, а використання обчислювальних засобів дають можливість удосконалювати не тільки обчислювальну культуру учнів, а й ефективно застосовувати числовий експеримент у процесі формування понять. Для реалізації прикладної спрямованості навчального матеріалу теми «Тригонометричні функції» необхідно розглянути застосування тригонометричних функцій до опису обертого руху та гармонічних коливань. Розширення запасу функцій в темі «Показникова і логарифмічна функції» сприяє можливості закріплення та вдосконалення обчислювальних навичок під час роботи з мікрокалькулятором, навичок обчислення значень виразів. Акцент у вивченні теми треба робити на елементах моделювання реальних процесів за допомогою функцій, їх графіків та властивостей. В уявленні учнів характер фізичного процесу повинен асоціюватися з відповідною функцією, її графіком, властивостями. Оскільки логарифми визначають функцію, обернену до показникової, то вони надають змогу виконувати розрахунки у прикладних задачах.

При цьому корисно ознайомити учнів із практичними ситуаціями, які описуються за допомогою показникової та логарифмічної функцій:

Швидкість зміни кількості ліків у організмі. Швидкість зміни кількості ліків у організмі пропорційна їх кількості. Якщо $A(t)$ – кількість ліків у тілі через час t , R_0 - швидкість надходження ліків до організму (стала – відома величина), k – коефіцієнт пропорційності (стала, що характеризує швидкість виведення ліків з організму), то маємо формулу:

$$A(t) = \frac{R_0}{k(1 - e^{-kt})}$$

Розмноження бактерій. Розмноження бактерій у деякому середовищі проходить так, що їх кількість N змінюється з часом за законом $N = N_0 a^{kt}$, де N_0 – початкова кількість бактерій при $t = 0$; a і k – сталі величини.

Приріст деревини. Дерево росте так, що кількість деревини з часом збільшується за законом $M=M_0a^{kt}$, де M – кількість деревини у певний момент (m^3); M_0 – початкова кількість деревини; t – час (в роках), який відлічується з моменту, коли об'єм деревини був M_0 ; k – деяка стала величина.

Тривалість хімічної реакції. $T = \frac{1}{(a-b)^k} \ln \frac{b(a-x)}{a(b-x)}$, де T – час, необхідний для утворення x молекул внаслідок хімічної реакції, a , b – початкові кількості реагентів, які вступають у реакцію водночас.

У темі «Похідна та її застосування» поняття границі і неперервності функції формується на основі наочно-інтуїтивних уявлень про них. Ці поняття доцільно пов'язувати з математичним описом природничих процесів. Формуючи поняття похідної, слід виробляти розуміння того, що похідна моделює не тільки швидкість механічного руху, а й швидкість зміни будь-якого процесу з часом (наприклад, швидкість нагрівання тіла, швидкість розмноження бактерій, швидкість зміни біомаси популяції, тощо). Вивчення теми повинно мати яскраво виражену прикладну спрямованість. При цьому для вивчення профільних дисциплін важлива не стільки техніка диференціювання функцій, скільки використання основних понять, фактів, методів для моделювання процесів, що досліджуються в цих дисциплінах. Відповідна система вправ має бути орієнтованою на формування найпростіших навичок математичного моделювання засобами диференціального числення, в першу чергу, це мають бути задачі на оптимізацію.

Продовженням теми «Похідна та її застосування» є вивчення інтегрального числення, зміст якого розкривається в темі «Інтеграл та його застосування». Інтеграл можна вводити як приріст первісної на даному проміжку або як границю інтегральних сум. Незалежно від цього слід якомога раніше вводити формулу Ньютона–Лейбніца, що, по-перше, із самого початку вивчення теми надасть змогу обчислювати інтеграли, а по-друге, легко та швидко довести основні властивості інтеграла, не користуючись інтегральними сумами. Крім того, такий порядок допоможе урізноманітнити вправи на застосування інтеграла.

Під час вивчення цієї теми не слід захоплюватися формально-логічною побудовою теорії. Не варто також захоплюватися технікою інтегрування. Більше уваги слід приділити змістовому аспекту питань. Формування технічних навичок обчислення інтегралів не повинно підмінити їх використання для моделювання реальних процесів. Достатньо обмежитися табличними інтегралами або інтегралами, що зводяться до них за допомогою перетворень і основних властивостей інтеграла.

Належну увагу треба приділити диференціальним рівнянням. Диференціальні рівняння, які є одним з найважливіших засобів математичного моделювання, повинні уособлювати в навчанні математики потужність ідей математичного аналізу. Це означає, що основним має бути застосування диференціальних рівнянь до опису реальних процесів. Наприклад [256]:

Задача 4.6. У відкритий водозбірник ввели 250 т промислових стоків – водного розчину з масовою часткою розчиненої речовини 0,35. Стоки випаровують. Масова частка розчиненої речовини у парі становить 0,8 концентрації розчину, що випаровує. Скласти математичну модель системи, тобто знайти залежність масової частки розчиненої речовини у стоках, що залишились у водозбірнику, від маси розчину, який випарував.

Задача 4.7. Модель екосистеми представлена двома однаковими посудинами A і B , з'єднаними отворами малого діаметру. Посудину A заповнили 7 кг розчину з масовою часткою речовини 0,16, а посудину B водою такої ж маси. Через один отвір з посудини A повільно перекачують розчин в посудину B , а через інші новоутворений розчин повертається в посудину A , так що маси рідин в них не змінюються. Знайти залежність концентрації розчину в посудині B від маси рідини перекачаної через отвір.

Значущість теми «Рівняння, нерівності та їх системи» визначається тим, що об'єкти вивчення теми є важливими типами математичних моделей реальних процесів. Ця обставина значною мірою визначає види й методи розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем. Одним із універсальних методів розв'язування математичних і прикладних задач є метод координат,

оскільки формування навичок графічного розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем суттєво розширює клас рівнянь, які можна розв'язувати у шкільному курсі, а також систематичне звернення до цього методу сприяє розвитку графічної культури учнів. Графічний метод дає можливість встановити кількість розв'язків рівняння, вказати інтервали, в кожному з яких знаходиться по одному кореню, що дає змогу знайти розв'язки з наперед заданою точністю наближеними методами. Наближені методи є найбільш важливими у процесі розв'язування рівнянь у застосуваннях. Тому на уроках математики у класах природничо-математичного напрямку їм слід приділити належну увагу з урахуванням можливостей використання обчислювальних засобів і засобів ІКТ.

У природі й суспільному житті більшість явищ мають імовірнісний характер. У них наявність комплексу умов, за яких відбувається експеримент, не спричиняє неминучої появи певного наслідку, а тільки визначає деяку його ймовірність. У зв'язку із цим загальноосвітня підготовка сучасної людини має включати формування ймовірнісно-статистичного мислення, навичок побудови найпростіших математичних моделей, що враховують вплив випадку. Цій меті й присвячена тема «Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики». Щоб набуті знання та навички мали практичну спрямованість, слід звернутися до статистичної інтерпретації основних понять та фактів. У природничих науках широко використовуються теоретико-ймовірнісні та комбінаторні методи під час оброблення результатів спостережень, під час встановлення порядку розміщення генів у хромосомі, під час встановлення структури молекул білка та ДНК, генетичного коду, фенотипу тощо. Теоретичний матеріал даного розділу програми може бути глибоко усвідомлений і засвоєний у процесі розв'язування прикладних задач, складених за матеріалами суміжних предметів (хімії, біології).

Широта відображення матеріального світу математикою може бути розкрита і в курсі геометрії.

Тому необхідне постійне звернення до реальних образів оточуючого нас світу, а також до моделювання. Поступово до моделювання приєднується

проекційне креслення просторових фігур, що грає першорядну роль у розвитку просторової уяви. Відомо, що «креслення – мова техніки», й учні повинні оволодіти вмінням будувати точні, наочні креслення, вміти їх читати й розуміти, а в найпростіших випадках відновлювати по цих кресленнях відповідні просторові фігури.

Своєрідність відображення дійсності математикою не можна розуміти вузько, тільки як звернення безпосередньо до речей реальності й відносинам між ними. Широті розуміння можуть допомогти різного роду моделі, креслення – всі матеріальні реалізації, а також ідеальні образи, зв'язок яких з дійсністю уже сприйнятий учнями.

Виняткова широта застосування математичних теорій до вивчення реальних явищ пояснюється тим, що самі ці теорії і досліджувані ними поняття виникли в результаті відволікання від деяких властивостей реальних об'єктів.

Розвиток просторового мислення учнів є головним завданням теми «Прямі і площини у просторі». У процесі вивчення основних понять і фактів, пов'язаних із взаємним розміщенням прямих і площин, варто надати перевагу синтетичному наочно-геометричному викладу, а потім використати вектори й координати для поглиблення і розширення знань учнів про прямі та площини у просторі. Важливе місце необхідно відвести навчанню учнів зображати просторові фігури на площині й застосуванню цих зображень під час розв'язування задач. Для ілюстрації понять і теорем, що вивчаються, доцільно використовувати найпростіші геометричні тіла, принаймні куб і тетраедр. Особливу увагу необхідно приділити реалізації прикладної спрямованості теми. Головним внеском у розв'язання зазначеної проблеми є формування чітких уявлень про взаємне розміщення геометричних об'єктів (прямих, площин) і зв'язків між ними та об'єктами навколишнього світу.

Тема «Геометричні тіла та поверхні» надає великі можливості для розвитку в учнів геометричної інтуїції, просторових уявлень, формування навичок геометричного моделювання. Тому у процесі її вивчення не можна обмежитися розглядом невеликої кількості фігур і розв'язуванням задач на обчислення.

Важливим є підхід, що передбачає формування навичок конструювання і класифікації тіл та їх поверхонь, широке використання методу перерізів, розгляд найхарактерніших для застосувань комбінацій конструкцій з тіл. Такий підхід потребує використання конструктивних означень, тобто означень, у як об'єкт, що означається, будують, а не виокремлюють деякої сукупності за допомогою характерних ознак як це робиться в означеннях через рід і видову ознаку. Конструктивні означення тіл сприймаються та відтворюються учнями легше, природніше. Вони дають змогу встановити спільність між призмами й циліндрами, пірамідами та конусами. Паралельний розгляд зазначених груп тіл дає перевагу під час вивчення їх властивостей, а також надалі у процесі знаходження об'ємів тіл і площ їх поверхонь.

У темі «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл» найбільшою мірою може й повинна бути подана прикладна спрямованість геометрії. Це пов'язано з тим, що застосування геометрії, як правило, пов'язані з вимірюванням площ, об'ємів. Забезпечення такої спрямованості потребує вибору відповідних підходів до викладу матеріалу й адекватної системи вправ та запитань. У процесі вивчення теми повинні бути розглянуті різні методи обчислення об'ємів і площ поверхонь. Особливу увагу необхідно приділити методу розкладання, який має велике практичне значення. Його суть полягає в поділі тіла на частини, об'єми яких легко знайти або з яких можна скласти тіло відомого об'єму. Застосування інтеграла суттєво розширює можливості обчислення об'ємів. Вивчаючи площі поверхонь тіл, доцільно широко користуватися природною та важливою з практичного погляду ідеєю розгортки, з якою, доречі, учні знайомі з 5-6 класу, коли у курсі математики вивчають просторові тіла: паралелепіпед, куб, конус, циліндр і досліджують їх властивості за допомогою розгорток.

Набір задач на обчислення об'ємів і площ поверхонь повинен бути багатим на різноманітні комбінації тіл. Необхідно передбачити достатню кількість завдань, що потребують виконання вимірювань, а потім обчислення геометричних величин. Добірки задач наведено в додатках Д. 1, Д. 2.

4.2.3.3. Особливості задачного підходу до навчання математики за програмою профільного рівня За програмою профільного рівня математику вивчають учні, які обрали фізико-математичний або математичний навчальний профілі. Наведемо приклади завдань міжпредметного змісту, цікаві з точки зору формування інтересу до професійної сфери «математика» для учнів фізико-математичного профілю з різних тем курсу алгебри й початків аналізу.

Тема: «Показникова і логарифмічна функції».

Задача 4.8. Період напіврозпаду плутонію дорівнює 140 діб. Скільки плутонію залишиться через 10 років, якщо його початкова маса 8 г?

Задача 4.9. Розрахуйте період напіврозпаду речовини, якщо за рік її маса зменшилась у 10 разів [197, с. 27].

Тема: «Застосування похідної до дослідження функцій».

Задача 4.10. Відомо, що міцність балки з прямокутним поперечним перерізом прямо пропорційна довжині основи перерізу і квадрату його висоти. Знайти розміри поперечного перерізу найміцнішою балки, яку можна випилити з круглої колоди діаметром d , якщо поперечний переріз балки, вписаний у поперечний переріз колоди.

Задача 4.11. Під час гальмування маховик за t с повертається на кут $\omega = 6t + t^2$ (ω – у радіанах). Знайдіть кутову швидкість обертання маховика в момент $t = 2$ с. [198, с. 16]

Тема: «Інтеграл та його застосування».

Задача 4.12. Знайти тиск, який здійснює газом хлор на стінки резервуара масою 2 кг при $t^\circ = 25^\circ\text{C}$ (скористатись рівнянням Менделєєва – Клапейрона $PV = \nu RT$). (Відповідь. 0,11 Дж/м³).

Задача 4.13. Тіло рухається нерівномірно за законом $v = 20 + 50t$. Знайдіть його переміщення за перші 20 секунд. (Відповідь. 10400 м).

Задача 4.14. Визначити роботу, яка потрібна для запуску ракети вагою $P = 1,5$ т з поверхні землі на висоту $H = 2000$ км. [365, с. 38] (Відповідь. 94 176 000 000 Дж).

Задача 4.15. Знайти масу неоднорідного стержня довжиною 40 см, якщо його лінійна густина змінюється за законом $\rho(l) = 2l^2 + 1$ (кг/м). [197, с. 15] (Відповідь. 0,44 кг).

Одні з тем шкільного курсу стереометрії є більш вдалими для розкриття міжпредметних зв'язків стереометрії з фізикою, інші – менш вдалими. Для реалізації міжпредметних зв'язків стереометрії з фізикою ми проаналізували теми стереометрії та фізики та згрупували ті з них, які найкраще та найширше розкривають міжпредметні зв'язки між цими предметами. Реалізацію цих зв'язків проілюстрували відповідними міжпредметними задачами

Геометрія, тема: «Декартові координати і вектори у просторі» і фізика, тема «Напруженість електричного поля».

Задача 4.16. У вершинах основи правильної чотирикутної піраміди знаходяться заряди. Знайти напруженість \vec{E} у вершинах піраміди.

Задача 4.17. Плоска рамка площею $0,1 \text{ м}^2$, обмежена контуром з опором 50 Ом , знаходиться в магнітному полі, індукція якого за час t змінюється від 2 Тл до -2 Тл . Який заряд протече по контуру за час t , якщо вектор індукції перпендикулярний площині рамки?

Геометрія, тема: «Паралельність і перпендикулярність прямих і площин» і фізика, тема: «Віддзеркалення світла. Закони відбиття і заломлення».

Задача 4.18. Кут падіння світлового променя на межу поділу двох середовищ дорівнює 60° . Промінь заломлення складає з нормаллю кут 35° . Визначте в градусах кут між відбитим та заломленим променями.

Задача 4.19. У дно ставка вбили вертикально жердину висотою 1 м. Визначте довжину тіні від жердини на дні ставка, якщо кут падіння сонячних променів 60° , а жердина повністю знаходиться під водою. Показник заломлення води 1.33.

Задача 4.20. Промінь світла падає на плоско-паралельну скляну пластинку під кутом, синус якого дорівнює 0,8. Промінь, що вийшов із пластинки

виявився зміщеним щодо продовження падаючого пучка на відстані 2 см. Яка товщина пластинки, якщо показник заломлення скла 1,7?

Задача 4.21. Як слід розташувати два плоских дзеркала, щоб джерело світла, що світиться і два його зображення лежали у вершинах рівностороннього трикутника?

Геометрія, тема «Многогранники. Тіла обертання» і фізика, тема: «Маса тіла. Густина речовини».

Задача 4.22. Знайдіть масу чавунного порожнистого куба, зовнішнє ребро якого 260 мм, а товщина стінок 30 мм.

Задача 4.23. Маса дерев'яної плити у формі правильного восьмикутника зі стороною 3,2 см і товщиною 0,7 см дорівнює 17,3 г. Знайдіть густину дерева.

Задача 4.24. Погонний метр прядивного канату діаметром 36 мм має масу 0,96 кг. Знайдіть його густину, якщо вважати канат за однорідне тіло.

Задача 4.25. Знайдіть масу гранітної підставки, що має вигляд зрізаної піраміди висотою 3,6 м, в основі якої лежить квадрат. Сторони нижньої і верхньої основ відповідно 2,8 м і 2 м.

Задача 4.26. Дерев'яний зрізаний конус (густина $0,58 \text{ г/см}^3$), висота якого $h = 48 \text{ см}$ і діаметри основи $D_1 = 44 \text{ см}$ і $D_2 = 32 \text{ см}$, просвердлено циліндрично уздовж осі. Осі циліндра і конуса збігаються. Діаметр циліндра $d = 10 \text{ см}$. Просвердлену частину заповнили залізом. Знайдіть густину тіла, що утворилося у такий спосіб.

Задача 4.27. Найбільший алмаз у світі під назвою «Кулліан», добутий в Африці, вагою 3106 карат (1 карат – 0,2 г), має форму октаедра. Відомо, що ребро кристалу дорівнює 5069 см. Знайдіть густину цього алмазу.

Задача 4.28. Металевий куб має зовнішнє ребро $a = 10,20 \text{ см}$ і масу $m = 514,15 \text{ г}$. Товщина стінок $n = 0,1 \text{ см}$. Знайдіть густину металу, з якого виготовлено куб. (Відповідь. $8,4 \text{ г/см}^3$)

Задача 4.29. Цеглина (25 см x 12 см x 6,5 см) має масу 3,51 кг. Знайдіть її густину. (Відповідь. $1,8 \text{ г/см}^3$)

Задача 4.30. Прямокутний золотий лист має розміри 4,7 см x 6,2 см і масу

6,3 г. Знайдіть товщину листа.

Задача 4.31. Сталевий вал довжиною 1,40 м і діаметром 0,083 м обточують на токарному верстаті, причому діаметр його зменшується на 0,003 м. Скільки маси він втрачає завдяки обточуванню? (*Відповідь*. 4 кг).

Задача 4.32. Свинцева труба з товщиною стінок 4 мм має внутрішній діаметр 13 мм. Яка маса 25 м цієї труби? (*Відповідь*. 61 кг).

Задача 4.33. Діаметр циліндричного парового котла висотою 3,8 м дорівнює 0,8 м. знайдіть тиск пари на повну поверхню котла, якщо на 1 см^2 пара давить із силою 10 кГ (*Відповідь*. 95,5 кГ).

Задача 4.34. Є шматок свинцю масою 1 кг. Скільки кульок діаметром 1 см можна відлити з цього шматка, якщо густина свинцю $11,4 \text{ г/см}^3$? [484, с. 20] (*Відповідь*. 168 кульок).

Для учнів математичного профілю, які пов'язують свою майбутню професійну діяльність з математикою або її застосуваннями, у системі професійно спрямованих задач більш цікавими є математичні задачі, спрямовані на формування мислення просторового й логічного. Добірку задач наведено у додатку Д.3.

4.3. Методи, форми й засоби професійно спрямованого навчання математики у профільній школі

Методи, форми й засоби навчання математики у профільній школі у відповідності із запропонованою у дослідженні методичною системою є компонентами ОТ-системи ПСНМ. Взаємодія методів, форм і засобів навчання старшокласників математики зумовлена системою змісту. Розкриємо зміст і функції компонентів ОТ-системи на засадах задачного підходу до навчання математики на різних напрямках профілізації.

4.3.1. Методи навчання старшокласників математики, обумовлені задачним підходом до навчання Під методом навчання в дидактиці розуміють спосіб упорядкованої взаємозв'язаної діяльності вчителя і учнів, спрямованої на розв'язання завдань освіти [463; 591].

Метод навчання є досить складним педагогічним явищем, яке має багато сторін. За кожною з них методи групують у системи. Не випадково, що науковці-педагоги розробили десятки класифікацій методів навчання [31; 591]. З погляду методики навчання окремої дисципліни важливо усвідомити цілісні підходи до класифікації методів навчання, що допоможе практично здійснити їх вибір.

Найчастіше вживаними є такі класифікації методів навчання: пояснювально-ілюстративні, репродуктивні, проблемного викладу, частково-пошукові (евристичні), дослідницькі методи (І. Лернер і М. Скаткін) [266]; методи стимулювання і мотивації навчання, методи організації і здійснення навчальних дій, методи контролю і самоконтролю (Ю. Бабанський) [31]; комунікативні, пізнавальні, перетворюючі, систематизуючі, контрольні методи (В. Онищук) [419]; когнітивні, креативні, оргдіяльнісні методи навчання (А. Хуторський) [463].

Особливе місце займають евристичні методи навчання, за допомогою яких учні створюють освітню продукцію, як у вивченні курсів, так і в організації власної освіти. Приклади таких методів [463]: емпатія, смислове, образне й символічне бачення, евристичні питання, конструювання понять, правил, теорем, прогнозування помилок, образна картина, гіперболізація, інверсія, учнівське цілепокладання, рефлексія. Вибір методів навчання визначається: смисловими цілями освіти, особливостями навчального курсу, метою уроку, можливостями учнів, наявними засобами навчання і часом, уподобаннями вчителя, особливостями дидактичної теми.

В особистісно зорієнтованому навчанні основним чинником вибору методів навчання є завдання організації продуктивної навчально-пізнавальної діяльності учнів. Добір методів навчання визначається відповідями на питання: що саме, який освітній продукт буде отримано учнями в результаті такої діяльності? Цей продукт повинен співвідноситися із досліджуваною темою, бути посильним і цікавим учням, поєднаний з їх індивідуальними можливостями та інтересами.

У навчанні математики використовуються і загальнодидактичні методи, і ті, які розроблені у специфічних умовах навчання математики.

Обґрунтуємо вибір методів навчання старшокласників математики в умовах реалізації задачного підходу до навчання математики у профільній школі, який забезпечує організацію засвоєння змісту ПСНМ старшокласниками. Основою багатьох з цих методів є загальнонаукові методи: індукція, дедукція, аналогія тощо.

Розглянемо групу методів, відповідних компонентам діяльності (за класифікацією Ю. Бабанського) [31]: методи стимулювання і мотивації навчання; методи організації і здійснення навчальних дій; методи контролю і самоконтролю. Кожна з названих груп складається з низки конкретних методів навчання. Так, методи стимулювання навчально-пізнавальної діяльності поділяються на: а) методи формування інтересу до учіння (пізнавальна, дидактична, рольова гра, дискусія, диспут, метод включення учнів у ситуацію особистого переживання успіху у навчанні, в інші ситуації емоційно-моральних переживань, метод опори на здобутий життєвий досвід); б) методи формування обов'язку і відповідальності в учінні (переконавання, позитивного прикладу, практичного привчання до виконання вимог, створення сприятливих умов для спілкування, заохочення і пошуку, оперативного контролю за виконанням вимог, осуду, тощо). Методи організації навчально-пізнавальної діяльності поділяються на підгрупи, які забезпечують: а) передавання інформації вчителем і сприйняття її учнями (словесні, наочні, практичні); б) внутрішню логіку процесу засвоєння знань (індуктивний, дедуктивний, традуктивне, аналітичний, синтетичний, аналітико-синтетичний); в) тип пізнавальної діяльності учня (пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, проблемного викладу, частково-пошуковий або евристичний, дослідницький); г) ступінь самостійності учнів у здійсненні навчальної діяльності (робота з підручником, метод самостійного розв'язування задач, самостійне спостереження). Методи контролю за ефективністю навчально-пізнавальної діяльності передбачають методи усного, письмового, лабораторного контролю, спостереження за

навчальною діяльністю учнів, графічну перевірку, тестову перевірку знань, методи самоконтролю. Кожна група методів реалізує певну функцію в цілісному циклі процесу навчання, без якого неможливо забезпечити оптимальне розв'язання всіх навчально-виховних завдань.

Зосередимо увагу на групі когнітивних методів (А. Хуторський [463]). Особливістю когнітивних методів навчання (методи навчального пізнання) є те, що їх застосування сприяє створенню освітнього продукту, тобто креативного результату. Тому методи пізнання є також і креативними. Однак первинною метою використання цих методів є пізнання об'єкта, тому їх основна специфіка пов'язана з когнітивними, а не з креативними процесами. Групу когнітивних методів навчання складають: метод емпатії (вживання), метод смислового бачення, метод образного бачення, метод символічного бачення, метод порівняння, метод евристичного спостереження, метод фактів, метод дослідження, метод конструювання понять, метод конструювання правил, метод гіпотез, метод прогнозування, метод помилок, метод конструювання теорій. Опишемо сутність тих методів, які прийнятні на різних рівнях МПС з метою формування у них професійної спрямованості особистості у процесі навчання математики (таблиця 4.9).

Таблиця 4.9

Когнітивні методи у ПСНМ старшокласників

Назва методу	Сутність методу	Вплив методу на формування особистості
Метод емпатії (вживання)	означає «вживання» людини в стан іншого об'єкта; умовою успішного застосування методу емпатії є певний стан «вселення» учнів у досліджувані об'єкти, створений учителем настроїв	формування емоційно-когнітивного компонента в структурі професійної спрямованості особистості старшокласника; вплив на емоційно-ціннісну сферу особистості
Метод смислового бачення	це продовження і поглиблення методу емпатії; одночасна концентрація учнів на освітньому об'єкті свого погляду й «допитливо налаштованого» розуму дозволяє їм зрозуміти (побачити)	формування емоційно-когнітивного компонента в структурі професійної спрямованості особистості старшокласника; вплив на інтелектуальну сферу

Продовження табл. 4.9

Назва методу	Сутність методу	Вплив методу на формування особистості
	першопричину об'єкта, укладену в ньому ідею, тобто внутрішню сутність об'єкта; цілеспрямоване застосування такого методу сприяє розвитку в учнів таких пізнавальних якостей, як інтуїція, осяяння, інсайт	
Метод образного бачення	емоційно-образне дослідження об'єкта; освітній продукт, як результат спостереження учнів, виражається у словесній або графічній образній формі, тобто учні проговорюють, записують або малюють результати свого дослідження	формування емоційно-когнітивного компонента в структурі професійної спрямованості особистості старшокласника; вплив на інтелектуальну й семіотичну сфери особистості
Метод символічного бачення	полягає у віднайденні або побудові учнем зв'язків між об'єктом і його символом	формування емоційно-когнітивного компонента в структурі професійної спрямованості особистості старшокласника; вплив на семіотичну сферу особистості
Метод порівняння	застосовується для порівняння версій різних учнів, їх версій з культурно-історичними аналогами, при порівнянні різних аналогів між собою	формування емоційно-когнітивного компонента в структурі професійної спрямованості особистості старшокласника; вплив на інтелектуальну сферу особистості
Метод евристичного спостереження	Мета даного методу – навчити дітей добувати й конструювати знання за допомогою спостережень; учні, які здійснюють спостереження, отримують власний результат, що передбачає: а) інформаційний результат спостереження; б) застосований спосіб спостереження; в) комплекс особистих дій і відчуттів, що супроводжували спостереження; ступінь творчості учня в ході його спостереження визначається	формування емоційно-когнітивного компонента в структурі професійної спрямованості особистості старшокласника; вплив на інтелектуальну сферу особистості

Продовження табл. 4.9

Назва методу	Сутність методу	Вплив методу на формування особистості
	новизною отриманих результатів порівняно з уже наявними у нього раніше	
Метод дослідження	Вибирається об'єкт дослідження й пропонується учням самостійно дослідити заданий об'єкт за таким планом: мета дослідження – план роботи – факти про об'єкт – досліді, малюнки дослідів, нові факти – виниклі питання і проблеми – версії відповідей, гіпотези – рефлексивні судження, усвідомлені способи діяльності та результати – висновки	формування емоційно-когнітивного компоненту в структурі професійної спрямованості особистості старшокласника; вплив на інтелектуальну й семіотичну сфери особистості
Метод гіпотез	розвивається при розв'язанні питань прогностичного типу «що буде, якщо ...», учням пропонується завдання – сконструювати версії відповідей на поставлене вчителем запитання або проблему первинним завданням є вибір підстав для конструювання версій	формування емоційно-когнітивного компоненту в структурі професійної спрямованості особистості старшокласника; вплив на інтелектуальну сферу особистості
Метод помилок	передбачає зміну в учня негативного ставлення до помилок на конструктивне використання помилок для поглиблення пізнавальних процесів; відшукування взаємозв'язків помилок з «правильністю» стимулює евристичну діяльність учнів, сприяє розумінню відносності та варіативності будь-яких знань	формування контрольно-оцінного компоненту в структурі професійної спрямованості особистості старшокласника; вплив на інтелектуальну й мотиваційну сфери особистості

Безумовно група когнітивних методів навчання здійснює вплив на когнітивну сферу особистості, формування інтересу до професійної сфери «математика», а також не виключає застосування інших груп методів навчання в умовах задачного підходу до організації ПСНМ.

Тому, також слід розглянути особливості специфічних методів навчання математики, які дозволяють ними скористатися в умовах реалізації задачного підходу до навчання математики у профільній школі, який забезпечує організацію засвоєння змісту ПСНМ старшокласниками. У методиці навчання математики до специфічних методів відносять: метод доцільних задач (С. Шохор-Троцький) [625]; абстрактно-дедуктивний і конкретно-індуктивний методи навчання (К. Лебединцев) [259]; евристичний метод (В. Брадїс) [64]; катехізичний метод (В. Брадїс) [64].

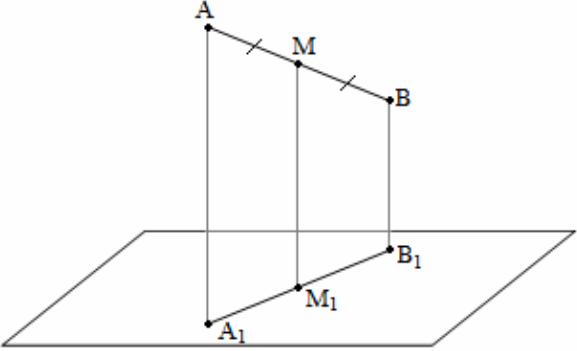
Суть методу доцільних задач зводиться до того, що задля кращого розуміння досліджуваного матеріалу учням пропонують підготовчі завдання. Вони можуть готувати учнів до розуміння нового означення, «відкриття» теореми, розуміння її доведення, самостійного виконання завдань. В умовах задачного підходу до побудови змісту ПСНМ це можуть бути математичні задачі різного рівня складності, спрямовані на підготовку й самостійне засвоєння основних понять, фактів, способів діяльності. Задачі добираються відповідно до вимог до систем задач на засвоєння поняття, теореми, способу діяльності.

Приклади задач, дібрані із джерела [452] і наведені в таблиці 4.10.

Таблиця 4.10

Система задач на засвоєння понять «паралельні прями»

Рівень	Відповідність з вимогами до системи задач на засвоєння поняття	Задачі
Початковий	Задача на використання символіки, пов'язаної з поняттям «паралельні прями», спрямована на засвоєння тексту означення поняття	Прямі a і b паралельні. Як можуть бути розташовані прями b і c , якщо прями a і c : А) Паралельні. Б) Перетинаються. В) Мимобіжні
	Задача на встановлення властивостей поняття «паралельні прями»	Чи можуть паралельні прями лежати відповідно на двох площинах, що перетинаються?

Рівень	Відповідність з вимогами до системи задач на засвоєння поняття	Задачі
Середній	Задачі на розпізнавання та застосування поняття «паралельні прямі»	 <p style="text-align: center;">Рис. 1</p>
		<p>Через кінці відрізка AB і його середину M проведено паралельні прямі, що перетинають деяку площину в точках A_1, B_1 і M_1 (Рис. 1). Знайдіть довжину відрізка MM_1, якщо відрізок AB не перетинає площину, і $AA_1 = 5m$, $BB_1 = 7m$</p> <p>Прямі a і b не лежать в одній площині. Чи можна провести пряму c, паралельну прямим a і b?</p>
Достатній	Задачі спрямовані на виділення істотних ознак поняття, використання відповідної символіки та застосування самого поняття, закріплення теоретичного матеріалу	Доведіть, що всі прямі, які перетинають дві дані паралельні прямі, лежать в одній площині
		Прямі a і c не паралельні, прямі b і c також не паралельні. Чи можна стверджувати, що прямі a і b – не паралельні
		Дано трикутник ABC . Площина, паралельна прямій AB , перетинає сторону AC цього трикутника в точці A_1 , а сторону BC в точці – B_1 . Знайдіть довжину відрізка A_1B_1 , якщо $AA_1 = a$, $AB = b$, $A_1C = c$
Високий	Задача спрямована на застосування самого поняття, остаточне закріплення теоретичного матеріалу	Через кінець A відрізка AB проведено площину. Через кінець B і точку C цього відрізка проведено паралельні прямі, які перетинають площину в точках B_1 і C_1 . Знайдіть довжину відрізка BB_1 , якщо $CC_1 = 15\text{см}$, $AC : BC = 2 : 3$

Метод доцільних задач фактично належить до методів проблемного навчання. Метод доцільних підсилює функції задачного підходу до навчання математики у профільній школі. Оскільки використання наведених вище професійно спрямованих задач в якості системи доцільних задач у навчанні старшокласників здійснює вплив на їх мотиваційну та інтелектуальну сфери. Приклади наведено у додатку Д.4.

Суть абстрактно-дедуктивного й конкретно-індуктивного методів навчання проаналізовано й описано в методиці навчання математики [43; 524]. Методи передбачають розгляд конкретних прикладів застосування теоретичного матеріалу після його вивчення у випадку абстрактно-дедуктивного методу навчання і перед ознайомленням з теоретичним матеріалом – для конкретно-індуктивного методу. Такий підхід до вивчення змісту передбачає уведення до змісту навчання задач, у тому числі і професійно спрямованих. При цьому на напрямках профілізації, які передбачають вивчення математики на рівні стандарту, у процесі викладання змісту учителі мають схилитися до вибору конкретно-індуктивного методу, проте на математичному, фізико-математичному навчальних профілях більш притаманним є абстрактно-дедуктивний метод. Рівень складності професійно спрямованих задач від практичної ілюстрації конкретного змісту до побудови математичної моделі певного процесу й її дослідження дозволяє використовувати ці задачі як при використанні конкретно-індуктивного, так і абстрактно-дедуктивного методів навчання математики.

Охарактеризуємо евристичний метод з погляду його можливостей у навчанні старшокласників математики в умовах профільної школи і формування професійної спрямованості особистості. У методичній літературі цей метод визначають по-різному. Візьмемо за основу тлумачення цього методу В. Брадїса [64]. Евристичним називається метод, при якому вчитель замість викладу навчального матеріалу в готовому вигляді підводить учнів до «перевідкриття» теорем, їх доведень, самостійного формулювання означень, складання завдань. З цього означення виходить, що метод доцільних задач є

різновидом евристичного методу. На уроках математики набули поширення й інші різновиди цього методу. Тому в методиці евристичний метод поділяють на такі види:

- метод доцільних задач;
- евристична бесіда;
- постановка і розв'язання проблеми;
- узагальнення способу розв'язання задачі.

В умовах реалізації задачного підходу до формування змісту навчання і залучення евристичних методів навчання математики в межах нашого дослідження для нас є цікавим підхід О. Скафи [514, с. 46] до побудови системи евристичних задач, а саме О. Скафою сформульовано загальнодидактичні вимоги до системи евристичних задач під час навчання математики.

1. Добір системи задач має відповідати змісту курсу природничих дисциплін, а самі задачі – їх функціям у процесі навчання.

2. Кожна задача має ідейну й технічну складність, тому важливим у системі задач є чергування пріоритетів ідейної і технічної складності.

3. На прикладі однієї-двох задач системи доцільно розглядати різні способи й методи розв'язання, а потім порівнювати отримані результати з різних точок зору (стандартність і оригінальність, використані прийоми мисленнєвої діяльності, практична цінність), що може стати у нагоді при розв'язанні інших задач системи і засвоєнні прийомів мисленнєвої діяльності.

4. Система задач має поступово ускладнюватися від більш легких і знайомих до менш легких і знайомих задач.

5. Осмислення умінь, використаних при розв'язанні задач одного типу, полегшує розв'язання задач інших типів.

6. Добір задач системи треба здійснювати диференційовано для різних типологічних груп учнів.

7. Задачі системи мають сприяти міжпредметному узагальненню набутих знань і перенесенню умінь.

8. До системи задач необхідно включати різні за структурою і змістом задачі.

9. Деякі задачі системи варто пропонувати у вигляді гіпотез, а в системі необхідно передбачати їхній розвиток.

10. Треба передбачати можливість розв'язування деяких задач системи різними методами або способами, при цьому обов'язковим є аналіз кожного способу розв'язання задачі і вибір найраціональнішого.

11. Система задач має сприяти формуванню інтелектуальних умінь творчого характеру.

Запропонована О. Скафою і використана нами у власному дослідженні характеристика системи задач для реалізації задачного підходу до навчання математики в профільній школі, що вможливорює організацію засвоєння старшокласниками змісту ПСНМ через уведення до навчання професійно спрямованих задач сприятиме використанню евристичних методів у процесі розкриття змісту в навчанні математики у профільній школі.

Особливості евристичного методу вимагають застосування різних методичних прийомів, таких як: навчання загальному плану розв'язання проблем; постановка нетрудомістких проблем; створення проблемної ситуації на уроці й пошуки її розв'язання в домашньому завданні. Також в умовах профільної диференціації виникає можливість залежно від профілю та рівня математичної діяльності вибирати різноманітні види евристичного методу від евристичної бесіди у класах гуманітарного профілю до узагальнення способів розв'язування завдань у класах фізико-математичного профілю. Вибір певного методичного прийому реалізації евристичного методу дозволяє також здійснювати і внутрішню диференціацію на кожному навчальному профілі.

Поряд із відомими специфічними методами навчання математики виникають методи, які зумовлені оновленням змісту навчання, виконання завдання прикладної спрямованості курсу математики спонукає до демонстрації застосування математичних законів у різних сферах практичної діяльності. У цьому випадку до розкриття змісту доречно застосувати метод наскрізних задач

(Н. Віленкін, А. Сатволдієв) [95]. Під методом наскрізних задач автори розуміють використання упорядкованих комплексів математичних задач, пов'язаних з однією і тією ж фізичною моделлю, за яких реалізуються цілі навчання, виховання і розвитку учнів на тому чи іншому етапі навчання.

Сутність методу наскрізних задач полягає в тому, що при вивченні курсу математики учні розглядають кілька основних фізичних моделей, що допомагають їм усвідомити сенс розглянутих понять, їх властивості, різні випадки практичного застосування засвоєних понять, їх взаємозв'язків та інші питання курсу. При цьому завдання, пов'язані з однією і тією ж фізичною моделлю, повинні бути доцільно підібрані й розташовані в курсі так, щоб була забезпечена необхідна система у вивченні матеріалу. Тим самим упорядковані комплекси математичних задач, пов'язані з однією і тією ж фізичною моделлю, розуміються як провідний засіб навчання при вивченні математики.

Величезну роль у навчанні методом наскрізних задач відіграє правильний і цілеспрямований вибір самих фізичних моделей і побудова комплексів завдань, що виникають у процесі розгляду цих моделей з різних точок зору. Розгляд фізичних моделей з різних сторін надає змогу методично доцільно вводити і вивчати основні поняття курсу математики, систематично й доступно будувати навчальний матеріал, реалізує професійну спрямованість навчання.

Наприклад:

А). Модель процесів органічного зростання та спадання (зокрема, процесу радіоактивного розпаду).

Вивчення цієї моделі з різних сторін зумовлює формування такої системи понять:

- 1) геометрична прогресія;
- 2) степінь з будь-яким показником;
- 3) показникова функція і її властивості;
- 4) логарифмічна функція і її властивості;
- 5) корінь n -го степеня і його властивості;
- 6) найпростіші показникові рівняння і нерівності та їх розв'язання;

- 7) найпростіші логарифмічні рівняння і нерівності та їх розв'язання;
- 8) числова послідовність;
- 9) границя послідовності;
- 10) монотонність і неперервність функції;
- 11) диференціювання показникової і логарифмічної функцій;
- 12) диференціальне рівняння органічного зростання і спадання величин.

Б). Вивчення моделі гармонійного коливального руху з різних точок зору зумовлює формування системи понять, пов'язаних з тригонометричними функціями.

Укажемо характерні риси методу наскрізних завдань, які зумовлюють його ефективність у процесі внесення до змісту навчання математики професійно спрямованих завдань:

1. Цей підхід до навчання заснований не просто на заданій побудові розділів алгебри і початків аналізу, а на розгляді такого практичного матеріалу, який розкриває генезу математичних понять, показує їх походження, мотивує необхідність введення понять, логіку їх розвитку. Розкриття походження, виявлення справжньої суті поняття і складають основне призначення й основну особливість навчання математики методом наскрізних завдань.

2. Головна увага звертається на чуттєві сприйняття, тобто на інтуїцію, і на ясні фізичні уявлення.

3. При використанні методу наскрізних завдань джерелами нової інформації є приклади, пов'язані з кількісним вивченням різних аспектів однієї і тієї ж фізичної моделі. При цьому передбачається, що у процесі такого навчання подання нової інформації і перероблення її учнями суттєво наближаються між собою, ніж при традиційному навчанні.

4. Якщо у традиційному навчанні математика розробляла апарат для обчислень, який можна було використовувати в інших предметах, то метод наскрізних завдань використовує в курсі математики факти з теорії, отримані в суміжних предметах. Фізичні моделі служать вихідним емпіричним матеріалом, математичний опис якого мотивує введення і вивчення нових

математичних понять. Ці поняття застосовуються на подальших етапах для опису та вивчення вихідних та інших фізичних процесів.

5. При навчанні методом наскрізних завдань створюється можливість побудови системи задач, при розв'язуванні яких учень використовує різні види математичної діяльності (виявлення проблемних ситуацій, математизація конкретних ситуацій, розв'язування задач, мотивуючих необхідність розширення теорії).

6. Використання методу наскрізних завдань багато в чому відповідає вимогам проблемного характеру навчання у школі.

Як приклад, розглянемо формування системи понять, пов'язаних з тригонометричними функціями, на основі вивчення гармонійного руху. Слід зазначити, що якщо раніше основною галуззю застосувань тригонометрії були завдання астрономії та геодезії, завдяки чому на перший план виступало розв'язування трикутників, то нині центр ваги змістився в бік вивчення коливальних процесів. Саме тому підхід до тригонометрії з погляду вивчення гармонійних коливань найбільше відповідає сучасному рівневі розвитку науки.

Першим завданням є визначення положення точки, яка рухається по колу. Це зумовлює необхідність уведення поняття координатного кола. Після цього виникає завдання про зв'язок між декартовими координатами точки, що рухається і її кутовою координатою, що зумовлює використання понять синуса й косинуса (тангенс визначається просто як відношення синуса до косинуса). Побудова графіка гармонійного коливання дозволяє ознайомити учнів з таким перетворенням графіків, як стиск або розтяг у напрямку осі абсцис. Нарешті, питання про знаходження швидкості гармонійного коливання природно зумовлює уведення задачі обчислення похідних тригонометричних функцій, а вивчення прискорення цих коливань – до розгляду диференціального рівняння $x'' + \omega^2 x = 0$. Зауважимо, що і тригонометричним рівнянням, і нерівностям відводиться природне місце при цьому підході. Водночас складні тригонометричні перетворення залишаються при цьому трохи осторонь, але ми

не вважаємо, що їх вивчення є необхідним компонентом середньої освіти – комп'ютеризація науки і техніки сильно змістила акценти й в цій царині.

Зауважимо, що серія тематично пов'язаних завдань для вивчення одного і того ж фізичного явища допомагає розкрити зміст поняття, що формується в порядку закріплення засвоєних знань, готує учнів до формування нового поняття.

Тому основною процедурою методу наскрізних задач є виділення з усього цілісно відібраного змісту найбільш суттєвого, що дозволяє сконцентрувати на ньому увагу при поясненні матеріалу, під час виконання вправ, а також у ході подальшого застосування.

Педагогічної основою методу наскрізних задач є принцип систематичності, що вимагає, щоб учні опанували науковими знаннями, вміннями та навичками в строго певному порядку, щоб система виявилася не лише зовні, у відповідному розташуванні досліджуваного матеріалу, а створювалася у свідомості учнів.

Метод наскрізних задач забезпечує міжпредметні узгодження курсів математики й інших природничих дисциплін, яке надає можливість значно підвищити ефективність навчання, так як воно дозволяє систематизувати знання учнів із суміжних навчальних предметів, більш дієво впливати на розвиток їх пізнавальної діяльності, формувати в уявленні учнів цілісну наукову картину світу.

Наступний метод навчання – зразок відповіді. Зразок відповіді при розв'язуванні задачі – це один з найважливіших способів навчання зв'язної розповіді. Формування умінь бездоганно пояснювати, коментувати виконану вправу у вигляді зв'язного оповідання розпочинається з пояснення вчителя. Він показує, як виконується вправа нового типу, як слід розташовувати записи, в які моменти й яким способом необхідно коментувати виконувані операції.

Зразок відповіді, висловлюваний учителем, – необхідний етап у навчанні зв'язної розповіді. Справа в тому, що зразок виконання вправи нового типу (якщо тільки цей зразок задовольняє перерахованим вимогам) містить не

тільки змістовні елементи (як виконувати?), але й чисто методичні компоненти (як коментувати, розташовувати записи, демонструвати малюнки тощо?). Такі методичні компоненти зразка відповіді може подати спочатку тільки вчитель.

Виконання першої вправи нового типу, як правило, починають з бесіди. Учні пропонується знайти спосіб розв'язання, обговорюються їхні пропозиції. Так чинить більшість учителів, і це добре, оскільки розвивається ініціатива і творчість учнів. Щоб забезпечити кожному учневі можливість виконання вправ з поясненням відповідно до зразка, необхідно розповідь учителя поєднувати з іншими методами, один з яких алгоритмічний метод (Я. Грудьонов) [107]. Суть методу полягає в забезпеченні учнів списком вказівок, коротких, лаконічних, що спонукають учнів контролювати свої дії і містять у собі всі необхідні пояснення. Наведений список вказівок разом із зразком відповіді, показаним учителем, надає можливість учням зв'язно пояснювати розв'язування задачі й не тільки самостійно виправляти помилки, а й уникати їх.

Отже, вміння застосовувати алгоритми розвивають усну та письмову мову учнів такою мірою, що вони досить швидко переходять до складніших вмінь – самостійного складання нових алгоритмів.

У процесі ПСНМ є також доцільним застосування інтерактивних методів навчання. Сутність інтерактивних методів полягає в тому, що процес навчання відбувається в умовах постійної активної взаємодії учнів. Це – взаємонавчання, рівноправні партнерські стосунки між суб'єктами навчання, навчання у співпраці. Організація інтерактивного навчання передбачає моделювання життєвих ситуацій, загальне розв'язання проблем, сприяє формуванню цінностей, створенню атмосфери співробітництва.

Ефективному результату щодо МПС сприяє оптимальне поєднання специфічних методів навчання математики, когнітивних та інтерактивних методів навчання й методів, відповідних компонентам діяльності. Так, у профільних класах пріоритетними стають дослідницькі, евристичні, проблемні методи навчання, у гуманітарних – метод проектів. Приклади наведено в додатках (додаток Д.5).

Виокремлені методи навчання математики складають компонент методичної системи професійно спрямованого навчання старшокласників і в органічній єдності з формами й засобами навчання створюють ОТ-систему.

4.3.2. Форми організації занять з математики у профільній школі

Форми організації навчання – зовнішнє вираження узгодженої діяльності вчителя й учнів, що здійснюється заведеним порядком і певним режимом [596, с. 159]. Не заглиблюючись у характеристику й класифікацію форм навчання, описаних у дидактиці й конкретних методиках [369; 416; 419] зауважимо тільки, що зручною з практичної позиції є тривимірна модель систематики форм організації навчання [510, с.248]:

- загальні форми організації навчання (індивідуальна, парна, групова, колективна, фронтальна);
- зовнішні форми організації навчання (урок, гра, семінар, лекція, конференція, самостійна робота, екскурсія, лабораторна робота, факультативне заняття, інші форми);
- внутрішні форми організації навчання (вступне заняття, заняття поглиблення і удосконалення знань, умінь і навичок, практичне заняття, заняття узагальнення і систематизації знань, заняття контролю знань, умінь і навичок, комбінована форма організації заняття).

Урок – одиниця освітнього процесу, чітко обмеженого тимчасовими рамками, віковим складом учасників, планом і навчальною програмою роботи. Урок є основною формою організації поточної роботи [510, с.249]. Типологія уроків залежить від вибору загальних, внутрішніх та зовнішніх форм організації навчання [419, 369].

Орієнтуючись на загальні цілі формування професійної спрямованості особистості старшокласників, зміст професійно спрямованого навчання, рівень математичної підготовки випускників профільної школи, відбувається вибір загальних, внутрішніх та зовнішніх форм організації навчання. Критеріями вибору форми є:

- 1) наближення видів діяльності учнів на уроках математики до умов виконання завдань певних професій;
- 2) нестандартні прийоми організації діяльності; використання інформаційних, інтерактивних технологій тощо;
- 3) активізація пізнавальної діяльності учнів, стимулювання творчої активності, виховання почуття відповідальності, удосконалення навичок співпраці, уміння спілкуватися, приймати продумані рішення;
- 4) збагачення учнів знаннями у сфері обраного напрямку професійного розвитку в процесі розв'язування професійно спрямованих задач;
- 5) урахування специфіки певного профілю, а також рівня підготовленості учнів.

У методиці навчання математики достатньо повно висвітлено цілі, структуру та сутність таких форм навчання, як: підготовчий урок, лекція, практичне заняття, семінар, контрольно-заліковий урок (Н. Тарасенкова, В. Моторіна) [395; 543].

Взаємозв'язок підсистем методичної системи ПСНМ зумовлює такі зовнішні форми: лекція, семінар, гра. Опишемо їх особливості в умовах виконання завдань формування професійної спрямованості особистості старшокласників.

Урок-лекція перейшов до середньої школи з вищої, а тому зберігаючи певні функції лекцій у ВНЗ, набуває й специфічних функцій шкільної лекції. Ці функції наведено у таблиці 4.11

Залежно від місця лекції в системі навчання і специфіки вирішуваних завдань можливі різні види лекцій.

- урок-інформаційна лекція на якій новий матеріал пропонується як готовий для запам'ятовування;
- проблемні лекції, лекції-візуалізації; лекції удвох; лекції із запланованими помилками; лекції — прес-конференції [610];
- інструктивні лекції; лекція-діалогі; лекція з наукової структурою; лекція теоретичного конструювання [463].

Такі лекції сприяють здійсненню переходу від простої передачі інформації до активного засвоєння змісту навчання із включенням механізмів теоретичного мислення та всієї структури психічних функцій.

Таблиця 4.11

Функції уроку-лекції у професійно спрямованому навчанні

Функції уроків-лекцій у ВНЗ і ЗОШ	Специфічні функції уроків лекцій в ЗОШ
<ul style="list-style-type: none"> • інформаційна – спрямування на подальшу роботу, орієнтація в матеріалі та літературних джерелах; • професійно-виховна – розвиток професійних нахилів і здібностей, переконання у правильності здійсненого професійного вибору, формування якостей особистості; • методологічна – ознайомлення з методами пояснення, аналізу, прогнозу; • оцінна та розвивальна – формування розумових умінь, почуттів, оцінок 	<ul style="list-style-type: none"> • збудження або підсилення інтересу, розвинення мотивів пізнавальної діяльності, допомога зорієнтуватися в літературі, надання установки на самостійну роботу; • висвітлення основних фактів, їх аналіз, висновки, доведення конкретних наукових положень; • огляд певних проблем; консультування

Особливості уроків-лекцій в умовах ПСНМ наведено у таблиці 4.12.

Таблиця 4.12

Види лекцій у методичній системі ПСНМ

Види лекцій	Особливості уроку-лекції у професійно спрямованому навчанні
лекція проблемного характеру	процес пізнання наближається до пошукової, дослідницької діяльності, що дозволяє створити ілюзію власного відкриття в науці; забезпечується досягнення трьох основних цілей навчання: засвоєння теоретичних знань, розвиток теоретичного мислення, формування пізнавального інтересу до змісту навчального предмета; на проблемній лекції залучення учнів до активного сприймання матеріалу здійснюється шляхом створення проблемних ситуацій, при цьому активізуються емоційна сфера, мислення слухачів, їх ставлення до матеріалу, що вивчається.

Види лекцій	Особливості уроку-лекції у професійно спрямованому навчанні
лекція-візуалізація	підсилену роль відіграє принцип наочності, що сприяє не тільки більш успішному засвоєнню та запам'ятовуванню навчального матеріалу, а й надає змогу більш глибоко проникнути у його сутність, активізувати розумову діяльність учнів; процес візуалізації становить перекодування різних видів інформації у візуальну, яка надалі має слугувати для суб'єкта опорою при розгортанні розумових і практичних дій
лекція удвох	передбачає проведення уроку двома вчителями, які, за сценарієм заняття, обговорюють одну й ту ж проблему з різних поглядів, це впливає на пізнавальний інтерес учнів, оскільки є умови досліджувати міжпредметний характер знань
лекція із запланованими помилками	має на меті: розвиток в слухачів уміння аналізувати, самостійно виконувати операції, запропоновані вчителем, стимулювання активної діяльності слухачів, перевірку якості їх попередньої підготовки з предмета
лекція прес-конференція	покликана задовольнити пізнавальні потреби слухачів, які вони можуть окреслити добором питань що їх цікавлять із теми, її застосування на практиці та у вивченні інших шкільних дисциплін
інструктивні лекції	ознайомлюють учнів з технологією їх попередньої діяльності розглядають алгоритми розв'язання задач, способи конструювання правил, законів; пояснюються методи навчального пізнання; розкривається організаційний механізм діяльності учнів
лекція-діалог	спонукає учнів до активної дії, оскільки на основі сократівського методу проводиться прямий діалог вчитель-учень
лекція науковою структурою	використовує структури, властиві тій науці, зокрема математиці, або її проблемній області, яка відповідає навчальному предмету математика
лекції теоретичного конструювання	навчають учнів систематизувати й узагальнювати свої освітні результати на теоретичній основі. У якості теоретичної основи на лекції розбираються певні концепції, принципи, правила, закони. На лекції учні знайомляться зі структурою встановленого теоретичного елемента, з методами його конструювання

Семинар – форма заняття, яка забезпечує створення учнями особистих освітніх продуктів у ході колективно-групової комунікації. Основна мета семінарського заняття – забезпечити можливість практичного застосування набутих теоретичних знань. Семінари відрізняються від інших видів занять підвищеною активністю і самостійністю учнів, виявом їх організальних особистісних якостей, оскільки під час семінарських занять для учнів з'являється можливість навчитися або продемонструвати своє вміння виступати перед аудиторією, володіти мистецтвом опановувати, доводити свою правоту або спростовувати хибність будь-якої ідеї, демонструвати рівень теоретичної підготовки. Порівняно з іншими формами навчальних занять семінар вимагає від учнів досить високого рівня самостійності, яка виявляється в умінні працювати з декількома джерелами інформації, бути активними, працювати під час обговорення, робити власні висновки й узагальнення.

За дидактичними цілями семінари діляться на заняття: введення в тему, планування її вивчення, дослідження фундаментальних освітніх об'єктів, подання і захисту освітніх результатів, поглиблення, узагальнення та систематизації знань, контрольні та залікові семінари, аналітичні семінари.

За способом і характером проведення розрізняють ввідні, оглядові, самоорганізовуючі, пошукові семінари, індивідуальні та групові семінари, семінари-проекти, семінари з розв'язування задач, «круглі столи», «мозкові атаки», семінари-ділові ігри та ін.

За домінуючими формами комунікації учнів евристичні семінари будуються на основі таких видів роботи: індивідуальній, парній, груповій, колективній, індивідуально-колективній.

Наступною формою, прийнятною для організації ПСНМ, є гра. У дидактиці, вивчаючи і досліджуючи різноманітні підходи до педагогічних ігор, за ігровою методикою розрізняють: предметні, сюжетні, рольові, ділові, імітаційні, драматизації. З точки зору ПСНМ серед запропонованих видів ігор прийнятними є рольові та ділові ігри. Рольова гра надає можливість відтворити

практично будь-яку ситуацію в «ролях», це дозволяє краще зрозуміти психологію людей, з'ясувати їх мотиви і дії під час прийняття важливих рішень, у рольовій грі формуються мотиваційна та емоційно-ціннісна сфери особистості старшокласників. Ділова гра дозволяє створювати практичні і виробничі ситуації, під час яких всі гравці беруть участь у розв'язанні проблем, відповідних реальним обставинам виробництва, така форма навчання сприяє формуванню інтелектуальної сфери особистості учня та орієнтує його професійно. Ділова гра може бути грою-навчанням, грою-дослідженням, грою-тренінгом, ці аспекти, як правило переплітаються у процесі проходження гри, або домінує один із них, якщо це заздалегідь заплановано метою гри. Основою ділової гри є моделююча вправа, що має на меті засвоєння певних професійних ідентифікацій та способів математичної діяльності, які реалізуються в тій чи іншій професії [9]. Прикладом організації ігрової діяльності може бути виконання певних ролей учнями, залученими до навчальних проєктів. Так у процесі вивчення теми «Показникова і логарифмічна функції» учнями 11 класу академічного профілю виконуються відповідні ролі в групах «Знавці історії», «Знавці математики», «Природознавці» в навчальному проєкті «На шляху до розуміння світу?», в навчальному проєкті «Похідна приходиться на допомогу», розрахованому на учнів класів фізико-математичного профілю, передбачено виконання ролей істориків, дослідників, знавців, ентузіастів. На рівні стандарту, при вивченні теми «Задачі, що приводять до поняття похідної» учні залучаються до інтерактивної гри «Ротаційні трійки».

Вибір форми навчання старшокласників математики у кожному конкретному випадку зумовлюється змістом і цілями навчання, рівнем методичного озброєння вчителя, рівнем підготовки учнів. Вибір певної форми урок-лекція, урок-семінар, урок-гра передбачають і відповідні зміни у структурі уроку.

В умовах профільної школи на вибір форм навчання також вплив здійснюється і специфікою навчального профілю, на нашу думку описані вище

форми доречно систематизувати залежно від рівня вивчення математики (таблиця 4.13).

Таблиця 4.13

Організаційні форми ПСНМ

Рівень вивчення математики	Форми проведення уроків		
	Урок-лекція	Урок-семінар	Урок-гра
<i>Рівень стандарту</i>	інформаційна лекція, лекція-візуалізація, лекція-пресконференція, лекція-діалог	семінар-проект	рольова гра, ділова гра
<i>Академічний рівень</i>	лекція удвох, інструктивна лекція	«круглий стіл», пошуковий семінар	рольова гра, ділова гра
<i>Профільний рівень</i>	проблемна лекція, лекція із запланованими помилками, лекція з науковою структурою, лекція теоретичного конструювання	семінар з розв'язування задач, «мозкова атака», бенефіс однієї задачі	рольова гра, ділова гра

Саме через організаційні форми професійно спрямованого навчання, які є одним із компонентів ОТ-системи, відбувається зв'язок цієї системи із ДО-системою, яка передбачає діяльність учіння і діяльність викладання, зумовлені певною організаційною формою навчання і спрямовані на опанування учнем рівня НМД відповідно до обраного профілю. Також через форми навчання здійснюється зв'язок між ОТ-системою і психологічною системою, оскільки залежно від обраної форми навчання змінюються ролі у міжособистісній взаємодії учень-учень, учень-учитель і пріоритетність психолого-педагогічних підходів до навчання і, як результат, вплив на сфери особистості учня.

Приклади окремих форм проведення уроків на різних рівнях математичної підготовки наведено в додатку Д. 4.

4.3.3. Засоби професійно спрямованого навчання старшокласників математики у профільній школі Ефективність застосування різних методів навчання, активізація пізнавальної діяльності учнів, вплив на сфери особистості старшокласників значною мірою залежать від засобів навчання.

Розроблено безліч класифікацій засобів навчання, що відрізняються покладеними в її основу ознаками (таблиця 4.14).

Таблиця 4.14

Класифікація засобів навчання за А. Хуторським [463]

Ознака класифікації	Види засобів	Приклади
за складом об'єктів	<i>матеріальні</i>	приміщення, обладнання, меблі, комп'ютери, розклад занять
	<i>ідеальні</i>	образні уявлення, знакові моделі, уявні експерименти, моделі Всесвіту
за відношенням до джерел появи	<i>штучні</i>	прилади, картини, підручники
	<i>природні</i>	натуральні об'єкти, препарати, гербарії
за складністю	<i>прості</i>	зразки, моделі, карти
	<i>складні</i>	відеомагнітофони, комп'ютерні мережі
за способом використання	<i>динамічні</i>	відео
	<i>статичні</i>	кодопозитиви
за особливостями будови	<i>плоскі</i>	карти
	<i>об'ємні</i>	макети
	<i>віртуальні</i>	мультимедійні програми
за характером взаємодії	<i>візуальні</i>	діаграми, демонстраційні прилади
	<i>аудіальні</i>	магнітофони, радіо
	<i>аудіо-візуальні</i>	телебачення, відеофільми
за носієм інформації	<i>паперові</i>	підручники, картотеки
	<i>магнітооптичні</i>	фільми
	<i>електронні</i>	комп'ютерні програми, електронні підручники
	<i>лазерні</i>	CD-ROM, DVD
за рівнями змісту освіти	<i>на рівні уроку</i>	текстовий матеріал та ін.
	<i>на рівні предмета</i>	підручники
	<i>на рівні всього процесу навчання</i>	навчальні кабінети
за відношенням до технологічності процесу	<i>традиційні</i>	наочні посібники, музеї, бібліотеки
	<i>сучасні</i>	ЗМІ, мультимедійні засоби навчання, комп'ютери
	<i>перспективні</i>	веб-сайти, комп'ютерні мережі

Засоби навчання – знаряддя діяльності вчителя та учня, становлять матеріальні й ідеальні об'єкти, які залучаються до освітнього процесу як носії інформації й інструменту діяльності.

Дидактичні функції засобів навчання за А. Хуторським [463] полягають у такому:

- зменшення витрат часу;
- передавання необхідної для навчання інформації;
- розгляд досліджуваного об'єкта чи явища частинами й у цілому;
- забезпечення діяльності учнів і педагога.

Ознакою часу, у якому ми живемо, є лавиноподібне нагромадження інформації та стрімкий розвиток мікроелектронної техніки: ми стрімко прямуємо в комп'ютерну еру. Відбувається перехід до інформаційних технологій, тобто до широкого застосування комп'ютерів і програмного забезпечення на виробництві, в управлінні, освіті, медицині, торгівлі, банківській справі тощо.

Очевидно, що ні один з напрямків профільного навчання у старшій школі не може обійтися без інформаційно-комунікаційних засобів навчання (ІКЗН). У той час як саме оволодіння на належному рівні математичними дисциплінами дозволяє впевнено почуватися в галузі інформаційних технологій. Не секрет, що ключем до оволодіння багатьма сучасними спеціальностями є вміння користуватися комп'ютером як одним з перспективних на сьогоднішній день засобів навчання, здатним виконувати функції багатьох різних засобів навчання.

Широкого застосування у процесі навчання математики набувають різноманітні *програмні засоби комп'ютерної математики*, які за ідеєю М. Жалдака [167] можна умовно поділити на дві великі групи.

Перша група – програмне забезпечення *навчально-дослідницького* призначення, так звані ППЗ, розраховане на учнів загальноосвітніх навчальних закладів можуть бути застосовані на різних етапах вивчення предметів природничо-математичного циклу, у тому числі й для організації самостійної

діяльності учнів, у класах основної та старшої школи незалежно від напрямку профілізації.

Серед вітчизняних розробок ППЗ математичного призначення найбільшого поширення у шкільній практиці набули такі програмні засоби: програмно-методичний комплекс (ПМК) GRAN розроблений авторським колективом під керівництвом М. Жалдака; система динамічної геометрії DG (С. Раков) [476, 477]; ППЗ «Алгебра, 10 клас», «Геометрія, 10 клас», «Алгебра, 11 клас» та «Геометрія, 11 клас» [436, 437, 438, 439]; електронні підручники. Характеристика й функції цих ППЗ наведені у додатку Д.6.

Друга група – професійно зорієнтоване програмне забезпечення, розраховане на математиків-фахівців досить високої кваліфікації, його застосування має визначальне значення у процесі активізації пізнавальної діяльності учнів старших класів з поглибленим вивченням математики, а також старшокласників математичного та фізико-математичного профілів підготовки. За призначенням, структурою та функціями його можна умовно поділити на кілька груп, а саме:

1. Математичні пакети вузької спеціалізації: GAP, Macaulay, Singular та ін.
2. Програмні засоби візуалізації математичних даних: GnuPlot, JMol, LaTeX та ін.
3. Системи геометричного моделювання: Autodesk 3ds Max, ANSYS та ін.
4. Системи комп'ютерної математики: Derive, Maple, Matlab, Mathematica, MathCAD, Maxima, Sage та ін.

У наведеній класифікації перераховано найпопулярніші на сьогодні, переважно некомерційні, програмні засоби підтримки математичних досліджень.

І. Роберт [480, с. 4], окрім визначених вище ППЗ, виокремлює також – програмні засоби загального призначення (зокрема текстовий процесор та системи підготовки комп'ютерних презентацій і публікацій); мережні технології; технології мережного навчання.

При цьому слід ураховувати дидактичні вимоги щодо підготовки уроку з використанням ІКЗН [463]:

- а) проаналізувати мету уроку, його зміст і логіку вивчення матеріалу;
- б) виокремити головні елементи, які повинні бути засвоєні учнями;
- в) встановити, на якому етапі і для якої мети необхідне використання засобів навчання;
- г) відібрати оптимальні засоби навчання;
- д) визначити методи і прийоми, за допомогою яких буде забезпечена пізнавальна діяльність учнів, сформулювати завдання.

ІКЗН предметам математичного циклу можуть стати в руках учителя дієвим засобом керівництва пізнавальною діяльністю учнів лише за умови врахування їх вікових та індивідуальних особливостей. З одного боку, програми, зорієнтовані на візуалізацію абстракцій (границя, неперервність, похідна, інтеграл) і проведення експерименту сприяють формуванню провідних абстрактних понять математичного аналізу на наочно-інтуїтивному рівні, а також встановленню зв'язків між абстрактно-логічним та образним мисленням. З іншого, за допомогою педагогічних програмних засобів (ППЗ) зміст навчальних дисциплін засвоюється на основі пошукової і конструкторської діяльності, яка передбачає осмисленість дій учнів і їх самостійне виконання. Слід наголосити також на значущих відмінностях у виявленні мотивації засвоєння математичних знань за допомогою ППЗ. Так, для переважної більшості старшокласників (80%), орієнтованих на точні та інженерні науки, визначаючою є робота з ППЗ у режимі самозасвоєння й взаємного консультування, коли вчитель виконує роль старшого товариша, консультанта. Для старшокласників, які орієнтовані на професії «людина-природа», «людина-людина», «людина-художній образ» більш суттєвим є вплив учителя, внутрішня мотивація роботи з ППЗ знижується або відсутня у 31-61% із них. Техніка сама по собі не може перебудовувати методи навчання, проте при цьому дозволяє забезпечити єдність вимог до учнів, можливість працювати в індивідуальному темпі тощо. При цьому завдання, що пропонуються учням,

мають бути розраховані, по-перше, на розв'язання тих задач, які мають для старшокласників значущий характер, а, по-друге, має відбуватися поступовий перехід від завдань формування активної позиції учня як суб'єкта власної діяльності, заснованої на широкому залученні модельно-образних і знаково-символьних засобів аналізу об'єктів до завдань, пов'язаних із професійним та особистісним самовизначенням юнаків.

Суттєвою дидактичної особливістю навчання за допомогою комп'ютера є встановлення безпосередніх діалогів між учнем і комп'ютером, або виникнення трикутника учень-комп'ютер-вчитель (рис. 4. 11).

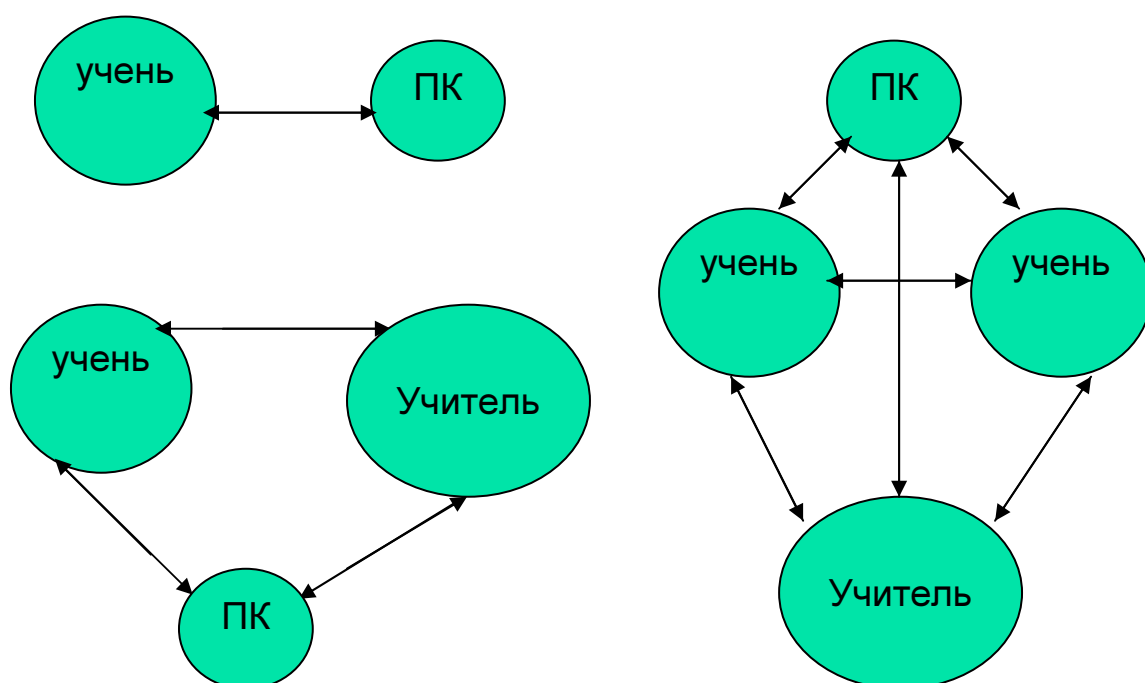


Рис. 4.11. Структура діалогу у навчанні з використанням ІКТЗН

Спілкування в рамках означеного трикутника передбачає діалоги: учитель-учень, учень-комп'ютер, комп'ютер-вчитель, учень-учень такі діалоги в процесі навчання сприяють наступному:

- уникати стресових ситуацій (учень отримує індивідуальну консультацію вчителя, працює у властивому йому темпі і т.д.);
- розібратися в труднощах, які виникають у процесі вивчення предмета (учень має можливість багаторазового повернення на етап, що викликав

труднощі);

- організувати самостійне розв'язування задач (учитель має можливість надати кожному учневі свій варіант завдання з урахуванням його поточних можливостей і зони найближчого розвитку);

- спостерігати за процесом навчання і контролювати його якість.

Слід констатувати тісний взаємозв'язок між засобами, методами і формами навчання. Так застосування комп'ютерів у викладанні математики зумовлює виникнення нових форм навчання, робить специфічним зміст навчання, змінює цілі. Це, у свою чергу, сприяє появі нових інтегрованих курсів, інших підходів до організації процесу навчання, формуванню знань і вмінь учнів.

Провідним принципом, який визначає структуру навчання математики за математичним і фізико-математичним профілями, має стати моделювання в навчальному процесі елементів діяльності фахівця-математика. Реалізація цього принципу певною мірою може бути забезпечена організацією самостійної дослідницької роботи учнів із залученням ІКЗН.

На прикладі уроку з теми «Похідна та її застосування» продемонструємо виконання учнями дослідження на уроці-практикумі «Дослідження функції за допомогою похідної» (наводимо інструкцію до уроку та приклади завдань).

Мета уроку:

- продовжувати формувати вміння досліджувати функції за допомогою похідної;

- розвивати: навички самоконтролю при виконанні самостійної роботи, формувати вміння узагальнювати, абстрагувати та конкретизувати знання під час дослідження функцій.

- формувати вміння проводити дослідження за допомогою комп'ютерних програм.

Інструкція до виконання завдання практичної роботи

Урок проводиться в комп'ютерному класі. За комп'ютери спочатку сідають 10 –12 учнів, інші за парти. По мірі виконання завдань діти міняються

робочими місцями. Робота проводиться за індивідуальними завданнями з використанням комп'ютерних програм. Завдання мають 4 рівня складності: середній, вище середнього, високий, творчий.

Роботи, виконані тільки з використанням моделі «Дослідження функції за допомогою похідної», оцінюються у 5-6 балів, завдання складності 1-го рівня у 7-8 балів, творче завдання та завдання 2 - 3-го рівнів – 9-12 балів.

Усі практичні етапи уроку учні можуть виконувати за допомогою двох діючих комп'ютерних програм: програмно-методичний комплекс GRIF або програмне забезпечення Master Function 2.0. За допомогою цих програм учні мають змогу самостійно виконувати та аналізувати завдання. Для цього учневі необхідно запустити програму та в робочому вікні увести (задати комп'ютеру) необхідну функцію (рис.4.12).

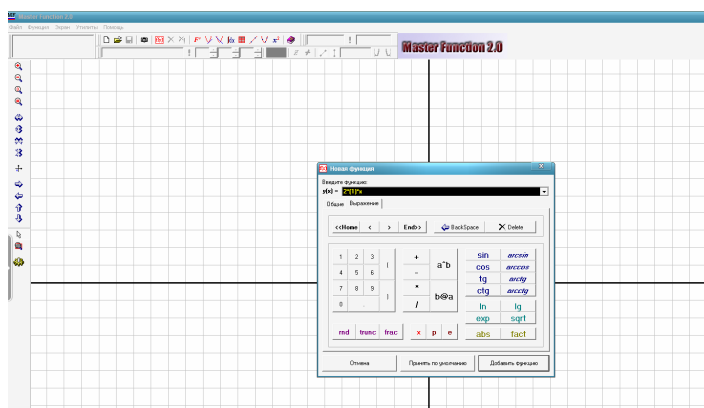


Рис. 4.12. Уведення у вікно програми даних заданої функції

При цьому учень може самостійно задавати колір, розмір, товщину лінії та точність побудови графіка. Задавши всі необхідні дані функції, від учня вимагається лише надати програмі команду «Додати функцію», після чого на екрані з'являється графік заданої функції. Особливістю цих програм є те, що вони орієнтуються не лише на побудову графіка, а й на відшукування значення похідної та диференціала заданої функції. Для цього на панелі управління програми є такі команди, як: «F'» та « $\int dx$ ».

Опитування:

1. За графіком похідної деякої функції (рис.4.13.а) укажіть інтервали, на яких функція монотонно зростає, спадає, має максимум, має мінімум.

2. На рис. 4.13.б зображено графік похідної функції $y=f'(x)$. Скільки точок максимуму має ця функція?

3. Похідна функції $y=f(x)$ дорівнює $(x+1)(x-2)$. Точками мінімуму функції є точки:

- а) $x = -1$ б) $x = 2$ в) $x = -1, x=2$ г) $x = 1, x=2$ д) $x = -2$

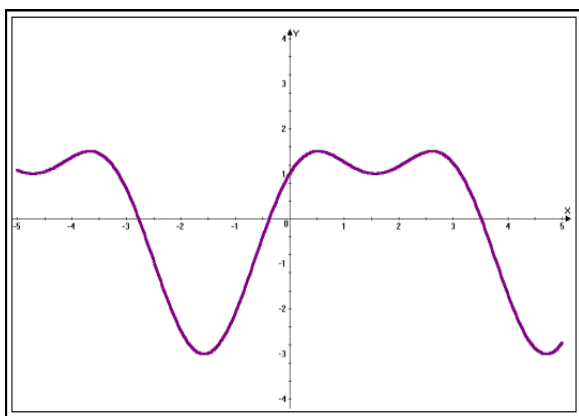


Рис. 4.13.а Графік похідної функції

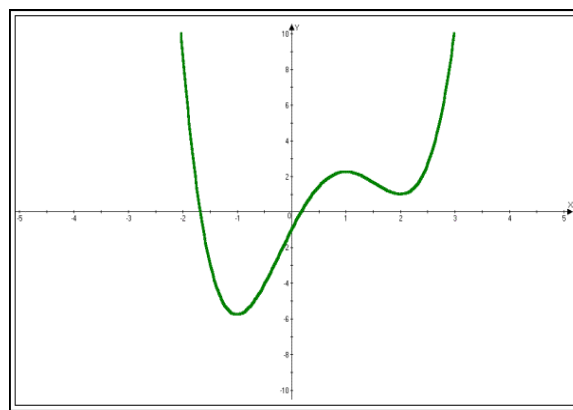


Рис. 4.13.б Графік похідної функції $y=f'(x)$

Індивідуальне завдання для міні-дослідницької роботи.

Задано функції:

- | | | |
|--------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| 1. $f(x) = (x+1)^2(x-2)$ | 3. $f(x) = \frac{x^2+5}{2-x}$ | 5. $f(x) = x^2\sqrt{1-2x}$ |
| 2. $f(x) = (x+2)^2(x-2)$ | 4. $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$ | 6. $f(x) = 4x^2\sqrt{1-4x}$ |

Побудувати їх графіки функцій за допомогою програми Master Function 2.0. та дослідити їх властивості: область визначення, корені, точки розриву, проміжки зростання та спадання.

Творче завдання

Знайдіть функцію в таблиці 4.15, виходячи з її «автобіографії»: область визначення, корені, точки розриву, проміжки зростання та спадання.

Функції для виконання творчого завдання

$f(x) = \frac{1}{4}x^4$	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$	$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$
$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2-x}}$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3+4x^2}}$	$f(x) = \left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2$
$f(x) = (x^2-1)^2$	$f(x) = x(1-x)$	$f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

Метод проектів спрямований на розвиток в учнів пізнавальних навичок, уміння самому конструювати свої знання та орієнтуватися в інформаційному просторі, розвиток критичного мислення, формування навичок мислення високого рівня. Крім того, метод проектів сприяє навичкам групової комунікації, стимулює пізнавальний інтерес і пізнавальну самостійність, що тим самим сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів. Діти, ураховуючи свої інтереси, разом з учителем виконують власний проект, розв'язуючи певну дослідницьку задачу. Тим самим учні залучаються до діяльності, близької до діяльності дослідника.

Наприклад, проект «Пані Похідна», розроблений для учнів, які вивчають математику на рівні стандарту, покликаний зацікавити учнів, щоб вивчення даної теми було більш усвідомленим, показати багатогранність застосування поняття похідної.

Завдання проекту: формування компетентностей у сфері самостійної пізнавальної діяльності; розвиток уміння бачити проблему і намітити шляхи її вирішення; формування навичок публічного виступу; формування інформаційної та комунікативної компетентності учнів; розвиток критичного мислення, уміння аналізувати, формулювати проблему, вказувати шляхи її розв'язання; розвиток уміння спостерігати і аналізувати, виокремлювати суттєві ознаки і на їх основі робити висновки; поглиблення знань учнів з теми «Похідна та її застосування»; формування компетентності учнів у сфері практичної діяльності.

Такий проект має тісні міжпредметні зв'язки з інформатикою, геометрією, фізикою, економікою та технікою. Проект передбачає розв'язання учнями ключового, тематичних і змістовних питань.

Ключове питання: Як загнати швидкість в кут?

Тематичні питання: 1. Чи можна керувати швидкістю процесів? 2. Що побачить фізик у похідній? 3. Геометрія і похідна теж пов'язані? 4. Чи давно похідна допомагає математикам і фізикам? 5. Який зв'язок економіки і похідної? 6. Чи можна побудувати довільний графік? 7. Чи є майбутнє у похідної?

Змістові питання: 1. Звідки прийшли границі? 2. Що таке миттєва швидкість? 3. Які правила знаходження похідних ви знаєте? 4. Чи можна досліджувати функцію, не знаючи її графік? 5. Коли найбільше більше максимуму? 6. Як допомагає похідна в техніці? 8. Як похідна допомагає спростити обчислення? 9. Як застосовують похідну економісти?

Реалізація учнями завдань проекту якнайкраще сприятиме формуванню в учнів уявлення про математику як елемент їхньої загальної культури, про роль математики (зокрема похідної) для прогресу людства. Саме застосування методу проектів дає учням можливість глибоко і повно ознайомитися із розвитком похідної в історичному аспекті, працюючи по групах «Математики», «Економісти», «Фізики», «Технарі», «Філософи» як в урочний, так і у позаурочний час.

Сьогодні метод проектів є одним з найефективніших засобів активізації пізнавальної діяльності, тому що він створює умови для творчої самореалізації учнів, розвиває пізнавальну самостійність, інтерес, підвищує мотивацію навчання, сприяє реалізації міжпредметних зв'язків математики з іншими дисциплінами, формує уявлення про прикладні аспекти математичних знань. Орієнтовні приклади проектів, розрахованих на учнів старшої профільної школи наведено у додатку Д.5.

Методи, форми й засоби навчання, орієнтовані на формування професійної спрямованості особистості, у своєму взаємозв'язку становлять

операційно-технологічну систему (ОТ-систему) методичної системи ПСНМ (рис. 4.14). Склад компонентів ОТ-системи, обумовлений змістом професійно спрямованого навчання математики, має забезпечувати процес засвоєння старшокласниками змісту навчання у відповідності з обраним навчальним профілем, рівнем математичної підготовки і спрямований на формування рівня НМД, який відповідає профілю навчання.

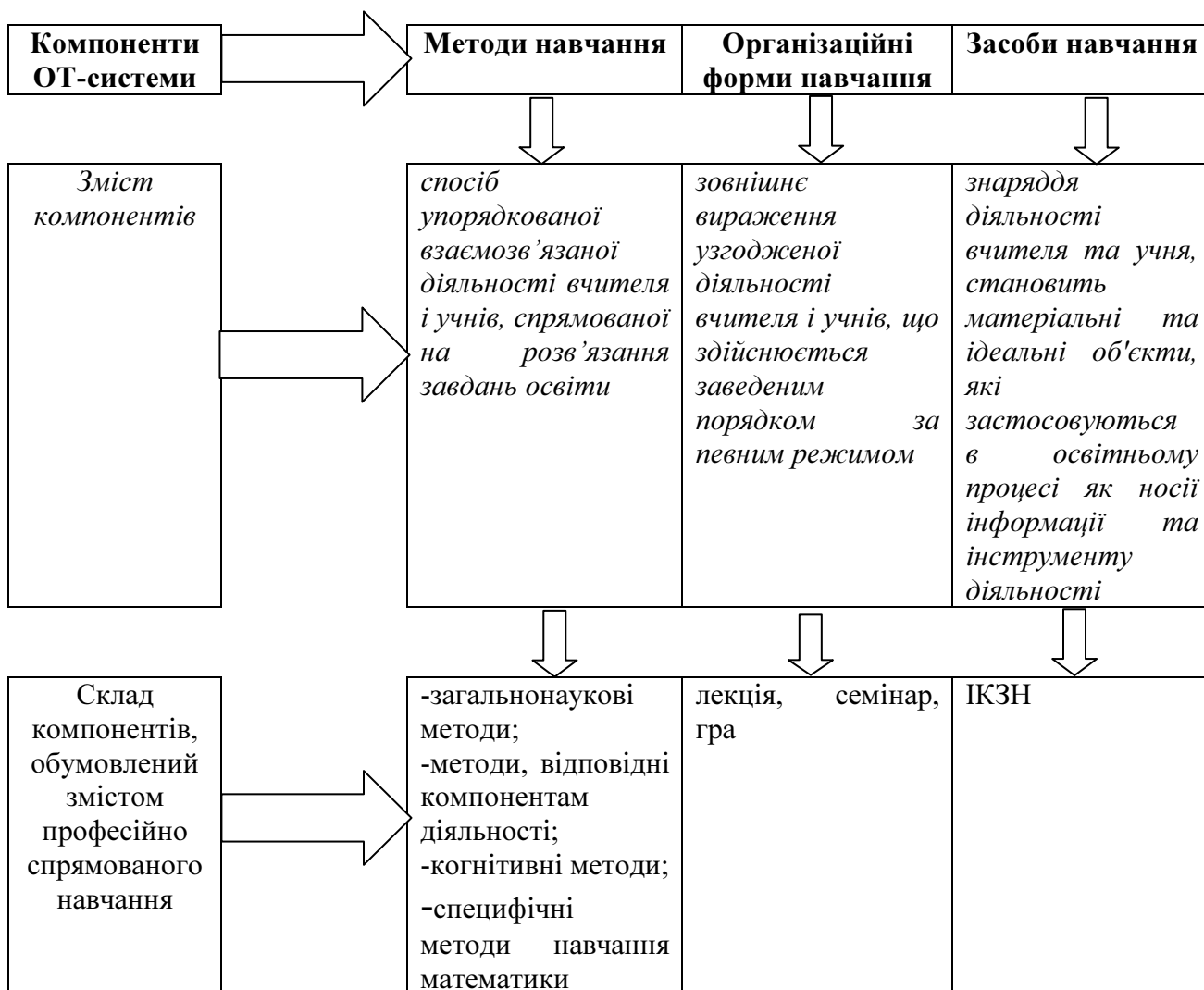


Рис. 4.14. ОТ-система ПСНМ

Виконання завдань ОТ-системи визначається системою цілей і системою змісту та забезпечується взаємоузгодженістю з психологічною та ДО-системою у методичній системі ПСНМ.

4.4. Методика побудови індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки учня профільної школи

У сучасних умовах функціонування профільної школи, у зв'язку із упровадженням нових освітніх стандартів актуальним є дослідження методики побудови індивідуальних освітніх траєкторій математичної підготовки учнів профільної школи. Розробка індивідуальної освітньої траєкторії старшокласників відбувається в умовах реалізації методичної системи ПСНМ. Оскільки названа система у єдності своїх компонентів (рис. 4.15) здійснює безпосередній вплив на методику побудови індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки учня профільної школи.

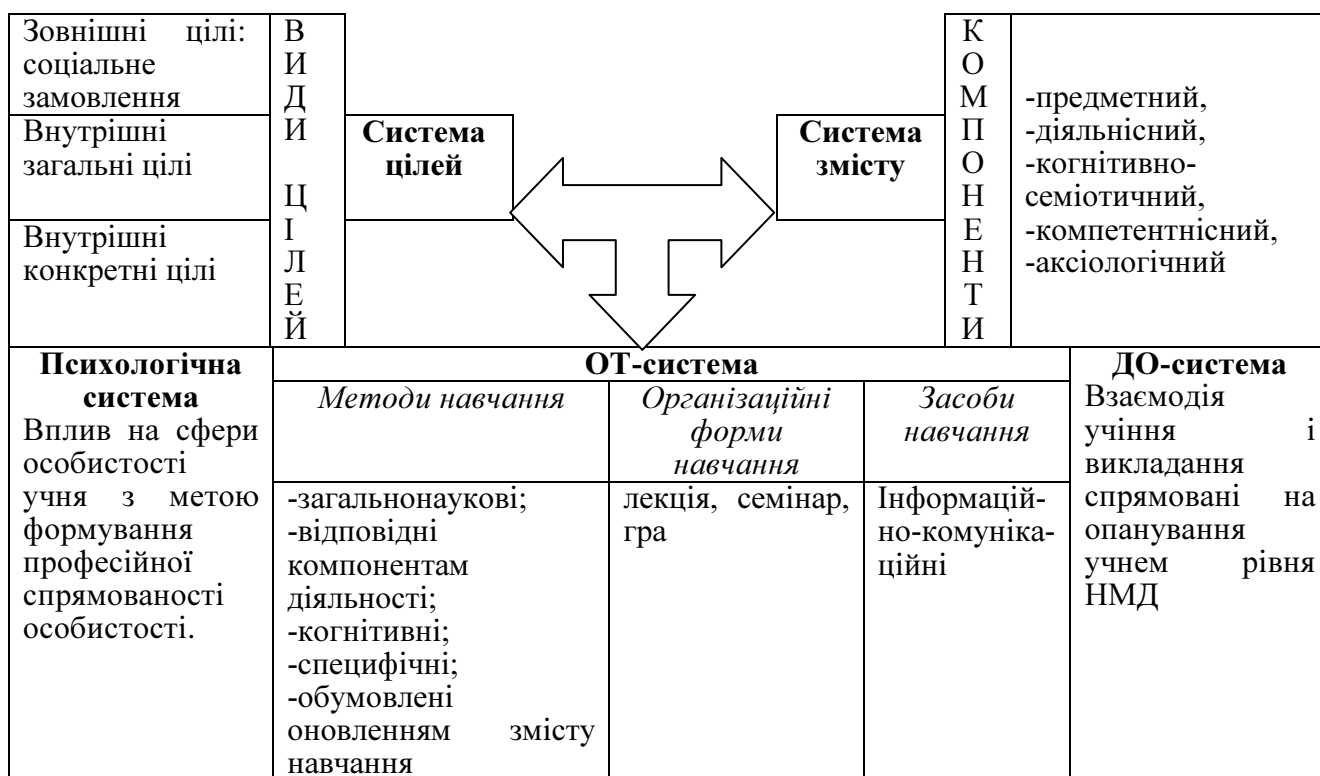


Рис. 4.15. Методична система ПСНМ

Проблему проектування та реалізації індивідуальних освітніх траєкторій, різні її аспекти розглядали у своїх роботах Ю. Бабанський [32], О. Воронцов [101], А. Кірсанов [202], М. Махмутов [376], Е. Рабунський [474], Н. Рибалкіна [485], Н. Суртаєва [538], О. Тубельський [559], А. Хуторський [605], І. Якиманська [640], Є. Ямбург [643] та ін. Поняття «індивідуальна освітня

траєкторія» – складне загальне поняття. Використання цього поняття в педагогічному контексті має специфічний сенс і образний характер, проте не втрачає сутнісного діяльнісного початку. А. Хуторський розглядає індивідуальну освітню траєкторію як персональний шлях реалізації особистісного потенціалу кожного учня в освіті. Під особистісним потенціалом учня тут розуміється сукупність його організаційно-діяльнісних, пізнавальних, творчих і інших здібностей. Процес виявлення, реалізації і розвитку цих здібностей учнів відбувається в ході їх освітнього руху індивідуальними траєкторіями [590]. Н. Суртаєва трактує індивідуальні освітні траєкторії як певну послідовність елементів навчальної діяльності кожного учня що реалізують власні освітні цілі, відповідно до здібностей, можливостей, мотивації, інтересів, здійснювану при координуючій, організуючій, консультуючій діяльності педагога у взаємодії з батьками [538]. С. Вдовина, Г. Климов, В. Мерлін розглядають це поняття як вияв стилю навчальної діяльності кожного учня, залежного від його мотивації, навченості й здійснюваний у співпраці з учителем.

Також спостерігаємо такі трактування поняття:

1). Індивідуальна освітня траєкторія – це персональний шлях реалізації особистісного потенціалу кожного учня. Під особистісним потенціалом маємо на увазі сукупність здібностей учня (ціннісних, пізнавальних, творчих тощо) (Ю. Демчук) [146].

2). Індивідуальна освітня траєкторія профільного навчання є цілеспрямовано сконструйованою структурою профільних навчальних елементів, що забезпечує учневі позицію суб'єкта вибору, розроблення та її реалізації при здійсненні педагогічної підтримки у професійному самовизначенні й самореалізації в досягненні профільної компетентності (Н. Югова) [635].

3). Індивідуальну освітню траєкторію як процес і результат поетапного збагачення, становлення і розвитку досвіду, особистісних регулятивних характеристик старшокласника на основі вибору у структурі функціонального

відображення змісту, форм, методів і засобів варіативного навчання математики розглядає у своєму дослідженні О. Маскаєва [373].

Відтак, під індивідуальною освітньою траєкторією учня в умовах ПСНМ у профільній школі будемо розуміти персональний шлях становлення професійної спрямованості особистості учня у математичній освіті, який дозволяє: забезпечити оволодіння учнями змістом стандартів освіти; забезпечення оволодіння програмами з шкільних дисциплін групами учнів, з різними рівнями навченості; усіляко сприяти розвитку психічних якостей особистості, які визначають професійну спрямованість учня; забезпечити професійне самовизначення; створити необхідну основу для продовження освіти у професійній сфері.

Розглянемо особливості індивідуальної освітньої траєкторії. Побудова й проходження індивідуальної освітньої траєкторії передбачають поетапність спільної діяльності вчителя й учня:

1 – етап діагностики – урахування індивідуальних особливостей та інтересів (запитів), рівня навчальних досягнень учня з предмета;

2 – етап визначення змісту освіти – активна участь учня у визначенні змісту та форм роботи;

3 – етап вибудовування стратегії учня щодо засвоєння освітньої галузі – можливість розширення та поглиблення програмного матеріалу; гнучкість програми (на основі проміжної діагностики та самодіагностики); навчання для самореалізації, вияву й розвитку своїх особистісних якостей, здійснення індивідуального призначення; індивідуальна освітня діяльність;

4 – етап супроводу особистісного розвитку учня – зміна ролі вчителя (учитель - супроводжувач, тьютор, консультант, координатор); педагог створює умови для самостійного навчання; взаємне партнерство вчителя й учня;

5 – етап рефлексивно-оцінювальної діяльності – демонстрація власних освітніх продуктів учня та їх колективне обговорення; самоактуалізація та саморозвиток особистості учня; учні переймають на себе відповідальність за своє учіння.

Реалізація індивідуальної освітньої траєкторії учня у процесі профільного навчання передбачає побудову індивідуального освітнього маршруту. Згідно з визначенням Н. Зверєвої [178] індивідуальний освітній маршрут – варіативна структура навчальної діяльності учня, що відображає його особистісні особливості, проєктована й контрольована в рамках окремої навчальної дисципліни спільно з учителем на основі комплексної психолого-педагогічної діагностики або згідно з визначенням М. Остренко [431] персональна траєкторія освоєння змісту освіти на обраному рівні, через здійснення різних видів діяльності, вибір яких зумовлений індивідуальними особливостями учнів.

Отже, індивідуальний освітній маршрут становить змістовий компонент (відповідає на питання «що вчити?», «що має змінитися в особистості?»), а також розроблений спосіб його реалізації (тобто відповіді на питання «як вчити?», «як виховувати?», «як організовувати педагогічну взаємодію та спілкування?»).

Для осмислення власного індивідуального освітнього маршруту учневі пропонується складання індивідуальної освітньої програми.

Освітня програма розглядається, з одного боку, як організаційно-управлінське знання, що дозволяє реалізувати принцип особистісної орієнтації освітнього процесу через визначення умов, які сприяють досягненню учнями з різними освітніми потребами й можливостями встановленого стандарту освіти; з іншого, – освітня програма створюється з урахуванням індивідуальних особливостей учня. Такий підхід до розуміння поняття «індивідуальна освітня програма» дозволяє представити освітню програму своєрідною моделлю шляхів досягнення освітнього стандарту, коли вибір шляху реалізації стандарту залежить від індивідуальних особливостей конкретного учня.

Як зазначає А. Хуторський [591, с. 62], освітні програми відповідно до внутрішніх і зовнішніх цілей поділяються на загальні для всіх і індивідуальні для кожного учня. Між двома видами програм має місце динамічний зв'язок і взаємодія: загальна програма діяльності передбачає розроблення індивідуальних програм, які, у свою чергу, впливають на коригування загальної

програми. Стосовно освітніх стандартів загальна програма освіти спирається на державний, національно-регіональний і шкільний компоненти освітніх стандартів, а індивідуальна програма – на варіативну частину освіти, встановлювану на основі індивідуальних особливостей і особистісного вибору учня. Особистісний освітній рух кожного учня припускає наявність особливим чином сконструйованих освітніх програм учителя, школи, регіону, держави. Координація освітніх програм перерахованих рівнів – прерогатива вчителя, який працює з конкретними дітьми. Освітня програма кожного «надучнівського» рівня повинна відповідати таким вимогам:

- а) допускати можливість і необхідність розроблених варіантів програм інших рівнів;
- б) урахувати розкид настановних цілей освіти суб'єктів іншого рівня;
- в) припускати варіативність досягнення позначаються у програмі цілей і постановку інших цілей;
- г) забезпечувати відповідний баланс заданості і вибору в кожному із структурних компонентів програми.

Отже, індивідуальна освітня програма передбачає гнучку систему навчання, яка надає змогу учневі обрати індивідуальний напрям, зміст, темп учіння для задоволення освітніх запитів.

Освітня програма є складно структурованою. До її структури входять такі компоненти:

Цільовий компонент передбачає постановку цілей у галузі отримання освіти, які сформульовані на підґрунті державного освітнього стандарту, основних мотивів та потреб учня.

Змістовий компонент відображає зміст освіти, що реалізується в межах конкретної освітньої програми.

Технологічний компонент передбачає методи, методики навчання, які використовуються. Зважаючи на вимоги сьогодення, вони мають містити в собі компетентісно орієнтований та особистісно орієнтований потенціал,

стимулювати в учнів процеси самовиховання, саморозвитку, самоосвіти, забезпечувати активну пізнавальну діяльність обдарованих учнів.

Діагностичний компонент індивідуальної освітньої програми розкриває систему діагностичного супроводу, що забезпечує можливість здійснити діагностику й самодіагностику освітніх потреб і результатів навчальної діяльності учня.

Організаційно-педагогічний компонент визначає режимні умови реалізації програми, характеристику учня, якому вона адресована, форми атестації досягнень тощо.

Результативний компонент відображає опис очікуваних результатів реалізації індивідуальної освітньої програми.

Розроблено три основні підходи до конструювання освітніх програм: лінійний, концентричний і спіральний [591].

Лінійний спосіб побудови програми полягає в тому, що окремі частини (порції) навчального матеріалу шикуються послідовно один за одним без дублювання досліджуваних тим у різні роки навчання.

Концентричний спосіб допускає можливість повернення до одного і того ж матеріалу в різні періоди навчання, наприклад, через кілька років, передбачаючи ускладнення і розширення його змісту.

Спіральний спосіб компонування матеріалу програми передбачає, що учні, не втрачаючи з поля зору вихідну проблему, розширюють і поглиблюють коло пов'язаних з нею знань.

Індивідуальна освітня програма учня, у якій відбиваються розуміння ним цілей і цінностей суспільства, освіти в цілому і власної освіти, предметної спрямованості освітніх інтересів і необхідність поєднання їх з потребами суспільства, результати вільного вибору змісту і форм освіти, відповідних його індивідуальному стилю вчення і спілкування, варіантів презентації продуктів освітньої діяльності, конкретізується у формі індивідуального навчального плану учня.

Індивідуальний навчальний план учня – індивідуальний, логічно зв'язаний набір навчальних курсів різних рівнів (базових, профільних, елективних), проектно-дослідних і творчих робіт тощо, обраних для засвоєння учнями з навчального плану загальноосвітнього закладу, який виявляє профіль навчається; визначає конкретний освітній результат, який повинен досягти навчається до закінчення школи; дозволяє старшокласникові самовизначитися з більшою імовірністю успіху.

Виявлено основні функції індивідуального навчального плану учня в системі профільного навчання: компенсаційна (компенсація запізнілої навчальної динаміки учня), оптимізаційна (забезпечення оптимальних умов для учнів, які мають індивідуальні інтелектуально-психологічні особливості), адаптаційна (адаптація учнів, не здатних через об'єктивні причини засвоїти той чи інший курс), функція інтенсифікації (забезпечення більш високого темпу засвоєння того чи іншого курсу), функція розширення змісту освіти (уведення до змісту профільного навчання елективних курсів, що виходять за рамки профілю), функція забезпечення навчальної мобільності (за рахунок залучення мережевих кадрових ресурсів), здоров'язберігальних (зменшення непродуктивного навантаження на учня). Здійснений аналіз процесу організації освітньої діяльності учнів профільної школи в умовах забезпечення індивідуальної освітньої траєкторії учня дозволив розробити схему проектування індивідуальної освітньої траєкторії учня профільної школи (рис. 4.16).

Методика побудови індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки учня профільної школи передбачає, що в основу її побудови мають бути покладені рівень навченості й мотивація учня, а також те, що учень при вивченні теми може, наприклад, обрати один із таких підходів: образне чи логічне пізнання, поглиблене чи енциклопедичне вивчення, ознайомлювальне, вибіркоче чи розширене вивчення теми. Збереження логіки предмета, його структури і змістових основ досягається з допомогою фіксованого обсягу фундаментальних освітніх об'єктів і пов'язаних із ними проблем, які разом із

індивідуальною траєкторією навчання забезпечать досягнення учнями нормативного освітнього рівня.

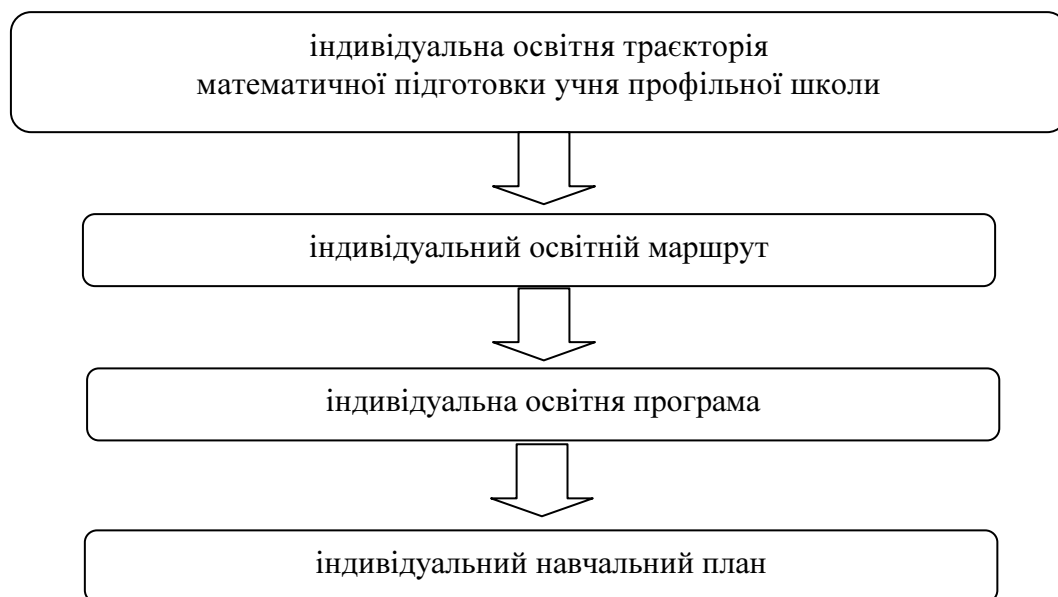


Рис. 4.16. Схема проектування індивідуальної освітньої траєкторії учня профільної школи

Характеризують індивідуальні освітні траєкторії темп навчання й освітній продукт учня.

За А. Хуторським [591], темп навчання трактується як швидкість або інтенсивність освітньої діяльності, визначається індивідуальними особливостями учня: його мотивацією, розвиненими здібностями, рівнем підготовленості, психологічними, фізіологічними та іншими характеристиками. В умовах професійно спрямованого навчання старшокласників математики темп навчання визначатиметься психічними властивостями особистості, які характеризують професійну спрямованість особистості, а саме: стійкий інтерес до професійної сфери, відповідної обраному навчальному профілю; інтерес до професійної сфери «математика» в межах обраного профілю; розвиток видів мислення (просторового, логічного, математичного); розвиток обчислювальних здібностей відповідно до рівня математичної діяльності учнів; розвиток словникового запасу.

Темп навчання визначає один з головних компонентів змісту освіти – освітню продукцію учня. Так, при однаковому часовому відрізку, заданому учителем для вивчення фундаментального освітнього об'єкта, обсяг освітнього продукту може бути більшим у того учня, який навчається в більш високому темпі.

Навчальні продукти учнів відрізняються не лише за обсягом, але й за змістом. Ці відмінності зумовлені індивідуальними здібностями та відповідними їм видами діяльності, а також темпом навчання при вивченні учнями того самого фундаментального освітнього об'єкта.

Способами педагогічного супроводу старшокласників у процесі розроблення та реалізації індивідуальних освітніх траєкторій є:

- створення педагогічних ситуацій для формування та розвитку у старшокласників умінь і навичок життєвого і професійного самовизначення;
- визначення зі старшокласниками критеріїв, варіантів і наслідків вільного відповідального вибору стратегій навчання, спілкування, поведінки, у т.ч. джерел необхідної інформації, завдань, форм звітності різного характеру і ступеня складності – творчих або аналітичних, усних або письмових, відповідних їх індивідуальному темпу і стилю освіти (аудіальний, візуальний, кінестетичний тип та ін класифікації) а також партнера для спільної роботи над завданням (однолітка, педагога та ін);
- спільна з учнями побудова послідовності освітньої діяльності та її максимально можливе забезпечення відповідною організацією навчально-виховного процесу;
- рефлексивна взаємодія педагогів і старшокласників стосовно продуктів освітньої діяльності, у тому числі й за допомогою індивідуальних психолого-педагогічних карт розвитку й графіків індивідуальних досягнень учнів;
- створення і культивування атмосфери відкритості, толерантності та поваги до іншої позиції, що сприяє становленню демократичного устрою освітніх установ.

А це, своєю чергою, потребує від учителя реалізації послідовних етапів діяльності:

1-й етап. Діагностика вчителем рівня розвитку і ступеня виразності особистісних якостей учнів, необхідних для здійснення тих видів діяльності, що властиві даній освітній сфері або її частині.

2-й етап. Фіксування кожним учнем, а потім і вчителем, фундаментальних освітніх об'єктів в освітній сфері або її розділі з метою визначення предмета подальшого пізнання.

3-й етап. Вибудовування системи особистого ставлення учня до майбутньої освітньої сфери або теми, що має вивчатись. Освітня сфера становить перед учнем вигляд системи фундаментальних освітніх об'єктів, проблем, питань, «точок зору».

4-й етап. Програмування кожним учнем індивідуальної освітньої діяльності стосовно «своїх» і «загальних» фундаментальних освітніх об'єктів. Учень за допомогою вчителя виконує роль організатора своєї освіти: формулює цілі, відбирає тематику, прогнозує свої кінцеві освітні продукти та форми їх подання, складає план роботи, відбирає засоби та способи діяльності, установлює систему контролю й оцінки своєї діяльності.

5-й етап. Діяльність з одночасної реалізації індивідуальних освітніх програм учнів і загальноколективної освітньої програми.

6-й етап. Демонстрація особистих освітніх продуктів учнів та їх колективне обговорення. Уведення учителем культурних аналогів учнівським освітнім продуктам, тобто ідеальних конструктів, що належать досвіду та знанням людства: понять, законів, теорій та інших продуктів пізнання.

7-й етап. Рефлексивно-оцінний. Виявляються індивідуальні й загальні освітні продукти діяльності (у вигляді схем, концептів, матеріальних об'єктів), фіксуються і класифікуються застосовувані (репродуктивно засвоєні або творчо створені) види та способи діяльності. Отримані результати зіставляються з цілями індивідуальних і загальних колективних програм занять [590].

Фреймова модель математичної підготовки учнів в умовах побудови індивідуальної освітньої траєкторії представлена на рис.4.17.

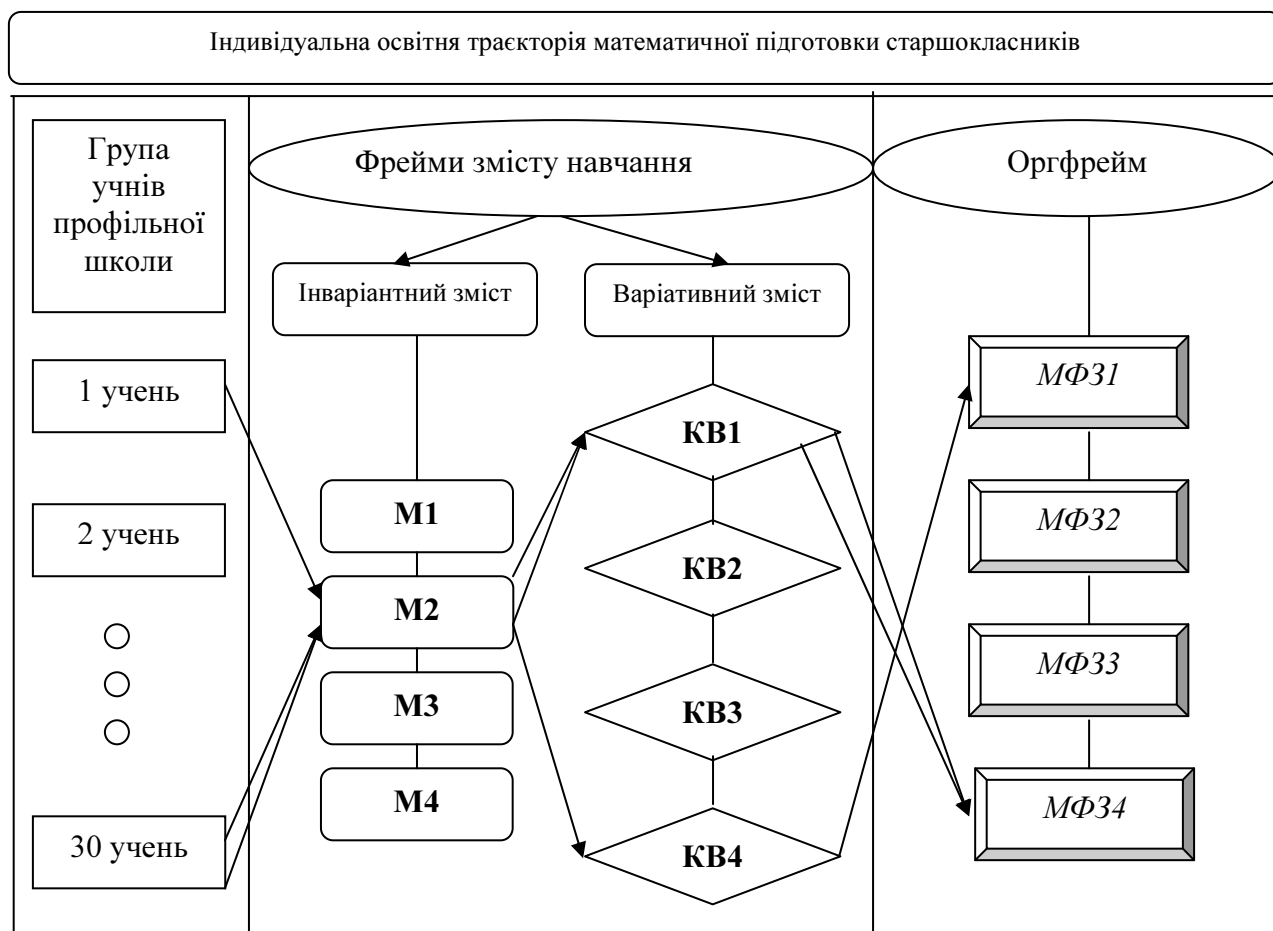


Рис. 4.17. Фреймова модель математичної підготовки учнів в умовах побудови індивідуальної освітньої траєкторії

Фреймову модель математичної підготовки учнів пропонуємо як специфічну канву для побудови індивідуальної освітньої траєкторії. Основу вибору траєкторії становлять фрейми змісту навчання і організаційний фрейм.

Фрейми змісту навчання передбачають наявність фреймів інваріантного змісту, передбаченого Державним освітнім стандартом і навчальними програмами, на схемі це фрейми M1, M2, M3, M4, які відповідно задають зміст навчання на рівні стандарту, академічному, профільному та поглибленому рівнях. Також фрейм варіативного змісту (KB1, KB2, KB3, KB4) – курси за вибором загальноосвітнього, поглибленого, професійного спрямування, відповідно.

Організаційний фрейм складається із компонентів методичної системи (методи, форми, засоби), які складають ОТ-систему методичної системи ПСНМ і передбачає вибір учнем при побудові індивідуальної освітньої траєкторії певного фрейма, наприклад МФЗ4, який являє собою зв'язок методів, форм і засобів навчання, спрямованих на розв'язання завдання формування професійних якостей особистості учня певного профілю. Описана фреймова модель математичної підготовки учнів в умовах побудови індивідуальної освітньої траєкторії не втрачає своєї актуальності й в умовах дворівневої побудови змісту навчання (базова та профільна підготовка учнів), у цьому випадку фрейми змісту навчання передбачатимуть базовий і профільний зміст. а рівень базової підготовки має бути присутнім в індивідуальній освітній траєкторії кожного учня.

Отже, в основі побудови індивідуальної освітньої траєкторії учня профільної школи лежать: профіль навчання, курси за вибором, ступінь академічності викладу змісту навчання. Зупинимося детальніше на їх характеристичі.

Як зазначається у Концепції профільного навчання у старшій школі [231], курси за вибором (елективні курси) – це навчальні курси, які входять до складу профілю навчання. Їх основні функції: поглиблення і розширення змісту профільних предметів або забезпечення профільної прикладної і початкової професійної спеціалізації навчання. Можливості урахування інтересів і потреб учнів в елективних курсів значно вищі, ніж в інших складових профільного навчання.

Курси за вибором мають виконувати функції: «надбудови» курсу математики як профільного предмета; розвитку курсу математики як предмета, що є інструментом для вивчення профільного предмета; сприяння розвитку учнів й задоволенню їхніх інтересів у різних сферах пізнання, що виходять за межі обраного профілю [90]. Основна мета курсів: розвинути й зміцнити інтерес учнів до змісту обраного профілю, бажання поглиблено вивчати

суміжні дисципліни, максимально розкрити здібності учнів, зорієнтувати учнів у виборі напрямку подальшої освіти і професійної діяльності [257].

Цілі і призначення курсів за вибором у структурі профільного навчання дозволили провести їх класифікацію. Так, В. Кизенко пропонує виокремлювати:

- предметні, метою яких є поглиблення і розширення знань з математики. Серед них: курси з математики підвищеного рівня, які узгоджуються з програмовими темами предмета «Математика» у межах того чи іншого профілю і періоду їх вивчення; курси, за яких поглиблюється вивчення окремих розділів, що входять до змісту обов'язкової програми з математики на математичному профілі або профілі, де математика є інструментарієм дослідження процесів науки профільного предмета; курси, за допомогою яких вивчаються окремі розділи, що не входять до обов'язкової програми з математики на математичному профілі; прикладні курси за вибором з математики, що мають за мету ознайомити учнів зі шляхами і методами застосування математичних знань на практиці, розвиток інтересу учнів до сфери сучасного виробництва й техніки; курси, присвячені вивченню математичних методів пізнання навколишнього світу; курси, присвячені історії математики; курси за вибором з вивчення методів розв'язування задач;

- міжпредметні елективні курси з математики, завданнями яких є інтеграція математичних знань з іншими навчальними предметами;

- позапредметні, тобто елективні курси, зміст яких не належить до жодного навчального предмета базового навчального плану, однак певною мірою пов'язаний з математикою (має за інструментарій математику чи містить математичні об'єкти) [200].

Запропонована класифікація надає можливість уточнити функції курсів за вибором кожної групи.

Погоджуючись з точкою зору Т. Хмари і О. Шаран [585; 609], вважаємо, що можна виокремити такі основні функції курсів за вибором:

1) поглиблення і розширення змісту профільних предметів або забезпечення профільної прикладної і початкової професійної спеціалізації навчання у вигляді незалежних навчальних модулів (в цьому випадку такий доповнений профільний курс стає повною мірою поглибленим);

2) підвищення рівня математичної підготовки учнів з універсального до профільного (при цьому розвивається зміст одного з базових курсів – це дозволить учням, які цікавляться математикою, задовольнити свої пізнавальні потреби та отримати додаткову підготовку);

3) задоволення пізнавальних інтересів старшокласників (ці курси виходять за рамки вибраного учнем профілю, проте становлять певний пізнавальний інтерес для старшокласника).

Оскільки курси за вибором в структурі і змісті профільної освіти є основою складання індивідуальної освітньої траєкторії навчання оскільки найбільшою мірою пов'язані з вибором кожним школярем змісту освіти – залежно від його інтересів, здібностей, подальших життєвих планів, то найактуальнішим завданням є напрацювання значної кількості курсів за вибором різного типу: предметних і позапредметних, міжпредметних, теоретичних і прикладних (практичних) тощо та їх співвідношення [86].

Ці заняття – одна з найбільш гнучких, у сенсі відбору змісту, форм навчання.

Проблема виявлення особливостей проектування елективних курсів розв'язана на основі ідеї пріоритету змістовного компонента побудованої методичної системи. Такий підхід дозволив виявити певні вимоги до варіативного змісту шкільного курсу математики – ідейно-значимий теоретичний матеріал; можливість побудови евристик, багатство практичного матеріалу, різноманітності завдань з урахуванням основних цілей і завдань профільного навчання математики. Такий курс забезпечує спадкоємність між базовими, елективні та профільними курсами за рахунок подальшого розвитку тієї чи іншої змістовної лінії шкільного курсу математики.

Сукупність принципів відбору змісту елективних курсів, що забезпечують досягнення основних цілей і завдань профільного навчання і спадкоємність між базовим, профільним і елективними курсами є такою: принципи науковості, наступності, поглибленої спрямованості, навчання евристичним, диференціації, прикладної спрямованості.

Значне місце у змісті курсів за вибором з математики у профільній школі посідає система завдань, яка має задовольняти певним вимогам, а саме:

- вправи мають бути засобом встановлення взаємозв'язків між темами, різними поняттями, твердженнями основного курсу математики й елективного курсу;
- завдання мають слугувати як метою, так і засобом навчання курсу;
- система вправ має забезпечувати реалізацію міжпредметних зв'язків;
- забезпечення варіативності методів виконання і результативності завдань;
- система вправ має формувати в учнів дослідницькі та евристичні вміння (спонукати до аналогії, порівняння, дослідження помежованих випадків, спостереження, інтуїції, використання попереднього досвіду тощо).

Важливим елементом розроблення змісту елективного курсу є визначення очікуваних результатів його вивчення, а також способів їх діагностики та оцінки. Очікуваний результат вивчення курсу – це відповідь на питання: які знання, уміння, досвід, необхідні для побудови індивідуальної освітньої траєкторії в школі та успішної професійної кар'єри після її завершення будуть отримані; які види діяльності будуть освоєні. Результати мають бути значущими у першу чергу для самих учнів, що необхідно для забезпечення привабливості курсу на етапі первинного ознайомлення з ним і його вибору учнями. На спецкурсах реальною є можливість більш широкого використання історичного матеріалу, що дозволяє старшокласникам глибоко проникнути у світоглядний сенс науки. Традиційне внесення до змісту елективних курсів нестандартних завдань із витонченим рішенням, цікавих доказів, красивих моделей математичних об'єктів сприяє формуванню естетичного сприйняття

математики і навколишнього світу учнів, їх компетенцій. Це дозволяє з їх допомогою розширити й поглибити курс математики старших класів, приділяючи більшу увагу тим чи іншим аспектам досліджуваного предмета залежно від психологічних особливостей та індивідуальних нахилів учнів класів різних профілів.

Курси за вибором мають велике значення, особливо для учнів загальноосвітніх шкіл універсального профілю, де немає можливості створити класи фізико-математичного профілю. Оскільки програми курсів за вибором не є жорсткими й допускають корекцію, то цим самим учитель має змогу застосовувати індивідуальний підхід до кожного учня з урахуванням його здібностей та інтересів, а учасники занять можуть виявляти самостійність у вивченні матеріалу. Обравши відповідний додатковий курс, учень дістає можливість підвищити рівень своєї математичної підготовки відповідно від універсального до профільного.

Відповідно до діючих програм курсів за вибором та факультативів для учнів класів універсального профілю нами розроблено теоретичний матеріал та системи задач для проведення занять курсів за вибором «Модуль числа», «Розв'язування рівнянь з параметрами», «Методи розв'язування геометричних задач» [296, 275]. Дібрано й систематизовано вправи для проведення занять. Переважна кількість завдань супроводжується розв'язаннями і поясненнями, що сприяє самостійній роботі учнів і просуванню в опануванні матеріалу у власному темпі. Зміст курсів розкрито у певній послідовності.

У розділі «Модуль числа» розкрито теми:

- 1). Означення і основні властивості модуля.
- 2). Базисні задачі.
- 3). Методи розв'язування рівнянь та нерівностей, що містять знак модуля.

У розділі «Розв'язування задач з параметрами» розроблено зміст для вивчення таких тем:

- 1). Рівняння і нерівності з параметрами. Вступ.
- 2). Лінійні рівняння з параметрами.
- 3). Квадратні рівняння з параметрами.
- 4). Теореми про властивості квадратних тричленів та їх графіків.
- 5). Теореми про властивості квадратичних нерівностей.
- 6). Багатокомпонентні задачі із теми «Квадратні рівняння з параметрами».

7). Групи задач з параметрами.

Розділ «Методи розв'язування геометричних задач» містить такі теми:

- 1). Метод «подовженої» медіани.
- 2). Метод допоміжного кола.
- 3). Метод допоміжної площі.
- 4). Застосування центральної та осьової симетрії.
- 5). Застосування гомотетії та повороту.
- 6). Метод координат.
- 7). Векторний метод.

Запропонований матеріал для проведення елективних курсів може бути використаний як у класах універсального профілю для проведення відповідних курсів за вибором і задоволення індивідуальних освітніх інтересів, потреб і схильностей кожного учня у розвитку мислення, у виокремленні дій і прийомів, що дозволяють учням засвоєні на елективній курсі знання, вміння, навички та компетенції використовувати у майбутній професійній діяльності, так і учнями інших профілів для підготовки до ЗНО, самостійної роботи з указаних тем, тощо, оскільки є доповненням змісту профільного (поглибленого) курсу, який сприяє розвитку математичних інтересів учнів, які планують у майбутньому спеціалізуватися як професійні математики.

Підводячи підсумок, слід зауважити, що курси за вибором стають важливою ланкою в системі математичної освіти, оскільки, вони покликані забезпечити формування в учнів досить високого рівня математичної культури, наукового світогляду, сприяти оволодінню інформаційними та комп'ютерними

технологіями, бути необхідним засобом для побудови власної індивідуальної освітньої траєкторії, підготовки до майбутньої професійної діяльності та продовження освіти.

Розглядаючи ступінь академічності викладу матеріалу як один із шляхів проходження учнем індивідуальної освітньої траєкторії убачаємо його сутність у можливості відтворення гуманітарного потенціалу навчального матеріалу.

Гуманітарний потенціал навчального матеріалу визначається, по-перше, тим, якою мірою останній необхідний освіченій людині, і, по-друге, можливістю його викладання у формах, властивих традиційно гуманітарних предметів.

Спираючись на дослідження Н. Колмакової [217], наведемо приклади різних ступінів академічності у викладенні матеріалу курсу «Алгебра й початки аналізу».

Шкільний курс «Алгебра й початки аналізу» має такі можливості. З одного боку, ознайомлення з математичним аналізом як важливим інструментом вивчення явищ природи і суспільства необхідне кожній освіченій людині, а з іншого, – його вивчення може бути організовано на, різних, в тому числі й на доступних основній кількості учнів рівнях формалізації.

На першому (гуманітарному) ступіні основні поняття аналізу можна увести, спираючись на уявлення про змінні у часі процеси, взаємно-залежні зміни величин; причинно-наслідкові зв'язки, швидкості і т. п. Таке напівфізичне трактування понять і методів аналізу не виключає необхідності у проведенні обґрунтовуючих міркувань. Одночасно воно робить більш природним їх застосування до розв'язування задач прикладного характеру.

Для деякої частини учнів цей ступінь виявляється граничним, і з цим доводиться миритися. Решту ж можна підняти на другий рівень, розкриваючи математичний зміст розглянутих понять і підвищуючи рівень доказовості наведених міркувань. Цей ступінь відповідає цілям навчання математики в загальноосвітній школі.

У школах і класах з математичним ухилом може бути здійснений перехід на третій ступінь за рахунок повного звільнення основних понять аналізу від фізичного трактування й уведення відповідних визначень. Такий перехід дозволяє застосовувати методи аналізу до розв'язування власне математичних задач (розв'язування рівнянь, нерівностей тощо).

Як приклад, покажемо, у чому може полягати відмінність у вивченні теми «Похідна» на кожному з трьох названих вище ступенів. Зрозуміло, ці начерки є лише зразковими орієнтирами, покликаними пояснити відмінність трьох ступенів.

Загальнокультурний рівень. Учням подається поняття про швидкість перебігу процесу й показується, як ця швидкість може бути знайдена за графіком процесу. Учням пояснюється, що проведення дотичної до графіка (безпосередньо по лінійці, без абстрактного визначення) дозволяє наочно побачити і навіть обчислити з певною точністю швидкість перебігу процесу. Потім вводиться поняття похідної, причому про границю йдеться лише в описовому плані. За допомогою безпосереднього переходу до границі (на рівні пояснень того, що при малих Δx величиною Δx^2 можна знехтувати) обчислюються похідні многочленів першого, другого та третього степенів. З властивостей похідної згадуються лише зростання функцій на ділянці де похідна додатня (аналогічно для спадання), а також формулювання теореми Ферма та її пояснення (геометричне або механічне). На завершення з учнями розбирається кілька завдань на шукання найбільших і найменших значень функцій за допомогою похідної.

Прикладний рівень. Виклад теоретичного матеріалу на цьому рівні відрізняється тим, що факти, вивчені на загальнокультурному рівні, отримують обґрунтування за допомогою геометричних або механічних пояснень. Ці пояснення повинні мати (для людини з технічним складом мислення) доказовий, переконливий характер, але не повинні бути рафінованими математичними доказами. Додатково розглядаються приклади застосування похідної для опису потужності, сили струму та інших фізичних величин; друга

похідна і прискорення. Учні вивчають таблицю похідних елементарних функцій, правила обчислення похідної суми, добутку й частки. Їм наводиться формулювання теореми Лагранжа й дається її геометричне пояснення. Слідом за цим розв'язується велика кількість завдань (у тому числі прикладного плану) на знаходження проміжків зростання та спадання, дослідження функцій і побудови їх графіків, знаходження найбільших і найменших значень функцій (причому розглядаються також локальні максимуми й мінімуми). Виклад завершується розповіддю про поняття диференціального рівняння та його ролі в фізиці й техніці.

Теоретичний рівень. Перш за все слід зазначити, що викладення теорії проводиться з доведеннями. Додатково учні вивчають визначення границі та її властивості, розглядають чудові границі. Вивчення загальних властивостей похідної завершується розглядом формул диференціювання складної і оберненої функцій. Розглядається поняття диференціала, а також застосування похідної та диференціала для наближеного знаходження прирощення функцій і розв'язання рівнянь. Дослідження функцій за допомогою похідної доповнюється знаходженням асимптот. На завершення розглядаються лінійні диференціальні рівняння першого і другого порядків (з постійними коефіцієнтами) і наводяться приклади математичного моделювання фізичних та технологічних процесів.

При проектуванні індивідуальної освітньої траєкторії ступінь академічності викладу змісту навчання також має спиратися на сформованість сфер особистості учнів, особливо на семіотичну, когнітивну та інтелектуальну сфери. У цьому, на наш погляд, доречною є пропозиція різних форм викладення змісту, таких як: знаково-символічна, графічна, вербальна, діяльнісна. Наведемо приклад подання змісту поняття «похідна» в зазначених формах. На рис. 4.18 представлено приклад ознайомлення з поняттям «границя функції в точці» на конкретному прикладі в трьох формах: знаково-символічній, графічній, вербальній, такий виклад є прийнятним для загальнокультурного і прикладного рівнів вивчення математики; на рис. 4.19

представлене проходження змісту у діяльнісній (наочно-дійовій) формі, доречно для теоретичного рівня.

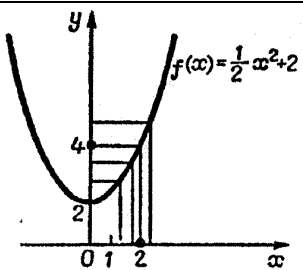
Форми подання змісту поняття «границя функції в точці»	
Знаково-символічна	функція $f(x) = 0,5x^2 + 2$ має границею число 4, якщо $x \rightarrow 2$, це записують так $0,5x^2 + 2 = 4$
Графічна	
Вербальна (усна або письмова)	Простежимо, як поведуться значення функції $y = 0,5x^2 + 2$, коли значення аргументу x як завгодно близько наближається до числа 2. З рисунка видно, що коли x наближається до числа 2 чи зліва, чи справа, відповідні значення $f(x)$ як завгодно близько наближаються до числа 4, це і означає, що функція $f(x) = 0,5x^2 + 2$ має границею число 4, якщо $x \rightarrow 2$

Рис. 4.18. Схема подання варіативних форм викладення змісту

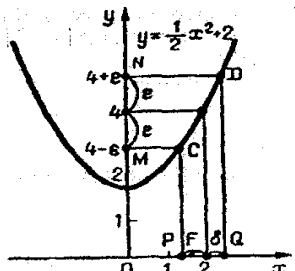
Діяльнісна (наочно-дійова) форма	
<p>З'ясуємо, як мовою математики сформулювати суттєві властивості границі функції у вигляді означення. Для цього задамо в першому прикладі як завгодно мале додатне число ε і побудуємо ε-окіл точки 4</p> <p>Усі значення $f(x) = 0,5x^2 + 2$ які містяться в околі точки 4, тобто всередині відрізка MN, задовольняють нерівність $4 - \varepsilon < f(x) < 4 + \varepsilon$</p>	
<p>Віднявши від усіх трьох частин нерівності число 4, дістанемо нерівність $-\varepsilon < f(x) - 4 < \varepsilon$ або рівносильну їй нерівність $f(x) - 4 < \varepsilon$ (1)</p> <p>Відомо, що поведінка значень функції залежить від того, яких значень набуває аргумент x. З'ясуємо, для яких x виконується нерівність (1). Для цього проведемо з точок M і N осі y перпендикуляри до перетину з графіком функції в точках C і D і опустимо з цих точок перпендикуляри на вісь x. У перетині з віссю x дістанемо точки P і Q, які визначають не симетричний щодо $x=2$ відрізок. Відрізок PQ містить крім точки 2 всі значення аргументу x, відмінні від $x=2$, для яких виконується нерівність (1). Очевидно, що $PF > FQ$. Довжину меншого відрізка FQ позначимо через δ і побудуємо δ-окіл точки 2. Всі значення аргументу x, які містяться в δ-околі точки 2, задовольняють нерівність $2 - \delta < x < 2 + \delta$.</p> <p>Віднявши від усіх частин цієї нерівності число 2, дістанемо нерівність $-\delta < x - 2 < \delta$ або рівносильну їй нерівність $x - 2 < \delta$ (2).</p> <p>Отже, для тих значень x, які задовольняють нерівність $x - 2 < \delta$, виконується нерівність $f(x) - 4 < \varepsilon$. Геометрично це означає, що тільки-но значення аргументу x, яке прямує до числа 2, потрапляє в δ-окіл точки 2, відповідне значення $f(x)$ функції потрапляє в ε-окіл точки 4</p>	

Рис. 4.19. Діяльнісна форма подання змісту

Проведення роботи з поняттями у таких формах, по-перше, сприятиме вибору кожним учнем власного індивідуального маршруту в межах однакового для всіх учнів змісту, по-друге, пріоритетною для учня буде та форма, яка найкраще відповідає розвиткові його сфер особистості (семіотичної, когнітивної, інтелектуальної).

Підсумовуючи, слід відмітити, що побудова індивідуальної освітньої траєкторії залежить від групи факторів. Першим фактором є сукупність форм, методів, засобів навчання, які відповідно до наявного профілю враховують рівень математичної підготовки і математичної діяльності учнів і забезпечують як зовнішню, так і внутрішню диференціацію; другий фактор – система курсів за вибором, впливаючи на якості особистості учнів, сприяє формуванню професійної спрямованості особистості й забезпечує зовнішню диференціацію; третій фактор – ступінь академічності викладення змісту навчання, орієнтований на сфери особистості учня, забезпечує внутрішню диференціацію.

Висновки до розділу 4

Після проведеного в цьому розділі дослідження ми дійшли таких висновків.

1. Методична система навчання старшокласників математики, об'єднує такі підсистеми: цілей, змісту, психологічну, діяльнісно-організаційну, операційно-технологічну.

Цільовий компонент досліджуваної системи є об'єднувальною ланкою із компонентами системи навчання у профільній школі, і своєю чергою, визначає сферу функціонування методичної системи навчання математики. Система цілей професійно спрямованого навчання старшокласників математики у єдності зовнішніх, внутрішніх загальних і внутрішніх конкретних цілей є основою для визначення його змісту.

Зміст математичної освіти – це система в методичній системі ПСНМ, яка перебуває в тісному двобічному зв'язку з системою цілей і здійснює вплив на

інші компоненти методичної системи. Підставами визначення компонентів змісту професійно спрямованого навчання математики є таке: зміст навчання має враховувати психологічні потреби особистості в пізнанні, практичній діяльності, пошуковій і творчій активності, емоційній насиченості буття, визнанні іншими людьми і спілкуванні з ними, а також відповідні до цих потреб інтелектуальні здібності людини; зміст навчання будується відповідно до комплексу дидактичних цілей; види навчальної діяльності, закладені у змісті, спрямовуються на набуття досвіду в пізнавальній, практичній, творчо-пошуковій, ціннісно-смісловій, комунікативній діяльності учнів. Компонентами у системі змісту ПСНМ виокремлено: предметний, діяльнісний, когнітивно-семіотичний, компетентнісний, аксіологічний.

Діяльнісно-організаційна система (ДО-система) передбачає діяльність учіння і діяльність викладання, спрямовані на опанування учнем рівня НМД.

Операційно-технологічна система (ОТ-система) встановлює зв'язки між методами, прийомами, організаційними формами, засобами навчання, орієнтованими на формування професійної спрямованості особистості.

2. Основними носіями змісту навчання є навчальні програми і підручники. Зміст навчання математики, закладений у підручниках для старшої профільної школи і орієнтований на формування професійної спрямованості має передбачати:

- формування в учнів стійкого інтересу до професійної сфери, відповідної обраному навчальному профілю;
- формування в учнів інтересу до професійної сфери «математика» в межах обраного профілю;
- розвиток видів мислення (просторового, логічного);
- розвиток навичок математичного моделювання й обчислювальних навичок відповідно до рівня математичної діяльності учнів;
- розвиток словникового запасу;
- загальнодоступність якісної освіти відповідно до схильностей і освітніх потреб учнів;

- організацію математичної діяльності старшокласників, яка забезпечує рівень математичної підготовки залежно від напрямку профілізації.

З нашої позиції орієнтація змісту навчання на формування якостей професійної спрямованості особистості досягатиметься за рахунок конструювання у змісті системи професійно спрямованих задач. Аналіз підручників алгебри і початків аналізу, геометрії, математики для учнів старшої профільної школи на різних рівнях підготовки з погляду наявності професійно спрямованих задач засвідчує необхідність уведення до змісту підручників практичних, прикладних і міжпредметних задач різного рівня складності, що сприятиме систематичному формуванню в учнів професійної спрямованості особистості.

3. Методична система ПСНМ у єдності своїх компонентів здійснює вплив на методику побудови індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки учня профільної школи. Під індивідуальною освітньою траєкторією учня в умовах ПСНМ у профільній школі будемо розуміти персональний шлях становлення професійної спрямованості особистості учня у математичній освіті, який дозволяє: забезпечити оволодіння учнями змістом стандартів освіти; забезпечення оволодіння програмами з шкільних дисциплін групами учнів, з різними рівнями навченості; усіляко сприяти розвитку психічних якостей особистості, які визначають професійну спрямованість учня; забезпечити професійне самовизначення; створити необхідну основу для продовження освіти в професійній сфері. Реалізація індивідуальної освітньої траєкторії учня у процесі профільного навчання передбачає побудову індивідуального освітнього маршруту, складання індивідуальної освітньої програми, яка конкретизується у формі індивідуального навчального плану учня. Математична підготовка учнів в умовах побудови індивідуальної освітньої траєкторії становить фреймову модель. Як специфічну канву для побудови індивідуальної освітньої траєкторії пропонуємо фреймову модель математичної підготовки учнів. Основу вибору траєкторії становлять фрейми змісту навчання і організаційний фрейм. Фрейми змісту навчання передбачають наявність

фреймів інваріантного змісту, передбаченого Державним освітнім стандартом і навчальними програмами, а також фрейм варіативного змісту – курси за вибором. Організаційний фрейм складається із компонентів методичної системи (методи, форми, засоби) і передбачає вибір учнем при побудові індивідуальної освітньої траєкторії певного фрейма, який становить зв'язок методів, форм і засобів навчання, спрямованих на розв'язання завдання формування професійних якостей особистості учня певного профілю. Отже, основу побудови індивідуальної освітньої траєкторії учня профільної школи становлять: профіль навчання, курси за вибором, ступінь академічності викладу змісту навчання.

Основні результати четвертого розділу опубліковано в роботах [277; 279; 280; 281; 285; 286; 287; 288; 289; 291; 292; 298; 299; 304; 305; 308; 310; 316; 319; 324; 326; 327; 329; 330; 331; 338]

РОЗДІЛ 5

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА РОБОТА З ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ СПРЯМОВАНOSTІ ОСОБИСТОСТІ СТАРШОКЛАСНИКА У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

5.1. Організація педагогічного експерименту й експериментального навчання математики учнів профільної школи

Педагогічний експеримент було проведено в умовах реального навчально-виховного процесу з метою перевірки робочої гіпотези дослідження, а також упровадження його результатів у педагогічну практику. Акцентувалась увага на експериментальній перевірці ефективності методичної системи ПСНМ у процесі формування професійної спрямованості особистості учнів профільної школи.

Було сплановано експериментальну перевірку таких результатів дослідження:

1) теоретичних положень, що обґрунтовували необхідність і можливість удосконалення сучасної системи математичної підготовки учнів старшої профільної школи;

2) системи професійно спрямованих задач як провідного засобу у процесі формування професійної спрямованості особистості старшокласника у процесі навчання математики у профільній школі;

3) навчально-методичного комплексу посібників, що сприяють побудові індивідуальної освітньої траєкторії учня у процесі формування рівня математичної діяльності і психічних якостей особистості, які визначають рівень сформованості професійної спрямованості особистості у процесі навчання математики.

Експериментальне навчання математики учнів профільної школи складалося з трьох етапів: констатувального (2006-2011 рр.), пошукового (2011-2013 рр.) та формувального (2011-2014 рр.).

На констатувальному етапі педагогічного експерименту було поставлено й розв'язано такі завдання: 1) визначення вихідних позицій дослідження (актуальність, ступінь розробленості проблеми); 2) визначення основних тенденцій у традиційній практиці навчання математики учнів у старшій профільній школі; 3) розроблення індикаторів (тестів, анкет, опитувальників, зрізових контрольних робіт) і визначення показників рівня сформованості професійної спрямованості особистості учня профільної школи.

Для розв'язання цих завдань використовувались такі методи: 1) теоретичний аналіз нормативних документів Міністерства освіти і науки України, наукової літератури, навчальних програм з математики для різних рівнів підготовки тощо; 2) вивчення досвіду роботи вчителів, які здійснюють навчання математики учнів у старшій профільній школі; 3) вивчення досвіду різних середніх загальноосвітніх навчальних закладів щодо організації системи профільної диференціації навчання; 4) індивідуальна і групова експертна оцінка; 5) анкетування вчителів та учнів, спостереження за їхньою діяльністю.

Для з'ясування чинного стану проблеми дослідження було проведено тестування з метою діагностування професійної спрямованості особистості старшокласника:

- тест на профорієнтацію «Карта самооцінки схильностей» (з'ясування схильності опитуваних до певної професійної сфери) за методикою академіка Є. Клімова [207];
- дослідження професійного інтересу за допомогою «Анкети інтересів» (методика А. Голомштока) [119];
- дослідження ПВЯО – просторове мислення, слухомовна пам'ять, зорова пам'ять, логічне мислення, словниковий запас, окомір, обчислювальні навички, навички математичного моделювання – які деякою мірою визначають характер природних задатків учнів. Якщо рівні їхнього розвитку співвіднести з типами професій, то можна визначити, який тип з п'яти найкраще підходить кожному учневі. Для діагностування цих властивостей використовуються спеціально дібрані тести [364].

Паралельно здійснювався аналіз якості математичної підготовки учнів старшої профільної школи за тестами, розробленими фахівцями лабораторії із проблем математичної освіти при Донецькому державному університеті [65, 355].

Констатувальним експериментом було охоплено учнів та вчителів середніх загальноосвітніх навчальних закладів різного типу (таблиця 5.1). Як бачимо, експериментом охоплено різні навчальні профілі (гуманітарний, природничий, математичний, філологічний, інформатичний), які як правило, найчастіше обираються у старшій профільній школі. Окрім того, школи обиралися для експерименту таким чином, щоб в одній школі був один навчальний профіль, два і більше навчальних профілі, або класи в яких профіль не визначено. Загальна кількість учнів, які брали участь в експерименті протягом 2011-12, 2012-13, 2013-14 навчальних років, 607 осіб.

Таблиця 5.1

Учасники констатувального етапу експерименту

Школа, клас	Навчальний профіль
Навчально-виховний комплекс-гімназія №12, м. Дніпропетровськ	гуманітарний
Чумаківська ЗОШ І-ІІІ ступенів Томаківський район, Дніпропетровська обл.	природничий
Черкаська ЗОШ І-ІІІ ступенів №15, м. Черкаси	математичний, гуманітарний, природничий
Томаківська ЗОШ І-ІІІ ступенів №2 Томаківський р- н, Дніпропетровська обл.	математичний, філологічний
Криворізький обласний ліцей-інтернат для сільської молоді (КОЛІ), м. Кривий Ріг	математичний, філологічний, природничий
Комунальний заклад «Середня ЗОШ №20 імені О. І. Стовби», м. Дніпродзержинськ	математичний
Запорізька ЗОШ І-ІІІ ступеня, Апостолівський район, Дніпропетровська область	математичний
Черкаська ЗОШ І-ІІІ ступенів №8, м. Черкаси	інформатика
Липоводолинська спеціалізована школа І-ІІІ ступенів, Липоводолинський район, Сумська область	-

Було сформовано експериментальні й контрольні групи відповідно до вимог проведення педагогічного експерименту. Контингент експериментальних і контрольних груп наведено у таблиці 5.2 відповідно до навчальних років.

Таблиця 5.2

Контингент експериментальних і контрольних груп

навч. рік	2011-2012 н.р.	2012-2013 н.р.	2013-2014 н.р.
класи	Контингент експериментальних груп: СШ №15, м. Черкаси ¹⁾ , Криворізький обласний ліцей-інтернат для сільської молоді, м. Кривий Ріг ²⁾		
10 клас	¹⁾ 58 учнів; ²⁾ 144 учні	¹⁾ 46 учнів; ²⁾ 57 учнів	
11 клас		¹⁾ 58 учнів; ²⁾ 144 учні	¹⁾ 46 учнів; ²⁾ 57 учнів
	Контингент контрольних груп: учні шкіл Черкаської, Дніпропетровської, Сумської обл.		
10 клас	186 учнів	116 учнів	
11 клас		186 учнів	116 учнів

Одночасно з констатувальним було реалізовано пошуковий етап експерименту. На цьому етапі педагогічного експерименту було поставлено й розв'язано такі завдання: 1) розроблення концептуальних засад математичної підготовки учнів профільної школи; 2) створення теоретичної моделі методичної системи ПСНМ у профільній школі (змістове наповнення її основних елементів і взаємозв'язків між ними, які уточнювались протягом цього й наступного етапів експерименту); 3) теоретичне обґрунтування організаційно-методичних умов її реалізації; 4) розроблення відповідного навчально-методичного забезпечення.

У процесі пошукового етапу експерименту використовувалися такі методи: 1) аналіз педагогічної й методичної літератури з проблеми дослідження, з'ясування стану розробки проблеми в методиці навчання математики; 2) спостереження, анкетування і співбесіди з учителями, які здійснюють навчання у старшій профільній школі, з метою вивчення особливостей навчання математики на різних профілях; 3) спостереження,

анкетування і співбесіди зі старшокласниками з метою визначення рівня їх професійної спрямованості і впливу методичних прийомів навчання математики на формування сфер особистості старшокласника і рівня його математичної діяльності.

У процесі пошукового експерименту було уточнено окремі положення теоретичної концепції: 1) понятійний апарат дослідження; 2) поелементний склад методичної системи ПСНМ учнів профільної школи; 3) перелік і змістове наповнення компонентів ПМКМВ профільної школи; 4) рівні їхньої сформованості та відповідні критерії, індикатори й показники, методики вимірювання; 5) методика побудови індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки учня профільної школи.

На цьому етапі експерименту було розроблено й видано методичні й навчально-методичні посібники для вчителів «Діагностика математичної підготовки учнів основної школи у допрофільному навчанні», «Дидактичні основи навчання математики», «Вибрані питання елементарної математики. Ч. 1 Планіметричні задачі», «Вибрані методи і прийоми розв'язування геометричних задач (матеріали для факультативних занять та курсів за вибором). 10 клас», «Модуль числа. Розв'язування задач з параметрами (матеріали для факультативних занять та курсів за вибором). 11 клас», «Математика: довідник-тренажер. Частина 1. Арифметика. Алгебра».

Для експериментальної перевірки достовірності теоретичних положень і практичних результатів дослідження на цьому етапі експерименту було здійснено добір відповідних методів дослідження: педагогічне спостереження, анкетування, опитування, контрольні зрізи знань, тестування. Було визначено зміст анкет, опитувальників, тестів, контрольних робіт і методи математичної статистики, прийнятні для обробки результатів вимірювань.

Перевірка достовірності висновків, зроблених на попередніх етапах експерименту, та ефективності методичної системи професійно-спрямованого навчання математики учнів профільної школи відбувалися протягом третього формувального етапу експерименту. На цьому етапі розв'язувалися такі

завдання: 1) теоретико-методологічний аналіз і узагальнення теоретичних результатів дослідження; 2) уточнення концепції навчання старшокласників математики у профільній школі та побудова системи змісту ПСНМ; 3) упровадження розробленої методики формування професійної спрямованості особистості старшокласника у процесі навчання математики у профільній школі в практику роботи середніх загальноосвітніх навчальних закладів; 4) вивчення динаміки змін у показниках сформованості професійної спрямованості особистості учнів профільної школи в умовах упровадження методичної системи ПСНМ; 5) перевірка ефективності експериментальної роботи й корекція результатів професійно спрямованого навчання математики у профільній школі.

Упродовж цього етапу експерименту було застосовано такі методи: педагогічне спостереження, анкетування, опитування, контрольні зрізи знань, тестування. Для оброблення даних експерименту було визначено відповідні параметри та критерії, що застосовуються в математичній статистиці (для перевірки виду розподілу, оцінки параметрів розподілу, перевірки статистичних гіпотез).

На цьому етапі було видано монографію «Професійно спрямоване навчання математики у профільній школі: теоретичний аспект», завершено кількісний і якісний аналіз результатів експерименту, оформлено текст дисертації.

У процесі проведення педагогічного експерименту достовірності одержаних результатів сприяли такі чинники:

- спостереження проводилися за заздалегідь розробленою програмою в умовах природного навчально-виховного процесу;
- вибірка складалася з учнів, які вивчають математику на трьох можливих рівнях підготовки;
- у контрольних та експериментальних групах певного рівня підготовки вивчався подібний за змістом навчальний матеріал;

- контрольні зрізи в експериментальних та контрольних групах проводилися одночасно;
- вчителі, які працювали в експериментальних групах, були попередньо ознайомлені з розробленою нами методичною системою ПСНМ;
- були сформовані критерії визначення рівня професійної спрямованості особистості у процесі навчання математики: 1) рівень якості математичної підготовки, 2) рівень розвитку ПВЯО; 3) рівень змін степеня інтересу до сфери діяльності «математика»;
- усі вимірювання проводились за єдиними анкетами, опитувальниками, тестами і контрольними роботами.

5.2. Результати констатувального етапу експериментального дослідження

На констатувальному етапі експерименту проводилася діагностика професійної спрямованості особистості старшокласників, досліджувався рівень якості математичної підготовки учнів профільної школи, які вивчають математику на різних рівнях. Інтерпретуємо результати, отримані під час констатувального етапу експерименту.

5.2.1. Результати діагностики професійної спрямованості особистості старшокласника на констатувальному етапі дослідження Тест на профорієнтацію за методикою академіка Є. Клімова [207], (описання методики у додатку Е.1) проводився серед учнів 10-х класів різних профілів навчання, результати оброблення даних представлено в таблицях 5.3, 5.4. Паралельно у цих же учнів досліджувався професійний інтерес, який визначається за допомогою «Анкети інтересів» (методика А. Голомштока) [119] (додаток Е.2). Вивчався професійний інтерес учнів до таких сфер діяльності: математика, хімія, біологія і сільське господарство, геологія і географія, техніка, фізика і електрорадіотехніка, філологія і журналістика, юриспруденція, історія і

археологія, педагогіка, медицина, сфера обслуговування, військова справа і спорт, вокально-театральне мистецтво, декоративно-прикладне мистецтво.

Таблиця 5.3

Результати самооцінки схильностей

№ п/п	Тип професії	Кількість учнів, що виявили схильність до професій даного типу (у %)
1.	«Людина – Природа» (Л – П)	18,6
2.	«Людина – Техніка» (Л – Т)	7,3
3.	«Людина – Людина» (Л – Л)	40
4.	«Людина – Знакова система» (Л – З)	8,7
5.	«Людина – Художній образ» (Л – Х)	25,3

Таблиця 5.4

Результати самооцінки схильностей на різних профілях навчання

№ п/п	Тип професії	Математичний профіль (у %)	Природничий профіль (у %)	Філологічний профіль (у %)	Інформатичний профіль (у %)
1.	Л – П	5,9	32,6	12	25
2.	Л – Т	11,8	10,9	0	10
3.	Л – Л	29,4	26,1	24	20
4.	Л – З	23,5	4,3	2	35
5.	Л – Х	29,4	26,1	62	10

Якщо учень під час опитування набирає 8-12 балів, то він має яскраво виражений інтерес до певної сфери; 5-7 балів свідчать про виражений інтерес; 1-4 бали – інтерес виражено слабо; від -5 до -1 – інтерес заперечується; від -12 до -6 – вищий ступінь заперечення інтересу.

Із групи учнів, які обрали тип професій «людина-природа» до таких сфер діяльності, як математика, хімія, біологія і с/г, геологія і географія, фізика, історія і археологія, яскраво виражений інтерес (до однієї або декількох сфер діяльності одночасно) виявили 47,1%, а слабкий інтерес або його заперечення – 35,3%.

Із групи учнів, які обрали тип професій «людина-техніка» яскраво виражений інтерес до сільського господарства, техніки, електрорадіотехніки,

військової справи виявили 30% учнів, а слабкий інтерес або його заперечення – 50%.

До юриспруденції, педагогіки, медицини, праці у сфері обслуговування яскраво виражений інтерес мають 37,5% тих учнів, які обрали професії типу «людина-людина», також у цій групі визначилися 46,9% учнів зі слабким інтересом до вказаних сфер або відсутністю інтересу.

Літературою, вокально-театральним та декоративно-прикладним мистецтвами цікавляться 28,3% учнів, що обрали тип професій «людина-художній образ», водночас 36,7% учнів цієї групи мають слабкий інтерес до відповідних сфер діяльності.

До математики, техніки, філології виявили інтерес 23,1% учнів, що виявляють схильність до типу професій «людина-знак», і не мають належного інтересу – 38,5% учнів.

Розглянемо ступінь професійного інтересу в усіх опитуваних учнів до сфери діяльності «математика» (таблиці 5.5, 5.6, 5.7).

Таблиця 5.5

Ступінь професійного інтересу учнів до сфери діяльності «математика»

Ступінь інтересу до математики	Бали	Кількість учнів (у %)
яскраво виражений інтерес	8-12	6,6
виражений інтерес	5-7	5,7
інтерес виражено слабо	1-4	11,3
інтерес заперечується	від -5 до -1	17
вищій степінь заперечення інтересу	від -12 до -6	59,4

Як бачимо із таблиці 5.5, інтерес до математики присутній у 23,6% опитуваних учнів, половина із них має слабо виражений інтерес до цієї сфери діяльності. Інтерес заперечується 17% опитуваними. Найбільш насторожує той факт, що вищій степінь заперечення інтересу демонструють 59,4% опитуваних старшокласників.

Для виявлення більш чіткої картини нами було розподілено усіх опитуваних учнів за навчальними профілями з різних напрямів профілізації:

математичний, природничий, філологічний, інформатичний (таблиця 5.6). Також представлено для порівняння дані виявлення інтересу учнів сільських та міських шкіл (таблиця 5.7).

Таблиця 5.6

Ступінь інтересу до математики залежно від навчального профілю

Ступінь інтересу	Математичний профіль (у %)	Природничий профіль (у %)	Філологічний профіль (у %)	Інформатичний профіль (у %)
яскраво виражений інтерес	17,9%	0	2,6%	8,3%
виражений інтерес	17,9%	3,7%	0	0
інтерес виражено слабо	25%	7,4%	5,1%	8,3%
інтерес заперечується	17,9%	25,9%	5,1%	33,4%
вищ. ступінь заперечення інтересу	21,4%	63%	87,2%	50%

Таблиця 5.7

Розподіл інтересу до математики між учнями сільських та міських шкіл

№ п/п	Степінь інтересу	Сільська школа (у %)	Міська школа (у %)
1.	яскраво виражений інтерес	9,2%	3,8%
2.	виражений інтерес	9,2%	1,9%
3.	інтерес виражено слабо	13%	9,6%
4.	інтерес заперечується	11,1%	23,1%
5.	вищій ступінь заперечення інтересу	57,4%	61,6%

Як свідчить діагностування інтересів учнів старшої школи, тільки 50,9% опитаних учнів виявлять яскраво виражений інтерес до певної сфери діяльності. Із них виявляють інтерес до:

хімії – 18,2%,

військової справи і спорту – 14,5%,

педагогіки – 14,5%,
математики – 10,9%,
медицини – 10,9%,
декоративно-прикладного мистецтва – 7,3%;
біології і сільського господарства – 5,5%,
вокально-театрального мистецтва – 5,5%,
філології і журналістики – 5,5%,
техніки – 3,6%,
сфери обслуговування – 1,8%,
геології і географії – 1,8%,
історії і археології – 0%,
фізики і електрорадіотехніки – 0%,
юриспруденції – 0%,

Насторожує той факт, що у 5,6% учнів спостерігається заперечення інтересу до будь-якої сфери діяльності, а також слабо виражений інтерес до запропонованих видів діяльності мають 22,6% учнів.

У цих же учнів, окрім професійної схильності і професійного інтересу нами досліджувалися ПВЯО – просторове мислення, слухомовна пам'ять, зорова пам'ять, логічне мислення, словниковий запас, навички математичного моделювання, окомір, обчислювальні навички, – які деякою мірою представляють характер природних задатків учнів. Якщо рівні їхнього розвитку співвіднести з типами професій, то можна визначити, який тип з п'яти найкраще підходить кожному учневі. Для діагностики цих властивостей використовуються спеціально дібрані тести [364], які наведено в додатку Е.3. Максимальна оцінка за кожним параметром – 10 балів, мінімальна – нуль. За кількістю набраних балів рівень сформованості властивості нами визначається так: 0 балів – нульовий рівень; 1-2 бали – низький рівень; 3-4 бали – нижчий від середнього; 5 балів – середній рівень; 6-7 балів – вищий за середній; 8-9 балів – високий рівень; 10 балів – дуже високий рівень.

До ПВЯО, найбільш пріоритетних у процесі вивчення математики та її застосування у майбутній професійній діяльності нами віднесені: просторове мислення, логічне мислення, словниковий запас, навички математичного моделювання, обчислювальні навички, і представлено дані про рівень їх розвитку в класах різних навчальних профілів. Дані про рівень розвитку визначених властивостей представлено у таблицях 5.8 – 5.12.

Таблиця 5.8

Рівень розвитку просторового мислення

Рівень	Бали	Математичний профіль (у %)	Природничий профіль (у %)	Філологічний профіль (у %)	Інформатичний профіль (у %)
дуже високий	10	0	0	5	0
високий	8-9	28,6	5,9	0	25
вищий за середній	6-7	40	35,3	30	33,3
середній	5	20	17,6	5	20,8
нижчий від середнього	3-4	8,6	23,5	55	16,7
низький	1-2	2,9	11,8	5	4,2
нульовий	0	0	5,9	0	0

Таблиця 5.9

Рівень розвитку логічного мислення

Рівень	Бали	Математичн. профіль (у %)	Природничий профіль (у%)	Філологічний профіль (у%)	Інформатичний профіль (у %)
дуже високий	10	0	0	0	0
високий	8-9	11,4	5,9	5	12,5
вищий за середній	6-7	40	41,2	25	25
середній	5	20	5,9	30	20,8
нижчий від середнього	3-4	22,9	29,4	40	25
низький	1-2	2,9	11,8	0	8,3
нульовий	0	2,9	5,9	0	8,3

Таблиця 5.10

Рівень розвитку навичок математичного моделювання

Рівень	Бали	Математичн. профіль (у %)	Природнич. профіль (у%)	Філологічн. профіль (у%)	Інформатичн. профіль (у %)
дуже високий	10	0	0	0	0
високий	8-9	0	0	0	0
вищий за середній	6-7	22,9	0	0	8,3
середній	5	14,3	5,9	5	20,8
нижчий від середнього	3-4	48,6	52,9	50	37,5
низький	1-2	14,3	23,5	35	25
нульовий	0	0	17,6	10	8,3

Таблиця 5.11

Рівень розвитку обчислювальних навичок

Рівень	Бал	Математичний профіль (у %)	Природничий профіль (у%)	Філологічний профіль (у%)	Інформатичний профіль (у %)
дуже високий	10	2,9	5,9	0	0
високий	8-9	5,8	17,6	5	12,5
вищий за середній	6-7	2,9	5,9	40	4,2
середній	5	0	11,8	0	4,2
нижчий від середнього	3-4	8,6	17,6	15	4,2
низький	1-2	0	11,8	25	12,5
нульовий	0	80	29,4	15	62,5

Таблиця 5.12

Рівень розвитку словникового запасу учнів

Рівень	Бал	Математичний профіль (у %)	Природничий профіль (у%)	Філологічний профіль (у%)	Інформатичний профіль (у %)
дуже високий	10	0	0	0	0
високий	8-9	0	0	0	0
вищий за середній	6-7	2,9	6,25	9,5	4,1
середній	5	25,7	12,5	19	0
нижчий від середнього	3-4	45,7	62,5	61,9	16,7
низький	1-2	8,6	12,5	4,8	8,3
нульовий	0	17,1	6,25	4,8	70,8

Зафіксовані дані зумовлюють необхідність розробки методики навчання старшокласників математики на різних профілях навчання з метою підвищення рівня розвитку логічного мислення, навичок математичного моделювання в учнів усіх профілів навчання, рівня розвитку обчислювальних навичок, у першу чергу в учнів математичного й інформатичного профілів, а також учнів філологічного профілю.

Аналізуючи розвиток психічних властивостей учнів, ми також зосередили увагу на тому, як різні ПВЯО сформовані в учнів певного профілю (таблиці 5.13 – 5.16, рисунки 5.1 – 5.4). У таблиці 5.13 й на рисунку 5.1 відтворено дані щодо рівнів розвитку ПВЯО учнів математичного профілю.

Таблиця 5.13

Рівень розвитку ПВЯО в учнів математичного профілю

Рівень	Бали	Просторове мислення (у %)	Логічне мислення (у %)	Навички мат. моделювання (у %)	Обчислювальні навички (у %)
дуже високий	10	0	0	0	2,9
високий	8-9	28,6	11,4	0	5,8
вищий за середній	6-7	40	40	22,9	2,9
середній	5	20	20	14,3	0
нижчий від середнього	3-4	8,6	22,9	48,6	8,6
низький	1-2	2,9	2,9	14,3	0
нульовий	0	0	2,9	0	80

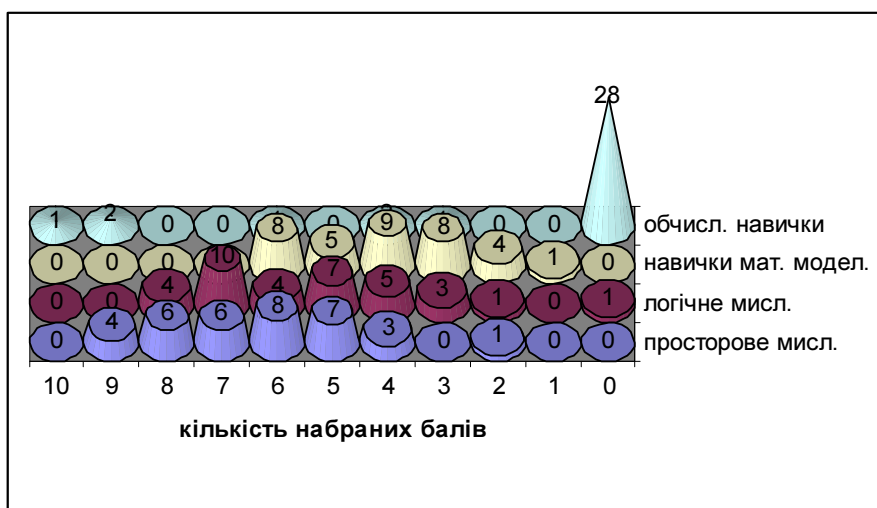


Рис. 5.1. Діаграма рівня розвитку ПВЯО учнів математичного профілю

Як свідчить кількісний аналіз запропонованих даних, більш високими в учнів математичного профілю є показники розвитку просторового й логічного мислення відповідно 68,6% і 51,4% учнів мають високий і вище середнього рівні розвитку. Значної уваги потребує розвиток навичок математичного моделювання – всі учні розподілилися на чотирьох рівнях від низького 14,3% до вище середнього – 22,9%, рівні середній та нижче середнього мають разом 62,9% опитуваних. Особливої уваги потребує розвиток обчислювальних навичок. Незважаючи на те, що тільки за цим показником досягається найвищий дуже високий рівень (2,9%) одночасно 80% учнів виявили нульовий рівень.

Графічно рівень розвитку ПВЯО в учнів представлено в додатку Е.4. Аналіз діаграм надає змогу підкреслити, що переважна більшість учнів зосереджується в межах від 3 до 7 балів, що відповідає таким рівням розвитку розглядуваних ПВЯО, як середній, вищий за середній та нижий від середнього, а щодо обчислювальних навичок, то переважна більшість учнів взагалі перебуває на нульовому рівні. Такий розподіл не є прийнятним для учнів математичного профілю, а тому потребує розроблення питання підвищення рівня розвитку ПВЯО, необхідних для якісної математичної освіти старшокласників і формування професійної спрямованості особистості випускників.

За аналогічними параметрами досліджувався рівень розвитку ПВЯО учнів природничого профілю (таблиця 5.14, рисунок 5.2). Тенденції залишаються такими ж як і в попередньому випадку, дуже високий рівень досягається тільки за обчислювальними навичками. Найгірші показники з розвитку навичок математичного моделювання – найвищий рівень, якого досягають учні – це середній (5,9% опитуваних), нижий від середнього і низький рівень за цим показником обіймають 76,4% досліджуваних, переважна більшість опитуваних за показниками просторового і логічного мислення зосереджуються на середньому, вищому за середній та нижчому від середнього рівнях загалом 76,4% і 76,5% відповідно.

Рівень розвитку ПВЯО в учнів природничого профілю

Рівень	Бали	Просторове мислення (у %)	Логічне мислення (у %)	Навички мат. моделювання (у %)	Обчислювальні навички (у %)
дуже високий	10	0	0	0	5,9
високий	8-9	5,9	5,9	0	17,6
вищий за середній	6-7	35,3	41,2	0	5,9
середній	5	17,6	5,9	5,9	11,8
нижчий від середнього	3-4	23,5	29,4	52,9	17,6
низький	1-2	11,8	11,8	23,5	11,8
нульовий	0	5,9	5,9	17,6	29,4



Рис. 5.2. Діаграма рівня розвитку ПВЯО учнів природничого профілю

Ці ж дані, але за кількістю учнів, що розподілилися за кількістю набраних балів з досліджуваних ПВЯО, представлено на діаграмах у додатку Е.4.

Як свідчить аналіз діаграм у характеристиці просторового і логічного мислення, більшість учнів набирають від 2 до 7 балів, що відповідає наявності рівнів від низького до вищого за середній. Розвиток навичок математичного моделювання характеризується зосередженням більшості учнів у межах від 1 до 5 балів, що відповідає низькому й середньому рівням. Щодо характеристики обчислювальних здібностей, то більшість учнів розподілилися на рівнях від нульового до середнього, набравши від 0 до 5 балів. Досліджувані ПВЯО не

тільки формуються у процесі навчання математики, сприяють більш глибокому й усвідомленому опануванню цим предметом, але і стають підґрунтям якісного оволодіння предметів профільного циклу, оскільки для учнів природничого профілю математичний апарат є основою побудови моделей природничих процесів, які вивчаються у профільних дисциплінах.

Не менш важливим є дослідження розвитку ПВЯО в учнів тих навчальних профілів, на яких математика є непрофільною дисципліною і вивчається на рівні стандарту. Оскільки певні ПВЯО, такі як логічне мислення, навички математичного моделювання можуть бути сформовані і розвинені тільки у процесі вивчення математики, а учні зазначених профілів з математикою у своїй подальшій діяльності не стикатимуться, тому відповідальність за якісний розвиток особистості старшокласників покладено саме на навчання шкільного курсу математики. З цієї позиції ми підійшли до вивчення й аналізу ПВЯО учнів філологічного й інформатичного профілів. Дані про які представлено в таблицях 5.15 і 5.16 і проілюстровано на рис. 5.3 і рис 5.4 відповідно.

Як бачимо (табл. 5.15, рис. 5.3), дуже високий рівень демонструє тільки 5% учнів філологічного профілю за характеристикою – просторове мислення, високий рівень також по 5% за характеристиками логічне мислення і обчислювальні навички. За всіма видами мислення близько половини опитуваних перебувають на рівні нижче середнього.

Найгіршими є показники розвитку навичок математичного моделювання, як бачимо всі учні профілю розподілилися на рівнях середній, нижчий від середнього, низький і нульовий, при цьому нижчий від середнього і низький рівень розвитку навичок математичного моделювання мають 85% учнів, низький і нульовий рівень розвитку обчислювальних здібностей мають 40% учнів.

Не менш цікавою є інформація про розподіл кількості учнів за набраними під час опитування балами за кожною характеристикою, що проілюстровано діаграмами у додатку Е.4.

Рівень розвитку ПВЯО в учнів філологічного профілю

Рівень	Бали	Просторове мислення (у %)	Логічне мислення (у %)	Навички мат. моделювання (у %)	Обчислювальні навички (у %)
дуже високий	10	5	0	0	0
високий	8-9	0	5	0	5
вищий за середній	6-7	30	25	0	40
середній	5	5	30	5	0
нижч. від середнього	3-4	55	40	50	15
низький	1-2	5	0	35	25
нульовий	0	0	0	10	15

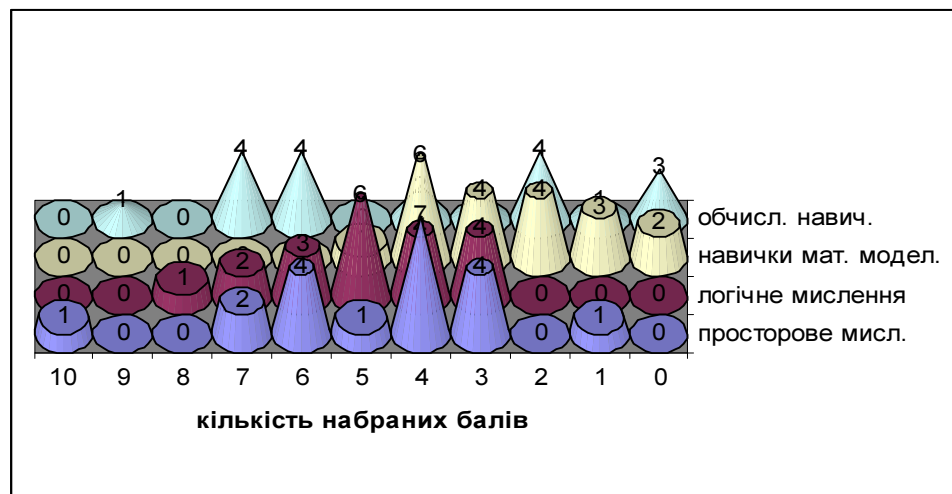


Рис. 5.3. Діаграма рівня розвитку ПВЯО учнів філологічного профілю

Як і в попередніх випадках, більшість учнів філологічного профілю набирають бали від 3 до 7 при виявленні рівня розвитку просторового і логічного мислення, більшість учнів демонструє низький і нижчий від середнього рівні навичок математичного моделювання, набираючи бали в межах від 1 до 4 і нульовий рівень розвитку обчислювальних здібностей, оскільки більше половини учнів набрали 0 балів.

Рівень розвитку ПВЯО учнів навчального профілю «інформатика» зберігає ті ж самі тенденції, які визначено вище і для інших профілів (табл. 5.16, рис. 5.4.).

Рівень розвитку ПВЯО в учнів інформатичного профілю

Рівень	Бали	Просторове мислення (у %)	Логічне мислення (у %)	Навички мат. моделювання (у %)	Обчислювальні навички (у %)
дуже високий	10	0	0	0	0
високий	8-9	25	12,5	0	12,5
вищий за середній	6-7	33,3	25	8,3	4,2
середній	5	20,8	20,8	20,8	4,2
нижчий від середнього	3-4	16,7	25	37,5	4,2
низький	1-2	4,2	8,3	25	12,5
нульовий	0	0	8,3	8,3	62,5

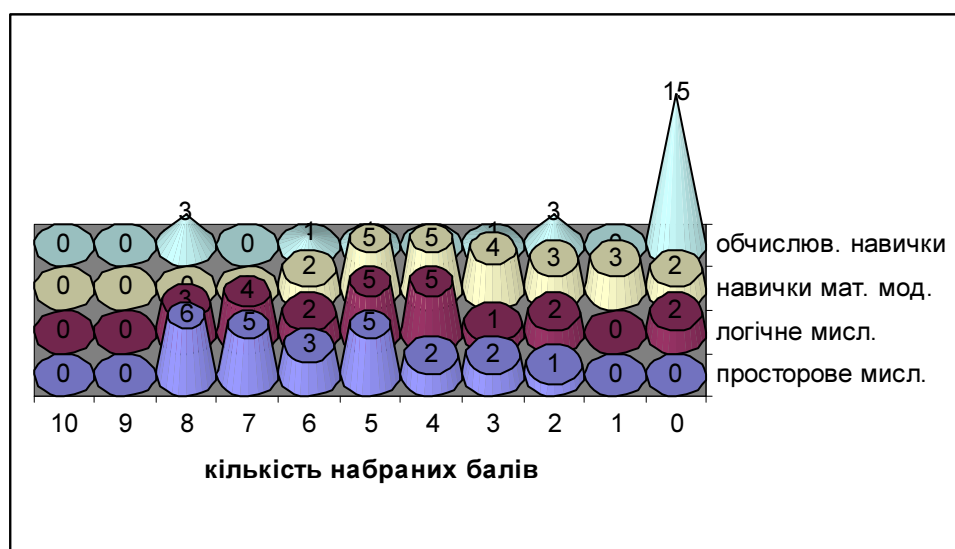


Рис. 5.4. Діаграма рівня розвитку ПВЯО учнів інформатичного профілю

Мислення і мова перебувають у тісному взаємозв'язку. Мова учня є показником рівня розуміння ним того чи іншого факту. Математика має величезні можливості для виховання звички до виразного мислення і чіткої логічно досконалої мови. Тому, аналізуючи характер природних задатків школярів, які безпосередньо впливають на професійну спрямованість особистості, ми у процесі діагностики також зосередили увагу на такій якості, як словниковий запас, кількісні показники наводилися у таблиці 5.12. Аналіз отриманих кількісних показників засвідчує, що рівень розвитку словникового

запасу учнів 10-х класів різних навчальних профілів не є достатнім, оскільки розподіл такий: дуже високий рівень (10 балів) і високий рівень (8-9 балів) не продемонстрував жоден учень із тих, хто брав участь в опитуванні; 65,6% учнів мають середній рівень розвитку словникового запасу, причому із них 2,9% набрали 6-7 балів, 25,7% – 5 балів і 45,7% – 3-4 бали; 8,3% учнів продемонстрували низький рівень (1-2 бали) і 26% опитаних набрали 0 балів, що відповідає нульовому рівню розвитку словникового запасу.

Якщо аналізувати за навчальними профілями, то середній рівень складають 74,3% учнів математичного профілю, 81,25% учнів природничого профілю, 90,4% учнів філологічного профілю і 28,8% учнів інформатичного профілю. Великий відсоток учнів, які перебувають на нульовому рівні забезпечується переважно за рахунок учнів математичного (17,1%) і інформатичного (70,8%) профілів.

Отже, проведені нами дослідження виявляють такі проблемні моменти у формуванні професійної спрямованості особистості старшокласників у процесі навчання математики у профільній школі:

- наявність високого відсотка учнів 10-х класів, якими заперечується інтерес до сфери діяльності «математика» (76,4%) в тому числі і учнями математичного профілю (29,3%);
- рівень розвитку видів мислення, в переважній більшості випадків нижчий, ніж той, якого передбачають вимоги до рівня математичної підготовки учнів певного навчального профілю;
- рівень розвитку обчислювальних здібностей і словникового запасу учнів також знижує показники загального розвитку старшокласників, який безпосередньо пов'язаний з рівнем професійної спрямованості особистості.

Зафіксовані під час дослідження рівня професійної спрямованості особистості старшокласників дані вказують на необхідність розроблення методики навчання математики у профільній школі, яка б сприяла якісному розвитку тих ПВЯО школяра, від яких залежить його успіх у майбутній професійній сфері не залежно від того пов'язана вона буде з математикою чи ні.

А саме, на нашу думку, методична система навчання математики у старшій профільній школі має бути змодельована так, що всі її підсистеми сприятимуть і будуть спрямовані на:

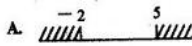
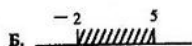
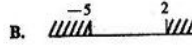
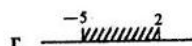
- формування в учнів стійкого інтересу до професійної сфери, відповідної обраному навчальному профілю;
- формування в учнів інтересу до професійної сфери «математика» в межах обраного профілю;
- розвиток мислення;
- розвиток обчислювальних навичок відповідно до рівня математичної діяльності учнів;
- розвиток словникового запасу.

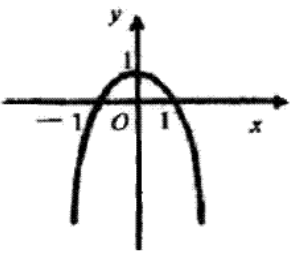
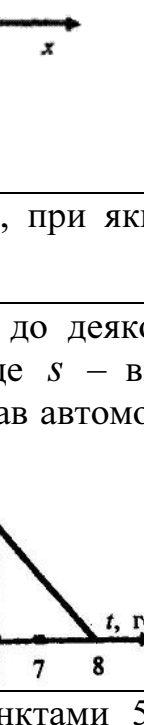
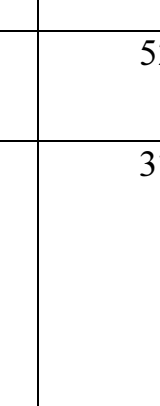
5.2.2. Аналіз якості математичної підготовки учнів старшої профільної школи Аналіз якості математичної підготовки учнів старшої профільної школи за тестами, розробленими фахівцями лабораторії із проблем математичної освіти при Донецькому державному університеті [65; 355], проводився нами для тих же учнів. Матеріали для тестування представлено у додатку Е.5.

Коефіцієнт доступності завдання визначається як відсоткове відношення одержаної групою учнів кількості балів, яку могла б ця група одержати в разі правильного виконання завдання всіма членами групи. Наприклад, якщо завдання виконували 12 учнів і вони разом набрали 9 балів, то коефіцієнт доступності цього завдання дорівнює $(9/12)*100\% = 75\%$. Обчислення коефіцієнтів доступності завдань надає змогу зробити висновки про оволодіння учнями певними видами математичної діяльності.

Аналізуючи доступності завдань тесту, наведемо таблицю (таблиця 5.17), у якій по кожному завданню тесту представлено коефіцієнт доступності цього завдання. Завдання виконували усього 219 учнів 10-х класів. У розглядуваній таблиці ми не розмежовували даних, щодо різних профілів і напрямів профільного навчання.

Доступність завдань тесту

Завдання для учнів	Кількість учнів, які правильно виконали завдання	Доступність завдання у %
1. Порівняйте числа $a = 2\sqrt{7}$ і $b = \sqrt{28}$	147	67
2. Яке наближення числа $\sqrt{59}$ точніше: 9 чи 7?	179	81,7
3. Обчисліть $1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^4$	139	63,5
4. Обчисліть значення виразу $\frac{a^3}{4}$, якщо $a = 2\sqrt{5}$	104	47,5
5. Скоротіть дріб: $\frac{a-5}{a^2-25}$	140	64
6. Спростіть вираз: $\left(\frac{a+b}{3} : \frac{9}{a-b}\right) \cdot \frac{27a}{a+b}$	135	61,6
7. Знайдіть нулі функції: $y = \frac{x-1}{x+2}$	109	50
8. З формули $s = \frac{at^2}{2}$ виразіть залежність часу $t > 0$ від шляху s	121	55
9. Скільки коренів має рівняння $2x^2 - 4x + 1 = 0$?	139	63,5
10. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{x-3}$	117	53
11. На якому з малюнків зображено множину розв'язків нерівності $(x-2)(x+5) \geq 0$? <div style="text-align: center;"> <p>А. </p> <p>Б. </p> <p>В. </p> <p>Г. </p> </div>	112	51
12. Визначте, графік якої функції зображено на малюнку	105	48

Завдання для учнів	Кількість учнів, які правильно виконали завдання	Доступність завдання у %
		
13. Знайдіть всі значення x , при яких функція $y = (x - 1)^2$ спадає	114	52
14. Графік руху автомобіля до деякого міста і назад подано на малюнку, де s – відстань від гаража. З якою швидкістю їхав автомобіль туди і назад?	82	37
		
15. Відстань між двома пунктами 50 км. Два велосипедисти виїхали назустріч один одному з цих пунктів зі швидкостями 11 км/год і 14 км/год. Через який час вони зустрінуться?	137	62,5
16. Після зниження цін на 10% ціна товару дорівнювала 180 грн. Яка початкова ціна цього товару?	109	50
17. У трикутнику ABC : $BC = 16$, $AC = 11$, $AB = 13$. Який кут у цьому трикутнику найменший?	147	67
18. Площа трикутника ABD дорівнює площі трикутника BDC . Порівняйте довжини відрізків AD і DC	103	47
		

Завдання для учнів	Кількість учнів, які правильно виконали завдання	Доступність завдання у %
19. У подібних трикутниках ABC і $A_1B_1C_1$: $AB = 6$ см, $BC = 7$ см, $AC = 8$ см, $A_1B_1 = 18$ см. Знайдіть B_1C_1 і A_1C_1	129	59
20. Точка всередині прямого кута знаходиться на однаковій відстані від його сторін. Її відстань від вершини кута дорівнює $5\sqrt{2}$ см. Знайдіть відстань від точки до сторін кута	67	30,6
21. Башту висотою 60 м видно з деякої точки від кутом 30° . Знайдіть відстань від точки до основи башти	53	24
22. Знайдіть радіус кола, якщо точки з координатами $(5; 7)$ і $(2; 3)$ є кінцями одного з його діаметрів	82	37
23. Кінці двох діаметрів кола послідовно сполучили. Якого виду чотирикутник утворився?	76	35
24. Як зміниться площа прямокутника, якщо одну його сторону збільшити удвічі, а другу зменшити удвічі?	91	41,5
25. У колі провели хорду довжиною 8 см, яка віддалена від центра на 3 см. Знайдіть діаметр кола	73	33

Аналізуючи дані таблиці, бачимо, що найбільш доступним виявилось для учнів завдання №2 (81,7%) – на виконання дій з ірраціональними числами. Групу завдань, доступність яких виявилася більше 50%, але не перевищує 70%, складають №№ 1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 15, 17, 19 – які передбачають різноманітні види математичної діяльності, такі як: виконання дій з числами, що містять степінь і корені; використання формул скороченого множення до спрощення виразів; розв’язування квадратних рівнянь, лінійних і квадратних нерівностей; розв’язування задачі на рух за допомогою складання рівняння; розв’язування планіметричних задач на нерівність трикутника і знаходження відповідних невідомих сторін подібних трикутників за їх заданими сторонами.

Доступною з коефіцієнтом від 40% до 50% стала група завдань №№ 4, 7, 12, 16, 18, 24, яка передбачала виконання таких видів математичної діяльності: знаходження значення одночлена при певному значенні змінної, заданої ірраціональним числом; дослідження нулів функції; визначення виду функції за її графіком; розв'язування задачі на проценти; використання властивостей площі трикутника; робота з планіметричною задачею за готовим малюнком; використання властивостей площі прямокутника. Найменш доступними для учнів виявилися завдання: на читання графіка залежності між часом руху тіла і пройденою відстанню (№14), на використання двох основних задач, пов'язаних з декартовими координатами точки на площині (№22) – доступність 37%; на дослідження комбінації кола і чотирикутника (№23) – доступність 35%; на властивості елементів кола (№25) – доступність 33%; на використання поняття геометричне місце точок (№20) – доступність завдання 30,6%; на практичне застосування співвідношень у прямокутному трикутнику (№21) – доступність завдання 24%.

Щодо з'ясування доступності завдань тесту, окрім оцінки роботи учнів, проводилося анкетування вчителів математики (анкета в додатку Е.5), які працюють із класами, що брали участь у тестуванні. Розглянемо їх думки з цього приводу.

Так на запитання: *«Які завдання (номер, варіант клас), на Ваш погляд, не відповідають тому рівню, для якого вони призначені?»* розподіл відповідей вчителів подано в таблиці 5.18.

Не вартими внесення до тесту, оскільки є не важливими й одночасно нижчими того рівня, для якого призначені, вчителі виокремили задачі №1, 2, 5. Доступними для учнів ці завдання виявилися з коефіцієнтами 67; 81,7; 64 відповідно. Не вартими внесення до тесту, оскільки складними є завдання №18, 23, їх коефіцієнт доступності 47 і 35 відповідно. Не вартими внесення до тесту визначено №8 і 14 (55% і 37% - доступність завдань), проте одні вчителі їх визначили нижчими від рівня, для якого вони призначені, а інші, навпаки, складними.

Таблиця 5.18

Розподіл відповідей учителів на питання анкети

Які завдання (номер, варіант клас), на Ваш погляд, не відповідають тому рівню, для якого вони призначені?								
Рівень вправи	№ впр.	% вчител.	Рівень вправи	№ впр.	% вчител.	Рівень вправи	№ впр.	% вчител.
вправи нижче того рівня, для якого вони призначені	1	26,6%	перевищують рівень, для якого вони призначені вправи	8	6,7%	не варті внесення до тесту, бо не важливі такі завдання	1	6,7%
	2	20 %		14	33,3%		2	6,7%
	3	6,7%;		18	6,7%;		5	6,7%
	4	13,3%;		19	6,7%		8	6,7%
	5	20%		20	13,3%		14	46,6%
	8	6,7%		21	6,7%		15	6,7%
	14	6,7%		22	6,7%		18	13,3%
				23	6,7%		23	6,7%
				25	13,3%			

Розподіл доступності завдань тесту для учнів певних профілів представлено у таблиці 5.19.

Таблиця 5.19

Доступність завдань тесту на різних профілях навчання

№ завдання	Математичний профіль	Хіміко-біологічний профіль	Філологічний профіль	Навчальний профіль «інформатика»
1	78	83	60	41
2	92,5	96	72	67,5
3	65	83	76	33,5
4	50	58	80	30,5
5	78	54	52	43,5
6	59	58	68	43
7	59	46	32	48
8	55,5	67	76	40,5
9	78	71	56	46
10	54	67	68	37,5
11	57	58	8	67,5
12	37	58	76	52
13	33	42	64	59,5
14	42,5	79	68	28,5
15	61	62,5	72	31,5
16	59	46	72	54
17	78	62,5	64	63
18	39	54	44	65

№ завдання	Математичний профіль	Хіміко-біологічний профіль	Філологічний профіль	Навчальний профіль «інформатика»
19	54	46	80	63,5
20	42,5	46	44	22
21	26	21	36	47
22	41	42	8	27
23	35	33	44	21
24	31,5	79	76	33,9
25	39	29	32	27,5

Як бачимо, найвищий середній бал класу – 66% зі 100% можливих, що складає дві третини правильних відповідей, такий результат спостерігаємо у класі гуманітарного профілю. Найнижчий середній бал – 39%, трохи більше однієї третини правильних відповідей виявлено учнями математичного класу. В інших класах (природничого, гуманітарного, математичного, філологічного профілів, профілю інформатика) середній бал коливається в межах від 43% до 65%. Розглянемо, як розподілився середній бал за тест залежно від навчального профілю. Дані подано в таблиці 5.20.

Таблиця 5.20

Середній бал за тест

Школа, клас	Навчальний профіль	Середній бал М (%)
НВК-гімназія №12, м. Дніпропетровськ, 10А	гуманітарний	66
Чумаківська ЗОШ, Томаківський р-н, Дніпропетровська обл., 10	природничий	64,7
ЗОШ №15, м. Черкаси, 10	математичний	61
Томаківська ЗОШ №2 Томаківський р-н, Дніпропетровська обл., 10	математичний	59,3
ЗОШ №15, м. Черкаси, 10	гуманітарний	58
КОЛІ, м. Кривий Ріг, ФМ-10	математичний	54,9
КОЛІ, м. Кривий Ріг, ФФ-10	філологічний	54,9
КЗ «СЗШ №20 імені О. І. Стовби», м. Дніпродзержинськ, 10Б	математичний	54,5

Школа, клас	Навчальний профіль	Середній бал М (%)
Томаківська ЗОШ №2 Томаківський р-н, Дніпропетровська обл., 10	філологічний	49
ЗОШ №15, м. Черкаси, 10	природничий	48
КОЛП, м. Кривий Ріг, БХ-10	природничий	45,5
Запорізька ЗОШ, Апостолівський район, Дніпропетровська обл., 10	математичний	45,5
ЗОШ №8, м. Черкаси, 10	інформатика	43,2
Липоводолинська СШ, Липоводолинський район, Сумська обл., 10	-	39

Якщо у школі є можливість відкриття декількох старших класів різних профілів, тоді відчувається попередня підготовка випускників основної школи до вибору профілю навчання у 10-му класі і проводиться відповідна диференціація усіх випускників основної школи за інтересами, нахилами та здібностями до вивчення певних предметів, які обираються як профільні, це ілюструють і відповідні середні бали за тест з математики (таблиця 5.21).

Таблиця 5.21

Середній бал за тест у класах багатoproфільних шкіл

Школа, клас	Навчальний профіль	Середній бал М (%)
Томаківська ЗОШ №2 Томаківський р-н, Дніпропетровська обл., 10	математичний	59,3
	філологічний	49
ЗОШ №15, м. Черкаси, 10	математичний	61
	гуманітарний	58
	природничий	48
КОЛП, м. Кривий Ріг, ФМ-10	математичний	54,9
	філологічний	54,9
	природничий	45,5

Наявність високого середнього балу за тест з математики у класах де напрям профілізації не потребує профільного вивчення цієї дисципліни, не є критичним, оскільки засвідчує певний рівень розвитку учнів, що стане їм у

нагоді під час засвоєння предметів обраного профілю навчання. Дещо насторожує зворотна картина, коли у класах математичного, фізико-математичного профілів, де математика вивчається за програмою профільного навчального предмета, а також у класах природничого і технологічного профілів, де математика використовується при вивченні профільних дисциплін, учні виявляють невисокий середній бал за виконання тесту з математики. Наявність таких результатів дослідження спонукає до додаткового вивчення психічних властивостей учнів, які сприятимуть навчанню у класах зазначеного профілю, рівня мотивації, а особливо, до пошуку таких методик навчання цих учнів, щоб перебування у старшій школі принесло певний ефект і результати навчання.

Іншою характеристикою результатів діагностики є розподіл успішності виконання завдань тестів учнями. Таблиці розподілу результатів за балами для учнів різних груп є важливим засобом підбиття підсумків, оскільки в них зазначаються відсотки учнів, які набрали більше, ніж 95% – 10% балів, від максимально можливої кількості. При цьому більш інформативними є не абсолютні значення цих величин, а відносні.

Аналіз розподілу успішності здійснювався за відсотковим відношенням правильних відповідей кожного учня. Результати розподілу успішності нами представлені за навчальними профілями, які ми об'єднали у групи відповідно до основних напрямів профілізації (додаток Е.5). У таблиці Е.10 також вказаний регіон, школа, клас, у якому математика вивчається за програмою, відповідною певному профілю. Як бачимо із останнього ряду таблиці, де представлено загальні результати тестування у 2012-2103 н.р., можна з'ясувати кількість учнів та їх відсотковий склад від загальної кількості опитуваних на кожному рівні досягнення від >95 до >10%.

Поставивши у відповідність розподілу успішності виконання завдань тестів учнями бали 12-ти бальної системи оцінювання знань учнів (таблиця 5.22) і аналізуючи згідно з цією відповідністю дані таблиці Е.10 (додаток Е.5), отримуємо таке: високий рівень навчальних досягнень

демонструють 10,5% опитуваних учнів, достатній рівень – 39,5%, середній рівень – 38,1%, низький рівень – 11,9% опитуваних.

Таблиця 5.22

Відповідність між успішністю виконання завдань тестів та 12-ти бальною системою оцінювання учнів

Розподіл успішності виконання завдань тестів учнями	Бали за 12-ти бальною системою оцінювання	Рівень навчальних досягнень учнів
>95%	12	високий
>90%	11	
>85%	10	
>80%	9	достатній
від >70% до >75%	8	
>65%	7	
від >60% до >55%	6	середній
від >50% до >45%	5	
>40%	4	
від >35% до >30%	3	низький
від >25% до >20%	2	
від >15% до >10%	1	

Причому на достатньому рівні 53 учнів із 87 демонструють успішність під час виконання тесту, відповідну восьми балам за 12-ти бальною системою; із 83 учнів, які перебувають на середньому рівні навчальних досягнень 48 демонструють успішність виконання завдань тесту, відповідну 4 і 5 балам, із 26 учнів, які демонструють низький рівень навчальних досягнень, 11 мають оцінку успішності відповідну трьом балам, 10 – двом балам і 5 – одному балу за 12-ти бальною системою оцінки навчальних досягнень. Зафіксовані результати досягнень учнів під час моніторингу якості математичної освіти вказують на необхідність коригування методики навчання математики учнів старшої профільної школи на всіх навчальних профілях з урахуванням завдань математичної освіти учнів певного профілю. Слід зазначити, що аналогічна тенденція спостерігалася і у попередньому 2011-2012 н.р., загальні результати тестування для порівняння нами представлено в таблиці Е.11 додатку Е.5.

Паралельно з моніторинговим дослідженням для одержання додаткової інформації, яка надасть змогу виявляти деякі фактори, що можуть впливати на результати діагностики і навчання в цілому, проводилося анкетування учнів і вчителів (додаток Е.5). Згідно з вимогами процедури моніторингу анкетування проводилося після тестування.

Аналіз відповідей учителів на питання анкети, розрахованої для вчителів математики, надав можливість з'ясувати картину забезпечення профільної спрямованості навчання у старшій школі. Так нами було з'ясовано, що старшокласники нині мають можливість навчатися в ліцеях, гімназіях, профільних школах, загальноосвітніх школах з профільними класами, в загальноосвітніх школах, де профіль у старших класах не визначено. Проаналізувавши інформацію про 53 навчальні заклади Дніпропетровської, Сумської, Черкаської областей, констатуємо, що 13% складають загальноосвітні школи, 68% – загальноосвітні школи з профільними класами, 19% – ліцеї і гімназії.

У загальноосвітніх школах математика вивчається на рівні стандарту (3 год. математики на тиждень, або 2 год. алгебри і 2 год. геометрії на тиждень).

У загальноосвітніх школах з наявністю профільних класів 47% шкіл обрали один профіль навчання (майже в половині випадків, це математичний або фізико-математичний профіль, близько у 40% випадків йдеться про профіль «інформатика» і тільки у 1,2% випадків – історичний профіль). Із 42% шкіл, у яких наявні два профілі навчання, обов'язково є математичний, фізико-математичний або профіль «інформатика». 11% шкіл мають три і більше профілів навчання, які обов'язково представлені навчальними профілями суспільно-гуманітарного та природничо-математичного напрямів профілізації.

61% шкіл із профільними класами і 90% ліцеїв та гімназій мають класи математичного або фізико-математичного профілю, у яких математика вивчається за програмою профільного рівня (9 годин на тиждень).

19% шкіл із профільними класами і 30% ліцеїв мають класи хіміко-біологічного, екологічного, медичного, економічного профілів, у яких математика вивчається за програмою академічного рівня (5 годин на тиждень).

42% шкіл із профільними класами і 50% ліцеїв мають класи із навчальним профілем «інформатика», у яких математика вивчається за програмою академічного рівня (5 годин на тиждень) або за програмою рівня стандарту (4 або 3 години на тиждень).

47% шкіл із профільними класами і 50% ліцеїв і гімназій мають навчальні профілі суспільно-гуманітарного напрямку профілізації, у яких математика вивчається за програмою рівня стандарту (3 години на тиждень).

Як правило, викладання математики забезпечується досвідченими вчителями. За результатами опитування маємо, що стаж роботи вчителів поділився таким порядком: стаж роботи в школі до 10 років мають 4,9% опитуваних учителів, до 20 років – 17%, до 30 років – 31,7%, стаж понад 30 років мають 46,4% вчителів.

Навчання математики в тих класах, де проводилося дослідження здійснюється за підручниками відповідного профілю, рекомендованими МОН України. Разом зі шкільними підручниками вчителі у процесі навчання математики мають можливість користуватися додатковою літературою. Ми з'ясували у процесі опитування, якою літературою користуються вчителі у своїй роботі. Результати подано в таблиці 5.23.

Таблиця 5.23

Якою математичною літературою Ви користуєтесь?

Вид літератури	Кількість учителів (у %)
Збірники екзаменаційних завдань	88%
Посібники для абітурієнтів	64%
Науково-популярні видання	50%
Посібники для поглибленого вивчення математики	69%
Журнал «Квант»	38%
Журнал «У світі математики»	31%
Посібники з вищої математики для студентів ВНЗ	28,5%

Учням було запропоновано анкету, яка передбачала вивчення: подальших планів старшокласників, їх зв'язок з освітою батьків; причини за яких треба добре навчатися математики та фактори, які сприяють успішності вивчення математики; оцінку власних успіхів і досягнень з математики. Результати опитування всіх учнів з деяких питань ми розподілили на групи, виходячи з того, у класах якого напряму профілізації навчаються учні. Так, розподіл відповідей учнів на питання «Які Ваші плани?» представлено в таблиці 5.24.

Таблиця 5.24

Розподіл відповідей учнів на питання «Які Ваші плани?»

Напрямок профілізації	Вчитися у вищому навчальному закладі	Вчитися в технікумі	Вчитися в професійно-технічному училищі	Піти до армії	Ще не визначився
Природничо-математичний	63,4%	2,1%	4,9%	2,1%	27,5%
Суспільно-гуманітарний	57,6%	3,3%	1,1%	1,1%	36,9%
Технологічний	62,5%	4,2%	8,3%	–	25%
ЗОШ	55,6%	–	–	5,6%	38,8%

Такий розподіл зумовлюється освітою батьків, у 46,8% опитаних учнів батьки мають вищу освіту, у 12,3% – неповну вищу освіту, у 20,3% середню спеціальну. Усе це певною мірою впливає на майбутні плани випускників школи. Цілком зрозуміло, що більшість учнів планує у майбутньому навчатися у ВНЗ, але водночас не повинен залишитися поза увагою той факт, що третина учнів, обравши різні напрями навчання у старшій школі, на початку 10 класу ще не визначилися зі своїм майбутнім, що також потребує уваги педагогічних колективів навчальних закладів і відповідної роботи над розвитком мотивації і професійної спрямованості особистості старшокласників.

Серед причин, за яких необхідно добре навчатися математики, були запропоновані такі варіанти: отримувати насолоду від занять математикою; підготуватися до вступу до ВНЗ; так бажають батьки; щоб мати перевагу в пошуках роботи; не має причин добре вчитися з математики. За результатами опитування учнів перше місце займає підготовка до вступу до ВНЗ – 62,3%, на

другому місці бажання мати перевагу в пошуках роботи – 15,5%, на третьому місці – насолода від занять математикою (цю причину виокремлюють 10,8% опитуваних учнів). 4,3% учнів вивчають математику за бажанням батьків і 7,6% не вважають за необхідне добре вчитися з математики. Як відбувався розподіл відповідей учнів залежно від напрямку профілізації, представлено в таблиці 5.25.

Таблиця 5.25

Розподіл відповідей на запитання «Чому, на Ваш погляд, необхідно добре вчитися з математики?»

Напрямок профілізації	Щоб отримати насолоду від занять математикою	Щоб підготуватися до вступу до ВНЗ	Так бажать батьки	Щоб мати перевагу в пошуках роботи	Не вважаю за необхідне добре вчитися з математики
Природничо-математичний	18%	61%	3,5%	14%	3,5%
Суспільно-гуманітарний	4,3%	55,4%	5,4%	18,5%	16,3%
Технологічний	–	79,2%	4,2%	12,5%	4,2%
Загально-освітня школа	–	77,8%	5,6%	16,6%	–

На питання «Як ви оцінюєте власні успіхи з математики?» учні подали такі відповіді:

- блискучі успіхи – 0,7%;
- відмінні успіхи – 4,3%;
- достатні успіхи – 28,6%;
- задовільні успіхи – 35,5%;
- погані успіхи – 23,5%;
- дуже погані успіхи – 3,6%;
- не можу оцінити – 3,6%.

Так бачимо, що менш третини учнів вважають свої успіхи добрими, тільки 5% – відмінними і блискучими і майже 2/3 опитуваних вважають свої

успіхи задовільними, поганими і дуже поганими. Така самооцінка учнів дійсно корелює з даними результатів тестування цих же учнів і вказує на необхідність створення умов більш якісної підготовки старшокласників з математики.

На питання «Що, на Ваш погляд, найбільше сприяє успішності вивчення математики?», відповіді учнів розподілилися так:

- Перше місце займає ефективна допомога вчителя, на неї сподіваються 36,2% опитуваних учнів.
- На другому місці 32,6% опитаних обирають наполегливу працю.
- Третє місце посідають здібності як фактор успішності вивчення математики, так уважають 15% опитаних.
- На четвертому місці сподівання на допомогу батьків – 4,7%.
- П'яте місце визначили 4% опитуваних, які надають перевагу якісним підручникам як фактора успішності вивчення математики.
- Шосте місце займають сподівання на допомогу друзів – 2,5%.

Такі результати ще раз наголошують на необхідності пошуку вчителями методичних шляхів підвищення якості навчання математики, спрямованих на розвиток здібностей і нахилів учнів, і таких що спонукають до наполегливої навчальної діяльності. Якісні підручники і допомога батьків також можуть бути визначальним фактором успішності навчання з математики, а тому не повинні залишитися поза увагою у процесі створення методичної системи навчання старшокласників математики у профільній школі.

Аналіз мети, завдань і практичної реалізації профільного навчання у сучасній школі вказують на необхідність створення концептуальної моделі МПС у профільній школі, спрямованої на забезпечення:

- загальнодоступності якісної освіти відповідно до схильностей й освітніх потреб учнів;
- умов для формування у старшокласників потреб і умінь самостійно здобувати знання, навички їхнього поповнення і застосування з використанням інноваційних технологій;

- умов для розвитку особистості і повноцінної діяльності в основних сферах суспільного життя.

5.3. Перевірка ефективності експериментальної роботи й корекція результатів професійно спрямованого навчання математики у профільній школі

Перевірка ефективності роботи з організації професійно спрямованого навчання математики учнів старшої профільної школи ґрунтувалася на виявленні стартового рівня якості математичної підготовки учнів профільної школи. Оскільки для нашого дослідження важливо визначити зміни розподілу учнів за рівнями шкали порядку (шкали мають чотири категорії), вибірки учнів і відмінності отриманих результатів були випадковими і незалежними, тому виконувалися умови для застосування двостороннього критерію χ^2 для перевірки статистичних гіпотез [126, с.96]. Також проводилася перевірка розподілу на предмет відповідності нормальному закону.

Для застосування двостороннього критерію χ^2 Пірсона було необхідно:

- 1) сформулювати нульову й альтернативну гіпотези;
- 2) визначити значення статистики критерію [126, с. 106] за формулою:

$$T = \frac{1}{n_E n_K} \sum_{i=1}^k \frac{(n_E Q_{Ki} - n_K Q_{Ei})^2}{Q_{Ei} + Q_{Ki}}, \quad (5.1)$$

де n_E – обсяг першої вибірки, тобто кількість учнів експериментальних груп (E);

n_K – обсяг другої вибірки, тобто кількість учнів контрольних груп (K);

k – кількість рівнів якості математичної підготовки учнів;

Q_{Ei}, Q_{Ki} – кількість учнів першої і другої груп, віднесених до рівня $k = i$.

- 3) порівняти емпіричне і критичне значення статистики критерію;
- 4) зробити висновок.

Нульова гіпотеза: – імовірність розподілу учнів за виявленими категоріями шкал порядку в контрольних та експериментальних групах на початку формувального експерименту відрізняється несуттєво.

Альтернативна гіпотеза: – імовірність розподілу учнів за виявленими категоріями шкал порядку в контрольних та експериментальних групах на початку формувального експерименту відрізняється суттєво.

За результатами письмової роботи для виявлення якості математичної підготовки учнів (додаток Е.5), що проводилася на першому, констатувальному, етапі експерименту, необхідно було: 1) перевірити дані вибірки на відповідність нормальному закону розподілу; 2) визначити чи відрізняється істотно розподіл учнів у двох вибірках. Результати перевірки нормальності розподілу вибірки даних контрольної та експериментальної груп наведено у додатку Е.7. У таблиці 5.26 наведено узагальнені результати письмової роботи констатувального етапу експерименту.

Таблиця 5.26

Узагальнення результатів щодо визначення рівня якості математичної підготовки учнів профільної школи (на початку формувального експерименту)

Вибірка	Рівень	Низький	Середній	Достатній	Високий
Е, ($n_E = 305$)		$Q_{E1} = 39$	$Q_{E2} = 116$	$Q_{E3} = 119$	$Q_{E4} = 31$
К, ($n_K = 302$)		$Q_{K1} = 33$	$Q_{K2} = 115$	$Q_{K3} = 121$	$Q_{K4} = 33$

Рівень значущості прийнято: $\alpha = 0,05$. Кількість ступенів свободи: $\nu = 4 - 1 = 3$

Критичне значення статистики критерію T : $x_{1-\alpha} = 7,815$.

У нашому випадку за формулою 5.1 маємо:

$$T = \frac{1}{305 \cdot 302} \left(\frac{(305 \cdot 33 - 302 \cdot 39)^2}{39 + 33} + \frac{(305 \cdot 115 - 302 \cdot 116)^2}{116 + 115} + \frac{(305 \cdot 121 - 302 \cdot 119)^2}{119 + 121} + \frac{(305 \cdot 31 - 302 \cdot 33)^2}{31 + 33} \right) \approx 0,5686$$

Маємо, $(0,5686 < 7,815) T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$.

Отже, немає підстав для відхилення нульової гіпотези. Тобто ймовірність розподілу учнів за виявленими рівнями якості математичної підготовки в контрольних та експериментальних групах на початку формувального

експерименту відрізнялась несуттєво. Цим самим ми встановили рівноцінність експериментальних і контрольних груп на початковому етапі.

Результати письмових контрольних робіт (додаток Е.8), що були проведені наприкінці десятого й одинадцятого класів у групах Е та К, засвідчили, що у процесі навчання відбувається перерозподіл рівнів якості математичної підготовки.

За результатами цих зрізів знань ми розподілили учнів за чотири рівнями: високий (якісний показник від 86% до 100%), достатній (66% – 85%), середній (41% – 65%), низький (10% – 40%). У таблиці 5.27 наведено узагальнені результати контрольних робіт, які застосовували для перевірки нульової гіпотези про відсутність впливу запропонованої методичної системи на рівень якості математичної підготовки учнів.

Таблиця 5.27

Порівняння рівня якості математичної підготовки учнів експериментальної та контрольної груп за результатами виконання контрольних робіт

Письмова робота	Рівень Вибірка	Низький	Середній	Достатній	Високий
№1 (завершення навчання в 10 класі)	Е, ($n_E = 305$)	$Q_{E1} = 19$	$Q_{E2} = 101$	$Q_{E3} = 134$	$Q_{E4} = 51$
	К, ($n_K = 302$)	$Q_{K1} = 32$	$Q_{K2} = 121$	$Q_{K3} = 115$	$Q_{K4} = 34$
№2 (завершення навчання в 11 класі)	Е, ($n_E = 305$)	$Q_{E1} = 15$	$Q_{E2} = 97$	$Q_{E3} = 138$	$Q_{E4} = 54$
	К, ($n_K = 302$)	$Q_{K1} = 30$	$Q_{K2} = 114$	$Q_{K3} = 122$	$Q_{K4} = 36$

Відмінності результатів, що спостерігалися ми вважали випадковими. Оскільки вибірки учнів у нашому дослідженні є випадковими та незалежними, властивість мала неперервний, нормальний розподіл та вимірювалась за шкалою порядку з чотири категоріями (низький, середній, достатній, високий). За цим є можливим застосування критерію χ^2 .

Нами було висунуто дві гіпотези: нульову та альтернативну. Нульова гіпотеза H_0 полягала в тому, що різниця рівнів якості навчання експериментальної та контрольної груп є незначною після кожної з контрольних робіт. Альтернативна гіпотеза H_1 полягала в тому, що розподіл вибірок значно відрізнявся як результат упровадження методичної системи ПСНМ, спрямованої на підвищення якості математичних знань, умінь і навичок. Нами було розраховано критерій статистики:

Статистика критерію. Для перевірки зазначеної вище гіпотези за допомогою критерію χ^2 підрачуємо значення статистики критерію T за формулою 5.1

У нашому випадку після 1-ої контрольної роботи маємо:

$$T = \frac{1}{305 \cdot 302} \left(\frac{(305 \cdot 32 - 302 \cdot 19)^2}{19 + 32} + \frac{(305 \cdot 121 - 302 \cdot 101)^2}{101 + 121} + \frac{(305 \cdot 115 - 302 \cdot 134)^2}{134 + 115} + \frac{(305 \cdot 34 - 302 \cdot 51)^2}{51 + 34} \right) \approx 9,947$$

Прийняття рішення. Оберемо рівень значущості $\alpha = 0,05$. За цим рівнем значущості та $\nu = 4 - 1 = 3$ ступенями свободи критичне значення статистики критерію T дорівнює $x_{1-\alpha} = 7,815$. Маємо $T_{\text{снотер.}} > x_{1-\alpha}$ ($9,947 > 7,815$). Відповідно до правил прийняття рішення нульова гіпотеза відхиляється на користь альтернативної. Тобто можна стверджувати про позитивний вплив упровадженої нами методичної системи на рівень якості математичної підготовки учнів.

Оброблення результатів письмових робіт, що були проведені наприкінці 11 класу, надало підставу для підтвердження аналогічного висновку про вплив методичної системи на рівень якості математичної підготовки учнів, оскільки для цих письмових робіт відповідно $T_{\text{снотер.}} > x_{1-\alpha}$ ($10,933 > 7,815$) і

$$T = \frac{1}{305 \cdot 302} \left(\frac{(305 \cdot 30 - 302 \cdot 15)^2}{15 + 30} + \frac{(305 \cdot 114 - 302 \cdot 97)^2}{97 + 114} + \frac{(305 \cdot 122 - 302 \cdot 138)^2}{138 + 122} + \frac{(305 \cdot 36 - 302 \cdot 54)^2}{54 + 36} \right) \approx 10,933$$

Для більш детального якісного аналізу математичної підготовки учнів за результатами контрольних робіт було перевірено вибірку за λ -критерієм Колмогорова–Смирнова. Цей критерій є непараметричним і застосовується за

таких умов: вибірки випадкові і незалежні; категорії впорядковані за зростанням або спаданням. Оскільки обидві ці умови для отриманих нами вибірок виконуються, ми можемо застосувати цей критерій для оцінювання відхилення розподілу в експериментальних групах від розподілу в контрольних групах. Позначимо:

$F_K(x)$ – невідома функція розподілу ймовірностей рівня математичної підготовки учнів в контрольних групах;

$F_E(x)$ – невідома функція розподілу ймовірностей рівня математичної підготовки учнів в експериментальних групах.

Нульова гіпотеза $H_0 : F_K(x) = F_E(x)$. Альтернативна гіпотеза $H_1 : F_K(x) \neq F_E(x)$.

Коли гіпотеза H_0 справджується, відхилення

$$D = \sup_x |F_E(x) - F_K(x)| \quad (5.2)$$

мале, а коли гіпотеза H_0 не справджується, це відхилення велике.

Обчислюємо відносні частоти F рівні частці від ділення частот на кожному рівні на обсяг вибірки (дані з таблиці 5.27). визначаємо модуль різниці відповідних відносних частот для K й E вибірок (таблиця 5.28).

Таблиця 5.28

Дані для обчислення за λ -критерієм Колмогорова–Смирнова

Рівень	Письмова робота №1			Письмова робота №2		
	Відносна частота E $F_E(x)$	Відносна частота K $F_K(x)$	Модуль різниці частот $F_E(x) - F_K(x)$	Відносна частота E $F_E(x)$	Відносна частота K $F_K(x)$	Модуль різниці частот $F_E(x) - F_K(x)$
Низький	0,19	0,26	0,07	0,14	0,24	0,10
Середній	0,4	0,45	0,05	0,34	0,41	0,07
Достатній	0,31	0,24	0,07	0,41	0,28	0,13
Високий	0,91	0,06	0,85	0,10	0,06	0,04

Серед отриманих модулів різниць обираємо найбільший. За результатами письмової роботи №1 $D=0,85$, письмової роботи №2, відповідно $D=0,13$. Емпіричне значення критерію $\lambda_{\text{емп}}$ визначаємо за формулою:

$$\lambda_{\text{емп}} = D \sqrt{\frac{N_E N_K}{N_E + N_K}} \quad (5.3),$$

де N_E і N_K – обсяг вибірки відповідно експериментальної і контрольної груп.

Для письмової роботи №1 $\lambda_{\text{емп}} = 10,47$, для письмової роботи №2 $\lambda_{\text{емп}} = 1,6016$. Порівнюємо $\lambda_{\text{емп}}$ з його критичним значенням. При рівні значущості $\alpha = 0,05$ табличне значення $\lambda_{\text{кр}} = 1,358$.

Для обох письмових робіт спостерігаємо, що $\lambda_{\text{емп}} > \lambda_{\text{кр}}$, тобто у відповідності з λ -критерієм Колмогорова-Смирнова нульова гіпотеза $H_0 : F_K(x) = F_E(x)$ відхиляється і приймається альтернативна гіпотеза $H_1 : F_K(x) \neq F_E(x)$. Це підтвердило існування відмінності розподілу рівня математичної підготовки старшокласників, які навчалися в КГ і ЕГ на формувальному етапі експерименту.

Перевірка ефективності роботи з формування компонентів професійної спрямованості особистості учнів профільної школи ґрунтувалася на виявленні стартового рівня сформованості таких ПВЯО старшокласників, як: просторове мислення, логічне мислення, навички математичного моделювання, обчислювальні навички, словниковий запас, на початку впровадження розробленої методичної системи. Оскільки для нашого дослідження важливо визначити зміни розподілу учнів за рівнями шкали порядку (шкали мають сім категорій), вибірки учнів і відмінності отриманих результатів були випадковими й незалежними, тому виконувалися умови для застосування двостороннього критерію χ^2 для перевірки статистичних гіпотез.

Необхідно було визначити, чи відрізняється істотно розподіл учнів за визначеними якостями особистості в двох вибірках. Нульова гіпотеза: H_0 – імовірність розподілу учнів за визначеними якостями особистості в контрольних та експериментальних групах на початку формувального експерименту відрізняється несуттєво. Альтернативна гіпотеза: H_1 – імовірність

розподілу учнів за визначеними якостями особистості в контрольних та експериментальних групах на початку формувального експерименту відрізняється суттєво. Наявні дані і результат обчислення критерію статистики Т представлено у таблицях 5.29, 5.30.

Наведені дані свідчать, що немає підстав для відхилення нульової гіпотези. Тобто імовірність розподілу учнів за виявленими психічними властивостями в контрольних та експериментальних групах на початку формувального експерименту відрізнялася несуттєво.

Таблиця 5.29

Рівень розвитку психічних властивостей в учнів експериментальних і контрольних груп (на початку формувального експерименту)

Рівень	Бал	Просторове мислення		Логічне мислення		Навички мат. моделювання		Обчислювальн. здібності	
		Е	К	Е	К	Е	К	Е	К
дуже високий	10	3	0	0	0	3	1	7	0
високий	8-9	80	75	35	24	3	1	31	38
вищий за середній	6-7	109	101	122	106	25	23	40	37
середній	5	61	63	61	57	58	35	12	13
нижчий від середнього	3-4	43	50	69	84	115	141	35	25
низький	1-2	9	10	9	18	76	74	38	38
нульовий	0	0	3	9	13	25	27	142	151
Учнів разом		305	302	305	302	305	302	305	302
Значення Т-критерію		7,1225		8,5518		10,5012		9,8549	
Результат при рівні значущості $\alpha = 0,05$.		$T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$ при $\nu = 6$, $x_{1-\alpha} = 12,5916$		$T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$ при $\nu = 5$, $x_{1-\alpha} = 11,0705$		$T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$ при $\nu = 6$, $x_{1-\alpha} = 12,5916$		$T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$ при $\nu = 6$, $x_{1-\alpha} = 12,5916$	

Протягом формувального етапу експерименту навчання в експериментальних класах (305 осіб) проводилося за змодельованою методичною системою професійно спрямованого навчання старшокласників математики, розробленою на пошуковому етапі (розділи 3; 4). У контрольних класах упровадження інноваційних елементів методичної системи професійно спрямованого навчання старшокласників математики не відбувалося.

Рівень розвитку словникового запасу учнів експериментальних і контрольних груп (на початку формувального експерименту)

Рівень	Бал	Е	К
дуже високий	10	3	2
високий	8-9	6	3
вищий за середній	6-7	17	16
середній	5	44	47
нижчий від середн.	3-4	142	147
низький	1-2	26	31
нульовий	0	67	56
Учнів разом		305	302
Значення Т-критерію		2,8826	
Результат при рівні значущості $\alpha = 0,05$.		$T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$ при $v = 6$, $x_{1-\alpha} = 12,5916$	

Вимірювання, аналогічні до тих, що були проведені на початку формувального експерименту, було здійснено й на його кінцевому етапі. Відмінності результатів, що були отримані уважалися випадковими. Вибірki учнів були випадковими й незалежними. Вимірювані властивості мали неперервний розподіл та вимірювалися за шкалою порядку з градацією за семи рівнями (нульовий, низький, нижче середнього, середній, вище середнього, високий, достатньо високий). Тому виконувалися умови для застосування критерію χ^2 Пірсона.

Було сформульовано нульову й альтернативну гіпотези: – імовірність розподілу учнів за рівнями сформованості просторового мислення, логічного мислення, навичок математичного моделювання, обчислювальних здібностей, словникового запасу у контрольних та експериментальних групах відповідно в кінці формувального експерименту відрізняється несуттєво: – імовірність розподілу студентів за рівнями сформованості просторового мислення, логічного мислення, навичок математичного моделювання, обчислювальних здібностей, словникового запасу в контрольних та експериментальних групах відповідно в кінці формувального експерименту відрізняється суттєво.

Визначення статистики критерію для порівняння ПВЯО в учнів К і Е груп наприкінці експерименту показано в таблицях 5.31–5.35.

Таблиця 5.31

Порівняння розподілу учнів за рівнями сформованості просторового мислення на початку й наприкінці формульовального експерименту

Рівень	Кількість учнів, які досягли відповідного рівня			
	Початок експерименту		Кінець експерименту	
	Е	К	Е	К
дуже високий	3 (1%)	0 (0%)	4 (1,31%)	1 (0,33%)
високий	80 (26,21%)	75 (24,83%)	86 (28,20%)	76 (25,17%)
вищий за середній	109 (35,74%)	101 (33,44%)	131 (42,95%)	102 (33,78%)
середній	61 (20,0%)	63 (20,86%)	62 (20,32%)	75 (24,83%)
нижч. від середн.	43 (14,10%)	50 (16,56%)	20 (6,56%)	45 (14,90%)
низький	9 (2,95%)	10 (3,31%)	2 (0,66%)	2 (0,66%)
нульовий	0 (0%)	3 (1%)	0 (0%)	1 (0,33%)
Учнів разом	305 (100%)	302 (100%)	305 (100%)	302 (100%)
Значення Т-критерію	7,1225		22,9004	
Результат при $\alpha = 0,05$	$T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$ при $v = 6, x_{1-\alpha} = 12,5916$		$T_{спостер.} > x_{1-\alpha}$ при $v = 6, x_{1-\alpha} = 12,5916$	

Таблиця 5.32

Порівняння розподілу учнів за рівнями сформованості логічного мислення на початку й наприкінці формульовального експерименту

Рівень	Кількість учнів, які досягли відповідного рівня			
	Початок експерименту		Кінець експерименту	
	Е	К	Е	К
дуже високий	0 (0%)	0 (0%)	5 (1,64%)	1 (0,33%)
високий	35 (11,48%)	24 (7,95%)	45 (14,75%)	25 (8,28%)
вищий за середній	122 (40,0%)	106 (35,10%)	137 (44,92%)	110 (36,42%)
середній	61 (20,0%)	57 (18,87%)	56 (18,36%)	64 (21,19%)
нижч. від середн.	69 (22,62%)	84 (27,82%)	59 (19,34%)	92 (30,46%)
низький	9 (2,95%)	18 (5,96%)	2 (0,66%)	7 (2,32%)
нульовий	9 (2,95%)	13 (4,30%)	1 (0,33%)	3 (1%)
Учнів разом	305 (100%)	302 (100%)	305 (100%)	302 (100%)
Значення Т-критерію	8,5518		22,9004	
Результат при $\alpha = 0,05$	$T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$ при $v = 5, x_{1-\alpha} = 11,0705$		$T_{спостер.} > x_{1-\alpha}$ при $v = 6, x_{1-\alpha} = 12,5916$	

Таблиця 5.33

Порівняння розподілу учнів за рівнями сформованості навичок математичного моделювання на початку й наприкінці формувального експерименту

Рівень	Кількість учнів, які досягли відповідного рівня			
	Початок експерименту		Кінець експерименту	
	Е	К	Е	К
дуже високий	3 (1%)	1 (0,33%)	6 (1,97%)	2 (0,66%)
високий	3 (1%)	1 (0,33%)	10 (3,28%)	2 (0,66%)
вищий за середн.	25 (8,19%)	23 (7,62%)	57 (18,69%)	31 (10,26%)
середній	58 (19,02%)	35 (11,59%)	76 (24,92%)	65 (21,53%)
нижч. від середн.	115 (37,68%)	141 (46,69%)	95 (31,15%)	151 (50,0%)
низький	76 (24,92%)	74 (24,5%)	61 (20,0%)	49 (16,23%)
нульовий	25 (8,19%)	27 (8,94%)	0 (0%)	2 (0,66%)
Учнів разом	305 (100%)	302 (100%)	305 (100%)	302 (100%)
Значення Т-критерію	10,5012		31,9756	
Результат $\alpha = 0,05$	$T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$ при $v = 6$, $x_{1-\alpha} = 12,5916$		$T_{спостер.} > x_{1-\alpha}$ при $v = 6$, $x_{1-\alpha} = 12,5916$	

Таблиця 5.34

Порівняння розподілу учнів за рівнями сформованості обчислювальних здібностей на початку й наприкінці формувального експерименту

Рівень	Кількість учнів, які досягли відповідного рівня			
	Початок експерименту		Кінець експерименту	
	Е	К	Е	К
дуже високий	7 (2,30%)	0 (0%)	10 (3,28%)	3 (1%)
високий	31 (10,16%)	38 (12,58%)	71 (23,28%)	58 (19,21%)
вищий за середній	40 (13,11%)	37 (12,26%)	86 (28,20%)	59 (19,53%)
середній	12 (3,93%)	13 (4,30%)	50 (16,39%)	47 (15,56%)
нижчий від середнього	35 (11,48%)	25 (8,28%)	23 (7,54%)	45 (14,90%)
низький	38 (12,46%)	38 (12,58%)	23 (7,54%)	50 (16,56%)
нульовий	142 (46,56%)	151 (50%)	42 (13,77%)	40 (13,25%)
Учнів разом	305 (100%)	302 (100%)	305 (100%)	302 (100%)
Значення Т-критерію	9,8549		27,3976	
Результат при $\alpha = 0,05$	$T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$ при $v = 6$, $x_{1-\alpha} = 12,5916$		$T_{спостер.} > x_{1-\alpha}$ при $v = 6$, $x_{1-\alpha} = 12,5916$	

Таблиця 5.35

Порівняння розподілу учнів за рівнями сформованості словникового запасу на початку й наприкінці формувального експерименту

Рівень	Кількість учнів, які досягли відповідного рівня			
	Початок експерименту		Кінець експерименту	
	Е	К	Е	К
дуже високий	3 (1%)	2 (0,66%)	6 (1,97%)	3 (1%)
високий	6 (1,97%)	3 (1%)	12 (3,94%)	4 (1,32%)
вищий за середній	17 (5,57%)	16 (5,3%)	54 (17,7%)	38 (12,58%)
середній	44 (14,43%)	47 (15,56%)	42 (13,77%)	70 (23,18%)
нижч. від середн.	142 (46,56%)	147 (48,68%)	135 (44,26%)	161 (53,31%)
низький	26 (8,52%)	31 (10,26%)	19 (6,23%)	7 (2,32%)
нульовий	67 (21,95%)	56 (18,54%)	37 (12,13%)	19 (6,29%)
Учнів разом	305 (100%)	302 (100%)	305 (100%)	302 (100%)
Значення Т-критерію	2,8826		28,4357	
Результат при $\alpha = 0,05$	$T_{спостер.} < x_{1-\alpha}$ при $v = 6, x_{1-\alpha} = 12,5916$		$T_{спостер.} > x_{1-\alpha}$ при $v = 6, x_{1-\alpha} = 12,5916$	

Отже, є підстави для відхилення нульової гіпотези. Тобто імовірність розподілу учнів за рівнями сформованості просторового мислення, логічного мислення, навичок математичного моделювання, обчислювальних здібностей, словникового запасу в контрольних та експериментальних групах відповідно в кінці формувального експерименту відрізняється суттєво.

Спостерігається позитивна динаміка в учнів експериментальних груп у дуже високому, високому і вище середнього рівнях таких психічних властивостей особистості, як логічне мислення й словниковий запас, а також на рівнях від середнього до дуже високого включно позитивна динаміка є у просторовому мисленні, навичках математичного моделювання й обчислювальних здібностях (таблиця 5.36). Значущі зміни в експериментальних групах підтверджуються статистикою Т-критерія (таблиця 5.37).

Отже, оброблення результатів вимірювань наприкінці формувального експерименту показала, що розподіл учнів за рівнями якості математичної підготовки та рівнями сформованості якостей професійної спрямованості особистості в експериментальних і контрольних групах суттєво відрізняється.

Динаміка змін в рівнях розвитку ПВЯО в учнів експериментальних і контрольних груп

Рівень	Просторове мислення		Логічне мислення		Навички мат. моделювання		Обчислюв. здібності		Словниковий запас	
	Е	К	Е	К	Е	К	Е	К	Е	К
дуже високий	+0,31	+0,33	+1,64	+0,33	+0,97	+0,33	+0,98	+1	+0,97	+0,34
високий	+1,99	+0,34	+3,27	+0,33	+2,28	+0,33	+13,12	+6,63	+1,97	+0,32
вищий за середній	+7,21	+0,34	+4,92	+1,32	+10,5	+2,64	+15,09	+7,27	+12,13	+7,28
середн.	+0,32	+3,97	-1,64	+2,32	+5,9	+9,94	+12,46	+11,26	-0,66	+7,62
нижч. від середн.	-7,54	-1,66	-3,28	+2,64	-6,53	+3,31	-3,94	+6,62	-2,3	+4,63
низьк.	-2,29	-2,65	-2,29	-3,64	-4,92	-8,27	-4,92	+3,98	-2,29	-7,94
нульов.		-0,67	-2,62	-3,3	-8,19	-8,28	-32,79	-36,75	-9,82	-12,25

Таблиця 5.37

Результат статистики Т-критерія на кінець експерименту

ПВЯО	Просторове мислення	Логічне мислення	Навички мат. моделювання	Обчислювальні навички	Словниковий запас
Статистика Т-критерію на кінець експерименту	$T=22,9004$	$T=22,9004$	$T=31,9756$	$T=27,3976$	$T=28,4357$
Результат при $\alpha = 0,05$, $\nu = 6$ $x_{1-\alpha}=12,5916$	$T_{спостер.} > x_{1-\alpha}$ зміни значущі	$T_{спостер.} > x_{1-\alpha}$ зміни значущі	$T_{спостер.} > x_{1-\alpha}$ зміни значущі	$T_{спостер.} > x_{1-\alpha}$ зміни значущі	$T_{спостер.} > x_{1-\alpha}$ зміни значущі

Можна зробити статистично обґрунтований висновок про те, що всі показники сформованості професійної спрямованості особистості в учнів профільної школи, які проходили математичну підготовку в умовах методичної системи ПСНМ, суттєво змінилися.

У реальному навчальному процесі в ході експерименту методична система ПСНМ уможливила побудову індивідуальних освітніх траєкторій. Підтвердимо, використовуючи статистичні методи, необхідність функціонування усіх складових у побудові індивідуальної освітньої траєкторії учнів профільної школи.

Для оцінки ефективності складових у побудові індивідуальної освітньої траєкторії перейдемо до однофакторного дисперсійного аналізу Р. Фішера. Для з'ясування ефективності таких складових в індивідуальній освітній траєкторії учня як: вибір профілю навчання, заняття курсів за вибором, рівень академічності викладу змісту навчання створено експериментальну групу E_2 , в якій при побудові індивідуальної освітньої траєкторії учнів не враховувався рівень академічності викладу змісту. Для визначення середньої дисперсії кожної групи учнів скористаємося даними результатів письмової роботи №2, яка виконувалася на закінчення навчання в 11 класі. Результати письмової роботи наведено у таблиці 5.38.

Таблиця 5.38

Порівняльний розподіл учнів за результатами письмової роботи №2 в контрольних та експериментальних групах (закінчення навчання в 11 класі)

Кількість балів	Рівень	Кількість учнів					
		КГ (116)		ЕГ ₁ (46)		ЕГ ₂ (57)	
		чол.	%	чол.	%	чол.	%
1-3	низький	28	24,1	7	15,2	8	14
4-6	середній	48	41,4	16	34,8	20	35
7-9	достатній	32	28,1	19	41,3	23	40,5
10-12	високий	8	6,3	4	8,7	6	10,5

Сформулюємо гіпотези:

H_0 : Дисперсії однакові та рівні $m(1)=m(2)=m(3)$, тобто відсутній вплив окремих складових у побудові індивідуальної освітньої траєкторії на математичну підготовку учнів.

H_1 : Принаймні існує дві нерівні дисперсії, тобто математична підготовка учнів залежить від наявності всіх складових у побудові індивідуальної освітньої траєкторії учнів профільної школи.

Гіпотезу H_0 перевіряють проти альтернативної гіпотези H_1 , згідно з якою хоча б одна із зазначених рівностей не виконана. Перевірка цієї гіпотези заснована на «розкладанні дисперсій» Р. Фішера.

Представимо результати перевірки гіпотези. Розподіл учнів за отриманими балами письмової роботи №2 в контрольних та експериментальних

групах (завершення навчання в 11 класі 2013-14 н.р.) представлено у таблиці 5.39.

Таблиця 5.39

Розподіл учнів за отриманими балами письмової роботи №2

N	K	E ₁	E ₂	N	K	E ₁	E ₂	N	K	E ₁	E ₂
1	1	1	1	40	4	9	8	79	7	-	-
2	1	2	1	41	4	9	8	80	7	-	-
3	1	3	1	42	4	9	8	81	7	-	-
4	1	1	2	43	4	10	8	82	7	-	-
5	2	2	2	44	4	10	7	83	7	-	-
6	2	3	3	45	4	11	7	84	7	-	-
7	2	1	3	46	4	12	7	85	7	-	-
8	2	4	3	47	4	-	7	86	7	-	-
9	2	5	4	48	4	-	7	87	9	-	-
10	2	6	4	49	4	-	7	88	9	-	-
11	2	4	4	50	4	-	7	89	9	-	-
12	2	5	4	51	4	-	7	90	9	-	-
13	2	6	5	52	4	-	11	91	8	-	-
14	2	4	5	53	4	-	11	92	8	-	-
15	2	5	5	54	4	-	10	93	8	-	-
16	2	6	5	55	4	-	10	94	7	-	-
17	2	4	5	56	4	-	10	95	7	-	-
18	1	4	6	57	4	-	10	96	7	-	-
19	1	4	6	58	4	-	-	97	8	-	-
20	1	5	6	59	4	-	-	98	8	-	-
21	3	5	6	60	4	-	-	99	8	-	-
22	3	5	6	61	5	-	-	100	8	-	-
23	3	6	6	62	5	-	-	101	8		
24	3	7	6	63	5	-	-	102	8		
25	3	7	6	64	5	-	-	103	8		
26	3	7	6	65	5	-	-	104	8		
27	3	8	6	66	5	-	-	105	8		
28	3	8	6	67	5	-	-	106	8		
29	6	8	9	68	5	-	-	107	8		
30	6	8	9	69	5	-	-	108	8		
31	6	8	9	70	5	-	-	109	10		
32	6	8	9	71	5	-	-	110	10		
33	6	9	9	72	5	-	-	111	10		
34	6	9	9	73	5	-	-	112	10		
35	6	9	9	74	5	-	-	113	11		
36	6	9	8	75	5	-	-	114	11		
37	4	9	8	76	5	-	-	115	11		
38	4	9	8	77	7	-	-	116	11		
39	4	9	8	78	7	-	-	∑	612	293	368
								x _{cp}	5,27	6.37	6.46

Розрахунок основних величин для проведення однофакторного дисперсійного аналізу наведено у таблиці 5.40.

Таблиця 5.40

Розрахунок основних величин для однофакторного дисперсійного аналізу

Позначення	Розшифровка позначення	Результат розрахунків
T_c	суми індивідуальних значень за кожною умовою	612; 293; 368
ΣT_c^2	сума квадратів сумарних значень за кожною умовою	$\Sigma T_c^2 = 612^2 + 293^2 + 368^2$
c	кількість умов (градацій фактора)	$c=3$
n	кількість піддослідних у кожній групі	116; 46; 57
N	загальна кількість індивідуальних значень	219
$(\Sigma x_i)^2$	квадрат загальної суми індивідуальних значень	$(1273)^2$
$(\Sigma x_i)^2 / N$	константа яку потрібно відняти від кожної суми квадратів	$(1273)^2 / 219$
x_i	кожне індивідуальне значення	
$\Sigma(x_i)^2$	сума квадратів індивідуальних значень	8969

Скористаємося результатами розрахунків для проведення дисперсійного аналізу даних. Для цього виконаємо обчислення за формулами.

$SS_{\text{факт}}$ – варіативність ознаки, обумовлена діями досліджуваного фактора

$$SS_{\text{факт}} = \frac{1}{n} \sum T_c^2 - \frac{1}{N} (\sum x_i)^2 \quad (5.2).$$

$$SS_{\text{факт}} = \frac{612^2}{116} + \frac{293^2}{46} + \frac{368^2}{57} - \frac{(1273)^2}{219} = 71,29.$$

$SS_{\text{заг}}$ – загальна варіативність ознаки

$$SS_{\text{заг}} = \sum x_i^2 - \frac{1}{N} (\sum x_i)^2 \quad (5.3).$$

$$SS_{\text{заг}} = 8969 - \frac{(1273)^2}{219} = 8969 - 7399,68 = 1569,32.$$

$SS_{\text{вип}}$ – варіативність обумовлена неврахованими факторами, «випадкова» або «залишкова» варіативність

$$SS_{\text{вип.}} = SS_{\text{заг}} - SS_{\text{факт}} \quad (5.4).$$

$$SS_{\text{вип.}} = 1569,32 - 71,29 = 1498,03.$$

MS – «середній квадрат» або математичне очікування суми квадратів, усереднена величина відповідних SS .

df – кількість степенів свободи, $df_{\text{факт}} = c - 1$, $df_{\text{заг}} = N - 1$,

$$df_{\text{вип.}} = df_{\text{заг}} - df_{\text{факт}}$$

$$MS_{\text{факт}} = \frac{SS_{\text{факт}}}{df_{\text{факт}}}; MS_{\text{вип.}} = \frac{SS_{\text{вип.}}}{df_{\text{вип.}}}; F_{\text{емп}} = \frac{MS_{\text{факт}}}{MS_{\text{вип.}}} \quad (5.5).$$

$$df_{\text{факт}} = 2, df_{\text{заг}} = 218, df_{\text{вип.}} = 218 - 2 = 216.$$

$$MS_{\text{факт}} = \frac{71,29}{2} = 35,65; MS_{\text{вип.}} = \frac{1498,03}{216} = 6,9; F_{\text{емп}} = \frac{35,65}{6,9} = 5,17.$$

$F_{\text{крит}}$ визначаємо за таблицею за $df_{\text{факт}}$ та $df_{\text{вип.}}$.

$$F_{\text{крит}} = \begin{cases} 3,04; p \leq 0,05, \\ 4,71; p \leq 0,01. \end{cases}$$

Співставляємо $F_{\text{емп}}$ та $F_{\text{крит}}$, оскільки $F_{\text{емп}} > F_{\text{крит}}$, то нульова гіпотеза відхиляється, тобто робимо висновок, що математична підготовка учнів

залежить від наявності всіх складових у побудові індивідуальної освітньої траєкторії учнів профільної школи. Це свідчить про вагомий сприятливий вплив запропонованої методичної системи ПСНМ на рівень сформованості професійної спрямованості особистості учнів профільної школи.

Висновки до п'ятого розділу

Експериментальна робота з організації професійно спрямованого навчання математики у профільній школі проводилася в умовах реального навчально-виховного процесу і складалася з трьох етапів: констатувального, пошукового та формувального.

Проведене дослідження на всіх етапах педагогічного експерименту дало змогу дійти таких висновків:

1) На констатувальному етапі експерименту проводилася діагностика професійної спрямованості особистості старшокласників, досліджувався рівень якості математичної підготовки учнів профільної школи, які вивчають математику на різних рівнях. Результати діагностики вказують на наступні проблемні моменти у формуванні професійної спрямованості особистості старшокласників у процесі навчання математики у профільній школі: наявність високого відсотку учнів 10-х класів якими заперечується інтерес до сфери діяльності «математика» (76,4%) в тому числі й учнями математичного профілю (29,3%); рівень розвитку видів мислення в переважній більшості випадків нижчий, ніж той, що відповідає вимогам до певного навчального профілю; рівень розвитку обчислювальних навичок і словникового запасу учнів знижує показники загального розвитку старшокласників. Таким чином, сучасний стан системи МПС умовах профільної школи продукує наявність суттєвих недоліків у процесі формування професійної спрямованості особистості старшокласників під час навчання математики.

Аналіз якості математичної підготовки учнів старшої профільної школи через обчислення коефіцієнтів доступності завдань тесту дозволив визначити

ступінь оволодіння учнями певними видами математичної діяльності, а розподіл успішності виконання завдань тестів дозволив виявити рівні початкових досягнень учнів: низький (11,9% опитуваних), середній (38,1%), достатній (35,9%), високий (10,5%). Анкетування вчителів і учнів дозволило визначити додаткові фактори успішності вивчення математики на різних навчальних профілях.

2) В ході дослідно-експериментальної роботи на пошуковому та формувальному етапах експерименту доведено доцільність спрямування математичної підготовки учнів профільної школи на досягнення випускниками певного рівня сформованості професійної спрямованості особистості, яка проявляється через показники високої якості математичної підготовки і такі характеристики, як: просторове мислення, логічне мислення, навички математичного моделювання, обчислювальні навички, словниковий запас.

3) Порівняльний аналіз показників рівнів сформованості компонентів професійної спрямованості особистості в учнів контрольних та експериментальних груп, їхня вагома позитивна динаміка в експериментальних групах порівняно з контрольними свідчать про ефективність запропонованої й обґрунтованої в дослідженні моделі методичної системи ПСНМ учнів профільної школи.

4) Використані під час обробки результатів педагогічного експерименту методи математичної статистики критерій χ^2 Пірсона та λ -критерій Колмогорова-Смирнова дають змогу зафіксувати вагоме зростання в учнів експериментальних груп порівняно з учнями контрольних груп показників якості математичної підготовки. При вимірюванні рівня ПВЯО, які обімовлюють її професійну спрямованість використовувалися умови для застосування критерію χ^2 Пірсона, що дозволило сформулювати нульову й альтернативну гіпотези і в результаті використання статистики Т-критерію підтвердити, що спостерігається позитивна динаміка в учнів експериментальних груп в дуже високому, високому й вище середнього рівнях таких ПВЯО, як логічне мислення й словниковий запас, а також на рівнях від

середнього до дуже високого включно позитивна динаміка є в просторовому мисленні, навичках математичного моделювання й обчислювальних навичках. Однофакторним дисперсійним аналізом Р. Фішера підтверджено ефективність складових у побудові індивідуальної освітньої траєкторії учнів профільної школи.

Це дозволяє зробити висновок про ефективність розробленої методичної системи з кута зору забезпечення сприятливих умов для опанування учнями системою математичних знань, навичок і умінь а також психічного розвитку особистості, здатної продуктивно продовжувати освіту в обраному професійному напрямі.

Основні результати п'ятого розділу опубліковано в роботах [109; 275; 276; 282; 294; 296; 303; 630].

ВИСНОВКИ

У дисертації науково обґрунтована концепція МПС у профільній школі, розроблена методична система професійно спрямованого навчання старшокласників математики й експериментально перевірена її ефективність у навчальному процесі старшої профільної школи. Результати дослідження підтвердили загальну й часткові гіпотези, засвідчили досягнення мети та виконання завдань, уможливили формулювання висновків.

1. Огляд історії становлення профільної школи, проведений на засадах компаративістського підходу, довів актуальність ідеї профільного навчання як у вітчизняній, так і в зарубіжній педагогіці в усі періоди її розвитку. Підґрунтям ідеї профілізації сучасної школи слугують надбання, що склалися історично й мали позитивний досвід у реформуванні вітчизняної та зарубіжної школи (біфуркація, поліфуркація, школи й класи з поглибленим вивченням предмета, спеціалізоване навчання, організація професійної орієнтації учнів профільної школи), а також сучасні вимоги суспільства до рівня освіченості випускника школи.

Підготовка випускника профільної школи, здатного до свідомого вибору сфери професійної діяльності й самоосвіти та самовдосконалення протягом життя, досягатиме ефективності за умов запровадження професійно спрямованого навчання старшокласників. У контексті проблематики дослідження це означає, що процес профілізації сучасної старшої школи на засадах професійної спрямованості має об'єктивний і закономірний характер.

Підсумовано, що професійна спрямованість особистості старшокласника – складне утворення, критеріями сформованості якого є характер інтересу до фахової сфери, ціннісні орієнтації, професійно важливі якості особистості старшокласника. До професійно важливих якостей особистості старшокласника, що формуються в процесі навчання математики, зараховано: психічні властивості особистості школяра, від яких залежить його успіх у майбутній професійній сфері (просторове мислення, логічне мислення,

словниковий запас, обчислювальні навички); здатність учнів провадити НМД (уміння оперувати науковими математичними поняттями, фактами, тобто застосовувати їх, пояснюючи явища в нових ситуаціях, використовувати способи діяльності, демонструвати навички математичного моделювання, з'ясовувати причинно-наслідкові зв'язки, робити правильні та лаконічні висновки).

Диференціація навчання математики в старшій профільній школі, ґрунтуючись на принципі професійної спрямованості навчання, потребує розроблення й обґрунтування методичної системи навчання, спрямованої на: доведення наступності з допрофільним навчанням математики; формування якостей особистості старшокласника, які маркують його професійну спрямованість; досягнення всіма учнями базового рівня опанування математики; забезпечення відмінностей у змісті навчання математики для різних профілів навчання; реалізацію прикладної спрямованості навчання математики, орієнтованої на профіль навчання, як одного з основних способів формування профільних інтересів засобами математики.

2. Важливим підґрунтям для розв'язання проблеми професійної спрямованості навчання старшокласників математики в профільній школі є всебічна увага до психолого-фізіологічних особливостей учнів старшого шкільного віку в навчальній діяльності; синтез аксіологічного, діяльнісного, когнітивно-семіотичного, компетентнісного, системно-структурного психолого-педагогічних підходів до навчання математики в класах різних профілів.

Психолого-педагогічна основа профілізації старшої школи забезпечена залученням особистісного підходу до розв'язання завдань і досягнення цілей навчання старшокласників у профільній школі, що дає змогу вийти на профільні й професійні характеристики особистості, оскільки особистісний підхід виконує інтеграційну роль у групі психолого-педагогічних підходів до особистості старшокласника в навчанні.

Обґрунтовано, що провідну роль у становленні особистості в навчанні відіграє формування й розвиток особистості старшокласника в таких її сферах, як мотиваційна, емоційно-ціннісна, інтелектуальна, когнітивна, семіотична, що безпосередньо пов'язані з мотиваційно-цільовим, емоційно-когнітивним, контрольно-оцінним компонентами професійної спрямованості особистості. Доведено, що процес впливу на сфери особистості старшокласника має певну специфіку залежно від навчального профілю, це своєю чергою сприяє позитивним змінам у становленні професійної спрямованості особистості.

Дослідження психологічних основ навчання старшокласників математики в профільній школі вможливило побудову структурно-змістової ПМКМВ у складі взаємопов'язаних структурних компонентів (цільового, підготовчого, процесуального й підсумкового), зміст яких впливає з навчального профілю і спрямований на формування компетентного випускника профільної школи, який має належний рівень математичної підготовки.

3. Концептуальна модель МПС у профільній школі побудована на підставах комплексного системного аналізу, що дав змогу виявити: концептуально значущі елементи системи МПС; характер їхньої взаємодії, який забезпечує цілісність системи МПС; функції кожного компонента й системи МПС у цілому. Основою функціонування компонентів концептуальної моделі МПС є положення теорії пізнання, загальнонаукові та спеціальні підходи до вивчення й розвитку особистості, групи закономірностей процесу навчання математики, принципи проектування процесу навчання математики в профільній школі; психолого-педагогічні передумови навчання старшокласників математики. Мета й завдання навчання математики, побудова методичної системи ПСНМ та комплексне багаторівневе оцінювання результатів математичної освіти в профільній школі перебувають у межах моделі в постійній взаємозалежності, узгоджуються з ПМКМВ та окреслюють результат – сформованість освіченого випускника старшої профільної школи, який має певний рівень математичної підготовки, що відповідає вимогам

навчального профілю. Результату досягають через організацію НМД учнів на всіх етапах реалізації моделі.

У дослідженні НМД учнів потрактована як активна навчально-пізнавальна діяльність у межах обраного рівня математичної підготовки, спрямована на засвоєння навчального предмета, зумовлена можливостями навчання математики на різних рівнях математичної підготовки в профільній школі – від вироблення навичок й елементарних умінь на рівні стандарту до оволодіння методами математичного моделювання на академічному рівні та елементами творчої діяльності, властиві математикові-професіоналу на профільному рівні. Доведено, що процес формування НМД відбувається завдяки задачному підходові до навчання математики, який передбачає конструювання системи професійно спрямованих задач в апараті організації змісту навчання математики старшокласників.

4. Розроблена методична система професійно спрямованого навчання математики ґрунтована на положеннях концепції навчання математики в профільній школі, її елементами є взаємозалежні компоненти-підсистеми: цілей, змісту, психологічна, діяльнісно-організаційна та операційно-технологічна. Ключовими ідеями побудови методичної системи професійно спрямованого навчання математики в старшій профільній школі обрані: орієнтація навчання на кінцевий результат, зіставлений із метою навчання математики; створення в процесі навчання математики позитивного емоційного фону, формування ціннісного ставлення до цієї сфери знань, особистісних мотивів і потреб вивчення математики; добір змісту математичних дисциплін, який має забезпечувати загальноосвітню підготовку учнів, а також їх підготовку до майбутньої професійної діяльності; залучення методів, форм, засобів МПС відповідно до компонентів ПМКМВ. Це своєю чергою зумовило зміст і функції компонентів системи, які в цілісності й взаємозалежності виявляють зовнішній зв'язок системи з іншими системами (освіти, функціонування профільної школи тощо), характеризують роботу системи ПСНМ через підсистеми внутрішніх загальних і внутрішніх конкретних цілей,

передбачають усебічний вплив на формування особистості старшокласника через засвоєний зміст, створюють умови для побудови індивідуальної освітньої траєкторії й опанування учнем рівня НМД, налагоджують зв'язки між методами, прийомами, організаційними формами, засобами навчання, орієнтованими на формування професійної спрямованості особистості.

Грунтовний аналіз шкільних підручників як основного носія змісту навчання, адресованого учням, засвідчив недостатній обсяг і відсутність систематизації професійно спрямованих задач відповідно до напрямів профілізації. Це вмотивувало необхідність укладення збірника практичних, прикладних і міжпредметних задач різного рівня складності як додаткової літератури до чинних підручників, що сприятиме систематичному формуванню в учнів професійної спрямованості особистості під час опанування математики в профільній школі.

Методична система професійно спрямованого навчання старшокласників математики вможливує побудову індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки учня профільної школи. Реалізація індивідуальної освітньої траєкторії учня в процесі профільного навчання передбачає розроблення індивідуального освітнього маршруту, складання індивідуальної освітньої програми та їх конкретизацію у формі індивідуального навчального плану учня. Індивідуальність освітньої траєкторії забезпечена групою чинників: 1) наявністю форм, методів, засобів навчання, що відповідають навчальному профілю, зважають на рівень математичної підготовки й математичної діяльності учнів, реалізують як зовнішню, так і внутрішню диференціацію; 2) система курсів за вибором, що, впливаючи на якості особистості учнів, сприяє формуванню професійної спрямованості особистості й уможливує зовнішню диференціацію; 3) ступінь академічності викладу змісту навчання, який забезпечує внутрішню диференціацію. Фреймова модель математичної підготовки учнів запропонована як специфічна канва для побудови індивідуальної освітньої траєкторії математичної підготовки учня профільної школи.

5. Експериментальна перевірка теоретично розробленої методичної системи професійно спрямованого навчання старшокласників математики в умовах реального навчального процесу довела її ефективність для формування в учнів інтересу до професійної сфери «математика» у межах обраного профілю, для розвитку мислення, створення умов НМД на рівні, що відповідає обраному профілю й рівневі вивчення математики (базовий, профільний), а також для підвищення рівня навчальних досягнень учнів із предмета. Це засвідчує позитивна статистично вагома динаміка показників якості математичної підготовки й таких характеристик: просторове мислення, логічне мислення, навички математичного моделювання, обчислювальні навички, словниковий запас учнів. Дослідницько-експериментальна робота спонукала до висновку про ефективність розробленої методичної системи професійно спрямованого навчання старшокласників математики з огляду на створення сприятливих умов для всебічного розвитку випускника профільної школи, готового продовжувати освіту в обраному професійному напрямі. Її впровадження в реальний навчальний процес створює належні умови для підвищення якості математичної освіти випускників профільної школи.

Результати дослідження можуть бути використані в практиці викладання математики в навчальних закладах середньої освіти; під час розроблення навчальних і методичних посібників, у системі підвищення кваліфікації вчителів; у професійній підготовці студентів фізико-математичних факультетів класичних та педагогічних університетів.

Запропоноване дослідження відкриває новий напрям у теорії та методиці навчання математики, пов'язаний із розв'язанням питань професійної спрямованості навчання математики учнів профільної школи. Подальше розроблення теоретичних засад навчання старшокласників математики вмотивоване необхідністю створення інноваційного навчально-методичного забезпечення в профільній школі, аналізу проблеми реалізації наступності в системі «профільна школа – ВНЗ».

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абульханова-Славская К. А. Стратегия жизни / К. А. Абульханова-Славская. – М.: Мысль, 1991. – 299 с.
2. Абульханова-Славская К. А. Типологический подход к личности профессионала / К. А. Абульханова-Славская // Психологические исследования проблемы формирования личности профессионала : сб. науч. трудов ; под ред. В. А. Бодрова. – М. : Ин-т психол. АН СССР, 1991. – С. 58–66.
3. Авраменко М. М. Профільне навчання в середніх школах Федеративної Республіки Німеччини: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / М. М. Авраменко. – К., 2007. – 20 с.
4. Акимова М. К. Индивидуальность учащегося и индивидуальный поход / М. К. Акимова, В. Г. Козлова. – М.: Знание, 1992. – 80 с.
5. Актуальные проблемы дифференцированного обучения / [И. А. Ананич, А. Б. Василевский, В. И. Водейко и др.]; под ред. Л. Н. Рожиной. – Минск : Нар. асвета, 1992. – 189 с.
6. Акуленко И. А. Развитие приёмов логического мышления учащихся гуманитариев в процессе изучения курса по выбору «Элементы логики» / И. А. Акуленко // Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «64 Герценовские чтения». – СПб, 2011. – С. 216–218.
7. Акуленко І. А. Вивчення елементів математичної логіки у поглибленому курсі математики / І. А. Акуленко // Математика в сучасній школі. – 2012. – № 4. – С. 11–19.
8. Акуленко І. А. До проблеми навчання математики учнів-гуманітаріїв на основі урахування їхніх індивідуальних і типових особливостей / І. А. Акуленко // Дидактика математики. – 2010. – Вип. 34. – С. 93–98.
9. Акуленко І. А. Методика навчання математики в профільній школі : методичні рекомендації до проведення практично-семінарських занять :

методичний посібник для організації аудиторної та самостійної роботи студентів / І. А. Акуленко ; за заг. ред. Н. А. Тарасенкової. – Черкаси : видавець Чабаненко Ю., 2012. – 165 с.

10. Акуленко І. А. Професійна спрямованість навчання математики в профільній школі / І. А. Акуленко // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти ПМО – 2010» (24–26 листопада 2010 року, м. Черкаси). – Черкаси, 2010. – С. 50–52.
11. Акуленко І. А. Формування математичних компетентностей учнів профільної школи / І. А. Акуленко // Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки. – Черкаси. 2008. – Вип. 127. – С. 3–9.
12. Акуленко І. А. Проблема формування та розвитку логічного мислення учнів у контексті профілізації старшої школи / І. А. Акуленко, Ю. Ю. Лещенко // Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». – 2011. – Вип. 211, ч. II. – С. 3–13.
13. Алешина И. Н. Психологические особенности влияния социальных ожиданий на формирование профессиональной направленности студента педагогического института : дис. ... канд. психол. наук : 19.00.07 / Алешина Ирина Николаевна. – М., 1990. – 450 с.
14. Алфімов В. І. Педагогічні основи організації навчально-виховного процесу в ліцеї: дис.. ... д-ра пед. наук: 13.00.01 / Алфімов Валентин Миколайович. – К., 1997. – 438 с.
15. Ананьев Б. Г. О соотношении способностей и одаренности / Б. Г. Ананьев // Проблемы способностей; под ред. В. Н. Мясищева. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1962. – С. 15–32.
16. Андреева Г. М. Социальная психология. Учебник для высших учеб. заведений / Г. М. Андреева. – М. : Аспект Пресс, 1996. – 375 с.
17. Андрущенко В. П. Освіта на рубежі століть: філософія, методологія, практика // Неперервна професійна освіта: філософія, педагогічні парадигми, прогноз : монографія / В. П. Андрущенко, І. А. Зязюн,

- В. Г. Кремень та ін.; за ред. В. Г. Кременя. – К. : Наукова думка, 2003. – С. 99–166.
18. Апостолова Г. В. Геометрія 11 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний профільний рівень / Апостолова Г. В. – К.: Генеза, 2011. – 176 с.
 19. Аппазов Ф. С. К вопросу эволюции и ассиметрии мозга / Ф. С. Аппазов, С. Д. Яковлева // Педагогічні засади формування гуманістичних цінностей природничої освіти, її спрямованість на розвиток особистості: Збірник матеріалів міжнародної науково-практичної конференції: – Полтава: АСМІ, 2003. – С. 45–49.
 20. Арапов А. И. Проблема дифференциации обучения в истории отечественной педагогики и школы конца XIX – начала XX века: автореферат дис. на соискание уч. ступени канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Арапов Александр Иванович. – Новосибирск, 2000. – 21 с.
 21. Артеменко Н. М. Задачі прикладного змісту. Стереометрія. 11 клас / Н. М. Артеменко // Математика в школах України. – 2008. – № 5. – С. 6–12.
 22. Артемова Л. К. Кадровое обеспечение профильного обучения / Л. К. Артемова // Педагогика. – 2006. – № 10. – С. 58–64.
 23. Артюхова И. С. Проблема выбора профиля обучения в старшей школе / И. С. Артюхова // Педагогика. – 2004. – №2. – С. 28–33.
 24. Аршанский Е. А. Предпрофильная подготовка: как ее реализовать в школьной практике / Е. А. Аршанский, О. В. Алесьева // Химия в школе. – 2006. – №5. – С. 12–19.
 25. Аршанский Е. Я. Специальная методическая подготовка будущего учителя химии к работе в условиях профильного обучения / Е. Я. Аршанский // Химия: методика преподавания. – 2003. – № 6. – С. 3–11.
 26. Асмолов А. Г. Деятельность и установка / А. Г. Асмолов. – М.: Изд-во МГУ, 1979. – 144 с.

27. Афанасьєва О. М. Математика, 10 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту / О. М. Афанасьєва, Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, А. К. Сліпенко. – Х. : Навчальна книга — Богдан, 2010. – 428 с.
28. Афанасьєва О. М. Математика, 11 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту / О. М. Афанасьєва, Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, А. К. Сліпенко. – Х. : Навчальна книга — Богдан, 2011. – 480 с.
29. Афонькина Ю. А. Генезис профессиональной направленности: автореф. дис. на соискание уч. ступени д-ра психолог. наук / Ю. А. Афонькина. – СПб, 2003. – 33 с.
30. Ахметова Л. В. Когнитивная сфера личности – психологическая основа обучения / Л. В. Ахметова // Вестник ТГПУ. 2009. Выпуск 9 (87). – Томск, 2009. – С. 108–115.
31. Бабанский Ю. К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса: (Метод. основы) / Ю. К. Бабанский. – М.: Просвещение, 1982. – 190 с.
32. Бабанский, Ю.К. Избранные педагогические труды / Ю.К. Бабанский. – М.: Педагогика, 1989. – 560 с.
33. Бадмаева Д. Д. Математическое образование / Д. Д. Бадмаева // Всероссийская конференция «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков» Дубна, сентябрь, 2000. – М. : МЦНМО, 2000. – С. 65–67.
34. Балл Г. Психолого-педагогічні засади організації профільної допрофесійної підготовки школярів / Г. Балл, П. Перепелиця // Педагогіка і психологія проф. освіти. – 1998. – № 5. – С. 149–159.
35. Балл Г. А. Теория решения учебных задач. Психолого-педагогический аспект / Г. А. Балл. – М.: Педагогика, 1990. – 184 с.
36. Бевз В. Г. Провідні методологічні підходи у навчанні математики в профільній школі / В. Бевз, В. Кузьменко // Математика в школі. – 2010. – № 1–2. – С. 3–8.

37. Бевз В. Г. Профільне навчання та зовнішнє незалежне оцінювання / В. Г. Бевз // Математика в сучасній школі. – 2012. – № 4. – С. 2–7.
38. Бевз Г. П. Алгебра (Алгебра и начала анализа): Учеб. для 11 кл. общеобразоват. учебн. завед.: акад. уровень, профил. уровень / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владимірова. – К. : Освіта, 2011. – 400 с.
39. Бевз Г. П. Геометрія 10. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: профільний рівень / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров. – К. : Генеза, 2010. – 388 с.
40. Бевз Г. П. Математика 10. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К. : Генеза, 2010. – 280 с.
41. Бевз Г. П. Математика: 11 кл. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К. : Генеза, 2011. – 320 с.
42. Бевз Г. П. Геометрия: Учебн. для 11 кл. общеобразоват. учебн. заведений: академ. уровень, проф. уровень / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владимірова, В. Н. Владиміров; пер. с укр. – К. : Гнеза, 2011. – 336 с.
43. Бевз Г. П. Методика викладання математики: Навч. Посібник / Г. П. Бевз. – 3-тє вид., перероб. і допов. – К. : Вища шк., 1989. – 367 с.
44. Бессонов Р. В. Специфика обучения в профильной школе: содержание и процесс / Р. В. Бессонов, О. П. Околелов // Педагогика. – 2006. – № 7. – С. 23–29.
45. Бех І. Д. Інтеграція як освітня перспектива // І. Д. Бех // Початкова школа. – 2002. – № 5. – С. 5–6.
46. Бех І.Д. Особистісно-зорієнтоване виховання. – К., 1998. – 204 с.
47. Бібік Н. Проблема профільного навчання в педагогічній теорії і практиці / Надія Бібік // Математика в школі. – 2006. – №1. – С. 2–6.
48. Бібік Н. Профільна школа як стратегія рівного доступу до якісної освіти / Надія Бібік // Директор школи. – 2004. – Жовт. (№37). – С. 2–3.

49. Бібік Н. Профільна школа: проблеми науково-методичного супроводження / Надія Бібік, Михайло Бурда // Біологія і хімія в школі. – 2004. – № 6. – С. 2–4.
50. Бібік Н. М. Компетенції / Н. М. Бібік // Енциклопедія освіти / АПН України ; гол. ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – С. 409.
51. Бідюк Н. М. Неперервна освіта у Європейськму контексті / Н. М. Бідюк // Наука і освіта 2004: зб. VII міжнар. конф. – Дніпропетровськ, 2004. – С. 5–6.
52. Благодаренко Л. Ю. Особистісно-орієнтоване навчання фізики в педагогічних класах: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02 / Благодаренко Л. Ю. – К., 2003. – 21 с.
53. Богатирьова І.М. Методика розв'язування прикладних задач у шкільному курсі геометрії / І.М. Богатирьова, З.О. Сердюк // Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». – Черкаси: Вид. від ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2011. – Вип. 211, ч. II. – С. 19–23.
54. Бодалев А. А. Психология общения / А. А. Бодалев. – М. : Изд-во «Институт практической психологии» ; Воронеж : НПО «МОДЭК», 1996. – 256 с.
55. Божович Л. И. Проблемы формирования личности. Избранные психологические труды // Под ред. Д. И. Фельдштейна. – Москва-Воронеж, 1995. – 349 с.
56. Божович Л. И. Личность и ее формирование в детском возрасте / Л. И. Божович. – М.: Просвещение, 1968. – 464 с.
57. Болгаріна В. С. Культурологічний підхід до управління школою [Текст]: посібник / В. С. Болгаріна. – Х.: Видавнича група «Основа», 2006. – 107 с. – (Серія "Бібліотека журналу "Управління школою"; вип. 5(41)).
58. Болотова Е. Л. Управление профильным обучением старшеклассников в процессе взаимодействия школы и педвуза : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Болотова Елена Леонидовна. – М., 1999. – 185 с.

59. Болтянский В. Г. К проблеме дифференциации школьного математического образования / В. Г. Болтянский, Г. Д. Глейзер // Математика в школе. – 1988. – №3. – С. 9-13.
60. Болтянский В. Г. Алгебра и начала анализа: 10-11 класс. Курс развивающего обучения / В. Г. Болтянский, Г. Д. Глейзер, И. Г. Вяльцева, С. М. Саакян. – М.: Авангард, 1997. – Ч.1. – 110 с.
61. Бондар В. І. Дидактика: підручник для студ. вищ. пед. навч. закладів / В. І. Бондар. – К.: Либідь, 2005. – 264 с.
62. Борисенков В. П. Развитие фундаментальных педагогических исследований в Российской академии образования // Педагогика. – 2006. – №1. – С. 3-13.
63. Бороненко Т. А. Отбор содержания курса методики обучения информатике // Информационные технологии в системе непрерывного педагогического образования (Проблемы методологии и теории): Коллективная монография. – СПб.: Образование, 1996. – С. 144–153.
64. Брадис В. М. Методика преподавания математики в средней школе / В. М. Брадис. – [3-е изд.]. – М.: Учпедгиз, 1954. – 504 с.
65. Бродський Я. Діагностика математичної підготовки / Яків Бродський, Олександр Павлов // Математика в школі. – 1999. – № 3. – С. 13-14. – №4. – С. 3-4.
66. Бродський Я. Шляхи оновлення змісту шкільної математичної освіти / Яків Бродський, Олександр Павлов // Математика в школі. – 2008. – № 1. – С. 24–29.
67. Брунер Дж. Процесс обучения : [научное издание] / Дж. Брунер ; пер. с англ. О. К. Тихомирова ; под ред. А. Р. Лурия. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1962. – 84 с.
68. Бугайов О. І. Диференціація навчання в сучасній середній школі / О. І. Бугайов // Рідна школа. – 1991. – №8. – С. 7–15.
69. Будяк Л. В. Актуальні проблеми до профільної підготовки / Л. В. Будяк // Матеріали всеукраїнської науково-методичної конференції «Профільне

- навчання: проблеми, перспективи, шляхи реалізації», м. Черкаси, 6-8 квітня 2011 р. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2011. – С. 30-34.
70. Булавацький В. Індивідуальні завдання професійно-орієнтованого змісту / Володимир Булавацький // Математика в школі. – 2000. – №3. – С. 34-36.
71. Бурда М. Гуманістична орієнтація змісту підручників з математики / Бурда Михайло // Підготовка майбутнього вчителя природничих дисциплін в умовах моделювання освітнього середовища: Збірник укладено за матер. міжнародної науково-практичної конференції / Кол. авт. – Полтава : АСМІ, 2004. – С. 55-58
72. Бурда М. І. Особливості змісту підручників з математики у старшій школі / М. І. Бурда // Дидактика математики. – №40. – 2013. – С. 221–226.
73. Бурда М. І. Особливості організації навчання математики в 10-12 класах на профільному рівні / М. І. Бурда, О. І. Глобін // Вісник Черкас. ун-ту. Сер. Пед. науки. – 2009. – Вип. 150. – С. 24-31.
74. Бурда М. Нові підходи до організації освіти у старшій школі: Концепція профільного навчання у старшій школі / М. Бурда // Директор школи, ліцею, гімназії. – 2004. – №1. – С. 72–77.
75. Бурда М. Особистісна орієнтація змісту профільного навчання / М. Бурда // Профільне навчання теорія і практика: зб. наук. праць за матеріалами методологічного семінару АПН України. – К. : Пед. преса, 2006. – С. 100–104.
76. Бурда М. І. Геометрія. Підручник для 10 класу загальноосв. навч. закладів: академ. рівень / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – К.: «Зодіак – ЕКО», 2010. – 176 с.
77. Бурда М. І. Геометрія. Підручник для 11 класу загальноосв. навч. закладів: академ., профільний рівень / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць З. О. Сердюк – К.: «Зодіак – ЕКО», 2011. – 224 с.

78. Бурда М. І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Михайло Іванович Бурда. – К. : Ін-т педагогіки АПН України, 1994. – 347 с.
79. Бурда М. І. Структура і зміст профільного навчання математики / М. І. Бурда // Математика в школі. – 2007. – №7. – С. 3–6.
80. Бурда М. І. Зміст шкільної математичної освіти як предмет методичного дослідження / М. І. Бурда // Педагогічні засади формування гуманістичних цінностей природничої освіти, її спрямованість на розвиток особистості: Збірник матеріалів міжнародної науково-практичної конференції: – Полтава : АСМІ, 2003. – С. 15–16.
81. Бурда М. І. Математика 10. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту / М. І. Бурда, Т. В. Колісник, Ю. І. Мальований, Н. А. Тарасенкова. – К. : Зодіак–ЕКО, 2010. – 176 с
82. Бурда М. І. Математика 11. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту / М. І. Бурда, Т. В. Колісник, Ю. І. Мальований, Н. А. Тарасенкова. – К. : Зодіак–ЕКО, 2011. – 188 с.
83. Буруковська Н. В. Аксіологічний вимір методологічних тенденцій гуманітарного знання: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. філософських наук: 09.00.02 / Буруковська Н. В. – К., 2001 – 20 с.
84. Буруковська Н. В. Аксіологічний вимір методологічних тенденцій гуманітарного знання: дис. ... кандидата філософських наук: 09.00.02 / Буруковська Н. В. – К.: Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2001 – 142 с.
85. Буруковська Н. В. Філософська компаративістика: проблема методології міждисциплінарних зв'язків / Н. В. Буруковська // Матеріали конференції. – Донецьк, 2003 : [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://iai.donetsk.ua/_u/iai/dtp/CONF/13_2003/articles/stat18.html
86. Бусел В. Элективные курсы: вопросы и ответы / В. Бусел // Математика. – 2007. – №2. – С. 2–4.

87. Вагіна Н. Напрями реалізації міждисциплінарних зв'язків математики і предметів гуманітарного циклу / Наталія Вагіна // Математика в школі. – 2005. – №6. – С. 18–22.
88. Вакуленко В. М. Педагогічні умови формування у старшокласників професійно значущих якостей майбутнього вчителя: : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Вакуленко Валентина Миколаївна. – К., 1993. – 22 с.
89. Вальє О. Є. Методологічні аспекти реформування шкільної математичної освіти в умовах 12-ти річної школи / О. Є. Вальє, О. П. Светной // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції «проблеми математичної освіти» (ПМО–2005), м. Черкаси. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2005. – С. 40–41.
90. Вашуленко О. П. Принципи добору змісту до навчального посібника для елективних курсів з математики у профільній школі / О. П. Вашуленко // Проблеми сучасного підручника. – 2011. – Випуск 2. – С. 29–34.
91. Ващенко Г. Твори / Всеукраїнське педагогічне товариство ім. Г. Ващенка / Анатолій Погрібний (ред.), Омелян Вишневський (упоряд. та автор передмов). – К.: Школяр, 2000. – Т.4.: Праці з педагогіки та психології. – 416 с.
92. Вдовиченко Р. Профільне навчання / Р. Вдовиченко // Директор школи. – 2004. – №24 (3/2), червень. – С. 2-8.
93. Веряев А. А. Семиотический поход к образованию в информационном обществе : автореферат дис. на соискание уч. ступени докт. пед. наук: спец.: 13.00.01 «Теория и история педагогики» / А. А. Веряев. – Барнаул, 2000. – 41 с.
94. Виготский Л. С. Собрание сочинений : в 6 т. / Л. С. Выготский ; ред. А. В. Запорожец ; Агентство печати "Новости" СССР. – М. : Педагогика. Т. 2 : Проблемы общей психологии / ред. В. В. Давыдов ; послесл. А. Р. Лурия ; коммент. Л. А. Радзиховского. – 1982. – 504 с.

95. Виленкин Н. Я. Метод сквозных задач в школьном курсе математики / Н. Я. Виленкин, А. Сатволдиев // Повышение эффективности обучения математике в школе: Книга для учителя: Из опыта работы / Сост. Г. Д. Глейзер. – М.: Просвещение, 1989. – С. 101-112.
96. Владиславлев А. П. Непрерывное образование: проблемы и перспективы / А. П. Владиславлев. – М.: Молодая гвардия, 1998. – 178 с.
97. Власенко К. В. Формування прийомів евристичної діяльності учнів на уроках геометрії в класах з поглибленим вивченням математики : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики» / К. В. Власенко. – К. : НПУ, 2004. – 19 с.
98. Власов А. Какие стороны элементарной математики представляют ценность для общего образования? / А. Власов // Математическое образование. – 1914. – №2.
99. Возняк Г. М. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі навчання математики: Посібник для вчителя / Г. М. Возняк, М. П. Маланюк. – К.: Рад. шк., 1989. – 128 с.
100. Волянська О.Є. Вивчення алгебри і початків аналізу в професійно-технічних училищах в умовах впровадження освітнього стандарту: автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / О. Є. Волянська – К. : Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова., 1999. – 18 с.
101. Воронцов А. В. Современное образование: от знаниевого к компетентностному подходу / А. В. Воронцов. – Самара: Региональный социально-психологический центр, 2005. – 82 с.
102. Воскресенская Н. М. Дифференциация обучения в школах Англии / Н. М. Воскресенская // Сов. педагогика. – 1988. – №12. – С. 118–123.
103. Вострікова В. В. Педагогічні засади професійної орієнтації старшокласників у навчально-виховному процесі профільного ліцею: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.07 / Вострікова В. В. – К., 2009. – 22 с.

104. Врублевська О. Професійна спрямованість вивчення фізики в техніко-економічному коледжі / Оксана Врублевська // Вісник Львів. ун-ту: Серія педагогічна. – Львів, 2003. – Вип. 17. – С. 142–147.
105. Вульфсон Б. Л. Сравнительная педагогика в системе современного научного знания / Б. Л. Вульфсон // Советская педагогика. – 1998. – №2. – С. 79–89.
106. Вульфсон Б. Л. Становление сравнительной педагогики как науки / Б. Л. Вульфсон // Педагогика. – 1995. – № 2. – С. 34–55.
107. Галузева концепція розвитку неперервної педагогічної освіти (наказ МОН України від 14.08.2013 № 1176) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://osvita.ua/legislation/Ser_osv/36816/
108. Гальперин П. Я. Актуальные проблемы возрастной психологии: Материалы к курсу лекций / П. Я. Гальперин, А. В. Запорожец, С. И. Карпова. – М., 1978. – 118 с.
109. Гап'юк Я. Математика: Підручник для учнів 10 класу загальноосвітніх навальних закладів. Рівень стандарту / Я. Гап'юк, Я. Гринчишин, А. Капіносов, І. Лов'янова, С. Мартинюк – Тернопіль: Підручники і посібники, 2010. – 320 с.
110. Гапоненко А. В. Педагогические условия профессионального самоопределения старшеклассников в профильном обучении : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Гапоненко Альбина Вячеславовна. – М., 2003. – 203 с.
111. Гершунский Б. С. Философия образования для XXI века : В поисках практико-ориентированных образовательных концепций / Б. С. Гершунский. – М. : Совершенство, 1998. – 608 с.
112. Гершунский Б. С. Педагогическая прогностика: Методология. Теория. Практика / Б. С. Гершунский. – М.: Высшая школа, 1986. – 200 с.
113. Глейзер Г. Д. Школе необходима концепция общего математического образования / Г. Д. Глейзер, Р. С. Черкасов // Математика в школе. – 1988. – №6. – С. 14–17.

114. Глобін О. І. Компетентнісний підхід у навчанні та стандарти шкільної математичної освіти / О. І. Глобін // Математика в школі. – 2011. – №11–12. – С. 2–5.
115. Глушков П. Н. Борьба за улучшение преподавания математики в первые годы строительства сов. школы (1917-1925гг.): дис. ... к. пед. наук: 13.00.02 / П. Н. Глушков – К., 1951. – 359 с.
116. Гнеденко Б. В. Математическое образование в вузах: [учеб.-метод. пособие] / Б. В. Гнеденко. - М. : Высшая школа, 1981. – 174 с. : ил.
117. Голік Л. До питання про диференційоване навчання старшокласників математики / Людмила Голік // Математика в школі. – 1999. – № 2 – С. 11–12.
118. Головіна Н. Комбінаторно-ймовірнісний метод розв'язування задач з біології / Наталія Головіна // Математика в школі. – 1999. – №4. – С. 14–16.
119. Голомшток А. Е. Выбор профессии и воспитание личности школьника / А. Е. Голомшток. - М.: Просвещение, 1979. – 390 с.
120. Гончаренко С.У. Методика як наука / С.У.Гончаренко. – Хмельницький: Вид-во ХГПК, 2000. – 30 с.
121. Гончаренко С. У. Гуманізація освіти / С. У. Гончаренко // Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України ; гол. ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – С. 156–158.
122. Гончаренко С. У. Зміст загальної освіти і її гуманізація / С. У. Гончаренко // Неперервна професійна освіта: проблеми, пошуки, перспективи. – К.: Віпол, 2000. – С. 81-98.
123. Гончаров Н. К. Еще раз о дифференцированном обучении в старших классах общеобразовательной школы / Н. К. Гончаров // Сов. педагогика. – 1958. – №6. – С. 12-37.
124. Гончарова В. В. Модель компетентного випускника общеобразовательной школы / В. В. Гончарова // Моделі компетентного випускника 12-річної школи: сутність пріоритети, пошуки відповідей на

- виклики ХХІ століття // Матеріали Всеукраїнської науково-пошукової конференції, 16-17 травня 2007 року. – Донецьк, 2007. – С. 398–403.
125. Гордієнко Т. П. Профільна диференціація навчання фізики в 10-11 класах середньої загальноосвітньої школи (гуманітарний профіль): автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02 / Т. П. Гордієнко. – К., 1998. – 21 с.
126. Грабар М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М. И. Грабар, К. А. Краснянская. – М. : Педагогика, 1977. – 136 с.
127. Гринько О. В. Развитие субъекта профессионального самоопределения в процессе обучения в школе и в вузе: автореф. дис. на соискание уч. ступени канд. психолог. наук : спец. 19.00.07 / Гринько Ольга Викторовна. – Пятигорск, 2006. – 22 с.
128. Гришина Т. В. Рівнева організація роботи над теоремою / Т. В. Гришина // Математика в школі. – 2001. – №6. – С. 20-23. – 2002. – №1. – С. 17–20.
129. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики: Книга для учителя / Я. И. Груденов. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.
130. Груденов Я. И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике / Я. И. Груденов. – М.: Педагогика, 1987. – 160 с.
131. Губанова М. И. Формирование профессиональных намерений старшеклассников в условиях профильного обучения: автореф. дис. на соискание уч. ступени канд. пед. наук: спец. 13.00.02 / М. И. Губанова. – Кемерово, 1994. – 20 с.
132. Гузеев В. В. О системе задач и задачном подходе к обучению / В. В. Гузеев // Химия в школе. – 2001. – №8. – С. 12–18.
133. Гузеев В. Содержание образования и профильное обучение в старшей школе / Вячеслав Гузеев // Народное образование. – 2002. – №9. – С. 113–122.

134. Гузик М. П. Методологічні вимоги до побудови структури процесу навчання за комбінованою системою організації навчально-виховного процесу / М. П. Гузик // Відкритий урок. Хімія. – К.: Плеяди, 2003. – 88 с.
135. Гуманізація процесу навчання в школі / [С. П. Бондар, Ю. І. Мальований, О. В. Матвієнко та ін.] ; за ред. С. П. Бондар ; АПН України, Інститут педагогіки. – [2-е вид., доповн.]. – К. : Стилос, 2001. – 255 с.
136. Гуревич К. М. Индивидуально-психологические особенности школьников / К. М. Гуревич. – М.: Знание, 1988. – 80 с.
137. Гуревич К. М. Умственное развитие школьников: критерии и нормативы / К. М. Гуревич, Е. И. Горбачева // Педагогика и психология. – 1992. – №1. – 66 с. (Новое в жизни науке и технике).
138. Гурина Р. В. Подготовка учащихся физико-математических классов к профессиональной деятельности в области физики: автореф. дис. на соискание уч. степени док. пед. наук: спец. 13.00.02 / Гурина Роза Викторовна. – Ульяновск, 2007. – 42 с.
139. Гусев В. А. Методические основы дифференцированного обучения математике : автореф. дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / Валерий Александрович Гусев ; МГПУ. – М. , 1990. – 39 с.
140. Давыдов В. В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и эмпирического психологического исследования / Василий Васильевич Давыдов. – М.: Педагогика, 1986. – 240 с.
141. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. – М.: ИНТОР, 1996. – 554 с.
142. Далингер В. А. Новые информационные технологии в обучении геометрии / В. А. Далингер // Новые исследования в педагогических науках. – Вып. 1(57) / Сост. И. К. Журавлев, В. С. Шубинский. – М.: Педагогика, 1991. – С. 41–42.
143. Даниленко Л. І. Теоретико-методичні засади управління інноваційною діяльністю в загальноосвітніх навчальних закладах: дис... д-ра пед. наук:

- 13.00.01 / Даниленко Лідія Іванівна; АПН України, Центральний ін-т післядипломної педагогічної освіти. – К., 2005. – 478 с.
144. Дахин А. П. Педагогическое моделирование: сущность, эффективность и неопределенность / А. П. Дахин // Педагогика. – 2003. – № 2. – С. 21–26.
145. Демидов В. П. Методика преподавания математики / В. П. Демидов, Г. И. Саранцев. – Саранск: Мордовский гос. унив. им. Н. П. Огарева, 1976. – 192 с.
146. Демчук Ю. З. Індивідуальна освітня траєкторія як фактор професійного самовизначення обдарованих учнів / Ю. З. Демчук // Збірник наукових статей «Педагогічні науки». – Суми: СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2007. – С. 52–61.
147. Державна національна програма «Освіта. Україна ХХІ століття». – К.: Райдуга, 1994. – 61 с.
148. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011>
149. Державний стандарт базової і повної середньої освіти: Постанова Кабінету Міністрів України від 14 січня 2004 р. № 24 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.mon.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi?nreg=24-2004%EF&new=1&p=1301387250437416>.
150. Джуринский А. Н. Развитие образования в современном мире: Учебное пособие / А. Н. Джуринский. – М.: Владос, 1999. – 200 с.
151. Дидактика современной школы: Пособие для учителей / Кобзарь Б. С., Кумарина Г. Ф., Кусый Ю. А. и др.; Под ред. В. А. Онищука. – К.: Рад. шк., 1987. – 351 с.
152. Дмітренко Н. Є. Дидактичні засади профільного навчання учнів приватних загальноосвітніх навчальних закладів: дис. ... канд. наук: 13.00.09 / Дмітренко Наталя Євгеніївна. – Вінниця, 2009. – 280 с.
153. Добенько О. В. Орієнтація старшокласників на професію вчителя математики у навчально-виховному процесі педагогічного ліцею:

- автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Добенько Олена Василівна – Івано-Франківськ, 1997. – 24 с.
154. Дорофеев Г. В. Дифференциация в обучении математике / Г. В. Дорофеев, Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова, В. В. Фирсов // Математика в школе. – 1990. – №4. – С. 15–21.
155. Дорофеев Г. В. О принципах отбора содержания математического образования / Г. В. Дорофеев // Математика в школе. – 1990. – №6. – С. 3–5.
156. Дружинина О. М. Дифференцированный подход при проведении лабораторных работ по физике в старших классах средней школы: дисс. ... канд. пед. наук / Дружинина Ольга Михайловна. – Челябинск, 1996. – 166 с.
157. Дубинчук Е. С. Обязательные результаты обучения себя оправдывают / Е. С. Дубинчук, З. И. Слепкань, С. А. Соболев, С. Н. Филиппова // Математика в школе. – 1990. – №3. – С. 9–10.
158. Дубинчук О. С. Дифференціація змісту математичної освіти в училищах різних професійних напрямів / О. С. Дубинчук // Диференційоване навчання у закладах профтехосвіти: Наук. - метод. зб. – К., 1992. – С. 32–37.
159. Дутка Г. Я. Формування вмінь студентів розв'язувати прикладні задачі при навчанні математики в коледжах економічного профілю: автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Г. Я. Дутка ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 1999. – 20 с.
160. Дьомін А. І. Розвиток пізнавальної діяльності учнів (середніх спеціальних навчальних закладів) / А. І. Дьомін. – К.: Вища школа, 1978. – 72 с.
161. Енько П. Методика начального счета по лабораторному методу / П. Енько. – М. : Петроград, 1914. – 67 с.
162. Євтух М. Б. Сучасні тенденції професійної підготовки вчителя / М. Б. Євтух // Психолого-педагогічні основи гуманізації навчально-виховного процесу в школі та вузі / Ред. кол. А. С. Дем'янчук ; відп. за вип.

- Ю. В. Пелех ; М-во освіти і науки України ; Акад. пед. наук України, Міжнар. ун-т РЕГІ ім. С. Дем'янчука. – Рівне, 2002. – Вип. 3. – С. 170–175.
163. Єльнікова Г. Технологія адаптивного управління якістю освіти в загальноосвітньому навчальному закладі / Г. Єльнікова // Пед. пошук . – 2008. – № 3. – С. 30–36.
164. Єрмаков І. Г. Проектна діяльність / І. Г. Єрмаков // Енциклопедія освіти / Академія пед. наук України ; голов. ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – С. 717–718.
165. Єршова А. П. Геометрія 10 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту, академічний рівень / Єршова А. П., Голобородько В. В., Крижановський О. Ф., Єршов С. В. – Х. : Ранок, 2010. – 192 с.
166. Єршова А. П. Геометрія 11 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний профільний рівень / Єршова А. П., Голобородько В. В., Крижановський О. Ф., Єршов С. В. – Х. : Ранок, 2011. – 184 с.
167. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики / М. І. Жалдак – К. : Техніка, 1997. – 303 с.
168. Жмурський С. І. Формування інтересу учнів до вивчення фізики в багатопрофільних школах- ліцеях: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Жмурський Семен Іванович. – К., 2004. – 19с.
169. Жовтан Л. В. Диференціація навчання учнів 7-11 класів у процесі поглибленого вивчення предметів природничо-математичного циклу: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.09 / Л. В. Жовтан. – Х., 2001. – 22 с.
170. Заблоцька О. С. Компетентнісний підхід як освітня інновація: порівняльний аналіз / О. С. Заблоцька // Вісник Житомирського державного університету. Випуск 40. – Серія: Педагогічні науки. – 2008. – С. 63–68.

171. Забранский В. Я. Дифференцированное обучение математике учащихся 5-6 классов основной школы: дис. ... канд.пед.наук: 13.00.02 / В. Я. Забранский. – К., 1990. – 174 с.
172. Загребельний С. Л. Формування у старшокласників інтересу до професії у процесі вивчення предметів фізико-математичного циклу: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.07 / Загребельний С. Л. – Луганськ, 2006. – 22 с.
173. Закон України «Про загальну середню освіту» [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/651-14>.
174. Закон України «Про освіту» / [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1060-12>.
175. Зарубіжний досвід профільного навчання [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://osvita.ua/school/method/technol/3521>
176. Захарова Т. Б. Профильная дифференциация обучения информатике на старшей ступени школы: автореф. дис. на соискание уч. ступени докт. пед. наук: спец. 13.00.02 / Т. Б. Захарова. — М., 1997. — 42 с.
177. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). – Харків: Ранок, 2011. – 76 с.
178. Зверева Н. Г. Проектирование индивидуальных образовательных маршрутов студентов педвуза на основе комплексной психолого-педагогической диагностики: автореф. дис. на соискание уч. ступени канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Н.Г. Зверева — Ярославль, 2007.— 24 с.
179. Звонарьова І. В. Модель компетентного випускника гімназії // І. В. Звонарьова // Моделі компетентного випускника 12-річної школи: сутність пріоритети, пошуки відповідей на виклики ХХІ століття // Матеріали Всеукраїнської науково-пошукової конференції, 16-17 травня 2007 року. – Донецьк, 2007. – С. 409–413.
180. Зеер Э. Ф. Психология профессий : [учеб. пособие для студ. вузов] / Э. Ф. Зеер. – [3-е изд., перераб. доп.] – М. : Академический проект ; Фонд «Мир». – 2005. – 336 с.

181. Зимняя И. А. Педагогическая психология: Учебное пособие / И. А. Зимняя. – Ростов н/Д.: Феникс, 1997. – 480 с.
182. Златоустов В. Д. Основные понятия в трудовом обучении школьников / В. Д. Златоустов. – Волгоград: ВГПИ, 1985. – 52 с.
183. Змушко А. А. Методическая система обучения гуманитариев математике в малых группах: автореф. дис. на соискание уч. степени канд. пед. наук: спец. 13.00.02 / Змушко Алиса Анатольевна – М., 2009. – 20 с.
184. Зорина Л. Я. Дидактические основы формирования системности знаний старшеклассников / Л. Я. Зорина. – М. : Педагогика, 1978. – 116 с.
185. Зыбина Л. Н. Особенности проявления профессиональной направленности личности в период обучения в вузе / Зыбина Людмила Николаевна // Материалы международной заочной научно-практической конференции «Человек в современном обществе: вопросы психологии». – Новосибирск, 2010. – С. 121–123.
186. Зязюн І. А. Філософія педагогічної дії : монографія / І. А. Зязюн. – Черкаси : Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2008. – 608 с.
187. Иванова Е. М. Психотехнология изучения человека в трудовой деятельности : [учеб.-метод. пособие для фак. психологии ун-тов] / Е. М. Иванова ; Науч.-метод. кабинет по заоч. и вечер. обучению МГУ им. М. В. Ломоносова. – М. : Изд-во МГУ, 1992. – 94 с.
188. Ильин Е. Мотивация и мотивы / Е. Ильин. – СПб: Питер, 2003. – 512 с. – (Серия «Мастера психологии»).
189. Ильясов И. И. Структура процесса учения / И. И. Ильясов. – М.: Изд-во МГУ, 1986. – 198 с.
190. История современной зарубежной философии: компаративистский подход. – СПб, 1997. – 480 с.
191. Ігнатенко М. Я. Методологічні та методичні основи активізації пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Ігнатенко Микола Якович. – К., 1997. – 335 с.

192. Інструктивно методичний лист МОН про викладання математики у 2011–12 н.р. // Математика в школі. – 2011. – №6. – С. 3–7.
193. К концепции школьного математического образования // Математика в школе. – 1989. – №2. – С. 20–30.
194. Казакевич В. М. Основы методики трудового обучения / В. М. Казакевич, В. А. Поляков, А. Е. Ставровский ; под ред. В. А. Полякова. – Москва : Просвещение, 1983. – 192 с.
195. Калініна Л. М. Система інформаційного забезпечення управління загальноосвітнім навчальним закладом: Моногр. / Л. М. Калініна. – Ін-т педагогіки АПН України. – К.: Айлант, 2005. – 275 с.
196. Кальней В. А. Основы методики трудового и профессионального обучения / В. А. Кальней, В. С. Капралова, В. А. Поляков; под. ред. В. А. Полякова. – М.: Просвещение, 1987. – 191 с.
197. Кац М. Физический материал на уроках математики / М. Кац // Математика. – 2001. – №2. – С. 26–28.
198. Кац М. Физический материал на уроках математики / М. Кац // Математика. – 2001. – №4. – С. 13–16.
199. Кизенко В. І. З вітчизняного досвіду організації профільного навчання у старшій школі / В. І. Кизенко // Підручник для директора. – 2003. – №11–12. – С. 27–31, С. 61–74.
200. Кизенко В. І. Курси за вибором у структурі профільного навчання / В. І. Кизенко, Л. Л. Орищак, В. Г. Чернега // Профільне навчання: теорія і практика; [за ред. канд. пед. наук Л. А. Липової. – К. : ВВП «Компас», 2007. – С. 5.
201. Киричук В. О. Психолого- педагогічні умови стимулювання соціально-комунікативної активності старшокласників: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Киричук Валерій Олександрович. – К., 1998. – 18 с.

202. Кирсанов А. А. Индивидуализация учебной деятельности учащихся как педагогическое явление / А. А. Кирсанов. – Казань: Изд-во Казан. ун-та. 1982. – 224 с.
203. Кірман В. К. Вивчення функцій у класах фізико-математичного профілю: посібник для вчителів / В. К. Кірман. – Дніпропетровськ: Свідлер, 2009. – 180 с.
204. Кларин М. В. Обучение на основе целостного личностного опыта / М. В. Кларин // Современная школа: проблема гуманизации отношений учителей, учащихся и родителей. – М., 1993. – Ч. 1.
205. Клачко В. М. Формування мотивації учбової діяльності у курсантів вищих військових навчальних закладів: дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02 / Клачко Володимир Миколайович. – Хмельницький, 1999. – 171 с.
206. Кленова Н. Как подготовить школу к профильному обучению / Нина Кленова // Народное образование. – 2003. – №7. – С. 106–114
207. Климов Е. А. Психология профессионального самоопределения / Е. А. Климов. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1996. – 512 с.
208. Кнорр Н. В. Підготовка старшокласників до педагогічної професії вчителя фізики у багатoproфільному ліцеї: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Кнорр Надія Валеріївна. – К., 1999. – 24 с.
209. Ковалев В. И. Мотивы поведения и деятельности / В. И. Ковалев ; рец. В. Г. Асеев ; ред. А. А. Бодалев ; АН СССР, Ин-т психологии. – М. : Наука, 1988. – 194 с. : ил.
210. Коваль В. О. Модель компетентного випускника загальноосвітнього навчального закладу / В. О. Коваль // Моделі компетентного випускника 12-річної школи: сутність пріоритети, пошуки відповідей на виклики XXI століття // Матеріали Всеукраїнської науково-пошукової конференції, 16-17 травня 2007 року. – Донецьк, 2007. – С. 372–377.

211. Ковальчук В. Ю. Професійна та світоглядно-методологічна підготовка сучасного вчителя: модернізаційний аналіз [монографія] / В. Ю. Ковальчук. – Київ-Дрогобич: Коло, 2004. – 264 с.
212. Когаловский С. Р. О ведущих планах обучения математике / С. Р. Когаловский // Педагогика. – 2006. – №1. – С. 39–48.
213. Кожабаев К. Г., Воспитательно-развивающий потенциал содержания школьного курса математики / К. Г. Кожабаев, З. Б. Жунусова // Математика и математическое образование: сборник трудов VI Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура» (Россия, Тольятти, 24-26 апреля 2013 г.) / Под общей редакцией Р. А. Утеевой. – Тольятти: Издательство ТГУ, 2013. – С. 38-41
214. Кожевникова М. Э. Методика формирования готовности школьников к профессиональному самоопределению в контексте профильного обучения: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Кожевникова Марина Эдуардовна. – Тольятти, 2003. – 276 с.
215. Козар Т. М. Використання математичних моделей під час розв'язування прикладних задач / Т. М. Козар // Математика в школах України. – 2007. – №7. – С. 8–12.
216. Козира В. М. Система навчання алгебри в школах ліцеех і гімназіях фізико-математичного профілю при педагогічних вузах: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02 / В. М. Козира. – К., 1997. – 18 с.
217. Колмакова Н. Гуманитарный уровень преподавания начал анализа в общеобразовательной школе / Н. Колмакова // Математика. – 1996. – № 47. – С. 16.
218. Коломієць А. А. Формування мотиваційно-ціннісної сфери особистості студента у процесі вивчення фундаментальних дисциплін / А. А. Коломієць // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики: збірник наукових праць за матеріалами Міжнар. наук.-практ. конф., 26-27 квітня 2012 р. / М-во освіти, науки, молоді та спорту

- України, Вінницький державний педагогічний університет ім. М. Коцюбинського [та ін.]. – Вінниця: ВДПУ, 2012. – С. 145–147.
219. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике / Ю. М. Колягин. – Ч. 1. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М.: Просвещение, 1977. – 113 с.
220. Колягин Ю. М. Профильная дифференциация обучения математике / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова // Математика в школе. – 1990. – № 4. – С. 21–27.
221. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та сучасні перспективи / за заг. ред. О. В. Овчарук. – К. : «К.І.С.», 2004. – 112 с. – (Бібліотека освітньої політики).
222. Кон І. С. Психология ранней юности: Кн. для учителя / И. С. Кон. – М.: Просвещение, 1989. – 255 с. – (Психологическая наука - школе).
223. Кондаков И. М. Методологические основания зарубежных теорий профессионального развития / И. М. Кондаков, А. В. Сухарев // Вопросы психологии. – № 5. – 1989. – С. 158-164.
224. Кондаков И. М. Психология. Иллюстрированный словарь : более 600 иллюстраций и 1700 статей / И. М. Кондаков. – СПб. : Прайм-Еврознак ; Москва : Олма-Пресс, 2003. – 512 с.
225. Кондратьева Г. В. Школьное математическое образование в России (вторая половина 19 века) / Г. В. Кондратьева. – М.: Издательство МГОУ, 2002. – 128 с.
226. Кондрашова Л. В. Гуманизация учебно-воспитательного процесса школы: история, теория, поиски. Учеб. метод. пособие. – Кривой Рог, 1996. – 74 с.
227. Концепция среднего образования и совершенствование системы обучения математике // Математика в школе. – 1988. – №6. – С. 3–12.
228. Концепція загальної середньої освіти (12-річна школа) [Затв. постановою спільного засідання колегії М-ва освіти і науки й Президії АПН України від 22 листоп. 2001 р. № 12/5-2] // Інформ. зб. М-ва освіти і науки України. – 2002. – № 2. – С. 2-22.

229. Концепція математичної освіти 12-річної школи: Проект // Директор шк., ліцею, гімназії. – 2004. – № 1. – С. 73–75; Математика в школі. – 2002. – № 2. – С. 12–17.
230. Концепція профільного навчання в старшій школі (з коментарями та запитаннями) // Підруч. для директора. – 2003. – №11–12. – С. 4–12.
231. Концепція профільного навчання в старшій школі [Затв. рішенням колегії М-ва освіти і науки України від 25.09.03 № 10/12-2] / АПН України. Ін-т педагогіки ; Уклад.: Л. Березівська, Н. Бібік, М. Бурда та ін. // Інформ. зб. М-ва освіти і науки України. – 2003. – № 24. – С. 3–15. – Додаток: Структура профільного навчання, с. 15; Завуч. – 2004. – Черв. (№ 16). – С. 3–13. – Спецвипуск; Освіта України. – 2003. – 25 листоп. (№ 88). – С. 4–5.
232. Концепція профільного навчання у старшій школі // Математика в школі. – 2006. – №4. – С. 2-7.
233. Концепція профільного навчання: Проект [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://mon.gov.ua/ua/pr-viddil/1312/1390288033/1402388614/>
234. Концепція розвитку інклюзивної освіти (наказ МОН України від 01.10.2010 № 912) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://osvita.ua/legislation/Ser_osv/9189/
235. Корінь Г. Прикладні задачі як засіб реалізації міжпредметних зв'язків / Г. Корінь // Математика в школі. – 2004. – № 9-10. – С. 30-34.
236. Королев Ф. Ф. Системный подход и возможности его применения в педагогических исследованиях / Ф. Ф. Королев // Сов. педагогика. – 1970. – №9. – С. 112–123.
237. Корсакова О. К. Диференціація пізнавальних ситуацій у навчанні молодших підлітків: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Ольга Костянтинівна Корсакова; АПН України; Інститут педагогіки. – К., 1997. – 24 с.

238. Костюк Г. С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості / під ред. Л. Н. Проколієнко. – К.: Радянська школа, 1989. – 608 с.
239. Косянчук С. Формування ціннісно-сміслових орієнтації старшокласників в умовах фундаменталізації змісту освіти / Сергій Косянчук // Дидактика: теорія і практика. Матеріали Всеукр. наук.-практ. конф. «Фундаменталізація змісту освіти як соціально-педагогічна проблема»: зб. наук. праць / [вступ. ст., ред. Г. О. Васьківської; упоряд. С. В. Косянчука]. – К.: Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2012. – С. 23–26.
240. Котенко В. П. Компаративистика – новое направление методологии анализа научной деятельности и развития науки / В. П. Котенко. – СПб.: «ЛЭТИ», 2007. – 185 с.
241. Кохужева Р. Б. Формирование готовности выпускников общеобразовательных школ к продолжению математического образования в вузе : автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. пед. наук: спец. 13.00.02. / Кохужева Римма Батырбиевна. – Орел, 2008. – 19 с.
242. Краевский В. В. Теоретические основы процесса обучения в советской школе / В. В. Краевский, И. Я. Лернер, И. К. Журавлев: под ред. В. В. Краевского, И. Я. Лернера. – М.: Педагогика, 1989. – 316 с.
243. Краевский В. В. Методология педагогики: Пособие для педагогов-исследователей / В. В. Краевский. – Чебоксары: Изд-во Чуваш, ун-та, 2001. – 244 с.
244. Краевский В. В. Общие основы педагогики: Учебник / В. В. Краевский. – М.: Академия, 2003. – 256 с.
245. Краевский В. В. Проблемы научного обоснования обучения / В. В. Краевский. – М.: Педагогика, 1977. – 264 с.
246. Краткая литературная энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия, 1966. – т. 3. – 976 с.

247. Кремень В. Поступ до нової філософії освіти в Україні / В. Кремень // Розвиток педагогічних наук в Україні і Польщі на початку ХХІ сторіччя : зб. наук. праць. – Черкаси, 2011. – С. 11–21.
248. Крилова Т. В. Класифікації методів навчання / Т. В. Крилова // Дидактика математики: Проблеми і дослідження. Міжнародний збірник наукових робіт – Випуск 40. – 2013. – С. 23–27.
249. Крилова Т. В. Наукові основи навчання математики студентів нематематичних спеціальностей (на базі металургійних, енергетичних і електромеханічних спеціальностей вищого закладу технічної освіти): дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Т. В. Крилова. – К., 1999. – 473 с.
250. Кудрявцев А. Я. О принципе профессиональной направленности / А. Я. Кудрявцев // Советская педагогика. – 1981. – № 8. – С. 11–18.
251. Кузьмина Н. В. Профессионализм личности преподавателя и мастера производственного обучения [монография] / Кузьмина Н. В. – М.: Высш. шк., 1990. – 119 с.
252. Кузьмінський А. І. Наукові засади методичної підготовки майбутнього вчителя математики : [монографія] / А. І. Кузьмінський, Н. А. Тарасенкова, І. А. Акуленко. – Черкаси : Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – 320 с.
253. Куліненко Л. Б. Формування готовності старшокласників до свідомого вибору майбутньої професії типу «людина-техніка» в процесі навчально-виховної роботи: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Куліненко Лілія Борисівна. – К., 2002. – 21 с.
254. Кунц Л. И. Особенности профессионального становления студентов / Л. И. Кунц ; Под. науч. ред. О. А. Белобрыкиной, О. А. Шамшиковой // Проблемы психологии мотивации : По материалам науч.-прак. конф. – НГПУ : Новосибирск, 2005. – С. 84–218.
255. Курносова С. А. Педагогические возможности компаративного подхода к подготовке студентов вуза к проектированию педагогического дизайна / Курносова С. А. // Современные проблемы науки и образования. – 2012. –

- №1. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.science-education.ru/101-5506>
256. Лабій Ю. Диференціальні рівняння як моделі екосистем / Юрій Лабій, Людмила Скальська // Математика в школі. – 1999. – №4. – С.34–36.
257. Лебедев О. Е. Компетентностный подход в образовании / О. Е. Лебедев // Школьные технологии. – 2004. – № 5. – С. 3–12.
258. Лебедева С. В. Развитие интеллектуально-творческой деятельности учащихся при обучении математике на этапе предпрофильной подготовки: автореф. дис. на соискание уч. степени канд. пед. наук: спец. 13.00.02 / Лебедева Светлана Владимировна. – Санкт-Петербург, 2008. – 20 с.
259. Лебединцев К. Программа и метод преподавания алгебры в средней школе / К. Лебединцев // Педагогический сборник. – 1910. – Сентябрь. – С. 242–243.
260. Леднев В. С. Содержание образования / В. С. Леднев. – М.: Высшая школа, 1989. – 360 с.
261. Леднев В. С. Содержание образования: сущность, структура, перспективы / В. С. Леднев. – 2-е изд. перераб. – М.: Высшая школа, 1991. – 224 с.
262. Лейтес Н. С. Умственные способности и возраст / Н. С. Лейтес. – М.: Педагогика, 1971. – 280 с.
263. Ленчук І. Г. Теоретико-методична система навчання евклідової геометрії майбутніх учителів на основі конструктивного підходу : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Ленчук Іван Григорович ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2013. – 40 с.
264. Леонтьев А. Н. Деятельность, сознание, личность / А. Н. Леонтьев; под ред. Ю. Б. Гиппенрейтер // Психология личности. Тексты. – М.: МГУ, 1982. – С. 209.
265. Лермантов В. В. Содержание курса школьной математики с точки зрения современных запросов жизни и приемы для посильного выполнения

- школой этих требований. Труды I Всероссийского съезда представителей математики / В. В. Лермантов. – М., 1912. – Т. 1.
266. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.
267. Лернер И. Я. Процесс обучения и его закономерности / И. Я. Лернер. – М.: Знание, 1980. – 96 с.
268. Лернер П. Проблеми становлення профільного навчання / П. Лернер // Завуч. – №2(224). – 2005. – С. 7–12.
269. Лернер П. С. Модель самоопределения выпускников профильных классов средней общеобразовательной школы / П. С. Лернер // Школьные технологии. – 2003. – №4. – С. 50–62.
270. Лийметс Х. Й. Групповая работа на уроке / Х. Й. Лийметс. – М.: Знание, 1975. – 64 с.
271. Лийметс Х. Й. Как воспитывает процесс обучения / Х. Й. Лийметс. – М.: Знание, 1982. – 96 с.
272. Лингарт Й. Актуальные вопросы теории учения: психический процесс и психическое развитие / Й. Лингарт // Вопросы психологии. – 1984. – №5. – С. 152–157.
273. Липова Л. Особливості навчальної діяльності в профільному класі / Л. Липова, Л. Морозова, І. Філоненко // Шлях освіти. – 2006. – №1. – С. 35–40.
274. Лікарчук І. Проблема профілізації навчання в старшій школі та шляхи її розв'язання / І. Лікарчук // Управління освітою. – 2003. – 13-14 липня. – № 61-62. – С. 2–3, 9.
275. Лов'янова І. В. Вибрані методи і прийоми розв'язування геометричних задач (матеріали для факультативних занять та курсів за вибором). 11 клас: методичний посібник / І. В. Лов'янова; за заг. редакцією проф. Тарасенкової Н. А. – Черкаси: Видавець Чабаненко Ю. А., – 2014. – 64 с.

276. Лов'янова І. В. Вибрані питання елементарної математики. Ч. 1 Планіметричні задачі / І. В. Лов'янова. – Кривий Ріг: Кафедра математики КДПУ, 2003. – 34 с.
277. Лов'янова І. В. Використання інтерактивних технологій навчання математики при вивченні теми «Похідна та її застосування» на рівні стандарту / І. В. Лов'янова, С. Е. Федосєєв // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. Випуск X: в 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – Т.1: Теорія та методика навчання математики. – С. 153–160.
278. Лов'янова І. В. Віковий та індивідуальний підхід в умовах впровадження НІТН / І. В. Лов'янова, А. В. Шамне // Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С. Д. Масименка, М. Л. Смульсон. – К: Міленіум, 2005. – Т.8., вип. 1. – С. 153–160.
279. Лов'янова І. В. Дидактичні основи навчання математики: навч. метод. посібник / І. В. Лов'янова. – Кривий Ріг: КДПУ, 2009. – 185 с.
280. Лов'янова І. В. Диференціальні рівняння в шкільному курсі математики / І. В. Лов'янова // Одинадцята міжнародна наук. конф. ім. акад. М.Кравчука: Матеріали конференції. – К., 2006. – С. 873.
281. Лов'янова І. В. Диференціація змісту навчання математики у профільній старшій школі / І. В. Лов'янова // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу ІТМ*плюс- 2012: матеріали міжнародної науково-методичної конференції (6-7 грудня 2012р., м. Суми): У 3-х частинах. Частина 1 / упорядник Чашечникова О. С. – Суми: ВВП «Мрія» ТОВ, 2012. – С. 50–51.
282. Лов'янова І. В. Діагностика математичної підготовки учнів основної школи у допрофільному навчанні: методичний посібник / І. В. Лов'янова; за заг. редакцією проф. Тарасенкової Н. А. – Черкаси: Видавець Чабаненко Ю. А., 2013. – 60 с.

283. Лов'янова І. В. Допрофільна підготовка учнів основної школи в контексті самовизначення особистості / І.В. Лов'янова // Педагогічне Криворіжжя. Педагогічний альманах: пілотний випуск. – Кривий Ріг: КП ДВНЗ «КНУ», 2013. – С. 64–65.
284. Лов'янова І. В. Дослідження умов забезпечення професійної спрямованості навчання математики у старшій профільній школі / І. В. Лов'янова // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс - 2014»: Матеріали міжнародної дистанційної науково-методичної конференції (20-21 березня 2014 року., м. Суми): у 3-х частинах. Ч. 1 / упорядкув. Чашечникової О. С. – Суми: «Мрія», 2014. – С. 37–39.
285. Лов'янова І. В. Задачі у підручниках з природничих дисциплін як засіб формування інтелектуальних умінь старшокласників / І. В. Лов'янова // Проблеми сучасного підручника: Зб. наук. праць / Ред. кол. – К.: Педагогічна думка, 2008. – Вип.8. – С. 121–130.
286. Лов'янова І. В. Здійснення міжпредметних зв'язків курсу стереометрії з фізикою у процесі розв'язування задач / І. В. Лов'янова, С. Г. Шиперко // Тези доповідей 8-ї Міжнародної конференції з геометрії, топології та викладання геометрії: 9-15 вересня 2013 року / За ред. проф. В. І. Дісканта, проф. Н. А. Тарасенкової; Мін-во освіти і науки, ЧДТУ. – Черкаси, ЧДТУ, 2013. – С. 51–53.
287. Лов'янова І. В. Зміст математичної освіти старшокласників в умовах профільної школи / І. В. Лов'янова // Дидактика: теорія і практика. Матеріали Всеукр. наук.-практ. конф. «Фундаменталізація змісту освіти як соціально-педагогічна проблема»: зб. наук. праць / [вступ. ст., ред. Г. О. Васьківської; упоряд. С. В. Косянчука]. – К.: Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2012. – С. 111–113.
288. Лов'янова І. В. Зміст математичної освіти: вітчизняний і зарубіжний досвід / І. В. Лов'янова // Проблеми сучасної педагогічної освіти: Сер.

- Педагогіка і психологія. – Збірник статей: Вип. 13. Ч.2. – Ялта, 2007. – С. 133–137.
289. Лов'янова І. В. Ігрові форми навчання математики як засіб гуманізації / І. В. Лов'янова, Н. О. Пашук // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. Збірник наукових праць. Випуск ІV. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т.1: Теорія та методика навчання математики. – С. 384–387.
290. Лов'янова І. В. Інноваційні процеси в освіті: психолого-педагогічний аспект / І. В. Лов'янова // Инновационные технологии в образовании: Материалы VII Международной научно-практ. конференции «Инновационные технологии в образовании», 20–22 сентября 2010 г., г. Ялта. – Сборник статей. – Ялта: РВВ КГУ, 2010. – С. 322–325.
291. Лов'янова І. В. Інтерактивне навчання з використанням інформаційно-комунікаційних технологій / І. В. Лов'янова // Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці і освіті: Зб. наук. пр.. VIII Всеукраїнської науково-практичної конференції; Черкаси-Одеса, 25–27 травня 2011р. / Редкол.: Соловійов В. М. (відп. за випуск) та ін. – Черкаси: Брама, видавець Вовчок О. Ю., 2011. – С. 98–99.
292. Лов'янова І. В. Інтерактивні технології підготовки старшокласників до майбутньої професії у процесі навчання математики / І. В. Лов'янова // Філософсько-теоретичні та практико-зорієнтовані аспекти випереджаючої освіти для сталого розвитку. Матеріали Всеукраїнської наукової конференції 22 листопада 2012 р., м. Дніпропетровськ. Ч. 1 / Наук. ред. О. Є. Висоцька. – Дніпропетровськ, 2013. – С. 168–170.
293. Лов'янова І. В. Історичний аспект проблеми розумового розвитку учнів / І. В. Лов'янова // Педагогіка вищої та середньої школи: Збірник наукових праць / Гол. ред. – д. пед. н., проф. Буряк В. К. – Кривий Ріг: КДПУ, 2006. – Вип. 15. – С. 372–378.
294. Лов'янова І. В. Математика: довідник-тренажер. Частина 1. Арифметика. Алгебра: методичний посібник / І. В. Лов'янова С. Г Шиперко; за заг.

- редакцією проф. Тарасенкової Н. А. – Черкаси: Видавець Чабаненко Ю. А., 2014. – 150 с.
295. Лов'янова І. В. Методичні основи професійного самовизначення особистості старшокласника на уроках математики / І. В. Лов'янова М. Л. Йолкіна // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. Випуск Х: в 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 144–152.
296. Лов'янова І. В. Модуль числа. Розв'язування задач з параметрами (матеріали для факультативних занять та курсів за вибором). 10 клас: методичний посібник / І. В. Лов'янова; за заг. редакцією проф. Тарасенкової Н. А. – Черкаси: Видавець Чабаненко Ю. А., 2014. – 84 с.
297. Лов'янова І. В. Модульне навчання у середній школі: витоки, проблеми, перспективи / І. В. Лов'янова // Педагогіка вищої та середньої школи: Збірник наукових праць / Гол. ред. – д.пед. н., проф. Буряк В. К. – Кривий Ріг: КДПУ, 2007. – Вип. 19. – С. 380–385.
298. Лов'янова І. В. Можливості змісту освіти у процесі формування інтелектуальних умінь старшокласників / І. В. Лов'янова // Педагогіка вищої та середньої школи: Збірник наукових праць / Гол. ред. – доктор пед. наук, проф. Буряк В. К. – Кривий Ріг: КДПУ, 2005. – Вип. 12. – С. 168–175.
299. Лов'янова І. В. Науково-дослідна робота як один із чинників розвитку та самореалізації особистості ліцеїста / І. В. Лов'янова // Досвід освітян Дніпропетровської області. Зб. статей. – Дніпропетровськ, 2001. – С. 66–67.
300. Лов'янова І. В. Неперервна освіта: витоки, проблеми, перспективи / І. В. Лов'янова // Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. Серія: Педагогіка і психологія: Зб. наук. праць. – Випуск 33 / Редкол.: В. І. Шахов (голова) та ін.. – Вінниця: ТОВ «Планер», 2010. – С. 290–294.

301. Лов'янова І. В. Особливості вивчення математики в умовах профільної старшої школи / І. В. Лов'янова // Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки: Зб. наук. праць. – Випуск 201. – Ч.1 / Редкол.: А.І. Кузмінський (головн. ред..) та ін.. – Черкаси: вид. від. ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2011. – С. 67–73.
302. Лов'янова І. В. Особливості профільного навчання старшокласників у підготовці їх до майбутньої професії вчителя / І. В. Лов'янова // Педагогіка вищої та середньої школи: Збірник наукових праць / Гол. ред. – д.пед. н., проф. Буряк В. К. – Кривий Ріг: КДПУ, 2011. – Вип. 32. – С. 531–536.
303. Лов'янова І. В. Оцінка якості математичної освіти учнів старшої профільної школи / І. В. Лов'янова // Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology, II (9) . – Issue: 19, 2014. С.64–69.
304. Лов'янова І. В. Педагогічні ігри у навчальному процесі / І. В. Лов'янова // Проблема імітаційно-ігрового підходу до організації навчального процесу у вищій школі. Збірник наукових тез. – Кривий Ріг, 2001. – С. 134–137.
305. Лов'янова І. В. Підготовка майбутніх вчителів до використання евристичних методів навчання у профільному навчанні старшокласників / І. В. Лов'янова, М. А. Слюсаренко // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія 16. Творча особистість учителя: проблеми теорії і практики: збірник наукових праць / Ред. кол.: Н. В. Гузій (відп. ред.). – Вип. 23 (33). – К.: Вид-во НПУ імені Н. П. Драгоманова, 2014. – С. 153–158.
306. Лов'янова І. В. Підготовка учнів старших класів до майбутньої професії вчителя у процесі навчання математики / І. В. Лов'янова // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. – Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2011. – №7. – С. 138–143.
307. Лов'янова І. В. Предметно-компетентнісна модель випускника старшої школи – вимога часу / І. В. Лов'янова, Т. С. Армаш // Актуальні питання

- природничо-математичної освіти: / зб. наук. праць: випуск 2 / Сум. держ. пед. ун-т ім. А.С.акаренка. – Суми: ВВП «Мрія», 2013. – С. 68–74.
308. Лов'янова І. В. Проблеми використання інформаційно-комунікаційних технологій навчання в процесі математичної освіти старшокласників / І. В. Лов'янова // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: зб. наук. праць. – Випуск 33 / ред. кол. І. А. Зязюн та ін. – Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2012. – С. 108–113.
309. Лов'янова І. В. Професійна спрямованість навчання старшокласників // Вища освіта України: Теоретичний та науково-методичний часопис. – №3 (46). – 2012. – Тематичний випуск «Педагогіка вищої школи: методологія, теорія, технології». – Київ-Черкаси, 2012. – С. 170–180.
310. Лов'янова І. В. Професійно спрямоване навчання математики у профільній школі: теоретичний аспект: монографія / І. В. Лов'янова. – Черкаси: Видавець Чабаненко Ю. А., 2014. – 354 с.
311. Лов'янова І. В. Профільна диференціація навчання математики: історичний аспект // Сучасні тенденції розвитку математики та її прикладні аспекти – 2012: І Міжнародна науково-практична інтернет-конференція, 17 травня 2012 р. – Донецьк: ДонНУЕТ, 2012. – С. 266–268.
312. Лов'янова І. В. Профільне навчання старшокласників: стан розробки та проблеми впровадження / І. В. Лов'янова // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції «Профільне навчання: проблеми, перспективи, шляхи реалізації». Черкаси: вид. від. ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2011. – С. 3–6.
313. Лов'янова І. В. Профільна школа: історичний досвід та сучасні проблеми / І. В. Лов'янова // Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди»: збірник наукових праць. – Переяслав– Хмельницький, 2012. – Випуск 24. – С. 192–197.

314. Лов'янова І. В. Прояв психолого-фізіологічних особливостей старшого шкільного віку у математичній навчальній діяльності старшокласників / І. В. Лов'янова // Вісник Черкаського університету. Серія педагогічні науки. – №8 (261). – Черкаси, 2013. – С. 82–88.
315. Лов'янова І. В. Психологічні основи організації профільного навчання / І. В. Лов'янова // Матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції «Сучасна профільна освіта: традиції та інновації» (29–30 листопада). – Чернівці, 2012. – С. 18–22.
316. Лов'янова І. В. Психолого-дидактичні особливості заліку в умовах особистісно-орієнтованого навчання математики / І. В. Лов'янова // Особистісно-орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи. Матеріали II Всеукр. науково-практичної конференції – Полтава: АСМІ, 2005. – С. 111–114.
317. Лов'янова І. В. Психолого-педагогічні аспекти впровадження нових інформаційних технологій навчання / І. В. Лов'янова, А. В. Шамне // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. Т. 1. Збірник наукових праць. – Кривий Ріг, 2005. – С. 169–171.
318. Лов'янова І. В. Психолого-педагогічні особливості школярів із точки зору можливостей виявлення і розвитку математичних здібностей / І. В. Лов'янова // Теоретико-методичні проблеми генетичної психології: Матеріали міжнародної наукової конференції, присвяченої 35-річчю наукової та педагогічної діяльності академіка С.Д.Максименка. – Т. II. – К.: Міленіум, 2002. – С. 164–168.
319. Лов'янова І. В. Роль задач у формуванні логічного мислення учнів на уроках математики/ І. В. Лов'янова, Г. О. Приходько // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. Збірник наукових праць. Випуск ІV – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т.1: Теорія та методика навчання математики. – С. 352–356.
320. Лов'янова І. В. Роль математичної освіти у підготовці компетентного випускника профільної школи / І. В. Лов'янова // Освітній простір.

- Глобальні регіональні та інформаційні аспекти: Науково-методичний журнал. – Чернівці: Черемош, 2012. – С. 53–55.
321. Лов'янова І. В. Роль математичної підготовки у професійному становленні майбутнього вчителя математики / І. В. Лов'янова // Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-ти річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З. І. Слєпкань. Тези доповідей. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2011. – С. 174–175.
322. Лов'янова І. В. Синтез психолого-педагогічних підходів у профільному навчанні старшокласників // Наукові записки. – Випуск 108 – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2012. – Частина 1. – С. 70–74.
323. Лов'янова І. В. Теоретичні засади диференційованого навчання математики в загальноосвітній школі / Лов'янова І. В., Капіносів А. М. / Проблеми сучасної педагогічної освіти. Сер.: Педагогіка і психологія. – Зб. статей: Ялта: РВВ КГУ, 2009. – Вип.21. – Ч.5. – С. 108–111.
324. Лов'янова І. В. Технології педагогічної взаємодії: прийоми запровадження / І. В. Лов'янова // Педагогіка вищої та середньої школи: Збірник наукових праць / Гол. ред. – д.пед. н., проф. Буряк В. К. – Кривий Ріг: КДПУ, 2007. – Вип. 21. – С. 141–146.
325. Лов'янова І. В. Технологія диференційованого навчання математики в основній школі / Лов'янова І. В., Корольський В. В., Капіносів А. М. // Рідна школа. – 2010. – № 7-8. – С. 51–56.
326. Лов'янова І. В. Технологія навчання дисциплін природничо-математичного циклу на основі між предметного задачного підходу / І. В. Лов'янова // Наша школа. – 2009. – №6 – С. 96–101.
327. Лов'янова І. В. Урок математики в умовах різних навчальних технологій: практичний аспект / І. В. Лов'янова // Проблеми сучасного підручника: Зб. наук. праць / Ред. кол. – К.: Педагогічна думка, 2009. – Вип.9. – С. 314–320.

328. Лов'янова І. В. Учень як особистість в історії психолого-педагогічної науки та школи / І. В. Лов'янова // Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи. Матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції. – Полтава: АСМІ, 2008. – С. 121–122.
329. Лов'янова І. В. Формування компонентів логічного мислення у процесі навчання учнів доведенню теорем/ І. В. Лов'янова // Наукові записки. – Випуск 82. Частина 2. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград, 2009. – С. 45–50.
330. Лов'янова І. В. Формування логічного мислення учнів у процесі навчання природничим дисциплінам / І. В. Лов'янова // Наукові записки. – Випуск 72. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград, 2007. – С. 74–79.
331. Лов'янова І. В. Формування творчої особистості старшокласника в позаурочний час / І. В. Лов'янова // Вісник Житомирського педагогічного університету. – Вип. 24. – Житомир. – 2005. – С. 177–180. – (Педагогічні науки).
332. Лов'янова І. В. Шляхи формування особистості у профільному навчанні / Теорія і практика формування громадянських цінностей старшокласників: Збірник наук.-метод. праць / За ред. Л. В. Корінної. – Житомир: Вид-во ЖДЦНТЕІ, 2004. – С. 37–38.
333. Лов'янова І. В. Щодо врахування вікових особливостей старшокласників у профільному навчанні / І. В. Лов'янова // Засоби і технології сучасного навчального середовища: Матеріали Міжнародної VIII (XVIII) науково-практичної конференції, м.Кіровоград, 27–28 квітня 2012 року. / Відповід. ред.: С. П. Величко – Кіровоград: ПП «Ексклюзив-Систем», 2012. – С. 39–40.
334. Лов'янова І. В. Щодо підготовки випускників середньої школи до вибору професії вчителя математики / Професіоналізм педагога в контексті європейського вибору України: якість освіти – основа конкурентноспроможності майбутнього фахівця: Матеріали міжнародної

- науково-практичної конференції, Ялта (22-24 вересня 2011 року). – Ялта: РВНЗ КГУ, 2011. – Ч. 1. – С. 63–64.
335. Лов'янова І. В. Щодо пріоритетів навчання математики у старшій профільній школі / І. В. Лов'янова // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО-2013), м. Черкаси, 8-10 квітня 2013 р. – Черкаси: вид. Чабаненко Ю., 2013. – С. 81–82.
336. Лов'янова І. В. Щодо професійної спрямованості профільного навчання математики / І. В. Лов'янова // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики: збірник наукових праць за матеріалами Міжнар. наук.-практ. конф., 26-27 квітня 2012 р. / М-во освіти, науки, молоді та спорту України, Вінницький державний педагогічний університет ім. М. Коцюбинського [та ін.]. – Вінниця: ВДПУ, 2012. – С. 263–265.
337. Лов'янова І. В. Щодо ролі математичної освіти у формуванні розвиненої особистості випускника школи / І. В. Лов'янова // VIII Міжнародна конференція «Стратегія якості у промисловості і освіті» (8-15 червня 2012 р., Варна, Болгарія): Матеріали у трьох томах. Том III. Упорядники: Хохлова Т. С., Хохлов В. О., Ступак Ю. О. – Дніпропетровськ–Варна, 2012. – С. 277–279.
338. Лов'янова І. В. Щодо змісту освіти природничо-математичних дисциплін у старшій профільній школі / І. В. Лов'янова // Збірник матеріалів Всеукраїнської науково-практичної конференції «Особливості навчання природничо-математичних дисциплін у профільній школі». Укладач Шарко В. Д.. – Херсон: ПП Вишемирський В.С., 2010. – С. 83–85.
339. Ловьянова И. В. Математическая деятельность старшеклассников как специфический вид учебной деятельности / И. В. Ловьянова // Математика и математическое образование: сборник трудов VI Международной научной конференции «Математика. Образование.

- Культура» (Россия, Тольятти, 24-26 апреля 2013 г.) / Под общей редакцией Р. А. Утеевой. – Тольятти: Издательство ТГУ. – С. 161–165.
340. Ловьянова И. В. Методические основы организации обучения математике в старшей профильной школе. / И. В. Ловьянова // Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования. Герценовские чтения 2013. Материалы научной конференции, 15–20 апреля 2013 г. – СПб: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2013. – С. 198–203.
341. Ловьянова И. В. О профессиональном самоопределении старшеклассников в процессе обучения математике в профильной школе / И. В. Ловьянова // Весці БДПУ. Серія 3. – 2013. – №4. – С. 35–38.
342. Ловьянова И. В. О формировании профессиональной направленности личности старшеклассников в процессе обучения математике в профильной школе / И. В. Ловьянова // Математическое образование: современное состояние и перспективы (к 95-летию со дня рождения профессора А. А. Столяра) : материалы Международной научной конференции, 19–20 февраля 2014 г., МГУ имени А. А. Кулешова, г. Могилев. – Могилев: МГУ имени А. А. Кулешова, 2014. – С. 89–91.
343. Ловьянова И. В. Обучение математике учащихся профильной школы / Ловьянова И. В. Корольская Л. Р. / Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів у процесі вивчення математичних дисциплін: Матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції «Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів у процесі вивчення математичних дисциплін», 4-5 листопада 2010 р., м. Ялта. – Зб. статей. – Ялта: РВВ КГУ, 2010. – Вип. 1. – С. 38–40.
344. Ловьянова И. В. Профориентационная направленность обучения математике в профильной школе. / Материалы ежегодной Международной научно-практической конференции LXV Герценовские чтения, посвященной 215-летию Герценовского университета, Санкт-

- Петербург, РГПУ им. А.И.Герцена, 16-21 апреля 2012 года. – СПб.: Астерион, 2012. – С. 131–135.
345. Ловьянова И. В. Психолого-педагогические основы обучения старшеклассников математике в условиях профильной школы / И. В. Ловьянова // Проблемы современной науки: сборник научных трудов: выпуск 8. Часть 2. – Ставрополь: Логос, 2013. – С. 96–108.
346. Ловьянова И. В. Развитие эмоционально-ценностной сферы учащихся на уроках математики / И. В. Ловьянова, И. Н. Богатырева // Матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної конференції «Особистісно-орієнтоване навчання математики: сьогодні і перспективи», 29–31 жовт. 2013 р.[Текст] – Полтава: ТОВ «АСМІ», 2013. – С. 61–62.
347. Ловьянова И. В. Ретроспективный анализ проблемы дифференциации обучения математике в общеобразовательной школе / И. В. Ловьянова // Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology. – Vol. 5. – 2013. – С. 114-119.
348. Логачевська С. П. Дійти до кожного учня [метод. матеріал] / С. П. Логачевська; ред. О. Я. Савченко. – К.: Рад. Школа, 1990. – 158 с.
349. Лодатко Є. О. Педагогічні моделі, педагогічне моделювання і педагогічні вимірювання: that is that? / Є. О. Лодатко // Педагогіка вищої школи: методологія, теорія, технології // Вища освіта України : теоретичний та науково-методичний часопис ; у 2-х т. – Вип 3. – 2011. – Т. 1. – С. 339–344.
350. Лодатко Є. О. Типологія педагогічних моделей / Є. О. Лодатко // Педагогіка вищої школи: методологія, теорія, технології // Вища освіта України : теоретичний та науково-методичний часопис. – № 3 (50). – 2013. – Т. 1. – С. 68–72.
351. Локшина О. Зарубіжна старша профільна школа: структурна організація, зміст освіти, підходи до оцінювання / Олена Локшина // Рідна школа. – 2004. – №4. – С. 65–67.

352. Ломов Б. Ф. Методологические и теоретические проблемы психологии : [научное издание] / Б. Ф. Ломов ; Акад. наук СССР ; Ин-т психол. – М. : Наука, 1984. – 444 с.
353. Лосева О. Л. Методика обучения учащихся средствам представления знаний в рамках профильного спецкурса по информатике: автореферат дис. на соискание уч. ступени канд. пед. наук: спец.: 13.00.02 / О. Л. Лосева. — М., 1999. — 17 с.
354. Лотман Ю. М. О семиосфере / Ю. М. Лотман // Ученые записки Тартусского университета. – 1984. – № 641 (Труды по знаковым системам). – Т. 17.
355. Лукіна Т. О. Оцінимо якість математичної освіти школярів / Т. О. Лукіна, М. І. Онищенко // Математика. – 2000. – №38(98). – С. 1–2, 6–9.
356. Лях С. Економіка в задачах з математики / С. Лях. – К.: Шк. світ, 2007. – 128 с.
357. Ляшенко О. І. Обговорюємо Концепцію профільного навчання / О. І. Ляшенко // Підручник для директора. – 2003. – № 11-12. – С. 28–31.
358. Мадзігон В. М. Безперервна освіта: науково-педагогічний аспект / Василь Мадзігон // Педагогічна газета. – 2000. – №7. – С. 1.
359. Мадзігон В. М. Трудове навчання, виховання і професійна орієнтація учнівської молоді / В. М. Мадзігон. – К.: Рад. школа, 1981. – 229 с.
360. Макарова С. М. Организационно-педагогическое обеспечение развития математических способностей школьников в процессе профильной дифференциации: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Макарова Саргылана Михайловна. – Якутск, 2005. – 175 с.
361. Макарчук А. В. Профильное обучение в сельской малокомплектной школе / А. В. Макарчук, Н. К. Райсвих // Підручник для директора. – 2003. – №11–12. – С. 143–146.
362. Максименко С. Д. Загальна психологія: навчальний посібник / С. Д. Максименко. – К., 2004. – 272 с.

363. Максименко С. Д. Проблема цілісного підходу до особистості дитини в сучасній вітчизняній психології / С. Д. Максименко // Психологія у ХХІ ст.: перспективи розвитку: Матеріали ХІ Костюківських читань (28–29 січня 2003 р.). Т. 1. – К.: Міленіум, 2003. – С. 3–12.
364. Максимов В. Г. Педдиagnostика в школі: Учебное пособие для студентов ВУЗов / В. Г. Максимов. – М., 2002. – 272 с.
365. Малишко О. Прикладні задачі в курсі алгебри і початків аналізу / Оксана Малишко // Математика в школі. – 2009. – №11. – С. 36–39
366. Малкова Т. Формування професійної спрямованості у слухачів вищих навчальних закладів системи МВС / Т. Малкова // Неперервна професійна освіта: теорія і практика. – К., 2002. – Вип. 1(5). – С. 17–23.
367. Малова И. Е. Теория и методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов высш. учебных заведений / И. Е. Малова, С. К. Горохова, Н. А. Малинникова. – М.: ВЛАДОС, 2009. – 448 с.
368. Малькова З. А. Разорванное образовательное пространство: (Сравнительная педагогика) / Малькова З. А. // Педагогика. – 1999. – №5. – С. 103–110.
369. Манвелов С. Г. Теория и практика современного урока математики : автореферат дис. на соискание уч. степени докт. пед. наук: спец.: 13.00.02 «Теория и методика обучения математике» / С. Г. Манвелов. – Моск. пед. гос. ун-т им. В. И. Ленина. – М., 1997. – 41 с.
370. Маркова А. К. Психология усвоения языка как средства общения / А. К. Маркова ; Науч.-исслед. ин-т общ. и пед. психологии Акад. пед. наук СССР. – М.: Педагогика, 1974. – 234 с.
371. Мартина Н. К. Формирование у старшеклассников готовности к профессиональному самоопределению в условиях профильного обучения: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Мартина Надежда Константиновна. – Сургут, 2006. – 220 с.
372. Мартинова Р. Ю. Дидактичне обґрунтування змісту навчання іноземних мов / Р. Ю. Мартинова // Педагогіка і психологія. – 2004. – №2. – С. 36-50.

373. Маскаева А. М. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий учащихся старших классов в условиях вариативного обучения математике: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Маскаева Александра Михайловна. – М., 2011. – 226 с.
374. Материалы по реформе средней школы. Примерные программы и объяснительные записки. – Петроград, 1915. – 553 с.
375. Матяш О. І. Про деякі питання профільного навчання математики в школі / О. І. Матяш, Н. О. Жорноклей, В. А. Ясінський // ВДПУ ім. М. Коцюбинського. Наукові записки. Серія: Педагогіка і психологія. – 2004. – Вип. 11. – С. 145-147.
376. Махмутов М. И. Организация проблемного обучения в школе / М. И. Махмутов. – М.: Просвещение, 1997. – 240 с.
377. Махмутов М. И. Принцип профессиональной направленности обучения // Принципы обучения в современной педагогической теории и практике / М. И. Махмутов. – Челябинск: ЧПУ, 1985. – С. 15–27.
378. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу: підручн. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: академ. рівень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2010. – 352 с.
379. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу: підручн. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: проф. рівень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2010. – 416 с.
380. Мерзляк А. Г. Алгебра. 11 клас: підручн. для загальноосвітніх навч. закладів: академ. рівень, профільний рівень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2011. – 431 с.
381. Мерлин В. С. Психология индивидуальности : [избр. психол. тр.] / В. С. Мерлин ; под ред. Е. А. Климова ; Академия пед. и соц. Наук ; Моск.

- психолого-социальный ин-т. – М. : Ин-т практич. психологии. – Воронеж : НПО "МОДЭК", 1996. – 448 с.
382. Мерлин В. С. Лекции по психологии мотивов человека : [учеб. пособие для спец. курса] / В. С. Мерлин ; Перм. гос. пед. ин-т. – Пермь : [б. и.], 1971. – 120 с.
383. Метельский Н. В. Реализм – основа перестройки школьного математического образования / Н. В. Метельский // Математика в школе. – 1989. – №3. – С. 23–30.
384. Методичні рекомендації щодо складення регіональних планів створення освітніх округів та модернізації мережі професійно-технічних, загальноосвітніх навчальних закладів, у тому числі шкіл-інтернатів, затверджені розпорядження КМУ від 5.09. 2012 № 675-р [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/675-2012>
385. Мешалкина К. Н. Профильная дифференциация образования / К. Н. Мешалкина // Советская педагогика. – 1990. – №1. – С. 60-65.
386. Митина Л. М. Психология профессионального развития учителя: [монография] / Л. М. Митина. – М.: Флинта, 1998. – 200 с.
387. Михеев В. И. Моделирование и методы теории измерений в педагогике: [науч.-метод. пособие для педагогов-исследователей, математиков, аспирантов и науч. работников, занимающихся вопросами методики пед. исследований] / В. И. Михеев. – М. : Высш. школа, 1987. – 200 с.
388. Моляко В. О. Психологічні проблеми творчої діяльності та обдарованості дітей і молоді / В. О. Моляко // Наук. записки Ін-ту психології ім. Г. С. Костюка АПН України : Актуальні проблеми психології. – К., 1999. – Вип. 19. – С. 146–153.
389. Монахов В. М. Дифференциация обучения в средней школе / В. М. Монахов, В. А. Орлов, В. В. Фирсов // Сов. педагогика. – 1990. – №8. – С. 42–47.
390. Мордухай-Болтовской Д. Д. Второй Всероссийский съезд преподавателей математики. Философские, методологические и дидактические очерки по

- поводу докладов съезда / Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовской // Варшавские университетские известия. – 1915. – № 1. – С. 1–95.
391. Мордухай-Болтовской Д. Д. О первом Всероссийском съезде преподавателей математики / Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовской // Варшавские университетские известия. – 1913. – № 3. – С. 1–42.
392. Морзе Н. В. Основи методичної підготовки вчителя інформатики: Монографія. – К.: Курс, 2003. – 372 с.
393. Москаленко О. А. Дидактичні засади організації контролю та корекції знань учнів з математики / О. А. Москаленко, Л. П. Черкаська // Вісник Черкаського університету: Серія Педагогічні науки. – Черкаси, 2012. – № 20 (233). – С. 59–69.
394. Моторіна В. Г. Професійна компетентність учителя математики профільної школи: навч. посіб. для студ. природничо–математичних спеціальностей педагогічних ВНЗ / В. Г. Моторіна. – Х.: ХНПУ ім. Г. С. Сковороди, 2012. – 268 с.
395. Моторіна В. Г. Технологія навчання математики в сучасній школі / В. Г. Моторіна. – Х, 2001. – 262 с.
396. Моторіна В. Г. Шляхи удосконалення методичної підготовки майбутнього вчителя математики // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми.// Зб. наук. пр.– Випуск 22. – Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2009. – С.420–425.
397. Моторіна В. Г. Індивідуальний підхід – необхідна умова розвитку мислення учнів в процесі навчання математики / В. Г. Моторіна // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ* плюс – 2012»: матеріали міжнародної науково-методичної конференції (6-7 грудня 2012 р., м. Суми): У 3-х частинах. Частина 1. /

- упорядник Чашечникова О.С. – Суми: ВВП «Мрія» ТОВ, 2012. – С. 64–65.
398. Моторіна В. Г. Формування графічної грамотності майбутнього вчителя математики. Навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичних факультетів вищих педагогічних навчальних закладів / В. Г. Моторіна, Є. Ю. Сизоненко. – Харків, Видавництво «Мітра», 2014. – 79 с.
399. Мрочек В. Педагогика математики : Исторические и методические этюды. / В. Мрочек, Ф. Филиппович. – Т. 1. – С-Пб. : Изд-во Богдановой, 1911. – 380 с.
400. Мудрик А. В. Социальная педагогика: Учеб. для студ. пед. вузов / Под ред. В. А. Слостенина. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2000. – 200 с.
401. Мухина Т. Г. Начальная общепедагогическая подготовка как средство формирования у старшеклассников профессионального интереса к педагогической деятельности (На материале профильных педагогических классов): дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Мухина Татьяна Геннадиевна. – Н.- Новгород, 2003. – 338 с.
402. Мясичев В. Н. Психология отношений / В. Н. Мясичев. – Воронеж: Модек, 1995. – 356 с.
403. Набока О. Г. Формування ціннісних орієнтацій у старшокласників спеціалізованих класів економічного профілю: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Набока Ольга Георгіївна. – Луганськ, 2002. – 20 с.
404. Найссер У. Познание и реальность: смысл и принципы когнитивной психологии / У. Найссер. – М. : Прогресс, 1981. – 229 с.
405. Національна доктрина розвитку освіти // Освіта України. – 2002. – №33
406. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на період до 2021 року, затверджена Указом Президента України від 25.06.2013 № 344

- [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/344/2013>
407. Навчальні програми для 10-11 класів загальноосвітніх закладів. Математика [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.mon.gov.ua/ua/activity/education/56/general-secondary-education/educational_programs/1352202396/
408. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу: Дворівневий підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів. 2-ге вид., виправ. і доп. / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова – Х.: Світ дитинства, 2006. – 416 с.
409. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: профільний рівень / Є. П. Нелін. – Х.: Гімназія, 2010. – 432 с.
410. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: акад. рівень / Є. П. Нелін. – Х.: Гімназія, 2010. – 416 с.
411. Нелін Є. П. Особливості методичної системи навчання математики в сучасних умовах / Є. П. Нелін // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО-2010), м. Черкаси, 24-26 листопада 2010 р. – Черкаси: Вид. відділ ЧНУ ім. Богдана Хмельницького, 2010. – С. 118–119.
412. Нелін Є. П. Геометрія. 10 клас. Дворівневий підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: академічний, профільний рівень / Є. П. Нелін. – Х.: Гімназія, 2010. – 216 с.
413. Немов Р. С. Психология: [учебн. для студ. вузов]. В 3-х кн. / Р. С. Немов. Кн. 1: Общие основы психологии. – [3-е изд.]. – М.: Владос, 1999. – 688 с.
414. Немова Н. Профильная ориентация девятиклассников: элективные курсы и «образовательные информационные карты» / Н. Немова // Директор школы. – 2005. – №6. – С. 57–60.
415. Нічуговська Л. І. Прикладні аспекти математики і лінійна функція та її економічне застосування / Л. І. Нічуговська // Математика в школі. – 2003. – № 8. – С. 43.

416. Новик И. А. Формы и методы ведения современного урока математики / И. А. Новик – Минск, 1979. – 36 с.
417. Огурцов Н. Т. Дифференцированное обучение в школе: опыт, проблемы, перспективы: [материал в помощь лектору] / Н. Т. Огурцов, Т. М. Бунтовская. – Минск, 1990. – 22 с.
418. Оконь В. Введение в общую дидактику / В. Оконь: Перевод с польского. – М., 1990.
419. Онищук В. А. Типы, структура и методика урока в школе / В. А. Онищук – К. : Рад. школа, 1976. – 184 с.
420. Оніпко В. В. Професійна підготовка вчителя природничих дисциплін до роботи у профільній школі : монографія / В. В. Оніпко. – Полтава : ПНПУ імені В. Г. Короленка, 2011. – 376 с.
421. Опачко М. В. Професійна орієнтація учнів в процесі розв'язування задач фізико-технічного змісту: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / М. В. Опачко – К., 2001. – 215 с.
422. Орач Б. Математичні моделі як засіб інтеграції знань / Б. Орач // Математика. – 2002. – №11. – С. 15-16.
423. Організація навчально-виховного процесу в багатопрофільній школі: монографія / колектив авторів: Н. А. Тарасенкова, І. А. Акуленко, І. В. Лов'янова, А. Й. Жгир, Б. Й. Окунев та ін. – Черкаси, 2013. – 268 с.
424. Орлов А. Б. Склонность и профессия / А. Б. Орлов. – М.: Знание, 1981. – 96 с.
425. Орлов В. В. Построение основного курса геометрии общеобразовательной школы в концепции личностно ориентированого обучения: автореф. дис. на соискание научной степени докт. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения математике» / Орлов Владимир Викторович. – С.-Петербург, 2000. – 41 с.
426. Осадчий С. В. Формування професійної спрямованості старшокласників у процесі вивчення електронно-обчислювальної техніки: автореф. дис. на

- здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02. / С. В. Осадчий. – К., 1999. – 22 с.
427. Освітні технології : навч.-метод. посіб. / О. М. Пехота [та ін.] ; ред. О. М. Пехота. – К. : А.С.К., 2004. – 256 с.
428. Осмоловская И. М. Организация дифференцированного обучения в современной общеобразовательной школе / И. М. Осмоловская. – М.: Изд-во «Ин-т практич. психологии», Воронеж: НПО «МОДЭК», 1998. – 155 с.
429. Особенности обучения и психического развития школьников 13 - 17 лет / [Е. М. Борисова, И. В. Дубровина, А. З. Зак и др.] ; под ред. И. В. Дубровиной, Б. С. Кругловой ; НИИ общ. и пед. психологии АПН СССР. – М. : Педагогика, 1988. – 190 с.
430. Остапенко А. А. Пути реализации концепции профильного обучения в сельской школе / А. А. Остапенко, А. Ю. Скопин // Школьные технологии. – 2003. – №4. – С. 39–48.
431. Остренко М. Г. Моделирование и реализация индивидуальных маршрутов учащихся в образовательном процессе школы: автореф. дис. на соискание уч. ступени канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Остренко Марина Геннадьевна. – Санкт-Петербург, 2004. – 22 с.
432. Ошнec А. Запровадження профільного навчання в навчально-виховний процес школи / А. Ошнec, С. Волошина // Як створити профільну школу / упорядн. М. К. Голубенко. – К.: Шк. світ, 2010. – С. 83–88 – (Бібліотека «Шкільного світу»).
433. Павлютенков Е. М. Формирование методов выбора профессии у учащихся общеобразовательных школ : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.01 / Павлютенков Евгений Михайлович. – Запорожье, 1983. – 438 с.
434. Павлютенков Е. М. Формирование мотивов выбора профессии / Е. М. Павлютенков. – К., 1980. – 27 с.

435. Парамзин В. П. Профессиональная направленность личности человека и ее формирование в школьные годы: [учебное пособие для пед. ин-тов] / В. П. Парамзин. – Новосибирск, 1987. – 153 с.
436. Педагогічний програмний засіб для загальноосвітніх навчальних закладів «Алгебра, 10 клас». – К. : УкрПриборСервіс, 2006. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12см. – Системні вимоги: процесор x86, 1100 MHz; 128 Мб RAM, CD-ROM Windows 98/XP.
437. Педагогічний програмний засіб для загальноосвітніх навчальних закладів «Алгебра, 11 клас». – К. : УкрПриборСервіс, 2006. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12см. – Системні вимоги: процесор x86, 1100 MHz; 128 Мб RAM, CD-ROM Windows 98/XP.
438. Педагогічний програмний засіб для загальноосвітніх навчальних закладів «Геометрія, 10 клас». – К. : УкрПриборСервіс, 2006. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12см. – Системні вимоги: процесор x86, 1100 MHz; 128 Мб RAM, CD-ROM Windows 98/XP.
439. Педагогічний програмний засіб для загальноосвітніх навчальних закладів «Геометрія, 11 клас». – К. : Мальва, 2006. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12см. – Системні вимоги: процесор x86, 1100 MHz; 128 Мб RAM, CD-ROM Windows 98/XP.
440. Педагогика. Учебное пособие для студентов педагогических вузов и колледжей / Под ред. П. И. Пидкасистого. – М.: Педагогическое общество России, 1998. – 640 с.
441. Педагогический энциклопедический словарь / Гл. ред. Б. М. Бим-Бад; Ред. кол. М. М. Безруких, В. А. Болотов, Л. С. Глебова и др. – М.: Большая Российская энциклопедия. – 2003. – 528 с.
442. Петрук В. А. Формування професійної спрямованості студентів спеціальності ЛОТ на заняттях з теорії ймовірностей / В. А. Петрук, І. В. Хом'юк // Тези доповіді шостої Міжнародної НТК молодих вчених, м. Вінниця, 8-12 жовтня 2001 – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2001. – С. 9-11.

443. Петрук В. А. Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності майбутніх фахівців технічних спеціальностей у процесі вивчення фундаментальних дисциплін : монографія / В. А. Петрук. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 292 с.
444. Піщалковська М.К. Система роботи загальноосвітнього навчального закладу з профільного навчання старшокласників: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.01 / М.К. Піщалковська ; Ін-т пед. освіти і освіти дорослих АПН України. – К., 2007. – 23 с. – укр.
445. Пиаже Ж. Аффективное бессознательное и когнитивное бессознательное // Жан Пиаже: теория, эксперименты, дискуссия / Ж. Пиаже. – М., 2001. – С. 258.
446. Пинский А. К концепции профильной старшей школы [Электронный ресурс] / А. Пинский // Доклад на семинаре в ВШЭ, 23.01.2002 // <http://www.profile.-edu.ru>
447. Пинский А. А. Предпрофильная подготовка учащихся выпускных классов основной средней школы: результаты первого года эксперимента: доклад на Всероссийской научн.-практ. конференции по предпрофильной подготовке / А. А. Пинский // Профильная школа. – 2004. – №6. – С. 17–24.
448. Писарева С. А. Профильное обучение как фактор обеспечения доступности образования : российское видение : [рекомендации по результатам научных исследований] / С. А. Пиарева ; под ред. Г. А. Бордовского ; Рос. гос. пед. ун-т им. А. И. Герцена. – СПб. : Изд-во РГПУ, 2006. – 83 с.
449. Платонов К. К. Профессиональное призвание // Профессиональная ориентация молодежи / Под ред. К. К. Платонова. – М.: Высшая школа, 1978. – 271 с.
450. Платонов К. К. Структура и развитие личности / К. К. Платонов ; под. ред. А. Д. Глоточкин ; АН СССР, Ин-т психологии. – М. : Наука, 1986. – 256 с.

451. Повышение эффективности обучения математике в школе: Кн. для учителя: Из опыта работы / Сост. Г. Д. Глейзер. – М.: Просвещение, 1989. – 240 с.: ил.
452. Погорелов О. В. Геометрія: Стереометрія: Підручник для 10-11 кл. серед. школи – 6-те вид. – К.: Освіта, 2001. – 128 с.
453. Пойа Д. Математическое открытие : решение задач : основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойа ; пер. с англ. В. С. Берман ; ред. И. М. Яглом. – М. : Наука, 1976. – 448 с.
454. Покроєва Л. Д. Створення організаційно-педагогічних умов для забезпечення профільного навчання в старшій школі / Л. Д. Покроєва // Джерело педагогічної майстерності. Профільна школа: досвід і перспектива: наук.-метод. журнал. – Вип. №2 (32). – Х.: ХОНМІБО. – 2004. – 128 с.
455. Положення про дистанційне навчання. Наказ МОН від 25.04.2013 № 466 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/z0703-13>
456. Поляков С. Н. О программах математики / С. Н. Поляков // Педагогический сборник – 1902. – №2.
457. Полянская В. А. Профессиональная направленность студентов-юристов и ее динамика на начальном этапе освоения юридической деятельности: дисс. ... канд. психол. наук: 19.00.06. / Полянская Валентина Анатольевна. – М., 2004. – 208 с.
458. Помелов В. Ориентация школьников на профессию педагога / В. Помелов // Воспитание школьников. – 1989. – №6. – С. 64.
459. Пометун О. І. Компетентнісний підхід – найважливіший орієнтир розвитку сучасної освіти / О. І. Пометун // Рідна школа. – 2005. – № 1. – С. 65–69.
460. Порядок організації інклюзивного навчання у загальноосвітніх навчальних закладах (постанова КМУ від 15.08.2011 № 872)

- [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/872-2011>
461. Поспелов Н. Н. Формирование мыслительных операций у старшеклассников / Н. Н. Поспелов, И. Н. Поспелов. – М.: Педагогика, 1989. – 152 с.
462. Потапов А. С. Педагогические условия дифференциации обучения школьников в зависимости от особенностей восприятия учебной информации: автореферат дис. на соискание уч. степени канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Потапов А. С. – Новосибирск, 1999. – 18 с.
463. Практикум по дидактике и методикам обучения / А. В. Хуторской. – СПб: Питер, 2004. – 541 с.
464. Пригодій М. А. Профільне та початкове професійне навчання з електротехніки в загальноосвітній школі: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02 / Микола Анатолійович Пригодій. — К., 1999. – 20 с.
465. Про затвердження Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти [Електронний ресурс] : [Постанова Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011 р. № 1392]. – Режим доступу : <http://zakon1.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011-%D0%BF>.
466. Про затвердження нової редакції Концепції профільного навчання у старшій школі // Трудове навчання. – 2010. - № 4(28). – С.3-7.
467. Про утверждение новой редакции Концепции профільного обучения в старшей школе Указ МОН № 854 от 11.09.09 года [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://osvita.ua/legislation/Ser_osv/4827
468. Проблемы реформы математического образования // Математика в школе. – 1989. – №5. – С. 3–15.
469. Профессионализация предметной подготовки учителя математики в педагогическом вузе [монография] / [Афанасьев В. В., Поваренков Ю. П., Смирнов Е. И., Шадриков В. Д.] – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2000. – 389 с.

470. Прус А. Піраміда в контексті прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії / Алла Прус // Математика в школі. – 2005. – №2. – С. 11–14.
471. Пряжников Н. С. Ценностно-нравственные активизирующие опросники профессионального и личностного самоопределения : [метод. пособие] / Н. С. Пряжников. – М. :Изд-во «Ин-т практ. психологии», Воронеж : НПО «МОДЭК», 1997. – 64 с.
472. Психологический словарь : [научное издание] / НИИ общ. и пед. психологии АПН СССР ; под ред. В. В. Давыдова [и др.]. – М. : Педагогика, 1983. – 448 с.
473. Пышкало А. М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе: Авторский доклад по монографии «Методика обучения геометрии в начальных классах», предст. на соиск. уч. степ. докт. пед. наук. – М., 1975. – 60 с.
474. Рабунский Е. С. Индивидуальный подход в процессе обучения школьников. (На основе анализа их самостоятельной учебной деятельности) / Е. С. Рабунский. – М.: Педагогика, 1975. – 184 с.
475. Райс Филипп. Психология подросткового и юношеского возраста : [учеб. пособие] / Филип Райс; [пер. с англ. Н. Мальгиной [и др.] ; под общ. ред. А. А. Реана]. – [8-е междунар. изд.]. – СПб: Питер, 2000. – 616 с.
476. Раков С. А. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG : [посібник для вчителів математики] / [С. А. Раков, В. П. Горох, К. О. Осенков та ін.].– Харків : Вікторія, 2002. – 136 с.
477. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу в навчанні з використанням інформаційних технологій: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теорія і методика навчання інформатики» / Раков Сергій Анатолійович. – Харків, 2005. – 44 с.
478. Ревякина В. И. Теория и практика допрофессиональной подготовки старшеклассников к педагогической деятельности (на материале педагогических классов) : автореф. дис. на соиск. учен. степени д-ра пед.

- наук : спец. 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования». / Ревякина Валентина Ивановна. – Барнаул, 2002. – 42 с.
479. Рибалака В. В. Особистісний підхід у профільному навчанні старшокласників: [монографія] / В. В. Рибалка / За ред. Г. О. Балла. – К.: ІППО АПН України, 1998. – 160 с.
480. Роберт И. В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы, перспективы использования / И. В. Роберт. – М.: Школа-Пресс, 1994. – 205 с.
481. Рожина Л. Н. Актуальные проблемы дифференциации обучения / Л. Н. Рожина. – Минск: Народна асвета, 1992. – 189 с.
482. Ростунов А. Т. Формирование профессиональной пригодности / А. Т. Ростунов. – Минск: Высшая школа, 1984. – 176 с.
483. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2002. – 720 с.
484. Руденко В. О. Застосування визначеного інтеграла до обчислення об'ємів тіл обертання. Інтегрований урок з алгебри, геометрії та інформатики в 11 класі / В. О. Руденко // Математика в школах України. – 2010. – № 34–36. – С. 75–78.
485. Рыбалкина Н. В. Идея тьюторства идея педагогического поиска / Н. В. Рыбалкина // Тьюторство: идея и идеология. – Томск, 1996. – С. 15–30.
486. Рыбников К. А. К вопросу о дифференциации обучения / К. А. Рыбников // Математика в школе. – 1988. – №5. – С. 16–19.
487. Рягин С. Н. Проектирование содержания профильного обучения в старшей школе / С. Н. Рягин // Школьные технологии. – 2003. – №2. – С. 121–129.
488. Савченко О. Я. Цілі і цінності реформування сучасної освіти / О. Я. Савченко // Шлях освіти. – 1996. – №1. – С. 20–23.
489. Салмина Н. Г. Знак и символ в обучении / Н. Г. Салмина. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 286 с.

490. Самарханова Э. К. Организация единого образовательного пространства в высшем учебном заведении : дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.08. / Самарханова, Эльвира Камильевна. – Москва : РГБ, 2007. – 303 с.
491. Самодрін А. П. Вступ до профільного навчання: навч. посібник для студ. вищ. навч. закладів / А. П. Самодрін. – 2-ге вид. – Кременчук, 2006. – 188 с.
492. Самодрін А. П. Педагогічне проектування і діагностика в умовах профільного навчання / А. П. Самодрін // Оцінювання знань учнів в умовах профільного навчання / [Упор. Л. Ф. Пашко, Н. В. Корягіна, О. П. Коваленко, Л. І. Симоненко]. – Полтава: ПОППО, 2008. – С. 16–29.
493. Самодрін А. П. Профільне навчання в середній школі / А. П. Самодрін. – Кременчук: Вид. центр СГЄ за участю РВЦ ПНТУ, 2004. – 384 с.
494. Самодрін А. П. Принцип профільного навчання / А. П. Самодрін // Психолого-педагогічний супровід профілізації освіти: теорія і практика: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. (Полтава, 10–11 грудня, 2008 р.) / За ред. В. Ф. Моргуна. – Полтава: Полтавський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти ім. М. В. Остроградського, 2008. – С. 39–44.
495. Самсонов П. И. Методика построения курса по алгебре началам математического анализа для классов различной профильной направленности: На примере естественно научного профиля: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. / Самсонов Павел Иванович – М., 2004. – 190 с.
496. Сбруєва А. А. Порівняльна педагогіка: навчальний посібник / А. А. Сбруєва. – 2-ге вид. – Сіми: ВТД «Університетська книга», 2004. – 320 с.
497. Севрюков П. Ф. Векторы и координаты в решении задач школьного курса стереометрии: учебное пособие / П. Ф. Севрюков, А. Н. Смоляков. — М.: Илекса; НИИ Школьных технологий ; Ставрополь: Сервисшкола, 2008. – 164 с. – (Серия «Изучение сложных тем школьного курса математики»).

498. Сейтешев А. П. Профессиональная направленность личности: (Теория и практика воспитания) / А. П. Сейтешев. – Алма-Ата: Наука, 1990. – 257 с.
499. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии: учебное пособие: [учеб. пособие для пед. вузов и ин-тов повышения квалификации] / Г. К. Селевко. – М.: Народное образование, 1998. – 256 с.
500. Семенець С. П. Розвиток продуктивного мислення учнів при вивченні алгебри і початків аналізу : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / С. П. Семенець – К., 1998. – 220 с.
501. Семергей Н. В. Організація диференційованого навчання в сучасній зарубіжній школі / Семергей Н. В. // Постметодика. – 2000. – №4. – С. 14–17.
502. Семеріков С. О. Активізація пізнавальної діяльності студентів при вивченні чисельних методів у об'єктно-орієнтованій технології програмування: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. – Кривий Ріг: Криворізьський державний педагогічний університет, 2000. – 256 с.
503. Семиченко В. А. Концепция целостности и ее реализация в профессиональной подготовке будущих учителей : автореф. дис. на соискание научн. степени докт. псих. наук : 19.00.07 «Педагогическая психология» / Валентина Анатольевна Семиченко. – К., 1992. – 45 с.
504. Сергієчко В. П. Інтеграція фундаментальності та професійної спрямованості курсу загальної фізики у підготовці сучасного вчителя: Монографія / В. П. Сергієчко. – К.: НПУ, 2004. – 382 с.
505. Сергієнко Л. Г. Реалізація професійної спрямованості навчання фізики студентів гірничих спеціальностей технічних вузів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02. / Л. Г. Сергієнко. – К., 1997. – 22 с.
506. Сердюк З. О. Особливості вивчення теми «Паралелепіед» в класах суспільно-гуманітарного напрямку / З.О. Сердюк // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнародний збірник наукових робіт. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2012. – Вип. 37. – С. 103–107.

507. Середня освіта в Польщі [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.osvita.org.ua/abroad/edusystem/pol/school/>
508. Система освіти в Італії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://znaimo.com.ua/>
509. Система освіти Канади [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://znaimo.com.ua/>
510. Ситаров В. А. Дидактика: [учебное пособие для студ. высш. пед. учеб. Заведений] / В. А. Ситаров; под ред. В. И. Сластенина. – М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 368 с.
511. Сікорський П. Психолого-педагогічні проблеми навчання математики / Петро Сікорський // Математика в школі. – 2004. - №4. – С. 5–9.
512. Сікорський П. І. Теоретико-методологічні основи диференційованого навчання: [монографія] / П. І. Сікорський. – Львів: Каменяр, 1998. – 196 с.
513. Скаткин М. Н. Содержание общего среднего образования: Проблемы и перспективы / М. Н. Скаткин, В. В. Краевский. – М.: Знание, 1981. – 96 с.
514. Скафа О. Задача як форма і засіб формування евристичної діяльності / Олена Скафа // Рідна школа. – 2003. – № 7. – С. 43–46.
515. Скафа О. І. Наступність у навчанні розв'язуванню задач на многогранники та тіла обертання між старшою школою технічного профілю та ВНТЗ / О. І. Скафа, І. М. Реутова. – Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2010. – №6. – С. 90–99.
516. Скафа О. І. Управління евристичною діяльністю учнів-гуманітаріїв на уроках математики / О. І. Скафа, В. С. Прач // Математика в сучасній школі. – 2013. – № 5. – С. 30–37.
517. Скафа О. І. Використання інформаційно-комунікаційних технологій як засобу управління евристичною діяльністю учнів гуманітарного профілю / О. І. Скафа, В. С. Прач // Дидактика математики: проблеми і

- дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 38. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2012. – С. 118–128.
518. Скафа О. І. Формування досвіду професійно-орієнтованої евристичної діяльності у майбутнього вчителя математики в системі вищої педагогічної освіти / О. І. Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових праць. – Випуск 40. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2013. – С. 191-199.
519. Скворцова С. О. Евристики у розв'язуванні задач на прості та складені відсотки / С.О.Скворцова // Дидактика математики : проблеми та дослідження : міжнар. зб. наук. робіт / редкол. : О. І. Скафа (наук. ред.) та ін. ; Донецький нац. ун-т ; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України ; Національний пед. ун-т ім.М. П. Драгоманова. – Донецьк, 2013. – Вип. 39. – С. 119–124.
520. Скворцова С. О. Проектування освітніх результатів на засадах компетентнісного підходу / С. О. Скворцова // Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету ім. Михайла Коцюбинського. – Серія: Педагогіка і психологія. – № 27. – Вінниця, 2009. – С. 395–398.
521. Скворцова С. О. Розвиток творчого мислення учнів засобом розв'язування сюжетних математичних задач / С. О. Скворцова // Педагогічні науки : теорія, історія, інноваційні технології // Науковий журнал. – №1 (11). – Суми, 2011. – С.210–217.
522. Слостенин В. А. Педагогика : [учеб. пособие] / В. А. Слостенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; под ред. В. А. Слостенина. – М.: Академия, 2002. – 576 с.
523. Слостенин В. А. Формирование личности учителя советской школы в процессе профессиональной подготовки / В. А. Слостенин. – М.: Просвещение, 1976. – 160 с.

524. Слепкань З. І. Методика навчання математики: Підр. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів / З. І. Слепкань. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
525. Слепкань З. І. Методика навчання математики: Підручник / З. І. Слепкань. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.
526. Слепкань З. І. Проблеми особистісно-орієнтованої математичної освіти учнів середньої школи / З. І. Слепкань // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 19. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – С. 3–9.
527. Слепкань З. І. Профільне навчання в зарубіжній і українській школі як вид диференційованої підготовки учнів і ключова проблема реформування сучасної системи освіти / З. І. Слепкань // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 25. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – С. 11–21.
528. Слепкань З. І. Ще раз про диференціацію навчання математики і роль в ній освітнього стандарту / З. І. Слепкань // Математика в школі. – 2002. – №2. – С. 29–30.
529. Сметанський М. І. Організація профільного навчання в країнах Західної Європи: [монографія] / М. І. Сметанський. – Вінниця: ВДПУ, 2008. – 339 с.
530. Смирнов Е. И. Дидактическая система математического образования студентов педагогических вузов : дис.. ... доктора пед. наук : спец. 13.00.08, 13.00.02 / Евгений Иванович Смирнов. – Ярославль, 1998. – 359 с.
531. Смирнова И. Исторические аспекты дифференциации обучения / И. Смирнова // Математика: (еженедельное учебно-методическое приложение к газете «Первое сентября». – 2000. – №2. – С. 1–8.
532. Смирнова И. М. Научно-методические основы преподавания геометрии в условиях профильной дифференциации обучения: автореферат дис. на

- соискание уч. ступени канд. пед. наук: спец. 13.00.02 / И. М. Смирнова. – М., 1995. – 18 с.
533. Совещания, проходившие в 1899 г. в Московском учебном округе по вопросам о средней школе, в связи с циркуляром Мин. Нар. просв. от 8 июля 1899 г. За № 16212 вып. 1–6. – М., 1899.
534. Соколенко Л. Про необхідність створення системи прикладних задач природничого характеру / Л. Соколенко // Математика. – 2006. – № 26. – С. 10–14.
535. Сотніченко І. І. Підготовка вчителів природничих дисциплін до профільного навчання старшокласників у системі підвищення кваліфікації: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.04 / І. І. Сотніченко. — К., 2009. – 22 с.
536. Степанов Е. Н. Методология моделирования воспитательной системы образовательного учреждения / Е. Н. Степанов // Педагогика. – 2001. – №2-4. – С. 14–19.
537. Столяр А. А. Педагогика математики: [курс лекций] / А. А. Столяр. – [изд. 3-е перераб. и доп.]. – Минск: Высшая школа, 1986. – 414 с.
538. Суртаева Н. Н. Нетрадиционные педагогические технологии: Парацентрическая технология : учеб. науч. пособие / Н. Н. Суртаева. – М. – Омск, 1974. – 22 с.
539. Сучасна літературна компаративістика: стратегії і методи. Антологія / За загальною редакцією Дм. Наливайка. – К.: Вид. дім «Києво-Могилянська академія», 2009. – 486 с.
540. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: [наук. метод. посібник] / О. І. Пометун, Л. В. Пироженко; за ред. О. І. Пометун. – К.: Видавництво А.С.К., 2004. – 192 с.
541. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний : [науч. издание] / Н. Ф. Талызина. – М. : Изд-во МГУ, 1975. – 343 с.
542. Тарасенкова Н. А. Теоретико-методичні основи використання знаково-символьних засобів у навчанні математики учнів основної школи : дис. ...

- доктора пед. наук : 13.00.02 / Н. А. Тарасенкова. – Черкаський держ. Ун-т ім. Б. Хмельницького. – Черкаси, 2003. – 630 с.
543. Тарасенкова Н. А. Активизация познавательной деятельности в условиях лекционно-практической системы обучения математике в школе : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Н. А. Тарасенкова ; Киевский государственный педагогический институт им. А. М. Горького. – Киев, 1991. – 211 с.
544. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики / Ніна Анатоліївна Тарасенкова. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
545. Тарасенкова Н. А. Особистісно-орієнтований підхід у навчанні математики / Н. А. Тарасенкова // Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодні і перспективи. Матеріали ІІ Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Полтава, 6–7 грудня 2005 року. – Полтава: АСМІ, 2005. – С. 22–23.
546. Тарасенкова Н. А. Схематизація при вивченні нового матеріалу / Н. А. Тарасенкова // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу ІТМ*плюс- 2012: матеріали міжнародної науково-методичної конференції (6–7 грудня 2012р., м. Суми): У 3–х частинах. Частина 1 / упорядник Чашечникова О.С. – Суми: ВВП «Мрія» ТОВ, 2012. – С. 96–97.
547. Тарасенкова Н. А. Формування професійного тезауруса в майбутнього вчителя математики / Н. А. Тарасенкова // Стан та перспективи підготовки вчителя математики в Україні // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції (10–11 грудня 2009 р.). – Вінниця: Планер, 2009. – С. 8–10.
548. Тарасенкова Н. Зміст і структура математичної компетентності учнів загальноосвітніх навчальних закладів / Н. Тарасенкова, В. Кірман // Математика в школі. – 2008. – №6. – С. 3–9.

549. Тахтамышева Г. Ч. Выбор профиля обучения на этапе предпрофильной подготовки / Г. Ч. Тахтамышева // Профильная школа. – 2004. – №3. – С. 46–48.
550. Теплов Б. М. Проблема индивидуализации обучения // Избранные труды. Том 2 / Б. М. Теплов. – М.: Педагогика, 1985. – С. 245–312.
551. Тименко Л. В. Професійна орієнтація старшокласників у процесі вивчення предметів соціального циклу: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.01 / Людмила Василівна Тименко. – АПН України. – К., 1997. – 24 с.
552. Тирская Е. А. Проектирование учебной деятельности старшеклассников в условиях личностно ориентированного обучения: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Екатерина Алексеевна Тирская. – Омск, 1999. – 151 с.
553. Толлингерова Д. Психология проектирования умственного развития детей / Д. Толлингерова, Д. Голоушова, Г. Канторкова. – М.: Роспедагенство, 1994. – 48 с.
554. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах: дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Триус Юрій Васильович. – Черкаси, 2005. – 515 с.
555. Трубачева С. Е. Інтеграція змісту шкільної освіти в умовах профільного навчання / С. Е. Трубачева // Наукові записки. Сер. Педагогіка і психологія / Вінниц. держ. пед. ун-т ім. М. Коцюбинського. – Вінниця, 2004. – № 11. – С. 175–176.
556. Труды 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики : 27 декабря 1911 г. – 3 января 1912 г. – [в 3-х тт.]. – СПб. : Север, 1913. – Т. 1. – 610 с. (Общая собрания); Т. 2. – 368 с. (Секции); Т. 3. – 124 с. (Доклады, оставшиеся не прочитанными) // Ассоциация учителей и преподавателей математики : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://math.teacher.msu.ru/history>.
557. Труды 2-го Всероссийского съезда преподавателей математики [26 декабря 1913 г. – 3 января 1914 г.] : Отдельный оттиск журнала

- «Математическое просвещение». – М., 1915. – 320 с. // Ассоциация учителей и преподавателей математики : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://math.teacher.msu.ru/history>.
558. Труды Всероссийского экстренного совещания преподавателей математики, физики и космографии. – М., 1917. – 926 с.
559. Тубельский А. Н. Управляют те, кто учится и учит // Директор школы. – 2000. – № 6. – С. 10–19.
560. Тутолмин А. В. Системный подход к изучению проблемы становления и развития творческой компетентности будущего учителя / А. В. Тутолмин // Вестник Университета Российской академии образования 2008. – №5. – С. 16–118.
561. Удосконалення навчально-виховної роботи з математики в школі: [посібник для вчителів]: збірник статей / [за ред. д. пед. наук, проф. І. Ф. Тесленка]. – К.: Радянська школа, 1988. – 290 с.
562. Уемов А. И. Системный подход и общая теория систем [монография] / А. И. Уемов. – М.: Мысль, 1978. – 272 с.
563. Указ Президента України «Про заходи щодо забезпечення пріоритетного розвитку освіти в Україні» від 30.09.2010 № 926 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/926/2010>
564. Указ Президента України «Про заходи щодо розв'язання актуальних проблем осіб з обмеженими фізичними можливостями» від 19.05.2011 № 588 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/588/2011>
565. Унт И. Э. Индивидуализация и дифференциация обучения / И. Э. Унт. – М.: Педагогика, 1990. – 188 с.
566. Утеева Р. А. Теоретические основы организации учебной деятельности учащихся при дифференцированном обучении [монография] / Роза Азербайевна Утеева. – М.: Прометей, 1997. – 230 с.

567. Учадзе С. С. Психологические основания моделирования педагогических систем / С. С. Учадзе, Ю. П. Ветров // Вестник Университета Российской академии образования. – 2008. – №5. – С. 17–25.
568. Фадеева Е. А. Курсы по выбору с математическим содержанием как средство формирования экономической культуры учащихся IX классов : автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)». / Фадеева Екатерина Алексеевна. – М., 2008. – 22 с.
569. Фаннінгер Л. П. Особливості профільного навчання в основній школі Австрії : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Фаннінгер Людмила Павлівна. – Тернопіль, 2008. – 186 с.
570. Федоришин Б. О. Психолого-педагогічні основи професійної орієнтації: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук: спец. 13.00.04 / Борис Олексійович Федоришин. – К.: АПН України, 1996. – 49 с.
571. Филиппов В. М. Обновлять образование на благо будущих поколений / В. М. Филиппов // Высшее образование сегодня. – 2004. – №2. – С. 37-38.
572. Философский словарь // Сост. В. Соловьев. – М.: Изд-во «Феникс», 1997. – 464 с.
573. Философский энциклопедический словарь. – М.: ИПФРА-М, 1997.– 576 с.
574. Фирсов В. В. О существе уровневой дифференциации обучения / В. В. Фирсов // е-журнал «Педагогическая наука: история, теория, практика, тенденции развития». – Выпуск №1 [2008]. –Режим доступа к статье: http://intellect-invest.org.ua/rus/pedagog_editions_e-magazine_pedagogical_science_arhiv_pn_n1_2008_firsov_o_sushestve_urovn_evoj_differentiatzii/
575. Фомичева И. Г. Модели педагогической деятельности: опыт систематизации / И. Г. Фомичева. – Тюмень: Изд-во Тюмен. ун-та, 1997. – 256 с.
576. Фридман Л. М. Наглядность и моделирование в обучении : ежегодник / Л. М. Фридман. – М. : Знание, 1984. – 80 с.

577. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о педагогической психологии / Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
578. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача. Пособие для учителей / под ред. Н. Я. Виленкина; Сокр. пер. с нем. А. Я. Халамайзера. – М.: Просвещение, 1982. – 208 с.
579. Фролов И. В. Профильное обучение в условиях сельской школы: состояние и проблемы / И.В. Фролов // Наука и школа. – 2000. – №3. – С. 48–53.
580. Фурман А. В. Психодіагностика інтелекту в системі диференціації навчання : [кн. для вчит.] / А. В. Фурман. – К.: Освіта, 1993. – 224 с.
581. Фурман А. В. Системна диференціація навчання: концепція, теорія, технологія / А. В. Фурман // Освіта і управління. – 1997. – №2. – С. 7.
582. Фуртак Б. Нові підходи до змісту математичної освіти в Україні / Богдана Фуртак, Дарія Живко // Математика в школі. – 2000. – №5. – С. 24–30.
583. Хинчин А. Я. Педагогические статьи / А. Я. Хинчин. – М., 1963. – 204 с.
584. Хмара Т. Курси за вибором як компонент методичної системи профільного навчання математика в школі / Тамара Хмара // Математика в школі. – 2004. – №. 6 – С. 55.
585. Хмара Т. М. Створюємо особистісно-орієнтовану систему навчання математики / Т. М. Хмара // Математика в школі. – 2001. – №5. – С. 4.
586. Хміль Н. Д. Реалізація концепції емоційної регуляції в системі індивідуально-орієнтованого навчально-виховного процесу / Н. Д. Хміль // Теоретико-методичні проблеми генетичної психології: Матеріали міжнародної наукової конференції, присвяченої 35-річчю наукової та педагогічної діяльності академіка С. Д. Максименка. – Т.ІІ. – К.: Міленіум, 2002. – С. 267–269.
587. Холланд Дж. Опросник профессиональных предпочтений. Руководство / Холланд Дж. – СПб: Питер, 2001. – 564 с.

588. Холодная М. А. Психология интеллекта. Парадоксы исследования / М. А. Холодная. – [2-е изд., доп. и перераб.] – СПб : Питер, 2002. – 272 с.
589. Хуторской А. Деятельность как содержание образования / Андрей Хуторской // Народное образование. – 2003. – №8. – С. 107–113.
590. Хуторской А. Ключевые компетентности как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования / А. Хуторской // Народное образование. – 2003. – №2. – С. 58–64.
591. Хуторской А. В. Современная дидактика: Ученик для вузов / Хуторской Андрей Викторович. – СПб: Питер, 2001. – 544 с.
592. Хуторской А. В. Индивидуализация и профильность обучения в старшей школе // Профильное обучение в условиях модернизации школьного образования. Сборник научных трудов / Под ред. Ю. И. Дика, А. В. Хуторского.— М.: ИОСО РАО, 2003. – С. 18–29.
593. Хуторской А. В. Методологические основы 12-ти летнего образования // 12-ти летняя школа. Проблемы и перспективы развития общего среднего образования / Под ред. В. С. Леднева, Ю. И. Дика, А. В. Хуторского. – М.: ИОСО РАО, 1999. – С. 50–70.
594. Цехмістер Я. В. Теорія і практика допрофесійної підготовки учнів у ліцеях медичного профілю при ВНЗ: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук: спец. 13.00.04 / Я.В. Цехмістер. – К., 2002. – 45 с.
595. Цокур О. С. О возникновении инновационной образовательной логики, описывающей особенности реализации инновационной парадигмы высшего образования / О. С. Цокур // Славянская педагогическая культура. – 2010. – №9. – С. 17–20.
596. Чайка В. Основы дидактики: Тексти лекцій і завдання для самоконтролю. Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів / Володимир Чайка. – Тернопіль: Астон, 2002. – 244 с.

597. Чашечникова О. С. Вплив особливостей оперування навчальним матеріалом на розвиток творчого мислення учнів / О. С. Чашечникова // Математика в школі, 2011. – № 3. – С. 38–45.
598. Чашечникова О. С. Шляхи розвитку творчого мислення в умовах профільного навчання математики / О. С. Чашечникова // Математика в школі. – 2010. – № 10. – С. 33–36, № 11. – С. 33–37.
599. Чашечникова О. С. Модель формування та розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики / Чашечникова О. С. // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики: збірник наукових праць за матеріалами Міжнародної науково-практичної конференції, 26-27 квітня 2012 р. / Міністерство освіти, науки. Молоді та спорту України, Вінницький державний педагогічний університет ім. Михайла Коцюбинського [та ін.] – Вінниця; ВДПУ, 2012 – С. 59–61.
600. Чашечникова О. С. Створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики. Монографія / О. С. Чашечникова. – Суми: Видавництво: ПП Вінниченко М.Д., ФОП Литовченко Є.Б., 2011. – 412 с.
601. Черних Л. В. Диференційований підхід до навчання учнів математики на основі їх персональних когнітивних стилів / Л. В. Черних // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 22. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2004. – С. 100–105.
602. Черных Л. А. Теоретические основы разработки методической системы обучения // Евристика та дидактика точних наук: Збірник наукових робіт. – Вип. 3. – Донецьк: Донецька школа евристики та точних наук, 1995. – С. 15–19.
603. Чистякова С. Н. Профессиональная ориентация школьников в условиях демократизации общества / С. Н. Чистякова // Советская педагогика. – 1990. – №2. – С. 63–68.

604. Чопко С. А. Типові проблеми реалізації профільного навчання в старшій школі / Чопко С. А., Полянська К. І. / Матеріали всеукраїнської науково-методичної конференції «Профільне навчання: проблеми, перспективи, шляхи реалізації», м. Черкаси, 6-8 квітня 2011 р. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2011. – С. 42–45.
605. Чуприкова Н. И. Умственное развитие: Принцип дифференциации / Н. И. Чуприкова. – СПб.: Питер, 2007. – 448 с.
606. Шадриков В. Д. Психология деятельности и способности человека / В. Д. Шадриков. – М.: Логос, 1996. – 320 с.
607. Шаповалов А. Д. Профильная дифференциация обучения в колледже как фактор формирования устойчивого интереса студентов к выбранной профессии : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Шаповалов Анатолий Дмитриевич. – Ставрополь, 2005. – 188 с.
608. Шаран О. Ідея профілізації в системі профільної математичної освіти / Олександра Шафран // Математика в школі. – 2011. – №5. – С. 37-40.
609. Шаран О. В. Курси за вибором як важливий елемент особистісно орієнтованої системи навчання / О. В. Шаран // Особистісно-орієнтоване навчання математики: сьогодні і перспективи. Матеріали II Всеукр. науково-практичної конференції – Полтава: АСМІ, 2005. – С.31-33.
610. Шарко В. Д. Сучасний урок: технологічний аспект / Посібник для вчителів і студентів / В. Д. Шарко. – К.: СПД Богданова А. М., 2007. – 220 с.
611. Шварцбурд С. И. Математическая специализация учащихся средней школы / С. И. Шварцбурд. – М.: АПН, 1963. – 149 с.
612. Шварцбурд С. И. О развитии интересов, склонностей и способностей к математике / С. И. Шварцбурд // Математика в школе. – 1969. – № 6. – С. 20–25.
613. Шварцбурд Семен Исаакович. Педагогічні персоналії / Портал сучасних педагогічних ресурсів : Електронний ресурс. – Режим доступу: http://intellect-invest.org.ua/pedagog_personalias_schvarzburd_si/

614. Шварцбурд С. И. Проблема повышения математической подготовки учащихся. Авторский доклад: 13.00.02 / С. И. Шварцбурд. – АПН СССР, М., 1972. – 106 с.
615. Шварцбурд С. И. Состояние и перспективы факультативных занятий по математике: Пособие для учителей / С. И. Шварцбурд и др. – М., 1977. – 48 с.
616. Швებель М. Развитие познавательных способностей / М. Швებель // Перспективы: вопросы образования. – 1986. – №1. – С. 5–19.
617. Швець В. Екзамен з математики на ступінь бакалавра у Франції / В. Швець, Л. Соколенко // Математика в школі. – 1999. – № 3. – С. 37–41.
618. Швець В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії / Василь Швець, Алла Прус // Математика в школі. – 2009. – №4. – С. 17–24.
619. Швець В. О. Геометрія. 10 клас. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний рівень / Швець В. О., Білянin Г. І., Білянina О. Б. – К.: Генеза, 2010. – 184 с.
620. Швець В. О. Принципи формування базового змісту математичної освіти / В. О. Швець // Дидактика математики: проблеми дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Донецьк: ТЕАН, 2001. – Вип.16. – С. 63–69.
621. Шестаков О. П. Профильное обучение информатике в старших классах средней школы на примере курса «Компьютерно-математическое моделирование»: автореферат дис. на соискание уч. степени канд. пед. наук: спец. 13.00.02 / О.П.Шестаков. – Омск., 1999. – 18 с.
622. Шиян Н. І. Дидактичні засади профільного навчання у загальноосвітній школі сільської місцевості: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук: спец. 13.00.09 / Надія Іванівна Шиян. – Харків, 2005. – 40 с.
623. Шиян Н. І. Профільне навчання у школах сільської місцевості: теорія і практика / Н. І. Шиян. – Полтава: АСМІ, 2004. – 442 с.
624. Шмидт М. А. Исследование структуры профессиональной направленности личности / М. А. Шмидт // Вопросы современной науки и

- практики. – 2009. – №10(24). – С. 12–21. – Режим доступа к статье: <http://vernadsky.tstu.ru/ru/vjpusk/2009/vjpusk-10.php>
625. Шохор-Троцкий С. И. Методика арифметики. Пособие для учителей средней школы / С. И. Шохор-Троцкий. – М.: Учпедгиз, 1935. – 346 с.
626. Штофф Е. А. Моделирование и философия / Е. А. Штофф. – М.–Л.: Наука, 1966. – 302 с.
627. Щедровицкий Г. Система педагогических исследований (методологический анализ) // Педагогика и логика: Сборник. / Щедровицкий Г., Розин В., Алексеев Н., Непомнящая Н. – М.: Касталь: ТОО "Международ. Журн. "Магистериум", 1993. – С. 16–200.
628. Щедровицкий Г. П. Схема мысле деятельности системно-структурное строение, смысл и содержание. Избранные труды / Г. П. Щедровицкий. – М., 1995.
629. Щербина К. М. Математика в русской средней школе / К. М. Щербина. – К., 1908. – 124 с.
630. Щоденник індивідуальних спостережень за творчим зростом особистості (пакет методик самопізнання і самовизначення) / Укладач Лов'янова І. В. – Кривий Ріг, 2005. – 47 с.
631. Эббингауз Г. Основы психологии. Т. 1. Вып. 1. – С.-Петербург: Изд. т-ва «Общественная польза», 1911. – 392 с.; Т. 1. Вып. 2. – С.-Петербург: Изд. т-ва «Общественная польза», 1911. – 268 с.
632. Эльконин Д. Б. Избранные психологические труды. / Д. Б. Эльконин. – М.: Педагогика, 1989. – 560 с.
633. Эльконин Д. Б. Психологические вопросы формирования учебной деятельности в младшем школьном возрасте // Вопросы психологии обучения и воспитания / Под ред. Г. С. Костюк, П. Ф. Гамата. – Киев, 1961.
634. Энциклопедия профессионального образования: В 3-х т. / Под ред. С. Я. Батышева. – М.: АПО, 1998. – 568 с. – Т. 1 – А–Л.
635. Югова Н. Л. Конструирование содержания профильного обучения с применением экспертной системы: автореферат диссертации на

- соискание ученой степени кандидата педагогических наук: спец. 13.00.01 / Югова Наталья Леонидовна. – Ижевск, 2006. – 22 с.
636. Як створити профільну школу / Упоряд. М. К. Голубенко. – К.: Шк. світ, 2010. – 128 с.
637. Якиманская И. С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе / И. С. Якиманская. – М., 1996. – 96 с.
638. Якиманская И. С. Дифференцированное обучение «внешние» и «внутренние» формы / И. С. Якиманская // Директор школы. – 1995. – №3. – С. 39–45.
639. Якиманская И. С. Психолого-педагогические проблемы дифференцированного обучения / И. С. Якиманская // Советская педагогика. – 1991. – №4. – С. 43–52.
640. Якиманская И. С. Требования к учебным программам, ориентированным на личностное развитие школьников / И. С. Якиманская // Вопросы психологии. – 1994. – №2. – С. 64–67.
641. Якобсон П. М. Психологические проблемы мотивации поведения человека : [методический материал] / П. М. Якобсон. – М. : Просвещение, 1969. – 317 с.
642. Якунин В. А. Педагогическая психология: Учеб. Пособие / В. А. Якунин. – СПб.: Изд-во «Полиус», 1998. – 639 с.
643. Ямбург Е. А. Школа для всех: Адаптивная модель / Е. А. Ямбург. – М.: Новая школа, 1996. – 352 с.
644. Яценко С. Є. Організація навчально-виховного процесу на уроках математики в класах з поглибленим вивченням предмета основної школи: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / С. Є. Яценко. – К., 1999. – 216 с.
645. Яценко С. Є. Рівнева диференціація в класах з поглибленим вивченням математики в основній школі / С. Є. Яценко // Математика в школі. – 1999. – №2. – С. 13–15.

646. Яценко Т. С. Активна соціально-психологічна підготовка вчителя до спілкування з учнями : кн. для вчителя / Т. С. Яценко. – К. : Либідь, 1993. – 208 с.
647. Auger P. Tendances actuelles de la recherche scientifique. – Paris: UNESCO, 1961. – 262 p.
648. Chashechnikova O. S. Theoretical and methodological bases for formation and development of the creative thinking in differentiated teaching of mathematics // Science and education a new dimension. – Vol. 1. – February, 2013. – Budapest, 2013. – P. 29–33.
649. Comparative research on education: Overview, strategy and applications in Eastern and Western Europe / Ed.: M. Neissen, J. Posshar, T. Husen. – Bdp.: Akad. kiad., 1982. – 270 p.
650. Cremin L. A. The transformation of the school / L. A. Cremin. – N.-Y., 1971. – 387 p.
651. Davis E. J. Chaos in the class room: a new theory of teaching and learning / E. J. Davas, T. J. Smith, D. Leflore. – Durham North Carolina: Carolina Academic Press, 2008. – VIII. – 92 p.
652. Dieudonne J. 1) Moderne Mathematik und Unterricht auf der Hoheren Schule // Math. Physikalische Semesterberichte. – 1962. – Bd. 8. – h. 2.
653. Feller W. An Introduction to Probability theory and its Applications. – v. 1. – New-York, 1968. – 525 p.
654. Frechet M. M. L'analyse generale et la question des fondements, Entretiens de Zurich sur fondements et la methode des sciences mathematiques. – Zurich, 1941.
655. Freudenthal H. L'enseignement des mathematiques modernes ou enseignement moderne des mathematiques? // L'Enseignement mathematique. – 1963. – s. II. – v. IX. – f. 1–2.
656. Freudenthal H. Les tendances nouvelles de l'enseignement mathematique // Revue de l'enseignement superieur. – 1969. – n. 46–47.

657. Gordon P. Education and Policy in England in the Twentieth century / P. Gordon, R. Aldrich, D. Dean. – Frank Cass, 1991. – 368 p.
658. Greenberger E. When teenagers work. The psychological and social costs of adolescent employment Текст. / E. Greenberger, L. Steinberg. N.Y.: Basic books, 1986.
659. Le systeme educatif en France et son administration // Collection franco-russe de documents d'information et de formation. – 1993. – №22. – 130 p.
660. Lefevre L. L'observations psychopedagogique de l'eleve par l'enseignant en milieu scolaire: Theses. – Lille, 1982.
661. Lerner in Profilen / J. Bastian, A. Combe, H. Gudjons e.a // Pedagogik. – 2000. – T.52. – №3. – P. 34–37.
662. Lovyanova I. On Specific Character of Mathematical Education Content Selection at Subject-Specialised School // American Journal of Educational Research, 2013, Vol. 1, No. 11, P. 523–527. Available online at <http://pubs.sciepub.com/education/1/11/11>
663. Niemeier F. H. Die Bedeutung kognitiver Strukturen fur den Schulerfold. Methodenkritische Untersuchungen zu Fragen der Forschungspraxis: Diss. – Munster, 1982. – 366 s.
664. O'Brien T. Differentiation in Teaching and learning / T. O'Brien. – Continuum International Publishing Group, 2001. – 224 p.
665. Reed St.R. Cognition. Theory and Application. 4th ed. San Diego: Brooks. – 1996 – 479 p.
666. Robert E. Slain Research on Cooperative Learning: an international perspective // Scandinavian journal of Educational Research. – 1989. – №4. – Vol. 33.
667. Roe A. The psychology of occupations. – N. Y.: Willey, 1956. – 340 p.
668. Siefert K. H. Theorien der Berufswahle und der beruflichen Entwicklung / Seifert K. H., Eckhardt H. H., Jaide W. Handbuch der Berufs-psychologie. – Gottingen, 1977. – S. 173–279.
669. Skvortsova S. Solving plot mathematical problems as the way to acquire key and subject competencies by schoolchildren / // Edukacja Humanistyczna,

- Polrocznik mysli spoleczno-pedagogicznej - Szczecin, 2013. – Nr 2 (29).– P. 61–68.
670. Super D. E. Vocational development. – N. Y., 1957. – 391 p.
671. UNESCO. The teaching of mathematics at secondary level (Preliminary Edition). – Paris, 1965.
672. Vaugan H. E. Le project de la comission de reforme de l'Enseignement des mathematiques dans les ecoles secondaires // L'Enseignement mathematique. – 1959. – s. II. – v. V. – f. 3.
673. Vernon P. Multivariate approaches to the study of cognitive style // Multivariate Analysis and Psychological theory. – L.-N.Y., 1990. – P. 125–148.
674. Walford G. British private schools / G. Walford. – Oxford University (Ed), 2003. – 226 p.
675. Warren Hug'h. L'enseignement technique et professionnel Etude comparative dans dix pays. – P.: UNESCO, 1968. – 242 p.
676. Witkin H. A. Cognitive Style // Psychol. Issues: Monograph /A. Witkin, D. R. Goodenough. – N.-Y., 1982. – 148 p.

Додаток А

ІСТОРИКО-ПЕДАГОГІЧНІ АСПЕКТИ СТАНОВЛЕННЯ ПРОФІЛЬНОЇ ШКОЛИ

А.1. Ідеї розвитку вітчизняної школи XVI-XIX ст., пов'язані з організацією профільного навчання

Як засвідчують дослідження з історії педагогіки й розвитку методичної думки [495; 510; 607; 448], епоха Просвітництва являє собою досить значущий період у розвитку вітчизняної школи. Для підготовки широко освіченої людини у XVIII ст. у Росії стала створюватися цілісна система державних і приватних навчальних закладів. У першу чергу петровський уряд приступив до організації мережі державних початкових шкіл, які мали бути доступні широким верствам населення. Як такі виступили цифірні школи, що засновувалися для дітей 10-15 років з метою підготовки нижчого обслуговуючого персоналу для роботи на підприємствах.

Спочатку передбачалося, що такі школи стануть підготовчим етапом для наступної професійної освіти представників нижчих верств населення. Тому в освітню програму цифірних шкіл входили грамота, арифметика і початки геометрії. Одночасно з цифірними школами в Росії були відкриті так звані гарнізонні й адміралтейські школи, що були призначені для підготовки солдатів і матросів, тобто нижчого військового складу армії і флоту. Для підготовки кваліфікованих робітничих кадрів стали відкриватися гірничозаводські школи. Усі ці навчальні заклади являли собою школи для представників нижчих верств населення. Самі назви цих шкіл красномовно говорять про те, кого в їхніх стінах готували. Однак, наприклад, навігаційна школа готувала крім моряків, інженерів, артилеристів ще і вчителів в інші школи, а також геодезистів і архітекторів [495].

Одночасно в Росії відбувається становлення системи елітарної освіти для дворянства – це: професійні школи (школа математичних і навігаційних наук, Московська інженерна школа, петербурзькі інженерна й артилерійська школи,

хірургічна школа й ін.); загальноосвітні державні і приватні школи, пансіони (школа пастора Е. Глюка в Москві, школа В. Татищева і т.п.) [510, с.106-107].

У школі дореволюційної Росії проблема профільної диференціації вирішувалася досить своєрідно. Деякою мірою вона забезпечувалася наявністю різних типів навчальних закладів, що дають середню освіту: гімназій, реальних училищ (технічних і комерційних), кадетських корпусів і ін. Російська школа накопичила чималий досвід щодо диференційованого навчання учнів, що завжди розглядався як фактор доступності освіти. Кожен тип навчального закладу мав свій навчальний план і свої програми, за допомогою яких і здійснювалася диференціація навчання. У працях учених XVIII ст. з'являється думка про те, що одним із головних завдань навчання в школі є виявлення в дітей нахилів, інтересів і активне врахування їх у навчанні, а тому основою для диференціації були не лише потреби суспільства в різних професіях, а й індивідуальні особливості та інтереси школярів.

Отже, XVIII століття – період значних досягнень і перетворень у сфері освіти, створення державної системи освіти, мережі державних загальноосвітніх і професійних шкіл різного типу. Навчання в середніх навчальних закладах носило елементи диференційованого характеру [495].

Ідея диференціації навчання дістала свого розвитку і у першій половині XIX ст. Саме в цей період було закладено основи педагогічної психології та проголошено тези про виховну і розвивальну функцію навчання [607].

Важливо відзначити, що в 1858 р. Учений комітет Міністерства освіти підготував проект нового шкільного статуту, за яким пропонувалася біфуркація гімназій: на філологічне і фізико-математичне відділення. Фактично при розробці цього статуту мова зайшла про профільне навчання учнів. Однак, цей проект не здійснився, оскільки в наступному році Учений комітет відмовився від ідеї біфуркації [495].

Перша спроба здійснення диференціації навчання в школі відноситься до 1864 р. Відповідний Указ передбачав організацію семикласних гімназій двох

типів: класична (мета – підготовка в університет) і реальна (мета – підготовка до практичної діяльності і до вступу в спеціалізовані навчальні заклади) [448].

Ідеї, які виникали у розвитку вітчизняної школи XVI-XIX ст., і були пов'язані з організацією профільного навчання систематизовано і представлено у таблиці А.1.

Таблиця А.1

Історичні витoki створення профільної старшої школи

Історичний етап, навчальний заклад	Ідея профілізації
XVI–XVII століття, братські школи в Україні	Елементи диференціації згідно з якими становище учнів школи залежало від їхніх особистих успіхів у навчанні, а не від матеріального стану батьків
1732 р., Петербурзьський корпус кадетів	Диференціація за здібностями. Обов'язковими предметами вважались лише закон Божий, арифметика й військова справа, інші предмети вивчалися за бажанням учнів
1765 р. Харківський колегіум	Класи французької і німецької мов, математики, інженерної справи, артилерії, геодезії, вокалу та інструментальної музики, де вчилися діти всіх верств населення
XIX ст., гімназії та повітові училища	Запровадження професійного спрямування освіти через створення спеціальних класів і додаткових курсів
З 1864 р. семикласні гімназії: класична і реальна.	Мета класичної гімназії – підготовка до вступу в університет з посиленням вивчення іноземних мов та історії. Мета реальних гімназій – підготовка до практичної діяльності та вступу в спеціалізовані навчальні заклади, посилено вивчалися природознавство, математика, фізика і дві іноземні мови
XIX ст., ліцеї для особливо обдарованих дітей	Вивчення предметів університетської програми, об'єднаних в три групи: етико-політичні, словесні і фізико-математичні

А.2. Історичні особливості організації профільного навчання у ХХ ст.

Таблиця А.2

Історичні особливості організації профільного навчання
(за [448; 570; 228; 607; 220; 531; 358; 383])

Роки	Специфіка організації профільного навчання
1918	Перший Всеросійський з'їзд працівників освіти, розроблене Положення про єдину трудову школу, що передбачає профілізацію змісту навчання на старшому ступені школи. У старших класах середньої школи виділялися три напрямки: гуманітарний, математичний і технічний
1920	У орієнтовних навчальних планах для I і II ступенів єдиної трудової школи допускався різний зміст навчання (тісно пов'язаний з географічним місцем положення й умовами роботи школи): міська школа з промисловою орієнтацією; сільська школа з орієнтацією на сільське господарство
20-і рр.	Профільна школа функціонувала як професійна і будувалась на основі проекту «Положення про єдину трудову школу Української РСР» та «Декларації Наркомосвіти УРСР про соціальне виховання дітей» від 20 липня 1920 року і мала на меті дати загальноосвітню підготовку, необхідну для вступу до вищих навчальних закладів, а також забезпечити трудову підготовку випускників на допрофесійному рівні. Професійна школа, що стала масовою в галузі індустрії та сільського господарства будувалась на семирічній трудовій школі і становила єдину форму освіти підлітків та юнацтва. Вона виступала синтезом загальної й спеціальної освіти. Схема освітньої системи передбачала професійну школу за такими профілями: сільськогосподарський (агрономічна школа), індустріально-технічний (технічна школа), соціально-економічний та медичний (школа лікарського помічника)
1924	69 шкіл II ступеня Ленінграда (42 % усіх шкіл міста) перейшли на навчання дітей за наступними ухилами: індустріальний (5 ч математики в тиждень); промислово-економічний (4 ч математики в тиждень); педагогічний (3 ч математики в тиждень). В інших містах і селах північного заходу школи мали також ухили сільськогосподарський, економічний, кооперативний (у залежності від потреб господарства тієї місцевості, де знаходилася школа)
1934	ЦК ВКП(б) і Рада Народних комісарів СРСР приймають постанову «Про структуру початкової і середньої школи в СРСР», що передбачає єдиний навчальний план і єдині навчальні програми. Однак уведення на всій території СРСР єдиної школи згодом висвітило серйозну проблему: відсутність наступності між єдиною середньою школою і глибоко спеціалізованими вищими навчальними закладами, що змусило вчених-педагогів у який раз звернутися до проблеми профільної диференціації на старших ступенях навчання

Роки	Специфіка організації профільного навчання
1935	Була розроблена програма з математики, яка проіснувала 20 років. Власне кажучи, школа повернулася до дореволюційних традицій. За основу був узятий тип російської школи з біфуркацією, у якій природниче і гуманітарне відділення злилися
50-ті роки	Формування концепції розвивального навчання, почалося створення шкіл з поглибленим вивченням окремих предметів
1957	Академія педагогічних наук виступила ініціатором проведення експерименту, у якому передбачалося провести диференціацію за трьома напрямками: фізико-математичним і технічним; біолого-аграрним; соціально-економічним і гуманітарним
1959	Вперше в колишньому Радянському Союзі виникли класи з поглибленим вивченням математики. Поглибленому вивченню предмета сприяла така форма позакласного навчання як факультативні заняття за вибором учнів
60-ті роки	Було введено диференціацію за проектованою професією. Школярі стали здобувати середню освіту в різнотипових середніх навчальних закладах: загальноосвітня школа, середні професійно-технічні училища (СПТУ) і середні спеціальні навчальні заклади
1966	З метою подальшого поліпшення роботи середньої загальноосвітньої школи були введені дві форми диференціації змісту освіти за інтересами школярів: факультативні заняття в 8-10-х класах і школи (класи) з поглибленим вивченням предметів, що, постійно розвиваючись, збереглися аж дотепер
1984	Реалізація Постанови Верховної Ради СРСР «Про основні напрями реформи загальноосвітньої і професійної школи» від 10 квітня 1984 року. Відповідно до якої, у середній загальноосвітній школі, розпочинаючи із восьмого класу, учні навчалися і працювали у складі учнівських виробничих бригад, у міжшкільних навчально-виробничих комбінатах, навчальних цехах і дільницях на підприємствах і в профтехучилищах
1980 – поч. 1990-х	В Україні з'являються нові типи освітніх закладів (гімназії, ліцеї, коледжі), які зосереджують зусилля учнів на поглибленому вивченні окремих предметів, потрібних їм для подальшого навчання у вищих навчальних закладах, розвитку творчих здібностей, відповідно до інтересів і нахилів учнів сприяють свідомому вибору професії. Диференціація навчального процесу, що включає профільне навчання старшокласників, курси за вибором та факультативи, вже розглядається як необхідна складова нового підходу до конструювання навчального плану

Роки	Специфіка організації профільного навчання
1989	Згідно наказу Державного комітету СРСР з народної освіти від 22 вересня 1989 року №751 диференціація освіти, визначальний фактор і умова його демократизації і гуманізації, закріплюється в базисному навчальному плані у вигляді обов'язкових курсів за вибором, поглибленого і профільного навчання в старших класах, факультативів і гуртків за інтересами, індивідуальних і групових занять як усередині одного класу, так і в міжкласних і різновікових навчальних групах. Диференціація, що доповнює загальний й обов'язковий для всього учнів програмний матеріал, створює умови для індивідуалізації навчання, найбільш повного розкриття схильностей і здібностей школярів, для всебічного урахування місцевих і регіональних запитів

А.3. Етапи становлення профільної диференціації навчання у ХХ ст.

Таблиця А.3

Етапи становлення профільної диференціації навчання у ХХ ст.

(за Н. Шиян [622])

№ етапу	Період	Зміст диференціації
I етап	1917 р.	проект Г. Ващенко про створення різних типів старшої школи
II етап	1918–1920-ті рр.	виникнення «профухилів»
III етап	1930–1950-ті рр.	відміна «профухилів», одноманітність школи
IV етап	кінець 50-их рр.	диференціація розглядається як принцип навчання
V етап	60-ті рр.	вводиться диференціація за проектною професією, факультативи, створюються школи й класи з поглибленим вивченням предметів
VI етап	початок 70-их рр.	припинено дослідження диференційованого навчання, яке почало розглядатися як породження буржуазної школи
VII етап	80-ті рр.	науковий інтерес до проблеми зростає, урізноманітнюються форми профільного навчання
VIII етап	1991–кінець 90-их рр.	розвиток навчальних закладів нового типу, становлення профільного навчання в загальноосвітній школі
IX етап	1999 р. – сьогодні	законодавче введення профільного навчання в старшій школі незалежної України

А.4. Досвід країн Європи щодо запровадження профільного навчання

За матеріалами джерел [3; 233; 507; 508; 569; **Ошибка! Источник ссылки не найден.**] проаналізуємо досвід країн Європи щодо запровадження профільного навчання. Елементи профільного навчання в європейській старшій школі в тій чи іншій мірі почали запроваджуватись понад сто років тому.

Так понад сто тридцять років тому профільним навчальним закладом стає французький ліцей. Особливості профільної диференціації у цьому закладі полягають у наступному: після навчання за загальною для всіх програмою у коледжі (що умовно відповідає нашій неповній середній школі) учні переходять у ліцей, де навчання триває 3 роки, причому лише на двох останніх роках навчання відбувається диференціація за декількома секціями (гуманітарна, природничо-наукова, економічна, технічна), кожна з яких поділяється на підсекції (наприклад, економічна поділяється на підсекції гуманітарних і соціальних наук, математики й економіки). Що стосується математичної освіти у французькому ліцеї, то в усіх секціях математика вивчається усіма ліцеїстами, але в різних секціях вона вивчається у різних обсягах.

Схема середньої освіти Франції має наступну структуру: елементарний цикл – 5 років, перший – 4 роки, другий – 3 роки навчання. Елементарний цикл утворює відокремлену ланку системи освіти, так звану початкову школу; перший і другий цикли – середню школу. Нумерація класів у середній школі йде у зворотному порядку: VI, V, IV, III, II, I, «випускний». Середня школа поділяється на повну – ліцеї (перший цикл + другий цикл) і неповну – коледжі (перший цикл). В II класі обов'язкові предмети вивчаються за загальними програмами. В I і випускному класах – диференційовано. В таблиці подано відомості про кількість навчальних годин на тиждень, що відводиться на вивчення обов'язкових предметів за кожним напрямком в II, I і випускному класах (таблиця А.4).

Як бачимо, математика у французькій школі є предметом, обов'язковим для вивчення усіма категоріями учнів.

Кількість навчальних годин на тиждень з математики

Предмет	II	I				випускний				
	Всі напрямки	Філософський	Гуманітарний	Економічний	Природничо-математичний	Філософський	Гуманітарний	Економічний	Природничий	Фізико-математичний
Математика	4	2	5	5	6	2	5	6	6	9

Перший цикл середньої школи (класи 6, 5, 4, 3) характеризується загальноосвітньою направленістю навчання. Курс математики на цьому етапі передбачає:

1. Поглибити і закріпити результати навчання початкової школи, зокрема довести до автоматизму виконання арифметичних операцій над натуральними числами й десятковими дробами, використання різних одиниць вимірювання величин.

2. Забезпечити учнів теоретичними знаннями, практичними навичками й необхідними прийомами, що дозволяють на основі побудови математичної моделі розв'язувати прості прикладні задачі.

3. Сприяти розумовому розвитку учнів, а саме: формувати навички спостереження і аналізу, вироблювати вміння уявляти реальні об'єкти навколишньої діяльності в вигляді конкретних образів (фігур, схем, символів); закладати основи дедуктивного мислення шляхом критичного відношення до індуктивних висновків; розвивати уяву на основі вміння робити висновки, узагальнювати, роз'яснювати спосіб дій, знаходити приклади, ілюструючи вислови, або контрприкладі, які спростовують передбачення; привчати ясно, просто і точно висловлювати свої думки; привчати навички охайності,

чіткості, порядку при побудові геометричних фігур, виконанні обчислень, веденні записів.

Курс математики II класу загальноосвітній. Його мета не формальна побудова строгої математичної теорії, а формування «творчого відкриття» основних положень, дослідження отриманих результатів, їх застосування в практиці і вивченні других предметів. Програма II класу включає такі розділи: Операції над числами. Статистика. Функції. Планіметрія. Стереометрія. Скалярний добуток (на площині). Система лінійних рівнянь.

Найбільший інтерес представляють курси математики I-го і випускного класів, в яких вивчення цього предмету здійснюється диференційовано в залежності від напрямку. Ми розглядаємо програми двох напрямків: філософського, де на вивчення математики відводиться 2 години на тиждень, і математичного, де на вивчення математики передбачено 6 годин в I класі і 9 годин у випускному.

Курс математики філософського напрямку визначається як загальнокультурний, він повинен, з одного боку, сприяти формуванню широкого гуманітарного кругозору учнів, з другого боку, являтися основою становлення філософського мислення. Цей курс представлено такою програмою: I клас – Організація даних. Аналіз. Випускний клас – Статистика. Аналіз. Тема за вибором (Арифметика. Алгоритми. Геометрія. Теорія ймовірностей. Астрономія. З п'яти запропонованих тем учитель разом з класом вибирає для вивчення одну).

Курс математичного напрямку є великим курсом, який готує учнів до подальшого серйозного професійного заняття математикою. Програма цього курсу передбачає не тільки поглиблене вивчення тих чи інших теорій але й оволодіння математичними методами дослідження задач і з інших областей знань. Програма цього курсу така: I клас – Числові послідовності. Числові функції. Многочлени. Статистика. Планіметрія. Стереометрія. Випускний клас – Комбінаторика. Статистика. Числові послідовності. Числові функції. Інтегральне числення. Векторний аналіз і кінематика. Комплексні числа.

Лінійна алгебра. Геометрія. По закінченні середньої школи учні здають екзамен на ступінь бакалавра, що надає право зачислення на відповідне відділення університетів [Ошибка! Источник ссылки не найден.]. Відмітимо що організація диференційованого навчання будується на принципі єдиної школи, організація навчання в якій враховує різноманіття індивідуальних нахилів дітей, забезпечує всебічний розвиток їх природних здібностей, передбачає відкритий доступ до всіх ступенів і видів освіти усіх верств населення.

Особливості сучасної системи середньої освіти в Німеччині пов'язані перш за все з федеративним устроєм країни (таблиця А.5).

Таблиця А.5

Особливості системи середньої освіти в Німеччині

Особливості навчання у різних видах навчальних закладів		
Гімназія	Загальна школа	
	Реальна	Головна
Навчання дає можливість отримати атестат проповну середню освіту	Навчання відкриває шлях до ВНЗ (професійних й академічних)	Навчання спрямоване на професійну освіту. Передбачає допрофільну підготовку

Навчання на вищому гімназійному ступіні (10-12, 11-13 класи) дещо схоже на організацію навчання у вітчизняній профільній школі. Схарактеризуємо його особливості, спираючись на дослідження М. Авраменко [3]. Для гімназійного навчання характерним є розподіл навчальних предметів на обов'язкові та елективні (факультативні). Обов'язкові навчальні предмети своєю чергою поділяються на базові та профілюючі. Останні більше зорієнтовані на самостійне навчання учнів, на підготовку до вступу у ВНЗ. У більшості німецьких земель статус обов'язкових гімназійних дисциплін мають німецька мова і література, іноземна мова, суспільствознавство, математика, природничі науки, технологія, релігія, спорт. Елективні навчальні курси слугують поглибленню знань учнів з обов'язкових предметів, а також розширенню їх пізнавальних можливостей та інтересів за рахунок дисциплін, які не входять до переліку обов'язкових.

На вищому гімназійному ступені за кожним учнем закріплюється тьютор. В обов'язки тьюторів входить пояснення учневі особливості навчального процесу у старших класах гімназії, ознайомлення їх з різновидами навчальних курсів та можливими їх комбінаціями, а також професійно-орієнтаційне консультування учнів та психолого-педагогічна їх підтримка в розв'язанні різноманітних проблем, пов'язаних із навчанням, стосунками у шкільному колективі, в сім'ї тощо. Завершується навчання на вищому гімназійному ступені складінням абітуру – випускні іспити, які зараховуються як вступні до ВНЗ. Абітур охоплює три групи навчальних предметів: мовно-літературно-мистецьку, суспільно-наукову, математично-природничо-технічну.

Аналіз досліджень, проведених Л. Фаннінгер [569], дозволив виділити особливості профільного навчання у середній освіті Австрії. Так дослідниця підкреслює, що підготовка до профільного навчання у Австрії починається з основної школи. В основу профільного навчання в австрійській основній школі покладено диференційований підхід, який передбачає врахування вікових, фізичних, психічних, інтелектуальних особливостей дітей і спрямований на всебічний розвиток учнів та забезпечення їхньої фахово-спрямованої освіти. Випускники основної школи можуть далі навчатись в усіх видах шкіл вищого рівня, серед яких: професійно-освітні середні школи, професійно-освітні вищі школи та освітні заклади з дошкільної та соціальної педагогіки, політехнічна школа, професійно-педагогічні та професійні школи (подвійна система), гімназії верхнього рівня.

Основними завданнями профільного навчання основних шкіл Австрії на сучасному етапі є виділені у дослідженні [569]:

- 1) створення умов для врахування й розвитку навчально-пізнавальних й професійних інтересів, нахилів, здібностей й потреб учнів основної школи в процесі їхньої профільної підготовки;

- 2) виховання в дітей гуманних почуттів, любові до праці, забезпечення умов для їхнього життєвого й професійного самовизначення, формування готовності до свідомого вибору й оволодіння майбутньою професією;

3) формування соціальної та фахових компетенцій учнів, спрямування підлітків до майбутньої професійної діяльності;

4) забезпечення наступно-перспективних зв'язків між загальною середньою і професійною освітою відповідно до обраного профілю

Зміст профільної освіти австрійської основної школи побудований із урахуванням тенденції збереження загальнокультурного компонента, який допомагає учневі в оптимізації навчання, за якого б ураховувались його побажання і прагнення і водночас зберігався загальноосвітній стандарт обов'язкової освіти. Програма є базисом для реалізації принципу особистісно орієнтованого освітнього процесу, створення сприятливих умов для розвитку індивідуальних особливостей учнів, їхніх інтересів, потреб, формування в школярів орієнтації на той чи інший вид майбутньої професійної діяльності, розширення можливості учня у створенні власної освітньої траєкторії [569].

Середня освіта Польщі як це зазначено у [507] – триступенева. Загальний час навчання до моменту закінчення середньої школи складає від 12 до 14 років. До системи середньої школи входить: Початкова школа (Szkola Podstawowa) – 6 класів, загальнообов'язкова; Гімназія (Gimnazium) – 4 класи. Фізично школа і гімназія можуть знаходитися в одній будівлі, і учень всі 10 років ходить в одну і ту ж школу, змінивши лише статус з «школяра» на «гімназиста»; Ліцей (Liceum) – 4 роки. Лише після закінчення ліцею можна поступити у ВНЗ. По закінченню середньої школи учні можуть приступити до матуральних іспитів і після успішної їх здачі отримати атестат зрілості (матура), або як ще його називають «swiadectwo dojrzalosci» (свідоцтво зрілості).

Шкільна освіта в Болгарії [175] розділяється за ступенями: основна освіта (початкова освіта – з 1 по 4 клас, прогімназична освіта – з 5 по 8 клас); середня освіта (гімназійну освіту – з 9 по 12 класи). Середня освіта здобувається після успішного закінчення 12-го класу та успішної здачі покладених іспитів. Класифікація шкільної освіти в Болгарії за змістом підготовки поділяється на: 1) загальну – загальноосвітній мінімум і по можливості профільована

підготовка, яка ведеться з 1 по 12 клас; 2) професійну – загальноосвітній мінімум і професійна кваліфікація відповідно до державних освітніх вимог. Професійна освіта в Болгарії ведеться: з 7 або 8 класу – протягом трьох років; з 9 класу – протягом чотирьох років; в професійних коледжах, де навчаються особи з середньою освітою – до двох років. Відповідно з рівнями освіти функціонують такі школи: початкові – з 1 по 4 клас; прогімназичні – з 5 по 8 клас; основні – з 1 по 8 клас; гімназичні – з 9 по 12 клас; середні загальноосвітні – з 1 по 12 клас. профільовані (професійні) гімназії: спортивні; за мистецтвами; з культури; спеціальні – технічні, сільськогосподарські, харчові та ін.

Обов'язкова середня освіта в Швейцарії [233] – це початкова школа і перша ступінь середньої освіти (Secondaire I). Secondaire I – це 3 (в деяких кантонах 4) класу, таким чином, обов'язково навчання з 6 до 15 років. Повна середня освіта розрахована на додаткові 3-4 роки навчання в старшій середній школі – Secondaire II. Атестати зрілості Maturit gymnasiale учні отримують у 18-19 років. В кінці першого ступеня середньої освіти (Secondaire I) відбувається поділ учнів на тих, хто здатний вчитися за академічною програмою далі й готуватися до навчання в університеті та на тих, хто успіхів не демонструє. Останні йдуть зі школи й проходять підготовку до отримання атестата про середню професійну освіту – Maturit professionnelle. Швейцарська система освіти демократична – Maturit professionnelle не означає неможливість отримання вищої освіти. У Швейцарії вища освіта буває двох видів: академічна (університетська) і прикладна (професійна). Maturit professionnelle дає можливість вступу в усі вищі навчальні заклади Швейцарії окрім університетів. Ті, хто пройшов на наступний рівень шкільної освіти – Secondaire II, протягом 3 років проходять підготовку до складання іспитів на отримання атестата зрілості Maturit gymnasiale.

У системі середньої освіти Італії [508] розрізняють: початкову школу (з 6 до 11 років), середню молодшу школу (scuola media) (з 11 до 15 років), в якій школярі вивчають італійську мову, історію, географію, математику і природні науки, іноземна мова, мистецтво і музику та середню старшу школу (з 15 до 18-

19 років) в якій учні вирішують, вчитися їм за звичайною програмою і готуватися до вступу до ВНЗ, або поєднувати своє навчання з професійною підготовкою. Тут можливі два варіанти. Варіант 1. Учень вирішує продовжити своє навчання за звичайною програмою. У цьому випадку учні продовжують своє навчання в ліцях, головним завданням яких є підготовка учня до вступу в Університет. Ліцеї діляться за профілем: класичні ліцеї; технічні ліцеї; гуманітарні ліцеї; лінгвістичні ліцеї; ліцеї мистецтв. Вибираючи той чи інший профіль, учень фактично визначається зі своєю майбутньою професією. Як правило, більшість випускників ліцеїв надходять до ВНЗ. Варіант 2. Учні крім шкільної освіти отримують якусь професію. Отримати такий вид освіти можна в так званих «інститутах» або коледжах. Після закінчення учні отримують атестат про середню освіту (*diploma di maturita*) та свідоцтво про професійну кваліфікацію.

А.5. Досвід впровадження і функціонування профільного навчання в Україні

Таблиця А.6

Порівняльна таблиця основних положень Концепції профільного навчання у старшій школі [231, 233]

Концепція профільного навчання в старшій школі	Проект Концепції профільного навчання в старшій школі
<p><i>Основними завданнями</i> профільного навчання є:</p> <p>1) створення умов для врахування й розвитку навчально-пізнавальних й професійних інтересів, нахилів, здібностей і потреб учнів старшої школи в процесі їхньої загальноосвітньої підготовки;</p> <p>2) виховання в учнів любові до праці, забезпечення умов для їхнього життєвого й професійного самовизначення, формування готовності до свідомого вибору й</p>	<p>До <i>основних завдань</i> профільного навчання належать такі:</p> <p>1) надання учням повної загальної середньої освіти;</p> <p>2) сприяння життєвому і професійному самовизначенню учнів;</p>

Концепція профільного навчання в старшій школі	Проект Концепції профільного навчання в старшій школі
<p>оволодіння майбутньою професією;</p> <p>3) формування соціальної, комунікативної, інформаційної, технічної, технологічної компетенцій учнів на допрофесійному рівні, спрямування молоді щодо майбутньої професійної діяльності;</p> <p>4) забезпечення наступно-перспективних зв'язків між загальною середньою і професійною освітою відповідно до обраного профілю.</p> <p>Структура профільного навчання</p> <p>Профіль навчання – це спосіб організації диференційованого навчання, який передбачає поглиблене і професійно зорієнтоване вивчення циклу споріднених предметів.</p> <p>Профіль навчання охоплює таку сукупність предметів: базові, профільні та курси за вибором.</p> <p>Базові загальноосвітні предмети становлять інваріантну складову змісту середньої освіти і є обов'язковими для всіх профілів. Ці предмети реалізують цілі й завдання загальної середньої освіти. Зміст навчання і вимоги до підготовки старшокласників визначаються</p>	<p>3) забезпечення можливостей для конструювання кожним учнем власної освітньої траєкторії;</p> <p>4) цілеспрямована підготовка учнів до успішного продовження навчання на наступних рівнях освіти за обраним напрямом;</p> <p>5) створення умов для здобуття окремих професій для потреб ринку праці.</p> <p>Структура профільного навчання</p> <p>Профіль навчання – це дидактична система, в межах якої здійснюється реалізація конкретизованих цілей профільного навчання і видів навчальної діяльності учнів.</p> <p>Зміст профілю навчання реалізується у відповідній системі навчальних предметів і курсів, що має такі складники: 1) базові навчальні предмети, які вивчаються на рівні стандарту; 2) профільні предмети (таких предметів реально не може бути більше трьох; як правило, їх два); 3) курси за вибором. Інваріантний складник змісту й вимоги до рівня його засвоєння визначає Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти. Передбачений ним зміст у межах відведеної Базовим навчальним планом кількості годин на його засвоєння реалізується системою</p>

Концепція профільного навчання в старшій школі	Проект Концепції профільного навчання в старшій школі
<p>державним загальноосвітнім стандартом.</p> <p>Профільні загальноосвітні предмети – це цикл предметів, які реалізують цілі, завдання і зміст кожного конкретного профілю. Вони обов'язкові для учнів, які обрали даний профіль навчання. Профільні предмети вивчаються поглиблено. Особливостями вивчення є: більш глибоке і повне опанування понять, законів, теорій, передбачених стандартом освіти; дотримання системного викладу навчального матеріалу, його логічного упорядкування; широке використання знань із споріднених предметів; застосування активних методів навчання, організація дослідницької, проектної діяльності учнів. Профільні предмети забезпечують також прикладну спрямованість навчання за рахунок інтеграції знань і методів пізнання та застосування їх у різних сферах діяльності, в т.ч. і професійній, яка визначається специфікою профілю навчання. Зміст профільних предметів реалізується за рахунок варіативної та інваріантної складових змісту загальної середньої освіти.</p> <p>Курси за вибором – це навчальні курси, які входять до складу профілю навчання, їх основні функції: поглиблення і розширення змісту профільних предметів або забезпечення профільної прикладної і початкової професійної спеціалізації навчання. Курси за вибором; створюються за рахунок варіативного (шкільного та регіонального) компонента змісту освіти. Кількість</p>	<p>базових навчальних предметів і курсів.</p> <p>До базових навчальних предметів належать такі: <i>українська мова, література, іноземна мова, історія, суспільствознавство, математика, природознавство, технології, мистецтво, фізична культура і здоров'я</i>. На профільному рівні базові навчальні предмети можуть бути реалізовані у вигляді профільних предметів.</p> <p><i>Варіативний складник</i> змісту профільного навчання поряд із інваріантним слугує повноцінній реалізації його завдань і водночас є основним засобом індивідуалізації навчання. Саме він визначає і забезпечує в конкретному загальноосвітньому навчальному закладі спрямованість навчання на задоволення індивідуальних освітніх потреб учнів, а тому формується кожним закладом самостійно. За рахунок варіативного складника добирається зміст профільних предметів, а також курсів за вибором.</p> <p><i>Курси за вибором</i> посідають особливе місце в структурі змісту профільного навчання. Вони разом із профільними предметами визначають специфіку кожного конкретного профілю навчання, з одного боку, а з іншого — є дієвим засобом задоволення тих пізнавальних інтересів та індивідуальних освітніх потреб учнів, що перебувають поза межами</p>

Концепція профільного навчання в старшій школі	Проект Концепції профільного навчання в старшій школі
<p>курсів, що пропонується, має бути надлишковою, з якої учень вибирає обов'язкові.</p> <p>У профільних загальноосвітніх навчальних закладах передбачається опанування змісту предметів на різних рівнях:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Рівень стандарту – обов'язковий мінімум змісту навчальних предметів, який не передбачає подальшого їх вивчення 2. Академічний рівень – обсяг змісту достатній для подальшого вивчення предметів у вищих навчальних закладах – визначається для навчальних предметів, які є не профільними, але базовими або близькими до профільних. <p>Зміст навчання на першому і другому рівнях визначається державним загальноосвітнім стандартом.</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Рівень профільної підготовки – зміст навчальних предметів поглиблений, передбачає орієнтацію на майбутню професію 	<p>обраного ними профілю навчання. Із цього випливають дві основні функції курсів за вибором: профільно-формувальна й індивідуальна освітньо-розвивальна. Зазначені функції реалізуються двома основними типами курсів за вибором: <i>спеціальні курси</i> (спецкурси) і <i>факультативні курси</i> (факультативи).</p> <p><i>Спеціальний курс</i> у системі профільного навчання — це навчальний курс, який разом із профільними предметами визначає специфіку кожного конкретного профілю навчання, те сутнісне, що відрізняє цей профіль від іншого. Зміст спеціальних курсів певного навчального профілю (в межах відведених годин на їх вивчення) є органічним складником змісту цього профілю, а тому є обов'язковим для опанування всіма учнями.</p> <p><i>Факультативний курс</i> у системі профільного навчання — це навчальний курс, який сприяє задоволенню індивідуальних пізнавальних інтересів та освітніх потреб старшокласників, загалом не пов'язаних зі специфікою обраного профілю навчання, саме факультативні курси є тим дієвим засобом, що сприяє уникненню вузькопрофільності навчання у старшій школі, дає змогу урізноманітнити його зміст, розширити спектр розвивальних, загальнокультурних впливів на особистість учня</p>
<p>За характером взаємодії суб'єктів профільного навчання виділяються такі форми його організації:</p>	<p>Профільне навчання може здійснюватися на основі</p>

Концепція профільного навчання в старшій школі	Проект Концепції профільного навчання в старшій школі
<p>Внутрішньошкільні: профільні класи в загальноосвітніх навчальних закладах; профільні групи в багатoproфільних загальноосвітніх навчальних закладах; профільне навчання за індивідуальними навчальними планами і програмами; динамічні профільні групи (в тому числі різновікові).</p> <p>Зовнішні: міжшкільні профільні групи; профільна школа інтернатного типу; опорна старша школа; навчально-виховний комплекс (НВК); міжшкільний навчально-виробничий комбінат (МНВК); загальноосвітні навчальні заклади на базі вищих навчальних закладів</p>	<p>внутрішньошкільної та міжшкільної взаємодії шляхом створення динамічних профільних груп відповідно до потреб учнів, або на основі мережної взаємодії, що охоплює різні заклади регіону – позашкільні навчальні заклади, районні чи міжшкільні навчально-виробничі комбінати, дитячі спортивні заклади, натуралістичні станції тощо. На базі опорної старшої школи, яка має необхідну навчально-матеріальну базу й кадрове забезпечення, можуть створюватися міжшкільні класи (групи) для вивчення учнями навколишніх навчальних закладів профільних предметів і спеціальних курсів.</p> <p>Багатoproфільні або однопрофільні ліцеї як загальноосвітні навчальні заклади III ступеня є основним типом навчальних закладів, що забезпечують повноцінну реалізацію ідеї профільного навчання. Вони мають функціонувати у містах, а також у сільській місцевості (за необхідності з гуртожитком для учнів або інтернатного типу), де навчатимуться учні, що не мають умов здобути якісну повну загальну середню освіту безпосередньо за місцем проживання</p>

Додаток Б

ТЕНДЕНЦІЇ І ПРОБЛЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЦІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У
ЗАГАЛЬНООСВІТНІЙ ШКОЛІ

Б.1. Навчальні програми факультативних курсів та курсів за вибором

Таблиця Б.1

Навчальні програми факультативних курсів та курсів за вибором для природничо-математичного й технологічного напрямів

№ п/п	Назва курсу	Автори	Клас	Кільк. годин
1.	Обернені тригонометричні функції	Грицик Т.А.	10	16
2.	Ірраціональність у рівняннях, нерівностях і алгебраїчних виразах	Єргіна О.В.	10	35
3.	Елементи теорії чисел	Требенко Д.Я.	10	35
4.	Обчислювальний практикум	Коновалова Г.А.	10	35
5.	Прикладні задачі на екстремум	Попова Л.К.	11	8
6.	Зображення та геометричні перетворення	Кугай Н.В., Заїка О.В.	11	35
7.	Застосування похідної до розв'язування задач	Смішко А.С.	11	35
8.	Інтеграл та його застосування	Романуха В.Б.	11	35
9.	Математичні моделі у фізиці	Бровко Г.В., Ковтун Л.Г., Козлова О.М.	11	17
10.	Фізична математика	Канакіна Л.П.	10-11	70
11.	Історія математики	Бевз В.Г.	10-11	70
12.	Побудова зображень геометричних фігур	Бегерська А.В., Бойко Л.А.	10	17
13.	Обчислення в системах комп'ютерної алгебри	Громко Л.В.	11	17

Таблиця Б.2

Навчальні програми факультативних курсів та курсів за вибором для суспільно-гуманітарного напрямку

№ п/п	Назва курсу	Автори	Клас	Кільк. годин
1.	Історія тригонометрії	Грицик Т.А.	10	8
2.	Економіко-математичне моделювання	Франчу Т.І., Шевчук Н.В.	10	35
3.	Задачі лінійного програмування	Бегерська А.В., Бойко Л.А.	10	35
4.	Основи фінансової математики та математичної економіки	Ліпчевський Л.В.	10-11	35
5.	Математика прибутків	Желтуха Т.В.	10-11	70
6.	Задачі економічного змісту в математиці	Ткач Ю.М.	10-11	70
7.	Комп'ютерна математика для економістів	Сущук-Слюсаренко В.І.	11	17

Таблиця Б.3

Навчальні програми факультативних курсів та курсів за вибором для поглибленого вивчення математики

№ п/п	Назва курсу	Автори	Клас	Кільк. годин
1.	Ціла й дробова частина числа	Апостолова Г.В.	10-11	17
2.	Вища математика	Морозов О.В.	10-11	140
3.	Введення у фрактальний аналіз	Цибко В.В.	11	35
4.	Елементи стохастики	Лиходєєва Г.В.	11	17
5.	Комплексні числа та їх застосування	Шаран О.В.	11	35

Таблиця Б.4

Навчальні програми факультативних курсів та курсів за вибором для універсального профілю

№ п/п	Назва курсу	Автори	Клас	Кільк. годин
1.	Раціональні функції	Кравченко Н.Д.	10	35
2.	Рівняння в курсі алгебри	Догару Г.Г.	10-11	105
3.	Функції та алгебраїчні вирази на координатній площині	Апостолова Г.В., Ліпчевський Л.В.	10	35
4.	Методи розв'язування задач з математики	Лахтадир Л.І.	10-11	70
5.	Модуль числа	Апостолова Г.В., Прокопенко Н.С.	10-11	35
6.	Розв'язування задач з параметрами	Апостолова Г.В., Прокопенко Н.С.	10-11	35
7.	Готуємось до ЗНО	Апостолова Г.В.	10-11	170
8.	Факультативний курс з геометрії	Хабарова М.М.	11	35

Додаток складено на основі джерел [177].

Б.2. Рівні вивчення математики в структурі профільного навчання

Таблиця Б.5

Рівні вивчення математики в структурі профільного навчання

	Основні напрями профілізації				
	Суспільно-гуманітарний	Природничо-математичний	Технологічний	Художньо-естетичний	Спортивний
Навчальні профілі які вивчають математику за програмою рівня стандарту	філологічний, історико-правовий, юридичний та інші		інформатика, виробничі технології, проектування і конструювання, дизайн, транспорт, менеджмент, побутове обслуговування, народні ремесла та інші	музичний, образотворчий, хореографічний, театральний, мистецтво-знавчий та інші	атлетика, гімнастика, плавання, спортивні ігри, туризм та інші
Навчальні профілі які вивчають математику за програмою академічного рівня	економічний	хіміко-біологічний, географічний, медичний, екологічний та інші			
Навчальні профілі які вивчають математику за програмою профільного рівня		фізико-математичний, математичний			

Додаток В
ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЗМІСТУ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У СТАРШІЙ ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

В.1. Мета і завдання навчання математики на різних рівнях підготовки

Таблиця В.1

Мета і завдання навчання математики на різних рівнях підготовки (на основі [177])

Рівень Підготовки / Напрямок профілізації	Мета навчання	Завдання навчання
Рівень стандарту / суспільно-гуманітарний, філологічний, художньо-естетичний, спортивний, деякі профілі технологічного напрямку	завершення формування в учнів уявлення про математику як елемент загальнолюдської культури, як форму опису та метод пізнання дійсності та про її роль для прогресу суспільства; забезпечення повноцінного розвитку когнітивної і афективної сфер учнів засобами математики; створення умов для опанування кожним учнем математичної грамотності; сприяння становленню гуманітарної культури людини	<ul style="list-style-type: none"> • забезпечення умов для досягнення кожним учнем практичної компетентності
Академічний рівень / біолого-хімічний,	забезпечення загальноосвітньої підготовки з математики, необхідної для успішної самореалізації особистості у	<ul style="list-style-type: none"> • формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід'ємної

Продовження табл. В.1

Рівень Підготовки / Напрямок профілізації	Мета навчання	Завдання навчання
біолого- фізичний, біотехнологічний, хіміко- технологічний, фізико-хімічний, агро- хімічний профілі природничо- математичного напрямку технологічний профіль	динамічному соціальному середовищі, її соціалізації і достатньої для вивчення профільних предметів, для успішної майбутньої професійної діяльності в тих сферах, де математика відіграє роль апарату, специфічного засобу для вивчення й аналізу закономірностей, реальних явищ і процесів	складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві; стійкої мотивації до навчання; <ul style="list-style-type: none"> • оволодіння учнями мовою математики в усній та письмовій формах, системою математичних знань, навичок і вмінь, потрібних у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервності освіти; • інтелектуальний розвиток особистості, передусім розвиток в учнів логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції; • екологічне, естетичне, громадянське виховання та формування позитивних рис особистості; • формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учня
Профільний рівень / математичний, фізико- математичний профілі	забезпечення загальноосвітньої підготовки з математики, необхідної для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, її соціалізації і достатньої для успішного вивчення фізики та інших, в першу	<ul style="list-style-type: none"> • формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному

Продовження табл. В.1

Рівень Підготовки / Напрямок профілізації	Мета навчання	Завдання навчання
природничо-математичного напрямку	чергу природничих, предметів, продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями, безпосередньо пов'язаними з математикою, або за спеціальностями, де математика відіграє роль апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів	<p>суспільстві; стійкої позитивної мотивації до навчання;</p> <ul style="list-style-type: none"> • оволодіння учнями мовою математики в усній та письмовій формах, системою математичних знань, навичок і вмінь, потрібних у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервності освіти; • інтелектуальний розвиток особистості, передусім розвиток в учнів логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції; • громадянське, екологічне, естетичне виховання та формування позитивних рис особистості; • формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учня
Поглиблений рівень	забезпечення рівня підготовки учнів з математики, необхідного для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, для подальшого вибору й успішного опанування професією, яка потребує високого рівня математичних знань, тобто за спеціальностями теоретичної та	<ul style="list-style-type: none"> • формування в учнів уявлення про роль математики у пізнанні дійсності, • усвідомлення математичних знань як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві й апарату наукового пізнання; створення стійкої позитивної мотивації до навчання; • формування в учнів стійкого інтересу до предмета,

Продовження табл. В.1

Рівень Підготовки / Напрямок профілізації	Мета навчання	Завдання навчання
	<p>прикладної математики або спеціальностями тих галузей, які потребують розвинутого математичного апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів; у підготовці до навчання у вищому навчальному закладі з відповідним фаховим спрямуванням</p>	<p>виявлення і розвиток математичних здібностей;</p> <ul style="list-style-type: none"> • формування в учнів наукового світогляду, уявлення про формально-логічну побудову системи математичних знань, ідеї та методи математики, потреби в обґрунтуванні і формальному доведенні математичних фактів і знань; • інтелектуальний розвиток особистості, передусім розвиток в учнів логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції; • оволодіння учнями системою математичних знань, навичок і вмінь, потрібних у майбутній професійній діяльності з урахуванням орієнтації учнів на спеціалізацію в галузях, які потребують поглибленого вивчення математики; засвоєння сучасного нотаційного апарату й мови математики в усній та письмовій формах; • набуття математичних знань у їх діалектичній єдності з іншими науковими дисциплінами, що вивчаються в школі, встановлення міжпредметних зв'язків; • громадянське, екологічне, естетичне виховання та формування позитивних рис особистості, формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учня

В.2. Порівняльний аналіз державних вимог до рівня загальноосвітньої підготовки учнів

Таблиця В.2

Порівняльний аналіз державних вимог до рівня загальноосвітньої підготовки учнів (за джерелами [148, 149])

Державний стандарт базової і повної середньої освіти від 14 січня 2004 р.		Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти від 23 листопада 2011 р.	
Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів	Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів
Вирази			
Узагальнення поняття степеня. Логарифм. Перетворення степеневих, тригонометричних, ірраціональних, показникових, логарифмічних виразів	Уявлення про степінь з раціональним показником і логарифм числа. Знання основних відомостей про степінь і логарифм. Уміння перетворювати степеневі, тригонометричні, ірраціональні, показникові, логарифмічні вирази	Узагальнення поняття степеня Синус, косинус, тангенс, котангенс кута та числа. Логарифм. Степеневі, тригонометричні, ірраціональні, показникові, логарифмічні вирази та їх перетворення	знати і розуміти означення синуса, косинуса, тангенса та котангенса, тригонометричні формули, що таке корінь n-го степеня, степінь з раціональним і дійсним показниками та їх властивості, означення логарифма та його властивості, уміти знаходити значення виразів, наведених у змісті освіти, за значенням змінних, які входять до них, перетворювати тригонометричні вирази, вирази із степенями і коренями, логарифмічні вирази,

Продовження табл. В.2

Державний стандарт базової і повної середньої освіти від 14 січня 2004 р.		Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти від 23 листопада 2011 р.	
Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів	Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів
			застосовувати відповідні формули та алгоритми під час розв'язування задач
Рівняння і нерівності			
Тригонометричні, ірраціональні, показникові, логарифмічні рівняння. Показникові і логарифмічні нерівності	Уявлення про трансцендентні рівняння і нерівності. Знання основних відомостей про ірраціональне, показникове, тригонометричне, логарифмічне рівняння та системи таких рівнянь. Уміння розв'язувати прості рівняння і нерівності зазначених видів, та їх нескладні системи	Ірраціональні, тригонометричні, показникові, логарифмічні рівняння. Показникові і логарифмічні нерівності	знати і розуміти, що таке ірраціональні, тригонометричні рівняння та показникові, логарифмічні рівняння і нерівності, основні методи їх розв'язування, уміти розв'язувати нескладні ірраціональні, тригонометричні рівняння та показникові, логарифмічні рівняння і нерівності, застосовувати відповідні рівняння і нерівності для аналітичного опису відношень між реальними, зокрема геометричними та фізичними, величинами

Продовження табл. В.2

Державний стандарт базової і повної середньої освіти від 14 січня 2004 р.		Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти від 23 листопада 2011 р.	
Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів	Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів
Функції			
Числова функція. Тригонометричні, степеневі, показникові, логарифмічні функції. Неперервність функції. Похідна та інтеграл. Застосування похідної і визначеного інтеграла	Уявлення про функцію як математичну модель залежності між змінними будь-якої природи; про неперервність функції. Знання про зазначені в змісті види функцій; основних відомостей про похідну та інтеграл; формул похідних основних функцій. Уміння будувати графіки функцій, характеризувати за графіками їх властивості; знаходити похідні, інтеграли; застосовувати похідну та визначений інтеграл до розв'язування задач прикладного змісту	Властивості функцій. Степенева, тригонометричні, показникова та логарифмічна функції. Похідна. Інтеграл	властивостей функцій (зростання, спадання, парність тощо), означення та властивості степеневі, тригонометричної, показникової та логарифмічної функцій, зміст поняття неперервної функції, диференційованої функції, означення та властивості похідної та первісної, уміти будувати та аналізувати графіки функцій, зокрема степеневі, тригонометричної, показникової та логарифмічної функцій, знаходити похідні та первісні деяких функцій, застосовувати похідну для встановлення властивостей функцій та побудови їх графіків, первісну та інтеграл — для обчислення площі геометричних фігур

Продовження табл. В.2

Державний стандарт базової і повної середньої освіти від 14 січня 2004 р.		Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти від 23 листопада 2011 р.	
Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів	Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів
Елементи комбінаторики		Елементи комбінаторики, теорії ймовірності та статистики	
Сполуки без повторень: перестановки, розміщення, комбінації	Уявлення про перестановки, розміщення, комбінації. Знання формул для обчислення кількості кожного виду сполук без повторень. Уміння обчислювати кількість перестановок, розміщень, комбінацій і застосовувати набуті знання під час розв'язування задач	Класичне визначення ймовірності випадкової події. Комбінаторний підхід до обчислення ймовірностей випадкових подій. Генеральна сукупність та вибірка. Мода, медіана, середнє значення	знати і розуміти, що таке перестановки, розміщення, комбінації (без повторень), класичне визначення поняття ймовірності, що таке генеральна сукупність та вибірка, означення середнього значення, моди та медіани вибірки, уміти обчислювати в найпростіших випадках кількість перестановок, розміщень, комбінацій, обчислювати ймовірності випадкових подій, використовуючи класичне визначення та комбінаторні правила і формули, обчислювати середнє значення, моду і медіану вибірки та інтерпретувати одержані результати, застосовувати
Початок теорії ймовірностей та елементи статистики			
Випадкові події. Ймовірність випадкової події. Умовні ймовірності. Незалежні випадкові події. Уявлення про	Уявлення про випадкові події та їх ймовірності; способи представлення даних. Знання основних понять,		

Продовження табл. В.2

Державний стандарт базової і повної середньої освіти від 14 січня 2004 р.		Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти від 23 листопада 2011 р.	
Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів	Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів
закон великих чисел Означення ймовірності. Статистичні таблиці. Ряди розподілу та наочне їх зображення. Мода і медіана. Середні значення	зазначених у змісті. Уміння застосовувати набуті знання під час розв'язування задач прикладного змісту		ймовірнісні характеристики навколишніх явищ для прийняття рішень
Геометричні фігури			
Аксіоми стереометрії. Взаємне розміщення прямих і площин у просторі. Многогранники і тіла обертання, їх види та властивості. Побудови в просторі. Геометричні перетворення	Уявлення про взаємне розміщення прямих і площин. Знання означень геометричних фігур в просторі та їх властивостей; видів геометричних перетворень; методів, що застосовуються в стереометрії. Уміння зображати геометричні фігури, розв'язувати прості задачі, зокрема прикладного змісту	Аксіоми стереометрії. Взаємне розміщення прямих і площин у просторі. Многогранники і тіла обертання, їх види та властивості. Геометричні перетворення у просторі. Координати і вектори у просторі	знати і розуміти аксіоми стереометрії та висновки з них, визначення понять многогранника (призми, піраміди), тіл обертання (кулі, сфери, циліндра, конуса), властивості зазначених геометричних фігур, визначення понять геометричних перетворень, координат і векторів у просторі та їх основні властивості, уміти розрізняти означувані та неозначувані поняття, аксіоми і теореми, класифікувати за певними

Продовження табл. В.2

Державний стандарт базової і повної середньої освіти від 14 січня 2004 р.		Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти від 23 листопада 2011 р.	
Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів	Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів
Координати і вектори			ознаками взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площин у просторі, просторові тіла, зображувати просторові геометричні фігури та їх елементи, застосовувати вивчені означення, властивості та методи стереометрії під час розв'язування найпростіших задач, зокрема прикладного змісту, для дослідження властивостей реальних об'єктів
Геометричні величини			
Відстані. Міри кутів між прямими і площинами. Площа поверхні і об'єми	Уявлення про площу поверхні і об'єм тіла. Знання означень відстані від точки до площини, міри кутів між прямими і площинами; формул площ поверхонь і об'єми многогранників та тіл обертання. Уміння знаходити відстані, міри кутів, розв'язувати простіші задачі на	Відстані у просторі. Міри кутів між прямими і площинами. Площі поверхонь і об'єми тіл	знати і розуміти, що таке відстань (від точки до прямої, від точки до площини, між мимобіжними прямими, від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами), міра кута (між прямими, між прямою і площиною, між площинами), площа поверхні та об'єм геометричного тіла, формули для обчислення площ поверхонь та

Продовження табл. В.2

Державний стандарт базової і повної середньої освіти від 14 січня 2004 р.		Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти від 23 листопада 2011 р.	
Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів	Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів
	вимірювання і обчислення площ поверхонь і об'ємів тіл		об'ємів многогранників і тіл обертання, уміти обчислювати відстані та міри кутів, зокрема використовуючи координати і вектори у просторі, розв'язувати найпростіші задачі на вимірювання і обчислення площ поверхонь і об'ємів тіл, застосовувати вивчені означення, властивості і формули до розв'язування найпростіших задач прикладного змісту, суть яких полягає в обчисленні площ поверхонь і об'ємів тіл

В.3. Порівняльний аналіз змісту навчання з алгебри і початків аналізу у профільній школі

Таблиця В.3

Порівняльний аналіз змісту навчання з алгебри і початків аналізу у профільній школі (на основі [407])

Зміст навчального матеріалу		
Рівень стандарту	Академічний рівень	Профільний рівень
Тема 1. Функції, їхні властивості та графіки		
Числові функції. Способи задання функцій. Область визначення і множина значень функцій. Графік функції. Монотонність, парність і непарність функцій. Неперервність функцій. Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості. Степені з раціональними показниками, їхні властивості. Степеневі функції, їхні властивості та графіки	Числові функції. Способи задання числових функцій. Основні властивості функцій: область визначення, область (множина) значень функції, нулі функції, проміжки знакосталості функції, проміжки зростання, спадання, сталості функції, парність, непарність функції, найбільше та найменше значення функції. Властивості і графіки основних видів функцій. Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій. Обернена функція	Числові функції. Способи задання функцій. Область визначення і множина значень функції. Графік функції. Зростання і спадання, парність і непарність функцій, найбільше та найменше значення функції. Властивості і графіки основних видів функцій. Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій
Тема 1а (продовження теми 1 тільки на академічному і профільному рівнях)		
	Рівняння і нерівності Рівносильні перетворення рівнянь. Рівняння-наслідки. Застосування	Многочлени, рівняння і нерівності Рівносильні перетворення рівнянь. Рівняння-наслідки. Застосування

Продовження табл. В.3

Зміст навчального матеріалу		
Рівень стандарту	Академічний рівень	Профільний рівень
	<p>властивостей функцій до розв'язування рівнянь. Рівносильні перетворення нерівностей, метод інтервалів.</p> <p>[Рівняння і нерівності, що містять знак модуля.] [Рівняння і нерівності з параметрами]</p>	<p>властивостей функцій до розв'язування рівнянь. Рівносильні перетворення нерівностей. Метод інтервалів. Рівняння і нерівності, що містять знак модуля. <i>Рівняння і нерівності з параметрами. Графік рівняння з двома змінними. Нерівність з двома змінними. Графік нерівності з двома змінними. Системи рівнянь і нерівностей. Ділення многочленів. Теорема Безу та наслідки з неї. Метод математичної індукції</i></p>
Тема 2. Степенева функція		
<p>(вивчається в темі «Функції їхні властивості та графіки»)</p> <p>Корінь n-го степеня. Арифметичний корінь n-го степеня, його властивості.</p> <p>Степені з раціональними показниками, їхні властивості. Степеневі функції, їхні властивості та графіки</p>	<p>Корінь n-го степеня. Арифметичний корінь n-го степеня, його властивості.</p> <p>Перетворення коренів. Дії над коренями. Функція $y=x^n$ та її графік.</p> <p>Ірраціональні рівняння. [Ірраціональні нерівності. Системи ірраціональних рівнянь.] Степінь з раціональним показником, його властивості.</p> <p>Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником.</p> <p>Степенева функція, її властивості та графік</p>	<p>Корінь n-го степеня. Арифметичний корінь n-го степеня, його властивості.</p> <p>Перетворення виразів з коренями n-го степеня. Функція $y=\sqrt[n]{x}$ та її графік.</p> <p>Ірраціональні рівняння. <i>Ірраціональні нерівності. [Системи ірраціональних рівнянь.]</i></p> <p>Степінь з раціональним показником, його властивості. Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником.</p> <p>Степенева функція, її властивості та графік</p>

Продовження табл. В.3

Зміст навчального матеріалу		
Рівень стандарту	Академічний рівень	Профільний рівень
		графік. <i>Оборотні функції. Взаємно обернені функції.</i> <i>Ірраціональні рівняння, нерівності з параметрами. [Системи рівнянь та нерівностей з параметрами]</i>
Тема 3. Тригонометричні функції		
Синус, косинус, тангенс, котангенс кута. Радіанне вимірювання кутів. Тригонометричні функції числового аргументу. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Формули додавання для тригонометричних функцій та наслідки з них. Гармонічні коливання	Радіанне вимірювання кутів. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута. Тригонометричні функції числового аргументу. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Тригонометричні формули: формули додавання; формули подвійного кута; формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у добуток; [формули пониження степеня; формули половинного кута;] формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму. Гармонічні коливання	Радіанне вимірювання кутів. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута. Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Тригонометричні формули: формули додавання, формули подвійного аргументу, формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у добуток, формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму, <i>формули пониження степеня, формули потрійного аргументу, формули</i>

Продовження табл. В.3

Зміст навчального матеріалу		
Рівень стандарту	Академічний рівень	Профільний рівень
		<i>половинного аргументу. Вираження тригонометричних функцій через тангенс половинного аргументу</i>
Тема 4. Тригонометричні рівняння і нерівності		
(вивчається в темі «Тригонометричні функції») Найпростіші тригонометричні рівняння та нерівності	Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки. Найпростіші тригонометричні рівняння. Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь. Найпростіші тригонометричні нерівності	Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки. Найпростіші тригонометричні рівняння. Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь. <i>Тригонометричні нерівності. Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами. Рівняння і нерівності, які містять обернені тригонометричні функції</i>
Тема 5. Похідна та її застосування		
Границя функції в точці. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Правила диференціювання. [Похідна складеної функції]. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції. Екстремуми функції. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їхніх графіків. Найбільше і	Поняття про неперервність та границю функції в точці. Задачі, що приводять до поняття похідної. Геометричний та фізичний зміст похідної. Таблиця похідних. Похідна суми, добутку і частки функцій. Похідна складеної функції. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків: зростання, спадання функції;	<i>Границя послідовності. Основні теореми про границі послідовностей. Границя функції в точці. Основні теореми про границі функції в точці. Неперервність функції в точці і на проміжку. Властивості неперервних функцій. Точки розриву функції. [Поняття границі функції на нескінченності. Нескінченно велика</i>

Продовження табл. В.3

Зміст навчального матеріалу		
Рівень стандарту	Академічний рівень	Профільний рівень
найменше значення функції на проміжку	екстремуми функції; найбільше і найменше значення функції на відрізку. Рівняння дотичної до графіка функції у заданій точці. Розв'язування задач прикладного змісту	<i>функція в точці.] [Вертикальні та горизонтальні асимптоти графіка функції.] [«Чудові границі».] Задачі, які приводять до поняття похідної. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Рівняння дотичної до графіка функції. Правила диференціювання: похідна суми, добутку і частки функцій. Складена функція. Похідна складеної функції. Похідні степеневі та тригонометричних функцій. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання і спадання функції. Екстремуми функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку. Застосування похідної для розв'язування рівнянь та доведення нерівностей. Друга похідна. Поняття опуклості функції. Точки перегину. Знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину. Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій і побудови їх графіків. Асимптоти</i>

Продовження табл. В.3

Зміст навчального матеріалу		
Рівень стандарту	Академічний рівень	Профільний рівень
		<i>графіка функції.</i> Застосування похідної до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту
Тема 6. Показникова і логарифмічна функції		
Повторення відомостей про функції. Степінь із довільним дійсним показником. Властивості та графіки показникової функції. Логарифми та їх властивості. Властивості та графік логарифмічної функції. Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності	[Степінь з дійсним показником.] Властивості та графік показникової функції. Логарифми та їх властивості. [Натуральний логарифм.] Властивості та графік логарифмічної функції. Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності. Похідні показникової і логарифмічної функцій	<i>Степінь із дійсним показником.</i> Показникова функція. Логарифми та їх властивості. Логарифмічна функція. Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності <i>та їх системи, зокрема з параметрами.</i> Похідні показникової та логарифмічної функцій. <i>Застосування показникової та логарифмічної функцій у прикладних задачах</i>
Тема 7. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики		
Випадкова подія. Відносна частота події. Ймовірність події. Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. [Перестановки, розміщення, комбінації.] Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку	Випадкова подія. Відносна частота події. Ймовірність події. Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. [Перестановки, розміщення, комбінації.] Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку	Випадкова подія. Відносна частота події. Ймовірність події. Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. <i>Перестановки, розміщення, комбінації.</i> Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку.

Продовження табл. В.3

Зміст навчального матеріалу		
Рівень стандарту	Академічний рівень	Профільний рівень
Тема 8. Інтеграл та його застосування		
Первісна та її властивості. Визначений інтеграл, його геометричний зміст. Обчислення площ плоских фігур, інші застосування інтеграла	Первісна та її властивості. Таблиця первісних. Визначений інтеграл, його геометричний зміст. Формула Ньютона — Лейбніца. Обчислення площ плоских фігур. [Обчислення об'ємів тіл.] Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач	Первісна та її властивості. Таблиця первісних. <i>Невизначений інтеграл та його властивості</i> . Визначений інтеграл, його фізичний та геометричний зміст. Формула Ньютона — Лейбніца. Обчислення площ плоских фігур. <i>Обчислення об'ємів тіл</i> . Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач
Тема 9. Рівняння, нерівності та їх системи. Узагальнення та систематизація		
		<i>Методи розв'язування рівнянь з однією змінною (рівносильні перетворення, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо). Методи розв'язування нерівностей з однією змінною (рівносильні перетворення, метод інтервалів, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо). Системи рівнянь та методи їх розв'язування (рівносильні перетворення та використання рівнянь-наслідків, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо). Задачі з параметрами</i>

В.4. Порівняльний аналіз навчальних досягнень учнів з тем шкільного курсу алгебри і початків аналізу на різних рівнях підготовки

Таблиця В.4

Порівняльний аналіз навчальних досягнень учнів з тем шкільного курсу алгебри і початків аналізу на різних рівнях підготовки (на основі [407])

Навчальні досягнення учнів		
На рівні стандарту учень (учениця)	На академічному рівні учень (учениця)	На профільному рівні учень (учениця):
Тема 1. Функції, їхні властивості та графіки		
<p>користується різними способами задання функцій;</p> <p>знаходить природну область визначення функціональних залежностей;</p> <p>знаходить значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення;</p> <p>встановлює за графіком функції її основні властивості;</p> <p>досліджує властивості функцій</p>	<p>користується різними способами задання функцій;</p> <p>формулює означення числової функції, зростаючої і спадної функцій, парної і непарної функцій;</p> <p>знаходить область визначення функціональних залежностей, значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення;</p> <p>встановлює за графіком функції її основні властивості;</p> <p>виконує і пояснює перетворення графіків функцій;</p> <p>досліджує функції, задані аналітично;</p> <p>використовує одержані результати</p>	<p>користується різними способами задання функцій;</p> <p>формулює означення числової функції, зростаючої та спадної функцій, парної та непарної функцій;</p> <p>знаходить область визначення функціональних залежностей, значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення;</p> <p>встановлює за графіком функції її властивості;</p> <p>виконує і пояснює перетворення графіків функцій;</p> <p>досліджує функції і використовує одержані результати</p>

Продовження табл. В.4

Навчальні досягнення учнів		
На рівні стандарту учень (учениця):	На академічному рівні учень (учениця)	На профільному рівні учень (учениця):
	<p>для побудови графіків функцій; застосовує властивості функцій до розв'язування рівнянь і нерівностей;</p> <p>пояснює зміст понять «рівносильні перетворення рівнянь та нерівностей», «рівняння-наслідки»;</p> <p>використовує їх при розв'язуванні рівнянь та нерівностей</p>	<p>при побудові графіків функцій; застосовує властивості функцій та многочленів до розв'язування рівнянь і нерівностей</p>
Тема 1а (продовження теми 1 тільки на академічному і профільному рівнях)		
	<p>застосовує властивості функцій до розв'язування рівнянь і нерівностей;</p> <p>пояснює зміст понять «рівносильні перетворення рівнянь та нерівностей», «рівняння-наслідки»;</p> <p>використовує їх при розв'язуванні рівнянь та нерівностей</p>	<p>застосовує властивості функцій та многочленів до розв'язування рівнянь і нерівностей;</p> <p>описує зміст понять «рівняння-наслідок» і «рівносильні перетворення рівнянь та нерівностей»;</p> <p>використовує їх при розв'язуванні рівнянь та нерівностей;</p> <p>розв'язує нерівності за допомогою методу інтервалів; рівняння і нерівності, які містять знак модуля і параметри;</p> <p>будує нескладні графіки рівнянь та нерівностей із двома змінними;</p> <p>користується методом мат. індукції</p>

Продовження табл. В.4

Навчальні досягнення учнів		
На рівні стандарту учень (учениця):	На академічному рівні учень (учениця)	На профільному рівні учень (учениця):
Тема 2. Степенева функція		
<p>обчислює, оцінює та порівнює значення виразів, які містять степені з раціональними показниками, корені; розпізнає та зображує графіки степеневих функцій; моделює реальні процеси за допомогою степеневих функцій</p>	<p>формулює означення кореня n-го степеня, арифметичного кореня n-го степеня, степеня з раціональним показником, властивості коренів та степеня з раціональним показником; обчислює, оцінює та порівнює значення виразів, які містять степені з раціональними показниками, корені; розпізнає та зображує графіки степеневих функцій; моделює реальні процеси за допомогою степеневих функцій; розв'язує нескладні ірраціональні рівняння</p>	<p>формулює означення кореня n-го степеня, арифметичного кореня n-го степеня, степеня з раціональним показником, властивості коренів та степеня з раціональним показником; обчислює, оцінює та порівнює значення виразів, які містять степені з раціональними показниками, корені; зображує графік степеневої функції; розв'язує ірраціональні рівняння та нерівності, зокрема з параметрами; застосовує властивості функцій до розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей</p>
Тема 3. Тригонометричні функції		
<p>вміє переходити від радіанної міри кута до градусної й навпаки; встановлює відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі; обчислює значення тригонометричних</p>	<p>виконує перехід від радіанної міри кута до градусної і навпаки; встановлює відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі;</p>	<p>виконує перехід від радіанної міри кута до градусної і навпаки; встановлює відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі; обчислює значення тригонометричних</p>

Продовження табл. В.4

Навчальні досягнення учнів		
На рівні стандарту учень (учениця):	На академічному рівні учень (учениця)	На профільному рівні учень (учениця):
<p>виразів і наближені значення тригонометричних виразів із заданою точністю за допомогою обчислювальних засобів;</p> <p>розпізнає і будує графіки тригонометричних функцій; ілюструє властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків;</p> <p>перетворює нескладні тригонометричні вирази; застосовує тригонометричні функції до опису реальних процесів, зокрема гармонічних коливань</p>	<p>формулює означення синуса, косинуса, тангенса, котангенса кута і числового аргументу; властивості тригонометричних функцій;</p> <p>розпізнає і будує графіки тригонометричних функцій; ілюструє властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків; обчислює значення тригонометричних виразів;</p> <p>перетворює нескладні тригонометричні вирази; застосовує тригонометричні функції до опису реальних процесів, зокрема гармонічних коливань</p>	<p>виразів за допомогою тотожних перетворень;</p> <p>формулює означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кута числового аргументу; властивості тригонометричних функцій; властивості періодичних функцій;</p> <p>будує графіки періодичних функцій;</p> <p>ілюструє властивості періодичних функцій за допомогою графіків;</p> <p>перетворює тригонометричні вирази</p>
Тема 4. Тригонометричні рівняння і нерівності		
	описує зміст понять «обернена функція», «обернені тригонометричні	

Продовження табл. В.4

Навчальні досягнення учнів		
На рівні стандарту учень (учениця):	На академічному рівні учень (учениця)	На профільному рівні учень (учениця):
<p>розв'язує найпростіші тригонометричні рівняння</p>	<p>функції»;</p> <p>обґрунтовує розв'язки найпростіших тригонометричних рівнянь, нерівностей;</p> <p>розв'язує нескладні тригонометричні рівняння та найпростіші нерівності</p>	<p>формулює означення обернених тригонометричних функцій;</p> <p>обґрунтовує формули коренів тригонометричних рівнянь $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$;</p> <p>розв'язує тригонометричні рівняння та нерівності, зокрема з параметрами</p>
Тема 5. Похідна та її застосування		
<p>розуміє значення поняття похідної для опису реальних процесів, зокрема механічного руху;</p> <p>знаходить швидкість змінення величини в точці;</p> <p>знаходить кутовий коефіцієнт і кут</p>	<p>пояснює геометричний та фізичний зміст похідної;</p> <p>формулює правила диференціювання, достатні умови зростання і спадання функції, умови екстремуму функції;</p>	<p>формулює означення границі послідовності і границі функції в точці; неперервності функції;</p> <p>формулює основні властивості границі функції та використовує їх для знаходження границь заданих функцій;</p> <p>пояснює геометричний і фізичний зміст похідної;</p> <p>формулює означення похідної функції в точці, правила диференціювання,</p>

Продовження табл. В.4

Навчальні досягнення учнів		
На рівні стандарту учень (учениця):	На академічному рівні учень (учениця)	На профільному рівні учень (учениця):
<p>нахилу дотичної до графіка функції в даній точці;</p> <p>диференціює функції, використовуючи таблицю похідних і правила диференціювання;</p> <p>застосовує похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції;</p> <p>знаходить найбільше і найменше значення функції;</p> <p>розв'язує нескладні прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин</p>	<p>називає похідні основних елементарних функцій;</p> <p>знаходить похідні функцій, користуючись таблицею похідних і правилами диференціювання;</p> <p>застосовує похідну для знаходження проміжків монотонності й екстремумів функції;</p> <p>знаходить найбільше і найменше значення функції на відрізку;</p> <p>розв'язує нескладні прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин</p>	<p>достатні умови зростання і спадання функції, необхідні й достатні умови екстремуму функції;</p> <p>знаходить кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції в даній точці;</p> <p>знаходить похідні функцій;</p> <p>застосовує похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції;</p> <p>знаходить найбільше і найменше значення функції;</p> <p>досліджує функції за допомогою похідної та будує графіки функцій;</p> <p>розв'язує прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин;</p> <p>а також:</p> <p>застосовує результати дослідження функції за допомогою похідної до розв'язування рівнянь і нерівностей та</p>

Продовження табл. В.4

Навчальні досягнення учнів		
На рівні стандарту учень (учениця):	На академічному рівні учень (учениця)	На профільному рівні учень (учениця):
		доведення нерівностей; описує поняття опуклості та точки перегину функції; застосовує другу похідну до знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину; досліджує функції за допомогою першої та другої похідних і використовує одержані результати для побудови графіків функцій
Тема 6. Показникова і логарифмічна функції		
розпізнає і будує графіки показникової і логарифмічної функцій; ілюструє властивості показникової і логарифмічної функцій за допомогою графіків; застосовує показникову та.	формулює властивості логарифмів, показникової та логарифмічної функцій; будує графіки показникових і логарифмічних функцій; ілюструє властивості показникової та логарифмічної функцій за допомогою графіків; перетворює нескладні показникові та логарифмічні вирази;	формулює означення показникової і логарифмічної функцій та їх властивості; формулює означення логарифма та властивості логарифмів; будує графіки показникових і логарифмічних функцій; перетворює вирази, які містять логарифми; знаходить похідні показникових,

Продовження табл. В.4

Навчальні досягнення учнів		
На рівні стандарту учень (учениця):	На академічному рівні учень (учениця)	На профільному рівні учень (учениця):
логарифмічну функції до опису реальних процесів; розв'язує найпростіші показникові та логарифмічні рівняння і нерівності	розв'язує нескладні показникові та логарифмічні рівняння і нерівності	логарифмічних, степеневих функцій і застосовує їх до дослідження цих класів функцій; розв'язує показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та їх системи, зокрема з параметрами
Тема 7. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики		
обчислює відносну частоту події; обчислює ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами; пояснює зміст середніх показників та характеристик вибірки; знаходить числові характеристики вибірки даних	обчислює відносну частоту події; обчислює ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами; пояснює зміст середніх показників та характеристик вибірки; знаходить числові характеристики вибірки даних	обчислює відносну частоту події; обчислює ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами; пояснює зміст середніх показників та характеристик вибірки; знаходить числові характеристики вибірки даних
Тема 8. Інтеграл та його застосування		
знаходить первісні за допомогою таблиці первісних та їх властивостей;	формулює означення первісної та її основні властивості; описує поняття визначеного інтеграла;	формулює означення первісної і невизначеного інтеграла та їх основні властивості; описує поняття визначеного інтеграла; формулює властивості визначеного інтеграла; знаходить первісні та визначений

Продовження табл. В.4

Навчальні досягнення учнів		
На рівні стандарту учень (учениця):	На академічному рівні учень (учениця)	На профільному рівні учень (учениця):
<p>виділяє первісну, що задовольняє задані початкові умови;</p> <p>обчислює інтеграл за допомогою таблиці первісних та їх властивостей;</p> <p>знаходить площі криволінійних трапецій</p>	<p>виділяє первісну, що задовольняє задані початкові умови;</p> <p>обчислює інтеграл, використовуючи формулу Ньютона — Лейбніца;</p> <p>знаходить площі криволінійних трапецій</p>	<p>інтеграл за допомогою правил знаходження первісних та перетворень</p>
Тема 9. Рівняння, нерівності та їх системи. Узагальнення та систематизація		
		<p>розрізняє види рівнянь та їх систем, нерівностей та їх систем, методи розв'язування рівнянь і нерівностей та їх систем;</p> <p>обґрунтовує рівносильність виконаних перетворень;</p> <p>застосовує загальні методи та прийоми до розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем;</p> <p>розв'язує рівняння, нерівності, системи рівнянь та нерівностей з параметрами;</p> <p>за описами реальних ситуацій</p> <p>розв'язує задачі, моделями яких є відомі рівняння або системи рівнянь</p>

Таблиця В.6

Професійно спрямовані задачі у змісті підручників алгебри і початків аналізу (академічний, профільний рівень)

Змістові лінії	Числа і дії над ними	Вирази і їх перетворення	Рівняння і нерівності	Функції	Комбінаторика, елементи статистики і теорії ймовірностей
Підручники «Алгебра і початки аналізу. 10 клас» (автор Є. П. Нелін) видавництва «Гімназія» (академічний рівень) [409]	+	+	+	+	
«Алгебра і початки аналізу. 10 клас» (автори А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировський, В. Б. Полонський, М. С. Якір) видавництва «Гімназія» (академічний рівень) [378]	+	+	+	+	
«Алгебра і початки аналізу. 10 клас» (автор Є. П. Нелін) видавництва «Гімназія» (профільний рівень) [410]	+	+	+	+	
«Алгебра і початки аналізу. 10 клас» (автори А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировський, В. Б. Полонський, М. С. Якір) видавництва «Гімназія» (профільний рівень) [379]	+	+	+	+	
«Алгебра і початки аналізу. 11 клас» (автори Є. П. Нелін, О. Є. Долгова) видавництва «Гімназія» (академічний, профільний рівень) [408]		+	+	++	++
«Алгебра і початки аналізу. 11 клас» (автори А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировський, В. Б. Полонський, М. С. Якір) видавництва «Гімназія» (академічний, профільний рівень) [380]	+	+	+	++	++
«Алгебра і початки аналізу. 11 клас» (автори Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г.) видавництва «Гене́за» (академічний, профільний рівень) [38]	+	+	+	++	++

Професійно спрямовані задачі у змісті підручників геометрії (академічний, профільний рівень)

Підручники	Змістові лінії		
	Геометричні фігури і їхні властивості	Геометричні величини і їх вимірювання	Координати і вектори у просторі
«Геометрія 10 клас» (автори Єршова А. П., Голобородько В. В., Крижановський О. Ф., Єршов С. В.) видавництва «Ранок» (рівень стандарту, академічний рівень) [165]	+	+	
«Геометрія. 10 клас» (автори Бурда М. І., Тарасенкова Н. А.) видавництва «Зодіак - ЕКО» (академічний рівень) [76]	++	++	
«Геометрія. 10 клас» (автори Швець В. О., Білянін Г. І., Білянїна О. Б.) видавництва «Генеза» (академічний рівень) [619]	+	-	
«Геометрія. 10 клас. Дворівневий підручник» (автор Є. П. Нелін) видавництва «Гімназія» (академічний, профільний рівень) [412]	+	-	
«Геометрія. 10 клас» (автор Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров) видавництва «Генеза» (профільний рівень) [39]	+	-	
«Геометрія. 11 клас» (автори Бурда М. І., Тарасенкова Н. А., Богатирьова І. М., Коломієць О. М., Сердюк З. О.) видавництва «Зодіак - ЕКО» (академічний, профільний рівень) [77]	++	++	+
«Геометрія. 11 клас» (автор Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров) видавництва «Генеза» (академічний, профільний рівень) [42]	-	+	-

Продовження табл. В.7

Підручники	Змістові лінії	Геометричні фігури і їхні властивості	Геометричні величини і їх вимірювання	Координати і вектори у просторі
«Геометрія 11 клас» (автори Єршова А. П., Голобородько В. В., Крижановський О. Ф., Єршов С. В.) видавництва «Ранок» (<i>академічний профільний рівень</i>) [166]		-	+	-
«Геометрія 11 клас» (автор Апостолова Г. В.) видавництва «Генеза» (<i>академічний рівень, профільний рівень</i>) [18]		-	++	-

У таблицях В.5 – В.7 використано наступні позначки:

«++» – систематична пропозиція задач;

«+» – нерегулярна (епізодична) пропозиція задач;

«-» – задачі практичного та прикладного змісту відсутні.

Додаток Д

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КОМПОНЕНТІВ
МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНОГО НАВЧАННЯ
МАТЕМАТИКИ

Д.1. Методичні особливості застосування задачного підходу до навчання математики (на прикладі уведення до змісту навчання окремих тем курсу стереометрії професійно спрямованих задач)

1) *Методика формування інтересу учнів до професійної сфери «математика» за допомогою системи пізнавальних задач та розв'язування задач різними способами (на прикладі стереометрії).*

На розвиток пізнавальних інтересів учнів позитивно впливає розв'язання пізнавальних задач. Такі задачі можна пропонувати учням при вивченні різних тем стереометрії. Наприклад, в темі «**Многогранники**» можна запропонувати такі задачі:

Задача Д.1. Дівчинка вирізала з центральної частини кавуна кубик. Скільки частин кавуна залишилось?

Задача Д.2. В правильній призмі $ABCA_1B_1C_1$ $AB = 10$ м, $AA_1 = 5$ м. Равлик може рухатися по поверхні призми зі швидкістю 1 м/год, але не більше 10 год. Чи зможе він добратися із середини ребра AB снови ABC до середини ребра BC ?

Задача Д.3. Скільки граней у шестигранного олівця?

Вивчаючи тему «**Об'єми тіл**» учням цікаво буде розв'язати такі задачі:

Задача Д.4. Будівельна цеглина важить 4 кг. Яка вага іграшкової цеглини, виготовленої з того самого матеріалу, усі розміри якої в чотири рази менші?

Задача Д.5. На ринку продаються два кавуни різних розмірів. Один на четверту частину ширший за інший, коштує він в 1,5 рази дорожче. Який із них вигідніше купити?

Задача Д.6. М'якоть вишні оточує кістку шаром такої ж товщини, як і сама кістка. Будемо вважати, що і вишня, і кістка мають форму шариків. У скільки разів об'єм соковитої частини вишні більше об'єму кістки?

Головна функція розв'язання пізнавальних задач полягає ще й в тому, щоб переконати учнів, що належне значення геометрії полягає не лише в умінні перелічувати властивості фігур, але і в мистецтві розпоряджатися ними на практиці для розв'язання реальних задач.

Різновидом пізнавальних задач, на нашу думку, є задачі прикладного змісту. Розв'язування на уроках стереометрії таких задач допомагає учням розширити свій світогляд, глибше зрозуміти абстрактний теоретичний матеріал. Завдання прикладного змісту використовують для організації фронтальної, парної, групової та індивідуальної роботи учнів. Такі форми роботи й підбір матеріалу дуже зацікавляють школярів і спонукають до активної участі на кожному уроці.

Пропонуємо добірку таких задач з різних тем стереометрії [21].

Тема «Об'єм куба».

Задача Д.7. Три латунні куби з ребрами 3 см, 4 см і 5 см переплавили в один куб. Яку довжину має ребро цього куба?

Задача Д.8. Металевий куб має зовнішнє ребро $a = 10,2$ см і масу $m = 514,15$ г. Товщина стінок $n = 0,1$ см. Знайдіть густину металу, з якого виготовлено куб.

Розв'язання. За умовою задачі дано металевий куб із зовнішнім ребром $a = 10,2$ см і товщиною стінок 0,1 см. Знайдемо об'єми кубів з ребрами $a_1 = 10,2$ см і $a_2 = 10$ см:

$$V_1 = a_1^3, V_1 = 10,2^3 = 1061,208 \text{ (см}^3\text{)}.$$

$$V_2 = a_2^3, V_2 = 10^3 = 1000 \text{ (см}^3\text{)}.$$

Отже, об'єм металу, з якого виготовлено куб, дорівнює: $V = V_1 - V_2$,

$$V = 61,208 \text{ (см}^3\text{)}.$$

Відомо, що маса металу $m = 514,15$ г. Знайдемо його густину за формулою: $\rho = \frac{m}{V}$, $\rho = 514,15 : 61,208 \approx 8,4$ (г/см³).

Відповідь: 8,4 г/см³.

Задача Д.9. Чавунний порожнистий куб, зовнішнє ребро якого 260 мм, має товщину стінок 30 мм. Знайдіть його масу.

Тема «Об'єм прямокутного паралелепіпеда».

Задача Д.10. Вимагається встановити резервуар для води місткістю 10 м³ на площі розміром 2,5 м × 1,75 м, яка є для нього дном. Знайдіть висоту резервуара.

Розв'язання. За умовою задачі дано прямокутний паралелепіпед з об'ємом 10 м³, в основі якого – прямокутник зі сторонами 2,5 м і 1,75 м.

Знайдемо площу основи: $S = 2,5 \cdot 1,75 = 4,375$ (м²).

Об'єм паралелепіпеда обчислюється за формулою: $V = S \cdot H$. Отже, висота резервуара: $H = 10 : 4,375 \approx 2,29$ (м).

Відповідь: 2,29 м.

Задача Д.11. Пліт виготовлено з 16 балок прямокутного перерізу, кожна з яких 3,6 м довжиною, 0,2 м шириною і 0,25 м товщиною. Який найбільший вантаж може він підняти, щоб не потонути?

Задача Д.12. Для обліку дров, що поступають в котельню, зроблено мірку завдовжки 1,5 м (рис. Д.1). Дрова, що привозяться, мають різну довжину: 54 см, 71 см і 1 м. Визначте висоту кладки для кожного розміру, якщо одиниця вимірювання в усіх випадках – кубічний метр.

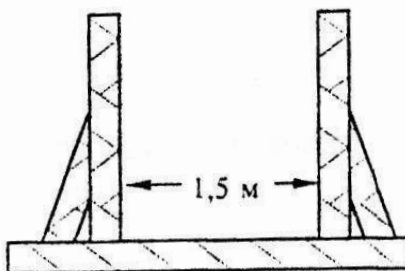


Рис. Д.1

Задача Д.13. Прямокутний золотий лист має розміри $4,7 \text{ см} \times 6,2 \text{ см}$ і масу $6,3 \text{ г}$. Знайдіть товщину листа.

Тема «Об'єм прямої призми».

Задача Д.14. Залізничний насип дано в перерізі, розміри вказані в метрах (рис. Д.2). Знайдіть, скільки кубічних метрів землі припадає на 1 км насипу.

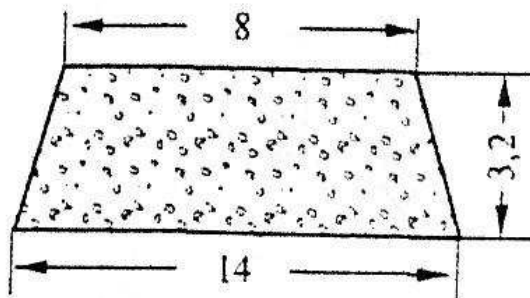


Рис. Д.2

Розв'язання. За умовою задачі дано пряму призму висотою $H = 1000 \text{ м}$, в основі якої – трапеція висотою $h = 3,2 \text{ м}$ і основами $a = 8 \text{ м}$, $b = 14 \text{ м}$.

Знайдемо площу основи: $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$, $S = (8 + 14) \cdot 3,2 : 2 = 35,2 \text{ (м}^2\text{)}$.

Об'єм прямої призми обчислимо за формулою: $V = S \cdot H$, $V = 35,2 \cdot 1000 = 35200 \text{ (м}^3\text{)}$.

Отже, 35200 м^3 землі припадає на 1 км насипу.

Відповідь: 35200 м^3 .

Тема «Об'єм циліндра».

Задача Д.15. Маса стовпчика ртуті в термометрі завдовжки $15,6 \text{ см}$ дорівнює $5,2 \text{ г}$. Знайдіть площу поперечного перерізу стовпчика.

Задача Д.16. Насос, що подає воду в паровий казан, має два водяні циліндри. Розміри кожного циліндра: хід поршня 150 мм , діаметр 80 мм . Визначте погодинну продуктивність насоса, якщо відомо, що кожен поршень робить 50 робочих ходів за 1 хвилину.

Задача Д.17. Сталевий вал довжиною 1,4 м і діаметром 0,083 м обточують на токарному верстаті, причому діаметр його зменшується на 0,003 м. Скільки маси він втрачає завдяки обточуванню?

Задача Д.18. Свинцева труба з товщиною стінок 4 мм має внутрішній діаметр 13 мм. Яка маса 25 м цієї труби? [21].

Тема «Об'єм конуса».

Задача Д. 19. Купа щебеня має конічну форму, радіус основи якої 2 м і твірна 3,5 м. Скільки треба возів, щоб перевезти щебінь, укладений в десяти таких купках? Маса 1 м³ щебеня дорівнює 3 т. На один віз вантажать 0,5 т.

Задача Д.20. Скирда сіна має форму циліндра з конічним верхом. Радіус основи дорівнює 2,5 м, висота – 4 м, причому циліндрична частина скирди має висоту 2,2 м. Питома вага сіна 0,03 г/см³. Визначте масу скирди сіна.

Задача Д.21. Рідину наливо в конічну ємкість висотою 0,18 м і діаметром основи 0,24 м. Її переливають у циліндричну ємкість діаметром основи 0,1 м. Як високо стоятиме рівень рідини?

Задача Д.22. Із жерсті вирізали сектор радіусом 20 см, центральним кутом 250° і згорнули в конус. Знайдіть об'єм конуса.

Розв'язання. За умовою задачі сектор згорнули в конус. Отже, радіус сектора дорівнює твірній – 0,2 м. Знайдемо довжину основи конуса за

формулою довжини дуги сектора: $\ell = \frac{\pi R n}{180^\circ}$, де $n = 250^\circ$.

$$\ell = \frac{0,2\pi \cdot 250^\circ}{180^\circ} = 0,27\pi \text{ (м)}.$$

Отже, радіус основи конуса: $R = \frac{\ell}{2\pi}$, $R = \frac{0,27\pi}{2\pi} = 0,135 \text{ (м)}$.

Розглянемо прямокутний трикутник SOA , де SO – висота конуса, SA – твірна, OA – радіус основи (рис. Д.3).

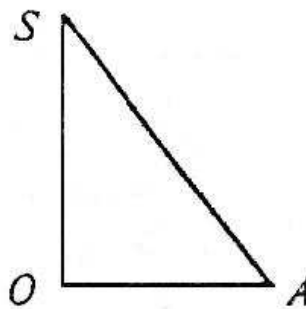


Рис. Д.3

За теоремою Піфагора: $SO^2 = SA^2 - OA^2$, $SO^2 = 0,2^2 - 0,135^2$,
 $SO = 0,14$. Отже, висота конуса $0,14$ м.

Об'єм конуса обчислимо за формулою: $V = \frac{\pi R^2 H}{3}$.

$$V = \frac{3,14 \cdot 25 \cdot 0,14}{3} \approx 0,0028 (\text{м}^3) \approx 2,8 (\text{дм}^3).$$

Відповідь: $2,8 \text{ дм}^3$.

Тема «Об'єм зрізаної піраміди».

Задача Д.23. Скільки літрів води вміщує яма, яку вирито у вигляді зрізаної піраміди, якщо глибина ями $1,5$ м, сторона нижньої квадратної основи $0,8$ м, а верхньої – $1,2$ м?

Задача Д.24. Яма, що має вигляд правильної чотирикутної зрізаної піраміди, вміщує 349 л води. Знайдіть її глибину, якщо сторона нижньої основи дорівнює $1,4$ м, а верхньої – $2,3$ м.

Задача Д.25. Гранітна підставка має вигляд зрізаної піраміди висотою $3,6$ м, в основі якої лежить квадрат. Сторони основи $a = 2,8$ м і $b = 2$ м. Знайдіть масу підставки.

Тема «Об'єм кулі».

Задача Д.26. Кожна чавунна куля регулятора має масу 10 кг. Знайдіть діаметр кожної кулі.

Задача Д.27. Необхідно перелити в одну кулю дві чавунні кулі діаметрами $d_1 = 25$ см і $d_2 = 35$ см. Знайдіть діаметр нової кулі. (Чад до уваги не береться).

Задача Д.28. З куба виточено найбільшого розміру кулю. Скільки відсотків матеріалу сточено?

Задача Д.29. Є шматок свинцю масою 1 кг. Скільки кульок діаметром 1 см можна відлити з цього шматка?

Тема «Площа поверхні зрізаного конуса.»

Задача Д.30. Скільки квадратних метрів латунного листа необхідно, щоб зробити рупор, діаметр одного кінця якого дорівнює 0,43 м, другого кінця – 0,036 м і твірна – 1,42 м?

Задача Д.31. Над казаном встановлено ковпак у формі зрізаного конуса, розміри якого (у метрах) подано на рис. Д.4. Скільки квадратних метрів листового заліза піде для його виготовлення? (Відходи не беруться до уваги).

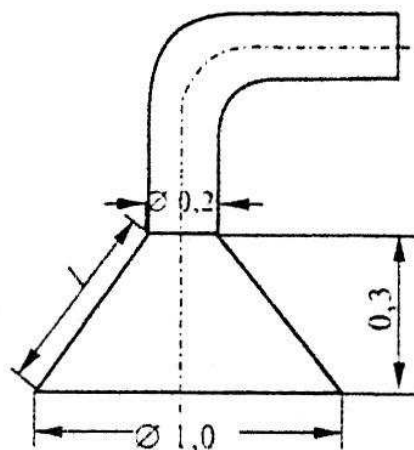


Рис. Д.4

Розв'язання. За умовою задачі дано зрізаний конус з радіусом основ 0,1 м і 0,5 м, та висотою 0,3 м. Знайдемо площу бічної поверхні зрізаного конуса за формулою: $S = \pi \ell (R + r)$, де ℓ – твірна конуса, R і r – радіуси основ.

Розглянемо прямокутний трикутник SOA (рис. Д.4.), де SO – висота конуса, SA – твірна, $OA = R - r$. Обчислимо твірну конуса SA за теоремою Піфагора: $SA^2 = SO^2 + OA^2$, $SA^2 = 0,16 + 0,09 = 0,25$, $SA = 0,5$.

Отже, $S = 3,14 \cdot 0,5 \cdot (0,1 + 0,5) = 0,942$ (м²).

Для виготовлення казана необхідно 0,942 м² заліза.

Відповідь: 0,942 м².

2) Розв'язування задач різними способами. Зупинимось на координатному і векторному методах.

Щоб розв'язати задачу векторним методом, необхідно спочатку подані в задачі співвідношення перекласти на «мову векторів», тобто записати їх відповідними векторними рівностями (таблиця Д.1), потім, користуючись правилами векторної алгебри, ці векторні рівності перетворити і від мови векторів знову перейти до мови геометрії.

Таблиця Д.1

Геометричні співвідношення і векторні рівності

№ п/п	Мовою геометрії	Мовою векторів
1.	A збігається з A_1	$\overrightarrow{AA_1} = \vec{0}$, або $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1}$
2.	$AB \parallel CD$	$\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{CD}$
3.	C належить прямій AB	$\overrightarrow{CA} = k \cdot \overrightarrow{CB}$
4.	C – точка відрізків AB і AC : $CB = m : n$	$\overrightarrow{AC} = \frac{m}{n} \overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{m}{m+n} \overrightarrow{AB}$
5.	D – точка площини ABC	$\overrightarrow{DB} = a \cdot \overrightarrow{DA} + b \cdot \overrightarrow{DC}$
6.	Відрізки AB і CD рівні	$ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} $
7.	$AB \perp CD$	$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$
8.	$\angle AOB = \varphi$	$\cos \varphi = \frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}}{ \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} }$
9.	M – середина відрізків AB	$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$
10.	M – центроїд $\triangle ABC$	$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$
11.	M – центроїд тетраедра $ABCD$	$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$
12.	C – точка відрізків AB і AC : $CB = m : n$	$\overrightarrow{OC} = \frac{n}{m+n} \overrightarrow{OA} + \frac{m}{m+n} \overrightarrow{OB}$
13.	C – точка прямої AB	$\overrightarrow{OC} = k \cdot \overrightarrow{OA} + (1-k) \overrightarrow{OB}$
14.	D – точка площини ABC	$\overrightarrow{OD} = \alpha \cdot \overrightarrow{OA} + \beta \cdot \overrightarrow{OB} + (1-\alpha-\beta) \overrightarrow{OC}$

Задача Д.32. Доведіть, що відрізки, які сполучають точки перетину медіан протилежних бічних граней довільної чотирикутної піраміди проходять через одну точку і діляться нею пополам.

Розв'язання. Нехай K і P – точки перетину медіан граней ABC і ADE піраміди $ABCDE$ (рис. Д.5.), а S і T – точки перетину медіан двох інших її бічних граней. Тоді, позначивши середини відрізків KP і ST буквами M і M_1 і взявши довільну точку O простору, матимемо:

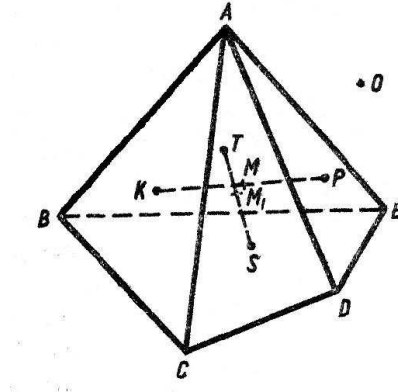


Рис. Д.5

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{OP}) = \frac{1}{6}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE}),$$

$$\overrightarrow{OM_1} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{OT}) = \frac{1}{6}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE}).$$

Отже, $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1}$, точки M і M_1 збігаються. А це й означає, що M – середина кожного з відрізків KP і ST .

Задачу можна розв'язати й інакше (також векторним методом).

Позначивши $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{e}$, неважко визначити, що:

$$\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c}), \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}(\vec{d} + \vec{e}), \overrightarrow{AS} = \frac{1}{3}(\vec{c} + \vec{d}), \overrightarrow{AT} = \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{e}).$$

Тоді $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e}), \overrightarrow{AM_1} = \frac{1}{6}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b} + \vec{e}).$

Отже, $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AM_1}$, тобто точки M і M_1 збігаються. Доведено.

Задача Д.33. Доведіть, що сума квадратів відстаней від довільної точки сфери до вершини вписаного в коло її великого круга правильного трикутника стала.

Розв'язання. Нехай центр O правильного трикутника ABC є також центром сфери, описаної навколо цього трикутника (рис. Д.6), а X – довільна точка цієї сфери. Доведемо, що $\sigma = XA^2 + XB^2 + XC^2$ – не залежить від того, де саме на сфері взято точку X .

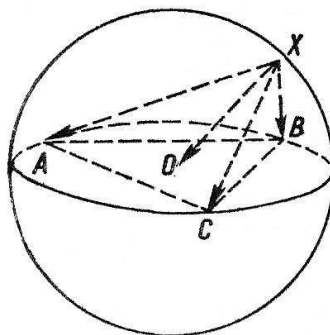


Рис. Д.6.

Запишемо три очевидні векторні рівності і піднесемо кожен з них до квадрата (скалярно):

$$\overrightarrow{XA} = \overrightarrow{XO} + \overrightarrow{OA}, XA^2 = XO^2 + OA^2 + 2\overrightarrow{XO} \cdot \overrightarrow{OA},$$

$$\overrightarrow{XB} = \overrightarrow{XO} + \overrightarrow{OB}, XB^2 = XO^2 + OB^2 + 2\overrightarrow{XO} \cdot \overrightarrow{OB},$$

$$\overrightarrow{XC} = \overrightarrow{XO} + \overrightarrow{OC}, XC^2 = XO^2 + OC^2 + 2\overrightarrow{XO} \cdot \overrightarrow{OC}.$$

Додамо три рівності другого стовпчика і врахуємо, що $XO^2 = OA^2 = OB^2 = OC^2 = R^2$, де R – радіус сфери. Дістанемо:

$$\sigma = 6R^2 + 2 \cdot \overrightarrow{XO} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}).$$

Оскільки точка O – центр трикутника ABC , то $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$, $\sigma = 6R^2$; тому, де б на даній сфері не брати точку X , сума квадратів відстаней від неї до A , B і C однакова і дорівнює $6R^2$.

Основна перевага векторного методу розв'язання задач у тому, що він дає можливість робити далекосяжні узагальнення. Наприклад, розв'язавши щойно розглянуту задачу про вписаний правильний трикутник, ми вже без будь-яких труднощів можемо розв'язати аналогічну задачу про правильний чотири-

п'яти- і взагалі n -кутник. Для цього досить вписати і піднести до квадрата не три векторні рівності, а n :

$$\overrightarrow{XA_i} = \overrightarrow{XO} + \overrightarrow{OA_i}, XA_i^2 = XO^2 + OA_i^2 + 2\overrightarrow{XO} \cdot \overrightarrow{OA_i}.$$

Додавши n таких рівностей, дістанемо $\sigma_n = 2n \cdot R^2$.

Координатний метод використовують, якщо, розв'язуючи геометричну задачу, оперують координатами окремих точок, рівняннями ліній або поверхонь. Цим методом можна розв'язувати і планіметричні, і стереометричні задачі. У першому випадку розглядають систему координат на площині, у другому – в тривимірному просторі.

Координатний метод часто поєднують з векторним, розглядаючи вектори, задані своїми координатами. Але це не обов'язково. Можна зовсім не використовувати поняття вектора, оперуючи координатами окремих точок та відомими учням рівняннями ліній і поверхонь.

Раціональність розв'язання стереометричної задачі координатним методом значною мірою залежить від того, як розглядувану фігуру розмістити відносно координатних осей. Найзручніше цим методом користуватись тоді, коли йдеться про фігури, що мають прямий тригранний кут. У цьому разі осі координат доцільно розмістити в напрямі ребер тригранного кута. Але не тільки такі задачі можна розв'язувати координатним методом.

При доборі задач радимо користуватися натупним джерелом Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач: посібник для вчителя. / Г. П. Бевз. – К.: Рад. шк., 1988. – 192 с.

Покажемо приклади деяких задач [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

Задача Д.34. У тетраедрі $DABC$ є пара мимобіжних взаємно перпендикулярних ребер: $AD \perp BC$. Доведіть, що суми квадратів довжин двох інших пар мимобіжних ребер рівні між собою.

Розв'язання

Розмістимо тетраедр так, щоб його вершина A збігалась з початком координат, ребро AD належало осі OZ , а ребро BC було паралельно осі OX (рис. Д.7). Запишемо координати вершин тетраедра: $A(0; 0; 0)$, $B(a; b; c)$, $C(m; b; c)$, $D(0; 0; h)$. При такому розміщенні тетраедра ординати і аплікати точок B і C будуть однакові.

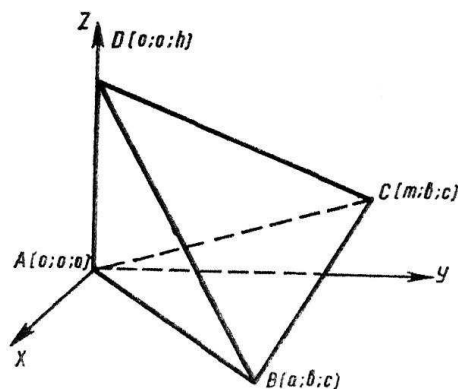


Рис. Д.7

Тепер визначимо суми квадратів згаданих довжин ребер:

$$AB^2 + DC^2 = a^2 + b^2 + c^2 + m^2 + b^2 + (c - h)^2;$$

$$AC^2 + DB^2 = m^2 + b^2 + c^2 + a^2 + b^2 + (c - h)^2.$$

Отже, $AB^2 + DC^2 = AC^2 + DB^2$, що й треба було довести.

Тетраедр $ABCD$ відносно системи координат можна розмістити й так, як показано на рис. Д.8. Результати будуть однакові.

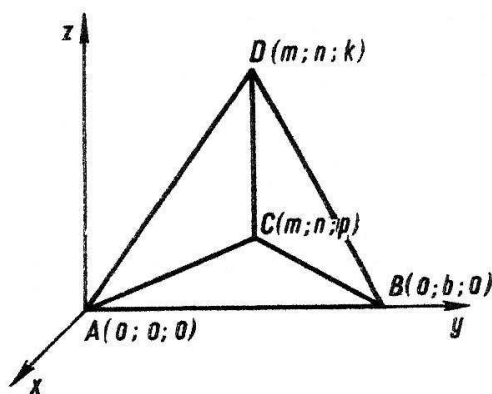


Рис. Д.8

Слід зауважити учням, що коли в задачі йдеться про суми квадратів яких-небудь відстаней, то найчастіше таку задачу зручно розв'язати або за допомогою скалярного добутку векторів, або координатним методом.

Задача Д.35. Сфера дотикається до трьох граней куба, які мають спільну вершину, і ділить кожне з трьох ребер, що виходять з протилежної вершини, на частини 2 і 8. Визначити радіус сфери.

Розв'язання

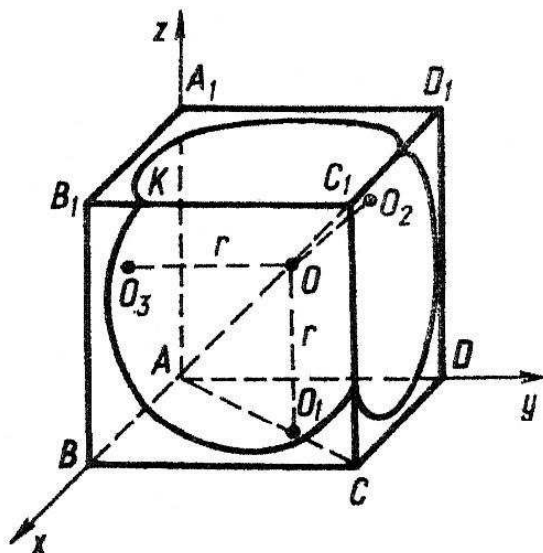


Рис. Д.9

Розмістимо куб і сферу в прямокутній системі координат (рис. Д.9). (Щоб не ускладнювати малюнок, на ньому зображено лише лінії перетину сфери з гранями куба). Довжина ребра куба $B_1C_1 = 2 + 8 = 10$. Тому координати точки перетину сфери з ребром B_1C_1 будуть: $K(10; 2; 10)$. Позначимо радіус сфери буквою r . Тоді центр сфери матиме координати $O(r; r; r)$, а її рівняння буде: $(r - x)^2 + (r - y)^2 + (r - z)^2 = r^2$.

Оскільки точка K із зазначеними координатами належить сфері, то:

$$(r - 10)^2 + (r - 2)^2 + (r - 10)^2 = r^2, \text{ звідки}$$

$$r^2 - 22r + 102 = 0, \quad r_1 = 11 - \sqrt{19}, \quad r_2 = 11 + \sqrt{19}.$$

Задачу задовольняє тільки менше значення кореня рівняння, бо, щоб сфера дотикалась до граней куба (а не до їх продовжень), її радіус повинен бути менший від ребер куба. Отже, $r = 11 - \sqrt{19}$.

Відповідь: $r = 11 - \sqrt{19}$ (од.).

Пропонуємо задачу, яку можна розв'язати двома способами

Задача Д.36. Доведіть, що всі три відрізки, які сполучають середини протилежних ребер довільного тетраедра, проходять через одну точку і діляться нею навпіл.

Розв'язання

Координатним методом

Помістимо тетраедр $ABCD$ в прямокутну систему координат (рис. Д.10а), і задамо координати його вершин: $A(m; n; h)$, $B(0; 0; 0)$, $C(c; b; 0)$, $D(a; 0; 0)$.

Позначивши буквами M , M_1 , M_2 середини відрізків KL , EF , PT , запишемо їх координати:

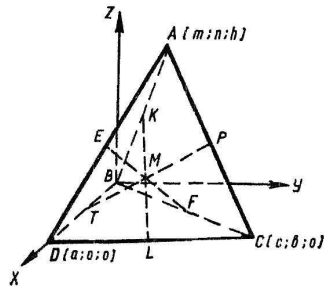


Рис. Д.10 а)

$$K\left(\frac{m}{2}; \frac{n}{2}; \frac{h}{2}\right); L\left(\frac{a+c}{2}; \frac{b}{2}; 0\right);$$

$$M\left(\frac{m+a+c}{2}; \frac{n+b}{2}; \frac{h}{2}\right);$$

$$E\left(\frac{m+a}{2}; \frac{n}{2}; \frac{h}{2}\right), F\left(\frac{c}{2}; \frac{b}{2}; 0\right),$$

$$M_1\left(\frac{m+a+c}{2}; \frac{n+b}{2}; \frac{h}{2}\right),$$

$$P\left(\frac{m+c}{2}; \frac{n+b}{2}; \frac{h}{2}\right), T\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right),$$

$$M_2\left(\frac{m+a+c}{2}; \frac{n+b}{2}; \frac{h}{2}\right).$$

Координати точок M , M_1 , M_2 однакові, отже, це – одна точка.

Векторним методом

Нехай K , E , L , F , P , T – середини ребер тетраедра $ABCD$ (рис. Д.10б), позначимо середини відрізків KL , EF , PT відповідно буквами M , M_1 , M_2 і зафіксуємо довільну точку O . Тоді

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{OL}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}),$$

$$\overrightarrow{OM}_1 = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}),$$

$$\overrightarrow{OM}_2 = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OT}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB}).$$

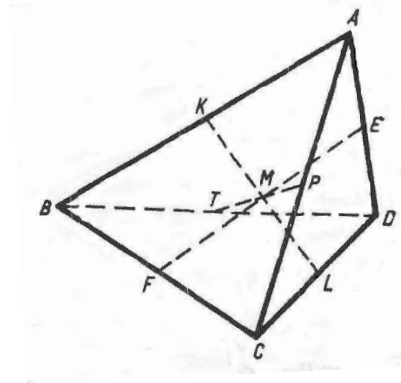


Рис. Д.10 б)

З рівностей видно, що $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM}_1 = \overrightarrow{OM}_2$, а це можливо тільки тоді, коли M , M_1 , M_2 – та сама точка. Отже, M – середина з трьох відрізків KL , EF , PT .

Пропонуємо добірку задач із різних тем стереометрії, до розв'язання яких раціонально застосовувати координатний і векторний методи.

Кут між прямою і площиною.

Задача Д.37. У кубі $ABCD A' B' C' D'$ площина α проходить через вершини A, B', D' , площина β проходить через вершини A', C' і середину M ребра BC . Площини α і β перетинаються по прямій ℓ . Знайти кут між прямою ℓ і площиною грані $ABCD$.

Задача Д.38. Дано куб з основою $ABCD$ і бічними ребрами AA', BB', CC', DD' . Через пряму $B'C$ проведено площину, що перетинає ребро AB і утворює кут 60° із прямою $A'B$. В якому відношенні ця площина поділяє ребро AB ?

Побудова перерізів.

Задача Д.39. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ з основою $ABCD$. Довжина ребра куба дорівнює 1. Точки M і N лежать на ребрах CC_1 і AA_1 відповідно, $CM = \frac{1}{6}$, $AN = \frac{1}{2}$. Побудувати переріз куба площиною, що проходить через точки M і N , паралельно прямій BD_1 .

Задача Д.40. В основі правильної чотирикутної піраміди $SABCD$ лежить квадрат $ABCD$ зі стороною 12. Висота піраміди дорівнює 12. Точка M лежить на ребрі CS , $CM = \frac{2}{3}CS$. Побудувати переріз піраміди площиною, що проходить через середину ребра AB (точку K), паралельно прямим DS і AM .

Периметр і площа перерізу.

Задача Д.41. Квадрат ACC_1A_1 є бічною гранню прямої трикутної призми $ABCA_1B_1C_1$. Точка M лежить на промені A_1C_1 , $A_1M = 3$, $AC = AB = 2$, кут CAB – прямий. Знайти периметр перерізу призми площиною, що проходить через точки M і B паралельно прямій AB_1 .

Задача Д.42. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ з основою $ABCD$. Довжина ребра куба дорівнює 1. Через головну діагональ BD_1 куба проведено площину, що утворює кут 30° із площиною $BB_1 D_1 D$. Знайти площу перерізу.

Об'єм піраміди.

Задача Д.43. Прямокутний трикутник ABC з катетами $AB = 2$, $AC = 4$ лежить в основі трикутної піраміди $SABC$, бічні ребра якої дорівнюють 4. На промені CA позначено точки M і N так, що $CM = 1$, $CN = 6$, на промені BS – точки P і Q так, що $BP = 2$, $BQ = 5$. Знайти об'єм піраміди $MNPQ$.

Задача Д.44. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ ребра основи $ABCD$ дорівнюють 4, бічні ребра піраміди - $\sqrt{17}$. Точки M , N і K – середини ребер SC , SD і SA відповідно. Знайти об'єм піраміди $MNKAD$.

Ортогональна проекція

Задача Д.45. У прямокутному паралелепіпеді $ABCD A' B' C' D'$ ребра $AB = 5$, $AD = 10$, $AA' = 2\sqrt{5}$. Знайти довжину перпендикулярної проекції відрізка $A'B'$ на площину BMD , де M – середина ребра $B'C'$.

Задача Д.46. В одиничному кубі $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ з основою $ABCD$ і бічними ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 точка M – середина ребра $A_1 D_1$. Знайти площу ортогональної проекції грані $AA_1 B_1 B$ на площину $BC_1 M$.

Куля і сфера

Задача Д.47. Дано куб $ABCD A' B' C' D'$, довжина його ребра дорівнює 1. Точка Q – центр грані $A' B' C' D'$. Знайти радіус сфери, що проходить через точки B , D , C' , Q .

Задача Д.48. Ребра AC , BC , DC піраміди $ABCD$ попарно перпендикулярні й дорівнюють 4. Точка N – середина ребра AB , а точка M розташована на ребрі AD так, що $AM : MD = 3 : 1$. Куля з центром на прямій CN дотикається ребра AD у точці M . Знайдіть радіус кулі.

Д.2. Методика формування інтересу старшокласників до професійної сфери «математика»

Таблиця Д.2

Програма формування інтересу старшокласників до професійної сфери
«математика» на уроках стереометрії (11 клас)

№ п/п	Тема уроку	Тип уроку	Засоби формування пізнавального інтересу
1.	Двогранні кути. Многогранні кути	Урок формування нових знань	Демонстрація моделей. Використання методу аналогії та прийому порівняння
2.	Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники. Призма	Урок формування нових знань	Демонстрація моделей многогранників. Історична довідка: застосування многогранників в різних галузях
3.	Призма. Пряма і правильна призма. Розв'язування задач на знаходження основних елементів призми	Урок засвоєння знань та вмінь	Використання методу аналогії та прийому порівняння. Розв'язування прикладних задач
4.	Перерізи призми, їх побудова	Урок закріплення та формування нових знань	Історична довідка. Розв'язування прикладних задач
5.	Побудова перерізів призми. Розв'язування задач	Урок формування навичок і вмінь	Розв'язування задач векторним та координатним способами
6.	Площі бічної і повної поверхонь призми. Розв'язування задач	Урок систематизації знань та вмінь	Розв'язування цікавих та прикладних задач
7.	Паралелепіпед. Розв'язування задач	Урок формування навичок і вмінь	Демонстрація моделей. Розв'язування задач векторним та координатним методами
8.	Призма. Узагальнення і систематизація знань	Урок узагальнення і систематизації знань, умінь і навичок	Використання елементів літератури

№ п/п	Тема уроку	Тип уроку	Засоби формування пізнавального інтересу
9.	Контрольна робота №1	Урок перевірки знань, умінь та навичок	Розв'язування прикладних задач та задач векторним та координатним методами
10.	Піраміда та її елементи. Правильна піраміда	Урок формування знань	Історичні факти. Демонстрація моделей. Використання методу аналогії та порівняння
11.	Перерізи піраміди, їх побудова	Урок засвоєння та закріплення	Використання елементів літератури
12.	Побудова перерізів піраміди. Розв'язування задач	Урок формування навичок і вмінь	Розв'язування задач векторним та координатним способами
13.	Площі бічної і повної поверхонь піраміди	Урок формування знань та вмінь	Використання елементів літератури
14.	Площі бічної і повної поверхонь піраміди. Розв'язування задач	Урок застосування знань та вмінь	Розв'язування прикладних задач
15.	Зрізана піраміда. Розв'язування задач	Урок засвоєння та закріплення нових знань	Повідомлення історичних фактів. Розв'язування прикладних задач
16.	Правильні многогранники. [Симетрія правильних многогранників]	Урок засвоєння та закріплення знань	Історичні факти. Демонстрація моделей. Творче домашнє завдання
17.	Піраміда. Узагальнення і систематизація знань	Урок узагальнення і систематизації знань, умінь і навичок	Використання історичної довідки. Розв'язування прикладних та цікавих задач
18.	Контрольна робота №2	Урок перевірки знань, умінь та навичок	Розв'язування прикладних задач та задач векторним та координатним методами

Література, рекомендована для вчителя

1. Артеменко Н. М. Задачі прикладного змісту. Стереометрія. 11 клас. / Н. М. Артеменко // Математика в школах України. – 2008. – № 5(197). – С. 6 – 12.
2. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач: посібник для вчителя. / Г. П. Бевз. – К.: Рад. шк., 1988. – 192 с.
3. Жохов А. Л. Методика применения аналогии при формировании математических понятий и умений решать задачи у учащихся восьмилетней школы: Автореф. Дисс. ... канд. пед. наук.: 13.00.02 / А. Л. Жохов. – М., 1979. – 20 с.
4. Зив Б. Г. Задачи по геометрии: Пособие для учащихся 7-11 кл. общеобразоват. учреждений. / Б. Г. Зив, В. М. Мейлер, А. Г. Баханский. – М.: Просвещение, 2000. – 209 с.
5. Корнейчук І. Аналогія у вивченні властивостей многогранників / Ірина Корнейчук // Математика в школі. – 2009. – № 11. – С. 29–33.
6. Крайзман М. Розв'язування геометричних задач методом векторів. / М. Крайзман. – К.: Рад. шк., 1980. – 96 с.
7. Крайзман М. Розв'язування геометричних задач методом координат. / М. Крайзман. – К.: Рад. шк., 1983. – 127 с.
8. Магомедбеков П. К. Очерки преподавания геометрии в школе. / П. К. Магомедбеков. – Махачкала: Дагучпедгиз, 1970. – 194 с.
9. Пойа Дж. Математика и правдоподобие рассуждения. / Пер. с англ. И. А. Вайнштейна. – 2-е изд., исправ. – М.: Учпедгиз, 1960. – 464 с.
10. Придатко М. Виготовлення стереометричних моделей. / М. Придатко. – К.: Рад. шк., 1986. – 64 с.
11. Смирнова И. М. В мире многогранников: Кн. для учащихся. / И. М. Смирнова. – М.: Просвещение, 1995. – 144 с.
12. Сморжевський Ю. Використання порівняння і аналогії на уроках стереометрії / Ю. Сморжевський // Математика в школі. – № 5. – 2004. – С. 36–40.

13. Швець В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії / Василь Швець, Алла Прус // Математика в школі. – 2009. – № 4. – С. 17–24.

Задачі до уроку на тему: «Паралелепіпед. Розв'язування задач».

Задача Д.49. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ з основою $ABCD$. Довжина ребра куба дорівнює 1. Точки M і N лежать на ребрах CC_1 і AA_1 відповідно, $CM = \frac{1}{6}$, $AN = \frac{1}{2}$. Побудувати переріз куба площиною, що проходить через точки M і N , паралельно прямій BD_1 .

Розв'язання. Задачу розв'яжемо за допомогою координатного методу. Уведемо систему координат (рис. Д.11) і запишемо координати точок:

$$M\left(0;1;\frac{1}{6}\right), N\left(1;0;\frac{1}{2}\right), B(1;1;0), D_1(0;0;1).$$

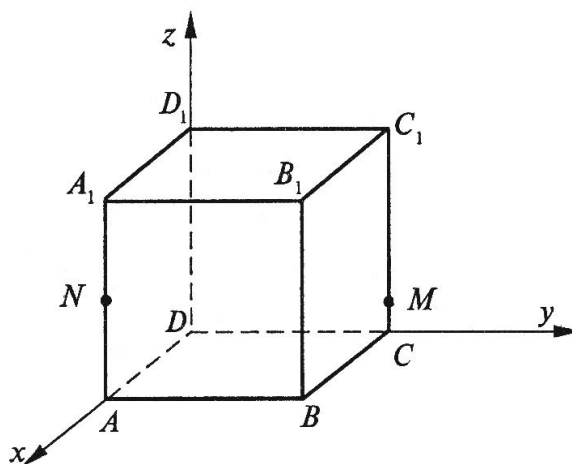


Рис.Д.11

Координати вектора $\overrightarrow{BD_1}$ дорівнюють $(-1;-1;1)$. Складемо рівняння заданої

площини:
$$\begin{cases} b + \frac{1}{6}c + d = 0, \\ a + \frac{1}{2}c + d = 0, \\ -a - b + c = 0. \end{cases}$$
 Нехай $c = 6$. Додамо почленно всі три рівняння й

дістанемо, що $d = -5$. Тоді $b = 4$ і $a = 2$. Шукане рівняння площини має вигляд:
 $2x + 4y + 6z - 5 = 0$.

Побудуємо переріз, тобто знайдемо точки перетину ребер куба з площиною. Нехай $P(p; 1; 0)$ – точки перетину заданої площини і ребра AB , тоді маємо рівність: $2 \cdot p + 4 \cdot 1 + 6 \cdot 0 - 5 = 0$. Дістаємо, що $p = \frac{1}{2}$ і $P\left(\frac{1}{2}; 1; 0\right)$. Нехай $Q(1; q; 0)$ – точка перетину заданої площини і ребра AB , тоді маємо рівність $2 \cdot 1 + 4 \cdot q + 6 \cdot 0 - 5 = 0$ і $q = \frac{3}{4}$, тобто $Q\left(1; \frac{3}{4}; 0\right)$. Нехай $L(0; 0; l)$ – точка перетину заданої площини й ребра DD_1 , тоді маємо рівність: $2 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 6 \cdot l - 5 = 0$ і $l = \frac{5}{6}$, тобто $L\left(0; 0; \frac{5}{6}\right)$. Отже, шуканим перерізом куба є п'ятикутник $MPQNL$ (рис.Д.12) з вершинами $M\left(0; 1; \frac{1}{6}\right), P\left(\frac{1}{2}; 1; 0\right), Q\left(1; \frac{3}{4}; 0\right), N\left(1; 0; \frac{1}{2}\right), L\left(0; 0; \frac{5}{6}\right)$.

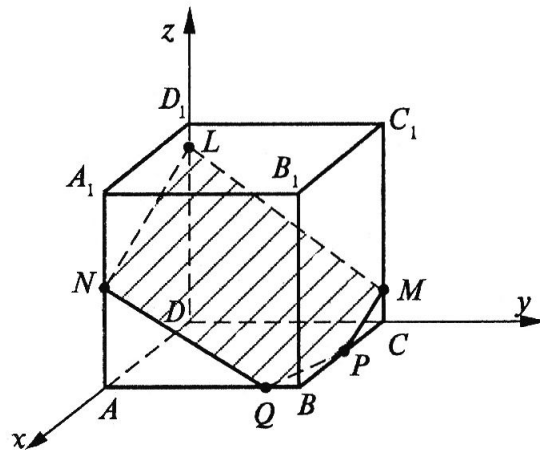


Рис. Д.12.

Відповідь: Перерізом куба є п'ятикутник $MPQNL$ з вершинами $M\left(0; 1; \frac{1}{6}\right), P\left(\frac{1}{2}; 1; 0\right), Q\left(1; \frac{3}{4}; 0\right), N\left(1; 0; \frac{1}{2}\right), L\left(0; 0; \frac{5}{6}\right)$.

Задача Д.50. У паралелепіпеді $ABCD A' B' C' D'$ точка M знаходиться на промені DD' , причому $DM = 4 DD'$, точка N – на промені DC і $DN = \frac{5}{2} DC$, точка K – на промені DA , $DK = 2DA$. Побудувати переріз паралелепіпеда площиною MNK , тобто знайти, в якому відношенні ця площина ділить ребра паралелепіпеда.

Розв'язання. Побудуємо переріз за допомогою векторів.

Нехай $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$ (рис. Д.13).

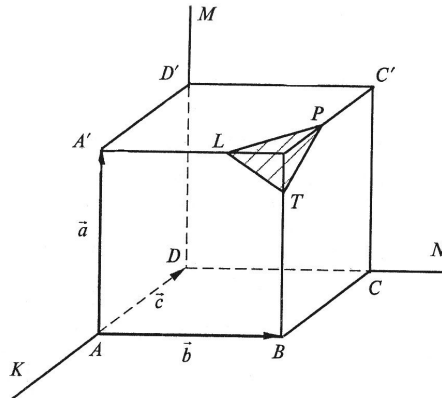


Рис. Д.13

Якщо T – точка перетину ребра BB' і площини MNK , то правильна рівність $\overrightarrow{KT} = \beta \cdot \overrightarrow{KM} + \gamma \cdot \overrightarrow{KN}$. (1)

Виразимо вектори $\beta \cdot \overrightarrow{KM}$, $\gamma \cdot \overrightarrow{KN}$ і \overrightarrow{KT} через $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

$$\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{DM} = 2\vec{c} + 4\vec{a}, \beta \cdot \overrightarrow{KM} = 4\beta\vec{a} + 2\beta\vec{c}, \overrightarrow{KN} = 2\vec{c} + \frac{5}{2}\vec{b}, \gamma\overrightarrow{KN} = \frac{5}{2}\gamma\vec{b} + 2\gamma\vec{c}.$$

$$\overrightarrow{KT} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BT}. \text{ Помітимо, що } \overrightarrow{BT} = \alpha\vec{a}, \overrightarrow{KT} = \alpha\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$$

Підставимо здобуті вектори для векторів $\beta \cdot \overrightarrow{KM}$, $\gamma \cdot \overrightarrow{KN}$ і \overrightarrow{KT} у рівняння (1) і дістанемо векторну рівність: $\alpha\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 4\beta\vec{a} + \frac{5}{2}\gamma\vec{b} + (2\beta + 2\gamma)\vec{c}$, звідки

$$\text{дістаємо систему рівнянь: } \begin{cases} \alpha = 4\beta, \\ 1 = \frac{5}{2}\gamma, \\ 1 = 2\beta + 2\gamma. \end{cases} \text{ Розв'яжемо здобуту систему й дістанемо:}$$

$\alpha = \frac{2}{5}$. Отже, точка T ділить ребро BB' у відношенні 2 : 3, рахуючи від вершини B .

Якщо P – точка перетину ребра $B'C'$ з площиною MNK , то аналогічно розв'язавши векторне рівняння, дістанемо, що P ділить ребро $B'C'$ у відношенні 3 : 7, рахуючи від вершини B' .

Якщо L – точка перетину ребра $A'B'$ з площиною MNK , то з рівняння $\vec{KL} = \beta\vec{KM} + \gamma\vec{KN}$ випливає, що L ділить ребро $A'B'$ у відношенні 3 : 5, рахуючи від вершини A' .

Трикутник LPT є шуканим перерізом.

Задача Д.51. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ з ребром 1. Точка M – середина ребра $C_1 D_1$, точку N позначено на ребрі AB так, що $AN = 2NB$. Через вершину D і точки M, N проведено площину α . Визначити двогранный кут між площиною α і площиною грані $ABCD$.

Розв'язання. Уведемо систему координат (Рис. Д.14) і запишемо координати точок:

$$D(0;0;0), M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(1; \frac{2}{3}; 0\right).$$

Зрозуміло, що рівняння площини грані

$ABCD$ має вигляд: $z = 0$. Складемо рівняння площини DMN :

$$\begin{cases} d = 0, \\ \frac{1}{2}b + c + d = 0, \text{ Нехай } b = -6, \text{ тоді } c = 3 \text{ і } a = 4. \text{ Дістали рівняння площини } \alpha: \\ a + \frac{2}{3}b + d = 0. \end{cases}$$

$4x - 6y + 3z = 0$ і вектор нормалі $\vec{n}(4; -6; 3)$.

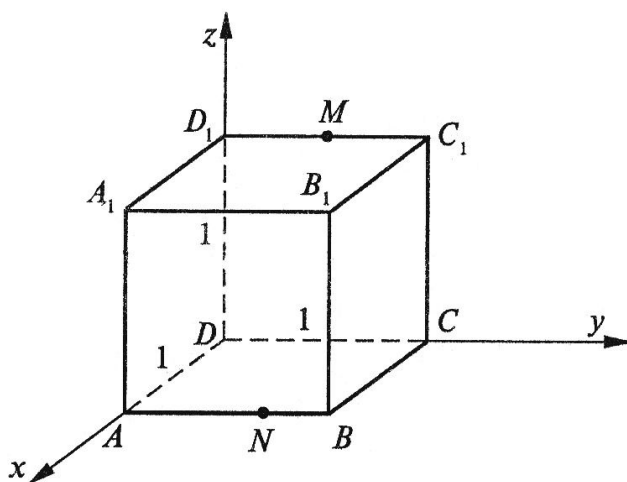


Рис. Д.14

Кут між площинами α і $ABCD$ знайдемо за відповідною формулою:

$$\cos \varphi = \frac{|3 \cdot 1|}{\sqrt{16 + 36 + 9} \cdot \sqrt{1}} = \frac{3}{\sqrt{61}} \text{ і } \varphi = \arccos \frac{3}{\sqrt{61}}.$$

Відповідь: $\arccos \frac{3}{\sqrt{61}}$.

Задача Д.52. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з діагоналями 10 см та 24 см, а висота паралелепіпеда дорівнює 10 см. Знайти більшу діагональ паралелепіпеда.

Задача Д.54. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ з основою $ABCD$ і бічними ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 . Точки M, N , і K лежать на ребрах $A_1 D_1, CC_1, AB$ відповідно, причому $A_1 M = \frac{1}{2} A_1 D_1, CN = \frac{1}{3} CC_1, AK = \frac{1}{4} AB$. Через точки M, N , і K проведено площину. В якому відношенні вона ділить ребро BC ?

Матеріал до уроку на тему: «Правильні многогранники. [Симетрія правильних многогранників]».

Епіграф: Правильних многогранників надзвичайно мало, але цей дуже скромний за кількістю загін зумів пробитися у найбільші глибини різних наук.

Льюїс Керролл

Вступне слово вчителя. Відомі математики підкреслювали, що теорія многогранників, зокрема опуклих многогранників, є одним із найзахоплюючих розділів геометрії. І ви в цьому переконаєтесь.

Ще піфагорійців настільки вражала краса правильних многогранників, що вони називали їх космічними тілами. Грецькою мовою *космос* означає прикраса, порядок. Пізніше вчення піфагорійців про правильні многогранники виклав у своїх працях інший давньогрецький учений – Платон. З того часу правильні многогранники також називають платоновими тілами.

Платон вважав, що світ побудований на чотирьох «стихіях» – вогонь, земля, повітря й вода, а атоми цих «стихій» мають форму чотирьох правильних многогранників. Тетраedr був утіленням вогню, оскільки його вершина спрямована вгору, як у полум'я, що розгорілося; ікосаedr – як найбільш

обтічний – води; куб – найстійкіша з фігур – землі, а октаедр – повітря. П'ятий многогранник – додекаедр – символізує Всесвіт і вважається найголовнішим (Демонстрація фігур). Уже в середні віки додекаедр називали «п'ята сутність» або «квінта есенція» (латинською), звідки походить цілком сучасне слово «квінтесенція», що означає все найголовніше, дійсну сутність чогось.

Таблиця Д.3

Відомості про правильні многогранники

Правильні многогранники	Кількість			
	граней	вершин	ребер	правильних многокутників при вершині
Куб	6	8	12	3 квадрати
Октаедр	8	6	12	4 трикутники
Тетраедр	4	4	6	3 трикутники
Ікосаедр	20	12	30	5 трикутників
Додекаедр	12	20	30	3 п'ятикутники

Творчі завдання

Дослідити, що відбудеться, якщо заточувати кути куба до того моменту, коли його квадратні грані перетворяться на точки.

На початковому етапі заточування кутів куба виникає многогранник (рис. Д.15, а), який має назву *зрізаний куб*. Далі показані перехідні стадії (рис. Д.15, б, в) – мить, коли заточувальні поверхні становлять правильні трикутники і шестикутники відповідно. Ці моделі многогранників набули назви *кубооктаедр* і *зрізаний октаедр*. І остання, завершальна модель (рис. Д.15, г) – октаедр, шість вершин якого є центрами шести квадратних граней куба, а вісім трикутних граней отримані з восьми вершин куба.

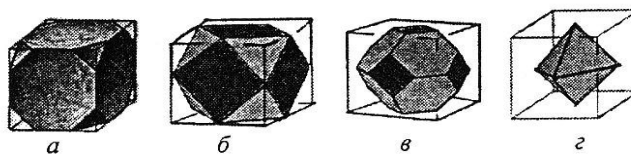


Рис. Д.15

Учитель показує заздалегідь виготовлені моделі многогранників (рис. Д.15, а–г). Тепер стають зрозумілими взаємозв'язки куба й октаедра, що виявилися у таблиці Д.2. Окрім того, учні наочно переконалися в тому, що октаедр – правильний многогранник (заточування проводилося рівномірно й симетрично).

Далі вчителем пропонується розв'язати нове дослідницьке завдання: який отримаємо многогранник у результаті сточування кутів октаедра? Можливо, це буде нове платонове тіло. Уявіть, що ми заточуємо кути доти, поки не залишаться лише центральні точки восьми трикутних граней. У результаті ми маємо отримати многогранник із вісьмома вершинами. На одному із кроків заточування з'явиться вже знайомий нам многогранник (рис. Д.16) – кубооктаедр, тому й не дивно, що на останньому кроці з'явиться куб.

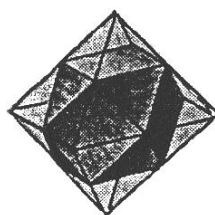


Рис. Д.16

Таблиця Д.4

Розгортки правильних многогранників

Назва многогранника	Розгортка	Модель многогранника
Куб		
Тетраедр		
Октаедр		
Ікосаедр		
Додекаедр		

Письмова робота з теми «Призма, піраміда та їх елементи»

Варіант 1

1. Розв'язати задачу координатним методом. В основі прямої трикутної призми $ABCA_1B_1C_1$ лежить правильний трикутник ABC зі стороною 2, бічні ребра AA_1, BB_1, CC_1 дорівнюють $\sqrt{3}$. Точки M, N, P – середини ребер BC, CC_1, A_1C_1 відповідно. Площина α проходить через точки M, N, P . Знайти відстань від точки A до площини α .

2. Розв'язати задачу векторним методом. У паралелепіпеді $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ з основою $ABCD$ і бічними ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 точки M, N і F – середини ребер $BB_1, AD, C_1 D_1$ відповідно. Площини $B_1 AC$ і ACF перетинають відрізок MN у точках K, L відповідно. Знайти відношення $MK : KL : LN$.

3. Кусок сталі у формі правильної чотирикутної призми розмірами $120 \times 120 \times 600$ мм коваль перекував на деталь у формі правильної восьмикутної призми такої самої довжини. Як і на скільки процентів змінилась при цьому площа бічної поверхні деталі?

4. Розв'язати задачу координатним методом. В основі трикутної піраміди $SABC$ лежить правильний трикутник ABC зі стороною 2, бічне ребро SA перпендикулярне до площини основи, і його довжина дорівнює 4. Точки M і N – середини бічних ребер SB і SC , точка K – середина ребра AB . Відрізок PQ , кінці якого лежать на прямих MN і CK , перетинається з прямою SA в точці O і ділиться цією точкою навпіл. Знайти довжину відрізка PQ .

5. Розв'язати задачу векторним методом. Ребро BD піраміди $ABCD$ перпендикулярне до ребер AB і CD . Знайти кут між прямими AB і CD , якщо відомо, що $BD:CD:PQ:AB = 3:4:5:6$, де P і Q – середини ребер CD і AB відповідно.

6. Треба зробити ковпак над ковальським горном у формі правильної зрізаної чотирикутної піраміди, в якій сторони основи і висота дорівнюють відповідно 0,15 м, 1,15 м і 0,65 м. Скільки потрібно для цього взяти жести, якщо на шви і відходи витрачається до 15% матеріалу?

Варіант 2

1. Розв'язати задачу координатним методом. Квадрат ACC_1A_1 є бічною гранню прямої трикутної призми $ABCA_1B_1C_1$. Точка M лежить на промені A_1C_1 , $A_1M = 3$, $AC = AB = 2$, $\angle CAB$ – прямий. Знайти периметр перерізу призми площиною, що проходить через точки M і B паралельно прямій AB_1 .

2. Розв'язати задачу векторним методом. У паралелепіпеді $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на ребрах AC , CC_1 і діагоналі B_1D_1 позначено відповідно точки E , M і K так, що $AE = \frac{1}{4}AC$, $B_1K : B_1D_1 = 1:3$, $CM : MC_1 = 1:3$. В якому відношенні площина, що проведена через точки E , K і M , ділить діагональ B_1D_1 ?

3. Кусок сталі у формі правильної чотирикутної призми розмірами $90 \times 90 \times 300$ мм коваль перекував на деталь у формі правильної восьмикутної призми такої самої довжини. Як і на скільки процентів змінилась при цьому площа бічної поверхні деталі?

4. Розв'язати задачу координатним методом. У правильній піраміді $SABC$ ребра основи ABC дорівнюють 4, бічні ребра дорівнюють 3. Точка M – середина ребра AC . Знайти кут між прямими MB і SA .

5. Розв'язати задачу векторним методом. В основі чотирикутної піраміди $SABCD$ лежить трапеція $ABCD$, в якій відношення основи AD до основи BC дорівнює 3:5. Точки K , L , M , N лежать на ребрах SA , SB , SC і SD відповідно. Відомо, що $SN = ND$, $SL : LB = 1:2$, відрізки KL і NM паралельні. Знайти довжину відрізка KL , якщо $NM = 9$.

6. Треба зробити ковпак над ковальським горном у формі правильної зрізаної чотирикутної піраміди, в якій сторони основи і висота дорівнюють відповідно 0,22 м, 2,1 м і 0,8 м. Скільки потрібно для цього взяти жести, якщо на шви і відходи витрачається до 17% матеріалу?

Д.3. Добірка математичних задач, спрямованих на формування видів мислення в учнів математичного профілю

Розділ «Множини. Операції над множинами»

Задача Д.54. Які з наведених множин дорівнюють порожній множині:

1) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, \frac{1}{2}x - 2 = 0\}$;

2) $B = \{x \mid x \neq x\}$;

3) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| < 1\}$;

4) $D = \{x \mid 3x^4 + 5x^2 + 7 = 0\}$;

5) $C = \{x \mid x > |x|\}$.

Задача Д.55. Знайдіть об'єднання множин А і В, якщо:

1) $A = \{x \mid x^2 - 1 = 0\}$, $B = \{x \mid (x - 1)(x - 2) = 0\}$;

2) $A = \{x \mid 2x + 3 = 3\}$, $B = \{x \mid x^2 + 3 = 2\}$;

3) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 7\}$.

Задача Д.56. В олімпіаді взяли участь 46 учнів. Їм було запропоновано розв'язати 3 задачі. Після підведення підсумків з'ясувалося, що кожен з учасників розв'язав хоча б одну задачу. Першу і другу задачі розв'язали 11 учасників, другу і третю – 8 учасників, першу і третю – 5 учасників, а всі три задачі розв'язали тільки 2 учасники. Доведіть, що одну із задач розв'язали не менш ніж половина учасників.

Розділ «Функції. Многочлени. Рівняння і нерівності».

Задача Д.57. Функцію g задано описом: кожному натуральному числу поставлено у відповідність остачу від ділення цього числа на 4. Знайдіть $g(3)$, $g(0)$, $g(14)$, $g(32)$. Знайдіть $E(g)$.

Задача Д.58. Функція $y=f(x)$ визначена на множині дійсних чисел і, є зростаючою і набуває лише додатніх значень. Доведіть, що:

1) функція $y=f^2(x)$ зростає на множині R ;

2) функція $y = \frac{1}{f(x)}$ спадає на множині R ;

3) функція $y = \sqrt{f(x)}$ зростає на множині R ;

Задача Д.59. Наведіть приклад двох зростаючих на множині M функцій, добуток яких не є зростаючою на цій множині функцією.

Задача Д.60. Розв'яжіть рівняння: $x^2 + \sqrt{x} = \frac{12}{x} + 15$.

Задача Д.61. Функція f є непарною. Чи може виконуватися рівність:

1) $f(1) + f(-1) = 1$;

2) $f(2)f(-2) = 3$;

3) $\frac{f(-2)}{f(2)} = 0$?

Задача Д.62. Парна функція f має сім нулів. Знайдіть $f(0)$.

Задача Д.63. Розв'яжіть графічно рівняння:

1) $x + 1 = \sqrt{x + 7}$;

2) $2\sqrt{x} = 3 - x$;

3) $x - 3 = \frac{2}{x - 2}$;

4) $\sqrt{3 - x} = 0,5x$;

5) $2 + \sqrt{x} = \frac{12}{x - 1}$.

Задача Д.64. Про функцію $y = f(x)$ відомо, що $D(f) = R$, функція має два нулі -1 і 3 , $f(x) < 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ і $f(x) > 0$ при $x \in (-1; 3)$. Знайдіть нулі та проміжки знакосталості функцій $y = f(|x|)$ і $y = |f(x)|$.

Задача Д.65. Розв'яжіть нерівність:

1) $(x^2 - 4x)(x^2 + 2x - 8)(x^2 + 7x + 10) \leq 0$;

2) $\frac{(x^2 - 10x + 21)(x^2 - 6x - 7)}{(x^2 + 5x + 6)(x^2 - 8)} \leq 0$;

3) $\left| \frac{x + 2}{x} \right| (x^2 - 4x - 5) \leq 0$;

$$4) (x+4)\sqrt{x^2-2x-15} > 0;$$

$$5) (x^2-25)\sqrt{16-x^2} < 0.$$

Розділ «Тригонометричні функції».

Задача Д.66. Побудуйте графіки функцій та вкажіть нулі функції і проміжки знакосталості, проміжки зростання і спадання функцій:

$$1) y = \cos x - |\cos x|;$$

$$2) y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$3) y = 3 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right);$$

$$4) y = \operatorname{tg} x + |\operatorname{tg} x|;$$

$$5) y = \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg}|x|.$$

Задача Д.67. Доведіть тотожність:

$$1) \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta} = \frac{\cos \frac{\alpha - \beta}{2}}{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}};$$

$$2) \frac{\sin \alpha - \cos \beta}{\cos \alpha - \sin \beta} = \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha - \beta}{2} - \frac{\pi}{4}\right);$$

$$3) \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha + \cos 5\alpha - \cos 7\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha.$$

Розділ «Степенева, показникова, логарифмічна функції».

Задача Д.68. Розв'яжіть графічно рівняння й доведіть, що ці рівняння не мають інших коренів, крім знайдених графічно:

$$1) x^{\frac{1}{2}} = 6 - x;$$

$$2) x^{-\frac{1}{3}} = x^2;$$

$$3) x^{\frac{5}{2}} = 2 - x;$$

$$4) x^{-\frac{1}{4}} = 2x - 1.$$

Задача Д.69. Розташуйте числа у порядку їх зростання:

1) $2^{\frac{1}{3}}, 2^{-1,5}, 2^{\sqrt{2}}, 2^{-\sqrt{2}}, 2^{1,4}, 1;$

2) $0,3^9, 1, 0,3^{-\sqrt{5}}, 0,3^{\frac{1}{2}}, 0,3^{-9}, 0,3^{\frac{1}{3}};$

3) $\log_2 3,5; \log_2 4,5; \log_2 1,3; \log_2 1,1; \log_2 2; \log_2 5;$

4) $\log_{\frac{1}{4}} 3; \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{3}; 0; \log_{\frac{1}{4}} 4; 1; \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{5}.$

Задача Д.70. При яких значеннях a нерівність

$$\log_a \left(\frac{4+3|x|}{1+|x|} \right) + \log_a \left(\frac{6+5|x|}{1+|x|} \right) > 1 \text{ виконується при всіх } x?$$

Задача Д.71. При яких значеннях a

$$(\sin x)^{\lg(\sin x) - a^2} > 10^{\log_7 a + \log_{100}(1 - \cos^2 x)} \text{ при всіх допустимих значеннях } x?$$

Розділ «Похідна та її застосування».

Задача Д.72. Знайдіть всі значення параметра a при яких функція зростає на всій числовій прямій:

1) $f(x) = x^3 - 3ax;$

2) $f(x) = ax + \cos x;$

3) $f(x) = x^3 + ax^2 + 3ax - 5.$

Задача Д.73. Доведіть, що рівняння має єдиний корінь, і знайдіть цей корінь:

1) $2x^3 + 3x - 5 = 0;$

2) $e^x + 2x - 1 = 0;$

3) $5x - \cos 3x - 5\pi = 1;$

4) $\frac{1}{x} - \ln x = 1.$

Задача Д.74. У прямокутний трикутник з гіпотенузою 8 см і кутом 60° вписано прямокутник найбільшої площі так, що одна з його сторін лежить на гіпотенузі, а дві вершини – на катетах. Визначте більшу із сторін прямокутника.

Задача Д.75. У кулю радіуса R вписано циліндр, що має найбільшу бічну поверхню. Знайдіть об'єм цього циліндра.

Задача Д.76. розв'яжіть рівняння за допомогою похідної:

1) $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = x^2 - 6x + 11$;

2) $\frac{1}{x} + x = 2 \sin \frac{\pi x}{2}$;

3) $x^5 - x^3 + 2x - 28 = 0$;

4) $\sin 5x - 2 \cos x - 5x = x^5 - 2$;

5) $4^{\frac{1}{x}} - 1 = 3^{2x-1}$.

Задача Д.77. При якому значенні a пряма $y + 16x - 13 = 0$ є дотичною до графіка функції $y = \frac{a + x^2}{x^2}$?

Задача Д.78. Знайдіть значення a при якому дотична до параболи $y = 2x^2 + 3x + 5$ у точці $x_0 = -2$ є дотичною до параболи $y = -x^2 + 4x + a$.

Розділ «Інтеграл та його застосування»

Задача Д.79. Доведіть, що функції $F_1(x) = \sin^2 x$ і $F_2(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$ є первісними функції $f(x) = \sin 2x$. При якому значенні C є правильною рівність $F_2(x) = F_1(x) + C$.

Задача Д.80. При яких значеннях a площа фігури, обмежена лініями:

1) $y = x^2, y = 0, x = a$, дорівнює 9,

2) $y = 2x^3, y = 0, x = a$, дорівнює 8?

Задача Д.81. Знайдіть площу фігури, обмеженої:

1) параболою $y = 3x - x^2$, дотичною до даної параболи в точці з абсцисою $x_0 = 3$ та віссю ординат;

2) графіками функцій $y = \sqrt{x+1}$, $y = \sqrt{7-x}$ та віссю абсцис.

Задача Д.82. Виведіть формулу об'єму:

- 1) кульового сегмента радіуса R і висоти H ;
- 2) зрізаного конуса висоти H з радіусами R і r ;
- 3) кулі радіуса R .

Задача Д.83. Обчисліть визначений інтеграл, використовуючи його геометричний зміст:

$$1) \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx;$$

$$2) \int_{-3}^0 \sqrt{9-x^2} dx;$$

$$3) \int_4^8 \sqrt{8x-x^2} dx;$$

$$4) \int_{-4}^1 |x| dx;$$

$$5) \int_0^5 |x-2| dx.$$

Розділ «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики»»

Задача Д.84. Нехай A , B , C – деякі множини. Доведіть рівність множин і проілюструйте її за допомогою кругів Ейлера-Венна:

- 1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
- 2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
- 3) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
- 4) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
- 5) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$.

Задача Д.85. Запишіть множину всіх правильних дробів $\frac{a}{b}$, де $a \in A$, $b \in B$

$$\text{і } A = \{2;3;4;6\}, B = \{1;3;4;5;6\}.$$

Задача Д.86. Знайдіть показник степеня бінома, якщо:

- 1) шостий член розкладу $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[5]{a})^n$ не містить a ;
- 2) третій член розкладу $(\sqrt[3]{a^2} + a^{-1})^n$ містить a ;
- 3) біноміальні коефіцієнти четвертого і шостого членів розкладу відповідно дорівнюють 120 і 252.

Задача Д.87. З множини $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ навмання вибирають одне число.

Яка ймовірність того, що це число:

- 1) дорівнює 2;
- 2) дорівнює 5;
- 3) є непарним;
- 4) кратне 4;
- 5) не діляться націло на 3;
- 6) кратне 11?

Задача Д.88. Тридцять карток пронумеровано натуральними числами від 1 до 30. Навмання вибирають дві з них. Яка ймовірність того, що:

- 1) добуток номерів вибраних карток буде простим числом;
- 2) добуток номерів вибраних карток буде непарним числом;
- 3) сума номерів вибраних карток буде непарним числом;
- 4) номери вибраних карток будуть послідовними натуральними числами?

Д.4. Метод доцільних задач в темі «Прямі і площини у просторі»

Таблиця Д.5

Програма вивчення теми «Прямі і площини у просторі»

№	Тема уроку	Год.	Застосовані системи
Паралельність прямих і площин (20 год)			
1	Повторення елементів планіметрії, пов'язаних з паралельністю прямих та подібністю трикутників.	1	Системи задач на засвоєння понять: «Паралельні прямі» та «мимобіжні прямі»
2-3	Паралельні прямі в просторі.	2	
4-5	Ознака паралельності прямих. Самостійна робота	2	Система задач на засвоєння теореми «ознака паралельності прямих»
6-9	Ознака паралельності прямої і площини. Узагальнення та систематизація знань	4	Система задач на засвоєння теореми «Ознака паралельності прямої і площини»
10-11	Розміщення двох площин у просторі. Ознака паралельності двох площин	2	Система задач на засвоєння теореми «Ознака паралельності площин»

№	Тема уроку	Год.	Застосовані системи
12-15	Існування площини, паралельної даній. Властивості паралельних площин. Самостійна робота	4	
16-19	Зображення просторових фігур у просторі. Узагальнення та систематизація знань	4	
20	Тематична контрольна робота №1	1	
Перпендикулярність прямих і площин (20 год)			
21	Перпендикулярність прямих у просторі	1	Система задач на засвоєння поняття «Перпендикулярні прямі»
22-24	Перпендикулярність прямої і площини. Ознака перпендикулярності прямої і площини. Самостійна робота	3	Система задач на засвоєння теореми «Ознака перпендикулярності прямої і площини»
25-27	Властивості прямої і площини, перпендикулярних між собою. Відстань від точки до площини. Узагальнення та систематизація знань	3	
28-33	Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри. Самостійна робота	6	Система задач на засвоєння понять «перпендикуляр», «похила» та «проекція» Система задач на засвоєння «Теореми про три перпендикуляри»
34-36	Ознака перпендикулярності площин	3	Система задач на засвоєння теореми «Ознаки перпендикулярності площин»
37-39	Відстань між мимобіжними прямими.	3	
40	Тематична контрольна робота №2	1	

Система задач на засвоєння поняття «Мимобіжні прямі»

I. Початковий рівень

Задача Д.89. Точка А не належить прямій а. Проведіть через точку А пряму так, щоб прямі а і b були мимобіжними

Задача Д.90. Прямі а і b мимобіжні. Як можуть бути розташовані прямі b і c, якщо прямі а і c:

- А) Паралельні
- В) Перетинаються
- С) Мимобіжні

Задача Д.91. Прямі а і b мимобіжні. Як можуть бути розміщені пряма b і площина α , якщо:

- А) а і α паралельні
- В) а і α перетинаються

Задача Д.92. Дано дві прямі у просторі, через які не можна провести площину. Чи перетинаються ці прямі?

II. Середній рівень

Задача Д.93. Чи перетинаються прямі АМ і ВD, якщо точка D не лежить у площині трикутника АВС, а точка М належить стороні ВС?

Задача Д.94. Доведіть: яка б не була пряма, існує пряма, яка не лежить з даною в одній площині.

III. Достатній рівень

Задача Д.95. Доведіть, що коли прямі АВ і CD – мимобіжні, то прямі АС і ВD теж мимобіжні.

Задача Д.96. Пряма АВ і точки С, D не лежать в одній площині. Доведіть, що прямі АВ і CD не перетинаються.

IV. Високий рівень

Задача Д.97. Чи можна через точку С, яка не належить мимобіжним прямим а і b, провести дві різні прямі, кожна з яких перетинає прямі а і b?

Добірка систем задач для вивчення теми «Ознака паралельності прямої і площини»

I. Початковий рівень

Задача Д.98. Скільки прямих, паралельних даній площині, можна провести через точку, що не лежить у цій площині?

Задача Д.99. Чи можливо, щоб пряма a була НЕ паралельна площині α , але у площині α була пряма, паралельна до a ?

Задача Д.100. Одна з сторін паралелограма належить площині α . Як розташовані по відношенню до площини α інші сторони паралелограма?

Задача Д.101. Сторона АВ трикутника ABC належить площині α ($C \notin \alpha$). Як розташована по відношенню до площини α пряма, що проходить через середини сторін AC і BC?

Задача Д.102. Через дану точку проведіть пряму, паралельну кожній з двох даних площин, які перетинаються

Задача Д.103. Доведіть, що коли площина перетинає одну з двох паралельних прямих, то вона перетинає й другу.

II. Середній рівень

Задача Д.104. Доведіть, що через будь-яку з двох паралельних прямих можна провести площину, паралельну другій прямій.

Задача Д.105 Дано дві паралельні площини. Через точки A і B однієї з площин проведено паралельні прямі, які перетинають другу площину в точках A_1 і B_1 . Чому дорівнює відрізок A_1B_1 , якщо $AB=a$?

III. Достатній рівень

Задача Д.106. Доведіть, що коли дві площини, які перетинаються по прямій a , перетинають площину α по паралельних прямих, то пряма a паралельна площині α .

Задача Д.107. Доведіть, що через будь-яку з двох мимобіжних прямих можна провести площину, паралельну другій прямій.

IV. Високий рівень

Задача Д.108. Дано дві паралельні площини α_1 і α_2 і точка А, яка не лежить в жодній з цих площин. Через точку А проведено довільну пряму. Нехай X_1 і X_2 - точки перетину її з площинами α_1 і α_2 . Доведіть, що відношення довжин відрізків $AX_1 : AX_2$ не залежить від узяті прямої.

Задачі до теми «Паралельні площини. Ознака паралельності площин»

I. Початковий рівень

Задача Д.109. В площині α існує три прямі, паралельні площині β . Чи можна зробити висновок, що площини α і β паралельні?

Задача Д.110. Чи можуть бути паралельними площини, які проходять через не паралельні прямі?

Задача Д.111. Площини α і β паралельні. Яким може бути взаємне розміщення прямої a і площини β , якщо:

- А) a паралельна до α ,
- Б) a перетинає α ,
- В) a належить α ?

Задача Д.112. Пряма a паралельна до площини α . Яким може бути взаємне розміщення площин α і β , якщо:

- А) a належить β ,
- Б) a перетинає β ,
- В) a паралельна до β ?

Задача Д.113. Дано дві паралельні площини α і β і точка А, яка не належить ні одній із них. Скільки існує:

- А) прямих, що проходять через А і паралельні площинам α і β ,
- Б) площин, що проходять через А і паралельні площинам α і β ?

II. Середній рівень

Задача Д.114. Доведіть, що через дві мимобіжні прямі можна провести паралельні площини.

Задача Д.115. Дві сторони трикутника паралельні до деякої площини. Чи паралельна цій площині третя сторона трикутника?

Задача Д.116. Дано: $SK = KA$, $SN = NC$, $SM = MB$. Довести, що площина KMN паралельна до площини ABC .

III. Достатній рівень

Задача Д.117. Площини α і β паралельні площині γ . Чи можуть площини α і β перетинатися?

Задача Д.118. Точка A лежить поза площиною α , X – довільна точка площини α , X' – точка відрізка AX , яка ділить його у відношенні $m : n$. Доведіть, що геометричне місце точок X' є площина, паралельна площині α .

IV. Високий рівень

Задача Д.119. Дано три паралельні площини: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Нехай X_1, X_2, X_3 – точки перетину даних площин з довільною прямою. Доведіть, що відношення довжин відрізків $X_1X_2 : X_2X_3$ не залежить від прямої, тобто однакове для будь-яких двох прямих.

Задачі до теми «Перпендикулярні прямі»

I. Початковий рівень

Задача Д.120. Назвати у навколишньому оточенні моделі прямих, які перпендикулярні між собою.

Задача Д.121. Прямі a і b перетинаються. Як можуть бути розміщені пряма b і площина α , якщо:

- А) a і α паралельні,
- Б) a і α - перетинаються,
- В) пряма a лежить у площині α ?

II. Середній рівень

Задача Д.122. Доведіть, що через будь-яку точку прямої у просторі можна провести перпендикулярну до неї пряму.

Задача Д.123. Прямі AB, AC і AD попарно перпендикулярні. Знайдіть відрізок CD , якщо $AB = b, BC = a, AD = d$.

III. Достатній рівень

Задача Д.124. Прямі AB , AC і AD попарно перпендикулярні. Знайдіть відрізок CD , якщо:

А) $AB = 3\text{см}$, $BC = 7\text{см}$, $AD = 1,5\text{см}$

Б) $BD = 9\text{см}$, $BC = 16\text{см}$, $AD = 5\text{см}$

В) $AB = b$, $BC = a$, $AD = d$

Г) $BD = c$, $BC = a$, $AD = d$.

IV. Високий рівень

Задача Д.125. Сторони чотирикутника $ABCD$ і прямокутника $A_1B_1C_1D_1$ відповідно паралельні. Доведіть, що $ABCD$ – прямокутник.

Д.5. Змістове забезпечення деяких методів і форм професійно спрямованого навчання математики

Матеріали до проведення інтегрованого уроку (11 клас) на тему: Інтеграл в діяльності фізиків, біологів, економістів

Освітня мета: поглибити й розширити знання учнів про визначений інтеграл; закріпити навички знаходити визначений інтеграл, показати його місце і значення при розв'язуванні задач фізичного, економічного, геометричного змісту; учити бачити єдину математичну модель у різних ситуаціях, складати її в нестандартних умовах; вчити учнів досліджувати й оцінювати соціальні явища засобами математики; бачити необхідність планування майбутнього; допомогти сформувати особисте ставлення до діяльності, яка вимагає математичних знань.

Розвивальна мета: розвивати мотивацію і пізнавальний інтерес; формувати вміння виступати перед аудиторією, чітко формулювати і відстоювати свою думку; розвивати спостережливість, логічне мислення, інтелектуальні здібності учнів; сприяти розширенню їх кругозору; розвивати фізико-математичну мову учнів.

Виховна мета: виховувати патріотичні почуття, інтерес до науки шляхом звернення до історичних джерел, вміння раціонально використовувати робочий час.

Тип уроку: інтегрований урок узагальнення та систематизації навчального матеріалу.

Епіграф уроку:

«Наш досвід переконує нас, що природа – це реалізація найпростіших математичних ідей» Альберт Ейнштейн.

«Той, хто серйозно прямує до пізнання істини, не повинен займатися якоюсь однією наукою, бо всі вони взаємозв'язані» Рене Декарт

Експрес-опитування:

Вставте пропущені символи, щоб рівність була правильною

Завдання

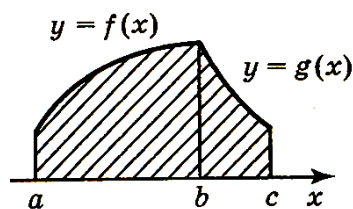
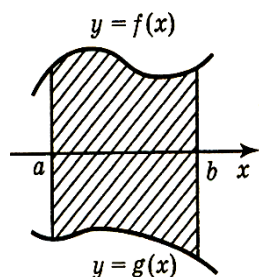
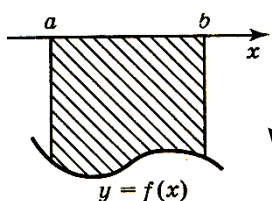
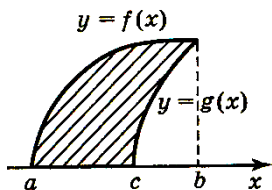
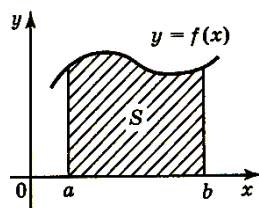
I варіант

1. $\int 5dx = \dots + \dots$
2. $\int \dots dx = \frac{x^3}{3} + \dots$
3. $\int \cos \dots dt = \frac{1}{6} \dots t + C.$
4. $\int \frac{dz}{\dots} = -\frac{1}{z} + \dots$
5. $\int x^{\dots} dx = \frac{x^{\dots}}{5} + C.$
6. $\int \dots dx = -\sin x + C.$
7. $\int \dots dx = 4x + C.$
8. $\int \frac{dx}{\dots} = \dots x^{-2} + C.$
9. $\int \sqrt{x} \dots = \frac{\dots x^{\dots}}{\dots} + \dots$
10. $\int x^{\dots} dx = \frac{\dots}{7} + C.$
11. $\int_0^1 x^4 dx = \frac{\dots}{\dots} \Big|_0^1 = \dots$
12. $\int_1^2 \frac{dx}{\dots} = -\frac{1}{x} \Big|_{\dots}^{\dots} = \dots$

II варіант

1. $\int 7dx = \dots + \dots$
2. $\int \dots dx = \frac{x^4}{4} + \dots$
3. $\int \sin \dots dt = \frac{1}{3} \dots t + C.$
4. $\int \frac{2dz}{\dots} = -\frac{2}{z} + \dots$
5. $\int x^{\dots} dx = \frac{x^{\dots}}{5} + C.$
6. $\int \dots dx = \cos x + C.$
7. $\int \dots dx = 8x + C.$
8. $\int \frac{dx}{\dots} = \dots x^{-3} + C.$
9. $\int 2\sqrt{x} \dots = \frac{\dots x^{\dots}}{\dots} + \dots$
10. $\int x^{\dots} dx = \frac{x^{\dots}}{9} + C.$
11. $\int_0^1 x^3 dx = \frac{\dots}{\dots} \Big|_0^1 = \dots$
12. $\int_1^3 \frac{dx}{\dots} = -\frac{1}{x} \Big|_{\dots}^{\dots} = \dots$

Обчислення площі криволінійної трапеції. Поставте правильно напрямок від фігури до формули, завдяки якій можна обчислити її площу.



$$S = \int_a^b f(x)dx - \int_c^b g(x)dx$$

$$S = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c g(x)dx$$

$$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$$

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

$$S = -\int_a^b f(x)dx$$

Після виконання самостійної роботи учні перевіряють правильність виконання самостійної роботи, звіряючи написане в зошиті з правильними відповідями, що вкладені в заклеєний конверт, який лежить в кожному зошиті

Відповіді

I варіант.

1. $\int 5dx = 5x + C;$
2. $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C;$
3. $\int \cos 6t \cdot dt = \frac{1}{6} \sin 6t + C;$
4. $\int \frac{dz}{z^2} = -\frac{1}{z} + C;$
5. $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C;$
6. $\int \cos x dx = \sin x + C;$
7. $\int 4dx = 4x + C;$
8. $\int \frac{dx}{x^3} = -\frac{1}{2} x^{-2} + C;$
9. $\int \sqrt{x} dx = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + C;$
10. $\int x^6 dx = \frac{x^7}{7} + C;$
11. $\int_0^1 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{5};$
12. $\int_1^2 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} \Big|_1^2 = \frac{1}{2}.$

II варіант

1. $\int 7dx = 7x + C;$
2. $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C;$
3. $\int \sin 3t \cdot dt = -\frac{1}{3} \cos 3t + C;$
4. $\int \frac{2dz}{z^2} = -\frac{2}{z} + C;$
5. $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C;$
6. $\int \sin x dx = -\cos x + C$
7. $\int 8dx = 8x + C;$
8. $\int \frac{dx}{x^4} = -\frac{1}{3} x^{-3} + C;$
9. $\int 2\sqrt{x} dx = \frac{4x^{\frac{3}{2}}}{3} + C;$
10. $\int x^8 dx = \frac{x^9}{9} + C;$
11. $\int_0^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4};$
12. $\int_1^3 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} \Big|_1^3 = \frac{2}{3}.$

Застосування визначеного інтегралу у фізиці

$$A = \int_a^b F(x) dx$$

Робота при прямолінійному русі

$$A = \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt$$

Робота при змінній потужності

$$x = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

Координата тіла

$$v = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$$

Швидкість тіла

$$m = \int_0^l \rho(x) dx \quad \text{Маса стержня}$$

$$q(t) = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt \quad \text{Заряд}$$

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt \quad \text{Кількість теплоти}$$

Використання визначеного інтегралу в економіці.

Якщо $f(t)$ – продуктивність праці в момент t , то $Q = \int_0^T f(t) dt$ – обсяг продукції, яка випускається за проміжок часу $[0; T]$.

Приклад 1. Продуктивність праці робітника протягом дня задається функцією $z(t) = -0,00645t^2 + 0,05t + 0,5$ (грош. од./год), де t – час в годинах від початку роботи, $0 \leq t \leq 8$. Знайти функцію $Q = Q(t)$, яка показує обсяг продукції (у вартісному виразі) та його величину за робочий день.

Розв'язання:

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^8 z(t) dt = \int_0^8 (-0,00645t^2 + 0,05t + 0,5) dt = \left(-0,00645 \frac{t^3}{3} + 0,05 \frac{t^2}{2} + 0,5t \right) \Big|_0^8 = \\ &= \left(-0,00215t^3 + 0,025t^2 + 0,5 \right) \Big|_0^8 = 4,4992 \approx 4,5 \text{ (грош. од.)} \end{aligned}$$

Відповідь. 4,5 грош. од.

Нехай відома функція $t = t(x)$, яка описує зміни витрат часу t на виготовлення виробів в залежності від степеня засвоєння виробництва, де x – порядковий номер виробу в партії. Тоді *середній час* $t_{\text{сеп}}$, затрачений на виготовлення одного виробу в період засвоєння від x_1 до x_2 виробів, обчислюється за теоремою про середнє значення: $t_{\text{сеп}} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} t(x) dx$.

Приклад 2. Знайти середній час, затрачений на засвоєння одного виробу в період засвоєння від $x_1=100$ до $x_2=121$ виробів, вважаючи в формулі $t = ax^{-b}$, що $a=600$ хв., $b=0,5$.

Розв'язання.

Використовуючи формулу середнього часу, отримуємо

$$t_{\text{сер}} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} t(x) dx = \frac{1}{121 - 100} \int_{100}^{121} 600x^{-1/2} dx = \frac{600}{21} 2\sqrt{x} \Big|_{100}^{121} = \frac{400}{7} \approx 57,2 \text{ (хв)}.$$

Відповідь. 57,2 хв.

Якщо кількість товару, що надходить на склад в одиницю часу позначити через $f(x)$, де x – час, який відлічується від початку надходження товару на склад, то від початку прийому на складі утвориться запас товару

$$\int_0^x f(x) dx.$$

Якщо навантаження на електростанцію задається функцією $f(x)$ (в кВт·год, де x – кількість годин, яка відлічується від початку доби), то витрати електроенергії протягом доби складають

$$\int_0^{24} f(x) dx,$$

а протягом часу x витрати електроенергії складуть $\int_0^x f(x) dx$.

Робота в групах

Фінансисти. На полі пшениці після приземлення космічного корабля залишився слід, який нагадує фігуру, обмежену лініями $y = |x^2 - 2x - 8|$ та $y = 3 + |x - 1|$. Необхідно визначити збитки, завдані агрокомплексом, якщо з 1 м² отримують в середньому 3,8 кг пшениці, яка коштує 0,8 грн./кг.

Розв'язання:

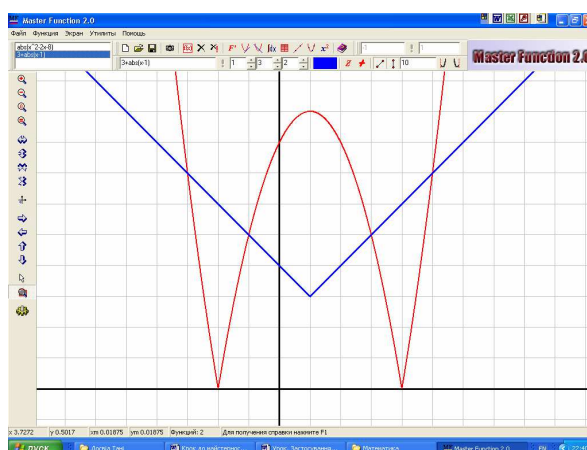


Рис. Д.17

$$\begin{aligned}
S &= 2 \cdot \left(\int_1^3 (-(x^2 - 2x - 8) - (3 + (x - 1))) dx + \int_3^4 (3 + (x - 1) - (-(x^2 - 2x - 8))) dx + \right. \\
&+ \left. \int_4^5 (3 + (x - 2) - (x^2 - 2x - 8)) dx \right) = \\
&= 2 \cdot \left(\int_1^3 (-x^2 + x + 6) dx + \int_3^4 (x^2 - x - 6) dx + \int_4^5 (-x^2 + 3x + 10) dx \right) = \\
&= 2 \cdot \left(\left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 6x \right) \Big|_1^3 + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x \right) \Big|_3^4 + \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 10x \right) \Big|_4^5 \right) = \\
&= 2 \cdot \left(-9 + 4,5 + 18 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 6 + 21 \frac{1}{3} - 8 - 24 - 9 + 4,5 + 18 - 41 \frac{2}{3} + 37,5 + 50 + 21 \frac{1}{3} - 24 - 40 \right) = \\
&= 2 \cdot \frac{40}{3} = \frac{80}{3} = 26 \frac{2}{3} \text{ (м}^2\text{)}
\end{aligned}$$

$$V = 26 \frac{2}{3} \cdot 3,8 \cdot 0,8 = 81,07 \text{ (грн).}$$

Відповідь. 81,07 грн.

Археологи Нещодавно археологи при розкопуванні стародавніх поселень знайшли жертвне місце, яке їх дуже зацікавило. Після досліджень було з'ясовано, що це тіло, утворене обертанням параболу $y = -x^2 + 2x + 3$ навколо вісі Ox (x вчені вимірювали в метрах). Причому виготовлений він був з каменю густиною 2500 кг/м^3 . Яка масу каменя використали на виготовлення цього жертвника стародавні майстри?

Розв'язання.

Побудуємо фігуру, обмежену параболою $y = -x^2 + 2x + 3$, вісями Oy та Ox .

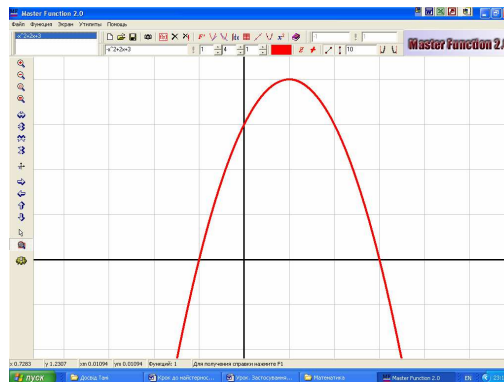


Рис. Д.18

Об'єм тіла, яке утворюється внаслідок обертання графіка функції

навколо вісі Ox обчислюється за формулою: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

$$V = \pi \int_0^3 (-x^2 + 2x + 3)^2 dx = \pi \int_0^3 (x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x + 9) dx =$$

$$= \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{2x^3}{3} + 6x^2 + 9x \right) \Big|_0^3 = 3,14 \cdot (48,6 - 81 - 18 + 54 + 27) = 3,14 \cdot 30,6 = 96,084$$

(м³)

$$m = V\rho; m = 96,084 \cdot 2500 = 240210(\text{кг}).$$

Відповідь. 240210 кг.

Фізики Для кращого обслуговування заїзду гонок серії „Формула-1” майстри визначили найкращий закон зміни швидкості руху автомобіля прямою трасою: $v(t) = 2 \cdot (t+2)^{5/2}$. Який шлях проїде пілот цієї гонки за 7 с від початку руху? Який шлях він проїде за сьому секунду?

Розв'язання:

$$s(7) = \int_0^7 2 \cdot (t+2)^{5/2} dt = \frac{4}{7} (t+2)^{7/2} \Big|_0^7 = \frac{4}{7} (2187 - 8\sqrt{2}) = 1243 \text{ (м)}$$

$$s(7) = \int_6^7 2 \cdot (t+2)^{5/2} dt = \frac{4}{7} (t+2)^{7/2} \Big|_6^7 = \frac{4}{7} (2187 - 1024\sqrt{2}) = 422 \text{ (м)}$$

Відповідь. 1243 м; 422 м.

Біологи Знайти площу пелюстка ромашки, який розміщено між дугами парабол $y=x^2$ та $y=\sqrt{x}$.

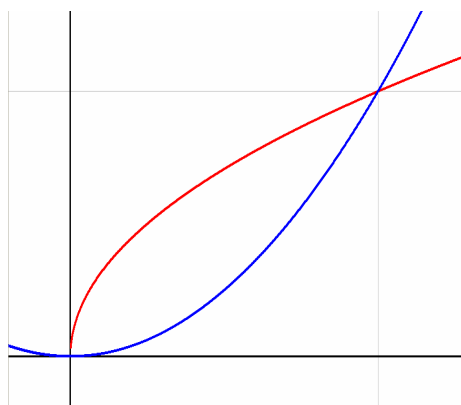


Рис. Д.19

Дана фігура обмежена графіками двох функцій: $y=x^2$ та $y=\sqrt{x}$. Шукана площа за допомогою інтеграла обчислюється так:

$$S = \int_0^1 (x^{1/2} - x^2) dx = \left(\frac{2x^{3/2}}{3} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ (кв. од.)}$$

Відповідь. $\frac{1}{3}$ кв. од.

Енергетики Навантаження на Криворізьку теплоелектростанцію задається функцією $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$. Визначити витрати електроенергії протягом доби.

Розв'язання:

$$\int_0^{24} (3x^2 + 4x - 2) dx = \left(x^3 + 2x^2 - 2x \right) \Big|_0^{24} = 13824 + 576 - 48 = 14343 \text{ (кВт·год)}$$

Відповідь. 14343 кВт·год.

Тестування «Перевір себе»

1. За якою з наведених формул визначається площа даної фігури?

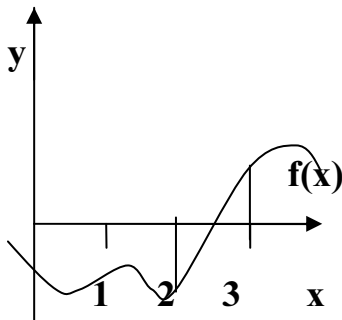


Рис. Д.20

1. $S = \int_3^2 f(x) dx$.

2. $S = \int_2^3 f(x) dx$.

3. $S = -\int_2^{2.5} f(x) dx + \int_{2.5}^3 f(x) dx$.

4. $S = -\int_3^2 f(x) dx$.

2. Знайдіть в яких записах є помилка.

5. $\int_0^1 3x^2 dx = 9x \Big|_0^1$

6. $\int_0^1 6x^2 dx = \frac{x^3}{2} \Big|_0^1$

7. $\int_0^1 3x^2 dx = x^3 \Big|_0^1$

8. $\int_0^1 6x^7 dx = \frac{3x^8}{4} \Big|_0^1$.

3. За якою з наведених формул обчислюється робота змінної сили, заданої формулою $F(x) = 3x^2 - 4x + 8$, вздовж відрізка довжиною 2 м?

$$9. A = \int_2^4 (3x^2 - 4x + 8) dx \quad 10. A = \int_0^2 (3x^2 - 4x + 8) dx .$$

$$11. A = (3x^2 - 4x + 8)' . \quad 12. A = \int_0^2 (3x^3 - 4x + 8) dx .$$

4. За якою з формул обчислюється обсяг виготовленої за 4 години продукції, якщо продуктивність праці задається формулою $f(x) = 4x^3$?

$$13. \int_2^6 4x^3 dx . \quad 14. \int_0^4 4x^3 dx . \quad 15. (4x^3)' . \quad 16. \int_0^4 12x^2 dx .$$

5. В якому випадку вірно обчислено навантаження електростанції за 3 години, якщо її витрати визначаються функцією $f(x) = \frac{8}{t^4} + 7t$?

$$17. \int_0^3 (8t^4 + 7t) dt; \quad 18. \int (8t^4 + 7t) dt;$$

$$19. \left(\frac{8}{t^4} + 7t \right)'; \quad 20. \int_0^3 \left(\frac{8}{t^4} + 7t \right) dt;$$

6. В якому з наведених випадків вірно визначений середній час, витрачений на засвоєння одного виробу від 10 до 20 виробів, якщо функція $t = 3x$ описує зміни витрат часу t на виготовлення виробів в залежності від степеня засвоєння виробництва.

$$21. t_{\text{сеп}} = \frac{1}{20-10} \int 3x dx; \quad 22. t_{\text{сеп}} = \frac{1}{20-10} \int_{10}^{20} 3x dx;$$

$$23. t_{\text{сеп}} = (20-10) \int_0^{10} 3x dx; \quad 24. t_{\text{сеп}} = (20-10) \int_{10}^{20} 3x dx.$$

Номери правильних відповідей закресліть у бланку відповідей.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	

Творче домашнє завдання.

1. Написати казку або твір про застосування визначеного інтегралу.

Матеріали до уроку з використанням методу проектів (11 клас) на тему: Похідна приходить на допомогу

Освітня мета: ознайомити учнів із різними типами прикладних задач та методами їх розв'язання за допомогою похідної; формувати вміння застосовувати знання та способи дій у змінених і нових навчальних ситуаціях; поглибити знання учнів про моделювання процесів дійсності за допомогою апарата похідної.

Розвивальна мета: розвивати пізнавальний інтерес, навички колективної праці.

Виховна мета: виховувати працьовитість, зібраність, організованість, увагу, відповідальність та вимогливість до себе.

Тип уроку: застосування знань, вмінь та навичок (урок із використанням методу проектів).

Для виконання завдань проекту учні об'єднуються в 4 групи: «Історики», «Дослідники», «Знавці», «Ентузіасти».

Матеріал для групи «Історики»

Відкриттю похідної та основ диференціального числення передували роботи французьких математиків П'єра Ферма (1601-1665), який 1629 року запропонував способи знаходження най більших і найменших значень функцій, проведення дотичних до довільних кривих (ці способи фактично спиралися на застосування похідних), а також Рене Декарта (1596-1650), який розробив метод координат і основи аналітичної геометрії. У 1670-1671рр. англійський математик і механік Ісаак Ньютон (1643-1727) і дещо пізніше у 1673-1675 рр. німецький філософ і математик Готфрід Вільгельм Лейбніц (1646-1716) незалежно один від одного побудували теорію диференціального числення.

І. Ньютон дійшов поняття похідної, розв'язуючи задачі про миттєву швидкість, а Лейбніц — розглядаючи геометричну задачу про проведення дотичної до кривої.

Термін «похідна» увів 1797 року французький математик Жозеф Луї Лагранж (1736-1813). Він увів і сучасні позначення для похідної — y' та f' . До

Лагранжа похідну, на пропозицію Лейбніца, називали диференціальним коефіцієнтом і позначали $\frac{dy}{dx}$.

Велику роль у розвитку диференціального числення відіграли дослідження видатного математика, фізика, механіка й астронома Леонарда Ейлера, який написав підручник «Диференціальне числення» (1755).

За допомогою диференціального числення було розв'язано низку задач теоретичної механіки, фізики, астрономії. Зокрема, використовуючи методи диференціального числення, вчені перед бачили повернення комети Галлея, що стало тріумфом науки XVIII ст.

За допомогою цих методів математики XVIII т.. вивчали властивості різних кривих, знайшли криву, якою найшвидше падає матеріальна точка, навчилися знаходити кривизну ліній.

І тепер поняття похідної широко застосовується в різних галузях науки та техніки.

Ці задачі не прості:

Застосуєш їх в житті.

Ну а щоб їх розв'язати —

Похідну слід добре знати.

Матеріал для групи «Дослідники»

Задачі з фізики, що розв'язуються за допомогою похідної.

Знаходження:

- ✓ швидкості та прискорення прямолінійного руху тіла чи матеріальної точки;
- ✓ кутової швидкості тіла обертання;
- ✓ швидкості зростання маси кристалів;
- ✓ швидкості зміни температури в результаті нагрівання;
- ✓ визначення освітленості електричної лампочки.

Розв'язання деяких задач.

Задача 1. Швидкість v тіла, що рухається у вертикальному напрямку, змінюється за законом $v=9-10t$ (м/с). Визначте швидкість тіла в момент приземлення, якщо воно в початковий момент знаходилося на висоті 2 м від землі.

Розв'язання

1. Знайдемо прискорення тіла, що рухається за законом:

$$a = v'(t) = -10 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Оскільки прискорення сталє, то тіло рухається за квадратичним законом:

$$h = \frac{at^2}{2} + v_0 t + h_0.$$

2. $v_0 = v(0) = 9$ (м/с).

3. Підставимо у формулу значення a та v_0 :

$$h = \frac{-10t^2}{2} + 9t + 2 = -5t^2 + 9t + 2.$$

Розв'язавши квадратне рівняння, дістанемо час приземлення тіла $t=2$ та швидкість у момент приземлення $v = 9 - 10 \cdot 2 = -11$ (м/с).

Відповідь. -11 м/с.

Задача 2. Посудина з вертикальною стінкою і висотою h розміщена на горизонтальній площині. На якій глибині треба розмістити отвір, щоб дальність витікання води з отвору була найбільшою (швидкість рідини, що витікає, за законом Торрічеллі дорівнює $\sqrt{2gx}$, де x — глибина розміщення отвору, g — прискорення вільного падіння)?

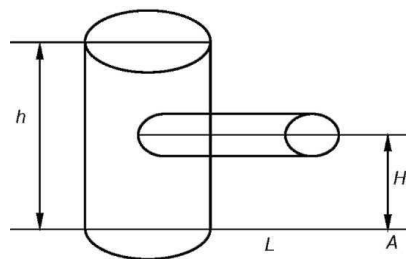


Рис. Д.21

Розв'язання

Позначимо через H відстань від отвору в посудині до горизонтальної площини, а через L — відстань від точки A до стінки посудини. Тоді $L = vt$, де t

— час витікання води від отвору до площини (у точку А). З курсу фізики відомо, що

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ або } t = \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}}.$$

Тоді

$$L(x) = \sqrt{2gx} \cdot \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}} = 2\sqrt{x(h-x)}, \quad 0 < x < h.$$

Знайдемо похідну: $L'(x) = \frac{h-2x}{\sqrt{x(h-x)}} L'(x) = \frac{h-2x}{\sqrt{x(h-x)}}.$

Розв'язуючи рівняння $\frac{h-2x}{\sqrt{x(h-x)}} = 0 \Rightarrow \frac{h-2x}{\sqrt{x(h-x)}} = 0$, знаходимо стаціонарну

точку $x = \frac{h}{2} \Rightarrow x = \frac{h}{2}.$

Оскільки це єдина стаціонарна точка, то вона й буде шуканою.

Відповідь. $\frac{h}{2}.$

Матеріал для групи «Знавці»

Задачі на застосування похідної в економіці.

Серед них найбільш характерні:

- визначення загальної вартості утримання різних видів транспорту;
- визначення продуктивності праці;
- визначення попиту на товари, зміни прибутку в результаті підвищення ціни;
- визначення витрат підприємств залежно від об'єму продукції, що випускається;
- знаходження оптимальних розмірів продукції з найбільшим (найменшим) об'ємом (площею).

Задача 1. Вартість (за годину) утримання баржі складається з двох частин: вартості палива, що пропорційна кубу швидкості баржі, і вартості амортизації баржі (заробітна плата команди, обладнання та ін.). Загальна

вартість утримання баржі за годину, таким чином, виражається формулою $S=av^2+b$, де v — швидкість судна у км/год; a і b — коефіцієнти, задані для кожного судна. Визначте, за якої швидкості загальна сума утримання на 1 км шляху буде найменшою, якщо $a=0,005$, $b=40$.

Розв'язання

За умовою $a = 0,005$, $b = 40$, тоді $S=0,005v + 40$. Баржа подолає 1 км шляху за $\frac{1}{v}$ год. За цей час витрати складуть

$$S = 0,005v^3 \cdot \frac{1}{v} + 40 \cdot \frac{1}{v} = 0,005v^2 + \frac{40}{v}, v \in (0; +\infty).$$

Треба знайти найменше значення функції на проміжку $(0; \infty)$.

$$S'(v) = 0,01v - \frac{40}{v^2}, S'(v) = 0$$

при $0,01v - \frac{40}{v^2} = 0, v^3 = 4000$, $0,01v - \frac{40}{v^2} = 0, v^3 = 4000$, звідки $v = 10\sqrt[3]{4}$.

Якщо похідна функції $S(v)$ неперервна на проміжку $(0; +\infty)$ і $v = 10\sqrt[3]{4}$ — одна стаціонарна точка, то вона є точкою мінімуму, оскільки

$$S''(10\sqrt[3]{4}) > 0.$$

$$v = 10\sqrt[3]{4} \approx 10 \cdot 1,6 = 16 \text{ (км/год)}.$$

Відповідь. 16 км/год.

Задача 2. Об'єм продукції u , яку виготовляє бригада, описано рівнянням

$$u = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50 \text{ (од.)}, 1 \leq t \leq 8,$$

де t — робочий час у годинах. Обчисліть продуктивність праці, швидкість і темп її змінювання через годину після початку роботи і за годину до її закінчення.

Розв'язання: Продуктивність праці виражається похідною

$$z(t) = u'(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 15t + 100 \text{ (од./год)},$$

а швидкість і темп змінювання продуктивності — відповідно похідною $z'(t)$ і похідною логарифмічної функції $T_z(t) = [\ln z(t)]'$,

$$z'(t) = -5t + 15 \text{ (од./год}^2\text{)},$$

$$T_z(t) = \frac{z'(t)}{z(t)} = \frac{-5t + 15}{-\frac{5}{2}t^2 + 15t + 100} = \frac{2t - 6}{t^2 - 6t - 40}$$

$$T_z(t) = \frac{z'(t)}{z(t)} = \frac{-5t + 15}{-\frac{5}{2}t^2 + 15t + 100} = \frac{2t - 6}{t^2 - 6t - 40} \text{ (од./год)}$$

У задані моменти часу $t_1=1$ і $t_2=8-1=7$ відповідно маємо:

$$z(1) = 112,5 \text{ (од./год)}, z'(1) = 10 \text{ (од./год}^2\text{)},$$

$$T_z(1) = 0,09 \text{ (од./год)} \text{ і } z(7) = 82,5 \text{ (од./год)},$$

$$z'(7) = -20 \text{ (од./год}^2\text{)}, T_z(7) = -0,24 \text{ (од./год)}.$$

Таким чином, до кінця роботи продуктивність праці суттєво знижується, при цьому зміна знака $z'(t)$ і $T_z(t)$ із плюса на мінус свідчить про те, що підвищення продуктивності праці в першу годину робочого дня змінюється на її зниження в останню годину.

Задача 3. Є прямокутний лист жерсті розміром 80×50 см. Треба виготовити з нього відкриту зверху коробку найбільшої місткості, вирізавши по кутах квадрати й загнувши краї. Якою повинна бути довжина сторони такого квадрата?

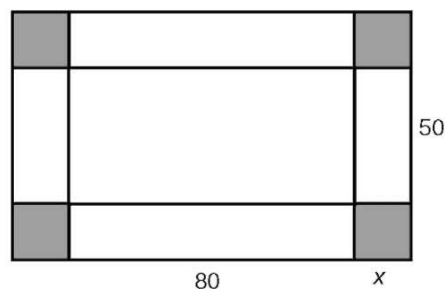


Рис. Д.22

Розв'язання

Позначимо через x довжину сторони квадрата, що вирізають. Очевидно, що $0 \leq x \leq 25$. Об'єм коробки (прямокутного паралелепіпеда) дорівнює добутку площі основи на висоту. За вказаного способу виготовлення коробки її основа — прямокутник зі сторонами $80 - 2x$ і $50 - 2x$, а висота коробки — x . Відповідно об'єм коробки дорівнює:

$$V(x) = (80 - 2x)(50 - 2x)x = 4x^3 - 260x^2 + 4000x.$$

Задачу зведено до знаходження найбільшого значення функції на проміжку $[0; 25]$. Знайдемо критичні точки функції $V(x)$:

$$V'(x) = 12x^2 - 520x + 4000,$$

$$12x^2 - 520x + 4000 = 0, \quad x_1 = \frac{100}{3}, \quad x_2 = 10.$$

Інших критичних точок функція не має, оскільки похідна існує для всіх x .

Проміжку $[0; 25]$ належить лише одна точка $x = 10$. Обчислимо значення функції $V(x)$ у цій точці й на кінцях проміжку:

$$V(10) = 1800, \quad V(0) = 0, \quad V(25) = 0.$$

Отже, найбільшого значення функція $V(x)$ набуває на проміжку $[0; 25]$ в точці 10. Це означає, що коробку найбільшого об'єму можна виготовити, вирізавши по кутах заданого листа жерсті квадрати зі стороною 10 см.

Відповідь. 10 см.

Матеріал для групи «Ентузіасти»

Цікаві задачі з математики, що розв'язуються за допомогою похідної.

Виявили найхарактерніші задачі:

- дослідження та побудова графіків функцій;
- знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відріжку;
- розв'язування рівнянь;
- доведення нерівностей;
- розв'язування завдань із параметрами;
- наближені обчислення.

1. Розв'яжіть рівняння $3^x + 3^{2-x} = 3(1 + \cos 2\pi x)$.

Оскільки в нас немає формул, за якими можна перетворювати одночасно показникові й тригонометричні вирази, то спробуємо розв'язати це рівняння, використовуючи властивості відповідних функцій, зокрема, спробуємо оцінити область значень функцій, що стоять у лівій і правій частинах рівняння. Для

функції, що стоїть у правій частині рівняння, це неважко зробити й без похідної, а для дослідження функції, що стоїть у лівій частині рівняння, можна використати похідну або нерівність Коші.

ОДЗ заданого рівняння — усі дійсні числа. Оцінимо ліву й праву частини рівняння. Оскільки

$$-1 \leq \cos 2\pi x \leq 1, \text{ то } 0 \leq 1 + \cos 2\pi x \leq 2.$$

Тоді функція $g(x) = 3(1 + \cos 2\pi x)$ набуває всіх значень від 0 до 6. Отже, $0 \leq g(x) \leq 6$.

Функцію $f(x) = 3^x + 3^{2-x}$ дослідимо за допомогою похідної. $D(f) = R$.

$$f'(x) = 3^x \ln 3 - 3^{2-x} \ln 3 = 3^{2-x} \ln 3 (3^{2x-2} - 1)$$

існує на всій області визначення функції.

$$f'(x) = 0, \quad 3^{2-x} \ln 3 (3^{2x-2} - 1) = 0.$$

Оскільки $3^{2-x} \ln 3 \neq 0$, то $3^{2x-2} - 1 = 0$, $3^{2x-2} = 1$, $x=1$ — критична точка. Позначаємо критичну точку на області визначення функції, заходимо знак похідної в кожному проміжку.

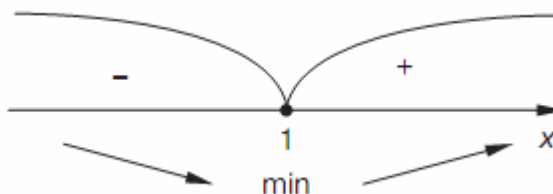


Рис. Д.23

Неперервна функція має тільки одну критичну точку—точку мінімуму (у ній похідна змінює знак з мінуса на плюс). Тоді в цій точці функція набуває найменшого значення: $f(x) = 6$. Отже, $f(x) \geq 6$.

Зауваження. За нерівністю Коші маємо:

$$3^x + 3^{2-x} \geq 2\sqrt{3^x \cdot 3^{2-x}} = 6,$$

рівність досягається при $x = 1$.

Враховуючи, що $g(x) \leq 6$, а $f(x) \geq 6$, маємо, що задане рівняння $f(x) = g(x)$ рівносильне системі рівнянь

$$\begin{cases} f(x) = 6, \\ g(x) = 6 \end{cases} \text{ або } \begin{cases} 3^x + 3^{2-x} = 6, \\ 3(1 + \cos 2\pi x) = 6, \end{cases}$$

звідки $x = 1$.

Відповідь. 1.

Приклад застосування похідної для доведення нерівностей

Щоб довести нерівність виду $\varphi(x) > g(x)$ (або $\varphi(x) < g(x)$) за допомогою похідної, використовують таку схему:

1. Розглянути допоміжну функцію

$$f(x) = \varphi(x) - g(x)$$

(на її області визначення або на заданому проміжку).

2. Дослідити за допомогою похідної поведінку функції $f(x)$ (зростання чи спадання або її найбільше чи найменше значення) на розглянутому проміжку.

3. Обґрунтувати (спираючись на поведінку функції $f(x)$), що $f(x) > 0$ (або $f(x) < 0$) на розглянутому проміжку, і зробити висновок, що $\varphi(x) > g(x)$ (або $\varphi(x) < g(x)$) на цьому проміжку.

Задача. Доведіть, що $\sin x < x$ для всіх $x > 0$.

Доведення

Розглянемо функцію $f(x) = x - \sin x$.

$$f'(x) = 1 - \cos x \geq 0$$

для всіх $x \in \mathbb{R}$. Отже, $f(x)$ зростає на \mathbb{R} . Якщо $x > 0$, то $f(x) > f(0)$, тобто

$$x - \sin x > 0 \text{ або } \sin x < x.$$

Поняття похідної можна використовувати під час наближених обчислень, якщо провести такі міркування:

Нехай, наприклад, треба обчислити наближене значення функції

$$f(x) = x^7 - 2x^6 + 3x^2 - x + 3$$

у точці $x = 2,02$. Значення f у близькій до 2,02 точці $x_0 = 2$ знаходимо легко: $f(2)$

$= 13$. Графік f в околі точки 2 близький до прямої $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ —

дотичної до нього в точці з абсцисою 2. Тому

$$f(2,02) \approx y(2,02).$$

Тому

$$f'(x) = 7x^6 - 12x^5 + 6x - 1, f'(x_0) = f'(2) = 75$$

$$f(x) \approx y(x) = 13 + 75 \cdot 0,02 = 14,5.$$

Обчислення на калькуляторі дають результат 14,57995.

За допомогою формули

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x \quad (1)$$

можна обчислювати квадратні корені та степені. З формули (1) можна вивести наближені формули

$$\sqrt{1 + \Delta x} \approx 1 + \frac{1}{2}\Delta x \text{ та } (1 + \Delta x)^n \approx 1 + n\Delta x.$$

Користуючись ними, знайдемо:

$$\sqrt{1,06} = \sqrt{1 + 0,06} \approx 1 + \frac{1}{2} \cdot 0,06 = 1,03,$$

$$1,001^{100} = (1 + 0,001)^{100} \approx 1 + 100 \cdot 0,001 = 1,1.$$

План проекту «Показникова та логарифмічна функції», розроблений для виконання учнями 11 класу із застосуванням хмарних сервісів Google

Автор	
Ім'я, по-батькові та прізвище	Лов'янова Ірина Василівна
Назва навчального закладу	КПІ «ДВНЗ» КНУ
Місто, село, район, область	м. Кривий Ріг
Відомості про тренінг	
Дати проведення тренінгу	16 червня 2014 – 21 червня 2014
Тренери	Крамаренко Тетяна Григорівна, Мінтій Ірина Серніївна
Місце проведення тренінгу	КПІ «ДВНЗ» КНУ
Опис навчальної теми	
Назва	
На шляху до розуміння світу? (Тема «Показникова та логарифмічна функції»)	
Стислий опис	
<p>Навчальний проект «На шляху до розуміння світу?» виконуватиметься учнями 11 класу академічного профілю у процесі вивчення теми з курсу алгебри і початків аналізу: «Показникова і логарифмічна функції», основні види діяльності учнів, такі, як збір інформації про метод математичного моделювання, дослідження і опис реальних процесів у природі, техніці та оточуючому середовищі за допомогою показникової та логарифмічної функцій, спрямовані на вся діяльність учнів спрямована на досягнення вимог державних освітніх стандартів, навчальних програм та відповідають запланованим навчальним цілям; можливі учнівські ролі, які передбачаються у сценарії проекту: дослідники, знавці, аналітики, шукачі; продуктами діяльності учнів в проекті можуть бути мультимедійна презентація про своє дослідження (про тенденції та можливі наслідки, використовуючи методи математичного моделювання); або інформаційний бюлетень, що містить короткі статті і графіки про можливі ефекти і наслідки тенденції або вікі-сайт про тему, включаючи наслідки та ефекти (Вікі повинно містити дані або графічне представлення даних для підтвердження будь-яких прогнозів.).</p>	
Предмет, навчальна тема	
<p>Алгебра і початки аналізу. Тема 6. Показникова та логарифмічна функції (18 год.). Степінь з довільним дійсним показником. Властивості та графік показникової функції. Логарифми та їх властивості. Натуральний логарифм. Властивості та графік логарифмічної функції. Формула переходу від однієї основи логарифмів до іншої. Похідні показникової, логарифмічної, степеневі функцій. Показникові та логарифмічні рівняння і</p>	

нерівності та їх системи.	
Клас (вікова категорія)	
11 клас, 16-17 років	
Приблизний час вивчення теми	
6 тижнів	
Освітні засади	
Державні освітні стандарти	
Завданнями освітньої галузі, що визначають зміст математичної освіти у старшій школі, є: <ul style="list-style-type: none"> • розширення компетентностей учнів щодо тотожних перетворень виразів (степеневих, логарифмічних, ірраціональних, тригонометричних), розв'язування відповідних рівнянь і нерівностей; • завершення формування поняття числової функції у результаті вивчення степеневих, показникових, тригонометричних класів функцій, формування вмінь їх досліджувати і використовувати для опису і вивчення явищ і процесів; ознайомлення з ідеями і методами диференціального та інтегрального обчислення, формування елементарних умінь їх практичного застосування. 	
Навчальні програми.	
Формулює означення показникової та логарифмічної функцій, їх властивості, означення логарифму та властивості логарифмів. Будує графіки показникових і логарифмічних функцій і на них ілюструє властивості функцій. Застосовує показникові та логарифмічні функції до опису найпростіших реальних процесів. Перетворює нескладні показникові та логарифмічні вирази. Знаходить похідні показникових, логарифмічних, степеневих функцій, застосовує похідні для дослідження властивостей цих функцій і побудови їх графіків. Розв'язує нескладні показникові та логарифмічні рівняння і нерівності.	
Навчальні цілі та очікувані результати навчання учнів	
Критичне мислення і вміння вирішувати проблеми Комунікативні навички та навички співробітництва Вміння працювати з інформацією, медіа та комп'ютерні навички	
Основні запитання	
Ключове запитання	Як зрозуміти цей швидкоплинний світ?
Тематичні запитання	Експоненціальна крива і логарифмічна спіраль де ми можемо їх зустріти за межами уроку математики? Які вам відомі процеси, у яких швидкість зміни

	<p>величини пропорційна самій величині? Що є спільного між функціями та природою?</p>				
Змістові запитання	Як історично розвивалося поняття «функція»?				
	Які видатні вчені зробили внесок у розвиток функції?				
	Що називають функціями?				
	Які види елементарних функцій існують?				
	Які властивості показникової і логарифмічної функцій вам відомі?				
	Як пов'язані властивості показникової та логарифмічної функцій?				
	Як себе поведуть графіки взаємо обернених функції?				
	Яку криву називають логарифмічною спіраллю?				
	Чи використовуються показникові і логарифмічна функції в економіці?				
	Де в природі ми можемо побачити графіки показникової і логарифмічної функцій?				
- Як в біології використовуються показникові і логарифмічна функції?					
- Чи можна за допомогою логарифмічної і показникової функцій досліджувати фізичні явища?					
- Як пов'язана техніка з функціями (показниковою та логарифмічною)?					
○ План оцінювання					
Графік оцінювання					
До початку роботи учнів над проектом		Учні працюють над проектом і виконують завдання		Наприкінці виконання проекту	
Опитування Мозкова атака	Форма для опитування	Консультації, співбесіди з групами (з кожною окремо)	Опитування Мозкова атака	Форма для опитування	Консультації, співбесіди з групами (з кожною окремо)
Стислий опис оцінювання					
Упродовж всієї навчальної теми проводиться оцінювання, щоб допомогти учням розвивати навички мислення вищих рівнів, навички 21 століття при розробці змісту учнівських проектів та здійснювати моніторинг власного					

навчання. Для оцінювання навчальних потреб учнів, їх попередніх знань і упереджень щодо використання статистики для передбачення майбутнього на початку вивчення теми організоване обговорення Ключового запитання, вчитель занотує відповіді учнів та їх думки, щоб використовувати ці нотатки для подальшого планування своєї діяльності і обговорити їх докладно на індивідуальних і групових консультаціях. Учні з самого початку роботи над проектами використовують контрольний список для презентації, контрольний список для вікі або контрольний список для інформаційного бюлетеню, в залежності від того, яку форму представлення результатів роботи в проекті вони обирають, щоб скеровувати своє навчання, відслідковувати тенденції та здійснювати самооцінку свого просування у навчанні. Оцінювання здійснюється вчителем щоденно на основі спостережень та перегляду продуктів діяльності учнів. Щотижнево проводяться призначені за особливим розкладом консультації за участю окремих учнів та груп для моніторингу прогресу та відповідей на запитання учнів. Запросіть учнів використовувати Форму оцінювання продукту проекту, щоб допомогти їм здійснювати самооцінку роботи та постійно отримувати оцінювання однолітків до того, як робота в проекті буде завершена. Та ж сама Форма оцінювання використовується і для оцінювання їх кінцевих презентацій завершених проектів.

Остаточна оцінка за тему виставляється з врахуванням оцінки за презентацію, бюлетеня (чи вікі) і учнівських письмових відповідей на запитання до есе.

Методичні засади

Попередні знання та навички

Що ми знаємо?	Що хочемо дізнатися?	Про що дізналися?
Поняття функції, види алгебраїчних функцій, тригонометричні функції, загальні властивості функцій. Поняття про метод математичного моделювання	Властивості показникової та логарифмічної функцій, їх важливість у дослідженнях методом математичного моделювання, прикладне значення теми	Про можливості опису і дослідження за допомогою показникової та логарифмічної функцій численних природничих процесів

Діяльність учнів та вчителя

I етап – Підготовчий

Перед початком роботи над проектом вчитель

* створює сайт проекту, де висвітлюються посилання на корисні джерела інформації та інтернет-ресурси], закладки на сайти, які будуть використовуватися в проекті;

* передбачає сторінку для On-line консультацій учнів.

До початку роботи над проектом вчителю потрібно:

- * разом з учнями переглянути буклет учителя про формування навичок мислення високого рівня;
- * розглянути основні терміни та основні поняття до теми, що вивчається;
- * перевірити, чи учні знають, як шукати відомості в мережі Інтернет, зберігати її та документувати; здійснити роботу з учнями щодо та дотримання;
- * переконатися, що учні попередньо мають відповідні навички роботи з MS Word, MS PowerPoint, MS Publisher, пошуковими серверами, інформацією в Інтернеті (збереження, пошук, перегляд), мають навички створювати блоги, сайти та забезпечити можливості навчання тих, хто таких навичок не має.

II етап – Мотиваційний

- * Перед учнями ставиться ключове питання: Як зрозуміти цей швидкоплинний світ?. Під час проведення мозкового штурму відбувається його обговорення.
- * Визначаються можливі напрями, які могли б дати відповідні набори даних. Обговорюються та оцінюються ідеї учнів, які вони пропонують.
- * Вчитель нагадує ключове питання проекту. Тематичні та змістові питання допоможуть учням зрозуміти тему та мету даного проекту.
- * Вчитель обговорює з учнями, чи є доцільним для запропонованої теми знання загальних властивостей функцій.
- * Щоб перевірити рівень володіння учнями записами основних математичних понять, а учні усвідомили і оцінили свої попередні знання та з'ясувати, що саме вони знають з теми проекту «На шляху до розуміння світу?», всім класом заповнюють дві перші колонки таблиці З-Х-Д (знаю – хочу дізнатися).
- * Учні формують 3 групи, обирають одну з тем для дослідження; обирають спосіб представлення результату своєї роботи.
- * Використовуючи буклет про метод навчальних проектів, учні пригадують разом з учителем основні етапи здійснення навчального дослідження: визначення проблеми, формулювання дослідницьких завдань, висунення гіпотез, визначення методів дослідження, проведення дослідження, аналіз отриманих даних, оформлення висновків та кінцевих результатів.
- * Вчитель повідомляє, що на сайті проекту створено сторінку для рефлексії учнів на кожному кроці роботи над проектом. Цю ж сторінку можна використовувати для проведення консультацій on line. Консультації можна отримувати, якщо використовувати і сервіс групи.
- * Вчитель повідомляє, що використовує доступну учням таблицю, в якій відображається результат просування кожної групи над дослідженням.
- * Оскільки для дослідження учні будуть використовувати Інтернет, то кожна група отримує критерії оцінювання інтернет-ресурсів; знайомиться з презентацією «Пошук відомостей у мережі Інтернет»
- * Проводиться міні-лекція «Авторські права в мережі Інтернет».

* Для оцінювання роботи в групі та вкладу, який вніс кожен учень в роботу групи і наскільки його вклад був цінним, керівники груп отримують лист-контроль «Оцінювання навичок спільної діяльності».

* Для забезпечення диференціації у навчанні вчитель рекомендує учням використовувати, а також форму оцінювання самоспрямування власного навчання.

* Учитель роздає учням форму оцінювання проекту та кінцевого продукту проекту і проводить її обговорення. Ця форма містить огляд очікувань від створеного ними учнівського проекту. Учитель просить учнів використовувати Форму, щоб допомогти їм відслідковувати свій прогрес у просуванні до завершення проекту і те, як відбувається їх навчання.

III етап – Конструктивний

Перший тиждень

Учні, ознайомившись зі своїми тематичними питаннями, протягом першого тижня займаються

- * пошуком відомостей,
- * складають план діяльності для впровадження своїх планів],
- * визначаються зі способом представлення результату роботи та
- * та використовують Форми оцінювання самоспрямування у навчанні

Після цього вчитель проводить рефлексію з учнями та індивідуальні консультації з кожною групою, в тому числі через сайт проекту, коригує їх діяльність, надає певні рекомендації та спрямовує роботу над питанням.

Другий тиждень

Учні працюють над створенням презентації, публікацій, веб-сторінок.

- * I група – «Знавці історії»

працюють над питаннями: Як історично розвивалося поняття «функція»? Які видатні вчені зробили внесок у розвиток функції?

і повинні представити результат своєї роботи у вигляді сторінки wiki-сайту, де висвітлюються основні результати дослідження, подаються наочні відомості про результати дослідження, висновки.

- * II група – «Знавці математики»

проводитиме дослідження за питаннями: Що називають функціями? Які види елементарних функцій існують? Які властивості показникової і логарифмічної функцій вам відомі? Як пов'язані властивості показникової та логарифмічної функцій? Як себе поведуть графіки взаємо обернених функцій? Яку криву називають логарифмічною спіраллю? . Вона також представлятиме результат своєї роботи відповідної сторінки спільного сайту, де висвітлюються: основні результати діяльності у ході проекту.

- * III група – «Природознавці»

працює за тематичним питанням «Що є спільного між функціями та природою?». Зокрема учні мають провести навчальне дослідження про використання функцій у біології, медицині, економіці.

Вчитель роздає учням документ Контрольний список, щоб допомогти учням планувати та стежити за своїм прогресом. Попередньо відбувається обговорення цих форм з керівниками груп, щоб переконатися, що вони

розуміють критерії оцінювання перед початком роботи.

Рефлексія та консультації, взаємооцінювання відбувається протягом всієї роботи.

Одним із документів фасилітації є презентація основних питань вчителя.

Учитель у роботі дотримується стратегій фасилітації.

Для забезпечення диференційованого підходу у навчанні вчитель використовує у роботі доцільні стратегії навчання і оцінювання обдарованих учнів та учнів з обмеженими можливостями.

IV етап – захист проекту

* Перед завершенням роботи учні, використовуючи Критерії, перевіряють свою роботу та коригують навчальні потреби.

* Кожна група здає вчителю лист-контроль оцінювання самоспрямування роботи у групі оцінювання навичок спільної діяльності.

* Перед захистом всі групи обмінюються контрольними списками для оцінки учнівської публікації та по ходу захисту оцінюють своїх товаришів.

* У призначений вчителем день захисту проекту під час виступу з презентацією використовують форму оцінювання презентації. [Контрольний список для оцінювання однолітками математичної презентації] призначений для учнів, які дають зворотній зв'язок на виступ однолітків з демонстрацією їх проектної групової роботи з математики.

Диференціація навчання

<p>Учні, що мають проблеми у навчанні</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Скоротіть завдання або дайте стільки часу для виконання, скільки необхідно • Надайте учням додаткові докладні інструкції з планування їх діяльності і виконання роботи на комп'ютері • Сформууйте пару для учня, який не дуже добре розуміється на роботі в мережі Internet з однолітком, що є обізнаним у цій сфері
<p>Обдаровані учні</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Дозвольте учням оцінювати Інтернет сайти самостійно • Попросіть учнів побудувати лінійну функцію для тих самих даних, порівняйте з експоненціальною функцією, а потім поставте запитання: яка функція є більш реалістичною і чому?

Матеріали та ресурси

Технічне забезпечення (відмітьте необхідне)

<input type="checkbox"/> Фотоапарат	<input type="checkbox"/> Лазерний диск	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/> Комп'ютер (и)	<input type="checkbox"/> Принтер	Відеомагнітофон
<input type="checkbox"/> Цифровий фотоапарат	<input type="checkbox"/> Мультимедійний проектор	<input type="checkbox"/> Відеокамера
<input type="checkbox"/> DVD - програвач	<input type="checkbox"/> Сканер	<input type="checkbox"/> Обладнання
<input type="checkbox"/> Доступ до Інтернету		

<input type="checkbox"/> Телевізор		для відео конференцій <input type="checkbox"/> Інше
Програмне забезпечення (відмітьте необхідне)		
<input type="checkbox"/> Програма для роботи з базами даних/ електронними таблицями <input type="checkbox"/> Програма для створення публікацій <input type="checkbox"/> Програма для електронної пошти	<input type="checkbox"/> Енциклопедія на компакт-диску <input type="checkbox"/> Програма для роботи із зображеннями <input type="checkbox"/> Програма для створення комп'ютерних презентацій	<input type="checkbox"/> Програма для роботи з Інтернетом <input type="checkbox"/> Програма для розробки веб-сторінок <input type="checkbox"/> Програма для роботи з текстами <input type="checkbox"/> Інше
Друковані матеріали	Підручники, посібники, художня література, довідники, енциклопедії, в яких є матеріали про функції.	
Обладнання та канцтовари	Основні матеріали, предмети, які необхідно замовити або зібрати чи придбати для виконання вашого проекту. Не включайте в цей перелік речі, які є типовими для всіх класних кімнат.	
Інтернет ресурси	Адреси веб-ресурсів, які знадобляться для виконання навчальних проектів та вивчення теми	
Інші ресурси	Запрошені експерти, наставники, учні інших класів, члени громади, батьки; поїздки та екскурсії тощо.	

Застосування інтерактивної гри «Ротаційні трійки» на уроці з теми «Задачі, що приводять до поняття похідної» (рівень стандарту).

Учитель об'єднує учнів у трійки, розміщуючи трійки так, щоб кожна з них бачила трійку справа й трійку зліва. Разом усі трійки мають утворити коло. Далі школярі розраховуються від 0 до 2. Учні з номером 1 з кожним наступним завданням переходять до наступної трійки за годинниковою стрілкою, а учні з номером 2 переходять через дві трійки проти годинникової стрілки. Учні з номером 0 залишаються на місці і є постійними членами трійки. Результатом буде повністю нова трійка. Кожна трійка розв'язує однакові завдання [Ошибка! Источник ссылки не найден].

1-е завдання (нульова ротація)

Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом $x = 2 - 3t$, де x – координата точки, t – час. Якою є швидкість руху точки? В якому напрямі координатної прямої рухається точка?

2-е завдання (перша ротація)

Матеріальна точка, рухаючись прямолінійно і рівномірно, в момент часу $t = 1$ мала координату $x = 3$, а в момент часу $t = 3$ – координату $x = 7$. Якою є швидкість її руху?

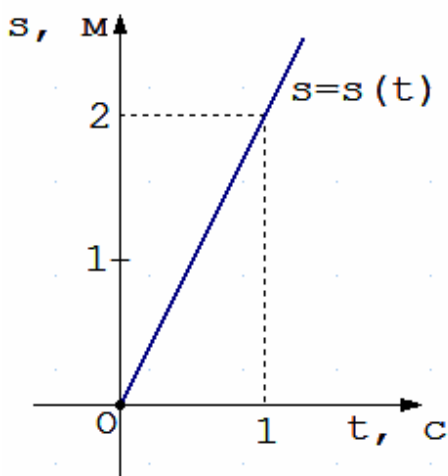


Рис. Д.24

3-е завдання (друга ротація)

Який вигляд має графік закону рівномірного руху матеріальної точки вздовж координатної прямої?

4-е завдання (третья ротація)

На рис. Д.16 зображено залежність шляху s , пройденого матеріальною точкою, від часу t . Якою є швидкість руху точки?

5-е завдання (четверта ротація)

Точка рухається вздовж координатної прямої за законом $x = 3t^2$, де x – координата точки, t – час. Якою є середня швидкість руху точки на проміжку $[1;3]$?

6-е завдання (п'ята ротація)

Маса солі, що розчинилася у воді за проміжок часу $[0;t]$ дорівнює $m(t)$.

Що треба розуміти під:

- середньою швидкістю розчинення солі за проміжок часу $[1;2]$;
- швидкістю розчинення у момент часу $t = 1$?

Наведемо перелік економічних задач із можливими їх способами розв'язання для використання їх у інтерактивній грі «Ротаційні трійки».

Задача для нульової ротації.

Залежність між витратами виробництва y та об'ємом продукції, що випускається x , виражається функцією $y = 50x - 0,05x^3$ (грош. Од.). Визначити середні і граничні витрати при обсязі продукції 10 од.

Розв'язання. Функція середніх витрат (на одиницю продукції) виражається співвідношенням $y_{сер} = \frac{y}{x} = 50 - 0,05x^2$; при $x = 10$ середні витрати (на одиницю продукції) дорівнюють $y_{сер}(10) = 50 - 0,05 \cdot 10^2 = 45$ (грош. од.). Функція граничних витрат виражається похідною $y'(x) = 50 - 0,15x^2$; при $x = 10$ граничні витрати складають $y'(10) = 50 - 0,15 \cdot 10^2 = 35$ (грош. Од.). Таким чином, якщо середні витрати на виробництво одиниці продукції складають 45 грош. Од., то граничні витрати, тобто додаткові витрати на виробництво додаткової одиниці продукції за даного рівня виробництва (обсяг продукції, що випускається, 10 од.) складає 35 грош. Од.

Відповідь: 45 грош. Од.; 35 грош. Од.

Задача для першої ротації.

Обсяг продукції u , вироблений бригадою робітників, може бути описаний рівнянням $u = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$ (од.), $1 \leq t \leq 8$, де t – робочий час у годинах. Обчислити продуктивність праці, швидкість її зміни після початку роботи та за годину до її закінчення.

Розв'язання. Продуктивність праці – це похідна

$$z(t) = u'(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 15t + 100 \text{ (од./год)},$$

а швидкість зміни продуктивності – відповідно задаються похідною $z'(t)$:

$$z'(t) = -5t + 15 \text{ (од./год}^2\text{)}.$$

У задані моменти часу $t_1 = 1$ та $t_2 = 8 - 1 = 7$ відповідно маємо:

$$z(1) = 112,5 \text{ (од.год)}, \quad z'(1) = 10 \text{ (од.год}^2\text{)}$$

та

$$z(7) = 82,5 \text{ (од.год)}, z'(7) = -20 \text{ (од.год}^2\text{)}$$

Тобто до кінця роботи продуктивність праці суттєво знижується; при цьому зміна знака $z'(t)$ з плюса на мінус свідчить про те, що збільшення продуктивності праці в перші години робочого дня змінюється її зниженням в останні години.

Відповідь. Продуктивність праці була відповідно 112,5 од./год та 82,5 од./год; її швидкість 10 од./год² та -20 од./год².

Задача для другої ротації.

Виробник реалізує свою продукцію за ціною p за одиницю, а витрати при цьому задаються кубічною залежністю $S(x) = ax + \lambda x^3$ ($a < p, \lambda > 0$). Знайти оптимальний для виробництва обсяг продукції та відповідні йому прибутки.

Розв'язання. Позначимо обсяг продукції, що випускається, x . Складемо функцію прибутку $C(x) = px - (ax + \lambda x^3)$, де px – прибуток від реалізованої продукції.

1. Знайдемо похідну функції прибутку: $C'(x) = (p - a) - 3\lambda x^2$.

2. Знайдемо критичні точки: $C'(x) = 0$; $(p - a) - 3\lambda x^2 = 0$, тоді

$$x_1 = \sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}. \text{ Другу критичну точку } x_2 = -\sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}} \text{ не розглядаємо через}$$

умову задачі.

3. Знаходимо $C''(x) = -6\lambda x$ та визначаємо знак другої похідної при

$$x_1 = \sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}.$$

$$C''\left(x_1 = \sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}\right) < 0,$$

Отже, при $x = \sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}$ прибуток $C(x)$ максимальний.

4. Знаходимо максимальний розмір прибутку (максимум функції)

$$C_{\max} = C\left(\sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}\right) = \frac{(p-a)\sqrt{p-a}}{3\sqrt{3\lambda}}.$$

Відповідь. Обсяг випуску $\sqrt{\frac{p-a}{3\lambda}}$, максимальний розмір прибутку $\frac{(p-a)\sqrt{p-a}}{3\sqrt{3\lambda}}$.

Задача для третьої ротації.

Капітал в 1 млрд грн може бути вкладений у банк під 50% річних або інвестований у виробництво, причому ефективність вкладання очікується в розмірі 100%, а витрати виробництва задаються квадратичною залежністю. Прибуток оподатковується в $p\%$. За яких значень p внесок у виробництво є більш ефективним, ніж чисте розміщення капіталу в банк?

Розв'язання. Нехай x (млрд грн) інвестується у виробництво, а $1-x$ розміщується під відсотки. Тоді розміщений капітал через рік буде дорівнювати $(1-x)\left(1+\frac{50}{100}\right) = 1,5-1,5x$, а капітал, вкладений у виробництво, – $x\left(1+\frac{100}{100}\right) = 2x$.

Витрати виробництва складають αx^2 ($\alpha > 0$), тобто прибуток від вкладу у виробництво дорівнює $C = 2x - \alpha x^2$. Податки складають $-(2x - \alpha x^2)\frac{p}{100}$, тобто

чистий прибуток дорівнює $\left(1 - \frac{p}{100}\right)(2x - \alpha x^2)$.

Загальна сума через рік складає:

$$A(x) = 1,5 - 1,5x + \left(1 - \frac{p}{100}\right)(2x - \alpha x^2);$$

$$A(x) = \frac{3}{2} + \left[2\left(1 - \frac{p}{100}\right) - \frac{3}{2}\right]x - \alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right)x^2.$$

Необхідно знайти максимальне значення цієї функції на відрізку $[0;1]$.

$$A(x) = 2\left(1 - \frac{p}{100}\right)x - \frac{3}{2}x - 2\alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right)x^2;$$

$$A'(x) = 0 \text{ при } x_0 = \frac{2\left(1 - \frac{p}{100}\right) - \frac{3}{2}}{2\alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right)}.$$

$$A''(x) = -2\alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right) < 0, \text{ тоді } x_0 \text{ – точка максимуму.}$$

Щоб x_0 належало відрізку $[0;1]$, необхідне виконання умови

$$0 < 2\left(1 - \frac{p}{100}\right) - \frac{3}{2} < 2\alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right), \text{ звідки } p < 25.$$

Таким чином, якщо $p > 25$, то вигідніше нічого не вкладати у виробництво і розмістити весь капітал у банк. Якщо $p < 25$, то можна показати, що при $x = x_0$

$$A(x_0) = \frac{\left[2\left(1 - \frac{p}{100}\right) - \frac{3}{2}\right]^2}{4\alpha\left(1 - \frac{p}{100}\right)} > \frac{3}{2}$$

та інвестиції у виробництво будуть більш вигідними, ніж чисте розміщення капіталу під відсотки.

Відповідь: $p < 25$.

Задача для четвертої ротації.

Витрати виробництва K залежать від обсягу продукції x за формулою

$$K = 100x - \frac{1}{30}x^3.$$

Визначити граничні витрати, якщо обсяг виробництва складає: а) 5 од., б) 10 од.

Розв'язання. Оскільки $K' = 100 - 0,1x^2$, то $K'(5) = 100 - 0,1 \cdot 5^2 = 97,5$; а $K'(10) = 100 - 0,1 \cdot 100 = 90$.

Це означає, що за обсягу продукції 5 умовних одиниць витрати на виробництво наступної (шостої) одиниці продукції складають 97,5; за обсягу виробництва 10 умовних одиниць вони складають 90.

Відповідь: 97,5; 90.

Задача для п'ятої ротації.

Функція цін попиту на олівці визначається формулою $p = 10 - 2x$, де x – попит, а p – ціна. На скільки зросте виручка, якщо попит зросте від 2 до 3 одиниць?

Розв'язання. Виручка від продажу товару буде відповідно

$$u = x(10 - 2x) = 10x - 2x^2$$

Тоді $u' = 10 - 4x$. Якщо $x = 2$, то $u'(2) = 2$. Це означає, що якщо попит зросте від 2 до 3 одиниць, то виручка зросте наближено на 2 одиниці.

Відповідь: на 2 од.

Задача для шостої ротації.

Обсяг продукції u (у.о.) цеху протягом робочого дня являє собою функцію

$$u = -t^3 - 5t^2 + 75t + 425,$$

де t – час роботи (год). Знайти продуктивність праці через 2 години після початку роботи.

Відповідь: 43 од/год.

Задача для сьомої ротації.

Залежність між витратами виробництва y (грош. од.) та обсягом продукції x (од.), що випускається, виражена функцією

$$y = 10x - 0,04x^3.$$

Визначити середні і граничні витрати за обсягу продукції, що дорівнює 5 од.

Відповідь: 9 грош. од.; 7 грош. од.

Задача для восьмої ротації.

Відомо, що прогнозована ціна акції має вигляд

$$C_{\text{прогн}} = C_0 \frac{gr}{(r_e - r) + gr},$$

де C_0 – початкова ціна, r – відносний прибуток корпорації, g – частка прибутку, яка виділена на виплату дивідендів, r_e – найбільш ефективна ставка, за якої можна реінвестувати дивіденди. Розглядаються дві акції з початковою ціною, що дорівнює одиниці, та наступними характеристиками: $r_1 = 0,2$, $r_2 = 0,4$, $g_1 = g_2 = g$. Відомо, що $r_e = 0,5$. Інвестор продав першу акцію та купив другу. За яких значень g ця операція принесе найбільш сподіваний прибуток?

Відповідь: $\frac{\sqrt{6}}{4} \approx 0,61$.

Задача для дев'ятої ротації.

Для функції y витрат виробництва x одиниць продукції виду

$$y = 100 + 10x + 0,1x^2$$

знайти маржинальні витрати (маржинальну вартість та середню вартість виробництва одного виробу підприємства).

Відповідь: $\left(10 + 0,2x; \frac{1000}{x} + 10 + 0,1x\right)$.

Приклади задач для організації та проведення уроків із застосуванням інтерактивної технології «Робота в парах»

Задача Д.126. Для заданого закону руху матеріальної точки необхідно обчислити середню швидкість на заданих проміжках часу:

1) $s(t) = 3t - 1, [0;1], [0;5], [-3;3], [t_1; t_2]$;

2) $s(t) = t^2 + 3t, [0;1], [-1;1], [2;5], [t_1; t_2]$;

3) $s(t) = \frac{2}{t+1}, [0;1], [0;3], [1;9], [t_1; t_2]$.

Задача Д.127. Точка рухається за законом $s = 3t + 2$. Знайдіть:

1) середню швидкість на відрізках $[2;2,2], [2;2,02], [3;4], [3;3,3]$;

2) миттєву швидкість при $t = 2, t = 3$.

Задача Д.128. Висота каменя, кинутого вертикально вгору зі швидкістю

v_0 від землі h_0 , $x = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, де $g = 10 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного

падіння.

1. Знайдіть залежність швидкості каменя від часу.
2. При $h_0 = 20 \text{ м}$, $v_0 = 8 \text{ м/с}$ знайдіть швидкість каменя через 2 с.
3. Через який час камінь упаде на землю?
4. На якій висоті швидкість буде дорівнювати нулю?
5. Покажіть, що енергія каменя $E = \frac{mv^2}{2} + mgh$ не залежить від часу.

Задача Д.129. Тіло віддаляється від Землі за законом $s = A(t + C)^{\frac{2}{3}}$.

1. Знайдіть закон, за яким змінюється його швидкість.
2. Обчисліть прискорення тіла.
3. Доведіть, що сила, яка діє на тіло, змінюється обернено пропорційно квадрату відстані s .

Задача Д.130. Доведіть, що рух за кубічним законом $s = at^3 + bt^2 + ct + d$, відбувається з прискоренням, яке змінюється лінійно.

Задача Д.131. Точка рухається за законом $s = 2 + 20t - 5t^2$. Знайдіть миттєву швидкість у момент часу $t = 0$, $t = 1$, $t = 2$.

Задача Д.132. Рух точки вздовж осі x задано законом $x = \frac{10}{t}$. Знайдіть миттєву швидкість у момент $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$.

Задача Д.133. Тіло масою 5 кг рухається за законом $s = 2 - 3t + t^2$. Знайдіть кінетичну енергію тіла через 10 с після початку руху.

Задача Д.134. В який момент часу буде мати максимальну кінетичну енергію тіло, яке рухається прямолінійно за законом $s = k\left(t + \frac{1}{t}\right)$?

Задача Д.135. Кількість електрики, яка протікає через провідник, починаючи з моменту часу $t = 0$, задається формулою $q = 3t^2 + t + 2$. Знайдіть силу струму в момент часу $t = 3$.

Задача Д.136. В який момент часу струм у колі дорівнює нулю, якщо кількість електрики, що протікає через провідник, задається формулою:

$$1) q = t + \frac{k}{t};$$

$$2) q = t - \sqrt{t} + 1?$$

Задача Д.137. Вимірювання величини заряду на обкладинках конденсатора показали, що заряд змінюється за законом $q = 3,05 + 6,11t - \frac{0,8}{t+1}$.

Знайдіть закон зміни сили струму.

Задача Д.138. Нехай $Q(t^\circ)$ – кількість теплоти, яка необхідна для нагрівання 1 кг води від 0°C до $t^\circ\text{C}$. Відомо, що в діапазоні $0 \leq t^\circ \leq 95$ формула

$$Q(t^\circ) = 0,396t + 2,081 \cdot 10^{-3}t^2 - 5,024 \cdot 10^{-7}t^3$$

дає точні наближення до реального значення $Q(t^\circ)$. Знайдіть, як залежить теплоємність води від температури.

Задача Д.139. Довжина стрижня змінюється залежно від температури за законом: $l = l_0 + 0,001t + 0,0001t^2$. Знайдіть коефіцієнт лінійного розширення при $t = 5^\circ\text{C}$.

Д.6. Характеристика й призначення ППЗ

Таблиця Д.6

Призначення ППЗ

Вид ППЗ	Призначення
ПМК GRAN (Graphic Analysis) Складові комплексу ППЗ GRAN1	призначений для підтримки вивчення математики з 6-го по 11-ий клас, включаючи планіметрію, стереометрію, тригонометрію, алгебру і початки аналізу, початки теорії ймовірностей і математичної статистики
ППЗ GRAN-2D (Graphic Analysis 2-Dimension)	для комп'ютерної підтримки вивчення алгебри і початків аналізу, планіметрії, тригонометрії, початків теорії ймовірностей і математичної статистики
ППЗ GRAN-3D (Graphic Analysis 3-Dimension)	для комп'ютерної підтримки вивчення планіметрії (динамічна геометрія).
DG	Для комп'ютерної підтримки вивчення стереометрії
DG	графічний аналіз тривимірних об'єктів
ППЗ «Алгебра, 10 клас», «Геометрія, 10 клас», «Алгебра, 11 клас» «Геометрія, 11 клас»	допомога вчителю в організації продуктивної пізнавальної діяльності учнів при засвоєнні математичних знань, у виробленні стійких механізмів самонавчання, самовиховання і саморозвитку
електронні підручники	подають значні за обсягом матеріалу розділи навчальних дисциплін або повністю навчальні дисципліни, розроблені у відповідності до чинної навчальної програми з відповідної дисципліни

Область використання ППЗ

Пакет ППЗ	Область використання
GRAN1	<ul style="list-style-type: none"> – побудова графіків функцій та залежностей між змінними, заданих у декартових чи у полярних координатах, параметрично або таблично; – дослідження графіків функцій та залежностей між змінними; – побудова січних та дотичних до графіків функцій; – графічне розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем з однією чи двома змінними; – опрацювання статистичних даних, включаючи побудову полігону частот, гістограм, обчислення відносних частот різних подій, визначення центра розсіювання відносних частот та величини розсіювання, побудову графіка функції розподілу статистичних ймовірностей; – обчислення визначених інтегралів, площ довільних фігур та поверхонь, об'ємів тіл обертання тощо
GRAN-2D	<ul style="list-style-type: none"> – створення динамічних моделей геометричних фігур та їхніх комбінацій аналогічно класичним побудовам за допомогою циркуля та лінійки, а також використання елементів аналітичної геометрії (систему координат, рівняння прямих і кіл, алгебраїчні залежності між частинами побудови, графіки функцій тощо); – вимірювання геометричних величин; – дослідження геометричних місць точок; – аналіз динамічних виразів, висунення припущень, встановлення закономірностей; – побудова графічних зображень, з використанням коментарів, підказок й гіперпосилань; – експорт рисунків у графічні формати для вбудовування їх у інші додатки і для створення геометричних ілюстрацій тощо
GRAN-3D	<ul style="list-style-type: none"> – створення та перетворення моделей базових просторових об'єктів; – виконання перерізів многогранників площинами; – обчислення об'ємів та площ поверхонь многогранників і тіл обертання; – вимірювання відстаней та кутів
електронні підручники	<ul style="list-style-type: none"> – <i>навчання</i>: функції подання навчального матеріалу, розвиваюча, закріплення вивченого, самоконтролю; – <i>взаємодії з повсякденним та професійним життям</i>: функції допомоги в інтеграції знань, отримання довідкових відомостей, соціального та культурного виховання

Пакет ППЗ	Область використання
ППЗ «Алгебра, 10 клас», «Геометрія, 10 клас», «Алгебра, 11 клас» «Геометрія, 11 клас»	конструювання уроків так званих «елементів», кожен з яких – це частина навчальної інформації представлена у компактному вигляді: опорні теоретичні відомості з кожної теми навчального плану та системи завдань до відповідної теми для закріплення та перевірки засвоєного матеріалу

Додаток Е

МАТЕРІАЛИ ПЕДАГОГІЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Е.1. Оцінка професійної схильності за методикою академіка Є. Клімова [207]

Відомо, що всі професії на основі предмета трудової діяльності умовно розподілені на п'ять типів:

1). «Людина – Природа» (Л – П) – сюди відносяться професії, в яких людина має справи з різними явищами неживої та живої природи, наприклад біолог, географ, геолог, математик, фізик, хімік та інші професії, які відносяться до природничих наук.

2). «Людина – Техніка» (Л – Т) – в цю групу професій включені різні види трудової діяльності, в яких людина має справу з технікою, її використанням або конструюванням, наприклад професія інженера, оператора, машиніста, механізатора і т.ін.

3). «Людина – Людина» (Л – Л) – сюди включені всі види професій, що передбачають взаємодію людей, наприклад: політика, релігія, педагогіка, психологія, медицина, торгівля, право.

4). «Людина – Знакова система» (Л – З) – в цю групу включені професії, що стосуються створення, вивчення і використання різних знакових систем, наприклад, лінгвістика, мови математичного програмування, способи графічного представлення результатів спостережень, тощо.

5). «Людина – Художній образ» (Л – Х) – ця група професій являє собою різні види художньо-творчої праці, наприклад література, музика, театр, образотворче мистецтво.

Визначити схильність до певного типу можна користуючись картою самооцінки.

Карта самооцінки схильностей

Припустимо, що після відповідного навчання ви зможете виконувати будь-яку роботу з перерахованих нижче. Однак, якби вам довелося обирати тільки з двох можливостей, то який вид діяльності ви zvolієте? Нижче запропоновано 20 пар тверджень, позначених індексами а і б, що розкривають у короткій формі різні види діяльності. Уважно прочитавши обидва твердження, знаком "++" відзначте у листі відповідей те з них, яке більш привабливо для вас, "+" – менш привабливо, "-" – зовсім непривабливо.

Таблиця Е.1

Твердження для самооцінки

1а. Доглядати за тваринами	1б. Обслуговувати машини
2а. Допомогати хворим людям, лікувати їх	2б. Складати таблиці, схеми, програми для обчислювальних машин
3а. Брати участь в оформленні книг, плакатів, журналів	3б. Стежити за станом і розвитком рослин
4а. Оброблювати матеріали (деревину, тканину, метал, пластмасу і ін.)	4б. Доводить товари до споживача (рекламувати)
5а. Обговорювати науково-популярні книги, статті	5б. обговорювати художні книги (або п'єси, концерти)
6а. Утримувати тварин	6б. Тренувати товаришів (або молодших школярів) у виконанні будь-яких дій (трудових, навчальних, спортивних)
7а. Копіювати малюнки, зображення (або налаштувати музичні інструменти)	7б. Керувати підйомним краном, трактором, тепловозом і т.і.
8а. Повідомляти (пояснювати) людям будь-які відомості (у довідковому бюро, під час екскурсій)	8б. Художньо оформляти виставки, вітрини (або брати участь у підготовці п'єс, концертів)
9а. Ремонтувати речі (одяг, техніку), оселю	9б. Шукати й виправляти помилки в текстах, таблицях, малюнках
10а. Лікувати тварин	10б. Виконувати обчислювання, розрахунки
11а. Виводити нові сорти рослин	11б. Конструювати, проектувати нові види виробів (машини, одяг, будинки тощо)
12а. Вирішувати суперечки, запобігати сваркам, переконувати, пояснювати, заохочувати, карати	12б. Розбиратися в кресленнях, схемах, таблицях (перевіряти, уточнювати, приводити до ладу)

Продовження табл. Е.1

13а. Брати участь у роботі гуртків художньої самодіяльності	13б. Спостерігати, вивчати життя мікробів
14а. Налагоджувати медичні прилади, апарати	14б. Надавати людям медичну допомогу при пораненнях, забитих місцях і т.п.
15а. Складати точні описи, звіти про об'єкти, що спостерігаються, і т.п.	15б. Художньо описувати, відображати події (що спостерігаються або що представляються)
16а. Виконувати лабораторні аналізи в лікарні	16б. Приймати, оглядати хворих, бесідувати з ними, призначати лікування
17а. Фарбувати або розписувати стіни або приміщення, поверхню виробів	17б. Здійснювати монтаж будинків або складання машин, приладів
18а. Організовувати культпоходи однолітків або молодших товаришів (у театри, музеї), екскурсії, туристичні походи і т.п.	8б. Грати на сцені, брати участь у концертах
19а. Виготовляти по кресленнях деталі, виробу (машини, одяг), будувати будинки	19б. Займатися кресленням, копіювати креслення, карти
20а. Вести боротьбу з хворобами рослин, зі шкідниками лісу, саду	20б. Працювати на клавішних машинах (друкарській машинці, телетайпі й ін.)

Таблиця Е.2

Лист відповідей «Карта самооцінки схильностей»

	Л-П		Л-Т		Л-Л		Л-З		Л-Х
1а		1б		2а		2б		3а	
3б		4а		4б		5а		5б	
6а		7б		6б		9б		7а	
10а		9а		8а		10б		8б	
11а		11б		12а		12б		13а	
13б		14а		14б		15а		15б	
16а		17б		16б		19б		17а	
20а		19а		18а		20б		18б	

Після заповнення листа відповідей підрахуйте число знаків "+" у кожному вертикальному ряді (відповідно до типів професій). Їхня сума буде показником ступеня виразності вашої усвідомленої схильності до одного з типів професій.

Результат самооцінки схильностей

	Л-П	Л-Т	Л-Л	Л-З	Л-Х
Кількість +					

Е.2. Методика визначення професійного інтересу за допомогою «Анкети інтересів» (методика А. Голомштока) [364].

«Анкета інтересів» (методика А. Голомштока)

Лист відповідей до карти інтересів заповнюється учнями так само, як і карта самооцінки схильностей. Нижче запропоновано 120 тверджень. Знаком "++" відзначте у листі відповідей те з них, яке більш привабливо для вас, "+" – менш привабливо, "-" – зовсім непривабливо.

1. Розв'язувати математичні задачі і проводити складні математичні розрахунки.
2. Готувати розчини, змішувати реактиви.
3. Вивчати особливості фізіологічних процесів у різних організмах.
4. Збирати колекції матеріалів.
5. Робити (склеювати) моделі літаків, планерів, кораблів.
6. Виконувати роботу, використовуючи вимірювальні й іспитові прилади.
7. Читати твори класичної світової літератури.
8. Читати книги про роботу міліції, про боротьбу з правопорушеннями.
9. Знайомитися з історією мистецтв нашої Батьківщини.
10. Читати книги про виховання дітей і молоді, про роботу вчителя.
11. Читати книги про роботу лікарів, медичні журнали.
12. Піклуватися про затишок у приміщенні.
13. Читати військову літературу.
14. Слухати оперну і симфонічну музику.
15. Читати книги про художників.
16. Віддавати перевагу урокам математики.

17. Вирішувати задачі по хімії.
18. Вивчати анатомічну структуру рослин і тварин.
19. Читати про різні країни, їх економіку і державний устрій.
20. Читати технічні журнали.
21. Читати статті і науково-популярні журнали про досягнення в області радіотехніки.
22. Аналізувати, порівнювати й оцінювати літературні твори.
23. Знайомитися з різними законами, розпорядженнями, статутами, інструкціями.
24. Вивчати історію міста і району, в якому живемо.
25. Допомогати товаришам, що відстають у навчанні, пояснювати важкі питання.
26. Віддавати перевагу урокам анатомії і фізіології людини.
27. Складати і вести картотеку.
28. Знайомитися з військовою технікою.
29. Слухати сучасну популярну музику.
30. Відвідувати музеї, художні виставки.
31. Займатися в математичному гуртку, учитися в математичній школі.
32. Віддавати перевагу урокам хімії.
33. Читати книги про рослини і тварин.
34. Їздити в експедиції.
35. Знайомитися із сучасними досягненнями техніки (слухати радіо і дивитися телепередачі, відвідувати технічні виставки).
36. Займатися в радіотехнічному гуртку.
37. Читати літературно-критичні і публіцистичні статті.
38. Вивчати політичний лад і соціальні зміни в інших країнах.
39. Читати книги на історичні теми.
40. Виконувати роботу піонервожатого.
41. Знайомитися з досягненнями в області медицини.
42. Організовувати харчування в походах.

43. Віддавати перевагу урокам фізкультури.
44. Займатися в музичній школі.
45. Займатися в ізостудії.
46. Розв'язувати алгебраїчні задачі.
47. Робити досліди з хімії.
48. Віддавати перевагу урокам ботаніки, зоології, анатомії.
49. Дізнаватися про відкриття нових родовищ корисних копалин.
50. Розбиратися в технічних кресленнях і схемах.
51. Ремонтувати побутові електроприлади.
52. Пробувати писати розповіді, вірші.
53. Проводити політінформації в класі.
54. Дивитися фільми про історичні події в різних країнах.
55. Готувати доповіді, повідомлення і виступати з ними перед молодшими товаришами.
56. Піклуватися про хворих, надавати їм допомогу.
57. Допомогати товаришам в магазині одягу у виборі, що їм більше всього личить.
58. Брати участь у військових іграх, походах.
59. Декламувати вірші, співати в хорі, виступати на сцені.
60. Оформляти стінгазети, стенди, виставки, монтажі.
61. Розв'язувати задачі з геометрії.
62. Самостійно виводити формули хімічних реакцій.
63. Вивчати під мікроскопом живі тканини, спостерігати поведження дрібних організмів.
64. Віддавати перевагу урокам географії.
65. Збирати і ремонтувати різні механізми (велосипед, швейну машину).
66. Збирати й ремонтувати радіоапаратуру.
67. Вивчати походження слів і виразів.
68. Виступати з доповідями, повідомленнями перед великою кількістю людей.

69. Знайомитися зі стародавньою культурою за розкопками археологів.
70. Працювати піонервожатим у молодших класах.
71. Робити перев'язки, надавати першу допомогу при травмах.
72. Надавати людям різні побутові послуги.
73. Займатися в спортивній секції.
74. Грати на музичних інструментах.
75. Малювати олівцями, фломастерами, фарбами.
76. Читати науково-популярну літературу про математичні відкриття і відомих математиків.
77. Займатися в хімічному гуртку, брати участь у хімічних олімпіадах.
78. Доглядати за рослинами і тваринами, спостерігати за ними.
79. Робити тривалі і важкі походи, під час яких приходиться напружено працювати за заданою програмою.
80. Віддавати перевагу урокам праці.
81. Розбиратися в складних радіосхемах.
82. Працювати зі словниками, літературними джерелами, бібліографічними довідниками.
83. Читати в газетах і дивитися по телевізору політичні новини.
84. Знайомитися з законами історичного розвитку людства.
85. Проводити час з маленькими дітьми, розповідати, читати їм книги.
86. Виявляти чуйність і турботу до людей.
87. Виявляти такт, витримку, самовладання в спілкуванні з людьми.
88. Вивчати історію великих історичних битв і долі видатних полководців.
89. Дивитися театральні вистави по телевізору.
90. Знайомитися з картинами, скульптурними пам'ятниками, іншими творами мистецтва.
91. Займатися в математичному гуртку, брати участь у математичних олімпіадах.
92. Дізнаватися про нові досягнення в області хімії (із журналів, радіо- і

телепередач).

93. Брати участь у роботі біологічних гуртків і проводити досліди з рослинами і тваринами.

94. Складати географічні і геологічні карти.

95. Учатися водити машину і вміти самому її ремонтувати.

96. Віддавати перевагу урокам фізики.

97. Писати твори на вільні теми.

98. Вести дискусії на політичні теми.

99. Порівнювати звичаї різних народів, знайомитися з історією культури.

100. Аналізувати свої вчинки, поведінку в спілкуванні з людьми.

101. Читати медичні довідники, словники.

102. Працювати над поліпшенням устаткування.

103. Займатися яким-небудь видом спорту, брати участь у змаганнях.

104. Брати участь у вечорах шкільної самодіяльності.

105. Випилювати, випалювати, різати по дереву.

106. Виконувати роботу, що вимагає знань математичних правил і формул.

107. Виконувати роботу, що вимагає знань принципів і законів хімії.

108. Виконувати роботу на відкритому повітрі, що вимагає фізичного навантаження.

109. Довготривало працювати в польових умовах.

110. Виконувати складні технічні роботи, що вимагають великої точності.

111. Виконувати роботу в закритому приміщенні, що вимагає фізичного навантаження.

112. Виконувати роботу, що вимагає аналізу, обмірковування, уміння виражати свої думки.

113. Виконувати роботу, що вимагає безстороннього ставлення до людей, розуміння їхньої психології.

Дешифратор карти інтересів

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	математика	хімія	біологія, с/г	геологія і географія	техніка	електрорадіотехніка	філологія і журналіст.	юриспруденція	історія і археологія	педагогіка	медичина	сфера обслуговування	Військ. справа, спорт	вокал.-теат. мист.	декор.-приклад. мист
Кільк. +															
Кільк. -															
Проф. інтерес															

Потім, після підрахунку всіх знаків "+" і "-", по стовпчиках оформляється висновок із трьох пунктів:

1. Найбільша схильність до професій типу ...
2. Має місце схильність до професій типу ...
3. Найменша схильність до професій типу .

Е.3. Дослідження рівня розвитку психічних властивостей і навичок математичного моделювання

Для діагностики таких властивостей як: просторове мислення, слухомовна пам'ять, зорова пам'ять, логічне мислення, словниковий запас, окомір, обчислювальні навички використовуються спеціально дібрані тести [364].

1. **Просторове мислення** визначається за допомогою спеціального тесту (рис. Е.1.), на виконання якого приділяється 10 хвилин. Учнем дається інструкція: «Діти! Вам пропонується виконати 10 завдань. Суть кожного полягає в наступному: представте подумки лист паперу у формі квадрата, що звертається 2 рази навпіл. Потім збоку вирізується трикутник. Розвертаючи в зворотній послідовності, ви одержите той же лист уже з трикутними отворами.

Укажіть, котрий із запропонованих чотирьох варіантів (А, Б, В, Г) відповідає правильний. Наступні завдання від першого до десятого ускладнюються за числом вирізаних отворів і ліній згинів».

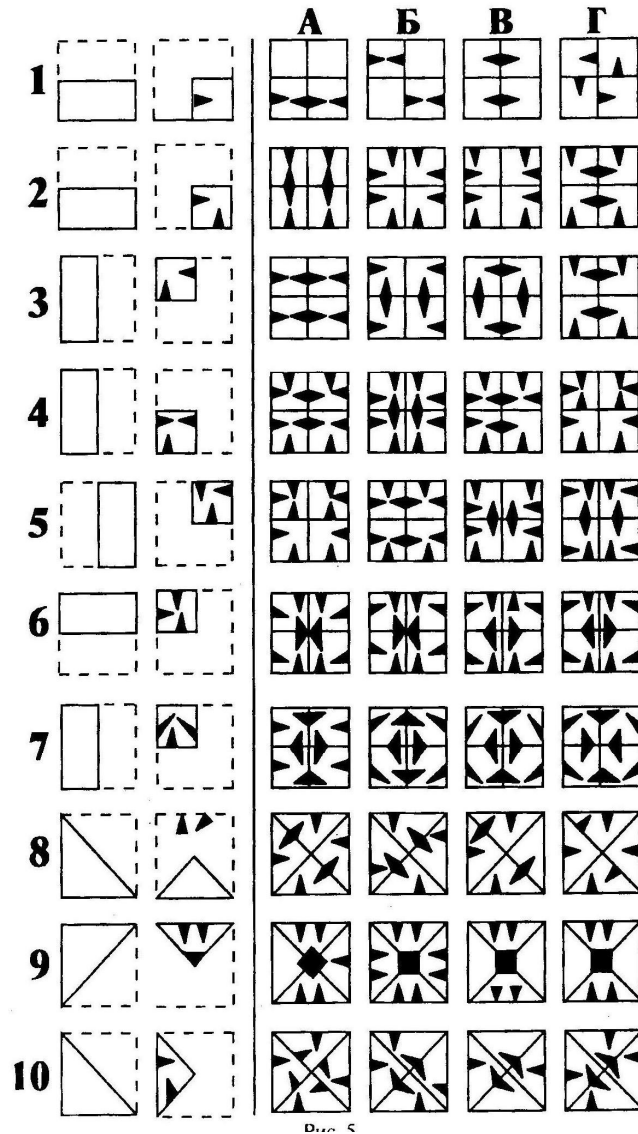


Рис.Е.1. Матеріал до тесту «Просторове мислення»

Результат визначається кількістю правильно виконаних завдань.

Ключ: 1В, 2Г, 3В, 4А, 5Г, 6Г, 7В, 8А, 9Б, 10Б.

2. Слухомовна пам'ять – запам'ятати на слух і відтворити письмово чотири набори слів, по 10 слів у кожному. Час на запис кожного набору 45 секунд. Шкала оцінок: 1 бал – 16 слів; 2 бали – 17–19; 3 бали – 22–24; 5 балів – 25; 6 балів – 26–28; 7 балів – 29–30; 8 балів – 31–32; 9 балів – 33–34; 10 балів – 35 слів і більше.

Торт	Слон	Слово	Чай
Час	Троянда	Плащ	Ніч
Ягода	Слух	Тормоз	Гілка
Лампочка	Чашка	Дім	Парта
Думка	Місяць	Журнал	Космос
Стіл	Крейда	Літак	Полиця
Земля	Повітря	Вишня	Малина
Крило	Шпалери	Число	Колесо
Краватка	Сніг	Годинник	Шапка
Картопля	Футболка	М'ясо	Музика

3. **Зорова пам'ять** визначається за допомогою спеціального тесту, матеріалом для якого є зображення, представлені на рис. Е.2

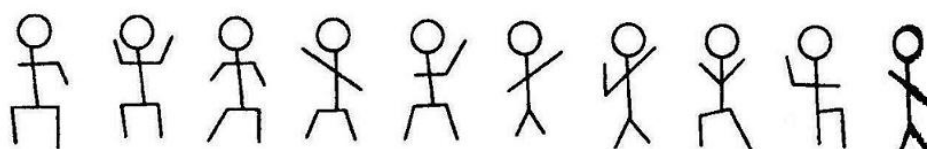


Рис.Е.2.а

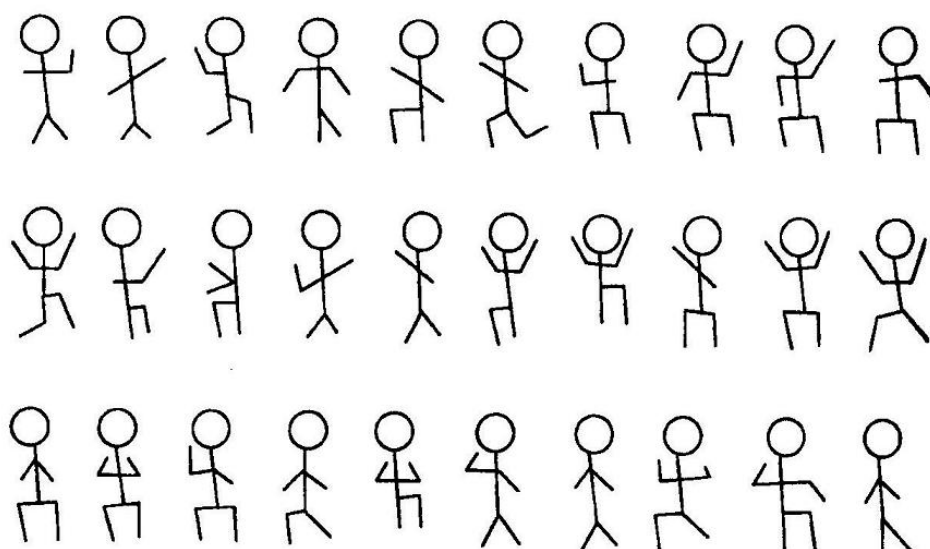


Рис. Е.2.б

Школярам дається інструкція: «Діти! Вам необхідно протягом однієї хвилини подивитися і запам'ятати 10 схематичних фігур чоловічків (див. рис. Е.2.а), потім знайти ці фігурки на іншому малюнку (див. рис. Е.2.б) серед безлічі подібних фігур протягом 3 хвилин. Подумки пронумеруйте всі 30 фігур

один по одному послідовно з ряду в ряд і напишіть на листі, під якими номерами виявляться знайдені вами фігури».

Результат тесту визначається кількістю правильно виконаних завдань.
Ключ до завдання: 2, 4, 8, 10, 12, 14, 15, 18, 19, 20.

4. Логічне мислення виявляється за допомогою наступних тестів:

А) учням пропонується за 10 хвилин виконати 20 завдань. Необхідно виявити зв'язок між першими двома запропонованими словами і перенести цей зв'язок на іншу пару слів, підібравши відповідно до неї до першого слова друге з чотирьох запропонованих (а, б, в, г).

1. Машина – гараж. Півень – а) куриця, б) забір, в) птахоферма, г) яєчня.
2. Фарба – художник. Цегла – а) дім, б) тесляр, в) маляр, г) каменярь.
3. Автомобіль – колесо. Птах – а) перо, б) крило, в) політ, г) дзьоб.
4. Ручка – зошит. Щітка – а) зуби, б) мило, в) паста, г) порошок.
5. Вовк – ватага. Бджола – а) вулик, б) паста, в) рій, г) квітка.
6. Огірок – грядка. Рога – а) ратиці, б) сувенір, в) баран, г) голова.
7. Черевик – шнурок. Двері – а) замок, б) ручка, в) петля, г) мотузок.
8. Атмосфера – забруднення. Труба – а) дим, б) засмічення, в) завод, г) пил.
9. Пример – зразок. Силач – а) богатир, б) здоров'я, в) зарядка, г) тренування.
10. Яблуна – яблуко. Курка – а) м'ясо, б) перо, в) яйце, г) курча.
11. Секунда – час. Доба – а) рік, б) місяць, в) тиждень, г) століття.
12. Гриб – груздь. Хвороба – а) кашель, б) горло, в) грип, г) температура.
13. Товстий – тонкий. День – а) вчора, б) ніч, в) четвер, г) зима.
14. Рушниця – мішень. Космодром – а) ракета, б) супутник, в) космос, г) космонавт.
15. Машина – кузов. Магазин – а) прилавок, б) сир, в) продавець, г) каса.
16. Ательє – клієнт. Дім – а) житель, б) гість, в) хлопчик, г) дід.
17. Північ – південь.

Північний схід – а) південний захід, б) захід, в) північний захід, г) південний захід.

18. Струм – проводи. Вагон – а) вокзал, б) поїзд, в) купе, г) рейки.

19. Золото – срібло. Бронза – а) малахіт, б) мідь, в) рубін, г) смарагд.

20. Повітря – кисень. Пічка – а) дім, б) дах, в) труба, г) дим.

Рівень розвитку даної психічної властивості визначається кількістю правильних відповідей, поділений на два (береться тільки ціла частина). Ключ: 1в, 2г, 3б, 4а, 5в, 6г, 7а, 8б, 9а, 10в, 11б, 12в, 13б, 14в, 15а, 16б, 17г, 18г, 19б, 20в.

Б) учням дається завдання продовжити числові ряди:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1) 1, 2, 3, 4, 5, 6 | 16) 0, 3, 8, 15, 24 |
| 2) 12, 10, 8, 6, 4 | 17) 25, 5, 49, 7, 81 |
| 3) 6, 9, 12, 15, 18, 21 | 18) 1, 2, 2, 2, 3, 2 |
| 4) 45, 39, 33, 27 | 19) 6, 3, 18, 7, 3, 21, 8 |
| 5) 2, 4, 8, 16, 32 | 20) 6, 7, 9, 13, 21 |
| 6) 1; 2,5; 4; 5,5 | 21) 18, 13, 31, 19, 14 |
| 7) 1, 4, 16 | 22) 1, 8, 27 |
| 8) 54, 18, 6 | 23) 4, 12, 16, 28, 44 |
| 9) 4, 1, 5, 2, 6, 3 | 24) 64, 48, 40, 36, 34 |
| 10) 112, 56, 28, 14 | 25) 20, 21, 19, 22, 18 |
| 11) 8, 2, 8, 3, 8, 4 | 26) 4, 7, 9, 11, 14, 16 |
| 12) 16, 17, 19, 20, 22, 23 | 27) 2, 4, 9, 18, 23 |
| 13) 19, 16, 22, 19, 25, 22 | 28) 1, 5, 2, 4, 5, 8, 12, 5 |
| 14) 93, 90, 30, 27, 9, 6 | 29) 8, 4, 12, 20, 8, 28 |
| 15) 1, 4, 9, 16, 25, 36 | 30) 1, 8, 9, 64, 25 |

Ключ до завдання:

- 1) 7, 8; 2) 2, 1; 3) 24, 27; 4) 21, 15; 5) 64, 128; 6) 7, 8, 5; 7) 64, 256; 8) 2, 2/3; 9) 7, 4; 10) 7, 3, 5; 11) 8, 5; 12) 25, 26; 13) 19, 36; 14) 2, -1; 15) 49, 64; 16) 35, 48; 17) 9, 121; 18) 4, 2; 19) 3, 24; 20) 37, 69; 21) 33, 45; 22) 64,

125; 23) 72, 116; 24) 33, 32, 5; 25) 23, 17; 26) 18, 21; 27) 40 (тільки одне); 28) 32, 64; 29) 48, 20; 30) 216, 553.

Рівень розвитку даної психічної властивості визначається кількістю правильних відповідей, поділений на три (за десятибальною шкалою).

5. **Словниковий запас** визначається наступним тестом: Придумати якнайбільше слів – імен іменників, загальних – в однині, що містять у своєму складі наступні букви: П - Р, И - О, И - І. На кожне буквосполучення приділяється 3 хвилини, на всі три набори – 9 хвилин.

Шкала оцінок: 1 бал — 7 слів; 2 бали — 8—12; 3 бали — 13—19; 4 бали — 20 — 26; 5 балів — 27 — 33; 6 балів — 34—41; 7 балів — 42 – 49; 8 балів — 50—59; 9 балів — 60 — 68; 10 балів — 69 слів і більше.

6. **Окомір** визначається за допомогою спеціального тесту, побудованому на зіставленні відрізків, представлених на рис Е.3

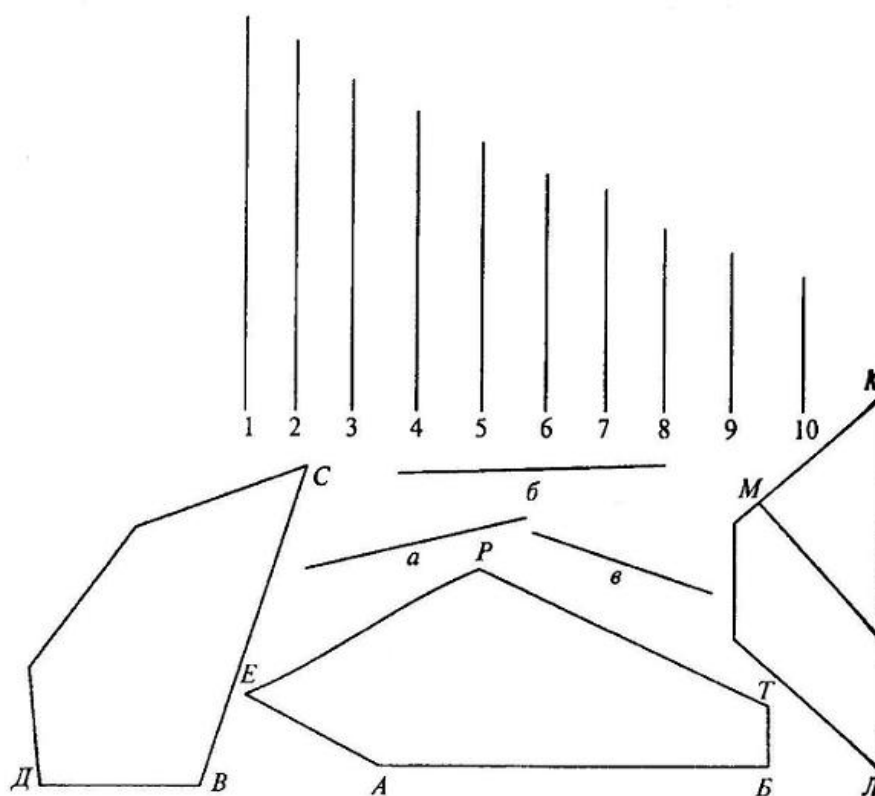


Рис. Е.3

Учням дається інструкція: Подивиться уважно на плакат. Серед вертикальних рисок знайдіть на око ті, котрі рівні за довжиною відрізкам *а*,

б, в, АБ, ВР, МН, КЛ, РТ, ЕР, ДВ і поставте біля цих відрізків номер тієї риски, що дорівнює за довжиною кожному з відрізків".

Час виконання 10 хвилин. Результати тесту визначаються за кількістю правильно виконаних завдань. Ключ: *а* — 7, *б* — 5, *в* — 8, *АБ* — 7, *ВС* — 3, *МН* — 10, *КЛ* — 2, *РТ* — 4, *ЕР* — 6, *ДВ* — 9.

7. Обчислювальні навички визначаються тестом: протягом 15 хвилин розв'язати усно наступні послідовно розташовані арифметичні дії:

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| 1. $52 + 48 : 2 - 41 * 3 = ?$ | 16. $7 * 8 + 25 : 9 + 91 = ?$ |
| 2. $74 - 66 * 4 + 48 : 8 = ?$ | 17. $6 * 4 + 48 : 8 * 9 = ?$ |
| 3. $94 - 87 * 3 - 15 : 6 = ?$ | 18. $9 * 7 - 27 : 6 * 8 = ?$ |
| 4. $9 * 5 - 39 * 4 + 76 = ?$ | 19. $3 * 9 + 45 : 8 + 71 = ?$ |
| 5. $40 : 5 + 79 - 69 : 3 = ?$ | 20. $100 - 37 : 9 * 7 + 25 = ?$ |
| 6. $85 - 57 : 4 * 5 + 58 = ?$ | 21. $43 + 29 : 9 * 6 + 46 = ?$ |
| 7. $6 * 5 * 3 - 72 : 2 = ?$ | 22. $2 * 7 + 66 : 20 * 9 = ?$ |
| 8. $100 - 73 : 3 * 5 + 47 = ?$ | 23. $56 : 8 * 10 - 16 : 6 = ?$ |
| 9. $93 - 58 : 5 * 3 + 79 = ?$ | 24. $89 - 68 : 7 * 9 + 78 = ?$ |
| 10. $40 * 2 - 56 : 4 * 3 = ?$ | 25. $4 * 7 + 28 : 8 * 9 = ?$ |
| 11. $17 + 15 : 4 + 25 = ?$ | 26. $72 : 8 * 6 + 27 : 9 = ?$ |
| 12. $7 * 1 + 86 - 79 : 7 = ?$ | 27. $63 : 9 + 25 : 8 * 20 = ?$ |
| 13. $4 * 8 + 17 : 7 + 83 = ?$ | 28. $8 * 9 - 16 : 7 * 6 = ?$ |
| 14. $36 : 6 * 8 + 24 : 9 = ?$ | 29. $100 - 46 : 9 * 7 + 39 = ?$ |
| 15. $17 + 46 : 7 + 40 - 37 = ?$ | 30. $7 * 9 - 39 : 8 * 30 = ?$ |

Відповіді для контролю: 1) 27; 2) 10; 3) 1; 4) 100; 5) 6; 6) 93; 7) 9; 8) 92; 9) 100; 10) 18; 11) 33; 12) 2; 13) 90; 14) 8; 15) 12; 16) 100; 17) 78; 18) 48; 19) 80; 20) 74; 21) 94; 22) 36; 23) 9; 24) 105; 25) 63; 26) 9; 27) 80; 28) 48; 29) 81; 30) 90.

8. Навички математичного моделювання перевірялися виконанням наступних завдань:

А) Автомобіль мав проїхати 1200 км із певною запланованою швидкістю. Після того як він проїхав третину шляху із цією швидкістю, автомобіль

витратив на зупинку 2 год. Збільшивши швидкість на 20 км/год, автомобіль прибув у пункт призначення вчасно. Якою була швидкість автомобіля до зупинки?

Б) При яких значеннях параметра a рівняння $|x^2 - 4|x| + 3| = a$ має шість розв'язків?

Відповіді для контролю а) 80 км/год, б) 1.

На виконання завдання відводиться 20 хв. Кожна правильно розв'язана задача оцінюється в 5 балів. Максимальна кількість балів за завдання – 10.

Результати виконання завдань кожної із восьми груп для кожного учня заносяться у таблицю (таблиця Е.6)

Таблиця Е.6

Діагностична профорієнтаційна карта

Просторове мислення	Слуховна пам'ять	Зорова пам'ять	Логічне мислення	Словниковий запас	Окомір	Обчислювальні навички	Навички математичного моделювання

Е.4. Рівень розвитку психічних властивостей в учнів різних профілів навчання

Розглянемо розподіл учнів математичного профілю за кількістю набраних балів по кожній характеристиці (просторове мислення, логічне мислення, навички математичного моделювання, обчислювальні навички). На рисунках Е.3. – Е.6 представлено діаграми по кожній психічній властивості:

просторове мислення, логічне мислення, навички математичного моделювання, обчислювальні навички, відповідно для учнів математичного профілю.



Рис. Е.3. Рівень розвитку просторового мислення (математичний профіль)



Рис. Е.4. Рівень розвитку логічного мислення (математичний профіль)



Рис. Е.5. Рівень розвитку навичок математичного моделювання (математичний профіль)



Рис. Е.6. Рівень розвитку обчислювальних навичок (математичний профіль)

Дані про рівень розвитку психічних властивостей учнів природничого профілю представлено на рисунках Е.7 – Е.10

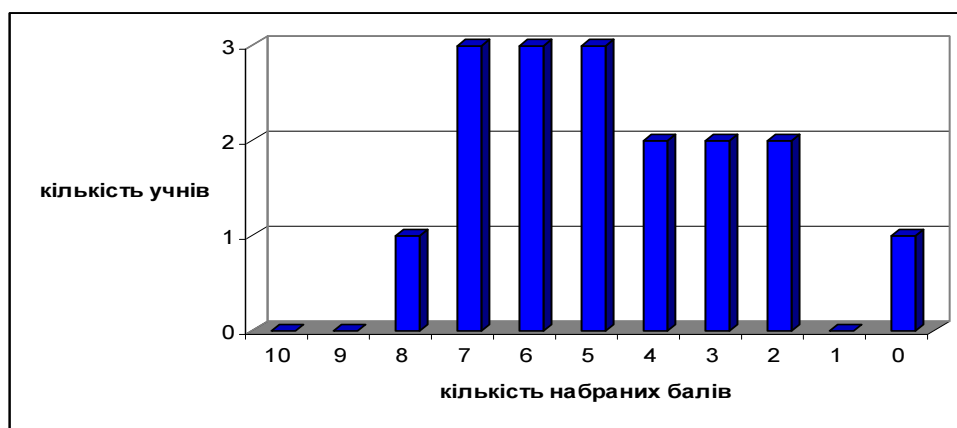


Рис. Е.7. Рівень розвитку просторового мислення (природничий профіль)



Рис. Е.8. Рівень розвитку логічного мислення (природничий профіль)



Рис. Е.9. Рівень розвитку навичок математичного моделювання (природничий профіль)



Рис. Е.10. Рівень розвитку обчислювальних навичок (природничий профіль)

Рівень розвитку психічних властивостей учнів філологічного профілю представлено діаграмами на рис. Е.11 – Е.14.



Рис. Е.11. Рівень розвитку просторового мислення учнів філологічного профілю



Рис. Е.12. Рівень розвитку логічного мислення учнів філологічного профілю



Рис. Е.13. Рівень розвитку навичок математичного моделювання учнів
філологічного профілю



Рис. Е.14. Рівень розвитку обчислювальних навичок учнів філологічного
профілю

Учнями інформатичного профілю підтверджується аналогічна тенденція (рис.Е.15 – Е.18).



Рис. Е.15. Рівень розвитку просторового мислення учнів інформатичного профілю

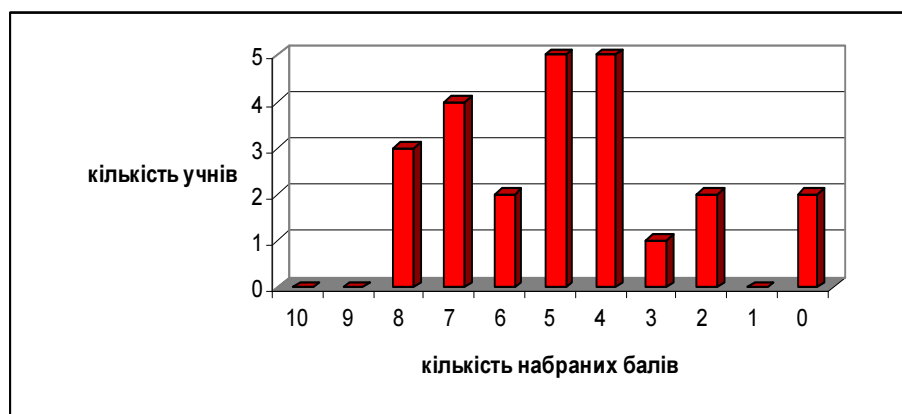


Рис. Е.16. Рівень розвитку логічного мислення учнів інформатичного профілю

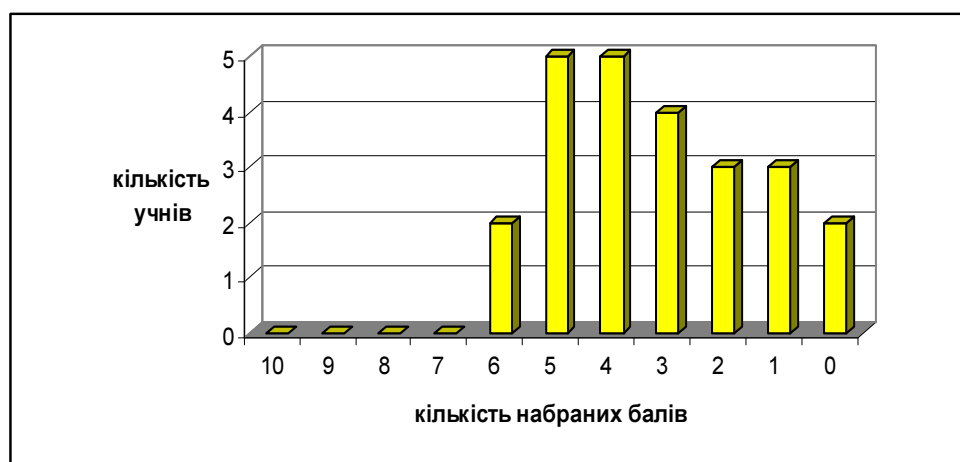


Рис. Е.17. Рівень розвитку навичок математичного моделювання учнів інформатичного профілю



Рис. Е.18. Рівень розвитку обчислювальних навичок учнів інформатичного профілю

Е.5. Оцінка якості математичної освіти школярів

Процедура оцінки якості математичної освіти.

Пропоновані тести розроблені фахівцями лабораторії із проблем математичної освіти при Донецькому державному університеті. Ці діагностичні тести як засіб вимірювання використовуються з 1996 року у різних регіонах України. Частково вони вже публікувалися в журналі «Математика в школі» та різноманітних збірниках [65, 355].

Рекомендується не пізніше жовтня проводити тестування учнів 10-х класів за матеріалами, які подані нижче. Результати діагностики за допомогою тестів дадуть змогу оцінити підготовку учнів засобами зовнішньої незалежної експертизи, порівняти їх із показниками успішності попередніх контрольних робіт учнів, а також із середньостатистичними даними. До діагностичного пакету входять:

- тексти завдань (1-й, 2-й варіанти);
- анкети для учня і вчителя;
- інструкція для вчителя з проведення тестування;
- вказівки до перевірки та обробки результатів діагностики учнів класу за допомогою тестів;
- бланк відповідей до тесту;

- звітні відомості по класу (форми 1, 2, таблиці Е.8, Е.9).

Тести містять 25 завдань, що відображають основні види математичної діяльності відповідного етапу навчання базового рівня. На використання завдань тесту потрібно відвести 45 хвилин (1 урок). Кожна правильна відповідь оцінюється 1 балом. Щоб психологічно підготувати учнів до тестування, доцільно перед його початком провести інструктаж та повідомити їм, що незадовільна оцінка виставлятися в журнал не буде, оскільки метою діагностики є з'ясування прогалин у їхніх знаннях та надання потрібної допомоги.

Результати перевірки заносяться у звітні відомості по класу як за варіантами (форма 1), так і за сукупністю варіантів (форма 2). У цих формах визначається доступність (% правильних відповідей) кожного завдання тесту і успішність його виконання в класі.

Коефіцієнт доступності завдання визначається як відсоткове відношення одержаної групою учнів кількості балів, яку могла б ця група одержати в разі правильного виконання завдання всіма членами групи. Наприклад, якщо завдання виконували 12 учнів і вони разом набрали 9 балів, то коефіцієнт доступності цього завдання дорівнює $(9/12) \cdot 100\% = 75\%$. Обчислення коефіцієнтів доступності завдань дає змогу зробити висновки про оволодіння учнями певними видами математичної діяльності.

Іншою характеристикою результатів діагностики є розподіл успішності виконання завдань тестів учнями. Таблиці розподілу результатів за балами (див. форми 1, 2) для учнів різних груп є важливим засобом підбиття підсумків, оскільки в них зазначаються відсотки учнів, які набрали більше, ніж 95% – 10% балів, від максимально можливої кількості. При цьому більш інформативними є не абсолютні значення цих величин, а відносні.

Ще раз зазначимо, що кінцевою метою моніторингу математичної підготовки методом тестування не є виставлення учням оцінок ні за 4-бальною, ні за 12-бальною шкалою. Основне зусилля педагога спрямоване на виявлення

досягнення школярами певного рівня підготовки та відповідне коригування навчально-виховного процесу.

Щоб одержати додаткову інформацію, необхідну для проведення моніторингових досліджень, бажано заповнити анкети для учня і вчителя. Вони дають можливість виявляти деякі фактори, що можуть впливати на результати діагностики і навчання в цілому. Анкетування доцільно проводити після тестування.

Інструкція для вчителя з проведення тестування

1. Рівномірно розподіліть варіанти тестів серед учнів. Перевірте, чи всі учні вписали номер варіанта в бланк відповідей.

2. На виконання кожного тесту відводиться 1 урок (45 хвилин).

3. Для роботи учням потрібні 1-2 аркуші паперу для чернетки. Результати роботи учні заносять у бланк для відповідей або звичайний аркуш паперу, в який на початку уроку вписують необхідні дані під керівництвом учителя.

4. Після закінчення уроку зберіть бланки відповідей учнів разом з чернетками і тестами завдань.

5. На початку виконання учнями завдань тесту проведіть інструктаж учнів із таких питань:

- користуватися мікрокалькулятором не можна;
- тест складається із завдань, можливі відповіді позначаються буквами А, Б, В, Г;
- серед наведених відповідей правильною є тільки одна;
- отримавши правильну відповідь, необхідно зафарбувати (закреслити) прямокутник, який знаходиться на перетині стовпця, що відповідає номеру запитання, та рядка з буквою, який позначає обрану відповідь;
- якщо учень знайшов помилку після заповнення бланка, то новий варіант відповіді йому необхідно закреслити чіткіше;
- для вибору правильної відповіді доцільно користуватися чернеткою;
- рекомендується довго не зупинятися на розв'язанні одного завдання, оскільки необхідно виконати багато завдань.

Примітка: учитель має право виставляти в журнал оцінки за виконання тесту, виходячи з власних критеріїв оцінювання, при цьому незадовільні оцінки не виставляються.

Завдання для учнів

Варіант 1

1. Порівняйте числа $a = 2\sqrt{7}$ і $b = \sqrt{28}$.

А. $a > b$; **Б.** $a < b$; **В.** $a = b$; **Г.** Порівняти не можна.

2. Яке наближення числа $\sqrt{59}$ точніше: 9 чи 7?

А. 9; **Б.** Мають однакову точність; **В.** 7; **Г.** Визначити не можна.

3. Обчисліть $1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^4$. **А.** 7,2; **Б.** 720; **В.** 62; **Г.** 72.

4. Обчисліть значення виразу $\frac{a^3}{4}$, якщо $a = 2\sqrt{5}$.

А. $2\sqrt{5}$; **Б.** $10\sqrt{5}$; **В.** $5\sqrt{5}$; **Г.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

5. Скоротіть дріб: $\frac{a-5}{a^2-25}$. **А.** $a-5$; **Б.** $\frac{1}{a-5}$; **В.** $a+5$; **Г.** $\frac{1}{a+5}$.

6. Спростіть вираз: $\left(\frac{a+b}{3} : \frac{9}{a-b}\right) \cdot \frac{27a}{a+b}$.

А. $a(a-b)$; **Б.** $\frac{a}{a-b}$; **В.** $\frac{27}{a-b}$; **Г.** $81a(a-b)$.

7. Знайдіть нулі функції: $y = \frac{x-1}{x+2}$. **А.** -1 і 2; **Б.** 1 і 2; **В.** 1 і -2; **Г.** 1.

8. З формули $s = \frac{at^2}{2}$ виразіть залежність часу $t > 0$ від шляху s .

А. $t = \sqrt{\frac{a}{2s}}$; **Б.** $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$; **В.** $t = \sqrt{2sa}$; **Г.** $t = -\sqrt{\frac{2s}{a}}$.

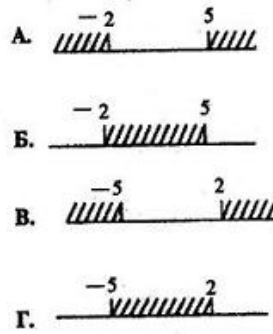
9. Скільки коренів має рівняння $2x^2 - 4x + 1 = 0$?

А. 0; **Б.** 1; **В.** 2; **Г.** Визначити не можна.

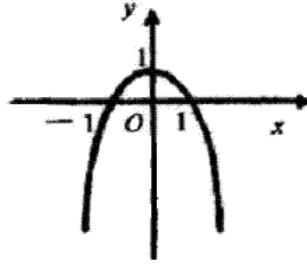
10. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{x-3}$.

А. $[-3;3]$; Б. $(-\infty;-3)$; В. $(-\infty;3]$; Г. $[3;+\infty)$.

11. На якому з малюнків зображено множину розв'язків нерівності $(x-2)(x+5) \geq 0$?

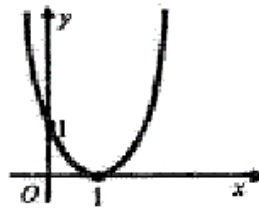


12. Визначте, графік якої функції зображено на малюнку.



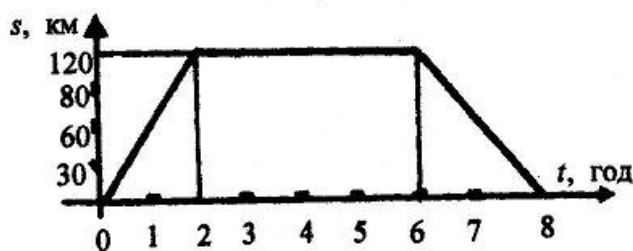
А. $y = x^2 + 1$; Б. $y = (x+1)^2$; В. $y = (1-x)^2$; Г. $y = -x^2 + 1$.

13. На малюнку зображено графік функції $y = (x-1)^2$. Знайдіть всі значення x , при яких функція спадає.



А. $[0;1]$; Б. $(-\infty;1]$; В. $(-\infty;+\infty)$; Г. $[0;+\infty)$.

14. Графік руху автомобіля до деякого міста і назад подано на малюнку, де s – відстань від гаража. З якою швидкістю їхав автомобіль туди і назад?



- А. 120 і 120 км/год; Б. 60 і 60 км/год;
 В. 60 і 80 км/год; Г. 80 і 80 км/год.

15. Відстань між двома пунктами 50 км. Два велосипедисти виїхали назустріч один одному з цих пунктів зі швидкостями 11 км/год і 14 км/год. Через який час вони зустрінуться?

- А. 1 год; Б. 2 год; В. 3 год; Г. 2,5 год.

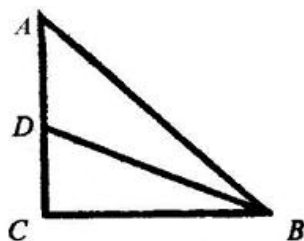
16. Після зниження цін на 10% ціна товару дорівнювала 180 грн. Яка початкова ціна цього товару?

- А. 190 грн.; Б. 210 грн.; В. 200 грн.; Г. 198 грн.

17. У трикутнику ABC : $BC = 16$, $AC = 11$, $AB = 13$. Який кут у цьому трикутнику найменший?

- А. $\angle A$; Б. $\angle B$; В. $\angle C$; Г. Визначити не можна.

18. Площа трикутника ABD дорівнює площі трикутника BDC . Порівняйте довжини відрізків AD і DC .



- А. $AD = DC$; Б. $AD > DC$; В. $AD < DC$; Г. Порівняти не можна.

19. У подібних трикутниках ABC і $A_1B_1C_1$: $AB = 6$ см, $BC = 7$ см, $AC = 8$ см, $A_1B_1 = 18$ см. Знайдіть B_1C_1 і A_1C_1 .

- А. 14 см і 16 см; Б. 7 см і 8 см; В. $2\frac{4}{3}$ см і $2\frac{2}{3}$ см; Г. 21 см і 24 см.

20. Точка всередині прямого кута знаходиться на однаковій відстані від його сторін. Її відстань від вершини кута дорівнює $5\sqrt{2}$ см. Знайдіть відстань від точки до сторін кута.

А. 10 см; **Б.** 5 см; **В.** $10\sqrt{2}$ см; **Г.** $5\sqrt{2}$ см.

21. Башту висотою 60 м видно з деякої точки від кутом 30° . Знайдіть відстань від точки до основи башти.

А. 30 м; **Б.** $\frac{60}{\sqrt{3}}$ м; **В.** $60\sqrt{3}$ м; **Г.** $30\sqrt{3}$.

22. Знайдіть радіус кола, якщо точки з координатами (5; 7) і (2; 3) є кінцями одного з його діаметрів.

А. 5; **Б.** 2,5; **В.** $\sqrt{29}$; **Г.** 10.

23. Кінці двох діаметрів кола послідовно сполучили. Якого виду чотирикутник утворився?

А. Квадрат; **Б.** Ромб; **В.** Прямокутник; **Г.** Трапеція.

24. Як зміниться площа прямокутника, якщо одну його сторону збільшити удвічі, а другу зменшити удвічі?

А. Збільшиться удвічі; **Б.** Зменшиться удвічі;

В. Збільшиться в 1,5 рази; **Г.** Не зміниться.

25. У колі провели хорду довжиною 8 см, яка віддалена від центра на 3 см. Знайдіть діаметр кола.

А. 5 см; **Б.** 12 см; **В.** 10 см;

Г. Число, яке відрізняється від наведених.

Варіант 2

1. Порівняйте числа $a = 5\sqrt{2}$ і $b = \sqrt{45}$.

А. $a > b$; **Б.** $a < b$; **В.** $a = b$; **Г.** Порівняти не можна.

2. Яке наближення числа $\sqrt{73}$ точніше: 7 чи 9?

А. 7; **Б.** Мають однакову точність; **В.** 9; **Г.** Визначити не можна.

3. Обчисліть $2,3 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^4$.

А. 460; **Б.** 6900; **В.** 690; **Г.** 69.

4. Обчисліть значення виразу $\frac{x^3}{8}$, якщо $x = 2\sqrt{2}$.

А. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$; Б. $\sqrt{2}$; В. $4\sqrt{2}$; Г. $2\sqrt{2}$.

5. Скоротіть дріб: $\frac{a+2}{a^2-4}$. А. $\frac{1}{a+2}$; Б. $\frac{1}{a-2}$; В. $a-2$; Г. $\frac{1}{2-a}$.

6. Спростіть вираз: $\left(\frac{3x-6y}{x^2} : \frac{x-2y}{x}\right)$.

А. $\frac{3(x-2y)^2}{x^3}$; Б. $\frac{3}{x-2y}$; В. $3x$; Г. $\frac{3}{x}$.

7. Знайдіть нулі функції: $y = (x+3)(x-8)$.

А. -3 і 8; Б. 3 і -8; В. -3 і -8; Г. 3 і 8.

8. З формули $\frac{1}{x} - y = 2$ виразіть змінну x .

А. $x = \frac{1}{y} + 2$; Б. $x = \frac{1}{y+2}$; В. $x = y + 2$; Г. $x = \frac{1}{2-y}$.

9. Скільки коренів має рівняння $4x^2 + 2x - 7 = 0$?

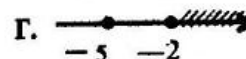
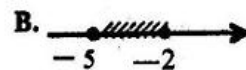
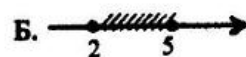
А. 0; Б. 1; В. 2; Г. Визначити не можна.

10. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{x+6}$.

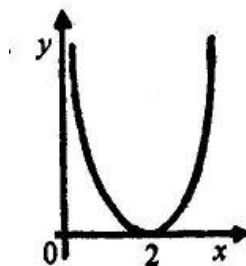
А. $[-\infty; 6]$; Б. $(-\infty; -6]$; В. $[-6; +\infty)$; Г. $[6; +\infty)$.

11. На якому з малюнків зображено множину розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x-2 > 0, \\ 5-x > 0 \end{cases}$$

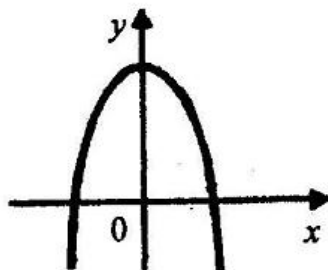


12. Визначте, графік якої функції зображено на малюнку.



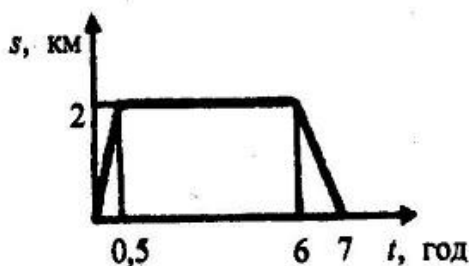
А. $y = x^2 - 2$; Б. $y = (x + 2)^2$; В. $y = x^2 + 2$; Г. $y = (x - 2)^2$.

13. На малюнку зображено графік функції $y = 3 - x^2$. Знайдіть всі значення x , при яких функція спадає.



А. $[0; +\infty)$; Б. $(-\infty; 3]$; В. $(-\infty; 0)$; Г. $[3; +\infty)$.

14. Графік руху учня до школи і назад подано на малюнку, де s – відстань від дому. З якою швидкістю він ішов до школи і назад?



А. 2 і 2 км/год; Б. 2 і 4 км/год; В. 1 і 6 км/год; Г. 4 і 2 км/год.

15. Двоє туристів вийшли одночасно з деякого пункту в протилежних напрямках зі швидкостями 5 км/год і 6 км/год. На якій відстані один від одного вони будуть через 1,5 год?

А. 22 км; Б. 20 км; В. 16,5 км; Г. 11 км.

16. Після зниження цін на 20% ціна товару дорівнювала 60 грн. Яка початкова ціна цього товару?

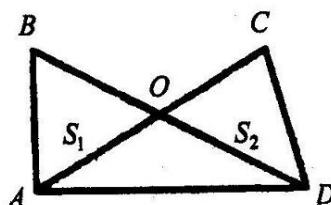
А. 75 грн.; Б. 80 грн.; В. 90 грн.; Г. 85 грн.

17. У трикутнику ABC кут A тупий. Яка сторона трикутника найбільша?

A. AB ; **Б.** BC ; **В.** AC ; **Г.** Визначити не можна.

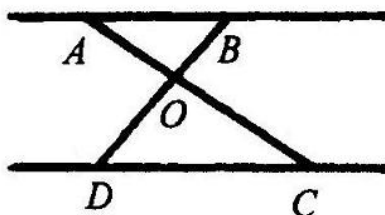
18. Площа трикутника ABD на малюнку більша від площі трикутника ACD .

Порівняйте площі S_1 і S_2 трикутників ABO і OCD .



A. $S_1 > S_2$; **Б.** $S_1 < S_2$; **В.** $S_1 = S_2$; **Г.** Порівняти не можна.

19. Прямі AB і CD паралельні. Відрізки AC і BD перетинаються в точці O , яка поділяє відрізок AC у відношенні 1:2, починаючи від точки A . Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $CD = 6$ см.



A. 3 см; **Б.** 12 см; **В.** 2 см; **Г.** 4 см.

20. Діагональ квадрата дорівнює $5\sqrt{2}$. Знайдіть сторону квадрата.

A. 20 см; **Б.** 5 см; **В.** 10 см; **Г.** $5\sqrt{2}$ см.

21. Основа башти висотою 70 м віддалена від деякої точки на $70\sqrt{3}$ см. Під яким кутом башту видно з цієї точки?

A. 60° ; **Б.** 45° ; **В.** 30° ; **Г.** Відповідь відрізняється від наведених.

22. Точки $A(3;-1)$ і $C(-1;2)$ є протилежними вершинами квадрата. Знайдіть діаметр кола, описаного навколо цього квадрата.

A. 5; **Б.** $\sqrt{5}$; **В.** 2,5; **Г.** Число відрізняється від наведених.

23. Два нерівних відрізки перпендикулярні й точкою перетину діляться навпіл. Їх кінці послідовно сполучили. Якого виду чотирикутник утворився?

A. Квадрат; **Б.** Прямокутник; **В.** Ромб; **Г.** Трапеція.

24. Як зменшиться площа трапеції, якщо її сторони зменшити вдвічі, а кути залишити незмінними?

А. Удвічі; Б. В 4 рази; В. У 8 разів; Г. В 1,5 рази.

25. До кола в точці B проведено дотичну AB . Точка A знаходиться на відстані 5 см від центра кола і 3 см від точки дотику B . Знайдіть діаметр кола.

А. 2 см; Б. 8 см; В. 6 см; Г. Число, яке відрізняється від наведених.

Анкета для учня

Шановний друже! Просимо Вас відповісти на запитання анкети. У тому випадку, коли наводяться різні варіанти відповідей, достатньо підкреслити той варіант, який Ви обрали.

1. Вкажіть:

а) вік _____

б) стать _____

в) клас _____

2. Склад родини:

а) кількісний склад родини _____

б) кількість дітей у родині _____

в) наявність у родині старших за віком братів або сестер:

- немає;
- є старший брат;
- є старша сестра.

3. Освіта батьків:

Освіта	Мати	Батько
Неповна освіта		
Середня		
Середня спеціальна		
Неповна вища		
Вища		
Не знаю		

4. Які Ваші плани?

а) для учнів 9-го класу:	б) для учнів 11-го класу:
<ul style="list-style-type: none"> • вчитися в 10-му класі тієї самої школи; • вчитися в 10-му класі іншої школи; • вступити до технікуму; • вступити до професійно-технічного училища; • ще не визначився. 	<ul style="list-style-type: none"> • вчитися у вищому навчальному закладі; • вчитися у технікумі; • вчитися в професійно-технічному училищі; • піти до армії; • ще не визначився.

5. У класі якого профілю Ви навчатесь?

- у загальноосвітньому класі;
- у класі гуманітарного профілю;
- у класі природничого, технічного профілю;
- у класі економічного профілю;
- у класі математичного, фізико-математичного профілю;
- у класі іншого профілю (вказати якого) _____.

6. Як Ви оцінюєте свої успіхи з математики?

- виконую всі програмні вимоги;
- займаюся математикою понад програмою;
- маю проблеми з вивченням математики;
- не можу без сторонньої допомоги оволодіти математикою;
- не можу визначитися.

7. Чому, на Ваш погляд, необхідно добре вчитися з математики?

- щоб отримати насолоду від занять математикою;
- щоб підготуватися до вступу до вузу;
- так бажають батьки;
- щоб мати перевагу в пошуках роботи;
- не вважаю за необхідне добре вчитися з математики.

8. Якими книжками з математики Ви користуєтесь?

- тільки шкільними підручниками;
- ніякими;

- посібниками для абітурієнтів;
- науково-популярними;
- посібниками для поглибленого вивчення математики;
- журналами «Квант», «У світі математики», ...;
- посібниками для вузів.

9.Що, на Ваш погляд, найбільше сприяє успішності вивчення математики?

- здібності;
- наполеглива праця вдома;
- ефективна допомога вчителя;
- допомога батьків або старших братів, сестер;
- якісні навчальні посібники;
- допомога друзів;
- не можу визначитися.

10. Якими Ви вважаєте свої успіхи з математики?

- блискучими;
- відмінними;
- добрими;
- задовільними;
- поганими;
- дуже поганими;
- не можу оцінити.

11. Ваше ставлення до шкільних предметів.

	Дуже подобається	Скоріше подобається, ніж не подобається	Скоріше не подобається, ніж подобається	Дуже не подобається
Математика				
Фізика				
Хімія				
Біологія				
Фізкультура				

12. Яку річну оцінку з математики Ви сподіваєтеся мати? _____

13. Яку кількість балів Ви набрали?

- під час тестування _____;
- під час контрольної роботи _____.

Дякуємо за відверті відповіді.

Анкета для вчителя

Шановний колего! Просимо Вас відповісти на наступні запитання. У тому випадку, коли наводяться варіанти відповідей, достатньо підкреслити обраний Вами варіант.

1. Вкажіть тип навчального закладу, в якому Ви працюєте:

- загальноосвітня школа;
- профільна школа або класи;
- ліцей;
- спеціалізована фізико-математична школа;
- гімназія.

2. Ваш стаж роботи взагалі та в даному навчальному закладі:

3. Які профілі навчання є у Вашому навчальному закладі? У яких із них Ви працюєте? _____

4. Яка кількість годин математики на тиждень у класах, де Ви працюєте?

5. За якими підручниками проводиться навчання в цих класах? _____

6. Якими книжками з математики Ви користуєтеся?

- а) тільки шкільними підручниками;
- б) збірниками екзаменаційних завдань;
- в) посібниками для абітурієнтів;
- г) науково-популярними;
- д) посібниками для поглибленого вивчення математики;
- е) журналами «Квант», «У світі математики», ...;

є) посібниками для вузів.

7. Чи вперше Ви берете участь у діагностиці? Якщо ні, то Ваша думка про ефективність цього заходу. _____

8. Які завдання (номер, варіант клас), на Ваш погляд:

а) не відповідають тому рівню, для якого вони призначені? _____

б) потребують уточнення і зміни? _____

в) не забезпечені вивченням (за діючими підручниками) теоретичного матеріалу? _____

г) не варті включення в завдання, бо не важливі? _____

д) слід додати до завдання? _____

е) перевищують рівень, для якого вони призначені? _____

є) нижче того рівня, для якого вони призначені? _____

9. Які види математичної діяльності недостатньо представлені в завданнях? _____

10. Чи забезпечує відповідність вимогам завдання можливість успішно навчатися в поточному навчальному році? _____

11. Чи можуть тести базового рівня розглядатися як вимірники базового рівня математичної підготовки? _____

12. Чи вистачило часу більшості учнів для виконання завдання? _____

13. Чи забезпечили Ви самостійність виконання роботи? _____

14. Яку корисну інформацію Ви отримали в результаті діагностики? _____

15. Чи очікуваними були результати діагностики? Чи багато було несподіванок? _____

16. Чи збігаються результати діагностики з експертними оцінками з математики? Якщо ні, то яка, на Вашу думку, причина? _____

17. Чи достатньою була корекційна робота? Що їй сприяло, чи заважало?

18. Якими засобами проводилася корекційна робота? _____

19. Як Ви оцінюєте ефективність колекційної роботи? _____

20. Скільки відсотків учнів попередній результат:

підвищили? _____ залишили незмінним? _____ знизили? _____

21. Як Ви в цілому оцінюєте:

а) якість тестів та інших засобів діагностики? _____

б) методику проведення діагностики? _____

в) ефективність діагностики? _____

г) доцільність її проведення? _____

22. Ваші побажання: _____

Дякуємо за відверті й конструктивні відповіді.

Обробка результатів діагностики.

Обробка результатів тестування складається з таких етапів:

Перевірка роботи кожного учня. Підрахувати кількість правильних відповідей і записати результат у правому верхньому куті бланка відповідей. Це і є оцінка роботи в балах. Вона дає змогу оцінювати успіхи кожного учня в цілому порівняно з іншими. Перевірений бланк дає можливість кожному учню визначити, які види математичної діяльності від недостатньо засвоїв.

Складання звітних відомостей. Бланки відповідей у межах кожного варіанта розміщують у порядку зменшення кількості набраних балів. Якщо кілька учнів мають однакову кількість балів, то їхні бланки розміщуються довільно.

За результатами перевірки тестів складається звітна відомість по класу за формулю 1 для кожного варіанта окремо. Чітко вкажіть варіант тесту.

Запишіть результати тестування учнів, що виконували завдання зазначеного варіанта, у порядку зменшення балів. Якщо в учнів однакова кількість балів, то їхні прізвища записують у довільному порядку.

Правильна відповідь позначається «1» або «+», неправильна – «0», або «-». Для полегшення роботи можна ставити один з двох протилежних знаків.

У стовпці досягнення учнів «Кількість правильних відповідей» виставляється загальна кількість балів, яку набрав кожний учень, а потім вона записується у відсотках (у відношенні до максимально можливого балу, який дорівнює кількості завдань тесту – 25). В останньому стовпці бажано записати минулорічну оцінку учня з математики. Порівняння результатів тестування з експертними оцінками дає змогу зробити висновки про якість проведеної роботи.

Кількість правильних відповідей на кожне завдання та його відсоткове відношення дають можливість учителеві визначити доступність завдання для подальшої колекційної діяльності.

Заключною інформацією про результати діагностики є таблиця розподілу результатів успішності для кожного варіанта окремо (таблиця Е.8).

У цій таблиці вказується загальна кількість учнів, що тестувалися, і кількість учнів (абсолютне і відносне значення), досягнення яких перевищують значення відповідної колонки.

Дані за варіантами таблиці розподілу результатів успішності зводяться за весь клас в одну таблицю (таблиця Е.9).

У стовпцях «1...25», які відповідають номерам завдань тесту, виставляється сумарна кількість правильних відповідей на кожне завдання по варіантах 1 і 2 (рядки 3, 4, 5, 6 не заповнюються).

Обчисліть середній бал M (%) (останній стовпчик таблиці) за формулою: $M = \frac{n_1 + \dots + n_k}{k}$, де k – кількість учнів, що тестувалися за певним

варіантом, n_1, n_2, \dots, n_k – кількість правильних відповідей у 1-го, 2-го, ..., k -

го учня. $M(\%) = \frac{M}{N} \cdot 100\%$, де N – загальна кількість завдань тесту – 25. У

нижньому рядку «Усього» вказується кількість правильних відповідей на кожне запитання тесту, та % правильних відповідей.

Е.6. Результати оцінки якості математичної освіти учнів

Таблиця Е.10

Розподіл успішності за навчальними профілями (2012-2013 н.р.)

Школа, регіон, профіль	Кільк. учнів, що тестув.	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>
		95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	65 %	60 %	55 %	50 %	45 %	40 %	35 %	30 %	25 %	20 %	15 %	10 %
Технологічний напрям																			
СШ №8, Черкаси, інформатика	24		2	1		4	6		1	2	2	2	2	1	1				
Суспільно-гуманітарний напрям																			
СШ №15, Черкаси, філологічний	24		1	1	1	8		1	5		2		2	1		1		1	
КОЛІ Кривий Ріг філологічний	21		1	2	2	4		2	1	3		1	2	1		1	1		
Томаківська ЗОШ №2 філологічний	12			1			5		1	2		1	1		1				
НВК-гімназія №12 м. Дніпропетровськ гуманітарний	16	1		1		4	2			2		2	2			1	1		

Продовження табл. Е.10

Школа, регіон, профіль	Кільк. учнів, що тестув.	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>
		95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	65 %	60 %	55 %	50 %	45 %	40 %	35 %	30 %	25 %	20 %	15 %	10 %
Природничо-матем. напряв																			
СШ №15 Черкаси, хіміко-біологічний	15			1	2	1	2	1	2	2		2		2					
КОЛІ Кривий Ріг природничий	13			1	3		1	1	1	1		3		2					
Чумаківська ЗОШ Дніпропетровська обл. природничий	11		1		2			2		4						1		1	
СШ №15 Черкаси, математичний	7			1		1	1	1			2	1							
ЗОШ №20 Дніпродзержинськ математичний	16	1			3	2	1	2	1		2	1	1				2		
КОЛІ Кривий Ріг математичний	23	1		1	2	4	4			3	2	2	2		1	1			
Томаківська ЗОШ №2 математичний	7			1		3					2		1						
Запорізька ЗОШ, Дніпропетровська обл. математичний	8	2						1	1			2	1						1

Продовження табл. Е.10

Школа, регіон, профіль	Кільк. учнів, що тестув.	>	>	>	>	> 75	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	
		95 %	90 %	85 %	80 %	%	70 %	65 %	60 %	55 %	50 %	45 %	40 %	35 %	30 %	25 %	20 %	15 %	10 %	
Загальноосвітня школа																				
Липоводолінська СШ Сумська обл. загальноосвітній	22		1	1	2			6		3	2		3	1	1				1	1
Загальні результати тестування	219	5	6	12	17	31	22	17	13	22	14	17	17	8	3	5	5	3	2	
		2,3	2,7	5,4	7,8	14,1	10	7,8	5,9	10	6,4	7,8	7,8	3,7	1,4	2,3	2,3	1,4	0,9	

Таблиця Е.11

Розподіл успішності за навчальними профілями (2011-2012н.р.)

	Кільк. учнів, що тестув.	Рівень досягнення	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	
			95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	65 %	60 %	55 %	50 %	45 %	40 %	35 %	30 %	25 %	20 %	15 %	10 %
Загальні результати тестування	388	S	2	13	26	31	61	32	29	21	50	22	28	27	17	5	8	8	6	2
		%	0,5	3,3	6,7	8	15,7	8,2	7,6	5,4	12,9	5,7	7,3	7	4,4	1,3	2	2	1,5	0,5

Е.7. Перевірка даних вибірки на відповідність нормальному закону розподілу на початку формувального експерименту

Перевірка на нормальний розподіл даних експериментальної групи (п.п. 5.3, табл. 5.26)

Перевіримо гіпотезу про те, що X розподілено за нормальним законом за допомогою критерію згоди Пірсона.

$$K = \sum \frac{(n_i - n \cdot_i)^2}{n \cdot_i}$$

де $n \cdot_i$ - теоретичні частоти:

$$n \cdot_i = \frac{n \cdot h}{\sigma} \phi_i$$

Обчислимо теоретичні частоти, враховуючи, що: $n=305$, $h=3$ (ширина інтервалу), $\sigma=2.52$, $x_{cp}=6.4$

$$n \cdot_i = \frac{305 \cdot 3}{2.52} \phi_i = 362.52 \phi_i$$

Визначимо межу критичної області. Оскільки статистика Пірсона вимірює різницю між емпіричним і теоретичним розподілами, то чим більше її спостережуване значення $K_{набл}$, тим сильніше аргумент проти основної гіпотези. Тому критична область для цієї статистики завжди правобічна: $[K_{кр}; + \infty)$. Її межу $K_{кр} = \chi^2(k-r-1; \alpha)$ знаходимо за таблицями розподілу χ^2 і заданим значенням σ , $k=4$, $r=2$ (параметри x_{cp} і σ оцінені за вибіркою). $K_{кр}(0.01; 1) = 6.63490$; $K_{набл} = 2.94$. Спостережуване значення статистики Пірсона не потрапляє у критичну область: $K_{набл} < K_{кр}$, тому немає підстав відкидати основну гіпотезу. Справедливе припущення про те, що дані вибірки мають нормальний розподіл.

Аналогічно підтверджується припущення про нормальний розподіл даних контрольної групи, оскільки $n=302$, $h=3$ (ширина інтервалу), $\sigma=2.49$, $x_{cp} = 6.53$

$$n \cdot_i = \frac{302 \cdot 3}{2.49} \phi_i = 364.36 \phi_i$$

$K_{кр}(0.01; 1) = 6.63490$; $K_{набл} = 2.03$.

Е.8. Письмові контрольні роботи для оцінювання якості математичної підготовки учнів у ході формувального етапу експерименту

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

10 клас. Підсумкова атестація

Процедура проведення атестації

Робота призначена для проведення підсумкової атестації за курс алгебри і початків аналізу. Пропонується проведення зрізу на двох уроках. На першому уроці всі учні виконують завдання базового рівня, а на другому уроці – учні виконують завдання рівня, що відповідає тематичній або річній оцінці.

Оцінювання досягнень учнів здійснюється за кількістю правильно виконаних завдань.

Учні загальноосвітніх класів, які вивчають математику за програмою рівня стандарту, виконують всі завдання початкового і середнього рівня, а також три завдання на вибір із достатнього рівня.

Система нарахування балів за вірно виконані завдання для оцінювання робіт учнів, які вивчають математику за програмою рівня стандарту, приведена у таблиці Е.12.

Таблиця Е.12

Рівень завдань	№№ вправ	Кількість балів	Всього
Початковий, середній	1-15	по 1 балу	15 балів
Достатній	три вправи на вибір	по 2 бали	6 балів
Всього балів			21 бал

Відповідність кількості набраних балів учнями, які вивчають математику за програмою рівня стандарту, оцінці за 12-бальною системою оцінювання учнів наведено у таблиці Е.13.

Таблиця Е.13

Кількість набраних балів	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	13-14	15	16-17	18-19	20	21
Оцінка за 12-ти бальною шкалою	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Учні загальноосвітніх класів, які вивчають математику за програмою академічного рівня, виконують всі завдання початкового і середнього рівня, всі завдання достатнього рівня, на вибір два із завдань високого рівня.

Система нарахування балів за вірно виконані завдання для оцінювання робіт учнів, які вивчають математику за програмою рівня стандарту, приведена у таблиці Е.14.

Таблиця Е.14

Рівень завдань	№№ вправ	Кількість балів	Всього
Початковий, середній	1-15	по 1 балу	15 балів
Достатній	16-20	по 2 бали	10 балів
Високий	дві вправи на вибір	по 4 бали	8 балів
Всього балів			33 бали

Відповідність кількості набраних балів учнями, які вивчають математику за програмою академічного рівня, оцінці за 12-бальною системою оцінювання учнів наведено у таблиці Е.15

Таблиця Е.15

Кількість набраних балів	1-3	4-6	7-9	10-12	13-14	15	16-19	20-23	24-25	26-29	30-31	32-33
Оцінка за 12-ти бальною шкалою	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Учні загальноосвітніх класів, які вивчають математику за програмою профільного рівня, виконують всі завдання початкового і середнього рівня, всі завдання достатнього і високого рівнів.

Система нарахування балів за вірно виконані завдання для оцінювання робіт учнів, які вивчають математику за програмою профільного рівня, приведена у таблиці Е.16.

Таблиця Е.16

Рівень завдань	№№ вправ	Кількість балів	Всього
Початковий, середній	1-15	по 1 балу	15 балів
Достатній	16-20	по 2 бали	10 балів
Високий	21-25	по 4 бали	20 балів
Всього балів			45 бали

Відповідність кількості набраних балів учнями, які вивчають математику за програмою профільного рівня, оцінці за 12-бальною системою оцінювання учнів наведено у таблиці Е.17

Таблиця Е.17

Кількість набраних балів	1-3	4-6	7-9	10-12	13-14	15	16-19	20-23	24-29	30-37	38-41	42-45
Оцінка за 12-ти бальною шкалою	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Завдання для учнів

Варіант 1

БАЗОВИЙ РІВЕНЬ ПІДГОТОВКИ

Початковий і середній рівні

1. Знайти область визначення функції $y = 2\operatorname{tg}x$.

А. Усі дійсні числа

Б. Усі дійсні числа, крім $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

В. Усі дійсні числа, крім $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Г. Усі дійсні числа, крім $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

2. Знайти множину значень функції $y = 2 \sin x$.

А. $[-1; 1]$.

Б. $(-\infty; \infty)$.

В. $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

Г. $[-2; 2]$.

3. Вказати функцію, графік якої отримують з графіка функції $y=x^2$ в результаті його паралельного перенесення вздовж осі y на 4 одиниці вгору.

А. $y = (x-2)^2$.

Б. $y = (x+2)^2$.

В. $y = x^2 - 4$.

Г. $y = x^2 + 4$.

4. Вказати функцію, графік якої отримують з графіка функції $y = \sin x$ в результаті його розтягу від осі абсцис у 4 рази.

А. $y = \frac{1}{4} \sin x$.

Б. $y = 4 \sin x$.

В. $y = \sin 4x$.

Г. $y = \sin \frac{x}{4}$.

$$5. \sin^2 17^\circ + \cos^2 17^\circ = \dots$$

- A. $\sin 34^\circ$. Б. $\cos 34^\circ$. В. 1. Г. 0.

$$6. \sin 9\alpha \sin \alpha + \cos 9\alpha \cos \alpha = \dots$$

- A. $\cos 8\alpha$. Б. $\cos 10\alpha$. В. $\sin 8\alpha$. Г. $\sin 10\alpha$.

$$7. \cos^2 10^\circ - \sin^2 10^\circ = \dots$$

- A. $\sin 5^\circ$. Б. $\sin 20^\circ$. В. $\cos 5^\circ$. Г. $\cos 20^\circ$.

$$8. \sin 5\alpha + \sin \alpha = \dots$$

- A. $2 \sin 2\alpha \cos 3\alpha$. Б. $2 \sin 3\alpha \cos 2\alpha$. В. $2 \sin 6\alpha \cos 4\alpha$. Г. $2 \sin 3\alpha \sin 2\alpha$.

$$9. \sin 110^\circ = \dots$$

- A. $\sin 20^\circ$. Б. $-\sin 20^\circ$. В. $\cos 20^\circ$. Г. $-\cos 20^\circ$.

$$10. \text{Розв'язати рівняння } \sin x = \frac{1}{2}.$$

- A. $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$. Б. $x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$.
 В. $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$. Г. $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$.

$$11. \text{Розв'язати рівняння } \cos x = 0.$$

- A. $x = 2\pi n, n \in Z$. Б. $x = \pi n, n \in Z$.
 В. $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$. Г. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

$$12. \text{Розв'язати рівняння } \operatorname{ctg} x = -1.$$

- A. $x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in Z$. Б. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$.
 В. $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$. Г. $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$.

$$13. \text{Подати у вигляді степеня } \frac{1}{\sqrt[7]{a^4}}.$$

- A. $a^{\frac{4}{7}}$. Б. $a^{-\frac{4}{7}}$. В. $a^{\frac{7}{4}}$. Г. $a^{\frac{7}{4}}$.

$$14. \text{Яка з рівностей неправильна?}$$

- A. $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{100} = 10$. Б. $\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}} = 3$. В. $\sqrt[5]{2^{15}} = 2^3$. Г. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[2]{2}$.

$$15. \text{Яке з рівнянь не має розв'язків?}$$

А. $x^6 + 9 = 0$. Б. $x^6 - 9 = 0$. В. $x^5 - 9 = 0$. Г. $x^7 + 9 = 0$.

ПІДВИЩЕНИЙ РІВЕНЬ ПІДГОТОВКИ

Достатній рівень

16. $\sin a = 0,8$; a належить II чверті. Знайти $\cos a$ і $\operatorname{tg} a$.

17. Розв'язати рівняння $\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 3 = 0$.

18. Побудувати графік функції $y = 2\sin x$. І записати множину значень, нулі функції, проміжки додатних значень, проміжки зростання.

19. Довести тотожність $(\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta) \sin \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta)$.

20. Спростити вираз $1 + (x^{0,25} + 1)(x^{0,125} + 1)(x^{0,125} - 1)$.

Високий рівень

21. Побудуйте графік функції $y = \sqrt[4]{x^4} - x$, якщо $x \leq 0$.

22. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[8]{x^8} = x + 8$.

23. Доведіть тотожність $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha = \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

24. Обчисліть $\cos(\arcsin 0,8)$.

25. Розв'яжіть нерівність $-2 < \operatorname{tg} x < 3$.

Варіант 2

БАЗОВИЙ РІВЕНЬ ПІДГОТОВКИ

Початковий і середній рівні

1. Знайти область визначення функції $y = \sin x + \operatorname{tg} x$.

А. Усі дійсні числа

Б. Усі дійсні числа, крім $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

В. Усі дійсні числа, крім $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$.

Г. Усі дійсні числа, крім $x = \pi n, n \in Z$.

2. Знайти множину значень функції $y = -3 \sin x$.

А. $[-3; 1]$.

Б. $(-\infty; \infty)$.

В. $\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$.

Г. $[-3; 3]$.

3. Вказати функцію, графік якої отримують з графіка функції $y=x^3$ в результаті його паралельного перенесення вздовж осі y на 6 одиниці вгору.

A. $y = x^3 - 6$ Б. $y = x^3 + 6$. В. $y = (x + 6)^3$. Г. $y = (x - 6)^3$.

4. Вказати функцію, графік якої отримують з графіка функції $y = \cos x$ в результаті його розтягу від осі абсцис у 6 разів.

A. $y = \cos 6x$. Б. $y = \cos \frac{x}{6}$. В. $y = 6 \cos x$. Г. $y = \frac{1}{6} \cos x$.

5. $1 - \cos^2 \alpha = \dots$

A. $\cos 2\alpha$. Б. $\operatorname{tg}^2 \alpha$. В. $-\sin^2 \alpha$. Г. $\sin^2 \alpha$.

6. $\cos 50^\circ \cos 10^\circ - \sin 50^\circ \sin 10^\circ = \dots$

A. $\sin 60^\circ$. Б. $\sin 40^\circ$. В. $\cos 60^\circ$. Г. $\cos 40^\circ$.

7. $\frac{2\operatorname{tg} 8^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 8^\circ} = \dots$

A. $\operatorname{tg} 4^\circ$. Б. $\operatorname{tg} 16^\circ$. В. $2\operatorname{tg} 4^\circ$. Г. $2\operatorname{tg} 16^\circ$.

8. $\sin 6\alpha + \sin 4\alpha = \dots$

A. $2\sin 5\alpha \cos \alpha$. Б. $2\sin 10\alpha \cos 2\alpha$. В. $2\sin \alpha \cos 5\alpha$. Г. $2\cos 10\alpha \sin 2\alpha$.

9. $\sin 195^\circ = \dots$

A. $\sin 15^\circ$. Б. $-\sin 15^\circ$. В. $\cos 15^\circ$. Г. $-\cos 15^\circ$.

10. Розв'язати рівняння $\sin x = 1$.

A. $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$. Б. $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

В. $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. Г. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

11. Розв'язати рівняння $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. Б. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

В. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. Г. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

12. Розв'язати рівняння $\operatorname{ctg} 4x = \sqrt{3}$.

A. $x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$. Б. $x = \frac{\pi}{24} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

В. $x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4}, n \in Z.$ Г. $x = \pm \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4}, n \in Z.$

13. Подати у вигляді степеня $\frac{1}{\sqrt[5]{a^2}}.$

А. $a^{\frac{2}{5}}.$ Б. $a^{-\frac{5}{2}}.$ В. $a^{\frac{2}{5}}.$ Г. $a^{\frac{5}{2}}.$

14. Яка з рівностей неправильна?

А. $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} = 5.$ Б. $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} = 2.$ В. $\sqrt[7]{2^{21}} = 2^3.$ Г. $\sqrt[7]{\sqrt{3}} = \sqrt[8]{3}.$

15. Яке з рівнянь не має розв'язків?

А. $x^{11} + 13 = 0.$ Б. $x^{11} - 13 = 0.$ В. $x^{12} + 8 = 0.$ Г. $x^{14} - 9 = 0..$

ПІДВИЩЕНИЙ РІВЕНЬ ПІДГОТОВКИ

Достатній рівень

16. $\cos a = 0,6$; a належить IV чверті. Знайти $\sin a$ і $\operatorname{tg} a$.

17. Розв'язати рівняння $\cos^2 x - 11 \cos x + 10 = 0$.

18. Побудувати графік функції $y = 3 \cos x$. І записати множину значень, нулі функції, проміжки додатних значень, проміжки спадання.

19. Довести тотожність $(\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta) \sin \alpha \sin \beta = \sin(\beta - \alpha)$.

20. Спростити вираз $(x^{0,25} - y^{0,125})(x^{0,25} + y^{0,125}) + y^{0,25}$.

Високий рівень

21. Побудуйте графік функції $y = \sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^2}$.

22. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[12]{x^{12}} = 6x - 10$.

23. Доведіть тотожність $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1$.

24. Обчисліть $\sin(\arccos 0,6)$.

25. Розв'яжіть нерівність $-1 < \operatorname{ctg} x < \sqrt{3}$.

Додаток Ж

ПЕРЕЛІК ЗАКЛАДІВ, У ПРАКТИКУ ЯКИХ ВПРОВАДЖЕНО РЕЗУЛЬТАТИ
ДИСЕРТАЦІЇ

- 1) Черкаська загальноосвітня школа I-III ступенів №15 (довідка №125 від 03.06.14);
- 2) Черкаська загальноосвітня школа I-III ступенів №8 Черкаської міської ради Черкаської області (довідка №296 від 23.06.14);
- 3) навчально-виховний комплекс-гімназія №12, м. Дніпропетровська (довідка №226 від 27.06.14);
- 4) комунальний заклад «Середня загальноосвітня школа №20 імені О. І. Стовби м. Дніпродзержинська» Дніпродзержинської міської ради (довідка № 152 від 11.06.14);
- 5) Томаківська загальноосвітня школа I-III ступенів №2 Томаківської районної ради Дніпропетровської області (довідка №150 від 12.06.14);
- 6) Криворізький обласний ліцей-інтернат для сільської молоді (довідка №73 від 16.06.14);
- 7) Липоводолинська спеціалізована школа I-III ступенів Липоводолинської районної ради Сумської області (довідка №01-14/329 від 18.06.14);
- 8) Чумаківська загальноосвітня школа I-III ступенів Томаківської районної ради Дніпропетровської області (довідка №145 від 13.06.14);
- 9) Запорізька загальноосвітня школа I-III ступеня Апостолівського району Дніпропетровської області (довідка №128/02 від 18.06.14);
- 10) Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького (довідка № 212/03 від 05.06.14);
- 11) Криворізький педагогічний інститут ДВНЗ «Криворізький національний університет» (довідка № 02/02-253/3 від 19.06.14),
- 12) Полтавський національний педагогічний університет імені В. Г. Короленка (довідка № 2704/01-55/02 від 19.06.14);

13) Дніпропетровський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти (довідка № 418 від 23.06.14);

14) Запорізький обласний інститут післядипломної педагогічної освіти Запорізької обласної ради (довідка №196 від 10.06.14);

15) Кіровоградський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти імені Василя Сухомлинського (довідка № 484/01-12 від 24.06.14).