

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕКУРЕНТНИХ ТА ЕНТРОПІЙНИХ МІР СКЛАДНОСТІ

А.В.Батир, В.М.Соловійов, В.В.Щерба
м. Черкаси, Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького

Анотація

У роботі порівняно методи оцінки складності, розглянуто зміни детермінованості фінансово-економічної системи протягом різних фаз бізнесового циклу. Здійснено перевірку ефективності методів на прикладі історичних значень цін на акції компанії гірничо-металургійного комплексу.

Ключові слова: рекурентні показники, складність, мультимасштабна ентропія, криза, моніторинг, хаос-динамічні методи.

Вступ. Сучасна глобальна економіка являє собою нерівноважну систему, чутливу до початкових умов та здатну до еволюції в часі. Суттєве збільшення кількості агентів, спрощення умов виходу на ринок та інтенсифікація фінансово-економічних взаємодій спричинили посилення волатильності ринків та ускладнення світової економіки.

У контексті вищезазначеної проблематики актуальності набувають нові хаос-динамічні методи, які розглядають об'єкт дослідження з позицій його внутрішньої структури та характерних особливостей еволюції.

Метою роботи є порівняння ентропійних та рекурентних показників як засобів оцінки складності часових послідовностей економічної природи.

В основу дослідження покладено гіпотезу про динамічні зміни складності національних господарств протягом різних фаз бізнес-циклу, а відтак можливість їх ідентифікації за допомогою специфічних засобів оцінки [1].

Проблема функціонування складних систем, їх оцінки та порівняння тривалий час залишається провідним питанням світової наукової спільноти. Серед основних фундаментальних

праць, варто виокремити історичну роботу А. Пуанкаре з дослідження повторюваних властивостей динамічних процесів [2]. Самостійну групу становлять роботи, в яких обґрунтовуються методологічні засади побудови алгоритмів аналізу реальних систем, а саме рекурентних характеристик [3, 4] та ентропійних показників [5]. Тим не менш, окремі аспекти залишаються неохопленими, а надто, невизначеною є можливість застосування зазначених підходів під час прогнозування та моніторингу економічної динаміки [6].

2. Методологічні засади дослідження. Запроваджена для оцінки невизначеності закодованої інформації у каналах зв'язку, ентропія Шеннона дозволяє встановити обсяг корисної інформації у сигналі і фактично є різницею між інформацією, що міститься у повідомленні, та тою частиною даних, що точно відома або передбачувана [5]. Ентропія Шеннона обчислюється за добре відомою формулою:

$$S = -k \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i$$

де p_i — ймовірність того, що символ i зустрічається в коді, який містить n символів, k — розмірний множник. У випадку часового ряду мова йде про ймовірність настання певних значень вихідної чи модифікованої послідовності. Для забезпечення порівнянності рядів, у рамках дослідження використовується віконна процедура, що передбачає обчислення величини ентропії у послідовно зміщуваному підряді фіксованої довжини [3,4,6].

Для врахування масштабно інваріантних властивостей складних систем знаходилась мультимасштабна ентропія Шеннона (Multiscale Entropy - MSE). Така процедура зводиться до шкалювання (розрідження ряду) і знаходження значень ентропії на кожному з масштабів [7]

Метод аналізу рекурентностей, у свою чергу, розглядає такий стан системи \bar{x}_i у момент $t = i * \Delta t$ (де $i \in N$, Δt є частотою дискретизації, а $\bar{x} \in R^m$ — станом у m -вимірному фазовому просторі), коли стан \bar{x}_j в інший момент часу $j * \Delta t$ є подібним або як завгодно наближеним до вихідного [3]. Засоби аналізу рекурентностей включають комплекс мір, заснованих на розподілі дрібномасштабних рис рекурентної діаграми (окремих

точок, діагональних і вертикальних лінійних структур).

Однією з головних переваг методу є те, що чутливість показників можна регулювати, змінюючи значення не лише розміру вікна та кроку його зміщення, але й таких вхідних аргументів, як: параметри вкладення, окіл і поріг [4,6]. Здійснюючи комплексну оцінку послідовності, вони надають можливість визначити загальний рівень складності, тоді як особливості алгоритму дозволяють проаналізувати зміни детермінованості системи у часі. Обчислення рекурентних мір у малому рухомому вікні (під-матриці рекурентної діаграми), дозволяє виявити суттєві часові залежності. Окремі дослідження, засновані на кількісних мірах показують, що вони здатні виявити точки біфуркації, а саме системні переходи «хаос-порядок» [3]. Вертикальні структури рекурентних діаграм, у свою чергу, пов'язані з переміжністю і ламінарними станами, а їх кількісна оцінка дозволяє визначити точки переходів «хаос-хаос».

Розглянемо механізми обчислення діагональних та вертикальних мір на прикладі ентропії та ламінарності, запропонованих у [3].

Ентропія часової послідовності, розрахована з рекурентної діаграми, пов'язана з ентропією імовірності Шеннона $p(l) = P(l) / N_l$ і обчислюється з метою знаходження діагональних ліній заданої довжини l на рекурентній діаграмі. Оскільки показник заснований на гістограмі діагональних ліній довжини l , для спрощення запису покладемо $P(l) = P(\varepsilon, l)$. Тоді формула розрахунку міри виглядатиме наступним чином:

$$ENTR = - \sum_{l=l_{\min}}^N p(l) \ln p(l) \quad .$$

$ENTR$ відображає складність рекурентної діаграми з позицій діагональних ліній. Наприклад, для некорельованого шуму значення $ENTR$ є достатньо малими, що вказує на низьку складність процесу.

Для визначення ламінарності розглянемо вертикальну лінію довжини ν , що починається з координат (i, j) рекурентної діаграми. Загальну кількість вертикальних ліній довжиною ν можна задати гістограмою:

$$P(\nu) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i,j})(1 - R_{i,j+\nu}) \prod_{k=0}^{\nu-1} R_{i,j+k}$$

Тоді відношення рекурентних точок, що формують вертикальні структури, та загальної сукупності рекурентних точок обчислюється за формулою

$$LAM = \frac{\sum_{\nu=\nu_{\min}}^N \nu P(\nu)}{\sum_{\nu=1}^N \nu P(\nu)}$$

і називається ламінарністю. Обрахування *LAM* здійснюється для тих ν , що перевищують мінімальну довжину ν_{\min} , з метою знизити вплив руху за дотичною. *LAM* відображає наявність ламінарних станів у системі, не описуючи при цьому тривалості цих ламінарних фаз. *LAM* знижуватиметься, якщо одиничні рекурентні точки переважають за кількістю вертикальні структури на рекурентній діаграмі.

Засновані на суттєвих структурних властивостях системи, рекурентні показники тісно пов'язані з її еволюцією в часі, що було успішно використано при дослідженні часових послідовностей різної природи, а саме біомедичного та технічного походження. Таким чином, розглянуті методи оцінки складності відрізняються значним потенціалом вимірювання ступеня складності у процесі еволюції системи.

3. Результати. Вибір гірничо-металургійного комплексу у якості сфери дослідження зумовлений його швидким відновленням після першої хвилі світової фінансової кризи 2008 року, а також стратегічною важливістю галузі. Попередній аналіз показав наявність сильної автокореляції та незначну кількість випадкових зв'язків і фонового шуму. При цьому, специфіка взаємодій визначається нерівномірним розподілом інформації між учасниками ринку, що породжує деякий рівень невизначеності як у рамках управлінського контуру, так і поза його межами. Відповідно до цього ряди динаміки являють собою не-стаціонарні послідовності, що визначає специфіку використовуваних методів.

У якості бази порівняння було обрано ряд історичних значень цін на акції компанії Newmont за період (01.01.04-27.03.13) на денному інтервалі, що містить періоди першої та другої хвиль світової фінансово-економічної кризи та перед-

історію. Розрахунки проведені за даними сайту finance.yahoo.com з кроком зміщення 1 та початковою шириною вікна у 250 торгових днів.

З рисунку помітно, що обидва методи дозволяють своєчасно ідентифікувати кризи, оскільки значення показників починають знижуватися задовго до зміни напрямку тренду вихідної послідовності. Варто зазначити, що міри не лише вказують на потенційне розгортання періодів фінансової нестабільності, але й вказують на зниження складності та збільшення рівня шуму в системі.

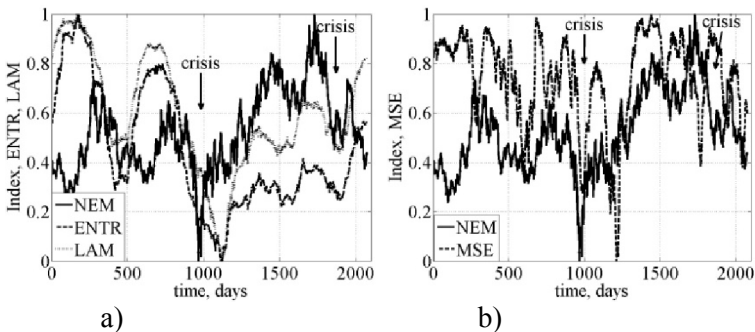


Рис. Динаміка рекурентних (а) та ентропійних мір складності (б) ряду історичних цін на акції компанії Newmont

Так, очевидно, що у процесі наростання кризових явищ усі вищезазначені показники виявляють тенденцію до зниження: зменшується детермінованість системи та її схильність до періодичної зміни станів, знижуються ламінарність та тривалість паралельного руху траєкторій у фазовому просторі. Поглиблення деструктивних явищ у системі призводить до суттєвого зниження загального рівня складності. При цьому варто звернути увагу, що за однакових значень параметрів розрахунку графіки рекурентних показників є більш плавними. Окрім того, їм властиве суттєве випередження динаміки вихідної послідовності, що обумовлює можливість їх використання у процесі моніторингу і прогнозування цін на акції світових компаній.

4. Висновки. Дослідження дозволило виявити переваги застосування рекурентних та ентропійних мір. Очевидною є висока універсальність методу та незалежність показників від

масштабів діяльності підприємства.

Як міри, засновані на діагональних лініях, так і показники, що обчислюються на базі горизонтальних ліній, чітко ідентифікують настання майбутніх періодів нестабільності, а відтак можуть слугувати надійними індикаторами-передвісниками кризових ситуацій.

Одним із актуальних шляхів використання підходу є адаптація та подальше включення інструментів аналізу рекурентностей до групи індикаторів-передвісників у складі системи підтримки прийняття рішень з метою захисту приватних капіталовкладень та зниження потенційних ризиків інвестування.

Список використаної літератури:

1. Соловйов В.М. Рекурентний аналіз фінансових криз // В.М. Соловйов, В.В. Щерба, А.В. Батир // Вісник УБС НБУ: зб. наукових праць. – 2011. – №3 (12). – С. 315-318
2. Poincare H. Sur la problem destroiscorps et le sequations de la dynamique [Електронний ресурс] / H. Poincare // Acta Mathematica. –1890. – №13.– Режим доступу: http://upcommons.upc.edu/video/bitstream/2099.2/241/7/241_Article.pdf
3. Marwan N. Recurrence Plots for the Analysis of Complex Systems [Електронний ресурс] / N. Marwan, M. C. Romano, M. Thiel // PhysicsReports. –2007. – Режим доступу: <http://www.pik-potsdam.de/members/kurths/publikationen/2007/305.pdf>
4. Соловйов В.М. Рекурентні міри як метод кількісної оцінки складності // В.М. Соловйов, А.В. Батир // Вісник КНУТД. – 2012. - №5 (67). – С.254-257.
5. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике / К. Шеннон. – М.: Изд. иностр. лит., 2002. – 523 с.
6. Соловйов В.М. Порівняльний аналіз рекурентних мір та методу Лемпеля-Зіва як засобів оцінки складності фінансово-економічних систем // В.М. Соловйов, А.В. Батир // Наука й економіка (науково-теоретичний журнал Хмельницького економічного університету). – 2012. - №2 (28), т.1. – С.91-94.
7. Соловйов В.М. Використання теорії складних систем для дослідження економіки // В.М. Соловйов, І.О. Стратійчук // Вісник Черкаського університету. – 2012. - №33 (246). – С.59-67.