

Моделювання розподілу механічних напруг на сіючих поверхнях вібраційних машин

Андрій Дмитрович Муравльов*, Олександр Володимирович Мерзликін[‡]
Криворізький навчально-виховний комплекс № 129
«Гімназія-ліцей академічного спрямування»,
вул. Пензенська, 39, м. Кривий Ріг, 50048, Україна
ardwiz9@gmail.com*, avm@ccjournals.eu[‡]

Анотація: У різних галузях виробництва широкого застосування набула вібраційна техніка. Її використовують, зокрема, для сортування сипкого матеріалу. У цьому випадку важливим елементом вібраційної сортувальної машини (наприклад, грохоту) є вібраційне сито. Серед неочевидних проблем, з якими стикається проектувальник такого сита, є ймовірність руйнування сит внаслідок власного резонансу. Таким чином *метою роботи*, описаної в цій статті, є розробка та програмна реалізація моделі розподілу напруг на вібраційних ситах внаслідок їх коливань. Відповідно, були поставлені *задачі*: описати відповідну математичну модель, розробити її зручну програмну реалізацію та забезпечити візуалізацію отриманих даних. *Об'єктом дослідження* є механічні коливання, що виникають на пластинці під час вібрації, а *предметом* – модель розподілу механічних напруг на сіючих поверхнях вібраційних машин. *Результатом дослідження* є розроблена електронна таблиця, що є програмною реалізацією даної моделі. Також можна зробити *висновок* про те, що розроблений в ході дослідження програмний продукт може бути використаний при проектуванні вібраційної техніки та при навчанні інженерів-конструкторів і програмістів.

Ключові слова: вібраційна техніка; сіючі поверхні; механічні коливання; резонанс; математичне моделювання; електронні таблиці.

A. D. Muravlov*, O. V. Merzlykin[‡]. Modeling of the mechanical stress distribution on the vibrating machines' sifters

Abstract. Vibrating equipment has been arranged in a different fields of industry. It is used, in particular, for sorting loose material. In this case, an element of a vibrating sorting machine (for example, a screen) is a vibrating sifter. One of the non-obvious problems faced by the designer of such a sifter is a probability of the sifter's destruction due to its own resonance. Thus, the *purpose of the study* is the development and implementation of the stress distribution model on vibration sifter due to its oscillations. Accordingly, the *tasks* were: to describe the corresponding mathematical model, to develop its convenient program implementation and to provide visualization of the

received data. The *object of the study* is the mechanical vibrations of the plate and the *subject* is the model of the distribution of mechanical stresses on the sifter's surface in vibrating machines. The *result of the study* is a developed spreadsheet, which is a software implementation of this model. It can also be *concluded* that this software can be used in the design of vibrating machines and in the training of design engineers and programmers.

Keywords: vibrating machines; sieve surfaces; mechanical vibrations; resonance; mathematical modeling; spreadsheet.

Affiliation: Kryvyi Rih Educational Complex No 129 "Gymnasium-Lyceum of Academic Approach", 39, Penzenska Str., Kryvyi Rih, 50048, Ukraine.

E-mail: ardwiz9@gmail.com*, avm@ccjournals.eu[†].

Вступ. Під час експлуатації вібраційних машин було помічено передчасне локальне руйнування сіючих поверхонь. Було висунуто припущення, що ймовірною причиною цього явища є накладання просторових коливань, що виникають на ситах в робочому режимі машини. Таким чином виникла задача моделювання механічних напруг на сіючих поверхнях у робочому режимі.

Явища накладання просторових коливань спостерігали ще у XVII столітті. Так, досить відомим є експеримент Ернста Хладні, який посипав дрібним піском квадратну пластину, проводив смичком по одній з її сторін, торкнувшись пальцем певного місця на протилежній стороні пластини [1]. І, хоча рух кожної піщинки при цьому є нерегулярним, за одних і тих самих початкових умов на пластині отримувались однакові геометричні візерунки (рис. 1).

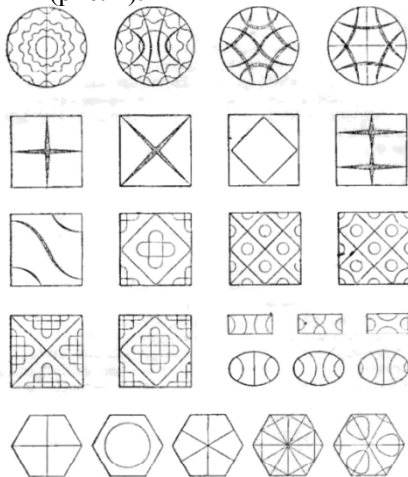


Рис. 1. Фігури Хладні

Теоретичне пояснення виникнення та трансформації фігур Хладні у залежності від частоти та форми коливної поверхні можливе з використанням методу суперпозиції та побудови алгоритму для визначення з високою точністю власних частот коливань пластинки [1].

Опис математичної моделі. Теорія розрахунку власних частот коливань пластини в залежності від її геометричних розмірів та типу закріплення розроблена для проектування друкованих плат [3, с. 158-163]. У процесі розрахунку коливань пластин (рис. 2) сіючих сит зазвичай використовують наступні припущення:

- вигинові деформації пластини під час коливань малі у порівнянні з її товщиною, пружні коливання відбуваються за законом Гука;
- пластина має постійну товщину;
- у пластині є нейтральний шар, який при вигинових коливаннях не схильний до деформацій розтягання – стискування;
- матеріал ідеально пружний і однорідний.

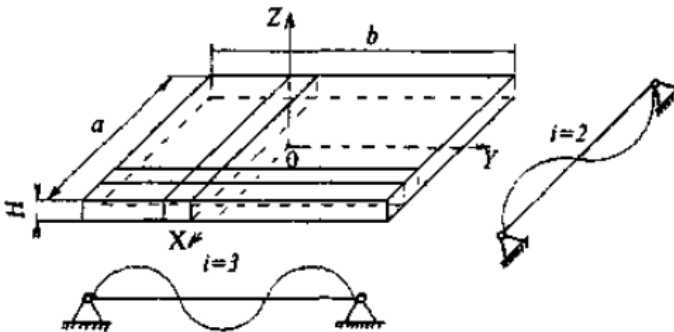


Рис. 2. Пластина і можливі форми коливань

Під час складання рівнянь руху можна використовувати рівняння вигину пластини при дії розподіленого статистичного навантаження $q(x, y)$.

$$D \left(\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} \right) = q(x, y),$$

де $\omega = \omega(x, y)$ – прогин пластини в точці з координатами x та y ; D – циліндрична жорсткість пластини.

Заміняючи в рівнянні навантаження силою інерції $m \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right)$,

отримаємо рівняння вільних незгасаючих коливань пластини:

$$m \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right) + D \left(\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\delta^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} \right) = 0, \quad (1)$$

де $z = z(x, y, t)$.

Відомий точний розв'язок задачі про власні коливання конструкції типу прямокутних пластин, коли дві протилежні сторони вільно обперті при будь-яких граничних умовах на двох інших краях. Найпростіший розв'язок отримують, коли всі краї пластини вільно обперті. У такому випадку рівняння власних коливань має вигляд:

$$z(x, y, t) = w(x, y) \cdot e^{j\omega_0 t}.$$

Амплітудна функція $w(x, y)$, що називається власною формою коливань пластини, визначається виразом:

$$w(x, y) = A_y \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{f\pi y}{b}\right)$$

де a, b – розміри пластини; i, f – число півхвиль синусоїди в напрямку осей x та y відповідно.

Підставляючи $z(x, y, t)$ у рівняння (1) отримаємо:

$$\left(\frac{i\pi}{a}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{i\pi}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{i\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{i\pi}{b}\right)^2 = \omega_0^2 \cdot \frac{\rho H}{D}.$$

Звідси власна частота коливань:

$$\omega_0 = \pi^2 \cdot \left[\left(\frac{i}{a}\right)^2 + \left(\frac{f}{b}\right)^2 \right] \cdot \sqrt{\frac{D}{\rho H}}.$$

Для приблизних розрахунків спектра власних частот при різних граничних умовах коефіцієнт α , що входить до формули визначення форм коливання, можна вирахувати за виразом:

$$\alpha = \pi^2 \cdot \sqrt{A_i^4 + A_f^4 \beta^4 + 2 \cdot \beta^2 \cdot [\sigma B_i B_f + (1 - \sigma) C_i C_f]}, \quad (2)$$

де коефіцієнти A, B, C знаходяться за таблицею 1, в якій S означає, що край жорстко закріплений, F – вільний, C – обпертий.

Сама ж формула для визначення власних коливань має наступний вигляд:

$$w(x, y) = \sum_{i,f=1}^n \alpha_i w_{i,f}(x, y),$$

де $w(x, y)$ – базисні функції, що обираються відповідно до граничних умов, а коефіцієнти α_{if} обчислюється за формулою (2) [2, с. 149-151].

Програмна реалізація моделі. На практиці велику кількість розрахунків, що стосуються проектування вібраційної техніки, виконують у середовищі електронних таблиць. Тому нами було вирішено здійснювати розрахунок власних частот коливання сит вібраційних

машин у тому ж середовищі.

Таблиця 1

Значення коефіцієнтів A, B, C

Граничні умови	$i = 1$			$i = 2$			$i \geq 3$		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
$S-S$	0	0	0	1	1	1	$i-1$	A_2	A_2
$S-C$	0	0	0	1,25	$A(A-1/\pi)$	B	$i-0,75$	$A(A-1/\pi)$	B
$S-F$	0	0	$3/\pi^2$	1,25	$A(A-1/\pi)$	$A(A+3/\pi)$	$i-0,75$	$A(A-1/\pi)$	$A(A+3/\pi)$
$C-C$	0	0	0	1,506	1,248	1,248	$i-0,5$	$A(A-2/\pi)$	B
$C-F$	0,597	0,0875	0,471	1,494	1,347	3,284	$i-0,5$	$A(A-2/\pi)$	$A(A+2/\pi)$
$F-F$	0	0	$12/\pi^2$	1,506	1,248	5,017	$i-0,5$	$A(A-2/\pi)$	$A(A+6/\pi)$

Вхідними даними при побудові даної розрахункової моделі є температура матеріалу сита, товщина верхнього шару сита, швидкість руху сита без навантаження та під навантаженням, частота обертання вібродвигуна, висота шару та маса матеріалу, модуль Юнга матеріалу сита, жорсткість пластини з урахуванням ослаблення і без, довжина, ширина плити сита, розмір отворів у ситі, кріплення сита, максимальна напруга на ситі.

Розроблена електронна таблиця складається з п'яти аркушів: «Довідник», «Геометрія сит», «Напруга на ситах», «Діаграма напруг», «Коефіцієнти сит» (рис. 3).

Цилиндрическая жесткость пластины с учетом ослабления	Эквивалентная толщина сита	Относительный индекс истирания	К-т оп. действующих напряжений по Учителю	Размер отверстия сита	Размер отверстия сита	Расчетная ширина плиты сита	Расчетная длина плиты сита	Условие закрепления сита по ширине
мм				мм	м	мм	мм	
5409	6,66	0,85	0,8	12	0,012	1320	550	Жесткое с двух сторон
						B	A	

Рис. 3. Фрагмент аркушу «Геометрія сит»

У «Довіднику» містяться всі необхідні емпіричні дані та характеристики матеріалів. Аркуш «Геометрія сит» містить основні розрахунки, необхідні для визначення власних частот коливання сит. Аркуш «Напруга на ситах» містить напруги, розраховані для гармонік різних порядків (в залежності від того, скільки цілих півхвиль вкладається на довжині та на ширині сита (i на рис. 2)) в різних точках сит. Аркуш «Коефіцієнти сит» містить таблицю 1. Аркуш «Діаграма напруг» містить візуалізацію розподілу напруг на сіючій поверхні (рис. 4).

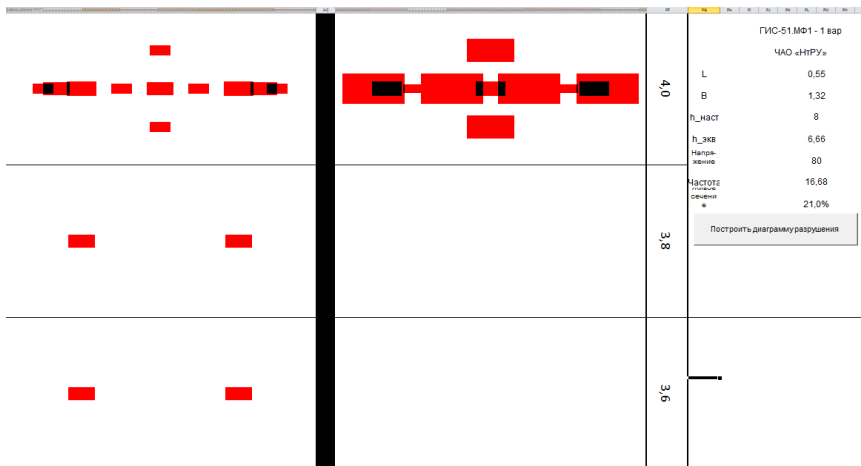


Рис. 4. Діаграми розподілу напруг на ситах

На цьому аркуші наведено геометричні параметри сита та кнопка побудови діаграм руйнування. При натисканні на неї запускається макрос, який спочатку заповнює комірки білим кольором. Потім, в залежності від параметрів, заданих на попередніх чотирьох аркушах, у місцях, де напруги перевищують критичне значення, відповідні комірки зафарбовуються червоним. У випадку, якщо для певної області сита таке перевищення відбувається для декількох гармонік, ця область зафарбовується чорним кольором. Отримані діаграми показують області накладання частот на ситах у двох фазах просіювання: зліва – коли матеріал, що просіюється, знаходиться на ситі, та справа – коли матеріал перебуває в повітрі. Оскільки під час експлуатації сита з часом «зношуються», тобто рівномірно зменшують свою товщину, то діаграми розсіювання будуються не лише для номінальної товщини сит, але й із певним кроком для менших товщин. Оптимальною діаграмою буде вважатися та, де на всіх діаграмах будуть відсутні як червоні, так і чорні комірки.

Висновки. Розроблена програмна реалізація моделі розподілу механічних напруг у сіючих поверхнях може бути використана на виробництві при проектуванні вібраційної техніки, а також у навчанні інженерів-конструкторів та програмістів. Наразі розроблений програмний продукт проходить тестове впровадження у проектуванні вібраційної техніки на ВАТ «КВМШ Плюс».

Список використаних джерел

1. Мелешко В. В. Изгибные колебания упругих прямоугольных пластин со свободными краями: от Хладни (1809) и Ритца (1909) до наших дней / Мелешко В. В., Папков С. О. // Акустичний вісник. – 2009. – Том 12, № 4. – С. 34-51.

2. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара : 3-е издание, переработанное и дополненное / Я. Г. Пановко. – Ленинград : Машиностроение (Ленинградское отделение), 1976. – 320 с.

3. Парфенов Е. М. Проектирование конструкций радиоэлектронной аппаратуры : учебное пособие для вузов / Е. М. Парфенов, Э. Н. Камышная, В. П. Усачов. – Москва : Радио и связь, 1989. – 272 с.

References (translated and transliterated)

1. Meleshko V. V. Izgibnye kolebanija uprugih prjamougol'nyh plastin so svobodnymi krajami: ot Hladni (1809) i Ritca (1909) do nashih dnei [Flexural vibrations of elastic rectangular plates with free edges: from Khladni (1809) and Ritz (1909) to the present day] / Meleshko V. V., Papkov S. O. // Akustichnij visnik. – 2009. – Tom 12, № 4. – S. 34–51. (in Russian)

2. Panovko Ja. G. Osnovy prikladnoj teorii kolebanij i udara : 3-e izdanie, pererabotannoe i dopolnennoe / Ja. G. Panovko. – Leningrad : Mashinostroenie (Leningradskoe otdelenie), 1976. – 320 s. (in Russian)

3. Parfenov E. M. Proektirovanie konstrukcij radiojelektronnoj apparatury : uchebnoe posobie dlja vuzov [Design of radio electronic equipment: a textbook for high schools] / E. M. Parfenov, Je. N. Kamyshnaja, V. P. Usachov. – Moskva : Radio i svjaz', 1989. – 272 s. (in Russian)

Received: 01 May 2018; in revised form: 07 May 2018 / Accepted: 08 May 2018