**ІНСТИТУТ ФІЛОСОФІЇ імені Г. С. СКОВОРОДИ
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ**

КОЗАЧЕНКО Надія Павлівна

УДК 164.041 + 164.3

ЛОГІКА ПЕРЕГЛЯДУ ПЕРЕКОНАНЬ: ПІЗНАВАЛЬНІ ДІЇ ЯК МОДАЛЬНІ ОПЕРАТОРИ

Спеціальність 09.00.06 – логіка

ДИСЕРТАЦІЯ
на здобуття наукового ступеня
кандидата філософських наук

Київ – 2010

ЗМІСТ

Вступ.....3
РОЗДІЛ І. ПЕРЕГЛЯД ПЕРЕКОНАНЬ ЯК ПРОБЛЕМА ЛОГІКИ ТА ЕПІСТЕМОЛОГІЇ.....11
1.1 Знання та переконання як категорії логіки та епістемології.....11
1.2 Загальні принципи побудови доксастичних моделей 21
1.4 Конструктивні методи побудови пізнавальних операцій.....40
1.5 Семантична модель пізнавальних операцій AGM.....56
1.6 Динамічний підхід DDL до перегляду переконань.....65
1.7 Аналіз та порівняння основних підходів до перегляду знань та переконань78
1. 8 Основні проблеми перегляду переконань.....87
Висновки до розділу І.....101
РОЗДІЛ 2. ПОБУДОВА ДИНАМІЧНОЇ МОДАЛЬНОЇ ЛОГІКИ ПЕРЕГЛЯДУ ПЕРЕКОНАНЬ.....103
2.1 Логіко-методологічне обґрунтування необхідності побудови модальної логіки перегляду переконань.....103
2.2 Мова динамічної модальної логіки перегляду переконань.....113
2.3 Змістовна інтерпретація пізнавальних дій у межах динамічної модальної логіки перегляду переконань.....122
2.4 Динамічна модальна логіка розширення DMLE.....131
2.5 Динамічна модальна логіка скорочення DMLC.....141
2.6 Динамічна модальна логіка з оператором перегляду DML.....153
2.7 Динамічна логіка розширення з оператором скорочення DMLEC.....164
2.8 Проект семантики можливих світів для логіки DMLEC.....179
Висновки до розділу ІІ.....189
ВИСНОВКИ.....193
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....197

Вступ

Актуальність теми дослідження. Зусилля різних наук спрямовані на виявлення та створення інструментів, здатних обробляти різноманітну інформацію, кількість якої невпинно збільшується. Джерелом таких пошуків є аналіз і прояснення механізмів інтелектуальної діяльності людини. На основі вивчення формальних властивостей знання й переконання виникає доксастична логіка, що зосереджується саме на дослідженні перегляду переконань (belief revision). Доксастична логіка розглядає переконання як поняття, ширше від знання, що дає можливість розглядати перетворення переконань на відміну від «фіналізованого» строгого означення знання. При цьому емоційні, релігійні чи ідеологічні відтінки переконань дослідження не стосуються.

Сучасна епістемологія спрямовує свої зусилля зокрема на розкриття механізмів набуття та розвитку знання. Апарат доксастичної логіки дозволяє ставити й успішно вирішувати завдання щодо виявлення формальних властивостей механізмів перетворення знання й переконання (а отже, і відповідних понять та операцій), формулювання аксіом, що виражають ці властивості, і встановлення взаємозв’язку між цими операціями. За допомогою побудови доксастичних моделей вирішуються питання концептуального характеру, уточнюються принципи набуття та перетворення переконань, відбувається детальний аналіз пізнавальних дій і механізмів їх перебігу. Проте незважаючи на велику кількість досліджень у цій сфері залишаються нерозв’язаними ряд питань, що стосуються аналізу динамічного аспекту перегляду переконань.

Наукова задача дослідження полягає у формулюванні специфічної мови доксастичної логіки та побудові на її основі логічної системи на зразок модальної, у рамках якої може бути подана динаміка перегляду переконань і виражені основні властивості пізнавальних дій. Побудова динамічної модальної логіки DML (Dynamic Modal Logic) має на меті узгодження різних напрямів у дослідженні перегляду переконань і сприяння вирішенню низки відкритих теоретичних проблем.

Стан наукової розробки проблеми. Одним з напрямів епістемічної логіки є дослідження динаміки розвитку знання. Для аналізу такого роду аспектів знання та переконання застосовується метод побудови моделей. На сьогодні існує цілий ряд таких моделей-теорій, що дозволяють тією чи тією мірою описати процеси зміни знань і переконань.

Умовно всі підходи до розгляду процесу перетворення переконань можна розділити на дві групи. Частина з них, безпосередньо заснована на роботах К. Алчуррона, П. Герденфорса та Д. Макінсона, отримала назву AGM (за прізвищами розробників: C. Alchourron, P. Gardenfors, D. Makinson) і приділяє основну увагу принциповому опису зміни переконань (belief revision). Друга група ґрунтується на ідеях динамічної доксастичної логіки DDL (Dynamic Doxastic Logic) К. Сегерберга й концентрується на детальному аналізі пізнавальних процесів.

Між цими двома концепціями існує ряд відмінностей, але здійснювані в них дослідження тісно взаємопов’язані. У рамках стратегії AGM досліджуються загальні теоретичні принципи механізмів зміни переконань і формулюються основні положення. Мова логіки DDL дозволяє здійснювати побудову аксіоматичних систем, базуючись на критеріях AGM, але з використанням власних механізмів.

Синтаксис, репрезентований в системах AGM, простий та інтуїтивно зрозумілий, але не дає достатньо можливостей для формалізації концепції у вигляді логічної системи. Мова, розроблювана динамічною логікою DDL, гнучка й придатна для докладного аналізу переконань, але занадто громіздка і не реалізує заявленої в назві динамічності.

Актуальним є питання щодо можливості поєднання цих підходів, побудови доксастичної модальної логіки на основі принципів AGM, яка б могла претендувати на динамічність, заявлену в DDL. Побудова подібної системи дає можливість дослідити безпосередньо сам процес зміни переконань, його динаміку, показати суттєво нові характеристики пізнавальних операцій, адекватно відтворити механізми їх здійснення та прояснити деякі відкриті проблеми перегляду знань.

Як предмет логіко-філософського аналізу, проблема перетворення знань і переконань починає активно цікавити дослідників з другої половини XX століття.

Загальне підґрунтя епістемологічних та доксастичних досліджень міститься в роботах Г. фон Врігта та Я. Хінтікки.

Основні принципи процесу перетворення переконань розглянуті в класичних роботах К. Алчуррона, П. Герденфорса, Д. Макінсона.

Способи репрезентації переконань і пізнавальних дій та особливості побудови епістемічних моделей докладно розглядають П. Герденфорс, А. Грув, Дж. Дойл, Д. Дюбуа, І. Леві, С. Ліндстром, Е. Мейерс, В. Небел, Г. Прейд, Вл. Рабінович, Х. Ротт, А. Фурманн, С. О. Ханссон, Б. Шпон. В їхніх роботах також розглядаються особливості перегляду знань. Особливості використання способу подання переконань у вигляді бази та множини переконань докладно розглядають М. Е. Вільямс, М. Далал, Х. Кацуно, Д. Лехман, М. Магідор, А. Мендельсон.

Основні характеристики пізнавальних дій та проблеми, пов’язані з їх формалізацією розглядаються в дослідженнях Дж. Кентвелла, В. Навроцького, Р. Нієдері, М. Пагнуццо, Р. Родрігеса, Е. Ферме, Я. Шрамка.

Змістове обґрунтування та формалізація динамічної доксастичної логіки DDL здійснені К. Сегербергом. Подальші теоретичні побудови та дослідження характеристик аксіоматичних систем на основі DDL висвітлені в роботах Й. ван Бентема, Х. ван Дітмарха, Й. ван Ейка, П. Жирарда, В. Кооі, Ф. Ліу, А. Фролової, В. ван дер Хойєка.

Способи динамічної репрезентації різноманітних пізнавальних дій та їх подальше дослідження знаходимо також у роботах А. Балтага, Ф. Велтмана, К. Лутца, Л. Мосса та С. Сметса, С. Солескі, Т. Ямади.

Значний внесок у дослідження, спрямовані на прояснення механізмів набуття, функціонування та перетворення знань і переконань, належить таким вітчизняним дослідникам, як А. Васильченко, М. Попович, А. Ішмуратов, А. Конверский, В. Костюк, С. Кримський, В. Кузнєцов, В. Навроцький, В. Омельянчик, І. Хоменко, Я. Шрамко. Слід зазначити, що теоретичні дослідження доксастичних логік у вітчизняній логіці подані досить бідно.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертацію виконано згідно з планами науково-дослідної роботи Криворізького державного

педагогічного університету в рамках комплексної наукової теми кафедри філософії «Духовна сфера буття: антропологічні та культурологічні виміри», затвердженої вченою радою Криворізького державного педагогічного університету (протокол № 5 від 21.12.2006 р.).

Метою дисертаційного дослідження є побудова систем динамічної модальної логіки, що адекватно відображають процес зміни переконань, дають можливість дослідження динамічного аспекту виконання пізнавальних операцій і дозволяють вирішити ряд відкритих питань перегляду переконань.

Досягнення поставленої мети передбачає постановку та реалізацію таких **завдань**:

– аналіз і порівняння основних концепцій дослідження процесу зміни переконань, визначення можливості поєднання їх основних ідей та усунення існуючих суперечностей у підходах;

– дослідження відкритих питань і невирішених проблем у наявних дослідженнях перегляду переконань;

– уведення та змістова інтерпретація основних понять динамічної модальної логіки перегляду переконань: модальних пізнавальних операторів, динамічної та статичної формули, умовної доксастичної операції;

– побудова низки логічних систем на основі пізнавальних дій як модальних операторів: мінімальної логіки розширення, мінімальної логіки скорочення, динамічної модальної логіки перегляду знань та їх розширень;

– аналіз зв’язку побудованих логічних систем динамічної модальної логіки та наявних концепцій дослідження динаміки знань;

– визначення та аналіз властивостей пізнавальних дій, що випливають з їх інтерпретації як модальних операторів;

– висвітлення проблем перегляду знань, розв’язання яких уможливлюється в рамках побудованих логічних систем і які можуть бути усунені в такій інтерпретації пізнавальних дій.

Об’єкт дослідження – процес зміни переконань.

Предмет дослідження – пізнавальні дії, а саме їх подання як модальних операторів.

Теоретична і методологічна база дослідження безпосередньо визначається метою цієї роботи, наявними теоретичними розробками в указаній галузі та поставленими завданнями дослідження. Для забезпечення теоретичної основи дослідження використано метод міждисциплінарної інтеграції та аналіз теоретичного матеріалу з епістемічної та доксастичної логіки, теоретичних досліджень перегляду переконань, формальної модальної логіки, теорії аксіоматичних систем, елементів теорії моделювання.

Методологічну основу дослідження складають логічні та евристичні методи, загальні методи моделювання та методологія DEL (Dynamic Epistemic Logic), розроблена в рамках перегляду знань. За допомогою змістово-логічного методу здійснено аналіз реального механізму виконання пізнавальних дій, обґрунтовано можливість їх інтерпретації в якості модальних операторів і створено концептуальну модель перегляду знань. За допомогою методології динамізації статичної логіки DEL установлено взаємозв’язок між динамічними та статичними формулами побудованого концепту. Формально-логічний метод і методи евристичного моделювання задіяно при побудові низки аксіоматичних систем, у рамках яких формалізовано та доведено відповідні властивості пізнавальних модальних операторів.

Новизна роботи полягає в розробці принципово нового способу подання пізнавальних дій, зокрема:

– уперше запропонована інтерпретація пізнавальних дій як модальних операторів, що поєднує результати досліджень в рамках обох наявних традицій перегляду знань AGM і DDL, дає можливість усунути протиріччя між ними та здійснити побудову динамічної модальної логіки перегляду знань DML;

– на відміну від раніше запропонованих підходів до побудови динамічних логік розглянута інтерпретація пізнавальних дій як модальних операторів робить можливим розгляд пізнавальної дії в момент її здійснення, завдяки чому відкриваються значні можливості для вивчення динаміки перегляду переконань і

реалізується ідея динамічної логіки, що була запропонована, але не розроблена в попередніх дослідженнях зміни переконань;

– уточнено зміст понять динамічної та статичної формули: динамічні вирази описують сам процес виконання пізнавальної дії, статичні вирази характеризують стан переконань до або після виконання доксастичних дій;

– запропоновано можливість використання умовних доксастичних операцій, що реалізують доксастичні зобов'язання суб'єкта;

– завдяки використанню понять динамічної формули та умовних доксастичних операторів висвітлено принципово нові властивості пізнавальних дій: результатом виконання будь-якої доксастичної операції, що репрезентується динамічною формулою, є отримання деякої статичної формули, таким чином, утворення множини переконань суб'єкта можливе лише внаслідок виконання ним операції розширення;

– уперше побудовано логічні системи, які показують складний зв'язок між пізнавальними операціями розширення, скорочення та ревізії, що, з одного боку, демонструє можливість самостійного використання кожного оператора, а з іншого, – указує на їх залежність від операції розширення;

– уперше отримано формалізацію властивостей пізнавальних операцій у рамках DML, що дозволяє відповісти на питання щодо первинності та «чистоти» доксастичних операцій, прояснити роль постулату відновлення, який досі багатьма вченими вважається суперечливим; установити взаємозв'язок між пізнавальними операторами; обґрунтувати визначальну роль розширення в процесі зміни переконань і сформулювати мінімальний набір правил, достатніх для формалізації перегляду переконань у його динамічній інтерпретації;

– уперше запропоновано семантичну інтерпретацію доксастичної динамічної логіки на основі семантики можливих світів Р. Сталнакера, що дозволяє виразити динамічний аспект перетворення переконань; також доведено несуперечливість системи аксіом DML у рамках запропонованої семантики;

– уточнено розуміння описів стану та узагальнених описів стану, прояснено їх зв'язок з множинами та базами переконань: узагальнений опис стану є базою

переконань і дає можливість урахувати наявність з невизначеним статусом, нескінченність об'єктної мови та можливість наявності суперечливих переконань; нормальний опис стану – це множина переконань, надана базовим світом, над яким здійснюються перетворення.

Практичне значення дослідження полягає у створенні на його основі зручного методу дослідження процесу зміни переконань, який може бути застосований не лише для формальних побудов. Мова та аксіоматика DML може бути використана як основа для наступних досліджень у сфері доксастичної логіки. Також можливе подальше розширення запропонованої системи завдяки введенню додаткових пізнавальних дій за принципом DEL. Крім того, поєднання гнучкості й простоти синтаксису та детального аналізу властивостей пізнавальних операцій DML дає підстави розглядати її в якості зручної основи для розробки баз даних і експертних систем. Формальна структура DML може застосовуватись у програмуванні й, відповідно, знайде застосування в дослідженнях штучного інтелекту як один із способів комп'ютерної репрезентації знань. Результати дослідження можуть бути використані для підготовки спецкурсів з логіки та дисциплін логічного циклу.

Апробація результатів дослідження. Основні положення дисертаційного дослідження та його окремі пункти були апробовані на 8 конференціях, з яких 4 – міжнародні, зокрема на 13-й Міжнародній конференції «Роль науки, релігії та суспільства у формуванні моральної особистості» (м. Донецьк, 2003 р.), II Міжнародній науково-практичній конференції «Інформоенергетика III-го тисячоліття» (м. Кривий Ріг, 2003 р.), науково-практичній конференції «Проблеми викладання логіки та дисциплін логічного циклу» (м. Київ, 2008 р.), 10-й Міжнародній науковій конференції «Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке» (м. Санкт-Петербург, 2008 р.), Міжнародній науковій конференції «Шестые смирновские чтения по логике» (м. Москва, 2009 р.) і на звітних наукових конференціях Криворізького державного педагогічного університету в рамках секції філософських наук (м. Кривий Ріг, 2006–2008 рр.).

Публікації. Результати дисертаційного дослідження відображені в 10 одноосібних публікаціях, у тому числі в 6 статтях, 5 з яких опубліковані у

фахових виданнях. Також опубліковано тези в 4 збірниках матеріалів наукових конференцій.

Структура дисертації зумовлена метою та завданнями наукового дослідження й спрямована на якомога повнішу їх реалізацію. Робота складається зі вступу, 2 розділів, кожен з яких містить 8 підрозділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел зі 190 позицій. Матеріал викладено на 197 сторінках основного тексту.

РОЗДІЛ І. ПЕРЕГЛЯД ПЕРЕКОНАНЬ ЯК ПРОБЛЕМА ЛОГІКИ ТА ЕПІСТЕМОЛОГІЇ

1.1 Знання та переконання як категорії логіки та епістемології

Категорії знання та переконання знаходяться у полі зору великої кількості наук. Починаючи з давніх часів, люди замислювались, що ми можемо назвати знанням, якій інформації маємо довіряти, яке переконання залишиться незмінним, а що плинне, яким чином можемо пізнавати світ і самого себе. Подібні пошуки завжди займали особливе місце у переліку смисложиттєвих питань людини у всі часи. В даному підрозділі основна увага зосереджена на встановленні взаємозв'язку знання і переконання та уточнення використання вказаних термінів у специфічній царині логіки перегляду знань та переконань.

Кожна наука досліджує певний аспект знання та переконання. Епістемологія зосереджується на визначенні цих понять, їх статусу та взаємозв'язку. Логіка має на меті формально відтворити спосіб набуття, існування та закономірності взаємодії і розвитку знання та переконання. Вперше розділення на *епістемічну* (episteme – знання) та *доксастичну* (doxa – переконання) *логіки* пропонує Генрік фон Врігт, у роботі 1951 року, присвяченій огляду модальної логіки [190]. Подальший розвиток цей напрямок досліджень отримує в роботах Яаакко Хінтікки, який докладно аналізує способи трактування та використання знання та переконання. На підставі такого аналізу він вводить *епістемічну* $K_i\boldsymbol{a}$ та *доксастичну* $B_i\boldsymbol{a}$ модальність. $K_i\boldsymbol{a}$ – означає «дехто *і* знає*(know),* що ***a***», відповідно $B_i\boldsymbol{a}$ – читається як «дехто *і* вірить*(belief)* в ***a***» [130].

Я. Хінтікка розглядає характеристики знання, що випливають із звичайного вживання слова «знає». У звичайній мові, зауважує він, «знає» означає трохи більше, ніж «обізнаний» або «справедливо вважає» [130]. Скоріше, ми визнаємо за ким-небудь право сказати «я знаю», тільки якщо ця людина має переконливі або достатні підстави щоб стверджувати це. На думку Я. Хінтікки, хто-небудь може сказати «я знаю», якщо його підстави такі, що дають йому право не розглядати подальшу

інформацію, хоча це не означає, що те, що ми знаємо, логічно випливає з наявних у нас підстав. Говорячи «я знаю, що p», людина імпліцитно заперечує, що подальша інформація може змусити її змінити свої погляди.

Такий підхід «фіналізує» знання, надаючи йому статус останньої інстанції і відкидає можливість його подальшої зміни та перетворення [9]. В цих міркуваннях пропонується таке аналітичне формулювання пропозиційної епістемічної логіки, у якому приймається правило редукції $K_i\boldsymbol{a}$ до $\boldsymbol{a}$, тобто можна сказати що, якщо суб'єкт i знає що $\boldsymbol{a}$, значить $\boldsymbol{a}$. Взагалі, таке трактування поняття знання приводить до прийняття переконання, як більш широкого визначення знання. Аналогічний висновок випливає з означення знання як обґрунтованого істинного переконання. Я. Шрамко вказує, що переконання первинне відносно знання і є вихідним пунктом пізнання. Аргументом для такого висновку виступає те, що переконання є самодостатнім епістемологічним поняттям, що не передбачає посилання на об'єкти реальності, зовнішньої відносно суб'єкта пізнання [49, С. 152-153].

Переконання знаходиться в центрі розгляду епістемологічних наук не лише за рахунок своєї спорідненості зі знанням. Знання в чистому вигляді досить рідко супроводжує наші думки та дії. Весь навколишній світ представляє собою невпевненості, здогадки, неточності і, аналізуючи подібну інформацію, яка постійно надходить з «неточного» світу, було б занадто говорити про однозначне й безпосереднє набуття знання. Ми стикаємося з надходженням неточних даних не лише тоді, коли нам повідомляють недостовірну, чи відверто хибну інформацію. Перцептивний, чуттєвий вхід, який є основним способом сприйняття зовнішньої дійсності, завжди містить шуми, які також створюють перешкоди так званому ідеальному сприйняттю. Примушуючи людину «жити в сутінках», невпевненість проникає і в мислительні процеси, як наслідок отриманої шумової інформації, обмеженості людських здатностей до обробки інформації, неоднозначності мовних виразів тощо. Отримання абсолютного знання постулюється як кінцева мета, шлях досягнення якої лежить через подолання невпевненості. Одним зі способів такого подолання невпевненості є набуття переконання. Як указує С. Б. Кримський «… долається асиметрія протиставлення єдиної істини множині заблуджень завдяки

припущенню багатоликості істинного результату, його конституювання через множину думок (гадок), можливостей, шляхів та заходів» [21, С. 33].

Що ж ми називаємо переконанням? В психологічній практиці переконання визначається як усвідомлена потреба особистості, що примушує її діяти згідно своїм ціннісним орієнтаціям. Загалом, психологічні словники визначають переконання як уявлення, що перетворюється на внутрішню мотивацію. При цьому зміст потреб людини, виражених у формі переконання, відображає певне розуміння природи та суспільства. Сукупність переконань породжує систему поглядів, що і перетворюється на світогляд. Досить часто психологія користує термін «переконаність», який змістовно ближче до епістемологічного переконання чи навіть до епістемічного стану. Переконаність розуміють як певну якість особистості, що визначає загальну спрямованість її діяльності та виступає регулятором свідомості та поведінки. Виражається вона у суб'єктивному ставленні особистості до своїх переконань, пов'язаному з глибокою та обґрунтованою впевненістю в істинності знань, принципів та ідеалів, якими керується особистість.

Науки, тісніше пов'язані з епістемологічними проблемами, оперують дещо іншим, більш енциклопедичним визначенням переконання. Наприклад можна визначати переконання як мисленне прийняття чи згоду без повного знання чи очевидностей, що будуть гарантувати істинність судження. Причому досить часто розглядаються різновиди переконань, різні ступені переконаності. Незамінність переконання у пізнавальному процесі викликана означенням знання як підтвердженого істинного переконання. Тому коли знання недоступне, його з успіхом заміняють переконання. Людина досить часто, маючи впевненість, навіть далеку від стовідсоткової, з легкістю оперує таким переконанням, мимоволі надаючи йому статус знання. До тих пір, поки основна частина переконань відповідає дійсності, саме вона і скеровує дії та поведінку суб'єкта.

У повсякденному житті людські переконання постійно змінюються, оновлюються, вдосконалюються. Причин для цього чимало. Людина безперервно сприймає нову інформацію, уточнює, виправляє вже наявну. Навколишній світ динамічно змінюється, людина активно пізнає світ, внаслідок цього відбувається

поповнення та уточнення переконань. Отримуючи нові детальні відомості, людина намагається коректувати наявні переконання для більш повної відповідності дійсності, узгоджувати їх з новими переконаннями.

Переконання та аналіз переконань відіграють важливу роль як в науковому пошуку, так і в повсякденному житті. Важливо розуміти як саме люди оперують своїми переконаннями. Різні науки висвітлюють окремі аспекти вивчення переконань. Філософія намагається пояснити фундаментальні питання стосовно сутності переконання і можливості їх виправдання, аналізує онтологічний статус переконання та знання. Дисципліни, що розглядають формальний підхід до штучного інтелекту, вивчають нормативні та математичні методи представлення та перегляду переконань. Психологічні науки емпіричним шляхом ілюструють важливі принципи і обмеження в людському перегляді переконань, що представляють суттєвий інтерес щодо порівняння отриманих результатів спостережень поведінки з нормативними передбаченнями.

Переконання – один з найважливіших аспектів дослідження епістемології. Філософський аналіз зосереджується на з'ясуванні того, що саме представляє собою переконання, перш за все, мова йде про уточнення значення цього терміну. Тобто, що в дійсності має на увазі людина, коли говорить: «я вважаю, що...», «я переконаний...», «я думаю, що...». Крім цього питання, епістемологія розглядає ще принаймні два аспекти аналізу переконань. Одним з них є співвідношення між знанням та переконанням, а саме різниця між виразами «я знаю, що...» і «я переконаний, що...». Дослідників цікавить яким чином відбувається вироблення, виправдання, перегляд та закріплення переконань. Які процеси відбуваються при набутті переконань, яким чином мі змінюємо їх. Таким чином маємо три основних напрямки дослідження переконань:

- сутність переконання та його внутрішній зміст;
- зв'язок та порівняння переконання і знання;
- динамічний аспект дослідження, що зосереджує увагу саме на перегляді, зміні чи набутті переконань і намагається описати механізми, які забезпечують ці процеси.

Множина наших переконань постійно зазнає змін, тому основну увагу доцільно зосередити на дослідженні динамічного аспекту. Але розглядати динаміку зміни будь-якого об’єкту без розуміння його внутрішньої структури, смислу та засобів представлення неможливо. Тому аналіз переконання передбачає комплексне вивчення всіх його аспектів і сфер застосування.

Деякі переконання є тривіальними, легко змінними, вони з’являються швидко, ситуативно і так само зникають. Інші переконання стійкіші, наприклад, ми віримо в те, що завтра зійде сонце. Фактично, переконання – це одна з найзвичайніших речей у нашому житті. Тому питання, що саме представляють собою переконання є настільки цікавим і важливим, але при тому й досить складним. Традиційно вважається, що переконання це своєрідне мисленне утворення або мисленний акт. Але таким терміном досить часто позначають й інші, відмінні від переконання поняття (здогад, згадка тощо). Постає питання: яким чином відрізняти переконання від інших мисленних утворень.

Мозок людини кожен день обробляє велику кількість різноманітних суджень, причому більшу їх частину абсолютно нейтрально, не погоджуючись і не спростовуючи їх. Але деяка частина вхідних суджень затримується, обробляється і перетворюється на переконання. Таким судженням надається особистісна значимість, цінність, вони несуть важливу на даний момент інформацію для суб’єкта. Онтологічний статус переконання та знання представляє собою цікаве і дискусійне питання, але в рамках даного дослідження більш доцільним є розгляд способів формалізації та представлення знання та переконання для подальшого дослідження динамічних процесів їх зміни.

Розділ епістемології, в рамках якого здійснюються формальні дослідження динаміки знання та переконання отримав назву *зміна теорій (theory change)* чи *перегляду переконань (belief revision)* [111, С. 2]. Основне завдання цієї галузі полягає у дослідженні процесу раціонального переходу від вихідного стану переконань до іншого, визначенні умов перебігу змін переконань, його причин та способів здійснення. Для подібних досліджень характерним є вживання термінів знання та переконання у широкому смислі. Найчастіше знання та переконання вживаються як

синонімічні, якщо явно не вказана різниця. Також зустрічається синонімізація термінів епістемічна логіка та доксастична у даному контексті. Переконання та знання суб'єкта, які він мав, має в даний момент або може набути, будемо називати *епістемічним станом* суб'єкта, або *станом переконань* [111, С. 2].

Переконання як об'єкт формального дослідження мають бути представлені у зручному вигляді. Таке представлення повинне відображати суттєві для дослідника характеристики переконання і давати можливість побудувати адекватну модель, в рамках якої можливе комплексне логічне дослідження. Існують різноманітні шляхи побудови формальних моделей для представлення зміни чи розвитку переконань.

Моделі з *часовою індексацією (time indexed)* [129, С. 1] використовують дискретну або неперервну змінну, яка відображає час. Об'єкт зміни – стан можливого світу, положення справ, стан переконань тощо – визначають залежно від функції змінної часу. Таку конструкцію можна зробити менш детермінованою, якщо представити структуру часової залежності як розгалужене древо. Часові моделі використовують здебільшого для дослідження розвитку, викликаного внутрішніми чинниками і нерідко вони взагалі не мають механізму обробки зовнішнього впливу.

Інший підхід реалізовано у моделях, зосереджених на обробці вхідних даних *(input assimilation)* [129, С. 1]. В таких моделях об'єкт зміни реагує на вхідні дані і змінюється внаслідок виконання певних операцій. В таких моделях час не представлений явним чином. Натомість, кожній парі <стан об'єкта; вхід> функціонально ставиться у відповідність новий, змінений внаслідок взаємодії з вхідними даними, об'єкт. Саме моделі, спрямовані на обробку вхідних даних, а не на зміну об'єкта з часом, акцентують увагу на причинах, механізмах та динаміці зміни. Такі моделі показують результати впливу зовнішніх причин на системи, які змінюються лише у відповідь на вказані впливи і залишаються стабільними у інших випадках. Характеристики вказаних моделей дають змогу представляти зміни в багатьох типах комп'ютеризованих систем (базах даних, базах знання тощо). Також моделі, які обробляють вхідні данні можуть бути ефективно застосовані для представлення процесу змін у стані людського розуму, наприклад множини знань. Принаймні це доволі вдала ідеалізація для представлення зміни множини знань та

переконань за рахунок впливу зовнішніх причин, яка може ігнорувати зміни множини переконань, що відбуваються без прямого зовнішнього впливу. Це допомагає краще сфокусуватися на зовнішньо зумовлених змінах.

Основні моделі зміни множини переконань обробляють саме зовнішній вплив. Більшість з них представляє стан переконань за допомогою деякої формальної конструкції (мови), використовують так званий *сентенційний спосіб* представлення знання. Звичайно за допомогою висловлювання не можна відтворити всю специфіку переконання, але у багатьох системах зміни переконань такий підхід виправданий і зручний. Вхідна інформація, що є джерелом змін вихідного стану переконань (*epistemic input*) [129, С. 2], також має бути представлена у вигляді висловлювання. Варто зазначити, що представлення епістемічного стану у вигляді *множини переконань* – висловлювань не єдиний спосіб і не універсальний.

Дійсно, епістемічний стан суб'єкта змінюється не лише завдяки сентенційному впливу, а й за рахунок інформації, що надходить від органів чуття. Сентенційні моделі передбачають досить адекватне представлення різнорідної (сенсорної, чуттєвої, мовленнєвої тощо) інформації за рахунок висловлювань (речень). Так, якщо я *бачу* (сенсорний вхід), що надворі йде сильний дощ, то для того щоб обробити таку вхідну інформацію, потрібно змінити множину своїх переконань таким чином, щоб до неї увійшло висловлювання «на вулиці йде сильний дощ» і таким чином отримати стандартну лінгвістичну вхідну інформацію.

Різноманітність моделей також є наслідком своєрідної змістовної наповненості терміну «переконання». Можна вважати, що людина або *вірить* в дещо (тобто має певне переконання), або ж *не вірить* (вказане переконання відсутнє у множині переконань суб'єкта). У такому випадку переконання має *бінарний* статус: воно або присутнє у множині («людина вірить, що...»), або ні. Моделі для опису множин переконань в такому розумінні називаються *дихотомічними* [129, С. 3]. Але людина досить рідко буває в чомусь переконана повністю. Найчастіше ми впевнені деякою мірою. Існують переконання, в яких ми більш впевнені, в яких менш впевнені, в яких певним чином сумніваємося. Відповідно можна використовувати *дихотомічні* та *недихотомічні* моделі.

Дихотомічні сентенційні моделі розділяють висловлювання на два типи: ті що представляють переконання та ті, що не представляють.

Недихотомічні моделі представляють різні ступені упевненості для кожного переконання.

Найпростішою дихотомічною моделлю є множина висловлювань, в які суб'єкт вірить. В епістемології формально таку множину представляють замкненою відносно логічного слідування. Звичайно, така модель має надто високий рівень ідеалізації і реально вказана умова виконується досить рідко. Але ідеалізована таким чином модель може бути корисна для досягнення значних формальних результатів. Такого типу логічно замкнуті системи називають теоріями, в епістемології вони отримали назву «система знань», «множина знань» чи «множина переконань» *(corpora, knowledge sets, belief sets)* [129, С. 2]. Дещо прояснив змістовну інтерпретацію Ісаак Леві, вказавши, що множина переконань – це не множина дійсно ймовірних висловлювань, а саме висловлювань, в які дехто вірить, переконаний в їх істинності [134, С. 11].

Носій системи бере на себе обов'язок вірити у всі можливі логічні наслідки своїх переконань. В дійсності виконати таке зобов'язання неможливо, тому *множина переконань (belief set)* є замкненою лише як ідеальна модель і реалізує певну доксастичну домовленість. Інший спосіб представлення епістемічного стану – це *база переконань*, безпосередньо пов'язана з множиною переконань.

База переконань (belief bases) [129, С. 30] – це множина висловлювань, не замкнена відносно логічного слідування (окрім граничних випадків). Елементи бази переконань представляють собою незалежні переконання, що не потребують підтвердженності з боку зовнішніх переконань чи множин переконань системи. Логічним замиканням бази переконань є множина переконань, елементами якої будуть також вивідні висловлювання, що не входили до бази переконань, так як не мали незалежного статусу. Зміна переконань, що входять до бази переконань відбувається лише внаслідок зміни самої бази.

Множини переконань та бази переконань не містять інформацію, яка має визначати статус переконання в епістемічному стані суб'єкта. Як вже було згадано

раніше, суб’єкт надає переконанням певний статус, який визначає долю переконання при оновленні, зміні, перегляді наявного епістемічного стану. Такий статус може визначатися власними уподобаннями суб’єкта, його ціннісними орієнтирами, настроєм, але найстійкіший статус визначається підтвердженністю переконання. Представлення епістемічного стану, які містять «генеалогію» переконання, тобто спосіб його підтвердження, називають джастифікаційними *(justification)* структурами. Джастифікаційну інформацію містять так звані репрезентації *відслідкування (track keeping)* [129, С. 2]. Такі системи повністю відслідковують джастифікаційну структуру для кожного висловлювання. Тобто для кожного переконання у системі міститься явна інформація про його обґрунтування. Такі системи отримали розвиток в комп’ютерній техніці та в експертних системах.

У даній роботі будемо розглядати сентенційні дихотомічні системи, основою яких є представлення епістемічного стану у вигляді множини переконань, замкненої відносно логічного слідування.

1.2 Загальні принципи побудови доксастичних моделей

Перш ніж приступити до розгляду різних способів аналізу динаміки знань і переконань, слід звернути увагу на загальні питання, що виникають при створенні доксастичної моделі, як інструменту концептуального аналізу знань і переконань. Для подальшого якісного порівняння підходів не буде зайвим узяти на озброєння основні принципи і поняття, властиві в тому або іншому вигляді кожній доксастичній моделі перегляду теорій.

При побудові доксастичної моделі, як і будь-якої іншої моделі, постає питання про вибір мови. Властивості об'єктної мови доксастичної моделі визначають спосіб представлення переконань, крім того, при виборі об'єктної мови ми вдаємося до сильних ідеалізацій. Перш за все, варто врахувати *виразну потужність мови.* Об'єктна мова повинна володіти достатньою потужністю для адекватного представлення епістемічних станів і дозволяти дослідникові виражати властивості, що цікавлять його.

Спосіб представлення стану переконань навіть в рамках сентенціональної моделі може відрізнятися. Стан переконань можна представити одиничним висловлюванням (наприклад, база переконань) або множиною висловлювань мови (можливо нескінченою – множина переконань). Якщо вибір ліг на множину переконань, то постає наступне питання – чи буде вона замкнута відносно деякого відношення логічного слідування або ж буде простим переліком фактів?

Спосіб представлення переконань визначає і необхідність визначення способу виведення наслідків з висловлювань незамкнутої множини. Крім того, в цьому випадку, бажана наявність ознаки, яка буде використана при демаркації експліцитної та імпліцитної інформації.

При побудові доксастичної моделі, необхідно чітко встановити *спосіб зміни інформаційної системи:* спонтанно або під дією зовнішнього впливу, чи буде конструкція внутрішньо стабільною і в якому вигляді має бути представлений

зовнішній вплив для зміни інформаційної структури. Також необхідно представити результат виконаної дії у відповідному вигляді.

Статус висловлювань інформаційної структури також важливий і в різних моделях може бути виражений по-різному. Залежно від розглядуваного аспекту дослідження, може бути зручно представити переконання наприклад такими статусами: схвалені, знехтувані, невизначені або впорядковані за ступенем схвалення. Виходячи із статусу переконання, слід визначити інформація якого роду взагалі може бути представлена в даній системі.

Переходячи до розгляду зміни переконань, слід врахувати побажання *мінімальності змін* інформаційної структури, це може бути якісна або кількісна мінімальність. Мінімізацію змін найчастіше реалізують шляхом визначення інформаційного значення (значущості, цінності) переконання. При цьому, впорядкування значень або передбачається в самій моделі, як її властивість, або безпосередньо як властивість операції зміни.

Щоб відстежити динаміку зміни переконань необхідно з'ясувати *зв'язок між вихідною* і *оновленою структурою*. Встановити які параметри приймає функція зміни: вихідну структуру, інформацію, що надійшла, або інші можливі параметри. Проаналізувати зв'язок між операторами зміни, якщо такий зв'язок передбачено, то встановити яким чином він впливає на порядок виконання операцій зміни, або ж вказати, що кожна зміна незалежна.

Ці і безліч подібних питань, що виникають в процесі побудови доксастичних моделей, сформулювали Давид Макінсон, Карлос Алчуронн, Ісаак Леві, Пітер Герденфорс, Свен Ове Ханссон, Крістер Сегерберг і інші дослідники перегляду переконань [144], [62], [135], [129], [111], [114], [169], [160]. Фактично, окресливши основні принципи дослідження динаміки переконань, вони дали поштовх до розвитку величезної кількості систем. Підходи, представлені у даному та наступному підзрозділах, багато в чому схожі, в першу чергу, областю і принципами досліджень. Також, не дивлячись на деякі індивідуальні розбіжності, слід зазначити використання досить специфічного, але єдиного понятійного апарату.

Епістемічна (рідше – *доксастична*) *теорія* є концептуальним апаратом дослідження динаміки знань і переконань, представлення епістемічних елементів, критеріїв раціональності.

Доксастична модель – конкретна інтерпретація епістемічної теорії.

Доксастична (епістемічна) логіка – формальна аксіоматична модель, побудована на основі концепції, що змістовно викладена в епістемічній теорії.

Компоненти епістемічної теорії

Епістемічний стан.

Використовується для представлення поточного або можливого когнітивного стану раціонального суб'єкта в певний момент. Епістемічний стан називають *збалансованим*, якщо він несуперечливий і задовольняє критеріям раціональності [111, С. 9].

Епістемічний вхід.

Описує той пусковий механізм, що провокує зміни епістемічного стану. Найчастіше вважається, що структура епістемічного стану внутрішньо стабільна. Для запуску процесу зміни переконань необхідний зовнішній вплив – епістемічний вхід, який провокує перебудову існуючого епістемічного стану і створення нового [111, С. 13]. Ряд моделей розглядає перетворення переконань, викликані внутрішньою активністю суб'єкта пізнання. Такі моделі передбачають специфічні способи обробки внутрішнього епістемічного входу або опрацьовують його аналогічно зовнішнім надходженням.

Критерії раціональності.

Представляють собою метарівень епістемічної теорії, в термінах якого описані правила існування і зміни переконань.Традиційно використовуються три основних принципи перегляду переконань [111].

▪ Пріоритетність нової інформації: інформація, що надходить, завжди приймається. У разі неприйняття цього критерію, виникає необхідність встановити інший критерій, за допомогою якого буде здійснюватись вибір між наявними висловлюваннями та отриманими в наслідок епістемічного входу. Ситуація, коли вхідна інформація суперечить наявним переконанням, може бути вирішена на користь «старих» переконань.

▪ Несуперечливість: отримана у результаті будь-якої зміни множина переконань повинна бути несуперечлива, якщо це можливо. Деякі способи представлення епістемічного стану замість вимоги несуперечливості дозволяють підтримувати узгодженість, містять засоби для локалізації суперечності, або навіть допускають перетворення суперечливих множин переконань.

▪ Мінімальність змін вихідної множини переконань: в процесі зміни ми повинні намагатися залишити недоторканими якомога більше вихідних переконань. Фактично, цей критерій ніколи не піддають сумніву, на відміну від попередніх. У доксастичних моделях можуть бути передбачені різні способи його реалізації, але найчастіше вони важко формалізуються або дискусійні.

Епістемічні відношення.

За допомогою епістемічних відношень встановлюється можливий статус переконань – частин епістемічного стану. Наприклад в сентенційних моделях, що використовують для представлення переконань висловлювання, переконання можуть мати такі статуси: прийняте, відкинуте, невизначене. У ймовірнісних моделях переконання можуть мати статуси: ймовірно, правдоподібно і тому подібні. У можливісних моделях також допустимі відповідні статуси [111, С. 12].

Перетворення стану переконань відбувається внаслідок впливу епістемічного входу. Динаміка стану переконань передбачена самою конструкцією моделі як зміна статусу переконання відносно існуючої множини переконань. Такі зміни представлені функціями, що використовують у якості аргументу вихідну множину переконань та вхідне переконання. Результатом виконання такої операції буде новий, змінений стан переконань.

Операції, у ході яких переконання просто додається до існуючої множини переконань, називаються *розширенням* стану переконань. Такі дії передбачають зміну невизначеного статусу переконання на будь-який інший відносно вихідного стану переконань.

Зворотна зміна визначеного статусу на невизначений передбачає відмову від деякого переконання і наступного виключення його з наявної множини переконань. Такі операції називаються *скороченням* стану переконань.

Зміна статусів переконань, визначених відносно деякої множини переконань, здійснюється шляхом застосування операцій *ревізії*.

У таблиці 1.1 наведена класифікація видів перетворення на основі послідовності зміни статусу висловлювання. Зміни статусів висловлювань можуть бути описані за допомогою трьох операцій: розширення, скорочення та ревізії.

Табл. 1.1

	Статус висловлювання: Вихідний – результуючий	Пізнавальна дія
1	«Невизначене – прийняте»	Розширення +
2	«Невизначене – відкинуте»	
3	«Прийняте – відкинуте»	Ревізія *
4	«Відкинуте – прийняте»	
5	«Прийняте – невизначене»	Скорочення –
6	«Відкинуте – невизначене»	

1.3 Постулати перегляду переконань AGM

Підрозділ присвячено короткому огляду підходу AGM, в рамках якого свого часу були сформульовані основні принципи перегляду переконань. Традиційно такий спосіб розгляду механізму перетворення переконань називають *theory change* – перетворення теорії. Саме для перетворення теорії сформульовано основні правила та межі здійснення пізнавальних операцій, визначено набір постулатів, що дозволяють дати аксіоматичні означення пізнавальних операцій (скорочення та розширення).

Оригінальну назву теорія отримала за іменами своїх розробників – Карлоса Алчуррона, Пітера Герденфорса, Девіда Макінсона [58], [59], [60], [61], [62].

AGM підхід детально досліджений в роботах Х. Ротта [159], [160], [161], [163], [164], С. О. Ханссона [123], [124], [125], [126], [127], [128], [129], Х. Катсуно і А. Мендельсона [131], [132], І. Леві [134], [135], [136], А. Фурмана [103], [104], [105], [106], А. Грува [116], Е. Ферме [100], [101], М. Е. Вільямс [187], [188] та інших.

AGM – це сентенційна дихотомічна модель, спрямована на обробку зовнішньої інформації. У основі її лежить представлення епістемічного стану як множини або ж бази переконань. Основний напрям досліджень – детальний аналіз функцій зміни переконань. Розглядаються основні три способи зміни переконань: розширення, скорочення і ревізія. З них первинними для AGM є розширення і скорочення, через які може бути виражена операція ревізії і, можливо, інші операції.

Об’єктна мова

Пропозиційна мова L може бути як скінченною, так і нескінченною. Мова містить звичайні істиннісно-функціональні зв’язки: заперечення ($\neg$), кон’юнкцію ($\wedge$), диз’юнкцію ($\vee$), імплікацію ($\rightarrow$). Логічні константи: T – позначає тавтологію, $\perp$ – протиріччя.

Мова L замкнута відносно істиннісно-функціональних операцій і може бути визначена як множина правильно побудованих формул. Маленькі букви грецького алфавіту α, β, γ позначають висловлювання. Великі букви латинського алфавіту A, B, C позначають множини висловлювань. **K**, **H** – передбачені для позначення множин переконань. ***K*** – позначає множину всіх множин переконань. Великі літери грецького алфавіту **Γ**, **Δ**, **Π** використовуються для позначення множини множин висловлювань, наприклад **Δ** = {A, B, C}.

Оператор слідування

AGM використовує представлення епістемічного стану як множини переконань, що замкнена відносно логічного слідування. Несуперечлива множина переконань, замкнена відносно логічного слідування, називається *теорією*. Перетворення теорії передбачає наявність чітко визначеної операції слідування (замикання), яка забезпечує відповідність вихідного стану переконань і отриманого внаслідок перетворення. Фактично, результатом виконання операції замикання над множиною переконань є теорія.

Означення 1.3.1 *Замикання* [129, С. 3].

Операцією слідування (замикання) над мовою L називають функцію ***Cn***, яка кожній підмножині L ставить у відповідність таку підмножину L, що задовольняє наступним вимогам:

1. $A \subseteq \boldsymbol{Cn}(A)$ — *включення*
2. $\boldsymbol{Cn}(A) = \boldsymbol{Cn}(\boldsymbol{Cn}(A))$ — *повторення*
3. $A \subseteq B \Rightarrow \boldsymbol{Cn}(A) \subseteq Cn(B)$ — *монотонність*

Також операція замикання має наступні властивості:

4. Якщо α може бути отримане з A за допомогою правил виводу класичної логіки, то $\alpha \in \boldsymbol{Cn}(A)$ — *надкласичність*
5. $\beta \in \boldsymbol{Cn}(A \cup \{\alpha\}) \Leftrightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \in \boldsymbol{Cn}(A)$ — *дедуктивність*
6. Якщо $\alpha \in \boldsymbol{Cn}(A)$, то для $\forall A' \subseteq A$, $\alpha \in \boldsymbol{Cn}(A')$ — *компактність*

У якості ще одного позначення операції слідування може бути використаний наступний запис: $A \vdash \alpha$, що означає $\alpha \in \boldsymbol{Cn}(A)$.

Кожна множина переконань може представляти стан переконань, рівно як і будь-який стан переконань може бути представлений у вигляді множини переконань. Кожне висловлювання репрезентує переконання і, відповідно, кожне переконання може бути представлене у вигляді висловлювання.

Означення 1.3.2 *Множина переконань. Теорія* [111, С. 24].

Множина висловлювань **K** називається множиною переконань тоді і тільки тоді, коли **K** = ***Cn***(**K**). Також множина переконань може бути названа *теорією*.

$\mathbf{K}^{\perp}$ – суперечлива множина переконань, $\mathbf{K}^{\perp}$ = L. Зазначимо, що **K** $\vdash \alpha$ тоді і тільки тоді, коли $\alpha \in$ **K**.

Кожне висловлювання $\alpha \in$ **L** може мати один з трьох статусів.

Переконання α – *прийняте*, якщо і тільки якщо $\alpha \in$ **K**.

Переконання α – *відкинуте*, якщо і тільки якщо $\neg\alpha \in$ **K**.

В інших випадках статус α має *невизначений* характер. Якщо $\mathbf{K} \neq \mathbf{K}^{\perp}$, то переконання α може мати статус прийнятого якщо і тільки якщо ¬α відкинуте. Кожне переконання одночасно може мати лише один статус. Зміна статусу висловлювання здійснюється за допомогою пізнавальних операцій: розширення, скорочення та ревізії.

Розширення

Розширення – найпростіший оператор перетворення переконань в AGM. Його сутність полягає у доданні нової інформації до вихідної множини переконань. Розширення реалізується за допомогою функції +, що відображає пару (множина переконань; висловлювання) на множину множин переконань ($\mathbf{K} \times \mathbf{L} \rightarrow \mathbf{K}$).

Позначимо **K** + α розширення множини переконань **K** шляхом додання висловлювання α. Розширення множини переконань характеризує низка постулатів.

Постулати розширення AGM

Замикання	**K** + α – множина переконань.	**E 1**
Успішність	α ∈ **K** + α.	**E 2**
Включення	**K** ⊆ **K** + α.	**E 3**
Пустота	Якщо α ∈ **K**, то **K** + α = **K**.	**E 4**
Монотонність	Якщо **K** ⊆ H, то **K** + α ⊆ H + α	**E 5**

Наведені постулати дозволяють описати сімейство операторів розширення. За допомогою постулатів розширення E1-E5 можна аксіоматично означити оператор розширення. Тобто, *пізнавальний оператор, що задовольняє постулатам розширення E1-E5, еквівалентний оператору розширення AGM*.

Для більш повної змістовної характеристики оператора розширення, варто зазначити, що вихідна теорія не повинна бути розширена більше, ніж того вимагає додання конкретної нової інформації. Ця вимога може бути виражена у спеціальному постулаті мінімальності, що пов’язує вимогу мінімальних змін та виконання постулатів E1-E3.

Мінімальність. Для будь-якої множини переконань **K** і висловлювання α, **K** + α повинна бути найменшою множиною переконань, що задовольняє постулатам замикання, включення та успішності (E1-E3).

Оператор розширення може бути представлений як замикання множини переконань, отриманої внаслідок теоретико-множинного об’єднання вихідної множини переконань та висловлювання, за рахунок якого здійснюється розширення. Побудований таким чином оператор розширення задовольняє постулатам розширення E1-E3, а отже задовольняє постулату мінімальності.

Теорема 1.3.3 *Оператор розширення* [111, С. 51].

Нехай + оператор на **K**. Тоді + задовольняє постулатам мінімальності, путоти та монотонності, якщо і тільки якщо **K** + α = Cn(**K** ∪ {α}).

Наведена теорема може бути використана як репрезентаційна. За П. Герденфорсом, *оператор, що задовольняє постулатам розширення AGM, репрезентує оператор розширення AGM* [111, С. 51].

Теорема підтверджує інтуїтивно прийнятну простоту оператора розширення. Фактично розширення відбувається у два кроки:

1. Додання висловлювання до вихідної множини висловлювань шляхом теоретико-множинного об'єднання.

2. Замикання отриманої множини відносно оператора логічного слідування.

Скорочення

Операція скорочення застосовується у випадках, коли деяке висловлювання підлягає видаленню з множини переконань без додання будь-якої нової інформації. Скорочення реалізується за допомогою функції –, що відображає пару (множина переконань; висловлювання) на множину множин переконань ($\mathbf{K} \times \mathbf{L} \to \mathbf{K}$). Будемо позначати $\mathbf{K} - \alpha$ результат скорочення множини переконань **K** шляхом видалення висловлювання α. Скорочення множини переконань характеризує ряд постулатів.

Замикання	$\mathbf{K} - \alpha$ –множина переконань	**C1**
Успішність	Якщо $\nvdash \alpha$, то $\mathbf{K} - \alpha \nvdash \alpha$	**C2**
Включення	$\mathbf{K} - \alpha \subseteq \mathbf{K}$	**C3**

Наведені постулати обов'язково виконуються для будь-якого оператора скорочення і можуть бути сформульовані у вигляді необхідної умови. В AGM ці постулати позначені як C1 – C3.

Означення 1.3.4 *Оператор скорочення* [111, С. 60].

Оператор – на множині переконань **K** буде оператором *скорочення* тоді і тільки тоді, коли він задовольняє постулатам замикання, успішності та включення.

У граничному випадку, коли висловлювання, що підлягає видаленню, не слідує з вихідної множини, в результаті застосування оператора скорочення ніяких змін

вихідної множини не відбудеться. Крім того, результат скорочення віихідної множини переконань, за допомогою еквівалентних висловлювань, має бути однаковим.

Пустота	Якщо $\alpha \notin \mathbf{K}$, то $\mathbf{K} - \alpha = \mathbf{K}$	**C4**
Экстенсіональність	Якщо $\alpha \leftrightarrow \beta \in \mathbf{K}$, то $\mathbf{K} - \alpha = \mathbf{K} - \beta$	**C5**

Означення 1.3.5 *Оператор видалення* [145, С. 385].

Оператор – на множині переконань **K** буде оператором *видалення* тоді і тільки тоді, коли він задовольняє постулатам замикання, успішності, включення, а також постулатам пустоти і екстенсіональності.

Критерій економії інформації вимагає щоб результат скорочення $\mathbf{K} - \alpha$ був максимальної підмножиною **K**, тобто щоб оператор скорочення видаляв лише висловлювання, що підлягає видаленню і нічого, окрім нього. У якості критерію мінімальності в AGM традиційно пропонують постулат відновлення [110, С. 90], який передбачає, що зворотне додання видаленого висловлювання повністю повинне відновити вихідну множину висловлювань.

Відновлення	$\mathbf{K} \subseteq (\mathbf{K} - \alpha) + \alpha$	**C6**

Обернене твердження слідує з постулату включення. Якщо оператор – задовольняє постулату включення, то якщо $\mathbf{K} \vdash \alpha$, то $(\mathbf{K} - \alpha) + \alpha \subseteq \mathbf{K}$.

Постулати C1 - C6 є основними постулатами скорочення AGM (або постулатами Герденфорса) [111, С. 62-63]. В доповнення до них автори AGM розглядають постулати, що відображають властивості скорочення шляхом видалення кон'юнкції. Очевидно, щоб видалити зі своєї множини переконань кон'юнктивне висловлювання $\alpha \wedge \beta$, ми повинні перестати вірити в α або в β. Якщо ми відмовляємося від α в результаті видалення кон'юнкції $\alpha \wedge \beta$, то закономірно може

виникнути необхідність відмовитись від деякого висловлювання δ, внаслідок видалення α. Тоді будемо говорити, що δ було видалене в результаті видалення $\alpha \wedge \beta$.

Кон'юнктивне включення Якщо $\mathbf{K} - (\alpha \wedge \beta) \nvdash \alpha$, тоді $\mathbf{K} - (\alpha \wedge \beta) \subseteq \mathbf{K} - \alpha$ **C7**

З іншого боку, якщо ми не відмовляємося від δ ні в результаті видалення α, ні в результаті видалення β, тоді ми не повинні відмовлятися від δ також і внаслідок видалення $\alpha \wedge \beta$.

Кон'юнктивне перекриття $\mathbf{K} - \alpha \cap \mathbf{K} - \beta \subseteq \mathbf{K} - (\alpha \wedge \beta)$ **C8**

Розглянуті властивості скорочення шляхом видалення кон'юнкції називають додатковими AGM постулатами скорочення. З урахуванням основних постулатів, додаткові постулати можуть бути виражені у вигляді наступного узагальнення.

Кон'юнктивна факторизація $\mathbf{K} - (\alpha \wedge \beta) = \begin{cases} \mathbf{K} - \alpha, \\ \mathbf{K} - \beta, \\ \mathbf{K} - \alpha \cap \mathbf{K} - \beta. \end{cases}$

Постулат кон'юнктивної факторизації є дуже важливим для прояснення процесу скорочення. Якщо нам доводиться видаляти кон'юнкцію $\alpha \wedge \beta$ і ми знаємо, якому з кон'юнктів ми віддамо перевагу, наприклад, α (β), то результат видалення кон'юнкцію буде дорівнювати скороченню вихідної множини висловлювань шляхом видалення іншого кон'юнкта $\mathbf{K} - \beta$ ($\mathbf{K} - \alpha$). якщо при видаленні кон'юнкції обидва кон'юнкта рівноцінні, то результатом скорочення множини переконань шляхом видалення кон'юнкції буде перетин результатів скорочень вихідної множини шляхом видалення обох кон'юнктів $\mathbf{K} - \alpha \cap \mathbf{K} - \beta$.

Ревізія

Функції ревізії безпосередньо пов’язані з розширенням, так як передбачають введення нової інформації в множину переконань, але в той самий час на них покладений контроль за несуперечливістю вхідної інформації та вихідної множини. Тому функції ревізії окрім простого введення нової інформації повинні відслідковувати виникнення протиріччя і, за необхідності, позбуватися його.

Таким чином, функції ревізії повинні за потребою видаляти деякі висловлювання, що суперечать вхідній інформації. Як і операцію скорочення, ревізію важко визначити однозначно, проте можна також сформулювати набір постулатів, яким повинне задовольняти сімейство функцій ревізії.

Ревізія реалізується за допомогою функції *, що відображає пару (множина переконань; висловлювання) на множину множин переконань ($\mathbf{K} \times \mathbf{L} \rightarrow \mathbf{K}$). Будемо позначати $\mathbf{K} * \alpha$ ревізію множини переконань **K** за допомогою висловлювання α. Ревізію множини переконання характеризує ряд постулатів.

Замикання $\mathbf{K} * \alpha$ – множина переконань **R1**

Згідно принципу пріоритетності нової інформації, висловлювання, за допомогою якого здійснюється ревізія, повинне бути введене в теорію.

Успішність $\alpha \in \mathbf{K} * \alpha$ **R2**

Результат ревізії множини переконань **K** за допомогою висловлювання α складається з наслідків висловлювання α й підмножин вихідної множини, що не суперечать α. Це забезпечує наступний постулат.

Включення $\mathbf{K} * \alpha \subseteq \mathbf{K} + \alpha$ **R3**

Зазначимо, що якщо $\neg\alpha \in \mathbf{K}$, то $\mathbf{K} + \alpha$ суперечлива множина переконань. У випадку, коли $\neg\alpha \notin \mathbf{K}$, тобто нова інформація не суперечить ніякому висловлюванню вихідної множини, то немає сенсу видаляти що-небудь з **K**.

Пустота Якщо $\mathbf{K} \nvdash \neg\alpha$, то $\mathbf{K} * \alpha = \mathbf{K} + \alpha$ **R4**

Згідно критерію несуперечності, за винятком випадку, коли нова інформація внутрішньо суперечлива, результат ревізії повинен бути несуперечливим.

Несуперечливість Якщо $\nvdash \neg\alpha$, то $\mathbf{K} * \alpha \neq \mathbf{K}_{\perp}$ **R5**

Множина $\mathbf{K} * \alpha$ несуперечлива, якщо α несуперечливе. У цьому полягає відмінність операції ревізії від операції оновлення (update). Як і у випадку застосування операції скорочення, результат ревізії не повинен залежати від синтаксичного представлення інформації.

Екстенсіональність Якщо $\alpha \leftrightarrow \beta \in \mathbf{K}$, то $\mathbf{K} * \alpha = \mathbf{K} * \beta$ **R6**

Розглянемо здійснення операції ревізії за допомогою кон'юнкції $\alpha \wedge \beta$. Ідея полягає у тому, що якщо ми хочемо забезпечити мінімальне втручання у вихідну множину висловлювань **K** при введенні у нього двох висловлювань α і β, то можна спочатку здійснити ревізію **K** за допомогою α, а потім розширити її результат за допомогою β, за умови, що β не суперечить висловлюванням теорії $\mathbf{K} * \alpha$. Такий механізм ревізії за допомогою кон'юнкції фіксують постулати експансії.

Суперекспансія $\mathbf{K} * (\alpha \wedge \beta) \subseteq (\mathbf{K} * \alpha) + \beta$ **R7**

Субекспансія Якщо $\mathbf{K} * \alpha \nvdash \neg\beta$, то $(\mathbf{K} * \alpha) + \beta \subseteq \mathbf{K} * (\alpha \wedge \beta)$ **R8**

Якщо $\mathbf{K} * \alpha \vdash \neg\beta$, то $(\mathbf{K} * \alpha) + \beta = \mathbf{K}_{\perp}$. Тому для суперекспансії не вводиться умова $\mathbf{K} * \alpha \nvdash \neg\beta$. Суперекспансію і субекспансію називають додатковими постулатами AGM ревізії. Вищерозглянуті властивості ревізії за допомогою кон'юнкції при детальному розгляді можна спробувати перенести на випадок ревізії за допомогою диз'юнкції.

Якщо δ введене в теорію **K** в результаті ревізії **K** за допомогою α, а також в результаті ревізії **K** за допомогою β, то можна стверджувати що δ вводиться в **K** шляхом ревізії **K** за допомогою $\alpha \vee \beta$.

Диз'юнктивне перекриття $\mathbf{K} * \alpha \cap \mathbf{K} * \beta \subseteq \mathbf{K} * (\alpha \vee \beta)$

Якщо **K** * (α ∨ β) ⊬ ¬α, то висловлювання **K**, що залишалось в **K** * (α ∨ β), не потрібно видаляти з **K** * α. Також зрозуміло, що висловлювання, що були введені до множини переконань внаслідок ревізії за допомогою α ∨ β, також повинні бути додані у результаті ревізії множини переконань за допомогою α.

Диз'юнктивне включення

Якщо **K** * (α ∨ β) ⊬α, тоді **K** * (α ∨ β) ⊆ **K** * α

Диз'юнктивні постулати більш інтуїтивно зрозумілі, аніж оригінальні додаткові постулати AGM ревізії. Проте між диз'юнктивними постулатами і постулатами експансії існує строга відповідність. Строго кажучи, якщо оператор ревізії * задовольняє п'яти основним постулатам AGM, то:

- оператор ревізії * задовольняє диз'юнктивному включенню, якщо і тільки якщо * задовольняє постулату субекспансії;

- оператор ревізії * задовольняє диз'юнктивному перекриттю, якщо і тільки якщо * задовольняє постулату суперекспансії.

Відповідно узагальненням диз'юнктивного перекриття (суперекспансії) і диз'юнктивного включення (субекспансії) стане постулат диз'юнктивної факторизації.

Диз'юнктивна факторизація

$$\mathbf{K} * (\alpha \vee \beta) = \begin{cases} \mathbf{K} * \alpha, \\ \mathbf{K} * \beta, \\ \mathbf{K} * \alpha \cap \mathbf{K} * \beta. \end{cases}$$

Якщо ми здійснюємо ревізію теорії **K** за допомогою диз'юнкції α ∨ β і при цьому нам відомо, якому з диз'юнктів ми віддамо перевагу – α (β), то результат ревізії за допомогою диз'юнкції буде співпадати з результатом ревізії вихідної множини за допомогою диз'юнкта, якому ми віддали перевагу **K** * α (**K** * β). Якщо при ревізії за допомогою диз'юнкції обидва диз'юнкта рівноцінні, то результатом

ревізії множини переконань за допомогою диз'юнкції буде перетин результатів ревізій за допомогою кожного диз'юнкта $\mathbf{K} * \alpha \cap \mathbf{K} * \beta$. Примітно, що якщо * оператор ревізії на **K** і при цьому для нього виконуються постулати успішності, замикання, включення, пустоти, несуперечності та екстенсіональності, то оператор * задовольняє вимогам супер- та субекспансій тоді і тільки тоді, коли оператор * задовольняє постулату диз'юнктивної факторизації [111, С. 56]. Під час виконання ревізії за допомогою диз'юнкції, один диз'юнкт якої більш бажаний, аніж інший, рівноцінною дією буде ревізія за допомогою лише бажаного диз'юнкта. У тому випадку, коли обидва диз'юнкта рівноцінні або, що в даному випадку те саме, коли обидва байдужі суб'єкту – результатом такої «індиферентної» диз'юнкції стане об'єднання результатів ревізій за допомогою кожного з диз'юнктів.

Скорочення і ревізія визначаються двома різними переліками постулатів, які не посилаються один на одного. При цьому ревізія та скорочення можуть бути взаємовиражені.

Означення 1.3.6 *Рівність Леві* [111, С. 69].

Нехай **K** – множина переконань і $\mathbf{R}(-)$ функція на **K**, так що для кожного оператора – на **K**, $\mathbf{R}(-)$ задовольняє наступній рівності: $\mathbf{R}(-) = (\mathbf{K} - \neg\alpha) + \alpha$.

Таким чином, ревізія здійснюється за допомогою двох підоперацій:

- скорочення множини переконань **K** шляхом видалення заперечення висловлювання, за допомогою якого ми плануємо переглянути теорію, – виконання цієї дії покликане забезпечити несуперечність результату ревізії.

- розширення результату скорочення шляхом додання висловлювання, за допомогою якого здійснюється перегляд.

І. Леві розглядає операцію скорочення як первинну, а ревізію, відповідно, як вторинну операцію, яка може бути виражена через скорочення [134]. Зв'язок між постулатами скорочення та ревізії може бути сформульований за допомогою наступних властивостей.

(1) Якщо – оператор на теорії **K** і він задовольняє постулатам включення, пустоти, успішності, екстенсіональності та замикання (тобто постулатам скорочення Герденфорса), то для **R**(–) виконуються постулати успішності, замикання, включення, пустоти, несуперечності та екстенсіональності (тобто постулати ревізії). Примітно, що коли оператор ревізії задовольняє всім шести постулатам, для оператора скорочення достатньо всього п’ять постулатів. Відновлення в даному випадку неактуальне.

(2) Для того, щоб оператор ревізії задовольняв основним постулатам ревізії, достатньо щоб оператор скорочення, на основі якого побудовано оператор ревізії, задовольняв п’яти основним постулатам скорочення, без постулату відновлення. Тобто, *для побудови оператора ревізії достатньо оператора видалення*.

Розглянемо ситуацію, коли декілька різних функцій видалення, за допомогою рівності Леві породжують деяку функцію ревізії, що задовольняє всім шести постулатам ревізії.

Означення 1.3.7 *Функції видалення, еквівалентні відносно ревізії* [111, с.71].

Нехай $-_1$ і $-_2$ – функції видалення, що породжують ту ж саму функцію ревізії, що й функція –. Такі функції будемо називати ***еквівалентними відносно ревізії***. Клас функцій видалення, еквівалентних функції видалення – відносно ревізії, позначимо [–].

Лема 1.3.8 Нехай **K** – множина переконань і $-_1$ – функція видалення. Тоді існує однозначно визначена функція скорочення AGM – еквівалентна відносно ревізії функції видалення $-_1$. Таким чином, для кожної функції видалення $-_1$ існує функція видалення – еквівалентна їй відносно ревізії. Для будь-якої функції видалення: $-_i \subseteq$ [–] $\mathbf{K} -_i \alpha \subseteq \mathbf{K} - \alpha$ [111, с.71].

Таким чином, функція AGM скорочення, представляє собою однозначно визначений оператор видалення, що мінімально змінює вихідну множину

переконань. Виникає закономірне питання про роль постулату відновлення. Розглянемо наступні твердження.

Лема 1.3.9 Нехай **K** – множина переконань і **–** оператор видалення на **K**. Якщо оператор **–** задовольняє постулатам включення, пустоти, успішності, экстенсіональності, замикання и кон'юнктивного включення, тоді **R**(**–**) задовольняє постулату субекспансії [111, с.72].

Лема 1.3.10 Нехай **K** – множина переконань і **–** оператор видалення на **K**. Якщо оператор **–** задовольняє постулатам включення, пустоти, успішності, екстенсіональності, замикання, відновлення та кон'юнктивного перекриття, тоді **R**(**–**) задовольняє постулату суперекспансії [111, с.72].

Щоб досягти виконання постулату суперекспансії, необхідне виконання постулату відновлення. Інакше **R**(**–**) не завжди задовольняє постулату суперекспансії. Принципово можна визначити оператор ревізії **R**(**–**) через рівність Леві, взявши за основу оператор скорочення, для якого не виконується постулат відновлення, зберігши при цьому виконуваність постулатів суперекспансії та субекспансії для **R**(**–**). Також можна визначити оператор скорочення через оператор ревізії. Основні постулати AGM раніше містили ще одну аксіому, яка пізніше була винесена окремою рівністю, що відома як рівність Харпера, а рідше згадується під назвою рівності Герденфорса.

Означення 1.3.11 *Рівність Харпера* [111, С. 70].

Нехай **K** – множина переконань і **C**(*) функція на **K**, така що для кожного оператора * на **K**, **C**(*) задовольняє наступну рівність: $\mathbf{C}(*) = \mathbf{K} \cap (\mathbf{K} * \neg\alpha)$

Лема 2.12 Якщо * оператор теорії **K** і задовольняє постулатам включення, пустоти, успішності, несуперечності, екстенсіональності і замикання (тобто основним постулатам ревізії), то для **C**(*) виконуються постулати успішності,

замикання, включення, пустоти, екстенсіональності і відновлення (тобто всі постулати скорочення) [111, С. 74].

Якщо оператор * окрім перерахованих постулатів задовольняє ще й постулату субекспансії, то для **C**(*) також виконується постулат кон'юнктивного перекриття. Якщо * оператор до того ж задовольняє постулату суперэкспансії, то для **C**(*) додатково виконується постулат кон'юнктивного включення. Цікава ситуація виникає внаслідок поєднання декількох операторів, що були сконструйовані шляхом застосування рівностей Леві та Харпера. Наприклад, якщо побудований за допомогою рівності Леві оператор ревізії, застосувати у рівності Харпера. Подібні ситуації узагальнює Д. Макінсон в наступних теоремах [145, С. 390].

Теорема 1.3.13 *Композиція скорочення і ревізії* [145, С. 390].

Нехай **K** – теорія і **–** оператор на **K**, що задовольняє постулатам скорочення: включення, пустоти, успішності, віднoвлення, екстенсіональності і замикання. Тоді **C** (**R** (**–**)) = **–**.

Теорема 1.3.14 *Композиція ревізії і скорочення* [145, С. 391].

Нехай **K** – теорія і * оператор на **K**, що задовольняє постулатам ревізії: включення, пустоти, успішності, несуперечності, екстенсіональності і замикання. Тоді **R**(**C**(*)) = *.

Виходячи з представлених Д. Макінсоном теорем відповідності, варто зазначити, що, незважаючи на те, що для кожної функції видалення існує однозначно визначена еквівалентна відносно ревізії функція AGM скорочення, рівності Леві і Харпера встановлюють взаємно однозначну відповідність тільки між функціями скороченнями AGM, але не між функціями видалення.

1.4 Конструктивні методи побудови пізнавальних операцій

Значна увага у дослідженнях перегляду переконань приділяється визначенню пізнавальних операцій скорочення. Це зумовлене тим, що операція розширення може бути визначена однозначно як замикання теоретико-множинного об’єднання вихідної множини переконань та висловлювання, за рахунок якого здійснюється розширення. У свою чергу, операція ревізії є комплексною і реалізується шляхом послідовного виконання скорочення та розширення. Тому головним питанням стає визначення операції скорочення.

На основі аналізу досліджень перегляду переконань, можна зазначити, що існує ряд конструктивних методів, які дозволяють явно побудувати функцію скорочення. Отримана таким чином операція скорочення має задовольняти постулатам скорочення AGM, це дає змогу сформулювати й довести відповідні репрезентаційні теореми, які встановлюють еквівалентність побудованих операторів скорочення.

Означення ревізії (перегляду) формулюється на основі побудованих функцій скорочення. Для ревізії також формулюються відповідні репрезентаційні теореми. До конструктивних способів означення операцій скорочення відносять:

- функції скорочення AGM (скорочення максимального вибору, скорочення повного перетину, скорочення часткового перетину та їх різновиди);
- скорочення на основі епістемічної укоріненості;
- обережне скорочення та його різновиди.

В рамках конструктивних підходів функції ревізії визначаються на основі відповідних операцій скорочення, при цьому використовують вищенаведене стандартне означення операції розширення

Функції скорочення AGM

Перша спроба дати конструктивне означення операцій скорочення належить засновникам підходу AGM К. Алчуррону, П. Герденфорсу, Д. Макінсону, результати їх досліджень представлені роботах, що вважаються класичними (див. [58], [59], [60]). Для побудови функцій скорочення використовується так звана множина

залишків. Згідно критерію мінімальної зміни вихідної множини, функція скорочення повинна зберегти якомога більше недоторканих переконань внаслідок скорочення вихідної множини переконань **K**. Ця множина визначається таким чином.

Означення 1.4.1 *Множина залишків* [1298, С. 10].

Нехай **K** – множина переконань, α – висловлювання. Тоді $\mathbf{K} \perp \alpha$ (множина α-залишків **K**) це множина таких множин, для яких $\mathbf{H} \in \mathbf{K} \perp \alpha$ тоді і тільки тоді, коли:

(1) $\mathbf{H} \subseteq \mathbf{K}$

(2) $\mathbf{H} \nvdash \alpha$

(3) Не існує множини $\mathbf{H}'$, такої що $\mathbf{H} \subset \mathbf{H}' \subseteq \mathbf{K}$ і $\mathbf{H}' \nvdash \alpha$.

$\mathbf{K} \perp \alpha$ називається *множиною залишків* **K** за α (читається «**K** без α»). Множина залишків мови **L** за $\perp$ – це множина всіх максимальних несуперечливих підмножин мови $\mathbf{L} \perp \bot$. В сферичній семантиці А. Грува ця множина інтерпретується як множина всіх можливих епістемічних станів суб'єкта (описів станів, можливих світів) [116, С. 165].

Залишкова множина задовольняє наступним властивостям:

(1) $\mathbf{K} \perp \alpha = \mathbf{K}$ якщо і тільки якщо $\mathbf{K} \nvdash \alpha$.

(2) $\mathbf{K} \perp \alpha = \varnothing$ якщо і тільки якщо $\vdash \alpha$.

(3) Якщо існує $\mathbf{H} \subset \mathbf{K}$, таке що $\mathbf{H} \nvdash \alpha$, тоді існує множина $\mathbf{H}' \in \mathbf{K} \perp \alpha$, така що $\mathbf{H}' \subseteq \mathbf{H}$.

(4) Якщо $\alpha \in \mathbf{K}$ і $\nvdash \alpha$, тоді для любого $\mathbf{H} \in \mathbf{K} \perp \alpha$, $\mathbf{H} + \neg\alpha$ – максимальна несуперечлива підмножина мови **L**.

Використовуючи поняття множини залишків **K** за α, можна побудувати ряд операцій скорочення, кожна з яких буде володіти специфічними властивостями.

Означення 1.4.2 *Скорочення максимального вибору* [60, С. 16].

$\mathbf{K} - \alpha \in \mathbf{K} \perp \alpha$, якщо $\nvdash \alpha$, інакше $\mathbf{K} \perp \alpha = \mathbf{K}$.

Побудована таким чином множина – результат скорочення, очевидно буде занадто великою. Більш того, вона буде насиченою, тобто містити всі можливі диз'юнкції. Для скорочення максимального вибору мають місце наступні властивості.

Насиченість	Якщо $\alpha \in \mathbf{K}$, то для будь-якого $\beta \in L$, або $\alpha \vee \beta \in \mathbf{K} - \alpha$, або $\alpha \vee \neg\beta \in \mathbf{K} - \alpha$.
Повнота	Якщо $\beta \in \mathbf{K}$ і $\beta \notin \mathbf{K} - \alpha$, то $\nvdash \alpha$ і $\alpha \to \beta \in \mathbf{K} - \alpha$.

Фактично, властивість повноти представляє собою більш строгу форму постулату відновлення. Таким чином, можна сформулювати і довести теорему про відповідність скорочення максимального вибору і постулатів Герденфорса.

Теорема 1.4.3 *Оператор скорочення максимального вибору та постулати AGM.*

Нехай **K** – множина переконань. Оператор – на **K** буде оператором скорочення максимального вибору якщо і тільки якщо для нього виконуються постулати пустоти, включення, успішності, замикання, екстенсіональності і повноти [60, С. 17].

Розглянемо другий граничний випадок. Результатом скорочення виступає перетин всіх залишків **K** за α. Оператор скорочення, що визначається таким чином, називається скороченням повного перетину.

Означення 1.4.4 *Скорочення повного перетину* [60, С. 18].

Нехай **K** – множина переконань і – оператор над множиною, такий що

$\mathbf{K} - \alpha \in \cap(\mathbf{K} \perp \alpha)$, якщо $\nvdash \alpha$, інакше $\mathbf{K} \perp \alpha = \mathbf{K}$.

Якщо для скорочення максимального вибору було характерне виконання постулату повноти, то завважуючи на спосіб побудови оператора скорочення

повного перетину, для його результату буде скоріш характерною властивість спустошеності. Згідно цій властивості, результуюча множина буде містити настільки мінімальну кількість елементів, наскільки це взагалі можливо.

Спустошеність

Якщо $\alpha \in \mathbf{K}$, то для любого $\beta \in \mathbf{L}$

$\alpha \vee \beta \in \mathbf{K} - \alpha$, окрім $\alpha \vee \beta \in \mathbf{K} - \alpha$.

Ця умова виконується для любого β, таким чином, якщо $\delta \in \mathbf{K}$, то $\beta = \neg\alpha \vee \delta$ буде видалене, якщо тільки $\vdash \alpha \vee (\neg\alpha \vee \delta)$. Як наслідок отримуємо наступну властивість: якщо – оператор скорочення повного перетину на **K** і $\alpha \in \mathbf{K}$, то

$\mathbf{K} - \alpha = Cn(\{\neg\alpha\} \cap \mathbf{K})$.

Також для скорочення повного перетину характерно виконання так званої **рівності перетину**: якщо – оператор скорочення повного перетину на **K** і $\alpha \in \mathbf{K}$, то $\mathbf{K} - (\alpha \wedge \beta) = (\mathbf{K} - \alpha) \cap (\mathbf{K} - \beta)$.

Використовуючи рівність перетину можна означити скорочення повного перетину за допомогою постулатів скорочення Герденфорса [111, С. 62-63].

Теорема 1.4.5 *Оператор скорочення повного перетину та постулати AGM*.

Якщо **K** – множина переконань, тоді – оператор, визначений на **K**, буде оператором скорочення повного перетину, якщо і тільки якщо для нього виконуються постулати успішності, пустоти, включення, екстенсіональності, замикання і рівності перетину.

Незважаючи на те, що оператор повного перетину не надто вдало реалізує функцію скорочення, все ж з його допомогою можна відмітити нижню границю виконуваності постулату відновлення.

Третій спосіб побудови оператора скорочення передбачає перетин тільки деяких множин **K** без α. Для того, щоб визначити яких саме, потрібно розглянути функцію вибору (*selective function*).

Означення 1.4.6 *Функція вибору* [58, С. 512].

Нехай **K** – множина переконань. Функцією вибору на **K** будемо називати функцію γ, що для будь-якого висловлювання α задовольняє наступним властивостям:

(1) Якщо $\mathbf{K} \perp \alpha$ непорожня, то $\gamma(\mathbf{K} \perp \alpha)$ непорожня підмножина $\mathbf{K} \perp \alpha$.

(2) Якщо $\mathbf{K} \perp \alpha$ порожня, то $\gamma(\mathbf{K} \perp \alpha) = \mathbf{K}$.

Така функція вибору повинна відбирати найкращі елементи множини залишків **K** за α. Для того, щоб функція вибору могла визначити ці найкращі множини, необхідно ввести деяке відношення переваги $\sqsubseteq$ на $\mathbf{K} \perp \alpha$.

Означення 1.4.7 *Реляційна функція вибору* [58, С. 518].

Будемо говорити, що на множині переконань **K** визначена реляційна функція вибору γ, якщо і тільки якщо існує відношення переваги $\sqsubseteq$, таке що для будь-якого висловлювання α, якщо $\mathbf{K} \perp \alpha$ непорожня, то

$\gamma(\mathbf{K} \perp \alpha) = \{\mathbf{B} \in \mathbf{K} \perp \alpha \mid \mathbf{B}' \sqsubseteq \mathbf{B}, \forall \mathbf{B}' \in \mathbf{K} \perp \alpha\}$.

Означення 1.4.8 *Реляційна функція вибору* [58, С. 518].

Функцію γ будемо називати транзитивно реляційною функцією вибору, якщо вона побудована на основі транзитивного відношення переваги $\sqsubseteq$.

Означення 1.4.9 *Оператор часткового перетину на основі функції вибору* [58, С. 519].

Нехай **K** – множина переконань і γ – функція вибору на **K**. Будемо називати оператором часткового перетину, що породжується функцією γ, такий оператор $\sim_\gamma$, для якого $\mathbf{K}\sim_\gamma \alpha = \cap \gamma (\mathbf{K} \perp \alpha)$

Оператор – буде оператором часткового перетину, якщо для нього існує така функція вибору γ, що для любого α: $\mathbf{K} - \alpha = \mathbf{K}_{\sim\gamma}\alpha$.

Одним з найбільш значимих результатів AGM вважається визначення скорочення часткового перетину і його транзитивно-реляційного варіанту в термінах постулатів Герденфорса [58, С. 512 - 522].

Теорема 1.4.10 *Репрезентаційна теорема 1*.

Скорочення часткового перетину і основні постулати скорочення С1 – С6. Оператор – на множині переконань **K** еквівалентний функції скорочення часткового перетину якщо і тільки якщо він задовольняє постулатам успішності, замикання, включення, екстенсіональності, пустоти і відновлення.

Скорочення часткового перетину і додаткові постулати скорочення С1 – С8. Оператор – буде еквівалентний транзитивно реляційній функції скорочення часткового перетину якщо і тільки якщо він еквівалентний функції скорочення часткового перетину і задовольняє постулатам кон'юнктивного включення і кон'юнктивного перекриття [58, С. 519].

Таким чином, якщо вдається побудувати оператор скорочення, що задовольняє наведеним постулатам, то, внаслідок репрезентаційної теореми, можна стверджувати, що побудований оператор є оператором скорочення часткового перетину.

На основі кожного означеного оператора скорочення може бути визначена відповідний оператор ревізії. Нехай **K** – множина переконань, – і * оператори на **K**, такі що для будь-якого α виконується рівність Леві: $\mathbf{K} * \alpha = (\mathbf{K} - \alpha) + \alpha$. Використовуючи побудовані оператори скорочення та ревізії і рівність Леві можна визначити операцію ревізії [60, С. 30].

- Оператор * будемо називати *ревізією максимального вибору*,

якщо $\mathbf{K} * \alpha = (\mathbf{K} - \alpha) + \alpha$, де – оператор скорочення максимального вибору.

- Оператор * будемо називати *ревізією повного перетину*,

якщо $\mathbf{K} * \alpha = (\mathbf{K} - \alpha) + \alpha$, де – оператор скорочення повного перетину.

- Оператор * будемо називати *ревізією часткового перетину*,

якщо $\mathbf{K} * \alpha = (\mathbf{K} - \alpha) + \alpha$, де – оператор скорочення часткового перетину.

- Оператор * будемо називати *ревізією (транзитивно) реляційного часткового перетину*, якщо $\mathbf{K} * \alpha = (\mathbf{K} - \alpha) + \alpha$, де – оператор скорочення (транзитивно) реляційного часткового перетину.

Оператори ревізії повного перетину і ревізії максимального вибору можуть бути розглянуті як граничні випадки ревізії часткового перетину (нижня та верхня межа відповідно).

(**Sup** *) Нехай **K** – множина переконань і * оператор ревізії максимального вибору на **K**. Тоді, якщо $\neg\alpha \in \mathbf{K}$, то $\mathbf{K}*\alpha \in L \perp \perp$.

(**Inf** *) Нехай **K** – множина переконань і * оператор ревізії повного перетину на **K**. Тоді, якщо $\neg\alpha \in \mathbf{K}$, то $\mathbf{K}*\alpha = Cn(\alpha)$.

Теорема 1.4.11 *Репрезентаційна теорема 1´*[129, С. 21].

Ревізія часткового перетину і основні постулати ревізії R1 – R6.

Оператор * на множині переконань **K** буде еквівалентний функції ревізії часткового перетину якщо і тільки якщо він задовольняє постулатам успішності, замикання, включення, екстенсіональності, пустоти і несуперечності.

Ревізія часткового перетину і додаткові постулаті ревізії R1 – R8.

Оператор * буде еквівалентний транзитивно реляційній функції ревізії часткового перетину якщо і тільки якщо він еквівалентний функції ревізії часткового перетину і задовольняє постулатам суперекспансії та субекспансії.

Таким чином, якщо вдається побудувати оператор ревізії, що задовольняє наведеним постулатам, то, внаслідок застосування репрезентаційної теореми, можна стверджувати, що побудований оператор є оператором ревізії часткового перетину.

Епістемічна укоріненість

Розглядаючи множину переконань суб'єкта пізнання, ми не можемо ігнорувати той факт, що для суб'єкта завжди існують деякі переконання, більш цінні, аніж інші. Крім того, навіть якщо ми припустимо, що всі переконання суб'єкта відповідають дійсності і він фактично впевнений в кожному своєму переконанні, ми не можемо стверджувати, що суб'єкт однаково впевнений у кожному своєму переконанні. Часто при плануванні своїх дій, побудові міркувань, здійсненні пізнавальних дій суб'єкт з легкістю відкидає деякі опінії, але ретельно зберігає інші переконання, найбільш цінні. Таке нерівномірне ставлення наводить на думку щодо введення поняття ступеню переконаності суб'єкта. Яким чином може бути визначений ступінь переконаності, від чого він залежить і як він проявляється під час виконання пізнавальних дій? Для того, щоб відповісти на ці питання потрібно розглянути різні способи ранжування переконань за впевненістю суб'єкта: для когось більш цінним є переконання, що сформувалося на основі інформації, отриманої з авторитетного джерела. Інша людина може вважати, що математичне доведення – це єдиний беззаперечний спосіб досягнення максимальної упевненості. Критерії приписування переконанням певного ступеня переконаності звичайно можуть бути суб'єктивними і навіть ситуативними. В більшості випадків, суб'єкт використовує саме такі критерії, з часом раціоналізуючи їх та здійснюючи певну корекцію. В результаті таких дій по впорядкуванню та раціоналізації своїх переконань, суб'єкт, який здійснює пізнавальні дії, практично постійно має у складі своєї множини переконань опінії самих різноманітних ступенів впевненості, – від практично недостовірних думок, до переконання стовідсоткової впевненості, причому останніми суб'єкт оперує як свого роду непорушними істинами.

П. Герденфорс розглядає відношення епістемічної вкоріненості (*epistemic entrenchment*), як спосіб впорядкування множини переконань [111, С. 86], [112, С. 84]. Основна ідея залишається тією самою – побудувати оператор скорочення, на цей раз в термінах впорядкованої множини переконань.

Нестроге відношення укоріненості на множині переконань **K** позначимо як $\alpha \leq_K \beta$ (читається: на множині переконань **K** α укорінене так само або менше ніж β). Тоді $\alpha <_K \beta$ означає, що $\alpha \leq_K \beta$ і невірно, що $\beta \leq_K \alpha$.

Строге відношення укорінення на множині переконань **K** $\alpha <_K \beta$ має на увазі, що на даній множині α менш укорінене, аніж β. Вираз $\alpha =_K \beta$ означає, що $\alpha \leq_K \beta$ і $\beta \leq_K \alpha$ і має на увазі, що обидва переконання α і β рівноукорінені [113, С. 88].

Основні властивості відношення укоріненості викладені в п'яти постулатах (зберігаючи авторські позначення відповідно понумеруємо їх як EE1-5, за першими літерами англомовного терміну *epistemic entrenchment*, що використовує П. Герденфорс [113, С. 89]).

Однією з головних властивостей відношення порядку є транзитивність. Якщо α так само або менш укорінене ніж β, а β в свою чергу так само або менш укорінене ніж γ, то α так само або менш укорінене ніж γ.

Транзитивність Якщо $\alpha \leq_K \beta$ і $\beta \leq_K \gamma$, то $\alpha \leq_K \gamma$ **EE1**

Якщо α імпілкує β, то за необхідності видалити α або β, з метою мінімізації змін вихідної множини, ми спокійно можемо залишити β, як наслідок α, видаливши тільки α. Фактично це значить, що антецедент так само або менш укорінений, ніж консеквент.

Домінантність Якщо $\alpha \vdash \beta$, то $\alpha \leq_K \beta$ **EE2**

Видалення кон'юнкції $\alpha \wedge \beta$ неминуче спричиняє видалення хоча б одного кон'юнкта α або β. Це значить, що кон'юнкція $\alpha \wedge \beta$ завжди більш укорінена, ніж кожен з її кон'юнктів.

Кон'юнктивність $\alpha \leq_K \alpha \wedge \beta$ і $\beta \leq_K \alpha \wedge \beta$ **EE3**

Найменшу укоріненість мають висловлювання, що не є переконаннями даного суб'єкта, тобто ті, в котрі він просто не вірить і тому такі висловлювання не входять до множини його переконань **K**.

Мінімальність Якщо $\mathbf{K} \neq \mathbf{K} \perp$ і $\alpha \notin \mathbf{K}$, **EE4**

то $\alpha \leq_{\mathbf{K}} \beta$, для будь-якого $\beta \in \mathbf{K}$

Закономірно, що найбільш укоріненими висловлюваннями є логічні істини.

Максимальність Якщо $\beta \leq_{\mathbf{K}} \alpha$ для будь-якого $\beta \in \mathbf{K}$, то $\vdash \alpha$ **EE5**

Відношення епістемічної укоріненості не прив'язане до певної функції скорочення або ревізії і у цьому смислі незалежне. Але між ними можна встановити безпосередній зв'язок. Наступні властивості необхідні для побудови оператора скорочення на основі відношення епістемічної укоріненості.

Означення 1.4.12 *Відношення епістемічної укоріненості на основі скорочення* [113, С. 89].

(**C≤**) $\alpha \leq_{\mathbf{K}} \beta$, якщо і тільки якщо
$\alpha \notin \mathbf{K} - (\alpha \wedge \beta)$ або $\vdash (\alpha \wedge \beta)$

Деяке висловлювання β присутнє у множині, що отримана у результаті скорочення **K** шляхом видалення α тільки в двох випадках, коли α теорема, або α менш укорінене, ніж його диз'юнкція з β.

Означення 1.4.13 *Оператор скорочення укоріненості* [111, С. 95].

(**–G**) $\beta \in \mathbf{K} - \alpha$ якщо і тільки якщо
$\vdash \alpha$ або $\alpha \leq_{\mathbf{K}} (\alpha \vee \beta)$

Теорема 1.4.15 *Репрезентаційна теорема 2* [112, С. 90].

Відповідність постулатів епістемічної укоріненості E1 – E5 і постулатів скорочення C1 – C8.

Нехай **K** – несуперечлива множина переконань і $\leq_{\mathbf{K}}$ стандартний порядок укоріненості на **K**. Якщо **–G** – оператор скорочення укоріненості, визначений за допомогою $\leq_{\mathbf{K}}$ через означення 1.4.13 (**–G**), то оператор **–G** задовольняє восьми постулатам скорочення і для нього виконується умова 1.4.12 (**C**≤).

Відповідність постулатів скорочення C1 – C8 і постулатів епістемічної укоріненості E1 – E5.

Нехай оператор **–** задовольняє восьми постулатам скорочення Герденфорса (основним і додатковим). Нехай **K** – несуперечлива множина переконань і $\leq_{\mathbf{K}}$ – відношення, визначене на множині **K** на основі оператора **–** і означення 1.4.12 (**C**≤). Тоді $\leq_{\mathbf{K}}$ задовольняє всім постулатам стандартної епістемічної укоріненості і означенню 1.4.13 (**–G**).

Фактично, встановлюючи взаємозв'язок постулатів скорочення і епістемічної укоріненості, ми можемо говорити про наявність безпосереднього зв'язку скорочення укоріненості та скорочення часткового перетину, якщо вони задовольняють одному переліку постулатів. Цей зв'язок прослідковується при розгляді репрезентаційних теорем 1 і 2. Між скороченням максимального вибору і відношенням укорінення також спостерігається певний зв'язок. Більш детальним розглядом відповідності між скороченням максимального вибору и порядку укоріненості займалися Е. Ферме [95], [99]. Раніше, К. Алчуррон і Д. Макінсон [62] розглядали певний вид скорочення максимального вибору, який задовольняє додатковим постулатам скорочення. Наприклад, впорядковане скорочення максимального вибору, яке може бути визначене у термінах епістемічної укоріненості. Для цього потрібен ще один постулат [95].

Альтернативність	Якщо $\alpha \in \mathbf{K}$ і при цьому α не теорема, то $\alpha \leq_{\mathbf{K}} \alpha \vee \beta$ або $\alpha \leq_{\mathbf{K}} \alpha \vee \neg\beta$	**EE6**

Теорема 1.4.15 *Відповідність постулатів епістемічної укоріненості E1 – E6 і постулатів скорочення C1 – C5, C7, C8, повноти.*

Нехай $\leq_{\mathbf{K}}$ стандартний порядок укоріненості на несуперечливій множині переконань **K**, для якої виконуються властивості EE1-EE6. Якщо **–G** – оператор скорочення укоріненості Герденфорса, на основі відношення $\leq_{\mathbf{K}}$, то, виходячи з означення 1.4.13 (**–G**), оператор **–G** задовольняє постулатам успішності, замикання, екстенсіональності, пустоти, включення, кон'юнктивного включення,

кон'юнктивного перекриття і повноти. При цьому виконується також означення 1.4.12 (**C**≤).

Теорема 1.4.17 *Відповідність постулатів скорочення C1-5, C7, C8, повноти і постулатів епістемічної укоріненості E1 – E6.*

Нехай оператор –, визначений на несуперечливій множині переконань **K** задовольняє постулатам успішності, замикання, екстенсіональності, пустоти, включення, кон'юнктивного включення, кон'юнктивного перекриття і повноти. Також нехай $\leq_{\mathbf{K}}$ – відношення, визначене на **K** на основі оператора – і означення 1.4.12 (**C**≤). Тоді $\leq_{\mathbf{K}}$ задовольняє всім постулатам стандартної епістемічної укоріненості EE1- EE5, а також постулату EE6, при цьому зберігаючи властивість, викладену в означенні 1.4.13 (**–G**).

Вслід за визначенням скорочення у термінах епістемічної укоріненості, можна означити й відповідний оператор ревізії. Природно визначити ревізію за допомогою рівності Леві. За наявності однозначно визначеної функції скорочення виразити функцію ревізії не важко. Проте, ревізію можна виразити й лише в термінах епістемічної укоріненості.

Означення 1.4.18 *Відношення епістемічної укоріненості на основі ревізії.*

(**C≤***)

$\alpha \leq_{\mathbf{K}} \beta$, якщо і тільки якщо

$\alpha \in \mathbf{K} * \neg (\alpha \wedge \beta) \Rightarrow \beta \in \mathbf{K} * \neg (\alpha \wedge \beta)$

Означення 1.4.19 *Ревізія епістемічної укоріненості* [139].

(***EBR**)

$\beta \in \mathbf{K} * \alpha$, якщо і тільки якщо

$(\alpha \to \neg\beta) \leq_{\mathbf{K}} (\alpha \to \beta)$ або $\alpha \vdash \bot$

Теорема 1.4.20 *Репрезентаційна теорема 2´* [110, С. 97].

Відповідність ревізії укоріненості та постулатів ревізії R1 – R8.

Нехай **K** – несуперечлива множина переконань і $\leq_K$ стандартний порядок укоріненості на **K**. Якщо * – оператор ревізії укоріненості, побудований за допомогою означення 1.4.19 (***EBR**) з $\leq_K$, то оператор * задовольняє восьми постулатам ревізії і означенню 1.4.18 (**C**≤*).

Відповідність постулатів ревізії R1 – R8 і ревізії укорінення.

Нехай оператор * задовольняє восьми постулатам ревізії, **K** – несуперечлива множина переконань і $\leq_K$ – відношення, визначене на **K** на основі оператора * і означення 1.4.18 (**C**≤*). Тоді $\leq_K$ задовольняє всім постулатам стандартної епістемічної укоріненості та означенню 1.4.19 (***EBR**).

Обережне скорочення і скорочення ядра

Обережне скорочення вперше було запропоноване К. Алчурроном і Д. Макінсоном [61, С. 406]. Сутність такого способу побудови операції скорочення полягає у ретельному відборі саме тих висловлювань, які фактично сприяють появі α у множині переконань суб'єкта. На відміну від множини залишків **K** за α, які об'єднують всі множини, з яких не слідує α, тут перевага віддається тим переконанням, присутність яких у множині переконань суб'єкта безпосередньо приводить до виникнення переконання α. Таким чином при виконанні операції скорочення, основна увага зосереджена саме на тому щоб позбутися α імпліцитно. Такий підхід забезпечує більш чітке виконання критерія мінімальності та постулата відновлення. В 1994 році С. Ханссон узагальнює обережне скорочення, запропоноване К. Алчурроном і Д. Макінсоном. Результатом його досліджень стало так зване скорочення ядра [125].

Означення 1.4.21 *Оператор ядра* [125, С. 846].

Для будь-якої множини висловлювань **K** і будь-якої формули α, будемо називати оператор $\perp\!\!\!\perp$ оператором ядра, якщо і тільки якщо для будь-якої множини висловлювань **X**, $\mathbf{X} \in \mathbf{K}^{\perp\!\!\!\perp}\alpha$ виконуються наступні умови:

(1) $\mathbf{X} \subseteq \mathbf{K}$

(2) $\mathbf{X} \vdash \alpha$

(3) Для любого **Y**, якщо $\mathbf{Y} \subset \mathbf{X}$, то $\mathbf{Y} \nvdash \alpha$.

$\mathbf{K}^{\Downarrow}\alpha$ називається *центральною множиною* або множиною ядра, а його елементи α-ядрами.

Операція скорочення реалізована С. Ханссоном через обережне скорочення та його узагальнення – *скорочення ядра* [125, С. 851]. Суть цієї операції досить проста. Щоб скоротити множину переконань **K** шляхом видалення висловлювання α, потрібно:

- вибрати всі α-ядра множини переконань **K**;

- видалити найменший елемент кожного α-ядра;

В результаті виконання цих дій, отримана множина переконань вже не може імплікувати α.

Скорочення ядра передбачає використання відношення епістемічної укоріненості для відшукання наймеш укоріненого елемента ядра відносно переконання, що підлягає видаленню. Але, враховуючи нестрогий характер укоріненості, суб'єкт досить часто стикається з проблемою вибору. Для того, щоб мінімізувати зміни вихідної множини і однозначно визначити висловлювання, що мають бути відкинуті, вводять поняття *функції відсікання*.

При роботі з базами переконань, незалежність переконань бази утруднює відшукання мінімальних елементів ядер, тому для вибору елементів, що підлягають видаленню, використовується функція відсікання, яка й визначає, який елемент α-ядра варто видалити.

Означення 1.4.22 *Функція відсікання.*

Функцією відсікання для **K** будемо називати таку функцію σ, яка для будь-якого висловлювання α буде задовольняти наступним умовам:

(1) $\sigma(\mathbf{K}^{\Downarrow}\alpha) \subseteq \cup(\mathbf{K}^{\Downarrow}\alpha)$

(2) Якщо $\mathbf{X} \neq \varnothing$ і $\mathbf{X} \in \mathbf{K}^{\Downarrow}\alpha$, то $\mathbf{X} \cap \sigma(\mathbf{K}^{\Downarrow}\alpha) \neq \varnothing$

Використовуючи σ функцію відсікання, Ханссон визначає скорочення ядра для множини і бази переконання [125, С. 853].

Означення 1.4.23 *Скорочення ядра.*

Скороченням ядра множини переконань **K** на основі функції відсікання σ, будемо називати операцію $-_\sigma$, таку що $\mathbf{K} -_\sigma \alpha = \mathbf{K} \setminus \sigma(\mathbf{K}^{\perp\!\!\!\perp}\alpha)$. Оператор – на множині переконань **K** буде оператором скорочення ядра якщо і тільки якщо для нього існує функція відсікання σ, така що $\mathbf{K} - \alpha = \mathbf{K} -_\sigma \alpha$.

Скорочення ядра задовольняє постулатам скорочення AGM, окрім постулату замикання. Скорочення ядра, яке б задовольняло усім AGM постулатам скорочення, може бути побудоване за допомогою функції м'якого відсікання.

Означення 1.4.24 *Функція м'якого відсікання* [125, С. 854].

Функцію σ на множині B будемо називати функцією м'якого відсікання, якщо для будь-якого $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{K}$, якщо $\mathbf{A} \nvdash \beta$ і $\beta \in \sigma(\mathbf{K}^{\perp\!\!\!\perp} \alpha)$, то $\mathbf{A} \cap \sigma(\mathbf{K}^{\perp\!\!\!\perp} \alpha) \neq \varnothing$.

Операція скорочення ядра буде операцією м'якого скорочення ядра тільки в тому випадку, якщо в її основі лежить функція м'якого відсікання. Операція м'якого скорочення ядра, побудована на основі функції м'якого відсікання, задовольняє всім восьми основним постулатам скорочення AGM (замикання, включення, успішність, пустота, екстенсіональність, відновлення). Виходячи з цього, С. Ханссон формулює і доводить репрезентаційну теорему [129, С. 37].

Теорема 1.4.25 *Операція м'якого скорочення ядра та постулати AGM.*

Операція –, визначена на множині переконань **K** є м'яким скороченням ядра якщо і тільки якщо вона є скороченням часткового перетину.

Крім того, можна розглянути зв'язок скорочення ядра і додаткових постулатів скорочення та, відповідно, транзитивно реляційного скорочення часткового

перетину. Це можливо, якщо розглянути обережне скорочення, що використовує обмежену функцію відсікання і деякий порядок $\prec$ на множині **K**. $\beta \prec \delta$ значить, що при виникненні ситуації, у якій суб'єкт повинен буде вибирати яке саме з висловлювань видалити, скоріш за все буде видалене β, тому що β менш безпечне, ніж δ. Таке відношення повинне бути ациклічним, асиметричним та ірефлексивним. К. Алчуррон і Д. Макінсон називають його *ієрархією* [61, С. 407].

Накладаючи на відношення ієрархії умову зв'язності (віртуальної зв'язності), можна довести теорему про відповідність обережного скорочення, побудованого на основі такої ієрархії та транзитивно реляційного скорочення часткового перетину. Цей результат був отриманий Х. Роттом [160].

1.5 Семантична модель пізнавальних операцій AGM

Синтаксичний підхід схожий на аксіоматичну побудову логічних систем. Але при роботі з таким представленням, завжди залишається відкритим питання, наскільки адекватно розглянуті постулати відображають дійсний процес зміни переконань. Навіть якщо вони вдало і доволі ясно описують оператори зміни переконань, немає ніякої гарантії, що не упущена деяка важлива властивість. А. Грув розглядає альтернативну модель функцій зміни переконань, поклавши в основу систему сфер [116]. Ідея моделі значною мірою перетинається з семантикою для контрфактуалів, запропонованою Д. Льюїсом [137]. Система сфер А. Грува дуже зручна у якості семантичної основи для AGM і реалізує якісно інше представлення AGM операторів.

Відправною точкою системи взята множина M_L всіх максимальних несуперечливих підмножин мови. Ця множина може бути також розглянута як множина можливих світів (пропозицій), які можуть бути описані у мові.

Означення 1.5.1 *Множина всіх несуперечливих підмножин мови M_L.*

Нехай L – мова, тоді $M_L = L \perp \perp$ [129, С. 26].

Теорія **K** представляє собою множину максимальних підмножин, які включають всі формули **K**. $[\mathbf{K}] \subseteq M_L$.

Означення 1.5.2 *Множина можливих світів [**K**] відносно **K*** [129, С. 26].

Нехай **K** множина переконань. Тоді $[\mathbf{K}] = \{M \in M_L: \mathbf{K} \subseteq M\}$

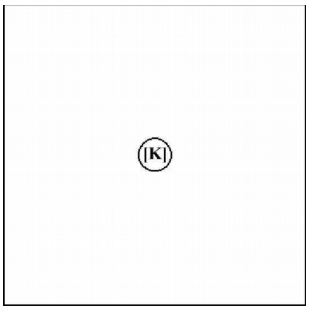
Аналогічно, кожне висловлювання α може бути представлено множиною $[\alpha]$.

$[\alpha] = [Cn(\{\alpha\})]$.

Граничний випадок означення, коли $[\mathbf{K}] = \varnothing$, представляє собою суперечливу теорію $\mathbf{K}\perp$. Таким чином, кожна теорія може бути асоційована з множиною

можливих світів. Кожне висловлювання ініціює низку можливих світів. Множина переконань **K** і пропозиція ***W*** (множина можливих світів) описують деякий стан переконань якщо і тільки якщо для кожного можливого світу w виконується наступна умова:

w ∈ ***W*** тільки в том випадку, коли **K** ⊆ w.



На рисунку 1.1 зображена сфера с центром в **K**. [**K**] – множина можливих світів, досяжних з **K**. З множини можливих світів M_L вибрані ті світи (максимальні несуперечливі підмножини мови), котрі містять формули **K**. Відмінності сферичної системи Грува від сферичного представлення контрфактуалів Льюїса полягає у тому, що сфери Грува базуються на множині висловлювань, а сфери, що розглядає Льюїс, у якості центра мають одне висловлювання.

Рис. 1.1

Означення 1.5.3 *Теорія, асоційована з множиною можливих світів*

Нехай V ⊆ M_L. Тоді Th(V) – теорія, асоційована з V, якщо і тільки якщо

Th(V) = ∩{M: M ∈ V}.

Між можливими світами і множинами переконань існує відношення зворотного включення [116, С. 161]. Тобто менша множина переконань породжує більшу кількість можливих світів: A ⊆ **K** якщо і тільки якщо [**K**] ⊆ [A].

Нехай **K** і **H** логічно замкнені множини, α та β висловлювання. Тоді виконуються наступні властивості:

(1) Якщо w ∈ **L** ⊥ ⊥, то w ∈ [α] якщо і тільки якщо w ∉ [¬α].

(2) [Cn (**K** ∪ **H**)] = [**K**] ∩ [**H**].

(3) [**K**] ∪ [**H**] ⊆ [**K** ∩ **H**].

(4) $[\alpha] \subseteq [\beta]$якщо і тільки якщо $\vdash \alpha \rightarrow \beta$.

(5) $[\alpha \wedge \beta] = [\alpha] \cap [\beta]$.

(6) $[\alpha \vee \beta] = [\alpha] \cup [\beta]$.

(7) $[\alpha \rightarrow \beta] = [\neg\alpha] \cup [\beta]$.

(8) $[\alpha \rightarrow \beta] \cap [\beta \rightarrow \alpha] = [\alpha \wedge \beta] \cup [\neg\alpha \wedge \beta]$.

Розширення

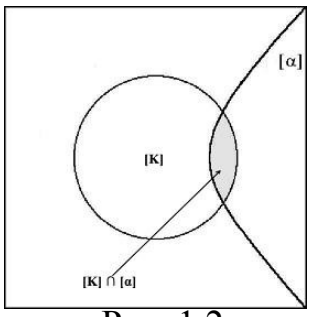


Рис. 1.2

Операція розширення вибирає з [**K**] світи, сумісні з α. Таким чином, у якості результату розширення **K** за допомогою α, нам потрібно прийняти теорію, якій відповідає перетин

[**K**] і [α]. **K** + α = Th ([**K**] ∩ [α])

Графічно результат розширення представлено на рисунку 1.2.

Скорочення

Обернене відношення включення між множинами переконань і множинами можливих світів говорить про те, що операція скорочення повинна додавати можливі

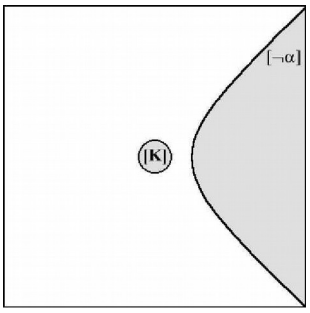
множини, не видаляючи жодного з наявних. Щоб гарантувати ння, необхідно додати принаймні світи $\neg\alpha$. Крім того, згідно ння, ми повинні додати тільки світи $\neg\alpha$.

а) Скорочення максимального вибору.

Такий тип скорочення забезпечує мінімальні зміни вихідної множини. В термінах сферичної системи реалізується доданням тільки одного $\neg\alpha$ світу до [**K**].

Графічно результат скорочення максимального вибору представлений на рисунку 1.3.

Рис. 1.3



б) Скорочення повного перетину.

Результатом скорочення повного перетину буде мінімальна підмножина **K**, яка задовольняє постулату відновлення. В термінах сферичної системи реалізується доданням усіх ¬α світів до [**K**].

Графічно результат скорочення повного перетину представлений на рисунку 1.4.

Рис. 1.4

Для того щоб представити механізм здійснення скорочення часткового перетину в рамках системи сфер, необхідно розглянути декілька додаткових означень.

Означення 1.5.4 *Пропозиційна функція вибору* [116, С. 159].

Нехай $M \subseteq M_L$. Будемо називати пропозиційною функцією вибору для M таку функцію f, яка для будь-якого висловлювання α задовольняє наступним умовам:

(1) $f([\alpha]) \subseteq [\alpha]$,

(2) Якщо $[\alpha] \neq \varnothing$, то $f([\alpha]) \neq \varnothing$,

(3) Якщо $M \cap [\alpha] \neq \varnothing$, то $f([\alpha]) = M \cap [\alpha]$.

Означення 1.5.5 *Оператор пропозиційного скорочення* [98, С. 250].

Нехай $M \subseteq M_L$. Оператор $\ominus$ будемо називати оператором пропозиційного скорочення на M, якщо і тільки якщо існує така пропозиційна функція вибору f для M, яка для любого α задовольняє умові: $M \ominus \alpha = M \cup f([\neg\alpha])$.

Означений таким чином оператор скорочення задовольняє основним постулатам скорочення Герденфорса, про що А. Грув формулює й доводить відповідну теорему.

Теорема 1.5.6 *Пропозиційне скорочення і основні постулати скорочення С1 – С6* [116, С. 168-169].

Нехай **K** множина переконань і – оператор на **K**. Тоді еквівалентні наступні умови:

(1) Оператор – задовольняє постулатам замикання, пустоти, включення, успішності, екстенсіональності та відновлення.

(2) Існує пропозиційне скорочення ⊖ на **K**, таке що для будь-якого α

$\mathbf{K} - \alpha = \cap[\mathbf{K} \ominus \alpha]$.

Для того щоб реалізувати пропозиційне скорочення, що задовольняє додатковим постулатам скорочення (кон'юнктивному включенню і кон'юнктивному перекриттю), необхідно розглянути саму систему сфер та її властивості. Грув визначає систему сфер $ з центром [**K**] як набір S підмножин M_L, упорядкованих відносно включення (зображені на рисунку 1.5). Радіус кожної сфери, тобто віддаленість можливого світу від [**K**] відображає ступінь досяжності його з **K**.

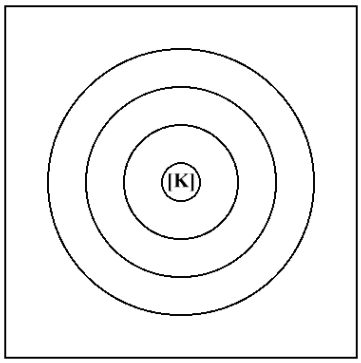


Рис. 1.5

Означення 1.5.7 *Система сфер* [116, С. 158].

$ – система сфер, тоді і тільки тоді, коли для неї мають місце наступні властивості:

(1) $\$ \neq \varnothing$ і $\$ = \{S: S \in M_L\}$ **$1**

(2) $\cap\$ \in \$$ **$2**

(3) Якщо $G, G' \in \$$, то $G \subseteq G'$ або $G' \subseteq G$ **$3**

(4) $\cup\ \$ \in \$$ **$4**

(5) Якщо $[\alpha] \cap (\cup\$) \neq \varnothing$, то $S\alpha \in \$$ і $S\alpha \cap [\alpha] \neq \varnothing$, де $S\alpha = \cap \{G \in \$ \mid G \cap [\alpha] \neq \varnothing\}$ – найближча сфера, досяжна з α **$5**

(6) $L \perp \perp \in \$$ **$6**

А. Грув пропонує розглянути систему сфер не лише у якості системи впорядкованих можливих світів, а й як теорію, множину переконань, – висловлювань, в істинності яких впевнений деякий суб'єкт [116, С. 160].

Означення 1.5.8 *Множина переконань, відповідна системі сфер*.

Множиною переконань, відповідною системі сфер $ будемо називати множину $\mathbf{K}_\$$, таку що $\mathbf{K}_\$ = \bigcap\cap\$$.

Означення 1.5.9 *Пропозиційна функція вибору*.

Пропозиційна функція вибору f для множини переконань $M \subseteq M_L$ буде сферичною, тоді і тільки тоді, коли існує система сфер $, така що для будь-якого α задовольняє умові: якщо $[\alpha] \neq \varnothing$, то $f([\alpha]) = S\alpha \cap [\alpha]$.

Означення 1.5.10 *Сферичний оператор пропозиційного скорочення*.

Нехай $M \subseteq M_L$. Оператор $\ominus$ будемо називати сферичним оператором пропозиційного скорочення на M, тоді і тільки тоді, коли існує така сферична пропозиційна функція вибору f для M, яка для любого α задовольняє умові:

$M \ominus \alpha = M \cup f([\neg\alpha])$.

За допомогою сферичного оператора скорочення А. Грув визначає скорочення часткового перетину та транзитивно реляційне скорочення часткового перетину як оптимальні [116, С. 168]. Задіяна при цьому сферична пропозиційна функція вибору виступає аналогом функції вибору, запропонованої К. Алчурроном, П. Герденфорсом і Д. Макінсоном в [58]. Введення відношення порядку на множині можливих підмножин деякої теорії **K** породжує аналогічну систему сфер з центром в **K**.

Особливості вибраного відношення дають змогу встановити відповідність між властивостями сферичного скорочення та додатковими постулатами скорочення Герденфорса. Таким чином, А. Грув формулює та доводить репрезентаційну теорему щодо відповідності сферичного скорочення та скорочення часткового перетину [116, С. 162].

Теорема 1.5.11 *Репрезентаційна теорема 3* [116, С. 162].

Пропозиційне сферичне скорочення та постулати скорочення С1 – С8.

Нехай **K** множина переконань і – оператор на **K**. Тоді еквівалентні наступні умови:

1. Оператор – задовольняє основним постулатам скорочення: замикания, пустоти, включення, успішності, екстенсіональності, відновлення та додатковим постулатам: кон'юнктивному включенню і кон'юнктивному перекриттю.

2. Існує сферичне пропозиційне скорочення $\ominus$ на [**K**], таке що для будь-якого α виконується рівність: $\mathbf{K} - \alpha = \cap[\mathbf{K} \ominus \alpha]$.

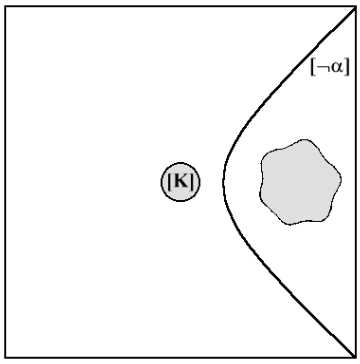


Рис. 1.6

Скорочення часткового перетину

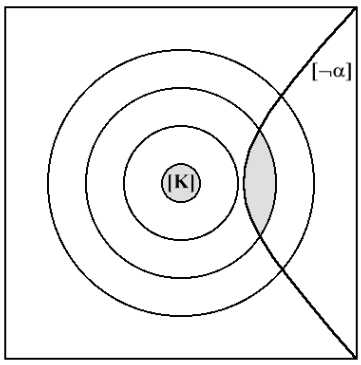


Рис. 1.7

Транзитивно реляційне скорочення часткового перетину

Ревізія

Оператор ревізії визначається на основі операторів скорочення і рівності Леві: $\mathbf{K} * \alpha = (\mathbf{K} - \neg\alpha) + \alpha$. Розглядаючи оператори скорочення, що задовольняють основним і додатковим постулатам скорочення, відповідно отримаємо два оператора ревізії.

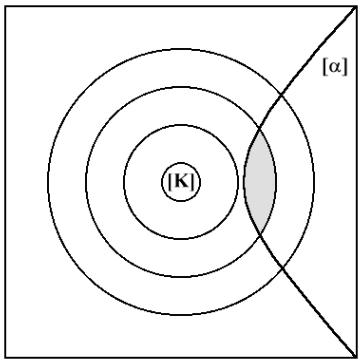


Рис. 1.8

Ревізія часткового перетину

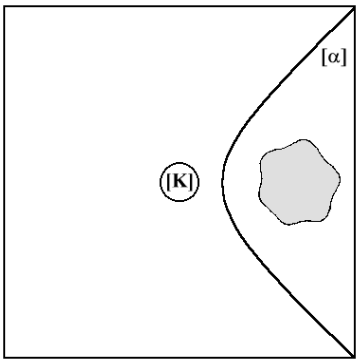


Рис. 1.9

Транзитивно реляційна ревізія часткового перетину

Теорема 1.5.12 *Репрезентаційна теорема 3`* [129, С. 27].

Пропозиційна сферична ревізія та основні постулати ревізії R1 – R6.

Нехай **K** множина переконань і * оператор на **K**. Тоді еквівалентні наступні умови:

1. Оператор * задовольняє основним постулатам ревізії: замикання, пустоти, включення, успішності, екстенсіональності, несуперечності та постулатам субекспансії і суперекспансії.

2. Існує сферична пропозиційна функція вибору f на [**K**], така що для будь-якого α виконується рівність: **K** * α = Th(f([α])), де Th – теорія, асоційовна з множиною можливих світів (див. означення 1.2.43)

Підхід AGM досить часто піддають критиці. В основному за двома напрямками – статичність операторів зміни переконань та використання метамови. Наприклад, Й. ван Бентем, Й. ван Ейк та інші дослідники пропонують інші способи представлення доксастичних операторів саме в рамках мови формальної логіки [77], [82]. Ініціатором розвитку цього напрямку можна назвати К. Сегерберга. Більшість подальших досліджень опираються на принципи, сформульовані ним у рамках динамічної доксастичної логіки DDL, до розгляду яких ми перейдемо в наступному підрозділі.

1.6 Динамічний підхід DDL до перегляду переконань

В роботах К. Сегерберга підхід К. Алчуррона, П. Герденфорса і Д. Макінсона, що породжує традицію перегляду знань під назвою AGM, був підданий критиці та запропонований інший напрямок в дослідженнях ревізії знань та переконань [168], [169], [170], [171], [172], [173], [174], [175]. К. Сегерберг указує на те, що AGM не реальна логіка, а скоріш сорт деякої математичної метатеорії про теорії. Це стосується в першу чергу мови. Елементарні вирази мови AGM це конструкції на кшталт $A \in \mathbf{T}$, де A – формула, а **T** – теорія. На думку К. Сегерберга, це скоріш метавирази про об'єкти мови деякої теорії. Відповідно, вищезгадані типи зміни теорії розглядаються в AGM як *функції* над теоріями.

У рамках DDL вводится синтаксис, відмінний від мови AGM. Мова DDL більш гнучка й виразна і дає можливість більш детально досліджувати динаміку зміни переконань. Нехай + позначення для функції розширення, ÷ позначення для функції скорочення і * позначення для ревізії. AGM інтерпретує T + A як результат розширення теорії T за допомогою A, T * A як результат ревізії T за допомогою A, T ÷ A як результат скорочення T за допомогою A. Таким чином, пізнавальні дії AGM реалізовані як універсальні дії, незалежні відносно вибору суб'єкта і висловлювання, за допомогою якого здійснюється зміна.

К. Сегерберг пропонує розглянути розширення, скорочення і ревізію не просто як функції, а як певного роду *дії*, саме як епістемічні або доксастичні дії *суб'єкта пізнання*. Він визначає + , ÷ і * як *термоутворюючі оператори*, що перетворюють булеві формули (φ, ψ та ін.) в так звані доксастичні терми [168, С. 535]. За допомогою такої термінології К. Сегерберг інтерпретує доксастичні дії суб'єкта, асоціюючи їх з висловлюваннями, за допомогою яких здійснюється пізнавальна дія.

$+\psi$ – розширення за допомогою ψ
$*\psi$ – ревізія за допомогою ψ
$\div\psi$ – скорочення за допомогою ψ

Наступні важливі оператори DDL – це дужки [] і <>, які використовуються для побудови динамічних формул. Позначимо через ϕ деякий доксастичний терм + ψ, *ψ

або ÷ψ. Тоді [ϕ]φ буде означати «після виконання ϕ обов'язково отримаємо φ». Аналогічно <ϕ>φ означає «після виконання ϕ можливо отримаємо φ». Дужки <>, можуть бути виражені через [] – <ϕ>χ = ¬[ϕ]¬χ. Вводячи такі дужки, К. Сегерберг указує на те, що пізнавальні дії не породжують функціональну залежність, в силу того, що не можуть забезпечити однозначний результат [170, С. 292]. Синтаксис явно показує індетермінованість доксастичних операторів DDL. Результат виконання тієї самої операції може бути різним. В рамках AGM мали б місце наступні еквівалентності: < + α>φ ↔ [+ α]φ, <*α>φ ↔ [*α]φ.

Фактично, пізнавальні дії в AGM визначені достатньо чітко, щоб суб'єкт міг бути впевненим у тому, що виконуючи, наприклад, розширення своєї множини переконань за допомогою того самого висловлювання, він отримає однаковий результат. Система DDL передбачає внутрішню активність, інтроспективність самого суб'єкта, який оперує своїми множинами переконань не лише під впливом зовнішніх надходжень, а й за внутрішньої необхідності.

Крім того, в DDL синтаксисі розглядаються два модальних доксастичних оператора, K – знання і B – переконаності. Загальний вигляд правильно побудованої формули в DDL може бути представлений виразом виду [Oα]Bβ, де O – деяка доксастична дія, B (K) – оператор переконаності (знання), α і β булеві формули.

Дослідження, в основі яких лежить така стратегія ревізії знань, отримали назву *Динамічної Доксастичної Логіки*(DDL). Основна ідея DDL полягає у спробі представити перетворення переконань як дійсну логічну теорію, подібну до модальної, а також прослідкувати саму динаміку зміни переконань. Для систем DDL і подальших логічних конструкцій характерним є побудова формальної логічної системи та наступне дослідження її властивостей.

Семантична інтерпретація індетермінованих пізнавальних дій

Найпростішою інтерпретацією індетермінованих пізнавальних дій на множинах можливих світів є розширення сферичної моделі А. Грува. Взявши за основу

сферичну систему, можна показати неєдиність результату виконання пізнавальних дій графічно. Система вкладених сфер, що породжується поточним станом переконань суб'єкта пізнання, впорядкована стосовно відношення епістемічної укоріненості. С. Ліндстром і В. Рабинович пропонують розглядати сфери А. Грува як свого роду можливі *резервні теорії* відносно вихідного стану переконань суб'єкта [139, с.95].

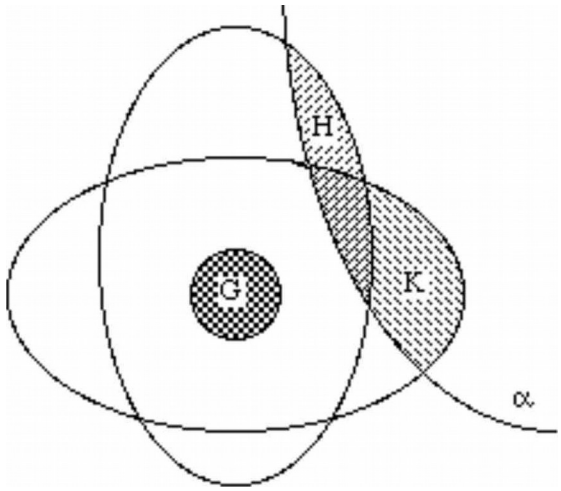


Рис. 1.10

Тоді вкладеність сфер можна трактувати в інших термінах. Сфера найменшого радіусу з центром **K** буде представляти собою найбільш стійкий резервний варіант вихідної теорії. Відповідний стійкий резерв теорії **K** буде існувати для будь-якого висловлювання α.

Означення 1.6.1 *Індетермінована сферична ревізія.*

Найбільш стійкий α-резерв теорії **G** визначає результат індетермінованої сферичної ревізії **G** * α

В інтерпретації можливих світів це і є перетин найближчої сфери з центром в **K**, сумісної з α, які визначає А. Грув.С. Ліндстром і В. Рабинович пропонують розглянути можливість існування в теорії таких переконань, що не можуть бути чітко впорядковані за допомогою відношення епістемічної укоріненості [140]. Резерв для такого висловлювання буде більш витягнутим, ніж вкладена сфера. Таким чином система сфер отримує подальше розширення до еліптичної системи. На рисунку 1.10 показаний перетин двох еліпсів **H** і **K** та сфери, породженої [α]. Обидва результати перетину дають рівностійкі α-резерви теорії **G**.

Наведена система можливих світів дає можливість розглянути декілька шляхів здійснення ревізії. На відміну від ревізії AGM, що визначається відношенням

епістемічної укоріненості, така ревізія буде індетермінованою, аналогічно до ревізії DDL.

Інтроспективні доксастичні дії

Напрямок досліджень, свого часу ініційований DDL, породжує низку розгалужень. У центрі розгляду таких досліджень знаходяться не лише динаміка та невизначеність пізнавальних дій, а й можливі типи суб'єктів, які здійснюють ці дії. Суб'єкт може сприймати зовнішню інформацію, а також не сприймати її, в залежності від завдання, що стоїть перед суб'єктом. Крім того, доксастичні дії суб'єкта можуть бути ініційовані його внутрішньою необхідністю. Безумовно, така необхідність може виникнути не у кожного суб'єкта - носія множини переконань. Наявність внутрішніх стимулів щодо перетворення переконань породжує необхідність розгляду інших доксастичних операторів, відмінних від розширення, скорочення та ревізії, а також специфічних властивостей традиційних операторів.

Умовно можна виділити такі типи доксастичних суб'єктів:

1. Неінтроспективний статичний суб'єкт

Наприклад фіксована база даних, що не залежить від змін зовнішнього світу. В такій базі даних не передбачені зовнішні надходження, немає механізму для їх обробки, та й потреби у такій обробці також немає. Найлегше уявити промислового робота, що виконує достатньо складну, іноді ювелірну, але чітко визначену схему дій. Це свого роду аналог доксастичної логіки Хінтікки, в якій немає доксастичних операторів.

2. Інтроспективний статичний суб'єкт

Доксастична та епістемічна логіка Хінтікки, в якій суб'єкт не обробляє зовнішню інформацію, але за власною ініціативою здійснює внутрішньо орієнтовані доксастичні дії.

3. Неінтроспективний динамічний суб'єкт

Суб'єкт, який діє аналогічно до динамічної бази даних, сприймає нову інформацію, обробляє їх і навчається в процесі набуття досвіду. Такий суб'єкт

пізнання характерний для більшості теорій, розроблених в рамках AGM підходу. Для основної концепції DDL, виразна здатність якої обмежена неітерованістю доксастичних операторів, інтроспективність суб'єкта також не може бути реалізована. В первинній системі DDL правильно побудованими формулами є формули виду [Oα]Bβ, де O – деяка доксастична дія, B – оператор переконаності, при цьому α і β можуть бути тільки булевими.

Означення 1.6.2 *Динамічна модальна логіка (DDL)*.

Аксіоматична система, мова якої дозволяє несуперечливе використання формул виду [Oα]Bβ, де O – деяка доксастична дія, B – оператор переконаності, α, β– булеві формули, називається динамічною модальною логікою.

4. Інтроспективний динамічний суб'єкт, зовнішній доксастичний вхід якого обмежений висловлюваннями про зовнішній світ.

Такий суб'єкт характерний для розширеної концепції Extended DDL [140, С. 16], для якої правильно побудованими формулами є формули виду [Oα]Bβ, де O – деяка доксастична дія, B – оператор переконаності, при цьому α може бути тільки булевим, а β будь-яким висловлюванням.

Означення 1.6.3 *Розширена динамічна модальна логіка (Extended DDL)*

Аксіоматична система, мова якої дозволяє несуперечливе використання формул виду [Oα]Bβ, де O – деяка доксастична дія, B – оператор переконаності, α – булева формула, а β – будь-яке висловлювання, називається розширеною динамічною модальною логікою.

5. Інтроспективний динамічний суб'єкт, доксастичних вхід якого може включати висловлювання щодо його власного епістемічного стану.

Реалізований С. Ліндстромом і В. Рабиновичем в повній системі DDL, так званій Full DDL [140, С. 22]. В правильно побудованій формулі виду [Oα]Bβ, де O –

деяка доксастична дія, B – оператор переконаності, α і β можуть бути будь-якими висловлюваннями, як про зовнішній світ, так і про епістемічний стан самого суб'єкта.

Означення 1.6.4 *Повна динамічна модальна логіка (Full DDL)*.

Аксіоматична система, мова якої дозволяє несуперечливе використання формул виду [Oα]Bβ, де O – деяка доксастична дія, B – оператор переконаності, α, β – будь-які висловлювання, називається повною динамічною модальною логікою.

В розширеній повній системі DDL суб'єкт може оперувати інформаційним входом будь-якого характеру. Висловлювання, що змінюють множину переконань суб'єкта можуть описувати як зовнішній світ, так і внутрішні бажання самого суб'єкта. Пізнавальні дії можуть бути застосовані повторно, до результату свого попереднього застосування, або до іншої пізнавальної дії.

Окрім інтроспективного розгляду суб'єкта, носія переконань, дослідники звертають увагу і на взаємозв'язок пізнавальних дій та спілкування. Суб'єкт змінює свою множину переконань тільки в результаті процесу пізнання, який він здійснює самостійно, але не тільки за власними спостереженнями, але й у результаті взаємодії з іншими суб'єктами. Опінія, носієм якої є не один суб'єкт, а група (*common beliefs*), також представляє собою цікавий об'єкт розгляду в рамках епістемічної логіки. Дослідження, що спираються на логічні системи DDL і подібні, активно розробляють суб'єктивні, психологічні та соціальні аспекти динаміки переконань. Значних успіхів у розробці вказаного аспекту динаміки переконань досягли А. Балтаг і С. Сметс [66], [67], Й. ван Бентем, Й. ван Ейк [82], Б. Кооі [133].

Методологія DEL

Важливим кроком у розвитку динамічної доксастичної логіки стала розробка універсальної методології динамізації статичних логік, здійснена Г. Дітмархом, Й. ван дер Хойеком та Б. Кооі, Й ван Бентемом [81], [88], [89]. Метод побудови

динамічних епістемічних логік DEL ґрунтується на результатах, отриманих при дослідженні логік DDL синтаксису і принципів їх побудови.

Означення 1.6.5 *Динамізація епістемічних логік (DEL)*.

Динамізація епістемічних логік (DEL) називається метод побудови епістемічної логіки на основі нормальної епістемічної системи (DDL, Extended DDL, Full DDL) шляхом введення в її синтаксис динамічного оператора та редукційної аксіоми, що зв’язує введений оператор з базисною логікою.

Основними перевагами DDL у якості основи для створення розширених аксіоматичних систем можна назвати наступні:

– гнучкий синтаксис;

– розроблена семантика;

– традиційний експансивний спосіб побудови логічних систем – надбудов:

DDL – Extended DDL – Full DDL [139], [140];

– наявність доведених теорем про розв’язність та повноту аксіоматичних систем DDL [172], [174], [176].

Основні принципи DEL

1. Мультисуб’єктність

Можливість оперувати переконаннями декількох суб’єктів та врахування їх взаємодії, можна назвати основною характеристикою епістемічних логік та відповідних моделей, побудованих за методологією DEL. У системах такого типу розгляду підлягає перетворення переконань не тільки одиничного носія переконань, але й групи взаємопов’язаних суб’єктів, які взаємодіють між собою, реагують у відповідь на зміни кола спілкування, соціуму, світу взагалі. Також варто відмітити прагнення врахувати сучасні психологічні, соціальні, маркетингові (найчастіше це ігрова індустрія – див. наприклад [79], [93]) тенденції, дослідження в області

штучного інтелекту, з метою об’єднати їх і виразити у формально-логічних системах.

2. Мультитригерність.

Кожне перетворення переконань має *«спусковий механізм» (trigger*) [80, С. 21]. Епістемічним входом, що породжує зміни, може бути одинична констатація факту, суспільна думка, публічна заява, глобальна інформаційна подія, взаємодія суб’єктів, власна активність суб’єкта. Виходячи з цього, мінімальний набір пізнавальних дій (ревізія, скорочення та розширення) для множин переконань не є достатнім для вираження усіх типів перетворень, що породжуються настільки різноманітними причинами.

3. Розділення знання та переконання.

Суб’єкт оперує як *знаннями (knowledge),* так і *переконаннями (beliefs)*. Різниця, що прийнята у рамках DEL:

– висловлювання вважається *знанням*, якщо суб’єкт розглядає його як добре усталену, підтверджену істину і менш за все всього схильний відмовлятися від нього;

– *переконанням* буде вважатися те висловлювання, яке може бути змінене у результаті надходження нової інформації, оновлення [80].

Таке розуміння не передбачає глибокого філософського аналізу понять знання та переконання, а скоріш дає змогу розглянути їх як можливі сценарії діяльності суб’єкта. Вказана відмінність приводить до розрізнення інформації, що надходить, в залежності від її впливу на знання та переконання суб’єктів.

Означення 1.6.6 *Сильні факти (hard facts)*.

Інформація, що змінює знання і/або можливо переконання суб’єктів називається сильними фактами.

Означення 1.6.7 *Слабкі факти (soft facts)*.

Інформація, що змінює лише переконання суб’єктів називається слабкими фактами.

4. Наявність спільної основи.

Основа, що використовується у методології DEL, її логічний базис – це DDL К. Сегерберга, розширена і повна, яку часто називають *нормальною епістемічною логікою*. Незважаючи на незначні модифікації позначень, суть базисної логіки залишається та сама. Подальші розширення епістемічних логік ґрунтуються на доведених властивостях системи аксіом DDL.

5. Редукційність динамічних операторів.

Методологія DEL представляє собою спосіб динамізації статичної логіки. Основа – нормальна епістемічна логіка. Розширюючи базову статичну логіку шляхом явного введення деякої дії, можна отримати динамізовану логіку. Примітно, що експлікація будь-якої дії в базовій логіці здійснюється за допомогою низки редукційних законів (аксіом). Таким чином, будь-яка дія може бути визначена у пропозиційній мові і, відповідно, отримане розширення також буде розв’язним, як і базова логіка.

Методологія DEL може бути описана таким *алгоритмом*:

1. Вибір базової статичної логіки переконань та відповідної моделі, що дозволяє описувати інформаційні стани групи суб’єктів.

2. Аналіз інформаційних подій – тригерів. Встановлення ступеню їх впливу на інформаційний стан групи, дослідження характеру відповідних змін.

3. Опис події як динамічного розширення базової логіки.

4. Опис інформаційного стану групи після появи події у пропозиційній мові.

5. Введення аксіом редукції.

Отримана дворівнева логіка містить статичний базис та динамічне розширення. На рівні базису існує повна система аксіом для будь-якої вибраної моделі. На рівні розширення – множина редукційних аксіом, що зводять динамічні дії до

пропозиційних виразів. Таким чином, якщо базис розв'язний, то розв'язна і отримана логіка.

У якості прикладу використання динамізації логіки способом DEL розглянемо дві системи: логіку публічного проголошення і побудовану на її основі логіку умовних переконань.

PAL *Public Announcement Logic*

Логіка публічного проголошення [79], [133], [157].

За основу взята стандартна епістемічна логіка, у якій до пропозиційної логіки додані модальні оператори:

- індивідуального знання: $К_i\varphi$ – «суб'єкт *i* знає, що φ».
- загального знання: $C_G\varphi$ – «група G знає, що φ».
- $<i>\varphi$ – дуальна модальність до $К_i\varphi$ – «*i* вважає φ можливим»,
- $<C_G>\varphi$ – дуальна модальність до $C_G\varphi$ – «група G вважає φ можливим».

Динамізація статичної епістемічної логіки здійснюється за рахунок введення події публічного проголошення !P. Публічне проголошення (!P) істинності висловлювання P змінює поточну модель M таким чином. що отримана в результаті виконання заявленої дії, підмодель M | P у якості основної множини містить тільки світи, що породжують P. Світи, у яких підтримується ¬P повинні бути елімінові. В результаті кожного такого оновлення змінюються істиннісні значення формул, релевантних P. Суб'єкт, який раніше знаходився у невіданні щодо P, після виконання дії !P отримує про нього інформацію. Завдання логіки публічних проголошень полягає у відслідкуванні змін істиннісних значень. Використовуючи раніше визначені властивості аксіоматичної системи базової логіки, доводиться теорема про відповідні властивості побудованої динамічної логіки.

Теорема 1.6.8 *Аксіоматизація логіки умовних переконань* [80, С. 7].

Логіка публічних проголошень PAL може бути повністю аксіоматизована за допомогою множини аксіом, до якої входять:

1. Система аксіом базисної логіки.

2. Редукційна аксіома вираження інформаційного стану загального знання після здійснення публічного проголошення.

Логіка умовних переконань

У якості основи взята стандартна епістемічна логіка, розширена шляхом додання дії публічного проголошення !P. Статична модель виглядає таким чином:

$M = \langle M; \{\leq_{i,s}\}, i \in I; V \rangle$,

де M – множина всіх можливих світів, V - оцінка, $\leq_{i,s}$ тернарне відношення переваги – рефлексивне, транзитивне і зв'язне.

$\leq_{i,s}$ xy читається як «суб'єкт *i*, у світі s, вважає x менш прийнятним, ніж y».

Подібні моделі часто використовуються дослідниками. Свій початок вони беруть від моделей Д. Льюїса для умовних висловлювань [137], також знаходять застосування в логіці переваг Б. Шпона [181], [182] і подібних системах з нестрогим ранжуванням [152], [153], [154]. Геометрично такий порядок відображається системою вкладених сфер. Публічне проголошення !P змінює таку модель дещо інакше, ніж попередню, для PAL. У даному випадку в результаті оновлення, повинен бути відкинутий «старий» порядок світів. Ця дія здійснюється за допомогою виконання так званого *лексикографічного апдейта* ⇧P.

Означення 1.6.9 *Лексикографічний апдейт* ⇧P.

Лексикографічним апдейтом ⇧P називається інструкція, яка вимагає відкинути існуючий порядок можливих світів і встановити новий, при якому всі P світи стають більш прийнятними, ніж ¬P світи.

Такий безжальний розгром старого порядку дещо нагадує соціальні революції – «хто був ніким, той стане всім». Послабленням лексикографічного апдейта у такому контексті стане *елітарне перетворення (elite change*).

Означення 1.6.10 *Елітарне перетворення* $\uparrow P$.

Елітарним перетворенням $\uparrow P$ називається інструкція, що вимагає переміщення всіх P світів наверх, шляхом надання їм найвищого ступеню прийнятності, але при цьому вихідний порядок зберігається для всіх інших можливих світів.

Теорема 1.6.11 *Аксіоматизація логіки умовних переконань* [81].

Логіка умовних переконань на основі PAL може бути повністю аксіоматизована за допомогою множини аксіом, до якої входять:

1. Система аксіом базисної логіки.

2. Редукційна аксіома логіки публічних проголошень PAL, що виражає інформаційний стан загального знання після здійснення публічного проголошення.

3. Редукційна аксіома для умовних переконань.

Наведені аксіоматичні системи ілюструють один з найпопулярніших напрямків дослідження процесів, пов’язаних з перетворенням переконань у самих різноманітних сферах їх застосування.

Логіки, динамізовані за допомогою методології DEL, мають прикладне застосування і часто створюються ad-hoc для конкретної предметної області. Незважаючи на їх зручність та значне поширення, динаміка, заявлена в подібних логіках, реалізована за допомогою штучних засобів і не закладена у самій мові логіки. Основна перевага динамізованих логік DEL полягає в їх багатоманітності, гнучкості та певній простоті створення і модифікації, що дає змогу активно застосовувати їх у якості логічного апарату дослідження різноманітних предметних сфер.

1.7 Аналіз та порівняння основних підходів до перегляду знань та переконань

Два основних напрямки AGM та динамічна логіка DDL, що визначають концепції перегляду знань, мають ряд суттєвих відмінностей, але багато в чому й подібні. Крім того, існує розгалуження і в рамках самих підходів. Обидва напрямки досліджують динаміку перетворення знань та переконань, при цьому використовуючи практично універсальний категоріальний апарат та спільні вихідні принципи. Перш за все, варто звернути увагу на те, що AGM і DDL це не просто деякі теорії чи підходи, що конкурують між собою в області епістемологічних досліджень. Скоріше це дві методології дослідження динаміки знань та переконань. Їх основними відмінностями є виразна потужність мови, власне синтаксис і спрямованість досліджень. AGM моделі більш загальні і створюють в основному концепцію явища у цілому. DDL моделі більш виразні, ретельно розроблені й конкретизовані. У той час як AGM підхід передбачає більш поглиблене вивчення основних пізнавальних дій та їх властивостей, логіки DDL синтаксису намагаються охопити якомога ширшу предметну область.

Більш детальний розгляд основних принципів обох підходів дає можливість виділити дві групи характеристик. До першої групи можна віднести властивості, спільні для обох підходів. До другої групи віднесемо ті характеристики, у яких DDL і AGM доповнюють одна одну.

Характеристики, спільні для AGM і DDL

1. Сентенційність.

Незмінним вихідним принципом для обох підходів залишається сентенційність використовуваних моделей. Стан переконань представлений у вигляді множини переконань. Базовий синтаксис містить синтаксис пропозиційної логіки, який за необхідності розширюють знаками досліджуваних операцій, термоутворюючими операторами, модальними операторами.

2. Атемпоральність.

Розроблені системи спрямовані на обробку інформаційного входу і не містять змінних часу. В рамках динамічної логіки механізм обробки зовнішніх надходжень узагальнений. У якості каталізатора перетворень може бути розглянута інформація, отримана не лише зовні, але й у результаті власної внутрішньої активності суб'єкта.

3. Постулатна основа.

AGM стратегія ґрунтується на постулатах скорочення: основних С1–С6 і додаткових С7–С8 [111]. Постулати виражають вимоги, яким повинна задовольняти операція скорочення, як найбільш складна для визначення пізнавальна дія. Ці самі обмеження пізнавальних дій використані і в динамічних логіках на основі DDL. В аксіоматичних системах постулати відображені в основних аксіомах. При змістовному обґрунтуванні DDL систем знову ж таки використовуються критерії раціональності, розроблені AGM.

4. Первинні пізнавальні операції.

Первинні пізнавальні дії аналогічні у рамках обох підходів – це розширення та скорочення. Відповідно, обидві системи розглядають низку вторинних операцій, починаючи з ревізії (перегляду) переконань. Крім ревізії переконань розглядаються й інші пізнавальні дії, наприклад, консолідація для баз переконань. Деякі дослідники розглядають оновлення (update) як незалежну пізнавальну дію [117], [121]. Стратегія DDL також підтримує можливість розгляду незалежних пізнавальних операцій найрізноманітнішого характеру (публічне проголошення, лексикографічний апдейт і подібні.), що не можуть бути виражені в термінах первинних пізнавальних дій (скорочення та розширення) [81], [86], [93].

5. Спосіб представлення епістемічного стану.

Обидва підходи, і AGM, і DDL використовують мову, що не дає можливості синтаксично реалізувати виправдальні структури. Упорядкування, ранжування, сортування переконань у обох підходах здійснюються за допомогою введення відношення порядку. В AGM основні дослідження властивостей відношення порядку на множинах переконань здійснені Д. Макінсоном та ін. Для подібних відношень порядку введена назва – *ациклічна ієрархія* [145]. Узагальненням ациклічної ієрархії та обережного скорочення на її основі пізніше стає відношення

епістемічної укоріненості та відповідне йому скорочення, розроблені С. Ханссоном [125]. Відношення порядку, що використовуються в DDL, ґрунтуються на дослідженнях епістемічної укоріненості Ханссона та системі рангів Б. Шпона [182].

6. Семантична інтерпретація.

У якості основи для семантичних досліджень і AGM і DDL найчастіше використовують принципи семантики можливих світів С. Кріпке, семантики контрфактичних висловлювань і умовних висловлювань Д. Льюїса. В DDL активно використовуються розширення цих систем (наприклад, *оніон-семантика* [176], *броколі-семантика* [81]). Ліндстром і Рабинович розглядають еліптичне розширення сферичної моделі А. Грува [140], [159], класичної для AGM. За допомогою такого розширення автори наглядно реалізують індетермінованість ревізії. Еліптичне розширення Ліндстрома і Рабиновича включає систему сфер Грува як частковий випадок для детермінованої ревізії.

Незважаючи на деяку принципову подібність підходів AGM і DDL, між ними існує ряд відмінностей. Звернемо увагу на деякі з них.

Характеристики, відмінні в AGM і DDL

1. Співвідношення знання та переконання.

В AGM немає чітко визначеної відмінності між знаннями суб'єкта і переконаннями суб'єкта. Позначення $\alpha \in \mathbf{K}$ переважно означає, що дехто переконаний в α, рідше – що дехто знає, що α. DDL і логіки, що базуються на синтаксисі DDL, використовують два модальних оператора **B** (суб'єкт *переконаний*) і **K** (суб'єкт *знає*). В первинній системі DDL, розробленій К .Сегербергом [171], за замовчуванням використаний оператор **B** – переконаності. Пізніші логіки на основі DDL, все частіше явно розмежовують переконання і знання, використовуючи обидві модальності. Таке розмежування дає можливість дослідити так звані «слабкі» та «сильні» зміни, що відповідно змінюють переконання та знання суб'єкта [75], [76].

2. Мультисуб'єктність.

На відміну від AGM динамічні логіки переважно *мультисуб'єктні*. В AGM дослідження операторів перетворення переконань відбувається без явної вказівки на суб'єкта, носія знань. Неіндексована теорія **K**, як множина переконань деякого ідеального суб'єкта цілком достатня для визначення потрібних доксастичних операцій і подальшого їх аналізу. Логіки DDL синтаксису часто використовують індексацію, що повинна відображати мультисуб'єктність процесу зміни переконань. В найбільш загальному вигляді епістемічні модальності індексуються підрядковою вказівкою суб'єкта (суб'єктів). Тобто, запис $K_i\varphi$ передбачає, що «суб'єкт *i* знає φ». Також синтаксис DDL дає можливість оперувати груповими, загальними знаннями (common beliefs, common knowledges) – $C_G\varphi$ – «група G знає, що φ».

3. Індетермінованість результатів пізнавальних дій.

Функціональне представлення AGM операторів зміни переконань передбачає однозначне визначення результату виконання тієї чи іншої операції зміни теорії. Тому в моделях AGM синтаксису не введені ніякі додаткові оператори, що встановлюють однозначність чи варіативність результату зміни. На відміну від однозначності операторів AGM, теорії, в основі яких лежить концепція DDL, активно використовують наступні оператори та подібні до них: $[\phi]\varphi$ – «після виконання ϕ обов'язково отримаємо φ», а також дуальний оператор $<\phi>\varphi$ – «після виконання ϕ можливо отримаємо φ». Таким чином, явно вказана індетермінованність доксастичних операцій. В цьому випадку між вихідною множиною переконань і результуючою множиною переконань не може бути встановлена функціональна залежність.

4. Формалізація.

Методологія побудови динамічних логік передбачає створення аксіоматичної системи, дослідження її формальних властивостей, що й дає право розглядати цей підхід як засіб створення логіки. Аксіоми таких логік часто виражають необхідні постулати AGM (див. наприклад [127]). «Статична», як її часто називають, модель AGM розвивається у функціональному напрямку. Приймаючи за точку відліку

множину постулатів, дослідники розглядають ключові властивості та взаємозв'язок первинних операторів, способи їх реалізації, можливості застосування.

5. Інтенсивність та екстенсивність розвитку.

Для методології AGM характерний «горизонтальний» розвиток. Низка способів розгляду пізнавальних операторів має на меті створення рівноцінних підходів до опису пізнавальної дії (в основному скорочення). Завершальним етапом побудови певного виду пізнавальної дії виступає формулювання і доведення репрезентаційної теореми. За її допомогою встановлюється зв'язок між розробленим підходом і раніше відомим способами розгляду пізнавальних операторів. В цілому, основні концепції AGM попарно еквівалентні. Рівносильність підходів встановлюється шляхом доведення низки репрезентаційних теорем, наприклад див. [129]. Найбільш розробленими способами дослідження пізнавальних дій в AGM можна назвати наступні:

Аксіоматичний (постулатний) спосіб описання пізнавальних дій. У ньому використовуються основні постулати скорочення С1-С6.

Конструктивні способи – скорочення часткового перетину (*partial meet contraction*), скорочення ядра (*kernel contraction*).

Семантичний спосіб – сферичні скорочення ($).

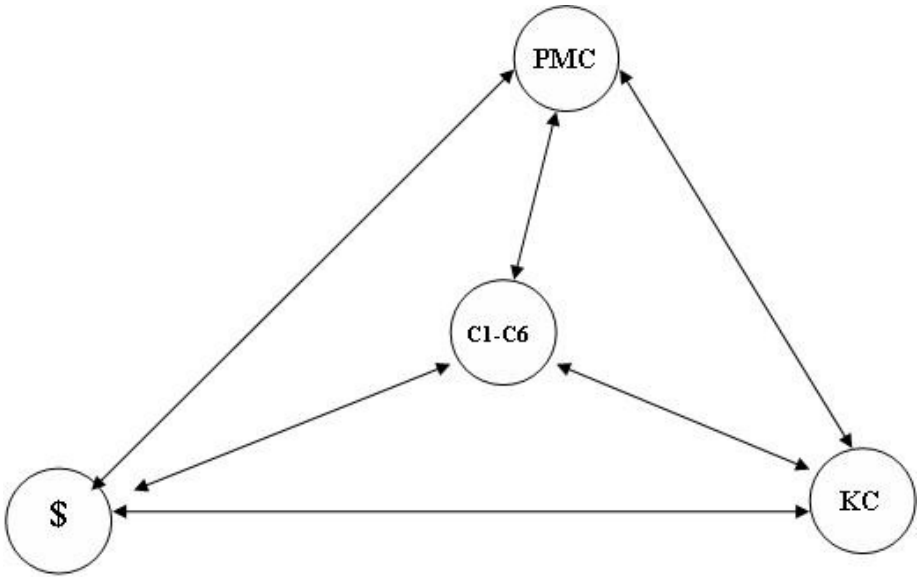


Рис. 1.11

Всі ці способи представлення операції скорочення попарно еквівалентні. На рисунку 1.11 зображена взаємна відповідність способів представлення оператора скорочення AGM, що задовольняє основним постулатам скорочення C1-C6, де:

C1-C6	– основні постулати скорочення AGM	(AGM contraction),
PMC	– скорочення часткового перетину	(Partial Meet Contraction),
KC	– скорочення ядра	(Kernel Contraction),
$	– сферичне скорочення	(Sphere Contraction).

Теорема 1.7.1 *Репрезентаційна теорема 4 основна (узагальнена).*

Скорочення часткового перетину, скорочення ядра, сферичне скорочення і набір основних постулатів скорочення AGM (C1-C6) – попарно еквівалентні.

Доведення теореми слідує з теореми 1.4.10 (репрезентаційної теореми 1), теореми 1.4.15 (репрезентаційної теореми 2), теореми 1.4.25 (про відповідність м’якого скорочення ядра постулатам скорочення) та теореми 1.5.1 (репрезентаційної теореми 3).

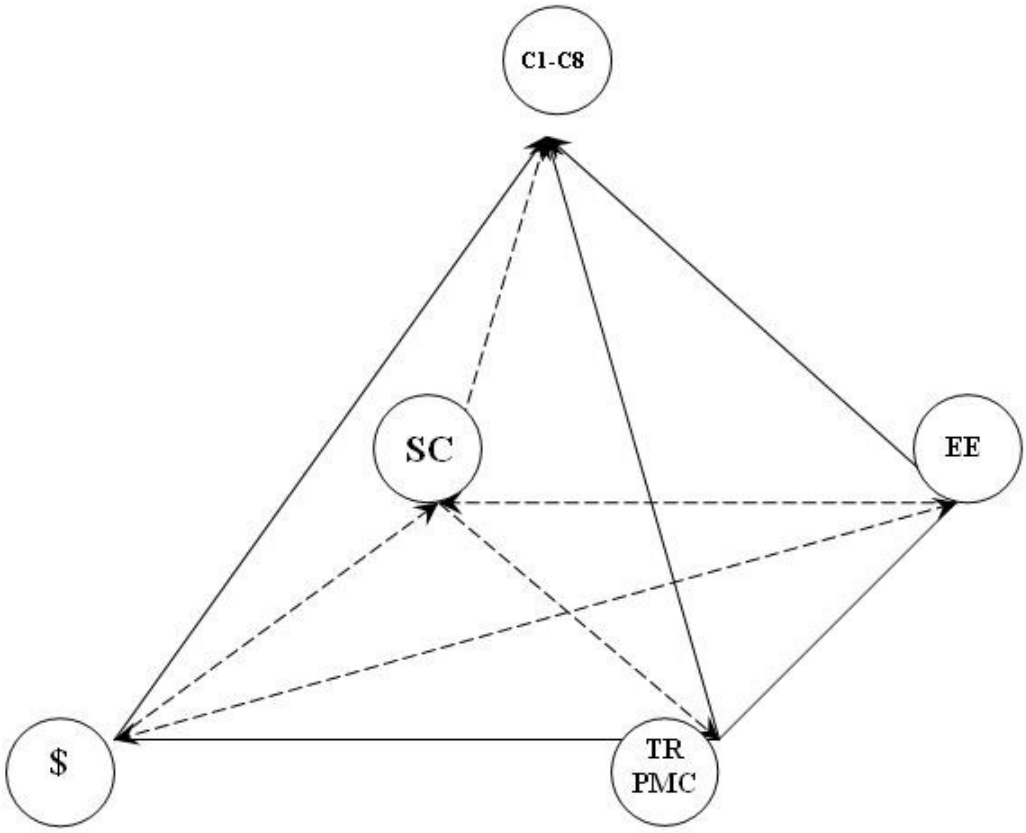


Рис. 1.12

Якщо розглянути взаємозв'язок підходів AGM на основі додаткових постулатів, то картина дещо ускладнюється, але попарна еквівалентність зберігається, що зображено на рисунку 1.12, де:

C1-C8	– постулати скорочення AGM	(AGM contraction),
TR PMC	– транзитивно реляційне скорочення часткового перетину	(Transitive Relational Partial Meet Contraction),
SC	– обережне скорочення	(Safe Contraction),
EE	– скорочення епістемічної укоріненості	(Epistemic Entrenchment)
$	– сферичне скорочення	(Sphere Contraction).

Теорема 1.7.1 *Репрезентаційна теорема 4 додаткова (узагальнена).*

Оператори транзитивно реляційного скорочення часткового перетину, обережного скорочення, скорочення епістемічної укоріненості, сферичного скорочення і набір постулатів скорочення AGM (C1-C8) – попарно еквівалентні.

Доведення теореми для додаткових постулатів скорочення аналогічне доведенню теореми для основних постулатів.

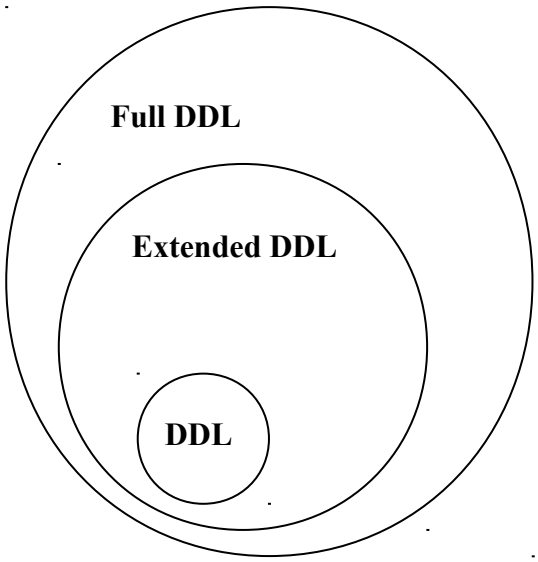


Рис. 1.13

Для логік DDL синтаксису характерним є «вертикальний» спосіб розвитку – експансія, графічно така модель зображена на рисунку 1.13.

На основі аксіоматичної системи, що володіє вже доведеними властивостями і розробленим синтаксисом, будується нова аксіоматична система – розширення основної. Можливість такої побудови передбачена розробленою методологією динамізації статичних логік DEL [88], [89].

Головним досягненням DDL подібних логік, стало доведення повноти аксіоматичної системи Full DDL Крістером Сегербергом [174]. Full DDL – повна система динамічної доксастичної логіки, розроблена Ліндстромом і Рабиновичем [140]. Вона дає можливість оперувати формулами виду $[O\alpha]B\beta$, де O – деяка

доксастична дія, B – оператор переконаності, α і β можуть бути будь-якими висловлюваннями, як стосовно зовнішнього світу, так і стосовно епістемічного стану самого суб'єкта пізнання. Фактично, це дає можливість зняти обмеження предметної області α і β, що представляють собою епістемічний вхід і результат зміни. Суб'єкт Full DDL може оперувати інформацією будь-якого роду – від використовуваної в AGM інформації про зовнішній світ, до інформації, породженою своїми внутрішніми потребами та бажаннями. Звичайно, це значно розширяє сферу застосування DDL, але й суттєво ускладнює її структуру. При побудові чергової динамічної логіки в її основу кладеться базовий синтаксис DDL (іноді у зміненому вигляді). В кінцевій системі зазвичай наводиться низка редукційних аксіом, що дозволяють виразити введені дослідником додаткові динамічні позначення у базисній мові. Завершальним етапом побудови такої аксіоматичної системи стає дослідження її формальних властивостей і доведення відповідних теорем на основі вже доведених теорем про властивості базисної логіки DDL.

6. Статичність та динамізованість.

Дослідження динаміки зміни переконань в рамках AGM підходу реалізується за допомогою аналізу механізмів пізнавальних дій і однозначного визначення пізнавальних операцій. Логіки DDL синтаксису дослідження динаміки перетворення множини переконань здійснюють шляхом динамізації самої логіки за допомогою методології DEL: розширення статичної базової логіки DDL шляхом введення динамічних операторів, що виражаються у базисній мові. У якості дій DEL використовують публічне проголошення, різноманітні види оновлень тощо.

У результаті проведеного аналізу можна дати відповідь на питання, чи є підходи AGM та DDL несумісними, чи протилежними традиціями дослідження множин переконань. Однозначно можна вказати на те, що кожен з вказаних відходів володіє рядом переваг і між ними дійсно існує ряд суттєвих розбіжностей, але не можна говорити про якісь нерозв'язні суперечності між ними. Так само не можна стверджувати, що одна з систем більш зручна, виразніша, корисніша ніж інша. У

деяких випадках таке зауваження буде корисним, але тільки в першому наближенні. Фактично AGM і DDL це два рівня розвитку доксастичних та епістемічних досліджень. Якщо AGM забезпечує основну теоретичну базу, у її рамках здійснюється основна робота на описовому метарівні, що «задає тон» предметним пошукам, то DDL - логіки реалізують і розширюють предметну область застосування доксастичних досліджень. В рамках AGM здійснюються формальні дослідження ідеалізованих конструкцій з метою встановлення їх загальних властивостей, побудови загальної концепції та методології. DDL синтаксис дає можливість реалізувати доксастичний підхід для аналізу динамічних процесів у найрізноманітніших областях людської діяльності – системи прийняття рішень, комп’ютерні ігри, формування громадської думки тощо.

1. 8 Основні проблеми перегляду переконань

Незважаючи на велику кількість досліджень, у галузі доксастичної логіки залишається досить широке коло відкритих питань. Умовно можна розділити перелік невирішених питань перегляду переконань на декілька груп. При цьому розглянемо лише питання, що стосуються теми дослідження.

Питання, що стосуються загальних принципів побудови моделей.

До групи відносяться питання, пов'язані з вибором рівня і способу ідеалізації моделі, вибір об'єктної мови, способу представлення епістемічного стану тощо. Також постають питання щодо принципової можливості моделювання процесу перетворення людських переконань, адже це досить складне явище, не позбавлене суб'єктивності. Процес людського мислення цікавить представників найрізноманітніших галузей науки, але при створенні принципової моделі, яка могла б претендувати на статус логіки перегляду переконань доводиться змінювати деякі характеристики суб'єкту пізнання. Проблемним залишається введення і спосіб реалізації обмежень, які повинні забезпечити адекватність доксастичної моделі. Крім того, в процесі перетворення переконань, що здійснюється людиною, існує ряд явищ, які приймають безпосередню участь у процесі, але не можуть бути виражені за допомогою логічних термінів – емоції, бажання, почуття, враження тощо. Тому знову ж таки постає питання, чи може доксастична модель вважатися адекватною, якщо вона не відображає такий суттєвий аспект зміни переконань і чи існує взагалі спосіб його врахування.

До групи загальних питань відносяться і питання щодо вибору і забезпечення виконання критеріїв раціональності. У будь-якому випадку, такі критерії присутні у кожній моделі, вони покликані забезпечувати цілісність та несуперечливість системи переконань, стійкість та адекватність реакції моделі, ідентичність способу представлення вихідного та зміненого станів переконань тощо.

Питання, що стосуються механізму перегляду переконань.

Друга група відкритих питань містить проблеми специфічного характеру, що визначаються особливостями об’єкту дослідження. Сюди можна віднести дискусії щодо способу представлення пізнавальних дій, однозначності результату їх виконання, можливості представлення статусу переконання тощо. Особливо неоднозначно вирішуються питання щодо властивостей пізнавальних операторів, але саме вони потребують принципового вирішення в рамках побудованої моделі. Проблематичною є можливість композиції доксастичних операторів, повторне їх застосування (ітерація). Немає однозначного вирішення проблеми декомпозиції пізнавальних операторів, визначення так званих первинних та вторинних пізнавальних операторів. Актуальною є проблема «чистоти» пізнавальних операторів, відшукання прикладів їх застосування та можливості дослідження. Знаходження нових способів перетворення переконань породжує ряд питань, пов’язаних з дослідженням їх властивостей та можливості вираження за допомогою первинних пізнавальних операторів. І, можливо, найцікавішою проблемою є знаходження всіх можливих способів перетворення переконань та, як наслідок, означення відповідних доксастичних операторів. Враховуючи той факт, що перелік пізнавальних дій постійно поповнюється, все гостріше постає проблема чіткого обґрунтування первинних, атомарних пізнавальних операторів. Основними претендентами на цей статус є розширення та скорочення, але цей аспект також потребує ґрунтовного дослідження, що ускладнюється труднощами у відшуканні прикладів застосування цих операторів у чистому вигляді.

Питання, що стосуються зв’язку існуючих підходів до перегляду переконань.

Окреме коло проблем визначається наявністю двох рівноцінних підходів до побудов доксастичних моделей: функціонального, статичного підходу AGM та динамічної доксастичної логіки DDL. Ряд дискусій породжують питання щодо можливості поєднання цих підходів, доцільності застосування у кожному окремому випадку і переваг кожного напрямку.

Потрібно зазначити, що наведена систематизація відкритих питань перегляду переконань є досить умовною і здійснена скоріш задля зручності розгляду, адже

найчастіше подібні проблеми взаємопов'язані і потребують комплексного вирішення. Розглянемо деякі актуальні питання перегляду переконань більш докладно та конкретизуємо їх.

Перш за все варто звернути увагу на питання, що виникають при визначенні характеристик самої доксастичної моделі. Очевидно, що при побудові будь-якої моделі використовуються різноманітні спрощення та обмеження. Саме вони дозволяють відокремити суттєві аспекти досліджуваного явища і визначити більш вузькі рамки області вивчення. Використання терміну «переконання» – це вже спрощення, що нівелює будь-який особистісний аспект переконання. При дослідженні процесу перетворення знань та переконань ставлення суб'єкта – носія переконань до їх змісту, відходить на другий план. Крім того, розглядаючи множину переконань суб'єкта, до неї застосовують критерії раціональності (пріоритетності нової інформації, мінімальності змін тощо). Ці критерії достатньо прості та інтуїтивно зрозумілі, але вони суттєво обмежують можливість моделювання дійсного процесу розвитку і перетворення переконань людини. Однією з таких вимог є обов'язкове прийняття суб'єктом усіх наслідків своїх переконань, що в дійсності практично неможливе. Подібні вимоги при побудові моделі реалізуються у процесі ідеалізації. Зазначимо, що цей процес може здійснюватись у двох напрямках: спрощення та вдосконалення, кожен з яких має свої особливості застосування. Задля зручності застосовується спрощувальна ідеалізація, якщо ж йдеться про ідеальну доксастичну модель, мають на увазі, що вона існує лише як розумова концепція. Ідеалізація у такому смислі передбачає «умисне спрощення певної складної ситуації з метою досягнення, принаймні часткового розуміння» [121, С. 38].

Поряд з таким розумінням існує ще один спосіб ідеалізації, а саме надання об'єкту дослідження перебільшених якостей, застосування надто завищених вимог. У такому випадку фактично йдеться про створення моделі, настільки досконалої, що вона не може мати реального застосування у дійсному світі. При створенні формальних моделей перегляду переконань (AGM та інші) використовується

ідеалізація в обох розглянутих смислах. Ханссон розглядає ці два типи ідеалізації і вказує на проблеми, що виникають при використанні таких моделей [121, С. 39].

Так, моделі, створені за допомогою спрощеної ідеалізації, не враховують цілу низку особливостей дійсного процесу перетворення переконань, не відображають його справжню складність та різноманітність. Створені за допомогою «удосконалюючої» ідеалізації моделі представляють собою зразки, що використовують настільки завищені стандарти раціональності, що реальний суб'єкт пізнання не може задовольняти їм.

Рівень досконалості моделі, так само як і рівень ідеалізації – важлива характеристика моделі перегляду переконань. Найчастіше епістемологічні моделі мають справу з ідеальним суб'єктом пізнання і передбачають наявність у нього необмежених пізнавальних здатностей. Це дуже зручно при побудові формальних моделей, у яких суб'єкт повинен опрацьовувати нескінченні об'єкти (на кшталт нескінченної множини переконань), та не зовсім відповідає дійсності. Суб'єкт епістемічної моделі повинен володіти *обмеженими* пізнавальними здатностями і раціонально їх застосовувати. З цієї точки зору скінченність та зчисленність – невід'ємні характеристики формальних моделей. Таке обмеження може бути реалізоване шляхом використання моделей зі скінченним представленням стану переконань, наприклад *баз переконань*. Проте скінченність – занадто слабке обмеження і, хоча воно наближає нас до реалізації більш реалістичного використання пізнавальних здібностей суб'єкта, та не охоплює закономірностей динаміки переконань у загальному випадку.

Опрацювання нескінченої множини переконань є найбільш загальним і математично найлегшим підходом, але його використання органічно пов'язане з іншими характеристиками моделі: здатністю суб'єкту пізнання усвідомлювати всі наслідки своїх переконань, та «рівномірним» способом представлення переконань у системі, без урахування ступенів переконаності.

З одного боку така ідеалізація надто перебільшує здатності суб'єкту, надаючи йому можливість обробляти нескінчену множину переконань. З іншого боку, це суттєве спрощення, так як неможливість прийняття всіх наслідків своїх переконань

суб’єкт компенсує ієрархізацією переконань. Людина наділена можливістю відділяти суттєве від побічного, виокремлювати множину свої основних переконань або ж мимоволі впорядковувати свої переконання за їх цінністю чи принциповістю. Проте, якщо людина застосовує певні суб’єктивні критерії до впорядкування своїх переконань і виконує відповідні дії часто навіть не замислюючись над ними, в рамках доксастичної моделі такий підхід реалізувати досить складно.

Формальними способами впорядкування переконань є введення ряду відношень на множині переконань, що відображають ступені переконаності суб’єкту. Введення відношення порядку на множині переконань повинне відобразити ту систематизацію, що здійснює суб’єкт внаслідок усвідомлення свого ставлення до кожного переконання. Суб’єкт постійно вводить відмінності між переконаннями: у щось він вірить більшою мірою, про щось тільки чув і при надходженні нової інформації може з легкістю змінити саме це, менш достовірне переконання. Переконання суб’єкта можуть бути проградуйовані за найрізноманітнішими підставами: достовірність, цінність, принциповість позиції, авторитетність джерела, впевненість тощо. Такі градації переконаності дуже цікаві як у пізнавальному смислі, так і в їх формальній реалізації, хоча всі способи суб’єктивної ієрархізації переконань формалізувати неможливо.

Взагалі розглядають два підходи до впорядкування множини переконань [90], [111], [121], [129].

Статична концепція ступенів переконаності – ступінь переконаності суб’єкта в достовірності висловлювання тим вищий, чим більше він упевнений в переконанні.

Динамічна концепція рівня опірності змінам – ступінь переконаності тим вищий, чим важче змінити дане переконання.

Ймовірнісні та дихотомічні моделі не підтримують різницю між такими розумінням ступенів переконаності. Проте деякі натяки на їх розрізнення можуть бути знайдені в літературі щодо зміни теорій (*belief revision*). Так, Ісаак Леві проводить ретельне відмежування впевненості від незмінності (*incorrigibility*) [135].

Впевненість суб’єкта може бути обґрунтована різноманітними способами, наприклад, за допомогою логічного доведення, правильність якого визначається

правилами виводу та істинністю знову ж таки переконань, що в ньому використовуються. Або ж суб'єкт може посилатися на спосіб отримання переконання, достовірність, перевіреність, популярність чи авторитетність джерела. Стійкість відносно змін визначається іншими параметрами, схожими на характеристики бінарного відношення укоріненості, запропонованого Герденфорсом [113].

Таким чином, проблема полягає у тому, що звичайні дихотомічні моделі, які однозначно розділяють висловлювання на переконання і не переконання, не дають можливості розрізняти висловлювання щодо ступенів переконаності та стійкості до змін [121, С. 43]. Відкритим залишається питання про способи представлення і можливості зведення переконаності та незмінності у єдину концепцію та реалізація її в рамках дихотомічних моделей.

Способи представлення переконань значною мірою залежать від об'єктної мови, адже саме її потужність визначає способи представлення предмету дослідження. Проблема вибору об'єктної мови повертає нас до групи питань, що стосуються суттєвих характеристик доксастичної моделі, але знову ж таки потребує врахування специфіки об'єкта дослідження.

Переконання суб'єкта повинні бути представлені до розгляду якомога зручнішим способом. Розглядаючи саму множину переконань, ми штучно ізолюємо переконання від інших учасників мислительного процесу, – емоцій, переваг і т.п. Переважна більшість доступних доксастичних моделей *сентенційні*, тобто переконання представлені виключно у вигляді висловлювань. Зрозуміло, що це також є ідеалізацією. Фактичні переконання не обов'язково мають структуру речень звичайної мови. Однак, хоча висловлювання не охоплюють всі аспекти переконань, вони забезпечують найкраще і доступне представлення переконань [129, С. 2].

Зупинившись на такому способі представлення переконань, ми приходимо до проблеми розширення об'єктної мови. У більшості доксастичних моделей, речення, що представляють собою переконання, прийнято вважати елементами простої істинно-функціональної логічної мови – висловлюваннями. Відповідно, операції, що виконуються над множиною переконань, повинні бути представлені в рамках такої

моделі. Але що відбувається при доданні в об’єктну мову неасерторичних висловлювань – модальних і умовних висловлювань? Подальша формалізація у цьому напрямку передбачає перетворення та уточнення операцій моделі. Проблема обробки модальних та умовних висловлювань в доксастичних моделях, дослідження пізнавальних дій над такими висловлюваннями тощо, добре відома в епістемології, але вже довгий час знаходиться у переліку відкритих питань [71], [104], [111], [117], [121], [141], [144].

При побудові доксастичних моделей одразу виникає питання, яку саме інформацію буде обробляти модель, яким чином і у якому вигляді інформація повинна надходити до моделі, крім того, потрібно одразу передбачити можливі стани моделі після можливих перетворень.

Більшість доксастичних моделей передбачають обробку інформації, що надходить зовні (*input-assimilation*) [129, С. 1]. В них присутній характерний математичний елемент – функція, що кожній парі з вихідного стану переконань і отриманого входу, ставить у відповідність новий стан переконань. У правильно побудованій моделі, що обробляє зовнішні надходження, результат будь-якого перетворення повинен мати той самий формат, що й до перетворення. Цей принцип називають принципом категоріальної відповідності [114]. Якщо зміни здійснювалися над базою переконань, то результатом повинна також бути база переконань. Аналогічно, якщо вихідний стан переконань – це набір переконань, поєднаний з інформацією про вразливість його елементів, новий стан переконань після перетворення повинен містити ті самі елементи, а не перетворитися, наприклад, в набір переконань без супроводжувальної інформації щодо їх вразливості чи пріоритетності [127], [138].

Принцип категоріальної відповідності видається простим та інтуїтивно прийнятним критерієм, але в дійсності забезпечити його виконання досить важко. Наприклад, оригінальна AGM модель не задовольняє цьому критерію. Практично в її рамках розглядаються тільки множини переконань, замість пари, що складається з множини переконань та функції вибору [121, С. 45]. В результаті перетворення системи змінюється і множина значень функції вибору, але ця інформація

знехтувана. Тому виникає наступне питання, яким чином потрібно змінити чи вдосконалити модель, щоб забезпечити виконання категоріальної відповідності?

Більшість доксастичних моделей, особливо побудовані на основі AGM розглядають лише зовнішні надходження, тобто передбачають наявність позасистемної події, що призводить до перетворення системи переконань. При цьому моделі, що асимілюють вхідну інформацію нехтують змінами, що відбуваються всередині системи переконань. Такі моделі показують ефект впливу зовнішніх причин на системи, що реагують лише за наявності таких причин і стабільні за їх відсутності. Вказана поведінка робить їх більш-менш задовільними для моделювання важливих аспектів динаміки людських переконань. Для більшості досліджень це допустима та розумна ідеалізація. Такий підхід допускає ігнорування тих змін переконань, що не мають безпосередньої зовнішньої причини і допомагає зосередитись на дослідженні самого механізму зміни переконань. Визначення можливих причин, що викликають перетворення переконань тягне за собою необхідність описання механізмів обробки цих причин, визначення типів можливих пізнавальних операцій, дослідження їх властивостей тощо.

Перетворення множини переконань, що відбуваються внаслідок надходження зовнішніх переконань, описані досить докладно, але механізми здійснення суто внутрішніх перетворень майже не досліджені. Необхідність дослідження таких механізмів продиктована значним ускладненням доксастичних моделей. Намагаючись якомога ближче підійти до реалізації дійсного процесу зміни переконань, дослідники наділяють доксастичні моделі досить складними характеристиками, наприклад такими, що передбачають можливість роботи з суперечливими даними [138], [150], [165]. Людина, виявивши суперечності в своїх переконаннях, може виконати ряд додаткових міркувань, що дозволять їй подолати внутрішню суперечку, або ж знехтувати поміченою суперечністю і просто забути про неї. Доксастична модель, основна множина якої містить протиріччя, скоріш за все виявиться або неадекватною, або просто тривіальною.

Нехтувати суперечностями в рамках доксастичної моделі недопустимо, але можна їх позбавитись, обмежити або безпосередньо видалити з системи.

Підтримання внутрішньої стабільності формальної системи переконань потребує обов'язкового виконання певних операцій. Наприклад, розглянемо базу переконань. Виходячи з того, що сама база може містити приховане протиріччя, можна передбачити, що породжувана нею множина переконань виявиться суперечливою. Така ситуація не рідкісна і вимагає розробки способу подолання суперечності, окрім того, суперечність може виникнути і в результаті виконання деякої пізнавальної операції над переконаннями, що зумовлена зовнішнім входом. У такому випадку виникає необхідність виконання ще однієї пізнавальної операції для розв'язання проблеми, а це передбачає повторюваність пізнавальних операцій. Фактично ми маємо дві відкриті проблеми, одна стосується відшукання способу подолання протиріч у системі переконань, а інша проблема стосується можливості ітерації пізнавальних операцій [152].

Можливі два варіанти подолання протиріччя.

Перетворення системи переконань шляхом виконання пізнавальної операції.

Такий спосіб передбачає дії, аналогічні до тих, які виконує модель при обробці зовнішнього входу, тобто перетворення системи переконань буде відбуватися за раніше встановленим зразком. При цьому внутрішньосистемне протиріччя буде розглядатися як інформація, отримана зовні [140].

Відновлення (виправлення).

Другий підхід передбачає можливість внутрішнього розв'язання проблеми. Модель передбачає дії, які залишають суперечність нерозв'язаною, але замість цього вживає заходи щодо локалізації протиріччя та відновлення несуперечливого стану системи [167].

В DDL системах, як і в AGM, до кінця не реалізовані ні дії щодо виправлення, ні щодо відновлення несуперечливого стану системи. Незважаючи на те, що логіки DDL синтаксису активно розглядають перетворення переконань без зовнішнього впливу, їх аксіоми виражають постулати для змін, спровокованих зовнішніми змінами. Розгляд і формалізація внутрішньосистемних змін, що не викликані надходженням інформації зовні, породжує ряд відкритих питань.

Який існує взаємозв'язок перетворення і відновлення?

Як можуть бути представлені дії консолідації в термінах пізнавальних дій?

Які внутрішньосистемні перетворення можна вважати прийнятними?

Які способи здійснення внутрішньосистемних перетворень можна застосовувати і яким чином вони можуть бути описані?

Нарешті звернемося до групи проблем, що стосуються саме пізнавальних операцій. Питання щодо визначення пізнавальних дій розроблене доволі ретельно.

В моделі AGM розглядаються три типи зміни переконань. Основна ідея походить від ранньої роботи І. Леві [134]. Це скорочення, розширення та ревізія (перегляд). При скороченні висловлювання повинне бути видалене з множини переконань без додання до неї будь-чого іншого. Це зафіксовано постулатом включення і говорить про те, що результат скорочення завжди повинен складати підмножину вихідної множини переконань [58]. Скорочення множини переконань за допомогою нетавтології α в результаті дає нову множину переконань, що не містить α, а також не містить ніяких інших доданих висловлювань. Фактично, таке означення «очищає» операцію скорочення від інших пізнавальних операцій – постулює «чисте» скорочення.

Розширення передбачає, що вказане висловлювання додається теоретико-множинним способом також без видалення будь-чого. Розширена множина замкнена відносно логічного слідування [58]. Тобто операція розширення також визначається у чистому вигляді. Обидві ці операції у чистому вигляді можна назвати первинними щодо ревізії, так як останню можна визначити в термінах скорочення та розширення. По суті, зміна переконань в моделі AGM реалізується за допомогою двох первинних операторів [161]. Стосовно цього виникають питання:

- чи існує взаємозв’язок між первинними операторами?
- чи можливо звести проблему перетворення переконань до визначення ключової пізнавальної операції?

Навіть припустивши можливість подібної редукції, потрібно також вирішити питання – чи дійсно існує скорочення у чистому вигляді?

Як вже було зазначено, згідно традиційного означення, результатом скорочення є підмножина вихідної множини, що не містить видалене висловлювання [58]. Отже, скорочення – це пізнавальна дія, в результаті якої попередні висловлювання видалені, але ніякі нові не додані. Виявляється, що приклад «чистого» скорочення відшукати дуже важко. Скорочення практично ніколи не відбувається без розширення. Скоріш за все, коли ми видаляємо переконання, ми робимо це внаслідок отримання деякого нового переконання, що виключає попередні [121, С. 46].

Стосовно пізнавальних дій виникає ще одне питання, – чи можуть вказані первинні пізнавальні дії охопити весь спектр перетворень, які можливі на множині переконань?

Існує специфічна сфера досліджень, що ґрунтується на передбаченні можливості існування інших типів перетворення множини переконань, відмінних від представлених моделями AGM [64], [65], [67], [82]. Фундаментальне припущення щодо динаміки переконань, представлене І. Леві [135] полягає у тому, що складні перетворення переконань можуть бути проаналізовані як послідовності застосування простих пізнавальних операцій.

Принцип декомпозиції, сформульований Андре Фурманом: *кожне правильне перетворення переконань може бути представлене як низка послідовного застосування скорочення і розширення* [105]. Результати комплексного перетворення повинні бути такими самим, як і при послідовному застосуванні первинних операцій.

Дослідження у цій сфері дали можливість припустити наявність декількох додаткових категорій пізнавальних дій. В *багаторазовому (пакетному) скороченні* і в багаторазовому (пакетному) перегляді вихідна множина складається скоріш з наборів висловлювань, ніж з окремих висловлювань [109], [150], [156]. Виконання *нерозподіленої за пріоритетами ревізії* відрізняються від звичайної тим, що вхідне висловлювання не завжди приймається [132]. Дії щодо консолідації збільшують міру цілісності множини переконань, роблячи їх послідовними [115] або узгодженими [112], [160]. З огляду на таку різноманітність додаткових пізнавальних операцій,

проблема декомпозиції на основні чи атомарні типи пізнавальних дій варта окремого дослідження. Виходячи з такої універсальної постановки проблеми, можна сформулювати наступне питання [121, С. 49]:

– чи існують атомарні пізнавальні дії, в термінах яких можна представити всі можливі типи перетворення переконань?

Це питання особливо актуальне для DDL систем, що оперують динамічними діями і подіями, які певним чином змінюють множину переконань суб'єкта (публічне проголошення [65], різноманітні апдейти [64], [78], пізнавальні операції, що вводяться за допомогою методології DEL тощо). Проблема декомпозиції в рамках методології DEL постає у більш розгорнутому вигляді [143], [157]. Перш за все, так само передбачається пошук атомарних універсальних дій для визначення всього набору можливих пізнавальних дій базисної логіки DDL [83]. Крім того, актуальною також стає можливість введення редукційних аксіом, що зводять динамічні дії до виразів про позиційної мови. Така можливість породжує ще одне питання – чи можливе однозначне приведення кожної динамічної дії DEL до мови базової логіки?

Остання зазначена нами група відкритих питань стосується ряду суперечностей між двома основними традиціями перегляду знань: AGM та DDL.

Доволі часто AGM називають статичною концепцією [168]. Незважаючи на зосередженість на механізмах перетворення переконань, функціональний підхід серйозно збіднює отримані результати. Для реалізації динамічного підходу була розроблена мова динамічної доксастичної логіки – DDL, більш багата і виразна. Системи, розроблені з використанням мови DDL претендують на динамічне відображення процесу перетворення переконань, але стосовно розгляду пізнавальних дій вони залишаються не менш статичними, ніж AGM моделі. В формулах виду $[+\psi]\varphi$ і $<+\psi>\varphi$ записується не певна дія в процесі її виконання, а стан теорії після виконання деякої (будь-якої) доксастичної операції [172]. Динаміка DDL виражається в основному у використанні індетермінованих пізнавальних дій, що можуть бути викликані різноманітними причинами, але не в способі представлення пізнавальних дій.

Подальші дослідження в області динамізації доксастичних логік приводять до виникнення методології DEL [89]. Згідно підходу DEL – динамічні епістемічні логіки можуть бути побудовані як розширення стандартних епістемічних логік DDL. Розширення базової логіки здійснюється шляхом введення динамічної дії і паралельно аксіом редукції, що описують введену дію на мові базової логіки. Фактично, динамічні логіки не представляють динамічного способу представлення пізнавальних дій. Динаміка перетворення переконань досліджується ними опосередковано, шляхом вивчення кінцевої множини, як і в AGM.

Відбувається лавиноподібне розширення області застосування доксастичних логік в сферах комунікації, комп'ютерних іграх, системах прийняття рішень [73], [76], [93], [133]. При цьому проблема динамізації пізнавальних дій вирішується за рахунок збільшення кількості пізнавальних операторів, введення мультисуб'єктних відношень, дослідження різноманітних причин зміни переконань. Звичайно, такий підхід робить дослідження процесу перетворення переконань більш досконалим і ретельним, при такому всебічному розгляді навіть з'являється враження деякої динаміки.

Логіки, побудовані за допомогою методології DEL, незамінні для аналізу конкретної вузької області застосування, але вони не дають концептуального уявлення про процес перетворення переконань у цілому. Для дослідження загальних принципів зміни переконань використовується апарат AGM, що знаходиться у більш виграшній позиції за рахунок простоти представлення процесу перетворення переконань.

Таким чином, перед дослідником доксастичних систем постає проблема вибору способу побудови моделі. Це може бути модель, побудована на кшталт AGM – тоді це буде принципова реалізація процесу, або ж динамізована аксіоматична система на основі динамічної доксастичної логіки, яка зможе забезпечити ретельніше, хоча й більш громіздке дослідження специфічних аспектів зміни переконань. Таким чином, виникає наступне досить дискусійне питання.

Чи можна поєднати підходи AGM і DDL в одній системі і яким чином це можна зробити?

На нашу думку, таке об’єднання можливе і його можна здійснити за допомогою побудови доксастичної модальної логіки на основі інтерпретації пізнавальних дій як модальних операторів.

Висновки до розділу I

Перегляд переконань є актуальною темою сучасних епістемологічних досліджень. Аналіз процесу зміни переконань знаходиться на перетині різних сфер наукового знання, тому детальний його розгляд передбачає залучення здобутків не лише епістемології та логіки, але й інших дисциплін, що торкаються вказаної тематики: когнітології, психології, теорій математичного моделювання тощо. На основі аналізу стану розробленості проблеми у літературі, можна зробити ряд висновків.

1. Доксастична логіка, як напрямок епістемологічних досліджень використовує термін переконання у якості поняття, більш загального ніж знання, що робить принципово можливим процес зміни переконань. Знання та переконання у подібних дослідженнях часто вживаються як синоніми, за рахунок розуміння знання в широкому смислі, як сукупності переконань. При цьому повністю нівелюється особистісна наповненість переконання (емоційна, ідеологічна, релігійна тощо).

2. При дослідженні особливостей процесу перетворення знань актуальним є метод моделювання. Побудова доксастичної моделі передбачає певне представлення епістемічного стану, встановлення критеріїв раціональності та визначення можливих статусів переконань у моделі. На основі аналізу існуючих моделей та способів представлення переконань ми вважаємо, що найповнішу реалізацію завдань даного дослідження можуть забезпечити сентенційні дихотомічні системи, орієнтовані на обробку зовнішньої інформації, основою яких є представлення епістемічного стану у вигляді множини переконань, замкненої відносно логічного слідування.

3. Основні пізнавальні операції, що розглядаються у літературі з перегляду переконань це: розширення, скорочення та ревізія. Кожна з операцій може бути однозначно визначена набором постулатів. Існує ряд способів представлення цих операційв рамках традицій AGM: постулатний, конструктивний, семантичний. Попарна еквівалентність таких представлень встановлена відповідними теоремами. Також існує спосіб представлення пізнавальних операцій у рамках динамічної доксастичної логіки DDL. Такий підхід спрямований на подолання статичності

представлення переконань, але заявлену у назві ідею динамічності не реалізує. Спосіб представлення пізнавальних операцій DDL нееквівалентний попереднім підходам. Таким чином, актуальною є розробка способу динамічного представлення пізнавальних операцій, еквівалентного постулатному підходу.

4. Існує дві основні традиції перегляду переконань. В рамках AGM здійснюється концептуальний аналіз і розробка загальних теоретичних положень перегляду переконань. Підхід, породжений розробкою системи DDL, спрямований на реалізацію прикладних завдань, відтворення динаміки зміни переконань та детального вивчення найрізноманітніших пізнавальних операцій, що знаходять своє застосування у різних сферах людського життя. Не можна стверджувати, що вказані підходи категорично суперечать один одному, багато досліджень перегляду переконань використовують здобутки обох напрямків. Кожна традиція має ряд переваг та недоліків і цілий перелік спільних невирішених проблем. Побудова динамічної модальної логіки перегляду знань DML на основі принципів AGM та з урахуванням методів динамічного представлення пізнавальних дій DDL дозволить вирішити ряд суперечностей між цими системами та розв’язати деякі проблеми, спільні для обох підходів.

5. У теорії перегляду знань існує перелік відкритих питань як концептуального, так і конкретного характеру, які стосуються всіх існуючих моделей зміни переконань. Запропонована інтерпретація пізнавальних дій як модальних операторів дає змогу знайти відповіді на питання, пов’язані з властивостями пізнавальних дій, їх взаємозалежністю, композицією тощо. Крім того, таке представлення відкриє нові аспекти пізнавальних дій, а побудова динамічної модальної логіки DML забезпечить метод їх дослідження.

РОЗДІЛ 2. ПОБУДОВА ДИНАМІЧНОЇ МОДАЛЬНОЇ ЛОГІКИ ПЕРЕГЛЯДУ ПЕРЕКОНАНЬ

2.1 Логіко-методологічне обґрунтування необхідності побудови модальної логіки перегляду переконань

Проблема зміни знань і переконань торкається не тільки соціальних наук, а знаходить безпосереднє застосування в розробці систем штучного інтелекту й експертних систем. Практичними аспектами займається інженерія знань, інформатика і кібернетика, теоретичну ж основу забезпечують епістемологія і логіка. Механізми зміни систем знань і переконань визначили виникнення напрямку сучасної епістемології, за яким закріпилася назва «ревізія переконань». Безсумнівно, що сам факт зміни систем знань і переконань має місце. Але примітно, що людина майже ніколи не замислюється над тим, які процеси задіяні при цьому. Поряд з дослідженнями, присвяченими проблемі представлення й обробки знань, теоретичний опис механізму зміни систем знань і переконань має безсумнівну цінність для розробки систем штучного інтелекту. Теоретичні розробки в цій області дозволять створити інтелектуальну програму, наділену можливостями експерта, тобто здатну робити правильні логічні висновки, з огляду на нестабільність і зміни в даних, аналізувати і попереджати виникнення протиріч у системі знань, зв’язаних з надходженням нової інформації, модифікувати систему знань відповідно до ситуації [37], [38], [41].

В епістемологіїї сформувались дві основні традиції дослідження логіки знань і переконань AGM і DDL, причому ці два підходи досить тісно переплітаються і в своїх завданнях, і в методах. Метою обох тенденцій є якомога адекватніший опис пізнавальних дій, за допомогою яких змінюються переконання. У рамках кожної традиції представлення та дослідження пізнавальних дій реалізується за допомогою застосування специфічного синтаксису, проте загальні принципи побудови

зберігаються. Вказані дослідження спрямовуються на дослідження таких пізнавальних дій, що реалізують перетворення теорії:

Розширення – висловлення просте додане до теорії.

Скорочення – висловлення вилучене з теорії.

Ревізія – висловлення додане і зроблений перегляд теорії на предмет наявності в ній протиріч з наступним їхнім усуненням.

В рамках AGM також розглядаються пізнавальні дії оновлення і консолідації та висуваються ідеї щодо можливого розширення переліку пізнавальних дій. Логіки, розроблювані в рамках традиції DDL, також розглядають перелік додаткових пізнавальних дій. Основні питання, на які намагаються знайти відповідь дослідники, стосуються саме аналізу пізнавальних операцій, а саме:

- які пізнавальні дії є первинними;

- які пізнавальні дії можуть бути реалізовані у «чистому» вигляді, без явного або неявного виконання інших пізнавальних дій;

- які пізнавальні дії є основними у процесі перетворення переконань, тобто такими, що визначають саму можливість цього процесу;

- яким чином може бути представлена композиція та декомпозиція пізнавальних дій;

- яким чином пізнавальна дія може бути застосована до результату виконання іншої пізнавальної дії;

- як реалізувати несуперечливе відновлення теорії після виконання будь-якої пізнавальної операції;

- як може бути реалізоване виконання пізнавальної дії за допомогою множини висловлювань (пакетні дії);

- як може бути представлений стан переконань у момент здійснення дій;

- які процеси відбуваються у стані переконань у момент здійснення пізнавальної дії.

Знайти відповідь на перераховані питання, а також вирішити ряд подібних проблем перегляду переконань можна за допомогою побудови відповідних логічних систем. Постулатний спосіб означення пізнавальних дій AGM дозволяє теоретично

окреслити основні принципи процесу перетворення переконань, але функціональний синтаксис утруднює більше детальне дослідження. Тому доцільною є побудова аксіоматичної системи, на зразок логік синтаксису DDL, в рамках якої стала б можливою формалізація постулатів основних пізнавальних дій та їх властивостей, описаних в AGM.

Ідея побудови аксіоматичної системи, здатної відобразити основні властивості пізнавальних дій, частково реалізована в роботах представників іншого напрямку дослідження перегляду переконань. У роботах К. Сегерберга підхід AGM був підданий критиці і запропонований другий напрямок у дослідженнях ревізії знань і переконань. В основі такого підходу лежить ідея можливості дослідження процесу зміни переконань, враховуючи всю динаміку перетворення. Напрямок дослідження перегляду переконань, започаткований К. Сегербергом зосереджує увагу на інтерпретації динаміки знань не з точки зору *зміни теорії* (*theory change*), а з позицій *активності суб'єкта*, не просто носія знань, а суб'єкта-оператора, суб'єкта, який проявляє внутрішню активність і відіграє визначну роль у процесі перетворення переконань.

Прихильники підходу К. Сегерберга у перегляді знань основну увагу відводять аналізу і моделюванню динаміки зміни знання. Для відображення процесів, які відбуваються при зміні знання не ідеальним, а дійсним суб'єктом, внаслідок зовнішнього чи внутрішнього впливу на систему знань, у рамках розглядуваної традиції розроблено більш складну та гнучку мову представлення пізнавальних дій. Таким чином, вводиться синтаксис, за допомогою якого можуть бути формалізовані досить складі властивості пізнавальних операцій, реалізована неоднозначність результату виконання пізнавальної операції, встановлений безпосередній зв'язок між вхідним висловлюванням і результатом зміни. Але фактично, вся динаміка, заявлена в DDL, зводиться до реалізації індетермінованості пізнавальних дій шляхом їх квантифікації та введення допоміжних пізнавальних дій, у тому числі інтроспективних. Розроблена логіка дала поштовх для розвитку великої кількості логічних систем, фундаментом для яких, перш за все, став її синтаксис. Після значного змістовного розширення [140], [178] до повної динамічної доксастичної

логіки (так званої Full DDL) такі системи змогли забезпечити виконання інтроспективних та змішаних (фактично всього спектру) доксастичних операцій. Доведення К. Сегербергом повноти розширеної та повної доксастичної логіки [174] дало змогу логікам на основі синтаксису DDL у повній мірі забезпечити основу для побудови динамічних логік за методологією DEL. Хоча методологія знайшла активне застосування в інших напрямках дослідження зміни переконань, реалізувати ідею дослідження теорії в момент її перетворення в рамках DDL повністю не вдалося. Таким чином, до вищенаведеного переліку питань, сформульованих внаслідок аналізу концепції AGM, можна додати й наступні:

- який синтаксис дасть змогу реалізувати стан переконань в момент його перетворення і при цьому не буде занадто громіздким;

- чи можна застосувати методологію DEL для побудови динамічної логіки на основі логіки, відмінної від DDL;

- чи можна за допомогою методології DEL побудувати динамічну логіку, яка дозволить формалізувати постулати та властивості пізнавальних дій AGM;

- як представити пізнавальні дії у вигляді формулотворчих операторів;

- чи можлива побудова модальної логіки шляхом введення пізнавальних операторів AGM за методологією DEL.

Для знаходження відповіді на поставлені питання, необхідно суттєво змінити аспект розгляду пізнавальних дій. Цікаву пропозицію у цьому напрямку робить Я. Шрамко [180], розвиваючи думку щодо епістемологічного підґрунтя перегляду переконань, розпочату ним у роботах [49], [49]. Він пропонує спробувати розглянути доксастичні дії з іншого погляду, інтерпретувати їх як повноцінні модальні оператори, змістивши дію безпосередньо в центр дослідження. Запропонована ідея відрізняється від модальної інтерпретації пізнавальних дій К. Сегербергом насамперед тим, що доксастичний оператор у трактовці Я. Шрамка, застосований до булевої формули, утворює динамічну формулу. В той час, як доксастичний оператор К. Сегерберга утворює терм і тому не є суто модальним оператором. Спосіб представлення пізнавальних дій як модальних формулоутворюючих операторів

видається нам досить перспективним щодо аналізу саме динамічного аспекту перетворення переконань.

Основні питання, що виникають в процесі перетворення переконань, пов'язані зі змістом пізнавальних дій, які потрібно виконати для того, щоб розширити або скоротити теорію за допомогою деякого висловлення, а також з представленням теорії після виконання пізнавальних дій. Взагалі, будь-яка доксастична дія може бути представлена у виді пари $<T_1, T_2>$, де T_1 – це стан теорії перед виконанням дії, а T_2 – стан теорії після виконання дії. Таке представлення є статичним і не відображає процес переходу множини переконань з вихідного стану до результуючого – пізнавальна дія виступає своєрідним «чорним ящиком». Для побудови динамічної логіки зміни теорій, потрібно відобразити перехід між епістемічними станами теорії T_1 і T_2, що має місце при розширенні або скороченні вихідної теорії і, перш за все, потрібно розробити специфічну мову, за допомогою якої можна буде представити цей перехід. Ґрунтуючись на ідеях висунутих у [180], доцільно представити доксастичні дії як вид модальних операторів і побудувати логіку, у якій в центрі розгляду будуть знаходитися безпосередньо самі пізнавальні дії як такі.

Серед раніше описаних пізнавальних дій – *скорочення*, *розширення*, та *ревізія*, більше всього питань виникає при спробі представити скорочення. За припущенням Я. Шрамка, «проблема перегляду наших переконань фактично еквівалентна проблемі визначення операції скорочення» [49, С. 159], що в дійсності виглядає досить песимістично, але, зважаючи на складність визначення операції скорочення, доводиться визнати обґрунтованість такої тези. Операцію скорочення суб'єкт застосовує, коли вважає за необхідне відмовитися від деякого переконання шляхом його видалення з множини переконань. Результат застосування такої пізнавальної дії повинен бути успішним, тобто виконання скорочення гарантує, що видалене висловлення не буде присутнім в теорії ні явно, ні неявно [58]. Цей процес досить складно описати теоретично, як і однозначно визначити саму операцію скорочення. Для того, щоб видалити деяке переконання з множини недостатньо просто механічно відкинути це переконання, потрібно також видалити всі ті переконання, з

яких випливає дане висловлювання. В противному випадку висловлювання, що підлягало видаленню, залишиться в системі переконань неявно.

В літературі з перегляду переконань запропоновано різні варіанти визначення операції скорочення. Основні означення сформульовані ще в ранніх роботах К. Алуррона та Д. Макінсона [57], [58], [59], [60], [61], [62]. Коротко нагадаємо основні види скорочення, його оптимальні та граничні випадки.

Нехай **K** деяка множина, A – деяке висловлювання. **K**⊥A – множина, утворена внаслідок видалення висловлювання A з множини **K** (читається **K** без A). Перш за все визначають скорочення повного перетину. Деяка множина переконань B ∈ **K**⊥A тоді і тільки тоді, якщо виконуються наступні умови:

1. B ⊆ **K** – B власна підмножина **K**;

2. A ∉ Cn(B) – A не слідує з B;

3. Не існує множини B′, такої що B ⊂ B′ ⊆ **K** і при цьому A ∉ Cn(B′).

Означення 2.1.1 *Скорочення повного перетину* [60]

Результат скорочення множини **K** за допомогою висловлювання A – це перетин всіх елементів **K**⊥A:

K÷A = ∩ (**K**⊥A).

Визначена таким чином операція *скорочення повного перетину* за означенням задовольняє лише трьом вимогам, сформульованих для скорочення AGM [58, С. 513]: включення, успішності та мінімальності. Крім того, така операція вимагає видалення надто великої кількості висловлювань, в тому числі й таких, які можна було б залишити в системі, не ризикуючи успішністю скорочення. Опинившись перед вибором, яке саме висловлювання видалити, скорочення повного перетину вимагає видалити обидва висловлювання. Скорочення за допомогою такої операції дійсно безпечне, але частіш за все недоцільне. Якщо висловлювання A ∈ **K**, то результат виконання скорочення повного перетину **K** за допомогою A є ні що інше, як замикання не-A, тобто всі ті висловлювання, що випливають з одного лише

висловлювання – не-А. Цей результат продемонстровано в лемі Алчурона і Макінсона [60].

Щоб не допустити такої ситуації можна вибрати один елемент з X⊥A і розглянути саме його як результат застосування операції скорочення. Для того, щоб вибрати конкретний елемент, потрібно ввести функцію вибору. Якщо позначити таку функцію δ, маємо наступне.

Означення 2.1.2 *Скорочення максимального вибору* [60]

$\mathbf{K} \div A = \delta(\mathbf{K} \perp A)$

Таким чином визначена операція дістала назву *скорочення максимального вибору*. Але така операція теж має суттєві недоліки. Якщо ми маємо справу з видаленням висловлювання А, яке випливає з висловлювань В і С, то найкращим варіантом було б видалення обох цих висловлювань, якщо ми не маємо нагоди віддати перевагу одному з них, але скорочення максимального вибору не дає змоги нам це зробити. Таким чином, ми отримуємо занадто широкий результат скорочення.

Розглянуті операції скорочення представляють собою *граничні випадки скорочення*, коли отриманий результат максимальний чи мінімальний, тобто множина, отримана в результаті виконання операції скорочення або занадто звужена, або занадто розширена. У переважній більшості випадків обидва варіанти не дають можливості для виконання подальших дій над результуючою множиною, так як не забезпечують виконання основних постулатів скорочення і, крім того, є навіть інтуїтивно неприйнятними. Результати виконання скорочення повного перетину або скорочення максимального вибору представляють відповідно *найменшу нижню межу* або *найбільшу верхню межу* результуючої множини.

Найбільш зручним варіантом операції є *скорочення часткового перетину*, запропоноване як основна інновація у класичній роботі Алчуррона, Герденфорса та Макінсона [58]. Операція скорочення часткового перетину передбачає наявність функції вибору, яка відбирає «найкращі» елементи вихідної множини для включення їх у результат скорочення, який представляє собою перетин всіх вибраних елементів.

Означення 2.1.3 *Функція вибору*

1. Якщо множина $\mathbf{K}\perp A$ не порожня, тоді $\gamma(\mathbf{K}\perp A)$ також не порожня,

2. Якщо множина $\mathbf{K}\perp A$ порожня, тоді $\gamma(\mathbf{K}\perp A) = \{\mathbf{K}\}$.

На основі означеної функції вибору Алчуррон, Герденфорс та Макінсон дають означення для скорочення часткового перетину.

Означення 2.1.4 *Скорочення часткового перетину* [58].

Нехай **K** множина переконань і γ – функція вибору на ньому. Скороченням часткового перетину на **K**, на основі функції вибору γ будемо називати операцію $\sim_\gamma$, яка для будь-якого висловлювання A задовольняє умову

$\mathbf{K} \sim_\gamma A = \cap \gamma(\mathbf{K}\perp A)$.

Звичайно, таке означення функції вибору досить широке і передбачає величезне поле для діяльності. Кожна функція вибору містить в своїй основі відношення, що впорядковує множину визначення функції. Це відношення має бути зв'язним, транзитивним і асиметричним, тобто представляти *ієрархію* на множині визначення функції вибору [59]. Варіюючи відношення, можна отримати різні функції вибору, але загальний результат виконання операції скорочення часткового перетину задовольняє всім постулатам скорочення. Більш того, в [58] доведена теорема про еквівалентність операції скорочення, що задовольняє всім основним постулатам скорочення АГМ та операції скорочення часткового перетину.

Таким чином, побудова операції скорочення може вважатися успішною, якщо вдається довести її еквівалентність скороченню часткового перетину. Основні та додаткові постулати скорочення, що фактично означують операцію скорочення аксіоматично, розроблені у рамках традиційного підходу AGM [58].

Розробляючи динамічні логіки на основі методології, запропонованої прихильниками другої традиції [89], [173], дуже важко відслідкувати виконання постулатів скорочення. Доведення теорем відповідності також ускладнене внаслідок

введення інших операцій, незвідних до фундаментальних скорочення та розширення.

Отже, доцільною є побудова такої логічної системи, яка дозволить формалізувати всі основні та додаткові постулати AGM та сформулювати репрезентаційну теорему відповідності між операторами побудованої логіки та функціями AGM.

Враховуючи ряд суперечностей між розглянутими системами та існуючі фундаментальні проблеми у теорії перегляду знань можна стверджувати *необхідність побудови динамічної модальної логіки*, мова якої дозволить об'єднати основні моменти функціональної та динамічної традицій перегляду знань, більш детально проаналізувати процес зміни переконань та уточнити статус основних і комплексних пізнавальних дій.

Побудова такої системи дозволить означити операцію скорочення, яка відповідає основним постулатам AGM, сформулювати та довести теорему відповідності її скороченню часткового перетину, а також прояснити взаємозв'язок таких фундаментальних пізнавальних операцій як розширення та скорочення, та означити на їх основі відповідний оператор ревізії.

Аксіоматична система, що інтерпретує пізнавальні операції як модальні оператори дозволить заповнити існуючий проміжок між підходами AGM та DDL, поєднавши постулатний підхід AGM і динамічну спрямованість DDL. Враховуючи те, що в рамках AGM розроблено ряд теорій, що поглиблюють та розвивають теоретичний апарат перегляду знань, у той час як методологія DEL забезпечує побудову динамічних логік, спрямованих на вирішення прикладних задач, існує певна необхідність побудови динамічної логіки, яка б дозволила виразити основні принципи AGM і при цьому була зручна у прикладному застосуванні.

Необхідно знайти певний компроміс між лаконічністю та універсальністю AGM теорій та виразністю і зручністю аксіоматичних систем DDL. Аксіоматизація AGM на зразок динамічних логік дає можливість одночасно розглянути і порівняти основні принципи і постулати класичних теорій перегляду переконань і динамічних логік. Зокрема це дає можливість порівняти фундаментальні пізнавальні операції

(розширення, скорочення, перегляд) з різноманітними пізнавальними діями, запропонованими в динамічних логіках. Оригінальний спосіб вираження пізнавальних дій дає можливість розглянути нові властивості фундаментальних операторів, які проявляються у новому записі.

Розробка мови динамічної модальної логіки та відповідної аксіоматичної системи дозволить застосувати методологію динамізації логік DEL для системи AGM. Побудована таким чином логіка не буде перевантажена синтаксичними засобами аналізу динаміки переконань, але відображатиме основні властивості пізнавальних операцій, у тому числі й динамічного характеру.

Така інтерпретація пізнавальних дій дозволить сформулювати та прояснити поняття динамічної доксастичної формули, умовної доксастичної операції та доксастичного зобов’язання.

Доведення ряду репрезентаційних теорем про відповідність операторів побудованої логіки пізнавальним діям AGM створює фундамент для подальшої розробки зручного методу аналізу динамічних аспектів епістемічних моделей, побудованих в рамках традиції AGM.

2.2 Мова динамічної модальної логіки перегляду переконань

Розглянемо основні означення та синтаксичні особливості динамічної модальної логіки (далі DML) як певної доксастичної моделі. Предметна область DML однозначно визначається переконаннями деякого суб'єкта і може бути охарактеризована переліком понять, що активно розробляється у літературі з перегляду переконань.

Означення 2.2.1 *Набір переконань* (*belief set*).

Набір переконань – це сукупність деяких, можливо всіх, переконань суб'єкта.

Означення 2.2.2 *Стан переконань* (*belief state*)

Станом переконань будемо називати набір всіх переконань суб'єкта та зв'язків між ними, що представлені у будь-якому раціональному вигляді.

Стан переконань суб'єкта містить деяке висловлювання A, якщо суб'єкт переконаний в істинності цього висловлювання. Інакше A не належить стану переконань суб'єкта. Предметній області у будь якому представленні притаманні дві основні властивості: дихотомічність та сентенційність, що відображають спосіб представлення переконань.

Дихотомічність: всі висловлювання мови підрозділяються на дві частини: висловлювання – переконання та всі інші висловлювання. Таким чином, всі висловлювання об'єктної мови L можуть бути поділені на дві підмножини – переконання і не переконання суб'єкта.

Сентенційність: будь-яке висловлювання може бути переконанням суб'єкта, так само як і будь-яке переконання суб'єкта може бути представлене у вигляді висловлювання.

Модель, що розглядається на такій предметній множині, досить класична – дихотомічна та сентенційна, як і більшість доксастичних моделей, що розглядаються системами AGM і DDL. Сентенційні моделі дозволяють представити стан

переконань суб'єкта декількома способами, що відрізняються скінченністю представлення, замкненістю відносно логічного слідування та способом представлення зв'язку між переконаннями.

В даній роботі будемо розглядати способи представлення стану переконань, що передбачають встановлення зв'язку між переконаннями безпосередньо на основі логічного слідування і не розглядають інші можливі способи введення відношення порядку та виправдальних структур у своєму складі. До таких представлень належить набір переконань, замкнутих відносно логічного слідування, – *множина переконань*. Множину переконань можна представити у вигляді множини формул пропозиційної мови. Варто зазначити, що термін «множина переконань» в літературі є загальновживаним для позначення будь-якого представлення переконань, якщо не вказано конкретний контекст.

Також епістемічний стан може бути представлений у вигляді однієї формули пропозиційної мови. Такий спосіб представлення переконань характерний при використанні *бази знань* або *бази переконань* [165].

Означення 2.2.3 *База знань (переконань)* (*belief base*)

Підмножину B висловлювань мови L будемо називати базою переконань деякого суб'єкта тоді і тільки тоді, коли суб'єкт переконаний в кожному висловлюванні множини B.

Використання бази переконань дає змогу представити епістемічний стан суб'єкта у вигляді скінченої множини. База переконань може містити експліцитну та імпліцитну інформацію, бути суперечливою, незамкнутою відносно логічного слідування і може бути повністю виражена однією формулою пропозиційної мови. Кон'юнкція всіх висловлювань бази переконань однозначно визначає базу переконань.

$$H = \&\{X| \forall X \in H\}$$

Висловлювання бази переконань можуть бути наслідками інших висловлювань цієї ж бази, але в цілому до бази переконань вимога замкненості відносно логічного слідування не висувається.

В результаті виконання замикання відносно логічного слідування база переконань породжує множину переконань. При цьому одна множина переконань може породжуватися різними базами.

Означення 2.2.4 *Множина переконань. Теорія.*

Множину висловлювань $\mathbf{K} \subseteq \mathbf{L}$ будемо називати множиною переконань (теорією) деякого суб'єкта, тоді і тільки тоді, коли множина **K** несуперечлива і існує база переконань **H**, замикання якої збігається з множиною **K**.

Взагалі, набір переконань **K** будемо називати *теорією (множиною переконань)*, якщо $\mathbf{K} = Cn(\mathbf{K})$.

Наявність операції замикання і, відповідно, замкнутість множини переконань відносно логічного слідування, як вдало помітив І. Леві, це зобов'язання суб'єкта вірити у всі наслідки своїх переконань, яке він зовсім не зобов'язаний виконувати [135]. Теорія перегляду знань віддає перевагу раціональному суб'єктові, множина переконань якого несуперечлива і не збігається з множиною всіх висловлювань мови L. База переконань вільніше інтерпретує переконання суб'єкта, але не завжди така зручна як множина переконань і часто вимагає попередньої консолідації або критерію розділення експліцитних і імпліцитних висловлювань. Між базами та множинами переконань існує безпосередній зв'язок.

Означення 2.2.5 *Зв'язок бази і множини переконань.*

Несуперечлива база переконань, замкнена відносно логічного слідування є множиною переконань.

Очевидно, що база переконань може містити тільки одне висловлювання або може бути представлена у вигляді одного висловлювання, так само і множина

переконань може складатися з висловлювань, що слідують тільки з одного висловлювання.

Означення 2.2.6 *Зв'язок бази переконань і формул пропозиційної логіки.*

Будемо говорити, що будь-яка формула А пропозиційної логіки є репрезентацією деякої бази переконань.

Крім того, за умови реалізації критеріїв несуперечливості та замкненості відносно логічного слідування, будь-яка формула А пропозиційної логіки є представленням деякої множини переконань, що породжується відповідною базою переконань. Надалі, враховуючи вказаний зв'язок, *будь-яку формулу пропозиційної логіки висловлювань будемо вважати множиною переконань*.

Мова DML досить проста і не використовує індексацію, що встановлює прив'язку до суб'єкта або множини переконань. За умовчанням носієм переконань є універсальний суб'єкт пізнання, при цьому інші його особливості не уточнюються. Це цілком може бути машина, людина, група людей, або інший допустимий суб'єкт, що раціонально здійснює пізнавальні операції. Множина переконань суб'єкта вважається фіксованою, тому також не потребує індексації. Нижче приведені статичні вирази, рівносильні в записі DML.

1 – висловлювання А присутнє в множині **K** переконань суб'єкта;

2 – суб'єкт переконаний в А;

3 – А – переконання;

4 – А не протирічить **K** (А сумісне з **K**);

5 – $A \in \mathbf{K}$;

6 – А.

Вирази 4 і 6 еквівалентні в силу змістовної інтерпретації синтаксису DML. У загальному випадку, звичайно, 4 – «А сумісне з множиною переконань **K**» і 6 – «$A \in \mathbf{K}$» не еквівалентні. Запис 4 говорить про те, що А може бути несуперечливо додане до **K**, а запис 6 – що А вже несуперечливо додане до **K**. Через відсутність часової індексації виразів мови DML запис цих двох виразів однаковий. Таким чином,

статичний вираз не передбачає ніякої подальшої дії, а виражає результат деякої дії, тобто репрезентує конкретний стан множини переконань.

Означення 2.2.7 *Статична формула.*

Будь-яка формула, що виражає певний стан теорії є статичною.

Доксастична логіка DML оперує тільки тими висловлюваннями, які входять в множину переконань. В даному випадку йдеться про те, що якщо висловлювання A присутнє в множині переконань суб'єкта, то це не значить, що висловлювання A істинне, а лише те, що суб'єкт стверджує A. Ступінь переконаності суб'єкта у висловлюванні A також не розглядатиметься, – якщо суб'єкт деякою мірою переконаний в тому, що A, значить він стверджує A. Розгляд фіксованих параметрів дозволяє спростити мову і уникнути надмірної індексації. Мова DML надає можливість використовувати такий спосіб запису доксастичних дій, при якому в центрі розгляду перебуває саме пізнавальна дія, а не тільки результат її виконання.

Для AGM систем характерний функціональний спосіб запису пізнавальних операторів. Індексація суб'єкта також опущена.

Розширення за допомогою A: $\mathbf{K} + A$
Скорочення за допомогою A: $\mathbf{K} \div A$
Ревізія за допомогою A: $\mathbf{K} * A$

При такому способі запису отримуємо результат виконання пізнавальної дії. $\mathbf{K} + A$ – це множина переконань, отримана шляхом додання A до початкової множини переконань **K**.

При побудові динамічної доксастичної логіки, K. Сегерберг указує на те, що використовуваний ним спосіб побудови доксастичних термів дає можливість інтерпретувати пізнавальні дії як модальні [171]. Це повинно дати можливість прослідкувати динаміку виконання пізнавальних дій. При цьому, як і в AGM, в способі запису відсутня вказівка на суб'єкт, що здійснює процес перетворення переконань. Крім того, в DDL синтаксисі також опущена і явна вказівка на множину переконань, яка зазнає змін. DDL синтаксис використовує такі термоутворюючі оператори для позначення пізнавальних дій.

Розширення за допомогою φ: +φ

Скорочення за допомогою φ: ÷φ

Ревізія за допомогою φ: *φ

Доксастичні терми, утворені у такий спосіб, входять до більш складних формул виду [Oα]Bβ, де O – деяка доксастична дія, B (K) – оператор переконаності (знання), маленькі літери грецького алфавіту φ, ψ, α, β позначають висловлювання. Дужки [] вказують на однозначний характер пізнавальної дії. Можливі також дужки <>, які використовуються для позначення неоднозначного результату зміни переконань за допомогою операції, вираженої термом в дужках. Операції +φ і+ψ виражають різні пізнавальні дії.

При такому способі запису, знаки пізнавальних дій не можуть бути інтерпретовані як модальності, для цього вони мають бути формулоутворюючими. Синтаксис DML інтерпретує *пізнавальні дії як одномісні модальні оператори*. Пізнавальні дії над фіксованою множиною переконань виглядатимуть таким чином [180].

Розширення за допомогою A: + A

Скорочення за допомогою A: ÷ A

Ревізія за допомогою A: * A

На перший погляд такий запис нічим не відрізняється від DDL синтаксису. Але, тоді як вираз мови DDL « + φ» є доксастичним *термом*, вираз DML мови «+ A» – це доксастична *формула*. Ідея побудови динамічної логіки DDL реалізується у варіативності, індетермінованості пізнавальних дій, проте дійсний аналіз процесу зміни переконань в DDL синтаксисі утруднений. З метою відмовитися від статичного AGM представлення пізнавальних дій, мова DDL оснащена низкою додаткових операторів, покликаних забезпечити більш детальний аналіз знань і переконань. Але сама форма представлення пізнавальної дії залишилася аналогічною: теорія до зміни, теорія після зміни. Більш того, динамічний акцент змістився від пізнавальних дій до суб'єкта, що пізнає.

Мова DML дозволяє помістити в центр розгляду саме дію. Доксастична формула DML утворюється шляхом навішування доксастичного оператора на булеву формулу. Фактично кожна доксастична формула DML є представленням пізнавальної дії у момент перетворення переконань.

Нехай A – формула звичайного пропозиційного числення, + доксастичний оператор розширення, а ÷ відповідно, доксастичний оператор скорочення. Розглянемо деяку фіксовану теорію. Тоді +A розумітимемо як «розширення за допомогою A». Аналогічно ÷A читається «скорочення за допомогою A». Порівняємо з інтерпретацією К. Сегерберга: у якості оператора розширення «+» виступає «+φ» – фактично окрема пізнавальна операція для кожного висловлювання. Синтаксично така операція може бути лише частиною статичної формули. У трактуванні, запропонованому Я. Шрамком, доксастична формула – це синтаксично самостійна одиниця і може бути витлумачена як динамічна, що й дає змогу застосувати таких підхід у мові DML.

В DML інтерпретації доксастичні оператори, застосовані до недоксастичних (булевих) висловлювань, дають в результаті знову ж таки висловлювання, але вже доксастичні. Таким чином, розширення і скорочення інтерпретуються DML як модальні (одномісні) оператори в чистому вигляді. Відтак +A, ÷A та подібні доксастичні формули виражають не певний стан теорії, а процес перетворення теорії. Внаслідок виконання доксастичної дії може бути отримана статична формула, що виражає певний стан теорії, або ж ми прийдемо до необхідності виконання наступної доксастичної дії.

Означення 2.2.8 *Динамічна формула.*

Будь-яка формула, що виражає здійснення пізнавальної дії (перетворення теорії), є динамічною.

Множина переконань суб’єкта постійно зазнає змін. Висловлювання, в яких суб’єкт переконаний, складають базу його переконань. Основні зміни суб’єкт

здійснює над замиканням своєї бази переконань – множиною переконань. Виходячи з тих або інших передумов, суб'єкт додає висловлювання в свою множину переконань, тобто зводить деякі істотні в даний момент для нього висловлювання в ранг переконань. Фактично, кожне висловлювання множини переконань колись було додане. Розширення, на відміну від скорочення, надає висловлюванням визначеного статусу (див. таблицю 1.1). Ця властивість розширення дає змогу явно не вказувати вихідну теорію.

Нехай A – висловлювання мови, за допомогою якого необхідно розширити множину переконань. Підхід AGM пропонує такий спосіб запису: **K** – вихідна множина, **K** + A – результат розширення. У синтаксисі DML вихідна множина не може бути записана способом, подібним до запису AGM, за відсутності в алфавіті символів, що позначають вихідну множину.

Враховуючи зв'язок множини переконань і бази переконань, а також те, що будь-яка база переконань може бути виражена за допомогою формули, будь-який стан переконань також може бути представлений у вигляді деякої формули пропозиційної мови. Якщо зміни відбуваються з основною фіксованою множиною переконань, то явна вказівка вихідної або результуючої множини не потрібна. Така необхідність виникає лише при розгляді підмножин, включення, перетину множин.

При використанні доксастичних операторів будемо мати на увазі, що основні перетворення здійснюються над деякою вихідною, явно не вказаною, множиною переконань. Наприклад, динамічна формула +A означає – здійснюється розширення вихідної множини переконань.

Коли мова йтиме про композицію доксастичних операторів, умовні операції та реалізацію доксастичних зобов'язань суб'єкта, будемо використовувати статичні формули DML для позначення потрібних множин переконань (наприклад, статичні формули B, C – множини переконань; динамічна формула +B – доксастична дія).

2.3 Змістовна інтерпретація пізнавальних дій у межах динамічної модальної логіки перегляду переконань

Розглянемо більш докладно змістовну інтерпретацію пізнавальних дій, що випливає з представлення їх у якості модальних операторів. Завдяки зосередженню дослідження на конкретній моделі динаміки переконань виникає необхідність в специфічному поясненні деяких аспектів перегляду переконань та уточненні ряду термінів, причому цілком можливі розходження з їх традиційним розумінням. Подання пізнавальних операцій як модальних операторів передбачає отримання ряду специфічних властивостей, які раніше не прослідковувалися. Подальша формалізація моделі динамічної модальної логіки дасть змогу перевірити та уточнити ці властивості.

Метою даного підрозділу є аналіз та прояснення особливостей інтерпретації пізнавальних дій як модальних операторів саме в змістовному аспекті, з'ясування та пояснення специфічних властивостей пізнавальних дій, що випливають з наведеної інтерпретації та порівняння їх з описаними в літературі з перегляду переконань.

Динамічні та статичні вирази

У чому ж основна відмінність DML представлення доксастичних операцій від представлення пізнавальних функцій AGM, та термоутворюючих операторів DDL? Як було згадано раніше, динамічна модальна логіка розглядає доксастичні оператори як унарні формулоутворюючі оператори. Доксастичні формули істотно відрізняються від пропозиційних саме тим, що вони виражають перебіг процесу зміни, але між ними є взаємозв'язок. Навішування доксастичного модального оператора на пропозиційну формулу перетворює її із статичної в динамічну. Розглянемо дві формули: доксастичну (динамічну) +A і пропозиційну (статичну) A. Підхід DML передбачає наступне прочитання цих формул:

+ A – розширення вихідної множини переконань за допомогою висловлювання A;

A – висловлювання A належить вихідній множині переконань, або A – множина переконань.

Тобто, як вже було зазначено, будь-яка *динамічна формула репрезентує виконання пізнавальної дії* (див. означення 2.2.7), а будь-яка *статична формула представляє множину переконань* (див. означення 2.2.8). Наприклад +~A та ÷A – пізнавальні дії, а ~A, A, B – множини переконань. Статичні вирази характеризують стан переконань до або після виконання доксастичних дій. Сформулюємо конструктивні статичної та динамічної формули DML на основі наведених означень.

Означення 2.3.1 *Статична формула DML.*

Статичною формулою DML будемо називати:

(1) будь-яку пропозиційну формулу логіки висловлювань, що містить лише істиннісно-функціональні зв'язки і не містить доксастичних операторів,

(2) будь-яку формулу, що містить тільки істиннісно-функціональні зв'язки і заперечення доксастичних операторів.

Означення 2.3.2 *Динамічна формула DML*.

Динамічною формулою DML будемо називати будь-яку формулу, утворену внаслідок застосування доксастичного оператору до статичної формули, що не містить заперечень доксастичних операторів.

Виконання будь-якої доксастичної операції, представлене динамічною формулою, у кінцевому результаті передбачає отримання деякої статичної формули. Наприклад, закономірно передбачити, що якщо висловлювання додане до множини переконань, то воно повинне належати множині переконань. Це ніщо інше, як постулат AGM, що виражає успішність розширення. У синтаксисі DML цей постулат набуває вигляду: $+A \rightarrow A$.

Дійсно, вище згадувалося про те, що якщо висловлювання виявлене в множині переконань, то колись воно було додане до цієї множини. Нагадаємо, що раціональний суб'єкт, все ж схильний помилятися, тому стверджуючи A в

консеквенті, він жодним чином не претендує на надання А статусу істини. В результаті прийняття висловлювання А, суб'єкт наділяє це висловлювання статусом переконання, тобто вважає його достовірним. Таким чином, можна стверджувати, що розвиток, поповнення, збагачення і, взагалі, навіть утворення множини переконань суб'єкта виникає внаслідок виконання ним операції розширення.

Окремо варто розглянути роль заперечення в мові DML. Результатом застосування пропозиційного заперечення до будь-якого виразу завжди буде статичний вираз (див означення 2.3.1). У рамках модальної логіки перегляду знань не передбачається ніякого додаткового смислового навантаження заперечення, але значимим є застосування заперечення до динамічних формул. Вираз ~+A означає не виконання розширення, а стан множини переконань, для якого характерним є недодання А. Можливе навіть більш сильне формулювання, – до даного моменту висловлювання А не було додане до вихідної множини переконань (мало невизначений статус), а це фактично говорить про відсутність А у множині переконань.

Унаслідок такого трактування може виникнути спокуса розширити розглянуту раніше імплікацію +A → A до вигляду ~+A → ~A, але це недопустимо: недодання А гарантує лише відсутність А, але не дає ніякої інформації про наявність у множині переконань ~A. Ситуація, коли ні А, ні ~A не присутні у множині переконань цілком можлива і, крім того, дуже поширена. Аналогічно визначається заперечення формул з оператором скорочення, – вираз ~÷A характеризує множину переконань, у якій не відбулося видалення А. Отже, ще раз наголосимо, що запереченням статичної формули є статична формула і запереченням динамічної формули також є статична формула. У означенні 2.3.2 ми наголошуємо, що навішування доксастичного оператора можливе для статичних форму, що не містять заперечення доксастичних операторів. Таким чином, у даному дослідженні будемо використовувати дещо звужене поняття динамічної формули, так як повне означення передбачає ітерацію доксастичних операцій. Цей процес видається нам цілком можливим, але на даний момент його розгляд виходить за межі дослідження.

Доксастичні зобов'язання суб'єкта та умовні доксастичні операції

Розглянемо поняття умовної доксастичної операції. Представимо умовну дію у вигляді імплікації: ⊗A → ⊗B, де ⊗ деяка доксастична операція. Грубо кажучи, якщо теорія розширена за допомогою A, вона також має бути розширена за рахунок B. Примітно, що антецедент носить тут констатуючий характер («теорія розширена за допомогою A»), а консеквент передбачає деякий необхідний образ дій, що має характер припису («теорія має бути розширена за допомогою B»). Ця особливість запропонованої інтерпретації може бути як вираження істотно нового аспекту імплікативного зв'язку. Умовні доксастичні операції, виражені за допомогою імплікації, в такій інтерпретації представляють доксастичні зобов'язання суб'єкта, що оперує множиною переконань.

Означення 2.3.3 *Доксастичні зобов'язання.*

Доксастичними зобов'язаннями суб'єкта будемо називати пізнавальні дії, які повинен виконати раціональний суб'єкт пізнання задля збереження раціональності множини своїх переконань (критерії раціональності див. напр. [110]).

Означення 2.3.4 *Умовна доксастична операція.*

Умовною доксастичною операцією називається імплікативна динамічна формула, що передбачає реалізацію доксастичних зобов'язань суб'єкта пізнання.

Присутність висловлювання у формулі (або в базі переконань), передбачає існування деякого суб'єкта, який стверджує це висловлювання. Таким чином, формула A → B може бути прочитана таким чином: «якщо хтось стверджує A, то він також зобов'язується стверджувати B». Аналогічно +A → +B передбачає, що дехто, здійснюючи розширення теорії за допомогою A, зобов'язаний розширити її за допомогою B. Або ж об'єктивніше: «якщо ми розширюємо теорію за допомогою A, то ми зобов'язані виконати дії, що гарантують розширення теорії за рахунок B». Наприклад, інтуїтивно прийнятною буде формула + (A & B) → + A.

При розгляді умовних доксастичних операцій, цікавим аспектом для дослідження виявляється тривалість виконання доксастичних зобов'язань суб'єкта. Якщо хтось, змінивши певним чином свою множину переконань, прийняв на себе деякі доксастичні зобов'язання, з якого моменту він повинен їх дотримуватися і до яких пір. Відповідь дуже проста, – з моменту прийняття зобов'язання до наступного перетворення переконань. Кожне наступне епістемічне зобов'язання може змінити попереднє, а може й не торкнутися його, якщо ці зміни не стосуються попередніх.

Розглянемо формулу умовної доксастичної операції $+A \rightarrow A$. Додаючи висловлювання А в множину переконань, суб'єкт зобов'язався стверджувати А. З якого моменту суб'єкт починає стверджувати А? Звернувшись до психологічних досліджень, присвячених процесу формування переконань і переконаності, можна констатувати, що настання цього моменту в кожного індивідуальний. Проте існує чітко визначена ознака – згода. Коли суб'єкт погоджується із досить високим рівнем достовірності висловлювання А, він фактично отримує епістемічний вхід, що провокує зміну стану переконань за допомогою додання А.

Введення висловлювання А в стан переконань суб'єкта супроводжується процесом переконання суб'єкта в істинності, значущості, цінності А і закінчується наданням А статусу переконання – суб'єкт вірить в А. Після прийняття висловлювання А, тобто коли суб'єкт вже переконаний в тому що А, процес прийняття переконання закінчений. Настає етап реалізації доксастичних зобов'язань, який характеризується станом переконаності. Саме цей стан переконаності виражає результуючий стан переконань суб'єкта.

Вочевидь, тривалість дії доксастичних зобов'язань обмежена подальшими змінами стану переконань суб'єкта і прийняттям нових доксастичних зобов'язань. Так, видаливши раніше прийняте висловлювання А, суб'єкт звільняє себе від зобов'язань, що накладаються на нього присутністю А як переконання. Здійснення пізнавальних дій за допомогою висловлювань, що не пов'язані з А, ніяк не вплине на зобов'язання, породженні прийняттям А.

До неявних доксастичних зобов'язань носія переконань найчастіше відносять вимогу підтримувати всі наслідки своїх переконань. Тобто, після виконання деякої

пізнавальної дії суб’єкт повинен виконати також і замикання отриманої в результаті бази переконань. У дійсності цей процес не є моментальним, усвідомлення наслідків отриманої інформації відбувається дещо пізніше її сприйняття і для адекватного відображення пізнавальних дій важливим є питання – коли саме.

У термінах доксастичних зобов’язань можна однозначно відповісти, що замикання результуючої множини переконань відбувається після виконання всіх явно вказаних зобов’язань. Таке «пізнє» замикання якраз і дає змогу використовувати узгоджені бази переконань у процесі здійснення пізнавальних дій та отримувати несуперечливу множину переконань у результаті перетворення.

Специфіка пізнавальних операцій DML

Зазвичай в теорії зміни переконань розглядають три пізнавальні операції: розширення (+), скорочення (÷) і ревізію (*). Ревізія є комплексною операцією, яка може бути реалізована шляхом послідовного виконання скорочення і розширення. Ревізію описують за допомогою рівності Леві (див. напр. [111], [129], [134]), у DML синтаксисі ця рівність набуває наступного вигляду:

$*A = \div{\sim}A \,\&\, +A$

Якщо ми хочемо переглянути теорію відносно A, ми повинні спочатку скоротити її шляхом видалення ~A, а потім додати A. Таким чином, скорочення і розширення визначають як первинні доксастичні операції, а ревізію як вторинну, комплексну операцію. Тому можна говорити про те, що визначення операції ревізії зводиться до визначення операцій розширення та скорочення. Розглядаючи окремо ці пізнавальні дії, можна побудувати відповідні логічні системи, проте необхідно також врахувати зв’язок, що безпосередньо існує між операторами скорочення та розширення. Традиційно ці пізнавальні операції розглядаються як первинні, але така трактовка передбачає можливість їх незалежного використання.

В теоретичних дослідженнях зміни переконань добре відома проблема «чистоти» доксастичних операцій. Так, С. О. Ханссон, в роботі «Десять філософських проблем ревізії переконань», звертає увагу на «невловимість чистого скорочення» [121]. Він має на увазі, що скорочення практично завжди

супроводжується деяким розширенням, хоча б гіпотетичним. Вхід, отриманий системою, завжди розглядається як розширення, навіть якщо висловлювання, що спровокувало зміну, не було додане в систему. Крім того, Ханссон вказує, що «ми інколи гіпотетично відмовляємося від деякого переконання, аби прийняти переконання, що суперечить йому» [121, С. 49].

Потрактоване у термінах доксастичних зобов'язань зауваження Ханссона щодо гіпотетичного розширення може бути уточнене, – розширення не просто супроводжує скорочення, воно скоріш передує йому, – надходження нової інформації вимушує носія переконань виконувати скорочення. Згідно з традиційним означенням, результатом скорочення є підмножина первинної множини переконань, яка не містить вихідну пропозицію [58]. Отже, скорочення – це дія, в якій старі переконання видалені, але жодні нові переконання не додані. З іншого боку, скорочення – це дія, яка видаляє з множини переконань деяке раніше додане висловлювання. Успішність скорочення полягає в тому, що висловлювання, яке підлягає видаленню, після виконання операції скорочення не буде присутнє в множини переконань суб'єкта. Отже, після виконання операції скорочення, множина переконань повинна виглядати так, ніби видалене висловлювання не було додане до множини переконань і не присутнє в теорії, більш того, в результаті скорочення жодне інше висловлювання також не було додане. Хоча не будемо заперечувати той факт, що можливо деяке висловлювання було додане раніше і, ймовірно, спровокувало скорочення. Фактично, наслідком видалення деякого висловлювання A буде множина, до якої не додане A.

Така інтерпретація породжує думку про можливе тлумачення скорочення, як операцію, вторинну відносно розширення. Використовуючи умовні доксастичні операції, в мові DML можна записати вищесказане таким чином: $\div A \rightarrow \sim +A$. Контрапозиція наведеної формули $+A \rightarrow \sim \div A$ також може бути витлумачена стосовно доксастичних зобов'язань, – якщо суб'єкт розширює множину переконань за допомогою висловлювання A, то принаймні на деякий час він приймає на себе зобов'язання не видаляти висловлювання A з множини переконань, тобто

підтримувати статус А як переконання. Наслідком розширення множини за рахунок А буде множина переконань, у якій висловлювання А не видалене.

Розглянемо можливість зворотної імплікації: ~ +А → ÷А. Запис вигляду ~+А характеризує стан переконань в якому відсутнє А, тобто до дійсного моменту А не було додано і у суб'єкта немає відповідних доксастичних зобов'язань стверджувати А. Простіше кажучи, суб'єкт не вірить в А і А не присутнє в його множині переконань. Тоді видалення А не викличе ніяких змін. Так само множина переконань не зміниться, якщо суб'єкт не додасть А. Фактично, якщо деяке висловлювання В належить множині ~+А, то висловлювання В належить множині, отриманій в результаті скорочення вихідної множини за допомогою А.

Така формалізація зв'язку механізмів розширення та скорочення робить можливим їх представлення як обернених операторів і введення еквівалентності: ~+А ↔ ÷А. Проте, тлумачення оператора скорочення як позначення для ~+А видається недоцільним, так як зміщує акцент розгляду безпосередньо до властивостей оператора розширення, в той час як більшість основних питань перегляду переконань пов'язані саме з виконанням скорочення. Тісний зв'язок операторів розширення та скорочення є зручним засобом інтерпретації та обґрунтування властивостей обох пізнавальних операторів і фактично надає можливість побудувати логічну систему на основі одного з них.

2.4 Динамічна модальна логіка розширення DML_E

Загальні характеристики динамічної модальної логіки DML будуть спільними для всіх аксіоматичних систем, побудованих згідно такого підходу. Як і в мові класичної логіки висловлювань множину нелогічних символів складає нескінчений список пропозиційних змінних p, q, r, s. Логічними символами є знаки істиннісно-функціональних пропозиційних зв'язок: – &, ∨, ⊃, ¬, а також символи доксастичних операцій + і ÷. Технічними символами є ліва і права круглі дужки (,).

Означення 2.4.1 *Булева формула.*

Формула А називається булевою, якщо і тільки якщо вона складається з елементарних пропозицій і пропозиційних зв'язок.

При побудові даної логіки будемо вважати, що доксастичні оператори незастосовні до доксастичних формул. Ітерація доксастичних операторів можлива, але за додаткових умов і потребує більш глибокого дослідження. Таким чином, маємо наступне визначення елементарної доксастичної формули.

Означення 2.4.2 *Елементарна доксастична формула*

+А і ÷А – елементарні доксастичні формули тоді і тільки тоді, коли А – булева формула.

Означення 2.4.3 *Правильно побудована формула*

Правильно побудованою формулою (ППФ) назвемо:

(1) будь-яку булеву формулу,

(2) будь-яку елементарну доксастичну формулу,

(3) якщо А і В – ППФ, то А&В, А∨В, А→В і ~А – також ППФ,

ніщо інше не є ППФ.

Всі доксастичні модальні логіки синтаксису DML будемо формулювати у вигляді систем аксіом з правилами підстановки і виводу. Перш за все, зазначимо, що всі аксіоми пропозиційної логіки є аксіомами кожної логіки DML. Маємо наступне правило:

PC Будь-яка аксіома пропозиційної логіки є аксіомою DML.

Як правило виводу приймається modus ponens. Якщо вивідні формула A і формула $A \rightarrow B$, то вивідна формула B.

MP Якщо $\vdash A$ і $\vdash A \rightarrow B$, то $\vdash B$.

Для формулювання правила підстановки нам буде потрібне поняття правильної підстановки.

Означення 2.4.4 *Правильна підстановка*

Підстановка формули B замість деякого входження змінної p в правильно побудовану формулу A називається правильною, якщо і лише якщо результат підстановки є ППФ.

Тепер можемо сформулювати *правило допустимої підстановки*.

US Нехай A – теорема DML, і $p_1 ..., p_n$ деякі пропозиційні змінні, що входять в A. Тоді формула A, отримана в результаті одночасної правильної підстановки будь-якої ППФ $B_1 ..., B_m$ замість кожного входження $p_1 ..., p_n$, є теоремою.

Фактично, динамічна модальна логіка DML представляє собою пропозиційне числення з алфавітом, розширеним шляхом введення символів модальних доксастичних операторів: +, ÷, *. Ці модальні оператори представляють собою формальну інтерпретацію пізнавальних дій: розширення, скорочення та ревізії

відповідно. Представлення пізнавальних дій у вигляді модальностей дає можливість спробувати дослідити перетворення множини переконань у процесі її виконання. Окрім змістовної інтерпретації, модальні доксастичні оператори мають ще ряд властивостей, за допомогою яких можна представити стан переконань у момент здійснення пізнавальної дії.

За допомогою DML можна спробувати відтворити основні пізнавальні дії, розглянуті в AGM. Виявляється, що таке розширення алфавіту значно посилює виразну потужність мови, роблячи її достатньою для того, щоб розглядати властивості пізнавальних дій, описаних в AGM. Адекватність представлення можна перевірити шляхом порівняння властивостей пізнавальної дії та властивостей відповідного доксастичного модального оператора.

Мінімальна логіка розширення

Розглянемо аксіоматичну побудову доксастичної модальної логіки розширення (DML_E) на основі інтерпретації пізнавальної дії розширення як модального оператора. Для цього нам буде потрібна мова DML і низка аксіом, що визначають специфіку оператора розширення. Розглянемо основні властивості оператора розширення, що використовуються при побудові епістемічних теорій. AGM визначають його за допомогою апарату теорії множин: $\mathbf{K}+A = Cn(\mathbf{K} \cup \{A\})$, де **K** – вихідна множина переконань [129].

Таким чином, якщо ми хочемо розширити теорію за допомогою додання A, ми повинні механічно додати A до вихідної множини переконань за допомогою теоретико-множинної операції об'єднання і замкнути отриману множину відносно логічного слідування. За рахунок замкненості множини переконань, кожна формула, вивідна у пропозиційному численні, буде додана до теорії. Очевидна наступна властивість, – якщо A – теорема пропозиційного числення, то ми повинні додати A в нашу теорію, що аналогічно добре відомому в модальній логіці правилу навішування необхідності. На мові DML це правило набере такого вигляду:

N Якщо A – теорема пропозиційного числення, то +A – також теорема. Або формальніше: ├ A і A – булева формула, то +A.

У даній ситуації доксастичний оператор розширення поводить себе як нормальний модальний оператор. Той факт, що вказана поведінка випливає не з властивостей самого оператора, а з означення пізнавальної операції, що має бути представлена цим оператором, вказує на те, що вибраний спосіб представлення дійсно може бути використаний.

Наступною важливою властивістю є явна вказівка на замкненість операції розширення відносно modus ponens. Ця характеристика, як і попередня, також випливає з прийнятого в AGM означення розширення. За аналогією з принципом пронесення модальності для нормальних модальних систем, в DML цей принцип можна виразити як дистрибутивність оператора розширення відносно імплікації.

K $+ (A \rightarrow B) \rightarrow (+ A \rightarrow +B)$

Виходячи з цього запису, оператор розширення може бути інтерпретований як деякий нормальний модальний оператор, що володіє властивостями позитивної модальності. PC, MP, US, N і **K** складають основу найбільш слабкої логіки розширення переконань.

Наведемо ще декілька формул, які виражають властивості оператора розширення в даній логіці і можуть бути легко доведені за допомогою вказаних правил.

Дистрибутивні властивості розширення

Якщо ми розширюємо нашу теорію за допомогою формули A & B, то ми повинні додати в теорію обидва висловлювання A і B. За означенням результатом виконання розширення є множина, замкнена відносно логічного слідування, тому як тільки у множині переконань опиниться деяке кон'юнктивне висловлювання, там само з'являться і обидва кон'юнкта.

D1 $+ (A \,\&\, B) \rightarrow (+ A \,\&\, + B)$

Доведення:

1	$(A \& B) \to A$	PC
2	$(A \& B) \to B$	PC
3	$+(A \& B) \to +A$	1, N
4	$+(A \& B) \to +B$	2, N
5	$+(A \& B) \to +A \& +B$	3, 4, PC

Також має місце обернена імплікація. Смисл її полягає у тому, що якщо ми розширюємо теорію за допомогою додання формули A і формули B, тоді формула A & B також має бути додана в теорію. Виходячи з вимоги замкненості множини переконань – результату розширення, якщо множина переконань містить обидва кон'юнкта, значить вона містить і саму кон'юнкцію.

D2 $(+A \& +B) \to + (A \& B)$

Доведення:

1	$A \to (B \to (A \& B))$	аксіома PC
2	$+(A \to (B \to (A \& B)))$	1, N
3	$+A \to +(B \to (A \& B))$	2, K
4	$+(B \to (A \& B)) \to (+B \to +(A \& B))$	K
5	$+A \to (+B \to +(A \& B))$	3, 4 транзитивність
6	$(+A \& +B) \to +(A \& B)$	5, теорема PC (імпортація)

Дистрибутивність операції розширення відносно диз'юнкції реалізується лише у вигляді односторонньої імплікації. Оперуючи множиною переконань, ми накладаємо на себе зобов'язання приймати всі наслідки нашої теорії. Отже, додавши в теорію формулу A або додавши формулу B, ми зобов'язалися додати формулу $A \vee B$. Зворотна імплікація не завжди має місце. При доданні диз'юнкції $A \vee B$ ми не зобов'язані вводити в множину переконань обидва її диз'юнкта.

D3 $(+A \vee +B) \to +(A \vee B)$

Доведення:

1	$A \rightarrow A \vee B$	PC
2	$B \rightarrow A \vee B$	PC
3	$+A \rightarrow +(A \vee B)$	1, N
4	$+B \rightarrow +(A \vee B)$	2, N
5	$+A \vee +B \rightarrow +(A \vee B)$	3, 4, PC

Логіка розширення, визначена за допомогою аксіом PC, правилом допустимої підстановки US, правилом введення розширення N, правилами дистрибутивності розширення відносно імплікації K і відносно кон'юнкції D1, – це найбільш слабка логіка, що може бути побудована для операції розширення.

Динамічна модальна логіка розширення DML_E Expansion

Виразні можливості мови DML достатні для побудови сильнішої логіки розширення, яка дозволить детально розглянути властивості розширення AGM. При побудові такої логіки нам знадобляться критерії раціональності AGM, що приймаються в концепції:

- вимога мінімальності змін вихідних переконань,
- пріоритетність нової інформації,
- несуперечність [110].

Також в список критеріїв раціональності може бути доданий принцип категоріальної відповідності, який зазвичай вводиться неявно, але є одним з найголовніших при виконанні будь-якої операції. Згідно принципу категоріальної відповідності (див. [114], [129]) результат операції повинен бути представлений у тому самому вигляді, що й вихідні данні. Мова йде про те, що виконання будь-якої доксастичної операції над множиною переконань повинно гарантувати отримання в результаті множини переконань і ніщо інше.

Критерій пріоритетності нової інформації вимагає присутності висловлювання в множині переконань суб'єкта після розширення теорії за рахунок цього

висловлювання. У списку постулатів AGM для розширення згаданий критерій виражений у вигляді постулату успішності. Приймаючи висловлювання в множину переконань, суб'єкт зводить його в ранг переконань і тим зобов'язується стверджувати його.

T $+A \rightarrow A$

Якщо розглядати консеквент формули T як вираження істинності A, тобто «якщо A додане в теорію, то A – істинне», ми отримаємо дуже сильне твердження. Враховуючи властивості суб'єкта – носія знань (як мінімум, можливість помилятися), можна сказати, що таке твердження досить часто виявляється невірним. Проте, представимо A в правій частині формули як ствердження A (згідно трактовки Фреге), не вимагаючи обов'язкової його істинності – ні фактичної, ні логічної. Тоді формулу T можна розглядати як вираження послідовності доксастичних дій, що вимушує носія знань до прийняття всіх своїх переконань. Отримаємо: «якщо хтось додає A в теорію, то він зобов'язується стверджувати його». Цей вираз описує доксастичні зобов'язання суб'єкта, які він накладає на себе в результаті прийняття висловлювання A в множину переконань.

Логіка, що визначається PC, US, N, K, D1 і T є динамічною модальною логікою розширення DML_E.

Формалізація постулатів розширення AGM в рамках DML_E

Виразні можливості DML_E достатні для формалізації постулатів розширення AGM: замикання, успішності, включення, пустоти, монотонності та мінімальності. За теоремою AGM, оператор, що задовольняє вказаним постулатам еквівалентний операції розширенню AGM.

Замикання

Множина переконань, отримана в результаті розширення вихідної теорії за допомогою додання деякого висловлювання, має бути замкнута відносно логічного

слідування. Формально: якщо **K** – множина переконань, то **K** + A – множина переконань. Цей постулат виражає принцип категоріальної відповідності, згідно з яким спосіб представлення стану переконань після виконання деякої операції має бути таким самим, як і спосіб представлення вихідного стану переконань. У DML постулат замикання виражений в правилі **K**.

K + (A → B) → (+ A → +B)

Успішність

Після розширення теорії за рахунок висловлювання A, воно повинне належати теорії. Цей постулат виражає критерій пріоритетності нової інформації, згідно з яким вхідна інформація має бути прийнята. Формально: A ∈ **K** + A. В DML постулат успішності виражається аксіомою T.

T +A → A

Включення

Вихідна множина переконань завжди має бути підмножиною розширеної множини переконань. Це свого роду ствердження «чистоти» оператора розширення. Згідно з постулатом включення, здійснюючи розширення теорії за допомогою деякого висловлювання, ми здійснюємо об’єднання множини, що складається з висловлювання, що додається, і розширюваної множини переконань, при цьому жодне висловлювання вихідної множини не має бути видалене. Замикання отриманої множини повинне включати вихідну множину переконань. Формально: **K** ⊆ **K** + A. В DML постулат включення може бути виражений таким чином:

B & +A → B

Постулат включення може бути отриманий з теореми пропозиційного числення за допомогою правила підстановки, отже, він вивідний в DML_E.

Пустота

Розширення теорії за рахунок висловлювання, яке вже присутнє в ній, не змінює теорію. Формально: якщо $A \in \mathbf{K}$, то $\mathbf{K} + A = \mathbf{K}$.

$A \rightarrow (+ A \rightarrow A)$

Наведений постулат AGM розширення також може бути виведений в рамках DML за допомогою аксіоми пропозиційного числення та правила підстановки, а тому є теоремою логіки розширення.

Монотонність

Операція розширення монотонна відносно теоретико-множинної операції включення. Якщо $\mathbf{K} \subseteq H$, то $\mathbf{K} + A \subseteq H + A$. Таку ж властивість зберігає DML_E оператор розширення відносно імплікації.

$(B \rightarrow C) \rightarrow ((B \,\&\, + A) \rightarrow (C \,\&\, + A))$

Постулат монотонності розширення також виводиться в DML_E за допомогою правила підстановки.

Мінімальність

Для будь-якої множини переконань **K** і висловлювання A, **K** + A найменша множина висловлювань, для якої виконуються постулати замикання, успішності і включення. Цей постулат виражає критерій мінімальності, згідно з яким зміна множини переконань має бути строго регламентована. Розширюючи теорію за допомогою висловлювання A, ми повинні додати до стану переконань лише A і нічого більшого. Замикання отриманого стану переконань забезпечує присутність наслідків A у вихідній множині переконань. Таким чином, якщо висловлювання B не випливає з A, то розширення теорії за рахунок A жодним чином не повинно зумовлювати розширення теорії за допомогою B.

$\sim (A \rightarrow B) \rightarrow \sim (+ A \rightarrow + B)$

Якщо в множині переконань наявна імплікація $(A \rightarrow B)$, то при доданні A, висловлювання B з’явиться в теорії у результаті виконання замикання результату

розширення. Якщо ж B не слідує з A, але при цьому було раніше присутнє в теорії, його додання не змінює теорію, згідно з постулатом пустоти.

Отже, розглянута формалізація операції розширення дозволяє виразити означення розширення, що подається в системі AGM, основні властивості операції та критерії раціональності, застосовні до розширення. Постулати AGM, що визначають основні властивості операції розширення, внаслідок формалізації їх в рамках динамічної доксастичної логіки, перетворюються на теореми вказаної логіки. Таким чином, **логіка, визначена за допомогою PC, US, N, K, D1 і T є динамічною модальною логікою розширення DML_E, що репрезентує функцію розширення AGM**.

Теорема 2.4.5 *Репрезентаційна теорема розширення*

Оператор + задовольняє постулатам замикання, успішності, включення, пустоти та мінімальності, отже оператор + еквівалентний функції розширення AGM.

2.5 Динамічна модальна логіка скорочення DML_C

Перейдемо до розгляду оператора скорочення. Побудова логічної системи на основі тільки оператора скорочення, без розширення, дає змогу отримати систему, що реалізує властивості функції видалення [111], тобто скорочення, для якого не виконується постулат відновлення. Примітно, що при цьому всі інші постулати AGM для скорочення виконуються. За умови введення взаємозв'язку між операторами скорочення і розширення, можна несуперечливо формалізувати й постулат відновлення. Таким чином, якщо нам вдасться знайти вдалий спосіб формалізації постулатів скорочення AGM та показати їх вивідність у побудованій системі, то ми зможемо сформулювати репрезентаційну теорему, що покаже взаємовідповідність оператора скорочення побудованої системи та функції скорочення часткового перетину, що розглядається в рамках AGM. Неможливість доведення постулату відновлення в логіці скорочення може викликати сумнів щодо доцільності її побудови, але зазначимо, що для вираження комплексної операції перегляду (ревізії) достатньо функції видалення

Для побудови логічної системи з оператором скорочення, використаємо алфавіт динамічної модальної логіки DML з правилами PC, MP, US. Введемо специфічні правила, що регламентують властивості оператора скорочення, згідно визначеного в системі AGM аксіоматичного означення функції скорочення.

Перш за все, розглянемо можливість введення оператора скорочення. Наступне правило говорить про те, що скорочуючи теорію за допомогою формули B, ми повинні виключити кожну формулу A, з якої логічно слідує B.

C Якщо $A \to B$ теорема PC, то $\div B \to \div A$ теорема.

Більш формально: $\vdash A \to B$ і формула $A \to B$ булева $\Rightarrow \vdash \div B \to \div A$.

Відзначимо, що аналогічний принцип, виражений у вигляді формули $(A \to B) \to (\div B \to \div A)$ не може бути прийнятий у якості аксіоми DML, оскільки якщо $A \to B$

не є законом логіки, то альтернативою видалення A (за умови видалення B) могло б бути видалення формули $A \to B$ взагалі.

Операція скорочення повинна забезпечувати несуперечливість множини переконань. Якщо множина переконань містить деяке висловлювання, то вона не повинна містити заперечення цього висловлювання. Більш зручною є контрапозиція наведеного твердження: якщо множина переконань містить ~A, то задля збереження несуперечливості множини, ми повинні видалити A.

Таке доксастичне зобов'язання має й інше змістовне обґрунтування, – якщо ми впевнені у хибності висловлювання A (це можливо у випадку, коли A суперечить нашій множині переконань і вихідна множина містить заперечення A), то ми повинні відкинути хибне висловлювання. Дійсно, у процесі перетворення переконань, ми намагаємося позбутися хибних висловлювань, не важливо за якої причини, – внаслідок отримання нової інформації, чи, наприклад, внаслідок перегляду наявної множини переконань на предмет протиріччя.

Цей принцип несуперечності множини переконань також відображає сам механізм скорочення, а тому має бути прийнятий у якості аксіоми DMLC і може бути зафіксований таким чином:

U $\sim A \to \div A$

Зручною для використання є також варіація правила: **U`** $A \to \div \sim A$

Наступна аксіома виражає один з важливих принципів скорочення часткового перетину AGM, так званий «принцип кон'юнктивної факторизації».

DM1 $\div(A \,\&\, B) \to (\div A \vee \div B)$

Прийняття цієї аксіоми закономірне. Якщо потрібно скоротити теорію за допомогою видалення кон'юнкції висловлювань A & B, то для цього існує три способи: видалити A, залишивши B в теорії, видалити B, залишивши A і видалити

обидва висловлювання A і B. І якщо останній спосіб іноді спричиняє зайві втрати у множині переконань, то два перших способи передбачають вибір, що далеко не завжди виявляється тривіальним.

Аксіома DM1 за структурою схожа на один з законів Де Моргана. У наведеній формулі оператор скорочення проявляє властивості, що нагадують властивості оператора заперечення. Дійсно, ми видаляємо зі своєї множини переконань ті висловлювання, істинність яких ми заперечуємо. В такому випадку особливих труднощів не викличе й доведення ще двох аналогічних теорем.

DM2 $\div(A \vee B) \rightarrow (\div A \,\&\, \div B)$

Доведення:

1	$A \rightarrow (A \vee B)$	PC
2	$B \rightarrow (A \vee B)$	PC
3	$\div(A \vee B) \rightarrow \div A$	1, C
4	$\div(A \vee B) \rightarrow \div B$	2, C
5	$\div(A \vee B) \rightarrow \div A \,\&\, \div B$	3, 4, PC

Природно, що скорочуючи теорію, за допомогою диз'юнктивного висловлювання $A \vee B$, ми повинні видалити з теорії обидва диз'юнкта. Залишивши один з них, наприклад B, ми зіткнемося з тим, що з нього слідує ціла низка диз'юнкцій, у тому числі і видалена диз'юнкція $A \vee B$. У даному випадку вибирати не доводиться, – видаленню підлягають обидва висловлювання. З іншого боку, ми не повинні видаляти висловлювання, що здаються нам істинними, тоді, видаляючи диз'юнкцію $A \vee B$, ми вважаємо її хибною. а значить автоматично вважаємо хибними обидва її диз'юнкта і також видаляємо їх з системи.

DM3 $(\div A \vee \div B) \rightarrow \div(A \,\&\, B)$

Доведення:

1	$A \& B \rightarrow A$	РС
2	$A \& B \rightarrow B$	РС
3	$\div A \rightarrow \div(A \& B)$	1, С
4	$\div B \rightarrow \div(A \& B)$	2, С
5	$\div A \vee \div B \rightarrow \div(A \& B)$	3, 4, РС

Якщо ми скорочуємо теорію за допомогою висловлювання А або за допомогою висловлювання В, маючи при цьому на увазі що хоча б одне з них хибне, то ми повинні видалити і кон'юнкцію, що містить хибне висловлювання, звичайно за умови присутності формули $A \& B$ в теорії.

Зазначимо, що формула, аналогічна четвертому закону Де Моргана $(\div A \& \div B) \rightarrow \div(A \vee B)$ не буде теоремою розглядуваної системи. Дійсно, властивість, описана даною формулою, не завжди притаманна оператору скорочення. Припустимо, що суб'єкт вірив як в А, так і в В, але одного разу отримав інформацію, що одне з цих переконань не відповідає дійсності, але невідомо яке саме. У такому випадку, не знаючи точно яке саме висловлювання А або В хибне, безпечнішим буде відкинути обидва ці висловлювання. Але, враховуючи істинність одного висловлювання, доцільним буде зберегти в множині переконань їх диз'юнкцію, наприклад, до подальшого з'ясування обставин. Це дозволить суттєво знизити втрати в множині переконань. Наприклад, дехто певний час був впевнений у тому що Петрик підкинув монетку двічі і при цьому випали по черзі орел (висловлювання А) та рішка (висловлювання В). Проте з'ясувалось, що Петрик підкинув монетку всього один раз і що саме випало, невідомо. Але зрозуміло, що випав орел або рішка. Звичайно, доведеться відкинути обидва ці висловлювання і прийняти їх диз'юнкцію $(A \vee B)$, поки питання не буде з'ясоване більш докладно. Якби з'ясувалося, що Петрик взагалі не підкидав монетку, а отже обидва висловлювання хибні, то їх диз'юнкція також була б хибною і її також довелось би видалити.

Видаляючи з теорії деяке висловлювання А, ми повинні також видалити всі висловлювання, з яких слідує А, інакше видалення не буде успішним і А залишиться

в теорії неявно. Але найчастіше такої процедури недостатньо для забезпечення успішності видалення. Висловлювання A може слідувати з двох і більше висловлювань. Якщо декілька висловлювань разом імплікують A, тоді постає вибір, яке саме висловлювання потрібно видалити, щоб позбавитись A, чи можливо знехтувати втратами і видалити обидва? Цей важливий принцип скорочення виражає правило, похідне від C і DM1:

$|\!-$ A & B $\rightarrow$ C і C – булева $\Rightarrow |\!-$ ÷C $\rightarrow$ ÷A $\vee$ ÷B.

Операції скорочення притаманний ряд властивостей, що відображають особливості виконання скорочення множини переконань. Наприклад, якщо множина переконань C сумісна з запереченням A, тобто висловлювання ~ A може бути несуперечливо додане до множини C, значить в множині переконань не присутня імплікація C $\rightarrow$ A.

Властивість 2.5.1 C & ~ A $\rightarrow$ ÷ (C $\rightarrow$ A)

Доведення:

1	C & ~ A $\rightarrow$ ~ (C $\rightarrow$ A)	PC
2	~ (C $\rightarrow$ A) $\rightarrow$ ÷ (C $\rightarrow$ A)	1, U, транзитивність

Якщо множина переконань не містить імплікацію C $\rightarrow$ A, то можна видалити A, зберігши при цьому множину C.

Властивість 2.5.2 (C $\rightarrow$ A) $\rightarrow$ ÷ A & C

Доведення:

1	~ (C $\rightarrow$ A) $\rightarrow$ ~A & C	PC
2	~A $\rightarrow$ ÷ A	1, PC, U
3	~A & C $\rightarrow$ ÷ A & C	1, 2, PC, транзитивність.
4	~ (C $\rightarrow$ A) $\rightarrow$ ÷ A & C	1, 3, транзитивність.

Властивість 2.5.3 ÷(A $\vee$ B) $\rightarrow$ ÷(A & B)

Доведення:

1	$A \& B \rightarrow A$	PC
2	$A \rightarrow A \vee B$	1, PC
3	$A \& B \rightarrow A \vee B$	1, 2, PC
4	$\div(A \vee B) \rightarrow \div(A \& B)$	3, C

Властивість 2.5.4 $\div\sim(A \& B) \rightarrow \div\sim(A \vee B)$

Доведення аналогічне.

Доксастична модальна логіка скорочення DML_C і постулати AGM

В AGM функція скорочення представлена за допомогою так званого «скорочення часткового перетину». AGM пропонують вісім постулатів, що характеризують скорочення: шість основних та два додаткових постулати [58]. Спробуємо сформулювати ці постулати за допомогою мови DML_C. Виявляється, що практично всі постулати AGM можуть бути виведені в рамках доксастичної модальної логіки скорочення.

C1 Замикання

Якщо вихідна теорія **K** замкнена, то **K** ÷ A – замкнена теорія.

Згідно принципу категоріальної відповідності Герденфорса і Ротта, представлення множини переконань після перетворення повинне мати такий самий формат, як і до перетворення. Тобто, скорочуючи множину переконань **K** за допомогою A, ми повинні переконатися у замкненості вихідної множини **K** і після виконання скорочення здійснити замикання отриманої множини **K** ÷ A. Відносно операції розширення постулат замикання може бути інтерпретований у вигляді такого виразу:

$+(A \rightarrow B) \rightarrow (+A \rightarrow +B)$ (аксіома **K**).

Стосовно операції скорочення цей постулат несе наступну інформацію – якщо скорочення виконане правильно, то замикання отриманої в результаті теорії **K** ÷ A не

повинне містити A. Тобто A повинне бути видалене з системи як явно, так і неявно. Для цього потрібно видалити всі висловлювання, з яких випливає A, інакше операція замикання знову поверне A в теорію. На мові DML ця вимога буде виглядати таким чином:

DML1 $\vdash (A \rightarrow B) \Rightarrow \vdash (\div B \rightarrow \div A)$.

Якщо B логічно слідує з A, то видаляючи B, ми повинні видалити A. Це є ні що інше, як правило виводу C.

C2 Включення

$\mathbf{K} \div A \subseteq \mathbf{K}$.

Теорія, скорочена шляхом видалення деякого висловлювання, повинна бути підмножиною вихідної теорії. Тобто неможлива така ситуація, коли **K** перетинається з $\mathbf{K} \div A$ і тим паче, неможливо, щоб **K** була власною підмножиною $\mathbf{K} \div A$. Маємо:

DML2 $\div B \rightarrow (\div A \rightarrow \div B)$.

Видалення будь-якого висловлювання не повинно спричиняти розширення системи за рахунок висловлювань, що не містяться у ній. Фактично, будь-яке висловлювання, що не належить множині переконань, не повинне з'явитися в теорії внаслідок видалення іншого висловлювання. Цей принцип є частковим випадком ствердження консеквентна, а значить, теоремою нашої системи.

C3 Пустота

$A \notin \mathbf{K} \Rightarrow \mathbf{K} \div A = \mathbf{K}$.

Якщо висловлювання не належить вихідній множині переконань, то його видалення не повинне викликати ніяких перетворень системи. В доксастичній модальній логіці скорочення цей постулат може бути виражений наступним способом:

DML3 $(B \,\&\, {\sim}A) \rightarrow (\div A \rightarrow B)$.

Фактично, якщо множина переконань сумісна з ~A, тобто не містить A, то, спробувавши видалити A, суб'єкт отримає ту саму множину B.

Доведення:

1	$B \,\&\, {\sim}A \rightarrow B$	PC
2	$B \rightarrow (B \vee {\sim}\div A)$	1, PC
3	$(B \vee {\sim}\div A) \rightarrow (\div A \rightarrow B)$	2, PC
4	$(B \,\&\, {\sim}A) \rightarrow (\div A \rightarrow B)$	1, 3, транзитивність.

C4 Успішність

$A \notin Cn(\varnothing) \Rightarrow A \notin \mathbf{K} \div A$.

Переформулюємо цей постулат за допомогою контрапозиції. Якщо $A \in T \div A$, то $A \in Cn(\varnothing)$. Тобто, якщо деяке висловлювання наявне в теорії після того як було видалене, то це висловлювання є законом логіки. В мові DML цей постулат набуває такого вигляду:

DML4 $(\div A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)$

Доведення:

1	${\sim}A \rightarrow \div A$	U
2	${\sim}A \rightarrow \div A \rightarrow \div A \vee A$	1, PC
3	$\div A \vee A \rightarrow (\div A \vee A) \,\&\, (A \vee {\sim}A)$	2, PC
4	$(\div A \vee A) \,\&\, (A \vee {\sim}A) \rightarrow (\div A \,\&\, {\sim}A) \vee (A \,\&\, {\sim}A) \vee A$	3, PC
5	$(\div A \,\&\, {\sim}A) \vee (A \,\&\, {\sim}A) \vee A \rightarrow ({\sim}\div A \vee A) \rightarrow (({\sim}A \vee A) \rightarrow A)$	4, PC
6	$({\sim}\div A \vee A) \rightarrow (({\sim}A \vee A) \rightarrow A) \rightarrow (\div A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)$	5, PC

C5 Екстенсіональність

$A \leftrightarrow B \in Cn(\varnothing)$, то $T \div A = T \div B$.

Логіка скорочення екстенсіональна у смислі взаємозамінності еквівалентних висловлювань. Тобто:

DML5 $\vdash A \leftrightarrow B \Rightarrow \vdash \div A \leftrightarrow \div B$.

Доведення цього правила легко отримати, використовуючи правило С.

Таким чином, ми виразили п’ять постулатів скорочення AGM і побудували їх доведення в системі DML_C. В рамках логіки скорочення не можна формалізувати постулат відновлення, так як він потребує явного використання операції розширення. Отже, для модального оператору скорочення, введеного за допомогою аксіом DML_C, виконуються п’ять основних постулатів скорочення AGM: замикання, включення, пустота, успішність, екстенсіональність, окрім постулату відновлення. Таким чином, модальний оператор скорочення відображає властивості функції видалення AGM [144], [145].

Теорема 2.5.5 *Репрезентаційна теорема скорочення DML_C*

Оператор ÷ логіки DML_C задовольняє постулатам замикання, успішності, включення, пустоти та екстенсіональності, отже оператор ÷ еквівалентний функції видалення AGM.

Додаткові постулати скорочення AGM – кон’юнктивне перекриття та кон’юнктивне включення, необхідні для побудови транзитивно реляційної функції скорочення часткового перетину, взагалі можуть бути формалізовані та доведені в рамках логіки скорочення DML_C, так як відображають властивості суто оператора скорочення. Додаткові постулати скорочення AGM також є теоремами логіки DML_C.

С 7 Кон’юнктивне перекриття

$T \div A \cap T \div B \subseteq T \div (A \,\&\, B)$

Перетин множин, отриманих в результаті скорочення теорії за допомогою А і за допомогою В, є підмножиною множини, отриманої в результаті видалення з теорії формули А & В.

DML7 $\div A \,\&\, \div B \rightarrow \div(A \,\&\, B)$

Доведення:

1	$\div A \,\&\, \div B \rightarrow \div A$	PC
2	$\div A \rightarrow \div A \vee \div B$	PC
3	$\div A \,\&\, \div B \rightarrow \div A \vee \div B$	1, 2, транзитивність
4	$\div A \vee \div B \rightarrow \div(A \,\&\, B)$	DM3
5	$\div A \,\&\, \div B \rightarrow \div(A \,\&\, B)$	3, 4, транзитивність

Специфіка видалення кон'юнкції полягає в тому, що вона передбачає певну неоднозначність. Для того, щоб позбавитись кон'юнкції двох висловлювань, достатньо видалити одне з них, але іноді важко визначити, яке саме висловлювання потрібно видалити, а яке можна залишити у множині переконань, крім того, можливий варіант, коли доводиться видаляти обидва висловлювання. У загальному випадку ця властивість виражена аксіомою DM1: $\div(A \,\&\, B) \rightarrow (\div A \vee \div B)$. Додатковий постулат кон'юнктивного включення є своєрідним обмеженням вказаної аксіоми і передбачає варіант вибору конкретного диз'юнкта.

C8 Кон'юнктивне включення

$A \notin T \div (A \,\&\, B) \Rightarrow T \div (A \,\&\, B) \subseteq T \div A$

Оригінальна форма постулату може бути витлумачена як дозвіл залишити кон'юнкт у множині, отриманій в результаті скорочення за допомогою A & B, за умови, що другий кон'юнкт не належить цій множині. Безпосередня формалізація постулату буде виглядати таким чином: $\sim(\div(A \,\&\, B) \rightarrow A) \rightarrow (\div(A \,\&\, B) \rightarrow \div A)$ і після виконання спрощень отримаємо теорему логіки скорочення, доведення якої безпосередньо слідує з аксіоми U.

DML8 $\div(A \,\&\, B) \,\&\, \sim A \rightarrow \div A$

Дистрибутивність скорочення відносно диз'юнкції та постулат кон'юнктивного перекриття виражають властивість оператора скорочення, що характеризує перебіг процесу скорочення. Згідно теоремам DML7 та DM3, поєднуючи дві дії скорочення, не важливо диз'юнктивно чи кон'юнктивно, доведеться також видаляти кон'юнкцію обох висловлювань, що підлягають скороченню. Видаляючи диз'юнкцію висловлювань, також потрібно видалити кон'юнкцію цих висловлювань, ця властивість була доведена вище і також слідує з DML2 та DML7. Можемо записати скорочення за допомогою двох висловлювань у загальному вигляді.

Властивість 2.5.6 *Кон'юнкція скорочень.*

$(\div A \,\&\, \div B) \vee (\div A \vee \div B) \vee \div(A \vee B) \rightarrow \div(A \,\&\, B)$

Генералізація скорочення за допомогою кон'юнкції в AGM здійснюється у правилі кон'юнктивної факторизації:

$\mathbf{K} \div (A \,\&\, B) = \mathbf{K} - A$, або $\mathbf{K} - B$, або $\mathbf{K} \div A \cap \mathbf{K} \div B$

Цей принцип скорочення також буде теоремою DML_C і запишеться у вигляді наступної властивості.

Властивість 2.5.7 *Кон'юнктивна факторизація.*

$\div(A \,\&\, B) \leftrightarrow (\div A \,\&\, \div B) \vee (\div A \vee \div B) \vee \div(A \vee B)$.

Доведення безпосередньо слідує з розглянутих вище теорем.

Поміж властивостями скорочення AGM розглядають так звану кон'юнктивну трисекцію, що розширює здійснення скорочення на три кон'юнкта.

Властивість 2.5.8 *Кон'юнктивна трисекція.*

$(\div(A \,\&\, B) \rightarrow D) \rightarrow (\div(A \,\&\, B \,\&\, C) \rightarrow D)$

Вказана формула є теоремою системи DML_C і може бути доведена за допомогою правила підстановки і DM1.

Побудована система DML_C репрезентує функцію видалення AGM та дає змогу розглянути всі основні властивості операції скорочення. Таким чином, можемо говорити, що оператор скорочення ÷ є *самостійним* представником пізнавальної операції скорочення.

Суперечливість постулату відновлення, про яку йдеться в ряді досліджень з перегляду переконань [145], [148], [167] може бути витлумачена як неможливість формалізації цього постулату в рамках логіки, що містить лише оператор скорочення і може бути усунена шляхом в рамках іншої логічної системи, що відобразить ті обмеження, які накладає постулат відновлення на операцію скорочення, при цьому обмежуючі функції виконує саме оператор розширення.

2.6 Динамічна модальна логіка з оператором перегляду DML

Наступним важливим способом зміни переконань є здійснення перегляду множини переконань. Відповідна пізнавальна дія в AGM представлена сімейством функцій ревізії, властивості якого визначаються набором постулатів. Постулати ревізії AGM відображають властивості цієї пізнавальної дії як комплексної і тісно пов'язані з аналогічними постулатами розширення та скорочення, крім того, множина постулатів ревізії однозначно визначає функцію ревізії AGM, про що свідчить відповідна репрезентаційна теорема. При цьому, для побудови функції ревізії на основі скорочення достатньо, щоб оператор скорочення був еквівалентним функції видалення AGM.

Таким чином сформулювати основні властивості ревізії ми можемо в логіці, отриманій шляхом введення оператора розширення як незалежного оператора в логіку скорочення DML_C та відповідних правил і аксіом для нього.

Динамічна модальна логіка DML визначається сукупним набором правил і аксіом логіки розширення DML_E та логіки скорочення DML_C. До набору правил входять загальні правила PC, MP, US та специфічні для скорочення і розширення.

Введення оператора розширення

N Якщо $\vdash A$ і A – булева формула, то $+A$

Введення оператора скорочення

C $\vdash A \to B$ і формула $A \to B$ булева $\Rightarrow \vdash \div B \to \div A$

Аксіоми розширення DML_E

K $+(A \to B) \to (+A \to +B)$

T $+A \to A$

Аксіоми скорочення DML_C

U $\sim A \to \div A$

DM1 $\div(A \,\&\, B) \to (\div A \vee \div B)$

Логіка, визначена за допомогою правил PC, MP, US, N, C та аксіом K, T, U і DM1 репрезентує динамічну модальну логіку DML – мінімальну логіку зміни знань з незалежними операторами розширення та скорочення.

Модальний оператор ревізії будемо позначати *. Для оператора ревізії не існує специфічних аксіом, так як він є комплексним оператором і апарату логіки DML достатньо для представлення механізму здійснення ревізії та формалізації властивостей ревізії через оператори розширення та скорочення.

Безпосередній зв'язок функцій ревізії з розширенням та скороченням має змістовне обґрунтування. Виконання операції перегляду переконань передбачає введення нової інформації в множину переконань, але це не просто приєднання отриманої інформації, як у випадку операції розширення, а узгодження вихідної множини з новою інформацією. Тому функції ревізії окрім простого введення нової інформації повинні відслідковувати виникнення протиріччя у вихідній множині та, за необхідності, позбуватися його. Механізм здійснення ревізії зумовлює спосіб вираження ревізії через скорочення та розширення відображено у відповідній рівності [145].

Означення 2.6.1 Рівність Леві

Нехай **K** – множина переконань і R(–) функція на **K**, така, що для кожного оператора – на **K**, R(–) задовольняє наступній рівності:

$R(–) = (\mathbf{K} – \neg\alpha) + \alpha$

Використаємо позначення для модального оператора ревізії * і запишемо рівність Леві на мові DML. Отримаємо формулу, що виражає зв'язок оператора ревізії з операторами скорочення та розширення.

R $\quad *A \leftrightarrow \div\sim A \,\&\, +A$

Фактично, * – це позначення для композиції операцій скорочення і розширення. Завважимо, що комутативність кон'юнкції уможливлює використання операторів скорочення та розширення у будь-якому порядку. Оригінальний спосіб запису рівності Леві також не містить явно інформацію про строгий порядок

виконання операцій, таке обмеження вводиться словесно і не є суттєвим при використанні баз переконань у якості основного способу представлення стану переконань.

Логіка DML, визначена за допомогою правил PC, MP, US, N, C, аксіом K, T, U, DM1 та R – мінімальна логіка перегляду знань з незалежними операторами розширення та скорочення та комплексним оператором ревізії.

Приєднавши наведену формулу до множини аксіом DML, отримаємо можливість формалізувати властивості та постулати ревізії AGM. Так як ревізія це комплексний оператор, визначений за допомогою операторів скорочення та розширення, можна очікувати, що його властивості будуть визначатися властивостями відповідних операторів.

Перш за все розглянемо властивості, що показують дистрибутивність оператора ревізії відносно логічних зв'язок кон'юнкції та диз'юнкції. Примітно, що у всіх випадках оператор ревізії може бути безпосередньо винесений за дужки, як оператор позитивної модальності.

Здійснюючи перегляд множину переконань шляхом виконання ревізії за допомогою кон'юнкції висловлювань A і B, потрібно окремо здійснити ревізію за допомогою кожного з цих висловлювань.

DR1 $*(A \,\&\, B) \rightarrow *A \,\&\, *B$

Доведення:

1	$*(A \,\&\, B) \rightarrow \div \sim(A \,\&\, B) \,\&\, +(A \,\&\, B)$	R
2	$\div \sim(A \,\&\, B) \rightarrow \div (\sim A \vee \sim B)$	1, PC
3	$\div (\sim A \vee \sim B) \rightarrow \div \sim A \,\&\, \div \sim B$	2, DM3
4	$+(A \,\&\, B) \rightarrow +A \,\&\, +B$	1, D1
5	$\div \sim A \,\&\, \div \sim B \,\&\, +A \,\&\, +B$	3, 4

6	*A & *B	5, R

У випадку кон’юнкції ревізій оператор ревізії поводить себе схожим чином. Переглядаючи множину переконань шляхом виконання ревізії за допомогою висловлювання A і ревізії за допомогою висловлювання B, потрібно здійснити ревізію за допомогою кон’юнкції цих висловлювань.

DR2 $*A \,\&\, *B \rightarrow *(A \,\&\, B)$

Доведення:

1	$*A \,\&\, *B \rightarrow \div {\sim}A \,\&\, +A \,\&\, \div{\sim}B \,\&\, +B$	R
2	$+A \rightarrow A$	1, T
3	$+B \rightarrow B$	1, T
4	$A \,\&\, B$	2, 3, PC
5	$\div {\sim}(A \,\&\, B)$	U
6	$+A \,\&\, +B$	1, PC
7	$+(A \,\&\, B)$	D1
8	$*(A \,\&\, B)$	5, 7, R

Також виконання кон’юнкції ревізій *A і *B породжує й більш слабкі доксастичні зобов’язання, як наприклад зобов’язання переглянути множину переконань за допомогою диз’юнкції цих переконань.

Властивість 2.6.2 *Композиція ревізій.*

$*A \,\&\, *B \rightarrow *(A \vee B)$

Доведення:

1	$*A \,\&\, *B \rightarrow *A$	PC
2	$*A \rightarrow \div {\sim}A \,\&\, +A$	1, R
3	$+A \rightarrow +(A \vee B)$	PC, N

4	*A & *B → *B	PC
5	*B → ÷ ~B & +B	5, R
6	÷ ~A & ÷ ~B	2, 5, PC
7	÷ (~A & ~B)	6, DML7
8	÷ ~ (A ∨ B)	7, PC
9	÷ ~ (A ∨ B) & +(A ∨ B)	2, 3 (MP), 8, PC
10	*(A ∨ B)	9, R

Здійснюючи ревізію за допомогою висловлювання A або за допомогою висловлювання B, потрібно здійснити ревізію за допомогою диз'юнкції цих висловлювань. Властивість випливає з означення оператору ревізії, що вимагає одразу видалити висловлювання, що суперечать вхідній інформації. У даному випадку потрібно видалити ~A або видалити ~B.

DR3 *A ∨ *B → * (A ∨ B)

Доведення:

1	*A ∨ *B → (÷~A & +A) ∨ (÷~B & +B)	R
2	(÷ ~A ∨ ÷ ~B) & (+A ∨ ÷ ~B) & (÷ ~A ∨ +B) & (+A ∨ +B)	1, PC
3	(÷ ~A ∨ ÷ ~B)	2, PC
4	÷ (~A & ~B)	3, DM3
5	÷ ~ (A ∨ B)	4, PC
6	+A ∨ +B	2, PC
7	+(A ∨ B)	6, D3
8	÷ ~ (A ∨ B) & +(A ∨ B)	7, PC
9	* (A ∨ B)	8, R

Також має місце наступна імплікація.

Властивість 2.6.3 *Перегляд за допомогою кон'юнкції.*

$*(A \,\&\, B) \rightarrow *(A \vee B)$

Доведення:

1	$*(A \,\&\, B) \rightarrow \div\sim (A \,\&\, B) \,\&\, +(A \,\&\, B)$	R
2	$\div\sim (A \,\&\, B) \rightarrow \div\sim (A \vee B)$	Властивість 2.5.4 DML_C
3	$+(A \,\&\, B) \rightarrow +A$	1, D1
4	$+A \rightarrow + (A \vee B)$	3, K
5	$\div\sim (A \vee B) \,\&\, + (A \vee B) \rightarrow *(A \vee B)$	2, 4, R

Як наслідки розглянутих дистрибутивностей, можна сформулювати для оператора ревізії властивості введення ревізії диз'юнкції і зняття кон'юнкції ревізій: $*A \rightarrow *(A \vee B)$, $*(A \,\&\, B) \rightarrow *A$. Наведені формули безпосередньо слідують з DR2 і DR4 і також можуть бути використані для більш короткого доведення попередньої властивості.

Постулати ревізії AGM

R1 Замикання

Результат перегляду множини **K** за допомогою висловлювання A, **K** * A – множина переконань.

Постулат замикання частково виражає вимогу принципу категоріальної відповідності, згідно якому спосіб представлення вихідних переконань повинен співпадати зі способом представлення результуючого стану переконань. Йдеться, насамперед, про замкненість результуючої множини відносно операції логічного слідування. Тобто результат виконання ревізії **K** * A повинен бути представлений у вигляді множини переконань. Постулат замикання ревізії дуже схожий з аналогічним постулатом для операції розширення. Якщо в систему додана імплікація $A \rightarrow B$, то розширення вихідної множини переконань за допомогою A приводить до

розширення множини переконань за рахунок додання висловлювання B. Замикання множини переконань для ревізії буде здійснюватись так само, як і для розширення, так як результатом виконання ревізії якраз і є розширення: *(A → B) → (+A → +B).

Функція ревізії, описана в AGM повинна відповідати постулату пріоритетності нової інформації. Тобто, висловлювання, за допомогою якого здійснюється ревізія, після її виконання повинне бути присутнім у множині переконань – результаті ревізії. Цю властивість виражає постулат успішності.

R2 Успішність

Висловлювання, за допомогою якого здійснюється перегляд, повинне бути прийняте до вихідної множини переконань: $A \in \mathbf{K} * A$

На мові DML постулат успішності набуває такого вигляду:

*A → A

Фактично результат ревізії множини переконань **K** за допомогою висловлювання A складається з двох частин – перш за все це перетин підмножин вихідної множини, що не суперечать A, які ми отримали внаслідок скорочення на ~ A. Також до результату ревізії входять наслідки висловлювання A, що потрапляють до множини переконань внаслідок додання A. Таким чином результат ревізії повинен бути підмножиною результату розширення переконань. Це забезпечує постулат включення.

R3 Включення

Множина переконань, отримана в результаті перегляду вихідної множини, має бути підмножиною вихідної множини: $\mathbf{K} * A \subseteq \mathbf{K} + A$

На мові DML постулат включення набуває такого вигляду:

*A → + A

Зазначимо, що якщо $\neg A \in \mathbf{K}$, то $\mathbf{K} + A$ суперечлива множина переконань. У випадку, коли $\neg A \notin \mathbf{K}$, тобто нова інформація не суперечить ніякому висловлюванню вихідної множини, то немає сенсу видаляти будь-що з **K**.

R4 Пустота

Перегляд за допомогою висловлювання, що не суперечить вихідній множині, еквівалентний розширенню вихідної множини за рахунок цього висловлювання: якщо $\mathbf{K} \nvdash \neg\alpha$, то $\mathbf{K} * \alpha = \mathbf{K} + \alpha$.

На мові DML постулат пустоти набуває такого вигляду:

$\div\sim A \rightarrow (*A \leftrightarrow +A)$

Пряма імплікація в дужках безпосередньо слідує з постулату включення, що розглядався вище. Формула з оберненою імплікацією представляє собою закон логіки, отже постулат пустоти також є теоремою логіки DML.

Згідно критерію несуперечності, за винятком випадку, коли нова інформація внутрішньо суперечлива, результат ревізії повинен бути несуперечливим. У цьому полягає основна відмінність операції ревізії від операції оновлення (update), при здійсненні якої висловлювання додаються до множини незалежно від їх несуперечливості.

R5 Несуперечливість

Множина $\mathbf{K} * A$ буде несуперечливою, якщо саме висловлювання A несуперечливе.

Сформулюємо постулат у вигляді контрапозиції: якщо $\nvdash \neg A$, то $\mathbf{K} * A \neq \mathbf{K}_{\perp}$.

На мові DML постулат несуперечливості набуває такого вигляду:

$(*A \rightarrow \sim A) \rightarrow \sim A$

R6 Екстенсіональність

Як і у випадку застосування операції скорочення, результат ревізії не повинен залежати від синтаксичного представлення інформації:

якщо $A \leftrightarrow B \in \mathbf{K}$, то $\mathbf{K} * A = \mathbf{K} * B$.

На мові DML постулат екстенсіональності набуває такого вигляду:

$(A \leftrightarrow B) \rightarrow (* A \leftrightarrow *B)$

Розглянемо здійснення операції ревізії за допомогою кон'юнкції A & B. Ідея полягає у тому, що якщо ми хочемо забезпечити мінімальне втручання у вихідну множину висловлювань **K** при введенні у нього двох висловлювань A і B, то можливо спочатку виконати ревізію **K** за допомогою A, а потім розширити її результат за допомогою B, за умови, що B не суперечить висловлюванням теорії $\mathbf{K} * A$. Такий механізм ревізії за допомогою кон'юнкції фіксують постулати експансії, які називають додатковими постулатами ревізії.

R7 Суперекспансія

$\mathbf{K} * (A \& B) \subseteq (\mathbf{K} * A) + B$.

На мові DML постулат суперекспансії набуває такого вигляду:

$*(A \& B) \rightarrow *A \& +B$

R8 Субекспансія

Якщо $\mathbf{K} * A \nvdash \neg B$, то $(\mathbf{K} * A) + B \subseteq \mathbf{K} * (A \& B)$.

На мові DML постулат субекспансії набуває такого вигляду:

$*A \& +B \rightarrow *(A \& B)$

Наведені постулати однозначно репрезентують операцію ревізії AGM [128].

У якості додаткових постулатів ревізії також використовують диз'юнктивні постулати. Якщо деяке висловлювання C з'являється у множині переконань **K** в результаті ревізії за допомогою A, а також в результаті ревізії за допомогою B, то можна стверджувати, що C вводиться в **K** шляхом ревізії за допомогою $A \vee B$.

Диз'юнктивне перекриття: $\mathbf{K} * \alpha \cap \mathbf{K} * \beta \subseteq \mathbf{K} * (\alpha \vee \beta)$.

Формалізацією наведеного постулату виступає правило DR3:

*A & *B → *(A ∨ B)

Здійснення ревізії за допомогою диз'юнкції набагато складніше, ніж перегляд стосовно кон'юнкції.

Проблема виникає, коли суб'єкт, здійснюючи ревізію множини переконань на предмет введення до неї деякого диз'юнктивного висловлювання, свідомо надає перевагу якомусь диз'юнкту, або згоден прийняти обидва.

Принцип диз'юнктивного включення розглядає варіант надання переваги одному з диз'юнктів. Здійснюючи ревізію за допомогою A ∨ B, суб'єкт повинен видалити ~A або видалити ~B, або відкинути обидва ці висловлювання. У випадку, коли перевага свідомо надається одному з висловлювань, наприклад A, або ж, якщо ~A менш ймовірне, ніж ~B, то видаленню підлягає висловлювання ~A. Якщо **K** * (A ∨ B) ⊬ ~A, тоді найраціональнішим кроком буде забезпечити наявність диз'юнкції A ∨ B у множині переконань за рахунок додання A. Таким чином непотрібно видаляти інші висловлювання з множини **K** * A.

Диз'юнктивне включення

Оригінальний запис постулату: якщо **K** * (α ∨ β) ⊬ ¬α, тоді **K** * (α ∨ β) ⊆ **K** * α, може бути формалізований і доведений в рамках DML:

*(A ∨ B) & ~A → *A.

Диз'юнктивні постулати і постулати експансії еквівалентні і можуть бути узагальнені у правилі диз'юнктивної факторизації.

Диз'юнктивна факторизація

K * (α ∨ β) = **K** * α, або **K** * β, або **K** * α ∩ **K** * β

Під час виконання ревізії за допомогою диз'юнкції, один диз'юнкт якої більш бажаний, аніж інший, рівноцінною дією буде ревізія за допомогою лише бажаного диз'юнкта.

У випадку, коли обидва диз'юнкта рівноцінні або, що в даному випадку те саме, – обидва байдужі суб'єкту – результатом такої індиферентної диз'юнкції стане об'єднання результатів ревізій за допомогою кожного з диз'юнктів:

$*(A \vee B) \leftrightarrow *A \vee *B \vee (*A \,\&\, *B)$.

Таким чином, в синтетичній логіці, отриманій за допомогою механічного об'єднання логіки скорочення та логіки розширення, можна ввести операцію ревізії та формалізувати постулати ревізії AGM. Цікаві властивості операції перегляду, що мають випливати з інтерпретації пізнавальних дій як модальних операторів у наведеній системі не проявляються. На нашу думку, це зумовлено тим, що комплексна система DML, що розглядається у підрозділі, – певною мірою штучна конструкція. Доксастичні модальні оператори скорочення і розширення введені як незалежні, хоча в такій інтерпретації між ними проявляється суттєвий зв'язок. Логіка, побудована з урахуванням цього зв'язку, дозволить явно виразити специфічні властивості модальних операторів розширення та скорочення та прослідкувати особливості оператора ревізії, визначеного на їх основі.

2.7 Динамічна логіка розширення з оператором скорочення DML_{EC}

Для того, щоб реалізувати функцію скорочення часткового перетину в рамках логіки DML, необхідно забезпечити виконання всіх шести основних постулатів розширення, включаючи постулат відновлення. Оригінальне формулювання постулату відновлення в системі AGM передбачає послідовне застосування операцій скорочення і розширення. Отже, для адекватної формалізації постулату відновлення в DML необхідно використати обидва оператора і, взагалі кажучи, це можна здійснити двома шляхами:

- використати логіку перегляду переконань DML,

- побудувати об’єднану логіку розширення та скорочення DML_{EC} на базі DML_E, враховуючи зв’язок операторів розширення та скорочення.

Проте, варто зазначити, що перший спосіб хоча й дає змогу формалізувати постулат відновлення, та не дає можливості здійснити його доведення. Це зумовлено тим, що постулат відновлення встановлює своєрідний зв’язок між операторами розширення та скорочення як взаємооберненими. Тому використання другого способу побудови об’єднаної логіки розширення та скорочення видається більш доцільним, тим паче, що сама наявність постулату відновлення спростовує незалежність цих операторів.

Динамічну модальну логіку скорочення DML_{EC} задають правила і аксіоми DML та специфічні правила виводу і аксіоми зв’язку операторів розширення та скорочення. Для введення редукційної аксіоми і відповідного правила виводу проаналізуємо особливості здійснення операції розширення. При розширенні теорії за допомогою деякого висловлювання, очікуваним буде успішне додання цього висловлювання до множини переконань. Логіка розширення DML_E реалізує успішність розширення за рахунок введення аксіоми T: $+A \rightarrow A$. Фактично, ця аксіома говорить про те, що якщо висловлювання A додане до теорії за допомогою операції розширення, то висловлювання A повинне міститись в теорії, принаймні до виконання наступних перетворень. Якщо висловлювання A міститься у теорії, тобто переконання A належить множині переконань, значить суб’єкт – носій переконань

стверджує A і деякою мірою впевнений у істинності A, а отже приймає на себе зобов'язання не видаляти його.

Таким чином, в логіці DML_{EC} наступна аксіома може бути інтерпретована як ще один спосіб вираження успішності розширення. Якщо висловлення було додано до теорії, то воно повинне міститись в теорії, тобто не бути видаленим з результуючої множини переконань.

S $+A \rightarrow \sim \div A$

Оператори розширення та скорочення фактично забезпечують успішність виконання один одного. Аналогічно, якщо деяке висловлювання, що не є законом логіки, видалене з множини переконань внаслідок виконання операції скорочення, значить, це висловлювання більше не повинне належати результуючий множині переконань, принаймні до виконання подальших пізнавальних дій. Отже, маємо:

S´ $\div A \rightarrow \sim +A$

Якщо ж висловлювання є законом логіки, то воно повинне належати теорії, згідно правилу N, введеному в DML_E: якщо вивідне A, то +A – також вивідне. Для скорочення AGM є постулат $\mathbf{K} \div T = \mathbf{K}$, у якому йдеться про те, що множина переконань, скорочена шляхом видалення тавтології еквівалентна самій собі до скорочення, тобто залишається без змін. K. Сегерберг у DDL приймає більш сильний постулат: $\vdash [\div T]\bot$, що варто інтерпретувати як «скорочення системи, за допомогою видалення закону логіки, неможливо». Він указує на те, що останній постулат ближче до традиційної логіки, ніж постулат AGM [178]. Примітно, що в теорії, розробленій в даній роботі, цей принцип може бути отриманий як похідне правило висновку.

N´ Якщо $\vdash$ A і A булева формула, то $\vdash \sim\div A$.

Правило N´ не є незалежним і може бути легко доведене за допомогою S і N.

Постулат успішності, виражений за допомогою формули T, неявно забезпечує контроль над несуперечливістю результату розширення. Для змістовного обґрунтування цього звернемося до механізму поповнення множини переконань.

Очевидно, що будь-яке висловлювання, що міститься у множині переконань і, відповідно, має статус переконання, отримало цей статус внаслідок виконання операції розширення. Тобто, кожне висловлювання, що претендує на звання переконання, може бути введене в теорію тільки внаслідок виконання операції розширення. Існування іншого способу набуття переконань видається сумнівним. Фактично, ми можемо стверджувати, що розширення – це єдиний спосіб поповнення нашої множини переконань. Але в рамках AGM означення операції розширення не передбачає здійснення контролю за несуперечливістю вихідної множини, хоча для самої множини переконань вимога несуперечливості є одним з критеріїв раціональності. Тому потрібно передбачити можливість отримання суперечливого результату розширення, а це можливо у тому випадку, коли у момент розширення теорії за допомогою A, у ній присутнє висловлювання ~A і проконтролювати цю ситуацію.

Отже, потрібно розглянути випадок, коли A не наявне в теорії, але може бути додане несуперечливим способом. Це можливо за умови відсутності у множині переконань висловлювання ~A. Така ситуація формалізується у вигляді виразу ~+~A, тобто висловлювання не-A не було додане, а значить відсутнє у множині переконань суб’єкта, що дає можливість несуперечливо розширити її за рахунок A.

Необхідність введення такої перевірки у мінімальній логіці розширення виявляється сумнівною, так як операція розширення за означенням AGM не несе відповідальності за несуперечливість ні вихідної, ні результуючої множини переконань, ця функція покладена на таку комплексну операцію, як ревізія (перегляд) переконань, тому розглянута умова у явному вигляді реалізована у системі DML. Проте, варто зазначити, що використання розширення у «чистому» вигляді, хоча й не викликає утруднень у людини, зумовлює суттєві проблеми у множині переконань абстрактного суб’єкта, за рахунок вимоги замкненості його множини переконань. Якщо операція розширення не може контролювати

несуперечливість вихідної множини, то за допомогою формалізованого постулату успішності розширення (T) можна здійснити такий контроль над результуючою множиною переконань. Відповідно, можемо сформулювати ще одну теорему системи.

Властивість 2.7.1 *Динамічна несуперечливість розширення.*

$+A \rightarrow {\sim}+{\sim}A$

Доведення:

1	$+A \rightarrow A$	T
2	$+{\sim}A \rightarrow {\sim}A$	T, US
3	${\sim}{\sim}A \rightarrow {\sim}+{\sim}A$	PC, контрапозиція
4	$A \rightarrow {\sim}+{\sim}A$	PC

Фактично, вираз ${\sim}+{\sim}A$ читається як «невірно, що додане не-А» і відображає певний стан теорії, у якому можливе додання А. Тоді формула $A \rightarrow {\sim}+{\sim}A$ представляє собою аналог введення модального оператора можливості. Таким чином, маємо ряд властивостей субординації.

T $+A \rightarrow A$

Фактично, аксіома T, як правило усунення розширення, за методологією DEL отримала б статус редукційної аксіоми, оскільки дозволяє звести динамічний вираз +А до статичної формули А базисної пропозиційної логіки.

Властивість 2.7.2 *Статична несуперечність розширення.*

$A \rightarrow {\sim}+{\sim}A$

До теорем субординації також можна віднести властивість 2.7.1 динамічної несуперечності.

Враховуючи введене скорочення ÷ для ${\sim}+A$, отримаємо більш зручний запис наведених теорем. Крім того, такий запис розкриває деякі суттєві властивості

скорочення та розширення щодо контролювання несуперечливості результуючої множини. Хоча постулат несуперечливості в AGM актуальний лише для операції ревізії, в рамках логіки DML_{EC} подібний контроль можна покласти на операцію розширення. Формально такі вирази є варіантами введення оператора скорочення.

Введення оператора скорочення для статичної формули: якщо множина переконань містить A, то ~A повинне бути видалене.

Властивість 2.7.3 *Статичне стверджувальне введення скорочення.*

$A \rightarrow \div{\sim}A$

Властивість 2.7.4 *Статичне заперечне введення оператора скорочення.*

$\sim A \rightarrow \div A$

Введення оператора скорочення для динамічної формули: якщо здійснюється розширення множини переконань за допомогою A, то повинне бути видалене ~A.

Властивість 2.7.5 *Динамічне введення оператора скорочення.*

$+A \rightarrow \div{\sim}A$

Легко бачити, що між оператором скорочення та запереченням існує певний зв’язок, що випливає з вищенаведеної формули та теореми редукції S.

Властивість 2.7.6 *Статична несуперечливість оператора скорочення.*

$\sim\div A \rightarrow \div{\sim}A$

Якщо ми не видаляємо висловлювання A з множини переконань, то потрібно видалити його заперечення. Обернена імплікація не є теоремою логіки DML_{EC}, адже видалення висловлювання ~A означає лише те, що висловлювання A може бути несуперечливо додане у вихідну множину переконань. Відсутність ~A не означає автоматичну появу A, ні тим паче видалення ~A не забороняє видалення A.

Якщо виконати просте об’єднання правил та аксіом DML і редукційної аксіоми S, отриманий набір можна взяти за основу для побудови динамічної модальної логіки розширення та скорочення DML_{EC}.

Правила та аксіоми DML

PC Будь-яка аксіома пропозиційної логіки є аксіомою DML

MP Якщо $\vdash A$ і $\vdash A \rightarrow B$, то $\vdash B$.

US Правило допустимої підстановки

Введення оператора розширення

N Якщо $\vdash A$ і A – булева формула, то $+A$

Введення оператора скорочення

C $\vdash A \to B$ і формула $A \to B$ булева $\Rightarrow \vdash \div B \to \div A$

Аксіоми розширення

K $+ (A \to B) \to (+ A \to +B)$

T $+A \to A$

Аксіоми скорочення

U $\sim A \to \div A$

DM1 $\div(A \,\&\, B) \to (\div A \vee \div B)$

Редукційна аксіома

S $+A \to \sim \div A$

Проте, якщо розглянути змістовну інтерпретацію зв'язку операторів розширення та скорочення, стає очевидним, що вибраний набір правил та аксіом є завеликим. Використання базових аксіом і правил виводу логіки розширення та взаємооберненість операторів розширення та скорочення дозволяє здійснити виведення аксіом та правил виводу логіки скорочення в рамках логіки розширення. Задля повної експлікації оператора скорочення в DML_{EC} та спрощення доведень, введемо оператор скорочення $\div$ через еквівалентність, фактично як позначення для $\sim + A$.

CE $\sim + A \leftrightarrow \div A$

Розглянемо виведення правила C введення оператора скорочення з правила введення розширення N, звичайно за умови, що формула $A \to B$ булева.

1	$\vdash A \to B$	
2	$\vdash +(A \to B)$	1, N
3	$\vdash +A \to +B$	2, K
4	$\vdash \sim\div A \to \sim\div B$	3, CE
5	$\vdash \div B \to \div A$	4, контрапозиція

Аксіоми скорочення DML_C також можуть бути виведені за допомогою апарату логіки DML_{EC} та аксіоми редукції EC.

U $\sim A \to \div A$

Доведення:

1	$+A \to A$	T
2	$\sim A \to \sim +A$	1, контрапозиція
3	$\sim +A \to \div A$	2, EC
4	$\sim A \to \div A$	2, 3, PC

DM1 $\div(A \,\&\, B) \to (\div A \vee \div B)$

Доведення:

1	$\div (A \,\&\, B) \to \sim +(A \,\&\, B)$	EC
2	$\sim +(A \,\&\, B) \to \sim(+A \,\&\, +B)$	1, D1
3	$\sim(+A \,\&\, +B) \to \sim +A \vee \sim +B$	2, PC
4	$\sim +A \vee \sim +B \to \div A \vee \div B$	3, EC
5	$\div (A \,\&\, B) \to \div A \vee \div B$	1, 4, контрапозиція

Таким чином, аксіоми та теореми логіки DML є теоремами логіки **DML_{EC}, яка може бути однозначно визначена за допомогою правил PC, MP, US, N та аксіом K, T і EC**.

Оператор скорочення ÷, визначений за допомогою аксіоми EC задовольняє обом постулатам експансії та п’яти постулатам скорочення AGM, а отже репрезентує функцію видалення AGM. Крім того, апарат логіки DML_{EC} дає змогу формалізувати і довести шостий постулат скорочення AGM – відновлення, невивідний в логіці на основі лише оператора скорочення.

C 6 Відновлення

$T \subseteq (T \div A) + A$, якщо T теорія.

Згідно постулату відновлення, якщо ми спочатку видалили висловлювання A з нашої теорії, а потім з якихось причин знову додали його, то ми повинні відновити всі висловлювання, що були видалені разом з A. В термінах умовних доксастичних операцій це правило відображає зв’язок скорочення та розширення. Якщо суб’єкт при видаленні A, повинен відмовитись від B, то, додаючи B, він повинен додати й A. Фактично, відновлення множини переконань, зміненої внаслідок видалення деякого висловлювання, з необхідністю спричиняє додання цього висловлювання до множини переконань.

DML6 $\quad (\div A \to \div B) \to (+B \to + A)$

Доведення:

1	$(\div A \to \div B) \to (\sim+A \to \sim+B)$	CE
2	$(\sim+A \to \sim+B) \to (+A \vee \sim+B)$	1, PC
3	$(+A \vee \sim+B) \to (\sim+B \vee +A)$	2, PC
4	$(\sim+B \vee +A) \to (+B \to +A)$	3, PC
5	$(\div A \to \div B) \to (+B \to +A)$	1, 4, транзитивність

Постулат відновлення є своєрідним вираженням критерію мінімальності для оператора скорочення. Порівнявши постулат мінімальності розширення з постулатом відновлення, можна помітити, що між ними існує взаємозв'язок.

Розглянемо постулат мінімальності розширення, – в системі DML_E він формулюється у вигляді:

$\sim (A \to B) \to \sim (+A \to +B)$.

Переформулювавши його у більш зручному вигляді для порівняння з постулатом відновлення, отримаємо:

$(+ B \to + A) \to (B \to A)$.

Такий запис говорить про те, що наявність в результуючій множині імплікації $B \to A$ є необхідною умовою для здійснення розширення за рахунок A внаслідок додання висловлювання B. За відсутності вказаної імплікації, така послідовність розширення є невиправданою.

Постулат відновлення $(\div A \to \div B) \to (+B \to +A)$ транзитивно вимагає наявності тієї самої імплікації в системі. Тобто наявність імплікації $B \to A$ є необхідною умовою для здійснення скорочення множини за рахунок A внаслідок видалення висловлювання B.

Фактично, постулат відновлення може бути використаний як репрезентація критерію мінімальності зміни переконань як для оператора скорочення, так і для оператора розширення. В рамках системи DML_{EC} постулат не є спірним і може бути несуперечливо формалізований. Крім того, він відображає суттєву властивість операторів скорочення та розширення обмежувати виконання один одного.

Постулати скорочення C1–C5 і C7, C8 вивідні у системі DML_C, тому вони також є теоремами DML_{EC}. Формалізувавши та довівши всі постулати скорочення AGM можемо сформулювати наступні репрезентаційні теореми.

Теорема 2.7.7 *Репрезентаційна теорема скорочення* DML_{EC}

Відповідність оператора скорочення логіки DML_{EC} *основним постулатам скорочення AGM та функції скорочення часткового перетину.*

Оператор ÷ логіки DML_{EC} задовольняє постулатам замикання, успішності, включення, пустоти, екстенсіональності та відновлення, отже оператор ÷ еквівалентний функції скорочення часткового перетину AGM.

Відповідність оператора скорочення логіки DML_{EC} *основним та додатковим постулатам скорочення AGM та транзитивно реляційній функції скорочення часткового перетину.*

Оператор ÷ логіки DML_{EC} задовольняє постулатам замикання, успішності, включення, пустоти, екстенсіональності та відновлення, а також постулатам кон'юнктивного перекриття та кон'юнктивного включення, отже оператор ÷ еквівалентний транзитивно реляційній функції скорочення часткового перетину AGM.

Зв'язок скорочення, перегляду та розширення

Доксастична операція ревізії здійснюється за допомогою двох підоперацій:

- скорочення множини переконань **K** шляхом видалення заперечення того висловлювання, за допомогою якого ми плануємо переглянути теорію; виконання цієї дії покликане забезпечити несуперечність результату ревізії.
- розширення результату скорочення шляхом додання висловлювання, за допомогою якого здійснюється перегляд.

Традиційно розглядають операцію скорочення як первинну, а ревізію, відповідно, як вторинну операцію, яка може бути виражена через скорочення. Введенням правила S: $+A \rightarrow \sim \div A$ і правила U: $\sim A \rightarrow \div A$ встановлено зв'язок між операціями скорочення та розширення та зафіксовано несуперечність результату

розширення. Тобто, розширюючи множину переконань за допомогою A, ми повинні в результаті отримати несуперечливу множину, що містить A.

Логіка розширення DML_E не передбачає здійснення контролю над несуперечливістю результуючої множини, в ній навіть немає засобу для здійснення відповідних операцій. Введення операції скорочення як певного доксастичного зобов'язання суб'єкта, що примушує його підтримувати несуперечність свого стану переконань, дійсно відповідає реальному процесу перетворення переконань. Так, приймаючи у якості переконання висловлювання ~A, суб'єкт повинен відмовитись від переконання A, що й показує імплікація $\sim A \rightarrow \div A$, зафіксована у вигляді правила **U**.

Приймаючи принцип пріоритетності нової інформації, що стосовно логіки розширення DML_E сформульований у вигляді аксіоми $\mathbf{T}\ +A \rightarrow A$ і виражає AGM постулат успішності розширення, ми також приймаємо зобов'язання надати відповідному висловлюванню статус переконання і тим самим забезпечити його наявність у нашій множині переконань. Бажано, щоб при цьому множина переконань залишилась несуперечливою і виконання цієї вимоги може забезпечити операція скорочення.

Можливість введення оператора скорочення на основі оператора розширення підтверджує гіпотезу про визначальну роль розширення у процесі зміни переконань. Також це підтверджується неможливістю відшукання прикладу «чистого» скорочення, так як з динамічної формули $\div A$ не слідує жодна статична (пропозиційна) формула.

В свою чергу, саме застосування оператора розширення вводить висловлювання до множини переконань суб'єкта, де вони набувають статичного статусу, принаймні до наступного перетворення стану переконань. Здійснення операцій розширення відбувається у «чистому» вигляді у кожному випадку, коли вхідне висловлювання не суперечить вихідній множині переконань. У випадку, коли вихідна множина містить висловлювання, що суперечить вхідному, протиріччя буде видалене операцією скорочення. Взагалі правило S зобов'язує носія переконань завжди видаляти протиріччя з результуючої множини переконань, у випадку, коли

суперечне висловлювання не належить множині переконань, застосування оператору скорочення до відповідного висловлювання не викличе ніяких змін, це передбачено постулатом пустоти. За наявності такого механізму, можна стверджувати, що при доданні будь-якого висловлювання практично здійснюється перегляд множини переконань. Тобто, якщо ми розширюємо множину переконань за рахунок висловлювання A, то ми зобов'язані здійснити ревізію за допомогою цього висловлювання.

Лема 2.7.8 *Розширення переконань шляхом їх перегляду.*

$+A \rightarrow {*}A$

Доведення:

1	$+A \rightarrow +A$	PC
2	$+A \rightarrow A$	T
3	$A \rightarrow \div {\sim}A$	2, U`
4	$\div {\sim}A \,\&\, +A \rightarrow {*}A$	1, 3, R
5	$+A \rightarrow {*}A$	1, 4, PC

Враховуючи постулат успішності ревізії R2, вивідний в DML_{EC}, можна робити висновок, що оператор розширення логіки DML_{EC} еквівалентний оператору ревізії.

Теорема 2.7.9 *Еквівалентність розширення та перегляду DML_{EC}.*

В рамках аксіоматичної системи динамічної модальної логіки розширення з оператором скорочення DML_{EC} модальний оператор розширення еквівалентний модальному оператору перегляду.

$+A \leftrightarrow {*}A$

Доведення безпосередньо слідує з постулату успішності ревізії R2 та леми 2.7.8.

Незважаючи на еквівалентність операторів розширення та перегляду в рамках DML_{EC}, не можна стверджувати, що введення оператору ревізії доцільне лише для

спрощення доведень. Пізнавальна дія ревізії має ряд специфічних властивостей, вивідних у даній логіці, крім того, вони характеризують ряд суттєвих моментів у процесі перегляду переконань. Проте, порівняння дистрибутивностей ревізії та розширення відносно кон'юнкції та диз'юнкції говорить про те, що визначальну роль у процесі ревізії відіграє розширення, незалежно від того чи довелось здійснювати скорочення, чи ні.

	Розширення		**Ревізія**
D1	$+(A \,\&\, B) \rightarrow (+A \,\&\, +B)$	**DR1**	$*(A \,\&\, B) \rightarrow *A \,\&\, *B$
D2	$(+A \,\&\, +B) \rightarrow +(A \,\&\, B)$	**DR2**	$*A \,\&\, *B \rightarrow *(A \,\&\, B)$
D3	$(+A \vee +B) \rightarrow +(A \vee B)$	**DR3**	$*A \vee *B \rightarrow *(A \vee B)$

Примітно, що у всіх побудованих системах відсутні формули, що відображають розширення та ревізію за допомогою диз'юнкції. Якщо ми скористаємося аксіомою **K** і спробуємо представити результат розширення множини за рахунок диз'юнкції, отримаємо цікавий результат.

Властивість 2.7.10 *(MTP)*

$+(A \vee B) \rightarrow (\div A \rightarrow +B)$

Доведення:

1	$+(A \vee B) \rightarrow +(\sim A \rightarrow B)$	PC
2	$+(\sim A \rightarrow B) \rightarrow (+\sim A \rightarrow +B)$	K
3	$(+\sim A \rightarrow +B) \rightarrow \sim+\sim A \vee +B$	2, PC
4	$\sim+\sim A \vee +B \rightarrow \sim\div A \vee +B$	3, PC, CE
5	$\div A \rightarrow +B$	4, PC

Аналогічна ситуація повинна мати місце і для оператора ревізії.

Розглянута властивість може бути витлумачена у термінах доксастичних зобов'язань. Внаслідок введення у множину переконань диз'юнкції $A \vee B$, суб'єкт повинен усвідомити, що, отримавши інформацію, яка змусить його визнати варіант A неможливим, він повинен автоматично прийняти висловлювання B як переконання.

Встановлення безпосереднього зв'язку між операторами розширення та ревізії дає змогу об'єднати властивості обох операторів і, таким чином, дещо змінити уявлення про перебіг пізнавальної дії розширення. Варто зазначити, що інтерпретація пізнавальних дій як модальних операторів, взагалі відкриває для дослідження ряд цікавих, а іноді й неочікуваних, аспектів перегляду знань.

Здійснена засобами DML_{EC} реконструкція постулатів AGM для розширення, ревізії та скорочення демонструє багату виразну здатність мови побудованої логіки і дозволяє прояснити ряд суттєвих властивостей доксастичних операторів, формалізувати раніше встановлені та віднайти нові властивості перегляду знань.

2.8 Проект семантики можливих світів для логіки DML_{EC}

Для подальшого дослідження побудованих формальних систем необхідна побудова семантики, яка б дала змогу відобразити динамічний аспект запропонованих логік. У якості загальної основи очевидно зручною є семантика можливих світів, у якій епістемічний стан суб'єкта може бути представлений як деякий можливий світ. Можливість представлення епістемічного стану у вигляді множини чи бази переконань може бути реалізована через застосування класичного варіанту опису стану [6], чи узагальненого опису стану [2]. Для статичних формул побудова подібної семантики видається закономірною, але потрібно передбачити деякі особливості інтерпретації динамічних формул. Для семантичного представлення динамічних формул можна скористатися семантикою, що була запропонована Р. Сталнакером для умовних висловлювань [183].

Розглянемо модельну структуру M як впорядковану трійку <W, R, **K**>. W – непорожня множина деяких можливих світів, R – відношення досяжності, визначене на множині можливих світів. Кожен можливий світ представляє собою узагальнений опис стану [2].

Означення 2.8.1. *Узагальнений опис стану* [2, С. 71].

Будь-яка підмножина множини $\{P_1, \sim P_1, P_2, \sim P_2, \ldots, P_n, \sim P_n, \ldots\}$ елементарних висловлювань та їх заперечень представляє собою узагальнений опис стану.

Ми розглядаємо узагальнений опис стану, так як база переконань суб'єкта не обов'язково насичена, крім того для подальших досліджень доцільним виявиться врахування можливості створення множини переконань на основі будь-якої бази переконань, у тому числі й суперечної. Узагальнений опис стану дає можливість урахувати нескінченність висловлювань мови L та передбачити наявність висловлювань з невизначеним статусом.

Проте, доцільно врахувати й те, що для носія переконань висловлювання, що мають невизначений статус, не є переконаннями і той набір висловлювань, над яким

здійснюються перетворення зазвичай узгоджений. Тому вихідна база переконань, якою оперує суб'єкт в кожний момент здійснення доксастичної операції є скінченною і несуперечливою, а отже може бути розглянута як деякий нормальний опис стану. Базовим, або вихідним, світом будемо вважати той можливий світ, над яким безпосередньо здійснюються доксастичні операції,

Означення 2.8.2 *Базовий (вихідний) світ.*

Базовим світом будемо називати таку підмножину **K**, деякого узагальненого стану з W, що складається з висловлювань, доксастичний статус яких суб'єкт може однозначно визначити.

Отже стосовно кожного висловлювання базового світу **K**, можна однозначно сказати «суб'єкт переконаний у істинності цього висловлювання», або «суб'єкт переконаний у тому, що це не так». Таким чином, базовий світ **K** можна визначити як нормальний опис стану, утворений на основі узагальненого опису стану шляхом відбору відомих суб'єкту висловлювань.

Означення 2.8.3 *Нормальний опис стану* [2, С. 72].

Нормальним описом стану будемо називати кон'юнкцію $P^{\sim}_1$, $P^{\sim}_2$, …, $P^{\sim}_n$, де $P^{\sim}_i$ – це P_i або $\sim P_i$ (де і пробігає проміжок від 1 до n).

Нормальний опис стану містить кожне елементарне висловлювання або його заперечення, але не те й інше одночасно. Таким чином, нормальний опис стану передбачає скінченність множини переконань суб'єкта в кожний момент здійснення пізнавальної операції. Стосовно даної системи, це фактично репрезентація бази переконань, що представлена у вигляді кон'юнкції деяких висловлювань або їх заперечень.

Означення 2.8.4 *Нормальний можливий світ.*

Нормальним можливим світом будемо називати підмножину висловлювань можливого світу з множини W, статус яких може бути визначений суб'єктом.

Кожен базовий світ **K** є нормальним можливим світом.

Функція оцінки визначає істиннісне значення кожного висловлювання унаслідок встановлення його статусу у тому чи іншому можливому світі. Функція оцінки φ ставить у відповідність кожному висловлюванню мови L та деякому можливому світу **K** ∈ W істиннісне значення {t; f}. φ : L×W → {t; f}. Висловлювання істинне, якщо належить можливому світу і хибне, якщо можливий світ містить його заперечення.

φ (A, **K**) = t ⇔ A ∈ **K**

φ(*A*; **K**) = f ⇔ ~A ∈ **K**

Функція оцінки φ не завжди визначена у будь-якому можливому світі, за рахунок наявності висловлювань з невизначеним статусом, але визначена скрізь у будь-якому нормальному можливому світі.

Таким чином *кожен нормальний можливий світ визначає деяку базу (множину) переконань суб'єкта*.

Всі висловлювання, що входять в набір переконань суб'єкта, на даний момент визнаються ним істинними. Завідомо неправдиве висловлювання або висловлювання, істинність якого піддається сумніву з боку носія переконань (сам вислів при цьому може бути об'єктивно істинним), не входять до множини переконань, натомість приймаються їх заперечення.

Якщо у носія множини переконань немає ніякого переконання щодо істинності деякого висловлювання, або воно йому навіть невідоме, таке висловлювання не отримує визначеного статусу, тому інформація про нього відсутня у множині переконань.

Всі тавтології і теореми пропозиційної логіки також присутні у множині переконань, а отже у кожному можливому світі.

Означення 2.8.5 *Виконувана формула*

Формула А буде виконуваною (допустимою) у світі **K**, якщо ~А ∉ **K**.

Означення 2.8.6 *Загальнозначима формула*

Формула А буде загальнозначима, якщо вона істинна у кожному нормальному світі всіх можливих світів множини W.

До загальнозначимих формул належать всі теореми пропозиційного числення, правило виводу MP та правило допустимої підстановки US зберігають загальнозначимість формул.

Відношення досяжності R визначає перехід множини переконань з одного стану в інший, після виконання певної доксастичної операції або їх комбінації. До таких операцій віднесемо скорочення і розширення. Таким чином, досяжним вважається той стан переконань, який утворюється з попереднього, внаслідок успішного виконання скорочення або розширення.

Означення 2.8.7 *Досяжний можливий світ.*

Можливий світ вважається досяжним, якщо він репрезентує стан переконань, що утворюється з попереднього, внаслідок успішного виконання доксастичних операцій.

При такому трактуванні стає інтуїтивно зрозуміло, що ставлення досяжності рефлексивне та транзитивне. Дійсно, вираз K***R***K має сенс тоді, коли виконання деякої доксастичної операції залишило стан переконань без змін. Коли можлива така ситуація?

У граничних випадках ми можемо зіткнутися з незмінністю стану переконань. Такими граничними випадками є:

- видалення переконання не присутнього в системі;
- видалення закону логіки;
- розширення за рахунок висловлювання, що вже існує у множині переконань;

- розширення множини переконань за рахунок закону логіки.

Відношення R транзитивне і рефлексивне, але неевклідове і незв'язне. ($K\boldsymbol{R}K_1$ і $K_1\boldsymbol{R}K$ означає, якщо світ K_1 може бути отриманий внаслідок розширення (скорочення) світу K, то, в свою чергу, світ K може бути отриманий зі світу K_1 внаслідок його скорочення (розширення) – тому відношення R може бути й симетричним.

Правила приписування істинісних значень складним формулам.

φ (~A, K) = t $\Leftrightarrow$ $\varphi(A; K) = f$

$\varphi(\sim A; K) = f \Leftrightarrow \varphi(A; K) = t$

$\varphi(A\&B; K) = t \Leftrightarrow \varphi(A; K) = t$ і $\varphi(B; K) = t$

$\varphi(A\&B; K) = f \Leftrightarrow \varphi(A; K) = f$ або $\varphi(B; K) = f$

$\varphi(A \vee B; K) = t \Leftrightarrow \varphi(A; K) = t$ або $\varphi(B; K) = t$

$\varphi(A \vee B; K) = f \Leftrightarrow \varphi(A; K) = t$ і $\varphi(B; K) = f$

$\varphi(A \rightarrow B; K) = t \Leftrightarrow \forall K_1 \mid KRK_1\ \varphi(A; K_1) = f$ або $\varphi(B; K_1) = t$

$\varphi(A \rightarrow B; K) = f \Leftrightarrow \exists K_1 \mid KRK_1\ \varphi(A; K_1) = t$ і $\varphi(B; K_1) = f$

Для того, щоб визначити операцію розширення нам знадобиться *функція s*, що вибирає світ, найближчий до даного, у якому присутнє висловлювання A [183, С. 103]. Головною вимогою до такої функції вибору буде обов'язкова істинність висловлювання A у отриманому світі. Якщо ж функція вибору s для деякого висловлювання A і базового світу K, вибирає можливий світ у якому висловлювання A не істинне, то доводиться констатувати, що не існує світів, досяжних з K, у яких A виконуване. Виходячи з таких умов, можна побудувати функцію s. Найближчим світом буде можливий світ, що представляє собою той самий опис стану, що і

вихідний світ. Функцію s можна сконструювати як кон'юнкцію всіх атомарних висловлювань та їх заперечень, що складають вихідний світ та висловлювання A.

Означення 2.8.8 *Виділений світ.*

Можливий світ s (A; K), отриманий внаслідок застосування функції вибору до базового світу і деякого висловлювання A, будемо називати *виділеним світом.*

Виділений світ задовольняє ряду умов (пор. [183, С. 104]).

Якщо функція вибору може сконструювати виділений світ для A на основі світу K, то виділений світ має підтримувати істинність A.

W1 Успішність

$\forall A\ \forall K\ \varphi\ (A; s\ (A; K)) = t;$

Функція вибору не завжди може сформувати виділений світ, це можливо тоді, коли базовий світ K не допускає несуперечливого приєднання формули A, а отже допускає несуперечливе приєднання формули ~A. Істинність формули A може не підтримуватися у виділеному світі, тільки у випадку, коли функція вибору на основі базового світу K може сформувати світ у якому істинна формула ~A.

W2 Несумісність

$\forall A\ \forall K\ \varphi\ (A; s\ (A; K)) = f \Leftrightarrow \varphi\ (\sim A; s\ (\sim A; K)) = t;$

Якщо формула A істинна у базовому світі K, то результатом функції вибору буде сам базовий світ K.

W3 Мінімальність

$\forall A\ \forall K\ \varphi\ (A; K) = t \Rightarrow s\ (A; K) = K;$

Функція вибору конструює єдиний виділений світ для кожної формули і базового світу K.

W4 Одозначність

$\forall B\ \forall B`\forall K\ \varphi\ (B`; s\ (B; K)) = t\ \&\ \varphi\ (B; s\ (B`; K)) = t \Rightarrow s\ (B; K) = s\ (B`; K);$

Крім того, зазначимо, що побудований таким чином виділений світ завжди досяжний з базового світу, внаслідок способу задання функції вибору.

W5 Досяжність

$\forall A\ \forall K \qquad K\ \boldsymbol{R}\ s\ (A; K);$

Динамічна формула +A, що вказує на здійснення розширення вихідної множини переконань за допомогою висловлювання A, буде істинна у базовому світі K, якщо у кожному можливому світі, досяжному з виділеного світу s (A; K), істинне висловлювання A.

$$\varphi(+A; K) = t \Leftrightarrow \forall K_1 \mid s\ (A; K)\boldsymbol{R}K_1\ \varphi(A; K_1) = t$$
$$\varphi(+A; K) = f \Leftrightarrow \forall K_1 \mid s\ (A; K)\boldsymbol{R}K_1\ \varphi(A; K_1) = f$$

Маючи умови для хибності +A можемо дуже просто приписати істиннісні значення формулі ÷A.

$$\varphi(\div A; K) = t \Leftrightarrow \varphi(+A; K) = f \Leftrightarrow \forall K_1 \mid s\ (A; K)\boldsymbol{R}K_1\ \varphi(A; K_1) = f$$
$$\varphi(\div A; K) = f \Leftrightarrow \varphi(+A; K) = t \Leftrightarrow \forall K_1 \mid s\ (A; K)\boldsymbol{R}K_1\ \varphi(A; K_1) = t$$

Покажемо, що правила логіки DML_{EC} зберігають загальнозначимість формул.

Правила PC і US зберігають загальнозначимість формул згідно властивостям нормального можливого світу, тому звернемо увагу на правило введення операції розширення (аналог правила Геделя).

N $\vdash A$, і A – булева формула, то $\vdash +A$.

Доведення.

□ Якщо A теорема пропозиційного числення, то вона завжди міститься у множині переконань, а отже у базовому світі, тобто $A \in K$. Таким чином формула A

істинна у кожному можливому світі з множини W, а значить і у базовому світі K, отже виділеним світом, який побудує функція вибору, буде сам базовий світ K. Значить, побудова виділеного світу можлива і формула A буде істинна у всіх можливих світах, досяжних з нього. Тому, якщо A – теорема пропозиційного числення, то $\forall K_1$ такого що s (A; K)$\boldsymbol{R}K_1$ $\varphi(A; K_1) = t$, а отже формула +A також буде загальнозначимою. ■

Загальнозначимість аксіом логіки DML_{FC}.

K + (A → B) → (+ A → +B)

Доведення.

□ Припустимо, що наведена формула не загальнозначима.

Тоді $\exists K$ в якому φ(+ (A → B) → (+ A → +B); K) = f, а отже

$\exists K_1$ такий що K$\boldsymbol{R}K_1$ в якому φ(+ (A → B); K_1) = t і φ(+ A → +B; K_1) = f ;

Згідно правилам приписування істиннісних значень формулам, отримаємо:

$\forall K_2$ такого що s (A → B; K_1) $\boldsymbol{R}$ K_2 φ(A → B; K_2) = t і φ(+ A → +B; K) = f;

$\forall K_3$ такого що $K_2\boldsymbol{R}K_3$ φ(A; K_3) = f або φ(B; K_3) = t

і $\exists K_4$ такий що $K_2\boldsymbol{R}K_4$ φ (+ A; K_4) = t і φ(+B; K_4) = f;

Маємо:

$\forall K_3$ такого що $K_2\boldsymbol{R}K_3$ φ(A; K_3) = f або φ(B; K_3) = t

$\exists K_4$ такий що для $\forall K_5$ такого що s (A; K_4) $\boldsymbol{R}$ K_5 φ(A; K_5) = t

$\exists K_4$ такий що для $\forall K_5$ такого що s (B; K_4) $\boldsymbol{R}$ K_5 φ(B; K_5) = f

Згідно транзитивності відношення R та означення виділеного світу, маємо $K_2\boldsymbol{R}K_5$. За припущенням, у кожному світі, досяжному з K_2, мають місце оцінки φ(A; K_3) = f або φ(B; K_3) = t, але разом з тим існує такий світ, досяжний з K_2, у якому одночасно мають місце оцінки φ(A; K_5) = t і φ(B; K_5) = f. Таким чином приходимо до протиріччя, а отже припущення було невірним і формула + (A → B) → (+ A → +B) загальнозначима. ■

T $+A \rightarrow A$

Доведення.

□ Припустимо, що ця аксіома не загальнозначима, а отже існує такий базовий світ K, у якому $\varphi(+A \rightarrow A; K) = f$, за правилами приписування істиннісних значень отримаємо

$\exists K_1$ такий що $K\boldsymbol{R}K_1$ $\varphi(+A; K_1) = t$ і $\varphi(A; K_1) = f$.

$\forall K_2$ $s(A; K_1)\boldsymbol{R}K_2$ $\varphi(A; K_2) = t$ і $\varphi(A; K_1) = f$.

За означенням виділеного світу маємо: $K_1\boldsymbol{R}s(A; K_1)$, крім того, $s(A; K_1)\boldsymbol{R}K_2$. Так як відношення R рефлексивне і транзитивне, то $K_1\boldsymbol{R}K_1$ і $K_1\boldsymbol{R}K_2$, отже, з одного боку, маємо, що для будь-якого світу, досяжного з K_1, формула A істинна, а з іншого, формула A хибна у самому світі K_1. Враховуючи рефлексивність відношення досяжності, отримуємо протиріччя. Таким чином, можна стверджувати, що аксіома $+A \rightarrow A$ загальнозначима. ■

S $+A \rightarrow \sim \div A$

Доведення.

□ Припустимо, що дана формула не є загальнозначимою, а отже існує такий базовий світ K, у якому $\varphi(+A \rightarrow \sim \div A; K) = f$, за правилами приписування істиннісних значень отримаємо

$\exists K_1$ такий що $K\boldsymbol{R}K_1$ $\varphi(+A; K_1) = t$ і $\varphi(\div A; K_1) = t$.

$\forall K_2$ $s (A; K_1)\boldsymbol{R}K_2$ $\varphi(A; K_2) = t$ і $s (A; K_1)\boldsymbol{R}K_2$ $\varphi(A; K_2) = f$

$\forall K_2$ $s(A; K_1)\boldsymbol{R}K_2$ $\varphi(A; K_2) = t$ і $\varphi(A; K_1) = f$

Отримане протиріччя свідчить про загальнозначимість аксіоми у даній моделі. Загальнозначимість оберненої імплікації доводиться аналогічно, тому аксіома CE $+A \leftrightarrow \sim \div A$ також загальнозначима. ■

Теорема 2.8.9 *Несуперечливість* DML_{EC}

Логіка DML_{EC}, що визначається правилами виводу PC, MP, US, N та аксіом K, T і EC несуперечлива.

Доведення.

□

Розглянемо модель, описану у даному розділі.

Всі теореми пропозиційного числення загальнозначимі у такій моделі, правило виводу MP та правило допустимої підстановки зберігають загальнозначимість формул за означенням 2.8.6.

Правило N також зберігає загальнозначимість, за вище доведеним.

Аксіоми K, T і EC загальнозначимі у даній моделі за раніше доведеним.

Отже, можемо стверджувати, що всі теореми, отримані з аксіом K, T і EC за допомогою правил виводу MP, US, N, загальнозначимі у даній моделі.

Отже, для логіки DML_{EC}, визначеної за допомогою правил PC, MP, US, N та аксіом K, T і EC існує модель, у якій загальнозначимі всі теореми даної логіки.

Таким чином, логіка DML_{EC} несуперечлива. ■

Висновки до розділу II

Змістовна інтерпретація пізнавальних дій як модальних операторів дозволяє обґрунтувати поняття динамічної та умовної доксатичної формули і за їх допомогою формалізувати основні властивості пізнавальних дій AGM. Динамічну модальну логіку перегляду переконань можна побудувати як розширення пропозиційного числення за допомогою введення модальних операторів розширення +, скорочення ÷ та ревізії * і мінімального набору правил та аксіом, що відображають властивості відповідних операторів.

На основі мови DML побудовано низку логічних систем.

(1) **Динамічна модальна логіка розширення $\mathbf{DML_E}$** визначається правилами PC, MP, US, N та аксіомами розширення K і T. Доксастичний оператор розширення + модальної логіки DML_E відповідає операції розширення AGM, про що свідчить відповідна репрезентаційна теорема.

Репрезентаційна теорема DML_E: оператор + задовольняє постулатам замикання, успішності, включення, пустоти та мінімальності, отже оператор + еквівалентний функції розширення AGM.

(2) **Динамічна модальна логіка скорочення $\mathbf{DML_C}$** визначається правилами PC, MP, US, C та аксіомами скорочення U і DM1. Доксастичний оператор скорочення ÷ модальної логіки DML_C відповідає операції видалення AGM, про що свідчить відповідна репрезентаційна теорема.

Репрезентаційна теорема DML_C: оператор ÷ логіки DML_C задовольняє постулатам замикання, успішності, включення, пустоти та екстенсіональності, отже оператор ÷ еквівалентний функції видалення AGM.

(3) **Динамічна модальна логіка перегляду переконань DML** визначається сукупним набором правил і аксіом логіки розширення DML_E та логіки скорочення DML_C. До набору правил входять загальні правила PC, MP, US та специфічні для скорочення і розширення правила та аксіоми N, K, T, C, U, DM1, а також правило введення ревізії R. В рамках DML формалізовано ряд властивостей оператора ревізії та постулати ревізії AGM.

(4) **Динамічна модальна логіка розширення та скорочення DML_{EC}** визначається набором правил PC, MP, US, N та аксіомами K і T. Оператор скорочення ÷ логіки DML_{EC} задовольняє всі основні та додаткові постулати скорочення AGM, що дозволяє сформулювати дві репрезентаційні теореми.

Репрезентаційна теорема DML_{EC} 1: оператор ÷ логіки DML_{EC} задовольняє постулатам замикання, успішності, включення, пустоти, екстенсіональності та відновлення, отже оператор ÷ еквівалентний функції скорочення часткового перетину AGM.

Репрезентаційна теорема DML_{EC} 2: оператор ÷ логіки DML_{EC} задовольняє постулатам замикання, успішності, включення, пустоти, екстенсіональності та відновлення, а також постулатам кон'юнктивного перекриття та кон'юнктивного включення, отже оператор ÷ еквівалентний транзитивно реляційній функції скорочення часткового перетину AGM.

На основі аналізу властивостей побудованих логічних систем можна зробити ряд висновків.

1. Пізнавальну дію розширення можна представити у вигляді модального оператора, властивості якого відображають властивості відповідної функції розширення AGM, що зафіксовано в репрезентаційній теоремі.

На основі операції розширення може бути побудована динамічна модальна логіка розширення, в рамках якої можуть бути формалізовані описані в AGM властивості розширення та стають доступними для дослідження додаткові аспекти механізму здійснення операції розширення.

Операція розширення може бути інтерпретована як основна пізнавальна дія, за допомогою якої здійснюється зміна множини переконань. На основі операції розширення можуть бути визначені пізнавальні дії скорочення та ревізії. На базі динамічної модальної логіки розширення може бути побудована динамічна модальна логіка розширення та скорочення.

2. Пізнавальна дія скорочення може бути інтерпретована у вигляді модального оператора скорочення.

На основі модального оператора скорочення може бути побудована динамічна модальна логіка скорочення, в рамках якої можна формалізувати основні та додаткові постулати скорочення AGM, окрім постулату відновлення.

Динамічна модальна логіка на базі лише оператора скорочення репрезентує функцію видалення AGM, що відображено у відповідній репрезентаційній теоремі.

За допомогою введення оператора скорочення як похідного від модального оператора розширення можна побудувати динамічну модальну логіку, що дозволяє формалізувати всі основні та додаткові постулати скорочення AGM і сформулювати та довести репрезентаційну теорему стосовно відповідності модального оператора скорочення транзитивно реляційній функції скорочення часткового перетину AGM.

3. Для означення ревізії за допомогою рівності Леві достатньо функції видалення, тому оператор ревізії може бути означений в рамках логіки DML. Детальний розгляд оператора скорочення та, відповідно, оператора ревізії можливий в рамках логіки DML_{EC}.

Введення аксіоми зв’язку між операторами скорочення та розширення надає оператору розширення можливість контролювати несуперечність результуючої множини переконань. За рахунок вказаної властивості в рамках системи DML_{EC} може бути встановлена еквівалентність операторів розширення та ревізії.

4. Постулат відновлення може бути несуперечливо формалізований і доведений в рамках системи DML_{EC}. Його використання репрезентує принцип мінімальності зміни вихідної множини. Постулат відновлення може бути використаний як критерій мінімальності для розширення та скорочення.

5. Можлива побудова семантики для динамічної модальної логіки на основі семантики можливих світів. Побудова функції вибору найближчого досяжного світу

на зразок функції вибору Р. Сталнакера, дозволяє реалізувати у такій семантиці динамічні формули.

Використання понять узагальненого опису стану та нормального опису стану дозволяє розглянути різні способи представлення стану переконань у доксастичній моделі, що відкриває перспективу більш широкого дослідження систем переконань.

В рамках запропонованої семантики можна довести несуперечність системи DML_{EC}.

ВИСНОВКИ

На основі поставленої мети та сформульованих завдань у ході наукового дослідження отримано ряд результатів.

- Здійснено аналіз та порівняння основних концепцій перегляду переконань. В рамках традиції AGM проаналізовано особливості побудови доксастичних моделей, розглянуто існуючі моделей перегляду переконань. Проаналізовано конструктивний підхід (епістемічна укоріненість, обережне скорочення та скорочення ядра) та семантичний спосіб визначення пізнавальних операцій. На основі аналізу ряда репрезентаційних теорем побудовано загальну систему взаємовідповідності способів представлення пізнавальних дій AGM для операції скорочення. Зроблено висновок про можливість формулювання аналогічної репрезентаційної теореми для оператора скорочення, побудованого на основі інтерпретації пізнавальних дій як модальних операторів.

- Проаналізовано особливості побудови доксастичних моделей на основі синтаксису DDL, специфіку їх синтаксису та практичного застосування. Розглянуто методику динамізації статичних логік шляхом побудови аксіоматичних систем на основі DDL з використанням методології DEL, сформульовано алгоритм динамізації. Зроблено висновок щодо можливості застосування методології DEL для побудови аксіоматичних систем на основі інтерпретації пізнавальних дій як модальних операторів.

- Запропоновано можливий підхід до поєднання основних ідей AGM та DDL за допомогою побудови аксіоматичних систем, що інтерпретують пізнавальні дії як модальні оператори. Побудова аксіоматичних систем має здійснюватися шляхом введення динамічних модальних операторів у пропозиційну логіку за методологією DEL. Отримані доксастичні оператори мають задовольняти основним постулатам AGM;

- Досліджено ряд відкритих питань у існуючих дослідженнях перегляду переконань. Визначено проблеми, які можуть бути вирішені або прояснені за допомогою інтерпретації пізнавальних дій як модальних операторів: проблема

первиності та декомпозиції пізнавальних дій, питання щодо способу представлення стану переконань, проблема статусу постулату відновлення у перегляді переконань та можливості аналізу динамічного контексту зміни переконань.

- Введенно та запропоновано змістовну інтерпретацію основних понять динамічної модальної логіки перегляду переконань: модальних пізнавальних операторів, динамічної та статичної формули, множини переконань та бази переконань, доксастичних зобов'язань та умовної доксастичної операції.

- Побудовано низку логічних систем на основі інтепретації пізнавальних дій як модальних операторів:

  - мінімальна логіка розширення DML_E;
  - мінімальна логіка скорочення DML_C;
  - основна динамічна модальна логіка DML;
  - розширена логіка розширення та скорочення DML_{EC}.

На основі аналізу властивостей побудованих логічних систем отримано ряд результатів та зроблено відповідні висновки.

1. Аксіоматичні системи, побудовані на основі інтерпретації пізнавальних дій як модальних операторів дають можливість розглянути пізнавальну операцію безпосередньо в момент здійснення дії й тим самим забезпечують зручний апарат для динамічного аналізу перегляду переконань.

2. Доведено відповідні реперезентаційні теореми, що показують відповідність запропонованої інтерпретації пізнавальних дій постулатам AGM.

3. У рамках запропонованого синтаксису динамічної модальної логіки DML формалізовані основні властивості пізнавальних дій, описані у відповідній літературі з перегляду переконань. Формалізовано та доведено ряд властивостей пізнавальних операцій, що випливають з запропонованої інтерпретації їх як модальних операторів.

4. Визначено статус оператора розширення як первинного, на основі якого можливе представлення пізнавальних операторів скорочення та ревізії. В рамках побудованої динамічної модальної логіки DML операція розширення однозначно інтерпретується як основна пізнавальна дія, за допомогою якої здійснюється зміна

множини переконань. На основі операції розширення визначені пізнавальні дії скорочення та ревізії. На базі динамічної модальної логіки розширення побудована динамічна модальна логіка розширення та скорочення.

5. Визначено властивості пізнавальної дії скорочення як самостійної пізнавальної операції та похідної від операції розширенняя. Пізнавальна дія скорочення, інтерпретована у вигляді самостійного модального оператора скорочення, дає змогу побудувати динамічну модальну логіку скорочення, в рамках якої формалізуються основні та додаткові постулати скорочення AGM, за винятком постулату відновлення. Динамічна модальна логіка на базі лише оператора скорочення репрезентує функцію видалення AGM, а отже на її основі може бути введений оператор ревізії. Введення оператора скорочення як похідного від модального оператора розширення дає змогу формалізувати всі основні та додаткові постулати скорочення AGM. Модальний оператор скорочення на основі еквівалентний транзитивно реляційній функції скорочення часткового перетину AGM, що зафіксовано у відповідній репрезентаційній теоремі.

6. Уточнено статус оператора ревізії в рамках розширеної логіки DML_{EC}. Введення аксіоми зв'язку між операторами скорочення та розширення надає оператору розширення можливість контролювати несуперечність результуючої множини переконань. За рахунок вказаної властивості в рамках системи DML_{EC} доведена еквівалентність операторів розширення та ревізії.

7. Встановлено статус постулату відновлення в рамках розширеної логіки DML_{EC}. Постулат відновлення може бути несуперечливо формалізований і доведений в рамках системи DML_{EC}. Його використання репрезентує принцип мінімальності зміни вихідної множини. Постулат відновлення може бути використаний як критерій мінімальності для розширення та скорочення.

5. На основі семантики можливих світів Р. Сталнакера розглянуто варіант семантики для інтерпретації динамічних формул. В рамках запропонованої семантики доведена несуперечність системи DML_{EC}.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Васильченко А. Проблема інтенціональності дії в сучасній аналітичній філософії / А. Васильченко // Часопис “Дух і літера”. – К. : Дух і літера, 2003. – №11-12. – С. 138-151.
2. Войшвилло Е.К. Семантика релевантной логики и вопрос о природе логических законов / Е.К Войшвилло // Разум и культура. Труды международного франко-советского коллоквиума. – М. : Издательство МГУ, 1983. – С. 69-76.
3. Ишмуратов А. Т. Логический анализ практических рассуждений / А. Т. Ишмуратов. – К, 1987. – 138 с.
4. Ішмуратов А.Т. Вступ до філософської логіки / А. Т. Ішмуратов. – К, 1997. – 350 с.
5. Смирнов В.А. Логические методы анализа научного знания / В.А. Смирнов. – М. : Наука, 1987. – 256 с.
6. Карнап Р. Значение и необходимость / Р. Карнап. – М. : Издательство ЛКИ, 2007. – 380 с.
7. Карпенко А. С. Логика на рубеже тысячелетий / А. С. Карпенко // Логические исследования. – М. : Наука, 2000. – №7. – С. 7-60.
8. Клини С. Математическая логика / С. Клини. – М, 1973. – 480 с.
9. Козаченко Н.П. Знання і переконання як категорії логіки та філософії / Н.П. Козаченко // Актуальні проблеми духовності. Зб. наук. праць / ред.: Шрамко Я.В. – Кривий Ріг, 2004. – №5. – С. 128-142.
10. Козаченко Н.П. Побудова динамічної логіки перегляду знань / Н.П. Козаченко // Проблеми гуманітарних наук. Наукові записки ДДПУ. – Дрогобич : Вимір, 2004. – Вип. 13. – С. 66-75.
11. Козаченко Н.П. Модели изменения убеждений: некоторые открытые проблемы / Н.П. Козаченко // Актуальні проблеми духовності : [Зб. наук. праць / ред.: Шрамко Я.В.]. – Кривий Ріг : Видавничий Дім, 2006. – №7. – С. 218-230.
12. Козаченко Н.П. Проблемы построения доксастических моделей / Н.П. Козаченко // Актуальні проблеми духовності : [Зб. наук. праць / ред.: Шрамко Я.В.]. – Кривий Ріг : Видавничий Дім, 2007. – №8. – С. 245-258.

13. Козаченко Н.П. Эпистемические модели: принципы построения и структура AGM / Н.П. Козаченко // Гуманитарное измерение меняющегося мира : [Сборник статей кафедры Философии и Гуманитарных Наук]. – М. : Издат. центр ЕАОИ, 2008. – С. 249-263.
14. Козаченко Н.П. Динамика познавательных действий: AGM и DDL / Н.П. Козаченко // Актуальні проблеми духовності : [Зб. наук. праць / ред.: Шрамко Я.В.]. – Кривий Ріг : Видавничий Дім, 2008. – №9. – С. 373-390.
15. Козаченко Н. П. Критерии рациональности изменения убеждений: непротиворечивость / Н. П. Козаченко // Логические исследования / [отв. ред. А. С. Карпенко] ; Ин-т философии РАН. – М. ; СПб : ЦГИ, 2010. – Вып. 16. – С. 134–156.
16. Козаченко Н.П. Смена убеждений как логико-этическая проблема / Н.П. Козаченко // Роль науки, релігії та суспільства у формуванні моральної особистості : Матеріали XVI Міжнародної науково-практичної конференції. – Донецьк : ІПШІ «Наука і освіта», 2003. – С. 135-138.
17. Козаченко Н.П. Аксиомы сокращения знаний / Н.П. Козаченко // Інформоенергетика ІІІ-го тисячоліття: соціолого-синергетичний та медико-екологічний підход : [Зб. наук. праць / ред.: Лобанова А.С. та ін.]. – Київ ; Кривий Ріг, 2003р. – С. 72-74.
18. Конверський А. Є. Логіка (традиційна та сучасна): Підручник / А. Є. Конверський. – К. – 2004. – 440 с.
19. Конверский А.Е. Теория и ее обоснование / А.Е. Конверский. – К. : ВІПОЛ, 2000. – 180 с.
20. Костюк В.Н. Элементы модальной логики / В.Н. Костюк. – Киев, 1978. – 179с.
21. Кримський С.Б. Трансформація методологічної свідомості науки / С.Б. Кримський // Наука та наукознавство. Міжнародний науковий журнал. – 1996. – № 3-4. – С.32-38.
22. Кримський С.Б. Запити філософських смислів / С.Б. Кримський. – К. : ПАРАПАН, 2003. – 240 с.
23. Кузнєцов В.І. Нечіткі поняття та відношення між ними / В.І.

Кузнєцов // Проблеми теорії ментальності. / М.В.Попович та ін.– К. : Наук. Думка, 2006. – С. 163-197.

24. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики / Я. Лукасевич. – М., 1959. – 311 с.

25. Лук'янець В. С. Науковий світогляд на зламі століть / Лук'янець В. С., Кравченко О. М., Озадовська Л. В., Мороз О. Я. – К. : ПАРАПАН, 2006. – 213 с.

26. Навроцький В. Колективні ментальні поняття: логіка, методологія і філософія науки / В. Навроцький // Філософська думка. – 2005. – №2. – С. 3-12.

27. Навроцький В.В. Колективність та етнічність / В. В. Навроцький // Проблеми теорії ментальності / М.В.Попович та ін. – К. : Наук. Думка, 2006. – 408 с.

28. Навроцький В.В. Аналітична соціальна філософія про колективні феномени / В. В. Навроцький // Актуальні проблеми духовності: [Зб. наук. праць / ред.: Шрамко Я.В.]. – Кривий Ріг, 2009. – Вип.10. – С. 293-301.

29. Навроцький В.В. Інференціалізм: ментальні стани чи ментальні статуси / В. В. Навроцький // Філософська думка. – 2008. – № 3. – С. 3-13.

30. Омельянчик В. И. Возможность, структура, действие: введение в модальный реалізм / В. И. Омельянчик. – Киев : Наукова думка, 1991. – 207 с.

31. Пенроуз Р. Новый ум короля. О компьютерах, мышлении и законах физики / Р.Пенроуз. – М. : УРСС, 2005. – 384 с.

32. Полани М. Личностное знание: на пути к посткритической философии / М. Полани. – М., 1985. – 344 с.

33. Попович М. В. Философские вопросы семантики / М. В. Попович. – К., 1975. – 299 с.

34. Попович М.В. Гуманістичні орієнтири науки на порозі XXI століття / М. В. Попович // Вісн. НАН України. – 2004. – № 1. – С. 39-42.

35. Попович М.В. Поняття «дискурс» у метафоричному та логіко-лінгвістичному розумінні / М. В. Попович // Філософ. думка. – 2003. – № 1. – С. 27-36.

36. Поппер К. Миф концептуального каркаса / К. Поппер //Логика и рост научного знания / К. Поппер – М. : Прогресс, 1983. – С.558-593.
37. Поспелов Д. А. Десять «горячих точек» в исследованиях по искусственному интеллекту / Д. А. Поспелов // Интеллектуальные системы. – М. : Издательство МГУ, 1996. – Т.1, вып. 1-4. – С.47-56.
38. Поспелов Д. А. Моделирование рассуждений. Опыт анализа мыслительных актов / Д. А. Поспелов // Радио и связь. – 1989. – 184 с.
39. Смирнова Е.Д. Логическая семантика и философские основания логики / Е.Д. Смирнова. – М., 1986. – 161 с.
40. Смирнова Е.Д. Основы логической семантики / Е.Д. Смирнова. – М., 1990. – 143 с.
41. Тейз А. Логический подход к искусственному интеллекту. От модальной логики к логике баз данных / Тейз А., Грибомон П., Юлен Г. – М. : Мир, 1998. – 494 с.
42. Теплицький І. О. Елементи комп'ютерного моделювання / І. О. Теплицький. – Кривий Ріг : КДПУ, 2005. – 208 с.
43. Тулмин С. Человеческое понимание / С. Тулмин. – М. : Прогресс, 1984. – 327с.
44. Фейс Р. Модальная логика */ Р. Фейс*. – М., 1974.
45. Фреге Г. Смысл и денотат */ Г. Фреге* // Семиотика и информатика. – М., 1997. – Вып. 35. – С. 351 – 379.
46. Хоменко І.В. Що таке логіка / І.В. Хоменко // Барви творчості. – К.,1995. – С. 83-95.
47. Хоменко І.В. Логіка: підручник / І.В. Хоменко. – К., 2007. – 336 с.
48. Хоменко І.В. Логіка: теорія та практика / І.В. Хоменко. – К. : ЦУЛ, 2010.
49. Шрамко Я.В. Логико-эпистемологические предпосылки развития знаний / Я.В. Шрамко // Актуальні проблеми духовності : [Зб. наук. праць. / ред.: Шрамко Я.В.]. – Кривий Ріг : «І.В.І», 2002. – №4 – С. 151-162.
50. Шрамко Я.В. Ревизия знаний как проблема научной эпистемологии / Я.В. Шрамко // Комп*'ютерне моделювання та інформаційні технології в освітній діяльності*. – Кривий Ріг, 1999. – С. 34-45.

51. Шрамко Я.В. Знания и убеждения: их развитие и критический пересмотр / Я.В. Шрамко // Философия науки. – 2005. – №1(24). – С. 3-19.
52. Шрамко Я. В. Некоторые проблемы аналитической эпистемологии / Я.В. Шрамко // Логос. – 2006. – № 1 (52). – С. 3-25.
53. Шрамко Я. В. Парадокс познаваемости мира / Я.В. Шрамко // Логика: Перспективы развития. – Киев : Изд-во Киевского университета, 2006. – С. 101-107.
54. Юдин Б.Г. Методологический анализ как направление изучения науки / Б.Г. Юдин. – М. : Наука, 1986. – 261с.
55. Areces C. Iterable AGM functions / Areces C. Becher V. ; In H. Rott and M.-A. Williams, editors // Frontiers in Belief Revision. – Kluwer Academic Publisher, 1999.
56. Alchourron C. Philosophical foundations of deontic logic and the logic of defeasible conditionals / Alchourron C. ; In J.J.Meyer and R. J. Wieringa, editors // Deontic Logics in Computer Science: Normative System Specification. – Chichester : Wiley & Sons, 1994. – P. 43-84.
57. Alchourron C. Detachment and defeasibility in deontic logic / C. Alchourron // Studia Logica. – 1996. – Vol. 51. – P.5-18.
58. Alchourron C. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions / C. Alchourron, P. Gardenfors, D. Makinson // Journal of Symbolic Logic. – 1985.– Vol. 50. – P. 510-530.
59. Alchourron C. Hierarchies of regulations and their logic / C. Alchourron, D. Makinson ; In Risto Hilpinen, editor // New Studies in Deontic Logic: Norms, Actions, and the Foundations of Ethics. – 1981. – P. 125-148.
60. Alchourron C. On the logic of theory change: Contraction functions and their associated revision functions / C. Alchourron, D. Makinson // Theoria. – 1982. – Vol. 48. – P. 14-37.
61. Alchourron C. On the logic of theory change: Safe contraction / C. Alchourron, D. Makinson // Studia Logica. – 1985 – Vol. 44. – P. 405-422.
62. Alchourron C. Maps between some differents kinds of contraction functions: The finite case / C. Alchourron, D. Makinson //Studia Logica. – 1986. – Vol. 45. – P. 187-198.

63. Anderson A. R. Entailment: Logic of Relevance and Necessity / A. R. Anderson, N. D. Belnap, J. M. Dunn. – Princeton : Princeton University Press, 1992. – Vol. 2.
64. Aucher G. A. Combination System for Update Logic and Belief Revision : Master's thesis ILLC / G. A. Aucher. – Amsterdam, 2003.
65. Baltag A. The Logic of Common Knowledge, Public Announcements, and Private Suspicion / A. Baltag, L. Moss, S. Solecki // Proceedings of the 7th Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge (TARK 98) / Itzhak Gillboa ed. – Evanston, 1998. – P. 43-56.
66. Baltag A. Dynamic Belief Revision over Multi-Agent Plausibility Model / A. Baltag, S. Smets // Proceedings of the 7th Conference on Logic and the Foundations of Game and Decision Theory (LOFT 06). – Liverpool, 2006.
67. Baltag A. The Logic of Conditional Doxastic Actions: A theory of dynamic multi-agent belief revision / A. Baltag, S. Smets // Proceedings of the Workshop on Rationality and Knowledge (ESSLLI) / S. Artemov and R. Parikh ed. – Malaga, 2006.
68. Barwise J. Interpolation Preservation and Pebble Games / J. Barwise, J. van Benthem // Journal of Symbolic Logic. – 1999. – Vol. 64. – P. 881-903.
69. Boutilier C. Conditional Logics of Normality: a Modal Approach / C. Boutilier // Artificial Intelligence. – 1994. – Vol. 68. – P.87-154.
70. Burgin M. Properties in Science and Their Modelling / M. Burgin, V. Kuznetsov // Quality and Quantity. – 1993. – Vol. 27. – P. 371-382.
71. Burgess J. Basic Tense Logic / J. Burgess // Handbook of philosophical logic. – Reidel, 1984. – Vol. 2 – P. 89-133.
72. Benthem J. van The Logic of Time [Second Edition] / J. van Benthem – Kluwer Academic Publisher, 1991.
73. Benthem J. van Semantic Parallels in Natural Language and Computation / J. van Benthem // Logic Colloquium Granada North-Holland / Ebbinghaus H.-D. et al. ed.. – Amsterdam, 1989. – P. 331-375.
74. Benthem J. Changing Preferences :Tech Report CS-93-10 / J. van Benthem, J. van Eijck, A. Frolova ; Center for Mathematics and Computer Science. – Amsterdam, 1993.
75. Benthem J. van Structural Properties of Dynamic Reasoning / J. van Benthem // Meaning: the Dynamic Turn. – Amsterdam, 2003. –

P. 15-31.
76. Benthem J. van Diversity of Logical Agents in Games / J. van Benthem, F. Liu // Philosophia Scientiae. – 2004. – Vol. 8(2). – P. 163-178.
77. Benthem J. van Dynamic logic for belief revision / J. van Benthem // Journal of Applied Non-Classical Logics. – 2004. – Vol. 14.
78. Benthem J. van Dynamic Logic of Preference Upgrade : Tech Report, PP-2005-29 / J. van Benthem, F. Liu. – Amsterdam, 2005.
79. Benthem J. van Common Knowledge in Update Logics / J. van Benthem, J. van Eijck, B. Kooi // Proceedings of the 10th Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge (TARK-2005). – Singapore, 2005. – P. 253-261.
80. Benthem J. van Open Problems in Logical Dynamics / J. van Benthem // Mathematical Problems from Applied Logics / T. Rozhkovskaya ed. – New York : Springer, 2006.
81. Benthem J. van Logics for Preference Ceteris Paribus / J. van Benthem, P. Girard, O. Roy. – Stanford University Press, 2006.
82. Benthem J. van Dynamic Logic of Preference Upgrade / J. van Benthem, F. Liu // Journal of Applied Non-Classical Logic. – 2004 – Vol. 14(2).
83. Benthem J. van The Tree of Knowledge in Action: Towards a Common Perspective / J. van Benthem, E. Pacuit // Advances in Modal Logic. – 2006.
84. Cantwell J. On the logic of small change in hypertheories / J. Cantwell // Theoria. – 1999. – Vol 63. – P. 54-89
85. Cantwell J. Some logics of iterated belief change / J. Cantwell // Studia Logica. – 1999. – Vol. 63. – P. 49-84.
86. Chisholm R. Theory of Knowledge / R. Chisholm – N.J., 1989.
87. Dalal M. Investigations into a theory of knowledge base revision: Preliminary report /Makesh Dalal // Seventh National Converence on Artificial Intelligence (AAAI-88). – St. Paul, 1988. – P. 475-479.
88. Ditmarsch H. van Prolegomena to Dynamic Logic for Belief Revision: Knowledge, Rationality & Action / H. van Ditmarsch // Synthese. – 2005. – Vol. 147(2). – P. 229-275.
89. Ditmarsch H. van Dynamic Epistemic Logic / H. van Ditmarsch, W. van der Hoek, B. Kooi. – Berlin : Springer, 2006.

90. Doyle J. A truth maintenance system / J. Doyle // Artificial Intelligence. – 1979. – Vol.12. – P. 231-272.
91. Doyle J. Reason maintenance and belief revision: Foundations versus coherence theories / J. Doyle // Belief Revision / In Peter Gardenfors, editor. – Cambridge University Press, 1992. – Vol. 29. – P. 29-51.
92. Dubois D. Belief change and possibilistic logic / D. Dubois, H. Prade // Belief Revision / In Peter Gardenfors, editor. – Cambridge University Press, 1992. – Vol. 29. – P. 142-182.
93. Fagin R. Updating Logical Databases / R. Fagin, G. Kuper, J. Ullman, M. Vardi // Advances in Computing Research / Kannelakis P., Preparata F. eds. – 1999. – Vol. III – P. 1-18.
94. Fagin R. Reasoning about Knowledge / R. Fagin, J. Halpern, Y. Moses, M. Vardi. – Cambridge : The MIT Press, 1995.
95. Fagin R. On the semantics of updates in databases: Preliminary report / R. Fagin, J. Ullman, M. Vardi // Proceedings of Second ACM SIGACT-SIGMOD Symposium on Principles of Database Systems. – 1983. – P. 352-365.
96. Feldman R. Epistemological Duties / R. Feldman // Oxford handbook of epistemology. – N.Y., 2002. – P. 362-385.
97. Ferme E. A little note about maxichoice and epistemic entrenchment : manuscript / E. Ferme– Proceedings Workshop on Logic, Language, Information and Computation Wollic`99. – Itatiaia, 1999. – P. 111-114.
98. Ferme E. On the logic of theory change: Contraction without recovery / E. Ferme // Journal of Logic, Language and Information. – 1998. – Vol. 7. – P. 127-137.
99. Ferme E. A brief note about the Rott contraction / E. Ferme, R. Rodriguez // Logic Journal of the IGPL.– 1998. – Vol. 6(6). – P. 835-842.
100. Ferme E. Five faces of recovery / Ferme E. // Frontiers in Belief Revision / H.Rott and M-A Williams, editors. – Kluwer Academic Publisher, 1999.
101. Ferme E. Selective revision / E. Ferme, S.O. Hansson // Studia Logica. – 1999. – Vol. 63 – P. 331-342.
102. Ferme E. Irrevocable belief revision and epistemic entrenchment / E. Ferme // Logic Journal of the IGPL. – Oxford University Press, 2000. – Vol. 8 (5). – P. 645-652.

103. Ferme E. Revision by Comparison / E. Ferme, H. Rott // Artificial Intelligence. – 2004. – Vol. 157. – P. 5–47.
104. Fuhrmann A. Relevant Logics, Modal Logics and Theory Change : PhD thesis / A. Fuhrmann ; Australian National University. – Canberra, 1988.
105. Fuhrmann A. Reflective modalities and theory change / A. Fuhrmann //Synthese.– 1989. – Vol. 81(1). – P. 115-134.
106. Fuhrmann A. Theory contraction through base contraction / A. Fuhrmann // Journal of Philosophical Logic. – 1991. – Vol. 20. – P. 175-203.
107. Fuhrmann A. An Essay on Contraction / A. Fuhrmann. – Stanford : CSLI, 1997.
108. Fuhrmann A. A Survey of Multiple Contractions / A. Fuhrmann, S. O. Hansson // Journal of Logic, Language and Information.– 1994. – Vol. 3 – P. 76.
109. Gardenfors P. Conditionals and changes of belief / P. Gärdenfors // Ada Philosophica Fennica. – 1978. – Vol. 30. – P. 381-404.
110. Gardenfors P. Rules for rational changes of belief / P. Gärdenfors // Philosophical Studies / In Tom Pauli, editor. – 1982. – Vol. 34. – P. 88-101.
111. Gardenfors P. Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States / Peter Gärdenfors. – Cambridge : The MIT Press. – 1988.
112. Gardenfors P. The dynamics of belief systems: foundations versus coherence theories / P. Gärdenfors // Reveu Internationale de Philosophic. – 1990. – Vol. 44. – P. 24-46.
113. Gardenfors P. Revisions of knowledge systems using epistemic entrenchment / P. Gardenfors, D. Makinson // Proceedings of the Second Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge / In Moshe Y. Vardi, editor. – Los Altos, 1988. – P. 83-95.
114. Gardenfors P. Belief revision / P. Gärdenfors, H. Rott // Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming. – 1995. – Vol. IV.
115. Gomolinska A. On the Logic of Acceptance and Rejection / A. Gomolinska // Studia Logica. –1998. – Vol. 60. – P. 233–251.
116. Grove A. Two modellings for theory change / A. Grove // Journal of Philosophical Logic. –1988. – Vol. 17. – P. 157-170.
117. Hansson S. O. New operators for theory change / S. O. Hansson // Theoria. – 1989. – Vol. 55. – P. 114-132.

118. Hansson S. O. Belief Base Dynamics : PhD thesis / S. O. Hansson. – Uppsala University, 1991.
119. Hansson S. O. Belief contraction without recovery / S. O. Hansson // Studia Logica.– 1991. – Vol. 50. – P. 251-260.
120. Hansson S. O. A dynamic representation of belief / S. O. Hansson // Belief Revision / In Peter Gardenfors, editor. – Cambridge University Press, 1992. – P. 89-121.
121. Hansson S. O. Ten Philosophical Problems in Belief Revision / S. O. Hansson // Journal of Logic and Computation. – 2003. – Vol. 13(1). – P. 37-49.
122. Hansson S. O. Changes of disjunctively closed bases / S. O. Hansson // Journal of Logic, Language and Information. – 1993. – Vol. 2. – P. 255-284.
123. Hansson S. O. Reversing the Levi identity / S. O. Hansson // Journal of Philosophycal Logic. – 1993. – Vol. 22. – P. 637-669.
124. Hansson S. O. Theory contraction and base contraction unified / S. O. Hansson // Journal of Symbolic Logic. – 1993. – Vol. 58. – P. 602-625.
125. Hansson S. O. Kernel contraction / S. O. Hansson // Journal of Symbolic Logic. – 1994. – Vol. 59. – P. 845-859.
126. Hansson S. O. Taking belief bases seriously / S. O. Hansson // Logic and Philosophy of Science / In Prawitz and Westerstahl, editors. – Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1994. – P. 13-28.
127. Hansson S. O. Knowledge level analysis of belief base operation / S. O. Hansson // Artificial Intelligence. – 1996. – Vol. 82. – P. 215-235.
128. Hansson S. O. Semi-revision / S. O. Hansson // Journal of Applied Non-Classical Logic.– 1997. – Vol. 7. – P. 151-175.
129. Hansson S. O. A Textbook of Belief Dynamics / S. O. Hansson. – Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1998.
130. Hintikka J. Knowledge and belief: an introduction to the logic of the two notions / J. Hintikka. – Ithaca ; N. Y. : Cornell University Press, 1962.
131. Katsuno H. Prepositional knowledge base revision and minimal change / H. Katsuno, A. Mendelzon // Journal of Artificial Intelligence. – 1991. – Vol. 52. – P. 263-294.
132. Katsuno H. On the difference between updating a knowledge base and

revising it / H. Katsuno, A. Mendelzon ; In Peter Gardenfors, editor // Belief Revision. – Cambridge : Cambridge University Press, 1992. – Vol.29. – P.183-203.

133. Kooi B. As the World Turns: on the Logic of Public Updates : manuscript / B. Kooi. – University of Groningen, 2005.

134. Levi I. The enterprise of knowledge / Isaak Levi. – Cambridge : MIT Press, 1980.

135. Levi I. The fixation of belief and its undoing: changing beliefs through inquiry / I. Levi. – Cambridge : Cambridge University Press, 1991.

136. Levi I. Contraction and informational value : manuscript / I. Levi. – Cambridge : Cambridge University Press, 1997.

137. Lewis D. Counterfactuals / D. Lewis. – Oxford : Blackwell, 1973.

138. Lehmann D. What does a conditional knowledge base entail? / D. Lehmann, M. Magidor // Artificial Intelligence. – 1992. – Vol. 55. – P. 1-60.

139. Lindstrom S. Epistemic entrenchment with incomparabilities and relational belief revision / S. Lindstrom, W. Rabinowicz // The Logic of Theory Change / In Fuhrmann and Morreau, editors. – Berlin, 1991. – P.93-126.

140. Lindstrom S. Extending Dynamic Doxastic Logic: accommodating iterated beliefs and ramsey conditionals within DDL / Sten Lindström, Wlodzimierz Rabinowicz // For Good Measure: Uppsala Philosophy Studies. – Uppsala, 1997.

141. Lindstrom S. Modal Logic and Philosophy / S. Lindstrom, K. Segerberg // Studies in Logic and Practical Reasoning. – 2007. – Vol. 3. – P. 1149-1214.

142. Liu F. Preference Change and Information Processing : Tech Report / F. Liu // Proceedings of the 7th Conference on Logic and the Foundations of Game and Decision Theory (LOFT06). – Liverpool, 2006.

143. Lutz C. Complexity and Succinctness of Public Announcement Logic / C. Lutz // Proceedings of the Fifth International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS06). – 2006. – P. 137-144.

144. Makinson D. How to give it up: a survey of some recent work on formal aspects of the logic of theory change / D. Makinson // Synthese. – 1985. –

Vol. 62. – P. 347-363.
145. Makinson D. On the status of the postulate of recovery in the logic of theory change / D. Makinson // Journal of Philosophical Logic. – 1987. – Vol. 16. – P. 383-394.
146. Makinson D. Five faces of minimality / D. Makinson // Studia Logica. – 1993. – Vol. 52. – P. 339-379.
147. Makinson D. General patterns in nonmonotonic reasoning / D. Makinson // Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming / In D. M. Gabbay, C. J. Hogger, and J. A. Robinson, editors. – Oxford : Oxford University Press, 1994. – Vol. 3. – P. 35-110.
148. Makinson D. On the force of some apparent counterexamples to recovery / / D. Makinson // Normative Systems in Legal and Moral Theory: Festschrift for Carlos Alchourron and Eugenio Bulygin / In E. Garzon Valdez et al., editor. – Berlin, 1997. – P. 475-481.
149. Makinson D. Ways of Doing Logic: What was Different about AGM 1985? / D. Makinson // Journal of Logic and Computation.– 2003. – Vol.13. – P.3-13.
150. Mares E. A Paraconsistent Theory of Belief Revision / Edwin D. Mares // Erkenntnis. – 2002. – Vol. 56. – P. 229–246.
151. Martins J. A model for belief revision / J. Martins, S. Shapiro // Artificial Intelligence. – 1988. – Vol. 35. – P. 25-79.
152. Miller J. The Undecidability of Iterated Modal Relativization / J. Miller, L. Moss // Studia Logica. – 2005. – Vol 97. – P. 373-407.
153. Nayak A. Studies in Belief Change : Doctoral Dissertation / Abhaya Charan Nayak. – Rochester University, 1993.
154. Nebel B. A knowledge level analysis of belief revision / B. Nebel // Proceedings of the 1st International Conference of Principles of Knowledge Representation and Reasoning. – Morgan Kaufmann, 1989. – P. 301-311.
155. Nebel B. Syntax-based approaches of belief revision / B. Nebel ; In Peter Gardenfors, editor // Belief Revision. – Cambridge University Press, 1992. – P. 52-88.
156. Niederee R. Multiple contraction: A further case against Gardenfors' principle of recovery / R. Niederee // The Logic of Theory Change / In

Fuhrmann and Morreau, editors. – Berlin, 1991. – P. 322-334.
157. Plaza J. A. Logics of Public Communications / J. A. Plaza // Proceedins 4th International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems. – 1989.
158. Rabinowicz W. Global belief revision based on similarities between worlds / W. Rabinowicz // Logic for a change / In Sven Ove Hansson and Włodek Rabinowicz, editors. – Uppsala : Uppsala Prints and Preprints in Philosophy, 1995. – Vol. 9. – P. 80-105.
159. Rott H. Shifting Priorities: Simple Representations for Iterated Theory Change Operators / H. Rott // Uppsala Philosophical Studies : Modality Matters: Twenty-Five Essays in Honour of Krister Segerberg / Lagerlund H., Lindstrom S., Sliwinski R. eds. – 2006. – Vol. 53. – P. 359-384.
160. Rott H. Making up one's mind: Foundations, coherence, nonmonotonicity : Technical report / H. Rott. – Oxford : Oxford University Press, 1998.
161. Rott H. Conditionals and theory change: revision, expansions and additions / H. Rott // Synthese. – 1989. – Vol. 81. – P. 91-113.
162. Rott H. Two methods of constructing contractions and revisions of knowledge systems / H. Rott // Journal of Philosophical Logic. – 1991. – Vol. 20. – P. 149-173.
163. Rott H. On the logic of theory change: More maps between different kinds of contraction functions / H. Rott // Belief Revision / In Peter Gardenfors, editor. – Cambridge : Cambridge University Press, 1992. – Vol. 29. – P. 122-141.
164. Rott H. Preferential belief change using generalized epistemic entrenchment / H. Rott // Journal of Logic, Language and Information. – 1992. – Vol. 1. – P. 45-78.
165. Rott H. Just because. Taking belief bases very seriously / H. Rott // Logic for a change / In Sven Ove Hansson and Wlodek Rabinowicz, editors. – Uppsala : Uppsala Prints and Preprints in Philosophy, 1995. – Vol. 9. – P. 106-124.
166. Rott H. Coherence and Conservation in the Dynamics of Belief, Part I: Finding the Right Framework / Hans Rott. – Amsterdam : ILLC

Prepublications, 1999.
167. Rott H. Severe withdrawal and recovery / H. Rott, M. Pagnucco // Journal of Philosophical Logic. – 1999. – Vol. 28(5). – P. 501-547.
168. Segerberg K. Belief Revision from the Point of View of Doxastic Logic / Krister Segerberg // Bulletin of the IGPL. – Oxford : Oxford University Press, 1995. – Vol. 3. – P. 534-553.
169. Segerberg K. Further questions about hypertheories / Krister Segerberg // Uppsala Philosophical Studies. – Uppsala, 1997. – Vol. 45.
170. Segerberg K. Irrevocable Belief Revision in Dynamic Doxastic Logic / K. Segerberg // Notre Dame Journal of Formal Logic. – 1998. – Vol. 39. – P. 287-306.
171. Segerberg K. Belief revision and doxastic commitment : manuscript / K. Segerberg. – Uppsala, 1998.
172. Segerberg K. Default Logic as Dynamic Doxastic Logic / K. Segerberg // Erkenntnis. – 1999. – Vol. 50. – P. 333-352.
173. Segerberg K. Getting started: Beginnings in the Logic of Action / K. Segerberg // Studia Logica. – 1992. – Vol. 51. – P. 347-378.
174. Segerberg K. A completeness proof in full DDL / K. Segerberg // Logic and Logical Philosophy. – 2001. – Vol. 9. – P. 77–90.
175. Segerberg K. Blueprint for a dynamic deontic logic / K. Segerberg // Journal of Applied Logic. – 2009. – Vol. 7(4). – P. 388-402.
176. Segerberg K. Dynamic doxastic logic: why, how, and where to? / K. Segerberg, H. Leitgeb // Synthese. – 2007. – Vol. 155(2). – P. 167-190.
177. Segerberg K. A blueprint for deontic logic in three (not necessarily easy) steps / K. Segerberg. – Dagstuhl, 2007.
178. Segerberg K. Moore Problems in Full Dynamic Doxastic Logic / K. Segerberg // Poznan Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities. – 2006. – Vol. 91 (1). – P. 95-110.
179. Shoham Y. Reasoning About Change: Time and Change from the Standpoint of Artificial Intelligence / Y. Shoham. – Cambridge : MIT Press, 1988.
180. Shramko Y. Doxastic actions and doxastic commitments: belief revision as pure modal logic / Y. Shramko // Smirnov's Readings; 2nd International Conference. – Moscow, 1999. – P. 90-92.
181. Shramko Y. The Slingshot Argument and Sentential Identity / Y. Shramko,

H. Wansing // Studia Logica. – 2009. – Vol. 91. – P. 429-455.

182. Spohn W. Ordinal conditional functions: A dynamic theory of epistemic states / W. Spohn // Causation in Decision, Belief Change and Statistics / In W. Harper and B. Skyrms, editors. – Dordrecht, 1987. – Vol. 2. – P. 105-134.

183. Stalnaker R. A Theory of Conditionals / R. Stalnaker // Studies in Logical Theory /N. Rescher, ed. – Oxford, 1968. – P. 98-112.

184. Stalnaker R. A Semantic Analysis of Conditional Logic / R. Stalnaker, R. H. Thomason // Theoria. – 1970. – Vol. 36. – P. 23-42.

185. Tarski A. Logic, Semantics, Metamhatematics. Papers from 1923 to 1938. / A. Tarski ; Translated by J. H. Woodger. – Oxford : Clarendon Press, 1956.

186. Veltman F. Defaults in Update Semantics / F. Veltman // Journal of Philosophical Logic. – 1996. –Vol. 25. – P. 221-261.

187. Williams M.-A. On the logic of theory base change / Mary-Ann Williams // Logics in Artificial Intelligence / In MacNish, editor. – Springer Verlag, 1994. – №835. – P. 95-111.

188. Williams M.-A. Transmutations of knowledge systems / Mary-Ann Williams // Proceedings of the fourth International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning / In Doyle J. etc ed. – Bonn, 1994. – P. 619-629.

189. Yamada T. Commands and Changing Obligations / T. Yamada // Proceedings of the Seventh International Workshop on Computational Logic in Multi-Agent Systems (CLIMA VII). – 2006.

190. Wright G.H. von An essay in modal logic / G.H. von. Wright – Amsterdam : North-Holland Pub. Co.,1951.