Аналіз когнітивних траєкторій методами теорії складних мереж

Володимир Миколайович Соловйов*, Владислав Миколайович Пірогов≠,
Олександра Олегівна Ярмольська#
Кафедра інформатики та прикладної математики,
Криворізький державний педагогічний університет,
пр. Гагаріна, 54, м. Кривий Ріг, 50086, Україна
vnsoloviev2016@gmail.com*, pirogov1818@gmail.com≠,
stesha379@gmail.com#

Анотація. *Метою дослідження* є розрахунок спектральних і топологічних мір складності когнітивної траєкторії шляхом вивчення мережної динаміки у процесі блукання в лабіринті. *Задачами дослідження* є аналіз знайдених мір, визначення найчутливіших з них до зміни траєкторії та формування вимог до побудови лабіринту для коректного аналізу когнітивної траєкторії. *Об’єктом дослідження* є процес прийняття рішення в умовах вибору. *Предметом дослідження* є моделі складних мереж. *Результати дослідження* можуть бути використані при створенні реальних моделей творчого мислення.

Ключові слова: когнітивна траєкторія; складні мережі; спектральні і топологічні міри складності; матриця суміжності; лабіринт.

V. N. Soloviev*, V. M. Pirogov≠, O. O. Yarmolska#. Analysis of cognitive trajectories by methods of the theory of complex networks

Abstract. *The purpose of the study* is to calculate the spectral and topological measures of the complexity of the cognitive trajectory by studying the network dynamics in the process of wandering in the labyrinth. *The objectives of the study* are to analyze the measures found, to determine the most sensitive of them before changing the trajectory and to formulate requirements for constructing the labyrinth for correct analysis of the cognitive trajectory. *The object of the research* is the decision-making process in the selection. *The subjects of the study* are models of complex networks. *Research results* can be used to create real models of creative thinking.

Keywords: cognitive trajectory; complex networks; spectral and topological measures of the complexity; matrix adjacency; labyrinth.

Affiliation: Department of Computer Science and Applied Mathematics, Kryvyi Rih State Pedagogical University, 54, Gagarin Ave., Kryvyi Rih, 50086, Ukraine.

E-mail: vnsoloviev2016@gmail.com*, pirogov1818@gmail.com≠, stesha379@gmail.com#.

Останнім часом значних досягнень при моделюванні систем різної природи вдалося досягти завдяки широкому застосуванню моделей і методів теорії складних систем [1], які у більшості випадків можна розглядати та моделювати як складні мережні структури [2-4]. У даній роботі ми застосовуємо мережні міри складності [4] до аналізу траєкторії руху у лабіринті. У випадку проходження лабіринту людиною будемо називати таку траєкторію когнітивною. Когнітивну траєкторію можна зобразити у вигляді складної мережі, де вузлами є будь-які точки лабіринту, а зв'язки визначаються зв'язністю траєкторії.

Розглянемо далі граф G складної мережі. Для аналізу цієї мережі використаємо наступні топологічні характеристики:

– ступінь вершини (*degree*) – кількість ребер, інцидентних даній вершині – локальна характеристика, що обчислюється за формулою:

$$d = \frac{2E}{N},$$

де E – кількість ребер, N – кількість вершин;

– ступінь щільності (*closeness*) – відстань доступу до інших вершин мережі – локальна характеристика, яка визначається наступним чином:

$$C = \frac{1}{\sum_{i \neq j} c_{ij}},$$

де c_{ij} – відстань від вершини i до вершини j;

– коефіцієнт кластеризації (*clustering*) – кількість найближчих сусідів, які є також найближчими сусідами один для одного – локальна характеристика, що знаходиться за формулою:

$$C_i = \frac{2e}{k(k-1)},$$

де k – кількість сусідів, e – кількість ребер між ними. Коефіцієнт кластеризації є топологічною мірою, яка показує тенденцію мережі до поділу на групи (кластери);

– ексцентриситет вершини (*eccentricity*) – максимальна відстань від даної вершини u до будь-якої іншої вершини мережі – локальна характеристика, що обчислюється наступним чином:

$$e(u) = \max_{v \in V(G)} d(u, v),$$

де $d(u, v)$ – відстань між вершинами u і v;

– діаметр (*diameter*) – максимум ексцентриситетів;

– середній найкоротший шлях (*average path length – APL*):

$$< l > = \frac{2}{n(N-1)} \sum_{i>j} l_{ij},$$

де N – число вузлів зв’язної мережі, n – число вершин графа, l_{ij} – довжина найкоротшого шляху між вузлами.

Окрім топологічних використані також деякі спектральні характеристики, які є інваріантами матриць суміжності та Лапласа відповідної мережі:

– максимальне власне значення $\lambda_{\max}$ матриці суміжності A графа G;

– спектральний розрив (*spectral gap*) – різниця між двома найбільшими власними значеннями матриці суміжності;

– алгебраїчна зв’язність (*algebraic connectivity*) – найменше ненульове власне значення матриці Лапласа λ_2, яке є мірою зв’язності мережі;

– енергія графа (*graph energy*) – сума абсолютних власних значень матриці суміжності A – глобальна характеристика:

$$E(G) = \sum_{i=1}^{n} |\lambda_i| ,$$

де λ_i – власні числа матриці суміжності A графа G.

Зауважимо, що існує декілька альтернативних означень матриці суміжності даної мережі. В даному випадку під матрицею суміжності будемо розуміти квадратну матрицю A порядку n, у якої $a_{ij} = k$, якщо вершини v_i та v_j суміжні кратності k і $a_{ij} = 0$, якщо вони несуміжні.

Матриця Лапласа є одним з видів представлення мережі і пов’язана з матрицею суміжності співвідношенням $K = D - A$, де D – діагональна матриця порядку n, $d_{ij} = \begin{cases} d_i, i = j, \\ 0, i \neq j. \end{cases}$.

При проходженні лабіринту формується матриця суміжності, яка відображає траєкторію проходження. Для отриманих матриць суміжності ми знаходимо спектральні і топологічні міри.

Аналіз проведених досліджень вказує на те, що найбільш чутливими до зміни траєкторії є такі спектральні міри, як максимальне власне значення матриці суміжності та алгебраїчна зв’язність, а серед топологічних – середнє значення довжини шляху.

Експерименти було проведено з такими траєкторіями:

1) знаходження шляху за алгоритмом Краскала;

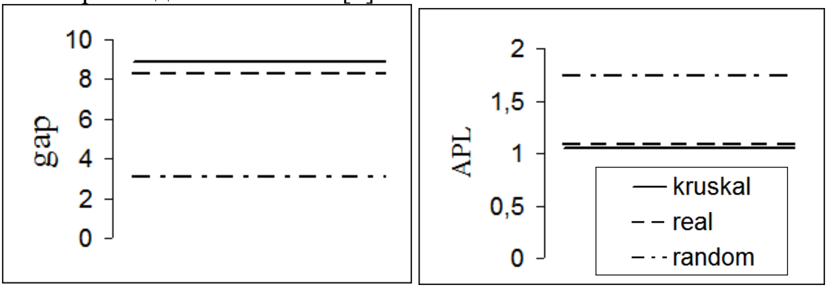
2) проходження лабіринту людиною;

3) проходження лабіринту за допомогою випадкового вибору шляху.

Результати проведених досліджень зображено на рис. 1.

Аналогічним чином поводять себе й інші спектральні та топологічні міри, зокрема такі, як алгебраїчна зв’язність та ступінь вершини.

Отже, відкривається можливість відстеження процесу розв’язування задач в умовах вибору, що є надзвичайно цікавим інструментом при дослідженні когнітивних процесів. У подальшому планується описати когнітивну траєкторію у вигляді часового ряду з метою застосування інших мір складності системи [1].



а) *б)*

Рис. 1. Спектральні (*а*) та топологічні (*б*) міри складності когнітивних траєкторій

Набір різнотипних завдань і широкого набору мір складності дозволяє у перспективі побудувати нові методи психодіагностики і адекватного тестування творчих здібностей.

Список використаних джерел

1. Соловйов В. М. Моделювання складних систем / В. М. Соловйов, О. А. Сердюк, Г. Б. Данильчук. – Черкаси : Видавець Вовчок О. Ю., 2016. – 204 с.

2. Boccaletti S. Complex networks: structure and dynamics / S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, D.-U. Hwanga // Physics Reports. – 2006. – Vol. 424. – Iss. 4-5. – P. 175-308.

3. Bianconi G. Interdisciplinary and physics challenges in network theory / Ginestra Bianconi // Europhysics Letters. – 2015. – Vol. 111. – Num. 5. – P. 56001-p1–56001-p7.

4. Соловйов В. М. Мережні міри складності соціально-економічних систем / В. М. Соловйов // Вісник Черкаського університету. Серія Прикладна математика. Інформатика. – 2015. – № 38 (371). – С. 67-79.

5. Amancio D. R. On the concepts of complex networks to quantify the difficulty in finding the way out of labyrinths / D. R. Amancio, O. N. Oliveira Jr., L. da F. Costa. – Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2011. – Vol. 390. – Iss. 23-24. – P. 4673-4683.

References (translated and transliterated)

1. Soloviov V. M. Modeliuvannia skladnykh system [Modeling of complex systems] / V. M. Soloviov, O. A. Serdiuk, H. B. Danylchuk. – Cherkasy : Vydavets Vovchok O. Yu., 2016. – 204 s. (In Ukrainian)

2. Boccaletti S. Complex networks: structure and dynamics / S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, D.-U. Hwanga // Physics Reports. – 2006. – Vol. 424. – Iss. 4-5. – P. 175-308.

3. Bianconi G. Interdisciplinary and physics challenges in network theory / Ginestra Bianconi // Europhysics Letters. – 2015. – Vol. 111. – Num. 5. – P. 56001-p1–56001-p7.

4. Soloviov V. M. Merezhni miry skladnosti sotsialno-ekonomichnykh system [Network measures of complexity of socio-economic systems] / V. M. Soloviov // Visnyk Cherkaskoho universytetu. Seriia Prykladna matematyka. Informatyka. – 2015. – № 38 (371). – S. 67-79. (In Ukrainian)

5. Amancio D. R. On the concepts of complex networks to quantify the difficulty in finding the way out of labyrinths / D. R. Amancio, O. N. Oliveira Jr., L. da F. Costa. – Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2011. – Vol. 390. – Iss. 23-24. – P. 4673-4683.

Received: 30 April 2018; in revised form: 06 May 2018 / Accepted: 07 May 2018