НЕРЕВЕРСИВНІ МІРИ СКЛАДНОСТІ

О.М. Рибчинська
м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет,
В.М. Соловйов, Д.М. Чабаненко
м. Черкаси, Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького

Вступ. Складні системи є відкритими системами, які обмінюються з навколишнім середовищем енергією, речовиною й інформацією. Досліджуючи складні системи у природничих науках, І. Р. Пригожин зробив принципове узагальнення, вказавши на необхідність розгляду феноменів незворотності і нерівноважності як принципів відбору просторово-часових структур, які реалізуються на практиці [1]. Згодом стало зрозуміло, що це узагальнення розповсюджується і на складні системи іншої природи: соціальні, економічні, біомедичні тощо [2].

Пригожин вважав, що найважливіші зміни сучасної наукової революції пов’язані зі зняттям попередніх обмежень у науковому розумінні часу. Нелінійному світу характерні риси темпоральності, тобто незворотності та минущості процесів і явищ. Самоорганізація при цьому розглядається як спонтанний процес становлення цілісних складних систем. Саме завдяки неоднозначності вибору в точках біфуркації, час у теоріях самоорганізації набуває справжньої незворотності. На відміну від лінійних динамічних теорій — класичних, релятивістських, квантових (де час зворотний), у термодинаміці дисипативних структур, створеній Пригожиним, час перестає бути простим параметром, а стає поняттям, що виражає темп і напрямок подій.

Отже, незворотність (нереверсивність) часу є фундаментальною властивістю нерівноважних дисипативних систем, а її втрата може вказувати на розвиток деструктивних процесів [2, 3].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Стаціонарний процес $X(t)$ називається статистично зворотним у часі, якщо для будь-якого N, ряди $\{X(t_1),...X(t_N)\}$ та $\{X(t_N),...,X(t_1)\}$ мають однакові сумісні розподіли ймовірностей [4]. Незворотність часових рядів свідчить про наявність нелінійностей у динаміці далекої від рівноваги системи, в тому числі негаусівських випадкових процесів і дисипативного хаосу.

Оскільки визначення незворотності часового ряду носить формальний характер, не існує апріорно оптимального алгоритму його кількісної оцінки. Запропоновано кілька методів вимірювання незворотності часу [2, 3, 5-11]. У першій групі методів виконується символізація часових рядів, а потім проводиться аналіз шляхом статистичного порівняння появи рядка символів в прямому і зворотному напрямках [5]. Іноді додатково використовуються алгоритми стиснення [6]. Важливий для даної групи крок власне символізації – перетворення часового ряду у символьний ряд вимагає додаткової кількості спеціальної інформації (наприклад, розбиття діапазону або розмір алфавіту) і, отже, містить проблему залежності алгоритму від цих додаткових параметрів. Друга проблема виникає, якщо враховувати масштабну інваріантність складних сигналів. Оскільки процедури типових символізацій є локальними, врахування різних масштабів може викликати певні складнощі [3].

Інша група методів при формалізації індексу незворотності не використовує процедури символізації, а базується на застосуванні дійсних значень часового ряду або прибутковостей. Один з таких підходів базується на асиметричності розподілу точок карти Пуанкаре, побудованої на основі значень часового ряду, що аналізується [8, 9].

Нещодавно запропоновано принципово новий підхід до вимірювання незворотності часових рядів, який використовує методи теорії складних мереж [10, 11] і який поєднує в собі два інструменти: алгоритм видимості відновлення часового ряду у складну мережу і алгоритм дивергенції Кульбака-Лейблера [10]. Перший формує направлену мережу відповідно до геометричниго критерію. Ступінь незворотності ряду потім оцінюється дивергенцією Кульбака-Лейблера (тобто розрізнюваністю) між розподілом вхідних і вихідних ступеней асоційованого графу. Цей метод обчислювально є ефективним, не вимагає ніякої спеціальної символізації процесу, і, на думку авторів, природно, враховує мультимасштабність.

У даному дослідженні ми розглянемо нереверсивність часу як міру складності системи. В недавніх роботах [12-17] нами було введено різні кількісні міри складності, зокрема:

- алгоритмічні [12, 13];
- фрактальні [14];
- хаос-динамічні [15];
- рекурентні [16];
- неекстенсивні [17].

Суттєвою перевагою введених мір є їх динамічність, тобто можливість відстежувати у часі зміну обраної міри та порівнювати з відповідною динамікою вихідного часового ряду. Це дозволило нам співставити критичні зміни динаміки системи, що описується часовим рядом, з характерними змінами конкретних мір складності. Виявилось, що кількісні міри складності реагують на критичні зміни в динаміці складної системи, що дозволяє використовувати їх в процесі діагностики та прогнозування майбутніх змін.

У даній роботі ми пропонуємо нову міру складності, засновану на нереверсивності часових рядів складних систем.

Виклад основного матеріалу дослідження. Розглянемо спочатку нереверсивні міри складності, засновані на побудові та аналізі діаграм Пуанкаре. Побудова діаграми Пуанкаре для фінансово-економічного часового ряду $X(t)$ базується на обчисленні нормалізованих прибутковостей. Щоденні прибутковості обчислюються за формулою:

$$r_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{0.5 \cdot \left(y_t + y_{t-1}\right)}, \tag{1}$$

де y_t – вихідний часовий ряд ціни активу в моменти часу t=1,2,…. n; r_t – щоденна відносна прибутковість. Для забезпечення можливості порівнювати зміни різних часових рядів, використовується нормалізація прибутковості до середньоквадратичного відхилення:

$$g_t = \frac{r_t}{\sigma_r}, \tag{2}$$

де g_t – нормалізовані прибутковості часового ряду, σ_r – середньоквадратичне відхилення ряду прибутковостей $\{r_t\}$.

На рис. 1. чорною лінією зображено вихідний ряд щоденних значень крос-курсу EUR/USD за період 01.01.2003-17.02.2013рр., а сірою - нормалізовані прибутковості для цього ж ряду.

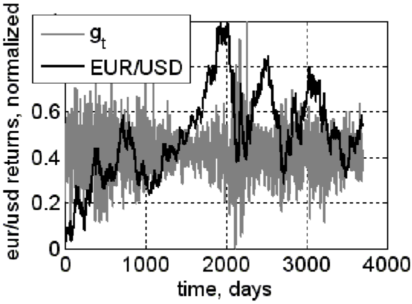

Рис. 1. Динаміка крос-курсу EUR/USD і відносних прибутковостей за 2003-2013 рр.

Діаграма Пуанкаре для часового ряду крос-курсу або ціни певного активу - це графік, на вісі x якого відкладені значення нормалізованих прибутковостей g_t, а на вісі y - значення нормалізованих прибутковим наступного періоду часу g_{t+1}.

На рис. 2. зображена діаграма Пуанкаре для вихідного крос-курсу EUR/USD (сірі точки) і для перемішаних значень цього ж ряду (чорні плюсики)

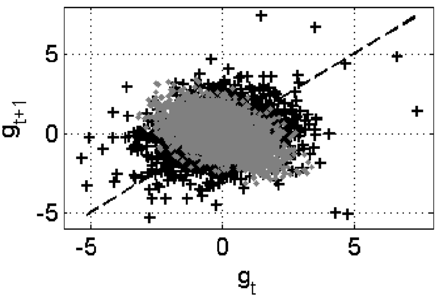

Рис. 2. Діаграма Пуанкаре для часового ряду крос-курсу EUR/USD. Штриховою лінією позначено лінію ідентичності

Міра асиметрії, запропонована Гузик [8], полягає в обчисленні відстаней кожної точки діаграми Пуанкаре до лінії ідентичності. Ця відстань обчислюється за формулою:

$$D_i = \frac{|g_i - g_{i-1}|}{\sqrt{2}}. \qquad (3)$$

Знайшовши суми відстаней від лінії ідентичності окремо для точок, що лежать вище ($g_i < g_{i+1}$) і нижче ($g_i > g_{i+1}$) цієї лінії, отримаємо наступну формулу для індексу Гузика :

$$GI = \frac{\sum_{i=1}^{C(P_i^+)} D_i^+}{\sum_{i=1}^{N-1} D_i}, \qquad (4)$$

де $C(P_i^+)$ - кількість точок вище лінії ідентичності; D_i^+ - відстань кожної точки вище лінії ідентичності до самої лінії ідентичності, обчислена за формулою (3); N довжина часового ряду.

Індекс Порти [9] грунтується не на відношенні відстаней, а на відношенні кількості точок над і під лінією ідентичності:

$$PI = \frac{C(P_i^-)}{C(P_i^+) + C(P_i^-)}, \qquad (5)$$

де $C(P_i^+)$ - кількість точок вище лінії ідентичності $C(P_i^-)$ - кількість точок нижче лінії ідентичності.

Індекс Кошти [2, 3] використовує концепції статистичної механіки і фактично відображає асиметрію розподілу ймовірностей позитивних і негативних прибутковостей. Він обчислюється за формулою:

$$A_j = \frac{\sum_{i=1}^{N-j} H(-g_i) - \sum_{i=1}^{N-1} H(g_i)}{N-j}, \qquad (6)$$

де $g_i=y_i-y_{i-j}$ – j-крокова абсолютна прибутковість, j – крок дискретизації (скейлінговий параметр).

Для моніторингу мір незворотності з плином часу, пропонуються віконні процедури розрахунку всіх запропонованих мір. Необхідно вибрати довжину вікна (кількість послідовних значень w часового ряду для обчислення одного значення ряду) і для вибраного вікна $\{y_{t-w+1}\ldots, y_{t-2}, y_{t-1}, y_t\}$ та фіксованого моменту t обчислити міри незворотності. Потім поточний момент часу t збільшується на крок Δt і процедура триває, поки не закінчаться доступні значення часового ряду. Отримані значення кожної з мір незворотності зберігаються в новому часовому ряді. У наших дослідженнях використовувалися параметри w=500 и Δt=1. На наступних графіках наведено динаміку запропонованих мір незворотності у відносному масштабі разом з графіком вихідного ряду (крос-курсу EUR/USD)

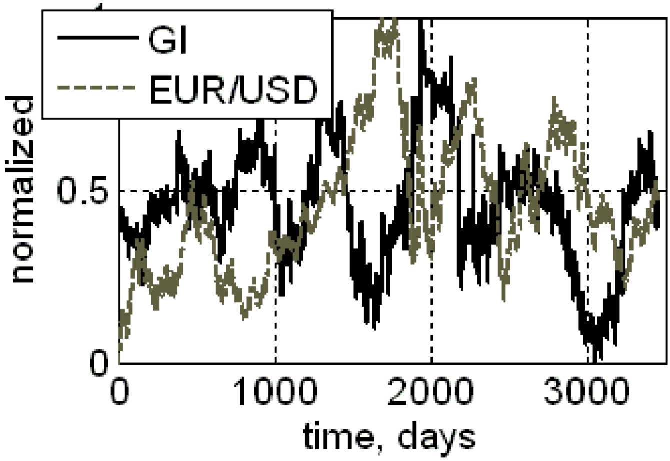

Рис. 3. Динаміка індексу Гузика – GI

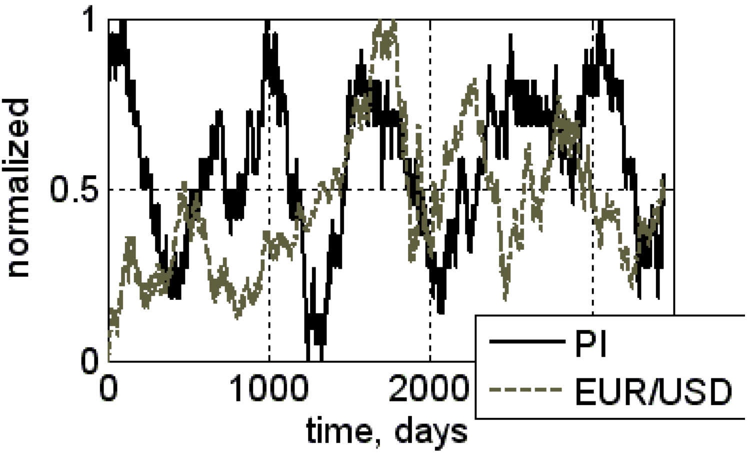

Рис. 4. Динаміка індексу Порти - PI

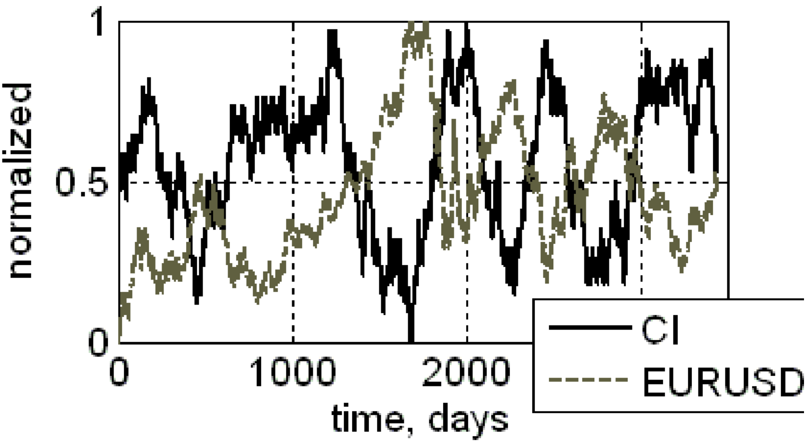

Рис. 5. Динаміка індексу Кошти - CI

З рисунків видно, що часові ряди являються суттєво незворотними. При переміщуванні вихідних рядів їх нереверсивність зникає. Звертає на себе увагу і помітна нерівномірність введених мір, яка корелює з флуктуаціями вхідних часових рядів. Ідентифікуючи суттєві зміни часового ряду та порівнюючи їх із відповідними змінами нереверсивних мір складності, можна будувати відповідні індикатори. Так, динаміка індексу Кошти (рис.5) антисиметрична динаміці вихідного ряду: індекс Кошти зменшується перед значним зниженням часового ряду і навпаки – зростає при його падінні.

Результати стабільні при використанні часових рядів різної природи.

Висновки і перспективи подальших досліджень.

Таким чином, виходячи з фундаментальних положень щодо незворотності часу у складних системах, введено нереверсивні міри складності, засновані на суттєво різних підходах до аналізу часової асиметрії. Показано, що міри асиметрії часових рядів чутливі до шокових та кризових явищ і при відповідному налаштуванні можуть слугувати індикаторами-передвісниками вказаних явищ.

Саме цьому планується присвятити подальші дослідження.

Цікавим буде також побудувати і порівняти з вже створеними індекс нереверсивності, заснований на ідеях теорії складних мереж [10, 11].

Список використаної літератури:

1. Пригожин, И. От существующего к возникающему: время и сложность в физических науках / И. Пригожин; пер. с англ. Ю. А. Данилов; ред., предисл. и послеслов.: Ю. Л. Климонтович. - 2-е изд., доп. - М.: Едиториал УРСС, 2002. с. 246.
2. Costa M., Multiscale entropy analysis of biological signals / M. Costa, A.L. Goldberger, C.-K. Peng // Phys Rev E. – 2005.-V.71.-P.021906.
3. Costa M. Multiscale Analysis of Heart Rate Dynamics: Entropy and Time Irreversibility / M.Costa, Chung-Kang Peng C.-K., A.Goldberger // Measures Cardiovascular Engineering. -2008. -V.8, No.2. – P. 88-93.
4. Соловйов В.М. Кількісний метод оцінки довжини рецесії за даними незворотності фондових індексів / В.М.Соловйов, О.М.Рибчинська // Вісник Криворізького економічного інституту.- 2010, вип.2(22). - С.52-56.
5. Diks C. Reversibility as a criterion for discriminating time series / C.Diks, J.C. van Houwelingen, F.Takens, J.DeGoede // Phys.Lett, A. – 1995. – V.201. – P. 221-228.
6. Daw C.S. Symbolic approach for measuring temporal «irreversibility» / C.S.Daw, C.E.A.Finney, M.B.Kennel // Phys.Rev.E. – 2000. – V.62, N 2. – P. 1912-1921.
7. Kennel M.B. Testing time symmetry in time series using data compression dictionaries // Phys.Rev.E. - 2000. – V.69, - P. 056208.
8. Guzik P. Heart rate asymmetry by Poincar´e plots of RR intervals / Guzik P, Piskorski J, Krauze T, Wykretowicz A. and Wysocki H. // Biomed. Tech. – 2006. – V.51. – P. 530–537.
9. Porta A. Time reversibility in short-term heart period variability / A.Porta, S.Guzzetti, N.Montano, T.Gnecchi-Ruscone, A.Malliani // Comp. Cardiol. - 2006. – V.33. – P. 77–80.
10. Lacasa L. Time series irreversibility: a visibility graph approach / L.Lacasa, A.Nunez, E.Roldan, J.M.R.Parrondo, B.Luque // Eur.Phys.J. – 2012. –V.85.- P.217-228.
11. Dongers J.F. Testing time series irreversibility using complex networks methods / J.F.Dongers, R.V.Donner, J.Kurths // [Електронний ресурс] – режим доступу: arXiv:1211.1162v2 [physics.data-an] 28 Mar 2013.

12. Лега Ю.Г. Складність соціально-економічних систем / Лега Ю.Г., Мельник В.В., Соловйов В.М. // Збірник наукових праць Таврійського державного агротехнологічного університету (економічні науки). Сімферополь. - 2012, №2(18).-С.85-99.
13. Соловйов В.М. Кількісні методи оцінки складності в прогнозуванні соціально-економічних систем / В.М.Соловйов, К.В.Соловйова // В колект. монографії: «Прогнозування соціально-економічних процесів: сучасні підходи та перспективи». Бердянськ. - 2012.- с.141-155.
14. Соловйова В.В. Порівняльний аналіз динаміки фондового ринку України з використанням фрактальних мір складності / В.В.Соловйова, В.М.Соловйов, К.В.Соловйова // Вісник Черкаського університету, сер. «економічні науки», 2012. №33 (246). –С.51-58.
15. Соловйов В.М. Використання масштабно-залежних показників Ляпунова для дослідження складності фінансово-економічних систем / В.М.Соловйов, І.О.Стратійчук // Наука і економіка, науково-теоретичний журнал Хмельницького економічного університету, 2012. №4 (28), т2. -С.88-93
16. Соловйов В.М. Рекурентні міри як метод кількісної оцінки складності / В.М.Соловйов, А.В.Батир // Вісник КНУТД, 2012, №5, с.254-257.
17. Соловйов В.М. Ентропія Тсалліса і неекстенсивні міри складності економічних систем / В.М.Соловйов, О.А.Сердюк // В колект.монографіїї «Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем». Харків. – 2013.