ІНСТИТУТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ ПЕДАГОГІЧНИХ НАУК УКРАЇНИ

На правах рукопису

СЛОВАК Катерина Іванівна

УДК 378.147+372.851:004.9

МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ МОБІЛЬНИХ МАТЕМАТИЧНИХ СЕРЕДОВИЩ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

13.00.10 – інформаційно-комунікаційні технології в освіті

Дисертація на здобуття наукового ступеня
кандидата педагогічних наук

Науковий керівник
СЕМЕРІКОВ Сергій Олексійович,
доктор педагогічних наук, доцент

Київ – 2011

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ВНЗ	вищий навчальний заклад
ІДЗ	індивідуальні домашні завдання
ІКТ	інформаційно-комунікаційні технології
КЕІ	Криворізький економічний інститут
КНЕУ	Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана
КОМСН	комп’ютерно-орієнтована методична система навчання
ММС	мобільне математичне середовище
НЕС	навчальна експертна система
ППЗ	педагогічний програмний засіб
ПМК	програмно-методичний комплекс
СКМ	система комп’ютерної математики
СРС	самостійна робота студентів
ДВНЗ	державний вищий навчальний заклад
ПЗ	програмний засіб

ВСТУП

Актуальність дослідження. Соціально-економічні зміни, які відбуваються у суспільстві, потребують якісно нового рівня підготовки фахівців практично у всіх сферах діяльності людини. Освітня парадигма фундаментальної підготовки фахівців з економіки, здатних до навчання протягом усього життя та роботи у швидкозмінному середовищі, вимагає від випускників економічних спеціальностей не тільки фундаментальних теоретичних знань та вмінь застосовувати їх на практиці, а й навичок розв'язування прикладних задач, пов'язаних з умінням прогнозувати економічні явища та ситуації, розробляти стратегії управління, моделювати різні економічні явища та процеси. Крім того, все більшого значення набувають такі якості особистості майбутніх фахівців, як самостійність і оперативність у прийнятті рішень, гнучкість мислення, наполегливість у розв'язанні завдань, прагнення до пошуку оптимальних рішень тощо.

У системі фундаментальної підготовки сучасного економіста основою розв'язання проблеми формування фахових компетентностей та забезпечення професійної мобільності є якісна математична підготовка, яка в останні роки зазнає перебудови у зв'язку з широким впровадженням компетентнісного підходу та інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у методичні системи навчання математичних дисциплін.

Сучасний стан навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей характеризується протиріччям між низьким рівнем базової математичної підготовки студентів і складною логічною структурою та високим рівнем абстрактності навчального матеріалу; необхідністю збільшення частки самостійної роботи студентів і суспільним замовленням на посилення міжпредметних зв'язків та прикладної спрямованості навчання вищої математики. Розв'язання поставлених проблем вимагає пошуку нових технологій навчання, спрямованих на активізацію навчальної діяльності студентів з вищої математики.

Активізація навчальної діяльності студентів є одним з пріоритетних напрямків досліджень педагогіки вищої школи, оскільки в ній містяться джерела для розв'язання проблеми формування особистості компетентного фахівця: розвиток пізнавальних інтересів, самостійності, ініціативності, цілеспрямованості, відповідальності, вольових якостей, критичного мислення тощо. Різні аспекти активізації навчальної діяльності розглядались у роботах А. М. Алексюка [3; 4], Л. П. Арістової [6], С. І. Архангельського [7], М. І. Єнікеєва [40], М. Я. Ігнатенка [61], В. І. Лозової [96], М. І. Махмутова [106], Р. А. Нізамова [115], Н. О. Половникової [124], Н. Ф. Тализіної [178], Т. І. Шамової [198], Г. І. Щукіної [203] та інших дослідників.

Активізація навчальної діяльності студентів економічних спеціальностей з вищої математики вимагає формування змісту та структури курсу з урахуванням принципу професійної спрямованості.

Проблема професійної спрямованості навчання представлена у дослідженнях О. В. Алєксандрової [2], І. М. Альошиної [5], О. В. Бочкарьової [14], О. О. Василевської [17], Н. Р. Гайбулаєва [23], В. І. Загвязинського [53], О. Б. Каганова [63], Ю. М. Колягіна [73], Т. В. Крилової [77; 78], А. Я. Кудрявцева [84], Н. В. Кузьміної [87], М. І. Махмутова [105], В. А. Молостова [110], Р. А. Нізамова [115], А. Ф. Салімової [143], А. О. Темербекової [181], А. М. Тихонова [185], М. О. Тєрьошина [183], О. А. Фатєєвої [189], В. В. Фірсова [190], В. Д. Шадрікова [197], В. О. Швеця [200] та інших.

Реалізацію професійної спрямованості навчання математичних дисциплін студентів економічних спеціальностей розглянуто у дисертаційних роботах В. О. Зінченко [57], І. М. Коновалової [74], Л. П. Гусак [33], О. О. Попової [126], А. Г. Савіної [142], Н. М. Самарук [144], Г. І. Худякової [194] та інших.

У працях Т. Л. Архіпової [8], М. Л. Бакланової [11], О. В. Ващук [18], Є. Ф. Вінниченка [21], М. С. Голованя [26], І. С. Іваськіва [60], С. О. Лещук [95], А. М. Сільвейстра [149], С. О. Семерікова [145], О. В. Собаєвої [174], О. В. Співаковського [177] показано, що позитивну роль у активізації навчальної діяльності відіграє впровадження у навчальний процес інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ).

Дослідження В. Ю. Бикова, М. І. Жалдака [129; 130], Т. В. Капустіної [65], В. І. Клочка [66], Ю. Г. Лотюка [97], С. Ю. Попадьїної [125], С. А. Ракова [134], М. В. Рафальської [136], Ю. В. Триуса [186], С. В. Шокалюк [202] показали, що один з найбільш ефективних засобів ІКТ навчання математики є системи комп'ютерної математики (СКМ).

Застосування сучасних ІКТ, зокрема СКМ, спрямованих на реалізацію відкритої освіти, створює умови для організації дистанційного та мобільного доступів не лише до навчальних матеріалів, а й до засобів навчання, розміщених у мережі. Так, практично всі провідні СКМ мають мережні надбудови (спеціалізовані Web-сервери, Web-інтерфейси до ядра СКМ тощо). З'явився новий клас СКМ, орієнтованих на роботу у мережі – Web-СКМ, використання яких надає можливість забезпечити мобільний доступ до навчальних та обчислювальних ресурсів, програмну мобільність складових систем, організацію спільної роботи, створюючи передумови для об'єднання всіх суб'єктів процесу навчання в єдиному інформаційно-обчислюваному середовищі, використання якого сприятиме активізації навчальної діяльності студентів. Враховуючи це, постає проблема розробки мобільного математичного середовища (ММС) з вищої математики для студентів економічних спеціальностей.

Таким чином, протиріччя між потенціалом мобільних математичних середовищ для активізації навчальної діяльності студентів економічних спеціальностей з вищої математики та нерозробленістю методики їх використання і необхідність розв'язання проблеми забезпечення інформаційно-обчислювальними ресурсами аудиторної та позааудиторної роботи з вищої математики, впровадження інноваційних ІКТ у процес навчання вищої математики та побудови комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання вищої математики обумовили вибір теми дослідження: ***«Методика використання мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої***

математики студентів економічних спеціальностей».

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана в Інституті інформаційних технологій і засобів навчання Національної академії педагогічних наук України відповідно до плану науково-дослідної роботи відділу інформатизації навчально-виховних закладів. Тема дисертаційної роботи затверджена на засіданні Вченої ради Криворізького металургійного факультету Національної металургійної академії України 27 травня 2010 року (протокол № 9), узгоджена в Міжвідомчій раді з координації наукових досліджень з педагогічних і психологічних наук в Україні при НАПН України 21 грудня 2010 року (протокол № 9) і перезатверджена в узгодженому формулюванні на засіданні Вченої ради Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України 27 січня 2011 року (протокол № 1).

Об'єкт дослідження – процес навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей.

Предмет дослідження – мобільні математичні середовища навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей ВНЗ III–IV рівнів акредитації.

Мета дослідження – розробити методику використання мобільних математичних середовищ у навчанні вищої математики студентів економічних спеціальностей.

Гіпотеза дослідження – використання спеціально розробленого мобільного математичного середовища у навчанні вищої математики студентів економічних спеціальностей сприяє активізації навчальної діяльності студентів.

Відповідно до об'єкта, предмета, мети та гіпотези дослідження поставлені наступні ***завдання***:

1. Провести психолого-педагогічний аналіз проблеми активізації навчальної діяльності студентів з вищої математики.

2. Виділити програмні засоби ІКТ навчання вищої математики, викори-

стання яких спрямовано на активізацію навчальної діяльності студентів еко-но-мічних спеціальностей.

3. Розробити мобільне математичне середовище з вищої математики як єдине інформаційно-обчислюване середовище, використання якого сприятиме активізації навчальної діяльності студентів економічних спеціальностей.

4. Розробити методику використання мобільних математичних середовищ у навчанні вищої математики студентів економічних спеціальностей та експериментально перевірити її ефективність.

Теоретико-методологічну основу дослідження становлять положення про активність особистості як суб'єкта діяльності у процесі навчання (А. М. Алексюк, М. С. Головань, М. Я. Ігнатенко, В. І. Лозова, Т. І. Шамова, Г. І. Щукіна), про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах (А. М. Алексюк, С. І. Архангельський), про професійну спрямованість навчання математики (Л. П. Гусак, І. М. Коновалова, Т. В. Крилова, А. Я. Кудрявцев, Р. А. Нізамов, В. О. Швець), про активізацію навчальної діяльності засобами ІКТ (Т. Л. Архіпова, М. Л. Бакланова, Є. Ф. Вінниченко, М. С. Головань, С. О. Лещук, С. О. Семеріков, О. В. Співаковський, Ю. В. Триус), про комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін (М. І. Жалдак, В. Ю. Биков, Т. В. Капустіна, В. І. Клочко, С. А. Раков, Ю. С. Рамський, Ю. В. Триус), про мобільні ІКТ (Н. В. Морзе, С. О. Семеріков, Ю. В. Триус).

Методи дослідження. На різних етапах наукового пошуку використано основні методи наукового пізнання: *теоретичні* – вивчення, узагальнення, систематизація науково-методичної та психолого-педагогічної літератури з теми дослідження, аналіз чинних стандартів вищої освіти, навчальних програм, змісту та структури підручників і навчальних посібників, сучасних інформаційних технологій навчання математики – для виділення теоретичних засад дослідження; *емпіричні* – діагностичні (цілеспрямовані педагогічні спостереження, бесіди, анкетування, тестування, аналіз досвіду роботи викладачів) – для визначення стану проблеми; експериментальні (педагогічний експеримент – констатувальний, формувальний) з метою апробації запропонованої методики та експериментального впровадження основних положень дослідження у процес навчання ВНЗ; статистичні – для кількісного та якісного аналізу результатів навчання за експериментальною методикою.

Дослідження проводилося впродовж 2001–2010 рр. та охопило ***три етапи науково-педагогічного пошуку***.

На *першому етапі* (2001–2006 рр.) визначено наукову проблему дослідження; проаналізовано базові поняття дослідження; розроблено програму дослідження; визначено об’єкт, предмет, мету і завдання дослідження; проведено констатувальний етап педагогічного експерименту, результати якого дали можливість сформувати основні напрями дослідження і підготувати формувальний етап експерименту.

На *другому етапі* (2007–2008 рр.) уточнено науковий апарат дослідження, розроблено мобільне математичне середовище з вищої математики для студентів економічних спеціальностей та методику його використання.

На *третьому етапі* (2009–2010 рр.) проведено формувальний етап педагогічного експерименту; проаналізовано, опрацьовано та узагальнено одержані результати експериментальної роботи; отримано основні висновки та визначено перспективи подальшого дослідження проблеми; оформлено рукопис дисертації відповідно до вимог ВАК України.

Експериментальною базою дослідження на різних етапах педагогічного експерименту виступали Криворізький державний педагогічний університет, Криворізький економічний інститут Державного вищого навчального закладу «Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана», Інститут ділового адміністрування (м. Кривий Ріг). Загальна кількість учасників дослідження становила 685 осіб.

Наукова новизна і теоретичне значення одержаних результатів полягають в тому, що

– *вперше* введено і теоретично обґрунтовано поняття мобільного математичного середовища та визначено його основні компоненти;

– *уточнено*: поняття активізації навчальної діяльності студентів з вищої математики; види засобів ІКТ, що зорієнтовані на активізацію навчальної діяльності студентів з вищої математики; поняття професійної спрямованості навчання математики студентів економічних спеціальностей;

– *набули подальшого розвитку* теорія і практика створення комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання вищої математики.

Практичне значення дисертаційної роботи полягає в тому, що:

– розроблено мобільне математичне середовище «Вища математика», що складається з локалізованої Web-СКМ Sage, динамічних моделей, тренажерів, навчальних експертних систем, лекційних демонстрацій, генераторів навчальних завдань, навчальних посібників, відеоуроків, практикуму з розв'язування задач, завдань для самостійного розв'язання та контролю навчальних досягнень студентів;

– налаштовано публічний доступ до Web-серверу ММС «Вища математика» за адресою http://korpus21.dyndns.org:8000/;

– розроблено методику використання мобільного математичного середовища «Вища математика» у навчанні вищої математики студентів економічних спеціальностей ВНЗ III–IV рівнів акредитації.

Основні результати дисертаційної роботи можуть бути використані у процесі навчання математичних дисциплін студентів ВНЗ III–IV рівнів акредитації; при розробці ММС з інших навчальних дисциплін; для інформаційно-обчислювального забезпечення науково-дослідної роботи студентів; у процесі виконання курсових, дипломних та магістерських робіт студентів технічних, природничо-математичних та економічних спеціальностей.

Результати дослідження впроваджено у навчальний процес Криворізького металургійного факультету Національної металургійної академії України (довідка № 397 від 16.11.10 р.), Криворізького технічного університету (довідка № 01/11-1764 від 18.11.10 р.), Запорізького інституту економіки та інформаційних технологій (довідка № 521 від 20.11.10 р.), Криворізького економічного інституту Державного вищого навчального закладу «Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана» (довідка № 01-189 від 23.03.11 р.).

Особистий внесок здобувача. У працях, опублікованих у співавторстві, автором:

– наведено приклади розв'язання задач економіко-математичного моделювання за допомогою методу множників Лагранжа [100];

– визначено умови організації навчальної діяльності в системах дистанційного навчання [167];

– розроблено методичні засади навчання вищої математики в мобільному математичному середовищі та визначено основні компоненти ММС «Вища математика» [156; 163];

– наведено приклади розроблених здобувачем комп'ютерних моделей та генераторів навчальних завдань для ММС «Вища математика» [154; 157; 158; 163];

– визначено засоби інтеграції Web-СКМ Sage у СДН Moodle [168];

– описано модуль для підтримки «м'яких» обчислень у Web-СКМ Sage [169].

Вірогідність результатів дослідження обумовлена: теоретичною обґрунтованістю вихідних положень дослідження; застосуванням комплексу методів педагогічного дослідження, адекватних його предмету, меті та завданням; кількісним і якісним аналізом значного обсягу теоретичного та емпіричного матеріалу; результатами педагогічного експерименту.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дослідження висвітлено в доповідях на наукових конференціях різного рівня: Міжнародній науково-практичній конференції «Проблеми використання тренінгових педагогічних технологій у навчанні» (м. Кривий Ріг, 2001 р.); II, III, VIII Міжнародних науково-практичних конференціях «Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій технічній школі» (м. Кривий Ріг, 2002, 2003, 2010 рр.); Міжнародних науково-методичних конференціях «Проблеми математичної освіти» (м. Черкаси, 2009, 2010 рр.); VII, VIII Міжнародних науково-технічних конференціях «Новітні комп'ютерні технології» (м. Київ–Севастополь, 2009, 2010 рр.); Всеукраїнській студентській науковій конференції «Педагогічна взаємодія як засіб реалізації особистісно-орієнтованого навчання у школі та вищих навчальних закладах» (м. Кривий Ріг, 2002 р.); Всеукраїнській науково-практичній конференції «Економіко-математичні методи прийняття управлінських рішень на сучасному етапі» (м. Дніпропетровськ, 2003 р.); Всеукраїнській науково-методичній конференції «Проблеми підготовки педагога професійного навчання: теорія і практика» (м. Кривий Ріг, 2007 р.); Всеукраїнській науково-методичній конференції «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики» (м. Суми, 2009 р.); VII Всеукраїнській науково-практичній конференції «Інформаційні технології в освіті, науці і техніці» (м. Черкаси, 2010 р.); Всеукраїнській науково-методичні конференції «Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики, фізики, інформатики у середніх та вищих навчальних закладах» (м. Кривий Ріг, 2011 р.).

Матеріали і результати дослідження доповідалися на засіданнях: методичного семінару кафедри вищої математики Дніпродзержинського державного технічного університету (м. Дніпродзержинськ, 2010 р.), наукових семінарів кафедри фундаментальних дисциплін Криворізького металургійного факультету Національної металургійної академії України (м. Кривий Ріг, 2010, 2011 рр.), наукового семінару кафедри вищої математики Криворізького економічного інституту Державного вищого навчального закладу «Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана» (м. Кривий Ріг, 2011 р.), наукового семінару кафедри комп'ютерних технологій Черкаського державного технологічного університету (м. Черкаси, 2011 р.), Всеукраїнського науково-методичного семінару «Системи навчання і освіти в комп'ютерно орієнтованому середовищі» Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України (м. Київ, 2011 р.).

Публікації. За матеріалами дослідження опубліковано 25 робіт (6,16 д. а., особистий внесок – 4,45 д. а.), з них 7 – у фахових виданнях, затверджених ВАК України (3,81 д. а., особистий внесок – 2,64 д. а.), з яких 5 одноосібні, 5 – у збірниках наукових праць (1,04 д. а., особистий внесок – 0,93 д. а.) та 13 – у матеріалах конференцій (1,31 д. а., особистий внесок – 0,88 д. а.).

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із переліку умовних скорочень, вступу, трьох розділів, висновків, додатків, списку використаних джерел. Загальний обсяг дисертації – 291 сторінка, з них 213 сторінок основного змісту. Робота містить 9 таблиць та 48 рисунків поданих на 31 сторінці. Список використаних джерел становить 223 найменування, серед яких 19 – іноземними мовами. Додатки розміщено на 47 сторінках.

РОЗДІЛ 1
ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ МОБІЛЬНИХ МАТЕМАТИЧНИХ СЕРЕДОВИЩ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

1.1. Психолого-педагогічні основи активізації навчальної діяльності студентів

Центральним з точки зору організації і функціонування освіти є поняття процесу навчання.

Процес навчання – специфічна форма пізнання об'єктивної дійсності, оволодіння суспільно-історичним досвідом людства [27, 276].

Процес навчання має два головні аспекти: діяльність того, хто навчає – навчання (научіння) та діяльність того, кого навчають – навчальна діяльність (учіння) [9].

Під *навчанням* розуміємо системну цілеспрямовану діяльність викладачів кафедр (предметних або циклових комісій), що передбачає передачу студентам наукових знань, способів дій та формування їх особистісних якостей. Термін «навчання» тут вживається у вузькому значенні; у широкому – навчання розуміють як передавання практичного досвіду попередніх поколінь.

Під *навчальною діяльністю* розуміємо спеціально організовану діяльність суб'єктів навчального процесу, спрямовану на оволодіння ними досвіду попередніх поколінь, результатом якої є формування системи компетентностей. Тоді *навчальну діяльність студента* розглядатимемо як діяльність з набуття фахових компетентностей.

Засоби підвищення ефективності навчальної діяльності поділяють на дві основні групи: 1) загальнодидактичні, 2) частково-методичні. Серед загальнодидактичних засобів підвищення ефективності процесу навчання окремо виділяють засоби активізації навчальної діяльності студента.

У психолого-педагогічній літературі не існує єдиного підходу до трактування поняття «активізація навчальної діяльності».

Так, наприклад З. І. Слєпкань під активізацією навчальної діяльності студентів розуміє цілеспрямовану діяльність викладача, направлену на розробку і використання такого змісту, форм, методів, прийомів і засобів навчання, які сприяють підвищенню пізнавального інтересу, активності, творчої самостійності студентів у засвоєнні знань, формуванні навичок і вмінь застосовувати їх на практиці [152, 46]. Наведене означення передбачає лише діяльність викладача, і не включає діяльність того, кого навчають. Таким чином, активізація навчальної діяльності у запропонованому означені розглядається як односторонній процес.

Проте у дослідженні М. Л. Бакланової [11] активізація навчальної діяльності розглядається як процес спільної діяльності викладача і навчальної діяльності студентів.

Ґрунтуючись на дослідженнях Ю. В. Триуса та М. Л. Бакланової, *активізацію навчальної діяльності студентів з вищої математики* розглядатимемо як процес спільної діяльності викладача (діяльності навчання і діяльності з організації та управління навчальною діяльністю студентів) і навчальної діяльності студентів, побудований на основі широкого використання ІКТ та спрямований на підвищення їх активності, інтересу, самостійності щодо здобування ними знань з вищої математики, оволодіння уміннями і навичками їх практичного застосування, а також результати цього процесу.

Проблема активізації навчальної діяльності студентів не може бути розкрита без глибокого осмислення та аналізу таких понять, як *пізнавальна активність* та *пізнавальна самостійність*.

Розкриття сутності пізнавальної активності вимагає наукового визначення поняття «активність». На думку І. А. Зязюна, активність є найважливішою умовою досягнення цілі в освіті і тому її можна вважати основоположною категорією дидактики [58].

Термін «активність» походить від латинського «aktivus» і означає «діяльний», «енергійний», «ініціативний» [82].

Активність – один із головних і необхідних проявів життя, внутрішня спонукальна сила, спрямована на задоволення потреб.

Поняття «активність» є багатостороннім: так, Г. С. Костюк відрізняє активність у загальному біологічному значенні і активність людини як її важливу рису, що виявляє себе в енергійній, ініціативній діяльності, у праці, у навчанні, в громадському житті, різних видах творчості, у спорті, іграх тощо [75].

У психологічній науці активність аналізується у контексті вивчення особистості – в особистісному та діяльнісному підходах.

Прихильники особистісного підходу до вивчення активності в центрі дослідження ставлять особистість з її властивостями, рисами, особистісними характеристиками. Активність розглядається як якість особистості (К. С. Альбуханова-Славська, М. О. Данилов, Т. М. Мальковська, О. Г. Ковальов, С. Л. Рубінштейн та ін.). З цієї позиції активність трактується як особистісне утворення, пов'язане з життєвим шляхом, цілісною і часовою організацією особистості.

Зокрема, К. С. Альбуханова-Славська визначає активність як «функціонально-динамічну якість особистості, що інтегрує і регулює в динаміці всю особистісну структуру (потреби, здібності, волю, свідомість), що, у свою чергу, забезпечує особистості можливість урахування вимог суспільства і виявлення самостійності, самовизначення як суб'єкта життя» [1, 114]. О. Г. Ковальов активність визначає не просто як властивість особистості, а як складний багатогранний процес, що відбиває різні якості особистості, її найбільш характерні властивості [69]. За С. Л. Рубінштейном поняття активності відображає якість особистості як суб'єкта життєвого шляху і проявляється у формуванні життєвої позиції, концепції та сенсу життя [141].

Прихильники діяльнісного підходу розділилися. Так, В. І. Дьомін визначає активність як вищий етап діяльності, тому поняття «активність» він вважає більш широким, ніж поняття «діяльність» [36]. Точка зору іншої групи дослідників полягає в тому, що поняття «активність» і «діяльність» ототожнюються. Зокрема, П. Є. Кряжев активність визначає як діяльність: «Активність є така діяльність соціального суб'єкта, в якій мотив і мета мають тенденцію до гармонічної єдності» [83]. Крім того, деякі дослідники, що складають третю групу, активність розглядають як якісну характеристику діяльності, міру діяльності, ступінь її виявлення: «активність є певною характеристикою діяльності, яка може бути більш чи менш активною, тобто активність виступає як показник рівня діяльності» [96, 15].

Аналізуючи різні підходи до розкриття сутності активності, погоджуємося з думкою В. І. Лозової, яка визначає *активність* «як рису особистості, що знаходить вияв у готовності, прагненні до самостійної діяльності, якості її здійснення, виборі оптимальних шляхів для досягнення поставленої мети, виявляючи тим самим своє ставлення до конкретної діяльності та її результатів» [96, 16].

У цьому визначенні дослідниця підкреслює такі моменти:

– так як якості, риси особистості характеризують своєрідність людини у ставленні до діяльності, вибору шляхів її здійснення, творчість чи репродукцію в розв'язанні конкретних завдань, то визначення активності у педагогічній науці повинно спрямовувати дослідження на формування особистості, її основних якостей, рис, що визначають відношення суб'єкта до діяльності;

– ставлення суб'єкта до діяльності пов'язане з його мотивами, вольовими зусиллями, емоціями, що і визначають характер ставлення особистості до діяльності, специфіку її інтелектуальної, емоційної і вольових сфер;

– існує діалектичний зв'язок активності і діяльності, в якій активність виявляється; особливо виразно активність виявляється у самостійній діяльності, в тій діяльності, що не пропонується ззовні, а є внутрішньою необхідністю для суб'єкта;

– у визначенні активності розрізняють активність потенціальну (стан прагнення, готовності до діяльності) і реальну, тобто здійснені прагнення і готовність, внаслідок чого суб'єкт досягає мети;

– активність передбачає вибірковість об'єктів, засобів, форм та методів діяльності, вибір оптимальних шляхів досягнення мети, що передбачає ініціативність, самостійність, відповідальність особистості та ін.

Для студентів активність виявляється у тих питаннях, які вони ставлять викладачеві; схильності до аналізу помилок, критичності, здатності до перенесення знань в інші ситуації; прагненні за власною ініціативою брати участь в обговоренні окремих питань, доповненні відповідей одногрупників, бажанні висловити свою точку зору, заняттях з окремих предметів у вільний час, відсутності потреби у постійному контролі, тобто активність знаходить вияв як в об'єктивному плані – результаті діяльності, так і суб'єктивному – мотивах, потребах, інтересах.

У психології всі види активності за своїми основними функціями умовно поділяють на два типи: адаптивні і продуктивні. Адаптивні види забезпечують пристосування, а продуктивні є основою для виникнення і розвитку новоутворень. Для продуктивних видів діяльності основою є пізнавальна активність суб'єкта, а мотивом – пізнавальні потреби [192, 15].

В психолого-педагогічній літературі відсутній єдиний підхід до трактування поняття «пізнавальна активність». У працях, присвячених даній проблемі, пізнавальну активність трактують як:

– свідоме, цілеспрямоване виконання розумової або фізичної роботи, необхідної для опанування знань, умінь та навичок (Б. П. Єсипов [43, 14]);

– виявлення в навчальному процесі вольових, емоціональних та інтелектуальних якостей особистості (М. І. Махмутов [106, 44]);

– готовність до енергійного опанування знань при наполегливих систематичних вольових зусиллях (Н. О. Половникова [124, 25]);

– рису особистості, що виявляється в її готовності, в прагненні до навчально-пізнавальної діяльності, в тому числі і самостійної, а також у якості здійснення діяльності, у виборі раціональних шляхів досягнення поставленої мети (М. Я. Ігнатенко [61, 18]);

– ініціативне, дійове ставлення учнів до засвоєння знань, а також виявлення ними інтересу, самостійності і вольових зусиль у навчанні

(М. П. Лебєдєв [92, 7]);

– якість діяльності особистості, яка виявляється у ставленні учня до змісту та процесу діяльності, у його прагненні до ефективного оволодіння знаннями та способами діяльності за оптимальний час, в мобілізації морально-вольових зусиль на досягнення навчально-пізнавальної мети (Т. І. Шамова [198, 48–49]);

– особистісне утворення, що виражає інтелектуальний відгук на процес пізнання, живу участь, розумово-емоційну чуйність у пізнавальному процесі (Г. І. Щукіна [203, 116]);

– рису особистості, що виявляється у її ставленні до пізнавальної діяльності, що передбачає стан готовності, прагнення до самостійної діяльності, спрямованої на засвоєння індивідом соціального досвіду, накопичених людством знань і способів діяльності, а також знаходить вияв у якості пізнавальної діяльності (В. І. Лозова [96, 27]);

– стан, що характеризується прагненням до навчання, розумовим напруженням і виявом вольових зусиль у процесі опанування знань (І. Ф. Харламов [193, 31]).

Таким чином, пізнавальну активність розглядають як: *компонент пізнавальної діяльності*, *одну з рис особистості* та як *готовність особистості до активної пізнавальної діяльності*.

Пізнавальна активність характеризується:

– пошуковою спрямованістю у навчанні;

– пізнавальним інтересом, прагненням задовольнити його за допомогою різних джерел як у навчальній, так і в позанавчальній діяльності;

– емоціональним піднесенням, благополуччям перебігу діяльності [203].

Ознаками пізнавальної активності є: позитивне ставлення до діяльності (сумлінність, інтерес, допитливість), енергійність, інтенсивність, самостійність, самодіяльність, наполегливість у досягненні мети, цілеспрямованість, творчість [41, 678].

Внутрішнім джерелом пізнавальної активності є *пізнавальна потреба* у діяльності з набуття нових знань, умінь та навичок, поглибленню фахових компетентностей в осягненні духовної культури суспільства, самовираженні у певній галузі. Питання пізнавальних потреб досліджували різні психологи та педагоги. Ю. В. Шаров розкрив зміст пізнавальних потреб: у набутті знань, необхідних для орієнтувально-ознайомчої діяльності; для пристосування до природного і суспільного середовищ; в оволодінні способами пізнавальної діяльності, науковими знаннями, необхідними для творчої перетворювальної діяльності; потреба в самій пізнавальній діяльності [199].

З потребою тісно пов'язана *мета*, що є функцією людини, оскільки будь-яка діяльність є реалізацією деякої мети. Приступаючи до певної діяльності, людина ставить перед собою конкретну мету, виходячи з потреб. Тому мета і визначається як усвідомлена потреба, ознаменування бажаного результату, на досягнення якого і спрямована активність особистості.

Формою вираження внутрішніх пізнавальних потреб та мотивів є *пізнавальний інтерес*, що характеризується вибірковим ставленням до об'єкта. Пізнавальні інтереси характеризуються параметрами стійкості, локалізації та усвідомленості.

І. Я. Ланіна під пізнавальним інтересом розуміє «… вибіркову спрямованість особистості, звернену до області пізнання, до її предметного боку та самого процесу оволодіння знаннями. Своєрідність пізнавального інтересу полягає в тенденції людини, яка його має, поглибитися в суть пізнаваного» [90, 4].

Пізнавальний інтерес спрямований не тільки на процес пізнання, а й на його результат, що завжди пов'язано з прагненням до мети, з її реалізацією, подоланням труднощів, з вольовими зусиллями. До пізнавального інтересу входять вольові процеси, що сприяють організації, перебігу і завершенню діяльності.

Зазначимо, що в працях багатьох дидактів визначення поняття «пізнавальна активність» розглядається у тісному зв'язку з поняттям «пізнавальна самостійність».

Пізнавальна самостійність, що формується на базі активності, характеризується багатьма вченими як якість особистості, її властивість. Так, М. М. Скаткін визначав активність і самостійність як якості особистості та вказував, що пізнавальна самостійність формується на базі активності. Ознаками пізнавальної самостійності при цьому є прагнення та вміння самостійно мислити, здатність орієнтуватися в новій ситуації, знаходити свій підхід до нової задачі, бажання не лише зрозуміти засвоювані знання, а й способи їх здобування, критичний підхід до суджень інших та незалежність власних суджень [150, 19].

Н. О. Половникова під пізнавальною самостійністю розуміє таку якість особистості, що означає готовність (прагнення і здатність) до оволодіння власними силами і з різною якістю і повнотою новими знаннями [124, 100]. Автор наголошує, що активність і самостійність як у виникненні, так і розвитку невіддільні.

Розглядаючи поняття активності та самостійності, Л. П. Арістова зазначає, що «сутність самостійності – у здатності об’єкта діяти без сторонньої допомоги» [6, 34]. І. Я. Лернер вважає активність умовою самостійності (тому що не можна бути самостійними, не будучи активним), і головне завдання вбачає в тому, щоб підняти активність до рівня самостійності [93].

В. А. Крутецький встановлює такий зв’язок між самостійністю та активністю: «Відношення між поняттями «активне мислення», «самостійне мислення» та «творче мислення» можна позначити у вигляді концентричних кіл. Це різні рівні мислення, з яких кожен наступний є видовим по відношенню до попереднього, родового. Творче мислення буде самостійним та активним, проте не всяке активне мислення є самостійним і не всяке самостійне мислення є творчим» [81, 180].

На думку В. І. Лозової, поняття «активність» є більш широким поняттям у порівнянні із поняттям «самостійність», тому що активність знаходить своє виявлення в різних видах діяльності, в тому числі і самостійній діяльності [96, 24].

Т. І. Шамова зазначає, що пізнавальну активність необхідно розглядати більше як ставлення суб'єкта до змісту і процесу пізнання, а самостійність – як реалізацію цього ставлення в дії, що без активності протікати не може.

Узагальнюючи погляди І. Я. Лернера, Н. О. Половникової, Л. П. Арістової та Т. І. Шамової, В. М. Пустовойтов під пізнавальною самостійністю розуміє: *по-перше*, якість особистості, що включає в себе єдину систему прагнень, здібностей і вмінь власними силами здійснювати пізнавальну діяльність, зокрема, самостійно оволодівати загально-навчальними і спеціальними знаннями, вміннями та навичками з метою вирішення завдань, що є значущими для індивіда як члена суспільства; *по-друге*, систему внутрішніх утворень особистості та їх зовнішніх проявів у практичних діях із самоосвіти [131, 6–7].

Таким чином, пізнавальна активність і самостійність є якісними характеристиками навчальної діяльності, вони взаємозумовлені, взаємопов'язані, але не тотожні. Пізнавальна активність і самостійність підсилюють одна одну: в умовах мислительної активності виявляється самостійність студента, що є необхідним внутрішнім стимулом розвитку мислення [41, 680].

Навчальна діяльність студентів першого курсу відрізняється від навчальної діяльності учнів новим змістом, складовими якого є розвиток самостійності, творчого підходу до розв'язування навчальних задач, уміння самостійно приймати рішення. Таким чином, у вищій школі студенти повинні отримати навички самоосвіти шляхом залучення до самостійної навчальної діяльності. При цьому основною формою її організації є самостійна робота, яка, на думку Т. І. Шамової [198, 41], займає особливе місце в активізації навчальної діяльності.

Тривалий час проблему самостійної роботи розглядали в рамках процесу навчання у школі. Стосовно навчального процесу у ВНЗ, різні аспекти організації й проведення самостійної роботи почали висвітлювати наприкінці 60-х – початку 70-х рр. минулого століття.

Важливу роль самостійної роботи у навчальному процесі науковці усвідомлювали давно. Так, А. Дістервег зазначав: «... науки, знання не слід повідомляти учню, але його потрібно підвести до того, щоб він сам їх знаходив, самостійно ними оволодівав» [38].

Поняття «самостійна робота» є багатогранним, тому досить природно, що воно не отримало єдиного тлумачення в педагогічній літературі.

У роботах, присвячених даній проблемі, стосовно вищої школи поняття «самостійна робота» трактують як:

– самостійний пошук необхідних відомостей, набуття знань, використання цих знань для розв'язання навчальних, наукових і професійних завдань (С. І. Архангельський [7]);

– діяльність, що складається з багатьох елементів: творчого сприйняття й осмислення навчального матеріалу в ході лекції, підготовки до занять, екзаменів, заліків, виконання курсових і дипломних робіт (О. Г. Молібог [109]);

– різноманітні види індивідуальної, групової пізнавальної діяльності студентів на заняттях або в позааудиторний час без безпосереднього керівництва, але під наглядом викладача (Р. А. Нізамов [115]);

– систему педагогічних умов, що забезпечують управління навчальною діяльністю, що відбувається за відсутності викладача (В. Граф, І. І. Ільясов, В. Я. Ляудіс [30]);

– специфічний педагогічний засіб організації і управління самостійною діяльністю у навчальному процесі (П. І. Підкасистий [120]);

– одну із форм навчального процесу, істотну його частину, основний засіб оволодіння навчальним матеріалом у час, вільний від обов'язкових навчальних занять (Ю. Ф. Зіньковський [41, 804]);

– позааудиторну роботу студентів, що виконується поза основним розкладом занять навчального закладу та систематичну, планомірну цілеспрямовану роботу студентів, що здійснюється ними в процесі аудиторних, обов'язкових за розкладом занять (А. М. Алексюк [4]);

– специфічний вид учіння, головною метою якого є формування самостійності суб'єкта навчання, а формування його вмінь, знань та навичок здійснюється опосередковано через зміст та методи усіх видів занять (В. А. Козаков [72]);

– засіб підвищення якості підготовки спеціаліста за допомогою кращого засвоєння певної суми знань і формування вміння самостійно поповнювати ці знання (Н. В. Герман, Н. М. Тягунова [24, 54]).

Таким чином, у науковій літературі самостійну роботу визначають як форму організації, як метод, засіб навчання, різновид навчальної діяльності; розглядають, з одного боку, як вид діяльності, що стимулює активність, самостійність, пізнавальний інтерес, є основою самоосвіти, поштовхом до подальшого підвищення кваліфікації, а з іншого – як систему заходів чи педагогічних умов, що забезпечують керівництво самостійною діяльністю студентів.

Отже, дослідники, які вивчали проблему самостійної роботи студентів, по-різному визначають це поняття.

Узагальнює розробки основних теоретичних положень щодо самостійної роботи студентів діяльнісний підхід, відповідно до якого самостійна робота визнається вищою формою організації навчальної діяльності студентів. У такому розумінні самостійна робота – це діяльність, що здійснюється на основі самоуправління студентів та системного опосередкованого управління з боку викладачів [139].

Вважатимемо, що *самостійна робота студентів (СРС)* – форма навчальної діяльності, у процесі якої студенти оволодівають фаховими компетентностями, а також розвивають такі риси, як самостійність та активність.

СРС призначена не тільки для оволодіння фаховими компетентностями, а й для формування навичок самостійної роботи взагалі, у навчальній, науковій, професійній діяльності, здатності приймати на себе відповідальність, самостійно вирішувати проблему, знаходити конструктивні рішення, вихід з кризової ситуації [41].

Оскільки самостійна робота – одна з форм навчальної діяльності, а будь-яка діяльність має певну визначену структуру, то вкажемо основні *структурні компоненти самостійної роботи* та їх взаємозв'язок. За [54, 14], щоб організувати будь-яку діяльність, необхідна наявність:

– *мотиву* (спонукання, поштовху до діяльності);

– *цілі* (уявлення про результат, наприклад, рішення проблеми, розв'язання задачі та ін.);

– *способів* (конкретних прийомів і операцій, за допомогою яких досягається ціль);

– *зовнішніх умов* (сукупності різних факторів, необхідних для відповідної діяльності).

У дослідженні М. А. Умрик [188], крім зазначених компонентів, самостійна робота включає *постановку проблеми* (проблемні навчальні ситуації або проблемні навчальні задачі у формі навчального завдання) і *внутрішні умови* (сукупність внутрішніх факторів, що впливають на навчання); також до способів, за допомогою яких досягається ціль, віднесено засоби їх реалізації (рис. 1.1).

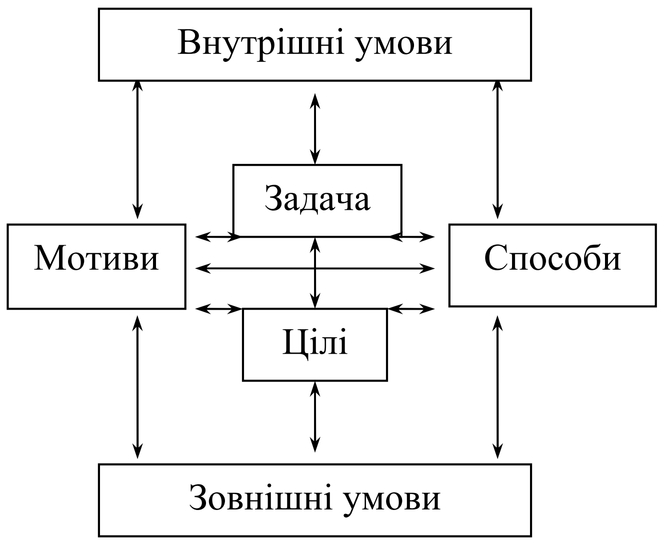


Рис. 1.1. Структурні компоненти самостійної роботи як навчальної діяльності

Між вказаними структурними компонентами існують різні зв'язки. Часто зустрічається наступна схема: викладач формулює деяку задачу, яка приймається студентами, і ціль – результат, який буде досягнуто, розв'язавши цю задачу, активізуючи при цьому один або декілька мотивів і вказуючи способи, якими ця ціль може бути досягнута. Можлива також схема, коли студент, дізнавшись про якийсь новий спосіб діяльності, ставить перед собою ціль, яку можна досягти, розв'язавши деяку проблему, користуючись новим методом, що стимулюється одним або кількома мотивами [188].

Метою самостійної роботи є:

– розвиток творчих здібностей та активізація розумової діяльності студентів;

– формування у студентів потреби безперервного самостійного поповнення знань;

– здобуття студентом глибокої системи знань як ознаки міцності знань;

– розвиток морально-вольових зусиль [187].

На думку В. Я. Забранського, визначаючи мету самостійної роботи студентів з вищої математики, необхідно враховувати не тільки загальнодидактичний аспект, а й фаховий, що полягає у набутті компетентностей, необхідних майбутнім економістам у професійній діяльності; націленні на самонавчання та системність мислення, використовуючи методи економіко-математичного моделювання [52].

Т. О. Коваленко виділяє наступні функції самостійної роботи студентів:

– *навчальна*, що полягає в опрацюванні першоджерел, сприяє більш глибокому осмисленню засвоєних знань (способів дій);

– *пізнавальна*, що полягає в опануванні нових знань (способів дій), розширенні меж світогляду;

– *коригувальна*, що передбачає осмислення новітніх теорій, концепцій, категорій, підходів до визначення сутності відомих понять, напрямків науки;

– *стимулювальна*, що надає можливість організації самостійної роботи у такий спосіб, щоб студент отримував задоволення від результатів пізнавальної діяльності;

– *виховна*, що спрямована на формування таких якостей, як воля, цілеспрямованість, відповідальність, дисциплінованість;

– *розвивальна*, що спрямована на розвиток самостійності, творчості, дослідницьких умінь особистості [70].

Різні види самостійної роботи класифікують відповідно до обраного критерію:

1) *за видами діяльності з набуття знань*: навчально-пізнавальна (розумова діяльність – мислення, синтез, аналіз) та професійно-виробнича (конкретні дії, якими повинен володіти фахівець);

2) *за ступенем самостійності студента*: викладач спонукає до самостійних дій і допомагає студентові; студент виконує дії самостійно та здійснює самоконтроль; спонукає викладач, студент виконує все самостійно, але під контролем викладача;

3) *за часом проведення у навчальному процесі*: в аудиторний час та позааудиторний час;

4) *за обов'язковістю самостійності*: обов'язкова, добровільна та бажана;

5) *за проявом у формах навчання*: домашні завдання, ознайомлювальна практика, навчальна практика, виробнича практика, курсові роботи (проекти), дипломні роботи (проекти), переддипломна практика, участь у конкурсах (олімпіадах, вікторинах), виготовлення наочностей (контрольних карток, технічних засобів навчання), на лекціях, на лабораторних роботах, на практичних заняттях, на семінарських заняттях, підготовка наукових повідомлень, виступи у гуртках, підготовка публікацій, виступи на конференції, участь у наукових студентських товариствах [24];

6) *за дидактичною ціллю*: здобуття професійних (специфічно предметних) компетентностей; здобуття загальнонавчальних (для опанування різних галузей наукового знання) знань, навичок, умінь; виховання самостійності як риси особистості; розвиток і активізація творчих здібностей; оцінювання, систематизація, моніторинг отриманих знань, навичок, вмінь організовувати власну самоосвіту [188].

Виділяють наступні *ознаки самостійної роботи*: наявність спеціально організованої діяльності студентів; наявність технології процесу учіння і наявність результатів діяльності. З цієї позиції самостійну роботу розглядають як взаємопов'язану і взаємозалежну спільну діяльність викладачів та студентів, тому що самостійна робота завжди включає пряме чи опосередковане педагогічне управління і є результатом двох взаємопов'язаних процесів: навчання і учіння [98]. Таким чином, ефективність організації самостійної роботи студентів залежить від роботи викладача та від умінь студентів організовувати свою діяльність.

У дослідженні [98] виділено три рівні розвитку здатності студентів до самоорганізації, що необхідно враховувати при організації самостійної роботи:

– *операційний* (проявляється у здатності студента до виконання тих чи інших операцій самостійної роботи, при цьому самоорганізація діяльності в цілому ще не сформована і не має високої особистісної відповідальності за результат);

– *функціональний* (передбачає самоорганізацію окремих видів самостійної роботи, проте ця самоорганізація здійснюється при наявності безпосередніх, зовнішніх стимулів і мотивів: сподівань та вимог викладача);

– *особистісний* (виражається у здатності до самоорганізації діяльності на основі прийняття і реалізації власних рішень, а також сформованої відповідальності і моральної готовності до виконання самостійної роботи).

Проте для ефективної самостійної роботи одних умінь студентів організовувати свою навчальну діяльність недостатньо. Значну роль у організації самостійної роботи студентів відіграє сам викладач. Для успішної організації самостійної роботи викладачу необхідно дотримуватись наступних правил:

1) чітко і зрозуміло представити студентам мету, завдання, обсяг, шляхи, засоби і терміни виконання та критерії оцінювання самостійної роботи;

2) розробити науково-методичне забезпечення самостійної роботи (завдання повинні розкривати міжпредметні зв'язки із спеціальними дисциплінами для підвищення мотивації навчання; завдання повинні сприяти розвит-

ку творчої самостійності; зміст навчального матеріалу для самостійної роботи повинен бути науково обґрунтованим);

3) навчити студентів навичкам самоорганізації самостійної роботи;

4) здійснювати безпосереднє управління, контроль (модульний, проміжний, поточний, підсумковий), оцінювання результатів самостійної роботи та інформувати майбутніх фахівців про результати виконаної ними роботи [107].

Отже, ефективною є така самостійна робота, що забезпечує досягнення кінцевого результату як сукупності продуктів самостійної навчальної діяльності, набутого досвіду, стану суб'єктів навчання на основі самоуправління студентів та системного опосередкованого управління з боку викладачів з урахуванням при цьому внутрішніх психологічних чинників та створенням відповідно до них зовнішніх дидактичних умов навчальної діяльності [139].

Таким чином, управління СРС є системним процесом планування, організації, мотивування і контролю навчання та реалізується на *трьох рівнях*: перший (підрозділи ВНЗ: ректорат, факультет, кафедра), другий (навчальна взаємодія «викладач – студент»), третій (самоуправління студента) [51].

Необхідною умовою успішної навчальної діяльності, зокрема навчальної діяльності з математики, на думку В. А. Крутецького, є здатність *узагальнювати* навчальний матеріал [80].

М. І. Єнікєєв вважає, що оскільки розкриття істотних зв'язків відбувається через узагальнення, то воно є основою процесу навчання. Глибоке розуміння навчального матеріалу неможливе без активної участі тих, хто навчається, в його узагальненні, а тому активізація навчальної діяльності передбачає перш за все застосування прийому узагальнення. Правильне узагальнення приводить до розуміння явищ, звільняючи знання від обмежень конкретного, що надає можливість використовувати їх у нових ситуаціях [40, 7].

У процесі навчання узагальнення займає особливе місце, пронизуючи всі його ланки. Прийом узагальнення як внутрішня сутність проявляється у різноманітних видах навчальної роботи: знаходженні ідеї матеріалу, що вивчається, встановлення причин та наслідків; складанні схем, таблиць, алгоритмів, планів; побудові моделі математичної теорії або її фрагменту, змістовної задачі; переформулюванні умови задачі та ін. [16].

У науковій літературі відсутнє єдине трактування терміну «узагальнення». В логіці під узагальненням розуміють логічну операцію переходу від видового поняття до родового шляхом відкидання від змісту даного видового поняття його видоутворюючої ознаки (ознак) [25, 53].

В психології під узагальненням розуміють продукт мисленнєвої діяльності, форму відображення загальних ознак і якостей дійсності [172, 348].

Стосовно навчання, термін «узагальнення» включає не тільки сам процес узагальнення, а й його результат. Якщо мається на увазі процес узагальнення, то вказується на перехід від опису властивостей окремого предмета до знаходження і виділення в цілому класі подібних предметів. Тут студент повинен знаходити і виділяти стійкі (повторювані) властивості цих предметів. Результатом процесу узагальнення є уміння, абстрагуючись від деяких окремих, мінливих (неістотних) ознак предмета, знаходити групові типові (істотні) ознаки [34].

Д. Пойа узагальнення розуміє як перехід від розгляду одиничного об’єкта до розгляду деякої множини, що містить цей об’єкт як свій елемент або перехід від множини з меншим обсягом до множини з більшим обсягом, що містить першу множину [123, 34].

В. А. Крутецький узагальнення розглядає у двох планах: як здатність людини побачити в частинному, конкретному уже відоме йому узагальнення (підведення окремого випадку під відоме загальне поняття) і як здатність побачити в одиничному, частинному поки ще невідоме загальне (вивести загальне із частинних випадків) [80, 260].

В. О. Онищук під процесом узагальнення розуміє мисленнєве виділення певних властивостей певного класу предметів, перехід від одиничного до загального [116, 30].

О. В. Бич під узагальненням розуміє процес виділення найбільш істотних ознак, взаємозв'язків, характеристик, і т. д. для формування і формулювання понять та їх систем, законів і закономірностей, основних теорій та провідних ідей предмета, що вивчається [16, 37].

С. Л. Рубінштейн виділив три основні шляхи узагальнення:

– елементарне емпіричне узагальнення, що здійснюється в результаті порівняння засобами виділення тих загальних (схожих) властивостей, у яких сходяться явища, що порівнюються;

– узагальнення через аналіз і абстракцію;

– узагальнення, що полягає у самому процесі виведення або дедукції [140, 150–151].

В педагогіці відповідно до емпіричного та теоретичного рівнів мислення говорять про емпіричні і теоретичні узагальнення [34].

Необхідною умовою *емпіричного* узагальнення є виведення загального на основі аналізу достатньої кількості типових конкретних фактів, варіювання конкретного матеріалу, що полегшує виділення істотних ознак. При цьому необхідною умовою формування правильних узагальнень є варіювання неістотних ознак при збереженні постійними, незмінними істотних. Емпіричне узагальнення формується при порівнянні предметів та уявлень про них, що надають можливість виділити однакові загальні властивості. Основна роль емпіричного узагальнення – знаходження формально загального та утворення класу [16].

В залежності від ходу думки «від окремого до загального» або «від загального до окремого» розрізняють *індуктивне* і *дедуктивне* емпіричні узагальнення.

Проте емпіричне узагальнення не розкриває сутності предмета, воно лише відображає зовні подібне в речах.

Теоретичне узагальнення відображає внутрішні істотні відношення та зв'язки, сутність цілого, змістовні загальні властивості предметів. Це узагальнення фіксує зв'язок загального з частинним і виражається, перш за все, у способах розумової діяльності, а потім в різних знаково-символьних системах. Таким чином, теоретичне узагальнення полягає у сходженні від абстрактного до конкретного та здійснюється діалектичним шляхом [16].

Схеми процесу теоретичного та емпіричного узагальнення, що наведені у роботах [34; 16], зображено на рис. 1.2.

Узагальнення навчального матеріалу за певним модулем або розділом курсу внутрішньо передбачає систематизацію як одну з розумових операцій. Разом з узагальненням систематизація відіграє досить важливу роль у розвитку мислення і пам’яті та є *засобом активізації навчальної діяльності*.

Систематизація – розумова діяльність, у процесі якої розрізнені знання про предмети (явища) об’єктивної дійсності зводяться в єдину наукову систему, встановлюється їхня єдність на основі вибраного принципу. Вона спирається на класифікацію, аналіз і синтез істотних властивостей певної об’єктивної системи [27, 304].

В. О. Онищук зазначає, що систематизація – «це розміщення (предметів, явищ) у певному порядку і в певній послідовності ... [що] передбачає приведення засвоєних знань у систему, в якій би виразно розрізнялися її компоненти та взаємозв’язки між ними» [116, 30]. Автор також наголошує, що систематизація тісно пов’язана з узагальненням, адже чим ширші узагальнення понять, тим більше відображено між ними зв’язків і взаємозалежностей, тим ширше коло знань об’єднується в систему, тому розглядати ці два процеси потрібно в єдиному комплексі.

Б. С. Каплан визначає систематизацію математичних знань як мисленнєву діяльність зі встановлення більш віддалених зв’язків, у процесі якої об’єкти, що вивчаються, організуються у певну систему [64, 66]. При цьому дослідник виділяє два аспекти: уміння викладачем систематизувати навчальний матеріал та навчання студентів структурувати знання, включати нові знання в систему.

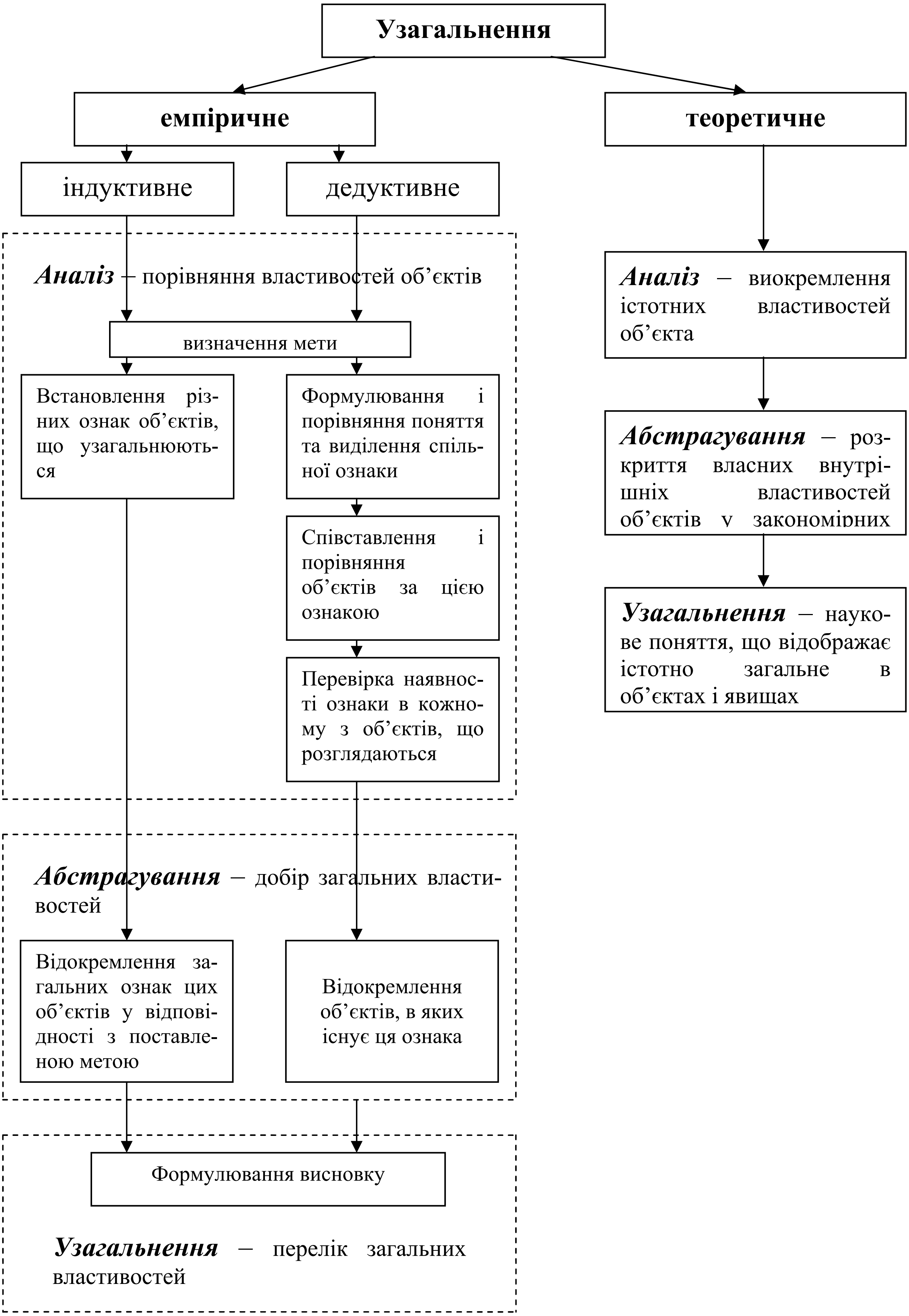


Рис. 1.2. Схема процесу теоретичного та емпіричного узагальнення

Сутність процесу систематизації полягає у розподілі об’єктів по видах, родах та класах на основі ряду ознак та принципів. При цьому прослідковується зв’язок систематизації з класифікацією. Спочатку (за допомогою класифікації) визначається, що об’єкт відноситься до деякого роду чи класу, а потім (завдяки систематизації) різні об’єкти групуються певним чином. Систематизація часто здійснюється і без класифікації. Тоді її функції зводяться до такої організації навчального матеріалу, відповідно до якого окремі його частини, знаходячись у відомих співвідношеннях одна до одної, складають єдине ціле. В цьому випадку основна задача систематизації полягає у досягненні нового результату на основі відомого (окремі знання згруповані в певних співвідношеннях та утворюють систему) [16, 42].

Основним результатом систематизації є виділення такої якості знань, як системність, що передбачає цілісне системне засвоєння матеріалу, глибоке усвідомлення його провідних ідей та основних положень, що відіграють роль стрижневих системоутворюючих факторів у всьому комплексі внутрішньопредметних та міжпредметних зв’язків змісту предмета, що вивчається.

Систематизація знань та способів дій надає можливість студентам:

– зберегти на достатньо тривалий час значну кількість інформації у вигляді, придатному для оперативної актуалізації;

– природним чином формувати відповідні мисленнєві операції, що в подальшому набувають важливого значення для майбутнього фахівця, сприяючи полегшенню та розширенню його орієнтування у професійній діяльності;

– усвідомити глибокий ідейний зв’язок різних розділів тієї чи іншої науки та значення загальних методів, що надає можливість з єдиної позицій підходити до вивчення різних, на перший погляд, об’єктів;

– сформувати цілісний погляд на оточуючий світ, завдяки тому, що система знань, що засвоюється, розглядається у процесі постійного динамічного розвитку та збагачення [42].

В результаті узагальнення і систематизації відбувається конкретизація знань, що створює умови для їх швидкого пригадування та ефективного використання у науково-практичній діяльності, сприяє перенесенню центру навчальної діяльності студента від запам'ятання *до самостійного здобування* знань.

Формування узагальнених та системних знань студентів про об'єкти, що вивчаються, вимагає від викладача добору адекватних засобів.

Основними засобами узагальнення та систематизації знань студентів з вищої математики є: алгоритми розв'язування навчальних завдань, узагальнюючі схеми і таблиці, розв'язування типових задач, дослідницькі завдання, задачі з прикладним змістом, математичні моделі, навчальні експертні системи тощо.

Аналіз результатів дослідження проблеми узагальнення та систематизації знань студентів показав, що формування прийомів узагальнення та систематизації:

– сприяє підвищенню ефективності навчальної діяльності, забезпечуючи якість математичних знань студентів;

– дозволяє формувати у свідомості студентів цілісну картину матеріалу, що вивчається;

– надає можливість краще усвідомити структуру та зміст основних навчальних модулів курсу;

– розвиває теоретичне мислення студентів, що сприяє більш глибокому, свідомому засвоєнню програмного матеріалу.

На відміну від школи, у ВНЗ не передбачаються спеціально організовані заняття з узагальнення та систематизації знань студентів, проте такі форми організації навчального процесу, як проблемна лекція, практичне заняття, узагальнююча консультація та індивідуальне завдання, сприяють узагальненню та систематизації знань студентів, а також мають широкі можливості для формування узагальнених та системних знань.

Таким чином, до засобів активізації навчальної діяльності студентів з математики відносимо:

– розвиток пізнавальної активності та пізнавальної самостійності;

– самостійну роботу, як найвищу форму організації навчальної діяльності студентів;

– узагальнення та систематизація здобутих знань, їх структурування та поглиблення.

Проте виділені засоби відносяться до загальнонавчальних і вимагають уточнення при розгляді навчальної діяльності студентів щодо навчання конкретних дисциплін. У процесі навчання вищої математики також доцільно застосовувати такі засоби активізації навчальної діяльності студентів, що забезпечують:

– встановлення міжпредметних зв'язків математики та спеціальних дисциплін;

– інтеграцію аудиторної та позааудиторної навчальної діяльності в систему неперервного навчання;

– можливість організації усіх навчальних дій студента в єдиному середовищі.

Реалізацію зазначених засобів у процесі навчання математичним дисциплінам у ВНЗ доцільно здійснювати через професійну спрямованість навчання та інноваційні інформаційно-комунікаційні технології.

1.2. Професійна спрямованість навчання математичних дисциплін студентів економічних ВНЗ

В умовах ринкової економіки відбувається посилення конкуренції серед випускників ВНЗ, що зумовлює високі вимоги до якості підготовки фахівців економічного профілю. Досягнення високого ступеня професіоналізму майбутніх фахівців можливе лише за умови відповідної фундаментальної освіти, тому для якісної підготовки фахівців економічного профілю необхідно посилення її математичної складової, оскільки математика є основою фахової підготовки майбутніх економістів: вона сприяє розвитку логічного мислення, просторової уяви, алгоритмічної культури, вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, обґрунтовувати твердження, моделювати економічні процеси та явища [144].

Одним із можливих шляхів поліпшення якості математичної підготовки є посилення ролі одного з провідних принципів дидактики вищої школи – принципу професійної спрямованості.

У країнах СНД та Україні зокрема, вища школа в основному є професійною, тому вимога щодо професійної спрямованості навчання є однією з головних для будь-якого вищого навчального закладу, в тому числі й економічного.

На думку Т. В. Крилової, поряд з диференціацією, індивідуалізацією навчання та активізацією навчальної діяльності студентів, професійна спрямованість навчання математики є одним із практичних шляхів реалізації нової парадигми освіти, націлених на розвиток інтелектуальних і творчих здібностей студентської молоді [77]. Автором було сформульовано концепцію професійної спрямованості навчання математики (на прикладі технічних ВНЗ) та визначено її принципи [78].

Професійна спрямованість навчання математичних дисциплін у підготовці майбутніх економістів сприяє вдосконаленню процесу формування комплексних знань, умінь та навичок, усуває наявні в багатопредметній системі викладання суперечності між розрізненими знаннями з окремих предметів та необхідністю синтезу цих знань, їх комплексного застосування на практиці [144].

Всебічний аналіз складного поняття професійної спрямованості навчання почав здійснюватися лише в останнє десятиліття, проте у науковій літературі накопичилося достатньо матеріалів з цього питання, захищено кілька десятків дисертацій (більшість з них російськими авторами).

Вперше принцип професійної спрямованості навчання у вищій школі був сформульований Р. А. Нізамовим в середині 1970-х років. Р. А. Нізамов розглядав професійну спрямованість навчально-виховного процесу у ВНЗ як специфічний принцип дидактики вищої школи [115].

В подальшому питання про принцип професійної спрямованості навчання розглядався у роботах В. І. Загвязинського [53], О. Б. Каганова [63], В. А. Молостова [110], А. Я. Кудрявцева [84].

Проблема професійної спрямованості навчання та виховання студентів складна за своєю структурою та змістом. Вона включає в себе як формування соціальної та психологічної спрямованості майбутніх фахівців, так і міжпредметні зв'язки в організації та змісті навчання у ВНЗ [126].

Питання професійної спрямованості навчання широко розглядається у сучасній науково-методичній та психолого-педагогічній літературі. Існує два основні напрями трактування принципу професійної спрямованості.

Виходячи з *першого*, професійну спрямованість розглядають як систему потреб, мотивів, інтересів та нахилів, що виражають позитивне ставлення особистості до майбутньої професії.

Професійна спрямованість формується на основі мотиваційної сфери людини і є системою мотивів, що спонукають професіонала до виконання професійних завдань і професійного розвитку. У якості мотивів виступають потреби, інтереси, установки, переконання, ідеали і інші психологічні утворення людини. Головна їх особливість полягає в тому, що вони задовольняються і реалізуються у процесі виконання професійної діяльності або розв'язання завдань професійного розвитку [197].

Для профільних ВНЗ ця проблема детально розглядається О. Б. Кагановим [63]. На його думку, систематичне ознайомлення студентів з їх професійною діяльністю та зустрічі з кращими представниками обраної спеціальності інтенсифікує процес формування професійної спрямованості. Дослідник виділив шість груп факторів, що, на його думку, впливають на процес формування професійної спрямованості студентів. Проте аналіз вказаних факторів показує, що більшість з них лежить за рамками навчального процесу та стосуються, переважно, організаційної роботи кураторів та виховного аспекту професійного навчання, що, в свою чергу, стосується лише однієї, навіть не головної, сторони професійної спрямованості навчання.

У зазначеному контексті виділяють наступні ознаки професійної спрямованості:

– взаємозв'язок професійної, суспільної та пізнавальної спрямованості;

– зв'язок професійної спрямованості з суттю діяльності;

– усвідомлення та психологічна готовність до діяльності;

– всеосяжний стійкий інтерес до професії на основі нахилів та здібностей [5].

На думку Н. В. Кузьміної, професійна спрямованість розуміється як інтерес до професії та схильність нею займатися. Вона зазначає, що професійна спрямованість – складне багатовимірне утворення, якому притаманні певні властивості (об'єктність, специфічність, узагальненість, валентність, задоволеність, опірність, стійкість, центральність тощо) [87].

У роботі І. М. Альошиної професійна спрямованість є провідним мотивом навчання, що стимулює пізнавальну діяльність студентів у процесі навчання та самоосвіти [5]. З точки зору вивчення окремих дисциплін, рівень професійної спрямованості залежить від двох компонентів – від ставлення до професії та ставлення до предмету.

Л. П. Гусак наголошує, що професійна спрямованість навчання є важливою складовою загальної спрямованості особистості, становить собою динамічну властивість особистості, процесом формування якої належить керувати, цілеспрямовано організовуючи навчально-виховну роботу [33].

У дисертаційній роботі О. В. Бочкарьової [14] зазначено, що професійно спрямоване навчання математики сприяє:

– виробленню у студентів чітких мотиваційних установок до вивчення основ математичної науки та до навчально-пізнавальної діяльності;

– підвищенню інтересу до майбутньої професійної діяльності через залучення у навчання математики відомостей, що характеризують різноманітні сторони професійної діяльності.

О. В. Бочкарьова робить висновок про те, що професійна спрямованість навчання математики є одним із основних способів формування як навчально-пізнавальної, так і професійної мотивації.

Таким чином, реалізація принципу професійної спрямованості за першим напрямом його трактування полягає у цілеспрямованому розвитку у студентів інтересу до дисципліни, що вивчається, активному виконанню різноманітних навчальних завдань, а далі – до вироблення потреби застосовувати отримані знання і навички у практичних ситуаціях.

Другий напрям у трактуванні професійної спрямованості полягає у тому, що розглядається проблема добору змісту освіти на основі міжпредметних зв'язків загальнонаукових, загальнопрофесійних та спеціальних дисциплін.

Одне з перших обґрунтувань виділення цього напряму професійної спрямованості у вигляді самостійного принципу було запропоновано А. Я. Кудрявцевим (стосовно профтехучилищ) [84]. На його думку, основний зміст цього принципу виражає необхідність органічного поєднання загальної та професійної освіти і забезпечує цілеспрямоване навчання учнів застосовувати отриману систему знань у галузі професії, що здобувається. Крім того, автор показав, що існують істотні відмінності між принципом професійної спрямованості та загальним принципом зв'язку теорії з практикою. Реалізація принципу професійної спрямованості, на відміну від принципу зв'язку теорії з практикою, орієнтує не тільки на виробниче навчання, а й потребує охопити теоретичне навчання, організацію міжпредметних зв'язків загальноосвітніх та спеціальних дисциплін, використовує «професійне» в процесі навчання загальноосвітнім предметам.

У дослідженні А. Ф. Салімової проблема міжпредметних зв'язків розглядається як органічна складова реалізації професійної спрямованості навчання вищої математики майбутніх військових інженерів [143].

Н. М. Самарук під професійною спрямованістю навчання математичних дисциплін розуміє такий добір змісту, форм, методів і засобів навчання, що надає можливість формування професійних знань, навичок і умінь економіста, в яких знаходять своє відображення математичні знання, навички та уміння [144].

Встановлення міжпредметних зв'язків математики та спеціальних дисциплін сприяє підвищенню рівня як математичної, так і професійної підготовки майбутнього спеціаліста:

– реалізація міжпредметних зв'язків у процесі навчання математики дозволяє поліпшити якість математичної освіти і забезпечує формування професійних знань, умінь та навичок;

– засобом реалізації міжпредметних зв'язків математики з іншими дисциплінами є міжпредметні задачі, розв'язання яких сприяє формуванню у студентів мотивації вивчення математики та професійній спрямованості навчання [189].

Таким чином, розглядаючи проблеми професійної підготовки, слід розрізняти два аспекти професійної спрямованості навчання: професійну спрямованість особистості майбутнього фахівця та міжпредметні зв'язки в організації та змісті освіти у вищій школі.

З цієї позиції достатньо повним є трактування, запропоноване М. І. Махмутовим, який розглядає принцип професійної спрямованості як таке сполучення педагогічних засобів, за якого забезпечується засвоєння передбачених програмами знань, умінь та навичок, і в той же час успішно формується інтерес до даної професії, ціннісне ставлення до неї, професійні якості особистості [105].

Таке трактування принципу професійної спрямованості передбачає вирішення суперечності між розвитком особистості – з одного боку, та професіоналізацією діяльності – з іншого, теоретичним характером предметів, що вивчаються у ВНЗ, та практичними уміннями застосовувати ці теоретичні знання у професійній діяльності. Водночас дотримання принципу професійної спрямованості передбачає широке проникнення професійних знань в усі елементи навчального процесу [74].

Паралельно з поняттям професійної спрямованості у науковій літературі часто використовується термін «прикладна спрямованість» навчання.

Питання про необхідність реалізації прикладної спрямованості навчання було актуальним для педагогів на всіх етапах розвитку освіти. Наприклад, П. Ф. Лесгафт вважав, що теорія тільки тоді має значення, коли вона виправдовується на практиці, коли вона у повній мірі узгоджується з практикою та слугує дороговказом для практики [94].

Процес, пов'язаний із зародження «прикладної спрямованості» у викладанні математики, розпочався у 20-х роках минулого століття, паралельно ідеї політехнізації навчання. Це було пов'язано з широкою математизацією більшості сучасних наук та привело у рух процеси, пов'язані з впровадження в шкільну математику задач не тільки виробничого змісту, а й задач з області економіки, соціології та інших сфер людської діяльності.

Аналіз «Плану дій щодо поліпшення якості фізико-математичної освіти» (наказ МОН України №1226 від 30.12.2008) [128] показує, що проблема прикладної спрямованості навчання актуальна і сьогодні.

Вперше означення поняття «прикладна спрямованість навчання математики» було запропоновано В. В. Фірсовим [190], який вбачав сутність цього поняття у здійсненні цілеспрямованого змістовного та методологічного зв'язку математики з практикою шляхом уведення у шкільну математику специфічних моментів, характерних для дослідження прикладних проблем математичними методами.

Для Ю. М. Колягіна та В. В. Пікан «прикладна спрямованість» – це орієнтація змісту та методів навчання на застосування математики у суміжних науках і техніці, а також професійній діяльності, народному господарстві та побуті [73, 27]. При цьому автори розрізняють і «практичну» спрямованість навчання математики, пов'язуючи з нею методичну систему, що спрямована на вироблення в учнів навичок самостійної діяльності математичного характеру.

На думку А. О. Темербекової, прикладна спрямованість навчання математики передбачає орієнтацію її змісту і методів на тісний зв'язок з життям, основами інших наук, на підготовку школярів до використання математичних знань у майбутній професійній діяльності та на широке використання у процесі навчання сучасної комп’ютерної техніки [181].

Уточнюючи думку М. О. Тєрьошина [183], під *прикладною спрямованістю курсу вищої математики* розумітимемо орієнтацію змісту і методів навчання на застосування математики для розв’язання задач, що виникають у процесі професійної діяльності.

У більшості досліджень не прослідковується чіткої межі між поняттями «прикладна спрямованість» та «професійна спрямованість» навчання. Як правило, вживаючи термін «прикладна спрямованість» навчання, мають на увазі при цьому професійну спрямованість. Так, Г. І. Худякова зазначає: «професійна спрямованість навчання включає в себе прикладну спрямованість навчання і являє собою одну із форм прояву міжпредметних зв’язків» [194, 24].

У дисертації О. В. Алєксандрової [2] дається наступне означення: «професійна спрямованість – це вид навчальної діяльності, що включає в себе прикладну спрямованість навчання, в результаті якої формується всесторонньо розвинена особистість випускника-спеціаліста, готового до розв’язання професійних задач в динамічних умовах сучасного суспільства». Таким чином, обсяг поняття «прикладна спрямованість» менший за обсяг поняття «професійна спрямованість». Для ілюстрації наведеного означення використаємо круги Ейлера (рис. 1.3).

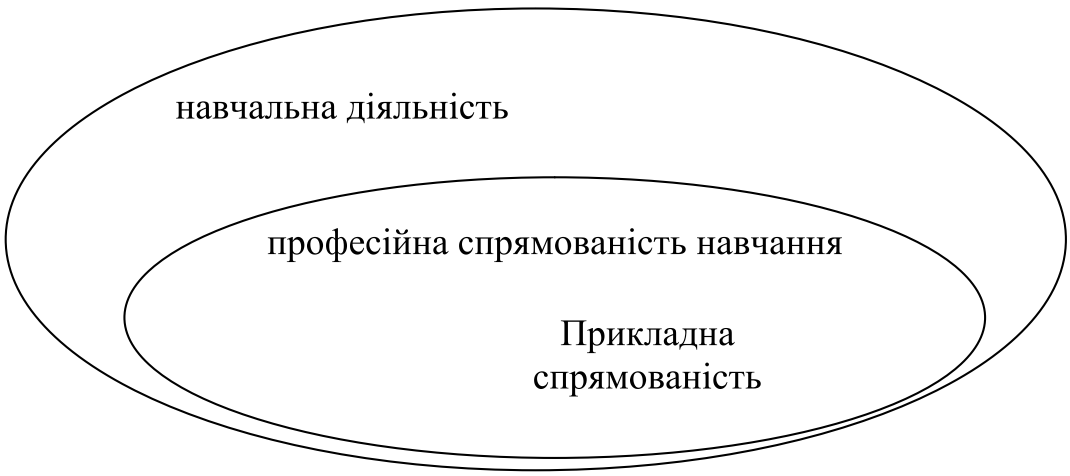


Рис. 1.3. Зв’язок професійної та прикладної спрямованості навчання

Отже, *під професійною спрямованістю навчання математики студентів економічних* спеціальностей розуміємо навчання, при якому забезпечується:

– орієнтація змісту навчання не тільки на опанування фундаментальних понять, а й на реалізацію взаємозв'язків математики зі спеціальними дисциплінами на різних рівнях;

– вибір методів, засобів та форм організації навчальної діяльності, систематичне застосування яких сприяє формуванню у студентів основних складових фахових компетентностей (набуття знань, умінь та навичок, розвиток інтересу та ціннісного ставлення до професії, формування професійних якостей особистості). Таким чином, згідно уведеного означення, у структурі професійної спрямованості навчання математики студентів економічних спеціальностей можна виділити такі ж самі компоненти, які запропонувала у своєму дослідження О. О. Василевська для студентів технічних спеціальностей: *змістовий, методичний та мотиваційно-психологічний* [17].

Змістовий компонент регулює відбір і структурування навчального матеріалу з урахуванням його внутрішньопредметних та міжпредметних зв'язків, важливості для вивчення спеціальних дисциплін та подальшій професійній діяльності. Першочергове значення при відборі та побудові змісту в професійній освіті займає проблема співвідношення фундаментального та професійного, що спричинена протиріччями між фундаменталізацією освіти в умовах гострого дефіциту часу та вимогами високої професійної підготовки спеціалістів в конкретній галузі економічної діяльності [74].

Сутність *методичного* компоненту полягає у реалізації комплексу методів, форм та засобів, що забезпечують формування умінь використовувати систему предметних знань з математики у вивченні спеціальних дисциплін та в подальшій професійній діяльності, навичок самостійної роботи та професійного самовдосконалення.

Мотиваційно-психологічний компонент дозволяє побудувати навчання з урахуванням психологічних особливостей студентів та взаємовпливу мотиваційно-цільових установок професійної спрямованості навчання математики та інтересу до професії в цілому.

Ефективність процесу реалізації професійної спрямованості навчання залежить від його педагогічних умов.

У дослідженні Л. П. Гусак [33] зазначено, що інтенсивність і якість формування професійних якостей майбутнього фахівця з економіки залежить від наступних педагогічних умов професійної спрямованості навчально-виховного процесу:

– узгодженості методів, прийомів і засобів навчання вищої математики з новими завданнями формування професійної культури фахівця;

– впровадження нових технологій організації навчально-пізнавальної діяльності на заняттях і в самостійній роботі;

– урізноманітнення форм і засобів формування й розвитку мотивів пізнавальної діяльності студента у процесі навчання.

Досліджуючи процес формування професійної спрямованості студентів економічних спеціальностей на початковому етапі навчання, В. О. Зінченко виділяє наступні педагогічні умови:

– забезпечення взаємозв'язку навчального матеріалу фундаментальних економічних дисциплін зі змістом господарської діяльності підприємств при набутті студентами знань, умінь та навичок вирішення організаційно-управлінських та фінансово-господарських завдань;

– спрямованість фундаментальної економічної освіти на формування у студентів мотивів до оволодіння професійно значущими знаннями та вміннями;

– наближення процесу підготовки студентів до практичної діяльності економіста сучасного підприємства [57].

Вибір педагогічних умов реалізації професійної спрямованості навчання потрібно здійснювати на основі детального системно-методологічного дослідження усіх зазначених компонентів у структурі професійної спрямованості навчання.

Реалізація професійної спрямованості математики може відбуватися різними шляхами:

– демонстрація виникнення математичних понять з практики реального світу;

– уведення в програму курсу нових розділів, що відіграють значну роль у сучасній прикладній математиці;

– ілюстрація застосування теорії, що вивчається у виробництві, економіці тощо.

Серед шляхів реалізації професійної спрямованості навчання математичних дисциплін майбутніх економістів Н. М. Самарук виділяє:

– модернізацію змісту (відбір та його структурування залежно від потреб фахової підготовки);

– застосування відповідних прийомів, методів (проблемних, активних, дослідницьких) та форм навчання (наукових конференцій, брейн-рингів, вікторин, ділових ігор, інтегрованих та бінарних занять);

– профілювання як цілеспрямовану реалізацію міжпредметних зв’язків математичних та економічних дисциплін;

– підсилення значення теоретичного математичного матеріалу в професійній підготовці;

– розв’язання задач, що виникають в практиці роботи економіста й демонструють необхідність застосування математичних знань;

– економічну інтерпретацію математичних понять і теорем;

– цілеспрямоване формування внутрішньої мотивації навчання;

– розробку методичного забезпечення, яке містить матеріал спеціальних дисциплін;

– роботу студентів з економіко-математичною літературою [144].

Також дослідницею було розроблено та обґрунтовано модель професійно спрямованого навчання математичних дисциплін майбутніх економістів на основі міжпредметних зв’язків (рис. 1.4). Основними компонентами запропонованої моделі є: цільовий (завдання професійної підготовки); змі-

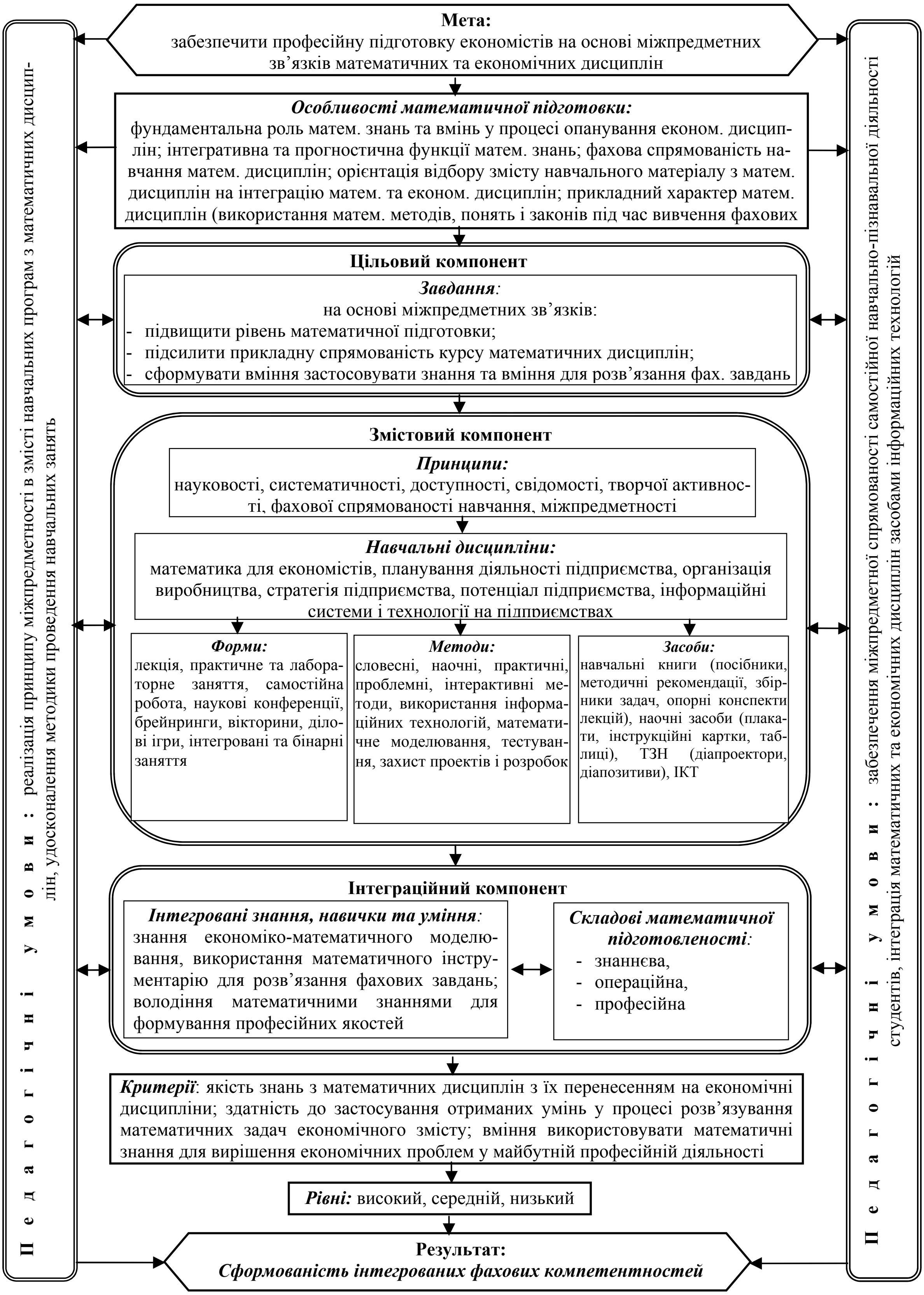


Рис. 1.4. Модель професійно спрямованого навчання математичних дисциплін майбутніх економістів на основі міжпредметних зв'язків

стовий (принципи професійної підготовки, навчальні дисципліни, що забезпечують математичну та фахову освіту, форми, методи та засоби навчання); інтеграційний (складові математичної підготовленості, інтегровані економіко-математичні знання, навички та уміння майбутніх економістів). Об'єднуючим фактором є мета підготовки, що забезпечує взаємозв'язок між усіма її елементами.

Відмінність розробленої дослідницею моделі від традиційної полягає в наявності інтеграційного компоненту (враховується специфіка професійної підготовки економістів), на основі широкого застосування ІКТ [144].

І. М. Коновалова пропонує в основу створення моделі професійної спрямованості навчання математики майбутнього спеціаліста-економіста покласти навчально-методичний комплекс, що включає професійно орієнтований зміст навчання математики студентів економічних ВНЗ, економічну інтерпретацію основних математичних понять та теорем і методику структурної організації навчальної діяльності студентів у процесі розв'язання прикладних задач економічного змісту засобами програми Mathematica [74].

Реалізація професійної спрямованості навчання математики студентів-економістів полягає у формуванні системи професійно орієнтованих знань, умінь та особистісних якостей, що повинна містити наступні компоненти:

– *формування якостей особистості*: професійної мотивації та інтересу; професійного сприйняття, мислення, професійних здібностей; творчої особистості спеціаліста; гіпотетичної та інтуїтивної активності, нетривіальності мислення;

– *формування загальнонавчальних та предметних математичних умінь*: вміння чітко формулювати задачу, визначати та освоювати засоби для її розв'язання, знаходити різні варіанти розв'язків та вибирати з них оптимальний; уміння перебудовувати навчальну задачу у зв'язку із зміною навчальної ситуації, приймати самостійні рішення, інтегрувати спеціальні та математичні знання шляхом співставлення різноманітної інформації з різних дисциплін, аналізувати; уміння поряд з ілюстрацією застосування конкретних знань самостійно розглядати теоретичні питання можливого застосування цих знань в майбутній професійній діяльності економіста, проявляти мисленнєву активність;

– *навчання основних видів математичної діяльності*: використання різних прийомів навчальної діяльності, прогнозування можливих варіантів зміни ходу заняття, проектування творчих розв'язань тієї чи іншої задачі; постановки і розв'язання математичних задач; використання ефективних методів, прийомів і засобів; активна та особливим чином організована діяльність студентів щодо використання умінь самостійно планувати та здійснювати моделювання економічних ситуацій;

– *формування професійно значущих умінь студентів економічного профілю*: уміння конкретизувати, ілюструвати математичний матеріал за допомогою знань з економіки; залучати у систему, що склалася, додаткових відомостей у вигляді прикладів; уміння аналізувати роль та ступінь впливу факторів та умов на характер явища, що досліджується, виділення значущих факторів та тих, якими можна знехтувати; уміння виявляти такі умови в динаміці явища чи об'єкта дослідження, коли фактор, яким знехтували, спочатку стає значущим та навпаки; уміння інтерпретувати отримані експериментальні дані, представлені на графіках, діаграмах, гістограмах, а також уміння самостійно використовувати сучасні засоби для їх побудови [74].

Ефективним засобом реалізації професійної спрямованості, на думку Т. В. Крилової [77], є навчання студентів початків математичного моделювання.

На сучасному етапі розвитку суспільства не можна знайти галузь людської діяльності, в якій в тій чи іншій мірі не використовувалися методи моделювання. Поняття «моделювання» є гносеологічною категорією, що характеризує один з основних методів наукового пізнання.

Моделювання у навчанні має два аспекти: 1) як зміст, що повинен бути засвоєний студентами в процесі навчання; 2) як одна із основних навчальних дій, якими вони повинні оволодіти у навчальній діяльності [86].

Перший аспект полягає у обґрунтуванні необхідності включення до змісту освіти понять моделі і моделювання. Модельний характер сучасної науки показує, що задача навчання студентів моделювання може бути розв'язана лише в тому випадку, коли наукові моделі явищ, що вивчаються, займуть належне місце у змісті освіти, і будуть вивчатися явно, з використанням відповідної термінології, з поясненням студентам суті понять моделі та моделювання.

Другий аспект передбачає застосування моделювання для виявлення структури та істотних зв'язків явищ, що вивчаються, а також формування умінь використовувати моделювання для побудови загальних схем дій в процесі вивчення складних абстрактних понять. Цей аспект можна реалізувати в процесі навчання студентів будувати, досліджувати та застосовувати моделі.

Застосування методу моделювання у навчанні допомагає у розв'язанні задач:

– активізації мисленнєвої діяльності;

– формування науково-теоретичного мислення;

– підвищення ефективності засвоєння знань;

– дотримання принципів свідомості навчання, єдності теорії та практики [86].

Моделювання є невід'ємною складовою діяльності майбутнього фахівця з економіки і складає основу його математичних знань. Тому формування умінь та навичок математичного моделювання є основним завданням викладача математики на економічних спеціальностях.

З точки зору економічної спрямованості метод математичного моделювання є одним з найважливіших методів навчання, що інтегрує в собі цілу низку методів наукового пізнання: аналіз і синтез, узагальнення і спеціалізацію, абстрагування і конкретизацію, аналогію та інші [74].

В. О. Далінгер розглядає математичне моделювання як системотвірний фактор інтеграції курсів математики та спецдисциплін економічних спеціальностей у вищій школі [35].

З дидактичної точки зору математичне моделювання являє собою сукупність навчальних дій для розв'язання практичних задач. Крім того, математичне моделювання забезпечує змістовий і методологічний зв'язок між дисциплінами математичного та економічного циклів.

Виділяють три основні етапи в процесі математичного моделювання:

– формалізація, тобто безпосередньо побудова математичної моделі, переклад певної задачі мовою математичних символів та операцій;

– обчислювальний експеримент, тобто дослідження отриманої математичної моделі на основі теоретичних знань і виконанні математичних перетворень;

– інтерпретація отриманого математичного розв'язку, тобто аналіз отриманих розв'язків з позиції розв'язуваної задачі. Цей етап може містити в собі верифікацію – контроль правильності моделі на основі порівняння результату з іншими відомими фактами [114].

Таким чином, моделювання – це побудова моделі, що відтворює особливості структури, поведінки, властивостей оригіналу, та її подальше експериментальне або теоретичне дослідження.

Виділяють наступні елементи математичного моделювання:

– заміна вихідних термінів вибраними математичними еквівалентами;

– оцінка повноти початкової інформації та введення (за необхідності) числових даних, що не вистачає;

– вибір точності числових значень параметрів моделі з урахуванням змісту задачі;

– виявлення можливості отримання числових даних стосовно конкретних практичних ситуацій [74].

У процесі навчання основ математичного моделювання доцільно користуватися методикою, що відповідає таким принципам:

– принципу професійної відповідності (вибір об'єкта, що вивчається у даній спеціальності, та його математичне моделювання);

– принципу наступності (обраний об'єкт, для якого будується математична модель, набуває подальшого розвитку і досліджується у спеціальних дисциплінах);

– принципу обґрунтованості (добір відомих фактів, на яких базується побудова математичної моделі, зі спеціальних дисциплін, які вивчаються на старших курсах);

– принципу конструювання або побудови моделі (визначення відповідності між об’єктом, що вивчається, та його математичним поданням);

– принципу адекватності (набуття моделлю визначеного змісту і розв’язання при цьому поставленої задачі);

– принципу стійкості (набуття математичною моделлю конкретного вигляду з фіксованими значеннями параметрів, що входять до неї) [78].

Процес моделювання економічних явищ може розглядатися як застосування математичної теорії при визначенні, описі та аналізі об’єктів і процесів, що відносяться до області економіки, тобто методами математики та її мовою здійснюється дослідження властивостей теоретичної моделі: лінійність, опуклість, монотонність залежностей, а також конкретний вигляд взаємозв’язку між окремими параметрами моделі.

При математичному моделюванні відволікаються від якісної різнорідності моделі та реального об’єкта. Це узагальнення набуває характеру математичної подібності, яке породжується тотожністю математичної форми законів природи, тобто економічні (фізичні, біологічні, хімічні та ін.) закони різні, а математична форма їх виразу одна і та ж сама. Наприклад, діючі в економіці закони: спадної граничної корисності, спадної граничної схильності до споживання, спадної продуктивності факторів виробництва є за своєю економічною природою різними, проте їх можна описати однією й тією ж математичною моделлю, що характеризує тенденцію зростання зі спадною швидкістю. Таким чином, це дозволяє вивчення великої кількості різноманітних за своєю природою процесів (явищ) замінити вивченням обмеженої кількості спеціально дібраних математичних моделей.

Більшість теоретичних понять курсу вищої математики є елементарними математичними моделями, що мають певний економічний зміст. Економічна інтерпретація основних математичних понять, теорем, означень, що проводиться на лекційних заняттях, є одним із важливих засобів реалізації професійної спрямованості навчання математики.

При цьому економічну інтерпретацію математичних понять пропонується здійснювати на двох рівнях:

– *ілюстративному* рівні інтерпретації основних математичних понять – матриці, похідної, визначеного інтегралу, диференціальних рівнянь, функціональних залежностей та ін.;

– більш високому *теоретичному*, що полягає у розгляді економічного змісту математичних тверджень. Відтворення цього рівня передбачає виявлення економічного змісту властивості асоціативності множення матриць, теореми про середнє для визначеного інтегралу тощо [74].

Як правило, навчання початків математичного моделювання передбачає використання прикладних (практичних) задач економічного змісту, розв’язання яких потребує глибоких знань не тільки математики, а й інших наук.

В педагогічній літературі поняття прикладної задачі трактується по-різному. Одні дослідники (Г. М. Возняк [22], В. В. Давидов [34], А. М. Тихонов [185] та ін.) прикладною називають задачу, що потребує переформулювання з природної мови на математичну. Інші дослідники (Н. Р. Гайбулаєв [23] та ін.) вважають, що прикладна задача у своїй постановці і за методом розв’язування повинна бути найбільш близькою до задач, що виникають на практиці.

Ми дотримуємося точки зору М. О. Тєрьошина [183], який розглядав прикладну задачу як задачу, що виникає за межами математики, проте її розв’язання потребує математичного апарату.

Зазначимо, що у прикладних задачах головна відмінність полягає в тому, що невідомі дані, умови, поняття, необхідні попередні знання – складніші та менш визначені, ніж у чисто математичних задачах. Проте основні методи розв’язання є спільними для обох типів задач [122].

Виділяють три основні уміння, необхідні для побудови математичної моделі прикладної задачі:

– виділення системи основних характеристик задачі;

– знаходження системи істотних зв’язків між характеристиками;

– знаходження системи необхідних обмежень, накладених на характеристики [74].

У шкільному курсі математики приділено достатньо уваги розв’язуванню прикладних задач. Переважна ж більшість задач та вправ у посібниках з вищої математики для студентів економічних спеціальностей складені без урахування можливості їх змістовної інтерпретації в рамках економічної теорії та інших економічних дисциплін.

Для реалізації економічної спрямованості система задач, що пропонується, повинна виконувати наступні функції:

– *навчальну*, спрямовану на формування знань і умінь використовувати математичний апарат для аналізу економічних ситуацій (ця функція покликана навчати студентів математичного моделювання економічних процесів);

– *виховну*, спрямовану на формування наукового світогляду, розвиток пізнавального інтересу, самостійності студентів, творчої активності, набуття навичок навчальної праці;

– *розвивальну*, спрямовану на розвиток економічного мислення, на оволодіння студентами ефективними прийомами розумових дій (цю функцію можна вважати головною при підготовці спеціалістів економічного профілю);

– *контрольну*, спрямовану на встановлення рівнів навченості та здатності до навчання студентів, їх здатності до самостійного опрацювання вивчення окремих тем курсу [74].

В. О. Швець зазначає, що розв’язанню прикладної задачі притаманні всі етапи математичного моделювання. Для ефективної організації навчальної діяльності учнів з розв’язання прикладних задач автором для кожного з етапів було виділено методичні прийоми та орієнтувальні дії (найбільш загальні), що можна застосувати і до розв'язання прикладних задач на практичних заняттях з вищої математики:

на I етапі:

– використати евристичні питання (евристичні приписи, спеціальні евристики, що використовуються при вивченні конкретного навчального матеріалу);

– абстрагуватися від властивостей об'єкта, що не є суттєвими для побудови адекватної моделі;

– допомогти студентам чітко вказати відмінності між об'єктом та його моделлю;

– сформулювати умови і вимоги прикладної задачі мовою математики.

на II етапі:

– використати (за необхідністю) додаткові джерела даних та теоретичних відомостей;

– використати ілюстративні креслення чи ескізи, що допомагають знайти розв'язання математичної моделі;

– використати (за необхідністю) математичні задачі – двійники;

– систематично використовувати ІКТ для виконання рисунків, проведення розрахунків тощо;

– довести знайдене розв'язання до числового значення або розрахункової формули.

на III етапі:

– здійснити відбір тих розв'язків математичної задачі, що будуть розв'язками прикладної задачі, враховуючи область визначення даних задачі та здійснюючи перевірку розв'язку;

– оцінити (за необхідністю) ступінь точності отриманих результатів [200].

Задачі прикладного спрямування (зокрема, задачі з економічним змістом) часто характеризуються громіздкими одноманітними розрахунками, при виконанні яких студенти інколи забувають, для чого вони це роблять. Тому розв'язання таких задач доцільно здійснювати за допомогою певного програмного засобу.

Одним із сучасних програмних засобів, що надає можливість автоматизувати обчислювальний процес розв'язування задач прикладної спрямованості, зосередившись на побудові моделі та інтерпретації результатів обчислювального експерименту, є Web-СКМ Sage, докладну характеристику якої подано у п. 1.3.

1.3. Сучасні інформаційно-комунікаційні технології навчання вищої математики

Згідно Закону України «Про Основні засади розвитку інформаційного суспільства в Україні на 2007-2015 роки», одним із пріоритетних напрямів державної політики є розвиток інформаційного суспільства в Україні та впровадження новітніх інформаційно-комунікаційних технологій в усі сфери суспільного життя [56].

У науково-педагогічній літературі зустрічається декілька означень поняття «інформаційно-комунікаційні-технології». Наведемо деякі з них.

За визначенням К. Блертона (UNESCO) *інформаційно-комунікаційні технології* (*ІКТ*) – сукупність технологій, що дозволяють знаходити, збирати, обробляти, створювати, передавати та подавати відомості, керувати і користуватися ними та сприяти різним формам комунікації (для цього можуть використовуватися Інтернет, радіо, телебачення тощо) [206].

Федеральним агентством з технічного регулювання та метрології Російської Федерації було розроблено державний стандарт «Інформаційно-комунікаційні технології в освіті. Терміни та визначення», згідно якого *інформаційно-комунікаційна технології* визначають як інформаційні процеси та методи роботи з даними, що здійснюються за допомогою засобів обчислювальної техніки та засобів комунікацій [59].

Н. В. Морзе визначає *інформаційно-комунікаційні технології* як сукупність методів, засобів та прийомів пошуку, зберігання, опрацювання, подання і передавання графічних, текстових, цифрових, аудіо- та відеоданих на базі персональних комп’ютерів, комп’ютерних мереж і засобів зв’язку [112, 12].

Нині ІКТ використовуються практично у всіх сферах людської діяльності, зокрема і в освітній галузі. На думку М. І. Жалдака, широке використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій в навчальному процесі дає можливість розкрити значний гуманітарний потенціал всіх дисциплін, завдяки формуванню наукового світогляду, розвитку аналітичного і творчого мислення, суспільної свідомості і свідомого ставлення до навколишнього світу [48].

Сучасні ІКТ значно розширюють можливості доступу до навчальних відомостей для викладачів та студентів, підвищують ефективність управління освітньою установою як соціально-педагогічною системою, сприяють інтеграції регіональної системи освіти в загальнодержавну і світову, спрощують доступ до міжнародних джерел в галузі освіти, науки та культури тощо [127].

О. В. Співаковський зазначає, що використання сучасних інформаційних технологій в освіті сприяє: розкриттю, збереженню і розвитку індивідуальних здібностей студентів, притаманного кожній людині унікального поєднання особистісних якостей; формуванню пізнавальних інтересів, прагнення до самовдосконалення та самореалізації студентів; забезпеченню комплексності вивчення явищ дійсності, нерозривності взаємозв’язку між природознавством, технікою, гуманітарними науками і мистецтвом; постійному динамічному оновленню змісту, засобів, форм і методів процесів навчання і виховання [177, 26].

Висвітлення проблем та перспектив застосування ІКТ при вивченні різних навчальних предметів та особливості їх впровадження у навчальний процес розглядаються у багатьох дослідженнях вітчизняних та зарубіжних науковців.

На думку А. І. Яковлєва, «запровадження ІКТ в освіту істотним чином прискорює передавання знань та накопиченого досвіду не тільки від покоління до покоління, а й від одної людини до іншої. Сучасні ІКТ підвищують якість навчання та освіти, дозволяють людині успішніше та швидше адаптуватися до навколишнього середовища та соціальних змін. Це надає можливість кожній людині отримувати необхідні знання, як сьогодні, так і в майбутньому постіндустріальному суспільстві» [204].

ІКТ в освіті розглядають як:

– засіб навчання, що надає можливість вдосконалити процес навчання, підвищити його якість та ефективність;

– інструмент пізнання оточуючого світу та самопізнання;

– засіб розвитку особистості студента;

– об’єкт вивчення;

– засіб організаційно-методичного забезпечення та управління навчально-виховним процесом, навчальним закладом, системою навчальних закладів;

– засіб комунікації з метою розповсюдження передових педагогічних технологій;

– засіб автоматизації процесів контролю, корекції результатів навчальної діяльності, комп’ютерного педагогічного тестування та психодіагностики;

– засіб автоматизації процесів опрацювання результатів експерименту та керування навчальним обладнанням;

– засіб організації інтелектуального дозвілля [138, 13].

До визначальних дидактичних особливостей (характеристик) ІКТ М. П. Лапчик відносить такі:

– комп’ютерна візуалізація та комп’ютерне моделювання навчальних відомостей про об’єкти, процеси та явища, як реальних, так і віртуальних;

– зберігання великих обсягів даних та забезпечення мобільного доступу до них;

– забезпечення оперативного (миттєвого) оберненого зв’язку між учасниками навчального процесу;

– автоматизація обчислювальних процесів та інформаційно-пошукової діяльності;

– автоматизація процесів управління навчальною діяльністю та контролю за засвоєнням навчального матеріалу [182, 116].

С. А. Раков зазначає, що ефективність сучасної математичної освіти тісно пов’язана з ефективністю використання сучасних засобів ІКТ [133, 186].

Основним педагогічними завданнями використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні є:

– підвищення наочності навчального матеріалу та полегшення його сприйняття завдяки компактному і чіткому поданню навчальних відомостей;

– розвиток творчого потенціалу суб’єктів навчання, їх комунікативних здібностей, умінь експериментально-дослідницької діяльності, культури навчальної діяльності; підвищення мотивації навчання;

– інтенсифікація всіх рівнів навчально-виховного процесу, підвищення його ефективності та якості;

– розширення та поглиблення змісту навчання з дисципліни, що вивчається;

– засвоєння повного спектру понять, операцій і функцій, вільне оперування якими передбачено змістом навчальної дисципліни;

– реалізація соціального замовлення, зумовлена інформатизацією сучасного суспільства [127].

Проте використання ІКТ у навчальному процесі не обмежується лише розв’язанням зазначених педагогічних завдань, а й має значні дидактичні можливості для активізації навчальної діяльності. Застосування ІКТ у процесі навчальної діяльності сприяє активізації одержаних раніше знань, умінь, навичок та підвищує практичну значущість досліджуваного матеріалу в майбутній професійній діяльності [179].

Застосуванню ІКТ для активізації навчальної діяльності школярів та студентів присвячені роботи Т. Л. Архіпової [8], М. Л. Бакланової [11], О. В. Ващук [18], М. С. Голованя [26], С. О. Лещук [95], А. М. Сільвейстра [149], С. О. Семерікова [145], О. А. Фурман [192] та ін.

У роботах [66; 26] виділено групу найважливіших чинників активізації навчальної діяльності студентів, ефективність яких може бути підсилена за рахунок застосування у навчальному процесі ІКТ:

– розвиток мотивації, посилення інтересу до навчання, у тому числі до способів одержання знань;

– розвиток мислення, інтелектуальних здібностей студентів;

– індивідуалізація та диференціація навчання;

– розвиток самостійності;

– надання переваги активним методам навчання;

– підвищення наочності навчання;

– збільшення арсеналу засобів пізнавальної діяльності, опанування сучасних методів наукового пізнання, пов’язаних із застосуванням комп’ютерів;

– розширення кола задач і вправ, проведення лабораторних робіт у процесі навчання математичним дисциплінам;

– спрощення та збільшення швидкості доступу до навчальної та наукової інформації через мережу Internet.

Застосування засобів ІКТ надає можливості для вдосконалення самостійної роботи за рахунок активізації психофізіологічних механізмів:

– процесу уваги – шляхом індивідуального підходу та залучення до самостійної роботи;

– процесу сприймання – шляхом підвищення емоційного стану;

– процесу запам’ятовування – шляхом формування рефлексії власних дій;

– процесу абстрактного мислення – шляхом запровадження засобів унаочнення [18].

На думку М. Б. Ковальчук [71], застосування ІКТ у навчанні геометрії надає можливість покращити формування прийомів узагальнення та систематизації знань, що сприяє активізації навчальної діяльності.

Впровадження ІКТ у процес навчання вищої математики відкриває широкі можливості для удосконалення навчального процесу: пояснення нового матеріалу, формування практичних умінь і навичок, розвитку пізнавальної активності та самостійності тощо.

Враховуючи виділені у роботах [66; 26; 18; 71] фактори активізації навчальної діяльності на основі ІКТ та результати пошукового етапу дослідження, виділимо основні типи навчальних програм, що спрямовані на активізацію навчальної діяльності студентів у навчанні вищої математики.

Лекційні демонстрації – програми з графічним інтерфейсом і напівавтоматичним управлінням, що ілюструють теоретичні поняття, теореми, методи тощо. Працюючи з цими програмами, користувач має можливість не просто відтворити зображення, що ілюструють задачу, а й, уводячи свої числові або символьні дані, отримувати результати, що можуть слугувати підтвердженням того чи іншого математичного означення, правила, теореми тощо. Це створює умови для розширення змісту лекційного матеріалу за більшістю дисциплін математичної підготовки. Даний тип програмного забезпечення реалізує один із головних дидактичних принципів – принцип наочності, що передбачає створення у студентів чуттєвого уявлення про об’єкт вивчення, сприяє переходу від сприйняття конкретних об’єктів до сприйняття абстрактних понять про них [151], а також надає можливість полегшити розуміння змісту математичних методів та алгоритмів. Правильний добір засобів наочності сприяє усвідомленню сприйняття, підвищенню пізнавального інтересу, активізації мислення [26].

Динамічні моделі різноманітних математичних задач – програми з графічним інтерфейсом і напівавтоматичним управлінням, що реалізують принцип моделювання. Використання та дослідження таких моделей дозволяє значно легше зрозуміти математичну, фізичну чи економічну суть методів та алгоритмів; глибше усвідомити новий матеріал та створити змістову основу для розв’язання прикладних задач.

Принцип моделювання є вищим ступенем принципу наочності, його розвитком і узагальненням, пов'язаним з принциповими змінами в цілях навчання і типах навчального процесу [50, 51]. Використання комп'ютера як засобу моделювання, що надає графічний образ поняття, підкріплений пов'язаними з ним числовими даними, дає могутній поштовх для роздумів, спрощує усвідомлення суті нового поняття, сприяє індуктивним відкриттям [26].

Під час вивчення курсу вищої математики застосування зазначених програм дозволяє моделювати різноманітні математичні та економічні поняття, сприяє переходу від репродуктивної навчальної діяльності до творчої.

Перевага динамічних моделей полягає в тому, що студент може вибирати різні режими роботи програми, змінювати параметри досліджуваних об'єктів чи процесів, спостерігати та аналізувати результати, робити висновки на основі своїх спостережень. Вони забезпечують умови для осмислення задач, дослідження закономірностей на основі формулювання гіпотез з їх наступною експериментальною перевіркою. Таким чином, у студента з'являються великі можливості для здійснення дослідницької та творчої діяльності, що сприяє розвитку пізнавального інтересу тощо.

Тренажери – програми, основне призначення яких полягає у поданні всіх етапів розв'язування математичної задачі. У процесі вивчення дисциплін математичного циклу помітну роль відіграє застосування теоретичних положень до розв'язання навчальних задач прикладного характеру. При цьому в міру одержання навичок розв'язання типових задач здійснюється перехід до задач підвищеної складності для творчого оволодіння предметом. Однак, через обмежений час, що відводиться на вивчення дисципліни, складність теоретичного матеріалу, недостатню підготовку студентів та інші фактори доводиться витрачати значний час на розв'язання саме типових задач. Тому доцільно винести частину цієї роботи на самостійне опрацювання з тренажером, що виступає як засіб формування та удосконалення практичних навичок, перевірки досягнутих результатів та розрахований на повторення та закріплення навчального матеріалу.

Навчальні експертні системи (НЕС) орієнтовані на досягнення максимально дієвих результатів навчального процесу з певної предметної галузі на основі базових експертних знань, евристичних алгоритмів із самонавчанням у системі «студент – експертна система – викладач – студент» [180, 15]. Завданням НЕС є синтез цілеспрямованої системи управління навчальними діями, при виконанні яких стан знань і умінь студента наближається до необхідного. Застосування НЕС дозволяє організувати автоматизований контроль (самоконтроль) та корекцію результатів навчальної діяльності, тренування, тестування. Організація цих видів навчальної діяльності дозволяє створювати методики, орієнтовані на розвиток мислення; розвивати комунікативні здібності й формувати уміння приймати оптимальні рішення.

Для реалізації вказаних типів навчальних програм доцільно використати прикладне програмне забезпечення математичного призначення: педагогічно-орієнтовані системи підтримки математичної діяльності (прикладні програмні засоби навчального призначення) та професійні математичні пакети, розраховані на фахівців-математиків (зокрема, системи комп'ютерної математики).

Прикладним програмним засобом навчального призначення називають таке програмне забезпечення, в якому відображається деяка предметна галузь, тією чи іншою мірою реалізується технологія її вивчення, забезпечуються умови для здійснення і комп'ютерної підтримки різних видів навчальної діяльності [112, 123].

Поряд з терміном «прикладні програмні засоби навчального призначення» використовуються терміни «педагогічні програмні засоби» (ППЗ) та «комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання» (М. І. Жалдак, В. В. Лапінський, М. І. Шут) [44], «автоматизовані системи навчання» (О. М. Гончарова) [28], «електронні засоби навчання» (Ю. В. Триус) [186] та ін.

На думку О. В. Співаковського, ППЗ – не просто пакети прикладних програм для використання у процесі навчання різних предметів, ППЗ – це дидактичні засоби, призначенні для досягнення цілей навчання: формування знань, умінь і навичок, контролю якості, їх засвоєння тощо, тобто це компоненти процесу навчання [176, 83].

Серед вітчизняних розробок ППЗ математичного призначення найбільшого поширення набули такі програмні засоби: програмно-методичний комплекс (ПМК) GRAN [29], «Пакет динамічної геометрії DG» [19] та середовище дистанційного навчання «WebAlmir» [137].

ПМК **GRAN** розроблений авторським колективом під керівництвом М. І. Жалдака. Значний вклад у розробку педагогічного програмного засобу внесли А. В. Пеньков [119], Ю. В. Горошко [29], О. В. Вітюк [46], Є. Ф. Вінниченко, А. О. Костюченко [20].

GRAN (назва засобу утворена як скорочення від GRaphic ANalysis) призначений для підтримки навчання математики у 6–12 класах, а також окремих розділів курсу фізики.

До складу комплексу входять:

1. ППЗ GRAN1 – для комп'ютерної підтримки навчання алгебри і початків аналізу, планіметрії, тригонометрії, початків теорії ймовірностей і математичної статистики, окремих розділів фізики.

2. ППЗ GRAN-2D – для комп'ютерної підтримки навчання планіметрії.

3. ППЗ GRAN-3D – для комп'ютерної підтримки навчання стереометрії.

4. Навчально-методичні посібники для вчителів: «Комп'ютер на уроках математики» [47], «Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою» [45], «Комп'ютер на уроках геометрії» [46].

За допомогою GRAN1 можна розв'язувати досить широкий клас задач, а саме задачі на:

– побудову графіків функцій та залежностей між змінними, заданих у декартових чи у полярних координатах, параметрично або таблично;

– дослідження графіків функцій та залежностей між змінними;

– побудову січних та дотичних до графіків функцій;

– графічне розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем з однією чи двома змінними;

– опрацювання статистичних даних, включаючи побудову полігону частот, гістограм, обчислення відносних частот різних подій, визначення центра розсіювання відносних частот та величини розсіювання, побудову графіка функції розподілу статистичних ймовірностей;

– обчислення визначених інтегралів, площ довільних фігур та поверхонь, об'ємів тіл обертання;

– дослідження залежностей між змінними, що містять до 9-ти параметрів [47; 110].

GRAN-2D відноситься до розряду програм динамічної геометрії та призначений для графічного аналізу геометричних об'єктів на площині, звідки і походить назва (GRaphic ANalysis 2-Dimension).

Використання пакету GRAN-2D надає можливість:

– створювати динамічні моделі геометричних фігур та їхніх комбінацій аналогічно класичним побудовам за допомогою циркуля та лінійки, а також використовуючи елементи аналітичної геометрії (систему координат, рівняння прямих і кіл, алгебраїчні залежності між частинами побудови, графіки функцій тощо);

– проводити вимірювання геометричних величин;

– досліджувати геометричні місця точок;

– аналізувати динамічні вирази, висувати припущення, встановлювати закономірності;

– будувати графічні зображення, використовуючи коментарі, кнопки, підказки та гіперпосилання;

– експортувати рисунки у графічні формати для вбудовування їх у інші додатки і для створення геометричних ілюстрацій тощо.

Для графічного аналізу тривимірних об'єктів призначений пакет GRAN-3D (GRaphic ANalysis 3-Dimension).

Використання пакету GRAN-3D надає можливість:

– створювати та перетворювати моделі базових просторових об'єктів;

– виконувати перерізи многогранників площинами;

– обчислювати об'єми та площі поверхонь многогранників і тіл обертання;

– вимірювати відстані та кути [46; 110].

Розглянуті ППЗ нескладні у застосуванні, оснащені інтуїтивно зрозумілим, «люб'язним» інтерфейсом з контекстно-чутливою допомогою. Для опанування основних прийомів роботи з ППЗ типу GRAN студенту достатньо володіти елементарними навичками роботи з програмами, що мають графічний інтерфейс.

«**Пакет динамічної геометрії DG**», розроблений під керівництвом С. А. Ракова, створений для підтримки шкільного курсу планіметрії. Мета створення DG – надати учням можливість самостійного відкриття геометрії шляхом експериментування на комп'ютері. DG також можна використовувати для ілюстрування задач і теорем курсу планіметрії, створення та використання наочних інтерактивних навчальних матеріалів. DG – це комп'ютерне середовище для експериментування з геометрії [62].

Використання DG надає можливості:

– організації комп'ютерних експериментів і досліджень, висування і візуальної перевірки гіпотез як засобу підтримки конструктивного напрямку у навчанні;

– моделювання геометричних побудов: створення побудов за допомогою комп'ютерних аналогів циркуля та лінійки, дослідження отриманих результатів, проведення вимірювань;

– використання переваг динамічної геометрії – миттєва зміна всіх залежних побудов при зміні деяких вхідних параметрів;

– створення динамічних ілюстрацій, інтерактивних навчальних посібників, довідників, використання коментарів, кнопок, підказувань і гіперпосилань [134].

Разом із ППЗ динамічної геометрії GRAN-2D, С. А. Раков характеризує

DG як інтерактивну систему високого класу [134].

Середовище дистанційного навчання «WebAlmir» – система дистанційного навчання, призначена для комп'ютерної підтримки курсу лінійної алгебри у вищій школі. Розробка системи проводилась у науково-дослідницькому інституті інформаційних технологій Херсонського державного університету під керівництвом О. В. Співаковського та В. С. Круглика [137]. WebAlmir є персоніфікованою системою: кожен користувач має свій власний робочий простір та можливість віддаленого доступу до свого робочого місця. Методична основа середовища дистанційного навчання WebAlmir базується на компонентно-орієнтованому підході навчання і підтримує об'єктно-орієнтований підхід [175].

Система має широкі можливості для організації навчального процесу, що включають:

– зручну систему редагування навчальних матеріалів;

– систему публікації статей;

– систему публікації новин;

– систему організації роботи групи;

– систему організації індивідуальної роботи студента;

– систему тестування з автоматичною перевіркою контрольних завдань;

– систему моніторингу процесу навчання;

– систему персоніфікації для студентів;

– цілісне педагогічне середовище, що містить: *середовище розв'язування задач* – уніфіковане середовище для розв'язування та перевірки правильності розв'язування задач. Середовище підтримує покрокове розв'язування задачі з можливістю перевірки правильності розв'язування на кожному кроці. Важливою рисою є можливість виходу із «скрутних становищ», коли користувач не знає, що робити далі. У цьому випадку він може звернутися за допомогою до *експерта* – спеціалізованої підпрограми, що стежить за ходом розв'язання задачі та допомагає користувачу в разі необхідності виконати наступний крок розв’язання. Коли задачу розв’язано, середовище повідомляє про результат розв’язання задачі та показує послідовність кроків – перетворень; *мультимедійний гіпертекстовий підручник* призначений для використання на лекціях та при самостійній роботі вдома чи в бібліотеці. Зміст підручника містить основні розділи курсу лінійної алгебри; *задачник* містить систему навчальних вправ і задач, узгоджену з набором базових компонентів дисципліни. Основні розділи задачника практично співпадають з структурою підручника; *тести* – компонент системи, призначенням якого є забезпечення перевірки знань студентів. Основні варіанти застосування – перевірка знань студентів викладачем та самоперевірка своїх знань студентами. Середовище дистанційного навчання WebAlmir має компонент *тестування знань* студентів та компонент *редактор тестів* для викладача; *генератор навчальних завдань* – компонент системи, призначений для додавання нових задач в задачник. Інтерфейс WebAlmir надає викладачеві можливість записувати задачу в звичайному виді, використовуючи інструменти модуля; *зошит користувача* – компонент системи, призначений для збереження задач користувача; *середовище перевірки виконаних завдань* – компонент для викладача, основною функцією якого є подання задач, розв’язаних студентами. Викладач має можливість оцінити задачу та прокоментувати розв’язок; *систему для збереження результатів навчання (журнал)* – компонент системи для зберігання даних про успішність студентів; *інтерактивні конференції* – компонент системи для обговорення проблем та обміну досвідом між учасниками навчального процесу [79].

ППЗ **Cinderella** розроблений під керівництвом німецьких вчених Юргена Ріхтер-Геберта та Ульриха Кортенкампа [208]. Це комерційний програмний продукт, що широко використовується в університетах Німеччини. До складу Cinderella входять: *Dynamic Geometry* – ППЗ динамічної геометрії, який є потужним інструментом для вивчення і викладання евклідової, гіперболічної і сферичної геометрії, а також для проведення геометричних досліджень; *CindyLab* – комп’ютерне середовище для проведення інтерактивних експериментів з фізики та *CindyScript* – мова програмування високого рівня, яка надає можливість швидко і вільно програмувати різноманітні сценарії. Кожна з трьох частин цього програмного засобу може бути використана в автономному режимі, проте використання усіх трьох частин одночасно надає найбільш широкі можливості для застосування у навчальному процесі. Із специфічних особливостей слід відзначити принципово новий підхід авторів Cinderella: застосування проективних координат та комплексної арифметики – це дозволило уникнути багатьох традиційних проблем інших пакетів, пов’язаних з нерегулярностями (наприклад, коректно визначити кількість точок перетину геометричних примітивів).

Використання Cinderella надає можливість:

– здійснювати різноманітні обчислення, будувати (точно та наближено) графіки функцій, відрізки тощо;

– створювати класичні та оригінальні геометричні конструкції (від простих тригонометричних відношень у трикутнику до фракталів) та досліджувати динамічні характеристики рисунка;

– вільно моделювати та експериментувати з різними фізичними явищами;

– за допомогою функціональної мови програмування CindyScript створювати нові функції, різноманітні фігури та малюнки;

– експортувати у вигляді Web-сторінок будь-яку створену конструкцію;

– контролювати процес розв’язання викладачем (надавати підказки та здійснювати перевірку розв’язків);

– здійснювати автоматичні та ймовірнісні доведення геометричних тверджень;

– виконувати побудови та здійснювати операції за допомогою методу геометричного місця точок;

– створювати надзвичайно точні малюнки, які можуть бути експортовані у формати PostScript та PDF;

– користуватися стилусом (для рисування на комп’ютерному графічному планшеті, електронній дошці) [219].

До переваг Cindirella відносять наступні:

– розв’язана проблема неперервності;

– просте переключення між еліптичною, гіперболічною та евклідовою геометрією;

– високий рівень мобільності (завдяки тому, що Cindirella написана на Java).

ППЗ **GeoGebra** – вільно поширюване динамічне геометричне середовище, що об’єднує в собі геометрію, алгебру та арифметику [209]. Даний програмний продукт був створений під керівництвом Маркуса Хохенвартера, роботу над яким він розпочав у 2001 році на базі Зальцбурзького університету та продовжив у Флоридському Атлантичному університеті (2006–2008), Університеті штату Флорида (2008–2009 роки), і тепер в університеті в Лінці. Розроблене програмне забезпечення призначене для викладання та вивчення математики у середніх школах та коледжах (10–18 років), проте воно надає широкі можливості для застосування і у вищій школі [121].

На відміну від інших програм для динамічного маніпулювання геометричними об’єктами, ідея GeoGebra полягає в інтерактивному поєднанні геометричного, алгебраїчного і числового подання.

Програма надає багаті можливості для роботи з функціями (побудова графіків, обчислення коренів, екстремумів, інтегралів і т. д.); проводити та документувати числові й аналітичні обчислення; виконувати статистичне опрацювання результатів експерименту, побудову гістограм та діаграм; зберігати у файлах, роздруковувати та пересилати по мережі файли з обчисленнями чи графікою; створювати якісну анімацію графічних образів.

Однією із значних її переваг є можливість покроково відображати хід побудови фігур. Таким чином, є можливість анімовано змінювати координати точок, тоді фігура ніби оживає на моніторі, змінюючи своє зображення внаслідок зміни координат опорних точок.

GeoGebra має інтуїтивно-зрозумілий інтерфейс, що складається з вікна графіки та вікна алгебри, і не потребує значних зусиль для засвоєння. З одного боку, у вікні графіки, користувач за допомогою миші може створювати будь-які геометричні побудови за допомогою точок, векторів, прямих, дуг тощо, алгебраїчне подання яких відобразиться у вікні алгебри. З іншого боку, координати та рівняння об'єктів можуть бути введені за допомогою клавіатури у вікні алгебри, тобто існує безпосередній зв'язок алгебри з геометрією. Таким чином, можна легко будувати графіки функцій, працюючи з повзунком для добору необхідних параметрів.

Застосування GeoGebra у навчальному процесі надає можливість:

– створювати динамічні моделі для візуалізації та дослідження різних математичних понять, означень, теорем тощо;

– впровадити конструктивний напрям у навчанні;

– організувати евристичну діяльність;

– підготувати навчальні матеріали шляхом співпраці [213].

ППЗ **KAlgebra** – математичний калькулятор, за допомогою якого можна виконувати прості дії (арифметичні та логічні), будувати дво- та тривимірні графіки. Це достатньо новий вільно поширюваний програмний продукт (розробник – Алекс Поль Гонзалес), який є частиною освітнього проекту Kdeedu. Під час роботи з KAlgebra введені дані перетворюються на команди мови розмітки MathML. Синтаксис команд програми доволі простий та подібний до команд Maxima і Maple.

Цю програму може бути використано як основу для подальшого оволодіння складнішими математичними пакетами. Інтерфейс програми і довідник з програми перекладено українською мовою [217].

KAlgebra має чотири основні складові: консоль (використовується переважно як калькулятор), 2D графіка та 3D графіка (дозволяє будувати графіки різноманітних функцій, поверхонь тощо), словник (є збіркою усіх доступних дій KAlgebra, у ньому можна перевірити і дізнатися кількість і порядок кожної з функцій програми).

За допомогою KAlgebra можна:

– здійснювати чисельні розрахунки;

– визначити змінні та функції (навіть рекурсивні);

– виконувати символьні перетворення;

– проводити диференціювання функцій;

– виконувати операції над векторами;

– будувати графіки функцій та поверхонь, заданих явно.

Під час вивчення курсу вищої математики в економічному ВНЗ застосування різноманітних програмних засобів універсального типу, зокрема професійних математичних пакетів – системи комп'ютерної математики (СКМ), надає можливості для ефективного здійснення розрахунків, проведення навчальних та наукових досліджень, а також моделювання складних економічних процесів та явищ тощо. В професійних математичних пакетах поєднуються спеціалізоване математичне програмне забезпечення з виконання символьних та чисельних розрахунків, потужні графічні засоби, власні мови програмування, графічний інтерфейс, засоби підготовки математичних текстів до друку, засоби для здійснення експортування даних в інші програмні продукти (текстові і графічні редактори, електронні таблиці) та імпортування з них даних для опрацювання.

Як правило, СКМ використовують для розв'язування наукових, інженерних, навчальних задач, наочної візуалізації даних і результатів обчислень та як зручні та повні довідники з математичних обчислень. Разом з тим, завдяки потужній графіці, засобам візуального програмування й використання мультимедіа технологій, роль СКМ виходить далеко за межі тільки математичних розрахунків. Вони широко використовуються в освіті як потужні інструментальні засоби для підготовки електронних уроків, курсів лекцій та електронних книг з динамічними прикладами [135].

В. І. Клочко наголошує, що використання СКМ ілюструє можливості комп'ютера, надає можливість акцентувати увагу на прикладних задачах, особливостях чисельного розв'язання задач, з'ясовувати межі застосування комп'ютерів і математичних методів, істотно підвищує зацікавленість студентів у глибокому вивченні математики, допомагає засвоїти структурні зв'язки різних розділів курсу [67, 15].

За тлумаченням В. П. Д'яконова, *системи комп'ютерної математики* – це програмні засоби, за допомогою яких можна автоматизувати виконання як чисельних, так і аналітичних (символьних) обчислень і розрахунків [39].

У роботах М. І. Жалдака, В. Ю. Бикова, Ю. О. Жука, С. А. Ракова, Л. І. Білоусової та В. П. Гороха [129; 130], В. І. Клочка [66], Ю. В. Триуса [186], Т. П. Кобильника [68] та ін. висвітлено проблему ефективної організації навчальної діяльності студентів різних спеціальностей за допомогою СКМ.

Кожна СКМ має власні архітектурні особливості, проте всі сучасні універсальні СКМ мають спільну структуру:

– центральне місце займає ядро системи – коди багатьох заздалегідь відкомпільованих функцій та процедур, які забезпечують достатню кількість вбудованих функцій та операторів системи;

– інтерфейс надає користувачеві можливість звертатись до ядра із власними запитами та отримувати результати розв'язання;

– функції та процедури, вбудовані в ядро, виконуються досить швидко, тому об'єм ядра обмежують, але до нього додають бібліотеки менш вживаних процедур та функцій;

– кардинальне розширення можливостей систем та їх адаптація до розв'язання конкретними користувачами задач досягається за рахунок розширення систем. Ці пакети пишуться власною мовою програмування тієї чи іншої СКМ, що робить можливим їх підготовку звичайними користувачами;

– ядро, бібліотеки, пакети розширення та довідкова система сучасних СКМ акумулюють знання в галузі математики, накопичені людством [202].

Переважна більшість сучасних СКМ мають стандартний набір можливостей:

– основні математичні об'єкти: поліноми, ряди, раціональні функції, вирази загального виду, вектори, матриці;

– системи використовують цілі, раціональні, дійсні, комплексні числа;

– є декілька режимів роботи, що доповнюють один одного: редагування, діагностика, діалог, протокол роботи;

– присутній зв'язок із засобами розробки програм: можливі підстановки, обчислення значень, генерація програм, використання бібліотек;

– використовуються інтерфейси для зв'язку з офісними пакетами, базами даних, графічними програмними засобами і т.п.

Таким чином, використання СКМ у курсі вищої математики надає можливість:

1) унаочнити подання теоретичного матеріалу;

2) автоматизувати рутинні обчислення;

3) забезпечити багаторівневий процес навчання;

4) підвищити продуктивність та змістовність процесу навчання.

Сьогодні існує досить багато СКМ, серед яких найбільшої популярності у процесі навчання математичних дисциплін набули Maxima, Maple, Mathematica, MATLAB, Mathcad, Sage тощо.

Maxima – вільно поширювана система комп'ютерної математики, розробка якої почалася в Масачусетському технологічному інституті в 60-х роках минулого століття. Спочатку, в рамках проекту створення штучного інтелекту, було ініційовано розробку першої системи комп'ютерної алгебри Macsyma. Надалі, програма протягом багатьох років використовувалась та розвивалась в університетах Північної Америки, а в зв'язку з ліцензуванням у 70-х роках минулого століття програмних кодів Macsyma на ринку програмного забезпечення з'явилися інші системи комп'ютерної математики – Maple фірми Waterloo Maple Inc. та Mathematica фірми Wolfram Research.

«Академічність», не інтуїтивний інтерфейс користувача Macsyma у 80-ті роки суттєво звузило сферу її використання, до того ж лобіювання інтересів інших фірм, що виробляли подібні програмні продукти, призвело до фактичної зупинки роботи над нею.

У 1998 році, коли минув термін дії патенту, права на Macsyma повернулися до одного з її авторів – Вільяма Шелтера, який виконав повну переробку системи та отримав від Міністерства енергетики США (DOE) дозвіл опублікувати вихідний код DOE Macsyma під ліцензією GPL та у 2000 році створив проект для підтримки і подальшого розвитку DOE Macsyma під назвою Maxima. Після передчасної смерті Вільяма Шелтера у 2001 році, проект Maxima підтримується роботою команди на чолі з Джеймсом Амундсоном і Річардом Фейтманом. Для редагування наукових текстів в Maxima може використовуватись програма TeXmacs, яка надає можливість експортувати документи в ряд популярних форматів TeX/LaTeX і HTML/MathML.

За допомогою Maxima можна:

– виконувати чисельні розрахунки високої точності над виразами, що містять дроби, цілі числа та числа з плаваючою комою;

– перетворювати та спрощувати алгебраїчні вирази;

– диференціювати та обчислювати інтеграли;

– обчислювати скінчені і нескінчені суми і добутки;

– розв'язувати алгебраїчні та диференціальні рівняння і системи;

– розкладати функції в ряд та знаходити границі;

– будувати графіки функцій і статистичних даних на площині та у просторі;

– працювати з векторами, многочленами, матрицями, тензорами тощо [148].

Крім того, використання Maxima надає можливість розв'язувати задачі оптимізації (лінійного програмування, знаходження екстремумів функції), а також задачі математичної статистики. Пакет має вбудовану довідкову систему з прикладами використання функцій.

Maple – це система для аналітичного та чисельного розв'язання математичних задач, що виникають як в математиці, так і в прикладних науках. Розвинена система команд, зручний інтерфейс та широкі можливості надають можливість ефективно застосовувати Maple для розв'язання задач економіко-математичного моделювання. Maple складається із ядра, оптимізованих процедур, описаних мовою C, бібліотеки підпрограм та інтерфейсу. Ядро виконує більшість базисних операцій. Бібліотека містить велику кількість команд та процедур, що виконуються в режимі інтерпретації. Програмуючи власні процедури, користувач може поповнювати ними стандартні бібліотеки, у такий спосіб розширюючи можливості Maple. Робота в Maple відбувається в режимі сесії. Користувач уводить речення (команди, вирази, процедури та ін.), які інтерпретуються Maple.

Розробка системи Maple виконується компанією Waterloo Maple Inc. Тривалий час її називали системою комп'ютерної алгебри, що вказувало на особливу роль символьних обчислень і перетворень, які здатна здійснювати ця система. Але така назва певним чином звужує сферу застосування системи. Насправді вона здатна виконувати швидко і ефективно не тільки символьні, але й числові розрахунки, поєднуючи їх з потужними засобами графічної візуалізації та підготовки електронних документів.

Основні можливості системи Maple: розв'язання задач лінійної алгебри, інтегральні перетворення Фур'є, Лапласа, розв'язання диференціальних рівнянь, задач теорії ймовірності та математичної статистики, графічна візуалізація результатів обчислень, побудова та анімація графіків.

Як універсальна система, Maple має наступні додаткові можливості:

– сучасний багатовіконний інтерфейс з можливістю роботи в діалоговому режимі;

– потужну довідкову систему з багатьма тисячами прикладів;

– підтримку мов програмування C і Fortran.

Maple надає можливість готувати публікації у форматі HTML, а також перетворювати файли у формат LaTeX.

Mathematica – система комп'ютерної математики компанії Wolfram Research, розроблена під керівництвом Стівена Вольфрама. Автор почав роботу над Mathematica в 1986 р. та випустив її в 1988 р. Архітектура Mathematica представлена ядром та інтерфейсом користувача. Mathematica містить функції для виконання аналітичних перетворень, чисельних розрахунків, операцій над матрицями, роботи з графікою, звуком тощо.

Кожна нова версія системи була досконалішою за попередню за швидкодією (що є досить суттєвим у розрахунках), економністю використання пам’яті, кількістю вбудованих функцій та наявністю нових оптимізованих алгоритмів.

Основні можливості Mathematica:

– операції з матрицями: додавання, множення, знаходження зворотної матриці, множення на вектор, отримання визначника, пошук власних значень і власних векторів;

– побудова геометричних фігур і графіків функцій, у тому числі параметричних кривих і поверхонь;

– знаходження границь, інтегрування, диференціювання функцій;

– перетворення функцій у ряд Тейлора;

– відтворення звуку, графік якого задається аналітичною функцією або набором точок;

– розв’язання рекурентних рівнянь;

– розв’язання диференціальних рівнянь і рівнянь у частинних похідних;

– перетворення Фур’є і Лапласа.

СКМ Mathematica є ядром бази знань та обчислювальних алгоритмів WolframAlpha [223].

MATLAB (скорочення від англ. «Matrix Laboratory») – термін, який відноситься до пакету прикладних програм для розв’язання задач технічних обчислень, а також до мови програмування, яка використовується в цьому пакеті. MATLAB працює на більшості сучасних операційних систем, включаючи Linux, MacOS, Solaris і Windows.

СКМ MATLAB призначена для розв’язування широкого кола математичних задач з поданням даних в універсальній матричній формі, яка запропонована фірмою MathWorks Inc.

MATLAB має потужні засоби управління обчисленнями, відображення графіки і комплексної візуалізації, вбудовану мову програмування, широкий спектр засобів опрацювання сигналів і зображень. Відкрита архітектура дозволяє використовувати MATLAB у поєднанні з іншими програмними продуктами для створення інструментів дослідження і розв'язування різноманітних задач.

Вважається, що це одна з найкращих систем комп'ютерної математики, особливо в галузі чисельних розрахунків. До її недоліків відносять певну громіздкість та вимогливість до ресурсів ПК.

MATLAB надає зручні засоби для розробки алгоритмів, включаючи високорівневі з використанням концепцій об'єктно-орієнтованого програмування. В ньому є всі необхідні засоби інтегрованого середовища розробки, включаючи налагоджувач і профайлер.

MATLAB включає інтерфейси доступу до зовнішніх підпрограм, описаних іншими мовами програмування.

Обмін даними з іншими програмами виконується за технологією клієнт – сервер. В MATLAB існує можливість викликати методи Web-сервісів. Спеціальна функція створює клас, ґрунтуючись на методах API Web-сервісу. При цьому підтримуються технології SOAP та WSDL.

MATLAB надає користувачеві велику кількість функцій для аналізу і візуалізації даних, що охоплюють всі розділи курсу вищої математики (лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія, диференціальне та інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, ряди, диференціальні рівняння) та статистики. Крім того, за допомогою MATLAB можна розв'язувати задачі на дисперсійний, кластерний, мультифрактальний, рекурентний аналіз тощо.

Mathcad – система комп'ютерної математики, яка розповсюджується компанією Mathsoft, орієнтованої на виконання інженерних та наукових розрахунків, вперше з'явилась в 1986 році для платформи MS DOS. Так само, як і Maple, Mathcad орієнтований на підтримку концепції робочого аркуша. Проте в Mathcad рівняння та вирази описуються на робочому аркуші так, як вони виглядали б на презентації, а не так як вони описані мовою програмування. Mathcad вперше серед програм подібного роду використав подібну математичну нотацію, суміщену з автоматичною системою обчислень. Mathcad доволі зручно використовувати для навчання, обчислень і інженерних розрахунків. Відкрита архітектура додатка у поєднанні з підтримкою технологій .NET і XML надає можливість легко інтегрувати Mathcad практично в будь-які IT-структури та інженерні додатки. Є можливість створення електронних книг (e-Book).

Mathcad містить сотні операторів і вбудованих функцій для вирішення різних технічних завдань. Програма надає можливість виконувати чисельні і символьні обчислення, проводити операції з скалярними величинами, векторами і матрицями, автоматично переводити одні одиниці вимірювання в інші, відображати математичні тексти у природній математичній нотації, об'єднувати в одному Mathcad-документі обчислювальні, програмних, графічні та текстових області, використовувати фізичні величини з розмірністю обраної системи одиниць.

Серед можливостей Mathcad можна виділити:

– розв'язання диференціальних рівнянь різними чисельними методами;

– побудова дво- та тривимірних графіків функцій;

– виконання операцій з векторами і матрицями;

– символьне розв'язання систем рівнянь;

– апроксимація кривих;

– пошук коренів багаточленів і функцій;

– проведення статистичних розрахунків;

– пошук власних значень і векторів;

– перетворень з одиницями вимірювання.

Не зважаючи на те, що програма орієнтована на користувачів, мало знайомих з програмуванням, вона знаходить застосування в достатньо складних проектах для візуалізації результатів комп'ютерного моделювання з використанням розподілених обчислень і традиційних мов програмування. Mathcad часто використовується в крупних інженерних проектах, де велике значення має відповідність стандартам.

Розробники Mathcad зробили ставку на розширення системи відповідно до потреб користувача. Для цього призначені додаткові бібліотеки і пакети розширення, які можна придбати окремо і які мають додаткові функції, що вбудовуються в систему при інсталяції; а також електронні книги із описом методів розв'язання специфічних задач, з прикладами діючих алгоритмів і документів, які можна використовувати безпосередньо у власних розрахунках. Крім того, в разі потреби і за умови наявності навичок програмування в C, є можливість створення власних функцій і їх прикріплення до ядра системи через механізм динамічних бібліотек.

Sage – це вільно поширюване середовище математичних обчислень для виконання символьних, алгебраїчних та чисельних розрахунків. Його інтерфейс описаний потужною і досить популярною мовою програмування Python. В Sage об’єднано послуги популярних вільно поширюваних математичних програм та бібліотек, таких як PARI, GAP, GSL, Singular, MWRANK, NetworkX, Maxima, Sympy, GMP, Numpy, matplotlib та багатьох інших засобами Python, Lisp, Fortran 95 та C/C++ [201; 210; 212; 220].

Проектом Sage керує професор факультету математики Вашингтонського університету (м. Сіетл) Вільям Штейн [221]. Кінцевою метою проекту є створення відкритого високоякісного програмного забезпечення як гідної альтернативи комерційним програмним засобам, таким як Maple, Mathematica, Matlab тощо. Система Sage оснащена двома основними інтерфейсами – локальним інтерфейсом командного рядка та Web-інтерфейсом.

Визначальними характеристиками Sage є:

1) повнофункціональні сервери Web;

2) інтеграція більше 100 математичних пакетів та бібліотек у єдиному середовищі засобами мови Python;

3) підтримка інтерфейсів до існуючих СКМ;

4) виконання на Web-сторінках програм, описаних мовами програмування Python, Lisp, Java, C++, Fortran та ін.;

5) спрощеність процедури публікації робочих аркушів у мережі Інтернет;

6) наявність режиму спільної роботи користувачів з робочими аркушами;

7) відкритість вихідних кодів системи.

Використання Sage у процесі навчання вищої математики [161; 205; 207; 215; 216] надає можливість:

1) виконувати аналітичні (дії з алгебраїчними виразами, розв'язування рівнянь, диференціювання, інтегрування тощо) та чисельні (точні, наближені) розрахунки;

2) подавати результати обчислень у зручній для сприйняття формі, будувати дво- та тривимірні графіки кривих та поверхонь, гістограми та будь-які інші зображення (в тому числі анімаційні);

3) поєднувати обчислення, текст та графіку на робочих аркушах з можливістю їх друку, оприлюднення в мережі та спільної роботи над ними;

4) створювати за допомогою вбудованої у Sage мови Python моделі для виконання навчальних досліджень;

5) створювати нові функції та класи мовою Python.

В останні роки все більшої популярності набувають мережеві надбудови над існуючими системами комп'ютерної математики – мережеві СКМ, або Web-СКМ), застосування яких надає можливість виконання обчислень у середовищі Web-браузера (за технологіями AJAX та JSP), підготовку високоякісних навчальних ресурсів з математичних дисциплін, мобільний доступ до обчислювальних програм та даних.

У дослідженні С. В. Шокалюк виділено основні характеристики Web-СКМ:

1) оснащеність Web-інтерфейсом, що надає можливість, не встановлюючи обчислювальне ядро СКМ на клієнтській машині, виконувати обчислення на Web-сервері СКМ, організуючи запит для здійснення обчислень та відображаючи результати обчислень за допомогою Web-браузера;

2) невимогливість до апаратної складової обчислювальної системи;

3) індиферентність до використовуваного браузера;

4) простота адміністрування (зняття проблеми підтримки великої інсталяційної бази та ліцензування програмного забезпечення);

5) мобільний доступ до навчальних ресурсів, програм і даних та ін. [202].

Представниками Web-СКМ на сьогодні є Mathcad Application Server, MapleNet, Matlab Web Server, webMathematica, wxMaxima та Sage.

Поява Web-СКМ створює сприятливі умови для дистанційного навчання за дисциплінами математичного змісту, розв'язання проблеми забезпечення інформаційно-обчислювальними ресурсами аудиторної та позааудиторної роботи з вищої математики тощо.

Однією з проблем, що постають в процесі навчання вищої математичної за умови широкого впровадження засобів сучасних ІКТ, є вибір середовища для роботи. Як комерційні, так і вільно поширювані системи суттєво різняться за функціональністю (загального призначення, спеціалізовані), інтерфейсом (командного рядка, графічним), розміром (від кількасот кілобайт до кількох гігабайт), вбудованою мовою програмування тощо. Як в педагогічній, так і в інженерній та науково-дослідницькій роботі діє єдиний принцип: вибір інструмента визначається задачею, тому обійтися лише однією системою комп'ютерної математики не вдається, та й не потрібно.

Ю. В. Триус вказує основні причини необхідності знання основ роботи з кількома математичними системами: «необхідність раціонального вибору математичної системи з урахуванням особливостей задачі, що розв'язується; необхідність розв'язування складних задач за допомогою різних систем, щоб перевірити правильність результатів, не покладаючись на одну систему (збільшити вірогідність одержаного результату); необхідність підготовки математичних документів (статей, звітів, книг, навчальних занять і т.д.) підвищеної якості. Останнє говорить на користь інтеграції математичних систем між собою і з іншими програмами, що може розглядатися як один з перспективних напрямів розвитку систем комп'ютерної математики» [186, 364–365].

Таким чином, створення середовища, що інтегрує в собі послуги різних СКМ за допомогою клієнт-серверних технологій (надаючи користувачеві рівний доступ до різних СКМ за допомогою єдиної командної мови, а за необхідності – можливість легко переходити до мови будь-якої СКМ) та засобів ІКТ навчання вищої математики, що мають найбільший потенціал для активізації навчальної діяльності студентів (лекційні демонстрації, динамічні моделі, тренажери та навчальні експертні системи), надає можливість визначити новий клас ППЗ – мобільні математичні середовища.

Мобільне математичне середовище (ММС) – відкрите модульне мережне мобільне інформаційно-обчислювальне програмне забезпечення, що надає користувачу (викладачу, студенту) можливість мобільного доступу до інформаційних ресурсів математичного і навчального призначення, створюючи умови для організації повного циклу навчання (зберігання та подання навчальних матеріалів; проведення навчальних математичних досліджень; підтримка індивідуальної та колективної роботи; оцінювання навчальних досягнень тощо) та інтеграції аудиторної і позааудиторної роботи у безперервний навчальний процес.

До визначальних характеристик ММС відносяться [160, 161]:

– *мобільність доступу*: виконуваність на широкому спектрі комп'ютерних пристроїв, що надає можливість залучити до навчального процесу з вищої математики мультимедійні дошки, нетбуки та смартфони;

– *мобільність програмного забезпечення*: можливість перенесення середовища на різні програмно-апаратні платформи без суттєвої модифікації;

– *мережність*: зберігання математичних об'єктів на мережних серверах, що надає можливість уніфікувати доступ до них як в аудиторії, так і за її межами;

– *відкритість*: можливість зміни інформаційної та обчислювальної складової середовища;

– *модульність:* можливість додавання та вилучення компонентів середовища;

– *об'єктна орієнтованість*: можливість створення, модифікації, наслідування, інкапсуляції математичних об'єктів;

– *можливість* природного застосування ефективних педагогічних технологій *організації спільної роботи* над навчальними проектами у навчальних спільнотах.

Основні складові ММС зображені на рис. 1.5. Враховуючи, що інформаційне забезпечення, що входить до складу ММС, є предметно-орієнтованим, розглядатимемо клас мобільних математичних середовищ, що мають спільне обчислювальне ядро та варіативне інформаційне забезпечення.

Рис. 1.5. Основні складові ММС

У процесі розробки ММС з вищої математики особливу увагу слід приділити вибору математичного пакету, що складає ядро ММС. Головними критеріями вибору математичного пакету для побудови ММС з вищої математики були: *розширюваність* (система повинна надавати можливість користувачеві доповнювати її для задоволення професійних потреб); *наявність Web-, WAP-інтерфейсів, XML-RPC, SOAP та інших Web-сервісів* (для забезпечення мобільного доступу); *крос-платформеність* (мобільність програмного забезпечення); *можливість створення програм із стандартними елементами управління* (засоби активізації навчальної діяльності студентів з вищої математики – лекційні демонстрації, динамічні моделі, тренажери та навчальні експертні системи); *можливість інтегрувати у себе різноманітне ПЗ для навчання математики* (на основі відкритих програмних інтерфейсів); *підтримка технологій Wiki; можливість локалізації* та *вільне поширення*. Найбільш повно наведені критерії реалізовані у Web-СКМ Sage (таблиця 1.1).

Таблиця 1.1

Порівняння програмних засобів навчання математики

Математичний пакет	Ліцензія	Розширюваність	Web-інтерфейс	WAP-інтерфейс	XML-RPC/SOAP/інші Web-сервіси	Крос-платформеність	Можливість створення програм із стандартними елементами управління	Можливість інтеграції різних пакетів	Підтримка Wiki	Інтернаціоналізація та локалізація	Мови програмування
GRAN	ВП, ЗК						+			+	
DG	ВП, ЗК						+				
GeoGebra	ВП, ВК	+	+			+				+	GGBScript, JavaScript
KAlgebra	ВП, ВК	+				+				+	
Cinderella	КП, ЗК	+	+			+	+			+	CindyScript
Maxima	ВП, ВК	+	+	+		+				+	Maxima, Lisp
Sage	ВП, ВК	+	+	+	+	+	+	+	+	+	Python, Sage, Sh, GAP, GP, Maxima, R, Singular, Kash, Macaulay, Magma, Maple, Mathematica, MATLAB, Mupad, Octave, Scilab, Spad
Maple	КП, ЗК	+	+		+	+	+	+			Maple, C/C++, Fortran, MATLAB
MATLAB	КП, ЗК	+	+		+	+	+	+			MATLAB, C/C++, Fortran, Java
Mathematica	КП, ЗК	+	+		+	+	+	+			Mathematica, C/C++, Fortran, Assembler
Magma	КП, ЗК	+	+			+					Magma
MatCAD	КП, ЗК	+	+		+	+	+	+		+	

Позначення:

ВП – вільне поширення, КП – комерційне поширення, ВК – відкриті коди, ЗК – закриті коди

Таким чином, використання Web-СКМ Sage в процесі навчання вищої математики надає можливість в рамках одного середовища реалізувати основні типи програмних засобів (лекційні демонстрації, динамічні моделі, тренажери, навчальні експертні системи), використання яких спрямоване на активізацію навчальної діяльності студентів; автоматизувати обчислювальний процес розв'язування задач прикладної спрямованості, зосередившись на побудові моделі та інтерпретації результатів обчислювального експерименту; інтегрувати аудиторну та позааудиторну навчальну діяльність студентів у систему неперервного навчання; організувати всі навчальні дії студентів в єдиному середовищі, тому у процесі розробки ММС з вищої математики Web-СКМ Sage було обрано як основу такого середовища (рис. 1.6).

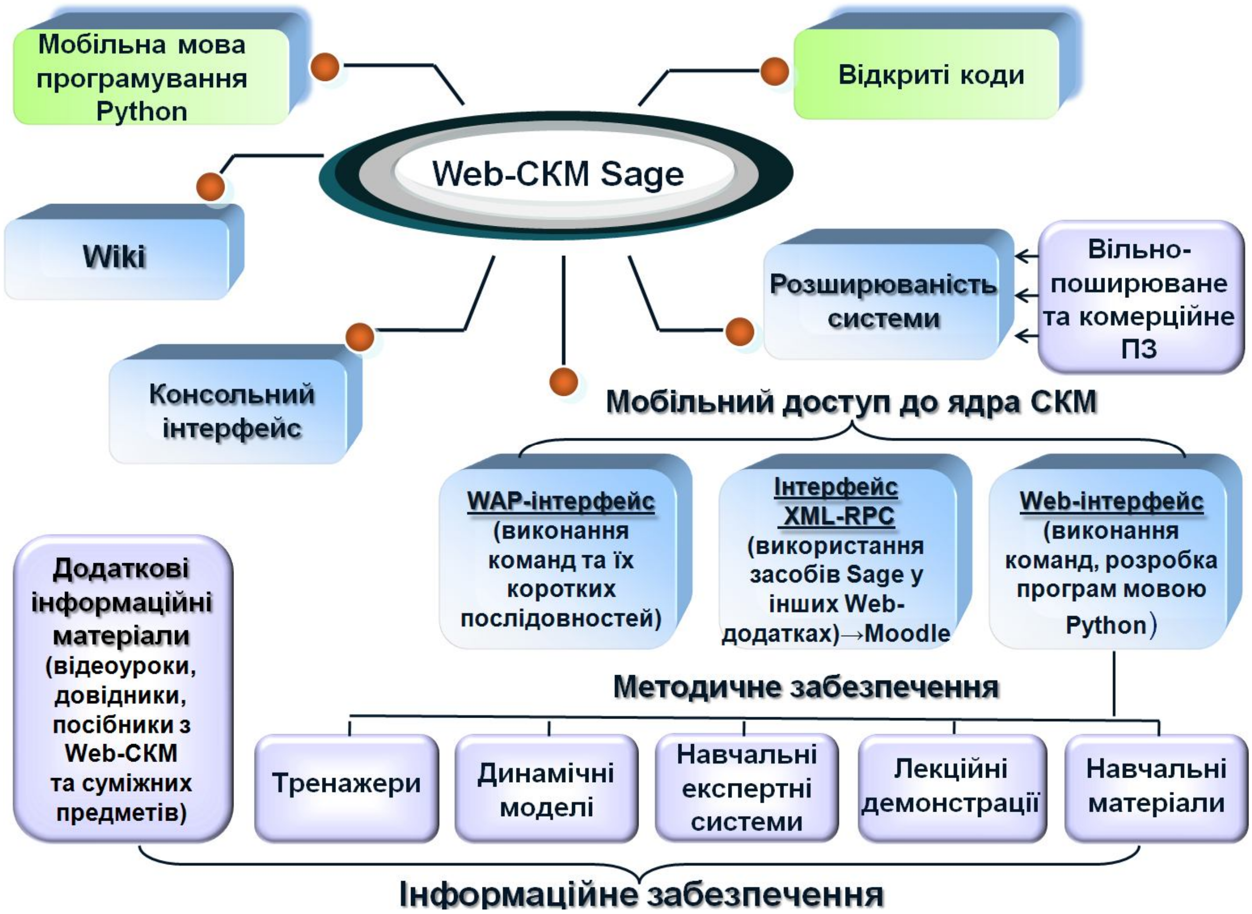


Рис. 1.6 Архітектура мобільного математичного середовища на основі Web-СКМ Sage

Отже, навчання курсу вищої математики у ММС створює умови для реалізації визначених у п. 1.1 засобів активізації навчальної діяльності студентів та надає можливість: розширити його моделями, дослідження яких без застосування ММС викликає утруднення; підвищити наочність подання теоретичного матеріалу; організувати напівавтоматичне оцінювання навчальних досягнень студентів; автоматизувати укладання навчальних завдань; розширити комунікативне поле «студент – викладач» за межі ВНЗ.

Висновки до першого розділу

1. У даному дослідженні навчальну діяльність розуміємо як спеціально організовану діяльність суб'єктів навчального процесу, направлену на засвоєння ними досвіду попередніх поколінь, результатом якої є формування системи компетентностей. Отже, навчальна діяльність студентів – діяльність з набуття фахових компетентностей.

2. Активізація навчальної діяльності студентів з вищої математики – це процес спільної діяльності викладача (діяльності навчання і діяльності з організації та управління навчальною діяльністю студентів) і навчальної діяльності студентів, побудований на основі широкого використання ІКТ та спрямований на підвищення їх активності, інтересу, самостійності щодо здобування ними знань з вищої математики, оволодіння уміннями і навичками їх практичного застосування, а також результати цього процесу.

3. Активізація навчальної діяльності студентів передбачає використання засобів, що забезпечують: а) розвиток пізнавальної активності та самостійності; б) узагальнення та систематизацію здобутих знань, їх структурування та поглиблення; в) інтеграцію аудиторної та позааудиторної навчальної діяльності в систему неперервного навчання; г) спрямування особистості студента на самостійну навчальну діяльність; д) організацію навчального процесу в єдиному інформаційно-обчислювальному середовищі. Реалізацію зазначених засобів у процесі навчання математичних дисциплін у ВНЗ доцільно здійснювати через професійну спрямованість навчання та інноваційні інформаційно-комунікаційні технології.

4. Під професійною спрямованістю навчання математики студентів

економічних спеціальностей розуміємо навчання, при якому забезпечується:

– орієнтація змісту навчання не тільки на опанування фундаментальних понять, а й на реалізацію взаємозв'язків математики зі спеціальними дисциплінами на різних рівнях;

– вибір методів, засобів та форм організації навчальної діяльності, систематичне застосування яких сприяє формуванню у студентів основних складових фахових компетентностей (набуття знань, умінь та навичок, розвиток інтересу та ціннісного ставлення до професії, формування професійних якостей особистості).

5. У процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей професійна спрямованість навчання реалізується через міжпредметні зв'язки, сприяючи вдосконаленню процесу формування комплексних знань, умінь та навичок, усуненню наявних в багатопредметній системі викладання суперечності між розрізненими знаннями з окремих предметів та необхідністю синтезу цих знань, їх комплексного застосування на практиці.

6. Ефективним засобом посилення професійної спрямованості навчання вищої математики є математичне моделювання, що реалізується через економічну інтерпретацію основних математичних понять. Дослідження математичних моделей прикладних задач економічного змісту, що потребує громіздких однотипних розрахунків, доцільно виконувати засобами інформаційно-комунікаційних технологій.

7. Основним завданням використання інформаційно-комунікаційних технологій навчання вищої математики є: підвищення наочності навчального матеріалу та полегшення його сприйняття завдяки компактному і чіткому поданню навчальних відомостей; розвиток творчого потенціалу суб'єктів навчання, їх комунікативних здібностей, умінь експериментально-дослідницької діяльності; культури навчальної діяльності, підвищення мотивації навчання; інтенсифікація всіх рівнів навчально-виховного процесу; розширення та поглиблення змісту навчання; засвоєння повного спектру понять, операцій і функцій, вільне оперування якими передбачено змістом на-

вчальної дисципліни; реалізація соціального замовлення, зумовлена інформатизацією сучасного суспільства.

8. Мобільне математичне середовище – відкрите модульне мережне мобільне інформаційно-обчислювальне програмне забезпечення, що надає користувачу (викладачу, студенту) можливість мобільного доступу до інформаційних ресурсів математичного і навчального призначення, створюючи умови для організації повного циклу навчання (зберігання та подання навчальних матеріалів; проведення навчальних математичних досліджень; підтримка індивідуальної та колективної роботи; оцінювання навчальних досягнень тощо) та інтеграції аудиторної і позааудиторної роботи у безперервний навчальний процес.

Розробка мобільного математичного середовища на основі Web-СКМ Sage надає можливість в одному середовищі реалізувати типи програмних засобів, спрямованих на активізацію навчальної діяльності студентів (лекційні демонстрації, динамічні моделі, тренажери, експертні системи); автоматизувати обчислювальний процес розв’язування задач прикладної спрямованості, зосередившись на побудові моделі та інтерпретації результатів обчислювального експерименту.

Основні результати першого розділу опубліковано у роботах [100; 103; 160; 163; 168; 170; 171].

РОЗДІЛ 2
МЕТОДИКА ЗАСТОСУВАННЯ МОБІЛЬНИХ МАТЕМАТИЧНИХ СЕРЕДОВИЩ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

2.1. Цілі, зміст та технологія навчання вищої математики у мобільному математичному середовищі

Традиційною моделлю методичної системи навчання є модель, запропонована А. М. Пишкало [132], в якій використовується системний підхід стосовно компонентів процесу навчання (всі компоненти утворюють єдине ціле із визначеними внутрішніми зв'язками). Згідно з цією моделлю, методична система навчання – це сукупність ієрархічно пов'язаних компонентів: цілей навчання, змісту, методів, засобів і форм організації навчання (рис. 2.1).

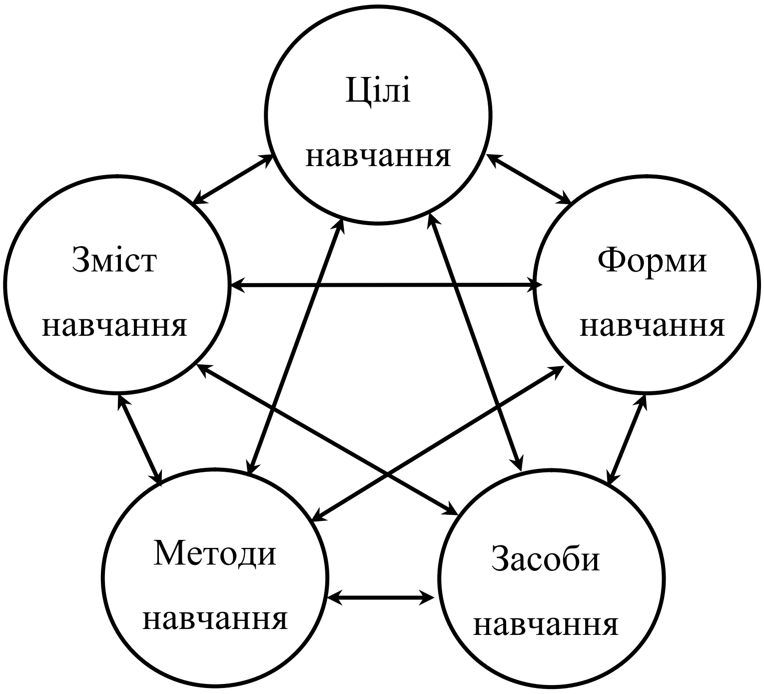


Рис. 2.1. Структура методичної системи навчання (за А. М. Пишкало)

Розглядаючи сукупність тих компонентів традиційної методичної системи навчання, що відповідають на питання «як навчати?» (методи, засоби, форми організації навчання), деякі науковці вважають, що вони утворюють певну підсистему єдиної системи, яку називають *технологією навчання* [111; 145; 196]. Схематичне подання структури методичної системи навчання з виділеною підсистемою «технологія навчання» зображено на рис. 2.2:

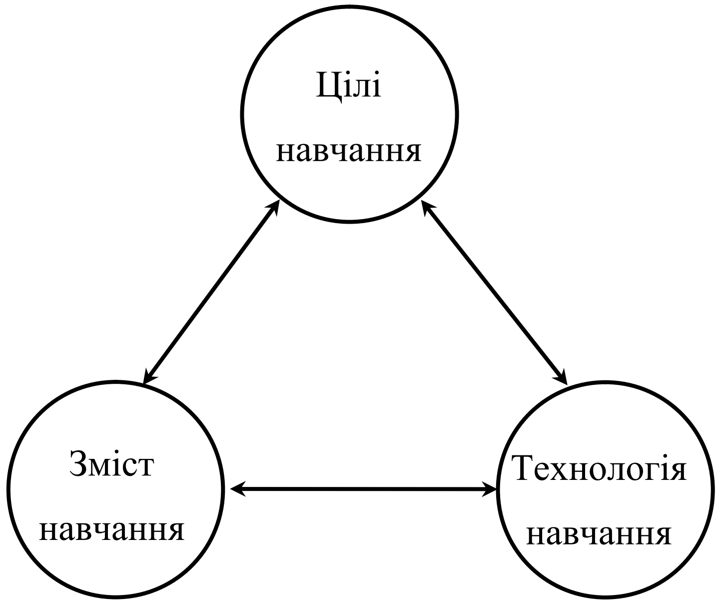


Рис. 2.2. Структура методичної системи навчання з виділеною підсистемою «технологія навчання»

Виходячи із запропонованої на рис. 2.2 структури, визначають *цільовий, змістовий* та *технологічний* компоненти методичної системи навчання.

Однак традиційна модель не в повній мірі відповідає новій парадигмі й доктрині розвитку освіти України в XXI столітті, зокрема, в частині використання ІКТ для інтенсифікації процесу навчання, розвитку творчого мислення студентів, формування умінь працювати в умовах комп'ютерного середовища.

Характерними рисами сучасних методичних систем навчання є:

– науково обґрунтоване планування навчального процесу;

– єдність і взаємопроникнення теоретичної та практичної підготовки;

– високий рівень складності та швидкий темп вивчення навчального матеріалу;

– максимальна активність та достатня самостійність студентів;

– поєднання колективної та індивідуальної діяльності;

– широке використання у навчальному процесі ІКТ;

– комплексний підхід до навчання різних предметів [68].

Проникнення сучасних ІКТ у сферу освіти дозволяє педагогам модернізувати цілі, зміст, методи, засоби й організаційні форми навчання, що зумовлює необхідність у розробці та впровадженні нових методичних систем навчання фундаментальних дисциплін – комп'ютерно-орієнтованих.

Проблеми створення і впровадження комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математики у середніх і вищих навчальних закладах досліджували М. І. Жалдак [49], Ю. Г. Лотюк [97], Ю. В. Триус [186], Т. Г. Крамаренко [76], О. В. Співаковський [177], С. О. Семеріков [145], С. А. Раков [134] та інші.

Ю. В. Триус *комп'ютерно-орієнтованою методичною системою навчання* (КОМСН) називає таку методичну систему навчання, що забезпечує цілеспрямований процес здобування знань, набуття умінь і навичок, засвоєння способів пізнавальної діяльності суб'єктом навчання і розвиток його творчих здібностей на основі широкого використання ІКТ. На думку дослідника, застосування у навчальному процесі вищих навчальних закладів комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання фахових дисциплін, в основу яких покладено принципи неантагоністичного вбудовування нових інформаційно-комунікаційних технологій в діючі дидактичні системи, гармонійного поєднання традиційних та інноваційних педагогічних технологій, сприяє підвищенню якості професійної підготовки майбутніх фахівців, активізації навчальної і науково-дослідної діяльності студентів, розкриттю їхнього творчого потенціалу, збільшенню ролі самостійної та індивідуальної роботи [186].

Методологічною основою побудови КОМСН математики у ВНЗ є принципи: цілісності розгляду предмета вивчення, єдності змістового і процесуального аспектів під час навчання, адекватності цільових установок, інтеграції та міжпредметних зв'язків тощо.

Розробка КОМСН базується на таких положеннях:

– інформаційно-комунікаційні технології, які є одним із важливих засобів розвитку суспільства, повинні зайняти відповідне місце у процесі навчання практично всіх навчальних предметів, а особливо математичних дисциплін;

– розширення напрямів застосування ІКТ навчання у ВНЗ є одним з найбільш перспективних шляхів удосконалення методичної системи навчання вищої математики;

– застосування ІКТ при вивченні математичних дисциплін принципово впливає на зміст та методику навчання і дозволяє, завдяки наочності та звільненню від рутинної роботи, посилити мотивацію навчання студентів;

– ефективність застосування інформаційно-комунікаційних та педагогічних технологій з метою підвищення якості математичної освіти визначається, головним чином, відповідною методичною системою навчання;

– навчання математичних дисциплін з використанням ІКТ створить умови для збільшення частки самостійної роботи з навчальним матеріалом, можливість автоматизованого добору завдань для вивчення, закріплення, контролю й оцінки якості набутих знань [186].

З метою вирішення проблеми активізації навчальної діяльності студентів при вивченні курсу вищої математики, на основі Web-СКМ Sage розроблено ММС «Вища математика», визначальною особливістю якого є динамічна природа навчальних матеріалів – будь-який опублікований у мережі об’єкт може автоматично змінюватися у відповідності до: зміни вмісту пов’язаного з ним робочого аркуша; зміни програмного забезпечення, що входить до складу ММС; зміни пристрою доступу до навчальних матеріалів; зміни початкових умов для моделей.

ММС «Вища математика» складається з Web-СКМ Sage, динамічних моделей, тренажерів, навчальних експертних систем, лекційних демонстрацій, генераторів навчальних завдань, навчальних посібників, відеоуроків, практикуму з розв’язування задач, завдань для самостійного розв’язання та контролю навчальних досягнень студентів (рис. 2.3).

Рис. 2.3. Структура ММС «Вища математика»

Для забезпечення відкритого доступу до розробленого ММС «Вища математика» було налаштовано Web-сервер ММС за адресою http://korpus21.dyndns.org:8000/ (рис. 2.4). Кожному зареєстрованому користувачу автоматично завантажуються всі навчально-методичні матеріали ММС «Вища математика» (рис. 2.5), крім індивідуальних домашніх завдань, які потрібно обрати самостійно із списку опублікованих аркушів згідно номеру модуля, що вивчається, та номеру студента в журналі академічної групи (рис. 2.6).

Назви робочих аркушів ММС «Вища математика» подано у форматі :

`М_номер_признaченння_назва (номер)`, де

`М` – «модуль»;

`номер` – означає, до якого саме змістового модуля курсу вищої математики належить робочий аркуш (приймає значення від 1 до 9);

`призначення` – вказує на тип програмного модуля чи розділ методичного комплексу (D – лекційні демонстрації та динамічні моделі, G – генератори навчальних завдань, T – тренажери, ES – навчальні експертні системи, Ex – вправи, ExS – приклади розв’язування, L – лекції, ІДЗ_варіант – варіант індивідуального домашнього завдання (від 1 до 30)).

Рис. 2.4. Інтерфейс Web-серверу ММС «Вища математика»

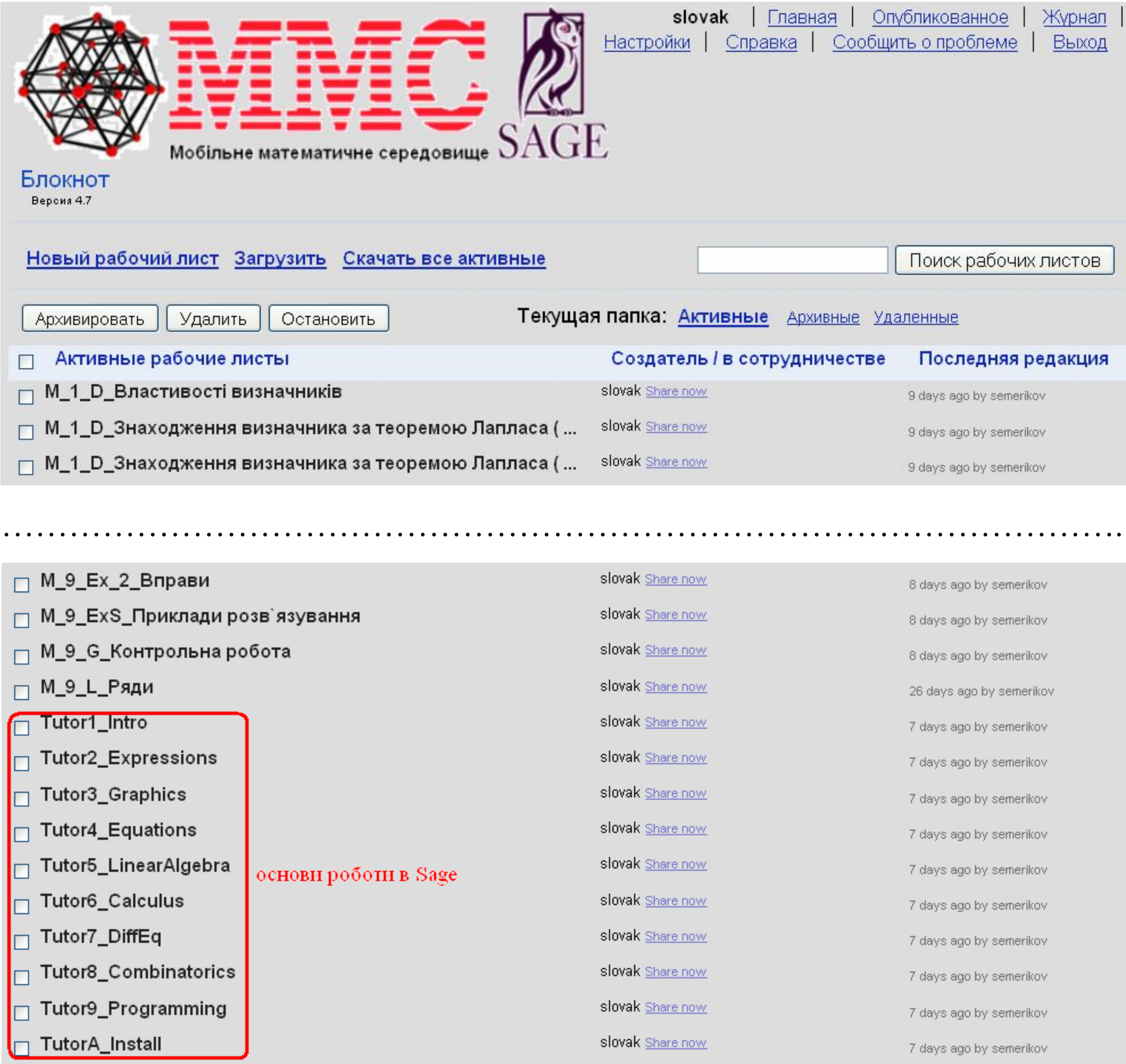


Рис. 2.5. Домашня сторінка користувача ММС «Вища математика»

Для підвищення зручності використання ММС «Вища математика» до його складу включено робочі аркуші з основними відомостями організації роботи у Web-СКМ Sage (рис. 2.5), при цьому кожен робочий аркуш містить теоретичні відомості, приклади застосування та відеоуроки.

Розглянемо, як використання ММС змінює процес навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей.

Відповідно до вимог Болонської декларації, основною моделлю організації навчального процесу у ВНЗ є кредитно-модульна система навчання, що ґрунтується на поєднанні модульних технологій навчання та залікових освітніх одиниць (кредитів). Тому робоча навчальна програма курсу вищої математики складається з набору залікових кредитів відповідно до основних принципів кредитно-модульної організації навчального процесу:

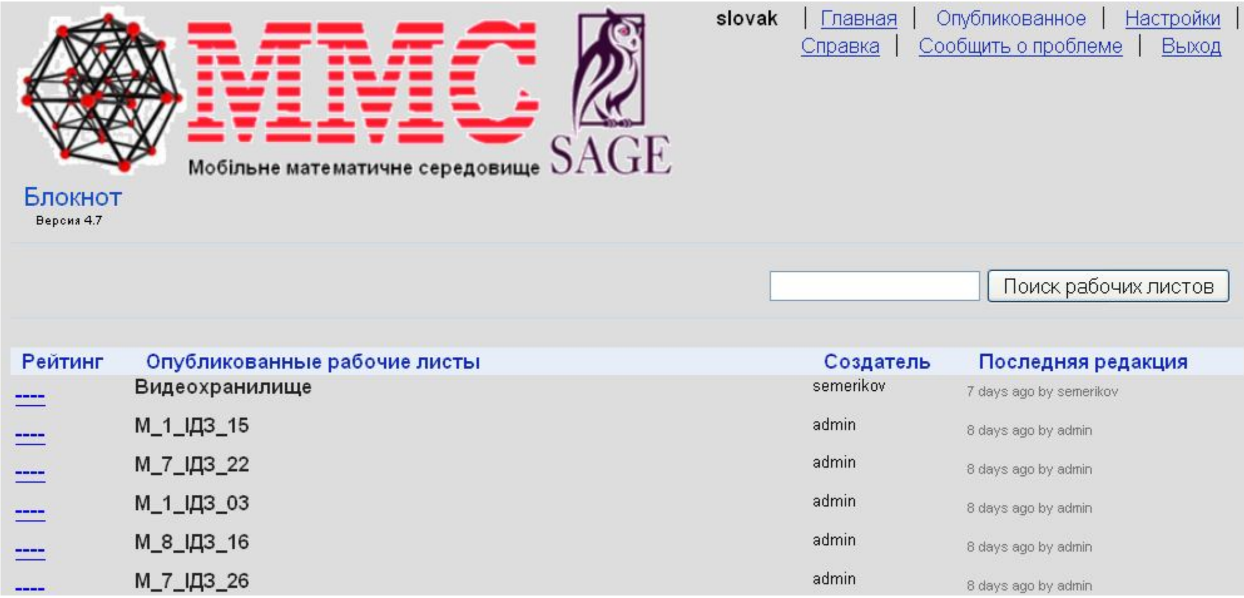


Рис. 2.6. Список опублікованих ІДЗ ММС «Вища математика»

– принципу модульності, який визначає модульний підхід до організації оволодіння студентом навчальним матеріалом і проявляється через специфічну для модульного навчання систему методів і прийомів навчально-виховних заходів, основним змістом яких є активна самостійна творчо-пізнавальна діяльність студента;

– пріоритетності змістової й організаційної самостійності та зворотного зв’язку, який полягає у створенні умов організації навчання, що вимірюється та оцінюється результатами самостійної пізнавальної діяльності студентів;

– науковості та прогностичності, що полягає у встановленні стійких зв’язків змісту навчання з науковими дослідженнями;

– технологічності та інноваційності, що полягає у використанні ефективних педагогічних й інформаційних технологій, що сприяють якісній підготовці фахівців з вищою освітою та їх входженню в єдиний інформаційно-освітній простір;

– якості вищої освіти, що полягає у відповідності вищої освіти соціально-економічним потребам, інтересам особистості, суспільства і держави, що відображає компетентність, ціннісні орієнтації, соціальну спрямованість і зумовлює здатність задовольняти як особисті духовні і матеріальні потреби, так і потреби суспільства [184, 6–7].

Реалізація вказаних принципів у ММС «Вища математика» відбувається у такий спосіб:

– принцип модульності реалізовано у модульній структурі методичного забезпечення ММС;

– пріоритетності змістової й організаційної самостійності та зворотного зв’язку реалізовано як через відповідне структурування змісту модулів, так й через засоби організації спільної роботи і можливість контролю перебігу самостійної роботи студентів у робочих аркушах;

– науковості та прогностичності реалізовано як через добір змісту навчання, так і через можливість використання обчислювального ядра ММС у студентських наукових дослідженнях;

– технологічності та інноваційності реалізується самим вибором ММС як засобу навчання вищої математики;

– якості вищої освіти реалізується через суспільне замовлення на підвищення якості фізико-математичної освіти шляхом застосування ММС як інноваційного засобу ІКТ навчання.

Робоча навчальна програма (Додаток А) складається зі вступу та семи розділів, що відображають мету, предмет, завдання, зміст, навчального курсу, а також містить тематичний план з вказаною кількістю годин для кожного виду занять, тему та короткий зміст лекцій і практичних занять. Значну увагу у робочій навчальній програмі приділено організації самостійної роботи студентів: вказано основні форми самостійної роботи, перелік питань для самостійного опрацювання та індивідуальні завдання. Також детально описані критерії поточного та підсумкового контролю, наведено список рекомендованої літератури та засобів навчання. До кожної частини програми наведено перелік відповідних засобів ММС «Вища математика».

Відповідно до розробленої програми розглянемо цілі та зміст курсу вищої математики.

Мета (ціль) навчання – передбачення кінцевих результатів навчання; те, до чого прагнуть студенти, викладачі. Виділяють три основні групи взаємопов'язаних цілей: 1) освітня – формування у студентів наукових знань, спеціальних й загально навчальних умінь і навичок; 2) розвивальна – розвиток мовлення, мислення, пам'яті, творчих здібностей, рухової та сенсорних систем; 3) виховна – формування світогляду, моралі, естетичної культури тощо [186, 229].

На думку Г. О. Атанова, цілі навчання для конкретної дисципліни повинні задаватися характером майбутньої професійної діяльності, тобто цілями більш високого порядку [9].

Запровадження ММС у навчальний процес впливає на всі компоненти методичної системи навчання вищої математики, зокрема на рівні цілей навчання – з'являється мета навчання вищої математики як логічного продовження шкільних курсів математики та інформатики і необхідної основи фахових дисциплін; навчання навичкам комп'ютерного моделювання математичних об'єктів як сучасного засобу досліджень тощо.

Отже, *метою навчання* курсу вищої математики з використанням ММС у системі підготовки фахівців з економіки є опанування математичним апаратом, необхідним для вироблення навичок розв'язання теоретичних та практичних задач з економіки, математичного моделювання прикладних задач; здобуття необхідної математичної підготовки для вивчення інших дисциплін математичного циклу (теорії ймовірностей, статистики, економетрії, економіко-математичного моделювання тощо); формування умінь самостійної навчально-пізнавальної діяльності з математики.

Предметом дисципліни є фундаментальні положення лінійної та векторної алгебри, аналітичної геометрії та математичного аналізу.

Курс базується на знаннях, одержаних при вивченні шкільного курсу математики (алгебри та початків математичного аналізу, планіметрії, стереометрії) та інформатики.

Завданнями навчання дисципліни «Вища математика» є:

1) ознайомлення студентів з основами загального математичного апарату, призначеного для розв'язування теоретичних та практичних задач економіки;

2) вироблення навичок математичного дослідження прикладних задач, зокрема побудови економіко-математичних моделей;

3) формування умінь самостійно вивчати літературу з математики та її прикладних питань;

4) здобуття необхідної математичної підготовки та знань для вивчення інших дисциплін математичного циклу та деяких дисциплін за фахом;

5) формування необхідного рівня математичної культури;

6) підвищення рівня інформаційної культури студентів та їх інформаційно-комп'ютерної підготовки шляхом широкого використання ММС у навчальному процесі та науково-дослідній роботі.

У результаті вивчення даної дисципліни студент повинен

знати:

– основні означення, теореми, правила і факти лінійної та векторної алгебри, аналітичної геометрії, теорії границь, неперервних функцій, диференціального та інтегрального числення функції однієї та багатьох змінних, теорії рядів;

– математичний апарат, що надає можливість ефективно вирішувати фінансові, економічні та управлінські задачі;

– основні галузі застосування понять та фактів, що вивчаються.

вміти:

– досліджувати функції однієї та багатьох змінних на неперервність, монотонність, диференційованість, інтегрованість та ін.;

– знаходити похідні та інтеграли;

– досліджувати основні властивості послідовностей та рядів;

– розв'язувати задачі лінійної та векторної алгебри, аналітичної геометрії;

– застосовувати теоретичні знання для розв’язування конкретних економічних задач;

– користуватися методами вищої математики при вивченні загальнонаукових та спеціальних дисциплін;

– будувати та досліджувати економіко-математичних моделі у ММС;

– розв’язувати фінансові, економічні та управлінські задачі засобами ІКТ.

Відповідно до поставленої мети переглядається і зміст навчання.

Обговорюючи питання *змістового компоненту* методичної системи навчання, дамо визначення цьому поняттю згідно законодавчих документів.

Зміст навчання у широкому розумінні – структура, зміст і обсяг навчальної інформації, засвоєння якої забезпечує особі можливість здобуття вищої освіти і певної кваліфікації [55].

Зміст навчання на рівні певної навчальної дисципліни – обумовлена цілями та потребами суспільства система знань, умінь і навичок, професійних, світоглядних і громадянських якостей, що має бути сформована в процесі навчання з урахуванням перспектив розвитку суспільства, науки, техніки, технологій, культури та мистецтва [55].

І. Я. Лернер зазначає, що зміст навчання є об’єктом, наповнення якого залежить від міри усвідомлення його складу, від рівня розвитку педагогічної науки [93].

На думку Л. Д. Кудрявцева, основним змістом математичних курсів повинні стати не реальні явища, а абстрактні логічні об’єкти (математичні структури), в яких описано ряд відношень між їх елементами. Математичні структури можуть бути виражені за допомогою математичних моделей реальних явищ. Проте математичні курси у вищих навчальних закладах повинні в першу чергу вивчати математичні структури, що моделюють ті чи інші реальні явища (як, наприклад, похідна, що моделює швидкість зміни деякого математичного об’єкта чи процесу відносно часу або іншого фактору), а математичні структури, які не є безпосередньою моделлю реального явища, лише оскільки, постільки вони є зручним математичним апаратом для вивчення математичних моделей реальних явищ. При цьому зміст загального курсу математики не можна визначати з чисто прагматичної точки зору, ґрунтуючись лише на майбутній спеціальності студента, без урахування внутрішньої логіки самої математики [85].

Модернізація змісту математичної освіти повинна пов'язуватися з тими завданнями, які має виконувати вища математична освіта: спрямованість на практичні застосування математичних дисциплін, урахування останніх наукових досягнень у математиці та її застосуваннях. При цьому, як зазначає Ю. В. Триус, необхідно зберігати паритет між теоретичною складовою математичної освіти, яка сприяє розвитку логічного мислення, інтелектуальних здібностей студентів, і її практичною складовою [186].

Зміни у змісті вищої математичної освіти обумовлюються, зокрема, вимогами інформаційного суспільства, які необхідно задовольнити при підготовці фахівців з вищою освітою.

Застосування ІКТ у навчальному процесі впливає на зміст навчання та проявляється у розширенні теоретичних основ курсу математики, поглибленні міжпредметних зв'язків, використанні прикладних задач, зміні системи оцінювання та контролю знань.

Для визначення змісту курсу вищої математики було враховано основні дидактичні принципи: відповідності цілям математичної освіти та педагогічної обґрунтованості обсягу навчального матеріалу, науковості і посильної складності, фундаментальності і системності, послідовності і систематичності навчання, наочності змісту і діяльності, активності і самостійності, свідомості, ґрунтовності, індивідуалізації та диференціації навчання та ін.

Зміст навчання представлений у вигляді змістових модулів. Змістовий модуль – система навчальних елементів, що поєднані за ознакою відповідності певному навчальному об'єкту. Основними змістовими модулями розробленого курсу є: «Елементи лінійної алгебри», «Елементи векторної алгебри», «Елементи аналітичної геометрії», «Вступ до математичного аналізу», «Диференціальне числення функції однієї змінної», «Інтегральне числення функції однієї змінної», «Диференціальне числення функції багатьох змінних», «Диференціальні рівняння», «Ряди». Слід зазначити, що обчислювальні можливості ММС надають можливість розширити змістову складову дисципліни «Математика для економістів» професійно-орієнтованими задачами.

Окрім цільового та змістового компонентів, методична система навчання містить ще технологічний, до складу якого входять: форми організації, методи та засоби навчання.

Виділяють традиційні й комп'ютерно-орієнтовані методи, засоби та форми організації навчання у ВНЗ (табл. 2.1) [186]. Педагогічно виважене поєднання традиційних та комп'ютерно-орієнтованих методів, засобів та форм організації навчання забезпечує ефективне функціонування методичної системи навчання [49].

З метою визначення особливостей технології навчання у ММС «Вища математика» розглянемо докладно технологічні компоненти традиційної та комп'ютерно-орієнтованої методичних систем навчання вищої математики у ВНЗ.

Форма організації навчання – це обмежена в просторі та часі взаємообумовлена діяльність викладача та студента [88, 247].

У вищий школі функціонують різноманітні форми організації навчання. З. І. Слєпкань пропонує розділити їх на дві основні групи за своїм функціональним призначенням:

1) форми організації засвоєння знань, формування навичок та вмінь і пошуку нових знань: лекції, семінарські, практичні, лабораторні заняття, консультації, екскурсії, експедиції, навчальні конференції, самостійна науково-дослідна робота студентів, навчальні та виробничі практики, курсові, дипломні роботи (проекти) тощо;

2) форми організації контролю знань, навичок і вмінь: колоквіум, залік, контрольна робота, екзамен (курсовий, державний), захист курсових і дипло-

мних робіт, рубіжний контроль тощо [152, 89].

Таблиця 2.1

Традиційні й комп'ютерно-орієнтовані методи, засоби і форми організації навчання у ВНЗ (за Ю. В. Триусом)

Компоненти технології навчання	**Традиційні**	**Комп'ютерно-орієнтовані**
Засоби навчання	Наочні та технічні засоби навчання; підручники й посібники; дидактичні матеріали; довідкова та інша навчально-методична предметна література	**Апаратне забезпечення:** – комп'ютер; – засоби телекомунікацій; **програмне забезпечення**: – операційні системи; – текстові й графічні редактори; – табличні процесори; – системи управління базами даних; – експертні системи; – педагогічні програмні засоби; – проблемно-орієнтовані програми, електронні підручники та ін.
Методи навчання (за джерелом здобуття знань)	**Вербальні методи навчання**	
	Лекція; розповідь; пояснення; бесіда; робота з підручником, довідковою, науково-популярною та навчальною літературою	Робота з електронними підручниками, довідковим матеріалом комп'ютерних програм; робота з відомостями, що отримуються через глобальну мережу Internet
	Наочні методи навчання	
	Демонстраційний експеримент; самостійне спостереження	Робота з навчаючими та навчально-контролюючими програмами
	Практичні методи навчання	
	Виконання лабораторних робіт; виконання практикумів; розв'язування доцільно дібраних задач	Дослідницька робота у комп'ютерних лабораторіях; обчислювальні експерименти; телекомунікаційні проекти
Форми організації навчання	Лекції, практичні заняття, семінари, лабораторні роботи, навчальні дискусії, самостійна позааудито-	Комп'ютерно-орієнтовані лекції, семінари, практичні і лабораторні заняття, контрольні роботи тощо; комп'ютерно-орієнтована науково-дослідна робота;

	рна робота, індивідуальна або групова науково-дослідна робота, поточні та підсумкові форми контролю: – контрольні роботи, – тестування, – колоквіуми, – модульний контроль, – заліки, екзамени	комп’ютерне тестування; дистанційні форми: – трансляція; – чат (текстовий, графічний); – відео- і телеконференції, – інтерактивні форми проведення лекцій, семінарів, практичних й лабораторних занять, навчальних дискусій та ін.; – комп’ютерно-орієнтовані екзамени й заліки

Враховуючи характеристики особливостей комунікативної взаємодії як між викладачем та студентами, так і між самими студентами, серед загальних форм організації навчання розглядають фронтальні, колективні, групові, парні, індивідуальні, а також зі змінним складом студентів [195].

Фронтальне навчання застосовується при роботі всіх студентів над одним і тим самим змістом або при засвоєнні одного й того самого виду діяльності та передбачає роботу викладача з усією групою (потоком, підгрупою) в єдиному темпі, із спільними завданнями. Ця форма організації навчання широко використовується на практичних та лабораторних заняттях на початку вивчення предмету (теми) при реалізації словесного, наочного й практичного методів, а також у процесі контролю знань [146, 201].

Колективна форма навчання відрізняється від фронтальної тим, що студентська група розглядаються як цілісний колектив зі своїми лідерами й особливостями взаємодії.

У групових формах навчання студенти працюють у групах, створюваних на різній основі й на різний термін. При навчанні в складі групи в ній виникає інтенсивний обмін різноманітними повідомленнями, тому групові форми ефективні в групах з учасниками різного рівня підготовки й мотивації.

У парному навчанні основна взаємодія відбувається між двома студентами, котрі можуть обговорювати завдання, здійснювати взаємонавчання або взаємоконтроль.

Індивідуальна форма навчання передбачає взаємодію викладача з одним студентом. Особливого поширення ця форма набуває у розподіленій освіті [195].

Застосування ІКТ сприяє інтеграції кращих сторін індивідуальної та фронтальної форм навчання – так, за рахунок тиражування ППЗ, навчальних курсів, використання ресурсів Інтернет зберігається й перевага фронтальних форм: можливість вчитися у кращих викладачів, використовувати різні джерела навчальних матеріалів [15]. Це допомагає реалізувати одне з найважливіших завдань викладача вищої школи – формування професійних компетентностей.

Зовнішні форми організації навчання вищої математики позначають певний вид заняття: лекція, практичне заняття, самостійна робота, консультації, екзамен, предметні гуртки, студентські наукові співтовариства й т.д.

Лекція – усне систематичне та послідовне подання матеріалу з певної проблеми, методу, теми, питання й т.д. Лекція займає особливе місце у навчальному процесі. Від якості лекції значно залежить і якість навчання в цілому. Зміст лекції повинен відповідати високим вимогам як у науковому так і в методичному плані і достатньо повно висвітлювати необхідний програмний матеріал. У вищій школі ця форма є основною в процесі навчання і має два змісти: це і форма, і метод. Лекція завжди фронтальна.

До недоліків лекції можна віднести:

– лекція привчає до пасивного сприймання чужих думок, сповільнює самостійне мислення;

– деякі студенти встигають осмислити слова лектора, а деякі – механічно записати ці слова;

– лекція зменшує потяг до самостійного здобування знань.

Класифікуючи лекцію за цілями, розглядають *вступну, інформаційну, оглядову, оглядово-повторювальну* лекції; за формами – *проблемну, лекцію-прес-конференцію, лекцію-візуалізацію, лекцію з запланованими помилками* тощо.

Впровадження ММС у навчальний процес з вищої математики для студентів економічних спеціальностей здійснюється здебільшого через комп'ютерно-орієнтовану лекцію.

Комп'ютерно-орієнтована лекція – систематичне, послідовне і логічне подання проблемних ситуацій з розділів конкретної науки із використанням відео і комп'ютерної техніки для демонстрації малюнків, графіків, динамічних зображень і ін. Проводиться в аудиторії, оснащеній комп'ютерами, з'єднаними між собою в локальну мережу навчального призначення. Комп'ютерно-орієнтована лекція проходить у два етапи. На першому етапі лектор усно подає один з розділів навчального матеріалу; при цьому на комп'ютери студентів виводиться супровідний навчальний матеріал, ілюстрації, графіки, динамічні зображення і т.п. Лектор задає темп подання матеріалу, однаковий для всієї аудиторії. На другому етапі на комп'ютери студентів виводиться план лекції, основні поняття, логічна структура і основний зміст навчального матеріалу. Студент має можливість поставити запитання лекторові в усній формі або використовувати свій комп'ютер для передавання повідомлення-питання на центральний комп'ютер. Діалогова форма взаємодії активізує увагу і дозволяє уникнути монотонності подання навчального матеріалу. Задачі комп'ютерно-орієнтованої лекції: сформувати у студентів системне уявлення про дисципліну, що вивчається; вказати основні, найбільш істотні моменти досліджуваної теми; спонукати студентів до подальшого самостійного вивчення питань, що розглядаються. В основі комп'ютерно-орієнтованої лекції лежить план лекції – чітке формулювання теми і мети, запису найбільш складних доведень, заздалегідь намічений план розкриття теми, логіка переходу від одного питання до іншого, який подається, як правило, у вигляді презентації [186].

Серед комп'ютерно-орієнтованих лекцій особливе місце займає мультимедійна лекція.

Мультимедійна лекція передбачає демонстрацію навчального матеріалу на великому екрані в супроводі лектора і, зазвичай, містить: найменування розділів досліджуваної теми і основні тези; рухомий і нерухомий ілюстративний матеріал (у тому числі – екранні копії, схеми, динамічні комп'ютерні моделі тощо); звукові компоненти відеофрагментів та інші джерела звуку.

Підвищення ефективності навчального процесу за такої форми його організації можна очікувати за рахунок наступних елементів:

– значного підвищення наочності;

– обсяг демонстраційного матеріалу значно розширюється за рахунок відомостей, що можуть бути отримані з різних інформаційних джерел і відтворена на екрані у форматі, який бачать всі студенти;

– зменшується або зовсім не витрачається час на виписування тез, формул і схем на дошці;

– якість графічного образотворчого матеріалу, що демонструється на екрані, в декілька разів перевищує якість схем і малюнків, записуваних крейдою;

– викладач не повертається час від часу до дошки і, таким чином, не втрачає контакт із аудиторією тощо [173].

Для вивчення основних теоретичних положень курсу, що пропонується, передбачено інформаційні та мультимедійні лекційні заняття, на яких висвітлюються основні теоретичні положення курсу, алгоритми розв'язування навчальних завдань тощо. В ММС «Вища математика» наявні робочі аркуші з електронними лекціями, з яких, при необхідності, студенти можуть одержати роздруківку конспекту лекції. При цьому, як відзначає О. І. Бочкін, оптимальна форма конспекту передбачає наявність у лівій частині сторінки тезисно поданих основних моментів, а праворуч – місце для коментарів [15]. Досягти такої форми можна вибором параметрів друку Web-сторінки, що містить конспект лекцій з обраного модуля. Комп'ютерно-орієнтований характер змісту конспекту лекцій підкреслюється включеннями до нього фрагментів коду, виконуваного у ММС, з результатами його виконання.

Вивчення матеріалу на лекціях доцільно організовувати таким чином, щоб залучити студентів до активної навчальної діяльності. З цією метою від студентів вимагається ретельна теоретична підготовка до кожної лекції з вказаної теми. Для цього студентам пропонується самостійно опрацювати основні означення, правила, алгоритми, теореми, а також (де це можливо) скласти узагальнюючі схеми, розробити алгоритми розв'язування певних навчальних завдань. Безпосередньо на занятті викладач зупиняється на поясненні та ілюстрації необхідних теоретичних положень за допомогою таких програмних засобів ММС «Вища математика», як лекційні демонстрації та динамічні моделі. Таким чином, викладач не витрачає час на диктовку лекції, що сприяє економії навчального часу, який доцільно витратити на пояснення економічного змісту теоретичних понять, прикладів розв'язування вправ і задач з економічним змістом, забезпечивши тим самим професійну спрямованість курсу.

Важливу роль у навчанні студентів вищої математики відіграють практичні заняття.

Практичне заняття – вид навчального заняття, на якому викладач організовує детальний розгляд студентами окремих теоретичних положень навчальної дисципліни та формує вміння і навички їх практичного застосування шляхом індивідуального виконання студентами відповідно до сформульованих завдань [13]. Основна дидактична мета практичного заняття – розширення, поглиблення й деталізація наукових знань, отриманих студентами на лекціях та в процесі самостійної роботи і спрямованих на підвищення рівня засвоєння навчального матеріалу, прищеплення умінь і навичок, розвиток наукового мислення та усного мовлення студентів. Вимоги до практичних занять: чітко визначені мета і план заняття, що разом з переліком літератури, заздалегідь доводиться до відома студентів; оптимальна динаміка заняття; поступове зростання складності виконуваних завдань; оптимальне співвідношення репродуктивних і творчих завдань. Доступ до ММС «Вища математика» на практичних заняттях може бути забезпечений через студентські мобільні пристрої з роздільною здатністю HVGA та вище, наприклад, смартфони чи планшети.

Комп'ютерно-орієнтоване практичне заняття – вид навчальної діяльності, пов'язаний із набуттям студентами практичних навичок у відповідній галузі знань з використанням комп'ютера. Будується на поєднанні традиційних і комп'ютерних форм навчання та контролю знань і орієнтовано на розв'язування задач, що забезпечують наступність між практичними, лабораторними і лекційними заняттями на основі внутрішніх і міждисциплінарних логічних зв'язків. Виділяють дві основних форми проведення комп'ютерно-орієнтованого практичного заняття: за схемою «питання – відповідь» і на основі методів ситуаційного навчання. У другому варіанті студентам пропонуються проблемні ситуації, для вирішення яких використовується колективний підхід у формі ділової гри, що максимально сприяє розвиткові самостійного мислення й умінню відстоювати свою думку при вирішенні науково-технічних задач. Діалогова форма роботи групи стимулює студентів до активної участі в колективному мисленні, сприяє систематизації знань. При цьому для розв'язування задач, які потребують комп'ютерного моделювання певних процесів, складних обчислень, використовується відповідне проблемно-орієнтоване програмне забезпечення, зокрема, системи комп'ютерної математики. Наприкінці практичного заняття за допомогою автоматизованої навчальної системи проводиться контроль за результатами розв'язання індивідуальних завдань [186].

За відсутності Інтернет-доступу до серверу ММС він може бути налаштований на будь-якому комп'ютері в локальній мережі із застосуванням спеціальної версії Web-,WAP-, Wiki-, та XML-RPC-серверів ММMC «Вища математика», налаштованих у середовищі віртуальної машини під управлінням операційної системи Linux.

Якщо лекції були переважно присвячені розгляду теоретичних основ та методів розв'язання задач з курсу вищої математики, то на практичних заняттях курсу, що пропонується, перевага віддається виробленню умінь та навичок розв'язування навчальних завдань. У п. 1.2 зазначено, що розв'язування вправ і задач професійної спрямованості, а також вправ міжпредметного характеру сприяє активізації навчальної діяльності студентів як на лекціях, так і на практичних заняттях. Такі задачі будуть зустрічатися у майбутній професійній діяльності й у суміжних предметах [152, 92]; при цьому розв'язання таких задач проводиться на комп'ютерно-орієнтованих практичних заняття, що передбачають автоматичне виконання необхідних розрахунків, тим самим надаючи можливість більш детально зупинитися на особливостях побудови та реалізації відповідної математичної моделі, інтерпретації отриманих результатів тощо.

Додаткові (консультаційні) форми організації навчання розраховані на окремих студентів або групу з метою заповнення пробілів у знаннях, вироблення вмінь і навичок, задоволення підвищеного інтересу до навчального предмета [118]. Так, на консультаціях можуть бути роз'яснені окремі питання, організоване повторне пояснення теми і т.п.

Для задоволення пізнавального інтересу та поглибленого вивчення предмета з окремими студентами проводяться заняття, на яких розв'язуються завдання підвищеної складності, обговорюються наукові проблеми, що виходять за межі програми, надаються рекомендації із самостійного опанування проблем, що цікавлять студентів.

Розрізняють *поточні, тематичні й узагальнюючі* (наприклад, при підготовці до екзаменів, заліків, модульного контролю і т.п.) консультації. Консультації найчастіше є груповими (від 5 студентів), що, однак, не виключає й індивідуальних консультацій.

Залучення до навчального процесу ІКТ надає можливість організувати *дистанційні* консультації у формі електронного листування, чату чи форуму, аудіо-, відео-конференції тощо.

Їх запровадження надає можливість:

– будь-якому студенту отримувати консультацію у зручний для нього час;

– надати процесу консультування публічності через розміщення питань та відповідей на спеціалізованому форумі;

– як наслідок, – підвищити ефективність консультування шляхом уникнення однотипних питань;

– накопичувати банк типових питань та відповідей на них, доступних різним поколінням студентів;

– оперативно доводити до відома студентів завдання контрольних та практичних робіт, робити оголошення тощо.

Додатковими перевагами запропонованої форми консультування є її *прозорість, сучасність та відповідність вимогам Болонського процесу*.

Для впровадження дистанційної форми консультування необхідними є наступні першочергові заходи:

– створення та розміщення у мережі Інтернет консультаційного пункту у вигляді форуму з розділами, що ведуться окремими викладачами;

– розробка та затвердження положення про дистанційне консультування студентів;

– забезпечення студентів та викладачів засобами мережі Інтернет для проведення дистанційного консультування.

Самостійна робота студентів завершує завдання всіх інших видів навчальної роботи, вона не лише формує навички і уміння самостійного здобування знань, що важливо для здійснення неперервної освіти протягом всієї майбутньої трудової діяльності, а й має важливе виховне значення, оскільки формує пізнавальну самостійність. Докладну характеристику самостійної роботи студентів як форми навчальної діяльності подано у п. 1.1.

Комп'ютерно-орієнтована самостійна робота надає можливість ефективної організації позааудиторної роботи студентів через залучення програмних засобів, що надають можливість здійснювати самоконтроль та самокорекцію навчальної діяльності, відпрацьовувати необхідні навички та вміння тощо. З цією метою у ММС «Вища математика» передбачені програми-тренажери та навчально-експертні системи з основних типів навчальних завдань кожного модуля. Крім того, для ефективної організації самостійної позааудиторної роботи всі індивідуальні домашні (завдання з прикладами розв'язання) розміщені на відповідному сайті, що надає можливість отримати навчальні матеріали у будь-який час.

Самостійна робота студентів тісно пов'язана з науково-дослідною, головними завданнями якої є:

– опанування студентами науковим методом пізнання, поглиблення та творче засвоєння навчального матеріалу;

– формування у студентів навчально-дослідницьких навичок і вмінь;

– розвиток навичок дослідної роботи, аналіз літературних та інших джерел знань;

– розвиток творчого мислення у вирішенні практичних питань;

– розширення теоретичного кругозору та наукової ерудиції майбутнього спеціаліста.

До форм науково-дослідної роботи студентів, що не є інтегровані в навчальний процес, відносяться робота в студентських наукових гуртках, проблемних групах при кафедрах; студентському науковому товаристві факультету та університету; індивідуальна робота з викладачами тощо. Результати науково-дослідної роботи висвітлюються в таких організаційно-масових заходах, як конкурси наукових робіт студентів, предметні олімпіади та олімпіади зі спеціальностей, наукові конференції та семінари, виставки наукової та науково-технічної творчості студентів тощо.

Завданням, що викликає найбільшу увагу студентів при індивідуальній роботі з викладачем та у студентському науковому гуртку, є поліпшення якості методичного забезпечення ММС через вдосконалення лекційних демонстрацій, побудову баз знань навчальних експертних систем тощо. Так, на різних етапах дослідження до такої роботи залучались студенти спеціальностей «Математика та основи інформатики», «Інформатика» Криворізького державного педагогічного університету. Результати студентської науково-дослідної роботи із вдосконалення та розробки нових складових ММС відображені у публікаціях та використовуються у процесі написання курсових, конкурсних та кваліфікаційних робіт.

Другим компонентом технологічної підсистеми розглядуваної методичної системи є *методи навчання*.

Методи навчання (гр. *methodos* – шлях пізнання, спосіб знаходження істини) – це впорядковані способи взаємопов'язаної, цілеспрямованої діяльності педагога й студентів, спрямовані на ефективне розв'язання навчально-виховних завдань [88, 251].

Методи навчання «… є категорією історичною, … вони змінюються зі зміною цілей та змісту навчання» [91, 86]

У дидактиці вищої школи існують різні трактування цього поняття.

В. Ю. Биков, Ю. І. Машбиць, М. Л. Смульсон, М. І. Жалдак та інші автори посібника [117] підходять до навчання як до управління навчальною діяльністю і розглядають метод навчання як спосіб управління та істотну детермінанту навчальної діяльності, що реалізується у системі навчальних впливів, у способі включення студентів у процес відтворення педагогом фрагменту навчальної діяльності, у «полі самостійності» студентів (характеризується відхиленням від нормативного способу розв'язання навчальних задач, при яких учням не надається допомога), у формах організації навчання і у модальності обміну інформацією між студентом і викладачем. А. М. Алексюк також визначає метод навчання як спосіб організації і управління з боку викладача пізнавальною діяльністю студентів [3, 46].

Р. А. Нізамов зазначає, що навчання не можна редукувати до управління. Воно включає в себе такі функціональні види діяльності:

а) викладача – організацію діяльності студентів із засвоєння знань, формування навичок і вмінь; виклад сутності наукових знань, складних теоретичних положень; контроль знань і вмінь; стимулювання пізнавальної діяльності студентів;

б) студента – засвоєння знань; формування вмінь; добування нових знань [115, 124].

З. І. Слєпкань під методом навчання розуміє способи роботи викладача і студентів, за допомогою яких досягається оволодіння знаннями, навичками й уміннями, формується світогляд студентів, розвиваються їхні здібності [151, 105].

За методом навчання визначається, що і як саме студенти повинні робити з навчальним матеріалом, які властивості і зв'язки між об'єктами необхідно розкривати. Метод навчання є центральною ланкою детермінації процесу навчання зовнішніми обставинами.

Поряд з поняттям «метод навчання» у теорії й педагогічній практиці використаються поняття «прийом навчання», «методичний прийом». Прийнято вважати, що метод як спосіб діяльності складається із прийомів або окремих дій, спрямованих на розв'язування педагогічних завдань.

У методах навчання можна виділити змістову і формальну сторони. Змістова сторона включає такі компоненти:

1) зміст, різні моделі, аналогії, алгоритми, використання яких дає змогу засвоїти сутність навчальних предметів;

2) розумові, передусім мисленнєві, дії, потрібні для засвоєння змісту навчальних предметів і додаткового змісту (загальнологічні дії, а також дії, через які розкриваються принципи побудови навчального матеріалу тощо);

3) співвідношення між цілями навчання, з одного боку, та прямими і непрямими його продуктами, з іншого.

Формальна сторона методів навчання характеризується співвідношенням активності викладача та студентів, характером поєднання колективних та індивідуальних форм навчальної роботи, співвідношенням зорових та слухових форм подання навчального матеріалу, кількість і складність завдань, які стоять перед студентами, мірою допомоги, що надається їм тощо. При цьому діяльність викладача, з одного боку, обумовлена метою навчання, закономірностями засвоєння й характером навчальної діяльності студентів, а з іншого боку – вона сама обумовлює діяльність студентів, реалізацію закономірностей засвоєння й розвитку.

Оскільки *загальні методи навчання* численні й мають багато характеристик, у науковій літературі їх класифікують за кількома напрямами:

1. *За характером взаємної діяльності викладача та студентів* – система загально-дидактичних методів навчання І. Я. Лернера та М. М. Скаткіна [37]: репродуктивний метод, пояснювально-ілюстративний метод, метод проблемного подання навчального матеріалу, частково-пошуковий метод, дослідницький метод.

2. *За основними компонентами діяльності викладача* – система методів Ю. К. Бабанського [10], що включає три великі групи методів навчання: а) методи організації й здійснення навчальної діяльності (словесні, наочні, практичні репродуктивні й проблемні, індуктивні й дедуктивні, самостійної роботи та роботи під керівництвом викладача); б) методи стимулювання й мотивації навчання (методи формування інтересу: пізнавальні ігри, аналіз життєвих ситуацій, створення ситуацій успіху; методи формування обов'язковості й відповідальності в навчанні: роз'яснення суспільної й особистісної значимості навчання, пред'явлення педагогічних вимог); в) методи контролю й самоконтролю (усний і письмовий контроль, лабораторні й практичні роботи, машинний і безмашинний програмований контроль, фронтальний і диференційований, поточний і підсумковий).

Частково-дидактичні методи навчання можна класифікувати:

– за особливостями подання та характером сприймання матеріалу – система традиційних методів: словесні методи (розповідь, бесіда, лекція та ін.); наочні (показ, демонстрація та ін.); практичні (лабораторні роботи, твори та ін.);

– за ступенем взаємодії викладача та студентів: подання матеріалу, бесіда, самостійна робота;

– в залежності від конкретних дидактичних завдань: підготовка до сприймання, пояснення, закріплення матеріалу й т.д.;

– за принципом розчленовування або з'єднання знань: аналітичний, синтетичний, порівняльний, узагальнюючий, класифікаційний;

– за характером руху думки від незнання до знання: індуктивний, дедуктивний [145].

Кожен метод викладання складається із сукупності прийомів: виділення головного, порівняння, доведення, складання плану, опорного конспекту тощо.

У процесі навчання вищої математики *лекція* виступає і як форма організації навчальної діяльності, і як метод навчання. Характерною особливістю лекції як методу навчання є те, що в ній систематично та послідовно викладається великий за обсягом навчальний матеріал, зміст наукових проблем. Р. А. Нізамов показав, що найбільше активізує пізнавальну діяльність студентів проблемна лекція та її різновиди: лекція проблемного викладу, лекція проблемного засвоєння та комбінована лекція [115].

Наявність у студентів навчального посібника, що містить лекційний матеріал або електронного підручника, надає можливість приділити більше навчального часу лекціям-семінарам, що містять у собі елементи бесіди та лекції проблемного засвоєння. Такий тип лекції є найбільш ефективним для активізації навчальної діяльності студентів, проте можливий лише за умови попереднього ознайомлення студентів із навчальним матеріалом за посібником з курсу. Реалізація цієї умови у ММС досягається за допомогою кейс-технології: при реєстрації нового користувача на сервері ММС його віртуальний блокнот наповнюється робочими аркушами з усіх змістових модулів курсу вищої математики.

Пояснення – найчастіше використовуваний нами метод. Це детальне, доступне тлумачення окремих понять, методів, змісту та елементів роботи на лабораторних та практичних заняттях.

Евристична бесіда – це метод запитання-відповідей, який активізує мислення студентів та процес пізнання в цілому і може бути використаний як елемент лекції-семінару, на колоквіумах, заліку, екзамені, під час індивідуального консультування студентів, що виконують творчі, конкурсні, курсові та інші види робіт. Найбільш повний аналіз дидактичних можливостей цього методу навчання наведено у монографії М. З. Грузмана [32]. У ММС «Вища математика» даний метод реалізовано у навчальних експертних системах.

До методів учіння, що найбільше впливають на розвиток пізнавальної активності студентів, відносяться *моделювання* та *обчислювальний експеримент*, що найчастіше застосовуються разом. Особливістю методу моделювання в курсі вищої математики є те, що він виступає не лише як метод навчання, а й як зміст та засіб навчання. Даний метод найбільш широко підтриманий засобами методичного забезпечення та обчислювального ядра ММС.

При виборі та поєднанні методів навчання необхідно керуватися наступними *критеріями*:

– відповідність цілям і завданням навчання, виховання й розвитку;

– відповідність змісту досліджуваного матеріалу (складність, новизна, характер, можливість наочного подання матеріалу);

– відповідність реальним навчальним можливостям студентів: рівню підготовленості (навченості, розвиненості, вихованості, ступінь володіння інформаційними й комунікаційними технологіями), особливостям групи;

– відповідність наявним технічним умовам та відведеному для навчання часу;

– відповідність ергономічним умовам (час за розкладом, наповнюваність аудиторії, тривалість роботи за комп'ютером і т.д.);

– відповідність індивідуальним особливостям і можливостям самих викладачів (риси характеру, рівень володіння тим чи іншим методом, стосунки з групою, попередній досвід, рівень психолого-педагогічної, методичної та інформаційно-технологічної підготовки) [146].

Засоби навчання – матеріальні й ідеальні об'єкти, що використовуються в освітньому процесі як носії відомостей (інформаційних ресурсів) та інструменти діяльності вчителя (викладача) й учнів (студентів), що застосовуються ними як окремо, так і спільно [186, 230].

До засобів навчання належать: природне і соціальне оточення, обладнання, підручники, книги, наукові видання, комп'ютери і комп'ютерні мережі з відповідним програмним забезпеченням та інформаційними ресурсами, зокрема електронні підручники, довідники, енциклопедії, електронні бібліотеки.

Існують різні класифікації засобів навчання. Одна з них – класифікація за дидактичною функцією [113, 158]:

– інформаційні засоби (підручники, навчальні посібники та ін.);

– дидактичні засоби (таблиці, плакати, відеофільми, програмні засоби навчального призначення, демонстраційні приклади та ін.);

– технічні засоби навчання (аудіовізуальні засоби, комп'ютери, засоби телекомунікації, системи мультимедіа, віртуальна реальність та ін.).

Людська пам'ять найбільш ефективно зберігає інформацію при сполученні роботи зорового і слухового каналів її одержання, тому особливе місце серед технічних засобів навчання посідають системи мультимедіа.

Мультимедіа являє собою засіб, за допомогою якого реалізуються ідеї інтенсифікації навчання, спрямовані на пошук максимально ефективних методів і засобів навчання, адекватних його цілям і змісту; інтеграції педагогічної науки, практики; цілісності і безперервності педагогічного процесу.

На думку Ю. В. Грицука, застосування засобів мультимедіа у навчальному процесі дозволяють найефективніше реалізувати принцип: «те, що студент повинен засвоїти, він повинен побачити» [31, 103].

Дидактичне призначення використовуваних програмних засобів може бути різним: опанування нового матеріалу (наприклад, за допомогою програми навчального призначення), закріплення нового матеріалу (наприклад, за допомогою програми-тренажера), перевірка рівня засвоєння навчального матеріалу або операційних навичок (наприклад, за допомогою програм автоматизованого контролю або тестування).

ММС «Вища математика» інтегрує інформаційні, дидактичні та технічні засоби навчання в єдиному інформаційно-обчислювальному середовищі, використання якого надає можливість активізувати навчальну діяльність студентів економічних спеціальностей.

2.2. Методика побудови окремих компонентів мобільного математичного середовища «Вища математика»

Використання таких складових ММС, як лекційні демонстрації, динамічні моделі, тренажери та генератори навчальних завдань, передбачає багаторазове виконання обчислень для різних значень вхідних параметрів, тому при їх розробці доцільно використати візуальні елементи управління типу «поле для введення», «повзунок», «прапорець», «меню вибору», для створення яких використовують відповідні функції обчислювальної складової ММС – Web-СКМ Sage.

Визначення кожного елементу управління здійснюється мовою Python за допомогою декоратора `@interact`, після якого ключовим словом `def` оголошується сама функція та її ім'я `name`. Якщо `name` не використовується у подальших розрахунках, то використовують символ «_» – нижнє підкреслення, що позначає безіменну функцію. Потім, деякій змінній `a` присвоюємо результат виконання функції, що відповідає потрібному елементу управління. Для ілюстрації зовнішнього вигляду створених елементів управління необхідно використати функцію `show()`, що показує як сам елемент управління, так і поточне значення змінної `a`, що виводиться у полі графічних побудов. Детальний опис різних функцій для програмування елементів управління подано у таблиці 2.2.

Таблиця 2. 2

Відомості щодо створення елементів управління

«Повзунок 1»
Функція: `slider(vmin,vmax,step_size,default,label,display_value)`, `vmin` – основний параметр для задання мінімального значення; `vmax` – основний параметр для задання максимального значення;

`step_size` – додатковий параметр для задання кроку зміни числових значень;

`default` – додатковий параметр для задання значення за замовчуванням;

`label` – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента;

`display_value` – додатковий параметр логічного типу для регулювання виведенням на екран поточного значення.

Приклади:

```
@interact
def name(a = slider(1,9,1,default=4,label="α",)):
   show(a)
```

Значеннями «повзунка» можуть бути елементи списку різноманітної природи: `[1..100]` – цілі числа від 1 до 100; `[1, 'x', 'abc', 2/3]` – 4 елементи різної природи.

«Повзунок 2»

Функція: `range_slider(vmin,vmax,step_size,default,label]),`

`vmin` – основний параметр для задання мінімального значення;

`vmax` – основний параметр для задання максимального значення;

`step_size` – додатковий параметр для задання кроку зміни числових значень;

`default` – додатковий параметр для задання значень за замовчуванням у форматі (`value_left,value_right`);

`label` – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента.

Приклади:

```
@interact
def _(a = range_slider (1,10,1, default=(4,5),
label = 'Діапазон' )):
```

```
    show(a)
```

«Прапорець»

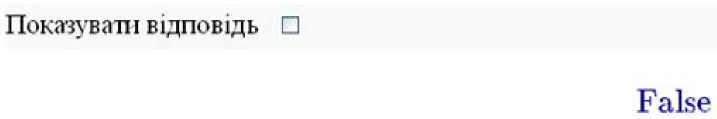
Функція: `checkbox(default,label)`,

`default` – основний параметр для задання стану «прапорця» за замовчуванням (приймає значення `false` або `true`);

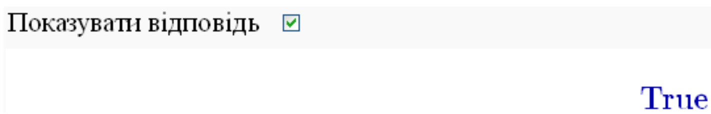
`label` – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента.

Приклади:

```
@interact
def _(a=checkbox(False,"Показувати відповідь")):
    show(a)
```




```
@interact
def _(a=checkbox(True,"Показувати відповідь")):
    show(a)
```



«Меню вибору»

Функція: `selector(values,label,default,nrows,ncols,width, buttons)`,

`values` – основний параметр для задання значення пунктів меню вибору, що можуть зазначатися переліком елементів – `[val1,val2,val3,...]` або діапазоном елементів – `[val_start..val_finish]`;

`label` – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента;

`default` – додатковий параметр для задання значень за замовчуванням;

`nrows` – додатковий параметр для задання кількості рядків у поданні пунктів меню вибору (при поданні пунктів меню вибору у вигляді кнопок);

`ncols` – додатковий параметр для задання кількості стовпчиків у поданні пунктів меню вибору (при поданні пунктів меню вибору у вигляді кнопок);

`width` – додатковий параметр для задання ширини кнопок (при поданні пунктів меню вибору у вигляді кнопок);

`buttons` – додатковий параметр логічного типу: при встановленому значенні `true` меню вибору подається у вигляді кнопок, при встановленому значенні `false` (за замовчуванням) – у вигляді списку, що розкривається.

Приклади:

```
@interact
def _(a=selector([1..5],"Виберіть значення", default=2,
buttons=false)):
    show(a)
```


```
@interact
def _(a=selector(['Приклад 1','Приклад 2', 'Приклад 3',
'Приклад 4', 'Приклад 5', 'Приклад 6'],label="",
default='Приклад 6', nrows=3, ncols=2, width=15 )):
    show(a)
```

«Поле для введення»

Функція: `input_box(default,label,type,width,kwargs)`,

`default` – основний параметр для задання значення, що повертається функцією за замовчуванням;

`label` – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента;

`type` – додатковий параметр для визначення типу даних, що вводяться;

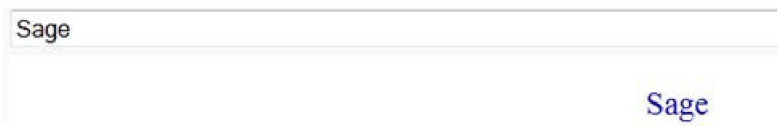
`width` – додатковий параметр для задання ширини поля;

`kwargs` – додатковий параметр для підключення одного з існуючих словників.

Приклади:

```
@interact
def _(a=input_box("2+89", 'Введіть значення',
width=10)):
    show(a)
```


```
@interact
def _(a=input_box('Sage', label="", type=str)):
    show(a)
```



«Комірки для введення»

Функція:

`input_grid(nrows,ncols,default,label,to_value=lambda x:x,width),`

`nrows` – основний параметр для задання кількості рядків;

`ncols` – основний параметр для задання кількості стовпчиків;

`default` – основний параметр для задання початкових значень у комірках;

`label` – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента;

`to_value=lambda x:x` – основний параметр для формування та виведення заданих даних у вигляді списку;

`width` – додатковий параметр для задання ширини комірок.

Приклади:

```
@interact
def _(a=input_grid(3,4,default=[1,2,3,4,5,6,7,8,9,
10,11,12], label='Матриця A', to_value=lambda x:x,
width=2)):
    show(a)
```

$$[[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12]]$$

«Поле вибору кольору»

Функція: `color_selector(default,label,widget,hide_box)`,

`default` – основний параметр для задання кольору у палітрі `(R,G,B)`;

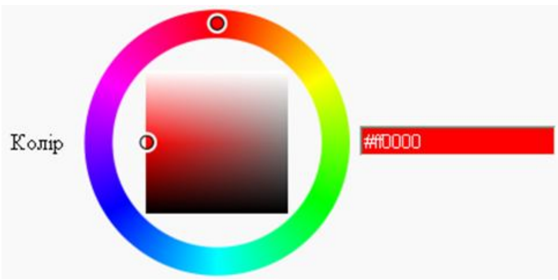
`label` – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента;

`widget` – основний параметр для задання вигляду діалогового вікна, за замовчуванням присвоюється значення `jpicker`, також може набувати значень `farbtastic` або `colorpicker`.

`hide_box` – основний параметр для відображення вікна вводу кольору у шістнадцятковому форматі, за замовчуванням присвоюється значення False.

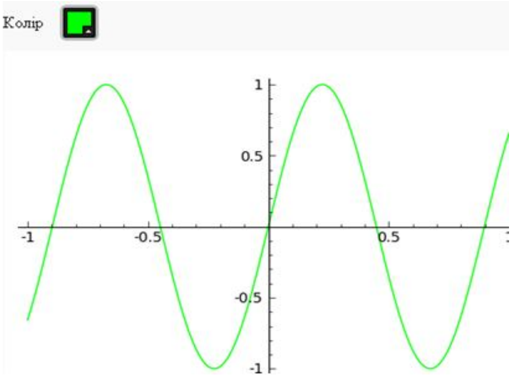
Приклади:

```
@interact
def _(c = color_selector((1,0,0), "Колір", widget=
'farbtastic', hide_box=False)):
    show(plot(sin(7*x), color = c))
```

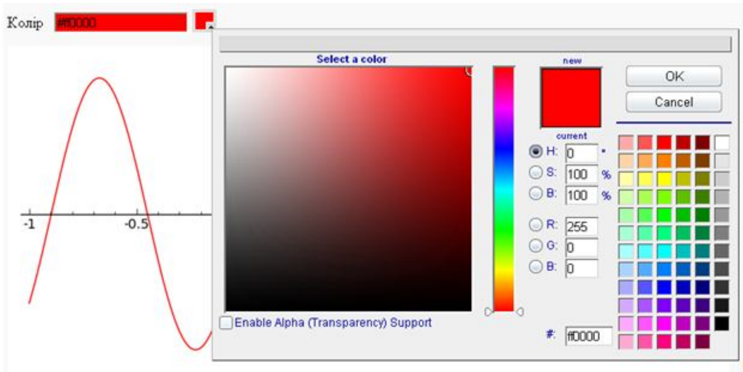



```
@interact
def _(c = color_selector ((0,1,0), "Колір", widget =
```

```
'colorpicker' ,hide_box=True)):
    show(plot(sin(7*x), color = c))
```




```
@interact
def _(c = color_selector((1,0,0), "Колір", widget=
'jpicker', hide_box=False)):
    show(plot(sin(7*x), color = c))
```



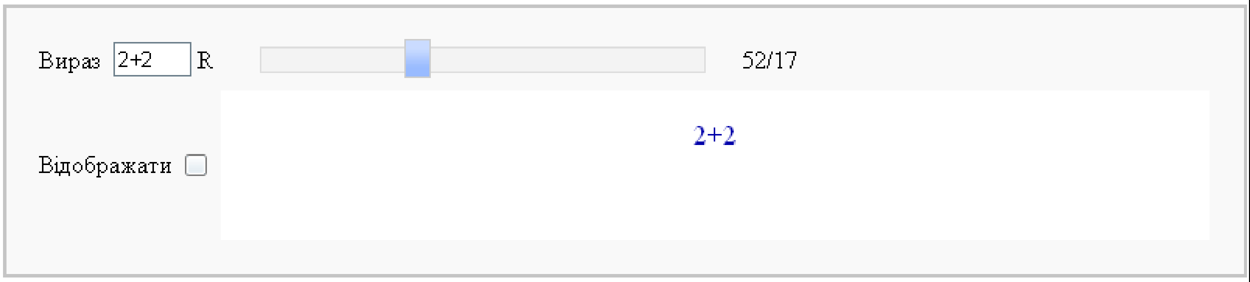
Зазвичай, створення комп'ютерних моделей потребує одночасного виведення на екран декількох елементів управління, раціональне та естетичне розташування яких, досягається за рахунок використання опції `layout` з відповідними ключами: `top`, `bottom`, `left`, `right` (вгору, вниз, ліворуч, праворуч відповідно). Приклади прийомів одночасного програмування декількох елементів управління наведено у таблиці 2.3.

Таблиця 2.3

Приклади програмування декількох елементів управління

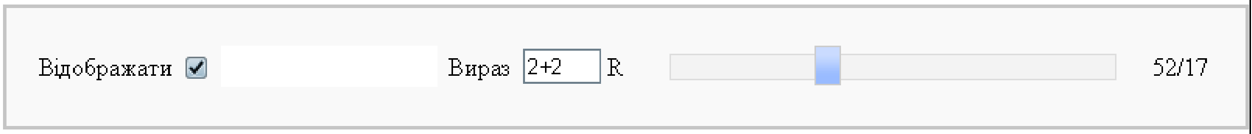
Приклад 1
`@interact(layout={'top':[['a','b']],'left':\ [['c']]})`

```
def _(a=input_box("2+2", 'Вираз', width=5),
b=slider(2, 5, 3/17, 3, 'R'),
c=checkbox(False, "Відображати")):
    show(a)
```



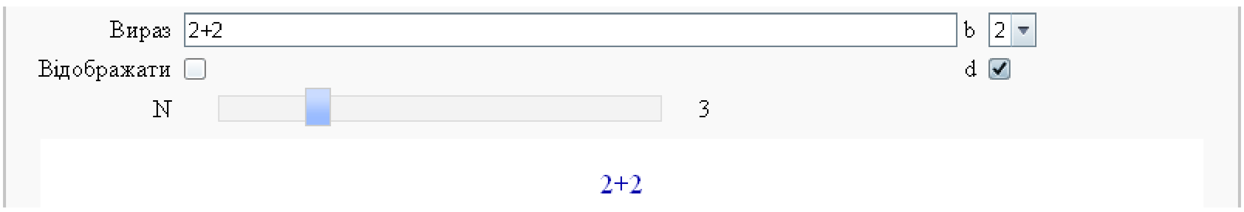
Приклад 2.

```
@interact(layout={'right':[['a','b']],\
'left':[['c']]})
def _(a=input_box("2+2", 'Вираз', width=5),
b=slider(2, 5, 3/17, 3, 'R'),
c=checkbox(True, "Відображати")):
    show(a)
```



Приклад 3.

```
@interact(layout=[['a','b'],['c','d'],['e']])
def _(a=input_box("2+2", 'Вираз'),
b=selector([1,2,7], default=2),
c=checkbox(False, "Відображати"),
d=checkbox(True),
e=slider([1..10], None, None, 3, 'N')):
    show(a)
```



Крім елементів управління та основного програмного коду, невід'ємною частиною комп'ютерних моделей з графічним інтерфейсом і напівавтоматичним режимом управлінням є різноманітні підписи, що надають можливість більш детально пояснювати та коментувати математичні вирази. Для додавання підписів у полі графічних побудов у вигляді таблиць, кольорових графіків, текстів різного формату та підписів використовують мову HTML, а для подання виразів та формул у природній математичній нотації – мову LaTeX. Розглянемо більш детально на прикладах.

Під час оголошення функцій, що створюють елементи управління типу «Повзунок» параметру `label` (приклад 4), присвоюється значення, записане за допомогою команд HTML, що передбачають збільшення розміру та кольору тексту на екрані. Для виведення підпису «Рівняння виду …» у звичному математичному виді необхідно записати службове слово html, після якого в дужках за допомогою відповідних тегів вказати колір, тип шрифту, розмір та розташування тексту, що виводиться. Виведення функції $y = \sin(ax + b)$ здійснюється з використання команд мови LaTeX, на що вказують одинарні лапки та обмежувальними знаки «$». Кожна команда розпочинається символом «\» (backslash – обернений слеш), після якого зазначається власне ім'я команди: команда «\sin» відображає функцію *sin*, команда «\cdot» – операцію множення.

Приклад 4.

задання значення додаткового параметру за допомогою HTML

розмір

колір

жирний

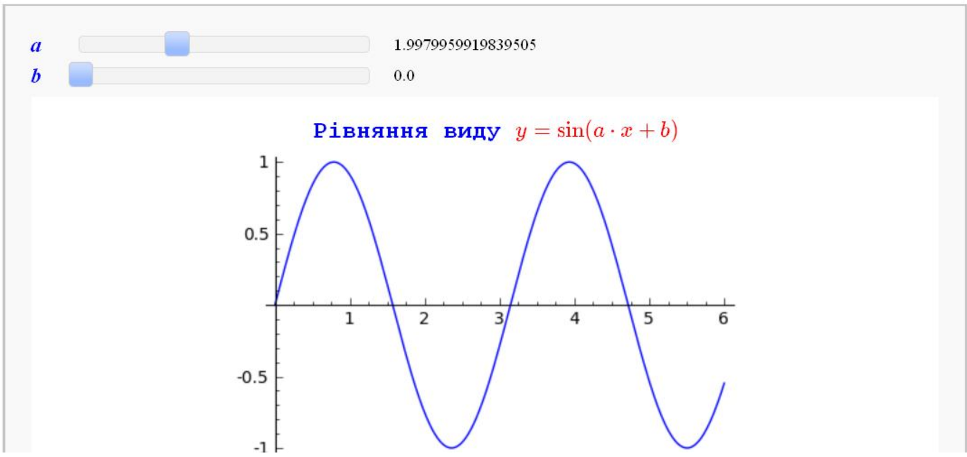
курсив

підпис

```
@interact
def _(a = slider(1, 4, default=2, label="<font size=4 color='blue'><b><i> a</b></i>
</font>"),
     b = slider(0, 10, default=0, label="<font size=4 color='blue'><b><i> b</b></i>
</font>")):
     html("<font size=5 color=blue><center> <b> Рівняння виду "+ "<font size=3
color=red>"+'$y=\sin(a\cdot x+b)$'+" </font></b>")
     show(plot(sin(a*x+b),(x,0,6)), figsize=5)
```

виведення підпису у полі графічних побудов

виведення функції за допомогою LaTeX



На відміну від прикладу 4, приклад 5 передбачає разом із зміною параметру у полі «Введіть функцію» зміну функції, що виводиться разом з підписом «Зображено графік функції:». Це досягається за рахунок використання наступної комбінації: `+'$f(x)=%s$'%latex(f)+`, де `f(x)` – назва функції (постійне значення), `%s` – формат для виведення рядкової змінної, `latex(f)` – функція перетворення `f` у природну математичну нотацію.

Таким чином, для створення комп'ютерних моделей з графічним інтерфейсом і напівавтоматичним режимом управлінням необхідно:

– відповідно до моделі, що розробляється, створити елементи управління;

– описати програмний код моделі, що створюється, за допомогою мови програмування Python;

– додати підписи різного формату у вигляді тексту або математичних виразів за допомогою команд мови HTML і LaTeX.

Приклад 5.

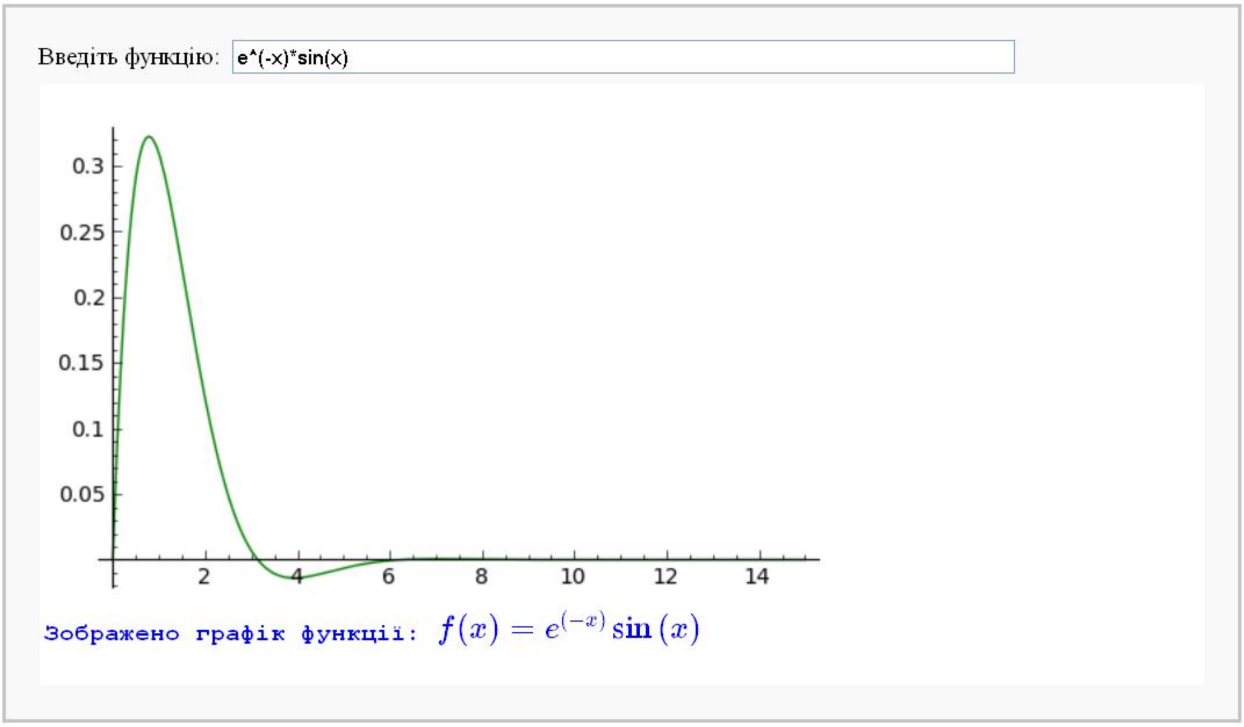
функція для створення елемента управління «Поле для введення»

параметр для задання надпису ліворуч від елемента

основний параметр для задання значення, що повертається функцією за замовчуванням

```
@interact
def _(f=input_box(label="Введіть функцію:",default=sin(x)*e^(-x))):
    var('x')
    show(plot(f,0,15,rgbcolor='green', thickness=1))
    html("<b><font color=blue size=4>Зображено графік функції:
"+'$f(x)=%s$'%latex(f)+" "+"</font></b>")
```

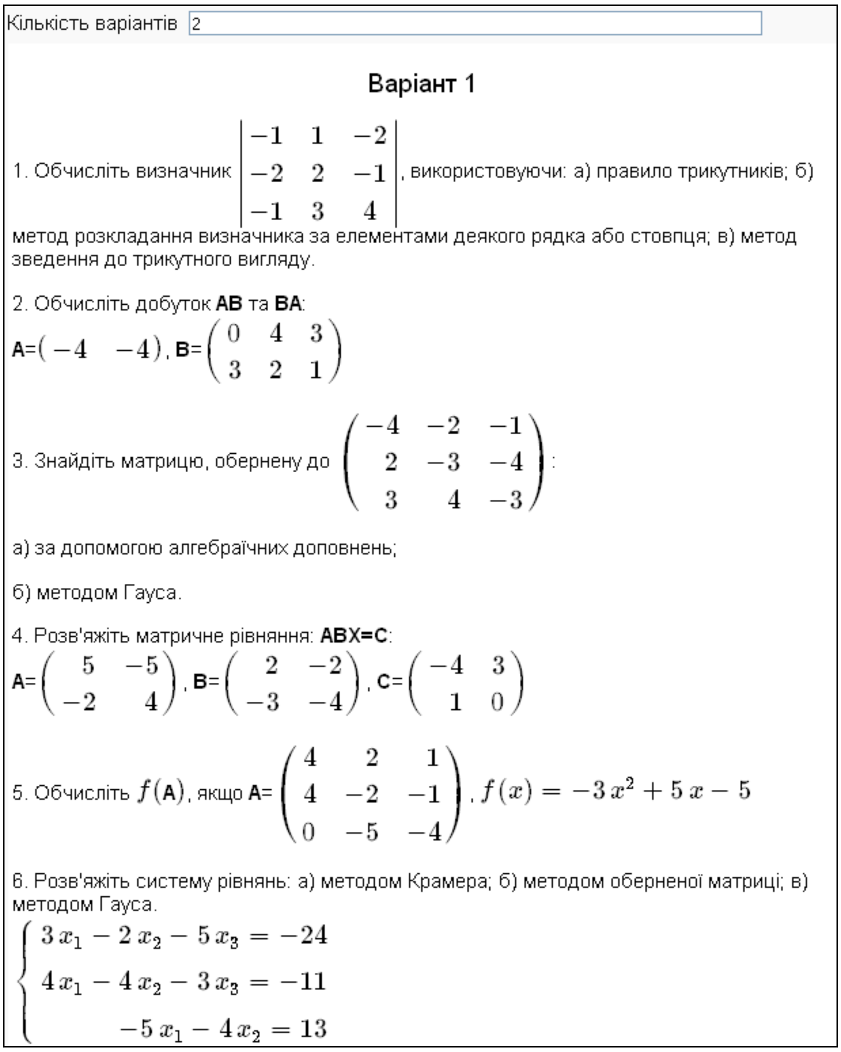
виведення підпису у полі графічних побудов



Зазначимо, що перед початком роботи у потрібній комірці робочого аркуша, можна задати наступні модифікатори : `%hide` – приховувати вміст комірки до першого звернення до неї; `%auto` – автоматично виконувати вміст комірки при відкритті аркуша; `%html`, `%sage`, `%python`, `%maxima` – використовувати обраний інтерпретатор для опрацювання вмісту комірки (за замовченням `%sage`).

Продемонструємо методику побудови комп'ютерних моделей з графічним інтерфейсом і напівавтоматичним режимом управлінням на прикладі створення генератора завдань контрольної роботи з лінійної алгебри (рис. 2.7). Актуальність створення програм-генераторів навчальних завдань має підтвердження у роботі [108], в якій автори описали методику створення банку задач за допомогою СКМ Maple, що надає викладачеві гнучкий інструмент для формування різноманітних завдань згідно сучасних вимог щодо здійснення контролю у процесі вивчення вищої математики.

Відповідно до рис. 2.7 даний генератор контрольної роботи містить поле для вибору кількості варіантів, що використовується як лічильник циклів, тому за допомогою функції input_box створимо відповідний елемент управління. Для можливості швидкої перевірки контрольної роботи, під час створення генератора завдань необхідно відразу оголосити порожній масив відповідей (answers), в який будемо записувати відповіді усіх завдань контрольної роботи. Потім організуємо цикл за кількістю варіантів, в якому будемо виводити повідомлення про номер варіанту та його завдання:



Кількість варіантів 2

Варіант 1

1. Обчисліть визначник $\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$, використовуючи: а) правило трикутників; б) метод розкладання визначника за елементами деякого рядка або стовпця; в) метод зведення до трикутного вигляду.

2. Обчисліть добуток **AB** та **BA**:
A=$\begin{pmatrix} -4 & -4 \end{pmatrix}$, **B**=$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

3. Знайдіть матрицю, обернену до $\begin{pmatrix} -4 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & -4 \\ 3 & 4 & -3 \end{pmatrix}$:

а) за допомогою алгебраїчних доповнень;

б) методом Гауса.

4. Розв'яжіть матричне рівняння: **ABX=C**:
A=$\begin{pmatrix} 5 & -5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, **B**=$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$, **C**=$\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Обчисліть f(**A**), якщо **A**=$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 4 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & -4 \end{pmatrix}$, $f(x) = -3\,x^2 + 5\,x - 5$

6. Розв'яжіть систему рівнянь: а) методом Крамера; б) методом оберненої матриці; в) методом Гауса.

$$\begin{cases} 3\,x_1 - 2\,x_2 - 5\,x_3 = -24 \\ 4\,x_1 - 4\,x_2 - 3\,x_3 = -11 \\ -5\,x_1 - 4\,x_2 = 13 \end{cases}$$

Рис. 2.7. Інтерфейс генератора контрольної роботи з лінійної алгебри

```
@interact
def mkr1(numvar = input_box(default=2, label=
"Кількість варіантів")):
    answers=[]
    for var in range(numvar):
        html("</pre> <center> <font size=+2> Варіант
%s</font></center>"%(var+1))
```

створення поля для введення кількості варіантів (за замовчуванням - 2)

масив відповідей

цикл за кількістю варіантів

виведення повідомлення про номер варіанту

Для генерації *першого* завдання контрольної необхідно задати матрицю розмірності 3 на 3 і заповнити її цілими випадковими числами (у даному випадку від –5 до 5). При цьому відразу обчислюється визначник матриці, значення якого записується у масив відповідей.

```
A=matrix(QQ,3,3)
for i in range(3):
    for j in range(3):
        A[i,j]=randint(-5,5)
answers.append(det(A))
```

Слід зазначити, що функція `show()` не надає можливості виведення визначника у математичній нотації (матриці з вертикальними дужками), тому виникла необхідність створення допоміжної функції (`nicedet`), що за матрицею `M` формує послідовність команд мовою LaTeX, яка зображує матрицю з вертикальними дужками.

```
def nicedet(M):
    s="$\\left|\\begin{array}{ccc} "
    for i in     range(M.nrows()):
        for j in range(M.ncols()):
            s=s+" "+latex(M[i,j])
            if j!=M.ncols()-1:
              s=s+"&"
        s=s+"\\\\"
    s=s+"\\end{array}\\right|$"
    return s
```

В якості параметра даної функції передається матриця `M`, результат перетворення якої записують у рядкову змінну `s`.

Для зображення самого визначника та завдань, які необхідно виконати, потрібно скористатися тегами HTML:

```
html("<p>1. Обчисліть визначник %s, використовуючи: "%nicedet(A))
```

```
html("а) правило трикутників; ")
html("б) метод розкладання визначника за елементами деякого рядка або стовпця; ")
html("в) метод зведення до трикутного вигляду.<br>")
```

Для генерації *другого* завдання випадковим чином задаємо дві матриці наперед невідомої розмірності (кількість рядків та стовпців у діапазоні від 1 до 3) та заповнюємо їх випадковими цілими числами від –5 до 5. Так як розмірність матриць наперед невідома, то операція множення не завжди є виконуваною, тому скористаємося блоком «`try … except`». Таким чином, якщо добуток матриць існує, то його значення записуємо у масив відповідей, а якщо матриці перемножити неможливо, то у масив відповідей записуємо рядкову змінну з відповідним повідомленням.

```
try:
  res=A*B
except:
  res="Добуток AB не існує"
answers.append(res)
try:
  res=B*A
except:
  res="Добуток BA не існує"
answers.append(res)
```

Отже, в результаті виконання операції множення матриць у масив відповідей запишеться або дві матриці, або два повідомлення, або матриця і повідомлення. За аналогічним принципом генерують *третє*, *четверте* та *п'яте* завдання.

У *шостому* завданні необхідно розв'язати систему лінійних рівнянь трьома способами. Для цього спочатку задаємо вектор із 3-х цілих випадкових чисел і одразу додаємо його у масив відповідей. Таким чином, замість того, щоб шукати розв'язки системи, спочатку задамо її корені, і за ними будуємо систему рівнянь. Це необхідно для того, щоб у процесі виконання завдання кожна утворена система лінійних рівнянь завжди мала розв'язок, при цьому корені системи були цілими числами. Потім формуємо матриці `A` і `B`, зокрема у матрицю `B` записуємо числа із матриці `A` як коефіцієнти і множимо їх на відповідні корені. Таким чином, `A` – коефіцієнти лівої частини системи, а `B` – правої. Далі формуємо вектор із трьох символьних значень `x1, x2, x3` (змінних) і матрицю-стовпчик `X` – вектор невідомих. Далі, за допомогою команд LaTeX формуємо рядкову змінну та виводимо матриці `A*X` і `B` поелементно у такий спосіб, щоб зліва була одна велика фігурна дужка, а в кожному рядку стояв знак «=».

```
    res=[randint(-5,5),randint(-5,5),randint(-5,5)]
    k=vector(res)
    answers.append(k)
    A=matrix(QQ,3,3)
    for i in range(A.nrows()):
        for j in range(A.ncols()):
            A[i,j]=randint(-5,5)
    B=matrix(QQ,3,1)
    for i in range(A.nrows()):
        for j in range(A.ncols()):
            B[i,0]=B[i,0]+A[i,j]*res[j]
    L=[x1,x2,x3]
    X=matrix(3,1,L)
    s="$\\left \\{ \\begin{eqnarray}"
    for i in range(3):
        s=s+"%s=%s\\\\" %(latex((A*X)[i][0]),
latex(B[i][0]))
    s=s+"\\end{eqnarray} \\right.$"
```

```
html(s)
```

Для відокремлення завдань від відповідей горизонтальною рискою використовуємо відповідний тег HTML. Потім організуємо цикл для виведення всіх відповідей кожного варіанту із масиву `answers`:

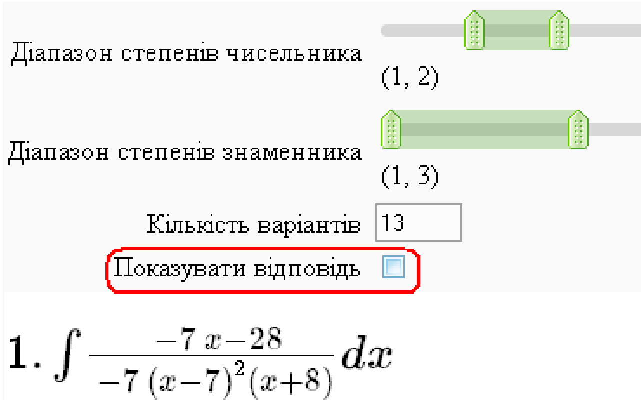
```
html("<hr>")          # лінія, що розділяє відповіді
html("<p><b>ВІДПОВІДІ</P></b>")
html("<p><p><p><p><p><p><p><p>")
for var in range(numvar):
  html("<p><b>Варіант %s</b>: "%(var+1))
  html("1.$%s$;2.<b>AB</b>=$%s$,<b>BA</b>=$%s$;3.
$%s$; 4. $%s$; 5. $%s$; 6. $%s$"% \
       (latex(answers[var*7+0]),\
        latex(answers[var*7+1]),
latex(answers[var*7+2]),latex(answers[var*7+3]),
latex(answers[var*7+4]), \
        latex(answers[var*7+5]),
latex(answers[var*7+6])))
```

Таким чином, за допомогою даного генератора викладачеві надається можливість не тільки отримати необхідну кількість варіантів завдань, а й відповіді до них (повний програмний код даного генератора наведено у додатку К).

Наведений вище приклад генератора навчальних завдань обов'язково виводить відповіді на екран після усіх варіантів завдань, проте, при бажанні, за допомогою елемента управління «прапорець», можна вибрати, показувати відповіді, чи ні (рис. 2.8).

Одним із компонентів ММС «Вища математика» є навчальні експертні системи, створення бази знань яких відбувається за допомогою eXpertise2Go.

Експертна система eXpertise2Go [211; 214; 222] є вільно поширюваним Web-орієнтованим програмним засобом (Web-НЕС), що надає можливість генерувати базу знань у форматі e2gRuleEngine за допомогою інструменту для створення та перевірки таблиць розв’язків e2gRuleWriter.



$$\int \frac{-7\,x-28}{-7\,(x-7)^2(x+8)}\,dx$$

Рис. 2.8. Інтерфейс генератора завдань з теми

«Інтегрування раціональних функцій»

Для створення бази знань потрібно заповнити таблицю розв’язків через виконання наступних дій:

1) завантажити файл e2gRuleWriter.jar, в результаті чого на екрані з’явиться таблиця (рис. 2.9), що зображує три режими («**CONDITIONS**» – умови, «**ACTIONS**» – дії, «**Rule**» – правила) різними кольорами: жовтий, зелений та голубий для «CONDITIONS», «ACTIONS» та «Rule» відповідно, синій колір – ознака активності рядка чи стовпця;

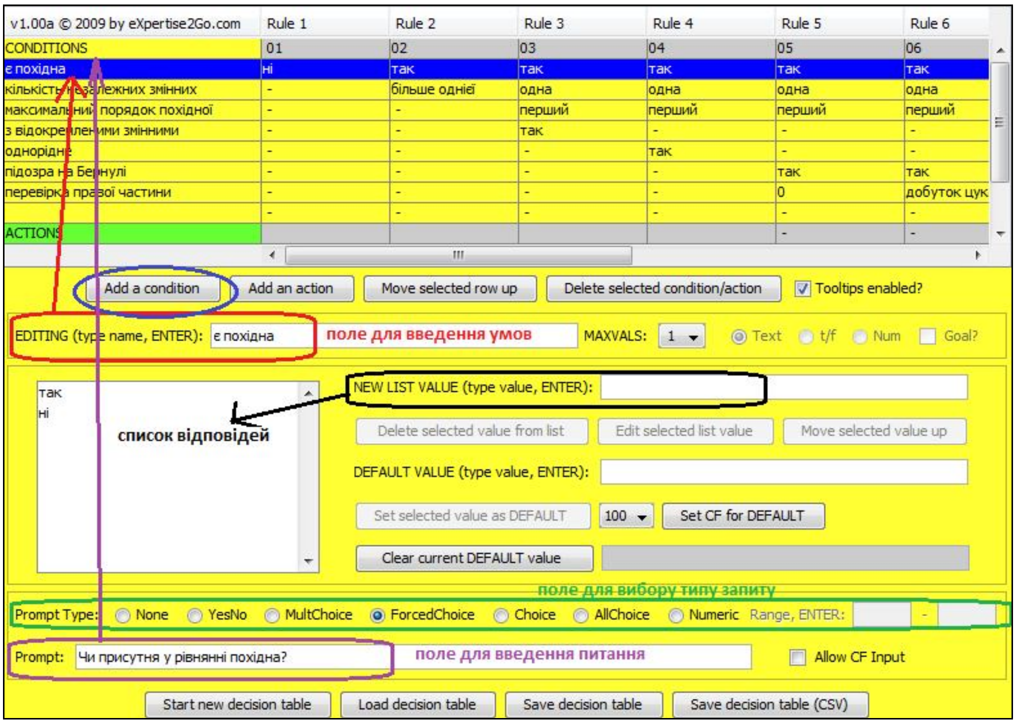


Рис. 2.9. Інтерфейс таблиці для визначення «CONDITIONS»

2) за допомогою опцій поля «**Prompt Type**» визначити, яким чином дані будуть запитуватися у користувача: *YesNo* – вибір типу «так–ні», *MultChoice* – створює декілька рядкових вхідних повідомлень та додає повідомлення типу «не можу відповісти» (у вигляді вибору кнопок), *ForcedChoice* – створює декілька рядкових вхідних повідомлень, *Choice* – вибір, подібний до *MultChoice*, тільки варіанти відповідей задаються за допомогою списку, що розкривається, *AllChoice* – використовують коли необхідно вибрати більше ніж один варіант відповіді, *Numeric* – для числового введення відповіді;

3) визначити умови та питання: для цього натиснути лівою кнопкою миші на рядку поля «CONDITIONS» (воно стане синього кольору), після чого у полі «EDITING» з'явиться курсор, що надає можливість увести текст умови. Для відображення необхідного питання (відповідно до введеної умови) в інтерфейсі eXpertise2Go, потрібно у полі «**Prompt**» увести текст питання, що буде відображатися користувачеві. Для введення варіантів відповідей потрібно скористатися полем «**NEW LIST VALUE**», при цьому список всіх відповідей буде відображатися у відповідному вікні. У випадку, коли необхідно додати ще кілька умов, а рядків не вистачає, потрібно скористатися кнопкою *Add a condition*;

4) визначити дії (вказати висновок, рекомендацію): для цього натиснути лівою кнопкою миші на рядку поля «ACTIONS» (воно стане синього кольору), після чого у полі «EDITING» з'явиться курсор, що надає можливість увести частину тексту загального для всіх висновків (у даному випадку це «тип рівняння»). Щоб встановлення типу рівняння було «метою» консультації даної експертної системи, необхідно поставити прапорець у полі «**Goal**». Для введення варіантів висновків потрібно скористатися полем «NEW LIST VALUE», при цьому список всіх висновків (типів рівнянь) буде відображатися у відповідному вікні (рис. 2.10);

5) визначити правила за допомогою полів «Rule». Спочатку потрібно обрати необхідне правило (наприклад Rule 5) і полі «EDITING» вказати його ім'я (у даному випадку – 05). Потім у кожному рядку правила відповідно до

кожної умови із списку, що випадає, необхідно вибрати варіант відповіді (натиснути мишею на відповідний рядок). Аналогічні дії слід виконати для поля «ACTIONS». За необхідності вибрати опції для спрощення та перевірки визначених правил (рис. 2.11);

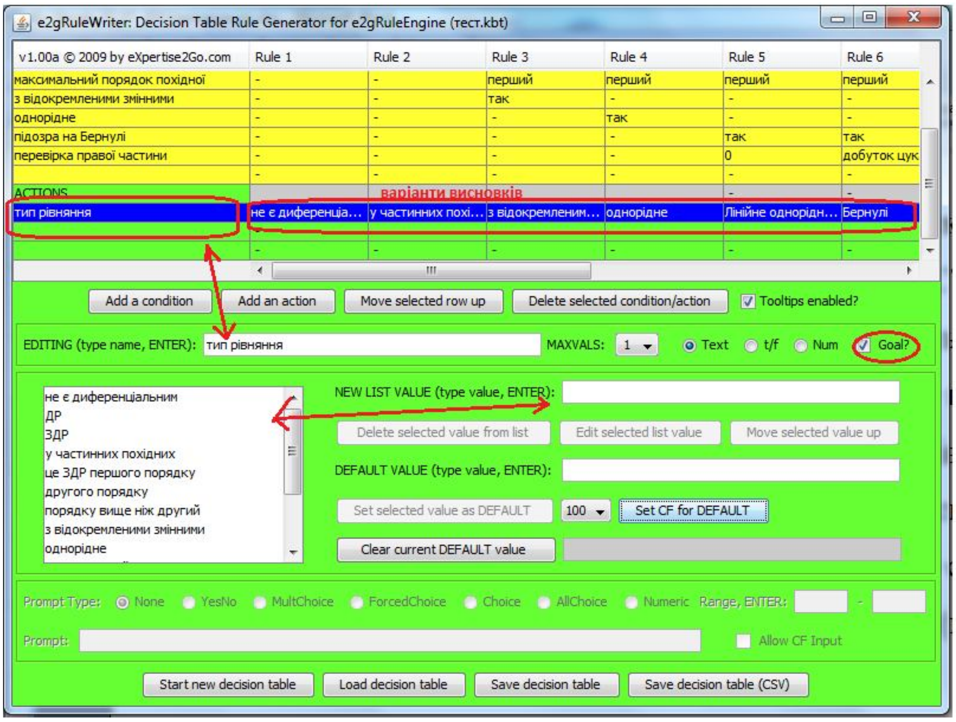


Рис. 2.10. Інтерфейс таблиці для визначення дій НЕС

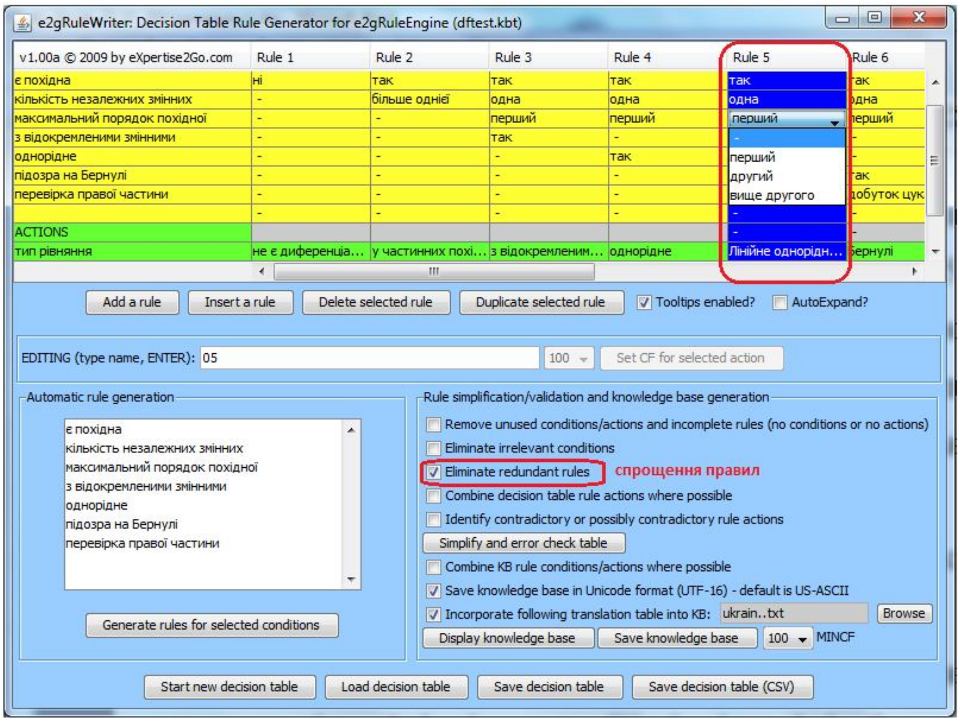


Рис. 2.11. Інтерфейс таблиці для визначення правил НЕС

6) згенерувати та переглянути базу знань натисканням кнопок «Save knowledge base» та «Display knowledge base» відповідно (рис. 2.12). Також, на цьому етапі слід обрати фактор вірогідності (поле «**MINC**E»), тобто з яким відсотком довіри експертна системи надає рекомендацію. Зауважимо, що так як правила, дії, та умови написані українською мовою, то збереження бази знань експертної системи необхідно виконати у форматі Unicode. Для відображення у головному вікні експертної системи кнопок управління українською мовою, виконано локалізацію, тому під час збереження бази знань необхідно завантажити відповідний файл у форматі «txt»:

```
REM Надписи на кнопках
TRANSLATE B_SUBMIT = "Відповісти"
TRANSLATE B_EXPLAIN = "Пояснити"
TRANSLATE B_WHYASK = "Чому питаємо?"
TRANSLATE B_RESTART = "До початку"
TRANSLATE B_RETURN = "Повернутися"
REM Повідомлення
TRANSLATE TR_KB = "База знань:"
TRANSLATE TR_NORESP = "Не знаю"
TRANSLATE TR_HOWCONF = "Наскільки Ви впевнені у відповіді?"
TRANSLATE TR_LOWCONF = "Наполовину (50%)"
TRANSLATE TR_HICONF = "Цілком (100%)"
TRANSLATE TR_YES = "Так"
TRANSLATE TR_NO = "Ні"
REM TRANSLATE TR_FALSE = "хиба"
TRANSLATE TR_RESULTS = "ВИСНОВОК:"
TRANSLATE TR_MINCF = "Мінімальний коефіцієнт довіри для прийняття значення як факту:"
TRANSLATE TR_NOTDETERMINED = "неможливо визначити"
TRANSLATE TR_ISRESULT = "є:"
```

TRANSLATE TR_WITH = "з"

TRANSLATE TR_CONF = "% довіри"

TRANSLATE TR_ALLGOALS = "всі висновки"

TRANSLATE TR_VALUE = "Значення"

TRANSLATE TR_OF = ""

TRANSLATE TR_THISRULE = "Відповідь для цього правила була уведена з коефіцієнтом довіри "

TRANSLATE TR_RULEASGN = "і надано значення"

TRANSLATE TR_TOFIND = "Для знаходження"

TRANSLATE TR_AVALUE = "значення для"

TRANSLATE TR_ISNEEDED = "необхідно випробувати дане правило:"

TRANSLATE TR_RULE = "ПРАВИЛО:"

TRANSLATE TR_IF = "Якщо"

TRANSLATE TR_THEN = "То"

TRANSLATE TR_AND = "і"

TRANSLATE TR_OR = "або"

TRANSLATE TR_EQUAL = "-"

TRANSLATE TR_LESSTHAN = "менше, ніж"

TRANSLATE TR_GREATER = "більше, ніж"

TRANSLATE TR_NOTEQUAL = "не дорівнює"

TRANSLATE TR_VALUEFOR = "Значення для:"

TRANSLATE TR_FOUND = "було визначено"

TRANSLATE TR_NOTFOUND = "не було визначено"

TRANSLATE TR_WASINPUT = "було уведено з "

TRANSLATE TR_DETERMINED = "Визначено"

TRANSLATE TR_IS = "-"

TRANSLATE TR_FROM = "з:"

TRANSLATE TR_DEFAULTED = "було встановлено за замовчуванням у"

```
TRANSLATE TR_ONE = "одне зі значень"
TRANSLATE TR_HOWCF1 = "Обчислення % довіри за кількома джерелами для"
```

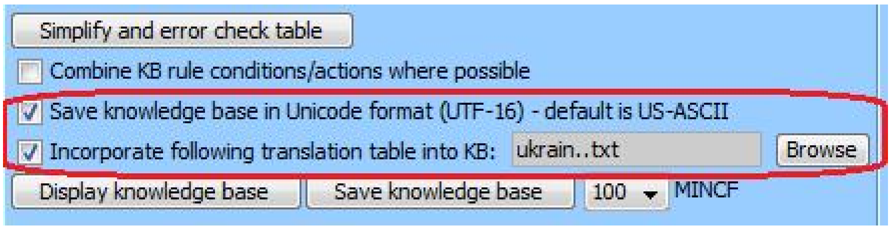


Рис. 2.12. Дії, необхідні для генерації бази знань
у форматі e2gRuleEngine

Зазначимо, що після натискання кнопки «Save knowledge base» отримаємо файл з розширенням «kb», який потрібно зберегти у кодуванні UTF-16.

7) випробувати базу знань за допомогою аплету e2gRuleEngine.jar. Для цього у треба створити веб-сторінку за допомогою наступних тегів та зберегти файл з розширенням «html»:

```
<html>
<head><title>Експертна система</title></head>
<body bgcolor="#c0c0c0">
<center>
<applet code="e2gRuleEngine.class" archive="e2gRuleEngine.jar" width=800 height=500>
<param name="KBURL" value="dftest2.kb">
<param name="APPTITLE" value="Визначення типу диференціального рівняння">
<param name="APPSUBTITLE" value="К. І. Словак">
<param name="BGCOLOR" value="#ffff00">
<param name="TITLECOLOR" value="#0000aa">
<param name="PROMPTCOLOR" value="#0000ff">
<PARAM NAME="PROMPTSIZE" VALUE="15">
<param name="WORDWRAP" value="true">
```

```
<param name="KBENCODING" VALUE="UTF-16">
<param name="DEBUG" value="false">
<PARAM NAME="MONOFONT" VALUE="Arial Unicode MS">
<PARAM NAME="LOADMSG" VALUE="Завантаження бази знань...">
<PARAM NAME="NOLOGO" VALUE="TRUE">
<param name="STARTBUTTON" value="Увійти до ЕС">
</applet>
</body>
</html>
```

Таким чином, для перевірки роботи створеної експертної системи потрібно завантажити html файл, який повинен бути розташований у одному каталозі з файлом бази знань та аплетом e2gRuleEngine.jar (за наявності цих трьох файлів у одному каталозі, експертна система буде працювати будь-де).

Вище було розглянуто основні етапи побудови та перевірки бази знань експертної системи eXpertise2Go, що може функціонувати на будь-якому персональному комп’ютері. В той же час, для налаштування роботи експертної системи у ММС необхідно (рис. 2.13):

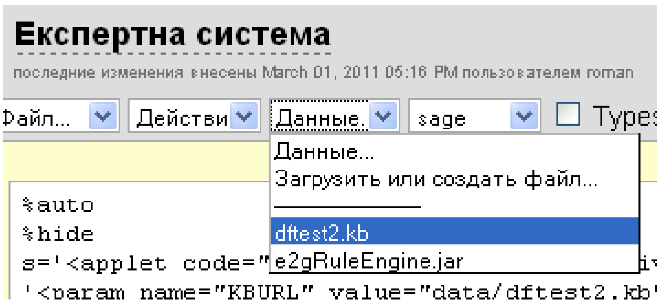
1) створити новий робочий аркуш;

2) у активній комірці вибрати інтерпретатор html та ввести програмний код наведений вище без тегів, що відповідають за назву вікна Web-сторінки:

```
%auto   # автоматичне виконання при завантаженні
%hide   # не показувати програмний код
%html
<center>
<applet code="e2gRuleEngine.class" archive="e2gRuleEngine.jar" width=800 height=500>
<param name="KBURL" value="dftest2.kb">
<param name="APPTITLE" value="Визначення типу диференціального рівняння">
```

```
<param name="APPSUBTITLE" value="К. І. Словак">
<param name="BGCOLOR" value="#ffff00">
<param name="TITLECOLOR" value="#0000aa">
<param name="PROMPTCOLOR" value="#0000ff">
<PARAM NAME="PROMPTSIZE" VALUE="15">
<param name="WORDWRAP" value="true">
<param name="KBENCODING" VALUE="UTF-16">
<param name="DEBUG" value="false">
<PARAM NAME="MONOFONT" VALUE="Arial Unicode MS">
<PARAM NAME="LOADMSG" VALUE="Завантаження бази знань...">
<PARAM NAME="NOLOGO" VALUE="TRUE">
<param name="STARTBUTTON" value="Увійти до ЕС">
</applet>
```

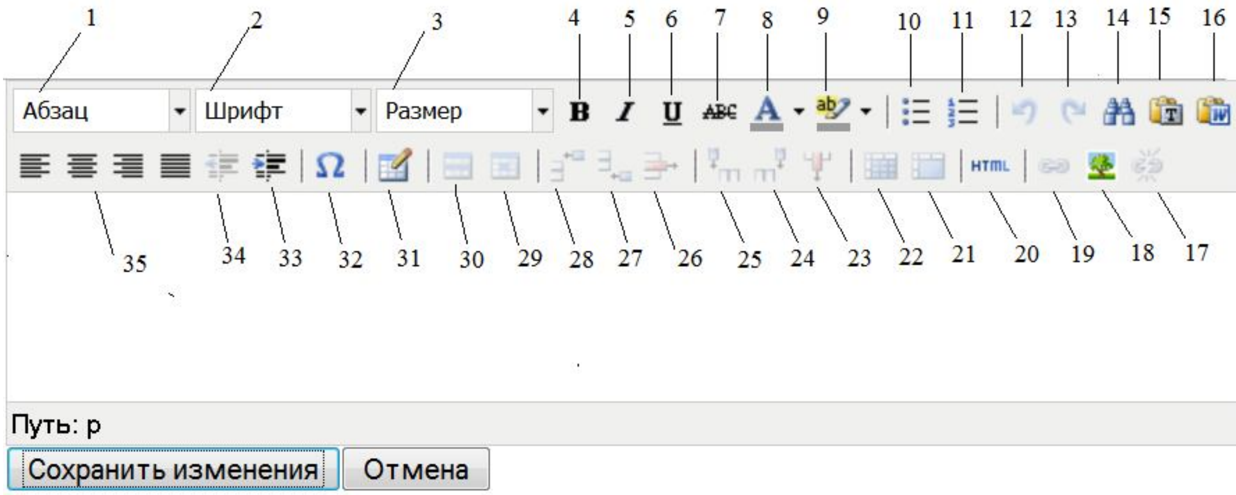
3) у список «Данные» завантажити файл бази знань та аплет e2gRuleEngine.jar.



а) *б)*

Рис. 2.13. Налаштування роботи експертної системи у ММС

Створення ІДЗ, прикладів розв'язування завдань, задач для практичних занять тощо, передбачає використання текстового редактору TinyMCE, убудованого в Sage. Кожен файл – робочий аркуш Sage, що містить текстові дані (навчальні завдання та приклади їх розв'язування) та прямокутні комірки з набором команд для виконання відповідних математичних розрахунків. Для відкриття TinyMCE необхідно навести мишу над комірκою, щоб з'явилася фіолетова жирна горизонтальна лінія. Потім натиснути `<Shift>` і ліву кнопку миші, в результаті чого з'явиться вікно редагування тексту, зображене на рис. 2.14.



1 – список стилів
2 – список типів шрифтів
3 – список розмірів шрифтів
4 – напівжирний
5 – курсив
6 – підкреслений
7 – закреслений
8 – вибрати колір тексту
9 – вибрати колір фону
10 – маркований список
11 – нумерований список
12 – відмінити
13 – повернути
14 – знайти
15 – вставити неформатований текст
16 – вставити з Word
17 – видалити посилання
18 – вставити/редагувати зображення
19 – вставити/редагувати посилання
20 – редагувати HTML код
21 – об'єднати комірки
22 – розділити комірки
23 – видалити стовпчик
24 – вставити стовпчик після
25 – вставити стовпчик до
26 – видалити рядок
27 – вставити рядок після
28 – вставити рядок до
29 – властивості комірки
30 – властивості рядка
31 – вставити таблицю
32 – вставити спеціальний символ
33 – збільшити відступ
34 – зменшити відступ
35 – вирівнювання тексту

Рис. 2.14. Вікно редагування текстового редактору TinyMCE

Зазначимо, що у вікні редагування, крім самого тексту, можна записувати вирази та формули у математичній нотації. Для цього необхідно скористатися командами мови LaTeX (рис. 2.15) і після натискання кнопки «Сохранить изменения» у полі виводу з’явиться вираз у природному математичному записі.

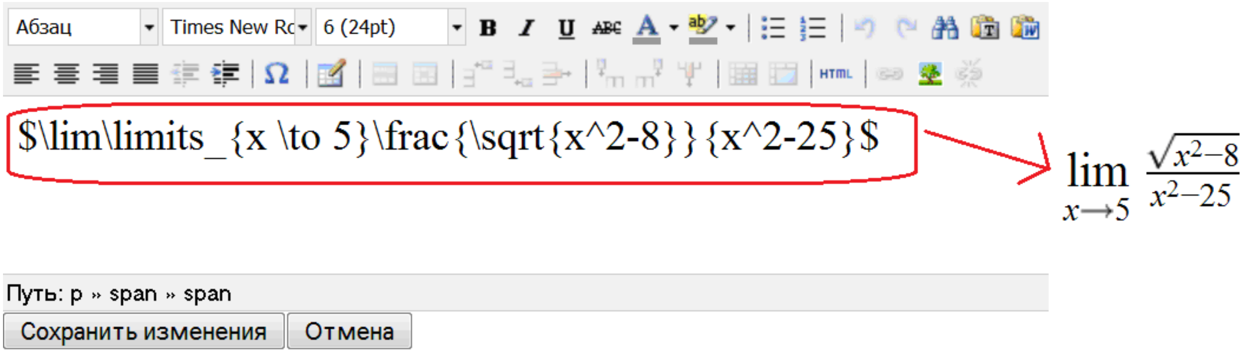


Рис. 2.15. Ілюстрація використання команд LaTeX для виведення математичного виразу

Таким чином, робочі аркуші Sage поєднують в собі текстовий процесор, редактор формул та обчислювальні засоби, що надає можливість створювати у ММС інтерактивні математичні тексти.

2.3. Організація навчальної діяльності студентів з вищої математики за допомогою мобільного математичного середовища

Розроблене ММС «Вища математика» у процесі навчання доцільно використовувати за такими напрямами:

1) графічна інтерпретація математичних моделей та теоретичних понять;

2) автоматизація рутинних обчислень;

3) підтримка самостійної роботи;

4) математичні дослідження;

5) генерація навчальних завдань [161; 166].

Зазначимо, що перші чотири напрями спрямовані на підвищення ефективності навчальної діяльності студентів, а п’ятий – на підвищення ефективності діяльності викладача.

У процесі розробки МММС «Вища математика» з метою реалізації *першого* та *четвертого* напрямів було створено комп’ютерні моделі з графічним інтерфейсом і напівавтоматичним режимом управлінням (динамічні моделі). Розроблені моделі розрізняються за дидактичним призначенням відповідно до вказаних напрямів.

Використання таких моделей у процесі вивчення курсу вищої математики сприяє підвищенню пізнавальної активності студентів через унаочнення абстрактних математичних понять, надає можливість полегшити розуміння змісту математичних методів та алгоритмів, створити змістову основу для розв'язування прикладних задач та проводити елементарні теоретичні дослідження.

Так, під час вивчення першого модуля «Елементи лінійної алгебри» (зокрема, теми «Матриці та дії над ними») пропонуємо студентам модель, яка демонструє правила додавання та віднімання матриць, множення матриці на скаляр, транспонування матриці, множення двох матриць на прикладі квадратних матриць третього порядку (рис. 2.16).

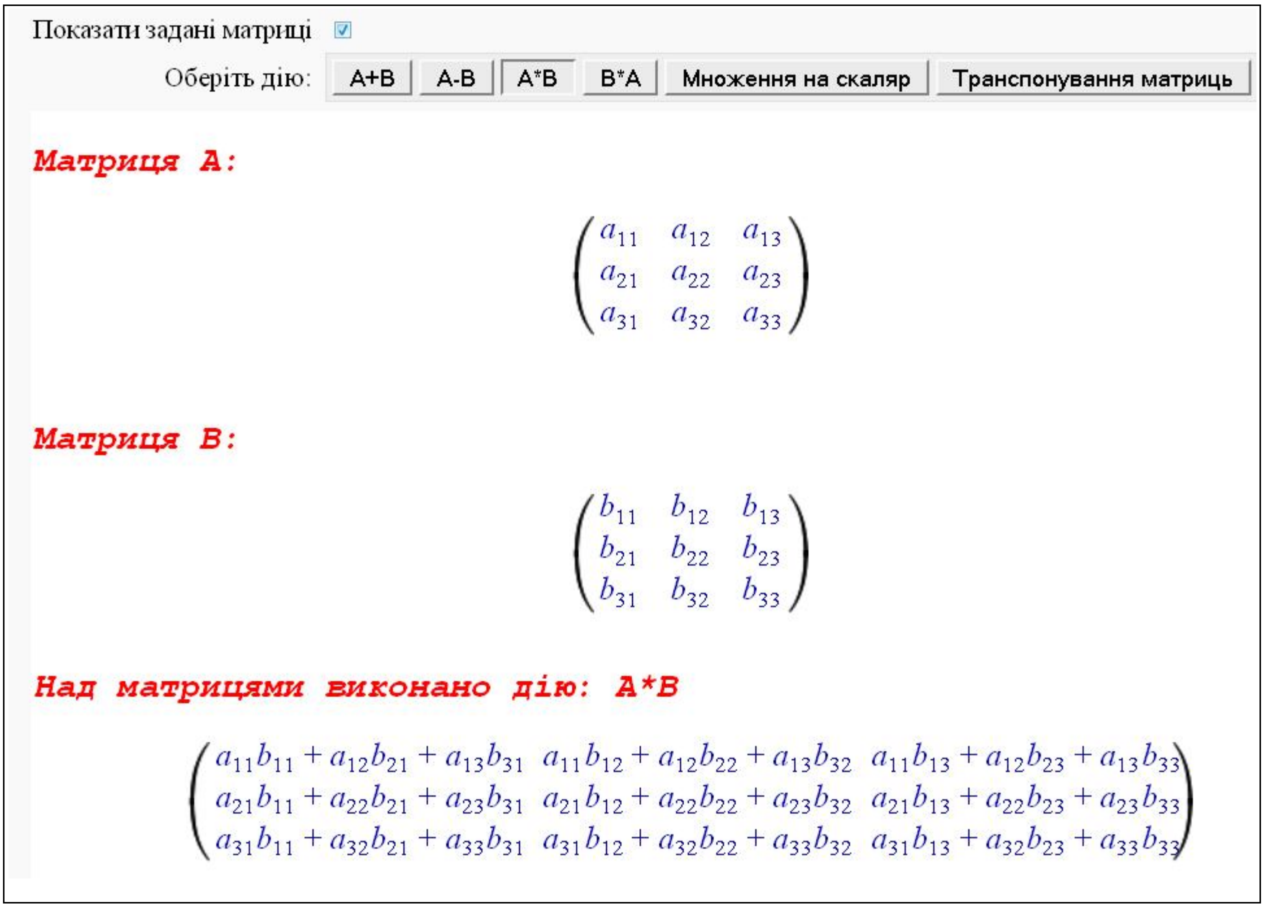


Рис. 2.16. Інтерфейс користувача моделі «Операції над матрицями»

Особливістю цієї моделі є те, що результат виконання тієї чи іншої операції подано у вигляді формули, що змінюється відповідно до введених даних, тобто користувач не просто отримує готовий результат, а бачить, які дії потрібно виконати для того, щоб отримати суму, різницю чи добуток матриць.

При вивченні модуля «Елементи векторної алгебри» пропонуємо застосовувати дві моделі: перша – ілюструє операції над векторами (рис. 2.17), друга – залежність скалярного добутку векторів від градусної міри кута між ними (рис. 2.18). Під час роботи з останньою моделлю, змінюючи кут між векторами (пересовуючи повзунок відповідного поля), студент наочно переконується, що дійсно скалярний добуток перпендикулярних векторів дорівнює нулеві тощо.

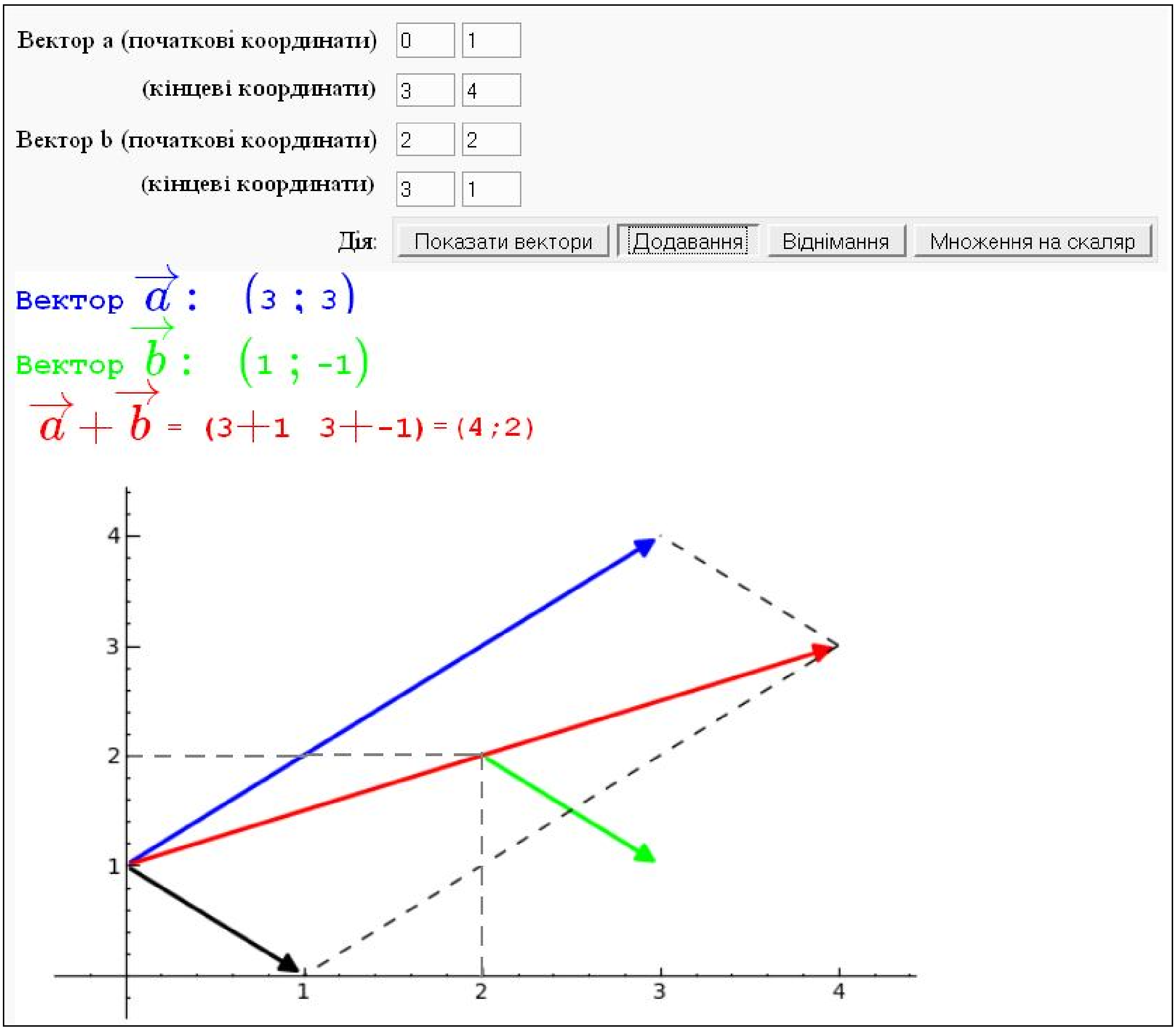


Рис. 2.17. Інтерфейс користувача моделі «Операції над векторами»

Такі моделі виконують ілюстративну та інформативну функції, тому їх доцільно використовувати під час лекційних занять як лекційні демонстрації. Вони надають можливість звільнити викладача від громіздких записів на дошці, а студентів у зошитах, тим самим вивільняючи час на обмірковування, складання та засвоєння алгоритмів розв'язування задач.

Зазначимо, що моделі, зображені на рис. 2.5–2.7, відображають математичні поняття, що є достатньо зрозумілими та наочними для сприйняття студентами. Проте більшість математичних понять є абстрактними, що викликає утруднення під час їх вивчення. Ґрунтовне розуміння та усвідомлення таких понять полегшує геометрична інтерпретація, що зазвичай відсутня у переважній більшості навчальних посібників.

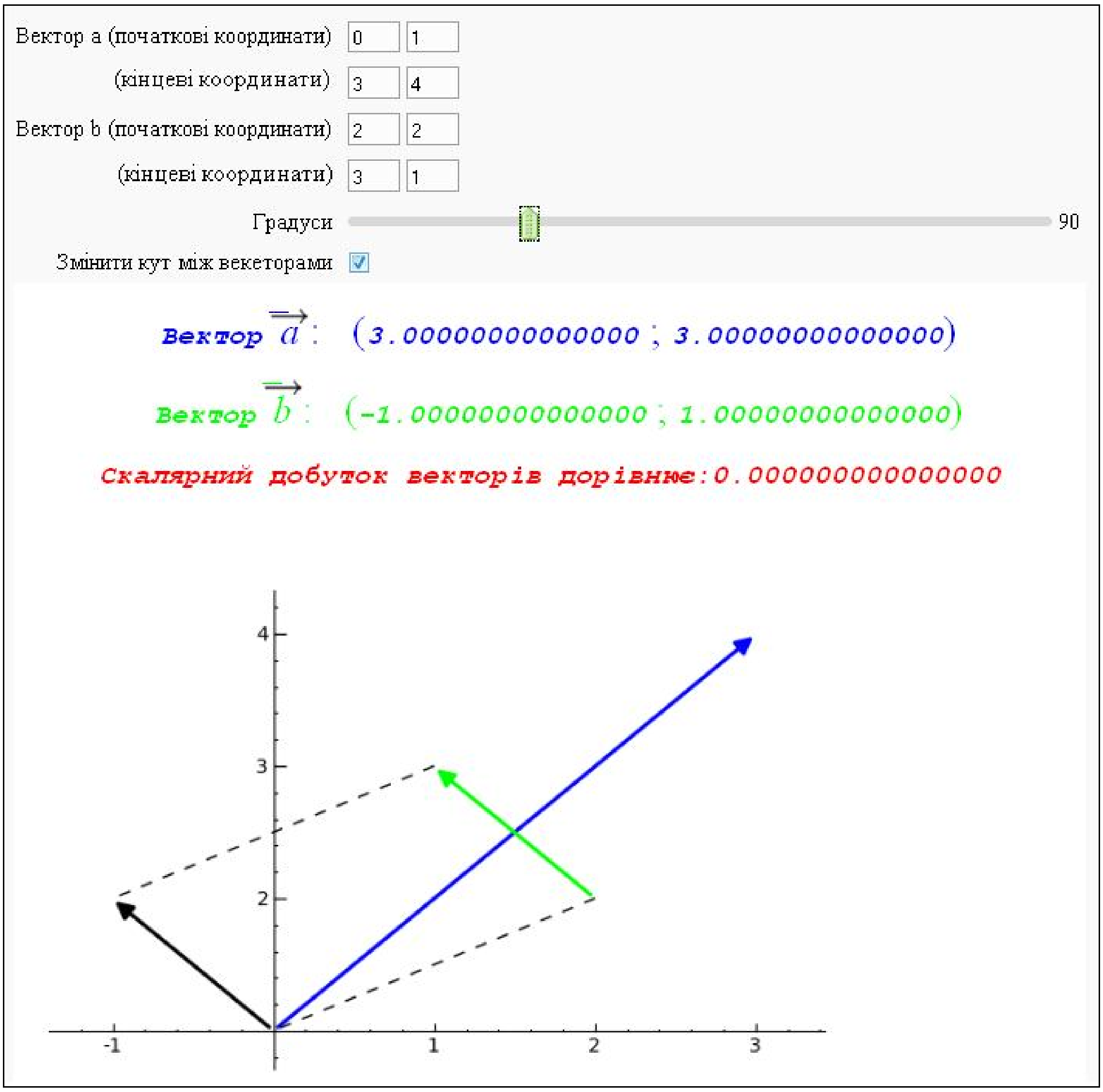


Рис. 2.18. Інтерфейс користувача моделі «Скалярний добуток векторів»

Наведемо приклади моделей, що геометрично ілюструють такі поняття математичного аналізу, як «границя числової послідовності», «геометричний зміст границі числової послідовності», «обмежені послідовності» тощо.

Так, під час уведення означення границі числової послідовності спочатку пропонуємо студентам розглянути модель, що відображає зміст означення границі числової послідовності (рис. 2.19). У даній моделі члени послідовності $0, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \ldots \left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right), \ldots$ зображуються точками на числовій осі. Змінюючи положення повзунка у полі «Номер члену числової послідовності», студенти доходять висновку, що члени послідовності a_n зі зростанням n як завгодно близько наближаються до деякого числа (у даному випадку до 1, при цьому абсолютна різниця $|a_n - 1|$ із збільшенням n стає кожного кроку меншою, тобто зі зростанням n модуль різниці $|a_n - 1|$

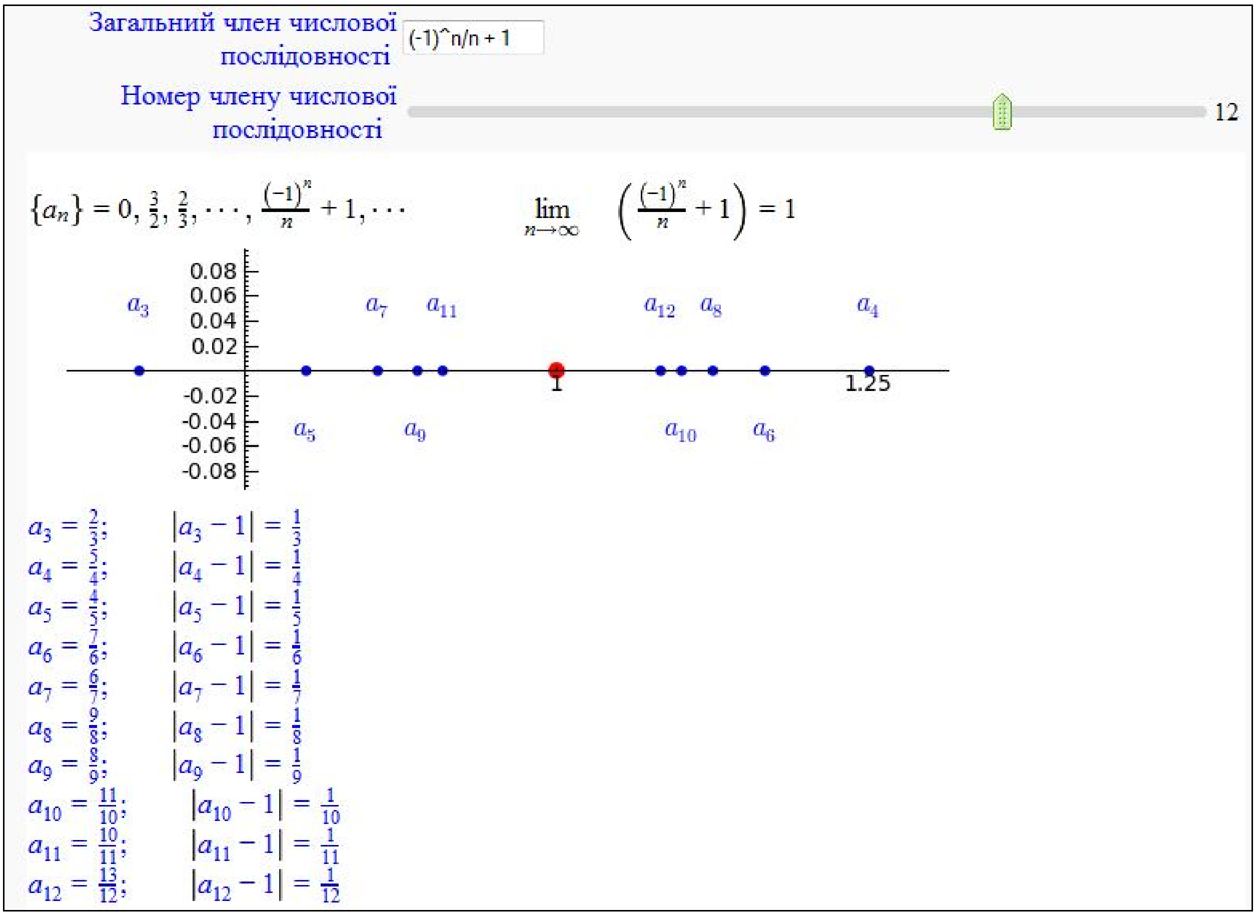


Рис. 2.19. Інтерфейс користувача моделі «Границя послідовності»

буде менше будь-якого наперед заданого, як завгодно малого додатного числа). У такий спосіб виконується підведення студентів до поняття про те, що число, до якого наближаються члени послідовності із збільшенням n, і є границею цієї послідовності. Аналогічні дії пропонуємо виконати для різних послідовностей шляхом уведення у поле «Загальний член числової послідовності» формули n-го члена. Далі наводимо означення границі числової послідовності та пропонуємо модель, що ілюструє її геометричній зміст (рис. 2.20).

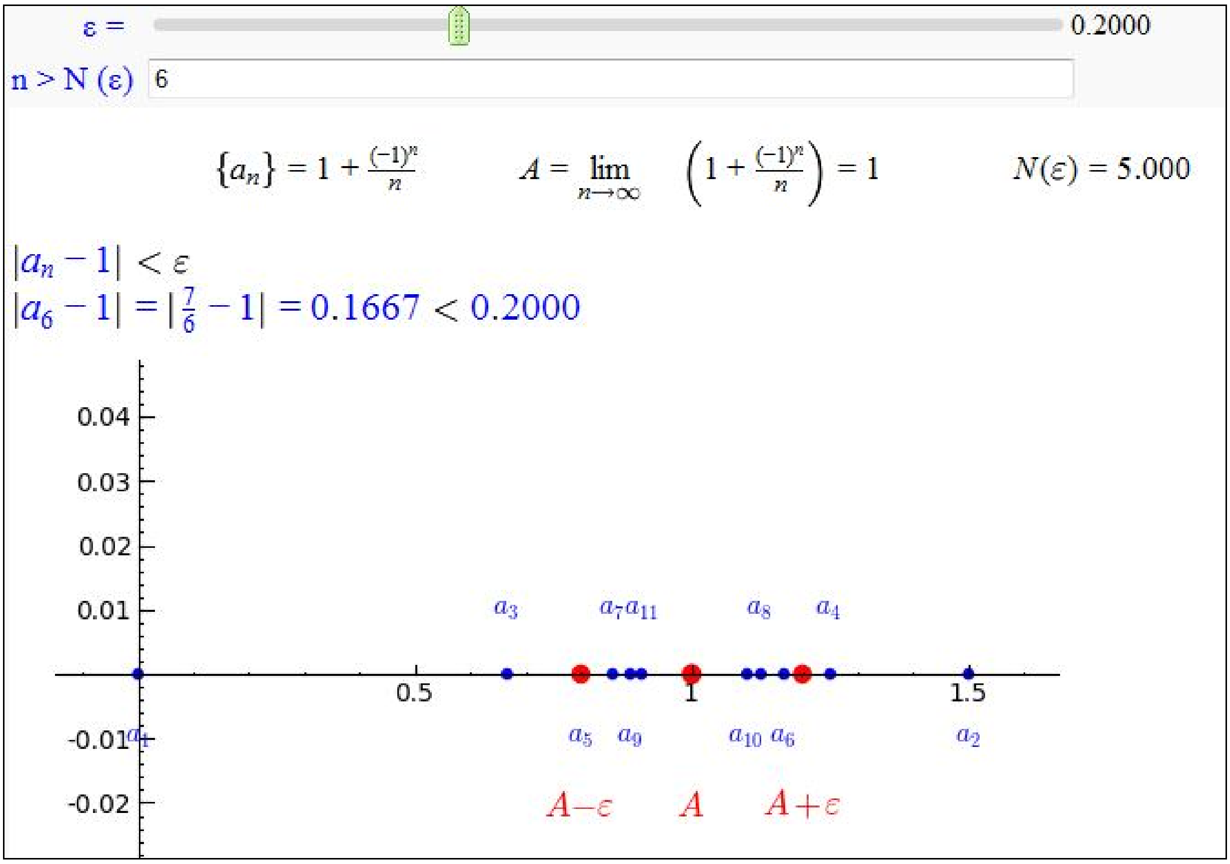


Рис. 2.20. Інтерфейс користувача моделі «Геометричний зміст границі послідовності»

При роботі з вказаною моделлю, змінюючи положення повзунка, студенти переконуються у тому, що, якщо числова послідовність має границю, то для будь-якого $\varepsilon > 0$ знайдеться такий номер N, починаючи з якого (при $n > N$) всі члени послідовності потрапляють у ε-окіл точки A (границі), яким би малим він не був. Крім того, змінюючи дані у полі «$n > N(\varepsilon)$», студенти мають можливість впевнитися у тому, що нерівність $|a_n - A|$ дійсно буде виконуватися лише для $n > N$ (для цього пропонується ввести значення n, менші за $N(\varepsilon)$).

Аналогічно до моделі «Геометричний зміст границі послідовності» для ілюстрації геометричного змісту границі функції $y = f(x)$ у нескінченності пропонуємо скористатися моделлю, інтерфейс якої зображено на рис. 2.21. Нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$ рівносильна подвійній нерівності $A - \varepsilon < f(x) < A + \varepsilon$, яка відповідає розміщенню частини графіку у смузі шириною 2ε, якщо $x < -N$ та $x > N$.

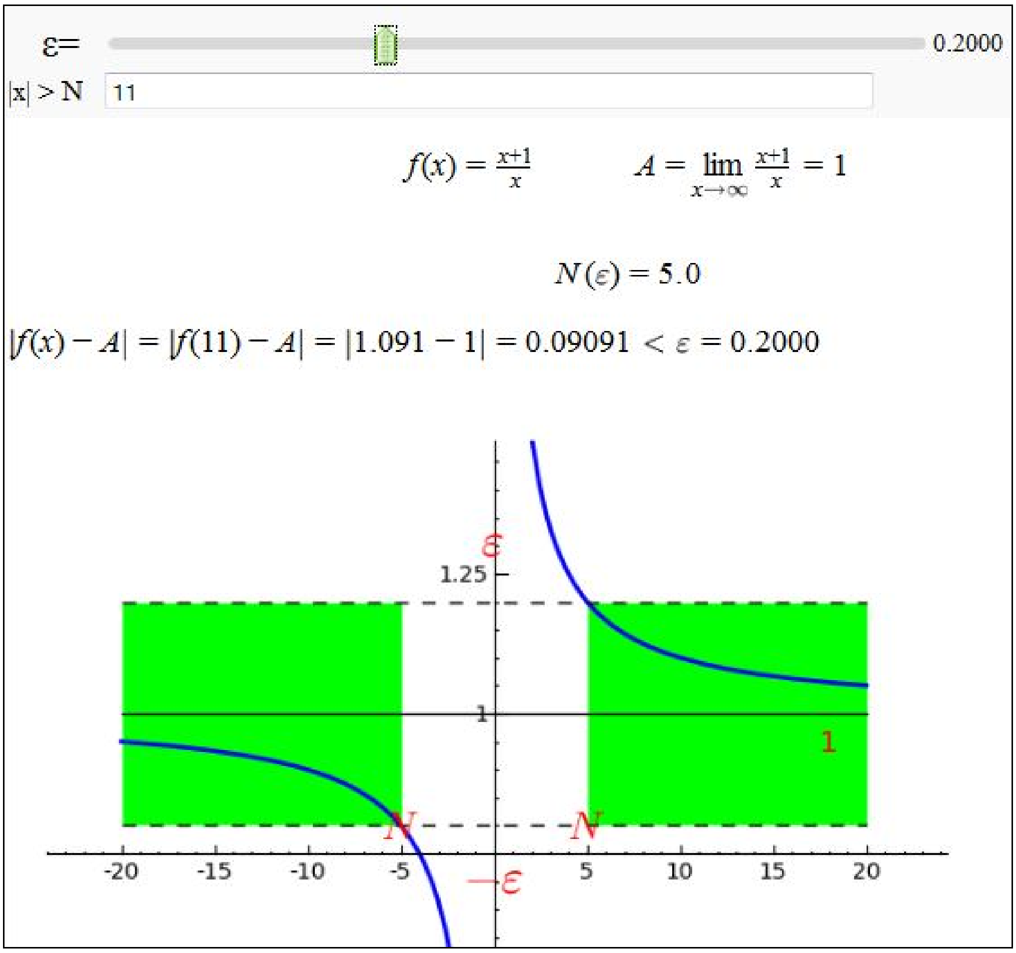


Рис. 2.21. Інтерфейс користувача моделі

«Геометричний зміст границі функції при $x \to \infty$»

Тобто, число A є границею функції $y = f(x)$ при $x \to \infty$, якщо для будь-якого $\varepsilon > 0$ знайдеться таке число $N > 0$, що для всіх x таких, що

$|x| > N$, відповідні ординати графіка $f(x)$ будуть знаходитися у смузі $A - \varepsilon < y < A + \varepsilon$, якою б вузькою ця смуга не була, а коли $x \to \pm\infty$, графік функції асимптотично наближається до прямої $y = A$.

Таким чином, при $x \to +\infty$ означення $|f(x) - A| < \varepsilon$ справедливе для усіх $x > N$, при $x \to -\infty$ справджується для усіх $x < -N$.

Як свідчить практика, у більшості студентів першого курсу під час вивчення теми «Числова послідовність. Границя числової послідовності» не формується чіткого розуміння таких понять, як «послідовність, обмежена знизу», «послідовність, обмежена зверху», «обмежена послідовність» та «необмежена послідовність». Причиною цього є те, що у друкованих навчальних посібниках з вищої математики ілюстрація означень не розглядається у динаміці. Використовуючи модель «Обмежені послідовності» (рис. 2.22) на лекційних заняттях, у викладача з'являється можливість продемонструвати геометричний зміст розглядуваних понять, переконати студентів, що обмеженість послідовності не залежить від кількості обраних членів тощо.

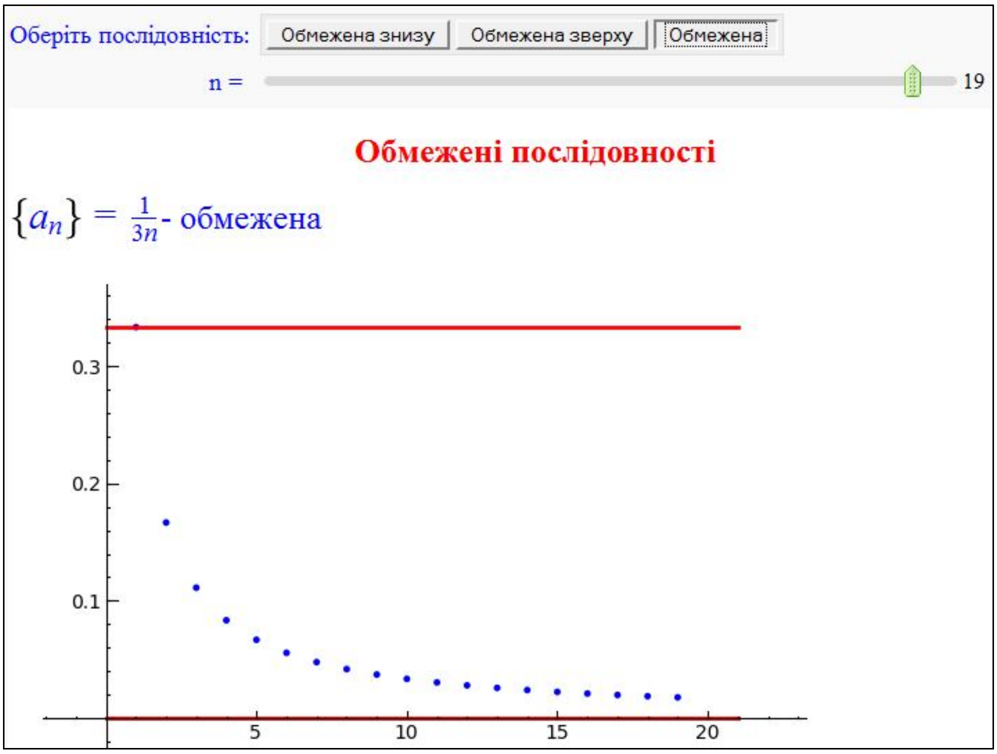


Рис. 2.22. Інтерфейс користувача моделі «Обмежені послідовності»

Всі запропоновані вище моделі виступають у якості ілюстрацій теоретичних понять, їх основне призначення полягає у компактному поданні та ілюстрації певних теоретичних положень.

Проте, під час вивчення модуля «Ряди», зокрема, теми «Розвинення елементарних функцій у ряд Маклорена» студентам пропонується модель для демонстрації відповідності між функцією та її розвиненням у ряд Маклорена (рис. 2.23). Запропонована модель може виступати не тільки в якості ілюстрації теоретичних понять, а й інструментом для досліджень. Для дослідження подібних моделей викладачу необхідно сформулювати систему завдань, у результаті виконання якої студенти формулюють певні висновки.

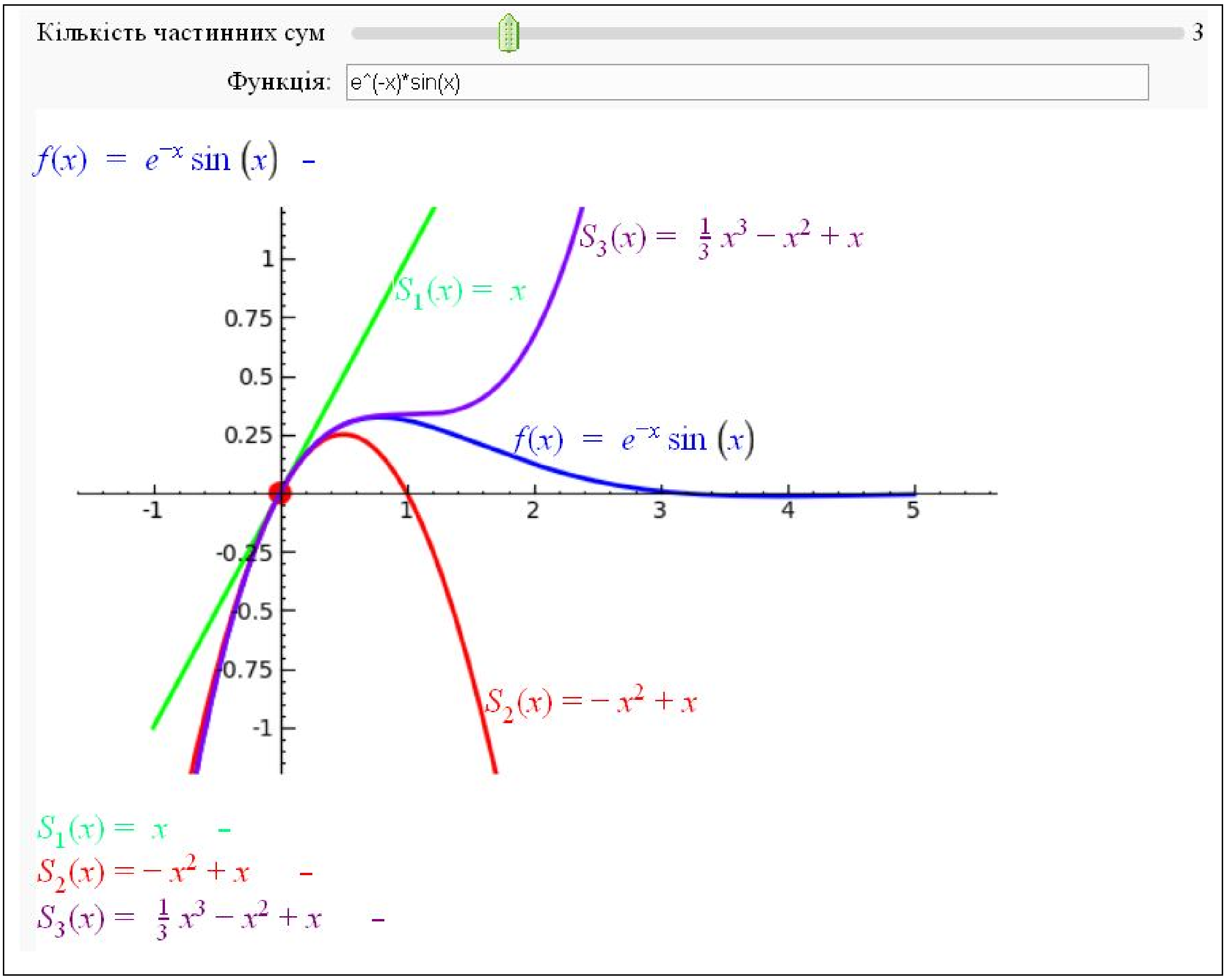


Рис. 2.23. Інтерфейс користувача моделі

«Розвинення функції в ряд Маклорена»

Одним із можливих варіантів завдань для цієї моделі може бути наступний.

1. Для функції $y = \sin x$ встановити бігунок параметра «Кількість частинних сум» на значення 1 і рухати його поступово, крок за кроком, до значення 6, спостерігаючи при цьому за зміною графіків частинних сум. В результаті дослідження студенти повинні відповісти на питання: Чому значення параметру «Кількість частинних сум» не відповідає порядку останньої частинної суми? Чому при значенні параметру «Кількість частинних сум» рівним 6 отримуємо п'ять частинних сум, причому деякі з них рівні між собою? Скільки доданків має п'ята частинна сума? Порівняти її з многочленом Тейлора п'ятого порядку, отриманим в результаті «ручних» розрахунків.

2. Для функції $y = \cos x$ встановити бігунок параметра «Кількість частинних сум» на значення 1 і рухати його поступово, крок за кроком, до значення 7, спостерігаючи при цьому за зміною графіків частинних сум. В результаті дослідження студенти повинні відповісти на питання: При значенні параметра «Кількість частинних сум» рівним 5 який порядок має остання частинна сума? Як це можна пояснити? Чи є графіки зображених частинних сум періодичними функціями?

3. Для функції $y = e^{-x} \sin x$ встановити бігунок параметра «Кількість частинних сум» на значення 1 і рухати його поступово, крок за кроком, до значення 9, спостерігаючи при цьому за зміною графіків частинних сум. В результаті дослідження студенти повинні відповісти на питання: Яким чином значення параметру «Кількість частинних сум» впливає на графіки відповідних частинних сум? В околі якої точки всі графіки частинних сум співпадають? Чому?

В результаті виконання зазначених дій студенти роблять такі загальні висновки:

1) від обраної кількості членів ряду залежить, наскільки співпадають графіки відповідної частинної суми та заданої функції в околі вказаної точки (у даному випадку точки нуль);

2) чим більше значення x (чим далі x від точки 0), тим істотніше відрізняються графіки досліджуваної функції і відповідного розвинення в ряд Маклорена (поведінка ряду не має нічого спільного з поведінкою функції, що розкладають);

3) при розвиненні непарної функції графік будь-якої парної частинної суми співпадає з передуючим йому графіком непарної частинної суми, при розвиненні парної функції – навпаки.

При вивченні теми «Наближене обчислення визначених інтегралів» пропонуємо студентам розглянути модель, яка демонструє різні способи наближеного обчислення інтегралів, залежність результату обчислень від кількості інтервалів розбиття тощо.

Важливим є те, що студент має можливість сам задавати кількість інтервалів, підінтегральну функцію, встановлювати межі інтегрування та обирати формулу, за якою здійснюються обчислення, тобто у студента є можливість виконати навчальне дослідження. На рис. 2.24 показано інтерфейс користувача комп'ютерної моделі наближеного обчислення інтегралу.

При роботі з цією моделлю доцільно запропонувати студентам виконати наступне завдання:

Знайти значення інтегралу $\int_1^e x \ln x \, dx$:

1) за допомогою формули інтегрування по частинам (розрахунки записати в робочих зошитах);

2) за допомогою моделі «Наближені обчислення інтегралу»: методами лівих прямокутників, правих прямокутників, середніх прямокутників, трапецій, формули Сімпсона; розрахунки виконати для різної кількості проміжків розбиття (10, 20, 40);

3) порівняти отримані результати.

В результаті виконання цього завдання студенти мають зробити наступні висновки:

1) чим більша кількість проміжків розбиття, тим точніше значення інтегралу, що обчислюється;

2) формула Сімпсона значно точніша, ніж формули прямокутників і формула трапецій.

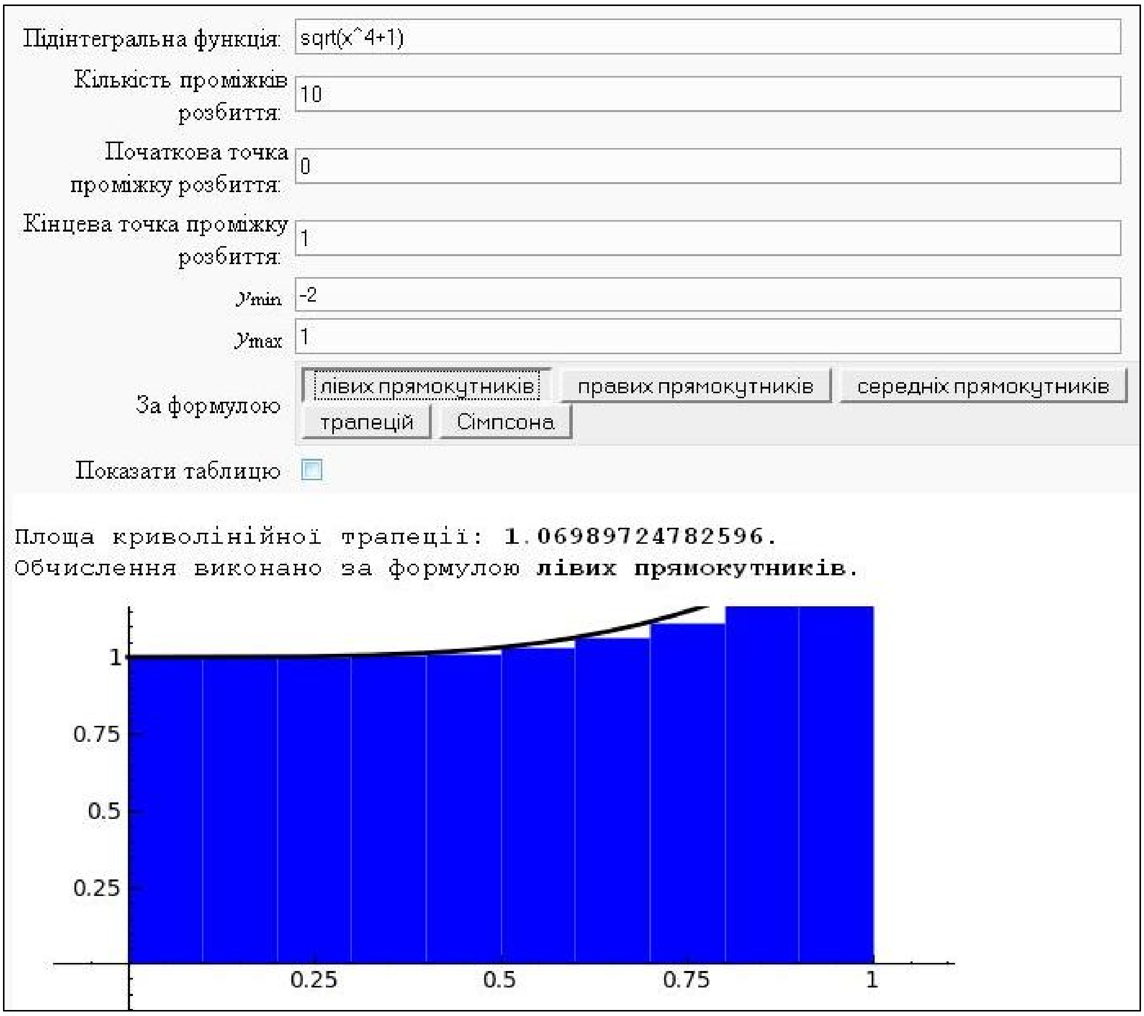


Рис. 2.24. Інтерфейс користувача моделі
«Наближені обчислення інтегралу»

Зауважимо також, що побудовану модель можна застосувати й у процесі введення поняття визначеного інтегралу.

Зазначимо, що використання вказаних моделей під час лекційних занять надає можливість зекономити певний час, який доцільно витратити на економічну інтерпретацію основних понять курсу математики, що є одним із важливих засобів реалізації професійної спрямованості навчання.

Для прикладу розглянемо економічну інтерпретацію основних понять математичного аналізу.

Прикладом *лінійної функції* в економіці є залежність суми витрат виробництва від обсягу випуску продукції. При заданому технічному рівні виробництва на виробництво одиниці продукції потрібна певна кількість сировини, праці, електроенергії, транспортних витрат та ін. Позначимо через a_1 суму усіх таких витрат, тоді при випуску продукції x витрати складатимуть $a_1 \cdot x$. Проте існують витрати, які не залежать від обсягу x продукції, що випускається, наприклад, витрати, пов'язані з амортизацією будівель, заробітною платою службовців, опаленням та освітленням цехів та ін. Позначимо через a_n суму усіх таких витрат, тоді загальна сума витрат y при обсягу продукції x, що випускається, складатиме $y = a_1 \cdot x + a_n$.

Прикладом *дробово-раціональної функції* в економіці є залежність рівня добробуту y від числа утриманців x (в середньому на одного працюючого): $y = \frac{A}{1+x} + B$, де A – середня заробітна плата, B – середня величина виплат із суспільних фондів (соціальні виплати, безкоштовна медична допомога, безоплатне навчання та ін.).

Показникова функція в економіці використовується там, де величини при збереженні деяких умов в рівні проміжки часу змінюються в рівних відношеннях. До такої зміни величини зазвичай приводить те, що досягнутий рівень сам стає базою для подальшого росту. Найпростішим прикладом цього є збільшення капіталу, залученого у оберт, до якого через рівні проміжки часу (наприклад, в кінці кожного року) додається прибуток. Якщо p – норма прибутку, а y_n – початкова величина капіталу, то через рік величина капіталу складатиме $y_n(1+p)$, через x років – $y_n(1+p)^x$ або $y_n \cdot a^x$, $a = 1+p$.

Для ілюстрації економічної інтерпретації *неперервності функції* доцільно розглянути графік податкової ставки N, який має вигляд як на рис. 2.25 *а*. На кінцях проміжків функція розривна й має розрив першого роду. Але сам розмір прибуткового податку P є неперервною функцією річного доходу R (рис. 2.25 *б*). Отже, якщо річні доходи двох осіб не дуже відрізняються, то треба, щоб різниця за прибутковим податком, який вони мають заплатити, також не була дуже великою.

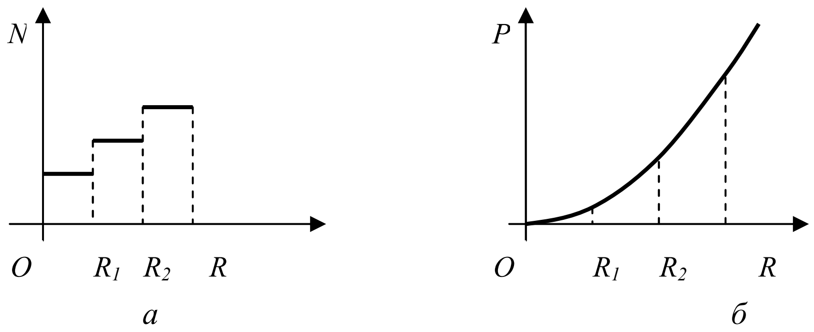


Рис. 2.25. Графіки функцій податкової ставки та розміру прибуткового податку

Якщо ж результат не неперервно залежить від початкових даних, параметрів, що характеризують економічну задачу, то таку задачу вважають некоректною.

Іншим прикладом ілюстрації неперервності функцій за своїм економічним змістом є функції попиту та пропозиції, які неперервно залежать від ціни. За малих коливань цін попит та пропозиція також змінюються неперервно. За глибшого аналізу часто виявляються психологічні причини, за якими попит, наприклад, може змінитися стрибкоподібно. Так буває в разі «пробиття» «круглої» ціни. Ціна підвищується, але люди «терплять», і попит зменшується неістотно. І ось ціна завмерла біля «круглої» цифри. Коли ціна перевищує «круглу цифру», може відбутися різке стрибкоподібне зменшення попиту. Це добре знають фахівці, які працюють на валютних та інших фінансових ринках.

В економічних дослідженнях доволі часто зустрічаються функції, які не є неперервними. Візьмемо величину потужності чорної металургії з виробництва чавуна як функцію, залежну від часу. Легко бачити, що зміна цієї потужності відбувається в момент уведення в експлуатацію кожної нової печі (або відключення старої). В такі моменти функція має розрив, інші проміжки часу функція лишається сталою.

До появи *числа* e приводить розв'язання багатьох прикладних задач статистики, фізики, біології та ін., аналіз таких процесів, як народонаселення, розпад радія, розмноження бактерій і т.д. Для майбутніх фахівців з економіки появу числа e доцільно проілюструвати, розглядаючи задачу про неперервне нарахування відсотків. При цьому слід зазначити, що в практичних фінансово-кредитних операціях неперервне нарахування відсотків застосовується рідко, проте воно є ефективним у разі аналізу фінансових проблем, зокрема обґрунтування й вибору інвестиційних рішень.

При вивченні теми «*Похідна*», поряд з геометричним та механічним трактуванням похідної, студентам варто також навести низку економічних прикладів, що приводять до цього поняття. В економіці зазвичай користуються середніми величинами: середня продуктивність праці, середній дохід, середній прибуток і т. д. Проте часто потрібно знайти, на яку величину росте результат, якщо буде збільшено витрати або, навпаки, на скільки зменшиться результат, якщо витрати зменшаться. Середні величини відповіді на ці питання не дадуть. В подібних задачах потрібно визначити границю відношення приросту ефекту до приросту затрат при прямуванні останнього до нуля, тобто перейти до похідної.

Так, для більш глибокого усвідомлення *економічного змісту похідної* студентам пропонується розглянути задачі про продуктивність праці та витрати виробництва.

Нехай деяка функція $U = U(t)$ виражає обсяг виробленої продукції U за час t. Потрібно знайти продуктивність праці в момент t_0.

За період часу від t_0 до $t_0 + \Delta t$ обсяг виробленої продукції зміниться від $U_0 = U(t_0)$ до $U_0 + \Delta U = U(t_0 + \Delta t)$, середня продуктивність праці за цей період часу $Z_{ñð} = \frac{\Delta U}{\Delta t}$. *Продуктивність праці в момент часу* t_0 можна визначити як граничне значення середньої продуктивності за період часу від t_0 до

$t_0 + \Delta t$, коли $\Delta t \to 0$, тобто $Z = \lim\limits_{\Delta t \to 0} Z_{cp} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta U}{\Delta t}$.

Отже, похідна обсягу виробленої продукції за часом $U'(t_0)$ є продуктивністю праці у момент часу t_0.

Існує ще одне поняття, яке ілюструє економічний зміст похідної. Витрати виробництва y будемо вважати функцією кількості продукції x, що виробляється. Нехай Δx – приріст продукції, тоді Δy – приріст витрат виробництва та $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ – середній приріст витрат виробництва на одиницю продукції.

Похідна $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ виражає *граничні витрати* виробництва та характеризує наближені додаткові витрати на виробництво одиниці додаткової продукції.

Граничні витрати залежать від рівня виробництва (кількості продукції, яка виробляється) x та визначаються не постійними виробничими витратами, а тільки тими, що змінюються (сировина, паливо та ін.). Аналогічно можуть бути визначені гранична виручка, граничний прибуток, граничний продукт, гранична корисність і т. д.

Граничні величини характеризують не стан (як сумарну або середню величину), а процес зміни економічного об’єкту.

Таким чином, маємо *економічний зміст похідної*: похідна характеризує швидкість зміни деякого економічного об’єкта чи процесу відносно часу або іншого досліджуваного фактора.

Приклад 1. Нехай відомо, що залежність між витратами виробництва y та обсягом випуску продукції x виражається функцією $y = 21x - 0{,}01x^3$ (ум. гр. од.). Визначити середні та граничні витрати за умови, що обсяг випуску продукції 10 одиниць.

Функція середніх витрат (на одиницю продукції) виражається співвідношенням $y^* = \dfrac{y}{x} = 21 - 0{,}01x^2$, якщо $x = 10$, середні витрати на одиницю продукції дорівнюють $y^*(10) = 21 - 0{,}01 \cdot 10^2 = 20$ (ум. гр. од.). Функція граничних витрат виражається похідною $y' = 21 - 0{,}03x^2$, при $x = 10$ граничні витрати становлять $y'(10) = 21 - 0{,}03 \cdot 10^2 = 18$ (ум. гр. од.).

Отже, якщо середні витрати на виробництво одиниці продукції становлять 20 ум. гр. од., то граничні витрати, тобто додаткові витрати на виробництво додаткової одиниці продукції при даному рівні виробництва (обсяг випуску продукції 10 одиниць), становлять 18 ум. гр. од.

Легко бачити, що на відміну від геометричної та механічної інтерпретації похідної, в сфері економіки має місце багатозначність трактування цього поняття. Зрозуміло, що в процесі навчання математики неможливо розглянути всі економічні ситуації та процеси, що мають різне за змістом економічне трактування поняття похідної. Важливим є те, що студент повинен чітко розуміти наступний факт: якщо певна функція описує деякий економічний процес, то її похідна характеризує граничну ефективність цього процесу.

В економіці часто використовують тісно пов’язане з поняттям похідної поняття *еластичності функції*. За допомогою похідної обчислюють приріст залежної змінної, що відповідає приросту незалежної змінної. При описі динаміки економічних процесів зручніше користуватися не абсолютним приростом аргументу і функції, а їх відносними приростами, що є безмірними величинами, вираженими у відсотках. В багатьох задачах економіки доцільніше обчислювати процент приросту залежної змінної, що відповідає 1 % приросту незалежної змінної.

Відношення відносного приросту функції $\frac{\Delta y}{y}$ до відносного приросту незалежної змінної $\frac{\Delta x}{x}$ показує, у скільки разів відносний приріст функції більше (менше) відносного приросту аргументу. Це відношення записується у вигляді $\frac{x}{y} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Якщо існує похідна функції $y = f(x)$, то існує границя

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{x}{y} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{y} \cdot f(x)'.$$

Цю границю називають *еластичністю функції* $y = f(x)$ і позначають $E_x(y)$.

Еластичність функції наближено показує, на скільки відсотків зміниться функція $y = f(x)$ при зміні незалежної змінної на 1%.

Еластичність застосовується для аналізу попиту та пропозиції. Наприклад, еластичність попиту y відносно ціни x (доходу x) – коефіцієнт, який визначається за формулою $E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot y'$ та наближено показує, на скільки відсотків зміниться попит (обсяг споживання) при зміні ціни (доходу) на 1%. Якщо еластичність попиту (за абсолютною величиною) $|E_x(y)| > 1$, то попит вважають еластичним, якщо $|E_x(y)| = 1$ – нейтральним, $|E_x(y)| < 1$ – нееластичним відносно ціни (доходу).

Приклад 2. Залежність між собівартістю одиниці продукції деякого підприємства y (тис. гр. од.) та випуском продукції x (млрд. гр. од.) виражається за допомогою функції $y = -0{,}55x + 110$. Знайти еластичність собівартості випуску продукції, який дорівнює 70 млрд. гр. од.

За формулою $E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot y'$ еластичність собівартості, враховуючи, що $y' = -0{,}55$ становитиме:

$$E_x(y) = \frac{-0{,}55x}{-0{,}55x + 110} = \frac{x}{x - 200}.$$

При $x = 70$ отримаємо $E_{70}(y) = \frac{70}{70 - 200} = -0{,}5$, тобто за випуску продукції, який дорівнює 70 млрд. ум. гр. од., його збільшення на 1% приведе до зниження собівартості на 0,5%.

Для з'ясування *економічного змісту визначеного інтегралу* можна розглянути задачу про обсяг продукції.

Приклад 3. Нехай деяке підприємство (фірма) виробляє продукцію з інтенсивністю (продуктивністю праці) $f = f(t)$. Знайдемо обсяг продукції q, виробленої за інтервал часу $[0;\ T]$.

Легко бачити, що якщо інтенсивність виробництва продукції не змінюється ($f = f(t) = \text{const}$), то обсяг продукції q, виробленої за інтервал часу $[0;\ T]$, обчислюється за формулою $q = f \cdot T$.

У загальному випадку справедливе наближене значення обсягу продукції $q \approx \sum\limits_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta t_k$. Тут $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$ – довжини окремих відрізків подрібнення інтервалу $[0;\ T]$, c_k – довільна точка з відрізка $t_k - t_{k-1}$. Якщо $\lambda = \max\limits_{1 \le k \le n} \Delta t_k \to 0$, то кожен із доданків суми стає дедалі точнішим, тому шуканий обсяг продукції (за умовою він існує) обчислюється за формулою

$$q = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta t_k = \int_0^T f(t)dt.$$

Отже, економічний зміст визначного інтегралу такий: він чисельно дорівнює обсягу виробленої продукції підприємством (фірмою) з інтенсивністю (продуктивністю праці) $f = f(t)$ за інтервал $[0;\ T]$.

У процесі навчання вищої математики можна навести й інші приклади економічної інтерпретації визначеного інтегралу. Наприклад, доцільно розглянути прикладні задачі на обчислення продуктивності праці, додаткових витрат, додаткового капіталу, прибутку від відсотків вкладу, дисконтованого доходу, коефіцієнта нерівномірного розподілу доходів тощо.

Для економічної інтерпретації *теореми про середнє* доцільно розглянути функцію $y = f(x)$, яка визначає змінювані витрати виробництва, де x – обсяг виробленої продукції. Тоді середні витрати виробництва p при обсязі виробництва від x_1 до x_2 складатимуть $p = \frac{\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx}{x_2 - x_1}$.

Невід'ємною частиною навчального процесу з вищої математики є самостійна робота студентів. Основною формою організації самостійної роботи було обрано індивідуальні домашні завдання (ІДЗ) з кожного модуля, у вигляді робочих аркушів ММС. Вони складаються з прикладів розв'язування типових завдань за темою модуля та задач для самостійного опрацювання трьох рівнів.

Завдання першого рівня призначені для відпрацювання навичок «ручного» розв'язування задач. Під час виконання цих завдань студенти мають можливість застосування ММС для перевірки не тільки остаточного результату обчислень, а й проміжних значень. Завдання другого типу є комп'ютерно-орієнтованими. До них відносять задачі, витрати часу на ручне розв'язання яких невиправдано перевищують час створення комп'ютерної моделі. Завдання третього типу відносять до творчих; вони передбачають виконання дослідження математичної моделі засобами ММС.

Крім розроблених ІДЗ, ММС «Вища математика» містить аркуші з прикладами розв'язування різноманітних завдань з кожного модуля (рис. 2.26) у традиційному вигляді та за допомогою Web-СКМ Sage. Особливості компонування завдань, детальні пояснення кожного кроку розв'язання, застосування засобів ІКТ сприяє активізації самостійної роботи студентів.

Якість формування навичок розв'язування навчальних завдань безпосередньо пов'язана з якісною, детальною перевіркою домашньої роботи студентів, що потребує додаткових витрат часу на практичних заняттях. Більшість викладачів, контролюючи виконання домашніх завдань, перевіряє лише правильність відповіді і якщо в аудиторії знайдеться хоча б 2–3 студенти, які отримали правильні відповіді, то покрокову перевірку не виконують. Проте, для ефективної самостійної роботи у студента повинна бути можливість не тільки перевірити кінцевий результат будь-яких обчислень, а і кожен крок виконання завдання. Крім того, процес засвоєння знань та вмінь є індивідуальним для кожного студента. Одному для формування певних практичних навичок достатньо лише прикладів, розв'язаних викладачем на лекційному занятті, іншому потрібно розв'язати досить велику кількість навчальних завдань самостійно з можливістю здійснення детальної перевірки. Для реалізації цього були розроблені програми-тренажери, основне призначення яких полягає у поданні всіх етапів розв'язування математичної задачі.

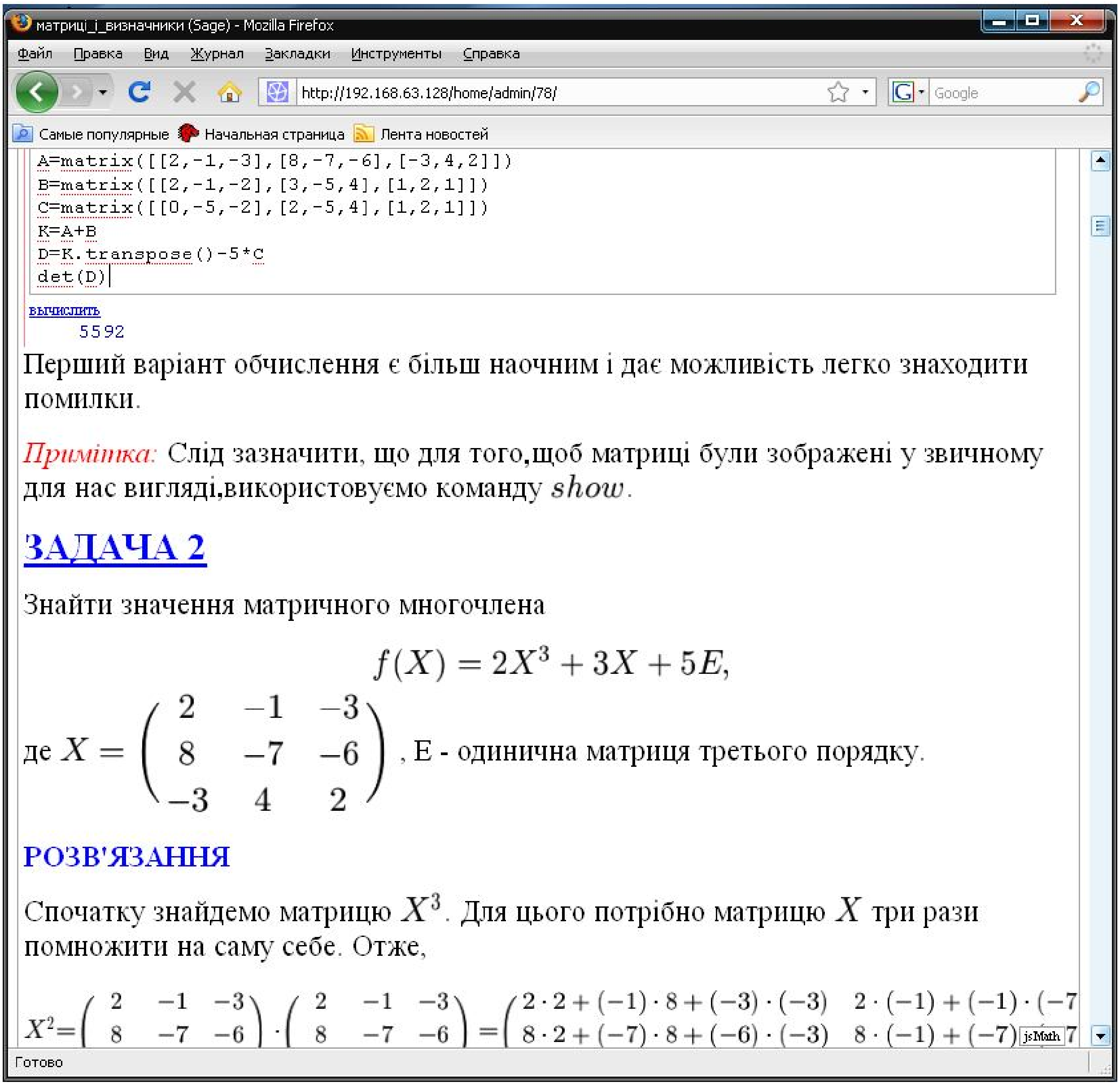


Рис. 2.26. Робочий аркуш до теми «Матриці і визначники»

Так, під час вивчення теми «Розв’язування системи лінійних рівнянь методом Жордана-Гауса» (однієї з найскладніших тем модуля «Елементи лінійної алгебри») студентам пропонується скористатися тренажером, інтерфейс якого зображено на рис. 2.27. Наприклад, потрібно розв’язати наступну систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 11 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 13 \\ -7x_1 - 8x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

Для цього у поле «Система лінійних рівнянь» потрібно через кому ввести коефіцієнти розширеної матриці системи, згруповані по рядках, у квадратних дужках.

При роботі з цією програмою-тренажером у студентів з’являється можливість: перевірити кінцевий результат обчислень, порівняти розв’язувальні таблиці, отримати рекомендацію щодо виконання необхідних дій над рядками тощо

Під час вивчення теми «Інтегрування частинами» пропонуємо тренажер для інтегрування виразів виду $\int P(x) \cdot e^{bx} dx,$ äå $P(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ (рис. 2.28).

При застосуванні цієї програми, з метою формування більш чітких теоретичних знань, доцільно запропонувати студентам виконати систему наступних дій:

1) змініть положення повзунка таким чином, щоб у полі «Степінь многочлена» з’явилися значення n ($n = 1, 2, 3, \ldots, 10$);

2) підрахуйте, скільки разів було використано загальну формулу для інтегрування частинами;

3) виконайте дії 1)–2), змінивши положення повзунка таким чином, щоб у полі «Степінь многочлена» по черзі з’явилися різні значення степеня;

4) зробіть висновок щодо залежності між степенем многочлена та кількістю повторень інтегрування частинами.

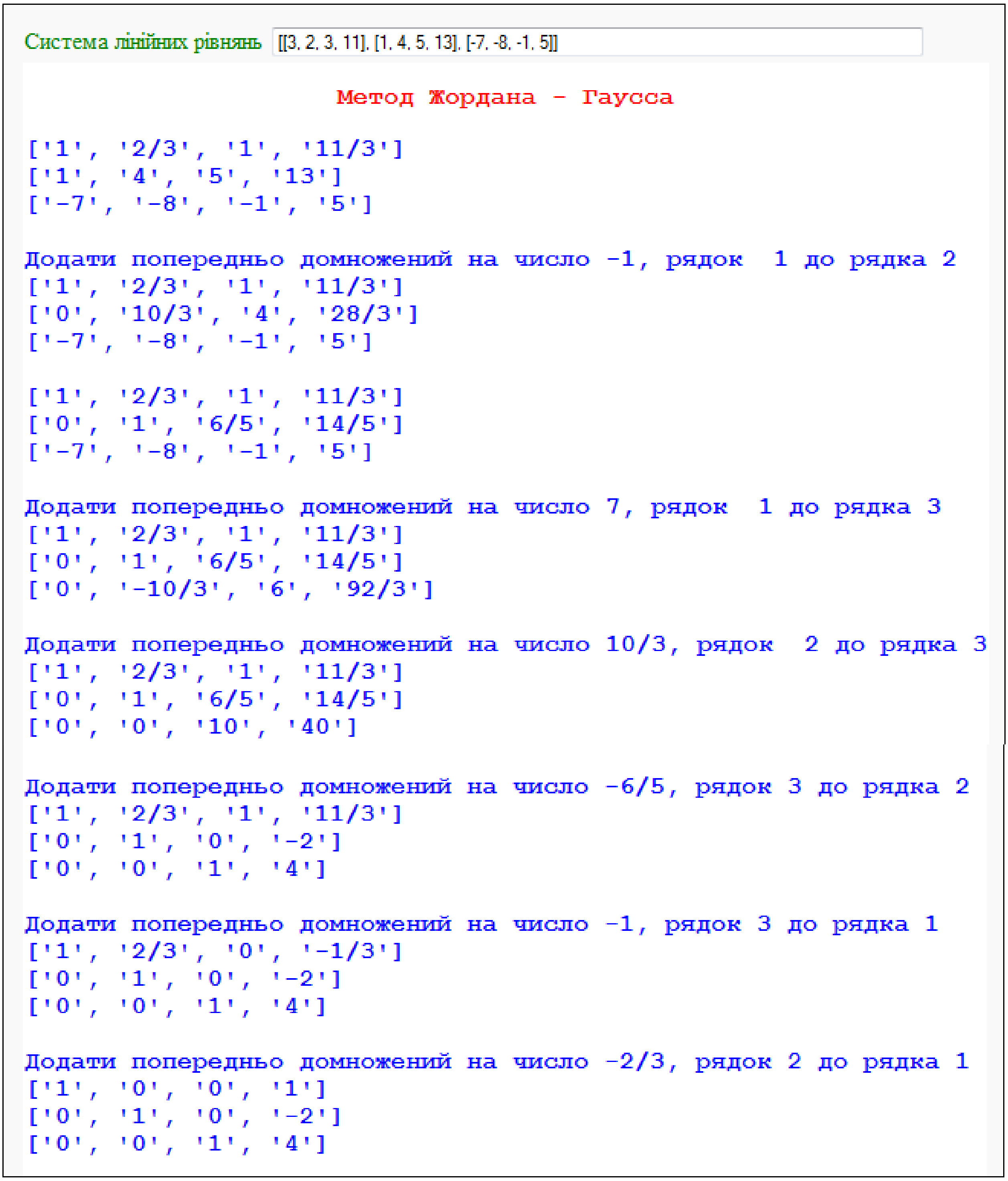


Рис. 2.27. Інтерфейс тренажера з теми «Метод Жордана-Гауса»

Крім того, варіант даного тренажера для інтегрування виразів у загальному вигляді (рис. 2.29) студентам пропонується використати для виведення рекурентної формули інтегралів виду $I_n = \int x^n e^{ax} dx, a \neq 0$, що виражається через аналогічний інтеграл I_k, при $k < n$ (n – натуральне число, $n > 2$).

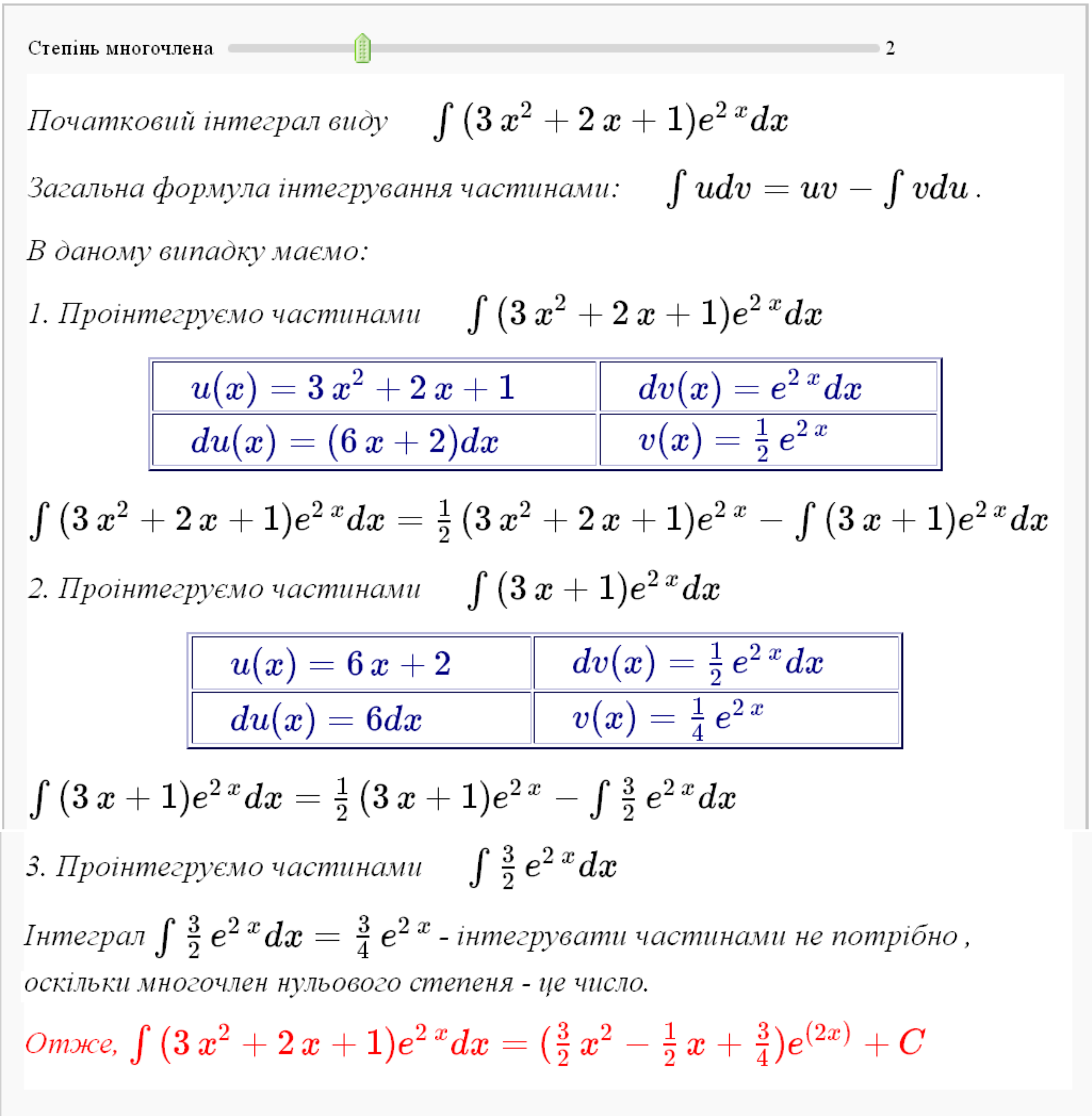


Рис. 2.28. Інтерфейс тренажера з теми «Інтегрування частинами»

Таким чином, застосування програм-тренажерів у самостійній навчальній діяльності студентів надає можливість:

– враховувати психолого-педагогічні особливості студентів, забезпечуючи тим самим диференціацію та індивідуалізацію навчального процесу;

– поліпшити якість самостійної позааудиторної роботи студентів (користувачу надається можливість самостійно відстежити та перевірити кожен крок розв'язання навчального завдання, порівняти результати, отримані програмою та самим студентом);

– здійснювати теоретичні узагальнення.

Степінь многочлена 2

Початковий інтеграл виду $\int (a_2x^2 + a_1x + a_0)e^{bx}dx$

Загальна формула інтегрування частинами: $\int udv = uv - \int vdu.$

В даному випадку маємо:

1. Проінтегруємо частинами $\int (a_2x^2 + a_1x + a_0)e^{bx}dx$

$u(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	$dv(x) = e^{bx}dx$
$du(x) = (2\,a_2x + a_1)dx$	$v(x) = \frac{e^{bx}}{b}$

$$\int (a_2x^2 + a_1x + a_0)e^{bx}dx = \frac{(a_2x^2+a_1x+a_0)e^{bx}}{b} - \int \frac{(2\,a_2x+a_1)e^{bx}}{b}dx$$

2. Проінтегруємо частинами $\int \frac{(2\,a_2x+a_1)e^{bx}}{b}dx$

$u(x) = 2\,a_2x + a_1$	$dv(x) = \frac{e^{bx}}{b}dx$
$du(x) = 2\,a_2dx$	$v(x) = \frac{e^{bx}}{b^2}$

$$\int \frac{(2\,a_2x+a_1)e^{bx}}{b}dx = \frac{(2\,a_2x+a_1)e^{bx}}{b^2} - \int 2\,\frac{a_2e^{bx}}{b^2}dx$$

3. Проінтегруємо частинами $\int 2\,\frac{a_2e^{bx}}{b^2}dx$

Інтеграл $\int 2\,\frac{a_2e^{bx}}{b^2}dx = 2\,\frac{a_2e^{bx}}{b^3}$ *- інтегрувати частинами не потрібно , т.я. многочлен нульового степеня* $2\,a_2$ *- це число.*

Отже,

$$\int (a_2x^2 + a_1x + a_0)e^{bx}dx = \left(\frac{(a_2b^2x^2+a_0b^2+(a_1b^2-2\,a_2b)x-a_1b+2\,a_2)}{b^3}\right)e^{(bx)} + C$$

Рис. 2.29. Інтерфейс тренажера з теми «Інтегрування частинами у загальному вигляді»

У процесі розв’язання навчальних вправ з таких модулів, як «Інтегральне числення функції однієї змінної», «Вступ до математичного аналізу», «Диференціальні рівняння», студентам для правильного розв’язання вказаних завдань часто доводиться визначати тип того чи іншого математичного виразу.

Так, наприклад, для того, щоб обчислити інтеграл, спочатку потрібно встановити його вид, і в залежності від цього обрати метод інтегрування та потрібну підстановку. Як правило, розв’язання таких вправ на практичному занятті за безпосередньої участі викладача не викликає утруднень. Проте у процесі самостійної позааудиторної роботи у частини студентів виникають утруднення щодо встановлення виду інтегралу. Тому для ефективного управління самостійною навчальною діяльністю студентів з вищої математики доцільно скористатися розробленою викладачем НЕС, яка б надала можливість організувати автоматизований контроль та корекцію результатів навчальної діяльності, тренування тощо.

Оскільки навчання побудови НЕС не є складовою змісту математичної підготовки, то у процесі навчання вищої математики доцільно використовувати Web-орієнтовані засоби, що не вимагають встановлення на комп’ютері користувача та можуть виконуватися на широкому спектрі пристроїв (в тому числі мобільних) та операційних систем. Прикладом такого засобу, інтегрованого у ММС «Вища математика», є Web-НЕС eXpertise2Go.

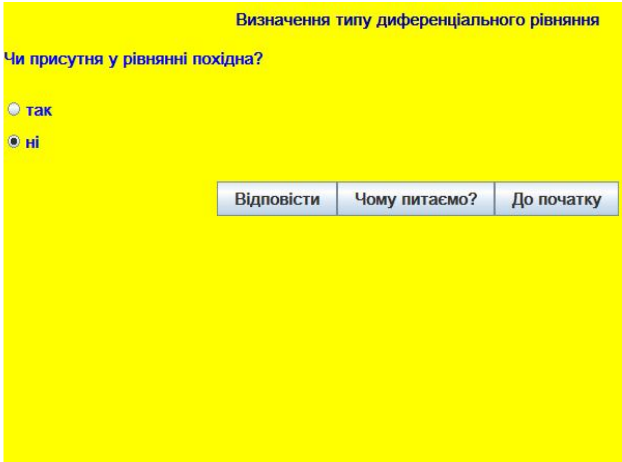
Навчальну діяльність студентів при роботі з експертними системами можна поділити на два види. Перший вид діяльності полягає у використанні готових проблемно-орієнтованих експертних систем як інформаційно-довідкових систем, у яких зберігаються знання про предметну галузь.

Так, наприклад, під час виконання індивідуального домашнього завдання за змістовим модулем «Диференціальні рівняння» студентам пропонується використати Web-НЕС «Визначення типу диференціального рівняння» (рис. 2.30), базу знань якої наведено у додатку Б.

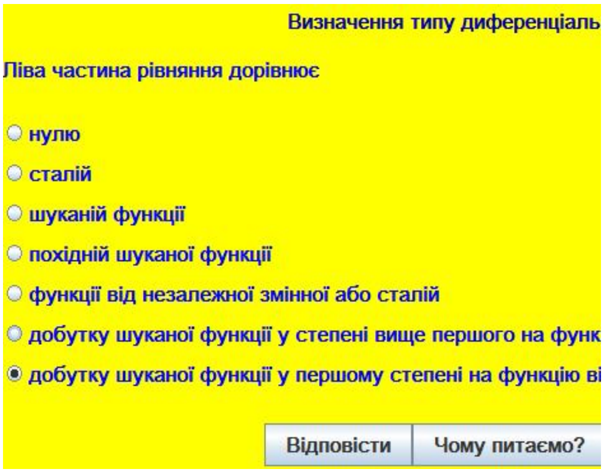
Розроблена експертна система надає можливість:

– визначити тип диференціального рівняння (якщо рівняння не є диференціальним, то з'являється відповідне повідомлення);

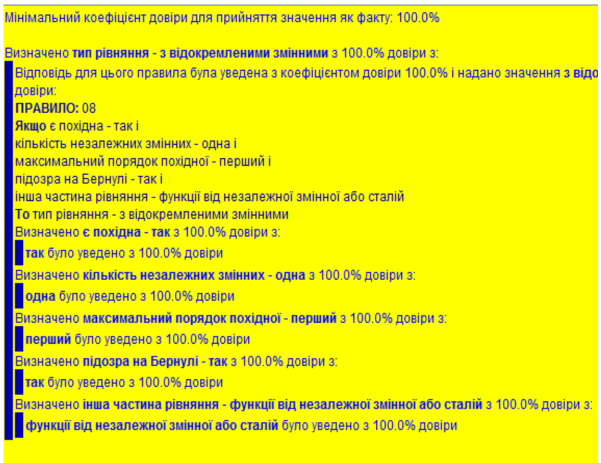
а)



б)



в)



г)

Рис. 2.30. Інтерфейс Web-НЕС з теми «Диференціальні рівняння»

– повторити процедуру визначення типу рівняння з початку (у разі помилкового вибору відповіді) за допомогою кнопки «До початку»;

– продемонструвати правило, за яким було зроблено висновок, а також відповіді, що їх увів студент на поставлені питання за допомогою кнопки «Пояснити?»;

– показати, яке правило на даний момент випробовується та яку відповідь потрібно ввести, щоб визначення типу рівняння здійснювалося саме за цим правилом, за допомогою кнопки «Чому питаємо?».

Другий вид діяльності передбачає заповнення знаннями власної експертної системи за обраною темою курсу вищої математики. При цьому студенту доводиться активно користуватися необхідною літературою – довідниками, підручниками, енциклопедіями, звертатися до баз знань з допомогою мереж зв'язку тощо.

Під час заповнення власної таблиці для генерації експертної системи за допомогою e2gRuleWriter студент користується правилами логіки висловлень та своїми знаннями теоретичного матеріалу. Слід зазначити, що завдання такого типу вимагають від студентів умінь: аналізувати матеріал, що вивчається, порівнювати, вибирати спільні якості понять, перелічувати загальні властивості, визначати обсяг понять, структурувати навчальний матеріал, узагальнювати, систематизувати тощо. Застосування у навчальному процесі таких видів завдань надає можливість для ґрунтовної підготовки студентів до модульного та підсумкового контролю. Це сприяє узагальненню та систематизації знань студентів з вищої математики, а також дозволяє викладачеві шляхом випробування бази знань НЕС зробити висновок про ефективність засвоєння студентом навчального матеріалу.

Так, наприклад, при вивченні теми «Інтегрування частинами» студентам пропонується самостійно створити та перевірити експертну систему, за допомогою якої можна було б визначити, яку частину підінтегрального виразу позначити за u, а яку за dv, при вивченні теми «Границя функції» – експертну систему, що допомагає розкривати невизначеностей різних типів тощо.

Реалізація другого напряму застосування ММС передбачає використання обчислювальних потужностей Web-СКМ Sage, що входить до складу ММС. Це надає можливість автоматизувати обчислювальний процес розв'язування задач прикладної спрямованості, зосередившись на побудові моделі та інтерпретації результатів обчислювального експерименту.

Так, під час вивчення теми модуля «Елементи лінійної алгебри» пропонуємо студентам розв’язати наступні задачі.

Задача 1. Підприємство випускає m видів продукції з використанням n видів сировини. Норми витрат сировини задані матрицею A, в якій на позиції (i, k) знаходиться число рівне кількості сировини, що витрачається (кг) k-го виду на виробництво одиниці продукції ii-го виду. План об’єму випуску продукції задано вектором-рядком Q, в якому i-й елемент дорівнює кількості одиниць продукції i-го виду. Вектор-рядок S задає собівартість одиниці сировини кожного виду, а вектор-рядок T задає транспортні витрати на одиницю сировини кожного виду (k-ті елементи цих векторів відповідають k-му виду сировини). Користуючись операцією множення матриць, знайти:

1) кількість сировини кожного виду для виконання планового випуску продукції;

2) виробничі витрати на сировину, що витрачається на виробництво одиниці продукції кожного виду;

3) транспортні витрати на сировину, що витрачається на виробництво одиниці продукції кожного виду;

3) всі витрати на сировину, необхідну для виконання плану.

$$A = \begin{pmatrix} 2.5 & 8.2 & 3 & 5.3 & 13.2 & 25 & 1.1 \\ 1.5 & 8.2 & 2 & 7.1 & 15.8 & 21 & 0.9 \\ 7 & 8 & 6 & 11 & 2.4 & 8 & 0.5 \\ 4 & 9.1 & 2 & 5 & 3.2 & 15 & 0.3 \\ 3 & 8.5 & 12 & 3.5 & 1.8 & 17 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 160 & 125 & 140 & 311 & 83 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 150 & 22 & 13 & 15 & 81 & 211 & 400 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 3 & 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Розв’язання. Задані умовою задачі матриці є математичними моделями, тому для розв’язання цієї задачі необхідно з’ясувати, які операції потрібно виконати над матрицями.

Отже, аналізуючи умову задачі, доходимо висновків:

1) для знаходження кількості сировини кожного виду за умов виконання планового випуску продукції необхідно перемножити дві матриці Q та A;

2) для обчислення виробничих витрат треба норми витрат сировини помножити на собівартість одиниці сировини кожного виду, тобто помножити матрицю A та транспоновану матрицю S;

3) для розрахунку транспортних витрат необхідно норми витрат сировини помножити на транспортні витрати (знайти добуток матриць A та T^T);

4) для знаходження всіх витрат на сировину, потрібних для виконання плану, необхідно матрицю об'єму продукції помножити на суму транспортних та виробничих витрат.

Оскільки серед елементів заданих матриць є дробові числа, а матриця A має достатньо велику розмірність, то операції над матрицями виконати доцільно засобами ММС (рис. 2.31).

```
A=matrix([[2.5,8.2,3,5.3,13.2,25,1.1],[1.5,8.2,2,7.1, 15.8,21,0.9],\
[7,8,6,11,2.4,8,0.5],[4,9.1,2,5,3.2,15,0.3], [3,8.5,12,3.5,1.8,17,0.4]])
Q=matrix([160,125,140,311,83])
S=matrix([150,22,13,15,81,211,400])
T=matrix([8,2,3,3,2,4,1])
Q*A

    [3060.50000000000 6992.60000000000 3188.00000000000 5121.00000000000
    5567.60000000000 13821.0000000000 485.000000000000]

M=A*S.transpose();M

ычислить
    [7458.10000000000]
    [6608.70000000000]
    [3551.40000000000]
    [4445.40000000000]
    [4738.30000000000]

N=A*T.transpose();N

    [188.800000000000]
    [172.200000000000]
    [160.300000000000]
    [137.900000000000]
    [159.500000000000]

Q*(M+N)

    [4.42267820000000e6]
```

Рис. 2.31. Розв'язання задачі з економічним змістом у середовищі ММС

Задача 2. Швейне підприємство виготовляє зимові, демісезонні пальта та плащі. Плановий випуск за декаду для зимових пальт складає 20 одиниць, для демісезонних – 25, для плащів – 33. Використовуються тканини 4-х типів: драп, кашемір, спандекс, поліестр, норму витрат яких (в метрах) на кожен виріб задано таблицею. Вартість метру тканини кожного типу складає 40, 35, 24, 16 гр. од. відповідно. Вартість транспортування кожного виду тканини складає 5, 3, 2, 2 гр. од. відповідно.

Завдання:

1. Скільки метрів тканини кожного типу потрібно для виконання плану?

2. Знайти вартість тканини, що витрачається на виготовлення виробу кожного виду.

3. Визначити вартість усієї тканини, що необхідна для виконання плану.

4. Підрахувати вартість усієї тканини з урахуванням транспортних витрат.

Виріб	**Витрати тканини**			
	драп	кашемір	спандекс	поліестр
Зимове пальто	5	1	0	3
Демісезонне пальто	3	2	0	2
Плащ	0	0	4	3

Розв'язання. На відміну від попередньої, дана задача не містить готову математичну модель тому студентам потрібно скласти самостійно. Аналізуючи умову, доходимо висновку, що дані, наведені в задачі, доцільно записати у вигляді таблиць, тобто у вигляді матриць. Плановий випуск зимових, демісезонних пальт та плащів за декаду позначимо через матрицю-рядок $X = (20\ \ 25\ \ 33)$. Норму витрат тканини на кожен виріб, що задано таблицею, позначимо через матрицю A, елементи рядків якої відповідають виду виробу, а елементи стовпчиків – типу тканини:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Тоді вартість метру тканини кожного типу позначимо через матрицю-рядок *C:*

$$C = (40 \;\; 35 \;\; 24 \;\; 16),$$

а вартість транспортування кожного виду тканини – через матрицю-рядок *P*:

$$P = (5 \;\; 3 \;\; 2 \;\; 2).$$

Таким чином, виходячи із поставлених завдань, розв'язання вказаної задачі зводиться до виконання операцій над матрицями, які виконаємо у ММС (рис. 2.32).

```
X=matrix([20,25,33])# задамо відомі матриці
A=matrix([[5,1,0,3],[3,2,0,2],[0,0,4,3]])
C=matrix([40,35,24,16])
P=matrix([5,3,2,2])
```

```
M=X*A;M # кількості метрів тканини, необхідної для виконання плану
```

$$\left(175 \quad 70 \quad 132 \quad 209\right)$$

```
K=A*C.transpose();K #вартість тканини, що витрачається на виготовлення
виробу кожного виду
```

$$\begin{pmatrix} 283 \\ 222 \\ 144 \end{pmatrix}$$

```
X*K# вартість усієї тканини, що необхідна для виконання плану
```

$$\left(15962\right)$$

```
M*P.transpose()# сума витрат транспортування усіх типів тканин
```

$$\left(1767\right)$$

```
X*K+M*P.transpose()# вартість усієї тканини з урахуванням транспортних
витрат
```

$$\left(17729\right)$$

Рис. 2.32. Виконання операцій над матрицями

1. Для знаходження кількості метрів тканини, необхідної для виконання плану, потрібно матрицю *X* помножити на матрицю *A*.

Отримана матриця-рядок показує, що для виконання плану потрібно взяти 175 метрів драпу, 70 метрів кашеміру, 132 метри спандексу та 209 метрів поліестру.

2. Вартість тканини, що витрачається на виготовлення виробу кожного виду, знайдемо, перемноживши матрицю A на транспоновану матрицю-рядок C.

Матриця K визначає вартість тканини для виготовлення кожного виду виробу: для зимового пальто вартість тканини складатиме 283 (гр. од.), для демісезонного – 222 (гр. од.), для плащу – 144 (гр. од.) тощо.

3. Вартість усієї тканини, що необхідна для виконання плану, визначається із добутку матриць X та K:

4. З урахуванням транспортних витрат вся сума буде дорівнювати вартості тканини, тобто 15962 гр. од. плюс величина, що визначає суму витрат транспортування усіх типів тканин, необхідних для виконання плану.

Задача 3. Три судна доставили в порт 6000 т чавуну, 4000 т залізної руди та 3000 т апатитів. Розвантаження можна здійснювати як безпосередньо у залізничні вагони для подальшої доставки споживачам, так і у портові склади. У вагони можна завантажити 8000 т, а залишок вантажу потрібно буде відправити на склад. Необхідно урахувати, що вагони, що подаються до порту, не придатні для перевезення апатитів. Вартість завантаження 1 т сировини у вагони складає відповідно 4.3, 5.25 та 2.2 гр. од., а у склади – 7.8, 6.4 та 3.25.

Записати у математичній формі умови повного розвантаження суден, якщо витрати на нього повинні складати 58850 гр. од.

Розв'язання. Складемо математичну модель задачі. За умовою задачі доставлені у порт чавун, залізну руду та апатити можна завантажити двома способами: або у залізничні вагони, або у портові склади. Позначимо через x_{ij} кількість вантажу (в тонах) i-го виду (i =1, 2, 3), яку передбачається завантажити j-м способом (j = 1, 2). Таким чином, задача містить шість невідомих. Умову повного завантаження чавуну можна записати у вигляді:

$$x_{11} + x_{12} = 6000 \quad (1)$$

де x_{11}, x_{12} – частина чавуну, що завантажується відповідно у вагони та на склади. Аналогічна умова повинна виконуватися і для залізної руди:

$$x_{21} + x_{22} = 4000 \quad (2)$$

Що ж стосується апатитів, то їх можна розвантажувати тільки на склади, тому невідоме $x_{31} = 0$, і умова повного розвантаження апатитів набуває вигляду:

$$x_{32} = 3000 \quad (3)$$

Умова повного завантаження усіх поданих до порту вагонів запишеться у вигляді:

$$x_{11} + x_{21} = 8000 \quad (4)$$

Витрати на розвантаження, за умовою, визначені у 58850 гр. од., що можна виразити записом:

$$4{,}3x_{11} + 7{,}8x_{12} + 5{,}25x_{21} + 6{,}4x_{22} + 3{,}25x_{32} = 58850 \quad (5)$$

Отже, з урахуванням ситуації, що склалася в порту, умови повного розвантаження суден виражаються у математичній формі системою лінійних рівнянь (1) – (5). Враховуючи рівняння (3), рівняння (5) перепишеться у вигляді:

$$4{,}3x_{11} + 7{,}8x_{12} + 5{,}25x_{21} + 6{,}4x_{22} = 49100,$$

маємо систему з 4-х рівнянь, з чотирма невідомими x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} = 6000 \\ x_{21} + x_{22} = 4000 \\ x_{11} + x_{21} = 8000 \\ 4{,}3x_{11} + 7{,}8x_{12} + 5{,}25x_{21} + 6{,}4x_{22} = 49100. \end{cases}$$

Для розв'язання цієї системи необхідно виконати наступні дії:

```
x_11,x_12,x_22,x_21=var('x_11,x_12,x_22,x_21')
solve([x_11 +x_12==6000,x_21 +x_22==4000,x_11+x_21==8000,\
4.3*x_11+7.8*x_12+5.25*x_21+6.4*x_22==49100],x_11,x_12,x_21,x_22)
```

В результаті отримаємо наступні значення змінних:

$$x_{11} = 6000,\ x_{12} = 0,\ x_{21} = 2000,\ x_{22} = 2000.$$

Отже, для того, щоб повністю розвантажити судна, витративши при цьому 58850 гр. од., у вагони потрібно завантажити 6000 т чавуну та 2000 т залізної руди, у склади – 2000 т залізної руди та 3000 т апатитів.

Пункт 2.4 «Плану дій щодо поліпшення якості фізико-математичної освіти на 2009-2012 роки» вимагає удосконалення змісту навчальних програм з базових математичних дисциплін, враховуючи комп'ютеризацію усіх видів інженерної діяльності (дискретна і комп'ютерна математика, нечіткі методи і «м'які» обчислення) [128].

Створене ММС «Вища математика» надає можливість виконувати «м'які» обчислення [169].

Враховуючи, що обчислювальне ядро Web-СКМ Sage не має безпосередньої підтримки «м'яких» обчислень, було створено кільце нечітких трикутних чисел над множиною Q: клас Fuzzy(Ring) з методами __init__, _repr_ та _element_constructor_. Останній метод заповнює кільце елементами класу FuzzyNumber(RingElement), конструктор якого може мати один з трьох видів:

1) FuzzyNumber(left, median, right) – створює трикутне нечітке число з лівою границею left, правою right та медіаною median;

2) FuzzyNumber(left, right) – створює трикутне нечітке число з лівою границею left, правою right та медіаною median=(left+right)/2;

3) FuzzyNumber(median) – створює трикутне чітке число.

У класі FuzzyNumber визначено як стандартні операції над нечіткими трикутними числами (додавання, віднімання, множення, ділення, піднесення до степеня, порівняння та ін.), так й нестандартні (перетворення нечіткого числа на рядок, вектор, список, графічний об'єкт, чітке число тощо). Приклад різних інтерпретацій моделі трикутного нечіткого числа у ММС Sage показано на рис. 2.33.

```
n1=FuzzyNumber(1,2,5)
n2=FuzzyNumber(3,5,10)
n3=n1+n2
html('$n_1=%s, n_2=%s, n_1+n_2=%s$'%(n1,n2,n3))
show(plot(n1)+plot(n2)+plot(n3))
```

evaluate

$n_1 = (1, 2, 5), n_2 = (3, 5, 10), n_1 + n_2 = (4, 7, 15)$

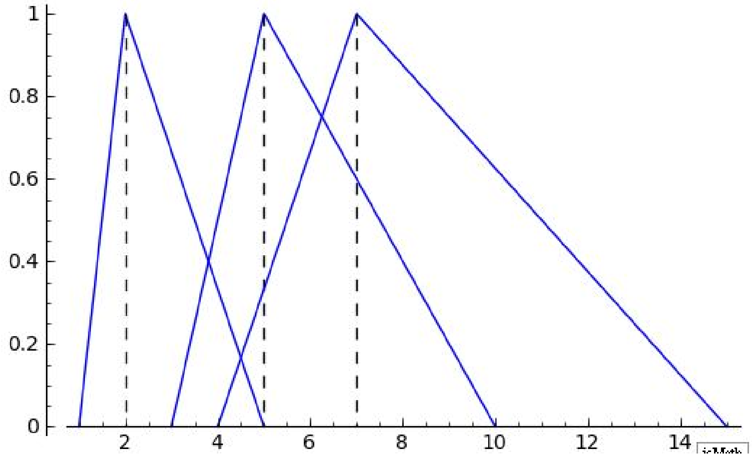


Рис. 2.33. Інтерпретація моделі трикутного нечіткого числа

Розроблене програмне забезпечення інтегрується у ММС Sage завдяки новому типу даних FF (статичному об’єкту кільця Fuzzy), застосування якого надає можливість будувати нечіткі матриці, поліноми та інші стандартні об’єкти Sage. Наприклад:

```
#конструювання матриці з чотирьох трикутних чисел
m1=matrix(FF,2,2,[FuzzyNumber(),FuzzyNumber(4),
                  FuzzyNumber(4,9),FuzzyNumber(2,5,8)])
m1[1,0]=m1[1,0]+20
det(m1)#нечіткий визначник
m2=matrix(FF,2,2) #нечітка нульова матриця
m3=matrix(FF,2,2,[FuzzyNumber(1),FuzzyNumber(0),
FuzzyNumber(0),FuzzyNumber(1)]) #нечітка одинична матриця
m1^3 #степінь нечіткої матриці
```

Зазначимо, що розв’язання прикладних задач за допомогою програмних засобів надають можливість більшу частину навчального часу використати для розв’язання змістовних задач, набуття студентами навичок побудови математичних моделей, інтерпретації та аналізу результату.

Продемонструємо, яким чином можна застосувати засоби ММС під час вивчення теми «Диференціальні рівняння».

При дослідженні різноманітних систем різної природи (економічних, виробничих, фізичних та ін.) часто користуються математичними моделями у вигляді рівнянь, до яких, крім незалежних величин і залежних від них шуканих функцій, входять також похідні від шуканих функцій. Такі рівняння називають диференціальними.

Першу лекцію за модулем «Звичайні диференціальні рівняння» доцільно розпочати з історичних відомостей виникнення поняття диференціальних рівнянь, біографії вчених, що розробляли цю теорію, а також з ілюстрації ролі і значення цієї теорії у сучасній економічній науці. На думку В. Г. Бевз, використання історії математики в процесі навчання предметів математичного циклу сприяє: підвищенню інтересу до вивчення математики, активізації навчально-пізнавальної діяльності, мотивації вивчення окремих питань математики, підвищенню математичної культури [12].

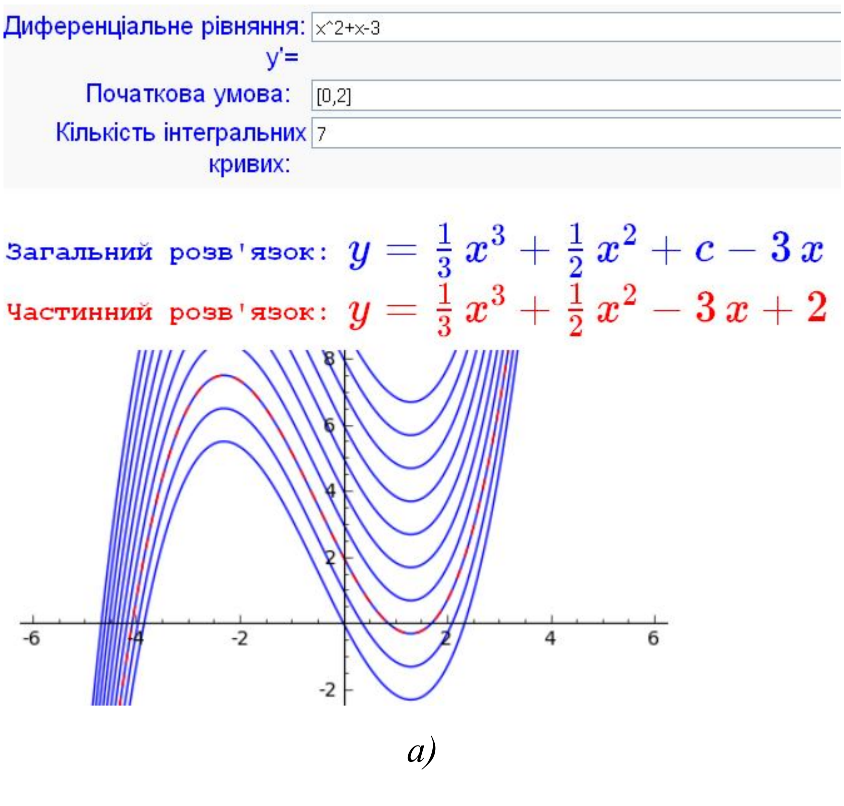
Після введення основних понять теорії диференціальних рівнянь (диференціальне рівняння, його порядок, загальний та частинний розв'язок, інтегральна крива, початкові умови), доцільно навести кілька задач з економічним змістом, що приводять до поняття диференціальних рівнянь (задачі про нагромадження капіталу, про рух фондів тощо).

Далі пояснюють та ілюструють основні поняття та означення диференціальних рівнянь першого порядку, особливу увагу при цьому приділяючи теоремі про існування та єдиність розв'язку диференціального рівняння. Для геометричної ілюстрації теореми Коші доцільно використати модель, інтерфейс якої зображено на рис. 2.34 *а*. За допомогою цієї моделі досить наочно демонструються такі поняття, як сім'я інтегральних кривих, загальний та частинний розв'язок рівняння тощо.

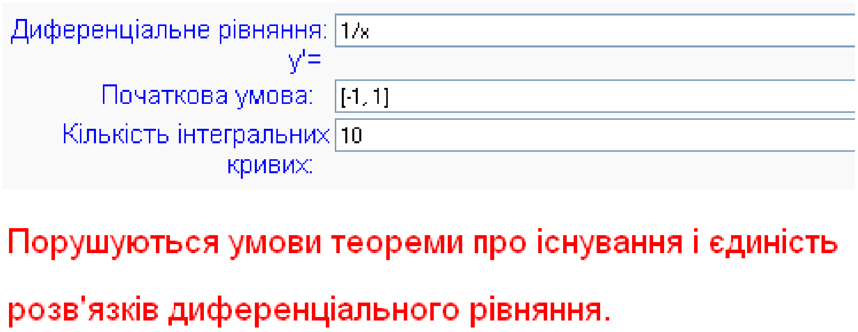
Так, змінюючи початкові умови рівняння, студент переконується, що змінюється і частинний розв'язок рівняння, при цьому він не залежить від кількості зображуваних інтегральних кривих. Використовуючи цю модель на лекційних заняттях, у студентів з'являється можливість «погратися» з початковими умовами рівнянь, кількістю інтегральних кривих. Крім того, якщо у відповідне поле моделі, увести диференціальне рівняння, для якого не буде виконуватися теорема Коші, то студенти побачать відповідне повідомлення (рис. 2.34 *б*).

Ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності студентів на лекціях та практичних заняттях є проблемний підхід до навчання вищої математики.

Так, після того, як студенти відпрацювали навички розв’язування диференціальних рівнянь першого порядку методом відокремлення змінних, пропонуємо побудувати інтегральні криві диференціального рівняння, метод розв’язування якого невідомий, наприклад, рівняння $y' = x^2 + y^2 + 1$. Існування інтегральних кривих даного рівняння не викликає сумнівів, оскільки виконуються умови теореми існування та єдиності розв’язку. Крім того, існує можливість побудувати ці криві у ММС.



а)



б)

Рис. 2.34 Інтерфейс моделі «Теорема Коші»

У процесі розв’язання даної проблеми студенти дізнаються про новий метод побудови графіків, якщо вони являють собою інтегральні криві рівняння виду $y' = x^2 + y^2 + 1$ – методу ізоклін.

Нехай задане диференціальне рівняння, розв’язане відносно похідної:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \qquad (*)$$

і нехай $y = \varphi(x, C)$ – загальний розв’язок даного рівняння. Цей загальний розв’язок визначає сім’ю інтегральних кривих на площині Oxy.

Рівняння (*) для кожної точки M з координатами x та y визначає значення похідної $\frac{dy}{dx}$, тобто кутовий коефіцієнт дотичної до інтегральної кривої, що проходить через цю точку. Таким чином, диференціальне рівняння (*) дає сукупність напрямів або, як кажуть, визначає поле напрямів на площині Oxy.

Тобто, з геометричної точки зору задача інтегрування диференціального рівняння полягає у знаходженні кривих, напрям дотичних до яких співпадає з напрямом поля у відповідних точках.

Для диференціального рівняння (*) геометричне місце точок, у яких виконується співвідношення $\frac{dy}{dx} = C = const$, називається *ізокліною* даного диференціального рівняння.

Змінюючи значення C, отримуємо різні ізокліни. Легко бачити, що рівняння ізокліни, яке відповідає значенню C, буде $f(x,y)=C$. Побудувавши сім'ю ізоклін, можна наближено побудувати сім'ю інтегральних кривих. Говорять, що, знаючи ізокліни, можна якісно визначити місце знаходження інтегральних кривих на площині.

Для геометричної інтерпретації методу ізоклін доцільно скористатися моделлю, інтерфейс якої зображено на рис. 2.35.

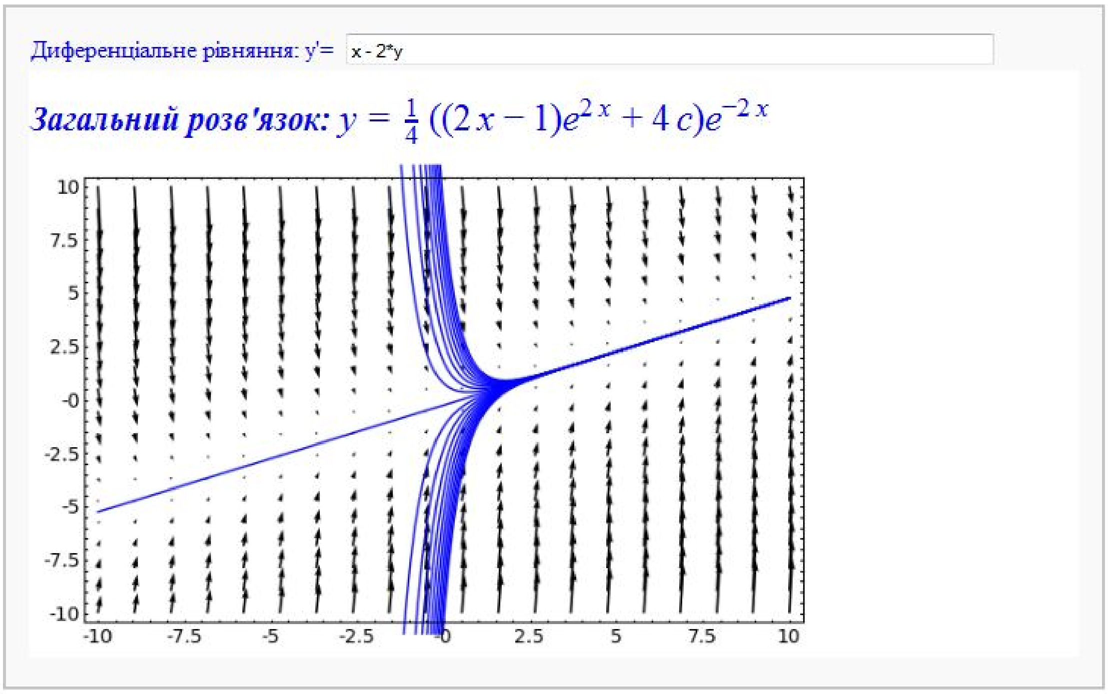


Рис. 2.35. Інтерфейс моделі «Метод ізоклін»

Студентам слід наголосити, що в курсі вищої математики для економістів будуть розглядатися диференціальні рівняння, для яких завжди виконуватиметься зазначена теорема, проте існують диференціальні рівняння, для яких ця теорема не виконується. Далі пропонується означення особливої точки та особливого розв'язку. Для ілюстрації цих понять корисно використати модель, подану на рис. 2.36.

Для чисельного знаходження інтегральних кривих існує багато методів, деякі з них відображено за допомогою моделі, інтерфейс якої зображено на рис. 2.37.

Слід зазначити, що, оскільки вивчення даної теми передбачено лише на лекційних заняттях, то модель, що пропонується, доцільно використати для навчального дослідження. Так, студентам надається можливість проекспериментувати з вхідними даними моделі та порівняти отримані результати. При роботі з нею студентам доцільно поставити наступні питання:

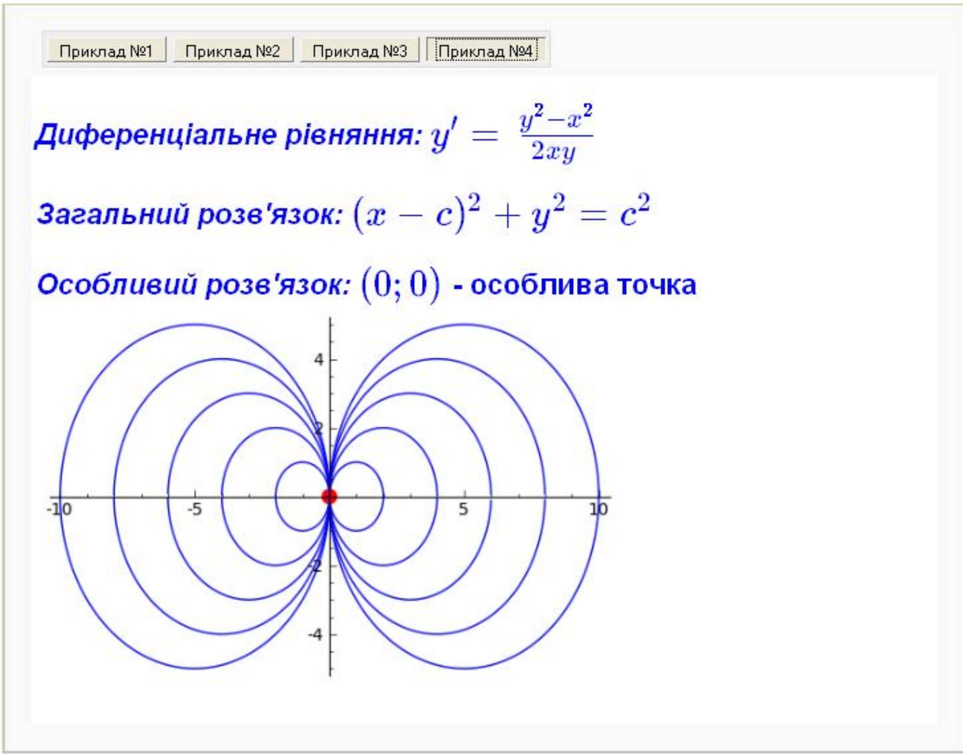


Рис. 2.36. Інтерфейс моделі «Особливі розв’язки диференціальних рівнянь»

1) який із запропонованих методів є більш точним?

2) яким чином впливає зміна параметру «Крок» на точність знаходження інтегральної кривої?

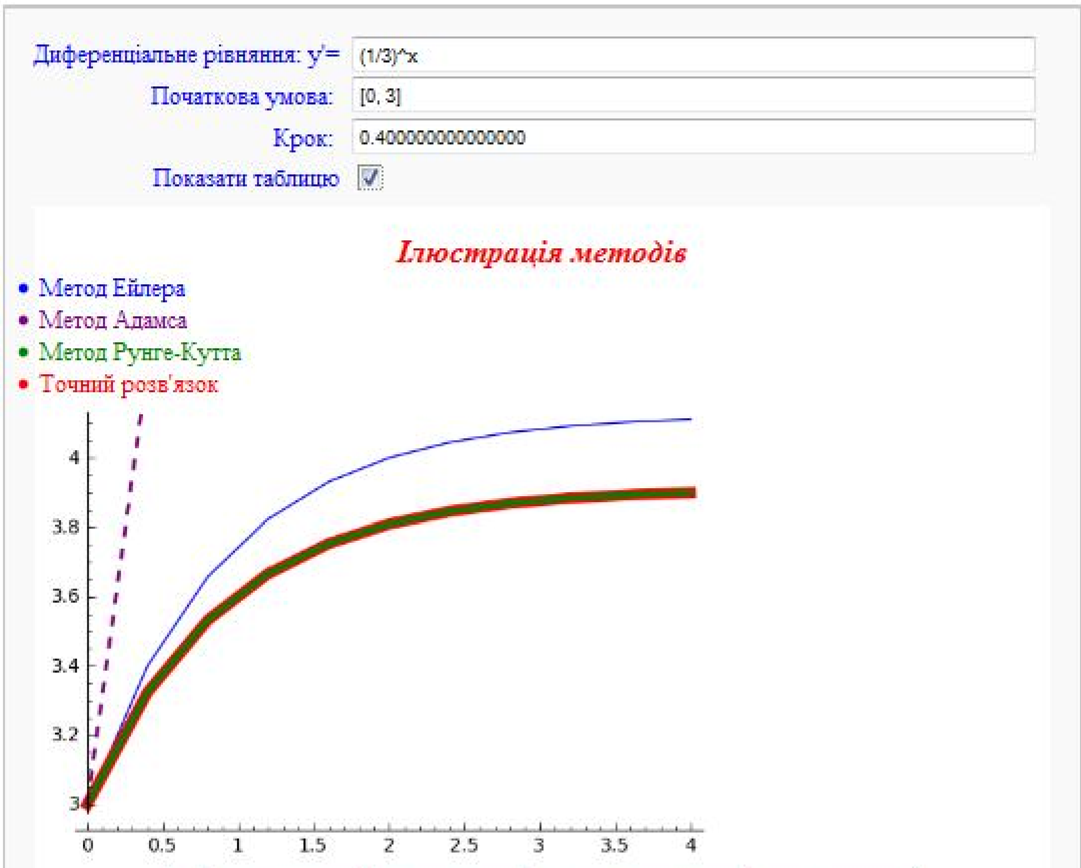
3) чи потрібно враховувати вид диференціального рівняння при виборі методу наближеного знаходження інтегральної кривої?

Поглиблене вивчення теоретичних понять, їх унаочнення, а також набуття умінь та практичних навичок можливе на практичних заняттях.

Для методичного забезпечення практичних занять було розроблено робочі аркуші, які містять завдання для розв’язання як в аудиторії, так і в дома.

Приклади розв’язування (рис. 2.38) розроблено таким чином, щоб, розв’язуючи їх, студент мав змогу відпрацьовувати основні способи та прийоми розв’язання задач за модулем.

Слід наголосити на тому, що розв’язання завдань в аудиторії відбувається за традиційною методикою, адже головним завданням практичного заняття є набуття практичних навичок розв’язування задач.



x_0	Метод Ейлера	Метод Адамса	Метод Рунге-Кутта	Точний розвязок
0.0	*3.0*	*3.0*	*3.0*	*3.0*
0.4	*3.4*	*4.26473730336*	*3.32369068413*	*3.32368651679*
0.8	*3.65775760599*	*5.6359282409*	*3.53227502369*	*3.53226817094*
1.2	*3.82385506461*	*7.07571726319*	*3.66668552373*	*3.6666769405l*
1.6	*3.93088727284*	*8.55971048073*	*3.7532988455*	*3.75328914718*
2.0	*3.99985818724*	*10.0721886171*	*3.80911195166*	*3.80910153478*
2.4	*4.04430263168*	*11.6030222647*	*3.84507758323*	*3.84506670331*
2.8	*4.07294236568*	*13.1456840939*	*3.86825362096*	*3.86824244266*
3.2	*4.09139763886*	*14.6959679325*	*3.88318812096*	*3.88317675039*
3.6	*4.10329010644*	*16.2511633484*	*3.89281182338*	*3.89280032891*
4.0	*4.11095354137*	*17.8095237553*	*3.89901327962*	*3.89900170531*

Рис. 2.37. Інтерфейс моделі «Наближені методи розв’язування диференціальних рівнянь»

Особливим видом діяльності студентів є самостійна робота, основною формою організації якої було обрано *індивідуальні домашні завдання* з кожного змістового модуля, оформлені у вигляді робочих аркушів (рис. 2.39).

Вони складаються з прикладів розв’язування типових завдань з теми модуля та задач для самостійного опрацювання трьох типів, розглянутих вище.

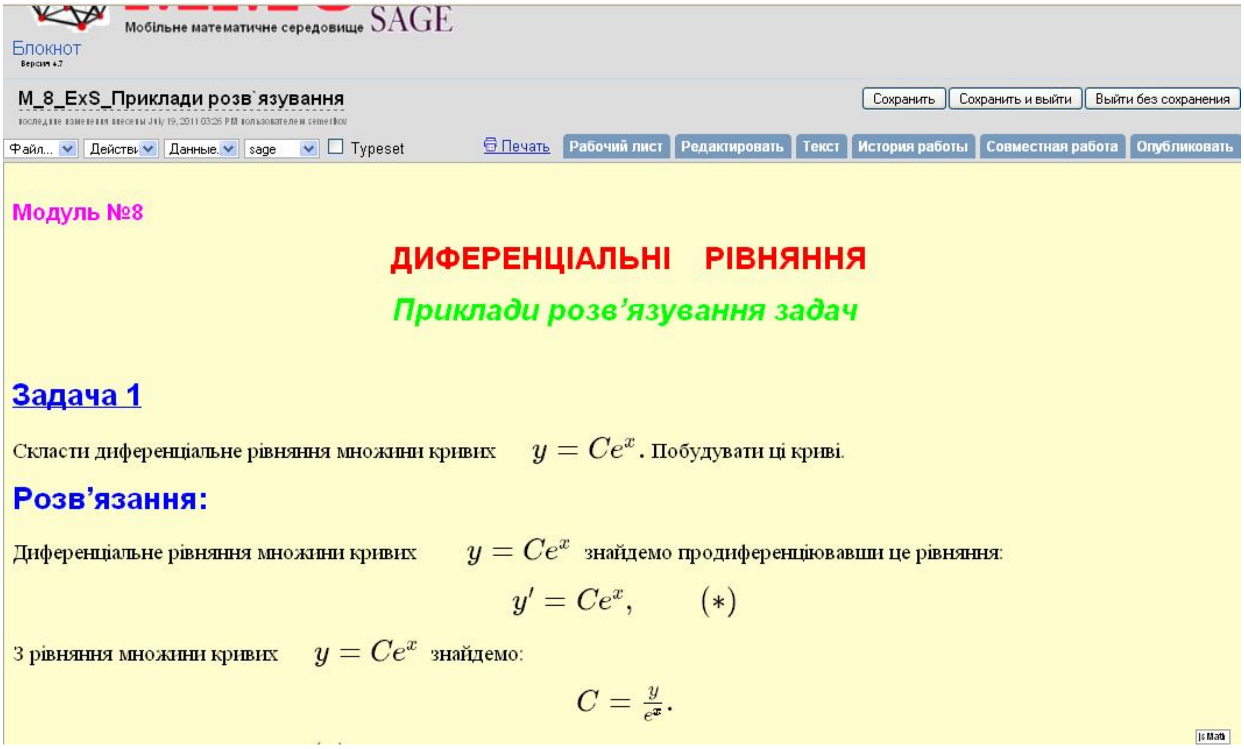


Рис. 2.38. Робочий аркуш до теми «Диференціальні рівняння»

Зазвичай, при розв’язування індивідуального домашнього завдання у студентів виникають труднощі, пов’язані з вибором типу диференціального рівняння. Для вирішення цієї проблеми пропонується скористатися відповідною навчально-експертною системою.

Під час знаходження розв’язків диференціального рівняння у студентів виникають ускладнення, пов’язані з обчисленням відповідного інтегралу, а тому слід звернути їхню увагу на тренажер для обчислення інтегралів.

Отже, основною формою організації самостійної навчальної діяльності з вищої математики на економічних спеціальностях ВНЗ є ІДЗ, для успішного виконання якого у ММС «Вища математика» використовуються: лекційні матеріали, відеоуроки, комп’ютерні моделі, практичні завдання, тренажери, НЕС.

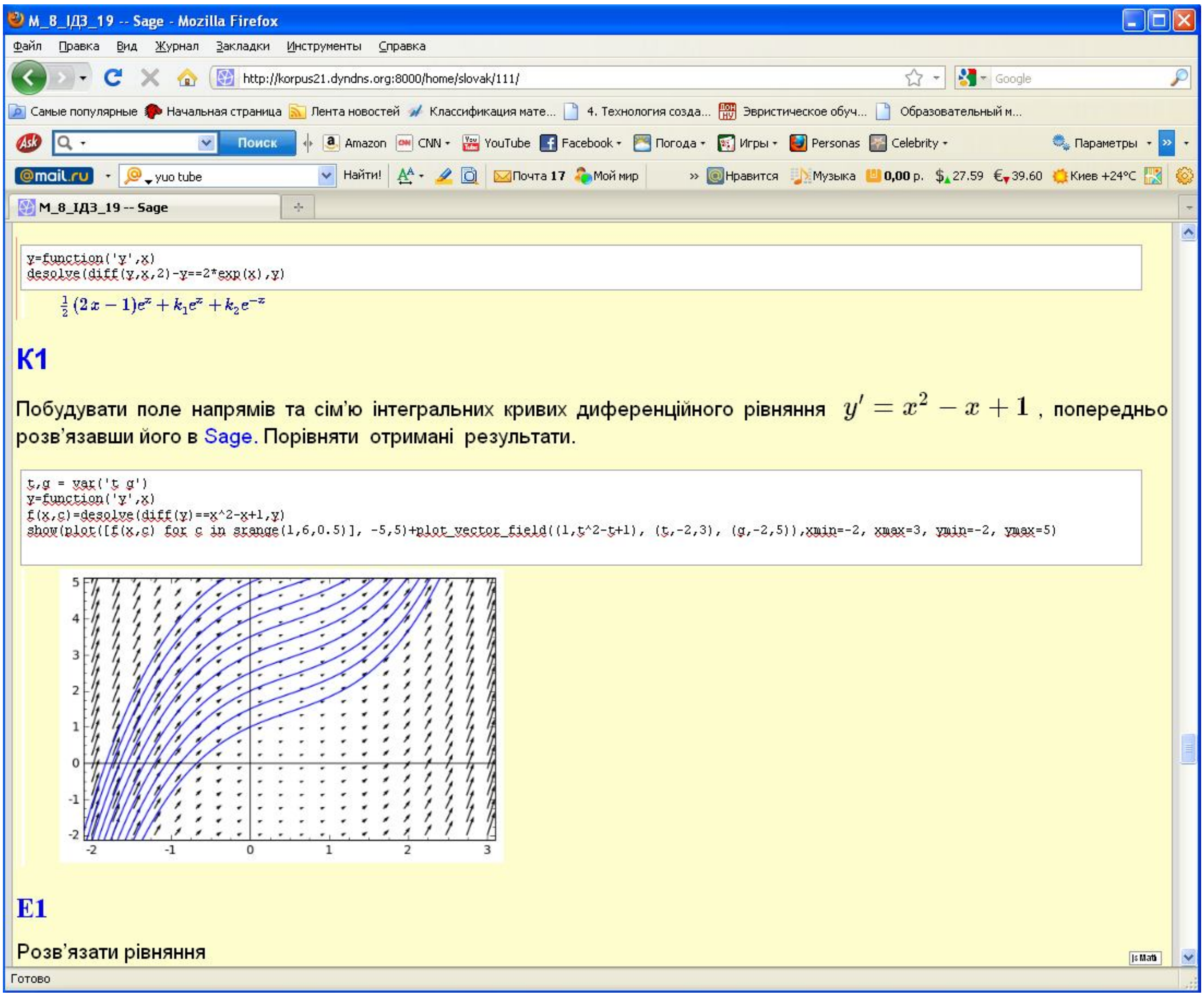


Рис. 2.39. Фрагмент робочого аркуша «Індивідуальне домашнє завдання до модуля №8. Диференціальні рівняння» (варіант 19)

Таким чином, організація самостійної роботи з використанням ММС «Вища математика» надає можливість студентам засвоїти необхідний навчальний матеріал та впливає на: розвиток пізнавальної активності (комп'ютерні моделі; практичні завдання, зокрема задачі з економічним змістом; лекційні матеріали); формування навичок самостійної роботи (тренажери, НЕС); узагальнення та систематизацію знань (НЕС, задачі з економічним змістом, комп'ютерні моделі).

Висновки до другого розділу

1. Розробку методичної складової інформаційного забезпечення ММС

«Вища математика» доцільно здійснювати за такими напрямами: 1) графічна інтерпретація математичних моделей та теоретичних понять; 2) автоматизація рутинних обчислень; 3) підтримка самостійної роботи; 4) математичні дослідження; 5) генерація навчальних завдань. При цьому перші чотири напрями спрямовані на активізацію навчальної діяльності студентів, а п’ятий – на підвищення ефективності діяльності викладача.

2. Застосування таких засобів ММС, як лекційні демонстрації, динамічні моделі, навчально-експертні системи, тренажери, програми-генератори навчальних завдань сприяє:

– урахуванню індивідуальних психологічних особливостей студентів, забезпечуючи диференціацію та особистісну зорієнтованість процесу навчання;

– поліпшенню якості самостійної позааудиторної роботи студентів (студенту надається можливість самостійно відстежити та перевірити кожен крок розв’язання навчального завдання, порівняти результати, отримані ним за допомогою програми та традиційним способом);

– розвитку пізнавального інтересу та пізнавальної самостійності, навичок дослідницької діяльності з вищої математики, умінь аналізувати, порівнювати, вибирати спільні якості понять, перелічувати загальні властивості, визначати обсяг понять, структурувати навчальний матеріал, узагальнювати, систематизувати;

– розширенню змістової складової курсу «Математика для економістів» професійно-орієнтованими задачами, розв’язання яких в інших середовищах викликає утруднення;

– організації спільної роботи в гетерогенних групах із застосуванням Інтернет-технологій над телекомунікаційними навчальними проектами з вищої математики та інтеграції аудиторної та позааудиторної роботи студентів;

– підвищенню ефективності діяльності викладача за рахунок автоматизації контролю навчальних досягнень та укладання навчальних завдань, розвитку методичних та інформатичних компетентностей (зокрема, компетентностей в програмуванні, моделюванні та інтелектуальних системах).

3. Модульна структура розробленого ММС «Вища математика» надає можливість використовувати різні його компоненти у процесі активізації навчальної діяльності студентів не тільки економічних ВНЗ, а й педагогічних, технічних та класичних університетів. На основі розробленого ММС «Вища математика» можуть бути створені ММС з інших дисциплін фізико-математичного циклу.

Основні результати другого розділу опубліковано у роботах [99; 101; 102; 104; 161; 163; 164; 165; 166; 167; 162; 169; 153; 156; 154; 155].

РОЗДІЛ 3
ОРГАНІЗАЦІЯ, ПРОВЕДЕННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ РОБОТИ

3.1. Завдання і зміст експериментальної роботи

З метою перевірки гіпотези дослідження та ефективності запропонованої методики використання мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей було проведено педагогічний експеримент.

Педагогічний експеримент – науково поставлений дослід у галузі навчальної чи виховної роботи, спостереження досліджуваного педагогічного явища в спеціально створених і контрольованих дослідником умовах [27, 112].

Педагогічний експеримент – це своєрідний комплекс методів дослідження, призначений для об'єктивної та доказової перевірки вірогідності педагогічних гіпотез. Він надає можливість глибше, ніж інші методи, встановити характер зв'язків між різними компонентами педагогічного процесу, між факторами, умовами та результатами педагогічних дій; перевірити ефективність тих або інших педагогічних дій; перевірити ефективність педагогічних нововведень; порівняти ефективність різних факторів або змін у структурі процесу та обрати найкраще для даних умов їх поєднання; виявити особливості перебігу процесу у нових умовах тощо. При цьому експеримент надає можливість встановити закономірні зв'язки між явищами як у якісній, так і в кількісній формах.

Дослідно-експериментальна робота щодо створення та впровадження науково-обґрунтованої методики використання мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей проводилась як паралельний, природний педагогічний експеримент у два етапи:

1) констатувальний етап експерименту, що проводився на першому

етапі дослідження;

2) формувальний етап експерименту, що проводився на третьому етапі дослідження.

Підготовка та проведення дослідження передбачає не тільки окреслення мети етапів експерименту, а й формулювання завдань дослідно-експериментальної роботи.

Основними завданнями педагогічного експерименту даного дослідження були:

– виявлення вимог до математичної підготовки фахівця з економіки за сучасних умов розвитку науки і техніки, інформатизації процесу навчання;

– дослідження процесу навчання вищої математики на економічних спеціальностях ВНЗ;

– виявлення засобів, що впливають на активність навчальної діяльності студентів, та способів їх реалізації у процесі навчання вищої математики;

– розроблення ММС «Вища математика» та методики його використання;

– проведення формувального експерименту з проблеми дослідження та аналіз його результатів.

Логіка основних етапів педагогічного експерименту в цілому відображала послідовність наступних дій:

– підготовка педагогічного дослідження – вибір теми, визначення її актуальності та ступеня вивченості;

– розробка програми дослідження – окреслення об'єкта та предмета дослідження, визначення мети, постановка завдань, розроблення робочої гіпотези, також визначення методів дослідження, опрацювання даних та календарного плану;

– збір емпіричних відомостей, їх кількісне та якісне опрацювання;

– оформлення результатів, висновків і рекомендацій наукового дослідження;

– впровадження результатів дослідження у навчальниий процес з вищої математики студентів економічних спеціальностей.

На кожному етапі було використано комплекс методів науково-педагогічного дослідження:

– теоретичний аналіз літератури з проблеми дослідження;

– вивчення та узагальнення досвіду роботи викладачів ВНЗ та аналіз конкретних експериментальних досліджень;

– спостереження, бесіда, анкетування студентів та викладачів;

– теоретичний аналіз дидактичних можливостей застосування ІКТ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей;

– метод статистичної обробки результатів педагогічного експерименту;

– вивчення та аналіз результатів діяльності студентів та викладачів.

Експериментальною базою дослідження на різних етапах педагогічного експерименту виступали: Криворізький державний педагогічний університет, Криворізький економічний інститут ДВНЗ «Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана», Інститут ділового адміністрування (м. Кривий Ріг). Загальна кількість учасників експерименту склала 685 студентів.

3.2. Основні етапи дослідно-експериментальної роботи

Метою *першого етапу* дослідження (2001–2006 рр.) було вивчення існуючого стану досліджуваного явища та виділення вихідних положень дослідження. Для реалізації поставленої мети вивчалася й аналізувалася філософська, психолого-педагогічна, наукова та навчально-методична література; вивчалися й аналізувалися галузеві стандарти (проекти стандартів) вищої освіти, кваліфікаційні характеристики, освітньо-професійні програми для економічних спеціальностей; вивчався й аналізувався рівень математичних знань, умінь і навичок студентів математичних і економічних спеціальностей ВНЗ; досліджувався рівень сформованості у студентів першого курсу математичних і економічних спеціальностей ВНЗ навичок самостійної роботи, загальнонавчальних умінь, прийомів узагальнення та систематизації; вивчався досвід викладачів математичних дисциплін ВНЗ щодо використання ІКТ у навчанні вищої математики; вивчалися й аналізувалися шляхи активізації навчальної діяльності студентів у процесі навчання математичних дисциплін, визначалися напрями та завдання наступних етапів педагогічного експерименту.

Дослідження здійснювалося шляхом аналізу результатів «нульових» контрольних робіт з шкільного курсу математики та поточних екзаменів з вищої математики серед студентів перших курсів Криворізького економічного інституту ДВНЗ «КНЕУ ім. В. Гетьмана», Інституту ділового адміністрування та фізико-математичного факультету Криворізького державного педагогічного університету; проведення анкетування студентів, при цьому малося на меті визначити рівень сформованості у них навичок самостійної роботи, загальнонавчальних умінь, прийомів узагальнення та систематизації знань.

Узагальнення результатів констатувального етапу педагогічного експерименту надало можливість зробити наступні висновки:

– серед випускників шкіл, які вступали на економічні спеціальності, більшість має низький рівень математичної підготовки;

– студенти першого курсу мають низький рівень сформованості загально-навчальних умінь, навичок самостійної роботи, прийомів узагальнення та систематизації;

– у процесі навчання вищої математики в недостатній мірі використовують можливості засобів ІКТ;

– процес навчання вищої математики на економічних спеціальностях ВНЗ спрямований на формування у студентів знань теоретичного матеріалу та навичок типових обчислень, при цьому недостатня увага приділяється формуванню умінь застосовувати набуті знання та навички у професійні діяльності;

– основними вимогами до фундаментальної підготовки фахівців з економіки є: здатність до навчання протягом життя та роботи у швидкозмінному середовищі; сформованість навичок розв’язування прикладних задач з економіки; наявність таких якостей особистості, як самостійність і оперативність у прийнятті рішень, здатність планувати свої дії, гнучкість мислення, наполегливість у розв'язанні завдань, прагнення до пошуку оптимальних рішень тощо.

Отже, виявлено протиріччя між:

– низьким рівнем базової математичної підготовки студентів першого курсу і складною логічною структурою, високим рівнем абстрактності навчального матеріалу;

– необхідністю збільшення частки самостійної роботи студентів і суспільним замовленням на посилення міжпредметних зв'язків, прикладної спрямованості навчання вищої математики;

– інформаційним суспільством, яке сформувалось у розвинених країнах світу і поступово формується в Україні, та чітким уявленням про особливості професійної діяльності майбутніх фахівців з економіки.

У результаті констатувального етапу експерименту стало зрозумілим, що усунення вказаних протиріч вимагає пошуку нових технологій навчання, спрямованих на активізацію навчальної діяльності студентів з вищої математики через загальнонавчальні засоби, визначені у п. 1.1 (розвиток пізнавальної активності та пізнавальної самостійності; спрямування особистості студента на самостійну навчальну діяльність; узагальнення та систематизація здобутих знань, їх структурування та поглиблення), професійну спрямованість навчання та інноваційні ІКТ, що забезпечують можливість інтеграції аудиторної та позааудиторної навчальної діяльності в систему неперервного навчання; організації усіх навчальних дій студента в єдиному інформаційно-обчислювальному середовищі.

Таким чином, постає проблема розробки єдиного середовища навчання вищої математики, що надає можливість поєднати зазначені засоби активізації навчальної діяльності студентів та інноваційні.

Мета *другого етапу* дослідження (2007–2008 рр.) полягала в уточненні наукового апарату дослідження; розробці програмно-методичного забезпечення навчання вищої математики засобами мобільних математичних середовищ, що спрямоване на активізацію навчальної діяльності студентів та методики його використання. Реалізації даної мети сприяло розв'язання завдань, що передбачали: виділення програмних засобів ІКТ навчання вищої математики, що спрямовані на активізацію навчальної діяльності студентів економічних спеціальностей та дослідження функціональних можливостей прикладного програмного забезпечення математичного призначення для їх реалізації в єдиному середовищі; розробку ММС з вищої математики для студентів економічних спеціальностей та методики його використання.

З метою отримання емпіричних даних для обґрунтованого вибору програмних засобів ІКТ навчання вищої математики, спрямованих на активізацію навчальної діяльності, проведено анкетування студентів Криворізького економічного інституту ДВНЗ «Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана».

Анкету розроблено для студентів першого курсу, що вивчають курс вищої математики на економічних спеціальностях (Додаток Д). Загальна кількість респондентів – 230. Основні результати анкетування представлені на рис. 3.1.

Відповідно до результатів анкетування студенти позитивно ставляться до вивчення вищої математики за допомогою ІКТ, проте основну мету застосування ІКТ вбачають у перевірці результатів виконання завдань та графічних побудов. Разом з тим, переважна більшість опитаних вважає, що основне призначення ІКТ у ілюстрації теоретичних понять, можливості відпрацювання практичних навичок, поданні етапів розв'язання, самоконтролю та корекції навчальної діяльності тощо. Крім того, 79% та 63% студентів відповідно, хотіли б, щоб під час вивчення вищої математики у них була можливість користуватися мережею Internet та смартфонами.

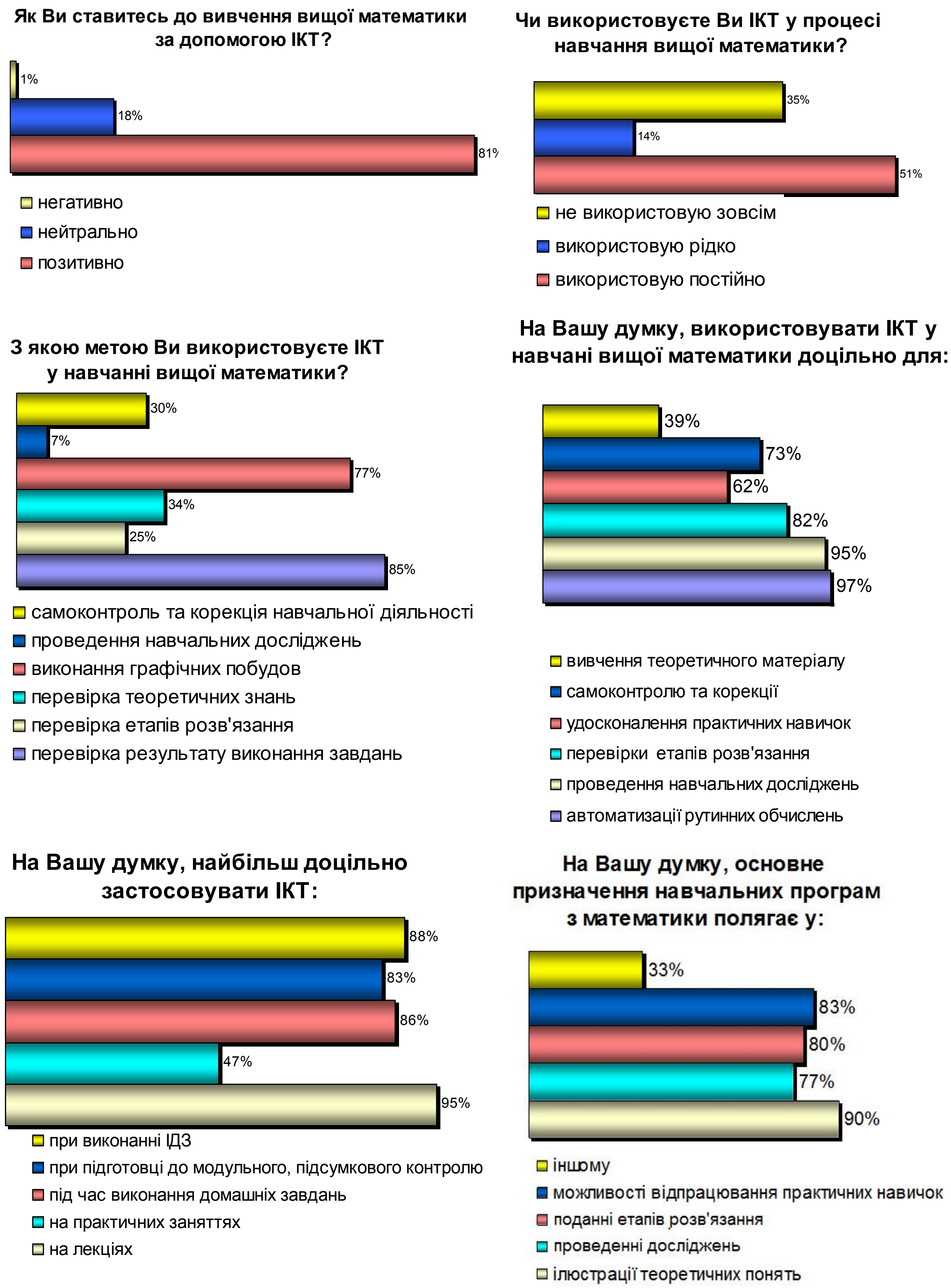


Рис. 3.1 Результати анкетування студентів першого курсу

Наступний крок передбачав аналіз прикладного програмного забезпечення математичного призначення (п. 1.3), що може бути використане для активізації навчальної діяльності студентів. В результаті встановлено, що для забезпечення активізації аудиторної і позааудиторної навчальної діяльності студентів необхідно створення середовища, що інтегрує в собі послуги різних СКМ та засобів ІКТ навчання вищої математики, що мають найбільший потенціал для активізації навчальної діяльності студентів, а також надає можливість мобільного доступу.

Таким чином, в результаті *пошукового етапу* дослідження:

– виявлено, що основними засобами ІКТ, спрямованими на активізацію навчальної діяльності студентів з вищої математики, є лекційні демонстрації, динамічні моделі, навчально-експертні системи та тренажери;

– встановлено, що основою мобільного математичного середовища доцільно обрати Web-СКМ Sage, мовою якої описані програмні модулі (лекційні демонстрації, динамічні моделі, навчально-експертні системи, тренажери, генератори навчальних завдань) та методичний комплекс (навчальні посібники, відеоуроки, практикум з розв'язування задач, завдання для самостійного розв'язання та контролю навчальних досягнень);

– розроблено ММС «Вища математика», призначене для підтримки процесу навчання студентів економічних спеціальностей, що містить автоматично налаштовувані сервери Web, WAP, XML-RPC та Wiki; налаштовано публічний доступу до Web-серверу ММС; розроблено робочу навчальну програму курсу «Вища математика для економістів»; розроблено методику використання ММС у процесі навчання вищої математики.

Мета *третього етапу* дослідження (2009–2010 рр.) полягала у перевірці ефективності розробленої методики використання ММС у навчанні вищої математики студентів економічних спеціальностей та порівнянні рівнів навчальних досягнень студентів експериментальних і контрольних груп і оціненні значущості відмінностей цих показників за допомогою статистичних методів.

Контрольні й експериментальні групи формувалися наступним чином:

– до *контрольних груп* (КГ) відносилися студенти першого курсу Криворізького економічного інституту ДВНЗ «КНЕУ ім. В. Гетьмана», які навчалися за спеціальностями «Фінанси», «Міжнародна економіка», «Економіка підприємств»: у 2009–2010 н. р. – групи 6.508-1, 6.503-1, першому семестрі 2010–2011 н. р. – групи 6.508-2, 6.504-1 (всього 85 студентів). Студенти контрольних груп навчалися за традиційною методикою навчання вищої математики в економічному ВНЗ (без використання ММС);

– до *експериментальних груп* (ЕГ) відносилися студенти першого курсу Криворізького економічного інституту ДВНЗ «КНЕУ ім. В. Гетьмана», які навчалися за спеціальностями «Фінанси», «Міжнародна економіка», «Економіка підприємств»: у 2009–2010 н. р. – групи 6.508-2, 6.503-2, першому семестрі 2010–2011 н. р. – групи 6.508-1, 6.504-2 (всього 90 студентів). Студенти експериментальних груп навчалися з використанням ММС «Вища математика» (приклади організації навчальної діяльності студентів з використанням ММС «Вища математика» наведено у п. 2.3).

Схему проведення формувального етапу експерименту з курсу за роками навчання подано в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Схема проведення формувального експерименту

Групи	**Назва групи та кількість студентів за навчальними роками**		**Разом**
	2009–2010	**перший семестр 2010–2011**	
Контрольні	6.503-2 (24)	6.508-2 (28) 6.504-1 (33)	85
Експериментальні	6.508-2 (28)	6.508-1 (28) 6.504-2 (34)	90
Разом	52	123	175

Оскільки зміст курсу вищої математики ґрунтується на знаннях, вміннях та навичках, здобутих при навчанні шкільного курсу математики (алгебри, алгебри та початків аналізу, планіметрії, стереометрії), то для перевірки гіпотези про відсутність відмінностей між рівнями знань студентів контрольних і експериментальних груп на початку навчального року проводилась «нульова» контрольна робота, результати якої статистичного опрацьовувалися (п. 3.3). Крім того, намагалися урівняти інші фактори, що впливають на процес навчання: кількісний склад студентів у експериментальних та контрольних групах істотно не відрізнявся; заняття проводилися одним і тим же викладачем; у контрольних групах застосовувалися засоби ІКТ навчання математики.

Розподіл балів у контрольних і експериментальних групах за результатами «нульової» контрольної роботи зі шкільного курсу математики та за результатами підсумкового контролю з курсу вищої математики, подано у таблиці 3.2.

Таблиця 3.2

Розподіл балів у контрольних і експериментальних групах

Кількість балів	**Шкала оцінювання**		**Кількість студентів**			
			КГ		**ЕГ**	
	національна	ECTS	вхідний контроль	підсумковий контроль	вхідний контроль	підсумковий контроль
1-29	незадовільно	F	0	5	0	0
30-59	незадовільно	FX	7	9	5	3
60-65	задовільно	E	18	20	17	12
66-69	задовільно	D	20	19	20	15
70-79	добре	C	23	16	19	29
80-89	добре	B	13	12	20	20
90-100	відмінно	A	4	4	9	11

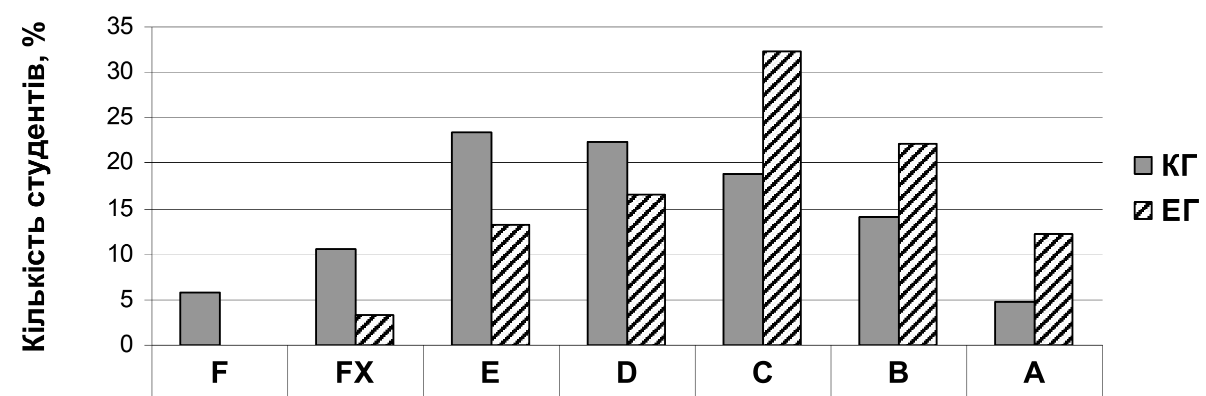
Відомості про успішність (частка студентів, які одержали підсумкову оцінку «відмінно», «добре» або «задовільно») та середній бал за результатами вхідного та підсумкового контролю з вищої математики для студентів контрольних і експериментальних груп подано у таблиці 3.3.

Таблиця 3.3

Відомості про успішність у контрольних і експериментальних групах

Групи	**Успішність (%)**		**Середній бал**	
	вхідний контроль	підсумковий контроль	вхідний контроль	підсумковий контроль
Контрольні	91,76	83,53	3,4	3,3
Експериментальні	94,44	96,67	3,6	3,8

Гістограму порівняльного розподілу рівня знань за результатами підсумкового контролю з вищої математики у відсотках показано на рис. 3.2.



	F	FX	E	D	C	B	A
КГ	5,88	10,59	23,35	22,35	18,82	14,12	4,71
ЕГ	0	3,33	13,33	16,67	32,22	22,22	12,22

Рис. 3.2. Розподіл студентів на формувальному етапі експерименту в КГ та ЕГ за набраними балами підсумкового контролю

Як видно з таблиці 3.3, рівень успішності студентів експериментальних груп у порівнянні з рівнем успішності студентів контрольних груп з вищої математики на 13,14% вище. Для середнього балу маємо такі результати: 3,4 і 3,6 – за контрольну зі шкільного курсу математики для контрольних і експериментальних груп, з вищої математики відповідно – 3,3 і 3,8.

У п. 3.3 за допомогою критерію Фішера перевірено гіпотезу про наявність статистично значущих відмінностей між рівнями знань студентів контрольних і експериментальних груп після формувального етапу експерименту.

Зауважимо, що підсумкова оцінка з вищої математики, відповідно до рейтингової системи, поданої у робочій навчальній програмі (Додаток А), складається з суми балів за результатами поточного контролю (не більше 60 балів) та за виконання завдань, що виносяться на іспит (не більше 40 балів). Слід також зазначити, що за результатами поточного контролю студенти експериментальних груп набрали більшу кількість балів за виконання індивідуальних домашніх завдань у порівнянні зі студентами контрольних груп, що свідчить про підвищення рівня сформованості навичок самостійної роботи. Така система оцінювання навчальної діяльності змушує студентів працювати систематично протягом семестру, стимулює їх працювати на кінцевий результат, активізує навчальну діяльність як у навчальній аудиторії, так і поза її межами.

3.3. Статистичне опрацювання та аналіз результатів формувального етапу педагогічного експерименту

На основі даних, наведених у таблиці 3.2, спочатку перевіримо достовірність гіпотези про відсутність, з статистичної точки зору, відмінностей між рівнями знань студентів експериментальних і контрольних груп. Для цього скористаємося багатофункціональним критерієм φ^* Фішера (*кутове перетворення Фішера*) [147].

Сформулюємо гіпотези:

H_0: Частка студентів, які за результатами «нульової» контрольної роботи отримали позитивні оцінки, у експериментальних групах не більше, ніж у контрольних групах;

H_1: Частка студентів, які за результатами «нульової» контрольної роботи отримали позитивні оцінки, у експериментальних групах більше, ніж у контрольних групах.

Побудуємо таблицю, яка фактично є таблицю емпіричних частот за двома значеннями ознаки: якщо одержано оцінки «A», «B», «C», «D» або

«Е», то «ефект має місце», у протилежному випадку – «ефект відсутній» (табл. 3.4). При цьому в обрахунках використовуються лише частки, що відповідають спостереженням, для яких ефект має місце.

Експериментальні дані повністю задовольняють обмеження, що накладаються кутовим перетворенням Фішера:

а) жодна з часток, що порівнюються, не дорівнює нулю;

б) кількість спостережень у обох вибірках більше 5, що дозволяє будь-які співставлення.

Таблиця 3.4

Таблиця для розрахунків за критерієм Фішера при порівнянні двох груп за часткою студентів, які мають позитивні оцінки за результатами «нульової» контрольної роботи

Групи	**Ефект має місце**		**Ефект відсутній**		**Всього**
	Кількість студентів	**%**	**Кількість студентів**	**%**	
Контрольні	78	91,76	7	8,24	85
Експериментальні	85	94,44	5	5,56	90
Всього	163		12		175

За формулою $\varphi = 2\arcsin\sqrt{P}$ (де P – відсоткова доля) обчислимо значення кутів для кожної з груп: φ_1(91,76%)=2,67, φ_2(94,44%)=2,56.

Далі обрахуємо емпіричне значення φ^* за формулою:

$$\varphi^* = (\varphi_1 - \varphi_2)\sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \qquad (*),$$

де

φ_1 – кут, що відповідає більшій частці;

φ_2 – кут, що відповідає меншій частці;

n_1 – кількість спостережень у першій вибірці (експериментальних групах);

n_2 – кількість спостережень у другій виборці (контрольних групах).

У даному випадку:

$$\varphi^*_{емп} = (2,67 - 2,56)\sqrt{\frac{85 \cdot 90}{85 + 90}} \approx 0,70.$$

Критичне значення $\varphi^*_{кр}$, яке відповідає прийнятим у психолого-педагогічних дослідженнях рівням статистичної значимості, дорівнює

$$\varphi^*_{кр} = \begin{cases} 1,64 \ (p \le 0,05) \\ 2,31 \ (p \le 0,01) \end{cases}$$

Тоді має місце нерівність $\varphi^*_{емп} = 0,70 < \varphi^*_{кр} = 1,64$. Тобто емпіричне значення $\varphi^*_{емп} = 0,7$ знаходиться у *зоні незначущості* (рис. 3.3) і гіпотеза H_0 приймається. Це означає, що достовірно, з рівнем значущості $\alpha = 0,05$, рівень знань студентів у експериментальних групах за результатами контрольної роботи з шкільного курсу математики не відрізняється від рівня знань студентів у контрольних групах.

Перевіримо достовірність гіпотези про відсутність, з статистичної точки зору, відмінностей між рівнями знань студентів контрольних і експериментальних груп за результатами підсумкового контролю з курсу вищої математики.

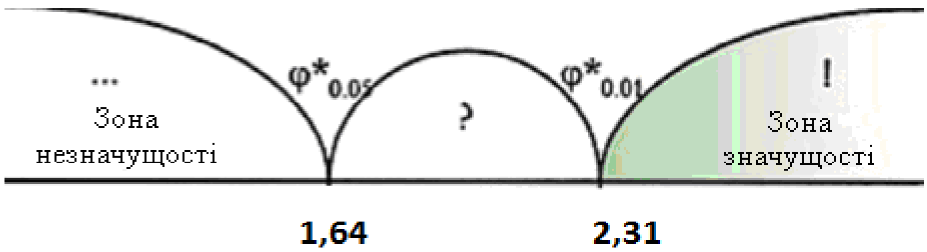


Рис. 3.3. Вісь значущості

Сформулюємо гіпотези:

H_0: Частка студентів експериментальної групи, які за підсумковим контролем з курсу вищої математики мають позитивні оцінки, не вище, ніж у контрольній групі;

H_1: Частка студентів експериментальної групи, які за підсумковим контролем з курсу вищої математики мають позитивні оцінки, вище, ніж у контрольній групі.

Побудуємо таблицю, яка фактично є таблицю емпіричних частот за двома значеннями ознаки: якщо одержано оцінки «A», «B», «C», «D» або «E», то «ефект має місце», у протилежному випадку – «ефект відсутній» (табл. 3.5). При цьому в обрахунках використовуються лише частки, що відповідають спостереженням, для яких ефект має місце:

$$\varphi_1(83{,}53\%)=2{,}77, \qquad \varphi_2(96{,}67\%)=2{,}31.$$

Таблиця 3.5

Таблиця для розрахунків за критерієм Фішера при порівнянні двох груп за часткою студентів, які мають позитивні оцінки за підсумковим контролем з курсу вищої математики

Групи	Ефект має місце		Ефект відсутній		Всього
	Кількість студентів	%	Кількість студентів	%	
Контрольні	71	83,53	14	16,47	85
Експериментальні	87	96,67	3	3,33	90
Всього	158		17		175

Далі обрахуємо емпіричне значення $\varphi *$:

$$\varphi *_{емп} = (2{,}77 - 2{,}31)\sqrt{\frac{85 \cdot 90}{85 + 90}} \approx 3{,}10 .$$

Тоді має місце нерівність $\varphi *_{емп} = 3{,}10 > \varphi *_{кр} = 2{,}31$. Тобто емпіричне значення $\varphi *_{емп} = 3{,}10$ знаходиться у зоні значущості (рис. 3.3), гіпотеза H_0 не приймається, а приймається гіпотеза H_1. Це означає, що достовірно, з рівнем значущості $\alpha = 0{,}01$, рівень знань студентів експериментальних груп за результатами підсумкового контролю з курсу вищої математики, вище від рівня знань студентів контрольних груп.

Для виявлення думки студентів щодо використання ММС «Вища математика» у процесі навчання вищої математики по завершенню курсу проводилося анкетування (Додаток З) студентів експериментальних груп.

Відповідно до результатів анкетування, 91% студентів сподобалося працювати з ММС «Вища математика», серед яких 78% вказують на те, що ММС «Вища математика» допомагає краще зрозуміти навчальний матеріал. 64% найбільш ефективним засобом ММС вважає лекційні демонстрації, 52% – тренажери, 51% – динамічні моделі. У самостійній навчальній роботі студенти найбільше (53% та 43% відповідно) використовували тренажери та динамічні моделі. На думку 57% опитуваних, використання ММС «Вища математика» допомогло їм при підготовці до модульного та підсумкового контролю, 58% – лекційних занять, 61% – індивідуальних робіт, 62% – при підготовці домашніх завдань. Проте, основною метою використання ММС «Вища математика» (78%) студенти вважають перевірку результатів виконання завдань. Слід зазначити, що до основних переваг ММС «Вища математика» 71% респондентів відносять можливість користуватися ним через Internet, 52% – на стартфонах. В цілому, підсумки анкетування свідчать про позитивне ставлення студентів до розробленого у процесі дослідження ММС «Вища математика».

Аналіз результатів експериментальної роботи показав, що впровадження ММС «Вища математика» у процес навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей надає можливість вирішити низку проблем (табл. 3.6), що сприяє підвищенню рівня навчальних досягнень студентів.

Таблиця 3.6

Проблеми у навчанні вищої математики студентів економічних спеціальностей та інноваційні шляхи їх розв’язання

№	Проблеми	Шляхи розв’язання засобами ММС
1	Складна логічна структура та високий рівень абстрактності навчального матеріалу.	Розробка комп’ютерних моделей з графічним інтерфейсом і напівавтоматичним режимом управління для унаочнення абстрактних математичних понять та проведення навчальних досліджень.

№	Проблеми	Шляхи розв'язання засобами ММС
2	Недостатність часу на відпрацювання студента-ми алгоритмів розв'язання задач.	Розробка програми-тренажерів, основне при-значення яких полягає у поданні всіх етапів розв'язування математичної задачі та наданні можливостей студентам здійснення детальної перевірки кожного кроку виконання завдання.
3	Необхідність виконання державного замовлення на поліпшення якості фі-зико-математичної осві-ти.	Розширення змістової складової курсу «Мате-матика для економістів» професійно-орієнтованими задачами, розв'язання яких пе-редбачає використання обчислювальної скла-дової ММС.
4	Необхідність збільшення частки самостійної робо-ти студентів.	Розширення можливостей навчальної взаємо-дії викладача та студентів за межі ВНЗ і інтег-рації аудиторної та позааудиторної роботи студентів.
5	Збільшення для виклада-ча частки роботи зі скла-дання та перевірки моду-льних робіт.	Створення програм-генераторів навчальних завдань з можливістю збереження результату генерації у природній математичній нотації та вибору довільної кількості завдань із відпові-дями.
6	Підвищення рівня розви-тку умінь структурувати, узагальнювати та систе-матизувати навчальний матеріал.	Використання навчально-експертних систем створених викладачем, та самостійне створен-ня студентами бази знань експертної системи за обраною темою курсу вищої математики.

Таким чином, результати статистичного опрацювання даних формува-льного етапу експерименту, поданих у таблицях 3.2 і 3.5, та аналіз опитуван-ня студентів експериментальних груп щодо використання ММС у процесі навчання вищої математики свідчать проте, що ММС «Вища математика» сприяє підвищенню рівня навчальних досягнень та активізує навчальну діяльність студентів економічних спеціальностей, а отже, запропонована методика використання ММС у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей є ефективною.

Висновки до третього розділу

1. Розробка методики використання мобільних математичних середовищ навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей ВНЗ проводилася у три етапи, спрямованих на виявлення засобів ІКТ для активізації навчальної діяльності студентів, розробку ММС навчання вищої математики та методики його використання, експериментальну перевірку розробленої методики використання ММС у процесі навчання вищої математики.

2. Аналіз результатів констатувального етапу педагогічного експерименту показав, що: серед випускників шкіл, які вступали на економічні спеціальності, більшість має низький рівень математичної підготовки; студенти першого курсу мають низький рівень сформованості загальнонавчальних умінь, навичок самостійної роботи, прийомів узагальнення та систематизації; у процесі навчання вищої математики в недостатній мірі використовують можливості засобів ІКТ; основними вимогами до фундаментальної підготовки фахівців з економіки є: здатність до навчання протягом життя та роботи у швидкозмінному середовищі; сформованість навичок розв’язування прикладних задач з економіки; наявність таких якостей особистості, як самостійність і оперативність у прийнятті рішень, здатність планувати свої дії, гнучкість мислення, наполегливість у розв’язанні завдань, прагнення до пошуку оптимальних рішень тощо; процес навчання вищої математики на економічних спеціальностях ВНЗ спрямований на формування у студентів знань теоретичного матеріалу та навичок типових обчислень, при цьому недостатня увага приділяється формуванню умінь застосовувати набуті знання та навички у професійні діяльності.

3. На другому етапі дослідження створено ММС «Вища математика», розроблено методику його використання, налаштовано публічний доступу до Web-серверу ММС за адресою http://korpus21.dyndns.org:8000/; уточнено технологію навчання вищої математики на основі ММС.

4. На третьому етапі дослідження проведено формувальний етап педагогічного експерименту, аналіз результатів якого за кутовим φ^* критерієм Фішера показав, що розподіл успішності в експериментальних та контрольних групах має статистично значущі відмінності, зумовлені застосуванням ММС у процесі навчання вищої математики.

Основні результати, отримані в процесі експериментальної роботи, відображені у працях [100; 101; 102; 103; 104; 157; 158; 159;160; 161; 163; 163; 164; 165; 166; 168; 170; 171].

ВИСНОВКИ

У відповідності до поставленої мети та завдань дисертаційної роботи в ході вивчення наукової проблеми і впровадження розробленої методики використання ММС у процес навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей отримано такі основні **результати**: визначено засоби активізації навчальної діяльності студентів з вищої математики; виділено програмні засоби ІКТ навчання вищої математики, використання яких спрямоване на активізацію навчальної діяльності студентів економічних спеціальностей; розроблено мобільне математичне середовище з вищої математики як єдине інформаційно-обчислюване середовище, використання якого сприятиме активізації навчальної діяльності студентів економічних спеціальностей; розроблено методику використання мобільних математичних середовищ у навчанні вищої математики студентів економічних спеціальностей та експериментально перевірено її ефективність.

Отримані результати дослідження дають підстави зробити висновки:

1. Аналіз проблеми активізації навчальної діяльності студентів з вищої математики надав можливість виділити засоби активізації навчальної діяльності студентів: а) розвиток пізнавальної активності та самостійності; б) узагальнення та систематизацію здобутих знань, їх структурування та поглиблення; в) інтеграція аудиторної та позааудиторної навчальної діяльності в систему неперервного навчання; г) спрямування особистості студента на самостійну навчальну діяльність; д) можливість організації процесу навчання в єдиному середовищі. Реалізацію зазначених засобів у процесі навчання математичних дисциплін студентів економічних спеціальностей доцільно здійснювати через професійну спрямованість навчання з використанням інформаційно-комунікаційних технологій.

2. До основних засобів інформаційно-комунікаційних технологій, використання яких спрямоване на активізацію навчальної діяльності студентів з вищої математики, відносяться лекційні демонстрації, динамічні моделі, навчально-експертні системи та тренажери. Реалізація виділених засобів у се-

редовищі Web-СКМ приводить до появи нового класу педагогічних програмних засобів – мобільних математичних середовищ: відкритого модульного мережного мобільного інформаційно-обчислювального програмного забезпечення, що надає користувачу (викладачу, студенту) можливість мобільного доступу до інформаційних ресурсів математичного і навчального призначення, створюючи умови для організації повного циклу навчання (зберігання та подання навчальних матеріалів; проведення навчальних математичних досліджень; підтримка індивідуальної і колективної роботи; оцінювання навчальних досягнень тощо) та інтеграції аудиторної і позааудиторної роботи у безперервний процес навчання.

3. Ядром запропонованого в роботі мобільного математичного середовища є Web-СКМ Sage, засобами якої реалізовані обчислювальна (лекційні демонстрації, динамічні моделі, навчальні експертні системи, тренажери, генератори навчальних завдань) та інформаційна складові мобільного математичного середовища (навчальні посібники, відеоуроки, практикум з розв'язування задач, завдання для самостійного розв'язання та контролю навчальних досягнень). Розроблене у процесі дослідження мобільне математичне середовище «Вища математика», використання якого сприяє активізації навчальної діяльності студентів, призначене для підтримки процесу навчання студентів економічних спеціальностей і може бути легко налаштоване для роботи у локальних та глобальних мережах з метою надання мобільного доступу до обчислювальних та навчальних ресурсів з пристроїв різних типів.

4. У процесі навчання вищої математики мобільні математичні середовища доцільно використовувати у п'яти напрямах: графічна інтерпретація математичних моделей та теоретичних понять; автоматизація рутинних обчислень; підтримка самостійної роботи; математичні дослідження; генерація навчальних завдань. Навчання курсу вищої математики з використанням мобільних математичних середовищ надає можливість: розширити його моделями, дослідження яких без застосування ММС викликає утруднення; підвищити наочність подання теоретичного матеріалу; організувати напівавтома-

тичне оцінювання навчальних досягнень студентів та автоматичне укладання навчальних завдань; розширити комунікативне поле «студент – викладач» за межі ВНЗ. Застосування мобільних математичних середовищ впливає на процес навчання вищої математики:

– *на рівні цілей навчання* – з'являється мета: навчання вищої математики як логічного продовження шкільних курсів математики та інформатики і необхідної основи фахових дисциплін; навчання навичкам комп'ютерного моделювання математичних об'єктів як сучасного засобу досліджень;

– *на рівні змісту навчання* – виникає потреба у збільшенні професійно спрямованих та дослідницьких завдань;

– *на рівні методів навчання* – надає можливість ширше застосовувати продуктивні, розвивальні методи навчання дослідницького характеру, методи дистанційного та мобільного навчання;

– *на рівні форм організації навчанн*я – надає можливість активно використовувати групи змінного складу, індивідуально-диференційовані форми навчання та форми, специфічні для комбінованого навчання.

В якості подальших напрямів дослідження пропонується:

1. Розробка ММС та методики їх використання з дисциплін фізико-математичного циклу;

2. Розробка методики активізації навчальної діяльності студентів у процесі навчання математичних дисциплін на основі дослідницького підходу засобами ІКТ;

3. Реалізація моделі мобільного навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей.

ДОДАТКИ

Додаток А

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ім. В. Гетьмана
КРИВОРІЗЬКИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ ІНСТИТУТ
Кафедра вищої математики

«Затверджено»
Вченою радою інституту
Протокол №___від «___»_____р.
Вчений секретар
______________________Н. В. Віннік

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
З загального курсу вищої математики
дисципліни *«Математика для економістів»*

для студентів денної форми навчання спеціальностей 6.030503 – «Міжнародна економіка», 6.030504 – «Економіка підприємства», 6.030508 – «Фінанси та кредит»

«Ухвалено»
на засіданні кафедри
вищої математики
Протокол №__від « » ______р.
Завідувач кафедри
_____________________С. Л. Нєвєров

«Погоджено»
Заступник директора з навчальної роботи
____________________А. В. Шайкан
Начальник навчального відділу
____________________Є. Г. Дяченко

м. Кривий Ріг
2009 рік

ВСТУП

Усталення компетентнісної парадигми освіти зумовлює новий напрям у розвитку методології навчання, її рух від передавання системи знань студенту у процесі його навчання до самостійного конструювання студентом особистісної системи знань у процесі власної пізнавальної діяльності. На зміну традиційним методам навчання приходять нові, які органічно поєднують плідні педагогічні ідеї з потужним потенціалом сучасних інформаційно-комунікаційних технологій. «Вища математика» призначається для студентів економічних вищих навчальних закладів.

Для забезпечення навчального процесу необхідна аудиторія з відповідним комп’ютерним обладнанням і такі програмно-апаратні засоби: мультимедійний інтерактивний комплекс, мобільне математичне середовище «Вища математика», що містить теоретичні матеріали, практикум розв’язування задач, індивідуальні домашні завдання, комп’ютерні моделі тощо.

Вивчення курсу здійснюється протягом 2-х семестрів, кожен з яких закінчується складанням іспитів.

Курс розраховано на 252 години: 144 год. аудиторної та 108 год. індивідуальної роботи.

1. МЕТА, ПРЕДМЕТ ТА ОСНОВНІ ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ, ЇЇ МІСЦЕ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ

1.1. Мета та предмет викладання дисципліни

Метою навчання загального курсу вищої математики у системі підготовки фахівців з економіки є опанування необхідним математичним апаратом, необхідним для вироблення навичок розв’язання теоретичних та практичних задач з економіки, математичного моделювання прикладних задач; здобуття необхідної математичної підготовки для вивчення інших дисциплін математичного циклу (теорії ймовірностей, статистики, економетрії, економіко-математичного моделювання тощо); формування умінь самостійної навчально-пізнавальної діяльності з математики.

Предметом дисципліни є фундаментальні положення лінійної алгебри, аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального числення, диференціальних рівнянь, рядів.

1.2. Основні завдання дисципліни

Завданнями вивчення навчальної дисципліни є:

1) ознайомлення студентів з основами загального математичного апарату, призначеного для розв'язування теоретичних та практичних задач економіки;

2) вироблення навичок математичного дослідження прикладних задач, зокрема побудови економіко-математичних моделей;

3) формування умінь самостійно вивчати літературу з математики та її прикладних питань;

4) здобуття необхідної математичної підготовки та знань для вивчення інших дисциплін математичного циклу та деяких дисциплін за фахом;

5) формування необхідного рівня математичної культури;

У результаті вивчення даної дисципліни студент повинен:

– знати основні означення, теореми, правила та їх практичне застосування;

– вміти застосовувати теоретичні знання для розв'язування конкретних економічних задач; користуватися методами вищої математики при вивченні загальнонаукових та спеціальних дисциплін;

– оволодіти навичками побудови та дослідження економіко-математичних моделей прикладних задач економіки.

1.3. Місце дисципліни в навчальному процесі

Загальний курс вищої математики є фундаментом математичної освіти спеціаліста. В стандарт економічної освіти розвинутих країн як обов'язкова складова входить добре володіння математичним апаратом. Вивчення математики пов'язане з опануванням інших загальнонаукових та спеціальних дисциплін і з подальшою діяльністю випускників ВНЗ в якості спеціалістів.

Перелік базових дисциплін, у яких будуть використані знання цієї дисципліни:

– теорія ймовірностей та математична статистика;
– дослідження операцій;
– економетрія;
– економіка підприємств;
– економічний аналіз;
– фінанси;
– стратегічне управління;
– планування діяльності підприємств;
– аналіз моделювання і управління ризиком;
– моделювання економіки;
– математичні основи кібернетики тощо.

2. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

2.1. РОЗПОДІЛ ОБСЯГУ НАВЧАЛЬНОЇ РОБОТИ

Семестр	**Кількість годин**	**Кількість кредитів за ECTS**	**Лекції**	**Практичні**	**Самостійна робота**	**Форми контролю**
1	126	3,5	40	32	54	Екзамен
2	126	3,5	40	32	54	Екзамен
Разом	252	7	80	64	108	

2.2. СТРУКТУРА ЗАЛІКОВИХ МОДУЛІВ

№	Назва теми	Кількість годин			
		Л	Пр	СРС	Всього
МОДУЛЬ №1 «Елементи лінійної та векторної алгебри»					

№	Назва теми	Кількість годин			
		Л	Пр	СРС	Всього
Змістовий модуль 1 «Елементи лінійної алгебри»					
1	Визначники та їх властивості	2	2		4
2	Матриці та дії над ними	2	2		4
3	Системи m лінійних рівнянь з n невідомими	5	4	4	13
4	Розв'язування довільної лінійної системи рівнянь. Система однорідних рівнянь.	5	4	4	13
Змістовий модуль 2 «Елементи векторної алгебри»					
1	Вектори на площині і у просторі			4	4
2	n – вимірний арифметичний векторний простір та системи векторів	2	2	2	6
Разом за модулем №1		16	14	14	44
МОДУЛЬ №2 «Аналітична геометрія»					
Змістовий модуль 3 «Аналітична геометрія»					
1	Найпростіші задачі аналітичної геометрії			4	4
2	Пряма на площині	3	2	2	7
3	Поняття про лінії другого порядку	3	2	4	9
4	Площина й пряма у просторі	4	2	6	12
Разом за модулем №2		10	6	16	32
МОДУЛЬ №3 «Диференціальне числення функції однієї змінної»					
Змістовий модуль 4 «Вступ до математичного аналізу»					
1	Елементи теорії множин			2	2
2	Числові послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі величини	2	1	4	7
3	Функції та їх графіки			6	6
4	Границя функції	4	2	2	8
5	Неперервність функції	2	1	2	5
Змістовий модуль 5 «Диференціальне числення функції однієї змінної»					
1	Похідна функції однієї незалежної змінної	4	4	4	12
2	Диференціал. Основні теореми диференціаль-	2	4	4	10

№	Назва теми	Кількість годин			
		Л	Пр	СРС	Всього
	ного числення				
Разом за модулем №3		14	12	24	50
Разом за перший семестр		**40**	**32**	**54**	**126**
МОДУЛЬ 4 «Диференціальне числення функції багатьох змінних»					
Змістовий модуль 6 «Диференціальне числення функції багатьох змінних»					
1	Поняття функції багатьох змінних. Частинні похідні та повний диференціал	4	3	6	13
2	Екстремум функції кількох незалежних змінних	4	3	4	11
4	Емпіричні формули			4	4
Разом за модулем №4		8	6	14	28
МОДУЛЬ 5 «Інтегральне числення функції однієї змінної»					
Змістовий модуль 7 «Інтегральне числення функції однієї змінної»					
1	Первісна функції та невизначений інтеграл	2		4	6
2	Методи інтегрування	4	2	4	10
3	Інтегрування раціональних функцій	3	4	4	11
4	Інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій	3	4	4	11
5	Визначений інтеграл та його зв’язок з невизначеним	2	4	2	8
6	Наближені методи обчислення визначеного інтегралу			4	4
7	Поняття про кратні інтеграли	2	2	4	8
Разом за модулем № 5		16	16	26	58
МОДУЛЬ 6 «Диференціальні рівняння»					
Змістовий модуль 8 «Диференціальні рівняння»					
1	Диференціальні рівняння першого порядку	3	2	2	7
2	Диференціальні рівняння другого порядку. Поняття про системи ДР	3	2	2	7
Разом за модулем № 6		6	4	4	14
МОДУЛЬ 7 «Ряди»					

№	Назва теми	Кількість годин			
		Л	Пр	СРС	Всього
Змістовий модуль 9 «Ряди»					
1	Числовий ряд та його збіжність	2	2	2	6
2	Достатні ознаки збіжності числового ряду	4	2	4	10
3	Степеневі ряди	4	2	4	10
Разом за модулем № 7		10	6	10	26
Разом за другий семестр		**40**	**32**	**54**	**126**
Всього		**80**	**64**	**108**	**252**

3. ТЕМАТИКА ТА ЗМІСТ ЛЕКЦІЙ

№	Тема, короткий зміст	Література
Змістовий модуль № 1 «Елементи лінійної алгебри»		
1	***Лекція №1 Визначники та їх властивості*** Визначники 2-го, 3-го та n-порядку. Інверсія. Властивості визначника. Мінор та алгебраїчне доповнення визначника. Обчислення визначника різними засобами.	№ 1 С. 12–16 № 4 С. 18–34 № 5
2	***Лекція №2 Матриці та дії над ними*** Поняття матриці. Основні означення. Операції над матрицями. Обернена матриця та порядок її відшукання. Базовий мінор. Використання матриць в економіці.	№ 1 С. 22–27 № 4 С. 44–61 № 2 С. 35–47 № 5
3	***Лекція №3 Системи m лінійних рівнянь з n невідомими*** Лінійні системи. Загальні означення. Матричне розв'язання лінійних систем. Дослідження лінійної системи за допомогою теореми Кронекера-Капеллі. Розв'язання лінійної системи за допомогою визначника (метод Крамера).	№ 1 С. 11, 16, 34–35 № 4 С. 68–76 № 5
4	***Лекція №4 Розв'язування довільної системи рівнянь*** Довільна система лінійних рівнянь. Загальний та частинний розв'язок неоднорідної системи. Методи Гауса та Жордана-Гауса. Система однорідних рівнянь.	№ 1 С. 36–41 № 4 С. 80–98 № 5
Змістовий модуль № 2 «Елементи векторної алгебри»		
5	***Лекція №5 Вектори на площині і у просторі*** Поняття вектора. Лінійні операції над векторами. Проекція вектора на вісь. Координати вектора. Ска-	№ 1 С. 78–83 № 2 С. 77–82 № 3 С. 32–35,

№	Тема, короткий зміст	Література
	лярний добуток векторів та його властивості. Векторний добуток двох векторів.	54–61 № 4 С. 119–129 № 5
6	***Лекція №6 n – вимірний арифметичний векторний простір та системи векторів*** *n* – вимірні вектори та дії над ними. Лінійно-залежна лінійно-незалежна система векторів. Розклад вектора за векторами базису. Перехід до нового базису. Скалярний добуток *n* – вимірних векторів. Кут між векторами. Простір товарів та вектор цін.	№ 1 С. 50–53 № 2 С. 82–96 № 4 С. 102–112 № 5
	Змістовий модуль №3 «Елементи аналітичної геометрії»	
7	***Лекція №7 Найпростіші задачі аналітичної геометрії*** Відстань між двома точками. Поділ відрізка у заданому відношенні. Площа трикутника.	№ 1 С. 83–85 № 5
8	***Лекція №8 Пряма на площині*** Рівняння лінії на площині. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Рівняння прямої, яка проходить через дану точку у даному напрямі. Рівняння пучка прямих. Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки. Рівняння прямої у відрізках. Загальне рівняння прямої та його дослідження. Кут між двома прямими. Умова паралельності та перпендикулярності прямих. Відстань від точки до прямої. Перетворення координат	№ 1 С. 90–91 № 2 С. 105–116 № 3 С. 76–83 № 4 С. 131–145 № 5
9	***Лекція №9 Поняття про лінії другого порядку*** Загальне рівняння лінії другого порядку. Рівняння кола. Знаходження центру та радіусу кола за загальним рівнянням. Еліпс, його рівняння та характеристична властивість. Гіпербола, її рівняння та характеристична властивість. Асимптоти гіперболи. Парабола, її рівняння та характеристична властивість.	№ 1 С. 93–97 № 2 С. 124–131 № 3 С. 97–114 № 4 С. 149–160 № 5
10	***Лекція №10 Площина й пряма у просторі*** Рівняння площини, яка проходить через точку, перпендикулярно вектору. Загальне рівняння площини та його дослідження. Рівняння прямої у просторі. Взаємне розміщення площини та прямої. Кут між прямою та площиною (канонічне, нормальне, параметричне, векторне). Кут між двома площинами.	№ 1 С. 110–116 № 2 С. 131–139 № 3 С. 84–96 № 4 С. 167–179 № 5
	Змістовий модуль №4 «Вступ до математичного аналізу»	
11	***Лекція №11 Елементи теорії множин*** Множини основні поняття. Логічні символи. Числові множини. Числові проміжки окіл точки. Модуль (аб-	№ 2 С. 175–182 № 3 С. 126–130 № 5

№	Тема, короткий зміст	Література
	солютна величина) дійсного числа.	
12	***Лекція № 12 Числові послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі величини*** Означення числової послідовності. Границя числової послідовності, її геометричний зміст. Арифметичні операції над послідовностями та їх границями. Нескінченно-малі, нескінченно-великі та їх властивості. Зв'язок між нескінченно-малими та нескінченно-великими. Зв'язок нескінченно-великих з границею послідовності. Теореми про одиничність границі та обмеженість збіжної послідовності. Граничний перехід у нерівностях, монотонні послідовності.	№ 1 С. 139–147 № 2 С. 182–203 № 4 С. 185–199 № 5
13	***Лекція №13 Функції та їх графіки*** Сталі і змінні величини. Поняття про функції однієї незалежної змінної. Способи задання функцій. Основні властивості функцій. Неявно задані функції. Обернені функції. Параметрично задані функції. Основні елементарні функції. Використання функцій в економіці.	№ 1 С. 131–136 № 2 С. 212–236 № 3 С. 131–149 № 5
14	***Лекція №14 Границя функції*** Поняття функції однієї незалежної змінної, приклади використання функцій в економіці. Границя функції. Односторонні границі. Арифметичні властивості границі. Перша та друга «визначні» границі. Розкриття невизначеностей виду: $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, $\left(\frac{0}{0}\right)$, $\left(1^{\infty}\right)$, $(\infty-\infty)$.	№ 1 С. 151–155, С. 165–168 № 2 С. 237–254 № 4 С. 205–217 № 5
15	***Лекція № 15 Неперервність функції*** Неперервність функції в точці. Властивості функції, неперервних в точці. Точки розриву функцій та їх класифікація. Властивості функцій, неперервних на відрізку. Неперервність основних елементарних функцій.	№ 1 С. 174–182 № 2 С. 254–262 № 3 С. 183–190 № 4 С. 222–232 № 5
	Змістовий модуль №5 «Диференціальне числення функції однієї змінної»	
16	***Лекція №16 Похідна функції однієї незалежної змінної*** Задачі, які приводять до поняття похідної. Означення похідної, її геометричний, механічний та економічний зміст. Схема знаходження похідної. Правила диференціювання. Похідні вищих порядків. Похідна складної та неявної функції. Похідні основних елементарних функцій. Таблиця похідних складної функ-	№ 1 С. 186–197 № 2 С. 279–285, С. 291–302 № 3 С. 191–217 № 4 С. 237–252 № 5

№	Тема, короткий зміст	Література
	ції. Логарифмічне диференціювання. Застосування похідної в економіці.	
17	***Лекція №17 Диференціал. Основні теореми диференціального числення*** Означення диференціалу функції та його геометричний зміст. Інваріантність форми диференціалу. Застосування диференціалу до наближених обчислень. Теореми Ферма та Ролля. Теорема Лагранжа та її висновки. Формула Тейлора. Правило Лопіталя для розкриття невизначеностей. Приклад економічної задачі на застосування похідної.	№ 1 С. 209–215 № 2 С. 306–334 № 3 С. 218–265 № 4 С. 258–279 № 5
Змістовий модуль №6 «Диференціальне числення функції багатьох змінних»		
18	***Лекція №18 Поняття функції багатьох змінних. Частинні похідні та повний диференціал*** Означення функції багатьох незалежних змінних, її області визначення та графіку. Границя та неперервність. Частинні прирости та похідні. Приклади застосування частинних похідних. Повний диференціал та його застосування до наближених обчислень. Похідна у даному напрямку. Градієнт. Частинні похідні вищих порядків.	№ 1 С. 274–307 № 2 С. 391–424 № 3 С. 284–318 № 4 С. 276–308 № 5
19	***Лекція №19 Екстремум функції кількох змінних*** Означення екстремуму функції кількох незалежних змінних. Необхідна та достатня умова екстремуму. Дослідження функцій і двох змінних на екстремум. Найбільше та найменше значення функції у замкненій множині. Необхідна умова глобального екстремуму та опуклі функції. Умовний екстремум в економіці.	№ 1 С. 325–336 № 2 С. 426–436, 444–450 № 3 С. 320–329 № 4 С. 313–326 № 5
20	***Лекція №20 Емпіричні формули*** Поняття про емпіричні формули та їх особливості. Вибір типу залежності між змінними величинами. Визначення параметрів лінійної залежності методом найменших квадратів.	№ 1 С. 336–340 № 2 С. 436–443 № 4 С. 330–333 № 5
Змістовий модуль №7 «Інтегральне числення функції однієї змінної»		
21	***Лекція №21 Первісна функції та невизначений інтеграл*** Задачі диференціювання та інтегрування. Означення первісної. Теорема про множину первісних. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця основних інтегралів.	№ 1 С. 386–389 № 2 С. 508–513, № 3 С. 330–336 № 4 С. 337–341 № 5
22	***Лекція №22 Методи інтегрування***	№ 1 С. 389–393

№	Тема, короткий зміст	Література
	Безпосереднє інтегрування. Інтегрування за допомогою розкладу. Інтегрування методом підстановки. Інтегрування частинами.	№ 2 С. 513–520, № 3 С. 336–342 № 4 С. 345–352 № 5
23	***Лекція № 23 Інтегрування раціональних функцій*** Раціональний дріб. Правильні та неправильні дроби. Інтегрування правильних раціональних дробів. Інтегрування виділенням повного квадрата. Загальний алгоритм інтегрування раціональних дробів. Розклад правильного раціонального дробу на суму найпростіших методом невизначених коефіцієнтів.	№ 1 С. 393–397 № 2 С. 523–533 № 3 С. 347–355 № 4 С. 358–366 № 5
24	***Лекція №24 Інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій.*** Інтегрування тригонометричних функцій (три основні випадки). Універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування найпростіших ірраціональностей. Інтегрування біноміальних диференціалів. Підстановки Ейлера. Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою тригонометричних підстановок. Інтеграли, які не зводяться до елементарних.	№ 1 С. 397–404 № 2 С. 521–523 № 3 С. 355–362 № 4 С. 371–385 № 5
25	***Лекція №25 Визначений інтеграл та його зв'язок з невизначеним.*** Задача знаходження площі криволінійної трапеції та інтегральна сума. Поняття визначеного інтеграла, його економічний зміст. Властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє для визначеного інтеграла. Визначений інтеграл зі змінною верхньою границею та його похідна. Формула Ньютона-Лейбніца.	№ 1 С. 419–425 № 2 С. 533–544 № 3 С. 365–379 № 4 С. 392–401 № 5
26	***Лекція №26 Методи обчислення визначеного інтеграла.*** Знаходження визначеного інтеграла методом підстановки. Інтегрування частинами. Наближене обчислення визначеного інтеграла методами прямокутників, трапеції, Сімпсона. Використання поняття визначеного інтеграла для розв'язання економічних прикладів. Поняття про невласні інтеграли. Інтеграл Ейлера-Пуасона. Обчислення площі плоскої фігури. Обчислення об'єму тіла обертання.	№ 1 С. 425–433, С. 440–443 № 2 С. 544–556, С. 578–588 № 3 С. 380–400 № 4 С. 406–419 № 5
27	***Лекція № 27 Поняття про кратні інтеграли*** Означення кратного інтеграла. Основні властивості кратного інтеграла. Обчислення кратного інтеграла	№ 1 С. 443–450, № 4 С. 425–430 № 5

№	Тема, короткий зміст	Література
	Змістовий модуль № 8 «Диференціальні рівняння»	
28	***Лекція №28 Диференціальні рівняння першого порядку.*** Поняття диференціального рівняння, його порядок та розв'язок. Задачі, що приводять до ДР (економічні). Диференціальне рівняння першого порядку та його геометричний зміст. Теорема Коші (про існування та єдиність розв'язку диференціальних рівнянь). Неповні диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння першого порядку. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Застосування ДР першого порядку.	№ 1 С. 464–472, С. 475–485 № 2 С. 614–630 № 3 С. 421–435 № 4 С. 436–450 № 5
29	***Лекція №29 Диференціальні рівняння другого порядку*** Основні поняття. Диференціальні рівняння другого порядку, що дозволяють понизити порядок. Лінійні ДР другого порядку. Поняття про системи ДР. Нормальна система ДР. Системи лінійних ДР зі сталими коефіцієнтами.	№ 2 С. 630–647 № 3 С. 451–480 № 4 С. 451–459 № 5
	Змістовий модуль № 9 «Ряди»	
30	***Лекція №30 Числовий ряд та його збіжність*** Означення числового ряду та поняття про його збіжність. Ряд геометричної прогресії. Властивості числових рядів. Необхідна ознака збіжності числового ряду та наслідок. Гармонійний ряд.	№ 1 С. 534–538 № 3 С. 493–498 № 4 С. 464–467 № 5
31	***Лекція №31 Достатні ознаки збіжності числового ряду*** Загальне поняття про достатні ознаки. Ознака порівняння рядів. Ознака збіжності Д'Аламбера. Формулювання інтегральної та радикальної ознак Коші. Узагальнений гармонійний ряд. Ознака Лейбніца про збіжність знакозмінних рядів. Абсолютна та умовна збіжність рядів.	№ 1 С. 538–545 № 3 С. 498–508 № 4 С. 474–484 № 5
32	***Лекція №32 Степеневі ряди*** Поняття функціонального ряду. Степеневий ряд. Область збіжності степеневого ряду. Властивості степеневих рядів. Розклад функцій у степеневий ряд. Ряди Тейлора та Маклорена. Розклад деяких елементарних функцій у ряд. Використання рядів до наближених обчислень.	№ 3 С. 513–531 № 4 С. 492–507 № 5

4 ТЕМАТИКА ТА ЗМІСТ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№	Тема практичного заняття	
1	***Визначники та їх властивості***. Обчислення визначників різними способами (за правилом трикутника, правилом Сарюса, теоремою Лапласа, методом занулюванням)	№ 4 С. 40–43 № 5 № 6 С. 59–61
2	***Матриці та дії з ними*** (додавання,віднімання, множення матриці на скаляр, множення матриць, транспонування матриці).	№ 4 С. 63–65 № 5
3	***Ранг матриці*** (метод мінорів, за допомогою елементарних перетворень). Знаходження оберненої матриці.	№ 4 С. 63–65 № 5
4	***Системи лінійних рівнянь***. Метод Крамера, оберненої матриці. Дослідження сумісності за теоремою Кронекера-Капеллі.	№ 4 С. 78–79 № 5
5	***Системи лінійних рівнянь***. Метод Гауса, Жордана-Гауса. Однорідні лінійні рівняння.	№ 4 С. 99–101 № 5
6	***Системи векторів***. Лінійно-залежна лінійно-незалежна система векторів. Розклад вектора за векторами базису. Перехід до нового базису. Скалярний добуток *n* – вимірних векторів. Кут між векторами. Простір товарів та вектор цін.	№ 4 С. 116–118 № 5
7	***Рівняння лінії на площині***. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Рівняння прямої, яка проходить через дану точку у даному напрямі. Рівняння пучка прямих. Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки. Рівняння прямої у відрізках. Загальне рівняння прямої та його дослідження. Кут між двома прямими. Умова паралельності та перпендикулярності прямих. Відстань від точки до прямої. Перетворення координат	№ 4 С. 147–148 № 5
8	***Лінії другого порядку.*** Загальне рівняння лінії другого порядку. Рівняння кола. Знаходження центру та радіусу кола за загальним рівнянням. Еліпс, його рівняння та характеристична властивість. Гіпербола, її рівняння та характеристична властивість. Асимптоти гіперболи. Парабола, її рівняння та характеристична властивість.	№ 4 С. 163–165 № 5
9	***Площина й пряма у просторі.*** Рівняння площини, яка проходить через точку, перпендикулярно вектору. Загальне рівняння площини та його дослідження.	№ 4 С. 181–184 № 5
10	***Площина й пряма у просторі.*** Рівняння прямої у просторі. Взаємне розміщення площини та прямої. Кут між прямою та площиною (канонічне, нормальне, параметричне, векторне). Кут між двома площинами	№ 4 С. 181–184 № 5 № 6 С. 24–25
11	***Числові послідовності.*** Означення числової послідо-	№ 4 С. 201–203

№	Тема практичного заняття	
	вності. Границя числової послідовності, її геометричний зміст. Арифметичні операції над послідовностями та їх границями.	№ 5
12	***Границя функції.*** Поняття функції однієї незалежної змінної, приклади використання функцій в економіці. Границя функції. Односторонні границі. Розкриття невизначеностей виду: $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, $\left(\frac{0}{0}\right)$, $\left(1^{\infty}\right)$, $(\infty-\infty)$.	№ 4 С. 219–220 № 5
13	***Неперервність функції.*** Неперервність функції в точці. Властивості функції, неперервних в точці. Точки розриву функцій та їх класифікація. Властивості функцій, неперервних на відрізку. Неперервність основних елементарних функцій.	№ 4 С. 235–236 № 5
14	***Похідна функції однієї незалежної змінної.*** Схема знаходження похідної. Правила диференціювання. Похідні вищих порядків	№ 4 С. 254–256 № 5
15	***Похідна функції однієї незалежної змінної.*** Похідна складної та неявної функції. Похідні основних елементарних функцій. Логарифмічне диференціювання. Застосування похідної в економіці.	№ 4 С. 254–256 № 5 № 6 С. 112
16	***Диференціал. Основні теореми диференціального числення.*** Застосування диференціалу до наближених обчислень. Теореми Ферма та Ролля. Теорема Лагранжа та її висновки. Розкладання функції у многочлен Тейлора. Правило Лопіталя для розкриття невизначеностей. Приклад економічної задачі на застосування похідної.	№ 4 С. 271–273 № 5 № 6 С. 112–113
1	***Функція двох незалежних змінних***, її область визначення, графік, лінії рівня. Границя, неперервність.	№ 4 С. 292–294 № 5
2	***Частинна похідна та повний диференціал***. Похідна функції у даному напрямку. Градієнт.	№ 4 С. 310–312 № 5 № 6 С. 113–114
3	***Екстремум функції двох незалежних змінних*** (локальний). Умовний екстремум. Екстремум функції на замкненій множині.	№ 4 С. 327–329 № 5
4	***Невизначений інтеграл***. Безпосереднє інтегрування, інтегрування підстановкою, частинами.	№ 4 С. 344, 355–357 № 5 № 6 С. 180–181
5	***Інтегрування раціональних дробів***.	№ 4 С. 369–370 № 5
6	***Інтегрування тригонометричних функцій.***	№ 4 С. 387–89

№	Тема практичного заняття	
		№ 5
7	***Інтегрування ірраціональних функцій***.	№ 4 С. 387–89 № 5
8	***Визначений інтеграл. Задачі з економічним змістом***.	№ 4 С. 404–405 № 5
9	***Невласні інтеграли. Подвійний інтеграл.***	№ 4 С. 421–423, С. 434–435 № 5
10	***Диференціальні рівняння*** з відокремленими та відокремлювальними змінними. Однорідні диференціальні рівняння.	№ 4 С. 446–447 № 5
11	***Диференціальні рівняння***. Лінійні диференціальні рівняння 1 порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння 2 порядку зі сталими коефіцієнтами.	№ 4 С. 461–63 № 5
12	***Диференціальні рівняння***. Лінійні неоднорідні рівняння 2-го порядку зі спеціальною правою частиною. Системи диференціальних рівнянь.	№ 4 С. 461–463 № 5 № 6 С. 182–183
13	***Числові ряди.*** Необхідна умова збіжності числового ряду. Ознака порівняння рядів.	№ 4 С. 471–473 № 5
14	***Достатні ознаки збіжності числового ряду*** (Д'Аламбера, інтегральна та радикальна ознаки Коші).	№ 4 С. 488–490 № 5
15	***Ряди, знаки членів якого строго чергуються***, та його збіжність. Ознака Лейбніца.	№ 4 С. 488–490 № 5 № 6 С. 183
16	***Степеневий ряд***, радіус, область збіжності. Розклад функцій у степеневий ряд.	№ 4 С. 510–512 № 5 № 6 С. 183–184

5. САМОСТІЙНА РОБОТА СТУДЕНТІВ

Самостійна робота студентів є однією з форм організації навчання, основною формою оволодіння навчальним матеріалом у вільний від обов'язкових навчальних занять час. Вона займає 1/3 від загальної кількості годин, які відводяться на вивчення дисципліни та включає засвоєння певного обсягу знань і вироблення необхідних практичних умінь та навичок.

Основні форми організації самостійної роботи студентів над навчальною дисципліною «Математика для економістів»:

– опрацювання прослуханого лекційного матеріалу;

– вивчення тем та питань, що передбачені для самостійного опрацювання;

– підготовка до практичних занять;

– виконання індивідуальних домашніх завдань;

– підготовка до іспиту.

5.1. Теоретичні питання, що виносяться на самостійне опрацювання

№	Питання, які студенти повинні опрацювати самостійно	Семестр	Форма звітності	Термін звітності
1	Система однорідних рівнянь	1	конспект	2
2	Вектори на площині і у просторі. Основні поняття та означення	1	конспект	3
3	Найпростіші задачі аналітичної геометрії	1	конспект	4
4	Поняття про лінії другого порядку	1	конспект	5
5	Елементи теорії множин	1	конспект	6
6	Елементарні функції та їх графіки	1	конспект	7
7	Основні теореми диференціального числення	1	конспект	9
8	Емпіричні формули	2	конспект	4
9	Наближені методи обчислення визначеного інтегралу	2	конспект	14
10	Розкладання деяких функцій у ряд Маклорена	2	конспект	15
11	Використання рядів до наближених обчислень	2	конспект	16

5.2. Індивідуальні домашні завдання

№	Питання, які студенти повинні закріплювати самостійно	Семестр	Форма звітності	Термін звітності
1	Елементи лінійної та векторної алгебри	1	ІДЗ №1	6

№	Питання, які студенти повинні закріплю-вати самостійно	Семестр	Форма звітності	Термін звітності
2	Елементи аналітичної геометрії	1	ІДЗ №2	10
3	Границя функції. Неперервність функції	1	ІДЗ №3	12
4	Диференціальне числення функції однієї змінної	1	ІДЗ №4	14
5	Диференціальне числення функції двох змінних	2	ІДЗ №5	6
6	Інтегральне числення	2	ІДЗ №6	10
7	Звичайні диференціальні рівняння	2	ІДЗ №7	12
8	Ряди	2	ІДЗ №8	14

5.3. Картка самостійної роботи студента

Види само-стійної роботи	Планові терміни виконання	Форми контролю та звітності	Максимальна кількість балів
І ОБОВ’ЯЗКОВІ ЗАВДАННЯ			
За систематичність і активність роботи на практичних заняттях			
1.1 Підготовка до практичних занять	Протягом семестру	Активна участь на практичних заняттях, виконання завдань у ММС «Вища математика»	10
За самостійне опрацювання теоретичного матеріалу			
1.2 Підготовка до лекційних занять	Протягом семестру	Наявність конспекту, активна участь на лекційних заняттях, підготовка баз знань НЕС	10
За виконання модульних (контрольних) завдань			
1.3 Підготовка до модульних контрольних робіт	7 тиждень 16 тиждень	Перевірка правильності виконання модульних контрольних робіт	5 за 1 модуль 5 х 2 = 10
За виконання завдань для самостійного опрацювання			
1.4 Виконання індивідуальних	за графіком	Захист індивідуальної роботи, виконаної у ММС	5 за одну роботу 5 х 4 =20

Види самостійної роботи	Планові терміни виконання	Форми контролю та звітності	Максимальна кількість балів
домашніх завдань		«Вища математика»	
II ВИБІРКОВІ ЗАВДАННЯ			
Участь у студентській олімпіаді з вищої математики			
2.1 Підготовка до олімпіади	за графіком	Перевірка правильності виконання завдань	5
Участь у студентській конференції			
2.2 Підготовка доповіді на студентську конференцію	за графіком	Опублікування тез доповіді; Розробка моделі у ММС «Вища математика»	5
Всього балів за СРС			**60**

6. СИСТЕМА ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

Система поточного і підсумкового контролю якості знань розроблена згідно з вимогами Ухвали Вченої ради КНЕУ «Про нову редакцію Порядку оцінювання знань студентів» від 28.05.2009 р.

Підсумковий контроль складається з одержаних балів поточного контролю (20-60 балів) та відповіді на екзаменаційний білет (не більше 40 балів).

6.1 Критерії поточного контролю подано у картці самостійної роботи студента.

6.2 Критерії оцінювання за результатами іспиту

Екзаменаційний білет містить 4 завдань (1 теоретичне питання та 3 задачі), кожне з яких оцінюється за шкалою від 2 до 5 балів. Для переведення результатів екзамену до 100-бальної шкали, набрані бали множаться на 2 (крім незадовільної оцінки).

Результати іспиту оцінюються в діапазоні від 0 до 40 балів. Якщо відповіді студента на екзамені оцінені менш ніж в 25 балів, він отримує незадовільну оцінку за результатами іспиту та незадовільну загальну підсумкову оцінку. В цьому випадку отримані результати поточного контролю не враховуються.

Загальна підсумкова оцінка з дисципліни складається з суми балів за результатами поточного контролю знань та за виконання завдань, що виносяться на іспит (за умови, що студент набрав 25 балів і вище).

Переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється в такому порядку:

Шкала оцінювання		
За рейтинговою шкалою	**За національною шкалою**	**За шкалою ECTS**
90-100	відмінно	A
80-89	добре	B
70-79		C
66-69	задовільно	D
60-65		E
30-59	незадовільно	FX
1-29		F

Оцінка за 4-х бальною шкалою оцінювання виставляється в заліково-екзаменаційні відомості поряд із загальною підсумковою оцінкою по 100-бальній шкалі.

7 СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. Вища математика : навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова, О. І. Лютий та ін. – К. : КНЕУ, 2002. – 606 с.
2. Грисенко М. В. Математика для економістів: методи й моделі, приклади й задачі : навчальний посібник / М. В. Грисенко. – К. : Либідь, 2007. – 720 с.
3. Дубовик В. П. Вища математика : навчальний посібник / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К. : А. С. К., 2003. – 648 с.
4. Макаренко В. О. Вища математика для економістів : навчальний посіб-

ник / В. О. Макаренко. – К. : Знання, 2008. – 517 с.

5. Словак К. І. Мобільне математичне середовище «Вища математика» [Електронний ресурс] / К. І. Словак. – Режим доступу : http://korpus21.dyndns.org:8000/

6. Тевяшев А. Д. Вища математика. Загальний курс : збірник задач та вправ / А. Д. Тевяшев, О. Г. Литвин. – Харків : Рубікон, 1999. – 320 с.

Додаткова

7. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. – М. : Наука, 1985. – 384 с.

8. Гусак А. А. Высшая математика : учебник для студентов вузов. / А. А. Гусак – Т. 1. – Мн. : ТетраСистемс, 2001. – 544 с.

9. Гусак А. А. Высшая математика : учебник для студентов вузов. / А. А. Гусак – Т. 2. – Мн. : ТетраСистемс, 2001. – 448 с.

10. Дюженкова Л. І. Вища математика : практикум / Л. І. Дюженкова, Т. В. Носаль. – К. : Вища школа, 2002. – 407 с.

11. Запорожец Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу / Г. И. Запорожец. – М. : Высшая школа, 1966. – 456 с.

12. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления / Н. С. Пискунов. – М. : Наука, 1985. – Т. 1–2.

13. Писменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс / Дмитрий Писменный. – М. : Айрис-пресс, 2007. – 608 с.

14. Шнейдер В. Е. Курс высшей математики / В. Е. Шнейдер, А. И. Слуцкий, А. С. Шумов – М. : Высшая школа, 1978. – 328 с.

8 ПИТАННЯ ДО ЕКЗАМЕНУ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

(1 семестр)

1. Поняття визначник. Визначник другого та третього порядку.
2. Інверсія та визначник n-го порядку.
3. Мінор та алгебраїчне доповнення елемента визначника n-го порядку.

4. Теорема Лапласа та приклади її використання.

5. Визначник трикутного вигляду n-го порядку.

6.Властивості визначника.

7. Засоби обчислення визначника. Навести приклади.

8. Поняття матриця. Типи матриць.

9. Використання матриць у економіці.

10. Операції над матрицями.

11. Операція множення матриць та її особливості.

12. Обернена матриця та порядок її відшукання (алгоритм).

13. Ранг матриці. Теорема про перетворення , які не змінюють ранг матриці.

14. Базовий мінор та засоби знаходження рангу матриці.

15. Система m лінійних рівнянь з n невідомими. Основні означення.

16. Дослідження лінійної системи за допомогою теореми Кронекера-Капеллі.

17. Засоби розв’язання системи n - лінійних рівнянь з n невідомими.

18. Матричне розв’язання лінійної системи.

19. Розв’язання лінійної системи за допомогою визначника (методом Крамера) на прикладі системи другого порядку. Випадки сумісності та несумісності системи. Теорема.

20. Довільна неоднорідна система лінійних рівнянь. Її загальний та частинний розв’язки.

21. Розв’язання довільної системи лінійних рівнянь методом Гауса.

22. Однорідна система лінійних рівнянь та особливості її розв’язку.

23. Арифметичні вектори (точки) простору та операції над ними.

24. Аксіоми, яким задовольняють лінійні операції над векторами. Означення арифметичного векторного простору.

25. Скалярний добуток двох n-вимірних векторів та його властивості.

26. Кут між двома n-вимірними векторами та модуль вектору.

27. Лінійна комбінація n-вимірних векторів. Лінійно-залежна та лінії-

но-незалежна система векторів. Властивості системи векторів.

28. Базис та ранг системи векторів. Розклад вектору по векторам базису. Ортонормована система векторів.

29. Перехід до нового базису.

30. Вектори на площині та у просторі. Загальні поняття та означення.

31. Означення суми, різниці векторів та правила їх знаходження. Добуток вектора на число.

32. Лінійні операції над векторами, заданими в координатній формі.

33. Скалярний добуток. Довжина вектора. Відстань між двома точками, які задані своїми координатами.

34. Кут між векторами. Умови паралельності та перпендикулярності векторів.

35. Проекція вектору на вісь. Розклад вектору по координатним осям.

36. Засоби завдання векторів.

37. Ділення відрізку у заданому співвідношенні.

38. Рівняння лінії на площині. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом.

39. Рівняння прямої, яка проходить через задану точку у заданому напрямку. Рівняння пучка прямих.

40. Рівняння прямої, яка проходить через 2 задані точки.

41. Рівняння прямої у відрізках. Навести приклад.

42. Загальне рівняння прямої, та його дослідження.

43. Кут між двома прямими.

44. Умова паралельності та перпендикулярності прямих.

45. Відстань від точки до прямої.

46. Перетворення координат (паралельний перенос та поворот).

47. Загальне рівняння лінії другого порядку. Рівняння кола.

48. Еліпс, його рівняння та характеристична властивість.

49. Гіпербола, її рівняння та асимптоти.

50. Парабола, її рівняння та характеристична властивість.

51. Поняття рівняння поверхні, поверхні другого порядку. Рівняння

сфери.

52. Рівняння площини, яка проходить через точку перпендикулярно вектору.

53. Загальне рівняння площини та його дослідження.

54. Взаємне розміщення площин.

55. Векторне рівняння прямої у просторі.

56. Параметричне та канонічне рівняння прямої у просторі.

57. Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки. Загальне рівняння прямої.

58. Взаємне розміщення площини та прямої. Кут між прямою та площиною.

59. Означення числової послідовності. Обмежені та необмежені послідовності.

60. Границя числової послідовності та її геометричний зміст.

61. Арифметичні операції над послідовностями та їх границями.

62. Нескінченно малі та їх властивості.

63. Нескінченно великі та їх властивості.

64. Зв'язок між нескінченно малими та нескінченно великими. Зв'язок нескінченно малих з границею послідовності. Навести приклади.

65. Теорема про одиничність границі числової послідовності(з доведенням).

66. Теорема про обмеженість збіжної послідовності (з доведенням).

67. Граничний перехід у нерівностях.

68. Монотонні послідовності та ознака збіжності.

69. Поняття функції однієї незалежної змінної. Використання функцій у економіці.

70. Засоби завдання функцій. Класифікація функцій. Основні властивості функцій.

71. Основні елементарні функції та їх властивості.

72. Границя функції у нескінченності та у точці.

73. Односторонні границі функції. Навести приклади.

74. Арифметичні властивості границі.

75. Перша та друга визначні границі.

76. Розкриття невизначеностей вигляду: $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, $\left(\frac{0}{0}\right)$, $\left(1^{\infty}\right)$, $(\infty-\infty)$ загальному вигляді.

77. Неперервність функції в точці та основні властивості функцій, неперервних в точці.

78. Точки розриву функцій та їх класифікація.

79. Неперервність функції на відрізку та властивості функцій, неперервних на відрізку.

80. Неперервність основних елементарних функцій.

81. Задачі, які приводять до поняття похідної.

82. Означення похідної, її геометричний, механічний та економічний зміст. Рівняння дотичної.

83. Схема знаходження похідної.

84. Правила диференціювання.

85. Означення екстремуму функції однієї змінної. Необхідна та достатня умова екстремуму.

86. Критичні точки. Означення опуклості, вгнутості, точки перегину.

87. Асимптоти графіка функції.

88. Найбільше та найменше значення функції на відрізку.

89. Загальна схема дослідження функції та побудова графіка.

90. Похідна складної та неявної функції. Похідні вищих порядків.

91. Знаходження похідної логарифмічної та показникової функції за схемою.

92. Знаходження похідної степеневої функції за схемою.

93. Знаходження похідних тригонометричних функцій за схемою.

94. Логарифмічне диференціювання.

95. Означення диференціалу функції та його геометричний зміст.

96. Інваріантність форми диференціалу.

97. Застосування диференціалу до наближених обчислень.

98. Теореми Ферма та Ролля.

99. Теорема Лагранжа та її висновки.

100. Правило Лопіталя для розкриття невизначеностей.

(2 семестр)

1. Означення функції n незалежних змінних. Її графік, область визначення, лінії рівня. Приклади використання функцій в економіці.

2. Означення границі функції двох змінних. Властивості границь. Означення неперервної функції.

3. Дайте означення частинних та повного приростів функції двох змінних. Наведіть приклади.

4. Дайте означення частинних похідних функції двох змінних, їх геометричний зміст. Частинні похідні вищих порядків. Приклади застосування частинних похідних для аналізу бізнесу.

5. Дайте означення повного диференціалу функції, поясніть його геометричний зміст. Застосування диференціалу до наближених обчислень.

6. Дайте означення похідної у даному напрямку. Запишіть формулу та поясніть геометричний зміст. Наведіть приклад.

7. Дайте означення градієнта функції, запишіть його формулу та властивості.

8. Дайте означення екстремуму функції двох незалежних змінних. Який характер має екстремум.

9. Сформулюйте необхідну та достатню умову існування екстремуму.

10. Запишіть алгоритм дослідження функції двох змінних на екстремум.

11. Дайте означення замкненої, обмеженої множини, глобального екстремуму.

12. Запишіть алгоритм знаходження глобального екстремуму функції у замкненій, обмеженій множині.

13. Дайте означення опуклої множини та опуклої функції. Поясніть знаходження екстремуму опуклої функції.

14. Дайте означення умовного екстремуму. Поясніть два засоби знаходження умовного екстремуму.

15. Дайте означення первісної, сформулюйте та доведіть теорему про множину первісних.

16. Дайте означення невизначеного інтегралу та запишіть його властивості.

17. Запишіть таблицю основних інтегралів.

18. Поясніть суть методів інтегрування безпосередньо, розкладом, підстановкою. Наведіть приклади.

19. Запишіть формулу інтегрування частинами, які групи інтегралів і як саме інтегрують частинами?

20. Дайте означення раціонального дробу, наведіть приклади правильного та неправильного дробу. Поясніть, як інтегрують правильні раціональні дроби.

21. Поясніть як відбувається інтегрування правильного раціонального дробу виділенням повного квадрату в загальному вигляді.

22. Запишіть загальний алгоритм інтегрування раціональних дробів.

23. Поясніть як відбувається розкладення правильного раціонального дробу на суму найпростіших методом невизначених коефіцієнтів. Які найпростіші раціональні дроби можуть бути отримані?

24. Запишіть три основні випадки при інтегруванні тригонометричних функцій. Наведіть приклади.

25. Запишіть формули універсальної тригонометричної підстановки та наведіть приклади її використання.

26. Інтегрування найпростіших ірраціональностей, запишіть основні типи інтегралів та формули заміни.

27. Поясніть як відбувається інтегрування ірраціональних функцій за допомогою тригонометричних підстановок. Запишіть формули підстановок

трьох випадків. Наведіть приклади.

28. Поясніть суть задачі знаходження площі криволінійної трапеції, дайте означення визначеного інтеграла та запишіть формулу. Властивості визначеного інтеграла.

29. Поясніть геометричний та економічний зміст визначеного інтеграла.

30. Сформулюйте теорему про середнє для визначеного інтеграла . Дайте означення інтегралу зі змінною верхньою границею та його властивості.

31. Сформулюйте теорему Ньютона-Лейбніца та доведіть її. Наведіть приклад використання формули Ньютона-Лейбніца.

32. Знаходження визначеного інтеграла методом підстановки та інтегрування частинами.

33. Поясніть суть методів наближеного обчислення визначеного інтеграла методами прямокутників, трапецій, Сімпсона.

34. Поясніть та наведіть приклади використання поняття визначеного інтеграла для розв'язання економічних прикладів.

35. Дайте означення невласного інтеграла з нескінченними границями інтегрування, від необмеженої функції.

36. Дайте означення подвійного інтеграла та запишіть його властивості.

37. Поясніть як обчислюється подвійний інтеграл через повторний. Наведіть приклади.

38. Дайте означення диференціального рівняння, його розв'язку: загального та частинного на прикладі рівняння першого порядку.

39. Дайте означення рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними.

40. Дайте означення однорідного диференціального рівняння першого порядку. Наведіть приклад.

41. Дайте означення лінійного диференціального рівняння першого порядку. Наведіть приклад.

42. Дайте означення лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння , його корені та розв'язки заданого рівняння. Наведіть приклади.

43. Дайте означення числового ряду, його збіжності. Властивості числових рядів.

44. Поясніть збіжність (розбіжність) рядів геометричної прогресії та гармонійного ряду.

45. Поясніть суть достатніх ознак збіжності числових рядів.

46. Сформулюйте ознаку Лейбніца про збіжність знакозмінних рядів. Дайте означення абсолютної та умовної збіжності.

47. Дайте означення функціонального ряду, його радіусу та області збіжності.

48. Властивості степеневих рядів.

50. Запишіть ряди Тейлора та Маклорена. Поясніть, як відбувається розклад деяких елементарних функцій в ряд.

Додаток Б

База знань навчально-експертної системи

«Визначення типу диференціального рівняння»

```
REM Generated by v1.00a of e2gRuleWriter 07/21/2010 20:54 from: dftest
- копия.kbt

RULE [ 01]
If [є похідна] = "ні"
Then [тип рівняння] = "не є диференціальним"

RULE [ 01]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "перший" and
[повний диференціал] = "так" and
[інша частина рівняння] = "нулю"
Then [тип рівняння] = "у повних диференціалах"

RULE [02]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "більше однієї"
Then [тип рівняння] = "у частинних похідних"

RULE [03]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "перший" and
[з відокремленими змінними] = "так" and
[інша частина рівняння] = "похідній шуканої функції"
Then [тип рівняння] = "з відокремленими змінними"

RULE [04]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "перший" and
[однорідне] = "так" and
[інша частина рівняння] = "похідній шуканої функції"
Then [тип рівняння] = "однорідне"

RULE [05]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "перший" and
[підозра на Бернулі] = "так" and
[інша частина рівняння] = "нулю"
Then [тип рівняння] = "Лінійне однорідне"

RULE [06]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "перший" and
```

```
[підозра на Бернулі] = "так" and
[інша частина рівняння] = "добутку шуканої функції у степені вище пер-
шого на функцію від незалежної змінної"
Then [тип рівняння] = "Бернулі"

RULE [07]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "перший" and
[підозра на Бернулі] = "так" and
[інша частина рівняння] = "добутку шуканої функції у першому степені
на функцію від незалежної змінної"
Then [тип рівняння] = "лінійне"

RULE [08]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "перший" and
[підозра на Бернулі] = "так" and
[інша частина рівняння] = "функції від незалежної змінної або сталій"
Then [тип рівняння] = "з відокремленими змінними"

RULE [08]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "перший" and
[підозра на Лагранжа] = "так" and
[інша частина рівняння] = "шуканій функції"
Then [тип рівняння] = "Лагранжа"

RULE [09]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "перший" and
[підозра на Лагранжа] = "ні"
Then [тип рівняння] = "невизначений"

RULE [10]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "другий" and
[другого пор пониж пор] = "так" and
[друга ачстина рів] = "деякої функції від незалежної змінної"
Then [тип рівняння] = "другого порядку, яке допускає пониження поряд-
ку"

RULE [10]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "другий" and
[другого пор пониж пор] = "так" and
[друга ачстина рів] = "f(x,y')"
Then [тип рівняння] = "другого порядку, яке допускає пониження поряд-
ку"

RULE [10]
If [є похідна] = "так" and
```

```
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "другий" and
[другого пор пониж пор] = "так" and
[друга частина рів] = "f(y,y')"
Then [тип рівняння] = "другого порядку, яке допускає пониження поряд-
ку"

RULE [10]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "другий" and
[лінійне] = "так" and
[друга частина рів] = "нуль"
Then [тип рівняння] = "лінійне однорідне рівняння другого порядку"

RULE [10]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "другий" and
[лінійне] = "так" and
[друга частина рів] = "деякої функції від незалежної змінної"
Then [тип рівняння] = "лінійне диференціальне рівняння другого поряд-
ку"

RULE [10]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "другий" and
[зі сталими коеф] = "так" and
[друга частина рів] = "нуль"
Then [тип рівняння] = "лінійне однорідне рівняння другого порядку зі
сталими коефіцієнтами"

RULE [10]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "другий" and
[зі сталими коеф] = "так" and
[друга частина рів] = "деякої функції від незалежної змінної"
Then [тип рівняння] = "лінійне неоднорідне рівняння другого порядку із
сталими коефіцієнтами"

RULE [11]
If [є похідна] = "так" and
[кількість незалежних змінних] = "одна" and
[максимальний порядок похідної] = "вище другого"
Then [тип рівняння] = "порядку вище ніж другий"

PROMPT [є похідна] ForcedChoice
"Чи присутня у рівнянні похідна?"
"так"
"ні"

PROMPT [кількість незалежних змінних] ForcedChoice
"Скільки незалежних змінних у рівнянні?"
"одна"
"більше однієї"
```

```
PROMPT [максимальний порядок похідної] ForcedChoice
"Який максимальний порядок похідної?"
"перший"
"другий"
"вище другого"

PROMPT [повний диференціал] ForcedChoice
"Права частина рівняння являє собою повний диференціал деякої функції
двох змінних?"
"так"
"ні"

PROMPT [з відокремленими змінними] ForcedChoice
"Права  частина рівняння являє собою добуток двох функцій співмножни-
ків, кожна з яких залежить тільки від однієї змінної?"
"так"
"ні"

PROMPT [однорідне] ForcedChoice
"Права  частина рівняння являє собою однорідну функцію нульового вимі-
ру?"
"так"
"ні"

PROMPT [підозра на Бернулі] ForcedChoice
"Права частина рівняння являє собою суму похідної та добутку шуканої
функції на функцію від незалежної змінної?"
"так"
"ні"

PROMPT [підозра на Лагранжа] ForcedChoice
"Права частина рівняння являє собою суму деякої функції від похідної
та добутку незалежної змінної на функцію від похідної?"
"так"
"ні"

PROMPT [інша частина рівняння] ForcedChoice
"Ліва частина рівняння дорівнює"
"нулю"
"сталій"
"шуканій функції"
"похідній шуканої функції"
"функції від незалежної змінної або сталій"
"добутку шуканої функції у степені вище першого на функцію від незале-
жної змінної"
"добутку шуканої функції у першому степені на функцію від незалежної
змінної"

PROMPT [другого пор пониж пор] ForcedChoice
"Права частина рівняння являє собою похідну другого порядку?"
"так"
"ні"

PROMPT [лінійне] ForcedChoice
"Права частина рівняння являє собою суму другої похідної, добутку за-
даної функції від незалежної змінної на першу похідну та добутку зада-
```

```
ної функції від незалежної змінної на шукану функцію?"
"так"
"ні"

PROMPT [зі сталими коеф] ForcedChoice
"Права  частина рівняння являє собою суму другої похідної, добутку
сталої на першої похідної та добутку сталої на шукану функцію?"
"так"
"ні"

PROMPT [друга частина рів] ForcedChoice
"Ліва частина рівняння набуває вигляду"
"f(x,y')"
"f(y,y')"
"деякої функції від незалежної змінної"
"нуль"

GOAL [тип рівняння]

MINCF 100

REM Translation table: ukrain.txt
REM Button text
TRANSLATE B_SUBMIT = "Відповісти"
TRANSLATE B_EXPLAIN = "Пояснити"
TRANSLATE B_WHYASK = "Чому питаємо?"
TRANSLATE B_RESTART = "До початку"
TRANSLATE B_RETURN = "Повернутися"
REM Message text
TRANSLATE TR_KB = "База знань:"
TRANSLATE TR_NORESP = "Не знаю"
TRANSLATE TR_HOWCONF = "Наскільки Ви впевнені у відповіді?"
TRANSLATE TR_LOWCONF = "Наполовину (50%)"
TRANSLATE TR_HICONF = "Цілком (100%)"
TRANSLATE TR_YES = "Так"
TRANSLATE TR_NO = "Ні"
REM TRANSLATE TR_FALSE = "хиба"
TRANSLATE TR_RESULTS = "ВИСНОВОК:"
TRANSLATE TR_MINCF = "Мінімальний коефіцієнт довіри для прийняття зна-
чення як факту:"
TRANSLATE TR_NOTDETERMINED = "неможливо визначити"
TRANSLATE TR_ISRESULT = "є:"
TRANSLATE TR_WITH = "з"
TRANSLATE TR_CONF = "% довіри"
TRANSLATE TR_ALLGOALS = "всі висновки"
TRANSLATE TR_VALUE = "Значення"
TRANSLATE TR_OF = ""
TRANSLATE  TR_THISRULE  =  "Відповідь  для  цього  правила  була  уведена  з
коефіцієнтом довіри "
TRANSLATE TR_RULEASGN = "і надано значення"
TRANSLATE TR_TOFIND = "Для знаходження"
TRANSLATE TR_AVALUE = "значення для"
TRANSLATE TR_ISNEEDED = "необхідно випробувати дане правило:"
TRANSLATE TR_RULE = "ПРАВИЛО:"
TRANSLATE TR_IF = "Якщо"
TRANSLATE TR_THEN = "То"
TRANSLATE TR_AND = "і"
```

```
TRANSLATE TR_OR = "або"
TRANSLATE TR_EQUAL = "-"
TRANSLATE TR_LESSTHAN = "менше, ніж"
TRANSLATE TR_GREATER = "більше, ніж"
TRANSLATE TR_NOTEQUAL = "не дорівнює"
TRANSLATE TR_VALUEFOR = "Значення для:"
TRANSLATE TR_FOUND = "було визначено"
TRANSLATE TR_NOTFOUND = "не було визначено"
TRANSLATE TR_WASINPUT = "було уведено з "
TRANSLATE TR_DETERMINED = "Визначено"
TRANSLATE TR_IS = "-"
TRANSLATE TR_FROM = "з:"
TRANSLATE TR_DEFAULTED = "було встановлено за замовчуванням у"
TRANSLATE TR_ONE = "одне зі значень"
```

TRANSLATE TR_HOWCF1 = "Обчислення % довіри за кількома джерелами для"

Додаток В

Комп’ютерні моделі, що входять до

ММС «Вища математика»

Модуль №1 «Елементи лінійної алгебри»:

Модель «Властивості визначників»;
Модель «Знаходження визначника за теоремою Лапласа (3-го порядку)»;
Модель «Знаходження визначника за теоремою Лапласа (4-го порядку)»;
Модель «Матриці (винесення спільного множника)»;
Модель «Метод Гауса»;
Модель «Ілюстрація методу Крамера»;
Модель «Метод Жордана-Гауса»;
Модель «Обернена матриця»;
Модель «Обчислення визначників 3-го порядку різними способами»;
Модель «Обчислення визначників 4-го порядку різними способами»;
Модель «Операції над матрицями (символьні)»;
Модель «Операції над матрицями (у числовому вигляді)»;
Модель «Правила Крамера»;

Модуль № 2 «Елементи векторної алгебри»:

Модель «Скалярний добуток векторів»;
Модель «Скалярний добуток векторів (матрична форма)»;
Модель «Дії над векторами на площині»;
Модель «Дії над векторами у просторі»;
Модель «Відстань між двома точками»;
Модель «Площа трикутника»;
Модель «Поділ відрізка у заданому співвідношенні»;

Модуль №3 «Елементи аналітичної геометрії»:

Модель «Взаємне розташування 2-х прямих на площині»;
Модель «Відстань від точки до прямої»;
Моделі «Гіпербола», «Парабола», «Еліпс» «Коло»;
Модель «Загальне рівняння прямої»;
Модель «Канонічне рівняння прямої»;
Модель «Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом»;
Модель «Рівняння прямої перпендикулярної до вектора»;
Модель «Рівняння прямої у відрізках на осях»;
Модель «Рівняння прямої, що проходить через дану точку у даному напрямку»;
Модель «Рівняння прямої, що проходить через дві точки»;
Модель «Рівняння пучка прямих»;

Модуль №4 «Вступ до математичного аналізу»:

Модель «Границя в точці»;
Модель «Границя у нескінченності»;
Модель «Границя числової послідовності»;

Модель «Обмеженість послідовності»;
Модель «Числова послідовність»;
Модель «Перша визначна границя»;
Модель «Графіки елементарних функцій»;
Модуль №5 «Диференціальне числення функції однієї змінної»:
Модель «Знаходження похідної за означенням»;
Модель «Побудова дотичної»;
Модель «Правила диференціювання»;
Модель «Таблиця похідних»;
Модель «Необхідна умова екстремуму функції»
Модуль №6 «Диференціальне числення функції багатьох змінних»:
Модель «Область визначення»;
Модель «Побудова поверхні»;
Модуль №7 «Інтегральне числення функції однієї змінної»:
Модель «Чисельне інтегрування»;
Модель «Властивості невизначених інтегралів»;
Модель «Подвійний інтеграл»;
Модуль №8 «Диференціальні рівняння»:
Модель «Метод ізоклін»;
Модель «Теорема Коші»;
Модель «Особливі розв’язки»;
Модель «Наближені методи розв’язування ДР»;
Модуль №9 «Ряди»:
Модель «Розвинення функції у ряд Маклорена»;
Модель «Збіжність ряду»;
Модель «Розбіжність ряду»;
Модель «Ознака Лейбніца».

Додаток Г

Тематика телекомунікаційних навчальних проектів у ММС «Вища математика»:

1. Генерація випадкових чисел;
2. Метод найменших квадратів у матричній формі;
3. LU – розклад;
4. QR – розклад;
5. Метод квадратних коренів;
6. Метод ортогоналізації;
7. Метод ортогоналізації 3D4
8. Метод Халецького;
9. Метод Ейлера для розв’язання диференціальних рівнянь;
10. Векторне поле і метод Ейлера;
11. Фрактали;
12. Знаходження коренів методом дихотомії;
13. Знаходження коренів методом Ньютона;
14. Перетворення координат;
15. Квадратури Гауса;
16. Похідна за напрямком;
17. Тривимірні графіки точок та кривих;
18. Діаграми Венна;
19. Сума Мінковського;
20. Факторизація цілих чисел;
21. Спіраль простих чисел;
22. Суми Гауса та Якобі у комплексній площині;
23. Узагальнені числа Бернуллі.

Додаток Д

Анкета для студентів

П. І. Б.____

Навчальний заклад____ **Курс** _

1. Як Ви ставитесь до вивчення математичних дисциплін за допомогою інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ)?

□ позитивно

□ негативно

□ нейтрально

2. Чи використовуєте Ви засоби ІКТ у процесі навчання вищої математики?

□ використовую постійно

□ використовую рідко

□ не використовую зовсім

3. З якою метою Ви використовуєте засоби ІКТ у навчанні вищої математики?

□ перевірка результату виконання завдань

□ виконання графічних побудов

□ проведення навчальних досліджень

□ перевірка теоретичних знань (тестування)

□ перевірка етапів розв'язання математичної задачі

□ самоконтроль та корекція навчальної діяльності

4. На Вашу думку, використовувати засоби ІКТ у навчанні вищої математики доцільно для:

□ автоматизації рутинних обчислень

□ проведення навчальних досліджень

□ перевірки етапів розв'язання математичної задачі

□ удосконалення навичок розв'язання навчальних завдань

□ самоконтролю та корекції навчальної діяльності

□ вивчення теоретичного матеріалу

5. На Вашу думку, найбільш доцільно застосовувати ІКТ:

□ на лекціях

□ на практичних заняттях

□ під час виконання домашніх завдань

□ при підготовці до модульного, підсумкового контролю

□ при виконанні індивідуальних домашніх завдань

6. Чи необхідне для Вашої подальшої професійної діяльності володіння навичками роботи з ІКТ навчання математики?

□ так

□ ні

□ не знаю

7. Чи хотіли б Ви, щоб у процесі навчання вищої математики використовувалися ІКТ? Поясніть чому.

□ так (____)

□ ні (____)

8. На Вашу думку, основне призначення навчальних програм з математики полягає у:

□ ілюстрації теоретичних понять

□ проведенні досліджень

□ поданні етапів розв’язання задачі

□ можливості відпрацювання практичних навичок

□ іншому (____)

9. У процесі навчання вищої математики з використанням ІКТ, важливим для Вас є:

□ можливість роботи у мережному режимі (Internet)

□ поєднання навчальних матеріалів та обчислювальних можливостей в єдиному середовищі

□ виконуваність на широкому спектрі пристроїв (**підкресліть**: мультимедійні дошки, нетбуки, планшети та смартфони)

□ можливість організації спільної роботи

10. На Вашу думку, яким чином застосування ІКТ впливає на вивчення математичних дисциплін?

____

____

Додаток З

Анкета для студентів, що навчаються з використанням ММС «Вища математика»

1. У якій мірі Вам подобається працювати з навчальними матеріалами, представленими у ММС «Вища математика»?

□ дуже подобається
□ подобається на середньому рівні
□ взагалі не подобається
□ скоріше подобається чим ні
□ скоріше не подобається
□ не можу дати відповідь

2. Як Ви можете оцінити роль ММС «Вища математика» на заняттях?

□ ММС «Вища математика» допомагає краще зрозуміти навчальний матеріал
□ підвищує інтерес до предмету, що вивчається
□ не відіграє ніякої ролі
□ відволікає увагу
□ служить засобом розваги

3. Які засоби ММС «Вища математика», на Вашу думку, є найбільш ефективними та придатними особисто для Вас?

□ лекційні демонстрації
□ навчальні посібники
□ динамічні моделі
□ відеоуроки
□ навчально-експертні системи
□ практикум з розв'язування задач
□ тренажери
□ завдання для самостійного розв'язання

4. Які програмні засоби ММС «Вища математика» Ви використовувати найчастіше у своїй самостійній навчальній роботі?

□ лекційні демонстрації
□ динамічні моделі
□ навчально-експертні системи
□ тренажери

5. Використання ММС «Вища математика» допомогло Вам у підготовці:

□ до практичних занять

□ до лекційних занять

□ домашніх завдань

□ до модульного та підсумкового контролю

□ індивідуальних робіт

6. З якою метою Ви використовували ММС «Вища математика» у своїй навчальній діяльності:

□ для перевірки результату виконання завдань

□ для виконання графічних побудов

□ для проведення навчальних досліджень

□ для перевірки етапів розв’язання математичної задачі

□ для самоконтролю та корекції навчальної діяльності

7. Оцініть наслідки впровадження ММС «Вища математика»:

□ сприяє засвоєнню навчального матеріалу

□ підвищує наочність

□ надає можливість оцінити та перевірити власні навчальні досягнення

□ поліпшує якість самостійної позааудиторної роботи

□ не можу відповісти

□ інше ____

8. На Вашу думку, до основних переваг ММС «Вища математика» можна віднести:

□ можливість користуватися через Internet

□ поєднання навчальних матеріалів та обчислювальних можливостей в єдиному середовищі

□ виконуваність на широкому спектрі пристроїв (мультимедійні дошки, нетбуки, планшети та смартфони)

□ можливість організації спільної роботи

□ інше: ____

Додаток К

Програмний код генератора контрольної роботи з лінійної алгебри

```
def nicedet(M): # функція, що рисує вертикальні дужки визначника
    s="$\\left|\\begin{array}{ccc} "
    for i in     range(M.nrows()):
        for j in range(M.ncols()):
            s=s+" "+latex(M[i,j])
            if j!=M.ncols()-1:
              s=s+"&"
        s=s+"\\\\"
    s=s+"\\end{array}\\right|$"
    return s
x1,x2,x3=var("x1,x2,x3")

@interact
def mkr1(numvar = input_box(default=2, label="Кількість варіантів")):#
створення елемента управління «Поле для введення»
  answers=[]                    # порожній масив відповідей
  for var in range(numvar):     # цикл за кількістю варіантів
    html("</pre><center><font size=+2>Варіант
%s</font></center>"%(var+1))# повідомлення про номер варіанта (по
центру)
    A=matrix(QQ,3,3)            #створення порожньої матриці розміру 3
на 3, що заповнюється випадковими числами від -5 до 5
    for i in range(3):
        for j in range(3):
            A[i,j]=randint(-5,5)

    answers.append(det(A))      # у масив відповідей відразу записуємо
значення визначника матриці

    html("<p>1. Обчисліть визначник %s, використовуючи: "%nicedet(A))
# виведення визначника за допомогою функції nicedet
    html("а) правило трикутників; ")
    html("б) метод розкладання визначника за елементами деякого рядка
або стовпця; ")
    html("в) метод зведення до трикутного вигляду.<br>")
```

```
    html("<p>2. Обчисліть добуток <b>AB</b> та <b>BA</b>:<br>")
    A=matrix(QQ,randint(1,3),randint(1,3))         # створення матриці
А наперед невідомої розмірності (діапазон розмірностей від 1 до 3)
    for i in range(A.nrows()):                     # та заповнення її
випадковими числами від -5 до 5
        for j in range(A.ncols()):
            A[i,j]=randint(-5,5)
    B=matrix(QQ,randint(1,3),randint(1,3))         # створення матриці
В наперед невідомої розмірності (діапазон розмірностей від 1 до 3)
    for i in range(B.nrows()): # та заповнення її випадковими числами
від -5 до 5
        for j in range(B.ncols()):
            B[i,j]=randint(-5,5)

    html("<b>A</b>=$%s$, <b>B</b>=$%s$"%(latex(A),latex(B))) #
виведення матриць А і В
    try:       # для відображення відповідей
      res=A*B  # виконуємо множення матриць та записуємо у масив
відповідей
    except: # якщо матриці не узгоджені, то у масив відповідей запише-
мо повідомлення,
      res="Добуток AB не існує"  # що відповідного добутку не існує
    answers.append(res)
    try:
      res=B*A
    except:
      res="Добуток BA не існує"
    answers.append(res)

    A=matrix(QQ,3,3)   # створення матриці розмірності 3 на 3, та
заповнення її
    for i in range(3):  # випадковими числами від -5 до 5
        for j in range(3):
            A[i,j]=randint(-5,5)
    try:        # для відображення відповідей
      res=A^-1    # знаходимо обернену матрицю та додаємо її у масив
відповідей,
```

```
    except:
      res="Обернена матриця не існує"    # або виводимо повідомлення,
що обернена матриця не існує
    answers.append(res)

    html("<p>3. Знайдіть матрицю, обернену до $%s$:<br>"%latex(A))
    html("<p>а) за допомогою алгебраїчних доповнень;<br>")
    html("<p>б) методом Гауса.<br>")

    html("<p>4. Розв'яжіть матричне рівняння: <b>ABX=C</b>:<br>")

    A=matrix(QQ,2,2) # створення матриць A, B, C розмірності 2 на 2,
та заповнення їх
    for i in range(A.nrows()):# випадковими числами від -5 до 5
        for j in range(A.ncols()):
            A[i,j]=randint(-5,5)
    B=matrix(QQ,2,2)
    for i in range(B.nrows()):
        for j in range(B.ncols()):
            B[i,j]=randint(-5,5)
    C=matrix(QQ,2,2)
    for i in range(C.nrows()):
        for j in range(C.ncols()):
            C[i,j]=randint(-5,5)

    html("<b>A</b>=$%s$, <b>B</b>=$%s$,
<b>C</b>=$%s$<br>"%(latex(A),latex(B),latex(C)))  # виведення матриць
A, B і C
    try:
      res=((A*B)^-1)*C   # знаходимо розв'язок матричного рівняння і
записуємо його у масив  відповідей
    except:
      res="Матричне рівняння нерозв'язне"  # або вказуємо на те, що
матричне рівняння немає розв'язку
    answers.append(res)

    #res=[randint(-5,5),randint(-5,5),randint(-5,5)] # задаємо
послідовність 3-х чисел, з якої будуємо вектор
```

```
    #k=vector(res)
    A=matrix(QQ,3,3) # створення матриці розмірності 3 на 3, та
заповнення її
    for i in range(A.nrows()):# випадковими числами від -5 до 5
        for j in range(A.ncols()):
            A[i,j]=randint(-5,5)

    a=randint(-5,5)   # задаємо коефіцієнти многочлена f
    b=randint(-5,5)
    c=randint(-5,5)

    f=a*x^2+b*x+c
    html("<p>5. Обчисліть $f($<b>A</b>$)$, якщо <b>A</b>=$%s$,
$f(x)=%s$<br>"%(latex(A),latex(f)))
    answers.append(a*A^2+b*A+c)

    html("<p>6. Розв'яжіть систему рівнянь: ")
    html("а) методом Крамера; ")
    html("б) методом оберненої матриці; ")
    html("в) методом Гауса.<br>")
    res=[randint(-5,5),randint(-5,5),randint(-5,5)]   # задаємо
послідовність 3-х цілих випадкових чисел, з якої будуємо вектор,
    k=vector(res) # що відразу додаємо у відповіді
    answers.append(k)
    A=matrix(QQ,3,3) # створення матриці розмірності 3 на 3, та запов-
нення її
    for i in range(A.nrows()): # випадковими числами від -5 до 5
        for j in range(A.ncols()):
            A[i,j]=randint(-5,5)
    B=matrix(QQ,3,1) # створення матриці розмірності 3 на 1, та
заповнюємо її
    for i in range(A.nrows()):
        for j in range(A.ncols()):# спеціальним чином: беремо числа із
матриці A як коефіцієнти
            B[i,0]=B[i,0]+A[i,j]*res[j]# і множимо їх на відповідні
корені.
    L=[x1,x2,x3] # формуємо вектор з 3-х символьних значень - наші
змінні
```

```
    X=matrix(3,1,L)
    s="$\\left \\{ \\begin{eqnarray}" # виводимо по елементно систему рівнянь
    for i in range(3):
        s=s+"%s=%s \\\\"%(latex((A*X)[i][0]),latex(B[i][0]))
    s=s+"\\end{eqnarray} \\right.$"
    html(s)

    html("<hr>")  # лінія, що розділяє відповіді
  html("<p><b>ВІДПОВІДІ</P></b>")
  html("<p><p><p><p><p><p><p><p>")
  for var in range(numvar): # виведення всіх відповідей для всіх варіантів із масиву answers
    html("<p><b>Варіант %s</b>: "%(var+1))
    html("1. $%s$; 2. <b>AB</b>=$%s$, <b>BA</b>=$%s$; 3. $%s$; 4. $%s$; 5. $%s$; 6. $%s$"% \
        (latex(answers[var*7+0]),\
         latex(answers[var*7+1]), latex(answers[var*7+2]), latex(answers[var*7+3]), latex(answers[var*7+4]), \
         latex(answers[var*7+5]), latex(answers[var*7+6])))
```

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абульханова-Славская К. А. Активность и сознание личности как субъекта деятельности / Абульханова-Славская К. А. // Психология личности в социалистическом обществе. Активность и развитие личности. – М. : Наука, 1989. – С. 110–134.
2. Александрова Е. В. Профессиональная направленность обучения теории вероятностей и математической статистики студентов сельскохозяйственного вуза : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания / Александрова Елена Владимировна ; Орловский государственный университет. – Орел, 2005 – 144 с.
3. Алексюк А.М. Педагогіка вищої освіти України : Історія. Теорія : підручник для студентів, аспірантів та молодих викладачів вищих навчальних закладів / А. М. Алексюк. – Київ : Либідь, 1998. – 557 с. – (Програма «Трансформація гуманітарної освіти в Україні» / Міжнародний фонд «Відродження»).
4. Алексюк А. Н. Организация самостоятельной работы студентов в условиях интенсификации обучения : учеб. пособие для слушателей ФПК / А. Н. Алексюк, П. И. Пидкасистый, А. А. Аюрзанайн и др., : Ин-т системных исследований образования. – К., 1993. – 333 с.
5. Алешина И. Н. Психологические особенности влияния социальных ожиданий на формирование профессиональной направленности студента педагогического института : автореферат дис. на соиск. науч. спеп. канд. псих. наук : 19.00.07 – педагогическая психология / Алешина Ирина Николаевна ; Моск. пед. ин-т им. В. И. Ленина. – М., 1990. – 16 с.
6. Аристова Л. П. Активность учения школьника / Л. П. Аристова. – М. : Просвещение, 1968. – 139 с.
7. Архангельский С. И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы / С. И. Архангельский. – М. : Высш. школа, 1980. – 368 с.

8. Архіпова Т. Л. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів 7–9 класів у процесі вивчення геометрії з використанням комп'ютера : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання інформатики / Архіпова Тетяна Леонідівна ; Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова. – К., 2002. – 236 с.
9. Атанов Г. О. Теорія діяльнісного навчання : навч. посібник / Г. О. Атанов. – К. : Кондор, 2007. – 186 с.
10. Бабанский Ю. К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе / Ю. К. Бабанский. – М. : Просвещение, 1985. – 208 с.
11. Бакланова М. Л. Активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів коледжів у процесі навчання математичних дисциплін : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика) / Бакланова Марина Леонідівна ; Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова. – К., 2009. – 20 с.
12. Бевз В. Г. Використання історичного матеріалу у навчанні предметів математичного циклу / В. Г. Бевз // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наукових робіт. – Вип. 28. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2007. – С. 43–47.
13. Болюбаш Я. Я. Організація навчального процесу у вищих закладах освіти : навч. посібник для слухачів закладів підвищення кваліфікації системи вищої освіти / Я. Я. Болюбаш – К. : КОМПАС, 1997. – 64 с.
14. Бочкарева О. В. Профессиональная направленность обучения математики студентов инженерно-строительных специальностей вуза : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) / Бочкарева Ольга Викторовна ; Пензенский гос. пед. ун-т. им. В. Г. Белинского. – Пенза, 2006 – 153 с.
15. Бочкин А. И. Методика преподавания информатики : учеб. пособие для

пед. специальностей вузов / А. И. Бочкин. – Минск : Вышейшая школа, 1998. – 430 с.

16. Быч Е. В. Систематизация и обобщение математических знаний учащихся при изучении алгебраических структур : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения математики / Быч Елена Викторовна ; Институт педагогики Академии педагогических наук Украины. – К., 1997. – 195 с.
17. Василевская Е. А. Профессиональная направленность обучения высшей математики студентов технических вузов : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 – теория и методика профессионального образования, 13.00.02 – теория и методика обучения математике / Василевская Елена Александровна ; Московский педагогический университет. – М., 2000. – 222 с.
18. Ващук О. В. Активізація пізнавальної діяльності учнів 5-7 класів у процесі самостійної роботи на уроках трудового навчання засобами нових інформаційних технологій : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія і методика трудового навчання / Ващук Олена Василівна ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2001. – 18 с.
19. Відкриття геометрії через комп’ютерні експерименти в пакеті DG : [посібник для вчителів математики] / С. А. Раков, В. П. Горох, К. О. Осенков та ін. – Харків : Вікторія, 2002. – 136 с.
20. Вінниченко Є. Ф. Деякі особливості геометричних перетворень в програмі GRAN-2D / Є. Ф. Вінниченко, А. О. Костюченко // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 2. Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редрада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2007. – № 5 (12). – С. 114–120.
21. Вінниченко Є. Ф. Розвиток творчих здібностей старшокласників у процесі навчання інформаційних технологій розв’язування математичних задач : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата

педагогічних наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики / Вінниченко Євгеній Федорович ; Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова. – К., 2006. – 20 с.

22. Возняк Г. М. Прикладные задачи на экстремумы в курсе математики 4-8 классов : кн. для учителя / Г. М. Возняк, В. А. Гусев. – М. : Просвещение, 1985. – 144 с.
23. Гайбуллаев Н. Р. Практическая направленность обучения математике в школе / Н. Гайбуллаев ; Узб. НИИ пед. наук им. Т. Н. Кары-Ниязова. – Ташкент : Фан, 1987. – 118 с.
24. Герман Н. В. Адаптація форм організації самостійної роботи студентів до сучасних технологій навчання / Наталія Герман, Наталія Тягунова // Вища школа. – 2001. – №4–5. – С. 53–61.
25. Гетманова А. Д. Учебник по логике / Гетманова А. Д. – [2-е изд.]. – М. : Владос, 1995. – 303 с.
26. Головань М. С. Розвиток пізнавальної активності учнів в процесі навчання алгебри і початку аналізу на основі НІТ : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання математики / Головань Микола Степанович ; Український держ. педагогічний ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 1997. – 177 с.
27. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник / Семен Гончаренко. – К. : Либідь, 1997. – 373 с.
28. Гончарова О. М. Теоретико-методичні основи особистісно-орієнтованої системи формування інформатичних компетентностей студентів економічних спеціальностей : дисертація на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика) / Оксана Миколаївна Гончарова ; Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова. – К., 2007. – 40 с.
29. Горошко Ю. В. Вплив нової інформаційної технології на практичну значимість результатів навчання математики в старших класах середньої

школи : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 / Горошко Юрій Васильович ; Укр. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 1993. – 104 с.

30. Граф В. Основы организации учебной деятельности и самостоятельной работы студентов / В. Граф, И. И. Ильясов, В. Я. Ляудис. – М. : Изд-во МГУ, 1981. – 79 с.
31. Грицук Ю. В. Мультимедійний супровід навчального процесу як фактор збільшення його ефективності / Ю. В. Грицук, О. В. Грицук // Новітні комп’ютерні технології : матеріали VIII Міжнародної науково-технічної конференції : Київ–Севастополь, 14–17 вересня 2010 р. – К. : Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2010. – С. 102–103.
32. Грузман М. З. Эвристика в информатике / М. З. Грузман. – Винница : Арбат, 1998. – 308 с.
33. Гусак Л. П. Професійна спрямованість навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук: 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти / Гусак Людмила Петрівна ; Вінницький держ. педагогічний ун-т ім. Михайла Коцюбинського. – Вінниця, 2007. – 248 с.
34. Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении : Логико-психол. проблемы построения учеб. предметов / В. В. Давыдов ; Психол. ин-т Рос. акад. образования. – М. : Пед. о-во России, 2000. – 478 с.
35. Далингер В. А. Математическое моделирование как системообразующий фактор интеграции курсов математики и спецдисциплин финансово-экономических специальностей / В. А. Далингер // Математическое образование в вузах Сибири : сб. науч. тр. / Краснояр. гос. техн. ун-т. – Красноярск, 2002. – С. 15–19.
36. Демин М. В. Проблемы теории личности : Социально-филос. аспект / М. В. Демин. – М. : Изд-во Москов. ун-та, 1977. – 240 с.
37. Дидактика средней школы : Некоторые проблемы соврем. дидактики.

[учеб. пособие для пед. ин-тов / М. А. Данилов, М. Н. Скаткин, И. И. Лернер и др.] ; под ред. М. А. Данилова, М. Н. Скаткина. – Тбилиси : Ганатлеба, 1981. – 372 с.

38. Дистервег А. Руководство к образованию немецких учителей [Электронный ресурс] / Дистервег Адольф. – Режим доступа : http://jorigami.narod.ru/PP_corner/Classics/Diesterweg/Diesterweg_Rukov_k_obraz_nem_uchitel.htm
39. Дьяконов В. П. Компьютерная математика / В. П. Дьяконов // Соросовский образовательный журнал. – 2001. – Том 7. – № 11. – С. 116–121.
40. Еникеев М. И. Теория и практика активизации учебного процесса / М. И. Еникеев. – Казань : Татарское книжное издательство, 1963. – 122 с.
41. Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України ; головний редактор Василь Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.
42. Ермолаева Е. И. Систематизация математических знаний студентов строительных специальностей в процессе реализации модульного обучения : автореферат дис. ... кандидата педагогических наук : 13.00.08 – теория и методика профессионального образования / Ермолаева Елена Ивановна ; Пенз. гос. пед. ун-т им. В. Г. Белинского. – Пенза, 2008. – 19 с.
43. Есипов Б. П. Самостоятельная работа учащихся на уроке / Б. П. Есипов. – М. : Учпедгиз, 1961. – 239 с.
44. Жалдак М. І. Комп’ютерно-орієнтовані засоби навчання математики, фізики, інформатики / М. І. Жалдак, В. В. Лапінський, М. І. Шут // Інформатика. – 2006. – №3–4. – С. 3–96.
45. Жалдак М. І. Елементи стохастики з комп’ютерною підтримкою : [посіб. для вчителів] / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін. – К. : ДІНІТ, 2006. – 70 с.
46. Жалдак М. І. Комп’ютер на уроках геометрії : посібник [для вчителів] / М. І. Жалдак, О. В. Вітюк. – К. : ДІНІТ, 2003. – 168 с.

47. Жалдак М. І. Комп’ютер на уроках математики : посібник [для вчителів] / М. І. Жалдак. – К. : Техніка, 1997. – 304 с.

48. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал впровадження дистанційних форм навчання / М. І. Жалдак // Матеріали науково-методичного семінару «Інформаційні технології в навчальному процесі». – Одеса : Вид. ВМВ, 2009. – С. 6–8.

49. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики / М. І. Жалдак // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць / Редкол. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова. – Випуск 7. – 2003. – С. 3-16.

50. Жильцов О. Б. Розвиток розумової діяльності учнів 7 класів середньої школи при вивченні математики з використанням НІТ : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – методика викладання математики / Олексій Борисович Жильцов ; Український державний педагогічний університет ім. М. П. Драгоманова. – К., 1994. – 24 с.

51. Журавська Л. М. Компетенції викладача в управлінні самостійною роботою студентів / Л. М. Журавська // Вісник НТУУ «КПІ». Філософія. Психологія. Педагогіка. – 2009. – № 3. – С. 84–92.

52. Забранський В. Я. Концепція самостійної роботи студентів під час вивчення вищої математики / В. Я. Забранський, Н. В. Вінніченко // Вісник Черкаського університету. Серія педагогічні науки. – Випуск 150. – Черкаси : Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С. 72–81.

53. Загвязинский В. И. Учитель как исследователь / В. И. Загвязинский. – М. : Знание, 1980. – 96 с. – (Новое в жизни, науке, технике).

54. Заика Е. В. Психологические вопросы организации самостоятельной работы студентов в вузе / Е. В. Заика // Практична психологія та соціальна робота. – 2002. – №5–6. – С. 13–19, С. 21–32.

55. Закон України «Про вищу освіту» / Верховна Рада України. Інститут за-

конодавства. – К., 2002. – 96 с.

56. Закон України «Про Основні засади розвитку інформаційного суспільства в Україні на 2007-2015 роки» // Урядовий кур'єр. – 14.02.2007. – №28.
57. Зінченко В. О. Формування професійної спрямованості студентів економічних спеціальностей на початковому етапі навчання : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти / Зінченко Вікторія Олегівна ; Луган. нац. пед. ун-т ім. Т. Шевченка, – Луганськ, 2008. – 20 с.
58. Зязюн І. А. Інтелектуально-творчий розвиток особистості в умовах неперервної освіти / І. А. Зязюн // Неперервна професійна освіта : проблеми, пошуки, перспективи : монографія / За ред. І. А. Зязюна. – К. : ВІПОЛ, 2000. – С. 11–57.
59. Информационно-коммуникационные технологии в образовании. Термины и определения. ГОСТ Р 52653-2006. [Электронный ресурс]. – М. : Стандартинформ, 2007. – 12 с. – Режим доступа : http://vsegost.com/Catalog/30/30.shtml
60. Іваськів І. С. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів на основі систем штучного інтелекту при навчанні інформатики в старшій школі : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання інформатики / Іваськів Ігор Степанович ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2000. – 23 с.
61. Ігнатенко М. Я. Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук : 13.00.02 – методика викладання математики / Микола Якович Ігнатенко ; Український держ. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 1997. – 47 с.
62. Інформаційні технології в аналітичній геометрії : навч. посібник для

студент. математичних спец. університетів / [С. А. Раков, В. П. Горох, Т. О. Олійник та ін.]. – Харків : ХДПУ, 2000. – 189 с.

63. Каганов А. Б. Рождение специалиста : (Проф. становление студента) / А. Б. Каганов. – Минск : Изд-во БГУ, 1983. – 111 с.

64. Каплан Б. С. Методы обучения математике: Некоторые вопросы теории и практики / Б. С. Каплан, Н. К. Рузин, А. А. Столяр ; под ред. А. А. Столяра. – Минск : Нар. асвета, 1981. – 191 с.

65. Капустина Т. В. Теория и практика создания и использования в педагогическом вузе новых информационных технологий на основе компьютерной математики Mathematica : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.08 – теория и методика профессионального образования, 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания математики / Татьяна Васильевна Капустина ; Московский педагогический университет. – М., 2001. – 254 с.

66. Клочко В. І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі : дисертація на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання / Віталій Іванович Клочко ; Вінницький держ. технічний ун-т. – Вінниця, 1998. – 396 с.

67. Клочко В. І. Проблема трансформації змісту курсу вищої математики в технічних університетах в умовах використання сучасних інформаційних технологій / Клочко В. І. // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – 2004. – Вип. 22. – С. 10–15.

68. Кобильник Т. П. Методична система навчання математичної інформатики у педагогічному університеті : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика) / Тарас Петрович Кобильник ; Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова. – К., 2008. – 275 с.

69. Ковалев А. Г. Психология личности. – 3-е изд. перераб. и доп. / А. Г. Ковалев. – М. : Просвещение, 1970. – 391 с.

70. Коваленко Т. О. Самостійна діяльність студентів як чинник здобуття фахової компетентності в умовах кредитно-модульної організації навчального процесу / Т. О. Коваленко // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – 2010. – № 2 (4). – С. 178–184.

71. Ковальчук М. Б. Комп'ютерно-орієнтована методика узагальнення і систематизації знань та вмінь в процесі навчання учнів геометрії : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики / Ковальчук Майя Борисівна ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2005. – 20 с.

72. Козаков В. А. Самостоятельная работа студентов и ее информационно-методическое обеспечение : учеб. пособие / Козаков В. А. – К. : Выща шк., 1990. – 247 с.

73. Колягин Ю. М. О прикладной и практической направленности обучения математики / Ю. М. Колягин, В. В. Пикан // Математика в школе. – 1985. – №6. – С. 27–32.

74. Коновалова И. Н. Профессиональная направленность обучения математики на экономических факультетах вузов : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 – теория и методика профессионального образования, 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика, уровень профессионального образования) / Коновалова Ирина Николаевна ; Елецкий гос. ун-т им. И. А. Бунина. – Елец, 2006. – 218 с.

75. Костюк Г. С. Избранные психологические труды / Г. С. Костюк ; под ред. Л. Н. Проколиенко ; АПН СССР. – М. : Педагогика, 1988. – 301 с.

76. Крамаренко Т. Г. Уроки математики з комп'ютером. Посібник для вчителів і студентів / т. Г. Крамаренко ; за ред. М. І. Жалдака. – Кривий Ріг : Видавничий дім, 2008. – 272 с.

77. Крилова Т. В. Наукові основи навчання математики студентів нематематичних спеціальностей (на базі металургійних, енергетичних і електромеханічних спеціальностей вищого закладу технічної освіти) : авторефе-

рат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання математики / Крилова Тетяна Вячеславівна ; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – К., 1999. – 36 с.

78. Крилова Т. В. Проблеми навчання математики в технічному вузі / Т. В. Крилова. – К. : Вища школа, 1998. – 437 с.

79. Круглик В. С. Методичні особливості побудови середовища дистанційного навчання «WebAlmir» / Круглик В. С. // Інформаційні технології в освіті : збірник наукових праць. Випуск 1. – Херсон : Вид-во ХДУ, 2008. – С. 88–93.

80. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий ; под ред. Н. И. Чуприковой. – М. : Ин-т практ. психологии ; Воронеж : МОДЭК, 1998. – 411 с.

81. Крутецкий В. А. Психология обучения и воспитания школьников : книга для учителей и классных руководителей / В. А. Крутецкий. – М. : Просвещение, 1976. – 300 с.

82. Крысин Л. П. Толковый словарь иноязычных слов : Ок. 25 000 слов и словосочетаний / Л. П. Крысин. – 2 изд., доп. – М. : Рус. яз., 2000. – 854, [2] с.

83. Кряжев П. Е. Социологические проблемы личности : лекции по спецкурсу / Кряжев П. Е. ; М-во просвещения РСФСР ; Моск. обл. пед. ин-т им. Н. К. Крупской ; Коломен. пед. ин-т. – М., 1971. – 167 с.

84. Кудрявцев А. Я. К проблеме принципов педагогики / Кудрявцев А. Я. // Советская педагогика. – 1981. – № 8. – С. 100–106.

85. Кудрявцев Л. Д. Современная математика и ее преподавание / Л. Д. Кудрявцев ; с предисл. П. С. Александрова. – 2-е изд., доп. – М. : Наука, 1985. – 176 с.

86. Кузнецова И. А. Обучение моделированию студентов-математиков педвуза в процессе изучения курса «Математическое моделирование и численные методы» : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика

обучения и воспитания (математика) / Кузнецова Ирина Александровна ; Арзамасский гос. пед. ин-т им. А. П. Гайдара. – Арзамас, 2002 – 207 с.

87. Кузьмина Н. В. Профессионализм личности преподавателя и мастера производственного обучения / Н. В. Кузьмина ; ВНИИ проф.-техн. образования. – М. : Высш. шк., 1990. – 117 с.

88. Кузьмінський А. І. Педагогіка вищої школи : навч. посіб. для студ. вищ. на-вч. закладів / А. І. Кузьмінський. – К. : Знання-Прес, 2005. – 485 с. – (Вища освіта XXI століття).

89. Кулябов Д. С. Аналитический обзор систем символьних вичислений / Кулябов Д. С., Кокотчикова М. Г. // Весник РУДН. Серия Математика. Информатика. Физика. – 2007. – №1–2. – С. 38–45.

90. Ланина И. Я. Формирование познавательных интересов учащихся на уроках физики : книга для учителя / И. Я. Ланина. – М. : Просвещение, 1985. – 126 с.

91. Лаптев В. В. Методическая теория обучения информатике : аспекты фундаментальной подготовки / В. В. Лаптев, Н. И. Рыжова, М. В. Швецкий ; Рос. гос. пед. ун-т им. А. И. Герцена. – СПб. : Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2003. – 350 с.

92. Лебедєв М. П. Поняття пізнавальної активності учнів і шляхи її вимірювання / М. П. Лебедєв // Радянська школа. – 1970. – № 9. – С. 6–11.

93. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – М. : Педагогика, 1981. – 185 с.

94. Лесгафт П. Ф. Избранные педагогические сочинения / П. Ф. Лесгафт ; [Вступ. ст. И. Н. Решетень ; АПН СССР]. – М. : Педагогика, 1988. – 398 с.

95. Лещук С. О. Навчально-інформаційне середовище як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи у процесі навчання інформатики : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання інформати-

ки / Лещук Світлана Олексіївна ; Національний педагогічний ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2006. – 20 с.

96. Лозова В. І. Цілісний підхід до формування пізнавальної активності школярів / В. І. Лозова ; Харк. держ. пед. ун-т ім. Г.С. Сковороди. – 2-е вид., доп. – Харків : ОВС, 2000. – 175 с.
97. Лотюк Ю. Г. Комп’ютерно-орієнтована методична система навчання обчислювальної математики в педагогічному університеті : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики / Лотюк Юрій Георгійович ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2004. – 20 с.
98. Лукинова Н. Г. Самостоятельная работа как средство и условие развития познавательной деятельности студента : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 – теория и методика профессионального образования / Лукинова Надежда Григорьевна ; Ставропольский государственный университет. – Ставрополь, 2003. – 177 с.
99. Маслова К. І. Використання тренінгових технологій під час вивчення математики / К. Маслова // Матеріали Міжнар. науково-практичної конференції «Проблема використання тренінгових педагогічних технологій у навчанні» : збірник наукових праць студентів Криворізького державного педагогічного університету / Гол. ред. Л. В. Кондрашова. – Кривий Ріг : КДПУ, Міра, 2001. – Вип. 2. – С. 127–129.
100. Маслова К. І. Деякі аспекти економіко-математичного моделювання оптимізаційних задач в сучасних умовах / / Макаренко В. О., Маслова К. І. // Тиждень економіки ДНУ : матеріали доповідей. Випуск 2. – Дніпропетровськ : Наука і освіта, 2003. – С. 85–86.
101. Маслова К. І. До питання про узагальнення та систематизацію математичних знань учнів з числової змістової лінії шкільного курсу математики / К. І. Маслова // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Ви-

давничий відділ НМетАУ, 2002. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – С. 234–235.

102. Маслова К. І. Про організацію самостійної роботи студентів молодших курсів / К. І. Маслова // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць. – Випуск 3 : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2003. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 173–174.

103. Маслова К. І. Про формування загально-інформаційних умінь студентів молодших курсів / К. І. Маслова // Сучасні технології в науці та освіті : збірник наукових праць : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ КДПУ, 2003. – Т. 1. – С. 83–87.

104. Маслова К. І. Узагальнення та систематизація як компоненти навчально-інтелектуальних умінь / Маслова К. І. // Матеріали Всеукр. студентської наукової конференції «Педагогічна взаємодія як засіб реалізації особистісно-орієнтованого навчання у школі та вищих навчальних закладах». 14–15 листопада 2002 р., м. Кривий Ріг : збірник наукових праць студентів Криворізького державного педагогічного університету / Гол. ред. Л. В. Кондрашова. – Кривий Ріг : КДПУ, Міра, 2002. – Вип. 7. – С. 65–67.

105. Махмутов М. И. Принцип профессиональной направленности обучения / М. И. Махмутов // Принципы обучения в современной педагогической теории и практике. – Челябинск, 1985. – С. 52–56.

106. Махмутов М. И. Развитие познавательной активности и самостоятельности учащихся в школах Татарии / М. И. Махмутов ; М-во просвещения Татар. АССР. Татар. ин-т усовершенствования учителей. – Казань : Таткнигоиздат, 1963. – 80 с.

107. Мироненко Л. М. Покращення самостійної роботи студентів в умовах кредитно-модульної системи навчання майбутніх товарознавців / Л. М. Мироненко // Наукові записки Рівненського державного гуманіта-

рного університету. – 2009. – Випуск 12. – С. 61–63.

108. Михалевич В. М. Математичні моделі генерування завдань з інтегрування частинами невизначених інтегралів / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський, О. І. Шевчук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. – №1. – С. 116–122.
109. Молибог А. Г. Вопросы научной организации педагогического труда в высшей школе / А. Г. Молибог. – Минск : Вышэйш. школа, 1975. – 288 с.
110. Молостов В. А. Принципы вузовской дидактики : метод. рекомендации / В. А. Молостов. – К. : Вища шк., 1982. – 31 с.
111. Морзе Н. В. Система методичної підготовки майбутніх вчителів інформатики в педагогічних університетах : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання інформатики / Морзе Н. В. ; Національний педагогічний ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2003. – 605 с.
112. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики. В 4-х частинах / Н. В. Морзе. – К. : Навчальна книга, 2003. – Ч. 1. Загальна методика навчання інформатики. – 254 с.
113. Морзе Н. В. Основи методичної підготовки вчителя інформатики : монографія / Н. В. Морзе. – К. : Курс, 2003. – 372 с.
114. Мышкис А. Д. Элементы теории математических моделей : [написание уравнений, упрощение уравнений, выбор решений] / А. Д. Мышкис. – 4-е изд. – М. : URSS ; Либроком, 2009. – 191 с.
115. Низамов Р. А. Дидактические основы активизации учебной деятельности студентов / Низамов Р. А. – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 1975. – 302 с.
116. Онищук В. О. Активізація навчання старшокласників / В. О. Онищук. – К. : Рад. школа, 1978. – 128 с.
117. Основи нових інформаційних технологій навчання : посібник для вчителів / Гокунь О. О., Жалдак М. І., Машбиць Ю. І. та ін. – К. : Віпол, 1997. – 262 с.

118. Педагогика : учеб. пособие для студентов пед. учеб. заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, А. И. Мищенко, Е. Н. Шиянов. – 4 изд. – М. : Шк. пресса, 2002. – 512 с.
119. Пеньков А. В. Использование новой информационной технологии при преподавании математики в старших классах средней школы : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Андрей Викторович Пеньков ; КГПИ им. М. П. Драгоманова. – К., 1992. – 171 с.
120. Пидкасистый П. И. Организация учебно-познавательной деятельности студентов / П. И. Пидкасистый. – М. : Педагогическое общество России, 2005. – 141 с.
121. Пікалова В. В. Загальна інформація [Електронний ресурс] / Пікалова Валентина Валеріївна // Кафедра інформатики. Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди. – Режим доступу : http://kafinfo.org.ua/geogebra
122. Пойа Д. Как решать задачу / Д. Пойа ; Всесоюз. ассоц. учителей математики, [Науч.-метод. журн. «Квантор»]. – Львов : Квантор, 1991. – 214 с.
123. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения / Д. Пойа ; пер. с англ. И. А. Вайнштейна под ред. С. А. Яновской. – М. : Наука, 1975. – 463 с.
124. Половникова Н. А. Исследование процесса формирования познавательной активности школьников в обучении / Н. А. Половникова – Казань, 1976. – 198 с.
125. Попадьина С. Ю. Исследовательская работа по алгебре с использованием системы компьютерной математики Mathcad и средства ее реализации в основной и средней школе / С. Ю. Попадьина // Применение новых технологий в образовании : материалы XVII Международной конференции (г. Троицк, Московской области, 28–29 июня 2006 г.). – М., 2006. – С. 207–208.
126. Попова Е. А. Профессиональная направленность математической подго-

товки будущих экономистов-менеджеров в вузе : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика, уровень высшего образования) / Попова Елена Александровна ; Красноярский гос. торгово-экономический институт. – Красноярск, 2004. – 183 с.

127. Попович Н. М. Вплив інформаційно-комунікаційних технологій на якість підготовки фахівців у ступеневій педагогічній освіті / Н. М. Попович // Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка (педагогічні науки). – 2009. – №47. – С. 95–98.

128. Про затвердження Плану дій щодо поліпшення якості фізико-математичної освіти на 2009-2012 роки [Електронний ресурс] / Міністерство освіти і науки України. – 2008. – Режим доступу : http://zakon.nau.ua/doc/?code=%76%31%32%32%36%32%39%30%2D%30%38

129. Програма спеціального курсу «Навчальні дослідження та їх підтримка засобами ІКТ у курсі геометрії загальноосвітніх навчальних закладів» / М. І. Жалдак, В. Ю. Биков, Ю. О. Жук та ін. // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць : випуск VI : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2006. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – С. 4–11.

130. Програма спеціального курсу «Навчальні дослідження та їх підтримка засобами ІКТ у курсі алгебри і початків аналізу загальноосвітніх навчальних закладів» / [М. І. Жалдак, В. Ю. Биков, Ю. О. Жук та ін.] // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць : випуск VI : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2006. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – С. 12–20.

131. Пустовойтов В. Н. Развитие познавательной самостоятельности учащихся старших классов на уроках математики и информатики : [монография] / Виктор Николаевич Пустовойтов. – Брянск : Издательство БГУ,

2002. – 120 с.

132. Пышкало А. М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе : авторский доклад по монографии «Методика обучения геометрии в начальных классах», предст. на соиск. уч. степ. докт. пед. наук / Пышкало Андрей Михайлович. – М., 1975. – 60 с.
133. Раков С. А. Математична освіта: компетентісний підхід з використанням ІКТ : монографія / Раков С. А. – Х. : Факт, 2005. – 360 с.
134. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики / Сергій Анатолійович Раков ; Харківський нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди. – Харків, 2005. – 516 с.
135. Рамський Ю. С. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю. С. Рамський, К. І. Рамська // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. – Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редрада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – № 6 (13). – С. 12–16.
136. Рафальська М. В. Комп'ютерні технології у навчанні математики / М. В. Рафальська // Евристика і дидактика математики : матеріали Міжнародної науково-методичної дистанційної конференції молодих учених, аспірантів і студентів. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009. – С. 110-112.
137. Рішення про реєстрацію авторського права на твір 13804 Україна, Комп'ютерна програма «Середовище дистанційного навчання WebAlmir» / Співаковський Олександр Володимирович, Круглик Владислав Сергійович. – заявл. 17.06.2005.
138. Роберт И. В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы; перспективы использования / И. Роберт. – М. :

Школа–Пресс, 1994. – 205 с.

139. Романова Г. М. Індивідуально-типологічні та дидактичні чинники результативності самостійної роботи студентів економічних університетів : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти / Ганна Миколаївна Романова ; Ін-т педагогіки і психології проф. освіти АПН України. – К., 2003. – 21 с.
140. Рубинштейн С. Л. Бытие и сознание / С. Л. Рубинштейн – М. : Изд-во АН СССР, 1957. – 328 с.
141. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн ; [послесл. К. А. Абдульхановой-Славской, А. В. Брушлинского]. – СПб. : Питер Ком, 1998. – 705 с. – (Серия «Мастера психологии»).
142. Савина А. Г. Профессионально-прикладная направленность математического образования студентов вузов экономико-управленческого профиля (на примере изучения дифференциальных уравнений) : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) / Савина Анна Геннадьевна ; Российская академия образования. – М., 2005 – 206 с.
143. Салимова А. Ф. Профессионально направленное обучение высшей математике при подготовке инженеров в военных технических вузах : автореферат дис. на соиск. науч. степ. канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания / Салимова Альфия Фаизовна ; Ярославский гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского. – Ярославль, 2007. – 24 с.
144. Самарук Н. М. Професійна спрямованість навчання математичних дисциплін майбутніх економістів на основі міжпредметних зв’язків : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти / Наталія Миколаївна Самарук ; Тернопільський нац. пед. ун-т ім. Володимира Гнатюка. – Тернопіль, 2008. – 21 с.

145. Семеріков С. О. Активізація пізнавальної діяльності студентів при вивченні чисельних методів у об'єктно-орієнтованій технології програмування : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання інформатики / Семеріков Сергій Олексійович ; Криворізький держ. пед. ун-т. – Кривий Ріг, 2000. – 255 с.

146. Семеріков С. О. Теоретико-методичні основи фундаменталізації навчання інформатичних дисциплін у вищих навчальних закладах : дис. ... доктора. пед. наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика) / Семеріков Сергій Олексійович ; Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова. – К., 2009. – 369 с.

147. Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии / Е. В. Сидоренко. – СПб. : Речь, 2003. – 350 с.

148. Система компьютерной алгебры Maxima [Электронный ресурс] / Редактор сайта : Алексей Бешенов. – 2009. – Режим доступа : http://maxima.sourceforge.net/ru/

149. Сільвейстр А. М. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках вивчення нового навчального матеріалу з електродинаміки з застосуванням комп'ютера : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання фізики / Сільвейстр Анатолій Миколайович ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – Вінниця, 2000. – 19 с.

150. Скаткин М. Н. Активизация познавательной деятельности учащихся в обучении / М. Н. Скаткин. – М. : АПН РСФСР, 1965. – 48 с. – (Материал к науч. конференции по дидактике 11-13 мая / Науч.-исслед. ин-т общего и политехн. образования Акад. пед. наук РСФСР).

151. Слепкань З. И. Психолого-педагогические основы обучения математике : методическое пособие / З. И. Слепкань. – К. : Радянська школа, 1983. – 192 с.

152. Слєпкань З. І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі : для студентів-магістрів / З. Слєпкань ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К. : НПУ, 2000. – 210 с.
153. Словак К. І. Використання експертних систем під час узагальнення та систематизації у процесі навчання вищої математики / Катерина Словак // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка. Серія : Педагогіка. – 2011. – №1. – С. 141–148.
154. Словак К. І. Засоби наочності ММС «Вища математика: мобільний курс» / М. В. Попель, К. І. Словак // Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики, фізики, інформатики у середніх та вищих навчальних закладах : зб. наук. праць за матеріалами Всеукраїнської науково-методичної конференції молодих науковців, 17–18 лютого 2011 р. – Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний ун-т, 2011. – С. 54–58.
155. Словак К. І. Мобільне математичне середовище як новий засіб підвищення ефективності навчальної діяльності студентів з вищої математики / К. І. Словак // Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики, фізики, інформатики у середніх та вищих навчальних закладах : зб. наук. праць за матеріалами Всеукраїнської науково-методичної конференції молодих науковців, 17–18 лютого 2011 р. – Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний ун-т, 2011. – С. 73–76.
156. Словак К. І. Теорія та методика застосування мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей [Електронний ресурс] / Семеріков Сергій Олексійович, Словак Катерина Іванівна // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2011. – №1(21). – Режим доступу до журналу : http://journal.iitta.gov.ua
157. Словак К. І. Активізація пізнавальної діяльності студентів економічних

ВНЗ у процесі навчання вищої математики / К. І. Словак // Материалы международной научно-методической конференции «Проблемы математического образования» (ПМО – 2010) Черкассы, 24-26 ноября 2010 г. – Черкассы : Изд. отд. ЧНУ им. Б. Хмельницкого, 2010. – С. 370–371.

158. Словак К. І. До питання про автоматизацію укладання та перевірки навчальних завдань засобами мобільних математичних середовищ / С. О. Семеріков, К. І. Словак, С. В. Шокалюк // Материалы международной научно-методической конференции «Проблемы математического образования» (ПМО – 2010) Черкассы, 24-26 ноября 2010 г. – Черкассы : Изд. отд. ЧНУ им. Б. Хмельницкого, 2010. – С. 368–369.

159. Словак К. І. Застосування ММС Sage у процесі навчання вищої математики / К. І. Словак // Вісник Черкаського університету. Серія педагогічні науки. – Випуск 191. – Частина 1. – Черкаси : Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – С. 106–111.

160. Словак К. І. Застосування мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних ВНЗ / К. І. Словак // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики : матеріали Всеукр. наук-метод. конф. (3-4 грудня 2009 р., м. Суми). – Суми : Вид-во СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2009. – С. 230–231.

161. Словак К. І. Застосування мобільного математичного середовища SAGE у процесі навчання вищої математики студентів економічних ВНЗ / К. І. Словак // Педагогічні науки : теорія, історія, інноваційні технології : науковий журнал. – Суми : СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2010. – № 2 (4). – С. 345–354.

162. Словак К. І. Лекційні демонстрації у курсі вищої математики / К. І. Словак, М. В. Попель // Новітні комп'ютерні технології : матеріали VIII Міжнародної науково-технічної конференції : Київ–Севастополь, 14-17 вересня 2010 р. – К. : Міністерство регіонального розвитку та бу-

дівництва України, 2010. – С. 142–143.

163. Словак К. І. Мобільне програмне забезпечення навчання інформатичних дисциплін у вищій школі / Семеріков С. О., Мінтій І. С., Словак К. І., Теплицький І. О., Теплицький О. І. // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редрада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2010. – №8 (15). – С. 18–28.
164. Словак К. І. Організація контролю самостійної роботи студентів в умовах модульно-рейтингової технології навчання / К. І. Словак // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО-2009), 7–9 квітня 2009 р. – Черкаси : Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С. 192–193.
165. Словак К. І. Організація контролю самостійної роботи студентів в умовах модульно-рейтингової технології навчання / К. І. Словак // Вісник Черкаського університету. Серія педагогічні науки. – Випуск 150. – Черкаси : Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С. 117–122.
166. Словак К. І. Особливості застосування ММС Sage під час вивчення курсу вищої математики / К. І. Словак, М. В. Попель // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць. Випуск VIII : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2010. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – С. 125–130.
167. Словак К. І. Особливості навчання школярів за дистанційною формою / С. В. Шокалюк, К. І. Словак // Новітні комп'ютерні технології : матеріали VII Міжнародної науково-технічної конференції : Київ–Севастополь, 15-18 вересня 2009 р. – К. : Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2009. – С. 62–64.
168. Словак К. І. Програмне забезпечення дистанційного та мобільного навчання математичних дисциплін / К. І. Словак, С. В. Шокалюк // Тези доповідей VII Всеукраїнської науково-практичної конференції

«Інформаційні технології в освіті, науці і техніці» (ІТОНТ-2010). 4-6 травня 2010 року. – Том 2. – Черкаси : Черкаський державний технологічний університет, 2010. – С. 72.

169. Словак К. І. Реалізація «м'яких» обчислень у ММС SAGE / В. Й. Засельський, М. А. Кислова, Н. В. Рашевська, К. І. Словак // Новітні комп'ютерні технології : матеріали VIII Міжнародної науково-технічної конференції : Київ–Севастополь, 14–17 вересня 2010 р. – К. : Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2010. – С. 144–145.

170. Словак К. І. Розвиток критичного мислення студентів на практичних заняттях з вищої математики / Катерина Словак // Наукові записки. Серія : Педагогічні науки. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2008. – Випуск 77. – Частина 2. – С. 262–266.

171. Словак К. І. Формування інтелектуальних і комунікативних умінь студентів ВНЗ при вивченні вищої математики / Катерина Словак // Освітянські обрії: реалії та перспективи : збірник наукових праць / Н. Т. Тверезовська (голова) та ін. – К. : ІПТО, 2007. – №3(3). – С. 131–133.

172. Словарь практического психолога / Сост. С. Ю. Головин. – Минск : Харвест, 1997. – 799 с.

173. Смолянинова О. Г. Формирование информационной и коммуникативной компетентности будущего учителя на основе мультимедийных технологий / О. Г. Смолянинова // Информатика и образование. – 2002. – №9. – С. 116–119.

174. Собаєва О. В. Активізація пізнавальної діяльності студентів в умовах дистанційного навчання : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.09 – теорія навчання / Собаєва Олена Володимирівна ; Харківський держ. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди. – Харків, 2001. – 19 с.

175. Співаковський О. В. Технології розробки програмних засобів, які підтримують компонентно-орієнтований підхід / Співаковський О. В., Круглик В. С. // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць / Редрада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, №2(9). – 2005. – С. 31–42.
176. Співаковський О. В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей : монографія / Співаковський О. В. – Херсон : Айлант, 2003. –249 с.
177. Співаковський О. В. Теоретико-методичні основи навчання вищої математики майбутніх вчителів математики з використанням інформаційних технологій : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання математики / Співаковський Олександр Володимирович ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2004. – 42 с.
178. Талызина Н. Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся / Н. Ф. Талызина. – М. : Знание, 1983. – 96 с.
179. Таушан Д. В. Інформаційно-телекомунікаційні технології як засіб індивідуалізації навчання курсантів вищих військових навчальних закладів : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти / Таушан Дмитро Вікторович ; Нац. академія держ. прикордонної служби України ім. Богдана Хмельницького. – Хмельницький, 2003. – 18 с.
180. Тверезовська Н. Т. Теоретичні та методичні основи створення і використання навчальних експертних систем у підготовці фахівців вищих навчальних закладів : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти / Тверезовська Ніна Трохимівна ; Харківський державний педагогічний університет ім. Г. С. Сковороди,

2003. – 43 с.

181. Темербекова А. А. Методика преподавания математики : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности 032100 «Математика» / А. А. Темербекова. – М. : Владос, 2003. – 174 с.
182. Теория и методика обучения информатике : учебник / [М. П. Лапчик, И. Г. Семакин, Е. К. Хеннер, М. И. Рагулина и др.] ; под ред. М. П. Лапчика. – М. : Академия, 2008. – 592 с.
183. Терешин Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики : кн. для учителя / Н. А. Терешин. – М. : Просвещение, 1990. – 95 с.
184. Тимчасове положення про кредитно-модульну систему організації навчального процесу в Уманському державному педагогічному університеті імені Павла Тичини / [відповідальна за випуск Н. М. Стеценко]. – Умань : Софія, 2006. – 25 с.
185. Тихонов А. Н. Рассказы о прикладной математике / А. Н. Тихонов, Д. П. Костомаров. – М. : Мир, 1983. – 295 с.
186. Триус Ю. В. Комп’ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики / Юрій Васильович Триус ; Черкаський нац. ун-т ім. Богдана Хмельницького. – Черкаси, 2005. – 649 с.
187. Уйсімбаєва Н. В. Самостійна робота як ефективний засіб активізації творчої самостійності студентів / Наталія Уйсімбаєва // Наукові записки. Серія : Педагогічні науки. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2009. – Випуск 87. – С. 171–175.
188. Умрик М. А. Організація самостійної роботи майбутніх учителів інформатики в умовах дистанційного навчання інформатичних дисциплін : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика) / Марія Анатоліївна Умрик ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2009. –

206 с.

189. Фатеева Е. А. Реализация идей межпредметных связей математики и внешней баллистики при изучении курса математики слушателями высшей военной технической школы : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) / Фатеева Елена Анатольевна ; Филиал военного артиллерийского ун-та (Коломенского). – Коломна, 2003. – 242 с.
190. Фирсов В. В. О прикладной ориентации курса математики / Фирсов В. В. // Математика в школе. – 2006. – №6. – С. 2–9; – 2006. – №7. – С. 2–13.
191. Фомкіна О. Г. Методична система проведення практичних занять з математики зі студентами економічних спеціальностей (на базі кооперативного інституту) : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання математики / Фомкіна Олена Григорівна ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2000. – 20 с.
192. Фурман О. А. Активізація навчально-пізнавальної діяльності майбутніх учителів біології у процесі навчання інформатики : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика) / Фурман Олена Андріївна ; Нац. педагогічний ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 2009. – 256 с.
193. Харламов И. Ф. Активизация учения школьников : дидакт. очерки / И. Ф. Харламов – Минск : Народная асвета, 1970. – 158 с.
194. Худякова Г. И. Методические основы реализации экономической направленности обучения математики в военно-экономическом вузе : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) / Худякова Галина Ивановна ; Ярославский гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского. – Ярославль, 2001. – 195 с.
195. Хуторской А. В. Современная дидактика : [учебное пособие] /

А. В. Хуторской. – Изд. 2-е, перераб. – Москва : Высш. шк., 2007. – 638 с.

196. Черных Л. А. Теоретические основы разработки методической системы обучения / Л. А. Черных // Евристика та дидактика точних наук : збірник наукових робіт. – Вип. 3. – Донецьк : Донецька школа евристики та точних наук, 1995. – С. 15–19.
197. Шадриков В. Д. Проблемы системогенеза профессиональной деятельности / В. Д. Шадриков ; Акад. наук СССР, Ин-т психологии. – М. : Логос, 2007. – 189 с.
198. Шамова Т. И. Активизация учения школьников / Т. И. Шамова – М. : Педагогика, 1982. – 208 с.
199. Шаров Ю. В. Осознание учащимися значимости знаний – условие формирования их познавательных потребностей и интересов / Ю. В. Шаров // Науч. тр. Новосиб. госпединститута. – 1979. – Вып. 130. – С. 19–28.
200. Швец В. А. О прикладной направленности школьного курса математики / В. А. Швец // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наукових робіт. – Вип. 30. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2008. – С. 135–142.
201. Шокалюк С. В. Основи роботи в Sage / С. В. Шокалюк ; за ред. академіка АПН України М. І. Жалдака. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – 64 с.
202. Шокалюк С. В. Методичні засади комп’ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатики) / Шокалюк Світлана Вікторівна ; Національний педагогічний ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2009. – 261 с.
203. Щукина Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе : учебное пособие для студентов пед. ин-тов /

Г. И. Щукина – М. : Просвещение, 1979. – 160 с.

204. Яковлев А. И. Информационно-коммуникационные технологии в образовании / А. И. Яковлев // Информационное общество. – 2001. – Вып. 2. – С. 32–37.
205. Beezer R. A. A First Course in Linear Algebra [Electronic resource] / Robert A. Beezer. – Version 2.22. – 2010. – 1035 p. – Mood of access : http://linears.ups.edu/download/fcla-electric-2.22pdf
206. Blurton C. New Directions of ICT-Use in Education [Electronic resource] / Blurton C. // Communication and Information Report 1999-2000 – 51 p. – Mode of access : http://www.unesco.org/education/educprog/lwf/dl/edict.pdf
207. Calcul mathématique avec Sage [Electronic resource] / Alexandre Casemayou, Guillame Connan, Thierry Dumont, Laurent Fousse et al. – Version 1.0 – 2010. – 315 p. – Mode of access : http://cannelle.lateralis.org/sagebook-1.0.pdf
208. Cinderella : Cinderella [Electronic resource]. – 2010. – Mode of access : http://www.cinderella.de/
209. GeoGebra [Electronic resource]. – 2010. – Mode of access : http://www.geogebra.org
210. Granville W. Differential Calculus and Sage / William Granville and David Joyner. – Create Space, 2009. – 373 p.
211. Hawking L. e2gLite Tutorial [Electronic resource] / Louise Hawking – 2008. – 26 p. – Mode of access : http://ebookbrowse.com/e2glite-tutorial-pdf-d91750495
212. Hoffman D. Integral Calculus and Sage (preliminary version) [Electronic resource] / Dale Hoffman, William Stein, David Joyner. – 2009. – Mode of access : http://sage.math.washington.edu/home/wdj/teating/calc2-sage/calc2-sage.pdf
213. Hohenwarter M. Combination of Dynamic Geometry, Algebra and Calculus in the Software System GeoGebra [Electronic resource] / Markus Hohen-

warter and Karl Fuchs // Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference 2004. Pecs, Hungary. – Mode of access : http://www.geogebra.at/publications/pecs_2004.pdf

214. Khan F. S. Dr. Wheat: A Web-based Expert System for Diagnosis of Diseases and Pest in Pakistani Wheat / Fohad Shahbaz Khan, Sead Razzaq, Kashif Irfan et al // Proceedings of The World Congress on Engineering 2008, July 2-4, 2008. – Vol I. – London, 2008. – P. 549–554.
215. Nguyen V. M. Exploring Cryptography Using the Sage Computer Algebra System : Thesis submitted in partial fulfillment of the Requirements for the Degree of Bachelor of Science (Honours) in Computer Science / Minh Van Nguyen. – Victoria University, 2009. – 190 p.
216. Nguyen V. M. Sage for High School [Electronic resource] / Minh Van Nguyen. – Version 0.4-r112. – 2010. – Mode of access : http://code.google.com/p/high-school-sage/downloads/detail?name=latest-r112.pdf
217. Pol A. Підручник з KAlgebra [Електронний ресурс] / Aleix Pol. – 2007. – Режим доступу : http://docs.kde.org/development/uk/kdeedu/kalgebra
218. Preiner J. Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers : the Case of GeoGebra : Dissertation in Mathematics Education Faculty of Natural Sciences / Judith Preiner ; University of Salzburg. – Salzburg, 2008. – 264 p.
219. Richter-Gebert J. User manual for the interactive geometry software Cinderella / Jürgen Richter-Gebert, Ulrich H. Kortenkankamp // The interactive geometry software Cinderella. – Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2000. – 143 p.
220. Sage: Open Source Mathematics Software [Electronic resource]. – 2010. – Mode of access : http://www.sagemath.org/
221. Stein W. Elementary Number Theory: Primes, Congruences, and Secrets : A Computational Approach / William Stein. – 1st Edition. – Springer. – 2009. –

174 p. – (Undergraduate Text in Mathematics).

222. Web-Enabled Expert System and Decision Table Software Demonstrations and Tutorials [Electronic resource] / eXpertise2Go.com. – 2009. – Mode of access : http://expertise2go.com
223. Wolfram|Alpha : Computational Knowledge Engine [Electronic resource] / Wolfram Alpha LLC–A Wolfram Research Company. – Mode of access : http://www.wolframalpha.com/