

ФОРМУВАННЯ КОМПОНЕНТІВ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ УЧНІВ ДОВЕДЕННЮ ТЕОРЕМ

Ірина ЛОВ'ЯНОВА

В статті розглядається проблема формування логічного мислення учнів. Уточнено компоненти логічного мислення. Розглянуто підходи до проблеми навчання доведенню математичних тверджень в шкільному курсі математики. Зосереджено увагу на аксіоматичному методі доведення. Представлено декілька методичних прийомів, спрямованих на формування компонентів логічного мислення, у процесі навчання доведенню.

На сучасному етапі розбудови загальноосвітньої школи розробка проблеми розвитку логічного мислення у процесі навчання математики посідає особливе місце і ведеться в декількох напрямках. Зокрема, визначаються логічні основи шкільного курсу математики (О.В. Кужель); розробляються питання методики вивчення елементів математичної логіки у процесі поглибленого курсу математики (Б.Г. Орач); пропонується введення курсу „Логіка” як у старшій (В.Н. Гладунський), так і в основній школі (Г.В. Апостолова); формуються програми розвитку творчого мислення, на основі його логічності (О.Г. Гісь); розробляється питання формування пізнавальної самостійності, як одного з показників сформованості логічних умінь (О.І. Федоренко). З проблемою розвитку мислення пов'язані роботи психологів про його структуру та типологію (Л. С. Виготський, Г.С. Костюк, С.Л. Рубінштейн та інші), про загальні психологічні закономірності процесу мислення (Д.Н. Богоявленський, П.П. Блонський, В.В. Давидов, А.М. Леонтьєв, А.В. Петровський та інші), про систему розумових дій, що формують основи мислення (П.Я. Гальперін, А.З. Зак, Є.М. Кабанова-Меллер, Н.Ф. Тализіна та інші), про індивідуальні особливості мислення (Д.Ж. Брунер, Ю.З. Гільбух.) Проблемою розвитку мислення займалися

дидакти І.Я. Лернер, М.Н. Скаткін, В.Ф. Паламарчук, О.І. Федоренко та інші, проблемам методики навчання логічних понять, які використовуються в математиці, приділяли увагу А.А. Столяр, І.Л. Нікольська, Л.А. Латотін, реалізацію логічної складової у формуванні понять і доведень при навчанні математики досліджували З.І. Слєпкань, С.І. Саранцев, В.М. Осинська, Н.А. Тарасенкова, Н.М. Рогановський та інші.

Аналіз шкільної практики свідчить про те, що кожен вчитель прагне виробити в учнів уміння самостійно знаходити шляхи доведення теорем і розв'язування задач. Однак, як це робити, учитель не завжди знає. Нерідко це приводить до того, що розвиток і формування логічного мислення значною мірою відбувається стихійно, тому більшість учнів, навіть старшокласників, не опановує навіть такі прийоми логічного мислення, як аналіз, порівняння, синтез, абстрагування та ін. Постає питання: як організувати процес навчання так, щоб учні не тільки засвоювали необхідний програмний матеріал, а й розвивалося їх логічне мислення? Необхідність пошуку методичних прийомів, які сприяють формуванню логічного мислення учнів у процесі навчання математики обумовлює актуальність дослідження.

Наша мета: розкрити методику навчання учнів доведенню теорем в шкільному курсі математики, яка сприятиме формуванню компонентів логічного мислення учнів.

Мета статті конкретизувалася в наступних **завданнях:** проаналізувати стан проблеми процесу доведення математичних тверджень в шкільному курсі математики з точки зору розвитку мислення учнів та запропонувати методичні прийоми щодо формування компонентів логічного мислення у процесі навчання учнів доведенню математичних тверджень.

Пристаюючи до розв'язання поставлених завдань у своєму дослідженні ми виходили з того, що *логічне мислення* – це вища ступінь пізнання, процес відображення об'єктивної реальності, що дає знання про властивості, зв'язки, відносини між предметами, які оточують людину.

Характеризують наявність і степінь сформованості логічного мислення його складові:

- 1) здатність абстрагувати поняття від дійсності, формувати і перебирати альтернативні гіпотези;
- 2) здатність робити предметом аналізу власну думку;
- 3) здатність відокремлювати логічні операції від тих об'єктів, над якими вони проводяться, класифікувати висловлювання за їх логічним типом;
- 4) уміння здійснювати формально-логічні операції;
- 5) уміння дати означення відомого поняття;
- 6) знання реального змісту слів «і», «або», «не» і словосполучень «якщо..., то...», «тоді і тільки тоді, коли...» як логічних зв'язків;
- 7) уміння виокремити логічну форму речення;
- 8) уміння сформулювати в стверджувальній формі заперечення складних речень із кванторами;
- 9) знання значень слів «слід», «рівнозначно», «необхідно», «достатньо»;
- 10) розуміння значень і навички правильного вживання словосполучень типу «не менш», «не більш», «один і тільки один»;
- 11) уміння перевірити правильність міркування, виявити грубу логічну помилку;
- 12) знання найбільш уживаних прийомів доведення.

Формування логічного мислення відбувається упродовж всього періоду навчання, виняткова роль у формуванні багатьох компонентів логічного мислення належить математиці. Логічне мислення розвивається під час евристичних бесід і лабораторних робіт, виконання логіко-пошукових завдань, застосування деяких прийомів роботи з підручником, доведення теорем, розв'язування задач тощо. Всі ці форми і методи роботи активно використовуються в середній школі, адже починаючи саме з підліткового віку дитина здатна виконувати логічні операції і обґрунтовувати свої дії.

Проте слід враховувати, що логічне мислення має ряд *особливостей*:

- 1) цілеспрямованість – передбачає усвідомлення цілі, прийняття рішення, розробку плану дій, необхідних для досягнення наміченої цілі;
- 2) властивість відображати реальність в узагальнених образах і поняттях;
- 3) властивість до опосередкованого відображення дійсності (в думках людина має діло безпосередньо не з матеріальними речами, а з їх уявним відображенням. Що дозволяє отримати знання, минаючи органи відчуттів і розуміти те, що не можна ні відчути, ні уявити);
- 4) тісний зв'язок процесів мислення з мовою, що робить можливим словесну передачу думок між людьми;
- 5) бажання творчого перетворювання дійсності.

З нашої точки зору складові логічного мислення, а також його особливості мають двобічний характер: з одного боку їх наявність і степінь сформованості свідчать про рівень логічного мислення в учнів, з іншого боку вони виступають тими компонентами, формування яких у процесі навчання сприяє розвитку мислення учнів. Тому, у власному дослідженні наголошуємо на тому, що процес формування логічного мислення учнів у навчанні має обов'язково виходити з наявного рівня сформованості компонентів логічного мислення і будуватися з огляду їх ефективного удосконалення.

Розглянемо як вчені-педагоги підходять до розв'язування проблеми успішного навчання доведень.

Так, А.А.Столяр під навчанням доведенню розуміє навчання «мисленнєвим процесам пошуку, відкриття і побудови доведення, а не навчання відтворення та заучування готових доведень» [3, с.145]. Автор стверджує, що «пошук доведення спрямовується трьома основними питаннями: «ЩО? ЗВІДКИ? ЯК?» Уточнення поняття доведення може бути досягнуто за допомогою представлення доведення в певній стандартній формі, яка піддається точному описанню. Під доведенням теореми T будемо розуміти скінчену послідовність речень (A_1, A_2, \dots, A_n) , що належать даній теорії, яка задовольняє двом умовам: а) кожне речення даної послідовності

уявляє собою або аксіому, або означення, або раніше вже доводжувану теорему, або припущення (умова доводжуваної теореми), або ж виходить з попередніх речень за одним з правил виводу і б) останнє речення цієї послідовності (A_n) є речення T . Речення T є теоремою, якщо для нього може бути побудоване хоча б одне доведення, тобто знайдена хоча б одна послідовність речень, що задовольняє умовам а) і б).[3, с.149]

З іншого боку до проблеми навчання доведення підходить З.І.Слепкань [2, с.75], яка на відміну від А.А. Столяра під навчанням доведень розуміє навчання готових доведень, пропонованих учителем або підручником, і навчання учнів самостійного пошуку доведень.

Таке розуміння автором загальної методичної проблеми навчання доведень пояснюється тим, що готові доведення посідають значне місце у процесі навчання математики. За умови належної організації навчання готових доведень можна формувати в учнів компоненти самостійного пошуку і побудови доведення. Готові доведення мають виступити як моделі, на яких учні навчаються розумових дій і прийомів розумової діяльності, що лежать в основі вміння доводити, методів доведень і їх застосування, вчать самостійно шукати доведення за аналогією з вивченим.

Проблему навчання доведень доцільно розчленувати на кілька навчальних задач, які розв'язуються послідовно: 1) вивчення готових доведень, вміння відтворювати їх; 2) самостійна побудова доведення за зразком з вивченим; 3) пошук і виклад доведення за вказаним учителем методом (способом); 4) самостійний пошук і виклад доведення учнями.

Експериментальні дослідження психологів і досвід роботи передових вчителів показують, що, розвиваючи у школярів систему знань про математичні поняття і їх властивості, які виражаються в означеннях, аксіомах, теоремах, про елементи математичної логіки, необхідно також послідовно та цілеспрямовано навчати школярів загальним розумовим діям (аналіз, синтез, аналіз через синтез, абстрагування, узагальнення та ін.) і специфічним розумовим діям, які лежать в основі вміння доводити. Ці так

звані *операціональні* структури мислення дають можливість вчителю керувати мисленнєвою діяльністю учнів і допомагають учням виконувати самоуправління мисленням при самостійному пошуку доведень.[4, с.84]

Для того, щоб учні оволодівали доведеннями, необхідно сформувавши в них певну послідовність вміннь. Вміння доводити – складне вміння, воно складається з:

– *вміння шукати доведення* (аналізувати твердження; отримувати продуктивні наслідки з умови; виявляти умови, при яких можливий висновок; висувати правдоподібну гіпотезу).

– *вміння проводити доведення* (на основі отриманої гіпотези виконувати послідовність умовиводів і обґрунтовувати правомірність отриманих висновків).

– *вміння оформляти доведення теореми.* [1]

В зв'язку з цим розглянемо окремі методичні прийоми навчання школярів сприймати і відтворювати доведення, направлені на формування вміннь шукати, проводити, оформляти доведення теореми.

Основним методом доведення в математиці є аксіоматичний метод.

В навчанні аксіоматичному методу можна виділити декілька етапів.

Перший етап направлений на формування загальних прийомів пошуку і проведення доведення, які потім будуть використовуватися на всіх наступних етапах. Цей етап необхідно виконувати під час вивчення перших тем шкільного курсу геометрії. Даний етап включає в себе наступні кроки:

- аналіз тексту твердження;
- розгортання умови;
- послідовний аналіз висновку і умови твердження;
- розкриття змісту прямого і непрямого методів доведення.

Другий етап включає засвоєння специфічних прийомів пошуку і проведення доведення твердження в залежності від конкретного їх змісту і власно математичних методів, які використовуються при доведенні.

Третій етап включає в себе розкриття сутності побудови шкільного предмету на основі аксіоматичної теорії.

Найбільш суттєвий і важкий перший етап навчання аксіоматичному методу в школі, тому відмітимо деякі найбільш важливі його особливості.

1*. Аналіз тексту твердження має наступний операційний склад:

- прочитайте твердження;
- виділіть умову(и) і висновок(и);
- уточніть висновок: назвіть його, про які фігури йде мова, за якою властивістю можна їх встановити, що в умові є для того, щоб встановити висновок;
- уточніть умову: перерахуйте фігури, про які йде мова, скільки їх, яким властивостями вони володіють, що в них є для того, щоб прийти до висновку;
- зробіть рисунок (якщо він необхідний) і короткий запис;
- якщо після виконання аналізу доведення знайдено, запишіть його.

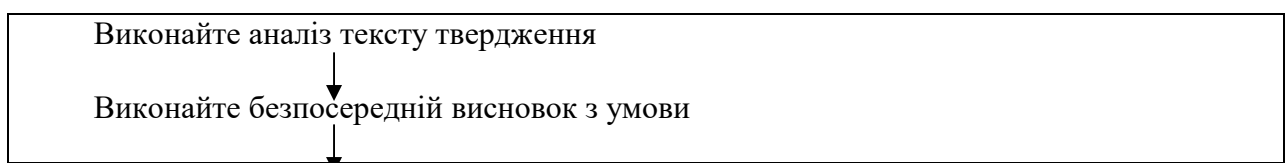
Щоб навчити учнів читати математичні твердження, необхідно показати можливі конструкції тверджень.

Наприклад:



1. Якщо дано ○, то △ .
2. Так як дано ○, то △ .
3. Оскільки дано ○, то △ .
4. Для того, щоб було дано ○, необхідно, щоб △ .
5. Для того щоб △ , досить, щоб було дано ○ .

2*. При формуванні прийому розгортання умови необхідно розкрити його операційний склад, який можна зобразити у вигляді схеми 1.



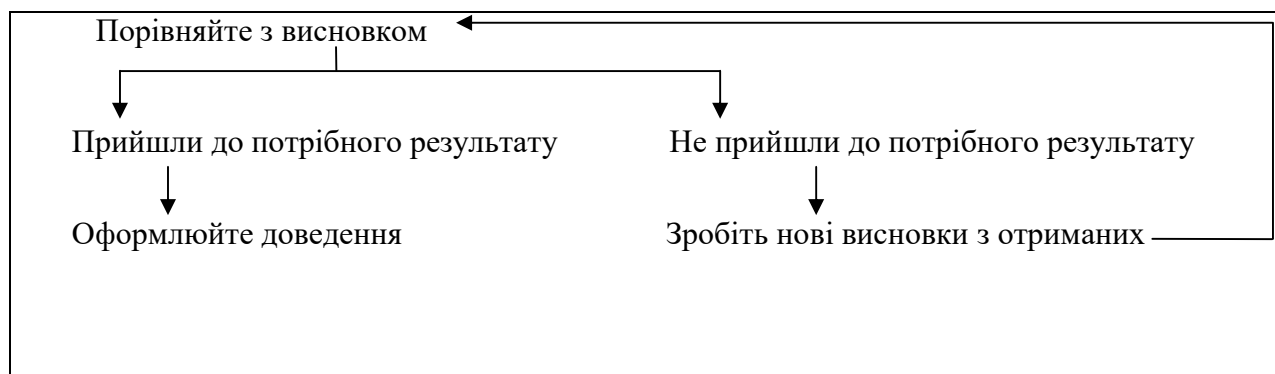


Схема 1. Розгортання умови

Оскільки більшість умовиводів в шкільному курсі математики робиться за правилом висновку і правилом заперечення, то на змістовному рівні можна ознайомити з ними учнів.

а) Якщо A , то B [$A(x) \rightarrow B(x)$],
виконується A .

б) Якщо A , то B [$A(x) \rightarrow B(x)$],
не виконується B .

Висновок: виконується B ;

Висновок: не виконується A .

3*. При формуванні прийому послідовного аналізу висновку і умови твердження операційний склад його може бути розкритий в схемі 2.

Для формування вміння знаходити достатні підстави можна використовувати, наприклад, наступні задачі:

1) Що достатньо знати для того, щоб стверджувати, що даний трикутник рівнобедрений?

2) Відомо, що виконуються наступні рівності: $AB=MP$, $BC=PK$. Доповніть цю умову так, щоб можна було зробити висновок, що $\triangle ABC=\triangle MPK$.

4*. Розкриємо операційний склад непрямого методу:

- робимо припущення (будуємо заперечення того, що треба довести);
- розглядаємо разом умову твердження і припущення і робимо висновок;
- шукаємо протиріччя з відомим істинним твердженням (аксіомою, раніше доведеною теоремою, умовою твердження);
- знайшовши протиріччя, робимо висновок, що наше припущення невірне, а вірне його заперечення, тобто те, що треба довести.

Для формування всіх операцій прийому необхідно показати, що таке протиріччя і як будується заперечення.

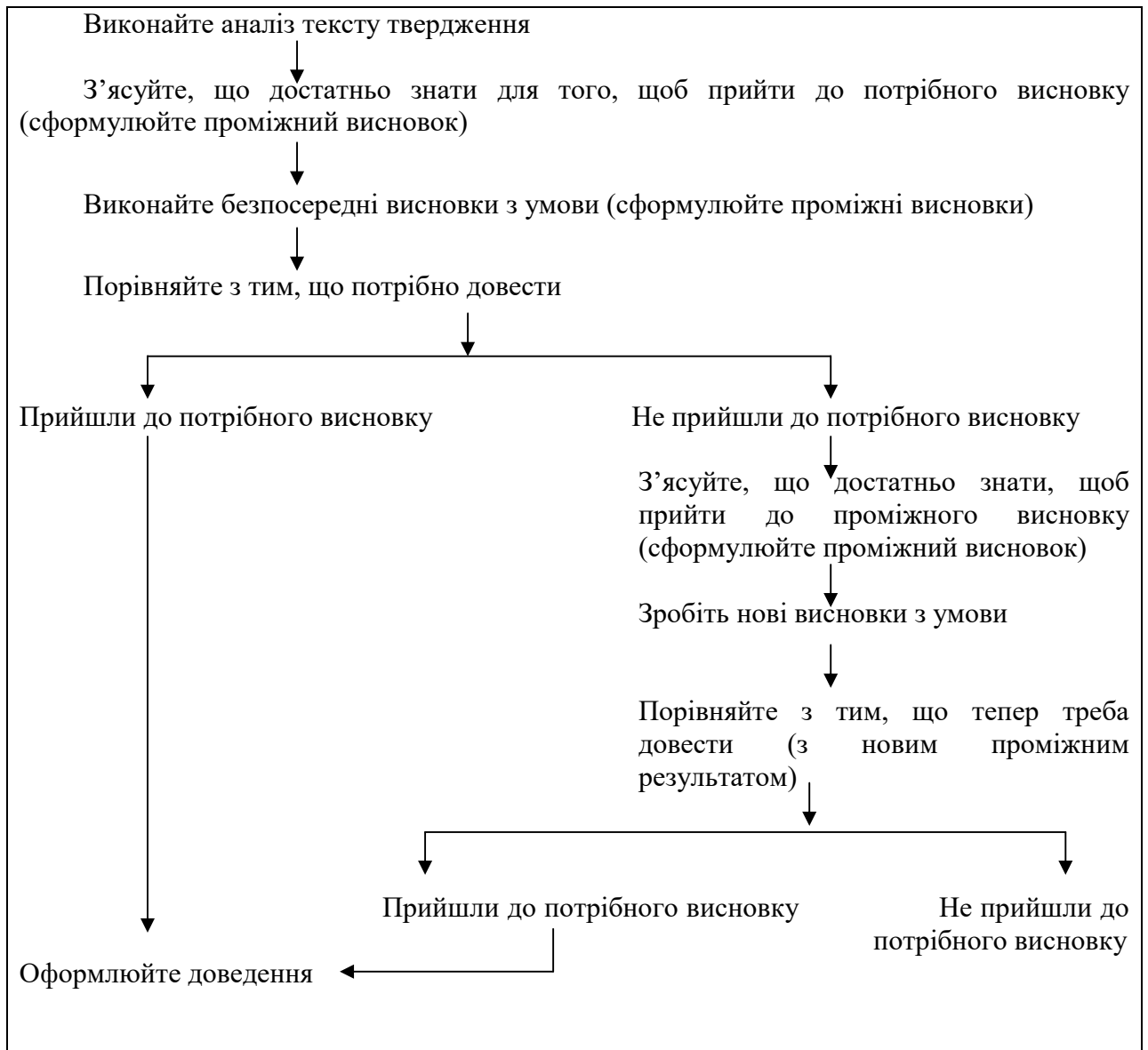


Схема 2. Аналіз умови і висновку

Гарною умовою, яка дозволяє говорити про сформованість методу, є розв'язання логічних задач.

Другий етап формування аксіоматичного методу відбувається впродовж навчання всього курсу математики.

Шкільна математика не може сама по собі автоматично впливати на розвиток логічного мислення учнів. Такий вплив може бути досягнутий з використанням відповідної методики навчання. Навчившись правильно

будувати доведення, учень перевіряє всі гіпотези, висунуті в ході доведення. Сувору правильність побудови доведення стає його звичкою. А це призводить до виховання загального стилю мислення, підвищенню логічної культури і використанню отриманих знань в інших сферах діяльності.

Підсумовуючи слід відмітити, що нами описано тільки кроки першого етапу навчання аксіоматичного методу доведення. В даній статті представлено декілька методичних прийомів, спрямованих на формування компонентів логічного мислення, які полягають у розкритті операційного складу кожного кроку на першому етапі аксіоматичного методу доведення та пред'явлення учням відповідних цьому складу завдань. Ці прийоми доречно використовувати під час аналіз тексту твердження; розгортання умови; послідовного аналізу висновку і умови твердження; розкритті змісту прямого і непрямого методів доведення. Подальшого вивчення й розробки потребують методичні прийоми спрямовані на формування компонентів логічного мислення під час розв'язування таких навчальних задач як: 1) вивчення готових доведень, вміння відтворювати їх; 2) самостійна побудова доведення за зразком з вивченим; 3) пошук і виклад доведення за вказаним учителем методом (способом); 4) самостійний пошук і виклад доведення учнями. Саме в цьому ми вбачаємо перспективи подальших досліджень.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учебное пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / [Е.И. Лященко, К. В. Зобкова, Т. В. Кириченко и др.]; под ред. Е.И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.: ил.

2. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. / З. І. Слєпкань – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.: іл.

3. Столяр А. А. Педагогика математики. Курс лекцій. / А. А. Столяр – Минск: Вышэйшая школа, 1986. – 384 с.

4. Слепкань З. И. Психолого-педагогические основы обучения математике: Методическое пособие./ З. И.Слепкань. – К.: Рад. шк., 1983. – 192 с.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Лов'янова Ірина Василівна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики Криворізького державного педагогічного університету.

Наукові інтереси: формування творчої особистості випускника школи у процесі навчання природничих дисциплін.