В.Д.Дербенцев, доцент
А.А.Ганчук, аспірант,
В.М.Соловйов, д-р фіз.-мат. наук,
Київський національний економічний університет

КОРЕЛЯЦІЙНІ ВЛАСТИВОСТІ РИНКУ ЦІННИХ ПАПЕРІВ В КАТАСТРОФІЧНИХ І ШОКОВИХ УМОВАХ

Одним з найважливіших економічних явищ останнього десятиліття стала глобалізація світової економіки, що виявляється у фінансовій сфері найбільш помітно [1]. Очевидно, що глобалізація, будучи об'єктивним процесом, яка збільшує економічну ефективність на загальносвітовому рівні, може мати негативну дію на окремі країни, що необхідно враховувати при розробці економічної політики. Зокрема, глобалізація посилила нестійкість фінансових систем, в першу чергу, країн з ринками, що формуються. Це яскраво продемонстрували азіатська і російська кризи 1997-1998 рр. [2]

Принципове значення має прогнозування екзогенних шокових явищ, типу 11 вересня 2001 р. В [3] ми показали, що відомі методи прогнозування критичних явищ (які використовують коефіцієнти Херста і Холдера, зміну коефіцієнтів кореляції у передкризовий період тощо) не в змозі передбачити шокове явище.

В даній роботі ми досліджуємо динаміку самоорганізованої кластерної структури світових фондових ринків в період шоку 11 вересня 2001 року. У якості бази даних візьмемо індекси інвестиційної привабливості розвинених і країн, що розвиваються, які обраховуються міжнародною компанією Morgan Stanley Capital International (MSCI – www.msci.com).

Побудуємо на основі нормалізованих прибутковостей

$$g_i(t) = \frac{G_i(t) - \langle G_i \rangle}{\sigma_i}$$

матрицю

$$C_{ij} = \left\langle g_i(t) g_j(t) \right\rangle \text{ , (1)}$$

яка відображає кореляцію між активами i, j. При цьому величина

$$G_i(t) \equiv \ln S_i(t + \Delta t) - \ln S_i(t)$$

називається прибутковістю $i-$го активу $S_i(t)$, Δt- часовий лаг. $\sigma_i = \sqrt{\left\langle G_i^2 \right\rangle - \left\langle G_i \right\rangle^2}$ - стандартне відхилення G_i. Дужки $\left\langle \cdots \right\rangle$ означають середнє за досліджуваний проміжок часу.

Ми вивчали кластеризацію активів країн, використовуючи кореляційну матрицю прибутковостей активів з простим перетворенням кореляцій в відстані, одержуючи зв'язний граф [4]. У графі вузли відносяться до активів країн, а відстані між ними одержуються з кореляційних коефіцієнтів. Кластери активів країн можуть бути ідентифіковані на мінімальному зв'язному дереві, або з аналізу компонентів власних векторів, які відповідають найбільшим власним значенням кореляційної матриці [5].

Очевидно, що коефіцієнти кореляції (1) формують матрицю $N \times N$ з елементами $-1 \le c_{ij} \le 1$. Її можна трансформувати в матрицю відстаней тієї ж розмірності з елементами $d_{ij} = \sqrt{2(1 - c_{ij})}$, $2 \ge d_{ij} \ge 0$. Легко показати, що ці коефіцієнти задовольняють трьом аксіомам метрики: 1. $d_{ij} = 0$ при $i = j$; 2. $d_{ij} = d_{ji}$; 3. $d_{ij} \le d_{ik} + d_{kj}$. Сформована матриця відстаней D використовується для побудови мінімального остівного дерева (minimum spanning tree - MST), яке зв'язує n активів. MST дозволяє виявити геометричні аспекти кореляцій, присутніх між парами активів. По суті MST – це граф з n вершинами і $n-1$ дугами [4].

MST дозволяє нам отримати матрицю субдомінантної ультраметрики $D^{<}(\Delta t)$, елементи якої $d^{<}{}_{ij}(\Delta t)$ повинні задовольняти наступним аксіомам: 1) $d^{<}{}_{ij} = 0 \Leftrightarrow i = j$ 2) $d^{<}{}_{ij} = d^{<}{}_{ji}$ 3) $d^{<}{}_{ij} \le Max\left\{d^{<}{}_{ik}, d^{<}{}_{kj}\right\}$. Для їх визначення потрібно знайти максимальну довжину ланки найкоротшого шляху між елементами i та j по дереву. За матрицею $D^{<}(\Delta t)$ будується ієрархічне дерево, яке дозволяє виявити таксономічні (систематичні) аспекти кореляцій, присутніх між парами активів.

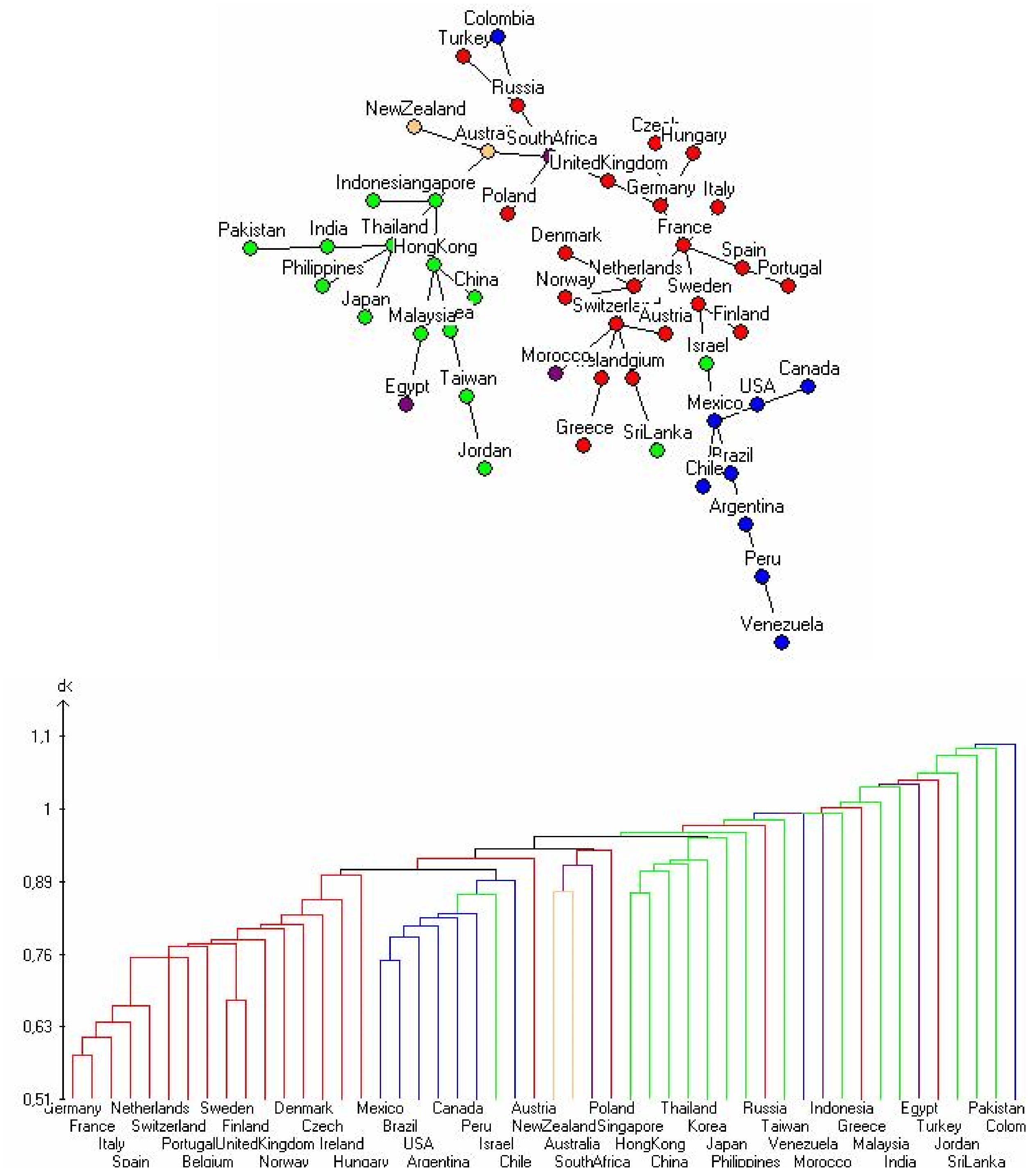

Рис. 1. Структура мінімального зв'язного (верхня частина рисунку) та ієрархічного (нижня частина) дерев у до шоковий період

Дослідимо структури мінімального зв'язного та ієрархічного дерев до, у період та після вересневих подій 2001 року в Америці. Часове вікно, обране для послідовних побудов дерев, складає T=200 днів. Слід відмітити, що T/N=4, що свідчить про коректність застосування теорії випадкових матриць [5].

Виконаємо побудови мінімального зв'язного (нижня частина на рисунках 1-3) та ієрархічного (верхня частина) дерев з часовим вікном, яке розташоване до вересневих подій (рис.1), включає вересневі події (рис.2) та після них (рис.3). Помітні різниці між структурами дерев у всіх трьох випадках.

З рисунку 1 видно наявність трьох груп країн, які зв'язані між собою і формують три потужних кластери: європейський (Франція, Німеччина, Італія, Іспанія, Нідерланди та ін.), азійський (Сінгапур, Гонконг, Китай, Тайвань та ін.) і американський кластера (нараховує 8 країн, з якими сильно зв'язаний Ізраїль). На МЗД країни з одного кластеру пов'язані між собою. Країни, у яких відсутня, або незначна системна кореляція, входять до певного кластера здебільшого випадковим чином без відносно до географічного положення. Такими є, наприклад, Колумбія (приєднана до європейського кластеру), Єгипет (азійський кластер), або Марокко (європейський кластер). Звернемо також увагу на ту обставину, що зв'язність країн в кластері істотно відрізняється. Так, Франція має 5 найближчих сусіда, Таїланд, Німеччина – 4, Іспанія, США – 2. Взагалі, величина зв'язності складної системи (а модельований ринок цінних паперів є саме таким) є надзвичайно важливою характеристикою і має цікаві властивості (див. для огляду, наприклад [6]).

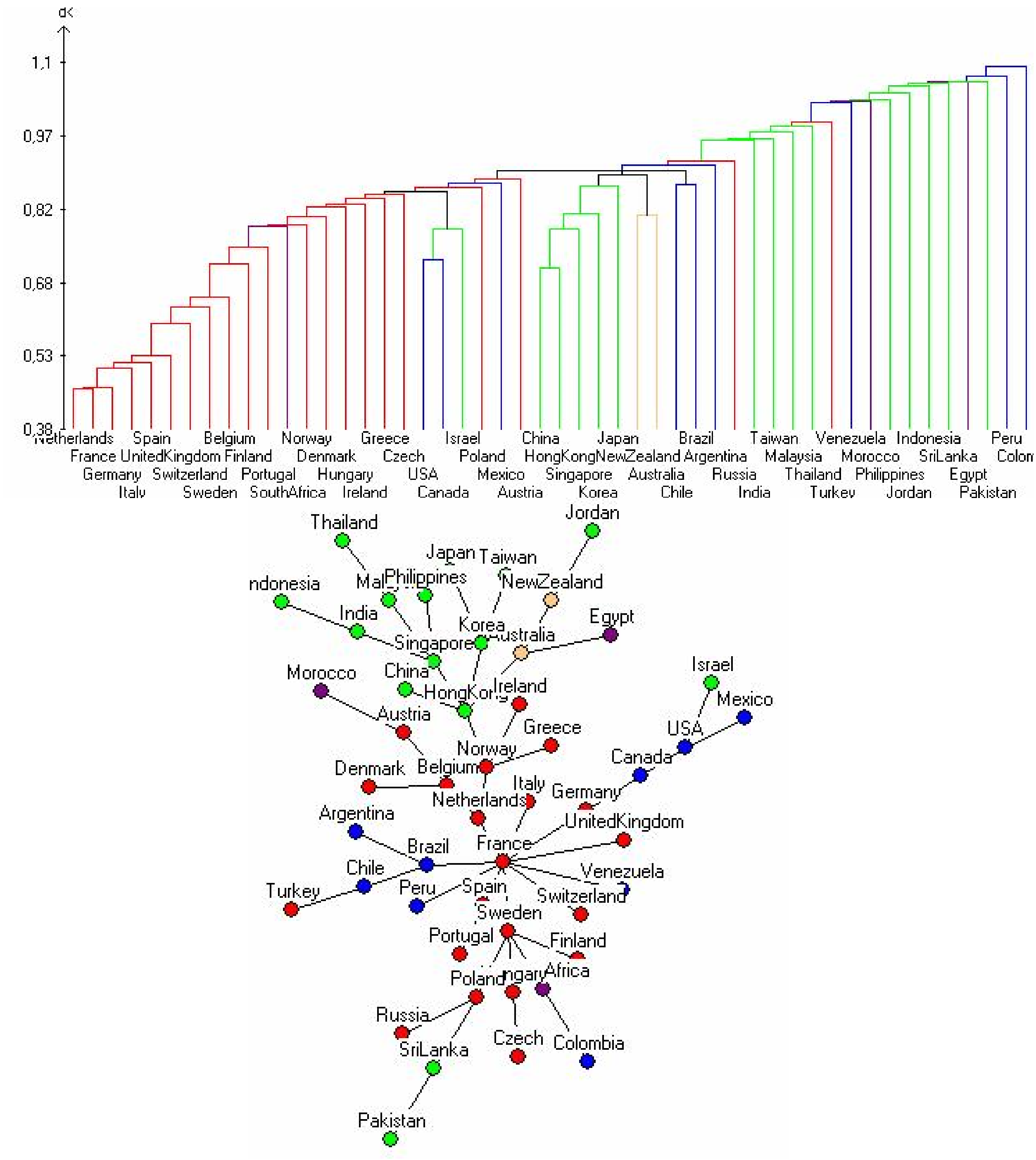

Рис. 2 Структура дерев за проміжок з лютого по листопад 2001

Після вересневих подій відбулися значні зміни в усіх кластерах. Головна з них – розпад Американського кластера. Тепер він складається лише з трьох країн (США, Канада та Ізраїль). Європейський кластер став ще більш потужнішим і включає майже всі країни Європи (крім Росії, Австрії та Туреччини). Від Азіатського кластера відокремились Таїланд та Філіппіни.

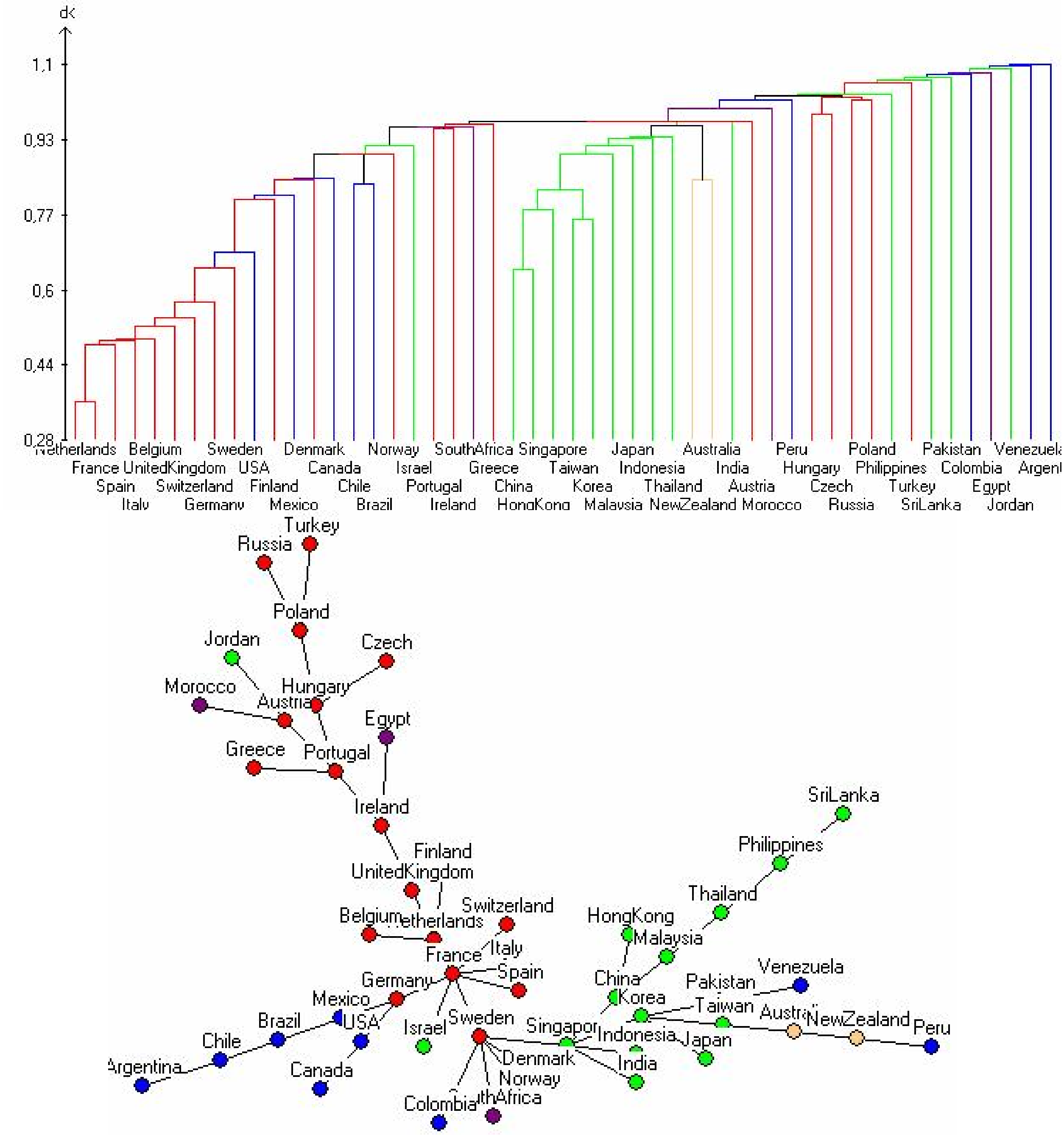

Рис. 3 Структура дерев за проміжок з лютого по жовтень 2003

Розпався Європейський кластер. Тепер він нараховує лише десяток країн. Навіть після двох років Американський кластер не відновився, хоча на МЗД більшість країн з Американського континенту мають зв’язки між собою. Більш того, тепер ці країн скоріше можна віднести до Європейського кластера. Чітко видно потужний Азіатський кластер. До нього входять майже всі країни цієї частини світу. МЗД, майже як і в першому випадку, показує, що країни одного континенту пов'язані між собою.

Однією із важливих топологічних характеристик графа мінімального зв'язного дерева є степінь його вершин (кількість дуг при вершині). Для випадкового графа Ердаша-Рені степінь вершини має розподіл Пуассона, в той час як в багатьох інших випадках (Internet, соціально-економічні системи) цей показних має степеневий закон розподілу, що свідчить про наявність кореляцій [6]).

Розглянемо зміну значення максимального степеня вершини протягом усього часу спостереження (рис. 4).

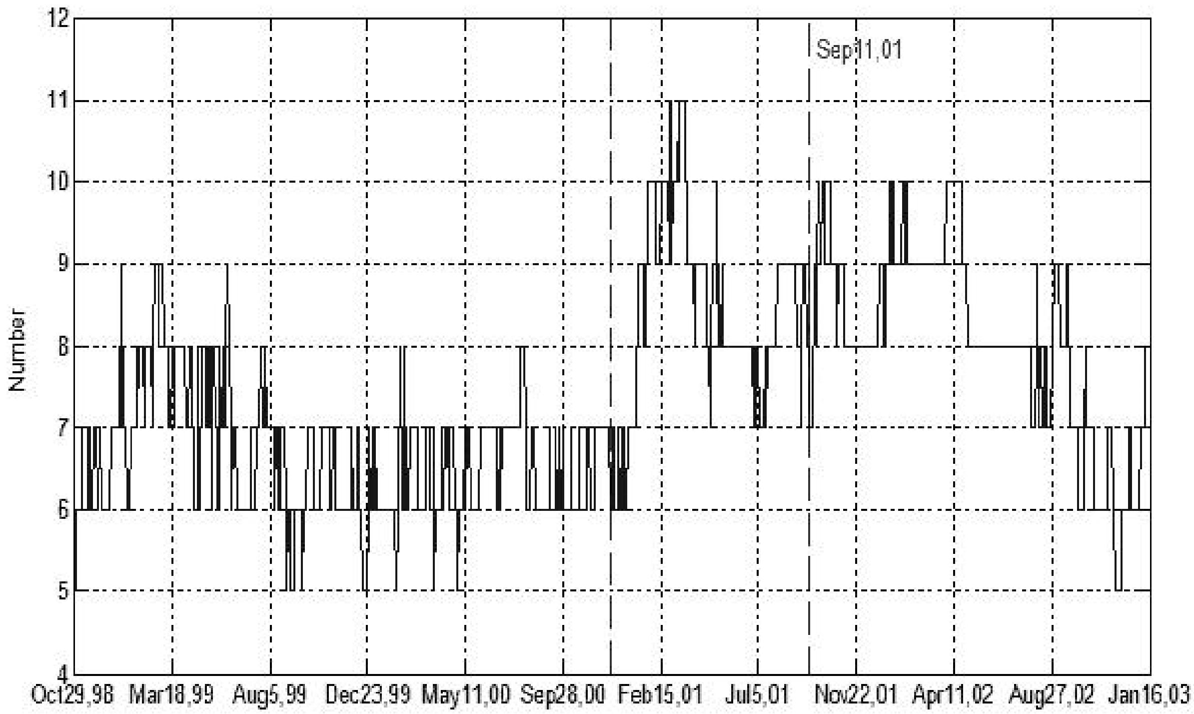

Рис. 4 Зміна значення максимального степеня вершини протягом часу спостереження

З наведеного графіка можна зробити один головний висновок: вересневі події спричинили зростання максимального степеня вершини на МЗД (до 11), який до цього коливався в межах від 5 до 8, причому країною, в якої відбулося стрімке зростання кількості зв'язків, є Франція.

Таким чином, слідкуючи за структурними змінами взаємних кореляцій, можна будувати відповідні передвісники кризових явищ. Аналіз кластерів, які формуються на деревах, зображених на рис.1-3, свідчить про те, що дослідження кореляційних процесів дозволяють відслідковувати процеси самоорганізації на сучасних ринках [7], а також проводити класифікацію активів по групам за різними ознаками: географічними регіонами, професійними чи корпоративними інтересами тощо.

Література:

1. Рубцов Б.М. Мировые фондовые рынки: проблемы и тенденции развития // Дисс. соиск. уч. ст. доктора эконом. наук –М., 2000, 440 с.
2. Энтов Р.М., Луговой О.В., Пащенко С.А., Полевой Д.И., Скрипкин Д.Б. Финансовые рынки в переходной экономике: некоторые проблемы развития.-М.: ИЭПП, 2003.-171с.
3. Дербенцев В.Д., Соловйов В.М., Сердюк О.В. Передвісники критичних явищ в складних економічних системах // Моделирование нелинейной динамики экономических систем - Донецк, ДонНУ, 2005, № 1.-С.5-13
4. R.N. Mantegna, Hierarchical structure in financial markets, Eur. Phys. J. B25 (1999) 193–197
5. Plerou,V., Gopikrishnan P., Rosenow B., Amaral N.L.A., Guhr T., Stanley H.E. Physical Review E, Vol 65, 066126, 2002
6. Newman M.E.J. The Structure and Function of Complex Networks // SIAM Review, 2003, v.45, №2.-P.187-256
7. Onella J.-P., Chakraborti A., Kaski K., Kertesz J. Dynamic asset trees and Black Monday // Physica A, 2003, v.324.-P.247-252