

НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
імені М. П. ДРАГОМАНОВА

На правах рукопису

**ШОКАЛЮК Світлана Вікторівна**

УДК 372.8004+371.385

**МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ КОМП'ЮТЕРИЗАЦІЇ  
САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТАРШОКЛАСНИКІВ  
У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ  
МАТЕМАТИЧНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ**

13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика)

Дисертація на здобуття наукового ступеня  
кандидата педагогічних наук

Науковий керівник:

**СЕМЕРІКОВ Сергій Олексійович,**  
кандидат педагогічних наук, доцент

Київ – 2009

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>4</b>
<b>РОЗДІЛ 1</b>	
<b>ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ПІДТРИМКИ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ.....</b>	<b>13</b>
1.1. Самостійна робота в системі навчально-пізнавальної діяльності старшокласників.....	13
1.1.1. Поняття «самостійна робота» у психолого-педагогічній літературі .....	13
1.1.2. Комп'ютерно-орієнтовані самостійні роботи .....	25
1.2. Напрями комп'ютеризації самостійної роботи учнів.....	28
1.3. Особливості комп'ютеризації самостійної роботи учнів з використанням технологій дистанційного навчання .....	41
1.3.1. Впровадження технологій дистанційного навчання у практику роботи шкіл України.....	41
1.3.2. Методичні аспекти організації самостійної роботи старшокласників з використанням технологій дистанційного навчання .....	45
1.3.2.1. Типи та моделі дистанційного навчання .....	45
1.3.2.2. Педагогічні технології дистанційного навчання .....	50
1.3.2.3. Інформаційні технології дистанційного навчання .....	63
1.3.3. Переваги організації самостійної роботи учнів з використанням технологій дистанційного навчання .....	69
1.3.4. Вимоги та рекомендації щодо організації самостійної роботи учнів з використанням технологій дистанційного навчання .....	71
1.4. Місце програмних засобів комп'ютерної математики у системі шкільної освіти .....	74
Висновки до розділу 1 .....	88

**РОЗДІЛ 2**

**МЕТОДИЧНА СИСТЕМА КОМП'ЮТЕРИЗАЦІЇ  
САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ  
ВИВЧЕННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ  
МАТЕМАТИЧНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ..... 90**

2.1. Методика навчання мережної системи комп'ютерної математики	
Sage .....	90
2.1.1. Початок роботи з Sage .....	91
2.1.2. Організація роботи з виразами: правила введення, обчислення значень, перетворення .....	97
2.1.3. Робота з графікою в Sage.....	107
2.1.4. Розв'язування рівнянь та систем рівнянь .....	116
2.1.5. Операції з векторами та матрицями .....	120
2.1.6. Початки аналізу .....	123
2.1.7. Розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.....	128
2.1.8. Розв'язування задач комбінаторики.....	133
2.1.9. Програмування в Sage .....	137
2.2. Організація самостійної роботи старшокласників з вивчення програмного забезпечення математичного призначення з використанням технологій дистанційного навчання .....	142
2.3. Організація, проведення та результати педагогічного експерименту....	163
Висновки до розділу 2 .....	180
<b>ВИСНОВКИ .....</b>	<b>182</b>
<b>ДОДАТКИ.....</b>	<b>185</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>224</b>

## ВСТУП

**Актуальність дослідження.** Основним завданням сучасної школи є формування інтелектуально й соціально компетентної особистості, здатної самостійно творчо мислити і діяти, застосовувати набуті знання в нестандартних ситуаціях та готової до навчання протягом всього життя. В умовах переходу системи освіти України від закритого навчального середовища до відкритої та неперервної освіти формування умінь самостійної роботи учнів набуває особливої значимості.

Розробці теоретико-методологічних засад організації самостійної роботи (визначенню сутності, структури та впливу самостійної роботи на якість навчання) присвячені дослідження Б. П. Єсипова [51], П. І. Підкасистого [195], Р. Б. Сроди [266], А. В. Усової [287], Т. І. Шамової [300] та інших науковців; вивченню психологічного аспекту самостійної пізнавальної діяльності, психологічної готовності учнів до самостійної роботи та самоосвіти присвячені роботи Д. Б. Богоявленської [14], П. Я. Гальперіна [30], О. М. Леонтьєва [124–125], Н. О. Менчинської [154], А. В. Петровського [192], К. К. Платонова [197], Г. С. Костюка [109], С. Л. Рубінштейна [230–231], Т. Л. Панченко [186] та інших; педагогічні умови організації самостійної роботи учнів та студентів при навчанні різних дисциплін є предметом дисертаційних досліджень В. М. Буринського [19], Н. В. Ванжи [22], С. М. Григулич [42], К. В. Змієвської [78], Т. М. Лободи [131], В. В. Молодцової [157], В. Д. Мороза [173], О. О. Пінського [196] та інших.

Свідченням ефективності застосування сучасних інформаційно-комунікаційних технологій як засобу організації та підтримки самостійної роботи учнів та студентів є результати дисертаційних досліджень О. В. Ващук [23], С. Є. Коврової [94], П. М. Маланюка [140], К. С. Собеніної [264] та інших.

Свідченням ефективності програмного забезпечення математичного призначення щодо підтримки навчання математики, фізики, інформатики та інших предметів у середній та вищій школі є багаточисельні роботи представників вітчизняної школи теорії та методики навчання інформатики під керівни-

цтвом М. І. Жалдака [65; 66; 53; 213; 68] – Т. Л. Архіпової [8], Є. Ф. Вінниченка [61], О. В. Вітюка [57], М. С. Голованя [35], О. М. Гончарової [37], Ю. В. Горошка [39; 61], О. Б. Жильцова [60], Т. В. Зайцевої [72], В. І. Клочка [15; 89; 90], Т. Г. Крамаренко [111], Ю. М. Красюк [112], Ю. Г. Лотюка [133], І. В. Лупан [135], А. В. Пенькова [191], С. А. Ракова [216–219], Ю. С. Рамського [63; 224–226], С. О. Семерікова [250], О. А. Смалько [256], Є. М. Смирнової-Трибульської [261], Ю. В. Триуса [65; 136; 282; 283; 281], Т. І. Чепрасової [296] та інших. Авторським колективом під керівництвом М. І. Жалдака розроблено програмно-методичний комплекс GRAN, який на сьогодні є стандартним прикладним програмним забезпеченням для підтримки навчальних математичних досліджень.

Концепція мережеорієнтованих обчислень, запропонована С. Мак-Нілі [328] під гаслом «Мережа – це комп'ютер», в останнє десятиріччя призвела до появи нового класу програм, зорієнтованих на роботу в Web-середовищі. Такий спосіб роботи суттєво знижує вимоги до апаратури мережного терміналу та мінімізує вартість його прикладного програмного забезпечення, що є важливим фактором для вітчизняної системи освіти. Тому перспективним в організації самостійної роботи учнів є застосування мобільного програмного забезпечення, незалежного від використовуваної операційної системи та апаратної платформи, що працює у мережному середовищі. Особливо значний ефект від застосування концепції мережеорієнтованих обчислень може бути досягнутий в математичних програмних засобах, традиційно вимогливих до швидкодії комп'ютерної системи та обсягу використовуваної пам'яті.

Освітній потенціал мережних інформаційно-комунікаційних технологій, у тому числі програмних засобів для дистанційного навчання, розкрито у роботах Л. В. Брескіної [17], Н. В. Буркіної [20], І. С. Іваськіва [81], Н. В. Морзе [164; 165; 166; 170], Ю. С. Рамського [223], О. В. Резіної [228], М. А. Умрик [285] та інших.

Проте як у вітчизняній, так і в зарубіжній методиці навчання інформатики мережеорієнтована модель комп'ютеризації самостійної роботи учнів у про-

цесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення залишається практично нерозробленою, що породжує суспільно значуще протиріччя між потенціалом методичної системи комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення та реальною педагогічною практикою. Усунення цього протиріччя шляхом об'єднання програмних засобів дистанційного навчання та комп'ютерної математики в єдиному динамічному мережному навчальному середовищі і визначає актуальність теми дослідження «Методичні засади комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення».

**Зв'язок роботи з науковими програмами, темами.** Дисертаційне дослідження виконано відповідно до тематичного плану наукових досліджень кафедри теоретичних основ інформатики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова «Теоретичне обґрунтування і розробка комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математики і інформатики в середніх загальноосвітніх і вищих педагогічних навчальних закладах» (код державної реєстрації 0198U001678) і «Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання природничих дисциплін в середніх загальноосвітніх і вищих педагогічних навчальних закладах» (код державної реєстрації 0101U002751).

Тема затверджена на засіданні Вченої ради Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова 30 березня 2007 року (протокол №9) та узгоджена в Міжвідомчій раді з координації наукових досліджень в галузі педагогіки та психології в Україні при АПН України 24 лютого 2009 року (протокол № 1).

**Мета дослідження** полягає в теоретичному обґрунтуванні та розробці комп'ютерно-орієнтованої методичної системи організації самостійної роботи учнів старших класів загальноосвітніх шкіл з вивчення програмного забезпечення математичного призначення.

Для досягнення мети розв'язувались наступні **завдання**:

1. Провести психолого-педагогічний аналіз проблеми організації само-

стійної роботи старшокласників у процесі навчання інформатики;

2. Визначити напрями комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення;

3. Дослідити можливості інтеграції систем дистанційного навчання та комп'ютерної математики у діяльнісне середовище для підтримки самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення;

4. Запропонувати методику навчання мережної системи комп'ютерної математики Sage;

5. Розробити методичну систему комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення на основі інноваційних технологій;

6. Розробити показники рівнів сформованості умінь самостійно проводити дослідження за допомогою мережних систем комп'ютерної математики;

7. Експериментально перевірити ефективність побудованої методичної системи.

**Об'єкт дослідження** – самостійна робота учнів старших класів загальноосвітніх шкіл з інформатики.

**Предмет дослідження** – інноваційні технології організації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення.

Для розв'язання поставлених завдань застосовувались такі **методи досліджень**:

а) *теоретичні* – аналіз державних галузевих стандартів середньої та вищої освіти, навчальних програм, підручників і навчальних посібників, монографій, дисертаційних досліджень, статей і матеріалів науково-методичних конференцій з проблеми дослідження, з питань інформатики та методики її навчання в середній школі, проблем застосування сучасних мережних технологій навчання інформатики (розділ 1, розділ 2); класифікація, систематизація теоре-

тичних та емпіричних даних, порівняльний аналіз, узагальнення (розділ 1, пп. 1.2, 1.3, 1.4);

б) *емпіричні* – аналіз результатів навчання учнів старших класів у відповідності до проблеми дослідження, статистичне опрацювання результатів, цілеспрямовані педагогічні спостереження, бесіди з вчителями та учнями, анкетування, тестування; аналіз досвіду роботи вчителів за основними положеннями дослідження (розділ 1, п. 1.2, розділ 2, пп. 2.2, 2.3).

Вибір методів дослідження визначався особливостями розв’язуваних завдань.

**Наукова новизна дослідження** полягає в тому, що автором було:

– *вперше* теоретично та експериментально обґрунтовано компоненти методичної системи комп’ютеризації самостійної роботи учнів старших класів загальноосвітніх шкіл у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення на основі інноваційних технологій;

– *уточнені* поняття комп’ютерно-орієнтованої самостійної роботи та зміст навчального матеріалу розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» шкільного курсу інформатики для класів фізико-математичного, природничого та технологічного профілів;

– *набули подальшого розвитку* методичні основи організації самостійної роботи учнів в умовах впровадження ІКТ та технологій дистанційного навчання.

**Практичне значення одержаних результатів** дослідження полягає у наступному:

1) розроблено компоненти методичної системи комп’ютеризації самостійної роботи учнів старших класів загальноосвітніх шкіл з вивчення програмного забезпечення математичного призначення на основі інноваційних технологій;

2) розроблено і впроваджено в навчальний процес програмно-методичний комплекс навчального призначення, що містить теоретичний навчальний матеріал, систему демонстраційних прикладів, відеоуроки, завдання для практично-



го виконання та тестові завдання, а також засоби для генерування математичних текстів у системі дистанційного навчання MOODLE;

3) створено новий інтерфейс користувача до системи комп'ютерної математики Maxima;

4) розроблено CGI-додаток MaxTeXML для генерації математичних текстів в системі дистанційного навчання MOODLE;

5) виконано інтеграцію мережної системи комп'ютерної математики Sage та системи дистанційного навчання MOODLE.

**Особистий внесок здобувача.** У працях, опублікованих у співавторстві, автору належать такі результати:

1. Досліджено можливості використання нових апаратних платформ для організації дистанційного та мобільного навчання інформаційних технологій математичного призначення ([27]; [240]; [241]; [245]; [275]; [312]);

2. Досліджено дидактичні можливості використання пристроїв класу «електронна книга» ([274]);

3. Створено новий інтерфейс користувача до системи комп'ютерної математики Maxima на основі MathML та Python ([97]; [130]; [242]; [315]);

4. Досліджено можливості інтеграції систем комп'ютерної математики у систему дистанційного навчання MOODLE та створено CGI-додаток MaxTeXML для генерації математичних текстів у системі дистанційного навчання MOODLE ([308]);

5. Обґрунтовано можливість і доцільність використання мобільного програмного забезпечення математичного призначення в процесі навчання фізики ([310]).

6. Розроблено узагальнену схему інтеграції нового програмного забезпечення у мережну систему комп'ютерної математики Sage, досліджено засоби організації розподілених обчислень та реалізовано класи завадостійких кодів у компонентах Sage ([202]; [203]; [232]; [316]).

7. Обґрунтовано можливість використання мережної системи комп'ютерної математики Sage для дослідження складних систем ([265]).

8. Досліджено можливості використання інноваційних інформаційно-комунікаційних технологій у післядипломній педагогічній освіті ([108]; [309]).

Апробація і впровадження результатів дослідження здійснювались:

– у процесі експериментального навчання в школах м. Кривого Рогу за навчальним посібником, розробленим автором;

– при вивченні курсу методики навчання інформатики на фізико-математичному факультеті Криворізького державного педагогічного університету (КДПУ);

– при вивченні окремих тем курсу інформатики студентами спеціальностей «Інформатика», «Фізика та основи інформатики», «Математика та основи інформатики» КДПУ;

– при керівництві курсовими та дипломними роботами з методики навчання інформатики студентів фізико-математичного факультету КДПУ;

– при керівництві конкурсними роботами за напрямком «Інформатика»;

– у процесі навчання курсів «Комп'ютерні технології в навчанні» та «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях» на спеціальностях «Інформатика», «Фізика та основи інформатики», «Математика та основи інформатики» КДПУ;

– у процесі експериментального навчання студентів фізико-математичного факультету КДПУ за програмою «Intel. Навчання для майбутнього».

Основні положення і результати дослідження доповідались, обговорювались на:

– Міжнародній науково-практичній конференції «Модернізація освіти: пошуки, проблеми, перспективи» (Київ–Переяслав-Хмельницький, 2006);

– Міжнародній науково-практичній конференції студентів та молодих науковців «Молодий науковець XXI століття» (Кривий Ріг, 2008);

– Міжнародній науково-методичній конференції «Проблеми математич-

ної освіти» (Черкаси, 2009);

– Всеукраїнській науково-методичній конференції «Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій технічній школі» (Кривий Ріг, 2003);

– VIII Всеукраїнській науково-практичній конференції «Молодь, освіта, наука, культура і національна самосвідомість» (Київ, 2005);

– V, VI, VII Всеукраїнській науково-практичній конференції «Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін» (Кривий Ріг, 2005, 2006, 2008);

– III Всеукраїнській науково-практичній конференції «Комп'ютери в навчальному процесі» (Умань, 2005);

– IV, V, VI Міжнародній науково-технічній конференції «Комп'ютерні технології в будівництві» (Київ–Севастополь, 2006, 2007, 2008);

– Другій Всеукраїнській науково-практичній конференції «Інноваційні технології навчання в сучасній дидактиці вищої школи» (Полтава, 2007);

– VII Всеукраїнській науково-практичній конференції «Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці та освіті» (Кривий Ріг, 2007);

– VI Всеукраїнській конференції молодих науковців «ІТОНТ-2008» (Черкаси, 2008);

– II Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів, аспірантів та науковців «Інформаційні технології в професійній діяльності» (Рівне, 2008);

– Всеукраїнській науково-практичній конференції «Теоретичні та прикладні аспекти використання інформаційних технологій у вищій і загальноосвітній школах» (Тернопіль, 2008);

– Всеукраїнській науково-практичній конференції «Освітнє середовище як методична проблема» (Херсон, 2008);

– Міжвузівській науково-практичній конференції «Актуальні проблеми технічних, природничих та соціально-гуманітарних наук в забезпеченні цивільного захисту» (Черкаси, 2008).

Результати дослідження обговорювалися на засіданні Всеукраїнського науково-методичного семінару «Актуальні проблеми методики навчання інфо-

матики» (Київ, НПУ імені М. П. Драгоманова, кафедра теоретичних основ інформатики, 2009), на засіданнях науково-методичного семінару кафедри інформатики та прикладної математики Криворізького державного педагогічного університету (2006–2009), на засіданні науково-методичного семінару кафедри інформаційних технологій Черкаського державного технологічного університету (2009), на засіданнях кафедри математичних методів та інформаційних технологій в економіці Запорізького інституту економіки та інформаційних технологій (2006–2009), а також апробовані шляхом публікацій.

Впровадження результатів дисертаційного дослідження у педагогічну практику підтверджується довідками Криворізької загальноосвітньої школи І–ІІІ ступенів № 130 (довідка № 484 від 18.05.09 р.), Криворізького науково-технічного металургійного ліцею № 81 (довідка № 304 від 18.05.09 р.), Криворізького державного педагогічного університету (довідка № 7/05 від 15.05.09 р.), Криворізького відокремленого підрозділу Запорізького інституту економіки та інформаційних технологій (довідка № 27 від 05.06.09 р.).

**Публікації.** За матеріалами дослідження опубліковано 32 роботи, з них 9 статей у фахових виданнях [100; 108; 242–241; 274; 306; 310; 311], з яких 3 одноосібні [100; 306; 311], один навчальний посібник [313], 5 статей у збірниках наукових праць [27; 98; 99; 103; 245] та 17 матеріалів і тез конференцій, семінарів [97; 101; 102; 104; 130; 202; 203; 232; 265; 275; 315; 316; 307; 308; 309; 312; 314].

**Структура роботи.** Структура дисертації і логіка подання матеріалу відображає послідовність розв’язування основних завдань дослідження. Дисертація складається зі вступу, двох розділів, списку використаних джерел (329 найменування, з них 10 іноземними мовами), дванадцяти додатків. Загальний обсяг дисертації 261 сторінка, з них 184 сторінки основного тексту. Робота містить 61 рисунок і 20 таблиць.

**РОЗДІЛ 1**

**ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ КОМП'ЮТЕРНОЇ  
ПІДТРИМКИ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТАРШОКЛАСНИКІВ У  
ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ  
МАТЕМАТИЧНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ**

**1.1. Самостійна робота в системі навчально-пізнавальної діяльності  
старшокласників**

*Навчальна діяльність* учня розглядається як діяльність з оволодіння загальними способами навчальних дій і саморозвитку у процесі розв'язання поставлених вчителем навчальних задач, на основі зовнішнього контролю й оцінювання, що переходять у самоконтроль і самооцінювання (І. О. Зімня [76]).

У старшому шкільному віці навчальна діяльність характеризується якісно новим змістом, складовими якого є розвиток самостійності, творчого підходу до розв'язування, уміння самостійно приймати рішення на підставі аналізу й критичного осмислення існуючих прецедентів. За таких умов на перший план висувається проблема підготовки молодого покоління до самостійної навчальної діяльності. При цьому основним засобом залучення до самостійної навчальної діяльності або провідною формою її організації є самостійна робота.

**1.1.1. Поняття «самостійна робота» у психолого-педагогічній літературі.** Одне із перших визначень самостійної роботи в умовах класно-урочної системи традиційної загальноосвітньої школи належить Б. П. Єсипову [51, 15]. Самостійною він називає таку роботу учня, що виконується без безпосередньої участі вчителя, але за його завданням у спеціально відведений для цього час; при цьому учні свідомо прагнуть досягти поставленої в завданні мети і виражають в тій або іншій формі результати своїх дій (розумових або фізичних).

Розширене тлумачення самостійної роботи наводить А. В. Усова, яка самостійною називає таку роботу учнів, що виконується ними у спеціально відведений час за завданнями й під контролем вчителя, але за умов відсутності його

го безпосередньої участі, у спеціально відведений час; при цьому учні свідомо намагаються досягти поставленої мети, докладаючи розумових зусиль, а результати розумових та фізичних дій подають у тій чи іншій формі (усна відповідь, графічна побудова, розрахунки, опис та аналіз дослідів, розрахунки тощо) [287].

В енциклопедії освіти самостійна навчальна робота визначається як специфічна *форма навчальної діяльності*, що виконується на класних, позакласних заняттях чи вдома під безпосереднім або опосередкованим керівництвом учителя, який передбачає конкретну мету, завдання, способи і методи її організації [49,803].

П. І. Підкасистий під самостійною роботою розуміє такий *засіб навчання*, що:

– характеризується відповідністю конкретній дидактичній меті та завданню;

– виробляє в учня психологічну установку на самостійне систематичне поповнення знань і оволодіння вміннями орієнтуватися в потоці знань;

– є, з одного боку, умовою самоорганізації та самодисципліни учня в оволодінні методами пізнавальної діяльності, а з іншого – засобом педагогічного впливу та управління самостійною пізнавальною діяльністю учнів у процесі навчання [195, 149].

Г. К. Селевко розглядає самостійну роботу учня як *форму* та *засіб* індивідуалізації навчання, що спирається на принципи відкритого навчання [237, 359].

Самостійну роботу як *метод навчання* трактує В. Г. Крисько. При цьому науковець зазначає, що застосування методу самостійної роботи ґрунтується на індивідуальній активності учнів на етапі закріплення знань, умінь та навичок, а також у процесі підготовки до занять [115].

Аналізуючи різні підходи до визначення поняття «самостійна робота», О. М. Королук показав, що переважна більшість науковців (51,4%) розглядають самостійну роботу як *особливий вид навчальної або пізнавальної діяльності*

учня [107].

С. У. Гончаренко самостійну навчальну роботу визначає як різноманітні *види* індивідуальної і колективної *навчальної діяльності* школярів, яка здійснюється ними на навчальних заняттях або вдома за завданнями вчителя, під його керівництвом, однак без його безпосередньої участі. Реалізація настанов вчителя вимагає від учнів активної розумової діяльності, самостійного виконання різних пізнавальних завдань, застосування раніше засвоєних знань [36].

Схоже тлумачення наводить О. П. Рудницька: «самостійна робота учнів – індивідуальна та колективна навчальна діяльність, що здійснюється на навчальних заняттях або вдома під керівництвом учителя, але без його безпосередньої участі» [233].

Діяльнісне визначення самостійної роботи наводить І. О. Зімня [76]. Вона розглядає самостійну роботу як діяльність, спричинену внутрішніми пізнавальними мотивами учня, що організовується і контролюється самим учнем у найбільш зручний, раціональний з його точки зору час, за умов опосередкованого систематичного контролю з боку вчителя.

Р. Б. Срода, також визначаючи самостійну роботу як *вид діяльності*, додає, що при її виконанні учні виявляють максимум активності, творчості, самостійності судження та ініціативи [266].

Л. Г. Вяткін самостійну роботу трактує як такий різновид діяльності учнів, за якого в умовах систематичного зменшення прямої допомоги вчителя виконуються навчальні завдання, що сприяють свідомому й міцному засвоєнню знань, умінь і навичок формування пізнавальної самостійності як риси особистості учня [29, 29].

Змістовий аналіз наукових підходів до визначення поняття «самостійна робота» надає можливість виділити його характеристичні властивості.

1. Самостійна робота старшокласника розглядається як один з різновидів навчально-пізнавальної діяльності, що здійснюється учнем індивідуально, під керівництвом вчителя й спрямована на загальноосвітню та спеціальну (профільну) підготовку.

Як необхідну навчальну діяльність старшокласників самостійну роботу розглядає С. М. Григулич. Дослідник зазначає, що учні старших класів мають об'єктивні потреби в оволодінні самостійною роботою, використовуючи і розвиваючи при цьому свої особисті якості, відповідно до індивідуальних пізнавальних можливостей, вони здатні сприйняти її як особистісну діяльність, готові до її формування, що відповідає їх психологічному розвитку [42].

2. Самостійна робота сприяє формуванню таких важливих рис особистості, як пізнавальна активність, пізнавальна самостійність тощо.

За Б. П. Єсиповим, пізнавальна активність – це свідоме, цілеспрямоване виконання розумової або фізичної роботи, необхідної для опанування знань, умінь та навичок [51, 14].

На думку Н. О. Половникової, пізнавальна активність – це готовність до енергійного опанування знань за наполегливих систематичних вольових зусиль [204, 25].

М. І. Махмутов розглядає пізнавальну активність як виявлення в навчальному процесі вольових, емоціональних та інтелектуальних якостей особистості [148, 44].

Т. І. Шамова розуміє пізнавальну активність як «якість діяльності особистості, яка виявляється у відношенні учня до змісту та процесу діяльності, у його прагненні до ефективного оволодіння знаннями та способами діяльності за оптимальний час, в мобілізації морально-вольових зусиль на досягнення навчально-пізнавальної мети» [299, 48–49].

Характерні особливості змісту поняття «самостійність» виділяє В. А. Козаков: самостійність – це здатність особистості до діяльності в умовах відсутності безпосереднього та постійного керівництва [95].

Важливість формування самостійності як однієї з вольових рис характеру особистості відзначається в роботах П. І. Підкасистого [188, 206], В. О. Сластьоніна та В. П. Каширіна [254]. На думку науковців, самостійність передбачає наявність у людини власних суджень і оцінок явищ оточуючої дійсності, а також свободи у діях і вчинках, незалежність від волі й впливу інших; впевненість у власних силах, критичність розуму, наполегливість у досягненні



поставленої мети, здатність брати на себе відповідальність за власні дії.

С. Л. Рубінштейн [230], А. М. Алексюк [2] та І. М. Чередов [297] відзначають, що самостійність суб'єкта не вичерпується здатністю самостійно виконувати ті або інші завдання.

Самостійність включає істотнішу здатність самостійно, свідомо ставити перед собою завдання, цілі, визначати напрям своєї діяльності. Це вимагає внутрішньої роботи, має передумовою здатність самостійно мислити і пов'язане з виробленням цілісного світогляду. Цей процес інтенсивно йде в підлітковому та юнацькому віці у зв'язку з наближенням пори вступу до самостійного життя. В процесі розвитку самосвідомості у підлітка центр тяжіння все більш переноситься від зовнішнього боку особистості до її внутрішнього боку, від більш-менш випадкових рис особистості до цілісного характеру [230].

Самостійність у здобутті знань передбачає оволодіння складними вміннями й навичками визначати зміст та мету роботи, організовувати власну самоосвіту, вміння по-новому підходити до вирішуваних питань, пізнавальну й розумову активність, здатність до творчості [2].

Самостійність у навчальній діяльності учня напряму пов'язана з самостійністю мислення, що проявляється в умінні бачити нове питання, нову проблему, розв'язати її власними силами, у здатності осмислити різноманіття зв'язків та відношень, виділяючи суттєве [297].

Узагальнюючи погляди І. Я. Лернера, Н. О. Половникової, Л. П. Арістової та Т. І. Шамової, В. М. Пустовойтов під *пізнавальною самостійністю* розуміє: *по-перше*, якість особистості, що включає в себе єдину систему прагнень, здібностей і вмінь власними силами вести пізнавальну діяльність, зокрема, самостійно оволодівати загально-навчальними і спеціальними знаннями, вміннями та навичками з метою вирішення завдань, які є значущими для індивіда як члена суспільства; *по-друге*, систему внутрішніх утворень та їх зовнішніх проявів, якими є практичні дії із самоосвіти. При цьому дослідник зазначає, що однією з найважливіших ознак високого рівня розвитку пізнавальної самостійності старшокласника є підпорядкованість всіх дій учня розв'язанню перспективного, значущого для нього завдання, спрямованість всі-

єї діяльності на досягнення поставленої мети [215, 6–7].

3. Організація самостійної роботи передбачає наявність психологічної готовності до неї тих, хто навчається.

В. О. Моляко [158], М. І. Дяченко та Л. А. Кандибович [47] розглядають психологічну готовність до діяльності в цілому як сукупність мотиваційного, орієнтаційного, операційного, вольового та оціночного компонентів. Мотиваційний компонент визначається системою мотивів діяльності, орієнтаційний – знаннями та уявленнями про особливості, умови та вимоги діяльності, операційний – володінням прийомами, необхідними для здійснення діяльності, вольовий – навичками емоційно-вольової саморегуляції; оціночний – самооцінкою власної підготовленості та відповідності отриманих результатів діяльності із запланованими.

Психологічну готовність старшокласників до самостійної навчальної діяльності можна визначити за Т. Л. Панченко як єдність та взаємозв'язок мотиваційно-ціннісного, когнітивного, емоційно-вольового та операційно-діяльнісного компонентів, які характеризують здатність учня успішно виконувати самостійну роботу у процесі навчання [186]. При цьому дослідник акцентує увагу на сукупності зовнішніх та внутрішніх факторів, що обумовлюють готовність суб'єктів навчання до самостійної роботи, а саме: зміст та рівень складності задач, новизна, творчий характер діяльності; обставини та умови діяльності; особливості стимулювання дій та результатів; мотивація, прагнення досягнення певного результату; прогнозування успішності своїх дій; самооцінка; нервово-психічний стан, стан здоров'я, фізичне самопочуття; особистий досвід мобілізації сил розв'язування складних завдань; рівень самоконтролю, вміння створити оптимальні внутрішні умови для діяльності; відповідність схильностей та здібностей людини характеру обраної діяльності;

4. *Раціональній організації самостійної роботи сприяють наявні загальнонавчальні уміння*: уміння планувати роботу, чітко ставити систему завдань, виділяти серед них головні, обирати способи максимально швидкого економічного розв'язання поставлених завдань, оперативно контролювати його виконання, уміння вносити корективи в самостійну роботу, аналізувати загальні підсумки

роботи, порівнювати ці результати з тим, що було визначено на її початку, виявляти причини відхилень й окреслювати шляхи їх усунення в подальшій роботі тощо.

5. У процесі самостійної пізнавальної діяльності відбувається формування та розвиток умінь самостійної роботи.

Структуру умінь самостійної роботи І. В. Хом'юк [290] подає як синтез чотирьох взаємопов'язаних компонентів – *орієнтаційного, операційного, мотиваційного та результативного*.

*Орієнтаційний компонент умінь самостійної роботи* націлений на розвиток початкового уміння, психологічна структура якого передбачає усвідомлення мети самостійної роботи та пошук способів її виконання, що спираються на раніше засвоєні знання та навички; діяльність у цілому здійснюється шляхом спроб і помилок.

*Операційний компонент умінь самостійної роботи* спрямований на формування загального рівня умінь, що передбачає наявність знань щодо способів виконання дії та використання раніше засвоєних, неспецифічних для самостійної діяльності навичок.

*Мотиваційний компонент* передбачає формування високорозвиненого уміння, що спирається на творче використання знань, навичок самостійної діяльності з усвідомленням не лише мети, а й мотивів вибору способів її досягнення.

*Результативний компонент* присутній на кожному етапі формування умінь. Найвища результативність процесу формування умінь самостійної роботи визначає майстерність, що вимагає творчого використання засвоєної сукупності знань, умінь, навичок для ефективною самостійною діяльністю та формування самостійності як риси особистості.

6. До системи методів організації самостійної роботи з інформатики включають такі дидактичні методи: метод самостійної роботи з навчальним матеріалом, метод розв'язування задач, пошуковий та дослідницький методи, метод проектів та відеометод.

7. Основними організаційними формами самостійної роботи учнів на

уроках інформатики є лабораторна робота, індивідуальний практикум, проектна форма навчання; у позаурочний час – домашня робота, предметні гуртки, факультативи, курси за вибором (елективні курси), олімпіади, конкурси дослідницьких робіт МАН, творчі конкурси та учнівські конференції [120].

8. *Факторами ефективності організації самостійної роботи є умови її організації, зміст, логіка побудови та характер завдань, джерела знань, взаємозв'язок наявних та нових знань у змісті завдань, якість результатів, набутих у процесі виконання цієї роботи; індивідуально-психологічні та особистісні якості тих, хто навчається (зокрема, здатність до саморегуляції, самооцінки тощо).*

Сучасні уявлення про саморегуляцію, її зміст, механізми, прояви й регулювання досліджуються в рамках суб'єктно-діяльнісного підходу до вивчення психічних явищ Б. Г. Ананьєвим [4], О. М. Лентьєвим [124], С. Л. Рубінштейном [231] та ін.

С. П. Тищенко визначає *саморегуляцію* як здатність індивіда виявляти психічну активність, спрямовану на керування своєю поведінкою, психічними процесами й станами для забезпечення адекватності власних дій та вчинків суб'єктивно значущим цілям і принципам, моральним вимогам, велінням обов'язку й сумління. Саморегуляція може здійснюватися на неусвідомленому рівні, а також бути усвідомлювальною активністю високого ступеня довільності [278].

Сфера саморегуляції характеризується, насамперед, свободою вибору цілей і засобів їхнього досягнення; усвідомленістю їхнього вибору; свободою думки; совісністю; самокритичністю; різнобічністю й свідомістю дій; умінням співвідносити свою поведінку з діями інших людей; добропорядністю; рефлексією; оптимістичністю тощо.

Здатність до саморегуляції передбачає достатній рівень самостійності та активності учнів у ході розв'язування навчальних завдань, їхню спроможність усвідомлювати та утримувати в процесі роботи над кожним завданням поставлену педагогом мету, регулювати свої інтелектуальні та вольові процеси. Досягненню належного рівня емоційно-вольової саморегуляції сприяє послідовне

застосування до учнів особистісно-орієнтованого підходу, застосування якого надає можливість актуалізувати процес їх самоусвідомлення, підвищує цінність власного «Я» кожного школяра як суб'єкта учіння.

За тлумаченням Ж. В. Гордєєвої *самооцінка* визначається як психологічне особистісне утворення, яке надає людині можливість оцінити свій фізичний та духовний стан, свої можливості, спрямованість, активність, суспільну значущість, свої відносини із зовнішнім світом та іншими людьми [38].

Характерними особливостями гармонійної особистості учня є висока адекватна самооцінка і відповідний рівень домагань (прагнення досягти того, на що людина вважає себе здатною).

Самооцінка є обов'язковою умовою реалізації двох важливих станів самокерованої поведінки: самоконтролю й самовдосконалення.

Основними причинами недоліків, які виникають в учнів та вчителів на різних етапах здійснення самостійної роботи, є:

- відсутність системи в організації робіт вчителем – випадковий характер робіт за змістом, кількістю та формою;
- низький рівень сформованості загально-навчальних організаційних умінь учнів, а саме уміння визначати мету й шляхи реалізації пізнавальної діяльності, уміння спланувати та проконтролювати власний пізнавальний процес, уміння намітити хід подальшої самоосвітньої діяльності;
- порушення принципу індивідуалізації при доборі завдань;
- одноманітність самостійних робіт.

У сучасній дидактиці існують різні класифікації самостійних робіт (див. табл. 1.1), в основу яких покладено різні критерії, а саме:

- дидактична ціль (Б. П. Єсіпов [51], В. І. Лозова [132], А. В. Усова [287], М. А. Умрик [285]);
- форма організації (В. І. Лозова [132]);
- ступінь самостійності (Н. В. Герман і Н. М. Тягунова [31]);
- рівень пізнавальної активності та евристичності (І. І. Малкін [144], П. І. Підкасистий [195], Л. В. Цулая, А. В. Петров й О. П. Петрова [295], В. І. Лозова [132]);

– характер навчальної діяльності учнів (В. П. Стрезікозін [268], А. В. Усова [287]);

– прояви у формах організації самостійної роботи (А. М. Алексюк [2], Н. Герман і Н. Тягунова [31]), а також місце у навчальному процесі (на уроках, у позаурочний час).

Таблиця 1.1

### Класифікація самостійних робіт

Критерій класифікації	Види самостійних робіт
За дидактичною ціллю	<p>Б. П. Єсипов [51]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– отримання нових знань;</li> <li>– використання на практиці отриманих знань;</li> <li>– повторення і перевірки знань, умінь і навичок тих, хто навчається.</li> </ul>
	<p>А. В. Усова [287]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– набуття нових знань та оволодіння вміннями самостійно набувати знання;</li> <li>– закріплення та уточнення знань;</li> <li>– набуття умінь застосовувати знання при розв’язуванні навчальних та практичних задач;</li> <li>– формування умінь та навичок практичного характеру;</li> <li>– формування умінь творчого характеру, умінь застосовувати знання при розв’язуванні навчальних і практичних задач.</li> </ul>
	<p>В. І. Лозова [132]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– підготовчі – спрямовані на актуалізацію набутих знань, умінь успішного оволодіння новими;</li> <li>– усвідомлюючі – спрямовані на формування уявлень, відтворення понять, узагальнених уявлень про сутність явищ, предметів;</li> <li>– тренувальні – спрямовані на закріплення навчального матеріалу, оволодінню способами діяльності;</li> <li>– узагальнююче-повторювальні, контрольні.</li> </ul>
	<p>М. А. Умрик [285]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– здобуття професійних (специфічно предметних) компетентностей;</li> <li>– здобуття так званих загальнопізнавальних (для опанування різних галузей наукового знання) знань, навичок,</li> </ul>

Критерій класифікації	Види самостійних робіт
	<p>умінь;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– виховання самостійності як риси особистості;</li> <li>– розвитку і активізації творчих здібностей;</li> <li>– оцінювання, систематизації, моніторингу отриманих знань, навичок, вмінь;</li> <li>– організувати власну самоосвіту.</li> </ul>
За формою організації	<p>В. І. Лозова [132]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– індивідуальна – виконання навчального завдання школярем на рівні його навчальних можливостей без взаємодії з іншими; ця форма організації самостійної роботи застосовується в умовах комп'ютерного навчання, при перевірці тощо;</li> <li>– фронтальна – одночасне виконання всіма учнями одного й того самого завдання під керівництвом учителя;</li> <li>– колективна – передбачається взаємодія учнів, у процесі якої здійснюється розподіл функцій, обов'язків з урахуванням інтересів, здібностей кожного учня, що дозволяє проявити себе у спільній діяльності;</li> <li>– групова – клас розбивається на кілька груп для вирішення навчальних завдань, але кожний має виконати конкретне доручення; оптимальною формою організації групової самостійної роботи, при проведенні дослідів, на заняттях у лінгафонному кабінеті, на уроках з програмування тощо, є парна самостійна робота.</li> </ul>
За рівнем пізнавальної активності та евристичності	<p>І. І. Малкін [144]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– самостійні роботи репродуктивного типу (відтворюючі, тренувальні, оглядові, перевірочні);</li> <li>– самостійні роботи пізнавально-пошукового типу (підготовчі, констатуючі, експериментально-пошукові, логіко-пошукові);</li> <li>– самостійні роботи пізнавально-практичного типу (навчально-практичні, суспільно-практичні).</li> </ul> <p>П. І. Підкасистий [195]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– самостійні роботи за зразком;</li> <li>– конструктивно-варіативні самостійні роботи;</li> <li>– евристичні самостійні роботи;</li> <li>– дослідницькі самостійні роботи.</li> </ul>

Критерій класифікації	Види самостійних робіт
	<p>Л. В. Цулая, А. В. Петров й О. П. Петрова [295]: репродуктивні самостійні роботи; продуктивні самостійні роботи; творча робота.</p> <p>В. І. Лозова [132]: репродуктивні, реконструктивні, евристичні та творчі самостійні роботи.</p>
За ступенем самостійності	<p>Н. В. Герман і Н. М. Тягунова [31]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– самостійні роботи, до яких спонукає вчитель та допомагає їх виконувати;</li> <li>– частково-самостійні роботи – види робіт, до яких спонукає вчитель, виконуються учнем самостійно під контролем вчителя;</li> <li>– самостійні роботи, що виконуються та контролюються учнем самостійно.</li> </ul>
За характером навчальної діяльності учнів (за джерелом знань, за засобами роботи)	<p>В. П. Стрезікозін [268]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– робота з підручником та навчальною книгою;</li> <li>– робота з довідковою літературою (статистичними збірниками, довідниками, словниками, енциклопедіями тощо);</li> <li>– розв’язування та складання задач;</li> <li>– навчальні вправи (або звичайні, або в зошитах з друкованою основою);</li> <li>– твори та описи;</li> <li>– спостереження та лабораторні роботи;</li> <li>– самостійні роботи пов’язані з використанням ілюстрацій, карт, схем, графіків тощо;</li> <li>– графічні роботи.</li> </ul> <p>А. В. Усова [287]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– робота з підручником і додатковою (навчальною та науково-популярною) літературою;</li> <li>– експериментальні та практичні роботи;</li> <li>– аналітико-розрахункові роботи;</li> <li>– графічні;</li> <li>– проектно-конструкторські;</li> <li>– роботи з класифікації і систематизації знань;</li> <li>– застосування знань для пояснення або передбачення явищ та властивостей тіл.</li> </ul>
За проявом у формах організації самостій-	<p>А. М. Алексюк [2]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– систематичну роботу над підручниками, навчальними</li> </ul>



Критерій класифікації	Види самостійних робіт
ної роботи	<p>посібниками, першоджерелами на лекціях, семінарах і в позалекційний час (конспектування реферування, складання тез);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– роботу з конспектами лекцій (до і після них);</li> <li>– опрацювання документів у лабораторіях, на практичних заняттях;</li> <li>– розв’язування задач, виконання вправ;</li> <li>– самостійні спостереження;</li> <li>– написання творів та переказів;</li> <li>– підготовка доповідей, наукових повідомлень;</li> <li>– переклад спеціальної літератури;</li> <li>– виконання різного роду індивідуальних завдань, курсових та дипломних робіт;</li> <li>– залучення студентів усіх курсів до активної науково-дослідної роботи різного рівня складності тощо.</li> </ul> <p>Н. Герман і Н. Тягунова [31]:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– домашні завдання;</li> <li>– ознайомлювальна практика;</li> <li>– навчальна практика;</li> <li>– виробнича практика;</li> <li>– курсові роботи (проекти);</li> <li>– дипломні роботи (проекти);</li> <li>– переддипломна практика;</li> <li>– участь у конкурсах, олімпіадах, вікторинах;</li> <li>– виготовлення наочності, контрольних карток, технічних засобів навчання;</li> <li>– на лекціях;</li> <li>– на лабораторних роботах;</li> <li>– на практичних заняттях;</li> <li>– на семінарських заняттях;</li> <li>– підготовка наукових повідомлень;</li> <li>– виступи у гуртках;</li> <li>– підготовка публікацій;</li> <li>– виступи на конференції.</li> </ul>

### *1.1.2. Комп’ютерно-орієнтовані самостійні роботи.*

Комп’ютеризація всіх складових навчального процесу школи та ВНЗ, у тому числі й самостійної роботи, виступила детермінуючим фактором виділення но-

вого класу самостійних робіт – комп'ютерно-орієнтованих самостійних робіт.

Під *комп'ютерно-орієнтованими самостійними роботами* будемо розуміти роботи, організація та підтримка яких базується на широкому вживанні інформаційно-комунікаційних технологій.

Н. В. Морзе визначає *інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ)* як сукупність методів, засобів та прийомів пошуку, зберігання, опрацювання, подання і передавання графічних, текстових, цифрових, аудіо- та відеоданих на базі персональних комп'ютерів, комп'ютерних мереж і засобів зв'язку [166, 12].

Результати досліджень Н. В. Апатової [7], Б. С. Гершунського [32], О. О. Гокуня, М. І. Жалдака й Ю. І. Машбиця [34], М. П. Лапчика [272], В. М. Монахова [159; 160], І. В. Роберт [229], Є. М. Смирнової-Трибульської [260] та інших науковців переконливо свідчать, що впровадження ІКТ у навчання створює передумови поглиблення змісту навчального предмету, сприяє інтенсифікації процесу навчання, розвиває особистість, стимулюючи пізнавальну активність учня, сприяє підготовці спеціалістів, здатних працювати в умовах інформаційного суспільства та ефективно використовувати набуті предметні знання на практиці.

До визначальних дидактичних особливостей (характеристик) ІКТ М. П. Лапчик відносить такі:

- комп'ютерна візуалізація та комп'ютерне моделювання навчальних відомостей про об'єкти, процеси та явища, як реальних, так і віртуальних;
- зберігання великих обсягів даних та забезпечення мобільного доступу до них;
- забезпечення оперативного (миттєвого) оберненого зв'язку між учасниками навчального процесу;
- автоматизація обчислювальних процесів та інформаційно-пошукової діяльності;
- автоматизація процесів управління навчальною діяльністю та контроль за засвоєнням навчального матеріалу [272, 116].

На думку С. О. Лещук, використання ІКТ надає можливість значно підвищити ефективність навчальних знань за рахунок їх своєчасності, корисності,

доцільного дозування, доступності (зрозумілості), мінімізації шуму, адаптації темпу подання знань до швидкості їх засвоєння, врахування індивідуальних особливостей учнів, ефективного поєднання індивідуальної і колективної діяльності учнів, методів і засобів навчання, організації навчального процесу [128].

Г. К. Селевко зазначає, що різнопланове використання засобів ІКТ надає можливість формувати людину, яка вміє діяти не лише за зразком (репродуктивно), а й самостійно (продуктивно, творчо), отримувати необхідні відомості з максимально можливої кількості джерел, здатна їх аналізувати, висувати гіпотези, будувати моделі, експериментувати й робити висновки, приймати рішення у складних ситуаціях.

Разом з тим автор зазначає, що у процесі застосування ІКТ відбувається розвиток особистості того, хто навчається, зокрема:

- розвиток наочно-образного мислення, наочно-дійового, теоретичного, інтуїтивного та творчого видів мислення;
- естетичне виховання за рахунок використання можливостей комп'ютерної графіки, технології мультимедіа;
- розвиток комунікативних здібностей;
- формування умінь приймати оптимальні рішення або пропонувати варіанти розв'язання у складних ситуаціях;
- формування інформаційної культури, умінь здійснювати опрацювання повідомлень [238, 163].

Можливості та шляхи реалізації розвиваючого навчання на базі використання ІКТ розглянуті у роботі Ю. І. Машбиця [149, 84-86]:

- забезпечення необхідного рівня доступності навчального матеріалу;
- використання в навчанні широкого класу завдань;
- забезпечення зворотного зв'язку;
- врахування індивідуально-психологічних особливостей учнів;
- реалізація психологічних механізмів навчання, що полягають у доозначенні навчальних завдань та динамічному розподілі функцій управління між педагогом та учнями;

- перехід до діалогової взаємодії;
- забезпечення позитивного впливу на розвиток не тільки пізнавальної, але й мотиваційної сфери;
- організація спільної навчальної діяльності.

Вітчизняною та світовою наукою накопичено вже достатній теоретичний та практичний матеріал щодо психолого-педагогічних особливостей використання комп'ютерної техніки у навчанні, що допомогло створити і детально відпрацювати *концепцію комп'ютеризації навчання*, основні положення якої М. А. Дергач формулює у такий спосіб:

- застосування комп'ютерної техніки сприяє індивідуалізації навчання, підвищенню мотивації навчальної діяльності, активізації процесу формування рефлексії власної діяльності;

- вибір індивідуального темпу навчання та методики подання навчального матеріалу, відсутність категорично негативної оцінки власної діяльності сприяють формуванню в учнів позитивного ставлення до навчання, дозволяють отримувати інтелектуальну насолоду від нього;

- використання комп'ютера у навчальному процесі дає змогу активніше залучати учнів до інтенсивної, творчої навчальної роботи, вчить їх самостійно здобувати знання і таким чином стимулює їх розумову діяльність;

- впровадження комп'ютера в навчальний процес розширює можливості способів подання навчальних матеріалів;

- експериментальним шляхом доведено, що використання комп'ютерної техніки значно скорочує термін вивчення кожного розділу навчального курсу, при цьому набуті знання залишаються у пам'яті учня значно довше і в подальшій практичній роботі скоріше оновлюються;

- використання комп'ютерної техніки як засобу самопідготовки і тренування значно підвищує ефективність самостійної роботи [44, 51].

## **1.2. Напрями комп'ютеризації самостійної роботи учнів**

У відповідності до використовуваних програмних засобів ІКТ комп'ютеризація самостійної роботи учнів загальноосвітніх навчальних закла-

дів може відбуватися за чотирма напрямками: *перший напрям* характеризується застосуванням програмних засобів навчального призначення; *другий напрям* – програмних засобів загального призначення (зокрема текстового процесору та систем підготовки комп'ютерних презентацій і публікацій); *третій* – мережних технологій; *четвертий* – технологій мережного навчання.

І. В. Роберт [229, 4] та Н. В. Морзе [166, 123] *прикладним програмним засобом навчального призначення* називають таке програмне забезпечення, в якому відображається деяка предметна галузь, тією чи іншою мірою реалізується технологія її вивчення, забезпечуються умови для здійснення і комп'ютерної підтримки різних видів навчальної діяльності.

Поряд з терміном «прикладні програмні засоби навчального призначення» використовуються терміни «педагогічні програмні засоби» та «комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання» (М. І. Жалдак, В. В. Лапінський, М. І. Шут) [59], «автоматизовані системи навчання» (О. М. Гончарова) [37], «електронні засоби навчання» (Ю. В. Триус) [283], «освітні електронні ресурси» (В. П. Вембер) [24] та ін.

Серед вітчизняних розробок ППЗ математичного призначення найбільшого поширення у шкільній практиці набули такі програмні засоби: програмно-методичний комплекс (ПМК) GRAN [39, 191] та система динамічної геометрії DG [216].

ПМК GRAN розроблений авторським колективом під керівництвом М. І. Жалдака. Значний вклад у розробку педагогічного програмного засобу внесли А. В. Пеньков [191], Ю. В. Горошко [39], О. В. Вітюк [57], Є. Ф. Вінниченко [55], А. О. Костюченко [26].

Після двадцяти років розвитку й впровадження ПМК GRAN рекомендований Міністерством освіти та науки України для підтримки вивчення математичних дисциплін в загальноосвітніх навчальних закладах.

GRAN (назва засобу утворена як скорочення від GRaphic ANalysis) призначений для підтримки вивчення математики з 6-го по 12-ий клас, включаючи планіметрію, стереометрію, тригонометрію, алгебру і початки аналізу, початки теорії ймовірностей і математичної статистики, а також окремі розділи курсу

фізики.

До складу комплексу входять:

1. ППЗ GRAN1 – для комп'ютерної підтримки вивчення алгебри і початків аналізу, планіметрії, тригонометрії, початків теорії ймовірностей і математичної статистики, окремих розділів фізики.

2. ППЗ GRAN-2D – для комп'ютерної підтримки вивчення планіметрії (динамічна геометрія).

3. ППЗ GRAN-3D – для комп'ютерної підтримки вивчення стереометрії.

4. Навчально-методичні посібники для вчителів: «Комп'ютер на уроках математики» [58], «Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою» [55], «Комп'ютер на уроках геометрії» [57].

За допомогою GRAN1 можна розв'язувати досить широкий клас задач, а саме задачі на:

– побудову графіків функцій та залежностей між змінними, заданих у декартових чи у полярних координатах, параметрично або таблично;

– дослідження графіків функцій та залежностей між змінними;

– побудову січних та дотичних до графіків функцій;

– графічне розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем з однією чи двома змінними;

– опрацювання статистичних даних, включаючи побудову полігону частот, гістограм, обчислення відносних частот різних подій, визначення центра розсіювання відносних частот та величини розсіювання, побудову графіка функції розподілу статистичних ймовірностей;

– обчислення визначених інтегралів, площ довільних фігур та поверхонь, об'ємів тіл обертання тощо.

Особливо зручною в роботі є модернізована версія програми GRAN1, за допомогою якої ефективно досліджувати залежності між змінними, що містять до 9-ти параметрів [58; 110].

ППЗ GRAN-2D відноситься до розряду програм динамічної геометрії та призначений для графічного аналізу геометричних об'єктів на площині, звідки і походить назва (G<sup>R</sup>aphic ANalysis 2-Dimension).

Використання пакету GRAN-2D дозволяє:

- створювати динамічні моделі геометричних фігур та їхніх комбінацій аналогічно класичним побудовам за допомогою циркуля та лінійки, а також використовуючи елементи аналітичної геометрії (систему координат, рівняння прямих і кіл, алгебраїчні залежності між частинами побудови, графіки функцій тощо);
- проводити вимірювання геометричних величин;
- досліджувати геометричні місця точок;
- аналізувати динамічні вирази, висувати припущення, встановлювати закономірності;
- будувати графічні зображення, використовуючи коментарі, кнопки, підказки та гіперпосилання;
- експортувати рисунки у графічні формати для вбудовування їх у інші додатки і для створення геометричних ілюстрацій тощо.

Разом із системою динамічною системою DG, С. А. Раков характеризує GRAN-2D як інтерактивну систему високого класу [222].

Для графічного аналізу тривимірних об'єктів призначений пакет GRAN-3D (GRaphic ANalysis 3-Dimension).

Використання пакету GRAN-3D надає можливість:

- створювати та перетворювати моделі базових просторових об'єктів;
- виконувати перерізи многогранників площинами;
- обчислювати об'єми та площі поверхонь многогранників і тіл обертання;
- вимірювати відстані та кути [57; 110].

Розглянуті програмні засоби нескладні у застосуванні, оснащені інтуїтивно зрозумілим, «люб'язним» інтерфейсом з контекстно-чутливою допомогою. Для опанування основних прийомів роботи з ППЗ типу GRAN та DG учневі достатньо володіти елементарними навичками роботи з програмами, що мають графічний інтерфейс.

Підтвердження даного факту знаходимо у роботі Л. В. Грамбовської [41]. Дослідниця зазначає, що сучасний школяр має достатній досвід застосу-

вання засобів ІКТ для того, щоб самостійно проводити комп'ютерні експерименти у динамічному середовищі ППЗ GRAN або DG, що надає навчальному процесу індивідуалізованого характеру й сприяє формуванню в учнів допитливості, інтересу до пізнавально-дослідницької діяльності загалом, і шкільної математики зокрема, творчого підходу до її вивчення.

Т. Г. Крамаренко пакети GRAN та DG відносить до ППЗ, розрахованих на інтенсивну взаємодію двох учасників навчального процесу. Використання перелічених програмних засобів надає можливість звільнити учнів від виконання технічних, рутинних операцій, а вивільнений час використати на постановку проблем, з'ясування разом з учителем сутності досліджуваних процесів, розробку інформаційних моделей, встановлення причинно-наслідкових зв'язків і закономірностей, що має важливе значення як для фундаменталізації знань, так і для надання результатам навчання прикладного характеру [110].

Поступово у старшій школі набувають поширення ППЗ «Алгебра, 10 клас», «Геометрія, 10 клас», «Алгебра, 11 клас» та «Геометрія, 11 клас».

Вагоме місце серед ППЗ займають *електронні підручники*, що за визначенням В.П. Вембер розуміються як програмні засоби навчального призначення, в яких подаються значні за обсягом матеріалу розділи навчальних дисциплін або повністю навчальні дисципліни, розроблені у відповідності до чинної навчальної програми з відповідної дисципліни та мають виконувати такі функції підручника:

– *навчання*: функції подання навчального матеріалу, розвиваюча, закріплення вивченого, самоконтролю;

– *взаємодії з повсякденним та професійним життям*: функції допомоги в інтеграції знань, отримання довідкових відомостей, соціального та культурного виховання [24].

Переваги використання електронного підручника у порівнянні з традиційним друкованим підручником мають місце у роботах В. П. Вембер [24], Ю. В. Триуса [283] та ін. Автори відмічають такі характеристики електронних підручників, що підвищують їх педагогічний потенціал:



– *гіпертекстовість* (можливість перегляду навчального матеріалу за гіперпосиланнями);

– *мультимедійність* (можливість використання всіх засобів мультимедіа для більш ефективного подання навчального матеріалу);

– *інтегрованість* (може включати не тільки навчальні матеріали, але й запитання, тести для самоконтролю та контролю, гіперпосилання на іншу довідкову та навчальну літературу, надавати можливість безпосередньо працювати з проблемно-орієнтованим програмним забезпеченням, зокрема з системами комп'ютерної математики);

– *конструктивність* (можливість будувати навчальний курс за принципами конструктивізму у навчанні, згідно з яким навчання реалізується через конструювання когнітивних моделей, через експерименти з натурними або комп'ютерними моделями);

– *керованість* (можливість організувати навігацію (послідовність пред'явлення навчального матеріалу) підручника залежно від успішності, психофізіологічних або інших індивідуальних характеристик учня, тобто забезпечити електронний посібник засобами зворотного зв'язку).

Враховуючи різноманітність програмних засобів навчального призначення, при організації комп'ютерно-орієнтованих самостійних робіт учнів варто використовувати ті моменти, яких неможливо досягти традиційними засобами, а саме: *інтерактивність* (взаємодія користувачів, чи опосередкований через компоненти програми діалог користувача і розробника програми), *мультимедіа* (подання даних у різних формах), *моделювання*, *комунікативність* (можливість безпосереднього спілкування через мережні засоби, оперативність отримання повідомлень, контроль стану процесу), *продуктивність* (автоматизація виконання нетворчих, рутинних дій) [183, 88-91].

Масового застосування для підтримки самостійних робіт учнів набувають *програмні засоби загального призначення та мережні технології*, що певною мірою є наслідком широкого впровадження експериментальної програми «Intel. Навчання для майбутнього» [98; 101].

На думку С. Є. Коврової, застосування засобів телекомунікаційних тех-

нологій є ефективним вирішенням проблеми індивідуалізації самостійної роботи учнів з інформатики [94].

О. В. Резіна у дисертаційному дослідженні доводить, що мережі є ефективним засобом формування інформаційно-пошукових та дослідницьких умінь учнів у процесі навчання інформатики, що в свою чергу сприяє підвищенню рівня їх пізнавальної та інтелектуальної активності, формуванню інтересу до пошукової, навчально-дослідницької та творчої діяльності [228].

Л. В. Брескіна [17] зазначає, що використання мережних технологій для організації навчальної діяльності студентів розв'язує проблему організації групових форм комп'ютеризованого навчання.

За О. М. Пехотою позитивний вплив застосування телекомунікаційних технологій на успішність та якість навчання відзначається поліпшенням письменності і розвитком мовлення дітей через телекомунікаційне спілкування, підвищенням їхнього інтересу до навчання.

Одержуючи доступ до професійних банків і бази знань, учні опановують наукові проблеми, розробки яких ще не завершені, працюють невеликими дослідницькими колективами, обмінюються результатами з іншими дослідниками в своїй галузі. Використання структурованих знань, що зберігаються в базах даних, є засобом перевірки власних гіпотез, допомагає учням запам'ятовувати навчальний матеріал, сприяє формуванню прийомів виконання логічних операцій аналізу, порівняння тощо [181, 176].

Стрімке поширення Інтернет-технологій є першопричиною утворення та інтенсивного використання у вітчизняній системі освіти, зокрема, у процесі організації та підтримки самостійної роботи, *технологій мережного навчання – електронного, дистанційного та мобільного*. Свідченням даного факту є результати досліджень В. Ю. Бикова [11; 12], Н. В. Морзе [164], Є. М. Смирної-Трибульської [257], С. О. Семерікова [250], В. М. Кухаренка [11], М. А. Умрик [285], Н. В. Буркіної [20] та інших науковців.

Під *електронним навчанням (electronic learning, E-learning)* розуміється навчання, що підтримується та стимулюється застосуванням ІКТ [250, 91].

Основними перевагами електронного навчання є:

– індивідуалізація навчання: використання комп'ютеризованих засобів самонавчання надає можливість тим, хто навчається, обирати тип, темп та спосіб отримання матеріалів на основі власних уподобань;

– швидкий та простий доступ до навчальних матеріалів: користувачі можуть отримати доступ до навчальних контентів з будь-якого місця, де є з'єднання з Інтернет. Це означає, що методичними матеріалами електронного курсу може користуватися практично необмежена кількість суб'єктів навчального процесу;

– можливість спільного навчання через обмін та спільне використання освітнього контенту кількома користувачами;

– звітність: контроль знань, оцінювання та моніторинг навчального процесу, накопичення кредитів та проходження навчальних програм і планів і отримання сертифікату автоматизовані. При цьому зберігаються різні дані, які можуть бути використані для адміністративного контролю за процесом навчання та формування різних звітів;

– скорочення витрат на навчання: в системі неформальної освіти ті, хто навчаються, можуть суттєво знизити або навіть ліквідувати витрати на навчання – в усіх інших випадках вартість електронного навчання порівнянна чи навіть вище, ніж традиційного.

Досить часто дослідники ототожнюють електронне навчання з дистанційним, беручи за основу визначення, наведене Європейською комісією, згідно з яким під електронним навчанням розуміють формування знань та навичок за допомогою або повністю через Інтернет [318].

*Дистанційне навчання (distance learning, D-learning)* визначається як сукупність педагогічних технологій (форма навчання), що базується на принципах відкритого і комп'ютерного навчання та активних методах навчання у спілкуванні в інформаційно-освітньому просторі, для організації освіти користувачів, розподілених у просторі і часі (за В. М. Кухаренко [117]).

Елементами методичної системи дистанційного навчання, спільними з електронними, є:

– *змістові об'єкти*: навчальний матеріал поділений на модулі, що містять об'єкти різної природи – текст, графіку, зображення, аудіо, анімацію, відео тощо. Як правило, вони зберігаються в базі даних і доступні в залежності від потреб суб'єктів навчання. Результатом є індивідуалізація навчання – учні отримують лише те, що їм потрібно, засвоюючи навчальний матеріал у бажаному темпі;

– *спільноти*: учні можуть створювати Інтернет-спільноти для взаємодопомоги та обміну відомостей;

– *експертна онлайн-допомога*: викладачі або тьютори (інструктори з курсу) доступні в мережі для проведення консультацій, відповіді на питання, організації обговорення;

– *можливості для співпраці*: за допомогою відповідного програмного забезпечення можна організувати онлайн-конференції, спільну роботу над проектом студентів, географічно віддалених один від одного;

– *мультимедіа*: сучасні аудіо- та відеотехнології подання навчальних матеріалів з метою стимулювання прагнення учнів до набуття знань та підвищення ефективності навчання.

Дистанційне навчання, яке переважно виступає як ефективне доповнення до традиційного, не є новою формою навчання. Його історія налічує понад 150 років (див. додаток А). Сьогодні значущість дистанційного навчання не викликає сумнівів: застосування технологій дистанційного навчання вивільняє діяльність суб'єктів навчання, щоб вони могли навчатися у будь-який час, в будь-якому місці та у такий спосіб, що відповідає їхній зайнятості.

Інноваційним напрямом розвитку дистанційного навчання, однією з основних форм реалізації дистанційної освіти за Д. Кіганом є *мобільне навчання* – навчання за допомогою кишенькових комп'ютерів, смартфонів і мобільних телефонів [325].

У вітчизняній дидактиці *мобільне навчання* (*mobile learning, M-learning*) визначається як підхід до навчання, при якому на основі мобільних електронних пристроїв створюється мобільне освітнє середовище, де учні можуть ви-

користувати їх у якості засобу доступу до навчальних матеріалів, що містяться в Інтернеті, будь-де та будь-коли (за С. О. Семеріковим [250]).

Мобільне навчання є, з одного боку, різновидом дистанційного навчання, а з іншого – електронного навчання (рис. 1.1). У порівнянні з електронним та дистанційним навчанням мобільне надає суб'єкту навчання більшу кількість «ступенів вільності» – вищу інтерактивність, більшу свободу руху, більшу кількість технічних засобів, основними з яких є надпортативні ноутбуки, планшетні ПК, мобільні телефони, смартфони, електронні книжки та багато інших [323].



Рис. 1.1. Співвідношення електронного, дистанційного та мобільного навчання

У порівнянні з електронним та дистанційним навчанням перевагами мобільного навчання є:

- можливість навчання будь-де і будь-коли (завжди та всюди);
- нижча ціна мобільних пристроїв у порівнянні з ПК;
- менші розміри та вага (портативність) мобільних пристроїв;
- підвищена інтерактивність навчання;
- розвинені засоби співробітництва;
- безперервний доступ до навчальних матеріалів.

Цілком очевидно, що не всі мобільні пристрої можуть бути застосовані у системі навчання. Вимоги до «ідеального мобільного пристрою для навчання» сформулював М. Шарплес [327]:

- надпортативність;
- *індивідуальність*, адаптованість мобільного пристрою до здібностей, знань та стилю навчання, підтримка особисто-орієнтованого навчання, а не за-

гальної роботи або розваг;

– *ненав'язливість*, учень має захопитися процесом навчання, а не пристроєм;

– *доступність всюди* для спілкування з вчителями;

– *адаптованість* до контексту навчання та розвитку навичок і набуття знань учнями;

– *стабільність*, придатність для управління навчанням протягом всього тривалого часу навчання, причому власні накопичення ресурсів і знань мають бути доступні незалежно від змін у технології;

– *інтуїтивність*, придатність для використання людьми без будь-якого попереднього досвіду роботи.

Прототипом сучасних мобільних навчальних пристроїв є проект Dynabook, створений Аланом Кеєм. Dynabook являє собою легко керований компактний комп'ютер з сенсорним екраном, оснащений клавіатурою чи пером та засобами безпроводного під'єднання до мережі. В сучасних термінах Dynabook можна назвати планшетним портативним комп'ютером.

Основою застосування Dynabook як комп'ютера для навчання є особистісна зорієнтованість, висока швидкодія, навчання через гру, спільне навчання, динамічне моделювання, навчання завжди (*long-life learning*) та всюди (*mobile learning*).

Розглянемо основні види мобільних пристроїв, прототипом яких є Dynabook, і які використовуються у процесі навчання сьогодні.

1. *Переносні комп'ютери типу «ноутбук»*. З одного боку, їх характеристики, співрозмірні з характеристиками настільних ПК, у тому числі розширений діапазон зовнішніх пристроїв зберігання даних (CD-RW, DVD-RW, флеш- та SSD-накопичувачі та ін.), значний обсяг основної пам'яті, мультимедійні функції, великий екран. З іншого боку, у них невеликі розміри і підтримується бездротовий зв'язок.

2. *Планшетні ПК (Tablet PC)* також мають повний спектр характеристик персональних комп'ютерів. У деяких з них немає клавіатури, проте вони оснащені сенсорними екранами і програмним забезпеченням для розпізнавання ру-

кописного тексту. Це відносно дорогі пристрої, що займають порівняно невелику частину ринку, проте їх популярність зростатиме з подальшим поширенням технологій бездротового зв'язку.

3. *Кишенькові комп'ютери (КПК, Pocket PC, PDA – Personal Digital Assistant, «надолонник»)* – збірна назва класу портативних електронних обчислювальних пристроїв, спочатку запропонованих до використання в якості електронних органайзерів. В англійській мові словосполучення «кишеньковий ПК» (Pocket PC) не є позначенням всього класу пристроїв, а є торгівельною маркою фірми Microsoft, тобто відноситься лише до одного з різновидів КПК. Англійське словосполучення Palm PC (надолонний комп'ютер) також асоціюється з конкретною торгівельною маркою. Для позначення всього класу пристроїв в англійській мові використовується словосполучення Personal Digital Assistant, PDA, що українською можна перекласти як «особистий цифровий секретар», проте в Україні цей термін не прижився.

КПК складається з процесора, пам'яті, звукової та відеосистеми, екрану, слотів розширення та клавіатури. Кишенькові ПК мають невеликі розміри і значну потужність процесора. В нових моделях підтримується понад 65000 кольорів, розпізнавання рукописного тексту, мультимедійні функції. До КПК, оснащеного хост-контролером USB, можна безпосередньо під'єднувати різні USB-пристрої, зокрема клавіатуру, мишу, вінчестери й флеш-накопичувачі.

Для КПК характерними є такі мобільні якості, як низька ціна, ефективність, зручність і компактність. Замість клавіатури в цих «особистих помічниках» використовуються, як і в планшетних ПК, стилі та сенсорний екран, але на відміну від них вони значно менші і легші, а акумулятори працюють довше (до 10-12 годин). Основною перевагою КПК у порівнянні з ноутбуками є сенсорний екран, що усуває необхідність у застосуванні миші та інших пристроїв введення, а також той факт, що їх дуже комфортно застосовувати у русі.

Деякі компанії пропонують кишенькові комп'ютери з можливостями їх використання в якості телефону (комунікатори).

4. *Мобільні телефони.* Мобільні пристрої цього класу можуть бути використані для голосового зв'язку, передавання і приймання текстових повідом-

лень (SMS). Найпростіші пристрої мають мало пам'яті та низьку швидкість передавання даних. Мобільні телефони більш високого класу можуть бути використані для доступу до Інтернет через технології WAP та GPRS. Також вони можуть бути використані для передавання і приймання мультимедійних повідомлень (MMS).

5. *Смарт-телефони (смартфони)* – клас гібридних пристроїв, в яких поєднуються функції мобільних телефонів і КПК. Типовий смартфон не має повнорозмірної клавіатури, але можна розпізнавати рукописний текст. Деякі нові моделі (особливо на платформі Google Android) оснащуються висувною клавіатурою. «Розумні» телефони останнім часом набули настільки великого поширення, що стали поступово витісняти КПК та комунікатори. Ці пристрої мають практично ідентичні із звичайними КПК операційні системи з незначними відмінностями – додатковим програмним забезпеченням для роботи з мобільним зв'язком. У передових пристроях цього класу наявні вбудовані жорсткі диски, що робить їх більш придатними для зберігання великих обсягів даних та використання професійних програмних засобів. Вони важчі і потребують більше електроенергії, ніж традиційні мобільні телефони.

Ідея застосування мобільних пристроїв у загальноосвітніх закладах з 2004 року набуває масового характеру у зв'язку з їх експериментальним впровадженням в рамках проекту «Навчання завжди та всюди» (Anytime Anywhere Learning project) корпорації Intel «World Ahead». В основу проекту покладено концепцією «1 учень : 1 комп'ютер». Метою нового проекту Intel в рамках програми «Навчання для майбутнього» [98; 101] є надання кожному з учнів доступу до персонального мобільного комп'ютера, нетбука, та забезпечення бездротового зв'язку у школах.

У лютому 2009 року Міністерством освіти і науки України видано Наказ про початок дослідно-експериментальної роботи «Науково-методичні основи використання ІКТ у навчально-виховному процесі в середовищі «1 учень – 1 комп'ютер» на базі шкільних нетбуків» і в Україні, першими учасниками експерименту визначено 18 загальноосвітніх навчальних закладів з різних областей України.



Вчителі-учасники проекту відмічають значне зростання мотивації учнів до вивчення математики та предметів природничого циклу, а також покращення якості написання творчих робіт та презентаційних навичок.

Узагальнюючи результати впровадження моделі «1 учень : 1 комп'ютер» у практику роботи шкіл зарубіжжя та Росії, можна зазначити, що особистісно-орієнтований характер навчання за умов мобільного доступу до програмного забезпечення та технологій, створює умови для більш глибокого розуміння та вивчення матеріалу через миттєвий доступ до точних і детальних даних з теми вивчення. Мобільність звернення школярів до ресурсів мережі Інтернет в ході уроку, надає вчителю можливість організувати дослідницьку діяльність учнів з елементами глибокого пошуку даних з досліджуваної проблеми, оцінки надійності різноманітних Інтернет-джерел, обговорення їх з однокласниками та ін. Всі ці можливості дозволяють захопити школярів процесом набуття нових знань і створити стійку мотивацію до їх набуття, розширення та поглиблення у процесі самостійної роботи.

Враховуючи найбільш суттєві переваги дистанційного навчання (екстериторіальність; синхронний та асинхронний режими взаємодії учасників навчального процесу; можливість використання кращих викладачів; одночасне з вивченням інших предметів практичне засвоєння інструментів ІКТ) [49,193], а також сучасний стан комп'ютеризації загальноосвітніх навчальних закладів найбільш ефективним вважаємо напрям організації самостійної роботи учнів, що базується на застосуванні технологій дистанційного навчання.

### **1.3. Особливості комп'ютеризації самостійної роботи учнів з використанням технологій дистанційного навчання**

**1.3.1. Впровадження технологій дистанційного навчання у практику роботи шкіл України.** Розвиток дистанційної освіти в Україні, зокрема у загальноосвітніх навчальних закладах, відбувається з урахуванням уже існуючих досягнень у цій галузі науковців США, Європи та Росії. Через відсутність мовних бар'єрів, термінологічну схожість у галузі освіти та схожість у підходах до проблем освіти в цілому, особливий інтерес вітчизняних педагогів зосере-

джений на теоретичному та практичному досвіді впровадження дистанційної освіти в Росії.

Початок впровадження технологій дистанційного навчання в практику роботи російських шкіл припадає на 1999 рік. За останні десять років накопичено величезний досвід Інтернет-підтримки середньої освіти. За даними порталу «Все про дистанційне навчання» [46] лідерами у наданні дистанційних освітніх послуг називають проекти: «Телешкола», «Відкритий коледж» і «Віртуальна школа Кирила та Мефодія». Наведемо коротку характеристику проектів-лідерів.

Некомерційне партнерство «Телешкола» [271] – це перша в Росії ліцензована й акредитована Інтернет-школа, яка, пройшовши всі рівні державної експертизи, має офіційний статус середнього загальноосвітнього закладу.

Інтернет-школа, заснована у 2001 році, в ній надається можливість всім бажаючим засвоїти освітню програму 10-го та 11-го класів у дистанційному режимі, після закінчення навчання отримавши повну середню загальну освіту і атестат державного зразка.

Компанія розробила інформаційно-освітню платформу для дистанційного навчання з використанням Інтернет-технологій – «TS – distant learning». Дана платформа включає всі необхідні для навчального процесу елементи, а саме: електронні журнали користувачів, систему комунікацій, засоби обліку успішності та ін. На платформі розміщені мережні навчальні матеріали для основної та додаткової освіти учнів загальноосвітніх закладів, а також закладів додаткової професійної освіти.

Проект «Відкритий коледж» [198] – перший у Росії освітній Інтернет-портал, на якому представлені дистанційні курси, спрямовані на учнівську аудиторію, а також курси для професійної освіти.

Розробка проекту виконується компанією «ФІЗІКОН». Основне призначення проекту – інтеграція навчальних комп'ютерних курсів, що випускаються компанією на компакт-дисках, та індивідуального навчання через Інтернет.

У середовищі «Відкритий коледж» учні можуть:

– самостійно навчатися за основними предметами шкільної програми,

розв'язувати задачі, спілкуватися з віртуальним вчителем та отримувати електронні консультації;

- брати участь у дистанційних олімпіадах і вікторинах;
- перевіряти набуті знання шляхом тестування.

Для професійної підготовки пропонуються курси з основ бізнесу та економіки, курси інформатики, фізики, англійської мови та інші. Після закінчення за результатами навчання видається сертифікат.

**«Віртуальна школа Кирила та Мефодія»** (КМ-школа) [91] – інформаційний інтегрований продукт, створений на основі Інтернет й інтранет-технологій. В ньому об'єднуються освітній мультимедійний зміст, система доставки та управління ним, а також ефективні засоби автоматизації управління школою (робочі місця директора, заступника директора, вчителя, учня, бібліотекаря та адміністратора).

До складу освітнього контенту «КМ-школи» входять:

- мультимедіа-уроки,
- мультимедіа-енциклопедії;
- інструменти для тренінгу, перевірки та самоперевірки знань учнів із шкільних предметів («репетитори»);
- тренінги з інформаційних технологій;
- електронна бібліотека;
- практичні курси розвитку особистості та ін.

На базі «КМ-школи» може бути створений електронний освітній простір в окремому регіоні та мінімізований Інтернет-трафік шкіл.

Досвід впровадження дистанційного навчання в школах України значно поступається російському. Про масштаби відставання свідчить той факт, що перший конкурс «Дистанційний вчитель року» всеросійського рівня був проведений у 1999 році, а в Україні конкурс міського рівня – у 2007 році у м. Херсон.

Активному впровадженню дистанційного навчання в практику роботи загальноосвітніх закладів перешкоджають об'єктивні та суб'єктивні проблеми психологічного, технічного, юридичного та методичного характеру, а саме: інертність вчителів-предметників, слабкість технічної бази, відсутність апробова-

них програмних засобів, недостатність нормативної, законодавчої документальної бази, якою регламентується навчальна діяльність за дистанційної форми навчання, слабе забезпечення методичними розробками за технологіями дистанційного навчання.

Незважаючи на наявні проблеми, про становлення дистанційного навчання в Україні на рівні загальноосвітніх закладів свідчать експериментальні дослідження В. М. Кухаренка [119; 118], Є. М. Смирнової-Трибульської [259], В. В. Стащенко [259; 267], освітні портали: Шкільний Інтернет-портал «Острів знань» [185], Всеукраїнський шкільний портал [305], а також діяльність шкіл Херсону, Харкова, Вінниці та ін.

Перша дистанційна школа в Україні, призначена для проведення додаткового навчання, була відкрита на базі проблемної лабораторії дистанційного навчання НТУ «ХП» під керівництвом В. М. Кухаренка за участю кафедри технічної кріофізики. Навчальний процес у дистанційній школі, яка отримала назву «**Фізик-інформатик**», розпочався з жовтня 2005 року. У школу приймаються особи із середньою освітою, учні випускних класів середніх навчальних закладів, студенти випускних курсів технікумів, училищ, котрі мають намір вступити до НТУ «ХП».

Школа є структурним підрозділом факультету дистанційного навчання та доуніверситетської підготовки НТУ «ХП».

Основними задачами школи є:

- проведення профорієнтаційної роботи серед школярів, студентів випускних курсів технікумів та інших громадян із середньою освітою з метою залучення їх до вступу до університету;
- проведення відбору найбільш здібної молоді, що має нахил до оволодіння науками відповідно до профілю факультету;
- підвищення рівня підготовки молоді в галузях наук, що відповідають спрямуванню факультету;
- підготовка і залучення найбільш обдарованих учнів до участі в республіканських та регіональних олімпіадах з фундаментальних дисциплін.

Як зазначає В. В. Стащенко, «навчальний процес при дистанційному на-

вчанні містить у собі всі основні форми традиційної організації освітнього процесу та поєднує дослідницьку і самостійну роботу учнів; при цьому реалізація цих форм значно змінюється» [267].

Узагальнюючи досвід впровадження дистанційного навчання в практику роботи шкіл Росії та України слід зазначити, що за умов створення відповідних інфраструктур, дистанційне навчання може стати основною і єдиною формою одержання середньої освіти для дітей з індивідуальними особливостями, через які вони не можуть відвідувати школу (фізичні вади, перебування у лікарнях тощо).

Разом з тим, використання технологій дистанційного навчання як допоміжних до традиційних технологій класно-урочного навчання, може стати незамінним для організації самостійної роботи певних груп учнів, а саме:

- обдарованим дітям для поглиблення знань, перевірки ступеня самореалізації під час участі в олімпіадах різного рівня, для виконання робіт МАН на високому науковому рівні;
- учням випускних класів для підготовки до складання зовнішнього незалежного оцінювання;
- учням старших класів для організації та підтримки якісного профільного навчання;
- невстигаючим дітям для формування інтересу до навчання чи його поновлення, підвищення якості навчання;
- учням, які з різних причин пропускали заняття (активісти, спортсмени та ін.) для усунення прогалин у знаннях;
- учням різних класів для самореалізації, загального розвитку та систематизації знань, уникнення прогалин у знаннях через непередбачувані обставини (наприклад, карантин);
- учням сільських шкіл для отримання якісної освіти тощо.

### ***1.3.2. Методичні аспекти організації самостійної роботи старшокласників з використанням технологій дистанційного навчання***

*1.3.2.1. Типи та моделі дистанційного навчання.* На сьогодні існує кілька десятків класифікацій типів та моделей дистанційного навчання.

Відповідно до генезису дистанційного навчання, виділяють такі типи: *кореспондентське навчання, зовнішнє навчання, подовжене навчання та відкрите навчання* [182].

*Кореспондентське навчання* виникло в Європі ще на початку XIX століття існує вже більше ста років. Для самонавчання в рамках кореспондентського навчання використовуються автономні матеріали (переважно друковані), а для встановлення контакту з навчальними центрами використовуються переважно поштові служби або телефон.

Багато університетів Північної Америки в останні 30 років перейменували свої програми кореспондентської освіти, даючи їм більш сучасні назви, такі як відкрите та дистанційне навчання або самостійне навчання.

Термін «*зовнішнє навчання*» застосовується до навчання, що здійснюється поза основною територією навчального закладу, наприклад, в аудиторії, що перебуває за межами кампусу, передбачає розмаїтість засобів доставляння матеріалів, включаючи комп'ютерні конференції, аудіо- та відеозасоби.

У багатьох університетах і навчальних закладах є центри зовнішнього навчання, на які покладається відповідальність за складання програм відкритого та дистанційного навчання.

Термін «*подовжене навчання*» звичайно відноситься до курсів, в яких не застосовується система заліків (кредитів).

В Університеті Ботсвани, наприклад, є відділення дистанційного навчання, що є частиною університетського Центру подовженого навчання.

*Відкрите навчання* – сучасна форма навчання, спрямована на отримання якісних знань у поєднанні з найбільш повним розвитком особистості (незалежність, творчість, ініціативність, інтелігентність та ін.).

Педагогічна доктрина *відкритого навчання* в центрі процесу ставить надання учням можливості вибору:

- місця навчання – вдома, на робочому місці, у навчальному закладі;
- темпу навчання – із чітко заданим темпом або без чіткої структури;
- моментів початку та завершення навчання;
- середовищ та медіа – друкованих, онлайн-ових, телевізійних або відео;

– механізмів підтримки – допомога тьюторів на вимогу, аудіоконференції та ін.

Н. В. Морзе пропонує класифікацію моделей дистанційного навчання за ступенем дистанційності, зазначаючи при цьому, що навчання, в якому застосовуються технології і ресурси Інтернет, може бути:

1) повністю дистанційним з використанням електронної пошти, чатів, відеозв'язку;

2) очно-дистанційним, коли частина очних занять у класі є порівняною з кількістю дистанційних занять, що проводяться вчителем дистанційно;

3) доповнювати очну форму за окремими параметрами, наприклад, вчитель проводить заняття з учнями в очній формі, але при цьому використовуються матеріали з мережі Інтернет, відеоклекції з освітніх сайтів та інші Інтернет-ресурси – так звана *Інтернет-освіта* [166].

Деяку іншу класифікацію моделей реалізації ДН пропонують Є. С. Полат [189] та В. В. Олійник [179]. На їхню думку, найважливішими технологіями дистанційного навчання є: *TV-технологія*, *«кейс»-технологія*, *мережна* та *змішана* технології.

*TV-технологія* (в інших джерелах *трансляційна модель*) дистанційного навчання передбачає застосування в процесі навчання різних систем телебачення (кабельне, супутникове, мережне тощо) та спеціальних освітніх програм. Телезаняття, які проводили висококваліфіковані викладачі, були дуже розповсюджені у 70–80-х роках минулого століття. Але вже через 20 років освітні технології телебачення втратили актуальність через відсутність особистісної орієнтації змісту навчання, недостатній зворотний зв'язок, високу вартість ефірного часу та освітніх програм і т. ін.

*Кейс-технологія* дистанційного навчання дістала свою назву від комплекту засобів навчання, який розміщується в кейсі і надається суб'єкту навчання з моменту його зарахування на курс.

Кейс-комплект, як правило, містить: навчальну програму, список літератури (основної, додаткової, факультативної), методичні вказівки з вивчення курсу, навчально-практичні посібники (опорний конспект, план-конспект лек-

цій), тести (вхідні, проміжні, ідентифікаційні та підсумкові), аудіо- та відео матеріали, комп'ютерні навчальні програми у звичайному чи у мультимедійному варіантах, робочі зошити та рекомендації з організації самостійної роботи учня і план-графік його самостійної роботи. У випадку вивчення природничо-наукових дисциплін до складу кейсу додаються завдання та матеріали для виконання лабораторного практикуму. Рекомендується включати у склад кейсу рекомендації та практикуми з опанування основних навичок роботи з комп'ютером та мережею Інтернет.

Організація навчального процесу кожного з курсів, що вивчається, передбачає проведення тьюторіалів (семінарів), виконання домашніх завдань, проміжні та підсумкові екзамени, а також «недільні» («літні») школи. Останні являють собою інтенсивні практичні заняття навчальної групи під керівництвом тьютора.

У більшості випадків кейс-технології дистанційного навчання є першими сходинками, які долають навчальні заклади на шляху впровадження дистанційної освіти.

*Мережна технологія* дистанційного навчання на сьогодні є педагогічною технологією високого рівня. Її основним принципом є застосування у навчанні телекомунікаційних мереж, у тому числі й Інтернет, найсучасніших інформаційних технологій подання, відображення, корекції, оновлення та зберігання навчальних матеріалів.

Мережне навчання пропонується використовувати у тих випадках, коли виникають перешкоди отримання якісної освіти шляхом очного навчання (для дітей з фізичними вадами, для дітей із віддалених населених пунктів або сіл та ін.), для ліквідації пропусків у знаннях, а також для поглиблення знань з того чи іншого предмету (для обдарованих дітей та ін.). У такому разі створюються спеціальні, автономні курси дистанційного навчання з окремих навчальних предметів, розділів чи тем програми або ж віртуальні школи та університети.

*Дистанційний курс* є основною формою дистанційного навчання, яка містить організаційні та методичні складові. Ці складові можна розглядати окремо, але їх застосування можливе тільки в межах дистанційного курсу та в умо-



вах тісної взаємодії. Це пов'язано з тим, що, якщо на уроці вчитель може реалізувати деякі дидактичні цілі, то в дистанційному курсі реалізація цих цілей та їх контроль можливі тільки протягом дистанційного курсу.

М. А. Семенов та Л. М. Кутепова [239] визначають такі обов'язкові складові дистанційного курсу:

- навчальна програма дисципліни курсу;
- розклад вивчення дисципліни;
- вступ до дистанційного курсу, знайомство з авторами та тьюторами курсу;
- методичні вказівки щодо роботи з курсом, які містять цілі та завдання курсу, мотивацію навчальної діяльності;
- текст теоретичного матеріалу, поділений на модулі;
- контрольні завдання (контрольні, курсові, реферати та інші завдання);
- тести;
- термінологічний словник;
- список літератури та Internet-джерел;
- питання до іспиту чи заліку.

Звичайно курси є закритими для незареєстрованих (сторонніх) користувачів, але основні відомості про курс, а також принаймні одна демо-версія мультимедійного уроку повинні бути у відкритому доступі.

Реальне впровадження мережного навчання вимагає значних організаційних зусиль, відповідних інтелектуальних ресурсів, матеріально-технічного та фінансового забезпечення.

Органічне та педагогічно обґрунтоване поєднання елементів різних технологій дистанційного та очного навчання передбачається в *змішаних технологіях* дистанційного навчання. Накопичений досвід вітчизняних та світових тьюторів показує, що дана модель є найбільш перспективною на всіх рівнях впровадження дистанційної освіти.

Впровадження у практику навчання старшокласників спеціалізованих профільних курсів дистанційного навчання дозволить вирішити певні проблеми профільного навчання, урізноманітнити його напрямки відповідно до профори-

ентаційних інтересів учнів, надати учням можливість більш чіткої професійної орієнтації та підготовки до вступу у відповідний вищий навчальний заклад.

Крім того, інтеграція дистанційного та денного навчання досить перспективна і в умовах широкого використання навчання за індивідуальними програмами. Пропонується частину навчального матеріалу, який не потребує значних інтелектуальних зусиль для його засвоєння, перенести на вивчення за дистанційною формою. Така заміна могла б не просто значно розвантажити денний час учня, а й створити умови для продуктивної самостійної творчої діяльності, забезпечуючи при цьому гармонійний інтелектуальний розвиток учня-старшокласника та досягнення однієї з основних цілей сучасної освіти – формування умінь працювати з інформаційними ресурсами.

Кожна із зазначених моделей специфічна і вибір тієї чи іншої моделі обумовлюється перш за все конкретними дидактичними задачами, які ставить перед собою вчитель при організації самостійної роботи учнів і залежить від обґрунтованого вибору та поєднання технологій дистанційного навчання, як педагогічних, так і інформаційних.

*1.3.2.2. Педагогічні технології дистанційного навчання. Педагогічні технології ДН* – це технології опосередкованого активного спілкування вчителів з учнями (викладачів зі студентами) з використанням телекомунікаційного зв'язку та методології індивідуальної роботи студентів зі структурованим навчальним матеріалом, представленим у електронному вигляді [106; 179; 263].

Педагогічні технології, які частково можуть бути використані при організації позаурочної самостійної роботи за принципами дистанційного навчання, повинні бути перш за все *особистісно-орієнтованими*. Основне призначення особистісно-орієнтованих технологій навчання полягає в тому, щоб підтримувати та розвивати природні якості дитини, її здоров'я та індивідуальні здібності, допомагати в становленні її суб'єктивності, соціальності, культурної ідентифікації, творчої самореалізації.

Є. С. Полат серед всього різноманіття особистісно-орієнтованих технологій виділяє дидактичну систему, що включає різнорівневе навчання, навчання у групах та метод проектів [200].

*Технологія рівневої диференціації* визначається як сукупність форм і методів навчання, в якому враховуються індивідуальні особливості учня, його потреби та інтереси. Рівнева диференціація виражається у тому, що, навчаючись в одному класі, за однією програмою та підручником, учні можуть засвоювати матеріал на різних рівнях. Визначальним при цьому є рівень обов'язкової підготовки.

Отже, вчитель організовує навчання на всіх чотирьох рівнях навчальних досягнень (початковому, середньому, достатньому та високому), а учень сам обирає рівень засвоєння навчального матеріалу.

Серед позитивних результатів впровадження рівневої диференціації слід виділити:

- зменшення навантаження на дітей, які інколи не тільки з соціальних, а й з фізіологічних причин не можуть опанувати високий рівень навчальних досягнень;
- отримання кожним учнем потрібного саме йому змісту навчання;
- зникнення страху учня перед оцінюванням.

Рівнева диференціація є формою реалізації *принципу індивідуалізації навчання*, відповідно до якого у процесі навчально-виховної роботи з класом вчитель взаємодіє з окремими учнями за індивідуальною моделлю, враховуючи властивості особистості учня [164].

В умовах індивідуалізованого навчання з'являються можливості:

- адаптувати зміст, методи та темпи навчальної діяльності учня відповідно до його індивідуальних особливостей;
- спостерігати за кожною дією і операцією учня при розв'язуванні конкретної задачі;
- спостерігати за просуванням учня від незнання до знання, оперативно коригуючи його діяльність.

Рівнева диференціація навчання є запорукою розвитку дітей з різними здібностями й інтересами.

Застосування рівневої диференціації дає змогу кожному учневі працювати на будь-якому рівні навчальних досягнень і здобути відповідні результати.

Учень має не тільки обов'язки (зокрема, засвоїти матеріал на відповідному рівні), а й права, найважливішим із яких є право вибору – отримати відповідно до своїх здібностей і нахилів посилену підготовку з предмета чи обмежитись середнім або достатнім рівнями засвоєння матеріалу.

Рівнева диференціація навчання передбачає:

- збільшення кількості вправ, які потрібно виконати, та забезпечення розвивального характеру навчання;

- відмову від авторитарного навчання;

- свободу вибору кожним учнем рівня навчальних досягнень;

- використання різних форм роботи.

Для успішного проведення диференційованого навчання вчителю необхідно [18]:

- вивчити індивідуальні особливості та навчальні можливості учнів;

- визначити критерії об'єднання учнів у групи;

- використовувати й удосконалювати здібності і навички учнів у груповій та індивідуальній роботі;

- систематично та об'єктивно аналізувати роботу учнів;

- планувати діяльність учнів з формування в них навичок самостійної діяльності і самоуправління навчанням;

- відмовлятися від малоефективних прийомів організації навчання, замінюючи їх раціональнішими за даних умов;

- здійснювати постійний зворотний зв'язок на уроці;

- вміло використовувати засоби заохочення тощо.

Рівнева диференціація навчання передбачає групову діяльність учнів у навчальному процесі. За умов такої діяльності з'являється можливість індивідуалізувати процес навчання, створити умови для навчальної комунікації. Взаємний контакт школярів у процесі виконання завдань сприяє встановленню колективних стосунків, формуванню почуття обов'язку та відповідальності за спільну працю. Під час роботи в групі учні мають можливість відразу з'ясувати незрозумілі для себе питання, своєчасно виправляти помилки, допущені в процесі розв'язування вправ, вчитися вислуховувати думку свого то-

вариша, відстоювати та обґрунтовувати правильність власних суджень, приймати рішення.

В умовах класно-урочистої системи навчання рівнева диференціація стає ефективним засобом формування в учнів самооцінки та самоконтролю.

Ефективною формою реалізації рівневої диференціації є об'єднання дітей у групи з урахуванням їх самооцінки. У кожній групі учням пропонується добірку завдань на вибір. Тоді кожний учень буде просуватися від зони найближчого розвитку до зони актуального розвитку. Така організація роботи можлива, якщо вчитель знає мотивацію навчання кожного учня, а також рівень засвоєння попереднього матеріалу. Оскільки в диференційованих завданнях прискорюється перехід від дій у співпраці з учителем до частково або повністю самостійної роботи, то слід цілеспрямовано формувати в учнів уміння і навички працювати самостійно.

*Групова навчальна діяльність* (кооперативне навчання, *cooperative learning*) визначається як форма організації навчання учнів в малих групах, об'єднаних загальною навчальною метою при опосередкованому керівництві вчителем [165].

Учитель в груповій навчальній діяльності керує роботою кожного учня опосередковано, через завдання, які він пропонує групі та через які регулюється діяльність учнів. Стосунки між учителем та учнем набувають характеру співпраці, тому що педагог безпосередньо втручається у роботу груп тільки в тому разі, якщо в учнів виникають запитання і вони самі звертаються по допомогу до вчителя. Це їхня спільна діяльність. При груповій навчальній діяльності, на відміну від фронтальної та індивідуальної, учні не ізолюються один від одного, а навпаки, є можливість реалізувати природне прагнення до спілкування, взаємодопомоги та співпраці (відомо, що учням буває психологічно складно звертатись за поясненням до вчителя і набагато простіше – до ровесників).

Групова навчальна діяльність сприяє активізації й результативності навчання учнів, вихованню гуманних стосунків між ними, самостійності, умінню обґрунтовувати і відстоювати свою точку зору, а також прислуховуватися до думки товаришів, культурі ведення діалогу, відповідальності за результати сво-

єї праці. В умовах групової навчальної діяльності на занятті створюються умови для формування позитивної мотивації учіння.

Як вид навчальної діяльності учнів, групова діяльність багатofункціональна.

У груповій навчальній діяльності учні показують більш високі результати засвоєння знань та формування вмінь. Пояснюється це тим, що слабкі учні, співпрацюючи у мікрогрупі, виконують більше вправ, ніж за умов фронтальної роботи.

Організаційна функція групової діяльності полягає в тому, що учні вчаться розподіляти обов'язки, спілкуватися один з одним, розв'язувати конфлікти, що виникають у спільній діяльності. В груповій роботі учень бере на себе функції вчителя і виконує дорослі види діяльності.

Важливу роль групова діяльність відіграє у досягненні виховної функції навчання. У груповій навчальній діяльності формується колективізм, моральні, гуманні якості особистості. Важливу роль у формуванні цих якостей відіграють особливості організації групової роботи; розподіл функцій і обов'язків між учасниками діяльності, обмін думками, взаємна вимогливість і допомога, взаємоконтроль і взаємооцінка.

Організуючи групову навчальну діяльність, потрібно забезпечити активність кожного учня. Цього можна досягти, розподіливши запропоновані групі завдання на частини за кількістю учасників групи, коли кожен має виконати свою частину роботи і пояснити спосіб її виконання іншим, а також налагодивши систему обліку діяльності кожного учня в групі. Для цього після виконання запропонованого групі завдання кожен учень має дати оцінку роботи всієї групи та кожного її члена.

Ефективно реалізувати навчання і взаємодопомогу в групах за умов дистанційної форми навчання можна завдяки доступним засобам комунікації, таким як засоби Web 2.0 (форум, Wiki, чат), e-mail, програми-комунікатори та ін.

Навчальне проектування не є принципово новою технологією. *Метод проектів* виник у 20-ті роки минулого століття у США. Спершу його називали «методом проблем» і розвивався він у межах гуманістичного напрямку у філо-

софії та освіти, в педагогічних поглядах та експериментальній роботі Джона Дьюї [319]. У ньому містилися ідеї побудови навчання на активній основі через доцільну діяльність учня. Надзвичайно важливо було показати дитині практичну значущість здобутих знань. Пропоновані проблеми мають бути з реального життя, знайомі та значущі для дитини, а для їх розв'язання дитині необхідно застосовувати як уже наявні знання, так і ті, що треба здобути.

Послідовнику Дж. Дьюї – В. Х. Кілпатрику вдалося вдосконалити систему роботи над проектами. Під проектом у той час розуміли цільовий акт діяльності, в основі якого лежить інтерес дитини. В. Х. Кілпатрик першим запропонував класифікацію проектів:

- створюваний (продуктивний) проект, пов'язаний з трудовою діяльністю – доглядом за рослинами і тваринами, підготовкою макета, конструкторською діяльністю тощо;
- споживчий, призначення якого – підготовка екскурсій, розробка і надання різних послуг, в тому числі й інформаційних тощо;
- проект розв'язання проблеми (науково-дослідницький проект);
- агротехнічні проекти, фізико-математичні проекти, технічні проекти, проекти пов'язані з розв'язуванням історичних або літературних проблем (які, як правило, поєднуються з дискусійними формами роботи) тощо;
- проект-вправа (проекти навчання і тренування для оволодіння певними навичками).

В основі методу проектів лежить розвиток пізнавальних навичок учнів, умінь самостійно конструювати свої знання, орієнтуватися в інформаційному просторі, а також розвиток критичного та творчого мислення.

Метод проектів завжди орієнтований на самостійну діяльність учнів – парну, групову, яку учні виконують протягом визначеного проміжку часу. Цей метод органічно поєднується з груповими методами та реалізується через них [101].

Метод проектів прагматично спрямований на *результат*, який можна отримати при розв'язуванні тієї чи іншої практично чи теоретично значущої проблеми. Цей результат можна побачити, усвідомити, застосувати у реальній

практичній діяльності, тому він має бути матеріальним, тобто відповідним чином оформленим – відеофільм, альбом, комп'ютерна газета, альманах тощо.

Для досягнення такого результату треба навчити учнів самостійно мислити, відкривати та розв'язувати проблеми, залучаючи знання з інших предметних галузей, уміння прогнозувати результати і можливі наслідки різних варіантів розв'язування, уміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки.

Сучасні дослідники (зокрема, Є. С. Полат [189]) розрізняють такі типи проектів.

*Дослідницькі проекти* – при їх використанні потрібна добре обміркована структура, визначена мета, актуальність предмета дослідження для всіх учасників, соціальна значущість, продуманість методів, у тому числі – експериментальних методів опрацювання результатів.

При виконанні *творчих проектів* не вимагається детально опрацьованої структури спільної діяльності учасників, що розвивається, підпорядковуючись кінцевому результату, прийнятій групою логіці спільної діяльності, інтересам учасників проекту.

Учасники *ігрових проектів* обирають для себе визначені ролі, обумовлені характером і змістом проекту. Це можуть бути як літературні персонажі, так і реально існуючі особистості, імітуються їхні соціальні і ділові стосунки, які ускладнюються вигаданими учасниками ситуаціями.

*Інформаційні проекти* спрямовані на збирання відомостей про певний об'єкт, явище, на ознайомлення учасників проекту з цими відомостями, їх аналіз і узагальнення фактів.

Результат діяльності учасників *практико-орієнтованих проектів* чітко визначається з самого початку, він орієнтований на соціальні інтереси учасників (документ, програма, рекомендації, проект закону, словник і т. ін.).

Проект може бути *монопредметним*, *міжпредметним* та *надпредметним* (або *позапредметним*). Монопредметні проекти можуть бути успішно реалізовані в умовах класно-урочної системи, інші використовуються як доповнення до урочної діяльності.

За характером контактів проекти поділяються на *внутрішні* (організова-



ні всередині однієї школи, регіону чи країни) та *міжнародні*.

За кількістю учасників проекти поділяються на *особисті*, *парні* та *групові*.

За тривалістю проведення проекти розрізняють *короткотривалі* (кілька уроків з програми одного чи кількох предметів), *середньої тривалості* (від тижня до місяця) та *довготривалі* (кілька місяців).

На практиці найчастіше доводиться мати справу зі змішаними типами проектів.

Реалізація проекту складніша будь-якого фронтального заняття як для учня, так і для вчителя. Робота над проектом стимулює самостійну активність, але разом з тим дидактична відповідальність перекладається на учнів. У зв'язку з цим проектне навчання не повинно повністю замінити традиційне навчання, а доповнити його.

Дидактичну систему дистанційного навчання, запропоновану Є. С. Полат, розширює Є. М. Смирнова-Трибульська, додавши до неї технології *повного засвоєння та занурення у предметне середовище* [257].

*Технологія повного засвоєння* навчального матеріалу є спробою розв'язати проблему «навчання всіх усього», яка з часів Я.А. Коменського була нагальним завданням більш як десятка поколінь педагогів. Оформлення її як моделі навчання пов'язують на Заході з іменами американських психологів Дж. Керрола і Б. Блума. Ще в 60-ті роки ХХ ст. вони довели, що близько 5% учнів (які мають низькі здібності) не можуть досягти визначеного рівня знань і вмінь навіть за великих витрат часу; 5% учнів (талановиті) можуть засвоювати матеріал у досить швидкому темпі, а в більшості – 90% учнів – засвоєння залежить від витрат навчального часу. З цього випливає, що за умови правильної організації навчання близько 95% учнів можуть повністю засвоїти зміст навчання.

Навчання за технологією повного засвоєння відбувається в такій послідовності. Спочатку відбувається організація учнів для роботи за запропонованою моделлю. Учні пояснюється, що треба засвоїти. Часто це супроводжується ознайомленням зі специфікаційною таблицею, в якій у першому стовпчику

зазначається зміст, що засвоюється, а в наступних – стислі навчальні цілі (за Б. Блумом, це знання, розуміння, застосування, аналіз, синтез і оцінка). Учням також демонструються зразки перевірочних робіт (тестів). Учням повідомляють, що вони отримують оцінку лише на підставі результатів підсумкової перевірки за весь курс. Кількість відмінних оцінок не обмежена, тому взаємодопомога не зменшує шанси кожного отримати відмінну оцінку. Кожен учень має право на допомогу, тому, якщо він не може засвоїти матеріал у пропонуваній спосіб, йому має бути надана альтернативна можливість.

Весь навчальний процес ділиться на блоки, а ті, у свою чергу, на дрібніші навчальні одиниці. Після вивчення кожної навчальної одиниці учні пишуть діагностичні перевірочні роботи (тести), результати яких оголошуються одразу ж після виконання. Вони, як правило, не оцінюються балами, а проводяться для з'ясування незрозумілих моментів і виправлення помилок.

За результатами перевірочних робіт учнів поділяють на тих, хто досяг повного засвоєння (група заглиблювання), та тих, хто потребує допомоги (група корекції). Звичайно, що головна увага приділяється учням другої групи. Просування в навчанні здійснюється тільки тоді, коли значна більшість учнів засвоїла необхідний матеріал.

Наприкінці вивчення курсу учні пишуть підсумкову роботу (тести), про час проведення якої вони дізнаються заздалегідь. Відповіді заносяться учнями у спеціальні бланки. Після цього учні обмінюються бланками і перевіряють їх за визначеними зразками (ключами), а потім повертають власнику, який сам собі виставляє підсумкову оцінку. Вчитель аналізує перевірочні бланки учнів і складає для кожного з них оглядові відомості, виставляючи в таблиці специфікації відповідні позначки.

У СРСР технології повного засвоєння почали розроблятися в 70-х роках, після того, як у країні було введено обов'язкову загальну середню освіту, впровадження якої не було забезпечено ані матеріальними засобами, ні набором принципово нових методик. Опинившись у складних умовах, учителі були змушені або видавати бажане за дійсне, виставляючи завищені оцінки учням, або шукати шляхи залучення всіх учнів до навчання і забезпечення необхідного

рівня засвоєння ними навчального матеріалу. У загальних рисах радянські аналогі технологій повного засвоєння нагадували американський варіант. В узагальнюючому вигляді їх можна описати такою схемою: діагностика і добір класів з близьким рівнем підготовки учнів – спрямування діяльності учнів на засвоєння і закріплення навчального матеріалу – вибір методів додаткової роботи з групою і методів ліквідації прогалин у знаннях та передавання накопиченого досвіду всьому класу – контроль за якістю засвоєння матеріалу – діагностування причин відставання.

Разом з тим радянські варіанти технології повного засвоєння навчального матеріалу мають певні відмінності від американських. Якщо в американській технології подання нового матеріалу і його опрацювання учнями здійснювалися традиційно, то вчителі-новатори в СРСР пішли шляхом подання матеріалу великими блоками, використовуючи для його кращого запам'ятовування різні знакові системи (опорні сигнали, структурно-логічні схеми тощо). На відміну від американської технології повного засвоєння, за якою учні, які засвоїли матеріал, вивчали додатковий матеріал, відпочивали та лише в окремих випадках допомагали однокласникам, які не встигли засвоїти матеріал, радянські технології пропонують залучення учнівського активу до роботи з учнями, котрі не встигають навчатися у пропонованому темпі. До недавнього часу у вітчизняних варіантах технології повного засвоєння незначна увага приділялася тестовому контролю, замість якого використовували різноманітні усні й письмові методи і прийоми контролю: від письмового відтворення опорного конспекту до магнітофонного опитування. Лише останнім часом тести починають набувати поширення в шкільній практиці (головним чином через впровадження зовнішнього незалежного оцінювання за допомогою тестів).

Дещо відмінним у вітчизняній технології є визначення ступеня засвоєння навчального матеріалу. Традиційно виділяють кілька рівнів засвоєння: репродуктивний (переказ, відтворення близько до тексту, розповідь); алгоритмічний або реконструктивний (застосування й відтворення раніше засвоєних способів дій у чітко визначеній ситуації і з заданою метою); евристичний (коли учням називається лише мета, а умови і дії, необхідні для її досягнення, не

з'ясовані, внаслідок цього учні уточнюють умови, вибирають необхідні дії із засвоєних ними раніше, самостійно переробляють відомі дані, здобуваючи суб'єктивно нові знання); творчий (коли учні самі ставлять собі мету, формулюють та деталізують її, шукають необхідні умови і дії, виробляють власні правила).

У переважній кількості випадків технологія повного засвоєння добре забезпечує засвоєння матеріалу на перших двох (репродуктивних) рівнях, коли навчальний матеріал і дії учнів при роботі з ним чітко визначені. На евристичному і творчому рівнях такі чіткі параметри відсутні, тому вчителі-експериментатори, доводячи засвоєння учнями матеріалу до реконструктивного рівня, або переходять з технології повного засвоєння на інші моделі навчання: ігрову, дискусійну, пошукову тощо, – або намагаються технологізувати навчання учнів на творчому рівні. Другий шлях часто призводить до зміни акцентів: спочатку технологія створюється з метою повного засвоєння навчального матеріалу, тому головна увага в ній приділяється репродуктивній і реконструктивній діяльності учнів, а розвиток творчості учнів посідає в ній незначне місце. З часом погляди починають змінюватися в напрямку гуманізації навчального процесу. Первинним для нього стає саме розвиток творчості, а засвоєння матеріалу – лише умовою для цього. Внаслідок цього під новою назвою виникає технологія, яка містить майже всі складові елементи попередньої. Тому, розглядаючи спектр вітчизняних технологій, слід зважувати на їх придатність до еволюційних змін, пристосовування до нових умов і нових запитів суспільства, що також постійно змінюються [10].

*Технологія занурення у предметне середовище* (технологія концентрованого навчання, тренінгова технологія) стала актуальною через відсутність у більшості учнів системи знань та умінь з окремих навчальних предметів, відсутність мотивації та прив'язаності до виучуваних предметів, швидке забування матеріалу, незатребуваність знань на практиці, а також підвищену стомлюваність у процесі вивчення різних предметів. Даний метод з різною глибиною використовували В. Ф. Шаталов [301], Ш. А. Амонашвілі [3] та інші.

Занурення у предмет – це особлива технологія організації навчального

процесу, за якої увага вчителя та учнів зосереджується на більш глибокому вивченні кожного предмету за рахунок об'єднання уроків в блоки, скорочення кількості паралельно виучуваних предметів впродовж учбового дня і навіть тижня.

Метою використання даної технології є підвищення якості навчання та виховання учнів за рахунок створення педагогічно виваженої організаційної структури навчального процесу, навчання згідно з природними психологічними закономірностями цього процесу.

Сутність концентрованого навчання полягає в неперервності процесу пізнання та його цілісності (починаючи з первинного засвоєння й завершуючи формуванням умінь користуватися набутими знаннями і вміннями); неперервності вивчення теми, розділу чи навіть окремого предмету, що забезпечує їх міцне засвоєння; скороченні кількості одночасно виучуваних предметів; орієнтації навчального процесу на розвиток самостійності, відповідальності та творчої активності учнів; варіативності та комплексності застосування методів та форм навчання, адекватних цілям та змісту навчання з урахуванням особливості динаміки працездатності учнів та вчителя; співпраці учнів та вчителя, учнів між собою.

Відповідно до однієї з моделей організації концентрованого навчання, яка може бути застосована в умовах загальноосвітньої школи, планування навчального процесу передбачає розподіл річної кількості годин, відведених на вивчення предмету, на частини. Потім протягом 3-5 днів учні вивчають лише цей предмет. За цей час на якісному рівні вивчається теоретичний матеріал всього курсу.

У наступний проміжок часу вивчення даного предмету вчитель повертає учнів до цього матеріалу, поглиблюючи та розширюючи отримані знання шляхом оперування ними у стандартних ситуаціях.

Під час третього етапу занурення учні вчать застосовувати знання у нестандартних ситуаціях. На останньому етапі концентрованого вивчення учні опановують уміння творчого застосування набутих знань.

Тривалість кожного уроку за такої організації навчання скорочується до

35 хвилин. Після кожної пари уроків, як правило, проводяться фізичні вправи, рухливі ігри та ін.

За умов концентрованого навчання робочий день учня являє собою органічне поєднання різних форм організації навчання, об'єднаних однією метою – сформувати цілісну систему знань та умінь за темою курсу чи навчального предмету в цілому.

Важливо підкреслити, що один і той самий зміст протягом дня опрацьовується в різних формах навчальної діяльності учнів з суттєвим акцентом в бік самостійної роботи учнів. Діяльність учня носить активний характер завдяки залученню його у різні форми та види роботи, що забезпечує неперервність процесу пізнання, органічну єдність процесів засвоєння знань та формування умінь.

Побудова навчального процесу на засадах технології занурення забезпечує:

- подолання розрізненості змісту та об'єднання елементів у єдине ціле;
- глибоке та міцне засвоєння учнями цілісних блоків навчального матеріалу;
- позитивний вплив на мотивацію учіння;
- формування сприятливого психологічного клімату, що є запорукою тривалої взаємодії та співпраці учнів один з одним у процесі навчання.

В дидактичній системі дистанційного навчання, запропонованій Є. М. Смирновою-Трибульською [263], доцільно окремо виділити *дослідницьку технологію* навчання.

Основною метою застосування дослідницької технології є набуття учням досвіду дослідницької роботи в пізнавальній діяльності; розвиток їх інтелектуальних здібностей, дослідницьких умінь і творчого потенціалу й на цій основі формування активної, компетентної, творчої особистості.

Більшість предметів шкільного курсу спираються на знання, набуті у процесі досліджень у тій чи іншій науковій галузі. Наука продовжує розвиватися на основі нових досліджень, учасниками яких за відповідної підготовки можуть стати і сьогоденні школярі.

Елементарну дослідницьку підготовку учнів покликана здійснювати школа, тому що саме в період учнівства набуття людиною знань і пізнавальних умінь, у т.ч. і дослідницьких, відбувається систематизовано, у гармонії з розвитком творчих здібностей, на основі інтенсивного формування особистості.

Для застосування дослідницької технології навчання вимагається: визначити мету і зміст навчальних досліджень з конкретних предметів навчальної програми; дібрати завдання і визначити характер дослідницької діяльності учнів залежно від періоду навчання.

Навчально-дослідницькі завдання мають бути підпорядковані гарантованому досягненню результатів, тому в процесі реалізації дослідницької програми слід здійснювати постійний контроль поточних результатів, вносити вчасні корективи, що веде до гарантованого досягнення поставленої мети.

Особливості застосування дослідницького підходу до навчання дисциплін математичного змісту докладно розглянуті С. А. Раковим [222].

*1.3.2.3. Інформаційні технології дистанційного навчання. Інформаційні технології ДН* – це технології створення, передавання і збереження навчальних матеріалів, організації і супроводу навчального процесу дистанційного навчання за допомогою телекомунікаційного зв'язку [106; 179; 263].

О. Є. Петров розглядає інформаційні технології ДН як розширення автоматизованих систем навчання за рахунок інтенсивного й суттєвого для процесу навчання застосування віддаленого доступу до системи як учнями, так і вчителями, а також засобів організації діалогу між самими учнями й учнями з вчителем. При цьому до переліку інформаційних технологій ДН він відносить:

- файли з навчальними відомостями у гіпертекстовому форматі;
- бази даних з віддаленим доступом для збереження та пошуку даних у гіпертекстовому форматі;
- гіпертекстові таблиці для подання матеріалів з бази даних адміністративному і викладацькому персоналу;
- гіпертекстові форми для введення відомостей, що розміщуються у базі даних;

– електронна пошта для розсилання відомостей, що не зберігаються в базі даних або не можуть бути подані у вигляді гіпертекстових таблиць;

– засоби організації діалогу між учасниками дистанційного навчального процесу (Інтернет-технології типу електронна пошта, форум, телеконференція, чат тощо) [189, 345].

Враховуючи специфіку організації взаємодії учасників дистанційного навчального процесу, з метою забезпечення якісного його управління за будь-якої чисельності учнів, були створені спеціальні програмні засоби автоматизованої підтримки дистанційного навчання, до функціонального складу яких входять перелічені програмні засоби управління базами даних та електронні комунікації, а також конструктори дистанційних курсів.

Такі програмні засоби відомі у світовій термінології як *системи управління навчальним контентом (CLMS – Content Learning Management System)*, у вітчизняній науковій літературі їх називають *інформаційними системами дистанційного навчання* (за В. Ю. Биковим [12]), або *інформаційно-освітніми середовищами для дистанційного навчання* (за Ю. В. Триусом [282]), або *телекомунікаційними інформаційно-навчальними середовищами* (за Н. В. Морзе [171]), або *платформами дистанційного навчання та системами підтримки дистанційного навчання* (за Є. М. Смирновою-Трибульською [263]), або *інформаційно-навчальними середовищами для ДН* (за М. А. Умрик [285]), або *системами дистанційного навчання* (за Н. В. Буркіною [20]) тощо. Автор дотримується терміну «системи дистанційного навчання» (СДН).

Серед десятків СДН, що застосовуються у світовій практиці впровадження та підтримки ДН, найбільшого поширення в Україні набули такі системи: системи, що розповсюджуються на комерційній основі – Lotus LearningSpace (виробник: ІВМ, офіційний сайт системи: <http://www.lotus.com>), Прометей (НІЦ «АСК», <http://www.prometeus.ru>), «Агапа» (ТОВ «АВ-Консалтинг», <http://www.agapa.com.ua>), вільно поширювані системи – «Веб-клас ХПІ» (НТУ «ХПІ», <http://dl.kpi.kharkov.ua>) та MOODLE (М. Дугіямас, <http://www.moodle.org>).

Оскільки використання СДН надає можливість поєднати технології тра-



диційного навчання із сучасними інформаційними технологіями, заснованими на автоматизації діяльності вчителя й учнів, СДН можуть бути використані як програмні засоби організації та підтримки комп'ютерно-орієнтованих самостійних робіт. При цьому ефективність таких робіт залежить від правильного вибору СДН з урахуванням її основних характеристик:

- зручна навігація;
- широкий доступ до інформаційних ресурсів і навчальних матеріалів з різних дисциплін;
- створення інформаційних ресурсів дистанційного навчання засобами, які не вимагають від авторів курсів спеціальних знань з Web-технологій;
- підтримку комунікації учасників дистанційного навчального процесу (електронна пошта, телеконференції, форум, новини, списки розсилання, чат);
- збереження відомостей про учасників дистанційного навчального процесу, їх успішність та активність;
- організацію контролю навчальної діяльності студентів в асинхронному і синхронному режимах;
- адміністрування дистанційного навчального процесу [282].

Спираючись на технічні, фінансові та педагогічні погляди організаторів та учасників дистанційного навчального процесу, а також враховуючи досвід впровадження ДН у Дніпропетровському національному університеті, Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут», Києво-Могилянській академії, Інституті інформатики Національного педагогічного університету ім. М. П. Драгоманова (м. Київ), Національному університеті біоресурсів та природокористування України (м. Київ), Уманському державному педагогічному університеті ім. П. Тичини, Відкритому міжнародному університеті розвитку людини «Україна» (м. Київ), Херсонському економіко-правовому інституті, Херсонському державному аграрному університеті, Тернопільському національному педагогічному університеті ім. В. Гнатюка, Класичному приватному університеті (м. Запоріжжя), Криворізькому державному педагогічному університеті та в інших вищих навчальних закладах, вибір СДН як основного програмного засобу організації та підтримки самостійної роботи

учнів з вивчення програмного забезпечення математичного призначення був зроблений на користь вільно поширюваної системи MOODLE.

**MOODLE** (від англ. Modular Object Oriented Dynamic Learning Environment – модульне динамічне об'єктно-орієнтоване середовище для навчання) є програмним комплексом для організації дистанційного навчання в мережі Internet. Це пакет програм, призначений для створення в мережі Інтернет навчальних курсів різних напрямків, а також різних тестових програм для перевірки знань. Розробка системи була розпочата Мартіном Дугіямасом (який і сьогодні координує її) у 90-ті роки ХХ ст., кілька попередніх прототипів були створені і відкинуті перед тим, як 20 серпня 2002 року він випустив версію 1.0. Ця версія була націлена на малі класи університетського рівня і була предметом наукових досліджень, у яких детально аналізувалася природа співробітництва і процеси, що відбувалися всередині цих маленьких груп студентів. З тих пір постійно проводилися нові випуски системи, що включали додаткові послуги, кращу масштабованість та удосконалене виконання [234].

Остання англійська версія системи дистанційного навчання MOODLE – MOODLE 1.9.4, українська – MOODLE 1.7.

Наведемо загальні характеристики системи дистанційного навчання MOODLE [258]:

- простий та зручний інтерфейс користувача;
- просто інсталюється майже на всі платформи, де підтримується PHP;
- повна абстракція баз даних, підтримуються всі види баз даних;
- у списку курсів висвітлюється опис кожного курсу, включаючи можливість перегляду гостями;
- існує можливість категоризації та пошуку курсів – на одному сайті за допомогою MOODLE можна підтримувати тисячі курсів;
- надійна система безпеки – форми перевіряються, дані підтверджуються, паролі шифруються.
- більшість текстових областей введення (ресурси, поштові відправлення) можуть бути відредаговані за допомогою вбудованого WYSIWYG HTML-редактора.

Перелічимо основні характеристики системи стосовно підтримки роботи користувачів [320]:

- вплив адміністратора зводиться до мінімуму, проте забезпечується високий рівень безпеки;
- підтримка ряду механізмів аутентифікації через вбудовані модулі аутентифікації полегшує інтеграцію з існуючими системами;
- адміністратор контролює створення курсів і призначає викладачів, записує користувачів на курси;
- розробник курсів створює курси;
- викладачі можуть не мати привілеїв стосовно модифікації курсів (наприклад, позаштатні викладачі);
- викладачі можуть додавати «реєстраційний ключ» до своїх курсів для неможливості прослуховування їх не-студентами. Ключ може передаватися особисто чи електронною поштою;
- при бажанні викладачі можуть власноруч записувати студентів;
- заохочується створення студентами онлайн-профайлів, включаючи фотографії, описи. При бажанні поштові адреси можуть не висвітлюватися;
- кожен користувач може обрати мову для інтерфейсу MOODLE (на сьогодні підтримується понад 70 різних мов).

Основні можливості системи щодо підтримки курсів:

- штатний викладач має повний контроль над всіма налаштуваннями, включаючи обмеження щодо інших викладачів;
- курси можуть обиратися в залежності від тижня, теми, дискусії;
- гнучкі засоби діяльності стосовно курсу – форуми, журнали, ресурси, дослідження, вибори, завдання, чати, семінари;
- зміни у курсі з моменту останнього входження в систему можуть висвітлюватися на домашній сторінці курсів;
- усі оцінки за форуми, журнали, виконані завдання можуть бути переглянуті на одній сторінці (і збережені в окремому файлі);
- повні звіти про вхід в систему і діяльність користувачів доступні з графами і деталями стосовно кожного модуля (останній доступ, кількість часу) так

само, як і детальна історія активності кожного студента, включаючи листування, журнальні статті на сторінці;

- копії листів на форумах, відповіді викладачів можуть бути збережені в форматі HTML чи у вигляді простого тексту;

- викладачі можуть вводити власні системи оцінювання форумів, завдань, журналів;

- курси можуть бути запаковані у стандартний zip-файл.

Наведемо основні характеристики системи навчання за модулями дистанційного курсу [321].

*Модуль завдань:*

- завдання можуть бути охарактеризовані датою складання і максимальною оцінкою;

- студенти можуть завантажувати свої завдання на сервер (у будь-якому форматі);

- дозволяється невчасне виконання завдання, але час запізнення показується викладачеві;

- відповідь викладача приєднується до сторінки із завданням кожного студента, про що надсилається попередження;

- викладач може дозволити перескладання завдань після оцінювання.

*Модуль тестів:*

- викладачі можуть визначати базу даних питань для використання у різних тестах;

- тести можуть бути розподілені за категоріями для полегшення доступу, і ці категорії можуть бути доступними для всіх курсів на сайті;

- тести автоматично оцінюються і переоцінюються, якщо питання змінюються;

- тестам відповідає обмежене часом вікно, поза яким доступу до них немає;

- на вимогу викладачів тестування може проводитися багаторазово, з демонстрацією правильних відповідей;

- тестові питання і відповіді можуть бути перемішані для захисту від

списування;

- в тестах підтримуються теги HTML, формули LaTeX і малюнки;
- тестові питання можуть бути імпортовані із зовнішнього текстового файлу;
- кількість спроб проходження тестів може бути обмеженою;
- існують питання з багатьма правильними відповідями, питання, що потребують короткої відповіді (слово чи фразу), питання типу правда-неправда, випадкові питання, нумеровані питання, питання із вбудованими відповідями (у фрагменті тексту), вбудований описовий текст і графіка.

**1.3.3. Переваги організації самостійної роботи учнів з використанням технологій дистанційного навчання.** Говорячи про організацію самостійної роботи учнів з використанням технологій дистанційного навчання, необхідно визначити, яких саме нових якостей можна досягти у порівнянні з традиційними підходом, взявши за основу переваги, відмічені у роботі М. А. Умрик [285].

1. Застосування технологій дистанційного навчання надає можливість урізноманітнити самостійну діяльність учнів як окремий вид їх навчальної діяльності, складовими якої є пізнавально-продуктивна діяльність, комунікативна діяльність, методологічно-змістова діяльність, психолого-виховна діяльність, технічна діяльність [6].

*Пізнавально-продуктивна діяльність* учнів реалізується у таких формах, як дистанційні творчі олімпіади, проекти і курси. Основною метою такої діяльності в дистанційному навчанні є набуття і розвиток учнями умінь створювати творчий продукт з використанням засобів телекомунікацій.

*Комунікативна діяльність* учнів в процесі дистанційного навчання передбачає винесення творчого продукту, створеного у результаті пізнавально-продуктивної діяльності, на обговорення в електронні конференції та дискусійний чат. Форми організації комунікативної діяльності поділяються на: асинхронні (електронна пошта, телеконференція, форум, дошка оголошень, гостьова книга) та синхронні (чат-уроки і чат-конференції у режимі реального часу).

*Методологічно-змістова діяльність* учнів передбачає суттєве збільшен-

ня складової самостійного управління учнями пізнавально-продуктивною діяльністю, розвиток у них умінь, спрямованих на самоуправління своєю навчальною діяльністю.

*Психолого-виховна діяльність* учнів полягає у вихованні особистісних умінь для підсилення самостійності учня у дистанційному навчальному процесі:

- уміння бути здатним до самоосвіти, людиною, яка може вчасно реагувати на стрімкі зміни в соціальній та технічній областях життя;
  - цілеспрямованість, самодисципліна і наполегливість;
  - позитивне ставлення до навчання за дистанційною формою;
- та ін.

*Технічна діяльність* полягає у набутті учнем специфічних знань, умінь та навичок із застосування засобів телекомунікацій.

2. Організуючи самостійну роботу учнів у системі підтримки дистанційного навчання, вчитель отримує зручний ефективний інструмент для повноцінного контролю та моніторингу самостійної роботи учнів – систематичне консультування у формі електронного листування, чату чи форуму, виконання практичних робіт, регулярне тестування тощо.

3. Використання інструментарію системи підтримки дистанційного навчання надає можливість вчителю вибудувати індивідуальну траєкторію підтримки самостійної роботи кожного учня, а саме адаптувати зміст завдань та контроль за їх виконанням відповідно до індивідуальних здібностей учня.

4. За допомогою наявних у системі підтримки дистанційного навчання комп'ютерних телекомунікацій (електронна пошта, чат, форум, аудіо-відео конференція, дошка оголошень, списки розсилання) є можливість забезпечити активну взаємодію вчителя та учня, вчителя та групи учнів, учнів між собою, організувати колективні форми самостійної роботи.

5. Додатковою мотивацією навчально-пізнавальної діяльності учня при виконанні самостійної роботи з використанням технологій дистанційного навчання є рейтингове оцінювання як засіб створення атмосфери суперництва.

6. Застосування технологій дистанційного навчання знімає психологічні проблеми, пов'язані з комунікабельністю школярів, дозволяє їм бути більш відвертими. Можливість попрацювати над своєю думкою допомагає учням усунути огріхи усного та письмового типів мовлення.

7. У системі підтримки дистанційного навчання всі необхідні матеріали для самостійного навчання (електронні версії друкованих навчальних матеріалів (якщо це, не передбачає порушення авторських прав), електронні підручники, інструктивні матеріали, корисні посилання, ресурси Інтернет, консультації фахівців тощо) учень має безпосередньо в особистому розпорядженні, таким чином створюється так звана особиста «база знань» кожного учня.

**1.3.4. Вимоги та рекомендації щодо організації самостійної роботи учнів з використанням технологій дистанційного навчання.** На підставі аналізу досвіду впровадження дистанційного навчання у навчально-виховний процес шкіл Росії, а також стану впровадження дистанційного навчання у навчальний процес вітчизняних шкіл можна сформулювати загальні вимоги щодо організації самостійної роботи старшокласників з використанням технологій дистанційного навчання та рекомендації щодо добору змісту та оформлення навчальних матеріалів з метою розміщення та самостійної роботи учнів з ними у системі дистанційного навчання.

Загальні вимоги щодо організації самостійної роботи старшокласників з використанням технологій дистанційного навчання:

1. Забезпечення апаратно-технічної бази, що передбачає наявність високоорганізованої комп'ютерної мережі з одним чи кількома серверами (один – для обслуговування локальної комп'ютерної мережі, другий може використовуватися для підтримки організації Екстранету, третій – для використання ресурсів глобальної мережі Інтернет в освітніх цілях) [166, 100];

2. Забезпечення програмного засобу для централізованого зберігання та розподіленого подання навчальних матеріалів, зокрема СДН, вибір якого здійснюється з урахуванням вимог, що до них висуваються (див. п. 1.3.2.3);

3. Підготовка висококваліфікованих кадрів, компетентних в організації та проведенні дистанційного навчального процесу – фахівців у предметних га-

лузях, методистів, добре ознайомих зі специфікою Інтернет- і комунікаційних технологій, із сучасними тенденціями в системі освіти, сучасними концепціями, теоріями, педагогічними технологіями, психологічними особливостями взаємодії в мережі тощо [139];

4. Застосування технологій дистанційного навчання учнів, як таких, що доповнюють та розширюють технології традиційного класно-урочного навчання за рахунок організації самостійної роботи учнів переважно на засадах змішаної моделі дистанційного навчання [118; 119; 259; 285];

5. Контроль за впровадженням технологій дистанційного навчання та координацію роботи вчителів у даному напрямку [180];

6. Організація участі учнів у телекомунікаційних проєктах, дистанційних олімпіадах тощо. Надбання досвіду проведення дистанційних заходів із залученням віддалених шкіл [166, 101];

7. Розробка методик застосування технологій дистанційного навчання в школі [180];

8. Систематичне проведення науково-практичних семінарів для обміну досвідом та обговорення проблем, що виникають у процесі впровадження технологій дистанційного навчання [180].

Рекомендації щодо добору змісту та оформлення навчальних матеріалів з метою розміщення та самостійної роботи учнів з ними у системі дистанційного навчання:

1. Зміст навчального матеріалу, що пропонується учням для самостійного опрацювання, має бути структурований за модульним принципом, що надасть можливість вчителю на власний розсуд варіювати послідовність вивчення тем курсу.

2. Подання навчальних матеріалів у СДН повинно передбачати використання різноманітних складових елементів останньої і разом з тим не відволікати увагу учнів від основної мети навчання (засвоєння теоретичних знань, формування практичних умінь тощо);

3. Зміст текстових навчальних матеріалів має відповідати основним дидактичним принципам; бути розбірливим, зрозумілим, несуперечливим та пра-



вильним (з точки зору мовної грамотності);

4. Оформлення теоретичного матеріалу теми має бути виконане з використанням гіпертекстових чи мультимедійних технологій з урахуванням психологічних закономірностей сприйняття, пам'яті, мислення та уваги.

Застосування гіпертекстових технологій надає можливість організувати самостійне опрацювання навчального матеріалу за принципом використання розгалуженої системи перехресних зв'язків, котрі частково моделюють процес мислення учнів, спрямовують шлях думок.

Застосування мультимедійних технологій стимулює найбільшу кількість відчуттів в учня; одночасна мобілізація слухових, зорових та інших способів сприйняття людини різко збільшує ефективність передавання і сприйняття повідомлень.

Разом з тим, органи чуття людини обмежені у реагуванні на інформаційні сигнали, сприймається лише дозована кількість повідомлень із навколишнього середовища; і якщо повідомлень багато, то мозок зазнає інформаційного перенасичення (перенавантаження); людина сприймає світ залежно від того, що вона очікує сприйняти, через те її свідомість більшою мірою реагує на нове і несподіване; «ефект технічного перенасичення» полягає в тому, що людина не спроможна без варіювання виконувати одноманітні завдання протягом навіть нетривалого часу, тому іноді непомітно для себе вона змінює завдання, яке розв'язує [142];

5. Обов'язковою є наявність списку рекомендованої додаткової літератури та точних (актуальних і робочих) гіперпосилань на Інтернет-ресурси з розглядуваної теми;

6. На завершальному етапі вивчення кожного структурного елемента курсу (теми чи модуля), а також курсу в цілому повинні мати місце контрольні заходи, процедура проведення яких та форма подання результатів визначається вчителем.

Дотримання зазначених вимог та рекомендацій є необхідною умовою успішної інтеграції технологій дистанційного навчання у процес організації та підтримки самостійної роботи учнів.

#### 1.4. Місце програмних засобів комп'ютерної математики у системі шкільної освіти

За тлумаченням Ю. В. Триуса [283, 35], *комп'ютерну математику* можна визначити як сукупність теоретичних, методичних, алгоритмічних, апаратних і програмних засобів, які призначені для ефективного розв'язування за допомогою комп'ютерів широкого кола математичних задач з високим ступенем візуалізації всіх етапів обчислень.

Широкого застосування в навчальних закладах набувають різноманітні *програмні засоби комп'ютерної математики*, які за ідеєю М. І. Жалдака [58] можна умовно поділити на дві великі групи:

- програмне забезпечення *навчально-дослідницького* призначення, так звані ППЗ, розраховане на учнів загальноосвітніх навчальних закладів та студентів вузів, які лише почали вивчати шкільний курс математики та основи вищої математики;

- програмне забезпечення *науково-дослідницького* призначення, так зване професійно-орієнтоване програмне забезпечення, розраховане на математиків-фахівців досить високої кваліфікації.

Програмні засоби першої групи, перелік та загальна характеристика яких наводиться в п. 1.2, можуть бути застосовані на різних етапах вивчення предметів природничо-математичного циклу, у тому числі й для організації самостійної діяльності учнів, у класах основної та старшої школи незалежно від напряму профілізації.

Застосування професійно орієнтованого математичного програмного забезпечення має визначальне значення у процесі активізації пізнавальної діяльності учнів старших класів з поглибленим вивченням математики, а також старшокласників фізико-математичного профілю підготовки.

Науково-дослідницьке програмне забезпечення за призначенням, структурою та функціями можна умовно поділити на кілька груп, а саме:

1. *Математичні пакети вузької спеціалізації*: GAP, Macaulay, Singular та ін.;

2. *Програмні засоби візуалізації математичних даних*: GnuPlot, JMol, LaTeX та ін.;

3. *Системи геометричного моделювання*: Autodesk 3ds Max, ANSYS та ін.;

4. *Системи комп'ютерної математики*: Derive, Maple, Matlab, Mathematica, MathCAD, Maxima, Sage та ін.

У наведеній класифікації перелічено найпопулярніші на сьогодні, переважно некомерційні, програмні засоби підтримки математичних досліджень.

Широкі можливості для ефективного здійснення розрахунків, проведення навчальних та наукових досліджень, а також моделювання процесів та явищ в різних предметних галузях відкриваються на основі використання математичних програмних засобів універсального типу – комп'ютерних математичних систем або систем комп'ютерної математики.

За тлумаченням В. П. Д'яконова, *системи комп'ютерної математики* (СКМ) – це програмні засоби, за допомогою яких можна автоматизувати виконання як чисельних, так і аналітичних (символьних) обчислень і розрахунків [48].

Перші СКМ з'явилися на ринку програмних засобів у 60-х роках ХХ століття. Найбурхливіший період їх розвитку припадає на 90-і роки ХХ століття. Сучасні СКМ оснащені зручним інтерфейсом та потужним графічним інструментарієм, в них реалізовано значну кількість стандартних і спеціальних математичних операцій, функцій та методів. Визначальними характеристиками сучасних СКМ є наявність власних мов програмування, засобів підготовки математичних текстів до друку, передбачення можливостей здійснювати імпортування даних для опрацювання з інших програмних продуктів, зокрема електронних таблиць, та експортування даних в них [282].

Кожна з СКМ має певні нюанси в архітектурі, тим не менш всі вони мають спільну структуру (рис. 1.2), складовими якої є обчислювальне ядро системи, бібліотеки процедур та функцій, пакети розширень, довідкова система та інтерфейс користувача [48].

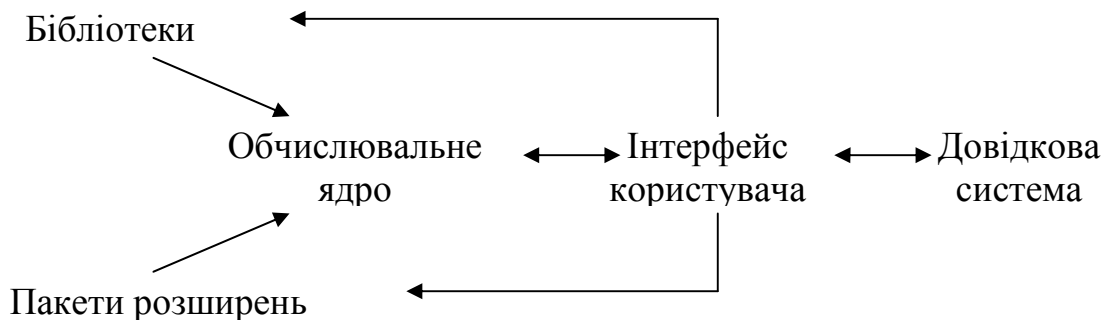


Рис. 1.2. Структура СКМ

Центральне місце займає *обчислювальне ядро системи*, що визначається набором вбудованих функцій та процедур, які називають основними або стандартними функціями (процедурами) СКМ. Основні функції та процедури виконуються надзвичайно швидко. З цієї точки зору до ядра було б доцільно включати якнайбільше обчислювальних засобів, проте це мимоволі призводить до уповільнення пошуку потрібних засобів у зв'язку із зростанням їх кількості, збільшення часу завантаження ядра тощо. Тому обсяг ядра обмежують, але до нього додають *бібліотеки процедур та функцій*. В деяких системах передбачена можливість модернізації бібліотек.

Розширення можливостей застосування СКМ та їх адаптація до розв'язування задач користувачами досягається за рахунок *пакетів розширень*. Ці пакети, як правило, описані вбудованою мовою програмування тієї чи іншої системи.

Звернення до *довідкової системи СКМ* надає можливість отримати оперативну допомогу з питань призначення, синтаксису використання функцій та процедур СКМ, а також прикладів їх застосування.

Основним призначенням *інтерфейсу користувача СКМ* є надання можливості організації запитів до функцій СКМ та отримання результатів обчислень. Оснащеність сучасних СКМ графічним інтерфейсом забезпечує зручність роботи з ними користувачів, які мають різний рівень стартових знань та прийомів роботи з програмними засобами ІКТ, у томі числі з професійно орієнтованим математичним програмним забезпеченням.

Серед багатьох створених СКМ найбільшу популярність отримали такі СКМ: Derive, MathCAD, Maple, Matlab, Mathematica та Maxima, загальну характеристику яких наведено в таблиці 1.2.

Як правило, СКМ використовують для розв'язування наукових, інженерних, навчальних задач, наочної візуалізації даних і результатів обчислень і як зручні та повні довідники з математичних обчислень. Разом з тим, завдяки потужній графіці, засобам візуального програмування й використанню мультимедіа технологій, роль СКМ виходить далеко за межі тільки математичних розрахунків. Вони широко використовуються в освіті як потужні інструментальні засоби для підготовки електронних уроків, курсів лекцій та електронних книг з динамічними прикладами [224].

Таблиця 1.2

### Загальна характеристика СКМ

Назва СКМ (остання версія системи)	Розробник	Основні характеристики	
		<i>переваги</i>	<i>недоліки</i>
<b>Derive</b> (Derive 6.1)	Texas Instruments	– компактність обчислювального ядра; – коректність при розв'язуванні задач; – наявність локалізованих версій; – можливість використання у кишенькових калькуляторах фірм TI та HP.	– розробка припинена; – низька якість графіки; – доступна тільки для платформ DOS та Windows.
<b>MathCAD</b> (MathCAD 14.0)	Mathsoft Engineering & Education Inc.	– відображення математичних текстів у природній математичній нотації, у тому числі при введенні; – можливість об'єднання в одному MathCAD-документі обчислювальних, програмних, графічних та текстових областей; – можливість використання фізичних величин з розмірністю	– доступна тільки для платформи Windows; – обмеженість у виконанні символічних перетворень та обчислень.

розповсюдження на комерційній основі

Назва СКМ (остання версія системи)	Розробник	Основні характеристики	
		<i>переваги</i>	<i>недоліки</i>
		обраної системи одиниць.	
<b>Maple</b> (Maple 13.02)	Waterloo Maple Inc.	– найкраще символне ядро; – висока точність обчислень; – введення (з 11 версії) математичних виразів у природній математичній нотації; – структурованість документу; – інтуїтивно зрозумілий інтерфейс.	– незручність у роботі з великою кількістю числових даних.
<b>Matlab</b> (Matlab 7.9)	The MathWorks	– універсальна СКМ для здійснення швидких і точних чисельних розрахунків у різних предметних галузях; – відкритість і розширюваність – сумісність з різними операційними платформами.	– громіздкість обчислювального ядра; – вимогливість до апаратних ресурсів інформаційної системи; – найдорожча СКМ.
<b>Mathematica</b> (Mathematica 8.0)	Wolfram Research	– унікальність 3D-графіки; – сумісність з різними операційними платформами.	– складність синтаксису.
<b>Maxima</b> (Maxima 5.20.1)	Вільям Шелтер	– відкритість та вільно поширюваність СКМ; – сумісність з різними операційними платформами; – різноманітність графічних інтерфейсів; – допустимість інтеграції в різні середовища (на основі Web-технологій); – єдина з вільно поширюваних відкритих систем, яка за обчислювальними характеристиками не поступається комерційним СКМ.	– відсутність або обмеженість інструментарію для здійснення теоретичних математичних досліджень, зокрема з теорії чисел, теорії груп, математичної логіки тощо.

Освітній потенціал СКМ, а також можливість їх використання як ППЗ обґрунтовано в роботі Т. В. Капустіної [85]. Виходячи з положень методології проектування зразків нових інформаційних технологій, сформульованих В. М. Монаховим [160], визначимо особливості застосування СКМ як інноваційної педагогічної технології:

1) педагогічно виважене використання створюваних на їх основі нових педагогічних технологій забезпечує розвиток творчої активності учнів і уводить методичні інновації в навчальний процес;

2) на основі їх використання можна інтегрувати навчальну, навчально-наукову, методичну, організаційну діяльність вчителя та учнів в рамках єдиного навчально-виховного процесу;

3) використання СКМ надає можливість забезпечити органічний взаємозв'язок між змістом традиційних математичних дисциплін та банком інформаційних даних й інформаційних масивів, відкритих для вчителя та учнів;

4) за допомогою СКМ можна забезпечити безперервність, наступність і сумісність ІКТН як математичних дисциплін в цілому, так і окремих їх тем;

5) використання СКМ надає можливість забезпечити повноцінну навчальну діяльність з організаційним поданням всіх її компонентів (системи навчальних завдань, які відповідають навчальним дій) викладачем, що може бути досягнуто проектуванням особливих навчальних ситуацій і цілеспрямованим формуванням в учнів узагальнених зразків дій;

6) провідним принципом у педагогічних технологіях, що спираються на СКМ, є опора на активність самого учня;

7) реалізація ІКТ на базі СКМ відбувається у вигляді створення комп'ютерного навчального середовища для математичних дисциплін з урахуванням принципу наочності;

8) забезпечується поєднання індивідуального підходу з різними формами колективної навчальної діяльності;

9) при застосуванні СКМ комп'ютер використовується як інструмент для дослідження широкого кола математичних об'єктів.

Ефективність застосування СКМ у процесі вивчення математичних дисциплін у вищому навчальному закладі, зокрема, для організації самостійної дослідницької діяльності студентів різних спеціальностей, теоретично та експериментально обґрунтовано в роботах авторського колективу у складі М. І. Жалдака, В. Ю. Бикова, Ю. О. Жука, С. А. Ракова, Л. І. Білоусової та В. П. Гороха [210; 211], В. І. Клочка [90], Ю. В. Триуса [282], Т. П. Кобильника [93] та ін.

Про доцільність застосування СКМ на уроках математики в старших класах при розв'язуванні прикладних задач, зокрема, з початків аналізу та математичної статистики, зазначається в інструктивно-методичних листах МОН.

М. В. Рафальська вказує, що застосування засобів СКМ у процесі навчання математики в школі надає можливість активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів, сприяє розвитку їх творчих здібностей, математичної інтуїції та навичок здійснення дослідницької діяльності з використанням сучасних засобів ІКТ, а проведення комп'ютерних експериментів у середовищі СКМ надає можливість організувати навчання математики з використанням елементів проблемного навчання, дослідницьких підходів у навчанні. Окрім того, оволодіння вміннями та навичками здійснення обчислень у певній СКМ та використання цих засобів для розв'язування навчальних та прикладних задач є необхідною умовою формування математичних компетентностей учнів [227].

На думку О. В. Панькова, застосування методу обчислювального експерименту та його реалізація у середовищі СКМ у процесі розв'язування задач економічного змісту на уроках математики надає можливості:

- організувати творчу, дослідницьку діяльність учнів;
- підсилити мотивацію учіння;
- реалізувати зв'язки теорії з практикою;
- сприяти формуванню алгебраїчної культури учнів;



– вивільнити навчальний час за рахунок виконання трудомістких розрахунків за допомогою СКМ;

– візуалізувати навчальний матеріал [187].

Свідченням ефективного застосування засобів СКМ MathCAD у дослідницькій роботі з математики учнів російських шкіл є результати дослідження С. Ю. Попад'їної [205].

Проте доцільність цілеспрямованого й систематичного навчання учнів загальноосвітніх шкіл застосовувати інструментарій СКМ для розв'язування математичних задач та організації навчальних досліджень до сих пір є дискусійним питанням.

Необхідність введення СКМ у процес системи шкільної математичної освіти, на думку Р. І. Івановського, визначається такими факторами:

- висока інтенсивність навчального процесу;
- вимоги щодо підвищення інформативності занять;
- нестача навчального часу на розробку учнями складних програм;
- вимоги варіативності типових задач, що розв'язуються;
- простота створення ілюстрацій та їх анімації на базі СКМ;
- намаганнями виключити рутинні операції;
- простота символічного, чисельного чи графічного розв'язування задач у середовищі СКМ [79].

Метою ознайомлення учнів старших класів з елементами практичного використання інструментарію СКМ на уроках інформатики та на факультативних заняттях, на думку дослідника, є набуття базових знань з певної СКМ, що полегшить адаптацію колишнього учня до умов навчального процесу у ВНЗ.

Ю. В. Позняк зазначає, що для школярів СКМ є незамінним помічником у вивченні математики, фізики та інформатики, а їх застосування надає можливість вивільнити час від рутинних розрахунків та зосередити увагу учнів на сутності методів розв'язування тієї чи іншої задачі [199]. Автор пропонує розпочати ознайомлення учнів з СКМ у формі курсу за вибором «Вступ до систем

комп'ютерної математики», рекомендованого для учнів 9–10 класів, та продовжити в курсі «Застосування систем комп'ютерної математики», рекомендованого для учнів 11–12 класів.

Таким чином, СКМ є ефективним засобом реалізації міжпредметних зв'язків інформатики з іншими предметами природничо-математичного циклу.

За умов систематизованого вивчення програмних засобів математичного призначення постає питання вибору СКМ як предмету вивчення, так і як середовища для проведення навчальних досліджень старшокласниками. При цьому критеріями вибору СКМ мають бути не тільки технічні характеристики та показники зручності використання пакетів, а й вартість СКМ. Тому для вітчизняної системи освіти, зокрема, загальноосвітніх навчальних закладів, доцільним є використання вільнопоширюваних СКМ, в тому числі мережних, які набувають все більшого поширення.

Відмінною характеристикою мережних СКМ (або *Web-СКМ*) є оснащення Web-інтерфейсом, існування якого надає такі можливості:

- не встановлювати обчислювальне ядро СКМ на клієнтській машині.
- виконувати обчислення на Web-сервері СКМ;
- організовувати запит для здійснення обчислень та відображати результати обчислень за допомогою Web-браузера.

Окрім того, визначальними характеристиками Web-СКМ є:

- невимогливість до апаратної складової обчислювальної системи;
- індиферентність до використовуваного браузера;
- простота адміністрування (зняття проблеми підтримки великої інсталяційної бази та ліцензування програмного забезпечення);
- мобільний доступ до навчальних ресурсів, програм і даних та ін.

Сьогодні до класу мережних СКМ відносять MathCAD Application Server (MAS), MapleNet, Matlab Web Server (MWS), webMathematica, wxMaxima та Sage. Проте не всі із перелічених Web-СКМ можуть бути з легкістю використа-

ні для організації самостійної роботи старшокласників за технологіями дистанційного навчання.

Найбільший потенціал щодо організації учнівських досліджень, що включають побудову та оцінку математичної моделі, із застосуванням мережних технологій відмічено у системі Sage, перша версія якої з'явилася у лютому 2006 року.

**Sage** (Software for algebra and geometry experimentation – програмне забезпечення для алгебраїчних та геометричних досліджень) – це безкоштовне вільно поширюване середовище математичних обчислень для виконання чисельних розрахунків та символічних перетворень, а також наочної візуалізації даних [326].

Проектом Sage керує професор факультету математики Вашингтонського університету (м. Сіетл) Вільям Штейн. Кінцевою метою проекту є створення відкритого високоякісного програмного забезпечення як гідної альтернативи комерційним програмним засобам, таким як Maple, Mathematica, Matlab тощо.

Система Sage оснащена двома інтерфейсами – локальним інтерфейсом командного рядка (рис. 1.3) та Web-інтерфейсом (рис. 1.4).

```
sage login: sage
Linux sage 2.6.17-12-386 #2 Tue Dec 18 02:08:33 UTC 2007 i686
Програми, включенні в Ubuntu Linux – вільно розповсюджене ПО;
SAGE – вільно розповсюджене математичне ПО, яке успішно може
працювати з несвободними системами (Matlab, Mathematica, Maple, Magma).
-----
| Sage Version 4.1, Release Date: 2009-07-09                               |
| Type notebook() for the GUI, and license() for information.             |
-----
sage: simplify(3*x^2+5*x+17*x-x^2)
2*x^2 + 22*x
sage: f=(x-1)*(x-1)*(2*x-3); simplify(f)
(x - 1)^2*(2*x - 3)
sage: f.simplify()
(x - 1)^2*(2*x - 3)
sage: expand((x-1)*(x^2-1))
x^3 - x^2 - x + 1
sage: b=(x-1)*(x^2-2*x+2); b
(x - 1)*(x^2 - 2*x + 2)
sage: b.expand()
x^3 - 3*x^2 + 4*x - 2
sage: factor(x^12-1)
(x - 1)*(x + 1)*(x^2 + 1)*(x^2 - x + 1)*(x^2 + x + 1)*(x^4 - x^2 + 1)
sage: var('a,b')
(a, b)
sage: factor(a^2-a*b-4*a-4*b)
a^2 - a*b - 4*a - 4*b
sage: _
```

Рис. 1.3. Інтерфейс командного рядка Sage

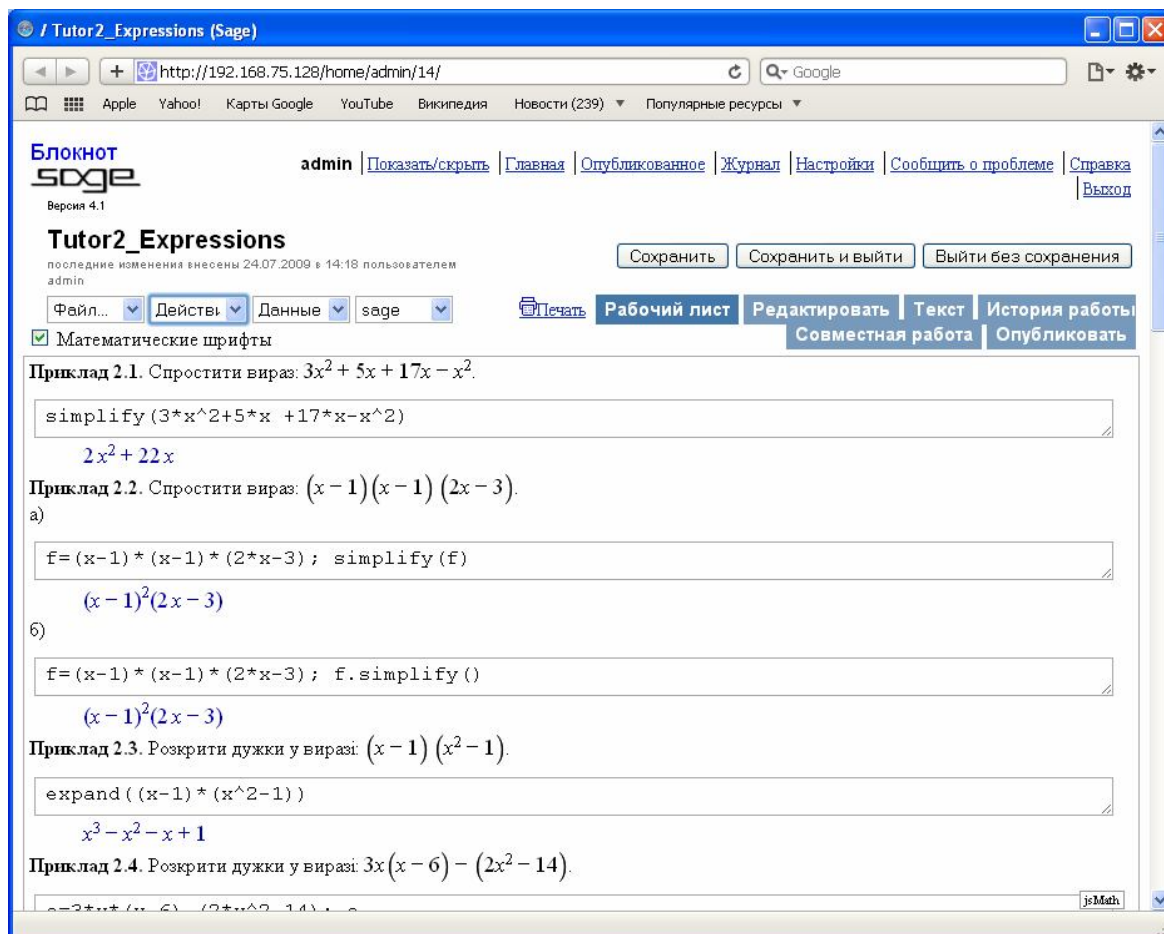


Рис. 1.4. Web-інтерфейс Sage

Оснащеність Web-інтерфейсом та вільне поширення середовища математичних обчислень Sage – це основні, але не єдині переваги системи у порівнянні з іншими мережними СКМ. Серед визначальних характеристик Sage слід відмітити такі:

- відкритість повнофункціонального Web-сервера системи;
- персоналізація роботи за рахунок створення власних Sage-блокнотів;
- організація роботи з Sage-аркушами, як з об'єктами внутрішньої файлової системи;
- інтеграція більше 100 математичних пакетів у єдиному середовищі: PARI, GAP, GSL, Singular, MWRANK, NetworkX, Maxima, Sympy, GMP, Numpy, matplotlib та ін.;
- підтримка інтерфейсів до комерційних систем комп'ютерної математики, таких як Maple, Mathematica і Matlab;

- виконання на Web-сторінках програм, описаних мовами програмування Python, Lisp, Java та ін.;
- спрощеність процедури публікації робочих аркушів у мережі Інтернет;
- наявність режиму спільної роботи користувачів з робочими аркушами;
- відсутність потреби встановлення спеціального програмного забезпечення для подання математичних виразів у природній математичній нотації;
- підтримка технологій Web 2.0;
- мовна локалізація;
- можливість здійснення інтеграції з СДН.

У процесі дослідження було встановлено, що інтеграція Web-СКМ Sage та СДН MOODLE може бути виконана:

- на рівні фреймової інтеграції Web-інтерфейсів (Web-інтеграція або фреймова інтеграція);
- на рівні організації тестового контролю знань (модульна інтеграція);
- на рівні вбудування блокнутого інтерфейсу Web-СКМ у інформаційні ресурси СДН (глобальна або функціональна інтеграція).

Інтеграція на першому рівні може бути здійснена незалежно від того, чи є СДН та Web-СКМ відкритими програмними середовищами. Необхідною умовою здійснення такої інтеграції є оснащення СДН режимом подання інформаційних ресурсів у вікні браузера на сторінці фреймової структури. Здійснення інтеграції на двох інших рівнях можливе лише за умов відкритості як СДН, так і Web-СКМ, а також розширюваності СДН. Як уже було зазначено вище, вказані властивості є визначальними характеристиками СДН MOODLE та Web-СКМ Sage.

Реалізація інтеграції MOODLE та Sage на першому рівні надає можливість під час роботи над розв'язуванням математичних задач у середовищі Sage виконувати звернення до інших інформаційних ресурсів курсу, зокрема уроків, глосарію тощо (рис. 1.5).

Для здійснення фреймової інтеграції достатньо під час налагодження параметрів відкриття робочого вікна Sage при виборі відповідного посилання

(рис. 1.6) задати режим його подання у поточному вікні браузера (параметр: *Вікно*, значення: *Те саме вікно*) за наявності навігатора по інформаційних ресурсах курсу (параметр: *Keep page navigation visible on the same page*, значення: *Yes, with frame* або *No, without frame*).

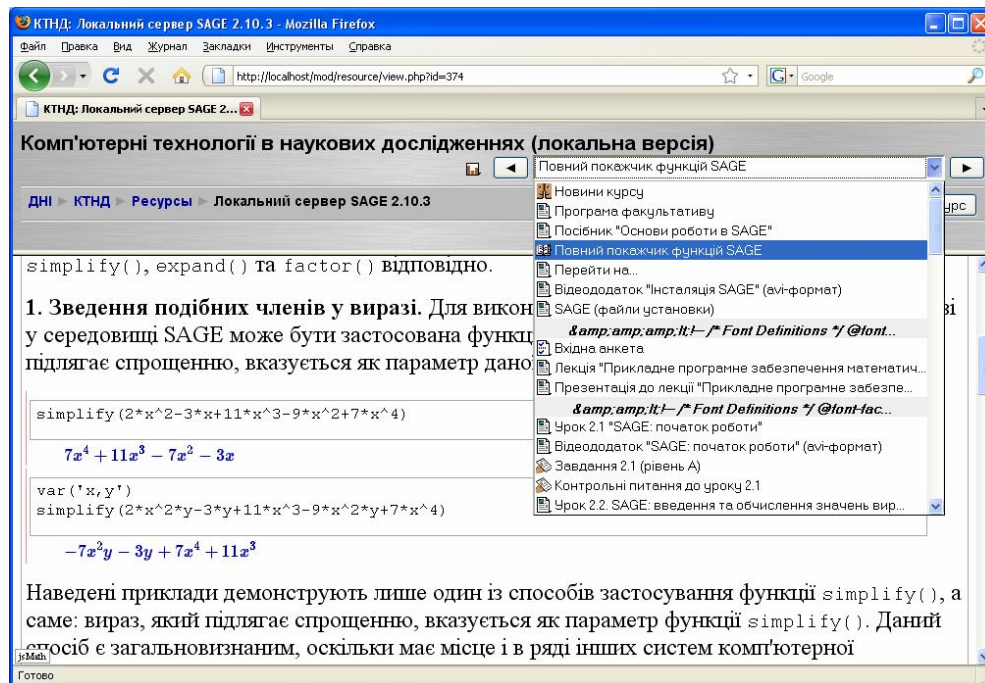


Рис. 1.5. Інтеграція MOODLE та Sage (перший рівень)

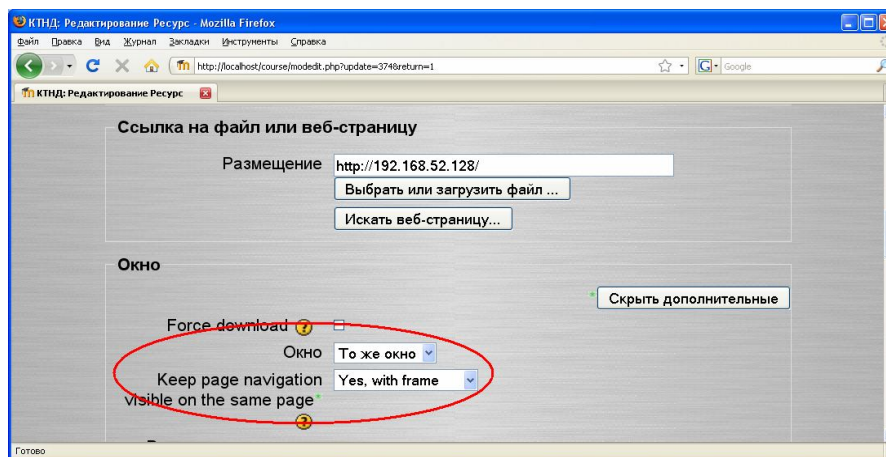


Рис. 1.6. Налаштування параметрів відкриття середовища Sage при виборі відповідного посилання у СДН MOODLE

В результаті інтеграції MOODLE та Sage на другому рівні, розробник курсу отримує потужний інструментарій для підготовки *тестових завдань алгеб-*

раїчного типу, відповіді на які подаються у вигляді алгебраїчних символічних виразів (рис. 1.7).

Надана користувачем відповідь порівнюється з виразом-еквівалентом за одним із трьох допустимих методів – SAGE, Evaluation або Equivalence. За умов порівняння виразів за методом SAGE еквівалентними вважаються вирази  $3*x+1$ ,  $1+3*x$ ,  $1+x+2*x$ ,  $\sin(x)^2+\cos(x)^2+3*x$  тощо. При порівнянні вказаних виразів за методом Equivalence еквівалентними вважаються лише вирази  $3*x+1$  та  $1+3*x$ .

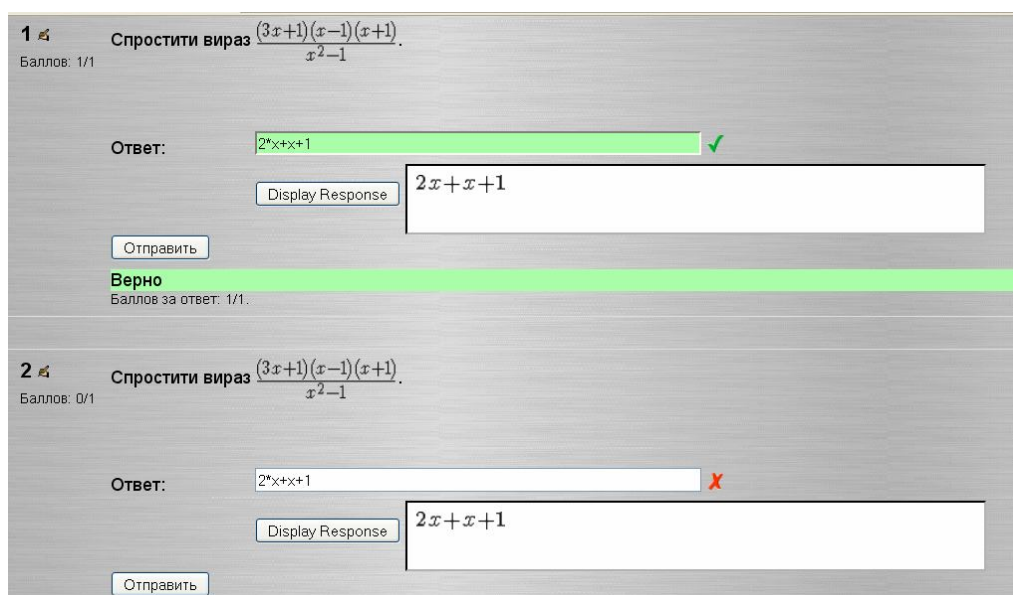


Рис. 1.7. Результат інтеграції MOODLE та Sage (другий рівень)

Для реалізації модульної інтеграції MOODLE та Sage необхідно виконати інсталяцію модуля (плагіна) до каталогу з файлами установки MOODLE та налагодити його спільну роботу з Sage, що вимагає маніпуляцій досвідченого програміста.

На даному етапі убудування елементів блокнотного інтерфейсу Web-СКМ Sage у СДН MOODLE ще не реалізовано, проте це не є перешкодою для побудови авторської методичної системи комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення.

## Висновки до розділу 1

Аналіз державних галузевих стандартів середньої та вищої школи, навчальних програм, підручників і навчальних посібників, монографій, дисертаційних досліджень, статей і матеріалів конференцій, аналіз досвіду роботи з проблеми дослідження дозволив зробити наступні висновки:

1. В умовах переходу до профільного навчання провідними стають питання побудови ефективної методичної системи організації самостійної роботи старшокласників і визначення ролі та місця засобів інформаційно-комунікаційних технологій у ній, зокрема мережних технологій.

2. Складне багатогранне поняття «самостійна робота» у термінах психолого-педагогічних наук однозначно не визначається. В межах даного дисертаційного дослідження самостійна робота старшокласника розглядається як один з різновидів навчально-пізнавальної діяльності, що здійснюється учнем індивідуально, під керівництвом вчителя й спрямований на загальноосвітню та спеціальну (профільну) підготовку.

3. Комп'ютеризація всіх складових навчального процесу школи та ВНЗ, у тому числі й самостійної роботи, виступила детермінуючим фактором виділення нового класу самостійних робіт – *комп'ютерно-орієнтованих самостійних робіт* – самостійних робіт, організація та підтримка яких базується на широкому вживанні інформаційно-комунікаційних технологій.

4. У відповідності до використовуваних програмних засобів ІКТ комп'ютеризація самостійної роботи учнів загальноосвітніх навчальних закладів може відбуватися за чотирма напрямками: *перший напрям* характеризується застосуванням програмних засобів навчального призначення; *другий напрям* – програмних засобів загального призначення (зокрема текстового процесору та систем підготовки комп'ютерних презентацій і публікацій); *третій* – мережних технологій; *четвертий* – технологій мережного навчання, зокрема *технологій дистанційного навчання*.

5. Необхідною умовою успішної інтеграції технологій дистанційного навчання у процес організації та підтримки самостійної роботи є дотримання за-



гальних вимог щодо застосування технологій дистанційного навчання у загальноосвітніх навчальних закладах та рекомендацій щодо добору змісту та оформлення навчальних матеріалів з метою розміщення та роботи з ними у системі дистанційного навчання.

6. Системи комп'ютерної математики, як найбільш досконалі комп'ютерні предметні середовища, можуть бути використані в якості інформаційно-комунікаційних технологій навчання інформатики та математики як у вищій, так і у середній школі. Найбільш перспективними сьогодні є мережні системи комп'ютерної математики (Web-СKM).

7. Основним напрямом побудови методичної системи комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення є об'єднання систем дистанційного навчання та комп'ютерної математики у єдине діяльнісне середовище для підтримки учнівських навчальних досліджень.

Основні результати першого розділу опубліковано в роботах [27; 99–104; 108; 202; 203; 232; 242–245; 274; 275; 316–309; 312; 314].

## РОЗДІЛ 2

### МЕТОДИЧНА СИСТЕМА КОМП'ЮТЕРИЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

#### 2.1. Методика навчання мережної системи комп'ютерної математики Sage

Незважаючи на те, що системи комп'ютерної математики є прикладним програмним забезпеченням *спеціального* призначення, їх вивчення може бути успішно організоване за схемою, яку Н. В. Морзе пропонує для ознайомлення з прикладним програмним забезпеченням *загального* призначення, а саме:

1. Демонстрація основних характеристик середовища та з'ясування його призначення;
2. Аналіз об'єктів, типів повідомлень, що опрацьовуються за допомогою середовища, способів їх подання в ньому, способів подання результатів опрацювання повідомлень;
3. Ознайомлення з основними складовими інтерфейсу середовища та формування вмінь аналізувати вміст основних його складових;
4. Формулювання правил роботи з вбудованою довідковою системою;
5. Ознайомлення з основними функціями та режимами середовища;
6. Вивчення конкретної програми (за окремою схемою);
7. Теоретичне узагальнення основних режимів та функцій середовища;
8. Теоретичне узагальнення на рівні основних вказівок;
9. Виконання аналогічних завдань в середовищі іншої програми такого самого призначення [167, 96].

При цьому основними методами навчання СКМ вважаємо метод доцільно дібраних задач та метод демонстраційних прикладів. Виходячи з викладеного, пропонуємо наступний зміст навчання мережної системи комп'ютерної математики Sage.

**2.1.1. Початок роботи з Sage.** Після звернення до сервера Web-СКМ Sage у вікні браузера буде відкрита домашня сторінка персонального блокноту Sage (рис. 2.1).

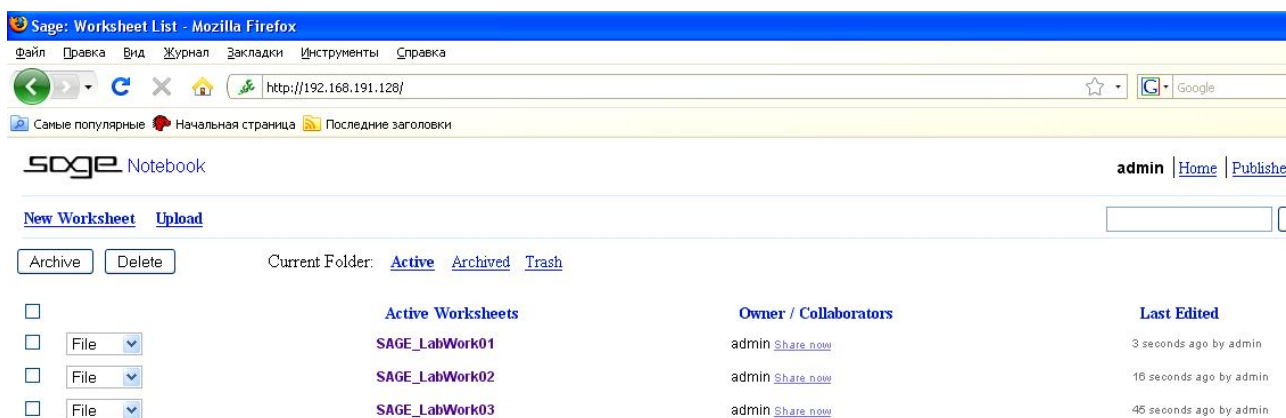


Рис. 2.1. Домашня сторінка персонального блокноту Sage

На домашній сторінці подається персональний список робочих аркушів. Робочі аркуші (*Worksheets*) – це основні елементи Sage, адже математичні розрахунки виконуються саме на робочих аркушах.

Оскільки при першому зверненні до власного щойно зареєстрованого блокноту Sage він виявляється порожнім, виникає необхідність запропонувати учням перейти до створення нових робочих аркушів, для чого слід вибрати посилання *New Worksheets*, або їх імпортування (завантаження) як файлів із розширенням *sws* (Sage worksheets) з довільного носія або з Інтернету за вказаною URL-адресою, вибравши посилання *Upload*.

Нові робочі аркуші відносяться до категорії поточних робочих аркушів (аркушів, необхідних користувачу для роботи найближчим часом) і розміщуються у системній папці *Active*, яка є поточною папкою (*Current Folder*) на початку сеансу роботи з блокнотом Sage.

Слід звернути увагу учнів на те, що за умов великої кількості робочих аркушів у блокноті доцільним є розподілення їх за категоріями:

- поточні аркуші;
- архівні аркуші;

– аркуші, підготовлені до вилучення.

При цьому, поточні аркуші можуть бути перенесені до папки-архіву (кнопка *Archive*) або до папки-кошика (кнопка *Delete*), аркуші з архіву – до папки *Active* (кнопка *Unarchive*) або вилучені. У кошику Sage з робочими аркушами можуть бути виконані дії, аналогічні до тих, які передбачені у Кошику операційної системи Windows – остаточного вилучення або відновлення вилучених аркушів (*Undelete*).

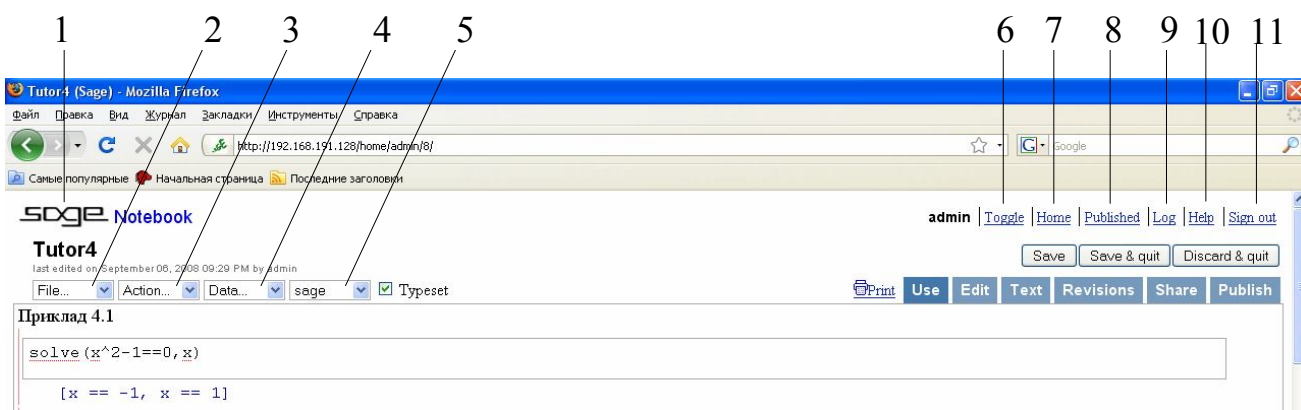
При подальшій роботі для включення до списку перегляду архівних аркушів обирають посилання *Archived*, а перехід до режиму перегляду аркушів, підготовлених до вилучення, здійснюється шляхом вибору посилання *Trash*.

На завершальному етапі ознайомлення з елементами домашньої сторінки персонального блокноту Sage перелічують ті операції, які можуть бути виконані над робочими аркушами як над файлами, а саме: перейменування (*Rename*), редагування робочого аркуша (*Edit*), копіювання (*Copy Worksheet*), підготовки до публікації у мережі Інтернет (*Publish*), перегляду історії роботи з аркушем (*Revisions*). Окрім того, можна визначити перелік користувачів, які матимуть можливість спільно працювати з певним робочим аркушем (*Share*). Надання можливості спільної роботи над змістом робочого аркуша є визначальною характеристикою Sage для організації групової роботи учнів над проектом.

Розглянуті дії пропонуються учням для виконання шляхом звернення до команд списку, що розкривається, *File* ліворуч від заголовка кожного робочого аркуша на домашній сторінці блокноту, при цьому зазначають про існування інших способів їх виконання.

Для продовження ознайомлення з елементами Web-інтерфейсу Sage учням пропонується відкрити існуючий робочий аркуш, Web-сторінка якого показана на рис. 2.2.

Порівнюючи зовнішній вигляд домашньої сторінки блокноту Sage та певного робочого аркуша, відмічають їх спільні елементи – банер-посилання на офіційний англomовний сайт систем Sage (1), а також низку гіперпосилань (7–11) у правому верхньому куті робочого поля вікна браузера.



- 1 – банер-посилання на сайт [www.sagemath.org](http://www.sagemath.org)
- 2 – список *File* допустимих операцій над аркушами блокноту
- 3 – список *Action* допустимих дій над даними аркуша
- 4 – список *Data* для роботи з файлами даних
- 5 – список пакетів, інтерфейси яких підтримуються в Sage
- 6 – *Toggle*– приховати/показати панель управління
- 7 – *Home* – перейти до персонального списку аркушів
- 8 – *Published* – показати список опублікованих аркушів на сервері
- 9 – *Log* – показати історію роботи з блокнотом
- 10 – *Help* – виконати звернення до довідкової системи
- 11 – *Sign out* – завершити сеанс роботи з блокнотом

Рис. 2.2. Вікно робочого аркуша

Виконуючи огляд операцій списку *File* (2) – *Upload worksheet from a file*, *New worksheet*, *Download to a file*, *Print*, *Rename worksheet*, *Copy worksheet*, *Delete worksheet* – разом з учнями відмічають їх дублювання значною мірою з командами списку *File* чи відповідними посиланнями на домашній сторінці, що були розглянуті раніше, і рекомендують учням самостійно перевірити успішність їх виконання. Серед розглядуваних операцій особливої уваги потребує команда *Download to a file*, що служить для експортування (збереження) робочого аркуша у вигляді файлу з розширенням *sws*. При цьому слід зауважити, що збереження файлу у каталозі за запитом регулюється параметрами браузера. Доцільним вважається перегляд відповідних параметрів браузера, оскільки

практика свідчить, що для більшості учнів збережені sws-файли виявляються «загубленими» у власній системі каталогів.

Гіперпосилання *Revisions* та *Publish* дублюють однойменні команди зі списку *File* на домашній сторінці Sage-блокноту, а *Share* – команду *Collaborate*.

Переходячи до питання виконання математичних розрахунків за допомогою Sage, слід зазначити, що їх виконання за введеною командою чи програмним кодом відбувається у режимі *Use*, який є основним режимом роботи з даними робочого аркуша. Разом з тим слід відмітити існування та загальне призначення додаткових режимів роботи зі змістом робочого аркуша – режиму редагування та перегляду вмісту робочого аркуша, переключення яких відбувається шляхом вибору посилань *Edit* та *Text* відповідно: у режимі редагування користувач має можливість додати текстові дані, зокрема завдання, форматування яких виконують за допомогою тегів мов HTML, LaTeX та ін., а також виконати різні маніпуляції з блоками математичних розрахунків (вилучати, переміщувати та ін.); режим перегляду призначено для відображення даних робочого аркуша (завдань, команд та результатів) у текстовому (нерозміченому) форматі.

Формування навичок здійснення математичних розрахунків за допомогою Sage розпочинають з виконання елементарних арифметичних операцій над двома числами. При цьому відмічають різні способи подання команди «розпочати обчислення»: 1) натиснувши комбінацію клавіш <Shift> + <Enter>; 2) обираючи посилання *evaluate* під командним рядком. Слід звернути увагу учнів на те, що свідченням виконання обчислень на сервері Web-СКМ є поява під рядком команди зеленої вертикальної риски. Після завершення обчислень риска зникає і під рядком з'являється результат обчислення або повідомлення про допущену помилку.

З метою попередження помилок через неправильне застосування синтаксису команди учнів навчають способів звернення до довідкової системи Sage. Найдоречнішим в даному випадку є звернення до контекстної довідки шляхом

введення знаку ? після імені команди та натискання комбінації клавіш <Shift> + <Enter>.

Ще одним способом уникнення помилок неправильного написання команд в Sage є можливість автодоповнення введення (рис. 2.3): ввівши перші літери команди і натиснувши клавішу табуляції, користувач отримує список команд, що починаються з введеного набору символів. Автодоповнення введення є також ефективним засобом спрощення процесу введення команд.

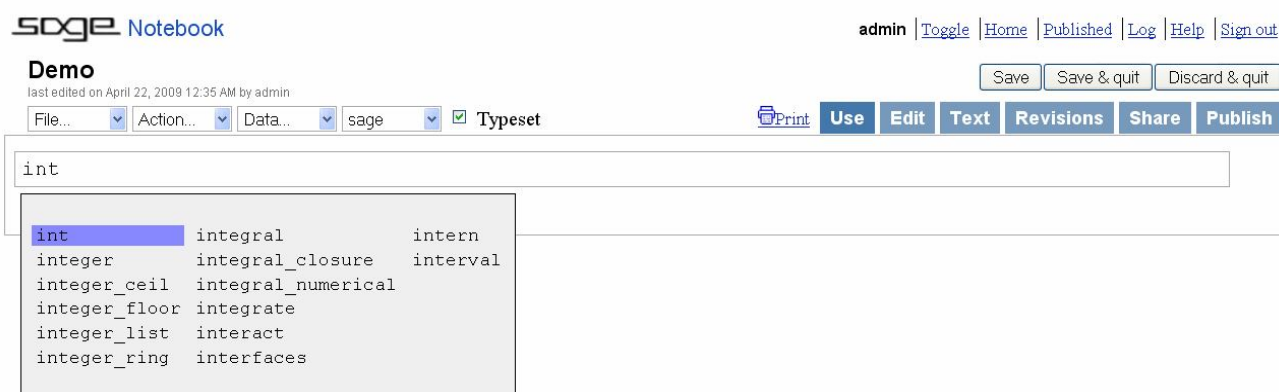


Рис. 2.3. Автодоповнення введення

Результати обчислень можуть бути подані у текстовому форматі (за замовчуванням) або у звичній математичній нотації, для чого, перш за все, необхідно встановити математичні шрифти через звернення до панелі керування *jsMath* у відповідному вікні повідомлення (рис. 2.4).

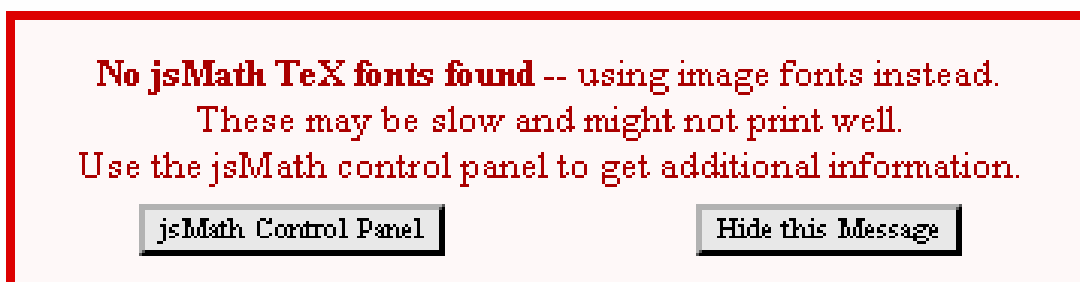


Рис. 2.4. Вікно попередження jsMath

Після встановлення математичних шрифтів існує кілька способів організації виведення результатів обчислення у звичній математичній нотації: для окремо взятої команди за допомогою функцій `show()` або `jsmath()` – див.

рис. 2.5а, для робочого аркуша загалом – увімкнувши прапорець *Typeset* (див. рис. 2.5б).

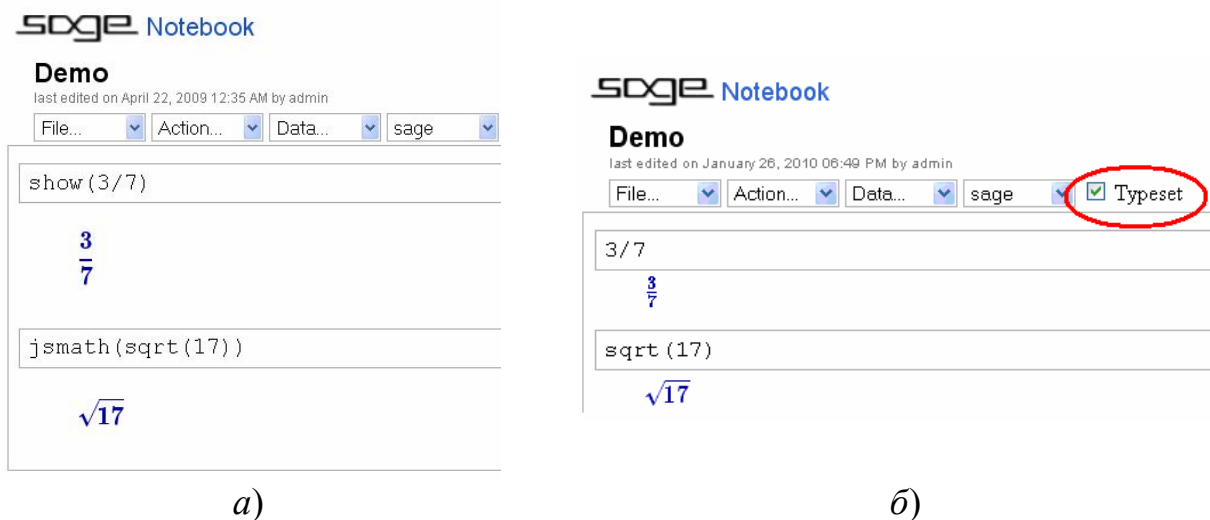


Рис. 2.5. Виведення результатів обчислень у природній математичній нотації:  
а) для окремо взятої команди; б) для робочого аркуша загалом

Для ознайомлення з додатковими можливостями управління обчислювальним процесом, використовуючи команди списку *Action...*(3), на останок учням пропонується система демонстраційних завдань, що включають:

- переривання процесу обчислень (*Interrupt*);
- перезапуск сеансу роботи з робочим аркушем (*Restart worksheet*);
- виконання програмних кодів у всіх полях аркуша одночасно (*Evaluate All*);
- приховування/виведення всіх результатів (*Hide All Output/ Show All Output*);
- відкривання доступу для роботи з однією чи всіма командними полями аркуша (*One Cell Mode/ Multi Cell Mode*)
- збереження результатів роботи (*Save*);
- завершення сеансу роботи з аркушем (*Quit worksheet, Save & quit, Discard & quit*).

Оскільки закріплення навичок з організації обчислень з використанням засобів Sage передбачає роботу учнів з електронним робочим зошитом (див.



п. 2.2), виникає необхідність у навчанні учнів виконувати операції додавання нових командних полів (рядків) та вилучення зайвих. Додати нове поле у довільному місці робочого аркуша можна вибором горизонтальної синьої лінії, що з'являється у момент «нависання» курсору миші над будь-яким полем. Вилучення зайвого порожнього поля здійснюється натисканням клавіши <Backspace>.

**2.1.2. Організація роботи з виразами: правила введення, обчислення значень, перетворення.** Вивчення особливостей роботи з виразами доцільно організувати щонайменш у двох уроках – «Основи роботи з виразами в Sage» та «Операції перетворення виразів у Sage».

Перший урок розпочинають з нагадування означення виразу, прийнятого в математиці, наведення прикладів математичних виразів, відмічаючи складові математичного виразу, і поступово переходять до означення поняття виразу, прийнятого в інформатиці, як комбінації чисел, змінних, арифметичних операторів, дужок, операторів порівняння, а також функцій.

Демонструючи введене означення виразу на прикладах (див. табл. 2.1), слід відмітити:

- особливості запису десяткових чисел – через десяткову *точку*;
- позначення арифметичних операторів:
  - “+” – додавання;
  - “-” – віднімання;
  - “\*” – множення;
  - “/” – ділення;
  - “^” – піднесення до степеня;
- загальноприйнятість пріоритетів (порядку виконання) операцій;
- регулювання порядку виконання операцій дужками;
- позначення операторів порівняння (бінарних відношень):
  - “=” – «бути рівним»;
  - “!=” – «не бути рівним»;
  - “<” – «бути менше»;

“>” – «бути більше»;

“<=” – «бути не більшим (меншим або рівним)»;

“>=” – «бути не меншим (більшим або рівним)»;

– позначення основних математичних функцій (див. табл. 2.2).

Таблиця 2.1

### Приклади запису математичних виразів

<i>Вираз</i>	<i>Команда</i>
$\sqrt{5x - 3 + x^2}$	<code>sqrt (5*x-3+x^2)</code>
$\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}x$	<code>sin (x) -sqrt (3) /2*x</code>
$\frac{3}{2\sqrt{x+4}} + \frac{4}{x-4}$	<code>3 / (2*sqrt (x+4) ) +4 / (x-4)</code>

Таблиця 2.2

### Основні математичні функції

<i>Команда</i>	<i>Функція</i>	<i>Опис дії функції</i>
<code>abs (x)</code>	$ x $	модуль числа (абсолютне значення)
<code>sqrt (x)</code>	$\sqrt{x}$	квадратний корінь
<code>factorial (n)</code>	$n!$	факторіал числа $n$ ( $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot \dots\cdot n$ )
<code>sin (x)</code>	$\sin x$	синус
<code>cos (x)</code>	$\cos x$	косинус
<code>tan (x)</code>	$\operatorname{tg} x$	тангенс
<code>cot (x)</code>	$\operatorname{ctg} x$	котангенс
<code>asin (x)</code>	$\arcsin x$	арксинус
<code>acos (x)</code>	$\arccos x$	арккосинус
<code>atan (x)</code>	$\operatorname{arctg} x$	арктангенс
<code>acot (x)</code>	$\operatorname{arcctg} x$	арккотангенс

Наводячи демонстраційні приклади обчислення значень числових виразів (див. табл. 2.3), зосереджують увагу учнів на форматах виведення результатів обчислень.

**Система демонстраційних прикладів з обчислення значень  
числових виразів**

Математичний вираз	Команда Sage	Результат виконання команди
$(5 - 2)(5 + 2)$	<code>(5-2) * (5+2)</code>	21
$\frac{5 - 2}{5 + 2}$	<code>(5-2) / (5+2)</code>	3/7
$(5,1 - 2,1)(3,9 + 2,1)$	<code>(5.1-2.1) * (3.9+2.1)</code>	18.00000000000000
$2^3 - 17$	<code>2^3-17</code>	-9
$3^{4-1} + 5$	<code>3^(4-1)+5</code>	32
$  -(-7)  $	<code>abs(-(-7))</code>	7
$\sqrt{2}$	<code>sqrt(2)</code>	<code>sqrt(2)</code>

Таким чином, приходимо до доцільності використання функцій `float()` або `RR()` для подання результатів обчислень у вигляді десяткового числа, а для задання точності обчислень (фіксування необхідної кількості десяткових знаків) – функції `n()` (рис. 2.6).

The screenshot shows the Sage Notebook interface. At the top, it says "sage Notebook" and "Demo" with a timestamp "last edited on April 22, 2009 12:35 AM by admin". There are navigation links: "admin | Toggle | Home | Published | Log | Help | Sign out". Below that are buttons: "Save", "Save & quit", "Discard & quit". A toolbar contains "File...", "Action...", "Data...", "sage", "Typeset", "Print", "Use", "Edit", "Text", "Revisions", "Share", "Publish". The main area shows several input fields with their corresponding outputs:

- Input: `RR(3/7)`, Output: **0.428571428571429**
- Input: `float(3/7)`, Output: **0.428571428571**
- Input: `RR(sqrt(2))`, Output: **1.41421356237310**
- Input: `float(sqrt(2))`, Output: **1.41421356237**
- Input: `(3/7).n(digits=4)`, Output: **0.4286**

Рис. 2.6. Приклади застосування функцій `float()`, `RR()` та `n()`

Наступним етапом навчання за планом уроку «Основи роботи з виразами в Sage» є розгляд особливостей організації роботи з символічними виразами.

Починають з введення поняття *символьного виразу* як виразу, що містить змінні величини. Після цього вказують на необхідність оголошення змінних величин за допомогою вказівки `var()`. За допомогою системи демонстраційних прикладів (рис. 2.7) ілюструються поняття символічного виразу та правила оголошення змінних, що входять до його складу, наводяться зразки символічних виразів з однією та кількома змінними.

```
var('x')
2*x^2-3*x-1

$$2x^2 - 3x - 1$$

(1/x-1)^5

$$\left(\frac{1}{x} - 1\right)^5$$

var('y')
(x^(2/3)-y^(2/3))^5

$$\left(x^{2/3} - y^{2/3}\right)^5$$

var('u,v')
(sqrt(u)-sqrt(v))^4

$$(\sqrt{u} - \sqrt{v})^4$$

```

Рис. 2.7. Система демонстраційних прикладів організації роботи з символічними виразами

Доцільно включити до наведеної системи приклади, що демонструють реакцію системи на невизначеність змінних величин (рис. 2.8).

```
m+n^7
Exception (click to the left for traceback):
...
NameError: name 'm' is not defined
```

Рис. 2.8. Системне повідомлення про помилку невизначеності імені  $m$

Окрім того, до системи демонстраційних прикладів включені також приклади, що змушують учня прийти до висновку – змінна з іменем  $x$  не потребує оголошення її як такої за допомогою вказівки `var()`, тобто  $x$  сприймається в системі Sage змінною величиною за замовчуванням. Разом з тим, не буде помилкою, якщо таке оголошення буде виконано.

Після введення поняття символічного виразу та правил оголошення змін-

них величин переходять до прикладів обчислення значень символічних виразів за даними значеннями змінних (рис. 2.9). Учні знайомляться з оператором надання значення, який в Sage позначається як « $\Rightarrow$ ».

**Приклад 1.1.** Обчислити значення виразу  $d^2 - 14$ , якщо  $d = 3$ .

```
d=3
d^2-14
-5
```

**Приклад 1.2.** Обчислити значення виразу  $a^2 - b^2$ , якщо  $a = 33$ ,  $b = 27$ .

```
a=33; b=27
a^2-b^2
360
```

**Приклад 1.3.** Обчислити значення виразу  $a^3 - b^3$ , якщо:

- 1)  $a = 3$ ,  $b = 2$ ;
- 2)  $a = 2.1$ ,  $b = 1.3$ .

```
a=3; b=2
a^3-b^3
19
```

```
a=2.1; b=1.3
a^3-b^3
```

```
7.064000000000000
```

```
(a^3-b^3).n(digits=4)
7.064
```

Рис. 2.9. Приклади виконання обчислення значень символічних виразів

Демонструючи на прикладах обчислення одного і того самого виразу при різних значеннях змінних, приходять до необхідності введення поняття «функція» та способів її задання засобами Sage (рис. 2.10).

**Приклад 1.4.** Визначити функцію для обчислення відстані між двома точками. Обчислити відстань між точками:

- 1)  $A(-2,3)$  та  $B(1,5)$ ;
- 2)  $C(-2,2)$  та  $D(5,-1)$ .

```
d(x1, y1, x2, y2)=sqrt((x1-x2)^2+(y1-y2)^2)
```

```
d(-2, 3, 1, 5)
sqrt(13)
```

```
d(-2, 2, 5, -1)
sqrt(58)
```

Рис. 2.10. Приклад визначення та застосування функції

Наведемо перелік завдань, що пропонуються учням для самостійного розв'язування з метою закріплення набутих знань та формування практичних умінь застосовувати Web-СКМ Sage для розв'язування математичних задач. (Тут і далі за текстом символи \* та \*\* використовуються для позначення за-

вданы другого та третього рівня складності (див. п. 2.2))

1. *Впевнитися в правильності рівностей:*

а)  $3\sqrt{20} = 6\sqrt{5}$ ;      г)  $\sqrt[3]{10} = 2,1544$ ;  
 б)  $1:\pi = 0,3183$ ;      д)  $1:\sqrt[5]{15} = 0,5818$ ;  
 в)  $\sqrt{2}\pi = 4,4429$ ;      е)  $\operatorname{tg}\frac{5\pi}{12} = 3,7321$ .

2. *Ввести вирази:*

а)  $x - \frac{1}{2}$ ;      д)  $|x^2 - 7x + 3|$ ;  
 б)  $\frac{x-1}{2}$ ;      е)  $\sqrt[3]{x+1}$ ;  
 в)  $\frac{2}{3x} - \sqrt{5}$ ;      ж)  $\operatorname{tg} x \sin(x + \frac{\pi}{4})$ ;  
 г)  $x^2 - 7x + 3$ ;      з)  $\operatorname{ctg} x + \cos\frac{3\pi x}{2}$ .

3. *Обчислити значення числового виразу і подати результат десятковим числом з точністю  $10^{-3}$ :*

а)  $(\frac{3}{8} + \frac{3}{4} - 0,411):0,59$ ;      в)  $(6\frac{8}{15} - 1,35):(\frac{2}{5} + 0,2)$ ;  
 б)  $0,5(5\sqrt[3]{40} - 10)$ .

4. *Обчислити  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , якщо  $\alpha = 0$ ;  $\pi/6$ ;  $\pi/4$ ;  $\pi/3$ ;  $\pi/2$ ;  $\pi$ ;  $3\pi/2$ .*

5. *Обчислити значення виразу  $\sqrt[3]{12-|d|}$ , якщо  $d = -3$ ;  $3$ ;  $20$ ;*

6.\* *Розв'язати пропорцію:*

а)  $\frac{x}{3\frac{1}{3}} = \frac{5}{2\frac{1}{3}}$ ;      б)  $\frac{5,5}{x} = \frac{3\frac{1}{2}}{4\frac{2}{3}}$ ;  
 в)  $\frac{3\frac{2}{7}}{1\frac{1}{2}} = \frac{x}{2,4}$ ;      г)  $\frac{2\frac{1}{3}}{5\frac{1}{4}} = \frac{0,2}{x}$ .

7.\* *Знайти  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , якщо  $\alpha = 35^\circ$ .*

8.\* Дослідити функцію на парність чи непарність:

а)  $y = x + x^3$ ;

б)  $y = x + \frac{1}{x^2}$ ;

в)  $y = \sqrt[3]{(1-x)^2 + (1+x)^2}$ ;

г)  $y = x^2 \cos 5x$ .

9.\* Обчислити значення виразу:  $y = \frac{12,3 \sin 28^\circ 20'}{\sin 49^\circ 40'}$ .

10.\* Визначити функції: а) для обчислення площі трикутника за формулою Герона; б) для обчислення сили струму в електричному колі, якщо відомі напруга та опір.

Основною метою другого уроку «Операції перетворення виразів у Sage» є ознайомлення учнів з допустимими в Sage операціями перетворення алгебраїчних виразів – зведення подібних членів, розкриття дужок та розкладання на МНОЖНИКИ.

**Приклад 2.1.** Звести подібні у виразі:  $3x^2 + 5x + 17x - x^2$ .

```
simplify(3*x^2+5*x +17*x-x^2)
```

$$2x^2 + 22x$$

**Приклад 2.2.** Спростити вираз:  $(x-1)(x-1)(2x-3)$ .

```
simplify((x-1)*(x-1)*(2*x-3))
```

$$(x-1)^2(2x-3)$$

**Приклад 2.3.** Розкрити дужки у виразі:  $(x-1)(x^2-1)$ .

```
expand((x-1)*(x^2-1))
```

$$x^3 - x^2 - x + 1$$

**Приклад 2.4.** Розкласти на множники:  $x^{12} - 1$ .

```
factor(x^12-1)
```

$$(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)(x^4-x^2+1)$$

**Приклад 2.7.** Розкласти на множники:  $a^2 - ab - 4a + 4b$ .

```
var('a,b')
factor(a^2-a*b-4*a+4*b)
```

$$(a-4)(a-b)$$

Рис. 2.11. Приклади застосування функцій `simplify()`, `expand()` та `factor()`

Розпочинають з особливостей перетворення *цілих* виразів (рис. 2.11). Для зведення подібних членів цілого виразу в Sage призначено функцію `simplify()`, для розкриття дужок – `expand()`, для розкладання на множники – `factor()`; основним аргументом кожної з функцій є символічний вираз.

Доцільними будуть нагадування учням про ефективність застосування автодоповнення введення під час виконання операцій перетворення виразів за

ДОПОМОГОЮ ВІДПОВІДНИХ ФУНКЦІЙ (рис. 2.12).

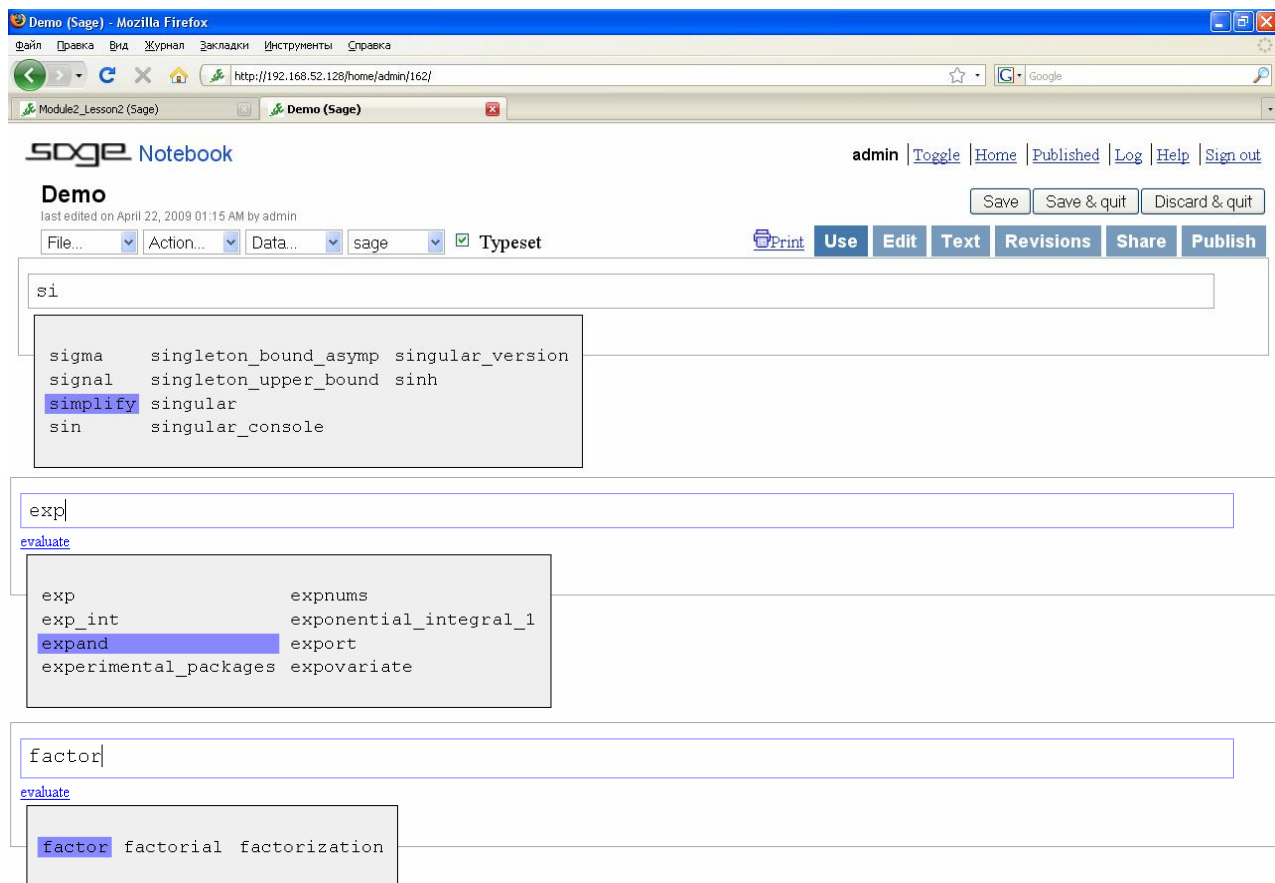


Рис. 2.12. Автодоповнення введення для функцій перетворення виразів

Здійснюючи над одним і тим самим виразом кілька операцій (рис. 2.13, приклад 2.5), приходять до доцільності визначення виразу як певної змінної. Звертають увагу учнів на те, що подальша робота зі змінною типу «вираз» може бути виконана двома способами:

- 1) *процедурне звернення*: змінну-вираз застосовують як параметр відповідної функції (рис. 2.13, приклад 2.6);
- 2) *об'єктне звернення*: до змінної-виразу, як до об'єкту, застосовують відповідну функцію-метод (рис. 2.13, приклад 2.7).

При цьому організація обчислень за об'єктним зверненням до функцій системи Sage може бути пропедевтикою об'єктно-орієнтованого програмування.



**Приклад 2.5.** Дано вираз  $(x^2 - y^2)(x^3 - y^3)$ . Виконати:

- 1) розкриття дужок у виразі;
- 2) розкладання виразу на множники.

```
var('x,y')
expand((x^2-y^2)*(x^3-y^3))
```

$$y^5 - x^2y^3 - x^3y^2 + x^5$$

```
factor((x^2-y^2)*(x^3-y^3))
```

$$(x - y)^2 (y + x) (y^2 + xy + x^2)$$

**Приклад 2.6.** Перемножити вирази  $a - b^2 + 1$  та  $a^2 - 1$ .

```
var('a,b')
v=(a-b^2+1)*(a^2-1)
expand(v)
```

$$-a^2b^2 + b^2 + a^3 + a^2 - a - 1$$

**Приклад 2.7.** Подати вираз  $m^4 - n^4$  у вигляді добутку многочленів.

```
var('m,n')
u=m^4-n^4
u.factor()
```

$$(m - n) (n + m) (n^2 + m^2)$$

Рис. 2.13. Приклади перетворення виразів

Для самостійного розв'язування учням пропонуються такі завдання:

1. Звести подібні у виразі:

а)  $5x^3 - x + 7x \cdot x - 4x^2 + 2x + x^5$ ;    б)  $8a^2 - \pi r + 1.5\pi r - 2.6a^2$ .

2. Розкрити дужки у виразі і виконати спрощення:

а)  $(3x^2 - 2x)^2 - (3x^2 + 2x)^2$ ;    б)  $(b + 1)^2 + 2b(3b - 1)$ .

3. Розкласти многочлен на множники:

а)  $x^6 - x^4 - x^2 + 1$ ;    б)  $x^4 - (a^2 + 2)x^2 - 2a^2x - a^2 + 1$ .

4.\* Довести тотожність:

а)  $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12 = (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 6)$ ;

б)  $\left(-1\frac{1}{2}x^3y^2\right)^3 \cdot \frac{2}{3}xy^4 = -\frac{9x^{10}y^{10}}{4}$ .

5.\* Спростити вираз:

а)  $4ab - ac + 3ab + 5ac$ ;

б)  $5x(3,4x - 2) - 2x(3x - 1,5)$ .

6.\* Довести, що при всіх дійсних значеннях  $x$  многочлен набуває додатного значення:  $(x^2 + 2)(x^2 - 2) + (x^2 + 1)^2 - (x^2 - 1)^2 + 8$ .

7.\* Записати у стандартному вигляді многочлен:  $x - 3xy \cdot 2x + 5x^2$ .

8.\* Довести, що многочлен  $(ab + cd)^3 + (cb + ad)^3$  ділиться на многочлен

$(a + c)(b + d)$ .

9.\* Подати у вигляді многочлена вираз  $(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$ .

10.\* Знайти корені многочлена  $3x^5 - 19x^4 + 9x^3 + 71x^2 - 84x + 20$ .

11.\* Знайти спільний дільник многочленів  $x^7 + x^5 + 1$  та  $x^{10} + x^8 + 1$ .

12.\*\* При яких значеннях параметра  $a$  значення виразу  $a^3 + 3a^2 - a$  дорівнює 3?

13.\*\* Знайти параметри  $a$  і  $b$  тотожної рівності:

$$2x^3 - 8x^2 + 9x - 9 = (x - 3)(x^2 + ax + b).$$

14.\*\* Записати многочлен у стандартному вигляді, якщо відомі його корені:  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -2$ ,  $x_{3,4} = \pm 3i$ .

15.\*\* Спростити вираз:

а)  $\frac{x^4 + x^2 + x\sqrt{2} + 2}{x^2 - x\sqrt{2} + 2} - x\sqrt{2}$ ;

б)  $\left( \frac{a+2}{\sqrt{2a}} - \frac{a}{\sqrt{2a}+2} + \frac{2}{a-\sqrt{2a}} \right) \frac{\sqrt{a}-\sqrt{2}}{a+2}$ .

16.\*\* Скоротити дріб:  $\frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + x^2 - 5x + 3}$ .

17.\*\* Спростити вираз  $\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} \left( 1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) \div \frac{a-b-c}{abc}$  і обчис-

лити його значення, якщо  $a = 0,02$ ,  $b = 11$ ,  $c = 1,07$ .

Для розв'язання завдань 15–17 учням пропонується використати нові функції Sage – `simplify_exp()`, `simplify_log()`, `simplify_radical()`, `simplify_trig()`, `expand_rational()`, `expand_trig()` тощо. Учні додатково самостійно мають опанувати призначення функцій даної групи, яке полягає у спрощенні нецілих виразів, зокрема раціональних та ірраціональних, показникових, логарифмічних та тригонометричних, а також відмітити особливості їх застосування – недопустимість процедурного способу звернення до функцій, а лише об'єктного.

**2.1.3. Робота з графікою в Sage.** Серед всього різноманіття можливостей використання Sage щодо наочної візуалізації графічних даних в рамках розглядуваної методики учні повинні набути навичок:

- оперувати побудовою основних графічних об'єктів та їх комбінацій на площині та у просторі, якими є точка, стрілка, пряма, коло, сектор круга, многокутник, правильні многогранники та сфера;

- будувати графіки функцій, залежностей між змінними та їх комбінацій, заданих явно у декартових координатах;

- додавати підписи до виконаних побудов.

Корисним також є навчання учнів:

- будувати графіки функцій та залежностей між змінними, заданих параметрично;

- будувати діаграми, які є графічним поданням числових даних.

- додавати ефект анімації до графічних побудов.

Ознайомлення з правилами застосування функцій Sage для побудови графічних зображень розпочинаємо з огляду готових побудов основних графічних об'єктів на площині (див. табл. 2.4), із вказанням лише основних параметрів відповідних функцій.

Учням пропонується відтворити наведені побудови, спочатку повторюючи діяльність вчителя, який демонструє застосування автодоповнення введення, а також формування нових команд, копіюючи раніше виконані команди з подальшим їх редагуванням.

Виконані побудови стануть базовими для наступної системи тренувально-демонстраційних задач, яка будується за принципом варіювання значень додаткових параметрів (опцій) функцій побудови основних графічних об'єктів, якими є:

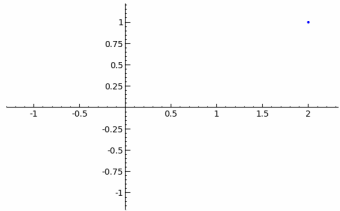
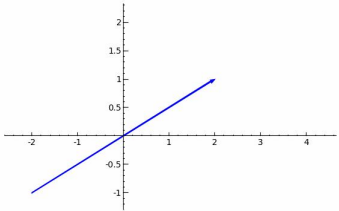
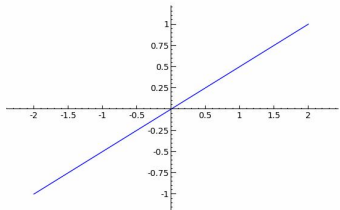
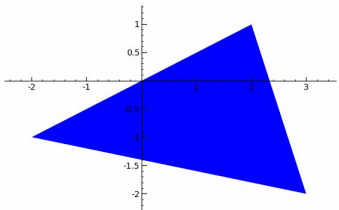
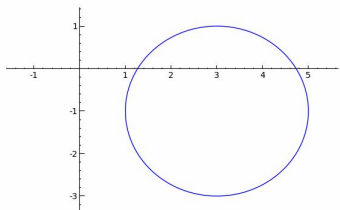
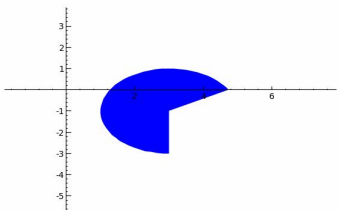
- колір об'єктів (`rgbcolor`);

- ступінь прозорості зафарбованих об'єктів (`alpha`);

- товщина ліній контуру (`thickness`) тощо.

Таблиця 2.4

## Зразки побудови основних графічних об'єктів

	
<code>point((2, 1))</code>	<code>arrow((-2, -1), (2, 1))</code>
	
<code>line([(-2, -1), (2, 1)])</code>	<code>polygon((-2, -1), (2, 1), (3, -2))</code>
	
<code>circle((3, -1), 2)</code>	<code>disk((3, -1), 2, (pi/6, 3*pi/2))</code>

Таблиця 2.5

## Функції побудови основних графічних об'єктів

Назва об'єкту	Функція Sage, основні та додаткові параметри	Значення опцій за замовчуванням
<i>Точка</i>	<code>point(x, y, alpha, pointsize, faceted, rgbcolor)</code>  <b>x, y</b> – координати точки <b>alpha</b> – ступінь прозорості точки <b>pointsize</b> – розмір точки в пікселях <b>faceted</b> – контур точки <b>rgbcolor</b> – колір точки у форматі RGB	<code>alpha=1</code> <code>pointsize=10</code> <code>faceted=False</code> <code>rgbcolor=(0, 0, 1)</code>
<i>Стрілка</i>	<code>arrow(x<sub>n</sub>, y<sub>n</sub>, x<sub>k</sub>, y<sub>k</sub>, width, rgbcolor)</code>	<code>width=0.02</code> <code>rgbcolor=(0, 0, 1)</code>

Назва об'єкту	Функція Sage, основні та додаткові параметри	Значення опцій за замовчуванням
	$x_n, y_n$ – координати початкової точки $x_k, y_k$ – координати кінцевої точки width – ширина (товщина) стрілки	
<i>Пряма</i>	<pre>line ([ (x<sub>n</sub>, y<sub>n</sub>), (x<sub>k</sub>, y<sub>k</sub>) ],       alpha,       rgbcolor,       thickness,       linestyle,       marker,       markersize,       markeredgewidth,       markeredgewidth)</pre> <p>thickness – товщина лінії в пікселях  linestyle – стиль лінії (значення опції '--' призначено для задання пунктирної лінії, '-.' – штрих-пунктирної, '-' – суцільної, ':' – точкової лінії)  marker – форма маркера  markersize – розмір маркера в пікселях  markeredgewidth – колір тла маркера  markeredgewidth – розмір контуру маркера в пікселях</p>	alpha=1 rgbcolor=(0,0,1) thickness=1 linestyle='-' marker='None'
<i>Многокутник</i>	<pre>polygon ([ (x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>), (x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>), ..., (x<sub>n</sub>, y<sub>n</sub>) ],          alpha,          rgbcolor,          thickness)</pre> <p><math>(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)</math> – координати вершин многокутника</p>	alpha=1 rgbcolor=(0,0,1) thickness=1
<i>Коло</i>	<pre>circle ((x<sub>c</sub>, y<sub>c</sub>), r,         alpha,         thickness,         rgbcolor,         fill)</pre> <p><math>x_c, y_c</math> – координати центра кола  r – радіус кола  fill – ознака зафарбовування тла кола</p>	alpha=1 thickness=1 rgbcolor=(0,0,1) fill=False

Назва об'єкту	Функція Sage, основні та додаткові параметри	Значення опцій за замовчуванням
Сектор круга	<pre>disk((x<sub>c</sub>, y<sub>c</sub>), r, (angle_rad1, angle_rad2),       alpha,       thickness,       rgbcolor,       fill)</pre> <p><math>x_c, y_c</math> – координати центра відповідного круга  <math>r</math> – радіус відповідного круга  <math>angle\_rad1, angle\_rad2</math> – початковий та кінцевий кути відповідної дуги сектора (кути задаються в радіанах)</p>	<pre>alpha=1 thickness=0 rgbcolor=(0,0,1) fill=True</pre>

Наведемо зразки та проілюструємо хід розв'язання завдань, що доцільно запропонувати учням на етапі узагальнення навичок оперування додатковими параметрами функцій побудови основних графічних об'єктів:

1. Застосовуючи функцію `point()`, побудувати 5 точок однакового кольору. Координати, розмір та колір точок обрати самостійно (рис. 2.14).

2. Застосовуючи функцію `line()`, побудувати незамкнену ламану за точками попереднього прикладу (рис. 2.15).

3. Використовуючи функцію `line()`, побудувати опуклий багатокутник. Координати вершин багатокутника обрати самостійно (рис. 2.16).

4. Побудувати круг:

а) використовуючи функцію `circle()`;

б) використовуючи функцію `disk()`. Координати центра круга та величину радіуса задати самостійно (рис. 2.17).

5. Побудувати дугу одиничного кола з центром у початку координат, яка відповідає другій чверті прямокутної системи координат (рис. 2.18).

6. Побудувати 3 точки різного кольору та величини (рис. 2.19).

7. Побудувати коло одиничного радіуса та відмітити його центр. (рис. 2.20).

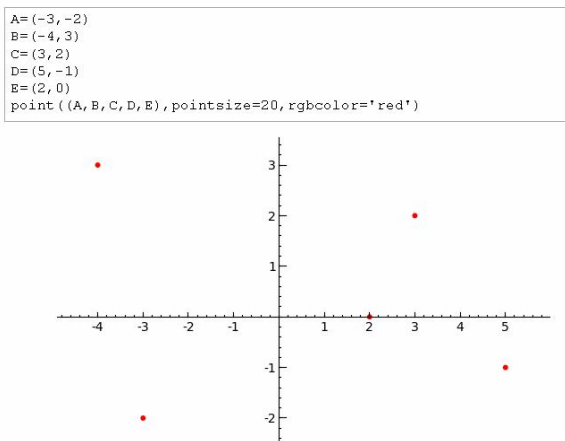


Рис. 2.14. Приклад побудови множини точок з однаковими характеристиками

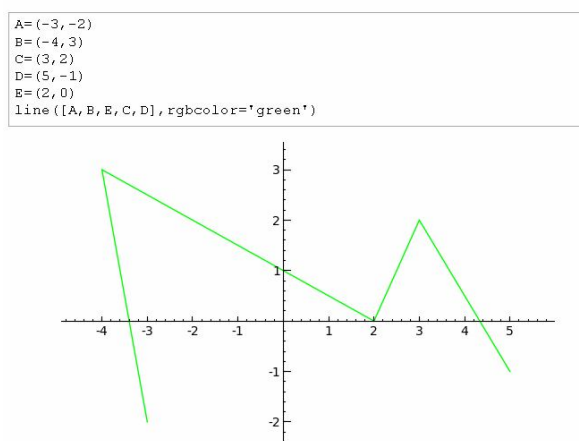


Рис. 2.15. Приклад побудови незамкненої ламаної

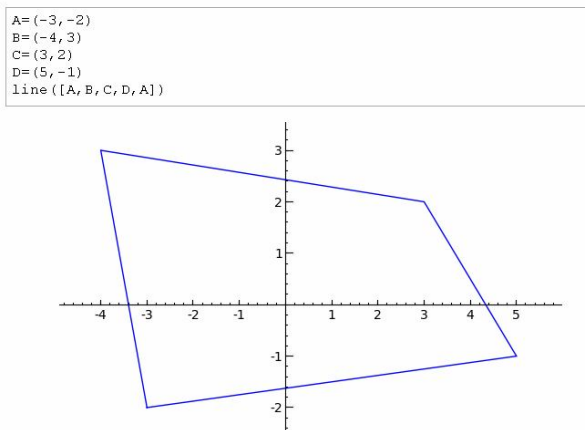
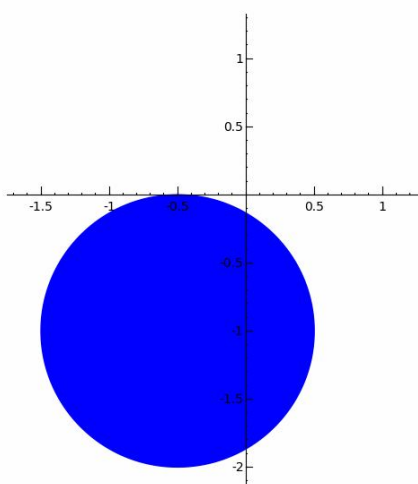


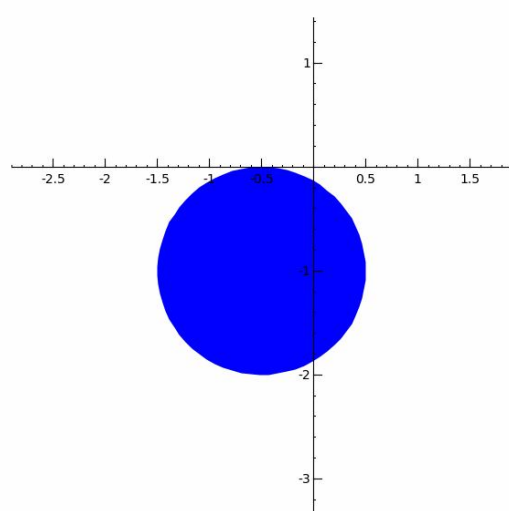
Рис. 2.16. Приклад побудови опуклого багатокутника

```
show(circle((-0.5,-1),1,fill=true),aspect_ratio=1)
```



*a)*

```
show(disk((-0.5,-1),1,(0,2*pi)),aspect_ratio=1)
```



*б)*

Рис. 2.17. Приклади побудови круга  
(*a* – використовуючи функцію `circle()`, *б* – використовуючи функцію `disk()`)

```
show(disk((0,0),1,(pi/2,pi),fill=False,thickness=1,rgbcolor='black'),aspect_ratio=1)
```

evaluate

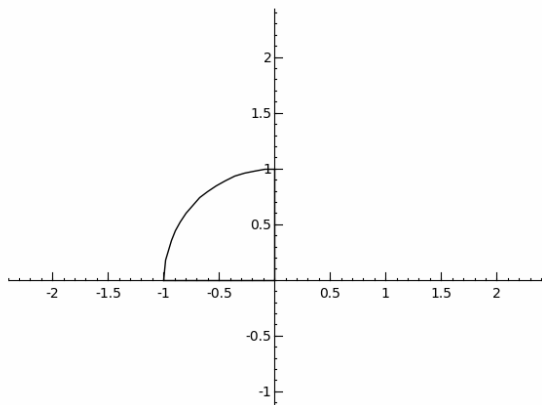


Рис. 2.18. Приклад побудови дуги кола

Плануючи етапи побудови для розв'язування задач 6–7, приходять до необхідності здійснення побудови комбінації графічних об'єктів – групи об'єктів в одній системі координат.

```
A=point((-2,2),pointsize=40)
B=point((2,1),rgbcolor='red',pointsize=20)
C=point((-3,1),rgbcolor='green',pointsize=30)
show(A+B+C,aspect_ratio=1)
```

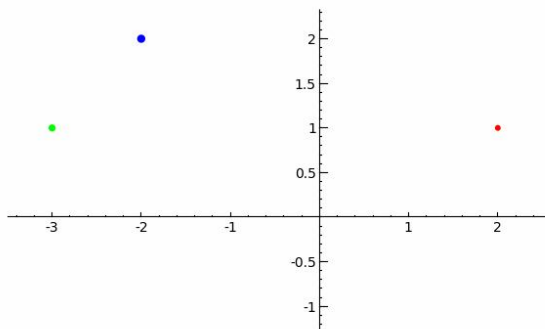


Рис. 2.19. Приклад побудови множини точок з різними характеристиками

```
C=point((-0.5,-1),rgbcolor='black')
show(circle((-0.5,-1),1)+C,aspect_ratio=1)
```

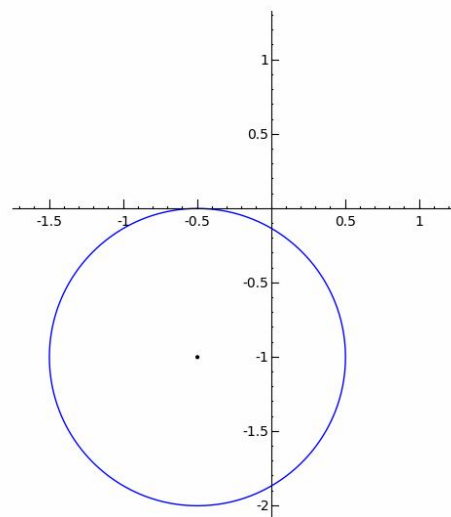


Рис. 2.20. Приклад побудови кола із зазначенням центра

Повертаючись до питання побудови комбінації графічних об'єктів, слід зазначити, що елементарною комбінацією об'єктів можна вважати зображення точки та її позначення. Для додавання позначення точки, а також для виведення



інших текстових повідомлень в полі графічних побудов, слід використати функцію `text()`, основними параметрами якої є власне текстове повідомлення (в розглядуваному випадку – позначення точки), що заключають у лапки як рядкову константу, та декартові координати стартової точки для виведення повідомлення.

```
A=point((3,2),pointsize=20,rgbcolor='black')
tA=text('A', (3+0.1,2+0.1))
show(A+tA)
```

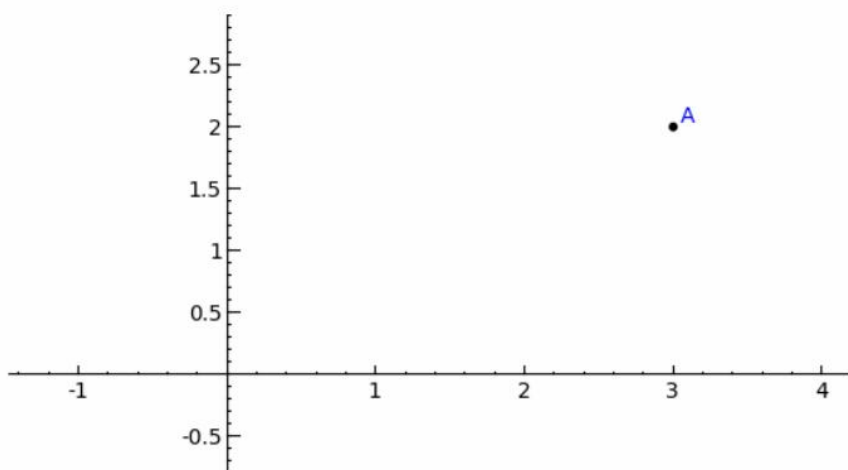


Рис. 2.21. Приклад застосування функції `text()` для позначення точки

Шляхом звернення до контекстної довідки з функції `text()`, учні дізнаються про її додаткові параметри (`fontsize`, `rgbcolor`, `hue`, `vertical_alignment`, `horizontal_alignment`). Слідуючи рекомендаціям вчителя, за чітко визначеним планом дій, учні відпрацьовують прийоми застосування функції `text()` для виведення різноманітних текстових повідомлень в полі графічних побудов.

В якості завдань підвищеного рівня складності учням пропонується проілюструвати умови геометричних задач. Учні самостійно вивчають умову задачі, визначають, що саме слід подати для ілюстрації, за допомогою яких графічних об'єктів і т.п.

Наступним етапом вивчення особливостей роботи з графікою у Sage є ознайомлення учнів із загальними прийомами організації побудови графіків функцій та функціональних залежностей, заданих у декартових координатах за

допомогою функції `plot()`, основним параметром якої є функціональний вираз. За таким зверненням до функції `plot()` (наприклад, `plot(x^2)`; див. рис. 2.22) побудову графіка буде виконано на інтервалі  $(-1;1)$ .

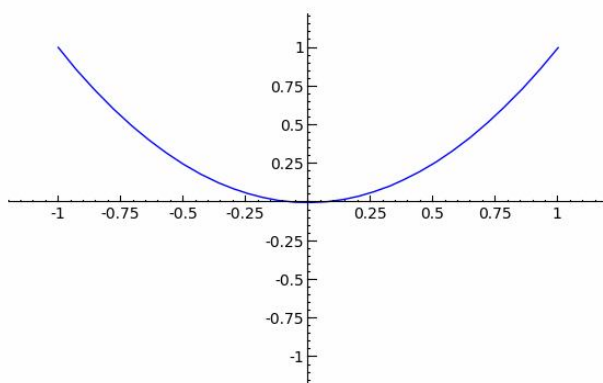


Рис. 2.22. Приклад побудови графіка функції  $y = x^2$

Наводячи приклади застосування функції `plot()`, особливо слід звернути увагу учнів на побудову графіків розривних функцій (див. рис. 2.23).

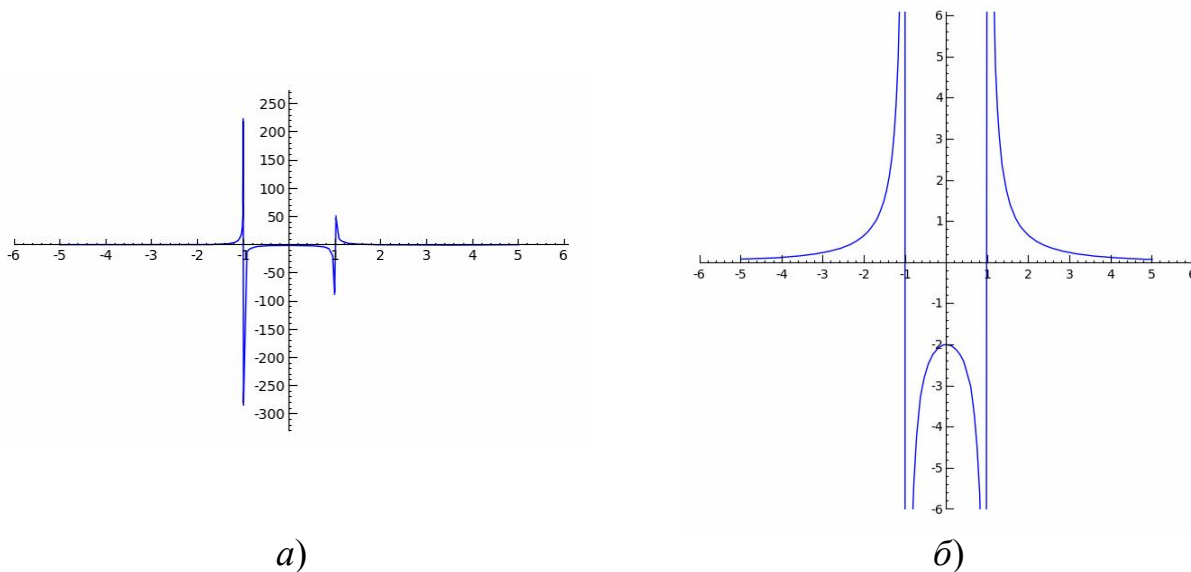


Рис. 2.23. Приклади побудови графіка функцій  $y = \frac{2}{x^2 - 1}$  за різними командами

*a)* `plot(2/(x^2-1), (-5, 5))`

*б)* `show(plot(2/(x^2-1), (-5, 5)), ymin=-5, ymax=5, aspect_ratio=1)`

Аналогічно до наведеної схеми рекомендується здійснювати ознайомлення учнів з прийомами побудови просторових об'єктів.

Для самостійного розв'язування учням пропонуються такі завдання:

1. Дано 3 точки  $A(3;1)$ ,  $B(-1;2)$  та  $C(2;-2)$ . Побудувати:
- множину точок на площині;
  - ламану  $ACB$ ;
  - трикутник  $ABC$ .
2. Побудувати коло з центром у точці  $(3;2)$ , радіус якого дорівнює 5.
3. Побудувати графіки елементарних функцій на вказаному проміжку (інтервалі):
- $y = 5x + 3$  на проміжку  $[-8;8]$ ;
  - $y = -x^2 + 5x - 2$  на проміжку  $[-10;10]$ ;
  - $y = -\frac{3}{x}$  на проміжку  $[-5;5]$ ;
  - $y = 3^x$  на проміжку  $[-5;5]$ ;
  - $y = \log_2 x$  на інтервалі  $(0;5]$ ;
  - $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$  на проміжку  $[-2\pi;2\pi]$ .
4. Дано точки  $A(-1;2;3)$ ,  $B(1;-2;3)$ ,  $C(1;2;-3)$  та  $D(-1; -2;-3)$ . Побудувати:
- множину даних точок у просторі;
  - ламану  $ACDB$ .
5. Виконати побудову правильних многогранників (тетраедра, куба, октаедра, додекаедра та ікосаедра), використовуючи відповідні функції.
- 6.\* В одній системі координат побудувати два графіка: графік функції  $y = \ln(3x - 1)$  і дотичної до нього  $y = \frac{3}{2}x - \ln 2$ . Додати підписи до графіків функцій.
- 7.\* Побудувати графік розривної функції  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ . (Асимптоти зобразити за правилами креслення).
- 8.\* В одній системі координат побудувати комбінації графіків функцій  $y_1 + y_2$ ,  $y_1 - y_2$ ,  $y_1 \cdot y_2$  та  $y_1 / y_2$ , якщо  $y_1 = \sin x$  та  $y_2 = x$ .
- 9.\* Побудувати графіки функцій: а)  $y = |x|\cos x + |\sin x|$ ; б)  $y = x|\sin x|$ ; в)  $y = -x\sin x$ ; г)  $y = 2\cos x + 4\sin(x - \pi)$ ; д)  $y = (0,4x^3 - 4x)\cos x$ . Для кожної функції

за побудованим графіком визначити чи є функція парною, непарною чи функцією загального вигляду.

10.\*\* Проілюструвати покрокову побудову графіка функції виду  $y = a\sin(bx + c) + d$ . Значення параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  і  $d$  обрати самостійно. Додати підписи до побудованих графіків.

11.\*\* Виконати побудову–ілюстрацію правил додавання та віднімання векторів.

12.\*\* Підготувати ілюстрацію до задачі з планіметрії.

13.\*\* Підготувати ілюстрацію до задачі зі стереометрії.

**2.1.4. Розв’язування рівнянь та систем рівнянь.** Ознайомлення учнів з особливостями розв’язування рівнянь та систем рівнянь за допомогою Sage розпочинають з пошуку аналітичних розв’язків алгебраїчних рівнянь та їх систем, взявши за зразок методичні ідеї навчання однойменної теми засобами системи Derive у посібнику [58].

В Sage для відшукування аналітичних розв’язків призначено функцію `solve()`. На системі задач демонструють допустимі формати застосування зазначеної функції для розв’язування рівнянь та їх систем (рис. 2.24).

Першочергово звертають увагу учнів на особливості запису рівняння, як виразу виду `eqv1==eqv2`, де `eqv1`, `eqv2` – ліва і права частини рівнянь. Разом з тим, відмічають, що:

1) рівняння як вираз виду `eqv1==eqv2` є основним параметром функції `solve()`;

2) застосування функції `solve()` у форматі `solve(eqv1==eqv2)` є цілком допустимим, якщо рівняння містить лише одну змінну;

3) застосування функції `solve()` у форматі `solve(eqv1==eqv2, var)` вважається виправданим, якщо завданням передбачено розв’язування рівняння з параметрами або рівняння з кількома змінними, відносно однієї з них. Проте не буде помилкою, якщо в даному форматі застосувати функцію до розв’язування рівняння з однією змінною;

4) застосування функції `solve()` у форматі `solve(eqv, var)` може

мати місце, якщо одна з частин рівняння дорівнює нулю;

Приклад 4.1. Розв'язати рівняння:

- а)  $9x^2 = x + 3$ ;  
 б)  $7t^2 - 1 - t = 3t^2$ ;  
 в)  $x^2 + 5x - 6 = 0$ .

```
solve(9*x^2==x+3)
```

$$\left[ x = \frac{1-\sqrt{109}}{18}, x = \frac{\sqrt{109}+1}{18} \right]$$

```
var('t')
```

```
solve(7*t^2-1-t==3*t^2)
```

$$\left[ t = \frac{1-\sqrt{17}}{8}, t = \frac{\sqrt{17}+1}{8} \right]$$

```
solve(x^2+5*x-6,x)
```

$$[x = -6, x = 1]$$

Приклад 4.2. Розв'язати рівняння  $5x^2 - ax = -3$ :

- а) відносно  $a$ ;  
 б) відносно  $x$ .

```
var('a')
```

```
solve(5*x^2-a*x==3,a)
```

$$\left[ a = \frac{5x^2-3}{x} \right]$$

```
solve(5*x^2-a*x==3,x)
```

$$\left[ x = \frac{a-\sqrt{a^2+60}}{10}, x = \frac{\sqrt{a^2+60}+a}{10} \right],$$

Приклад 4.3. Розв'язати системи рівнянь:

- а)  $\begin{cases} 2x - y == 7 \\ x + y == 4 \end{cases}$  ;  
 б)  $\begin{cases} ax + by = c \\ ex + fy = g \end{cases}$  1) відносно  $x, y$ ; 2) відносно  $a, e$ .

```
var('x,y,z')
```

```
solve([2*x-y==7,x+y==4],x,y)
```

$$[[x = \frac{11}{3}, y = \frac{1}{3}]]$$

```
var('a,b,c,e,f,g,x,y')
```

```
solve([a*x+b*y==c,e*x+f*y==g],x,y)
```

$$\left[ \begin{aligned} x &= \frac{bg-cf}{be-af} \\ y &= \frac{ce-ag}{be-af} \end{aligned} \right],$$

```
var('a,b,c,e,f,g,x,y')
```

```
solve([a*x+b*y==c,e*x+f*y==g],a,e)
```

$$[[a = \frac{c-by}{x}, e = \frac{g-fy}{x}]]$$

Рис. 2.24. Фрагмент системи демонстраційних задач на пошук аналітичних розв'язків рівнянь

5) рівняння можна визначати через відповідну змінну, що надасть особливої зручності при роботі з системою рівнянь;

б) для розв'язування системи рівнянь функція `solve()` застосовується у форматі `solve([eqv1, eqv2, ..., eqvn], var1, var2, ..., varn)`, при цьому кількість змінних, відносно яких виконується розв'язування, повинна співпадати з кількістю рівнянь системи;

7) для функції `solve()` допускається об'єктний формат звернення, якщо в якості об'єкту виступає рівняння (система рівнянь) або змінна типу «рівняння» («система рівнянь»).

Невдала спроба учнів розв'язати рівняння виду  $|x - 2| = 1$ , застосовуючи функцію `solve()`, є підставою для введення поняття «*наближеного значення кореня рівняння*» та ознайомлення учнів з алгоритмом його пошуку за допомогою спеціальної функції Sage, що передбачає виконання двох кроків:

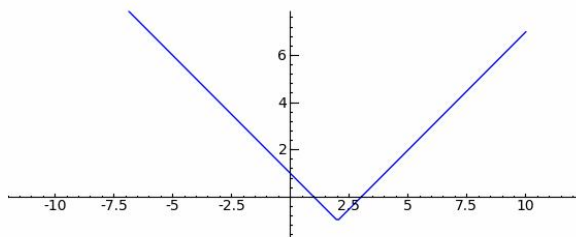
- 1) графічне відокремлення коренів;
- 2) визначення наближеного значення кожного окремо взятого кореня на проміжку його локалізації за допомогою функції `find_root()`.

**Приклад 4.4.** Знайти наближені значення кореня (чи коренів) рівняння  $|x - 2| = 1$ .

**Розв'язання**

1) Для графічного відокремлення коренів рівняння побудуємо графік відповідної функції.

```
exp1=abs(x-2)-1
show(plot(exp1, -10, 10), ymax=7, aspect_ratio=1)
```



2) Знайдемо наближені значення двох коренів рівняння на проміжках  $[0; 2.5]$  та  $[2.5; 5]$  відповідно.

```
print 'x1=', find_root(exp1, 0, 2.5)
print 'x2=', find_root(exp1, 2.5, 5)

x1= 1.0
x2= 3.0
```

Рис. 2.25. Приклад задачі на пошук наближених значень коренів рівняння

До переліку завдань для самостійного розв'язування були включені такі:

1. *Розв'язати рівняння:*

а)  $x^3 - 2x + 1 = 0$ ;

б)  $\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x-1)(x+4)} = 1$ ;

$$в) \frac{x^2 + 1}{x + 1} + \frac{x^2 + 2}{x - 2} = -2; \quad г) \sqrt{x - 27} = 5;$$

$$д) x^5 - 2x = -3; \quad е) \frac{x^2}{a^3} + \frac{b^3}{x^2} = \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2}.$$

2. Розв'язати систему рівнянь:

$$а) \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17; \\ x^2 - 2xy = -3; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x + yz = 2 \\ y + zx = 2; \\ z + xy = 2 \end{cases} \quad в) \begin{cases} (x + y)(x^2 - y^2) = 16 \\ (x - y)(x^2 + y^2) = 40 \end{cases}.$$

3. Знайти наближені значення коренів рівняння:

$$а) x + \sqrt{x^2 + 20} = 22; \quad б) x^2 = \cos x.$$

4.\* Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = \sin x \\ x - y = \cos x \end{cases}.$$

5.\* Знайти нулі функції:  $v(x) = 3x^5 - 19x^4 + 9x^3 + 71x^2 - 84x + 20$ . Виконати перевірку.

6.\* Виконати розв'язання наведених рівнянь за теоремою Вієта:

$$а) x^2 - 15x + 36 = 0; \quad б) 3x^2 + x - 2 = 0.$$

7.\* Серед розв'язків рівняння  $2x + y = 21$  знайти такі пари чисел, щоб одне було утричі більше другого.

8.\* За яких значень  $k$  прямі  $2x + y = 6$  і  $4x - y = k$  перетинаються в точці, що належить вісі  $Ox$ ?

9.\*\* Розв'язати рівняння  $5x^2 + |x + 7| - 13 = 0$  двома способами:  
а) наближено; б) розкривши знак модуля за означенням.

10.\*\* Знайти числа  $a$ ,  $b$  і  $c$ , при яких є тотожністю рівність:

$$x^4 - x^3 + 2x^2 + 2x + a = (x^2 - 2x + 1)(x^2 + bx + c).$$

11.\*\* Розв'язати рівняння за узагальненою теоремою Вієта:

$$а) x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0; \quad б) 27x^3 + 9x^2 - 48x + 20 = 0.$$

12.\*\* Визначити, при яких значеннях  $m$  один з коренів рівняння

$$z^3 - (m^2 - m + 7)z - (3m^2 - 3m - 6) = 0$$

дорівнює  $-1$ . Відшукати два інші корені рівняння при знайдених значеннях  $m$ .

13.\*\* Знайти дійсний розв'язок рівняння  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ , якщо його коефіцієнти  $a$ ,  $b$ ,  $c$  та  $d$  у зазначеному порядку утворюють геометричну прогресію із заданим знаменником  $q$ .

14.\*\* Знайти корені многочлена  $5x^3 + 18x^2 - 10x - 8$ . Виконати перевірку, підставивши значення знайдених коренів у вихідний вираз.

15.\*\* Визначити при яких значеннях параметра  $a$  дана система рівнянь:  
а) має єдиний розв'язок; б) має нескінченну кількість розв'язків; в) не має

$$\text{розв'язків: } \begin{cases} (a+1)x + y = 2 \\ 3x + (a-1)y = a \end{cases}$$

**2.1.5. Операції з векторами та матрицями.** Ознайомлення учнів з особливостями роботи з об'єктами лінійної алгебри – векторами та матрицями – доцільно організувати в два уроки. Основною метою першого уроку «Операції з векторами» є засвоєння особливостей застосування функцій Sage для задання, побудови та виконання допустимих операцій над векторами на площині й у просторі. До системи прикладів (рис. 2.26) включені завдання, в яких продемонстровано:

– задання та побудова вектора (за допомогою функцій `vector()` та `plot()` відповідно);

– визначення довжини вектора (за допомогою функції `abs()`);

– виконання основних арифметичних операцій над двома векторами, а також множення вектора на скаляр;

– пошук скалярного добутку двох векторів (за допомогою функції `dot_product()`).

Основною метою другого уроку «Операції з матрицями» (рис. 2.27) є ознайомлення учнів з різними способами задання матриць різних видів:

– прямокутної та квадратної (`matrix()`),

– одиничної (`ident_matrix()`),

– діагональної (`diagonal_matrix()`),

– нульової (`zero_matrix()`),



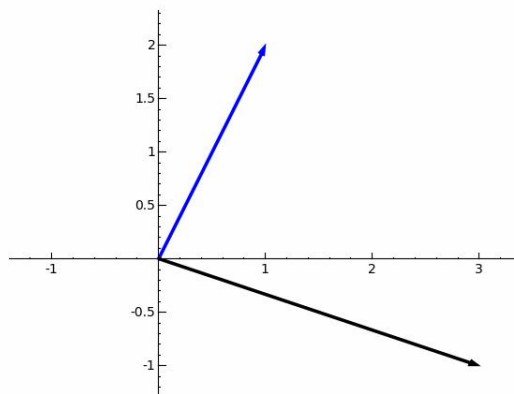
а також обчислення визначника матриці  $n$ -го порядку ( $\det()$ ).

**Приклад 5.1.** Задати вектори  $\vec{a}(1, 2)$  і  $\vec{b}(3, -1)$  та виконати їх побудову.

```
a=vector((1,2)); b=vector((3,-1))
print a,b
```

```
(1, 2) (3, -1)
```

```
v1=a.plot()
v2=b.plot(rgbcolor='black')
(v1+v2).show(aspect_ratio=1)
```



**Приклад 5.2.** Дано вектори  $\vec{u}(-2, 4, 5)$  і  $\vec{v}(-3, 1, 2)$ . Визначити:

- 1) довжини векторів;
- 2) суму та різницю векторів;
- 3) вектор  $\vec{c}$  за правилом  $3\vec{u} - 2\vec{v}$ ;
- 4) скалярний добуток векторів.

1)

```
u=vector((-2,4,5))
v=vector((-3,1,2))
print u,v
```

```
(-2, 4, 5) (-3, 1, 2)
```

2)

```
abs(u); abs(v)
3*sqrt(5)
sqrt(14)
```

3)

```
c=3*u-2*v; c
(0, 10, 11)
```

4)

```
u.dot_product(v)
20
```

```
u*v
20
```

Рис. 2.26. Система демонстраційних прикладів уроку «Операції з векторами»

Для самостійного розв'язування учням пропонуються такі завдання:

1. Дано вектори:  $\vec{a}(3;4)$ ,  $\vec{b}(-2;1)$ ,  $\vec{c}(1;1;3)$ ,  $\vec{d}(-2;2;1)$ . Знайти координати векторів: а)  $2\vec{a} - \vec{b}$ ; б)  $3\vec{a} + 2\vec{b}$ ; в)  $\vec{c} - \vec{d}$ ; г)  $2\vec{c} - 3\vec{d}$ . Обчислити модулі даних та знайдених векторів.

2. Знайти скалярний добуток векторів, заданих своїми координатами: а)  $(0;3)$  і  $(-2;0)$ ; б)  $(-5;7;-1)$  і  $(2;-1;3)$ .

3. Дано чотири точки:  $A(0;1;-1)$ ,  $B(1;-1;2)$ ,  $C(3;1;0)$ ,  $D(2;-3;1)$ . Знайти косинус кута  $\varphi$  між векторами  $\overline{AB}$  і  $\overline{CD}$ .

4. \* Дано три вершини паралелограма:  $A(1;0)$ ,  $B(2;4)$ ,  $C(4;6)$ . Знайти: довжину його сторін і діагоналей, а також кути при вершинах  $A$  та  $B$ . Підготувати ілюстрацію до задачі.

5. \* Дано три точки:  $A(1;0;1)$ ,  $B(-1;1;2)$ ,  $C(0;2;-1)$ . Знайти на вісі  $Oz$  таку точку  $D$ , щоб вектори  $\overline{AB}$  і  $\overline{CD}$  були перпендикулярні.

6. \* Знайти визначники матриць  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  і  $B = \begin{pmatrix} c & 2 & 1 \\ -2 & c & 1 \\ c & c & 0 \end{pmatrix}$ .

**Приклад 5.3.** Задати матриці: 1)  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ ; 2)  $S = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

```
M=matrix([[1,3,5,2],[-2,1,0,3]];show(M)
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

```
S=matrix([[ -1,3,-2],[-2,1,0],[0,-1,3]];show(S)
```

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

**Приклад 5.4.** Задати одиничну та нульову матриці розмірності 4.

1) Задання одиничної матриці розмірності 4:

```
IM=identity_matrix(4)
show(IM)
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2) задання нульової матриці розмірності 4:

```
ZM=zero_matrix(4,4)
show(ZM)
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Math

**Приклад 5.5.** Задати діагональну матрицю розмірності 4, елементами якої є числа -1, 2, 3, -7. Обчислити детермінант матриці.

```
DM=diagonal_matrix(4,[-1,2,3,-7])
show(DM)
```

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

```
DM.det()
```

42

**Приклад 5.6.** Задати квадратну матрицю розмірності 4, елементами якої є числа 1, 1, 1, 1, 2, 2, -1, 1, 3, 3, 3, 3, 0, 0, -1, 5. Обчислити детермінант матриці.

```
A=matrix([[1,1,1,1],[2,2,-1,1],[3,3,3,3],[0,0,-1,5]]);show(A)
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

```
A.det()
```

0

Math

Рис. 2.27. Система демонстраційних прикладів уроку «Операції з матрицями»

7.\*\* На векторах  $\bar{a}(1;1;0)$ ,  $\bar{b}(2;1;0)$ ,  $\bar{c}(4;4;1)$  побудовано паралелепіпед.

Знайти: а) площу основи паралелепіпеда, що лежить в площині векторів  $a$  та  $b$ ;

б) об'єм паралелепіпеда.

8.\*\* *Перевірити дану систему лінійних рівнянь на сумісність (порівнюючи значення визначників  $\Delta$ ,  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$  та  $\Delta_z$ ). У разі сумісності, розв'язати систему за формулами Крамера. Виконати перевірку правильності знайдених розв'язків, розв'язавши систему за допомогою функції `solve()`:*

$$\text{а) } \begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1 \\ 2x + 2y - 2z = 1 \end{cases} ; \quad \text{в) } \begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1 \\ 2x + 2y - 2z = -4 \end{cases} .$$

9.\*\* *Відомо, що модуль векторного добутку  $\vec{u} \times \vec{v}$  двох векторів  $\vec{u}$  і  $\vec{v}$  чисельно дорівнює  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \varphi$ , де  $\varphi$  – кут між векторами  $\vec{u}$  і  $\vec{v}$ . Довести цей факт використовуючи інструментарій Sage.*

**2.1.6. Початки аналізу.** Метою навчання даної теми є засвоєння учнями особливостей застосування функцій Sage для виконання основних операцій математичного аналізу, що мають місце у шкільному курсі математики, а саме: обчислення границі послідовності та функції, диференціювання та інтегрування функції.

Для обчислення границі послідовності та функції в Sage призначена функція `limit()`, основним допустимим форматом застосування якої є `limit(expr, var=a)`, де `expr` – вираз, що відповідає загальному члену послідовності, або функція, граничне значення яких слід знайти, якщо змінна `var` прямує до значення `a`. Для знаходження лівої чи правої границі функції має місце застосування функції `limit()` у форматі `limit(expr, var=a, dir='minus')` або `limit(expr, var=a, dir='plus')` відповідно.

Застосування функції `limit()` демонструють на прикладах, що включають завдання на обчислення границі послідовності та функції, лівої та правої границь функції (рис. 2.28).

**Приклад 6.1.** Обчислити границю послідовності  $\{1 + \frac{1}{2^k}\}$ .

```
k=var('k'); limit(1+1/2^k, k=oo)
```

1

**Приклад 6.2.** Обчислити границю функції  $y = \frac{3x^2 - 4x^3 + x}{7x^3 - 3}$ .

```
limit((3*x^2-4*x^3+x)/(7*x^3-3), x=oo)
```

$-\frac{4}{7}$

**Приклад 6.3.** Обчислити ліву та праву границі функції  $y = \frac{\sqrt{7+x}-1}{x^2-4}$  у точці  $x = 2$ .

```
limit((sqrt(7+x)-1)/(x^2-4), x=2, dir='plus')
```

$+\infty$

```
limit((sqrt(7+x)-1)/(x^2-4), x=2, dir='minus')
```

$-\infty$

Рис. 2.28. Приклади застосування функції `limit()`

Виконати диференціювання функції у середовищі Sage можна за допомогою однієї з функцій `diff()`, `derivative()` або `differentiate()`. Для перших двох функцій допустимими є як процедурне звернення, так і об'єктне, тоді як для функції `differentiate()` допустимим є лише об'єктне звернення. При застосуванні автодоповнення введення немає принципової різниці у застосуванні тієї чи іншої функції для пошуку похідної. Практика свідчить, що найзручнішою у застосуванні вважається функція `diff()`, можливо через її коротку назву.

Повний формат застосування функції має вид:

$$\text{diff}(f[, \text{var}, n]),$$

де  $f$  – функція,  $\text{var}$  – змінна, за якою треба виконати диференціювання,  $n$  – порядок похідної.

Зауваження для учнів:

1) для обчислення першої похідної функції від однієї змінної функцію `diff()` застосовують у форматі `diff(f)`;

2) для обчислення першої похідної функції, вираз якої містить параметри, функцію `diff()` застосовують у форматі `diff(f, var)`.

Застосування функції `diff()` демонструють на прикладах визначення похідної першого та вищих порядків, а також відмічають особливості організа-

ції обчислення значення похідної в певній точці (рис. 2.29).

**Приклад 6.4.** Обчислити похідну функції:

$$1) y = 5x^7; \quad 2) y = t^4.$$

```
diff(5*x^7)
```

```
35 x^6
```

```
t=var('t'); diff(t^4)
```

```
4 t^3
```

**Приклад 6.5.** Для функції  $y = 5x^7$  обчислити похідні до третього порядку включно.

1 спосіб

```
diff(5*x^7); diff(5*x^7,2); diff(5*x^7,3)
```

```
35 x^6
```

```
210 x^5
```

```
1050 x^4
```

2 спосіб

```
[diff(5*x^7,i+1) for i in range(3)]
```

```
[35 x^6, 210 x^5, 1050 x^4]
```

```
diff(t^4); diff(t^4,2); diff(t^4,3)
```

[вчисли](#)

```
4 t^3
```

```
12 t^2
```

```
24 t
```

**Приклад 6.6.** Обчислити значення похідної функції  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$  в точці  $x = 3$ .

```
df(x)=diff(-1/3*x^3+3/2*x^2-2*x+1)
```

```
df(x)
```

```
-x^2 + 3 x - 2
```

```
df(3)
```

```
-2
```

Рис. 2.29. Приклади диференціювання функції

Для знаходження первісної заданої функції чи обчислення визначеного інтеграла в Sage призначено функцію `integral()`, повний формат застосування якої має вид:

$$\text{integral}(\text{expr}[, \text{var}, a, b]),$$

де `expr` – підінтегральний вираз, `var` – змінна, за якою треба виконати інтегрування, `a` – нижня межа інтегрування, `b` – верхня межа інтегрування.

Зауваження для учнів:

1) для знаходження первісної для функції однієї змінної функцію `integral()` застосовують у форматі `integral(expr)`;

2) для знаходження первісної для функції однієї змінної, вираз якої міс-

тять параметри, функцію `integral()` застосовують у форматі `integral(expr, var);`

3) для обчислення визначеного інтеграла функцію `integral()` застосовують у форматі `integral(expr, a, b)`.

**Приклад 6.7.** Знайти первісну для функції  $y = \frac{\arccos^2(7x)}{\sqrt{1-49x^2}}$ .

```
integral((acos(7*x)^2)/sqrt(1-49*x^2))
```

$$-\frac{1}{21} \arccos(7x)^3$$

**Приклад 6.8.** Обчислити визначений інтеграл  $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$ .

```
integral(sin(x)*cos(x)^2, 0, pi/2)
```

$$\frac{1}{3}$$

Рис. 2.30. Приклади інтегрування функції

Для самостійного розв'язання учням пропонується такий набір завдань:

1. Обчислити границю:

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 3n^2 + 44}{6n^2 - 3n + 7}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x - 7}{2 - \sqrt{x - 3}}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow -3} \left( \frac{1}{x + 3} + \frac{6}{x^2 - 9} \right)$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 1} \sin(x - 1) \cos\left(\frac{\pi}{x - 1}\right)^{1/6}$ .

2. Знайти похідну функції:

а)  $y = (6x^5 - 2x)^8$ ;

б)  $y = \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$ ;

в)  $y = \sqrt{\operatorname{tg} 2x}$ ;

г)  $y = (x^3 - 2)(x^2 + 1)$ .

3. Знайти невизначений інтеграл:

а)  $\int \operatorname{tg}^2 x dx$ ;

б)  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2}}$ ;

в)  $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$ ;

г)  $\int x \sqrt{x - 5} dx$ .

4. Обчислити визначений інтеграл:  $\int_0^{\pi/2} \left( 3 \cos 3x + \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} \right) dx$ .

5. Обчислити значення похідної функції  $f(x) = \frac{3x^2 - 7}{\sqrt{2x - 3}}$  в точці  $x_0 = 2$ .

6.\* Довести, що функція  $f(x) = 3x - 1$  неперервна в точці  $x_0 = 2$ .

7.\* Знайти похідні функції  $f(x) = 3x^7 + 5x^3 - 2x + 1$  до 4-го порядку включно.

Обчислити  $f^{IV}(1)$ .

8.\* Для функції  $f(x) = 5x^4 + 3x^2 - 7$  знайти первісну, графік якої проходить через точку  $A(1; -4)$ .

9.\* Знайти суму коренів рівняння  $f(x) + 4f'(x) = 0$ , якщо  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 10}$ .

10.\* Знайти площу фігури, обмеженої графіком функції  $y = 4 - x^2$  та прямою  $y = 2 - x$ .

11.\* Знайти кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 4x - 2$  в точці  $x_0 = -2$ .

12.\* Дослідити функцію  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 5x + 6}$  на неперервність.

13.\* Знайти найбільше і найменше значення функції  $f(x) = \frac{x^2 + 7x}{x - 9}$  на проміжку  $[-4; 1]$ .

14.\* Знайти тангенс кута нахилу до осі абсцис дотичної до графіка функції  $f(x) = \operatorname{tg} 3x$  в точці з абсцисою  $x_0 = -\frac{\pi}{12}$ .

15.\* Дослідити функцію  $f(x) = 2x^2 - x^4 - 1$  та побудувати її графік.

16.\*\* Обчислити наближено та порівняти результат з точним значенням:

а)  $\frac{(1,05)^3 - (0,89)^4}{(4,1)^5}$ ;

б)  $\sqrt[3]{0,988}$ .

17.\*\* Знайти похилі та горизонтальні асимптоти кривої  $(y - x)x^4 + 8 = 0$ .

Виконати побудову.

18.\*\* Знайти, при яких значеннях  $a$  функція  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{(2a^2 + 1)x^2}{2} + 2ax + a - 3$  є зростаючою.

19.\*\* Знайти роботу, необхідну для запуску ракети вагою  $P$  з поверхні Землі вертикально вгору на висоту  $h$ .

20.\*\* При яких значеннях  $b$  і  $c$  парабола  $y = x^2 + bx + c$  дотикається прямої  $y = 3x - 1$  в точці з абсцисою  $x_0 = 1$ ? Виконати побудову.

21.\*\* Точка рухається за законом  $x(t) = 3t^2 - 5t + 8$  (час  $t$  вимірюється в секундах (с), переміщення  $x$  – в метрах (м)). Знайти швидкість руху в момент часу  $t = 4$ .

22.\*\* Визначити масу кулі радіуса  $r$ , якщо її густина в кожній точці пропорційна до відстані від центра кулі.

23.\*\* Яку мінімальну роботу треба виконати, щоб насипати купу піску у формі конуса висотою  $H$  і радіусом основи  $R$ ? Густина піску дорівнює  $\rho$ . Пісок піднімають з площини основи конуса.

**2.1.7. Розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.** Для розв'язування диференціальних рівнянь (ДР), зокрема звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР), та їх систем в Sage призначено кілька спеціальних функцій: `desolve()` – для пошуку загального розв'язку ЗДР першого та другого порядків, `desolve_laplace()` – для розв'язування задачі Коші для ЗДР, використовуючи перетворення Лапласа, `desolve_system()` – для розв'язування задачі Коші для системи довільної кількості ЗДР першого порядку та ін. Проте навчання учнів застосовувати функції Sage для розв'язування ДР у відповідності з програмою шкільного курсу алгебри й початків аналізу для учнів з поглибленим вивченням математики включає:

1) розв'язування ЗДР з відокремлюваними змінними способом інтегруванням обох частин рівняння (рис. 2.31);

2) розв'язування лінійних ЗДР першого та другого порядку із застосуван-



ням функції `desolve()` (рис. 2.32).

Функція `desolve()` має два основні параметри, де перший параметр – це  $\epsilon$  вираз, що визначає ДР, другий – список змінних ДР. Коментуючи демонстраційний приклад (рис. 2.31), звертають увагу учнів на такі моменти:

1) перед викликом `desolve()` залежна змінна (як правило,  $y$ ) має бути оголошена як функція:

$$y = \text{function}('y', x);$$

2) у списку змінних (другий параметр) першим вказується ім'я залежної змінної;

3) лапки у відповіді вказують на те, що результат надається у рядковому форматі;

4) послідовності символів `'%c'`, `'%k1'`, `'%k2'`, слід розуміти як звернення до довільних сталих  $C$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  відповідно, а `'%e'` – до константи  $e$ . Починати звернення до математичних сталих з символу `'%'` прийнято у СКМ Махіма.

**Приклад 7.1.** Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння:

a)  $y' - 3y = 0$ ;

```
y=function('y', x)
desolve(diff(y, x)-3*y==0, [y, x])
'%c*%e^(3*x)'
```

b)  $y'' - y = 0$ .

```
y=function('y', x)
desolve(diff(diff(y, x), x)-y==0, [y, x])
'%k1*%e^x+%k2*%e^-x'
```

Рис. 2.31. Приклад застосування `desolve()`

Разом із задачами на знаходження загального розв'язку ДР учням пропонуються такі типи задач:

1. Показати, що функція  $y = f(x)$  задовольняє ДР.
2. Знайти загальний інтеграл ДР з відокремлюваними змінними, виконавши інтегрування обох його частин.
3. Розв'язати ДР і перевірити, чи  $\epsilon$  отриманий вираз розв'язком даного рівняння для певних значень довільних сталих.

4. Розв'язати ДР та побудувати криві, які належать сімейству його розв'язків (рис. 2.32).

5. Знайти частинний розв'язок ДР.

6. Розв'язати задачу Коші та виконати ілюстрацію до розв'язку (рис. 2.33).

Завдання типу 1 та 3 необхідні для виховання в учнів намагання постійно перевіряти правильність результатів, виконаних за власними алгоритмами, а також піддавати сумніву результати обчислень, виконаних програмним засобом.

Завдання 2-го типу включені до системи задач, оскільки зверненням до `desolve()` можуть бути розв'язані ДР, коли передбачається отримання його загального розв'язку, як функції виду  $y = f(x, y)$ . Тим самим знову демонструється, що успіх розв'язування задач за допомогою програмних засобів не включає ґрунтовної підготовки з математики.

Завдання типу 4, 6 пропонуються учням з метою формування стійкого розуміння геометричного змісту понять «загальний розв'язок ДР» та «частинний розв'язок ДР» через їх візуалізацію.

Автоматизувати пошук частинних розв'язків ДР першого порядку (у завданнях типу 5, 6) учням пропонується за таким алгоритмом:

1. Знайти загальний розв'язок даного ДР.

2. Виконати конвертування отриманого загального розв'язку з рядкового типу до обчислювальної функції виду  $y = y(x, C)$ .

3. Розв'язати рівняння виду  $y(x_0, C) = y_0$ , якщо гранична умова має вид  $y(x_0) = y_0$ .

4. Побудувати графік функції  $y = y(x, C_0)$ , де  $C_0$  – розв'язок рівняння  $y(x_0, C) = y_0$ .

Беручи за основу наведений алгоритм, учні під час самостійного виконання завдань підвищеного рівня складності автоматизують пошук та ілюстрацію розв'язків задачі Коші для рівнянь другого порядку. Ґрунтовна відмінність даного алгоритму від попереднього полягає у підготовці рядка загального

розв'язку до конвертування його до обчислювальної функції.

```
plot([c*e^(2*x) for c in range(-10,10)], (-2,2), rgbcolor=(random(), random(), random())).show()
```

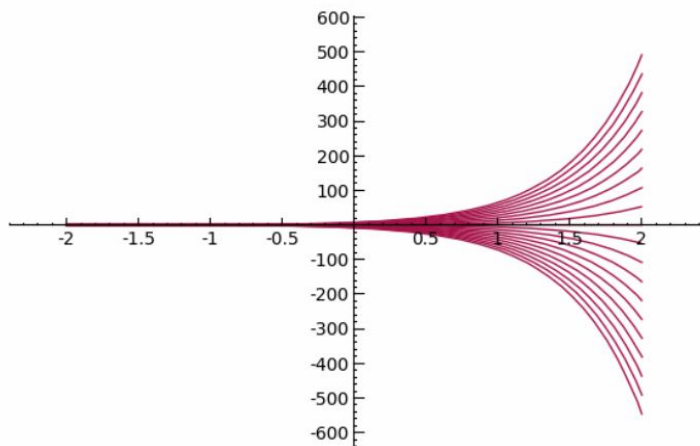


Рис. 2.32. Ілюстрація загального розв'язку ДР  $y' - 2y = 0$

**Приклад 7.4.** Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння  $y' + 3y = 0$ , якщо  $y(0) = 2$ .

```
y=function('y', x)
s=desolve(diff(y, x)+3*y, [y, x]); s
```

```
'%c*e^-(3*x)'
```

```
s1=''
for i in range(len(s)):
    if s[i]!='%': s1=s1+s[i]
s=s1; s
```

```
'c*e^-(3*x)'
```

```
var('c')
y(x, c)=sage_eval(s, locals={'x': x, 'c': c})
show(y(x))
```

```
c*e^-3x
```

```
solve(y(0, c)==2)
```

```
[c == 2]
```

```
plot(y(x, 2), (-5, 5)).show(aspect_ratio=1, ymin=-1, ymax=5)
```

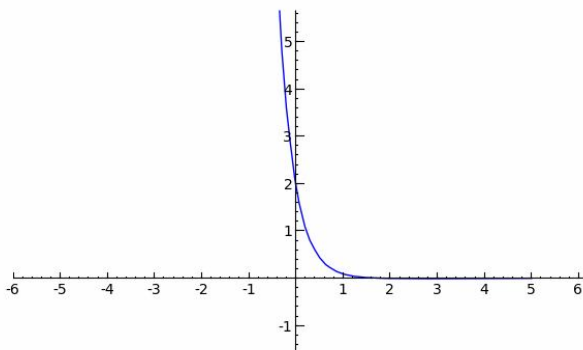


Рис. 2.33. Пошук та ілюстрація частинного розв'язку ДР

Для самостійного розв'язування учням можуть бути запропоновані такі

завдання:

1. Показати, що функція  $y = f(x)$  задовольняє диференціальне рівняння:

а)  $y' - 3y = 0$ ,  $y = e^{3x}$ ;

б)  $y'' - y = 0$ ,  $y = 2e^x - 3e^{-x}$ .

2. Знайти загальний інтеграл диференціального рівняння з відокремленими змінними, виконавши інтегрування обох частин рівняння:

а)  $\cos y \cdot y dy = -2x dx$ ;

б)  $\frac{y dy}{e^y} = -x dx$ ;

в)  $\frac{dy}{y} = -2xe^{-x^2} dx$ .

3. Розв'язати диференціальне рівняння і перевірити, чи є отриманий вираз розв'язком даного рівняння, якщо  $C = 1$ :

а)  $y' = y^{2/3}$ ;

б)  $y' = 3y(x + 1)$ ;

в)  $y' = x(y^2 + 1)$ .

4. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння:

а)  $(x + 1)y' + xy = 0$ ;

б)  $y' = 2y$ ;

в)  $y'' = 49y = 0$ ;

г)  $y'' + 9y = 15 \sin 2x$ .

5. Показати, що функція  $y = f(x)$  задовольняє диференціальне рівняння на інтервалі  $(-\infty; +\infty)$ , якщо  $C, C_1, C_2 - \text{const}$ :

а)\*  $y'^2 - y' - xy' + y = 0$ ,  $y = Cx + C - C^2$ ;

б)\*  $xy'' - y' = 0$ ,  $y = C_1x^2 + C_2$ ;

в)\*\*  $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - (x + y)\frac{dy}{dx} + xy = 0$ ,  $y = C + \frac{x^2}{2}$ ;

$$\text{г)*** } y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, \quad y = \sin x - 1 + Ce^{-\sin x};$$

$$\text{д)*** } y(1 - \ln y)y'' + (1 + \ln y)(y')^2 = 0, \quad y = e^{\frac{x+C_1}{x+C_2}}.$$

6.\* Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння:

$$\text{а) } y' + ay = e^{mx};$$

$$\text{б) } (x+1)y' - ny = e^x (x+1)^{n+1};$$

$$\text{в) } x' + 2xt = te^{-t^2} \sin t;$$

$$\text{г) } 4 \frac{d^2 u}{dv^2} - 20 \frac{du}{dv} + 25v = 0.$$

7.\* Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння:

$$\text{а) } y' - \frac{2}{x+1} y = (x+1)^2 e^x, \quad y(0) = 1;$$

$$\text{б) } \sin 2t ds = 2s \cos 2t dt, \quad s\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3.$$

8.\*\* Розв'язати диференціальне рівняння:

$$\text{а) } y' \operatorname{tg} x - y = a;$$

$$\text{б) } y' = e^{x+y} \sin x;$$

$$\text{в) } y' + \sin(x+y) = \sin(x-y).$$

$$\text{г) } y' + 2y = 4x;$$

$$\text{д) } x(x^2 + 1)y' + y = x(1 + x^2)^2;$$

$$\text{е) } y' + y \sin x = \sin x \cos x;$$

$$\text{ж) } 2y'' + y' + 2\sin^2 15^\circ \cos^2 15^\circ \cdot y = 0.$$

9.\*\* Розв'язати задачу Коші та побудувати ізокліну, якщо:

$$\text{а) } y - xy' = b(1 + x^2 y'), \quad y(1) = 1;$$

$$\text{б) } y'' - 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

**2.1.8. Розв'язування задач комбінаторики.** У процесі ознайомлення учнів з функціями Sage, що призначені для розв'язування задач комбінаторики немає потреби докладно демонструвати на прикладах застосування всіх спеціа-

льних функцій даної групи, оскільки до цього часу учні засвоюють основні принципи роботи з інструментарієм Sage та середовищем в цілому на достатньому рівні. За вказаних умов достатньо надати учням перелік таких функцій із зазначенням їх призначення (див. табл. 2.6) та демонстрацією їх застосування на прикладах (рис. 2.34–2.40).

Таблиця 2.6

### Функції Sage для роботи з об'єктами комбінаторики

Функція Sage	Призначення функції
<b><i>Перестановки</i></b>	
<code>permutations(set)</code>	визначення набору перестановок з елементів множини <code>set</code>
<code>number_of_permutations(set)</code>	визначення кількості перестановок з елементів множини <code>set</code>
<b><i>Розміщення</i></b>	
<code>arrangements(set, k)</code>	визначення <code>k</code> -елементних наборів розміщень з елементів множини <code>set</code>
<code>number_of_arrangements(set, k)</code>	визначення кількості <code>k</code> -елементних наборів розміщень з елементів множини <code>set</code>
<b><i>Комбінації (сполучення)</i></b>	
<code>combinations(set, k)</code>	визначення <code>k</code> -елементних наборів комбінацій з елементів множини <code>set</code>
<code>number_of_combinations(set, k)</code>	визначення кількості <code>k</code> -елементних наборів комбінацій з елементів множини <code>set</code>
<b><i>Кортежі (розміщення з повтореннями)</i></b>	
<code>tuples(set, k)</code>	визначення <code>k</code> -елементних наборів кортежів з елементів множини <code>set</code>
<code>number_of_tuples(set, k)</code>	визначення кількості <code>k</code> -елементних наборів кортежів з елементів множини <code>set</code>
<b><i>Комбінації з повтореннями</i></b>	
<code>unordered_tuples(set, k)</code>	визначення <code>k</code> -елементних наборів комбінацій з повтореннями з елементів множини <code>set</code>
<code>number_of_unordered_tuples(set, k)</code>	визначення кількості <code>k</code> -елементних наборів комбінацій з повтореннями з елементів множини <code>set</code>

**Приклад 8.1.** Визначити набір всіх перестановок з елементів множини  $\{2,5,7,9\}$  та підрахувати їх кількість.

```
permutations([2,5,7,9])|
вчислить
[[2, 5, 7, 9], [2, 5, 9, 7], [2, 7, 5, 9], [2, 7, 9, 5], [2, 9, 5, 7],
 [2, 9, 7, 5], [5, 2, 7, 9], [5, 2, 9, 7], [5, 7, 2, 9], [5, 7, 9, 2],
 [5, 9, 2, 7], [5, 9, 7, 2], [7, 2, 5, 9], [7, 2, 9, 5], [7, 5, 2, 9],
 [7, 5, 9, 2], [7, 9, 2, 5], [7, 9, 5, 2], [9, 2, 5, 7], [9, 2, 7, 5],
 [9, 5, 2, 7], [9, 5, 7, 2], [9, 7, 2, 5], [9, 7, 5, 2]]

number_of_permutations([2,5,7,9])
24
```

Рис. 2.34. Визначення набору перестановок з елементів числової множини

**Приклад 8.2.** Визначити набір всіх перестановок з елементів множини  $\{f, g, s\}$  та підрахувати їх кількість.

```
mset=['f','g','s']
permutations(mset)
[['f', 'g', 's'], ['f', 's', 'g'], ['g', 'f', 's'], ['g', 's', 'f'],
 ['s', 'f', 'g'], ['s', 'g', 'f']]

number_of_permutations(mset)
6
```

Рис. 2.35. Визначення набору перестановок з елементів множини символів

**Приклад 8.3.** Визначити набір двоелементних розміщень з множини  $\{2,5,7,9\}$  та підрахувати їх кількість.

```
mset=[2,5,7,9]
arrangements(mset,2)
[[2, 5], [2, 7], [2, 9], [5, 2], [5, 7], [5, 9], [7, 2], [7, 5], [7, 9],
 [9, 2], [9, 5], [9, 7]]

number_of_arrangements(mset,2)
вчислить
12
```

Рис. 2.36. Визначення набору розміщень без повторень

**Приклад 8.4.** Визначити набір двоелементних комбінацій з множини  $\{2,5,7,9\}$  та підрахувати їх кількість.

```
mset=[2,5,7,9]
combinations(mset,2)
[[2, 5], [2, 7], [2, 9], [5, 7], [5, 9], [7, 9]]

number_of_combinations(mset,2)
6
```

Рис. 2.37. Визначення набору комбінацій без повторень

**Приклад 8.5.** Визначити набір двоелементних розміщень з повтореннями з множини {2,5,7,9} та підрахувати їх кількість.

```
mset=[2, 5, 7, 9]
tuples (mset, 2)

[[2, 2], [5, 2], [7, 2], [9, 2], [2, 5], [5, 5], [7, 5], [9, 5], [2, 7],
 [5, 7], [7, 7], [9, 7], [2, 9], [5, 9], [7, 9], [9, 9]]

number_of_tuples (mset, 2)

16
```

Рис. 2.38. Визначення набору кортежів (розміщень з повтореннями)

**Приклад 8.6.** Визначити набір перестановок з повтореннями з елементів множини {5, 7}, взявши тричі цифру 5 і двічі – цифру 7.

```
permutations ([5, 5, 5, 7, 7])

[[5, 5, 5, 7, 7], [5, 5, 7, 5, 7], [5, 5, 7, 7, 5], [5, 7, 5, 5, 7], [5,
 7, 5, 7, 5], [5, 7, 7, 5, 5], [7, 5, 5, 5, 7], [7, 5, 5, 7, 5], [7, 5,
 7, 5, 5], [7, 7, 5, 5, 5]]
```

Рис. 2.39. Визначення набору перестановок з повтореннями

**Приклад 8.7.** Визначити набір трьохелементних комбінацій з повтореннями з елементів множини {'m', 'n'}.

```
unordered_tuples (['m', 'n'], 3)

['mmm', 'mnn', 'mnn', 'nnn']
```

Рис. 2.40. Визначення набору комбінацій з повтореннями

Для самостійного розв'язування учням пропонуються такі завдання:

1. Визначити набір всіх перестановок з множини [3,5,7,9] та підрахувати їх кількість.

2. Взявши по 2 елементи з множини ['A','B','C'], визначити усі можливі а) розміщення, б) сполучення та в) кортежі. Підрахувати їх кількість.

3.\* Обчислити: а)  $P_3$  (двома способами), б)  $A_5^2$ , в)  $C_5^2$ , г)  $AA_5^2$  (двома способами), д)  $CC_5^2$ .

4.\* Обчислити  $P_3$ ,  $A_5^2$ ,  $C_5^2$ ,  $AA_5^2$  за комбінаторними формулами.

5.\* Визначити множину тризначних чисел, що складаються з цифр 3, 6, 9, якщо: а) цифри не повторюються; б) цифри повторюються.

6.\* З елементів множини цифр двійкової системи числення утворити



всі кортежі довжини 3.

7.\* Скільки існує трицифрових чисел, всі цифри яких парні і різні? Числа вивести.

8.\*\* Скільки існує способів вибрати троє тістечок з п'яти наявних видів тістечок у кав'ярні?

9.\*\* Скількома способами можна вибрати 3 книжки з 6?

10.\*\* Скільки існує варіантів триколіорового прапора:  
а) зі смугами різних кольорів? б) якщо є вибір з тканин п'яти різних кольорів?

11.\*\* Скільки різних слів (змістовність слова не береться до уваги) можна скласти із слова «комбінаторика», переставляючи букви місцями?

12.\*\* Скільки чотирицифрових номерів можна скласти з цифр від 1 до 9?

**2.1.9. Програмування в Sage.** В межах даної теми увага учнів зосереджується на: основних прийомах програмування об'єктно-орієнтованою мовою Python та особливостях програмування елементів управління.

Методика ознайомлення учнів з мовою програмування Python здійснювалася за загально прийнятою схемою, поданою на рисунку 2.41.

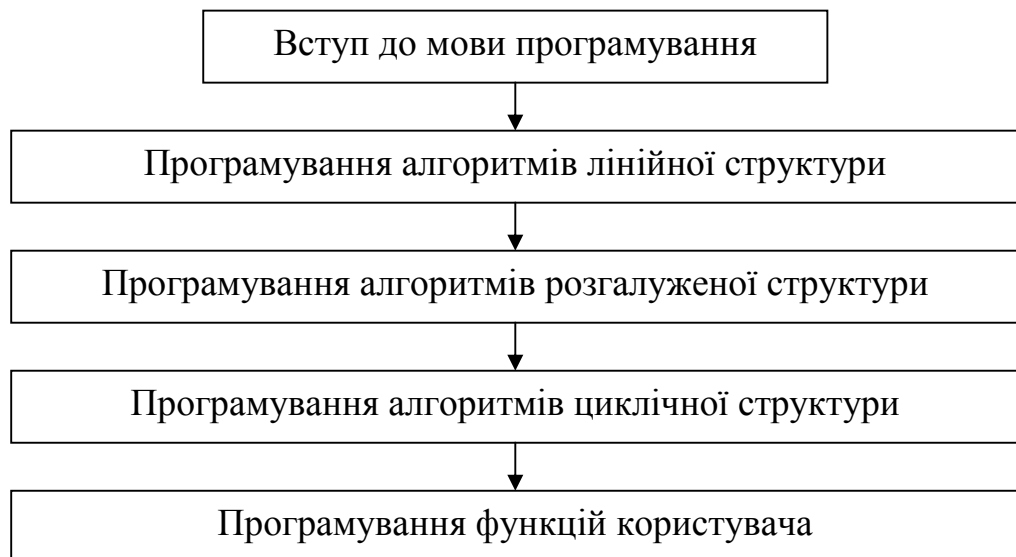


Рис. 2.41. Схема ознайомлення учнів з мовою програмування Python

Більш детального розгляду вимагають методичні прийоми ознайомлення учнів з особливостями програмування елементів управління типу «поле для

введення», «повзунок», «прапорець» тощо у середовищі Sage. Набуті знання необхідні учням для можливості створення демонстраційних програм з напів-автоматичним (автоматичним) режимом роботи, в яких передбачається багаторазове виконання обчислень для різних значень вхідних параметрів.

Визначення й додавання кожного елемента управління в Sage здійснюється в області опису параметрів деякої функції користувача після вказівки `@interact` або за допомогою спеціальних функцій, або у скороченому форматі за певним правилом.

Для визначення й додавання елемента управління типу «поле для введення» в Sage призначена функція `input_box()`, синтаксис застосування якої такий:

```
input_box(default[, label, type, width]),
```

де за допомогою основного параметра `default` задається значення, що повертається функцією за замовчуванням, за допомогою додаткових параметрів `label` – надпис ліворуч від елемента, `type` – тип даних, що вводяться, `width` – ширина поля.

**Приклад 9.1.** Для двох введених чисел обчислити значення суми, різниці, добутку та частки (якщо вона існує).

```
@interact
def demo1(n1=input_box(default=0, label='Число 1:'), n2=input_box(default=0, label='Число 2:')):
    print "Сума: ", (n1).n(digits=3), "+", (n2).n(digits=3), "=", (n1+n2).n(digits=3)
    print "Різниця: ", (n1).n(digits=3), "-", (n2).n(digits=3), "=", (n1-n2).n(digits=3)
    print "Добуток: ", (n1).n(digits=3), "*", (n2).n(digits=3), "=", (n1*n2).n(digits=3)
    print "Частка: "
    if (n2!=0): print (n1).n(digits=3), "/", (n2).n(digits=3), "=", (n1/n2).n(digits=3)
    else: print "Ділення на 0!"
```

```
Число 1: 2/3
Число 2: 5.1
Сума: 0.667 + 5.10 = 5.77
Різниця: 0.667 - 5.10 = -4.43
Добуток: 0.667 * 5.10 = 3.40
Частка:
0.667 / 5.10 = 0.131
```

Рис. 2.42. Приклад задання елемента «поле для введення»

за допомогою функції `input_box()`

Серед особливостей застосування `input_box()` слід відміти такі:

1) допускається не вказувати назви параметрів, тобто синтаксис `n1=input_box(0, 'Число 1:')` рівносильний тому, що подається у при-

кладі;

2) для опрацювання даних, введених у текстовому форматі, додатковому параметру `type` слід надати значення `str – type=str`;

3) математичний вираз, введений у відповідне поле, автоматично сприймається у системі Sage як такий, т.б. немає необхідності виконувати додаткову операцію конвертування виразу із рядкового формату до формату «математичний вираз».

Для задання елемента «поле для введення» у скороченому форматі (рис. 2.43) достатньо вказати ім'я та початкове значення змінної за правилом: `var_name=value_default`.

```
@interact
def demol(n1=0,n2=0):
    print "n1=", n1
    print "n2=", n2
```



Рис. 2.43. Приклад задання елемента «поле для введення» у скороченому форматі

Ознайомлення учнів з прийомами програмування інших елементів управління (повзунок, прапорець, меню вибору) пропонується організувати аналогічно до наведеної схеми, спираючись на дані, подані у таблиці 2.7.

Таблиця 2.7

### Відомості щодо організації роботи з елементами управління в Sage

<b>«Поле для введення»</b>	
<b>Зовнішній вигляд:</b>	<input type="text" value="Hello!"/>
<b>Функція:</b>	<code>input_box(default[, label, type, width])</code> ,
	де <code>default</code> – основний параметр для задання значення, що повертається функцією за замовчуванням;
	<code>label</code> – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента;
	<code>type</code> – додатковий параметр для визначення типу даних, що вводяться;
	<code>width</code> – додатковий параметр для задання ширини поля.

**Скорочений формат задання:** `var_name=value_default`.

### «Повзунок 1»

**Зовнішній вигляд:** .

**Функція:**

`slider(vmin, vmax[, step_size, default, label, display_value]),`

де `vmin` – основний параметр для задання мінімального значення;

`vmax` – основний параметр для задання максимального значення;

`step_size` – додатковий параметр для задання кроку зміни числових значень;

`default` – додатковий параметр для задання значення за замовчуванням;

`label` – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента;

`display_value` – додатковий параметр логічного типу для регулювання виведенням на екран поточного значення.

**Скорочений формат задання:** `var_name=(vmin, vmax[, step_size]).`

### «Повзунок 2»

**Зовнішній вигляд:** .

**Функція:** `range_slider(vmin, vmax[, step_size, default, label]),`

де `vmin` – основний параметр для задання мінімального значення;

`vmax` – основний параметр для задання максимального значення;

`step_size` – додатковий параметр для задання кроку зміни числових значень;

`default` – додатковий параметр для задання значень за замовчуванням у форматі `(value_left, value_right)`;

`label` – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента.

**Скорочений формат задання:** –

### «Прапорець»

**Зовнішній вигляд:** .

**Функція:** `checkbox(default[, label]),`

де `default` – основний параметр для задання стану «прапорця» за замовчуванням; `label` – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента.

**Скорочений формат задання:** `var_name=true` або `var_name=false`.

### «Меню вибору» («список, що розкривається»)

**Зовнішній вигляд:**  або .

**Функція:** `selector(values[, label, nrows, ncols, buttons]),`

де `values` – основний параметр для задання значення пунктів меню вибору,

що можуть зазначатися переліком елементів – [val1, val2, val3, ...] або діапазоном елементів – [val\_start..val\_finish];

label – додатковий параметр для задання надпису ліворуч від елемента;

nrows – додатковий параметр для задання кількості рядків у поданні пунктів меню вибору (при поданні пунктів меню вибору у вигляді кнопок);

ncols – додатковий параметр для задання кількості рядків у поданні пунктів меню вибору (при поданні пунктів меню вибору у вигляді кнопок);

buttons – додатковий параметр логічного типу: при встановленому значенні true меню вибору подається у вигляді кнопок, при встановленому значенні false (за замовчуванням) – у вигляді списку, що розкривається.

**Скорочений формат задання:** var\_name=[val1, val2, val3, ...] або var\_name=[val\_start..val\_finish].

До комплексу завдань для самостійного розв’язування пропонується включити такі завдання:

1.\* *Скласти програму для виконання операцій додавання, віднімання, множення, ділення та піднесення до степеня над двома довільними дійсними числами.*

2.\* *Скласти програму для визначення найбільшого з трьох дійсних чисел.*

3.\* *Скласти програму для виведення квадратів чисел другого десятка.*

4.\* *Скласти програму для табулювання елементарної функції на вказаному проміжку: а) не використовуючи елементи управління; б)\* використовуючи елементи управління.*

5.\* *Задати функцію з іменем max, яка повертатиме значення найбільшого з трьох даних дійсних чисел. Продемонструвати роботу функції: а) для довільних 3-х чисел; б) для довільних 5-ти чисел.*

6.\*\* *Скласти програму для обчислення значення функції у вказаній точці. Для введення функціонального виразу та координати точки використати елементи управління типу «поле для введення».*

7.\*\* *Скласти програму для обчислення площі трикутника за формулою Герона. Для задання довжин сторін передбачити використання елементів управління типу «повзунок».*

8.\*\* Скласти програму для здійснення перетворення графіка функції виду  $y = a \sin (bx + c) + d$ . Для регулювання виведенням базового графіка функції  $y = \sin x$  використати елемент управління типу «прапорець».

9.\*\* Скласти програму для побудови графіків елементарних функцій на вказаному проміжку. Для вибору функції передбачити використання елемента управління типу «меню вибору», для визначення проміжку – «повзунок 2».

10.\*\* Скласти програму для демонстрації побудови основних графічних об'єктів площини. Для вибору об'єкта та його кольору передбачити використання елемента управління типу «меню вибору» у вигляді кнопок та списку, що випадає відповідно. Для задання значень параметрів *alpha* та *thickness* використати елементи управління типу «повзунок».

## **2.2. Організація самостійної роботи старшокласників з вивчення програмного забезпечення математичного призначення з використанням технологій дистанційного навчання**

Вихідною умовою організації навчально-пізнавальної діяльності, в тому числі й самостійної роботи, є визначення її цілей та змісту.

Метою самостійної роботи учнів з вивчення програмного забезпечення математичного призначення є поглиблення знань з розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» шкільного курсу інформатики, формування практичних навичок розв'язування математичних задач та умінь проводити навчальні дослідження за допомогою СКМ.

Для досягнення поставленої мети в процесі самостійної роботи з вивчення програмного забезпечення математичного призначення передбачається вирішити наступні завдання:

- сформулювати поняття «система комп'ютерної математики» та «мережна система комп'ютерної математики»;
- визначити місце СКМ та Web-СКМ у класифікації програмного забезпечення математичного призначення;
- виділити характерні риси мережних систем комп'ютерної математики;

- ознайомити з основними складовими інтерфейсу СКМ та правилами роботи з довідковою системою;

- навчити виконувати чисельні розрахунки, символічні обчислення та побудови графічних зображень за допомогою СКМ;

- залучити до дослідницької роботи у проектах міжпредметного характеру, що передбачають проведення навчальних досліджень за допомогою СКМ.

При доборі *змісту самостійної роботи* старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення, поданого у таблиці 2.8, були враховані:

1. Сформульовані автором мета і завдання самостійної роботи учнів з вивчення програмного забезпечення математичного призначення;

2. Досвід роботи вчителів інформатики та математики;

3. Основні освітні та дидактичні цілі самостійної роботи.

Основними *освітніми цілями* самостійної роботи є:

- підвищення ефективності роботи учня на уроці;

- розвиток таких якостей особистості школяра як самостійність, ініціативність, організованість;

- розвиток відповідальності за власну освіту;

- розвиток пізнавальної активності.

Основними *дидактичними цілями* самостійної роботи є:

- формування та розвиток загально-навчальних і професійних умінь та навичок;

- закріплення та систематизація, розширення та поглиблення знань, набутих на уроці;

- набуття нових знань;

- переведення набутих знань у внутрішні знання.

4. Загальноприйняті принципи навчання та самостійної роботи у школі:

- принцип відповідності цілям та змісту навчання математики та інформатики;

- принцип актуальності знань;

- принцип реалізації міжпредметних зв'язків;
- принцип наступності;
- принцип науковості;
- принцип доступності;
- принцип профільної диференціації;
- принцип модульності;

5. Принцип поєднання теоретичного, практичного та прикладного аспектів змісту математичної інформатики [93].

Таблиця 2.8

**Зміст самостійної роботи старшокласників  
у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення**

№	Назва тематичного модуля	Розподіл навчальних годин за профілями навчання			
		універсальний	природничий	технологічний	фізико-математичний
1.	<b>Вступ до курсу</b> Загальна характеристика та класифікація програмних засобів математичного призначення; поняття системи комп'ютерної математики (СКМ), характеристика СКМ Maple, Mathematica та Maxima; поняття мережної системи комп'ютерної математики (Web-СКМ), відмінні характеристики Web-СКМ; приклади розв'язування задач шкільної математики за допомогою СКМ.	1	1	1	1
2.	<b>Початок роботи у СКМ</b> Огляд інтерфейсу; основні принципи роботи: операції з	2	2	2	2



	файлами системи, команди і вирази, ініціалізація процесу обчислень, робота з довідковою системою тощо.				
3.	<p><b>Перетворення виразів</b></p> <p>Функції перетворення цілих виразів: зведення подібних, розкриття дужок, розкладання на множники.</p> <p>Функції спрощення раціональних, ірраціональних, трансцендентних та тригонометричних виразів.</p>	3	3	3	3
4.	<p><b>Робота з графікою</b></p> <p>Функції задання та побудови графічних примітивів на площині; основні та додаткові параметри функцій; побудова кількох графічних об'єктів у одній області побудови; способи збереження графічних зображень у файл; додавання підписів до графічних зображень.</p> <p>Побудова графіків функцій та залежностей між змінними, перетворення графіків та їх комбінування.</p> <p>Функції задання та побудови графічних примітивів у просторі. Відмінності у роботі з просторовими зображеннями.</p> <p>Підготовка анімованих ілюстрацій.</p>	3	3	4	4
5.	<p><b>Розв'язування рівнянь та їх систем</b></p> <p>Аналітичний спосіб розв'язування алгебраїчних рівнянь.</p> <p>Наближене розв'язування трансцендентних рівнянь.</p> <p>Аналітичний та графічний способи розв'язування системи алгебраїчних рівнянь.</p>	3	3	3	3
6.	<p><b>Елементи програмування</b></p> <p>Основи структурного програмування: програмування лінійного обчислювального процесу; програмування розгалуженого обчислювального процесу, поняття простої та складеної умови; програмування циклічних</p>	—	—	4	4

	обчислювальних процесів. Основи процедурного програмування: програмування підпрограм-функцій.				
7.	<b>Операції початків аналізу</b> Обчислення границь послідовностей та функцій. Диференціювання функцій, знаходження похідних вищих порядків. Інтегрування функцій, обчислення визначених інтегралів.	3	3	3	3
8.	<b>Операції над векторами</b> Задання вектору, визначення довжини вектору, побудова вектору, виконання арифметичних операцій над векторами, обчислення скалярного добутку векторів.	1	1	1	1
9.	<b>Операції над матрицями</b> Задання матриць різних видів, обчислення визначника матриці, розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь за формулами Крамера.	–	–	–	1
10.	<b>Розв'язування звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР)</b> Розв'язування ЗДР з відокремлюваними змінними способом інтегрування обох частин. Застосування спеціальних функцій СКМ для розв'язування лінійних ЗДР першого та другого порядку: пошук загального та частинного розв'язків.	–	–	–	3
11.	<b>Розв'язування задач комбінаторики</b> Визначення набору перестановок, кортежів, розміщень та комбінацій (без повторень та з повтореннями), підрахунок їх кількості.	–	–	–	2
<b>Резервний час:</b>		–	–	–	7
<b>Кількість навчальних годин разом:</b>		16	16	21	34

Наведені цілі та зміст самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення були покладені в основу факультативу «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях» на базі Web-СKM Sage за змішаною моделлю дистанційного навчання.

Поєднуючи технології традиційного та дистанційного навчання, організація самостійної роботи учнів у межах факультативу «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях» передбачає інтеграцію очного та дистанційного компонентів.

Складовими очного компоненту є: очні установчі заняття та систематичні консультації, а також очний контроль.

Складовими дистанційного компоненту є види позаурочної самостійної роботи учнів з інформаційними ресурсами факультативу в діяльнісному середовищі, побудованому шляхом інтеграції СДН MOODLE та Web-СKM Sage.

Таким чином, застосування системи Sage носить двоїстий характер: з одного боку, система Sage є предметом вивчення (на матеріалі шкільних задач з математики та інформатики), з іншого – діяльнісним середовищем учнів для проведення навчальних досліджень з використанням математичного апарату.

Факультатив, програма якого подана у додатку В, розрахований на учнів 10-х та 11-х класів фізико-математичного профілю. Проте наведена програма легко може бути адаптована для класів універсального, природничого та технологічного профілів на основі даних таблиці 2.8.

У програмі відображено лише кількість очного навчального часу, розподіл якого адаптовано під графік навчального процесу в старшій школі із розрахунку 1 година на тиждень. Обов'язкова позаурочна самостійна робота учнів з інформаційними ресурсами факультативу в діяльнісному середовищі має становити не менше 3-х годин щотижня.

Розподіл тематичних модулів за класами виконано відповідно до змісту шкільних підручників з математики для 10-х та 11-х класів ([303] та [304] відповідно), рекомендованих МОН України для класів з поглибленим вивченням математики.

Резервний навчальний час розподілено з урахуванням специфіки середовища Sage.

Таблиця 2.9

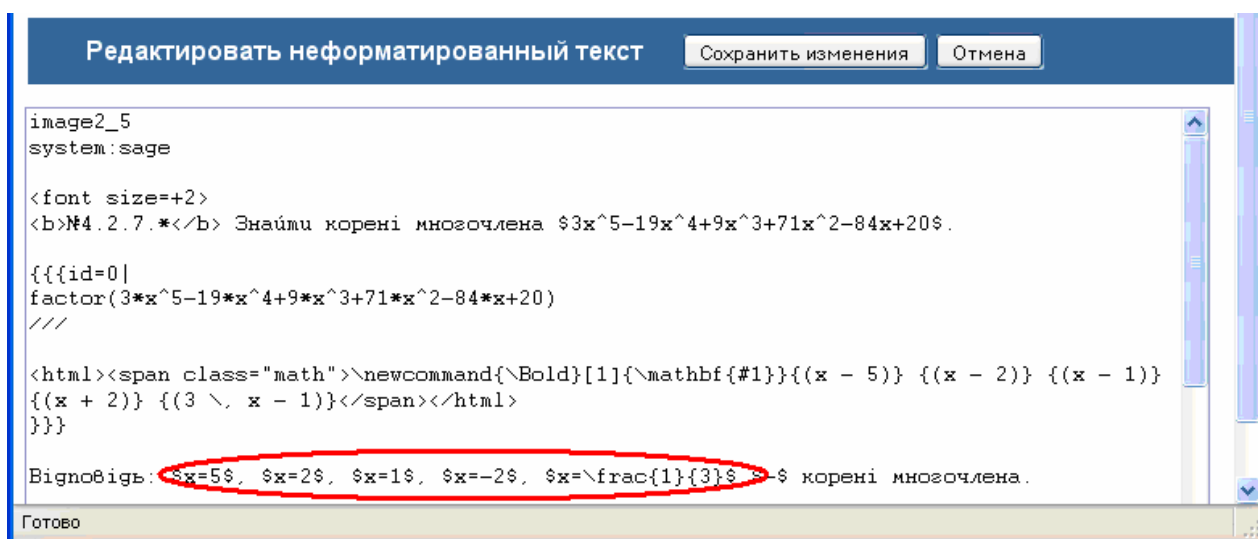
**Резервний зміст факультативу  
«Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях»**

№	Назва тематичного модуля	Кількість навчальних годин
1.	<b>LaTeX як засіб візуалізації математичних текстів</b> Передумови та історія виникнення мови LaTeX. Основні команди написання математичних текстів.	1
2.	<b>Програмування елементів управління</b> Програмування елементів управління типу «поле для введення», «повзунок», «прапорець», «список» та «меню».	2
3.	<b>Робота з іншими СКМ у середовищі Sage</b> Особливості розв'язування математичних задач за допомогою команд СКМ Maxima у середовищі Sage.	2
4.	<b>Розширення можливостей використання Sage за допомогою Java-апплетів</b> Налаштування апплету системи GeoGebra для роботи у середовищі Sage. Розв'язування задач з геометрії за допомогою GeoGebra у середовищі Sage.	2
<b>Кількість навчальних годин разом:</b>		7

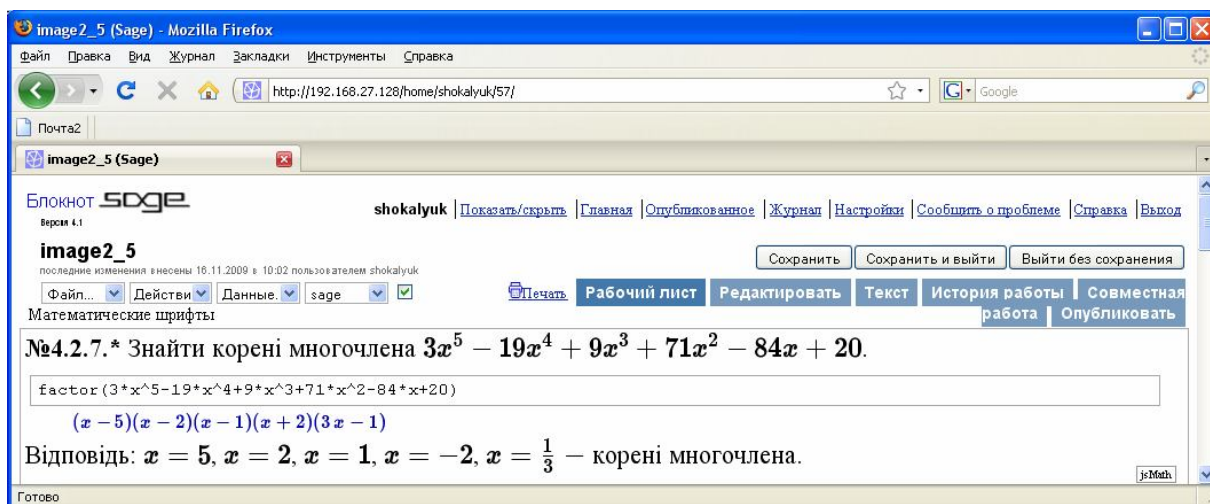
На думку учасників форуму «LaTeX: створення математичних документів» [146], застосування команд мови LaTeX для набору математичних текстів вимагає досить тривалої професійної підготовки, тому ознайомлення учнів з синтаксисом LaTeX не вважається доцільним. В межах факультативу на базі

Sage ознайомлення учнів з правилами написання математичних текстів за допомогою команд LaTeX є необхідністю, оскільки без знання таких правил учні не зможуть виконати окремі види робіт, а саме:

- додати коментарі, що містять математичні вирази, до результатів виконання практичних завдань на робочих аркушах Sage (рис. 2.44);
- додати до графічних зображень підписи, що містять математичні вирази (рис. 2.45);
- виконати оформлення теоретичних відомостей математичного змісту на аркушах Sage згідно вимог до навчального проекту.



а) у режимі редагування змісту робочого аркушу;



б) у режимі перегляду робочого аркушу.

Рис. 2.44. Ілюстрація використання команд LaTeX у коментарях, що містять математичні вирази

```

y1=sqrt(x)
y2=sqrt(-x)
t1=text("$y_1=\sqrt{x}$", (2,2), rgbcolor='black')
t2=text("$y_2=\sqrt{-x}$", (-2,2))
vivod=y1.plot(xmin=0, xmax=5, color='black')+y2.plot(xmin=-5, xmax=0)+t1+t2
show(vivod, aspect_ratio=1, ymax=5)

```

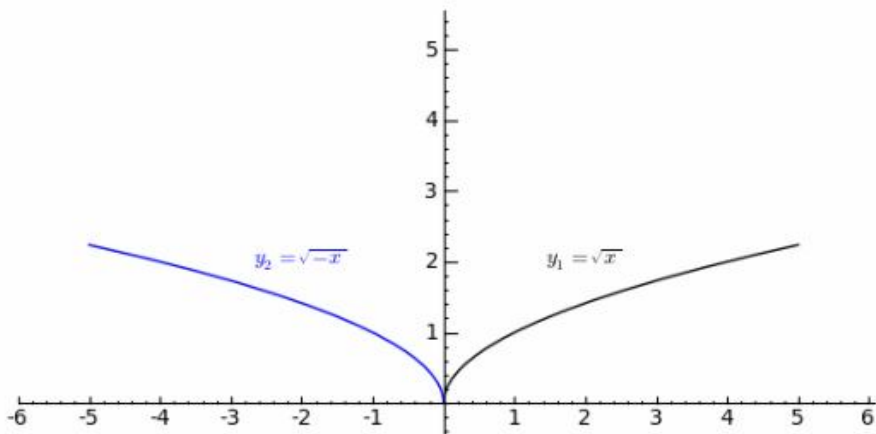


Рис. 2.45. Ілюстрація використання команд LaTeX у підписах, що містять математичні вирази, до графічних побудов

Теоретичні відомості та зміст глосарія до модуля «*LaTeX як засіб візуалізації математичних текстів*» подано у додатках Г та Д відповідно.

Знання та уміння, набуті учнями в процесі самостійної роботи з вивчення питань *програмування елементів управління* в модулі «*Основи програмування*», є базисом для виконання учнями проектів, завданнями яких передбачається програмування демонстрацій до розділів математики та інформатики.

Детермінуючим фактором організації самостійної роботи за змістом модуля «*Робота з іншими СКМ у середовищі Sage*» є необхідність підготовки учнів до виконання дослідницьких проектів, в яких передбачається порівняння можливостей використання різних СКМ для розв'язування математичних задач, зокрема, на предмет точності отриманого результату.

Самостійна робота учнів у межах модуля «*Розширення можливостей використання системи Sage за допомогою Java-апплетів*» дозволяє урізноманітнити спектр дослідницьких проектів учнів, предметом яких є геометричні об'єкти на площині.

Грунтуючись на перевагах самостійної роботи в навчально-інформаційному середовищі для дистанційного навчання учнів, а також слідуючи рекомендаціям щодо вибору такого середовища, які були відмічені в першому розділі, інформаційні ресурси факультативу «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях» були розміщені в середовищі MOODLE.

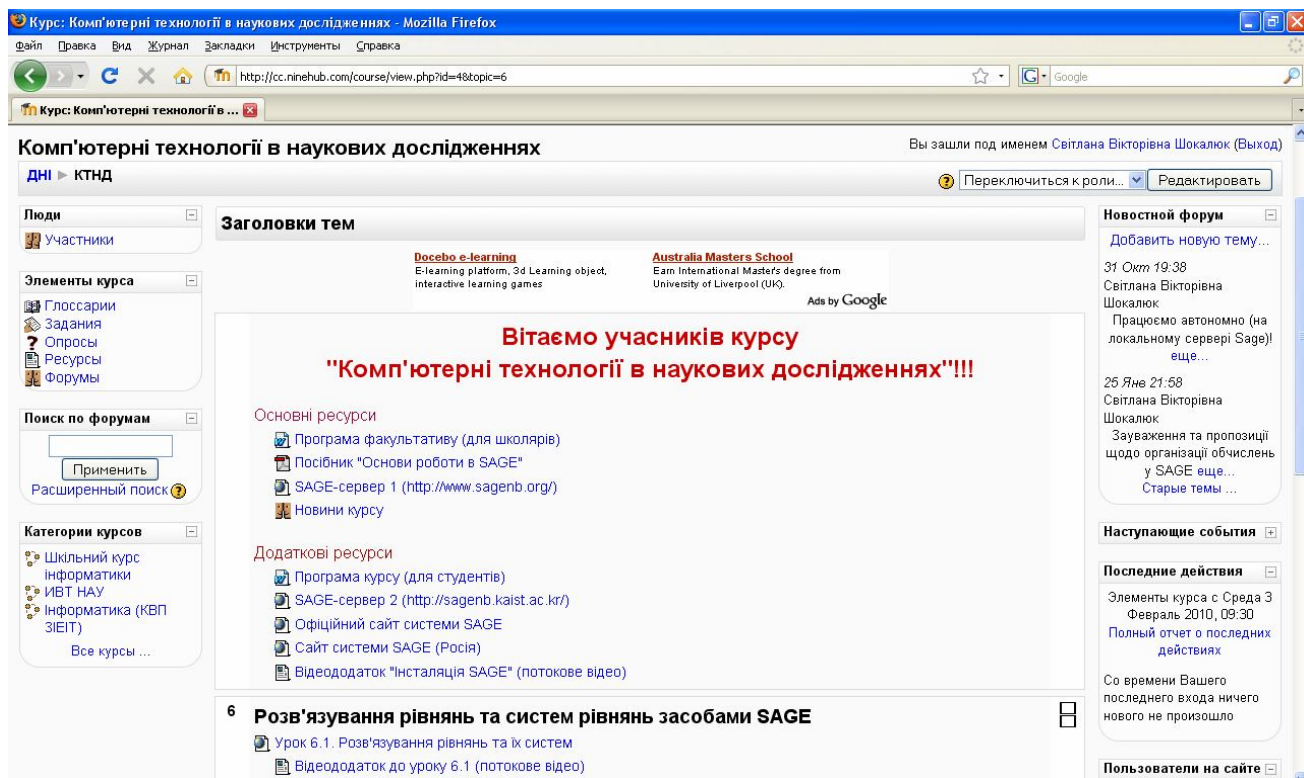


Рис. 2.46. Домашня сторінка факультативу «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях»

До системи інформаційних ресурсів факультативу (див. табл. 2.10) відносяться:

- урок;
- відеододатки до уроку;
- завдання для практичного виконання;
- глосарій;
- тестові завдання;
- авторський посібник для практичних робіт «Основи роботи в Sage» [313];
- інші додаткові ресурси.

**Система інформаційних ресурсів факультативу  
«Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях»**

<b>Вид ресурсу</b>	<b>Призначення ресурсу</b>
<i>Урок</i>	подання теоретичних відомостей за тематикою модуля у текстовому форматі
<i>Відеододатки до уроку</i>	унаочнення прикладів застосування функцій Sage для розв'язування математичних задач
<i>Завдання для практичного виконання</i>	1) засіб формування практичних умінь розв'язування математичних задач за допомогою СКМ Sage; 2) форма поточного контролю
<i>Глосарій</i>	забезпечення можливості оперативного одержання довідкових відомостей про призначення та синтаксис застосування функцій Sage
<i>Тестові завдання</i>	забезпечення тематичного контролю та самоконтролю за успішністю засвоєння навчальних матеріалів

*Урок* є основним джерелом самостійного набуття учнями нових знань. До змісту уроку включено теоретичні відомості щодо призначення та синтаксису функцій Sage; продемонстровано застосування функцій на прикладах розв'язування задач; наведено примітки та зауваження, в яких підкреслено особливості застосування функцій Sage або наведено рекомендації щодо альтернативних способів їх застосування.

Зміст уроку оформлено в гіпертекстовому форматі й пропонується учням для самостійної роботи у вигляді опублікованого аркушу системи Sage (рис. 2.47). За таких умов учень має змогу неодноразово перечитувати навчальний матеріал, акцентувати увагу на деталях, а після відкриття аркушу на редагування (*Редактировать*) або експортування (*Скачать*) – паралельно перевіряти виконуваність програмних кодів системи. Таким чином, учні не лише набу-



вають теоретичних знань, а й опосередковано формують практичні уміння з розв'язування математичних задач за допомогою Web-СКМ Sage.

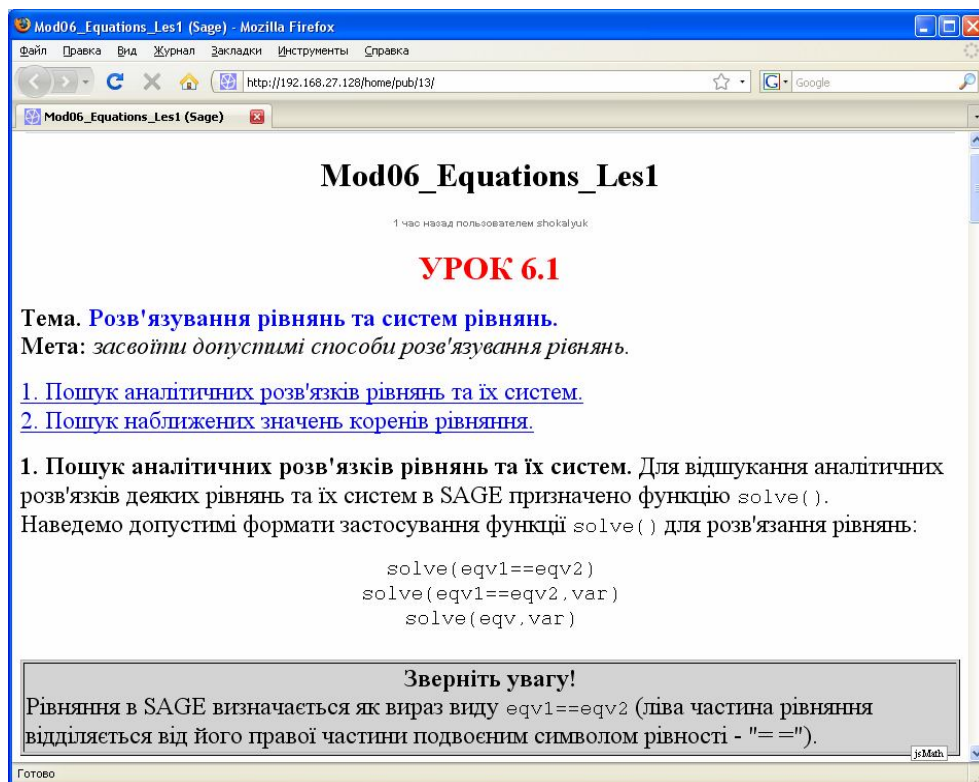


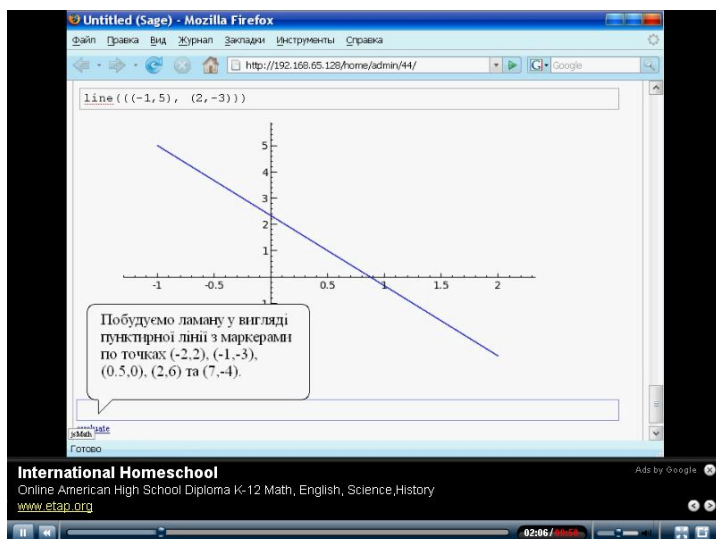
Рис. 2.47. Фрагмент уроку до модуля «Розв'язування рівнянь та систем рівнянь»

Після ознайомлення з навчальним матеріалом у текстовому форматі учням пропонується закріпити нові знання і переглянути *відеододаток до уроку*. Такий вид роботи є формою застосування відеометоду в самостійній навчально-пізнавальній діяльності учнів.

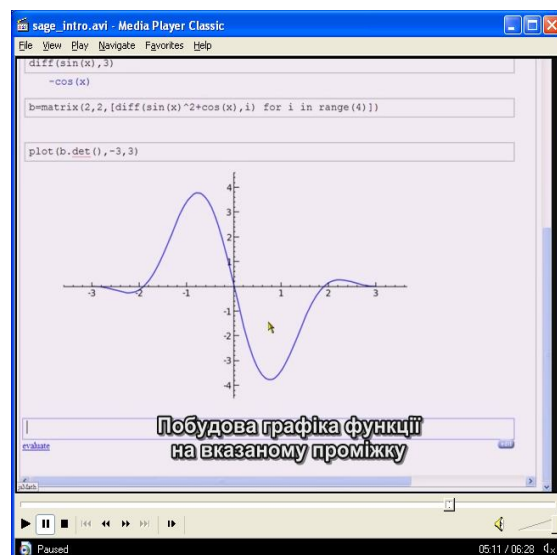
Під час перегляду відеоматеріалів учні спостерігають на прикладах розв'язування задач послідовність написання відповідного програмного коду та пересвідчуються в його результативності.

Відеододатки до уроків подаються учням у двох форматах: у форматі відеофайлу та у форматі потокового відео. Відеоматеріали у форматі відеофайлів (див. рис. 2.48а) призначені для автономного перегляду, у форматі потокового відео (див. рис. 2.48б) – для он-лайн перегляду.

Дублювання відеоресурсів зумовлено тим, що для кожного з них можна зазначити як переваги, так і недоліки їх використання при самостійному перегляді (див. табл. 2.11).



a)



б)

Рис. 2.48. Фрагменти відеододатків до уроку модуля «Робота з графікою»

Таблиця 2.11

### Переваги та недоліки застосування відеоресурсів різних форматів при самостійному перегляді

Переваги	Недоліки
<b>Відеофайл</b>	
виконавши єдиний раз експортування відеоресурсу, доступ до його перегляду не регламентується доступом до мережі та серверу дистанційного курсу	добір програмних засобів (відеопрограва, відеокодеків) для адекватного перегляду навчального відео може стати проблемою для необізнаного в даному питанні учня
<b>Потокове відео</b>	
відсутність проблеми добору програмного забезпечення для адекватного перегляду	доступ до перегляду потокового відео регламентується доступом до мережі, серверу дистанційного курсу та серверу, на якому розміщено відеоресурси

Обов'язковим інформаційним ресурсом будь-якого модуля факультативу є завдання для практичного виконання, приклади яких подаються у п. 2.1. З одного боку такі завдання є основним засобом формування практичних умінь розв'язувати математичні задачі за допомогою СКМ, з іншого – формою систематичного поточного контролю за успішністю та якістю навчального процесу.

Для забезпечення рівневої диференціації завдання пропонуються учням за трьома рівнями складності.

До завдань *першого рівня (А)* включено завдання репродуктивного типу. Під час розв'язування таких завдань учні мають засвоїти та продемонструвати основні прийоми роботи з об'єктами системи та системою взагалі, правила застосування функцій системи та продемонструвати набуті знання для розв'язування завдань за зразком.

Набір завдань *другого рівня (Б)* – завдання реконструктивного типу – укладено таким чином, щоб учень міг самостійно застосовувати набуті знання в стандартних ситуаціях, використовувати інструментарій системи для розв'язування задач, загальна методика і послідовність розв'язування яких йому знайомі, але умови задач переформульовані.

На *третьому рівні (В)* учням пропонуються завдання евристичного типу, виконання яких дозволяє перевірити здатність учня самостійно орієнтуватися в нових для нього ситуаціях, уміння складати план дій і виконувати його, пропонувати новий, невідомий йому раніше інструментарій для розв'язування задач.

За успішне виконання завдань першого рівня учень може отримати не більше 6 балів, за завдання другого рівня – від 7 до 9 балів, за завдання третього рівня – 10 або 11 балів (див. табл. 2.12).

Робочі аркуші з завданнями учні експортують з серверу дистанційного курсу та завантажують (імпортують, долучають) їх до власних блокнотів на мережному чи локальному сервері Web-СКМ Sage. Sws-файли з виконаними завданнями надсилаються учнями на сервер дистанційного курсу. Вчитель перевіряє й оцінює надіслані завдання, після чого виставляє (фіксує) набрану кількість балів у електронному журналі системи дистанційного навчання.

**Критерії оцінювання рівня навчальних досягнень учнів  
з факультативу «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях»**

<b>Рівні навчальних досягнень</b>	<b>Бали</b>	<b>Критерії оцінювання</b>
<b>I. Початковий</b>	<b>1</b>	Учень має уявлення про системи комп'ютерної математики (СКМ) та їх призначення.
	<b>2</b>	Учень має початкові знання про СКМ, наводить приклади програм даного класу, називає характерні задачі, які можна розв'язувати за допомогою СКМ.
	<b>3</b>	Учень має уявлення про мережні системи комп'ютерної математики (Web-СКМ), може виділити суттєві ознаки програм даного класу; вміє підготувати Web-СКМ для роботи у локальному режимі та звернутися до сервера Web-СКМ у мережі Інтернет.
<b>II. Середній</b>	<b>4</b>	Учень вміє організувати елементарні обчислення без застосування спеціальних функцій Web-СКМ; вміє додавати нові командні комірки та вилучати зайві; має початкові знання про введення команд та їх редагування; вміє отримати контекстну довідку з конкретної функції.
	<b>5</b>	Учень вміє створити новий робочий аркуш для організації обчислень, виконує операції копіювання та перейменування аркуша, вміє імпортувати аркуші з довільних носіїв до власного блокноту та зберігати аркуші у спеціальному форматі.
	<b>6</b>	Учень володіє основними навичками роботи у середовищі Web-СКМ; виконує завдання за зразком (завдання початкового рівня).

Рівні навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання
Ш. Достатній	7	Учень самостійно використовує функції Web-СКМ як у процедурному, так і в об'єктному форматі звернення; вміє організувати виведення результатів у природній математичній формі в окремо взятих полях та на робочому аркуші в цілому; вміє аварійно перервати процес обчислень; має уявлення про особливості програмування у середовищі Web-СКМ; знає призначення режиму редагування аркуша та основні прийоми редагування.
	8	Учень самостійно вміє організувати роботу з робочим аркушем у режимі редагування; має початкові знання про призначення мови LaTeX, за допомогою вчителя використовує основні команди LaTeX для коментування результатів обчислень.
	9	Учень вільно володіє навичками роботи у середовищі Web-СКМ в основному режимі – режимі організації обчислень та в режимі редагування; виконує завдання стандартного типу (завдання середнього рівня); має початкові знання про основні прийоми програмування у середовищі Web-СКМ.
IV. Високий	10	Учень досконало знає і використовує інструментарій Web-СКМ (в межах навчальної програми курсу). Самостійно виконує завдання нестандартного типу (завдання високого рівня).
	11	Учень знаходить і використовує додаткові джерела навчальних матеріалів; має уявлення про організацію обчислень засобами інших СКМ у середовищі Web-інтегратора.
	12	Учень має стійкі системні знання про Web-СКМ та продуктивно їх використовує. У процесі виконання завдань проявляє творчий підхід; використовує основні прийоми програмування для розробки програм з елементами управління.

Для забезпечення учнів інструментарієм оперативного пошуку відомостей про функції Sage під час розв'язування завдань до системи інформаційних ресурсів кожного модуля включено *глосарій*. У статтях глосарія подається коротка характеристика функції, синтаксис застосування, опис основних і додаткових параметрів, а також система демонстраційних прикладів.

Для проведення тематичного контролю набутих знань до системи інформаційних ресурсів кожного модуля включено *тестові завдання* (додаток Е).

При доборі тестових завдань були дотримані такі основні принципи:

- відповідність тесту цілям тестування;
- дотримання репрезентативності навчального матеріалу в змісті тесту;
- забезпечення взаємозв'язку змісту та форми тесту;
- правильність тестів з точки зору змісту;
- комплексність та збалансованість змісту тесту;
- системність та варіативність змісту тесту;
- лаконічність тестового завдання та очікуваної відповіді [184, 322].

До складання тестів при очному контакті з вчителем учні мають можливість працювати з ними у режимі тренінгу. Тестові завдання вважаються складеними лише за умови їх виконання учнем під контролем вчителя.

З метою організації оперативного зворотного зв'язку між вчителем та учнем до кожного з модулів курсу включено елементи для організації синхронного та асинхронного режиму спілкування між учасниками навчального процесу - *Чат* і *Форум* відповідно. Перегляд стрічок чату та форумів дозволяє вчителю якісно підготуватися до проведення очної та он-лайнової консультації з учнями. Це дає змогу виявити поточні проблеми в роботі над курсом, причину їх появи, з'ясувати їх глибину та підготувати рекомендації для їх вирішення. Таким чином, мають місце як фронтальні консультації із залученням до вирішення наявних проблем всієї групи учнів, які проходять навчання за курсом, так і індивідуальні консультації.

На завершальному етапі навчання за програмою факультативу учням пропонувалося взяти участь у *дослідницьких проектах* міжпредметного характеру.

Робота над дослідницьким проектом є засобом досягнення як навчальних цілей (узагальнення та систематизація знань учнів щодо розв'язування математичних задач за допомогою Web-СКМ, розширення і поглиблення теоретичної бази знань учнів, надання результатам практичної значущості, диференціація навчання у відповідності до нахилів та здібностей учнів), так і науково-дослідних. Під час роботи на проектом учні самостійно опановують додаткову навчальну та наукову літературу, відшукують відомості з інших джерел, зокрема звертаючись до ресурсів Інтернет, вчать аналізувати та критично оцінювати їх; опрацьовувати графічні дані; готувати якісні Web-публікації у гіпертекстовому форматі засобами HTML, LaTeX та Sage, а також застосовувати елементи програмування для розробки демонстрацій. Все це надає навчання дослідницького, творчого спрямування, що сприяє розвитку творчих здібностей учнів.

Тематика проектів пропонується вчителем інформатики, враховуючи потреби навчання інформатики та побажання вчителів-предметників, зокрема математиків та фізиків. Проте учень може сам запропонувати тему свого проекту за одним із напрямів:

- навчальні, демонстраційні та контролюючі програми підтримки навчання загальноосвітніх дисциплін;
- бази та банки даних;
- підтримка мережних технологій та інформаційна безпека;
- системне програмування;
- автоматизація наукових досліджень та розрахунків;
- створення мультимедійних засобів навчання та виховання із використанням HTML-технологій або 3D-графіки [129].

Виходячи з переліку напрямів творчих робіт, при завершенні навчання за програмою факультативу «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях» учням були запропоновані дослідницькі проекти переважно за двома напрямками – автоматизація наукових досліджень та розрахунків і демонстраційні програми підтримки навчання окремих розділів шкільної математики та інформатики.

До учнівських проектів за вказаними напрямками висувається певна система вимог, що включає: *науково-дослідницькі вимоги, методичні вимоги, технологічні вимоги, вимоги до змісту, форм подання та документального оформлення результатів дослідження, а також фізіолого-гігієнічні вимоги.*

*Науково-дослідницькі вимоги:* актуальність теми роботи, наукова новизна та практичне значення.

*Методичні вимоги:* врахування принципів дидактики, своєрідності та особливостей навчального предмету.

*Технологічні вимоги:* використання виключно внутрішнього інструментарію Sage, СКМ, інтерфейс яких підтримується в Sage, а також Java-аплету GeoGebra; забезпечення високої стійкості демонстраційних програм до помилкових чи некоректних дій користувачів; доцільний вибір кількості елементів інтерфейсу та навігації, призначених для зручного та ефективного управління демонстрацією.

*Вимоги до змісту результатів дослідження:*

- теоретичні відомості за предметом дослідження;
- програмні коди реалізації поставлених задач з коментарями;
- результати розв'язання поставлених задач та їх інтерпретація.

*Вимоги до форм подання результатів дослідження:* гіпертекстовий формат подання у середовищі Sage.

*Фізіолого-гігієнічні вимоги:* якість зображень, чіткість та зрозумілість повідомлень; добір кольорів та шрифтів для ефективного сприйняття демонстраційного матеріалу тощо.

*Вимоги до документального оформлення результатів дослідження:* загальноприйнята структура документального оформлення дослідницьких робіт – титульний аркуш, зміст, вступ, основна частина, висновки, список використаних джерел. У *вступі* подається обґрунтування вибору теми, її актуальності, наукової новизни та практичної значущості; у *першому розділі* основної частини наводяться теоретичні відомості за предметом дослідження, у *другому розділі* – коротка характеристика інструментарію, що був застосований для



розв'язання завдань, у *третьому розділі* – предметна галузь застосування та функціональне призначення виготовленого продукту (ілюстрацій, програм, бібліотек функцій, пакетів розширень тощо), а також рекомендації користувачу щодо особливостей роботи з розробленим продуктом (вимоги щодо апаратного і програмного забезпечення, підготовка до роботи, запуск (чи імпортування), формат вхідних даних тощо); у *висновках* формулюються передбачувані результати впровадження в навчально-виховний процес закладу освіти. Обсяг роботи не повинен перевищувати 30 сторінок аркушів розміром А4.

Тематика запропонованих учням проектів подається в таблиці 2.13, а фрагменти реалізації деяких із них – у додатках З–М.

Таблиця 2.13

### Перелік тем дослідницьких проектів

№	Тема проекту
1.	Розв'язування задач теорії чисел
2.	Розробка програми для демонстрації виконання операцій перетворення виразів
3.	Розробка програми для демонстрації методів наближених обчислень визначеного інтегралу (за формулами прямокутників, трапецій та Сімпсона) у середовищі Sage
4.	Моделювання із застосуванням методу Монте-Карло
5.	Розробка наочностей з теми «Границя функції і неперервність функції. Точки розриву, їх класифікація»
6.	Автоматизація досліджень і побудови графіків циклоїдальних кривих
7.	Розробка програми для демонстрації пошуку наближених значень коренів трансцендентних рівнянь
8.	Розробка власної бібліотеки комбінаторних функцій
9.	Розробка програми для демонстрації розв'язування комбінаторних задач у середовищі Sage
10.	Розв'язування задач апроксимації засобами Maple та Mathematica у се-

	редовищі Sage
11.	Розробка власної бібліотеки для побудови фрактальних об'єктів у середовищі Sage
12.	Розв'язування геометричних задач засобами GeoGebra у середовищі Sage

Оцінка за роботу над проектом може бути зарахована (за бажанням учня) як оцінка з державної підсумкової атестації з інформатики у відповідності до Листа МОН, якщо учень:

- засвоїв навчальний матеріал шкільного курсу інформатики на високому рівні;
- виконав всі етапи навчального проектування у відповідності до поставлених вимог;
- оформив результати дослідження у друкованому вигляді й подав їх до попереднього розгляду й захисту;
- з успіхом пройшов попередній розгляд та захист [129; 92].

Критеріями оцінки творчої роботи на попередньому розгляді є:

- актуальність та доцільність практичного застосування результатів дослідження (10 балів);
- науковість, логічність, лаконічність та повнота висвітлення теми (20 балів);
- грамотність та точність у володінні понятійним апаратом досліджуваної предметної галузі (10 балів);
- елементи творчості, оригінальність розробки та самостійність виконання (10 балів);
- функціонування програмного засобу (10 балів);
- якість оформлення роботи (10 балів).

До захисту допускається робота, загальна кількість балів за виконання якої становить не менше 50.

Критеріями оцінки творчої роботи на захисті є:

- аргументоване обґрунтування вибору проблеми: мета розробки, її актуальність та доцільність практичного застосування (10 балів);
- уміння чітко, логічно, коротко з'ясувати зміст розробленого або використаного алгоритму та особливості його програмної реалізації (20 балів);
- демонстрація можливостей поданого програмного засобу (10 балів);
- практична значущість та впровадження в навчальний процес (10 балів);
- елементи творчості, оригінальність виконання (10 балів);
- ступінь самостійності учня при розробці програмного засобу (10 балів);
- якість підготовленої презентації (10 балів);
- вичерпність відповідей на питання (10 балів);
- кількість набраних балів при попередньому розгляді (50–70 балів).

Підсумкове оцінювання творчої роботи учня здійснювалося за такою схемою: якщо кількість набраних балів становила від 50 до 59 учень отримував 7 балів, якщо 60–69 – 8 балів, 70–79 – 9 балів, 80–89 – 10 балів, 90–99 – 11 балів, понад 100 – 12 балів.

Атестація за результатами захисту творчих робіт зі створення програмного засобу підтримки навчально-виховного процесу сприяє: надбанню учнями особистого і професійного досвіду в процесі навчання нестандартними засобами; розвитку пізнавальних, творчих навичок; виробленню прагнення і вмінь самостійно здобувати та використовувати отримані знання; розвитку логічного та критичного мислення.

### **2.3. Організація, проведення та результати педагогічного експерименту**

Розробка й апробація теоретичних положень дисертаційного дослідження проходило у три етапи:

- 1) констатувальний (2002–2004 рр.);
- 2) пошуковий (2004–2007 рр.);
- 3) формувальний (2007–2009 рр.).

Основні результати проведеного експериментального дослідження опубліковані в роботах [202; 203; 315; 316; 306; 307; 308; 313].

Дослідження мало спіралеподібний діалектичний характер: на кожному етапі дослідження розроблялися, уточнювалися та перевірялися положення, покладені в основу етапу, визначалися задачі етапу; розроблені теоретичні положення реалізовувались у ході експериментальної роботи, на основі аналізу результатів якої знову уточнювалися теоретичні положення і т.д. Критерієм, що визначав завершення процесу дослідження, стало досягнення його мети та повна реалізація завдань дослідження.

На *констатувальному етапі* (2002–2004 рр.) було проаналізовано стан вивчення та напрями впровадження програмного забезпечення математичного призначення в старшій традиційній школі та школах нового типу. В результаті проведеного аналізу було визначено, що навчання розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» підтримується різноманітним програмним забезпеченням, що не має єдиного інтерфейсу, спільної структури тощо. Слід звернути увагу на те, що під час проведення констатувального етапу МОН України лише розпочало програму з апробації та впровадження засобів ІКТ у навчальний процес. Застосовуване програмне забезпечення можна було умовно поділити на три категорії:

- 1) педагогічні програмні засоби (зокрема, вітчизняні розробки);
- 2) прикладне програмне забезпечення загального призначення – електронні таблиці, бази даних тощо;
- 3) прикладне програмне забезпечення спеціального призначення (спеціалізоване програмне забезпечення) – геоінформаційні системи, атласи, програми автоматичного перекладу текстів, системи комп'ютерної математики, системи автоматизованого проектування, системи комп'ютерної графіки та багато інших.

Так, в процесі аналізу спеціалізованого програмного забезпечення для підтримки математичних досліджень було виявлено, що найбільшу методичну підтримку має програмний комплекс GRAN ([55]; [61]; [57] та ін.). Менш поширеним було застосування систем комп'ютерної математики (насамперед, Derive, MathCAD, Mathematica, Matlab, Maple).

Головним напрямком роботи на цьому етапі було впровадження програмного забезпечення математичного призначення у навчальні дослідження (в рамках МАН, гурткової та факультативної роботи) учнів старших класів навчальних закладів нового типу – Саксаганського, Жовтневого, Центрально-міського, Довгинцівського, Фінансово-економічного ліцеїв, Центрально-міської та Інгулецької гімназій, шкіл-гімназій № 24, 95 з посиленою педагогічною та математичною підготовкою, СШ № 114, 127 інформаційного профілю, Криворізького обласного ліцею-інтернату для сільської молоді, Колегіуму № 81 (нині Криворізький науково-технічний металургійний ліцей № 81).

Огляд учнівських робіт, що захищалися на районних та міських конкурсах МАН, показав, що виконання їх розрахункової частини зміщується з використання програмного забезпечення власної розробки, педагогічних програмних засобів (GRAN1, DG) й програмного забезпечення загального призначення (електронні таблиці) у бік середовищ комп'ютерної математики – насамперед, MathCAD. На міському рівні це пов'язане, насамперед, з діяльністю навчального комплексу, до складу якого входять Криворізький металургійний факультет Національної металургійної академії України та 17 профільних навчальних закладів (технікумів, ліцеїв, шкіл), проте огляд матеріалів конференцій та семінарів з методики навчання інформатики, що проводилися у 2001–2003 рр., показав, що дана тенденція є загальною. Найбільший вплив на її формування здійснили роботи В. І. Клочка [89; 90] та Ю. В. Триуса [282; 283; 281] з комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики у вищій технічній та педагогічній школі.

Виявлена тенденція до застосування комерційних середовищ комп'ютерної математики, позитивна у загальному аспекті, є негативною у наступному: систематичне використання неліцензійного програмного забезпечення високої вартості не лише сприяє розвитку комп'ютерного піратства, а й спотворює уявлення учнів про культуру праці в інформатизованому суспільстві.

У 2003–2004 н. р. було проведено опитування вчителів інформатики шкіл м. Кривого Рогу (див. додаток Б). За результатами опитування було визначено,

що вивчення програмного забезпечення математичного призначення в межах теми «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» через замалу кількість виділеного у програмі [209] часу (див. табл. 2.14) не є ґрунтовним. У більшості випадків зводиться до ознайомлення учнів з загальною характеристикою, особливостями інтерфейсу та основними принципами роботи відповідних програмних засобів, замість опанування власне інформаційних технологій на рівні формування практичних умінь розв'язувати математичні задачі за допомогою відповідних програмних засобів.

Таблиця 2.14

**Розподіл навчальних годин на вивчення теми  
«Прикладне програмне забезпечення навчального призначення»  
за профілями**

Навчальний профіль	Класи	
	10	11
універсальний	4	–
фізико-математичний	4	2
природничий	4	2
технологічний	4	2
філологічний	2	2
суспільно-гуманітарний	2	2
художньо-естетичний	2	2
спортивний	2	2

Окрім того, було проведено анкетування (Додаток Ж) школярів 10-х класів універсального, природничого, технологічного та фізико-математичного профілів на предмет виявлення характеру інтересу та готовності до опанування програмного забезпечення математичного призначення в межах організованої позаурочної самостійної роботи та визначення рівнів сформованості їхніх загально-навчальних умінь, як складових умінь самостійної роботи.

В опитуванні взяли участь 189 учнів 10-х класів загальноосвітніх навчальних закладів м. Кривий Ріг – КЗОШ № 130 (49 учнів), колегіуму № 81 (47 учнів), Довгинцівської педагогічної гімназії № 24 (48 учнів) та Криворізького обласного ліцею-інтернату для сільської молоді (45 учнів).

Стійкий інтерес до вивчення програмного забезпечення математичного призначення у формі організованої позаурочної самостійної роботи виявили учні класів фізико-математичного та технологічного профілів – 39 (20,63%) та 27 (14,29%) (рис. 2.49).

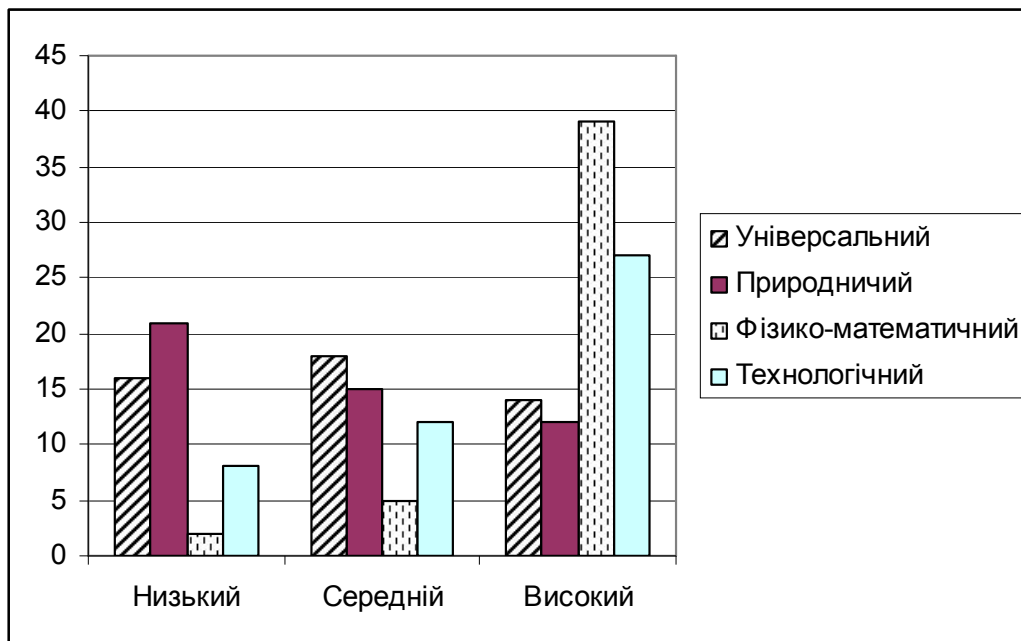


Рис. 2.49. Розподіл учнів старших класів за рівнем стійкості інтересу до самостійної роботи з опанування програмного забезпечення математичного призначення

Аналіз результатів, отриманих в ході констатувального етапу педагогічного експерименту, дозволив зробити наступні висновки:

– навчання розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» підтримується різноманітним програмним забезпеченням, що в більшості випадків є комерційним, не має єдиного інтерфейсу, спільної структури тощо;

– рівень засвоєння програмного забезпечення математичного призначення безпосередньо на уроках інформатики за програмою [209] в межах теми «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» в традиційних загальноосвітніх школах є недостатнім;

– учні 10-х класів фізико-математичного та технологічного профілів ма-

ють стійкій інтерес до опанування програмних засобів математичного призначення у формі організованої самостійної роботи, не дивлячись на недостатньо високий рівень сформованості загально-навчальних умінь.

За результатами констатувального етапу були сформульовані подальші задачі дослідження.

Основне завдання *пошукового етапу* (2004–2007 рр.) полягало у визначенні компонентів методичної системи комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення, а саме виборі СКМ, придатної для підтримки навчання розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення», доборі змісту самостійної роботи, визначенні форм та методів її організації.

Головними критеріями вибору СКМ були: ліцензійна чистота, вільнопоширюваність системи, компактність, невимогливість до системних ресурсів, відсутність необхідності в інсталяції, підтримка різних операційних систем та обчислювальних платформ і, звичайно, україномовний інтерфейс користувача. Найбільш повно наведені критерії реалізовані у двох пакетах – *Maxima* (вільного аналога *Maple*) та *Scilab* (вільного аналога *Matlab*). Враховуючи відносну простоту (порівняно із *Scilab*), експериментальним програмним засобом організації та підтримки самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення була обрана СКМ *Maxima*.

Попередня апробація СКМ *Maxima* здійснювалася під час викладання дисципліни «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях» (32 години) студентам спеціальності «Інформатика» фізико-математичного факультету Криворізького державного педагогічного університету. Вивчення основних прийомів роботи з СКМ *Maxima* на матеріалі задач шкільного курсу математики та фізики були включені до змісту дисципліни «Комп'ютерні технології в навчанні» (6 годин), орієнтованої на студентів спеціальностей «Математика та основи інформатики» й «Фізика та основи інформатики». В апробації взяли участь 56 сту-



денітв спеціальності «Інформатика» та 44 студенти спеціальностей «Математика та основи інформатики» й «Фізика та основи інформатики».

На першому кроці апробації СКМ Maxima були визначені такі недоліки:

1) недостатньо висока швидкість виконання команд на комп'ютерах, випущених переважно у 1998–2000 рр., внаслідок інтерпретовної природи Lisp-ядра системи;

2) англomовний інтерфейс користувача;

3) подання математичних текстів у текстовому форматі (а не в природній математичній нотації);

4) відсутність довідкової літератури з СКМ Maxima російською чи українською мовою (рис. 2.50).

З метою усунення виявлених недоліків та сприяння широкому впровадженню СКМ Maxima у навчальний процес була розпочата цілеспрямована робота з побудови нових інтерфесів до СКМ Maxima [242].

Для вирішення проблеми подання математичних текстів у звичній математичній нотації було створено Web-інтерфейс до СКМ Maxima – Maxima/MathML (рис. 2.51).

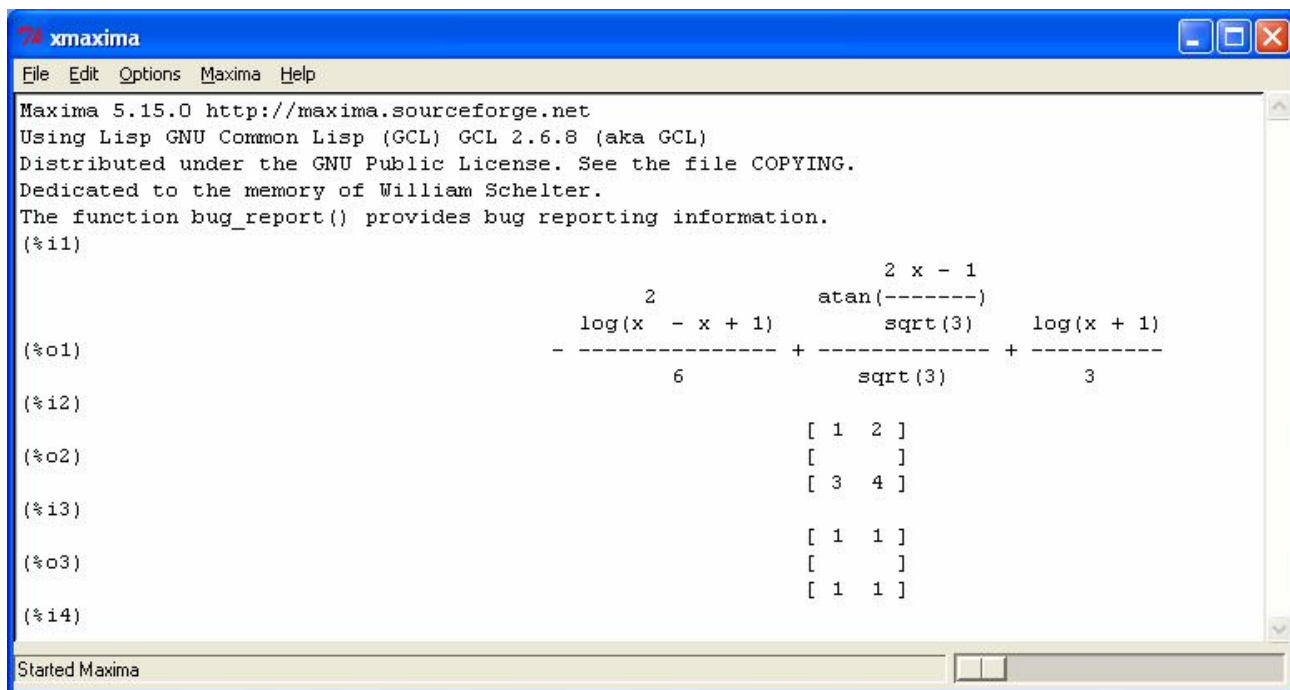


Рис. 2.50. Інтерфейс xmaxima

```

Maxima MathML Interface

Maxima 5.9.2 http://maxima.sourceforge.net
Using Lisp GNU Common Lisp (GCL) GCL 2.6.7 (aka GCL)
Distributed under the GNU Public License. See the file COPYING.
Dedicated to the memory of William Schelter.
This is a development version of Maxima. The function bug_report()
provides bug reporting information.

(C2) integrate(1/(1+x^4),x)
(D2) 
$$\frac{\log(X^2+\sqrt{2}X+1)}{4\sqrt{2}} - \frac{\log(X^2-\sqrt{2}X+1)}{4\sqrt{2}} + \frac{\arctan\left(\frac{2X+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)}{2\sqrt{2}} + \frac{\arctan\left(\frac{2X-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)}{2\sqrt{2}}$$

(C3) matrix([x^x,y^2+y,z^2+z],[x^2,y^2,z^2],[y+x^2,z+y^2,z^2+x])
(D3) 
$$\begin{pmatrix} X^X & Y^2+Y & Z^2+Z \\ X^2 & Y^2 & Z^2 \\ Y+X^2 & Z+Y^2 & Z^2+X \end{pmatrix}$$

(C4)

```

Рис. 2.51. Інтерфейс Maxima/MathML

Незважаючи на те, що пізніше експериментальний інтерфейс Maxima/MathML був замінений на побудований за такою ж технологією, але більш розвинений інтерфейс wxMaxima, головним результатом даного етапу дослідження стало доведення *принципової можливості спільного застосування систем комп'ютерної математики та засобів WWW*.

Грунтуючись на результатах попереднього етапу, а також взявши до уваги перспективність технологій дистанційного навчання, що на той час почали широко впроваджуватися для підтримки аудиторного навчання та позааудиторної самостійної роботи студентів, наступне завдання було сформульовано таким чином: *дослідити можливості застосування СКМ для генерування математичних текстів в системі дистанційного навчання*.

На виконання сформульованого завдання було побудовано генератор формульних виразів MaxTeXML на основі Maxima, TeX та MathML. Відмітимо визначальні характеристики генератору MaxTeXML:

- незалежність від операційної системи та Web-браузера, оскільки в ньому використовуються лише стандартні теги HTML;

– легкість інтеграції в будь-яку як комерційну, так і вільно поширювану СДН.

На рис. 2.52 наведено ілюстрацію застосування генератора MathTeXML для відображення математичних текстів у звичній математичній нотації у СДН MOODLE.

Апробація генератора MaxTeXML в процесі навчання показало його високу придатність для розв'язання задачі генерування та відображення математичних текстів у системі дистанційного навчання MOODLE засобами системи комп'ютерної математики Maxima, проте поставило нову проблему: в процесі виконання завдання студенти були змушені використовувати встановлений окремо на кожному комп'ютері дистрибутив Maxima, а при оформленні звіту про виконану роботу та розміщенні його на сервері дистанційного навчання комп'ютерного класу – генератор MaxTeXML, за допомогою якого генерувалися формули за тими ж самими командами СКМ Maxima. Проте є вимога, яку ні Maxima, ні MOODLE задовольнити не могли: *проведення та оприлюднення математичних досліджень у єдиному динамічному мережному навчальному Web-середовищі*. Ця вимога є основною для обраної нами мережеорієнтованої моделі самостійної роботи учнів з вивчення програмного забезпечення математичного призначення.

З появою у 2006 р. мережної системи комп'ютерної математики Sage така можливість з'явилася. Перша версія Sage не мала підтримки мови TeX, тому для генерації природного подання математичних виразів нам довелося продовжити застосовувати генератор MaxTeXML. Починаючи з другої версії Sage з'явилась підтримка TeX, а з четвертої версії – зворотна можливість убудовування команд Sage в документи TeX.

Враховуючи широкий набір функцій і переваги Sage (див. 1.3.2), зокрема наявність Web-інтерфейсу, дана система була обрана як інструментальний засіб для підтримки самостійної роботи старшокласників з розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення».

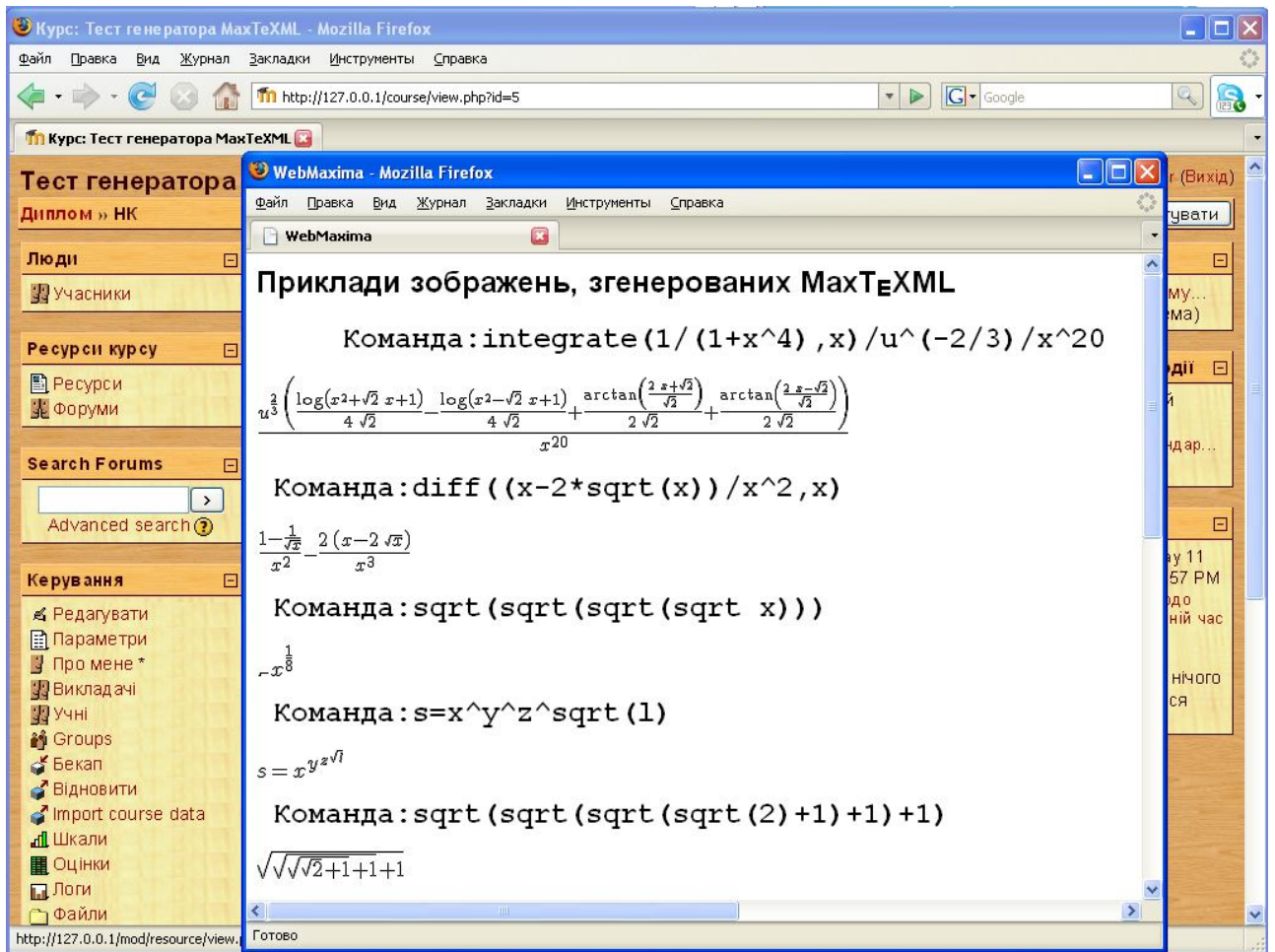


Рис. 2.52. Приклад застосування MaxTeXML у СДН MOODLE

Паралельно з вибором та апробацією програмних засобів організації та підтримки самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення в ході пошукового експерименту були визначені зміст та форма самостійної роботи:

- в основу змісту самостійної роботи покладено зміст дисципліни «Комп’ютерні технології в наукових дослідженнях» й адаптовано під шкільну програму з математики за профілями навчання;

- організаційної формою самостійної роботи було обрано факультатив.

Остаточне визначення компонентів методичної системи стало підставою для переходу до наступного етапу – формувального експерименту.

В ході *формувального експерименту* (2007–2009 рр.) було здійснено впровадження методичної системи комп’ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного при-

значення перевірено ефективність побудованої методичної системи та вплив її компонентів на формування умінь самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ.

Експериментальні та контрольні класи формувалися наступним чином:

– до експериментальної групи (ЕГ) були віднесені старшокласники, організація самостійної роботи яких здійснювалася за авторською методичною системою;

– до контрольної групи (КГ) були віднесені старшокласники, при організації позаурочної самостійної роботи яких у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення не використовувались технології дистанційного навчання (табл. 2.15).

Таблиця 2.15

#### Розподіл учнів по класах на етапі формування експерименту

Навчальний заклад	Профіль/ спеціальність	Загальна кількість учнів	Взяли участь у експерименті		Групи
КЗОШ № 130	універсальний (загальноосвітній)	30	6	20	Експериментальна група
	фізико-математичний	31	10		
Коледж при КВП ЗІЕІТ	КСМ	12	1		
	фінанси	24	3		
Криворізький науково-технологічний металургійний ліцей № 81	технологічний	24	10	21	Контрольна група
	фізико-математичний	30	11		

Оцінювання рівня сформованості умінь самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ було здійснено за такими показниками:

- 1) умінь визначати мету дослідження;
- 2) умінь планувати етапи дослідження;
- 3) умінь передбачати (прогнозувати) кінцевий результат дослідження або формулювати гіпотезу дослідження;

4) уміння добирати теоретичні відомості за тематикою дослідження (у тому числі за допомогою засобів ІКТ);

5) уміння ставити задачу та будувати інформаційну (або математичну) модель задачі;

6) уміння визначати інструментарій для розв'язування задачі та скласти алгоритм розв'язування задачі;

7) уміння застосовувати інструментарій СКМ для розв'язування задачі;

8) уміння обґрунтувати правильність результату;

9) уміння оформити результати дослідження, використовуючи інструментарій СКМ;

10) уміння формулювати висновки на підставі отриманих результатів дослідження.

Таблиця 2.16

**Діагностична таблиця оцінювання рівня сформованості умінь старшокласників самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ**

№	Показник	Рівні сформованості		
		Низький	Середній	Високий
		0	1	2
1	Уміння визначати мету дослідження	Не вміє самостійно визначати мету. Мету визначає вчитель.	Визначає мету за допомогою вчителя.	Самостійно визначає мету.
2	Уміння планувати етапи дослідження	Не вміє планувати етапи дослідження. Працює за планом вчителя.	Потребує допомоги вчителя при плануванні етапів дослідження.	Самостійно планує етапи дослідження.
3	Уміння передбачати (прогнозувати) кінцевий результат	Не вміє спрогнозувати кінцевий результат дослідження.	За допомогою вчителя прогнозує кінцевий результат.	Самостійно визначає кінцевий результат дослідження.

№	Показник	Рівні сформованості		
		Низький	Середній	Високий
		0	1	2
	зультат дослідження	дження. Кінцевий результат визначає вчитель.	дослідження.	дження.
4	Уміння добирати теоретичні відомості за тематикою дослідження	Не вміє добирати теоретичні відомості за тематикою дослідження.	Добір теоретичних відомостей за тематикою дослідження виконує за допомогою вчителя.	Самостійно добиратиме теоретичні відомості за тематикою дослідження.
5	Уміння ставити задачу та будувати інформаційну (або математичну) модель задачі	Не вміє поставити задачу та побудувати модель задачі. Постановку задачі та побудову моделі виконує вчитель.	Потребує допомоги вчителя при постановці задачі або побудові її математичної моделі.	Самостійно виконує постановку задачі та побудову її математичної моделі.
6	Уміння визначати інструментарій для розв'язування задачі та складати алгоритм розв'язування задачі	Не вміє визначати інструментарій для розв'язування задачі та складати алгоритм розв'язування задачі.	Потребує допомоги вчителя при визначенні інструментарію для розв'язування задачі або при складанні алгоритму розв'язування задачі.	Самостійно визначає інструментарій для розв'язування задачі та складає алгоритм розв'язування задачі.

№	Показник	Рівні сформованості		
		Низький	Середній	Високий
		0	1	2
7	Уміння застосовувати інструментарій СКМ для розв'язування задачі	За критеріями оцінювання навчальних досягнень учнів (див. п. 2.2)		
8	Уміння обґрунтувати правильність результату	Не вміє обґрунтувати правильність результату.	При обґрунтуванні правильності результату потребує допомоги вчителя.	Самостійно обґрунтовує правильність результату.
9	Уміння оформити результати дослідження, використовуючи інструментарій СКМ	Не вміє оформити результати дослідження, використовуючи інструментарій СКМ.	Потребує допомоги вчителя при оформленні результатів дослідження за допомогою СКМ.	Вміє самостійно оформити результати дослідження, використовуючи інструментарій СКМ.
10	Уміння формулювати висновки на підставі отриманих результатів дослідження	Не вміє формулювати висновки за результатами дослідження.	Формулює висновки за допомогою вчителя.	Самостійно формулює висновки.
<b>Уміння самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ</b>		Загальна кількість балів за показниками 1–10		
		<b>0–4</b>	<b>5–17</b>	<b>18–30</b>



У табл. 2.17 та на рис. 2.53 показано розподіл загальної кількості балів за показниками рівня сформованості умінь самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ в контрольній та експериментальній групах. Одержані дані було піддано статистичному опрацюванню з використанням кутового перетворення Фішера [40; 251], призначеного для співставлення двох емпіричних вибірок. В якості показника спостережуваного ефекту обрано сформованість умінь самостійно проводити дослідження (загальна кількість балів за показниками 1–10 не менша за 15).

Таблиця 2.17

**Результуюча таблиця оцінювання показників сформованості умінь самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ**

	Навчальний заклад	Профіль/ спеціальність	Взяли участь у експерименті	Кількість учнів, які набрали загальну кількість балів			
				0-4	5-14	15-17	≥18
ЕГ	КЗОШ № 130	універсальний (загальноосвітній)	6	2	1	2	1
		фізико-математичний	10	1	2	5	2
	Коледж при КВП ЗІЕІТ	КСМ	1	–	–	–	1
		фінанси	3	–	–	2	1
	Разом:			20	6		14
КГ	Криворізький науково-технологічний металургійний лицей № 81	технологічний	10	6	2	2	–
		фізико-математичний	11	5	4	1	1
	Разом:			21	17		4

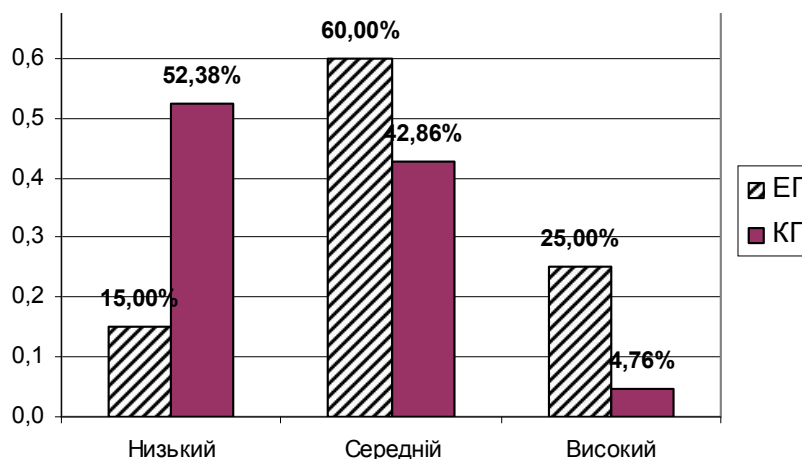


Рис. 2.53. Розподіл старшокласників у експериментальних та контрольних групах за рівнем сформованості умінь самостійно проводити дослідження за допомогою Web-СКМ

Для розрахунку кутового перетворення Фішера враховувалось, що в контрольній групі ефект «сформованість умінь самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ» спостерігався в 4 старшокласників, не спостерігався – у 17; в експериментальній групі ефект «сформованість умінь самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ» спостерігався у 14 старшокласників, не спостерігався – у 6 (табл. 2.18; рис. 2.54).

Таблиця 2.18

**Розподіл старшокласників у експериментальній та контрольній групах за спостережуваним ефектом**

Групи	Разом	Сформованість умінь самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ			
		спостерігається		не спостерігається	
		кількість	%	кількість	%
Експериментальна	20	14	70,00	6	30,00
Контрольна	21	4	19,05	17	80,95

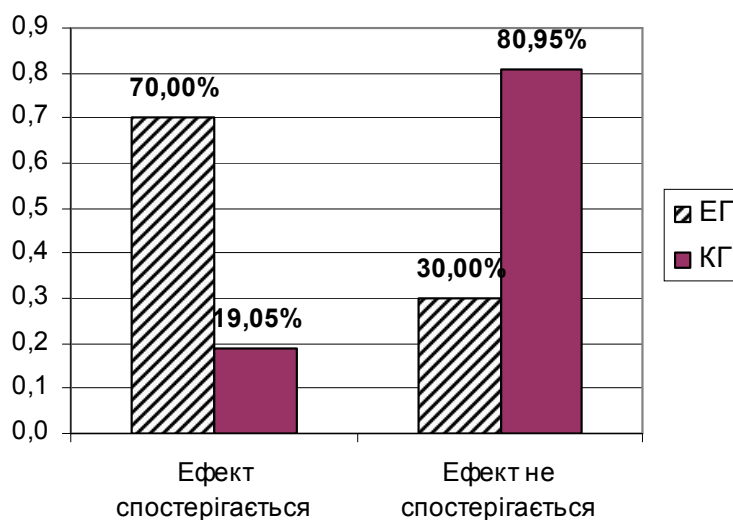


Рис. 2.54. Розподіл старшокласників у експериментальних та контрольних групах за ефектом сформованості умінь самостійно проводити дослідження за допомогою Web-СКМ

Експериментальні дані повністю задовольняють обмеження, що накладаються кутовим перетворенням Фішера:

- а) жодна з часток, що порівнюються, не дорівнює нулю;
- б) кількість спостережень у обох вибірках більше 5, що дозволяє будь-які співставлення.

Сформулюємо гіпотези:

$H_0$ : Частка старшокласників, у яких сформовані уміння самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ, у експериментальній групі не більше, ніж у контрольній.

$H_1$ : Частка старшокласників, у яких сформовані уміння самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ, у експериментальній групі більше, ніж у контрольній.

За формулою  $\varphi = 2\arcsin\sqrt{P}$  (де  $P$  – відсоткова доля) обчислимо значення кутів для кожної з груп:  $\varphi_1(70,0\%) = 1,982$ ;  $\varphi_2(19,05\%) = 0,903$ .

Розрахуємо емпіричне значення  $\varphi_{емп}^*$  за формулою

$$\varphi_{емп}^* = (\varphi_1 - \varphi_2) \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}},$$

де  $n_1=20$  – кількість спостережень у експериментальній групі,  $n_2=21$  – кількість спостережень у контрольній групі.

Критичне значення  $\varphi^*$  для рівня статистичної значущості 0,05 при  $n = n_1 + n_2 - 2 = 39$ :

$$\varphi_{кр}^* = 2,0227 (p = 0,05).$$

Отже, справджується нерівність  $\varphi_{емп}^* = 3,454 > 2,0227$ , що дає нам підставу для відхилення нульової гіпотези й прийняття альтернативної. Таким чином, сформованість умінь старшокласників самостійно проводити дослідження за допомогою СКМ є результатом використання запропонованої методичної системи.

## Висновки до розділу 2

1. Основним напрямом комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників з опанування програмного забезпечення математичного призначення є впровадження мережних технологій.

2. З метою поглиблення та розширення знань учнів з розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» шкільного курсу інформатики, формування практичних навичок розв'язування математичних задач та умінь проводити навчальні дослідження за допомогою СКМ, доцільно організувати самостійну роботу у формі факультативу на засадах змішаної моделі дистанційного навчання.

3. Показниками сформованості практичних умінь самостійно проводити навчальні дослідження за допомогою СКМ є:

- 1) уміння визначати мету дослідження;
- 2) уміння планувати етапи дослідження;
- 3) уміння передбачати (прогнозувати) кінцевий результат дослідження або формулювати гіпотезу дослідження;
- 4) уміння добирати теоретичні відомості за тематикою дослідження (у тому числі за допомогою засобів ІКТ);
- 5) уміння ставити задачу та будувати інформаційну (або математичну)

модель задачі;

6) уміння визначати інструментарій для розв'язування задачі та складати алгоритм розв'язування задачі;

7) уміння застосовувати інструментарій СКМ для розв'язування задачі;

8) уміння обґрунтувати правильність результату;

9) уміння оформити результати дослідження, використовуючи інструментарій СКМ;

10) уміння формулювати висновки на підставі отриманих результатів дослідження.

4. В результаті організації самостійної роботи за змішаною моделлю дистанційного навчання у формі факультативу «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях» учні:

– засвоюють основні складові інтерфейсу Web-СКМ Sage та способи звернення до довідкової системи;

– набувають практичних умінь виконувати чисельні розрахунки, символні обчислення та здійснювати графічні побудови у середовищі Web-СКМ Sage на матеріалі задач математики шкільного курсу;

– залучаються до дослідницької роботи у проектах міжпредметного характеру.

5. Ефективність організації самостійної роботи у формі факультативу «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях» обумовлена інтеграцією системи дистанційного навчання MOODLE та мережної системи комп'ютерної математики Sage.

6. Результати педагогічного експерименту підтверджують ефективність розробленої методичної системи комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення з використанням технологій дистанційного навчання.

Основні результати другого розділу опубліковано в роботах [97; 130; 202; 203; 242; 265; 315–308; 310; 313; 314].

## ВИСНОВКИ

В ході дослідження отримані такі основні *результати*:

1. Проведено психолого-педагогічний аналіз проблеми організації самостійної роботи старшокласників у процесі навчання інформатики;
2. Визначено напрями комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення;
3. Досліджено можливості інтеграції систем дистанційного навчання та комп'ютерної математики у діяльнісне середовище для підтримки самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення;
4. Запропоновано методику навчання мережній системі комп'ютерної математики Sage;
5. Розроблено методичну систему комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення на основі інноваційних технологій;
6. Розроблено показники рівнів сформованості умінь самостійно проводити дослідження за допомогою мережних систем комп'ютерної математики;
7. Експериментально перевірено ефективність побудованої методичної системи.

Результати проведеного дослідження дають підстави зробити такі *висновки*:

1. Перспективним напрямом комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників є застосування технологій дистанційного навчання та інтеграція традиційних та інноваційних педагогічних технологій;
2. Впровадження систем комп'ютерної математики в навчальний процес сприяє інтеграції інформатики та математики, а їх вивчення і застосування в учнівських навчальних дослідженнях сприяє підвищенню інформатичної та математичної культури учнів, тому основним напрямом розробки методики організації самостійної роботи учнів засобами технологій дистанційного навчання,

методичних систем навчання інформаційних технологій математичного призначення має бути об'єднання систем дистанційного навчання та комп'ютерної математики у єдиному діяльнісному середовищі для підтримки учнівських навчальних досліджень;

3. Успішна організація самостійної роботи з опанування можливостей використання програмного забезпечення математичного призначення за допомогою технологій дистанційного навчання стала можливою завдяки появі нового класу мережних систем комп'ютерної математики – Web-СКМ, застосування яких розв'язує проблеми підтримки інсталяційної бази, ліцензійної чистоти використовуваних програмних продуктів, індивідуальної та спільної очної та позаурочної роботи учнів;

4. Застосування вільно поширюваної Web-СКМ Sage при вивченні програмного забезпечення математичного призначення надає можливість сформувати уміння та засоби підтримки інтелектуальної професійної діяльності майбутніх фахівців у галузі інформаційних технологій;

5. Запровадження мережеорієнтованого підходу в навчальний процес впливає на методичну систему навчання програмного забезпечення математичного призначення на всіх її рівнях:

– на рівні цілей навчання – з'являється мета вивчення програмного забезпечення математичного призначення як засобу розв'язування прикладних задач математики і необхідної основи розділу «Моделювання» шкільного курсу інформатики;

– на рівні змісту навчання – виникає потреба якісної перебудови розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» відповідно до напрямів профільної підготовки;

– на рівні методів навчання – з'являються можливості ширше застосовувати продуктивні, розвиваючі методи навчання дослідницького характеру;

– на рівні засобів навчання – з'являється можливість застосування мережних систем комп'ютерної математики, таких як об'єктно-орієнтована Web-СКМ Sage;

– на рівні організаційних форм – впровадження таких прогресивних форм навчання, як групова та індивідуально-диференційована та поява нових форм, специфічних для дистанційного навчання.

В якості подальших напрямів досліджень пропонується:

- 1) здійснення інтеграції СДН MOODLE та Web-СКМ Sage на рівні вбудування елементів блокнотного інтерфейсу Sage в уроки MOODLE;
- 2) вивчення можливостей використання мережеорієнтованої моделі навчання ППЗ загального призначення;
- 3) дослідження можливостей застосування Web-СКМ для підтримки шкільного та вузівського курсів математики;
- 4) перенесення засобів навчального призначення у Web-середовище;
- 5) розробка середовища для мобільного навчання програмного забезпечення математичного призначення.



## ДОДАТКИ

### Додаток А

#### Історія дистанційного навчання

Історично дистанційне навчання виникло у 1840 році, коли Ісаак Пітман запропонував навчання через поштовий зв'язок для студентів Англії. В 1850 р. в Росії було створено Інститут заочного навчання, а у 1856 році Чарльз Тюссе та Густав Лангеншейдт розпочали викладання іноземної мови за заочною формою в Берліні.

Перший етап розвитку дистанційного навчання тривав майже сто років – до другої половини ХХ століття. Основними технологіями доставляння навчальних матеріалів тим, хто навчався і географічно був віддалений від навчального закладу, були поштовий зв'язок, радіозв'язок (з 20-х років ХХ століття) та телебачення (з 50-х років ХХ століття). Ці технології поєднувались з аудиторними заняттями та екзаменаційним контролем [1].

Приватні школи, відділення коледжів та університетів пропонували програми навчання за допомогою листування тільки як додаткову освіту: короткострокові професійно-технічні курси, різні курси доекзаменаційної підготовки тощо.

Появу навчання за допомогою листування можна впевнено розглядати як ранню форму дистанційного навчання [11]. Підсумками першого етапу розвитку дистанційного навчання фахівці вважають такі:

1) усвідомлення першими практиками-організаторами дистанційного навчання як особливої форми, основою якої є особливе середовище, відмінне від середовища «класної кімнати»;

2) часткове формування типової структури дистанційних освітніх програм, в яких поєднуються академічні та професійно-технічні курси;

3) визначення пріоритетної цільової групи тих, хто обирає дистанційне навчання;

4) виникнення відкритого дистанційного навчання у сегменті додаткового та подовженого навчання;

5) початок термінологічного оформлення дистанційного навчання в англійській мові: поява термінів «home-study» («домашнє навчання»), «independent study» («незалежне навчання»), «external student» («зовнішній студент», або «екстерн», або «заочник») та «distance education» [5].

В 1915 році професор Університету штату Вісконсін У. Лайті дав оцінку стану першого етапу розвитку дистанційного навчання: «... передбачається створити метод, техніку, атмосферу, ... розв'язати складні проблеми, пов'язані з навчанням на відстані. І це розв'язання, поки що, тільки накреслено» [121].

Другий етап – етап поширення заочного навчання – розпочинається із заснування Відкритого Університету Великобританії (1969 р.). З цього моменту в дистанційному навчанні почав використовуватися комплексний підхід до навчання з використанням різних засобів при домінуванні друкованих матеріалів. Взаємодія викладача зі студентами здійснювалася через друкований матеріал, який доповнювався радіо- та телепередачами, за допомогою листування, очних консультацій та короткострокових курсів [43].

У 60-ті роки у зв'язку з поширенням програм неперервного навчання, підвищення кваліфікації та перепідготовки фахівців перед вищою школою поставали нові важливі завдання [87]. Філософія міжнародних організацій, що здійснюють свою діяльність у сфері освіти, зокрема ЮНЕСКО, спрямовується на те, щоб перетворення та нововведення у вищій освіті сприяли втіленню в життя теорій та концепцій неперервної освіти, перетворенню жорстких, негнучких та елітарних систем вищої освіти в доступні для всіх.

У цей період відбувається активне становлення та розвиток радянської системи заочного навчання, яка стала історично першою державною системою дистанційного навчання і випустила мільйони дипломованих фахівців [77].

Кінець 60-х – початок 70-х рр. є найбільш плідним в теоретичному осмишленні дистанційного навчання. В цей час розвиваються основні концепції дис-

танційного навчання. В центрі уваги науковців з'явилися нові теорії дистанційного навчання: теорія індустріалізації, теорія взаємодії та комунікації, теорія автономності та незалежності. За дистанційним навчанням остаточно закріплюється соціальна функція – надати освітні послуги тим, хто бажає навчатися, але не має можливості змінити свій спосіб життя [121].

Завдяки появі та поширенню інформаційних та комунікаційних технологій у різних сферах життєдіяльності суспільства, в тому числі й в освіті, у другій половині 80-х років ХХ століття відбувся перехід до третього етапу дистанційного навчання. Використання технологій третього етапу, на відміну від технологій першого та другого, забезпечило можливість здійснювати двосторонній зв'язок у найрізноманітніших формах як у синхронному, так і в асинхронному режимі [323].

Наприкінці 80-х років ХХ століття бібліографія з проблем дистанційного навчання нараховувала близько двох тисяч публікацій тільки англійською та німецькою мовами. Однак слід зазначити, що теоретичні узагальнення 80-х суттєво не відрізнялись від зазначених теорій 70-х років і значно відставали від практики дистанційних університетів, які емпірично виробляли власні дидактичні стратегії [139].

Розвиток дистанційної освіти в Україні розпочався значно пізніше, ніж у країнах Західної Європи, і здійснювався за умов низького рівня інформатизації українського суспільства, слабкого оснащення комп'ютерною технікою шкіл України та відсутності методик дистанційного навчання. Проте більш пізній початок призвів до того, що сьогодні розвиток дистанційної освіти в Україні відбувається з урахуванням уже існуючих досягнень в цій галузі. В динаміці цього процесу можна умовно виділити кілька етапів. Перші кроки були зроблені ще наприкінці 90-х років минулого століття. У лютому 1998 р. Верховна Рада приймає Закон України «Про національну програму інформатизації» [75], в якому формулюються завдання щодо інформатизації освіти та визначаються напрямки їх реалізації. З моменту прийняття цього Закону в системі освіти

України відбувається ряд позитивних змін у галузі інформатизації та освоєння Internet.

З 1997 року в Україні регулярно проводяться Всеукраїнські конференції «Інтернет-технології в інформаційному просторі держави» (м. Ялта). В 1998 році науковці країни організовують та проводять національну конференцію в Одесі, на якій відбулося підписання меморандуму про співробітництво між 27 ВНЗ України. Спільною постановою Президії Національної Академії наук України і Колегії Міністерства освіти України в 1997 році було створено Асоціацію користувачів телекомунікаційних мереж закладів освіти і науки України з координуючим центром Європейської інтеграції у місті Києві, який у подальшому отримав офіційну назву «Українська науково-освітня телекомунікаційна мережа „УРАН”» [121].

В 2000 році Міністерство освіти та науки України затвердило «Концепцію розвитку дистанційної освіти в Україні», яка передбачає створення в країні системи освіти, що забезпечує розширення кола користувачів освітніх послуг, реалізацію системи безперервної освіти протягом всього життя та індивідуалізацію навчання при масовості освіти [106].

Крім того, створення Українського центру дистанційної освіти на основі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» дало можливість проводити в Україні курси навчання для викладачів ВНЗ, розробників дистанційних курсів і укладати договори з ВНЗ про співробітництво з метою координації розбудови системи дистанційної освіти в Україні [105].

Розвиток дистанційної освіти в Україні пройшов два етапи становлення. На першому етапі розвитку вітчизняної дистанційної освіти протягом 2001 року було:

- створено організаційну структуру системи дистанційної освіти;
- розроблено правові основи і стандарти дистанційної освіти;

- створено матеріально-технічну базу регіональних і локальних центрів дистанційної освіти;

- створено первинний фонд дистанційних курсів і забезпечено їх експериментальне впровадження;

- розроблено засади фінансування системи дистанційної освіти;

- реалізовано пілотні проекти впровадження дистанційної освіти.

На другому етапі становлення дистанційної освіти в Україні протягом 2002-2003 рр. проходило:

- повномасштабне розгортання і впровадження дистанційної освіти як форми навчання, рівноцінної з очною і заочною формами та екстернатом;

- розробка і впровадження системи пільг щодо використання комп'ютерних мереж і телекомунікаційної інфраструктури для складових системи дистанційної освіти (юридичних і фізичних осіб);

- впровадження системи ліцензування, атестації та акредитації закладів дистанційної освіти;

- інтеграція системи дистанційної освіти України у світову систему.

Інтенсивному впровадженню дистанційної освіти у вищих навчальних закладах протягом останніх років сприяло прийняття таких офіційних документів: «Програма розвитку системи дистанційного навчання» на 2004-2006 роки (2003 р.) [207], «Положення про дистанційне навчання» (2004 р.) [175], проект ліцензійних умов надання освітніх послуг у сфері вищої освіти за дистанційною формою навчання (2005 р.) [212], Державна програма «Інформаційні та комунікаційні технології в освіті і науці» на 2006-2010 роки [208].

Сьогодні в Україні вже функціонують понад 224 дистанційні курси, розроблені в центрах дистанційного навчання більш ніж десяти вищих навчальних закладів. Найбільш продуктивними на даний момент є такі заклади: Український інститут інформаційних технологій в освіті [284], Українська система дистанційного навчання [329] та Харківський національний політехнічний університет [176].

## Додаток Б

## Анкета для вчителів інформатики

1. Ваше прізвище, ім'я та по-батькові: \_\_\_\_\_

2. Місце роботи (вказати повну назву навчального закладу): \_\_\_\_\_

3. Загальний педагогічний стаж:

\_\_\_\_\_ місяців або \_\_\_\_\_ років

4. Стаж роботи вчителем інформатики:

\_\_\_\_\_ місяців або \_\_\_\_\_ років

5. Чи маєте Ви досвід навчання математики? Якщо так, то який його термін?

Так, \_\_\_\_\_ місяців або \_\_\_\_\_ років

Ні

6. Вкажіть якою мірою Вам доводиться працювати з учнями різних профілів навчання, якщо:

0 означає, що Ви «взагалі не працюєте з учнями зазначеного профілю»;

1 – «з учнями даного профілю працюєте на рівні з іншими»;

2 – «переважно працюєте з учнями даного профілю».

Профіль навчання	0	1	2
фізико-математичний	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
гуманітарний	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
загальноосвітній	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
інший 1 _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
інший 2 _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Чи доводилося Вам готувати конкурсні учнівські роботи? Якщо так, то за яким напрямом?

Так, за напрямом \_\_\_\_\_

Ні

8. Які математичні дослідницькі програмні засоби Ви пропонуєте учням для опанування у процесі вивчення розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення»?

пакети програмного комплексу GRAN

система динамічної геометрії DG

- програмний комплекс TerM  
 система комп'ютерної математики MathCAD  
 система комп'ютерної математики Maple  
 система комп'ютерної математики Maxima  
 інший програмний засіб: \_\_\_\_\_  
 не вважаю доцільним у шкільному курсі інформатики навчати математичних засобів дослідницького призначення

**9. Дайте оцінку сформованості практичних умінь у переважній частині учнів наприкінці вивчення розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» за виділений програмою час:**

**2** означає, що учні «виконують самостійно»;

**1** – «виконують, звертаючись за консультацією до вчителя»;

**0** – «не виконують».

<b>Практичні уміння</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
готувати програмний засіб до роботи (знаходити, відкрити вікно і т.д.)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
вводити числові вирази різного рівня складності та обчислювати їх значення	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
будувати графіки функцій	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
спрощувати символічні вирази	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
розв'язувати рівняння та/або нерівності	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
обчислювати значення функцій в точці	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
знаходити границю послідовності (функції)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
знаходити похідну функції та обчислювати її значення в даній точці	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
знаходити первісну функції	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Додаток В

Таблиця В.1

**Зміст навчального матеріалу факультативу  
«Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях»  
(для класів фізико-математичного профілю)**

<b>№</b>	<b>Назва тематичного модуля</b>	<b>Кількість навчальних годин</b>
<b>10 клас (20 годин)</b>		
1.	<p><b>Вступ до курсу</b></p> <p>Загальна характеристика та класифікація програмних засобів математичного призначення; поняття системи комп'ютерної математики (СКМ), характеристика СКМ Maple, Mathematica та Maxima; поняття мережної системи комп'ютерної математики (Web-СКМ), відмінні характеристики Web-СКМ; поняття Web-інтегратора; загальна характеристика Sage; приклади розв'язування задач шкільної математики за допомогою СКМ.</p>	1
2.	<p><b>Початок роботи у СКМ</b></p> <p>Огляд інтерфейсу; основні принципи роботи: операції з файлами системи, команди і вирази, ініціалізація процесу обчислень, робота з довідковою системою тощо.</p>	2
3.	<p><b>LaTeX як засіб візуалізації математичних текстів</b></p> <p>Передумови та історія виникнення мови LaTeX. Основні команди написання математичних текстів.</p>	1
4.	<p><b>Перетворення виразів</b></p> <p>Функції перетворення цілих виразів: зведення подібних, розкриття дужок, розкладання на множники.</p> <p>Функції спрощення раціональних, ірраціональних,</p>	3



№	Назва тематичного модуля	Кількість навчальних годин
	трансцендентних та тригонометричних виразів.	
5.	<p><b>Робота з графікою</b></p> <p>Функції задання та побудови графічних примітивів на площині; основні та додаткові параметри функцій; побудова кількох графічних об'єктів у одній області побудови; способи збереження графічних зображень у файл; додавання підписів до графічних зображень.</p> <p>Побудова графіків функцій та залежностей між змінними, перетворення графіків та їх комбінування.</p> <p>Функції задання та побудови графічних примітивів у просторі. Відмінності у роботі з просторовими зображеннями</p> <p>Підготовка анімованих ілюстрацій.</p>	4
6.	<p><b>Розв'язування рівнянь та їх систем</b></p> <p>Аналітичний спосіб розв'язування алгебраїчних рівнянь.</p> <p>Наближене розв'язування трансцендентних рівнянь.</p> <p>Аналітичний та графічний способи розв'язування системи алгебраїчних рівнянь.</p>	3
7.	<p><b>Основи програмування</b></p> <p>Основи структурного програмування: програмування лінійного обчислювального процесу; програмування розгалуженого обчислювального процесу, поняття простої та складеної умови; програмування циклічних обчислювальних процесів.</p> <p>Основи процедурного програмування: програмування підпрограм-функцій.</p>	6

№	Назва тематичного модуля	Кількість навчальних годин
	Програмування елементів управління типу «поле для введення», «повзунок», «прапорець», «список» та «меню».	
<b>11 клас (14 годин)</b>		
8.	<p><b>Операції початків аналізу</b></p> <p>Обчислення границь послідовностей та функцій.</p> <p>Диференціювання функції, знаходження похідних вищих порядків.</p> <p>Інтегрування функції, обчислення визначеного інтегралу.</p>	3
9.	<p><b>Операції над векторами</b></p> <p>Задання вектору, визначення довжини вектору, побудова вектору, виконання арифметичних операцій над векторами, обчислення скалярного добутку векторів.</p>	1
10.	<p><b>Операції над матрицями</b></p> <p>Задання матриць різних видів, обчислення визначника матриці, розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь за формулами Крамера.</p>	1
11.	<p><b>Розв'язування звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР)</b></p> <p>Розв'язування ЗДР з відокремлюваними змінними способом інтегрування обох частин.</p> <p>Застосування спеціальних функцій СКМ для розв'язування лінійних ЗДР першого та другого порядку: пошук загального та частинного розв'язків.</p>	3
12.	<b>Розв'язування задач комбінаторики</b>	2

№	Назва тематичного модуля	Кількість навчальних годин
	Визначення набору перестановок, кортежів, розміщень та комбінацій (без повторень та з повтореннями), підрахування їх кількості.	
13.	<b>Робота з інтерфейсом іншої СКМ у середовищі Sage</b> Особливості розв'язування математичних задач за допомогою команд СКМ Maxima у середовищі Sage.	2
14.	<b>Розширення можливостей використання системи Sage за рахунок імпортування Java-апплетів</b> Налаштування апплету системи GeoGebra для роботи у середовищі Sage. Розв'язування задач з планіметрії за допомогою GeoGebra у середовищі Sage.	2
<b>Кількість навчальних годин разом:</b>		34

## Додаток Г

### Візуалізація математичних текстів в Sage засобами LaTeX

В рамках однойменного модуля учні навчаються застосовувати команди мови LaTeX для відображення математичних формул на робочому аркуші поза командним полем (в HTML-блоці), на зразок того, як це виконано у текстах уроків і завдань для практичного виконання. Знання з даної теми необхідні учням для оформлення результатів роботи над дослідницькими проектами, для додавання підписів в полі графічних побудов, а також для коментування результатів обчислень. Мова йде про роботу з Sage-аркушем у режимі редагування (*Edit*).

Після ознайомлення учнів із загальною характеристикою мови LaTeX та її призначенням вводяться основні принципи набирання формул за допомогою LaTeX:

1. Формулами вважають як цілі формули, так і окремі цифри чи літери, а також спецсимволи і верхні та нижні індекси.

2. Кожна літера у формулі розглядається як ім'я змінної і буде зображена шрифтом «математичний курсив» (на відміну від звичайного курсиву, в ньому збільшені відстані між сусідніми літерами).

3. Для включення формули у форматі LaTeX у текст робочого аркушу використовують конструкцію:

$\$$ команда (чи послідовність команд) LaTeX $\$$  (для розміщення математичного виразу  
у *тексті*)

або

$\$\$$ команда (чи послідовність команд) LaTeX $\$\$$  (для розміщення математичного виразу  
у *вільному рядку*)

4. Команди в LaTeX починаються з символу «\» (backslash – обернений слеш), після якого зазначається власне ім'я команди (NameCommand) та її

можливі параметри – додаткові (зазначаються у квадратних дужках) та основні (зазначаються у фігурних дужках):

$$\backslash\text{NameCommand}[\text{param1}][\text{param2}]\{\text{param3}\}\{\text{param4}\}.$$

5. Ім'я команди складається з латинських літер і є цілком осмисленим.

6. Пропуски, які мають місце у вихідному тексті формули (наборі команд LaTeX) ігноруються – пропуски в математичних формулах будуть розставлені автоматично (наприклад, з обох боків знака рівності будуть розставлені невеликі пропуски). Якщо пропуски потрібні до чи після формули у тексті, їх треба поставити поза знаками доларів.

Наступним етапом навчання за темою є ознайомлення учнів з правилами та прийомами написання формул шкільної математики, використовуючи команди LaTeX.

#### *Показники степенів та індекси*

Показники степенів та індекси набираються за допомогою знаків “^” та “\_” відповідно:

<i>Математичний вираз</i>	<i>Команда LaTeX</i>
$x_0$	$x\_0$
$x^3$	$x^3$

Якщо індекс чи показник степеня є виразом, що складається більш як з одного символу, то його треба розмістити у фігурні дужки:

<i>Математичний вираз</i>	<i>Команда LaTeX</i>
$a_{21}$	$a_{\{21\}}$
$x^{-1}$	$x^{\{-1\}}$

Якщо для однієї літери є як верхні, так і нижні індекси, то їх вказують за наведеними правилами у довільному порядку:

<i>Математичний вираз</i>	<i>Команда LaTeX</i>

$C_n^k$	$C_n^k$ або $C^k_n$
---------	---------------------

Запис  $2^{x^3}$  для формули «2 в степені, рівному  $x$  у кубі» є помилковим, правильним є запис  $2^{\{x^3\}}$ .

*Звичайні дроби та десяткові дробові числа*

Для зображення звичайних дробів у форматі  $\frac{numerator}{denominator}$ , де *numerator* –

чисельник, *denominator* – знаменник, призначено команду

`\frac{param1}{param2}`

з двома основними параметрами: *param1* – чисельник, *param2* – знаменник.

<i>Математичний вираз</i>	<i>Команда LaTeX</i>
$\frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4} = ab$	<code>\frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4} = ab</code>

Якщо чисельник та/або знаменник є односимвольним виразом, то брати їх у дужки немає потреби:

<i>Математичний вираз</i>	<i>Команда LaTeX</i>
$\frac{1}{2} + \frac{x}{2} = \frac{1+x}{2}$	<code>\frac{1}{2} + \frac{x}{2} = \frac{1+x}{2}</code>

Для зображення десяткового числа, в якому дробова частина відокремлюється від цілої комою, необхідно взяти десяткову кому у фігурні дужки, в протилежному випадку після коми буде автоматично поставлений небажаний невеликий пропуск:

<i>Математичний вираз</i>	<i>Команда LaTeX</i>
5,836	<code>5{,}836</code>
5, 836	<code>5,836</code>

*Корені*

Для зображення квадратного кореня призначено команду

$$\backslash\text{sqrt}[\text{param1}]{\text{param2}},$$

основним параметром якої є підкореневий вираз ( $\text{param2}$ ).

<i>Математичний вираз</i>	<i>Команда LaTeX</i>
$\sqrt{x^2} =  x $	$\backslash\text{sqrt}\{x^2\}= x $

Для зображення кореня довільного степеня, його показник зазначається як додатковий параметр  $\text{param1}$ :

<i>Математичний вираз</i>	<i>Команда LaTeX</i>
$\sqrt[3]{x^3} = x$	$\backslash\text{sqrt}[3]\{x^3\}=x$

### *Основні математичні функції*

Для зображення назв основних математичних функцій, таких як **sin**, **cos**, **log** та ін., які прийнято друкувати прямим шрифтом, звичайно призначено од-  
нойменні команди:

<i>Функція</i>	<i>Команда LaTeX</i>	<i>Функція</i>	<i>Команда LaTeX</i>
sin	$\backslash\text{sin}$	arcsin	$\backslash\text{arcsin}$
cos	$\backslash\text{cos}$	arccos	$\backslash\text{arccos}$
tan	$\backslash\text{tan}$	arctan	$\backslash\text{arctan}$
cot	$\backslash\text{cot}$	log	$\backslash\text{log}$
lg	$\backslash\text{lg}$	ln	$\backslash\text{ln}$

Необхідно звернути увагу учнів на те, що в стандартний набір команд LaTeX не входять команди для функцій **tg** і **ctg**, оскільки в англomовних країнах ці функції прийнято позначати  $\text{tan}$  та  $\text{cot}$  відповідно.

<i>Математичний вираз</i>	<i>Команда LaTeX</i>
$\log_5 125 = 3$	$\backslash\text{log}_5 125=3$

$\log_2 10 = \frac{\ln 10}{\ln 2}$	<code>\log_2 10 = \frac{\ln 10}{\ln 2}</code>
------------------------------------	---

### Дужки

Зображення однорядкових круглих та квадратних дужок буде виконано без будь-яких спеціальних прийомів.

Для зображення фігурних дужок призначено команди `\{` та `\}`. Для автоматичного вибору розміру дужки для виразів виду  $1 + \left(\frac{1}{1-x^2}\right)^3$  перед лівою (відкриваючою) дужкою треба зазначити команду `\left`, перед правою (закриваючою) – `\right`:

$$1 + \left(\frac{1}{1-x^2}\right)^3$$

### Грецькі літери

Ім'я команди для задання маленької грецької літери співпадає з англійською назвою цієї літери (наприклад, для зображення літери  $\alpha$  призначено команду `\alpha`).

Таблиця Г.1

**Таблиця команд для зображення грецьких літер**

$\text{A } \alpha$	<code>\Alpha \alpha</code>	$\text{I } \iota$	<code>\iota \iota</code>	$\Sigma \sigma$	<code>\Sigma \sigma</code>
$\text{B } \beta$	<code>\Beta \beta</code>	$\text{K } \kappa$	<code>\Kappa \kappa</code>	$\varsigma$	<code>\varsigma</code>
$\text{Г } \gamma$	<code>\Gamma \gamma</code>	$\text{Л } \lambda$	<code>\Lambda \lambda</code>	$\text{T } \tau$	<code>\Tau \tau</code>
$\Delta \delta$	<code>\Delta \delta</code>	$\text{M } \mu$	<code>\Mu \mu</code>	$\Upsilon \upsilon$	<code>\Upsilon \upsilon</code>
$\text{E } \epsilon$	<code>\Epsilon \epsilon</code>	$\text{N } \nu$	<code>\Nu \nu</code>	$\Phi \phi$	<code>\Phi \phi</code>
$\varepsilon$	<code>\varepsilon</code>	$\Xi \xi$	<code>\Xi \xi</code>	$\varphi$	<code>\varphi</code>
$\text{Z } \zeta$	<code>\Zeta \zeta</code>	$\text{П } \pi$	<code>\Pi \pi</code>	$\text{X } \chi$	<code>\Chi \chi</code>
$\text{H } \eta$	<code>\Eta \eta</code>	$\varpi$	<code>\varpi</code>	$\Psi \psi$	<code>\Psi \psi</code>
$\Theta \theta$	<code>\Theta \theta</code>	$\text{P } \rho$	<code>\Rho \rho</code>	$\Omega \omega$	<code>\Omega \omega</code>
$\vartheta$	<code>\vartheta</code>	$\varrho$	<code>\varrho</code>		

### Спецсимволи



Символи, якими позначають операції додавання (+), віднімання (−), множення (\*), ділення (:), а також відношення «бути менше» (<), «бути більше» (>) та «бути рівним» (=) не є спеціальними, а тому для їх зображення команди LaTeX непотрібні.

Команди, призначені для зображення спеціальних символів бінарних операцій та відношень, що розглядаються у шкільній математиці, подано у таблиці Д.2:

Таблиця Г.2

**Таблиця спецсимволів бінарних операцій та відношень**

<i>Спецсимвол</i>	<i>Команда LaTeX</i>	<i>Спецсимвол</i>	<i>Команда LaTeX</i>
$\pm$	<code>\pm</code>	$\neq$	<code>\ne</code>
$\mp$	<code>\mp</code>	$\leq$	<code>\le</code>
$\times$	<code>\times</code>	$\geq$	<code>\ge</code>
$\div$	<code>\div</code>	$\approx$	<code>\approx</code>
$\cdot$	<code>\cdot</code>	$\equiv$	<code>\equiv</code>

*Додаткові спецсимволи*

Окрім розглянутих спеціальних символів бінарних операцій та відношень, у шкільній математиці досить поширеними є застосування позначень, прийнятих у геометрії, а також позначень нескінченності, порожньої множини та ін.

Таблиця Г.3

**Додаткова таблиця спецсимволів «шкільної математики»**

<i>Спецсимвол</i>	<i>Команда LaTeX</i>	<i>Спецсимвол</i>	<i>Команда LaTeX</i>
$\parallel$	<code>\parallel</code>	$\infty$	<code>\infty</code>
$\perp$	<code>\perp</code>	$\emptyset$	<code>\emptyset</code>
$\sphericalangle$	<code>\angle</code>	$\bar{a}$	<code>\bar{a}</code>
$\triangle$	<code>\triangle</code>	$\vec{a}$	<code>\vec{a}</code>

## Додаток Д

Таблиця Д.1

Зразок змісту глосарія до модуля  
«*LaTeX* як засіб візуалізації математичних текстів»

Команда LaTeX	Призначення	Ключове(і) слово(а) для пошуку
<code>\angle</code>	для зображення позначення кута	кут
<code>\alpha</code>	для відображення грецької літери "альфа"	альфа, грецькі літери
<code>\beta</code>	для відображення грецької літери "бета"	бета, грецькі літери
<code>\cdot</code>	для позначення операції множення ( $\cdot$ )	крапка, множення
<code>\delta</code>	для відображення грецької літери "дельта"	дельта, грецькі літери
<code>\div</code>	для позначення символу операції ділення ( $\div$ )	ділення
<code>\dot</code>	для відображення позначення похідної першого порядку	похідна
<code>\frac</code>	для відображення дроби.  Формат подання команди: $\frac{\text{чисельник}}{\text{знаменник}}$	дріб, звичайний дріб
<code>\gamma</code>	для відображення грецької літери "гамма"	гамма, грецькі літери
<code>\ge</code>	для позначення відношення "бути більшим або рівним" ( $\geq$ )	нерівність, символи нерівності, бінарне відношення
<code>\infty</code>	для відображення нескінченності	нескінченність

Команда LaTeX	Призначення	Ключове(і) слово(а) для пошуку
<b>\int</b>	<p>для відображення інтеграла.</p> <p>Формат подання команди для відображення визначеного інтеграла:</p> $\int_{\text{нижня межа}}^{\text{верхня межа}}$ <p>Для відображення невизначеного інтеграла досить зазначити ім'я команди.</p>	інтеграл
<b>\le</b>	для позначення відношення "бути меншим або рівним" ( $\leq$ ).	нерівність, символи нерівності, бінарне відношення
<b>\left</b>	для написання лівої дужки ("(", "[", "{"), висота якої відповідає висоті виразу	дужки
<b>\lg</b>	для відображення позначення десятичного логарифму	десятковий логарифм
<b>\lim</b>	<p>для відображення границі (ліміту)</p> <p>Формат подання команди:</p> $\lim_{\text{змінна} \rightarrow \text{граничне значення змінної}} \text{вираз}$	границя, ліміт
<b>\ln</b>	для відображення натурального логарифму	натуральний логарифм
<b>\log</b>	<p>для відображення логарифму (log) довільної основи</p> <p>Формат подання команди:</p> $\log_{\text{основа логарифму}} \text{підлогарифмічний вираз}$	логарифм
<b>\neq</b>	для позначення відношення "бути нерівним"	нерівність

Команда LaTeX	Призначення	Ключове(і) слово(а) для пошуку
<b>\parallel</b>	для відображення позначення паралельності	паралельність
<b>\perp</b>	для позначення перпендикулярності	перпендикулярність
<b>\pi</b>	для відображення математичної константи і грецької літери $\pi$	пі, константи, грецькі літери
<b>\pm</b>	для позначення символу $\pm$	плюс, мінус, спеціальні математичні символи
<b>\rho</b>	для відображення грецької літери $\rho$	ро, грецькі літери
<b>\right</b>	для написання правої дужки (")", "]", "})", висота якої відповідає висоті виразу	дужки
<b>\sqrt</b>	<p>для відображення арифметичного кореня.</p> <p>Формат подання команди:</p> <p><b><code>\sqrt[степені]{підкореневий вираз}</code></b></p> <p><i>Примітка.</i> Для відображення арифметичного квадратного кореня степінь можна не вказувати:</p> <p><b><code>\sqrt {підкореневий вираз}</code>.</b></p>	корінь, радикал
<b>\triangle</b>	для відображення позначення трикутника	трикутник
<b>\varnothing</b>	для позначення порожньої множини	порожня множина
<b>\vec</b>	<p>для відображення позначення вектора.</p> <p>Формат подання команди:</p> <p><b><code>\vec{a}</code></b></p>	вектор

Команда LaTeX	Призначення	Ключове(і) слово(а) для пошуку
^	<p>для написання верхніх індексів.</p> <p>Приклади застосування:</p> <p>1. <math>e^{\{3x\}}+1=e</math>  <i>Результат:</i> <math>e^{3x}+1=e</math>.</p> <p>2. <math>ax^{\{2\}}+bx+c=0</math>  <i>Результат:</i> <math>ax^2+bx+c=0</math>.</p> <p>3. <math>ax^2+bx+c=0</math>  <i>Результат:</i> <math>ax^2+bx+c=0</math>.</p> <p><i>Примітка.</i> Якщо в індексі лише один символ, то фігурні дужки можна не застосовувати.</p>	індекси, верхній індекс
_	<p>для написання нижніх індексів.</p> <p>Приклади застосування:</p> <p>1. <math>a_{\{11\}}+a_{\{12\}}+a_{\{13\}}=0</math>  <i>Результат:</i> <math>a_{11}+a_{12}+a_{13}=0</math>.</p> <p>2. <math>x_{\{1\}}+x_{\{2\}}=-b</math>  <i>Результат:</i> <math>x_1+x_2=-b</math>.</p> <p>3. <math>x_1+x_2=-b</math>  <i>Результат:</i> <math>x_1+x_2=-b</math>.</p> <p><i>Примітка.</i> Якщо в індексі лише один символ, то фігурні дужки можна не застосовувати.</p>	індекси, нижній індекс

## Додаток Е

## Зразки тестових завдань до модуля «Sage: елементи комбінаторики»

1. Вказати функцію (функції) Sage для визначення  $PP_n(k_1, k_2, \dots, k_m)$ .

- a. `tuples()`
- b. **`number_of_permutations()`**
- c. `combinations()`
- d. `number_of_tuples()`
- e. `arrangements()`
- f. `number_of_combinations()`
- g. `permutations()`
- h. `number_of_arrangements()`
- i. `factorial()`

2. Вказати програмний код для визначення кількості способів розміщення 3 учнів на 6 стільцях.

- a. `myset1=[1,2,3]; number_of_combinations(myset1,6)`
- b. `myset1=[1,2,3]; number_of_tuples(myset1,6)`
- c. `myset2=[1,2,3,4,5,6]; number_of_combinations(myset2,3)`
- d. `myset2=[1,2,3,4,5,6]; number_of_tuples(myset2,3)`
- e. **`myset2=[1,2,3,4,5,6]; number_of_arrangements(myset2,3)`**
- f. `myset1=[1,2,3]; number_of_arrangements(myset1,6)`

3. Яку команду (чи команди) Sage слід виконати для визначення набору розміщень з елементів множини `myset=['+', '-', '?']` по 2 елементи?

- a. `tuples(myset,2)`
- b. **`arrangements(myset,2)`**
- c. `number_of_combinations(myset,2)`
- d. `number_of_tuples(myset,2)`
- e. `number_of_arrangements(myset,2)`
- f. `combinations(myset,2)`

4. До кожного питання вибрати відповідну команду Sage із випадуючого списку:

кількість кортежів з елементів множини  $S$  по  $k$  елементів

`number_of_arrangements(S,k)`  
`number_of_pemutations(S,k)`  
`combinations(S,k)`  
`number_of_combinations(S,k)`  
`permutations(S)`  
**`number_of_tuples(S,k)`**  
`arrangements(S,k)`  
`tuples(S,k)`

всі розміщення з елементів множини $S$ по $k$ елементів	number_of_arrangements( $S, k$ ) number_of_pemutations( $S, k$ ) combinations( $S, k$ ) number_of_combinations( $S, k$ ) permutations( $S$ ) number_of_tuples( $S, k$ ) <b>arrangements(<math>S, k</math>)</b> tuples( $S, k$ )
всі кортежі з елементів множини $S$ довжини $k$	number_of_arrangements( $S, k$ ) number_of_pemutations( $S, k$ ) combinations( $S, k$ ) number_of_combinations( $S, k$ ) permutations( $S$ ) number_of_tuples( $S, k$ ) arrangements( $S, k$ ) <b>tuples(<math>S, k</math>)</b>
всі комбінації з елементів множини $S$ по $k$ елементів	number_of_arrangements( $S, k$ ) number_of_pemutations( $S, k$ ) <b>combinations(<math>S, k</math>)</b> number_of_combinations( $S, k$ ) permutations( $S$ ) number_of_tuples( $S, k$ ) arrangements( $S, k$ ) tuples( $S, k$ )
кількість перестановок з елементів множини $S$	number_of_arrangements( $S, k$ ) <b>number_of_pemutations(<math>S, k</math>)</b> combinations( $S, k$ ) number_of_combinations( $S, k$ ) permutations( $S$ ) number_of_tuples( $S, k$ ) arrangements( $S, k$ ) tuples( $S, k$ )
всі перестановки з елементів множини $S$	number_of_arrangements( $S, k$ ) number_of_pemutations( $S, k$ ) combinations( $S, k$ ) number_of_combinations( $S, k$ ) <b>permutations(<math>S</math>)</b> number_of_tuples( $S, k$ ) arrangements( $S, k$ ) tuples( $S, k$ )

кількість комбінацій з елементів множини  $S$  по  $k$  елементів

number\_of\_arrangements( $S, k$ )  
 number\_of\_permutations( $S, k$ )  
 combinations( $S, k$ )  
**number\_of\_combinations( $S, k$ )**  
 permutations( $S$ )  
 number\_of\_tuples( $S, k$ )  
 arrangements( $S, k$ )  
 tuples( $S, k$ )

кількість розміщень з елементів множини  $S$  по  $k$  елементів

**number\_of\_arrangements( $S, k$ )**  
 number\_of\_permutations( $S, k$ )  
 combinations( $S, k$ )  
 number\_of\_combinations( $S, k$ )  
 permutations( $S$ )  
 number\_of\_tuples( $S, k$ )  
 arrangements( $S, k$ )  
 tuples( $S, k$ )

**5. Яку команду (чи команди) Sage слід виконати для визначення набору розміщень з повтореннями з елементів множини  $myset=['+', '- ', '?']$  по 2 елементи?**

- a. number\_of\_combinations('+', '+', '- ', '- ', '?', '?', 2)
- b. number\_of\_arrangements('+', '+', '- ', '- ', '?', '?', 2)
- c. **tuples(myset, 2)**
- d. combinations(myset, 2)
- e. combinations('+', '+', '- ', '- ', '?', '?', 2)
- f. number\_of\_arrangements(myset, 2)
- g. number\_of\_tuples('+', '+', '- ', '- ', '?', '?', 2)
- h. tuples('+', '+', '- ', '- ', '?', '?', 2)
- i. number\_of\_combinations(myset, 2)
- j. number\_of\_tuples(myset, 2)
- k. **arrangements('+', '+', '- ', '- ', '?', '?', 2)**
- l. number\_of\_tuples(myset, 2)
- m. arrangements(myset, 2)

**6. Вказати функцію (функції) Sage для визначення  $CC_n^m$**

- a. combinations()
- b. number\_of\_permutations()
- c. number\_of\_arrangements()
- d. factorial()
- e. tuples()
- f. number\_of\_tuples()
- g. arrangements()
- h. permutations()



i. *number\_of\_combinations()*

7. Яку команду (чи команди) Sage слід виконати для визначення всіх кортежів з елементів множини  $\text{myset} = ['+', '-', '?']$  довжиною 2?

- a. `arrangements(myset, 2)`  
 b. *`tuples(myset, 2)`*  
 c. `combinations(myset, 2)`  
 d. `number_of_tuples(myset, 2)`  
 e. `number_of_combinations(myset, 2)`  
 f. `number_of_arrangements(myset, 2)`

8. Вказати функцію (функції) Sage для визначення  $P_n$

- a. *`number_of_permutations()`*  
 b. `permutations()`  
 c. `arrangements()`  
 d. `combinations()`  
 e. `tuples()`  
 f. `number_of_arrangements()`  
 g. `number_of_combinations()`  
 h. `number_of_tuples()`  
 i. *`factorial()`*

9. Вказати функцію (функції) Sage для визначення  $AA_n^m$

- a. `arrangements()`  
 b. `permutations()`  
 c. `number_of_permutations()`  
 d. *`number_of_tuples()`*  
 e. *`number_of_arrangements()`*  
 f. `number_of_combinations()`  
 g. `combinations()`  
 h. `factorial()`  
 i. `tuples()`

10. Вказати функцію (функції) Sage для визначення  $C_n^k$

- a. `combinations()`  
 b. `permutations()`  
 c. `number_of_tuples()`  
 d. *`number_of_combinations()`*  
 e. `arrangements()`  
 f. `tuples()`  
 g. `factorial()`  
 h. `number_of_arrangements()`

i. `number_of_permutations()`

**11. Яку команду (чи команди) Sage слід виконати для визначення набору сполучень з елементів множини `myset=['+', '-', '?']` по 2 елементи?**

- a. ***combinations(myset, 2)***  
 b. `number_of_combinations(myset, 2)`  
 c. `arrangements(myset, 2)`  
 d. `number_of_tuples(myset, 2)`  
 e. `number_of_arrangements(myset, 2)`  
 f. `tuples(myset, 2)`

**12. Вказати програмний код для визначення кількості способів вибору 3 книжок із 6.**

- a. `myset2=[1, 2, 3, 4, 5, 6]; number_of_arrangements(myset2, 3)`  
 b. `myset2=[1, 2, 3, 4, 5, 6]; number_of_tuples(myset2, 3)`  
 c. ***myset2=[1, 2, 3, 4, 5, 6]; number\_of\_combinations(myset2, 3)***  
 d. `myset1=[1, 2, 3]; number_of_combinations(myset1, 6)`  
 e. `myset1=[1, 2, 3]; number_of_arrangements(myset1, 6)`  
 f. `myset1=[1, 2, 3]; number_of_tuples(myset1, 6)`

**13. Вказати функцію (функції) Sage для визначення  $A_n^k$**

- a. `combinations()`  
 b. `tuples()`  
 c. `number_of_tuples()`  
 d. `arrangements()`  
 e. `permutations()`  
 f. `factorial()`  
 g. `number_of_combinations()`  
 h. `number_of_permutations()`  
 i. ***number\_of\_arrangements()***



**4. Вкажіть джерела Ваших знань щодо особливостей застосування програмних засобів для розв'язування математичних задач?**

- шкільний курс інформатики  
 позакласна робота з інформатики під керівництвом вчителя  
 шкільний курс математики  
 позакласна робота з математики під керівництвом вчителя  
 самоосвіта  
 інше (впишіть тут)

**5. Що стало передумовою Вашого навчання у курсі "Комп'ютерні технології у наукових дослідженнях"?**

- альтернативний спосіб складання державної атестації з інформатики у формі захисту творчої роботи (проекту)  
 стійкі знання про особливості розв'язування математичних задач засобами СКМ, що стануть основою застосування інструментарію СКМ у наукових дослідженнях  
 набуття нових знань, як спосіб організації дозвілля  
 інше (впишіть тут)

**6. Дайте оцінку Вашим умінням працювати з переліченими Інтернет-послугами, якщо:**

**1** означає, що Ви *«не маєте уявлення про принципи роботи з послугою»*;

**2** – *«маєте уявлення про принципи роботи з послугою»*;

**3** – *«з послугою працюєте невпевнено»*;

**4** – *«впевнено працюєте з послугою»*.

<b>Інтернет-послуги</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>Електронна пошта</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>Форум</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>Чат</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>Wiki</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**7. Чи маєте Ви досвід самостійного набуття знань за дистанційною формою?**

- Так  Ні

**8. Вкажіть, де і протягом якого часу Ви можете виконувати звернення до навчальних ресурсів курсу у мережі Інтернет?**

- лише у комп'ютерному класі навчального закладу  
 поза навчальним закладом, 3-5 годин на тиждень  
 поза навчальним закладом, щодня

**9. Скільки часу Ви можете виділити для опанування навчальних матеріалів курсу?**

- менше 3 годин на тиждень  
 від 3 до 7 годин на тиждень  
 понад 7 годин на тиждень

**10. Навчальний заклад (повна назва):** (впишіть тут)

**11. Клас:**

- менше 3 годин на тиждень
- від 3 до 7 годин на тиждень
- понад 7 годин на тиждень

**12. Профіль навчання:**

- фізико-математичний
- гуманітарний
- загальноосвітній
- інший (впишіть тут)

## Додаток 3

## Фрагмент реалізації проекту

## «Розробка програми для демонстрації чисельних методів інтегрування»

```

def tab_list(y, headers = None):
    '''
    Converts a list into an html table with borders.
    '''
    s = '<table border = 1>'
    if headers:
        for q in headers:
            s = s + '<th>' + str(q) + '</th>'
    for x in y:
        s = s + '<tr>'
        for q in x:
            s = s + '<td width=75>' + str(q) + '</td>'
        s = s + '</tr>'
    s = s + '</table>'
    return s

@interact
def _ (f=input_box(label="Підінтегральна функція:",
    default=-4*x*(x-1)), n=input_box(label="Кількість проміж-
ків розбиття:", \
                                default=10), \
    xm=input_box(label="Початкова точка проміжку розбит-
тя:", \
                                default=0), \
    xM=input_box(label="Кінцева точка проміжку розбиття:", \
    default=1), \
    ym=input_box(label="<i>y</i><sub>min</sub>", \
    default=-2), \
    yM=input_box(label="<i>y</i><sub>max</sub>", \
    default=1), \
    method=selector(["лівих прямокутників", \
                    "правих прямокутників", \
                    "середніх прямокутників", \
                    "трапецій"], n_rows=1, label='За формуло-
ю'),
    flag_table=checkbox(default=false, label='Показати таблицю')):

    displayplot = plot(f, xm, xM, thickness=2, rgbcolor='black')
    totalarea = 0
    delta = (xM-xm)/n
    list_x=[]
    list_y=[]
    for each in range(n):
        if (method=="лівих прямокутників"):
            list_x.append(float(xm+delta*each))
            list_y.append(float(f(xm+delta*each)))

```

```

displayplot = displayplot +
polygon([[xm+delta*each,0],\
        [xm+delta*each,f(xm+delta*each)],\
        [xm+delta*(each+1),f(xm+delta*each)],\
        [xm+delta*(each+1),0]])
totalarea = totalarea + delta * f(xm+delta*each)
elif (method=="правих прямокутників"):
list_x.append(float(xm+delta*(each+1)))
list_y.append(float(f(xm+delta*(each+1))))
displayplot = displayplot +
polygon([[xm+delta*each,0],\
        [xm+delta*each,f(xm+delta*(each+1))],\
        [xm+delta*(each+1),f(xm+delta*(each+1))],\
        [xm+delta*(each+1),0]],rgbcolor='red')
totalarea = totalarea + delta * f(xm+delta*(each+1))
elif (method=="середніх прямокутників"):

list_x.append(float(((xm+delta*each)+(xm+delta*(each+1)))/2))

list_y.append(float(f(((xm+delta*each)+(xm+delta*(each+1)))/2)
))
displayplot = displayplot +
polygon([[xm+delta*each,0],\
        [xm+delta*each,\
        f(((xm+delta*each)+(xm+delta*(each+1)))/2)],\
        [xm+delta*(each+1),\
        f(((xm+delta*each)+(xm+delta*(each+1)))/2)],\
        [xm+delta*(each+1),0]],rgbcolor=(1,0.5,0.5))
totalarea = totalarea + delta * f(xm+delta*(each+1))
else:

list_x.append(float(((xm+delta*each)+(xm+delta*(each+1)))/2))
list_y.append(float((f(xm+delta*each) + f(xm+delta*(each+1)))/2))
displayplot = displayplot +
polygon([[xm+delta*each,0],\
        [xm+delta*each,f(xm+delta*each)],\
        [xm+delta*(each+1),f(xm+delta*(each+1))],\
        [xm+delta*(each+1),0]],rgbcolor=(0.2,0.8,0.3))
totalarea = totalarea + \
delta * (f(xm+delta*each) + f(xm+delta*(each+1)))/2
totalarea=RR(totalarea)
html("Площа криволінійної трапеції: <b>" +
str(totalarea*1.0).rstrip('0')+"</b>.")
html("Обчислення виконано за формулою <b>" + method
+"</b>.")
displayplot.show(xmin=xm, xmax=xM, ymin=-0.5, ymax=yM)
if (flag_table==true):
html(tab_list([[i+1,list_x[i],list_y[i]] for i in
range(n)], headers = ['крок', 'x', 'y']))

```

Підінтегральна функція:

Кількість проміжків розбиття:

Початкова точка проміжку розбиття:

Кінцева точка проміжку розбиття:

$U_{\min}$ :

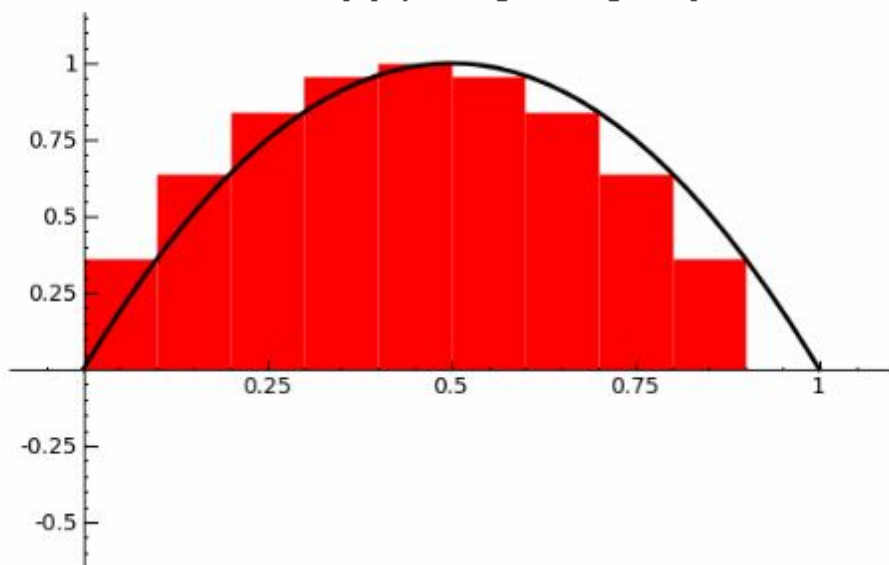
$U_{\max}$ :

За формулою:

Показати таблицю:

Площа криволінійної трапеції: **0.66**.

Обчислення виконано за формулою **правих прямокутників**.



крок	x	y
1	0.1	0.36
2	0.2	0.64
3	0.3	0.84
4	0.4	0.96
5	0.5	1.0
6	0.6	0.96
7	0.7	0.84
8	0.8	0.64
9	0.9	0.36
10	1.0	0.0

Рис. 3.1.



Підінтегральна функція:

Кількість проміжків розбиття:

Початкова точка проміжку розбиття:

Кінцева точка проміжку розбиття:

$U_{\min}$ :

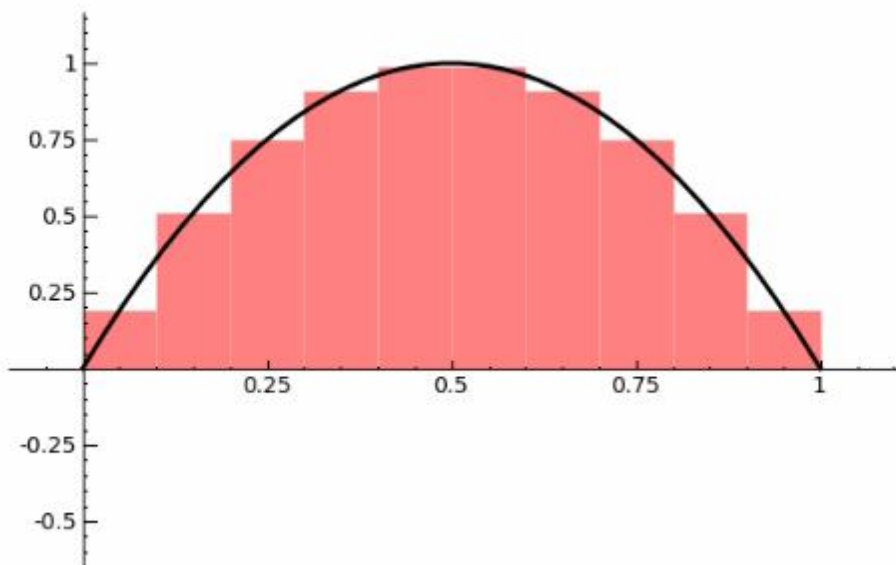
$U_{\max}$ :

За формулою:

Показати таблицю:

Площа криволінійної трапеції: **0.66**.

Обчислення виконано за формулою **середніх прямокутників**.



крок	x	y
1	0.05	0.19
2	0.15	0.51
3	0.25	0.75
4	0.35	0.91
5	0.45	0.99
6	0.55	0.99
7	0.65	0.91
8	0.75	0.75
9	0.85	0.51
10	0.95	0.19

Рис. 3.2.

## Додаток И

### Фрагмент реалізації проекту «Розробка програми для демонстрації пошуку наближених значень ко- ренів трансцендентних рівнянь»

```

def bisection_method(f, a, b, eps):
    try:
        f = f._fast_float_(f.variables()[0])
    except AttributeError:
        pass
    intervals = [(a,b)]
    two = float(2); eps = float(eps)
    while True:
        c = (a+b)/two
        fa = f(a); fb = f(b); fc = f(c)
        if abs(fc) < eps: return c, intervals
        if fa*fc < 0:
            a, b = a, c
        elif fc*fb < 0:
            a, b = c, b
        else:
            raise ValueError, "f must have a sign change\
            in the interval (%s,%s)"%(a,b)
        intervals.append((a,b))

@interact
def _(f = cos(x) - x, \
    a = float(0), \
    b = float(1), \
    eps=(-3, (-16..-1))):

    eps = 10^eps
    try:
        time c, intervals = bisection_method(f, a, b, eps)
    except ValueError:
        print "f must have opposite sign at the endpoints\
        of the interval"
        show(plot(f, a, b, color='red'), xmin=a, xmax=b)
    else:
        html("<p>Результат          find_root():          "          +
str(find_root(f,a,b)).rstrip('0'))
        html("<b>Наближене значення кореня: " + str(c) +
"</b>")
        html("Обчислення виконано з точністю: "          +
str(float(eps)))
        html("Кількість ітерацій: "+ str(len(intervals)))
        P = plot(f, a, b, color='red')
        h = (P.ymax() - P.ymin()) / (1.5*len(intervals))
        L = sum(line([(c,h*i), (d,h*i)]) for i,\
            (c,d) in enumerate(intervals) )
        L += sum(line([(c,h*i-h/4), (c,h*i+h/4)]) for i,\
            (c,d) in enumerate(intervals) )

```

```

L += sum(line([(d,h*i-h/4), (d,h*i+h/4)])) for i,
      (c,d) in enumerate(intervals) )
show(P + L, xmin=a, xmax=b)

```

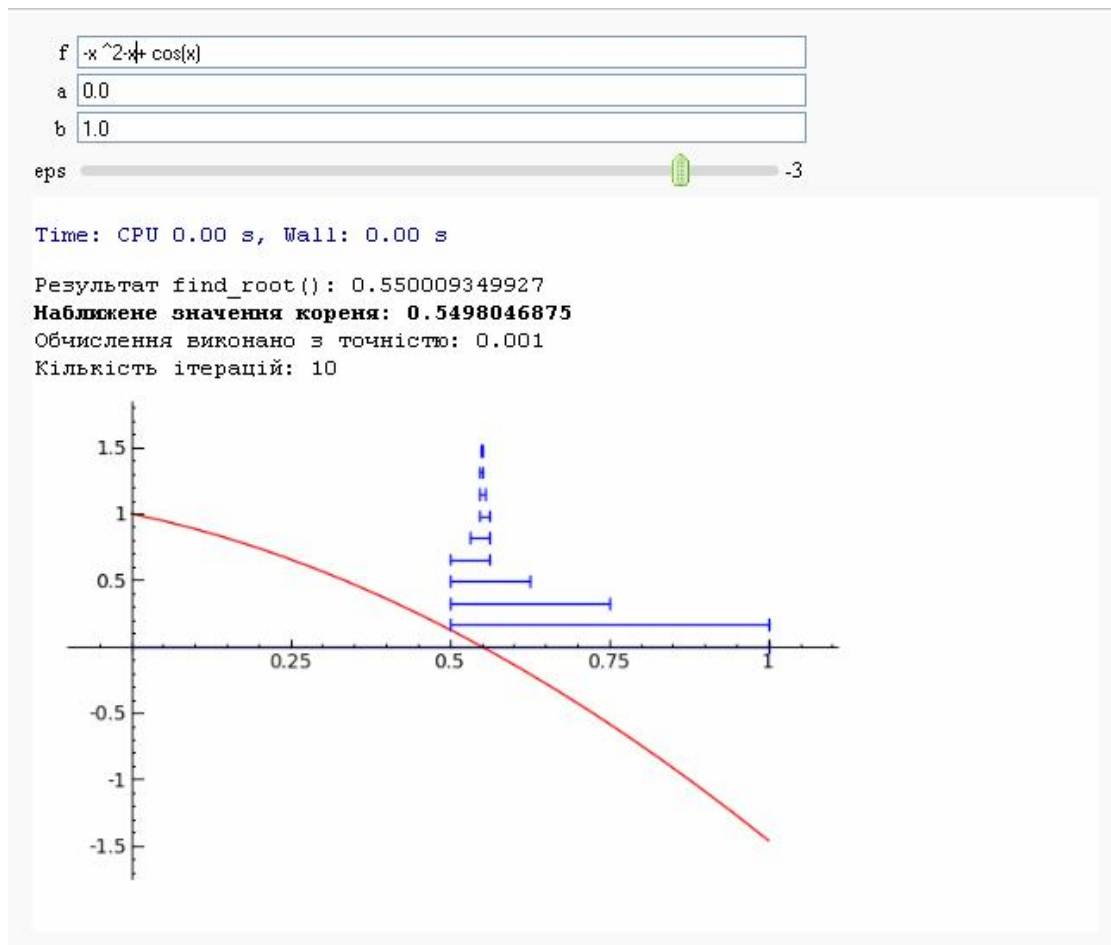


Рис. И.1.

## Додаток К

### Фрагмент реалізації проекту «Розв'язування задач апроксимації засобами Maple та Mathematica у середовищі Sage»

```
@interact
def maple_approx_MNK(X=input_box([1,2,5,6,7]),/
                    Y=input_box([1/2,5/2,3/2,7/2,9/2])):
    if (len(X)==len(Y)):
        maple.eval('Xm:='+str(X))
        maple.eval('Ym:='+str(Y))
        maple.eval('with(stats)')
        y1_str=maple.eval('fit[leastsquare][[x,y],/
        y=a*x^3+b*x^2+c*x+d,{a,b,c,d}]]([Xm,Ym])'); y1_str
        y1(x)=sage_eval(y1_str[4:],locals={'x':x});
        print 'y1(x):'+jsmath(y1(x))

        y2_str=maple.eval('fit[leastsquare][[x,y],/
        y=a*x^2+b*x+c,{a,b,c}]]([Xm,Ym])')
        y2(x)=sage_eval(y2_str[4:],locals={'x':x})
        print 'y2(x):'+jsmath(y2(x))
        y3_str=maple.eval('fit[leastsquare][[x,y],/
        y=a*x+b,{a,b}]]([Xm,Ym])')
        y3(x)=sage_eval(y3_str[4:],locals={'x':x})
        print 'y3(x):'+jsmath(y3(x))

        p=points([(X[i],Y[i]) for i in range(len(X))],/
        rgbcolor='black',pointsize=30,alpha=0,faceted=True)
        p1=plot(y1(x),(x,-1,10),rgbcolor='red')
        p2=plot(y2(x),(x,-1,10),rgbcolor='blue')
        p3=plot(y3(x),(x,-1,10),rgbcolor='green')
        f=p1+p2+p3+p
        show(f,xmin=-1,xmax=10,ymin=-10,ymax=10,aspect_ratio=1)
    else: print "ERROR!!!"
```

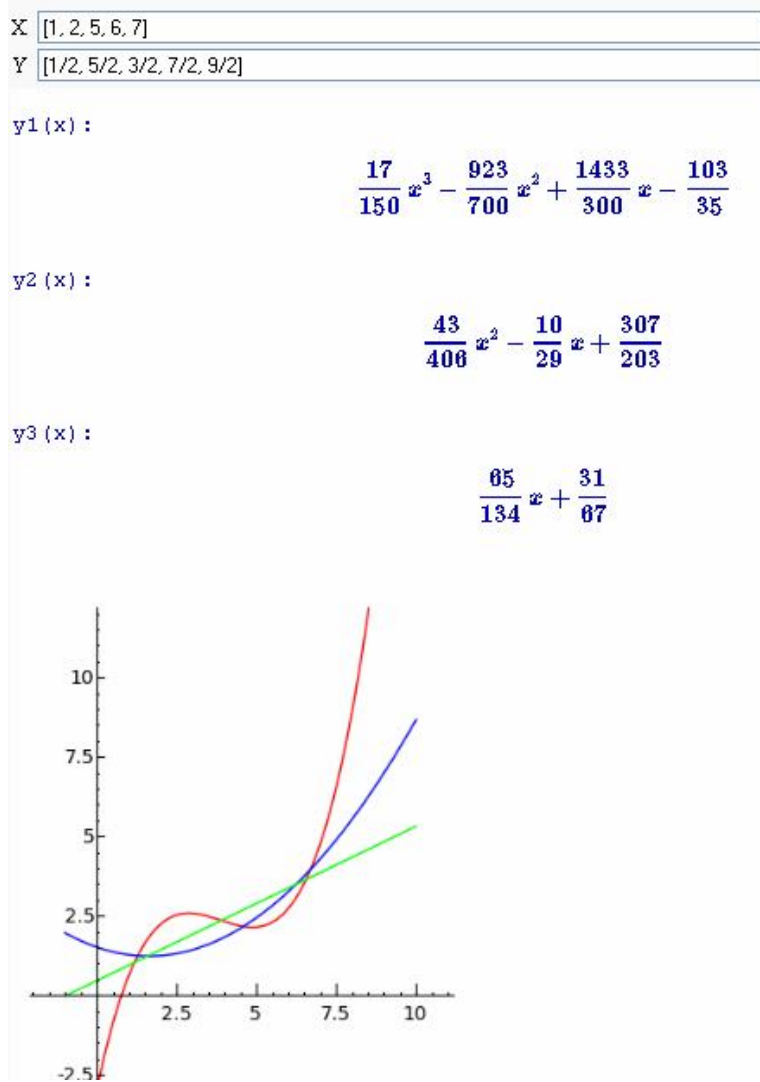


Рис. К.1.

**Додаток Л**  
**Фрагмент реалізації проекту**  
**«Розв'язування геометричних задач засобами GeoGebra**  
**у середовищі Sage»**

Project\_Geogebra (Sage) - Mozilla Firefox

Файл Правка Вид Журнал Закладки Інструменти Справка

http://192.168.27.128/home/shokalyuk/16/

Active Worksheets | Sage Notebook Project\_Geogebra (Sage)

**Задача.** Дано трикутник ABC і точка P поза трикутником. Побудувати точки Q1, Q2 та Q3 як ортогональні проєкції точки P на сторони трикутника ABC.

```
%hide
html ('<applet code="geogebra.GeoGebraApplet" archive="geogebra.jar" width=650
height=400 MAYSCRIPT><param name="showMenuBar" value="true"/><param
name="showAlgebraInput" value="true"/><param name="showToolBar" value="true"/>
<param name="filename" value="lugarTriangulo.ggb"/><param name="framePossible"
value="false"/></applet>')
```

FreeObjects

- A = (2.36, 5.12)
- B = (8.04, 5.2)
- C = (5.1, 1.32)
- P = (-1.68, 1.24)

DependentObjects

- Q1 = (2.82, 4.48)
- Q2 = (-1.73, 5.06)
- Q3 = (2.59, -1.99)
- a:  $3.8x + 2.74y = 23$
- $a_1 = 4.87$
- b:  $-2.74x + 3.8y = 9.32$
- $b_1 = 4.68$
- c:  $-0.08x + 5.68y = 28.89$
- $c_1 = 5.68$
- d:  $-5.68x - 0.08y = 9.44$
- e:  $3.88x - 2.94y = 15.91$

InputLabel:  Command ...

Прочитано 192.168.27.128

Рис. Л.1.

## Додаток М

Фрагмент реалізації проекту  
«Моделювання із застосуванням методу Монте-Карло»

```

@interact
def f(n=slider(vmin=1,
vmax=10,step_size=1,default=3,label="n=2^")):
    s=0
    n=10^n
    m=[]
    for i in range(n):
        x=random()-1/2
        y=random()-1/2
        m.append((x,y))
        if (x-1/2)^2+(y-1/2)^2<=1:
            s=s+1
    show(polygon([(-1/2,1/2),(1/2,1/2),(1/2,-1/2),(-1/2,-1/2),(-
1/2,1/2)],alpha=0.3)+
circle((0,0),1/2)+point(m,rgbcolor='black'),aspect_ratio=1)
    print "Експериментальне значення: ",4.0*s/n
    print "Модуль різниці точного та експериментального значення:
",float(abs(pi-4.0*s/n))

```

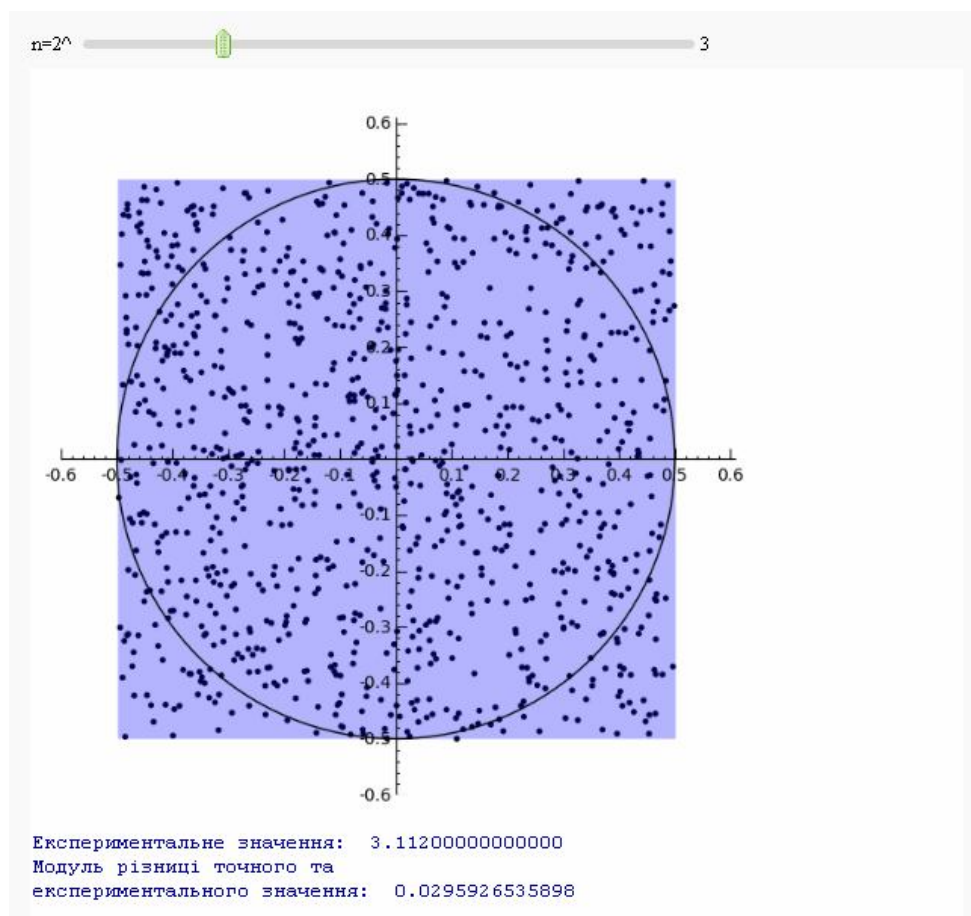


Рис. М.1.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аванесов В. С. Дистантное обучение. Теория и методика педагогических измерений [Электронный ресурс] / В. С. Аванесов. – Режим доступа : <http://testolog.narod.ru/Theory19.html>
2. Алексюк А. М. Педагогіка вищої освіти України : історія, теорія : [підручник для студентів, аспірантів та молодих викладачів вищих навчальних закладів] / А. М. Алексюк. – К. : Либідь, 1998. – 560 с.
3. Амонашвили Ш. А. Размышления о гуманной педагогике / Ш. А. Амонашвили. – М. : Изд. Дом Амонашвили, 1995. – 496 с.
4. Ананьев Б. Г. Человек как предмет познания / Б. Г. Ананьев. [изд. 3]. – СПб. : Питер, 2001. – 288 с.
5. Андреев А. А. Дистанционное обучение : сущность, технология, организация / А. А. Андреев, В. И. Солдаткин. – М. : Изд-во МЭСИ, 1999. – 196 с.
6. Андрианова Г. А. Виды учебной деятельности школьников в дистанционном обучении [Электронный ресурс] / Г. А. Андрианова // Интернет-журнал «Эйдос». – 2004. – Режим доступа : <http://www.eidos.ru/journal/2001/0516.htm>
7. Апатова Н. В. Информационные технологии в школьном образовании / Н. В. Апатова. – М. : ИОСО РАО, 1994. – 228 с.
8. Архіпова Т. Л. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів 7-9 класів у процесі вивчення геометрії з використанням комп'ютера : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики» / Тетяна Леонідівна Архіпова / Національний педагогічний ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2002. – 20 с.
9. Бабанский Ю. К. Оптимизация педагогического процесса (в вопросах и ответах) / Ю. К. Бабанский, М. М. Поташник – К. : Рад. школа, 1984. – 287 с.
10. Баханов К. Технологізація процесу навчання: дидактичні та філософські



виміри [Електронний ресурс] / К. Баханов // Українсько-німецькі педагогічні студії. Збірник наукових праць учених університету Фрідріха-Александра (Ерланген-Нюрнберг) та Бердянського державного педагогічного університету / За ред. К. О. Баханова. – Бердянськ : БДПУ, 2005. – 329 с. – Режим доступу :

[http://www.bdpu.org/scientific\\_published/Pedagogical\\_studios/19](http://www.bdpu.org/scientific_published/Pedagogical_studios/19)

11. Биков В. Ю. Дистанційний навчальний процес / В. Ю. Биков, В. М. Кухаренко. – К. : Міленіум, 2005. – 292 с.
12. Биков В. Ю. Моделі організаційних систем відкритої освіти : [монографія] / Валерій Юхимович Биков. – К. : Атіка, 2009. – 684 с. : іл.
13. Белошапка В. К. О классификации учебных программных средств / В. К. Белошапка, А. С. Лесневский. // Изучение основ информатики и вычислительной техники в средней школе : опыт и перспективы / Состав. В. М. Монахов, А. П. Ершов и др. – М. : Просвещение, 1987. – 168 с.
14. Богоявленская Д. Б. Интеллектуальная активность как проблема творчества / Д. Б. Богоявленская. – Ростов-на-Дону : Изд-во Ростовского ун-та, 1983. – 172 с.
15. Бондаренко З. В. Курс вищої математики з комп'ютерною підтримкою. Диференціальні рівняння : [навч. посіб. з вищ. математики для студ. усіх спец.] / З. В. Бондаренко, В. І. Клочко. – Вінниця : Вінниц. нац. техн. ун-т, 2004. – 130 с.
16. Бочкин А. И. Методика преподавания информатики / А. И. Бочкин. – Минск : Высшая школа, 1998. – 431 с.
17. Брескіна Л. В. Професійна підготовка майбутніх вчителів інформатики на основі сучасних мережевих інформаційних технологій : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання інформатики» / Лада Валентинівна Брескіна. – К., 2003. – 17 с.: рис.
18. Бурда М. І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 /

- Михайло Іванович Бурда. – К., 1994. – 347 с.
19. Буринський В. М. Самостійна робота як засіб удосконалення графічної підготовки майбутніх учителів трудового навчання : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання креслення» / Володимир Модестович Буринський. – К., 2001. – 20 с.
  20. Буркіна Н. В. Проектування методичної системи дистанційного навчання математики у вищих навчальних закладах : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04. / Наталя Валеріївна Буркіна. – Донецьк, 2009.
  21. Буряк В. Самостійна робота як вид навчальної діяльності школяра / В. Буряк. // Рідна школа. – 2001. – № 9. – С. 49–52.
  22. Ванжа Н. В. Дифференциация самостоятельной работы студентов при изучении математических дисциплин / Н. В. Ванжа // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць. – В 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2001. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – С. 48–51.
  23. Ващук О. В. Активізація пізнавальної діяльності учнів 5-7 класів у процесі самостійної роботи на уроках трудового навчання засобами нових інформаційних технологій : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія і методика трудового навчання» / Олена Василівна Ващук. – К., 2001. – 20 с.
  24. Вембер В. П. Навчально-методичні вимоги до електронного підручника / В. П. Вембер // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редрада. К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2006. – № 4 (11). – С. 50–56.
  25. Вильямс Р. Компьютеры в школе / Р. Вильямс, К. Маклин. – М. : Прогресс, 1988. – 336 с.
  26. Вінниченко Є. Ф. Деякі особливості геометричних перетворень в програмі GRAN-2D / Є. Ф. Вінниченко, А. О. Костюченко // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. – Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані

- системи навчання: зб. наукових праць / Редрада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2007. – № 5 (12). – С. 114–120.
27. Вовк А. І. Архітектура порталу мобільного навчання / А. І. Вовк, А. В. Гірник, А. Ф. Неминуца, О. І. Хоменко, С. В. Шокалюк, О. І. Теплицький // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць : випуск VII : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т. 3 : Теорія та методика навчання інформатики. – С. 52–56.
  28. Выготский Л. С. Развитие высших психологических функций / Л. С. Выготский. – М. : Изд-во АПН СССР, 1960.
  29. Вяткин Л. Г. Самостоятельность учащихся на уроках русского языка : пособие к спецкурсу / Л. Г. Вяткин. – Саратов : Изд-во Саратов, гос. ун-т, 1993. – 130 с.
  30. Гальперин П. Я. Зависимость обучения от типа ориентированной деятельности / П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талізіна. – М. : Изд-во МГУ, 1968. – 238 с.
  31. Герман Н. Адаптація форм організації самостійної роботи студентів до сучасних технологій навчання / Н. Герман, Н. Тягунова // Вища школа. – 2001. – №4–5. – С. 53–61.
  32. Гершунский Б. С. Компьютеризация в сфере образования / Б. С. Гершунский. – М. : Педагогика, 1987. – 264 с.
  33. Гласс Д. Статистические методы в педагогике и психологии [Пер. с англ.] / Д. Гласс, Д. Стэнли. – М. : Прогресс, 1971. – 495 с.
  34. Гокунь О. О. Основи нових інформаційних технологій навчання / О. О. Гокунь, М. І. Жалдак, Ю. І. Машбиць та ін. [Посібник для вчителів] – К. : Віпол, 1997. – 262 с.
  35. Головань М. С. Розвиток пізнавальної активності учнів в процесі навчання алгебри і початку аналізу на основі НІТ : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Микола Степанович Головань. – К., 1997. – 177 с.
  36. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник / С. У. Гончаренко.

- К. : Либідь, 1997. – 376 с.
37. Гончарова О. М. Теоретико-методичні основи особистісно-орієнтованої системи формування інформатичних компетентностей студентів економічних спеціальностей : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (інформатика)» / Оксана Миколаївна Гончарова. – К., 2007. – 40 с.
  38. Гордєєва Ж. В. Самооцінка / Ж. В. Гордєєва // Енциклопедія освіти / Акад. пед наук України ; головний ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – С. 799–800.
  39. Горошко Ю. В. Вплив нової інформаційної технології на практичну значимість результатів навчання математики в старших класах середньої школи : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Юрій Васильович Горошко. – К., 1993. – 103 с.
  40. Грабарь М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях : Непараметрические методы / М. И. Грабарь, К. А. Краснянская. – М. : Просвещение, 1977. – 136 с.
  41. Грамбовська Л. В. Особистісно орієнтоване навчання геометрії в основній школі : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Лариса Володимирівна Грамбовська. – К., 2009. – 313 с.
  42. Григулич С. М. Самостійна робота старшокласників з математики в умовах диференційованого навчання : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Світлана Миколаївна Григулич. – К., 2004. – 20 с.
  43. Гриценко В. И. Дистанционное обучение : теория и практика / В. И. Гриценко, С. П. Кудрявцева, В. В. Колос, Е. В. Веренич. – К. : Наукова думка, 2004. – 376 с.
  44. Дергач М. А. Дидактичні умови застосування гіпертекстових програм у процесі вивчення гуманітарних дисциплін : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Маргарита Альфритівна Дергач. – Мелітополь, 1997. – 182 с.
  45. Державна національна програма «Освіта. Україна ХХІ століття». – К. :

- Райдуга. – 1994. – 61 с.
46. Дистанционное обучение и образование : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://dstudy.ru/>
  47. Дяченко М. И. Психологические проблемы готовности к деятельности / М. И. Дяченко, Л. А. Кандыбович. – Минск, 1976. – 174 с.
  48. Дьяконов В. П. Компьютерная математика / В. П. Дьяконов // Соросовский образовательный журнал. Том 7. – 2001. – № 11. – С. 116–121.
  49. Енциклопедія освіти / Акад. пед наук України ; головний ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.
  50. Ершов А. П. Компьютеризация школы и математическое образование / А. П. Ершов // Информатика и образование. – 1992. – № 5–6. – С. 3–20.
  51. Есипов Б. П. Самостоятельная работа учащихся на уроке / Б. П. Есипов. – М. : Учпедгиз, 1961. – 239 с.
  52. Жалдак М. І. Теорія ймовірностей і математична статистика : Підручник для студентів фізико-математичних спеціальностей педагогічних університетів / Жалдак М. І., Кузьміна Н. М., Михалін Г. О. – Полтава. Довкілля – К., 2009. – 500 с.
  53. Жалдак М. И. О некоторых методических аспектах обучения информатике в школе и педагогическом университете / М. И. Жалдак // материалы Международной научно-практической конференции [«Методология и технология образования в XXI веке: математика, информатика, физика»] (Минск, 17–18 ноября 2005 г.) – Минск : Министерство образования республики Беларусь Учреждение образования «Беларусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», 2006. – С. 260–268.
  54. Жалдак М. И. Система подготовки учителя к использованию информационной технологии в учебном процессе : дис. ... в форме науч. доклада ... доктора пед. наук / Мирослав Иванович Жалдак. – М., 1989. – 48 с.
  55. Жалдак М. І. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою : [посіб. для вчителів] / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін. – К. : РНЦ «ДІНІТ», 2006. –

70 с.

56. Жалдак М. І. Інформатика : [навч. посібник] / М. І. Жалдак, Ю. С. Рамський; [за ред. М. І. Шкіля]. – К. : Вища шк., 1991. – 319 с.
57. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках геометрії : посібник [для вчителів] / М. І. Жалдак, О. В. Вітюк. – К. : РННЦ «Дініт», 2003. – 168 с.
58. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики : посібник [для вчителів] / М. І. Жалдак. – К. : Техніка, 1997. – 304 с.
59. Жалдак М. І. Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання математики, фізики, інформатики / М. І. Жалдак, В. В. Лапінський, М. І. Шут // Інформатика. – 2006. – №3–4. – С. 3–96.
60. Жалдак М. І. Математика (тригонометрія, геометрія, елементи стохастички) з комп'ютерною підтримкою : [навч. посіб.] / М. І. Жалдак, А. В. Грохольська, О. Б. Жильцов. – К. : Міжрегіон. акад. упр. персоналом, 2004. – 456 с.
61. Жалдак М. І. Математика з комп'ютером / М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко. – К. : РННЦ «Дініт», 2004. – 168 с.
62. Жалдак М. І. Методика вивчення основ інформатики та обчислювальної техніки в педагогічному вузі : [учбовий посібник] / М. І. Жалдак. – К. : КДПІ ім. О. М. Горького, 1986. – 74 с.
63. Жалдак М. І. Обчислювальна математика : спец. курс факультативних занять у 9-х і 10-х кл. / М. І. Жалдак, Б. С. Ковбасенко, Ю. С. Рамський. – К. : Рад. школа, 1973. – 184 с.
64. Жалдак М. І. Основи інформатики та обчислювальної техніки. Програма для середніх закладів освіти / М. І. Жалдак, Н. В. Морзе, Г. Г. Науменко. – К. : Перун, 1996.
65. Жалдак М. І. Основи теорії і методів оптимізації : [навч. посіб. для студ. мат. спец. вищ. навч. закл.] / М. І. Жалдак, Ю. В. Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 607 с.
66. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / М. І. Жалдак // Комп'ютерно-орієнтовані системи

- навчання : [зб. наук. праць] / Редкол. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова. – Вип. 7. – 2003. – С. 3–16.
67. Жалдак М. І. Про проблеми навчання інформатики в середніх та вищих навчальних закладах / М. І. Жалдак // Актуальні проблеми психології : Психологічна теорія і технологія навчання : [за ред. С. Д. Максименка, М. Л. Смульсон]. – К. : Міленіум, 2005. – Т. 8, вип. 1. – С. 39–53.
  68. Жалдак М. І. Чисельні методи математики : [посібник для самоосвіти вчителів] / М. І. Жалдак, Ю. С. Рамський. – К. : Рад. школа, 1984. – 206 с.
  69. Завадський І. О. Навчальна програма з інформатики для 9–12 класів загальноосвітніх навчальних закладів : академічний рівень / І. О. Завадський, Ж. В. Потапова, Ю. О. Дорошенко // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2008. – № 2.
  70. Завадський І. О. Навчальна програма з інформатики для 9–12 класів загальноосвітніх навчальних закладів : рівень стандарту / І. О. Завадський, Ж. В. Потапова, Ю. О. Дорошенко // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2008. – № 2.
  71. Завизена Н. С. Построение гипертекстовых систем на основе Web-технологий / Н. С. Завизена, А. И. Теплицкий, С. А. Семериков, А. М. Карашук. – Кривой Рог : КГПИ, 1999. – 42 с.
  72. Зайцева Т. В. Розвиток розумової діяльності старшокласників у процесі вивчення алгебри та початків аналізу з використанням інформаційних технологій : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (інформатика)» / Тетяна Василівна Зайцева. – К., 2001. – 20 с.
  73. Закон України «Про вищу освіту» / Верховна Рада України. Інститут законодавства. – К., 2002. – 96 с.
  74. Закон України «Про національну програму інформатизації» від 4 лютого 1998 р. №74/98-ВР. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://www.nbuv.gov.ua/law/98\\_inf.html](http://www.nbuv.gov.ua/law/98_inf.html)
  75. Закон України «Про Основні засади розвитку інформаційного суспільст-

- ва в Україні на 2007-2015 роки» від 09.01.2007 №537-V // Відомості Верховної Ради України. – 2007. – № 12. – Ст. 102.
76. Зимняя И. А. Педагогическая психология / И. А. Зимняя. – М. : Логос, 2004. – 384 с.
77. Зинченко В. П. Дистанционное образование : к постановке проблемы / В. П. Зинченко // Педагогика. – 2000. – № 2. – С. 23–34.
78. Змиевская Е. В. Учебная деловая игра в организации самостоятельной работы студентов педагогических вузов : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» / Екатерина Владимировна Змиевская. – М., 2003. – 169 с.
79. Ивановский Р. И. Системы компьютерной математики в школе (первый опыт) [Электронный ресурс] / Р. И. Ивановский. – Режим доступа : <http://mas.exponenta.ru/Literatura/total.pdf>
80. Информатизация общего среднего образования : Научно-методическое пособие / Под ред. Д. Ш. Матроса. – М. : Педагогическое общество России, 2004. – 384 с.
81. Іваськів І. С. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів на основі систем штучного інтелекту при навчанні інформатики в старшій школі : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (інформатика)» / Ігор Степанович Іваськів. – К., 2000. – 20 с.
82. Ігнатенко М. Я. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики : [монографія] / Микола Якович Ігнатенко. – К. : Тираж, 1997. – 300 с.
83. Ігнатенко М. Я. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики : дис. ... доктора пед. наук. : 13.00.02 / Микола Якович Ігнатенко. – К., 1997. – 355 с.
84. Кабанова-Меллер Е. Н. Психология формирования знаний и навыков у школьников / Е. Н. Кабанова-Меллер. – М. : АПН РСФСР, 1962 – 376 с.
85. Капустина Т. В. Теория и практика создания и использования в педаго-



- гическом вузе новых информационных технологий на основе компьютерной математики Mathematica : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.08, 13.00.02 / Татьяна Васильевна Капустина. – М., 2001. – 254 с.
86. Кателл Дж. П. Виртуальное обучение / Дж. П. Кателл // Информатика и образование. – 2002. – № 11. – С. 2–16.
87. Кашицин В. П. Дистанционное обучение в высшей школе : модели и технология / В. П. Кашицин // Педагогическая информатика. – 1997. – № 2. – С. 56–61.
88. Ключко В. І. Використання технології «клієнт-сервер» для побудови навчальних систем / В. І. Ключко, І. В. Жовтяк // Вісн. Вінниц. політехн. інту. – 2001. – № 3. – С. 117–122.
89. Ключко В. І. Застосування новітніх інформаційних технологій при вивченні вищої математики у технічному вузі : [навчально-методичний посібник] / В. І. Ключко. – Вінниця : ВДТУ, 1997. – 300 с.
90. Ключко В. І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Віталій Іванович Ключко. – Вінниця, 1998. – 396 с.
91. КМ-Школа – образовательная среда для комплексной информатизации школы : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.km-school.ru/>
92. Книга вчителя інформатики : довідково-методичне видання / [упоряд. Н. С. Прокопенко, Т. Г. Проценко]. – Харків : ТОРСІНГ ПЛЮС, 2005. – 256 с.
93. Кобильник Т. П. Методична система навчання математичної інформатики у педагогічному університеті : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Тарас Петрович Кобильник. – К., 2009. – 256 с.
94. Коврова С. Е. Индивидуализация самостоятельной работы учащихся по информатике на основе использования средств телекоммуникаций : автореф. дис. на соискание ученой степени канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (информатика)» / Сардана

- Егоровна Коврова. – М., 2003. – 19 с.
95. Козаков В. А. Самостійна робота студентів як дидактична проблема / В. А. Козаков. – К. : НОК ВО, 1990. – 47 с.
  96. Компьютерная алгебра : символные и алгебраические вычисления / [Б. Бухбергер, Ж. Калле, Э. Калтофен и др.] – М. : Мир, 1986. – 392 с.
  97. Кондратенко С. В. Maxima/MathML – новый интерфейс к системе компьютерной алгебры Maxima / С. В. Кондратенко, Н. В. Моисеенко, С. А. Семериков, И. А. Теплицкий // Проблемы підготовки та перепідготовки фахівців у сфері інформаційних технологій : матеріали IV Міжнародної науково-технічної конференції «Комп'ютерні технології в будівництві», Київ–Севастополь, 18-21 вересня 2006 р. – Кривий Ріг, 2006. – С. 33–34.
  98. Кондратенко С. В. Здобутки та проблеми впровадження програми «Intel® Навчання для майбутнього» / С. В. Кондратенко // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : [збірник наукових праць]. – Випуск VI : В 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2006. – Т. 3: Теорія та методика навчання інформатики. – С. 265–267.
  99. Кондратенко С. В. Зміст курсу «Нові інформаційні технології» для студентів факультету іноземних мов / С. В. Кондратенко // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : [збірник наукових праць]. – Випуск V : В 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2005. – Т. 3 : Теорія та методика навчання інформатики. – С. 114–117.
  100. Кондратенко С. В. Зміст курсу «Нові інформаційні технології» для студентів педагогічних спеціальностей / С. В. Кондратенко // Збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету ім. П. Тичини. – К. : Міленіум, 2005. – С. 282–288.
  101. Кондратенко С. В. Підготовка студентів щодо використання ІКТ у навчальному процесі до впровадження програми «Intel® Навчання для майбутнього» та в рамках експерименту / С. В. Кондратенко // Модернізація

- освіти : пошуки, проблеми, перспективи : Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (Київ – Переяслав-Хмельницький, 22–25 травня 2006 року). – Київ – Переяслав-Хмельницький, 2006. – С. 242–243.
102. Кондратенко С. В. Роль игры в процессе формирования математических умений лицеистов / С. В. Кондратенко // Сборник научных работ студентов Криворожского государственного педагогического университета / Гл. редактор, д.пед.н., профессор, академик МАТО, проректор по научной работе, зав. кафедрой педагогики Л. В. Кондрашова. – Кривой Рог : КГПУ, СП «Мира», 2001. – Вып. 2 – С. 19–21.
103. Кондратенко С. В. Формування загальнонавчальних умінь ліцеїстів під час вивчення математики / С. В. Кондратенко // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : [збірник наукових праць]. – Випуск 3 : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2003. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – С. 123–126.
104. Кондратенко С. В. Формування інформаційних умінь студентів фізико-математичного факультету під час вивчення курсу «Об'єктно-орієнтоване програмування» / С. В. Кондратенко // Молодь, освіта, наука, культура і національна самосвідомість : зб. матеріалів VIII Всеукр. наук.-практ. конф., Київ, 12-13 травня 2005 р.; У 6-ти т. / Редкол. : Тимошенко І. І. (відп. ред.) та ін. – К. : Вид-во Європ. ун-ту, 2005. – Т. 3. – С. 34–36.
105. Концепція діяльності Українського центру дистанційної освіти НТУ «Київський політехнічний інститут». – К. : НТУ «КПІ», 2000. – 5 с.
106. Концепція розвитку дистанційної освіти в Україні. – Затверджено Постановою МОН України 20 грудня 2000 р. – К. : НТУ «КПІ», 2000. – 12 с.
107. Корольок О. М. Категорійний аналіз поняття «самостійна робота» / О. М. Корольок // Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка. – 2006. – № 30. – С. 87–90.
108. Корольський В. В. Формування компетентностей з ІКТ у вчителя математики в системі післядипломної освіти / В. В. Корольський,

- Т. Г. Крамаренко, С. О. Семеріков, С. В. Шокалюк // Педагогіка вищої та середньої школи : Збірник наукових праць № 24 / редкол. : Буряк В. К. (гол. ред.) та ін. – Кривий Ріг : КДПУ, 2009. – С. 36–42.
109. Костюк Г. С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості / Г. С. Костюк; під ред. Л. М. Проколієнко; упор. В. А. Андрієвська, Г. О. Балл, О. Т. Губко, О. В. Проскура. – К. : Рад.шк., 1989. – 608 с.
110. Крамаренко Т. Г. Уроки математики з комп'ютером : посібник для вчителів і студентів / Т. Г. Крамаренко; за ред. М. І. Жалдака. – Кривий Ріг : Видавничий дім, 2008. – 272 с.
111. Крамаренко Т. Г. Формування особистісних якостей школяра у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Тетяна Григорівна Крамаренко / Національний педагогічний ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2008. – 20 с.
112. Красюк Ю. М. Методика навчання інформатики студентів економічних спеціальностей : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (інформатика)» / Юлія Миколаївна Красюк / Національний педагогічний ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2004. – 20 с.
113. Крилова Т. В. Наукові основи навчання математики студентів нематематичних спеціальностей : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Тетяна Вячеславівна Крилова. – К., 1999. – 473 с.
114. Крылова Т. В. Проблемы дистанционного обучения математике / Т. В. Крылова, Е. М. Гулеша // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО–2005), м. Черкаси. – Черкаси : Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2005. – С. 258–259.
115. Крысько В. Г. Психология и педагогика : курс лекций / В. Г. Крысько. – 4-е изд., испр. – М. : Изд-во Омега-Л, 2006. – 368 с. : ил., табл.
116. Кузьмінський А. І. Педагогіка вищої школи : навч. посіб. /

- А. І. Кузьмінський. – К. : Знання, 2005. – 486 с.
117. Кухаренко В. М. Дистанційне навчання : Умови застосування. Дистанційний курс : [навч. посібник] / В. М. Кухаренко, О. В. Рибалко, Н. Г. Сиротенко ; за ред. В. М. Кухаренка, 3-е вид. – Харків : НТУ «ХПШ», «Торсінг», 2002. – 320 с.
  118. Кухаренко В. М. Дистанційне навчання школярів / В. М. Кухаренко // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2006. – №4. – С. 23–26.
  119. Кухаренко В. М. Експеримент «Дистанційне навчання для середньої школи» / В. М. Кухаренко // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2007. – №5. – С. 28–31.
  120. Кучерява О. Ю. Форми та види позааудиторної роботи з математики в педагогічному університеті / О. Ю. Кучерява // Didactics of mathematics : Problems and Investigations. – Issue # 31. – 2009. – С. 79–83.
  121. Лаврик Т. В. Дистанційне навчання : історичний аспект / Т. В. Лаврик // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць. – Випуск VII : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т. 3 : Теорія та методика навчання інформатики. – С. 15–19.
  122. Лебедев М. П. Поняття пізнавальної активності учнів і шляхи її вимірювання // Радянська школа. – 1970. – № 9. – С. 6–11.
  123. Леонова Н. А. До питання розробки та впровадження системи символної математики Maxima у ВНЗ України / Н. А. Леонова, І. О. Теплицький, С. О. Семеріков // Сборник трудов четвертого научно-методического семинара «Информационные технологии в учебном процессе». – Одесса : ЮГПУ им. К. Д. Ушинского, 2003. – С. 183–185.
  124. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – М. : Высш. шк., 1976. – 302 с.
  125. Леонтьев А. Н. Проблемы развития психики / А. Н. Леонтьев. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1981. – 584 с.
  126. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения / А. Н. Лернер. –

- М. : Педагогика, 1981. – 185 с.
127. Лещук С. О. Забезпечення дистанційного навчання засобами навчально-інформаційних середовищ [Електронний ресурс] / С. О. Лещук. – Режим доступу : [http://sitebeta.ksu.ks.ua/Downloads/it\\_conf/6/Lesh.doc](http://sitebeta.ksu.ks.ua/Downloads/it_conf/6/Lesh.doc)
  128. Лещук С. О. Навчально-інформаційне середовище як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів старшої школи у процесі навчання інформатики : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Світлана Олексіївна Лещук. – К., 2006. – 225 с.
  129. Лист МОН «Про порядок закінчення навчального року та проведення державної підсумкової атестації у загальноосвітніх навчальних закладах в 2008/2009 навчальному році» [Електронний ресурс] – Режим доступу : [http://uazakon.com/documents/date\\_3a/pg\\_gmctsc/pg4.htm](http://uazakon.com/documents/date_3a/pg_gmctsc/pg4.htm)
  130. Ліннік О. П. Програмна підтримка комп'ютерного моделювання засобами мови Python / О. П. Ліннік, С. О. Семеріков, І. О. Теплицький, С. В. Шокалюк // Інноваційні технології навчання в сучасній дидактиці вищої школи / Матеріали Другої всеукраїнської науково-практичної конференції 13–16 березня 2007 р. – Полтава, 2007. – С. 57–58.
  131. Лобода Т. М. Педагогічні умови організації самостійної роботи студентів педагогічного коледжу у процесі викладання української мови : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання української мови» / Тетяна Михайлівна Лобода. – К., 2001. – 21 с.
  132. Лозова В. І. Самостійна робота / В. І. Лозова // Енциклопедія освіти / Акад. пед наук України ; головний ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – С. 803–804.
  133. Лотюк Ю. Г. Комп'ютерно-орієнтована методична система навчання обчислювальної математики в педагогічному університеті : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (інформатика)» / Юрій Георгійович Лотюк. – К., 2004. –

- 20 с.
134. Лошкарёва Н. А. Проблема формирования системы учебных умений и навыков учащихся / Н. А. Лошкарёва // Советская педагогика. – 1980. – № 3. – С. 60–67.
  135. Лупан І. В. Підвищення рівня теоретичних знань старшокласників на основі комп'ютерно-орієнтованої системи навчання алгебри і початків аналізу: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Ірина Володимирівна Лупан. – К., 2002. – 16 с.
  136. Любченко К. М. Елементи математичної логіки з комп'ютерною підтримкою : [посіб. для вчителів] / К. М. Любченко, Ю. В. Триус. – Черкаси : Черкас. нац. ун-т ім. Б. Хмельницького, 2004. – 87 с.
  137. Львов М. С. Шкільна система комп'ютерної алгебри ТерМ 7–9. Принципи побудови та особливості використання / М С. Львов // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. – Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць / Редкол. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова. – №3 (10). – 2005. – С. 160–169.
  138. Мазурок И. Е. Использование мобильных коммуникационных устройств в образовательных целях / И. Е. Мазурок, Т. Л. Мазурок // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць. – Випуск V : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2005. – Т. 3 : Теорія та методика навчання інформатики. – С. 175–179.
  139. Маклаков Г. Ю. Проблеми дистанційного навчання / Г. Ю. Маклаков // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2008. – № 1. – С. 102–103.
  140. Маланюк П. М. Повышение эффективности самостоятельной работы учащихся при изучении физики на основании использования компьютерной техники : автореф. дис. на соискание науч. степени канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения (физика)» / Петр Миронович

- Маланюк. – К., 1991. – 24 с.
141. Малев В. В. Общая методика преподавания информатики : учебное пособие / В. В. Малев. – Воронеж : ВГПУ, 2005. – 271 с.
142. Малінко О. Дистанційна освіта : організаційна структура, психолого-педагогічні основи, фінансування управління / О. Малінко // Директор школи, ліцею, гімназії. – 2002. – №6. – С. 38–45.
143. Малихін О. В. Організація самостійної навчальної діяльності студентів вищих педагогічних навчальних закладів : теоретико-методологічний аспект : [монографія] / Олександр Володимирович Малихін. – Кривий Ріг : Видавничий дім, 2009. – 307 с.
144. Малкин И. И. О классификации и рациональном сочетании видов самостоятельной работы учащихся на уроке / И. И. Малкин // Вопросы развития познавательной активности и самостоятельности школьников. – Казань, 1966. – С. 24–29.
145. Математика 5–12 класи. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів / М-во освіти і науки України ; [уклад. М. І. Бурда, В. Г. Бевз, Ю. І. Мальований, А. Г. Мерзляк, Н. А. Тарасенкова, С. Є. Яценко]. – К. : Ірпінь, 2005. – 65 с.
146. Математика для школи : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://formula.co.ua/>
147. Математика. Информатика : Энциклопедия. – М. : ЗАО «РОСМЭН-ПРЕСС», 2007. – 544 с. (Современная иллюстрированная энциклопедия)
148. Махмутов М. И. Развитие познавательной активности и самостоятельности учащихся в школах Татарии / М. И. Махмутов. – Казань : Татариздат, 1963. – 80 с.
149. Машбиц Е. И. Информационные технологии обучения и психологическое развитие молодежи / Е. И. Машбиц // Нові технології навчання : наук.-метод. зб. / Кол. авт. – К. : Наук.-метод. центр вищої освіти, 2004. – Спецвипуск – С. 84–87.
150. Машбиц Е. И. Компьютеризация обучения: проблемы и перспективы /



- Машбиц Е. И. – М. : Знание, 1986. – 80 с.
151. Машбиц Е. И. Основы компьютерной грамотности / Машбиц Е. И., Бабенко Л. П., Верник Л. П. и др. – К. : Выща шк. Головное изд-во, 1988. – 215 с.
  152. Машбиц Е. И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Машбиц Е. И. – К. : Выща школа, 1987. – 224 с.
  153. Машбиц Е. И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения / Е. И. Машбиц. – М. : Педагогика, 1988. – 192 с.
  154. Менчинская Н. А. Проблемы учения и умственного развития школьника : Избранные психологические труды / Н. А. Менчинская. – М. : Педагогика, 1989. – 208 с.
  155. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу / Михалін Г. О. – К. : ДІНІТ, 2003. – 320 с.
  156. Михалін Г. О. Формування основ професійної культури вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу : дис. ... доктора пед. наук: 13.00.04 / Геннадій Олександрович Михалін. – К., 2004. – 413 с.
  157. Молодцова В. В. Розвиток самостійної роботи учнів з підручником фізики за допомогою навчального відеозапису : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (фізика)» / Валерія Валеріївна Молодцова. – К., 2000. – 20 с.
  158. Моляко В. О. Психологічна готовність до творчої праці / В. О. Моляко. – К., 1989. – 48 с.
  159. Монахов В. М. Концепция создания и внедрения новой информационной технологии обучения / В. М. Монахов // Проектирование новых информационных технологий обучения [Сб.] – М., 1991. – С. 4–30.
  160. Монахов В. М. Что такое информационная технология обучения / В. М. Монахов // Математика в школе. – 1990. – № 2. – С. 47–54.
  161. Морзе Н. В. Використання нових інформаційних технологій при дистанційному навчанні / Н. В. Морзе, П. С. Ухань // Вісник Академії праці і соціальних відносин : [зб. наук. праць.] – К.: Курс, 1999. – №1. – С. 128–

- 139.
162. Морзе Н. В. Дистанційна технологія як основа сучасних інформаційних технологій у навчанні / Н. В. Морзе // Нові технології навчання : [наук.-метод. зб.] ; кол. авт. – К. : Наук.-метод. центр вищої освіти, Наук.-метод. центр середньої освіти. – Вип. 27. – К., 2003. – С. 64–78.
163. Морзе Н. В. Особливості організації навчального процесу учнів в системі дистанційного навчання / Н. В. Морзе // Наука і сучасність : [зб. наук. праць]. – К. : Логос, 1999. – Випуск № 2. – Ч.4 (педагогічні науки) – С. 64–71.
164. Морзе Н. В. Дистанційна технологія як основа сучасних інформаційних технологій у навчанні / Н. В. Морзе // Нові технології навчання : [наук.-метод. зб.] / Кол. авт. – К. : Наук.-метод. центр вищої освіти, 2001. – Вип. 30. – С. 32–42.
165. Морзе Н. В. Дистанційне навчання і технологія співробітництва / Н. В. Морзе // «Інтернет – освіта – наука – 2002», 3-я міжнар. конф. ІОН–2002. Т. 1. – Вінниця : УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2002. – С. 138–140.
166. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики. В 4-х частинах / Н. В. Морзе. – К. : Навчальна книга, 2003. – Ч. 1. Загальна методика навчання інформатики – 254 с.
167. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики. В 4-х частинах / Н. В. Морзе. – К. : Навчальна книга, 2003. – Ч. 2. Методика навчання інформаційних технологій. – 288 с.
168. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики. В 4-х частинах / Н. В. Морзе. – К. : Навчальна книга, 2003. – Ч. 3. Методика навчання основним послугам глобальної мережі Інтернет. – 196 с.
169. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики. В 4-х частинах / Н. В. Морзе. – К. : Навчальна книга, 2003. – Ч. 4. Методика навчання основам алгоритмізації і програмування. – 250 с.
170. Морзе Н. В. Організація дистанційного навчання на базі використання основних можливостей Інтернет / Н. В. Морзе, П. С. Ухань // Педагогічні

- інновації : ідеї, реалії, перспективи. – К. : Логос, 2000. – С. 167–174.
171. Морзе Н. В. Підготовка педагогічних кадрів до використання комп'ютерних телекомунікацій / Н. В. Морзе // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : збірник наукових праць. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова. – Випуск 6. – 2003. – С. 12–25.
  172. Морзе Н. В. Система методичної підготовки майбутніх вчителів інформатики в педагогічних університетах : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Наталія Вікторівна Морзе. – К., 2003. – 605 с.
  173. Мороз В. Д. Самостійна навчальна робота студентів : [монографія] / Віктор Дмитрович Мороз. – Харків : ХМК, 2003. – 64 с.
  174. Мутовкин К. А. Мобильные технологии в системе дистанционного образования / К. А. Мутовкин // Информатизация образования – 2007 : Материалы Международной научно-практической конференции. Часть 1. – Калуга: Калужский государственный педагогический университет им. К. Э. Циолковского, 2007. – С. 142–144.
  175. Наказ Міністерства освіти і науки України (від 21 січня 2004 р. №40) Про затвердження «Положення про дистанційне навчання» : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon.rada.gov.ua/>
  176. Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт» : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://cde.kpi.kharkov.ua/>
  177. Овчарук О. В. Відкрита освіта та дистанційне навчання за рубежом: сучасні тенденції та їх вплив на процеси модернізації освітньої галузі / О. В. Овчарук // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2007. – №2. – С. 46–49.
  178. Ожегов С. И. Словарь русского языка / С. И. Ожегов. – М. : Советская энциклопедия, 1973. – 846 с.
  179. Олійник В. Дистанційна освіта за кордоном та в Україні : стислий аналітичний огляд / В. Олійник // Директор школи, ліцею, гімназії. – 2002. – № 3. – С. 42–51.
  180. Олійник В. В. Організаційно-педагогічні основи дистанційної освіти і на-

- вчання : організаційно-педагогічне дослідження / В. В. Олійник. – К. : ЦППО, 2001. – 36 с.
181. Освітні технології : [навч.-метод. посіб.] / О. М. Пехота, А. З. Кіктенко, О. М. Любарська та ін., за заг. ред. О. М. Пехоти. – К. : А.С.К., 2001. – 256 с.
182. Освітній портал : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.osvita.org.ua/>
183. Основи нових інформаційних технологій навчання : [посібник для вчителів] / Авт. кол. ; За ред. Ю. І. Машбиця / І-т психології ім. Г. С. Костюка АПН України. – К. : ІЗМН, 1997. – 264 с.
184. Основы педагогики и психологии высшей школы / Под ред. Петровского А. В. – М. : Изд-во МГУ, 1986. – 303 с.
185. Острів знань : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://ostriv.in.ua/>
186. Панченко Т. Л. Аналіз структури психологічної готовності студентів до самостійної роботи в науковій літературі [Електронний ресурс] / Т. Л. Панченко. – Режим доступу : <http://library.rehab.org.ua/ukrainian/specpsiho/panchenko/>
187. Паньков А. В. Применение компьютерных математических систем для решения задач с экономическим содержанием на уроках математики в школе / А. В. Паньков // Известия Российского государственного педагогического университета имени А. И. Герцена. Аспирантские тетради. – СПб., 2008. – № 37(80). – С. 467–472.
188. Педагогика. Учебное пособие для студентов педагогических вузов и педагогических колледжей / [под ред. П. И. Пидкасистого]. – М. : Педагогическое общество России, 2003. – 608 с.
189. Педагогические технологии дистанционного обучения : учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений / [Е. С. Полат, М.В. Моисеева, А.Е. Петров и др.] ; под ред. Е. С. Полат. – М. : Издательский центр «Академия», 2006. – 400 с.
190. Педагогічна психологія : [навч. посібник] / Л.М. Проколієнко та ін. ; за

- ред. Л. М. Проколієнко, Д. Ф. Ніколенка. – К. : Вища школа, 1991. – 183 с.
191. Пеньков А. В. Использование новой информационной технологии при преподавании математики в старших классах средней школы : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Андрій Вікторович Пеньков – К., 1992. – 171 с.
192. Петровский В. А. К психологии активности личности / В. А. Петровский // Вопросы психологии. – 1975. – № 3. – С. 26–39.
193. Петрук В. А. Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності майбутніх фахівців технічних спеціальностей у процесі вивчення фундаментальних дисциплін : [монографія] / Віра Андріївна Петрук. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 292 с.
194. Пиаже Ж. Избранные психологические труды / Пиаже Ж. – М.: Международная педаг. академия, 1994. – 680 с.
195. Підкасистий П. И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении. Теоретико-экспериментальное исследование / П. И. Підкасистий. – М. : Педагогика, 1980. – 240 с.
196. Пінський О. О. Самостійна робота учнів у процесі вивчення дисциплін природничого циклу в малокомплектних школах Слобожанщини (60–90 рр. ХХ ст.) : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.01 «Загальна педагогіка та історія педагогіки» / Олександр Олександрович Пінський. – Х., 2009. – 20 с.
197. Платонов К. К. Краткий словарь системы психологических понятий. Учебное пособие / К. К. Платонов. – М. : Высш. школа, 1981. – 175 с.
198. Подготовка к ЕГЭ : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://college.ru/>
199. Позняк Ю. В. Введение в системы компьютерной математики : Программа курса по выбору для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общего среднего образования с 12-летним сроком обучения [Электронный ресурс] / Ю. В. Позняк. – Режим доступа :

- [http://academy.edu.by/materials/official/NIO\\_programm2007/informatika/vvedeniecompmath.doc](http://academy.edu.by/materials/official/NIO_programm2007/informatika/vvedeniecompmath.doc)
200. Полат Е. С. Дистанционное обучение / Е. С. Полат, М. В. Моисеева. – М. : Владос, 1998. – 192 с.
  201. Полат Е. С. Теория и практика дистанционного обучения / Е. С. Полат // Информатика и образование. – 2001. – №5. – С. 37–42.
  202. Поліщук О. П. Web-СКМ Sage у задачах теорії кодування / О. П. Поліщук, С. В. Шокалюк, І. С. Закарлюка // Комп'ютерні технології в будівництві / Матеріали VI Міжнародної науково-технічної конференції «КОМТЕХБУД 2008» : Київ-Севастополь, 9–12 вересня 2008 р. – К. : Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2008. – С. 101–104.
  203. Поліщук О. П. Розподілені обчислення у Web-СКМ Sage / О. П. Поліщук, С. В. Шокалюк, С. В. Серeda // Комп'ютерні технології в будівництві / Матеріали VI Міжнародної науково-технічної конференції «КОМТЕХБУД 2008» : Київ-Севастополь, 9–12 вересня 2008 р. – К. : Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2008. – С. 91–92.
  204. Половникова Н. А. Исследование процесса формирования познавательной активности школьников в обучении / Н. А. Половникова. – Казань, 1976. – 198 с.
  205. Попадьяна С. Ю. Исследовательская работа по алгебре с использованием системы компьютерной математики Mathcad и средства ее реализации в основной и средней школе / С. Ю. Попадьяна // Применение новых технологий в образовании : Материалы XVII Международной конференции (г. Троицк, Московской области, 28–29 июня 2006 г.) : М., 2006. – С.207–208.
  206. Постанова Верховної Ради «Рекомендації парламентських слухань з питань розвитку інформаційного суспільства в Україні» від 1 грудня 2005 року // Відомості Верховної Ради України. – 2006. – № 15.

207. Постанова Кабінету Міністрів України (від 23 вересня 2003 р. №1494 м. Київ) про затвердження «Програми розвитку системи дистанційного навчання» на 2004-2006 роки [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://zakon.rada.gov.ua>
208. Постанова Кабінету Міністрів України (від 7 грудня 2005 р. №1153 м. Київ) Про затвердження програми «Інформаційні та комунікаційні технології в освіті і науці» на 2006-2010 роки [Електронний ресурс] – Режим доступу : [http://www.mon.gov.ua/laws/KMU\\_1153.doc](http://www.mon.gov.ua/laws/KMU_1153.doc)
209. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів «Інформатика 10–11 класи» / М. І. Жалдак, Н. В. Морзе, Г. Г. Науменко, О. І. Мостіпан. – Кам'янець-Подільській : Абетка-НОВА, 2002. – 80 с.
210. Програма спеціального курсу «Навчальні дослідження та їх підтримка засобами ІКТ у курсі геометрії загальноосвітніх навчальних закладів» / [М. І. Жалдак, В. Ю. Биков, Ю. О. Жук та ін.] // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць : випуск VI : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2006. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – С. 4–11.
211. Програма спеціального курсу «Навчальні дослідження та їх підтримка засобами ІКТ у курсі алгебри і початків аналізу геометрії загальноосвітніх навчальних закладів» / [М. І. Жалдак, В. Ю. Биков, Ю. О. Жук та ін.] // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць : випуск VI : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2006. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – С. 12–20.
212. Проект «Ліцензійні умови надання освітніх послуг у сфері вищої освіти за дистанційною формою навчання» (від 21 червня 2005 р.) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://ubgd.lviv.ua/UA/zaochka/Lab\\_SITE/doclym/licenz.htm](http://ubgd.lviv.ua/UA/zaochka/Lab_SITE/doclym/licenz.htm)
213. Проектування гіпертекстових навчальних систем : посібник [для вчителів] / [М. І. Жалдак, Ю. І. Машбиць, О. О. Гокунь, В. В. Депутат та ін.]. –

- К. : НДІ психології АПН України, 2000. – 100 с.
214. Пройдаков Е. М. Англо-український тлумачний словник з обчислювальної техніки, Інтернету і програмування / Е. М. Пройдаков, Л. А. Теплицький ; гол. ред. Г. І. Артеменко. – Вид. 1. – К. : Видавничий дім «СофтПрес», 2005. – 552 с.
215. Пустовойтов В. Н. Развитие познавательной самостоятельности учащихся старших классов на уроках математики и информатики : [монография] / Виктор Николаевич Пустовойтов. – Брянск : Издательство БГУ, 2002. – 120 с.
216. Раков С. А. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG : [посібник для вчителів математики] / [С. А. Раков, В. П. Горох, К. О. Осенков та ін.].– Харків : Вікторія, 2002. – 136 с.
217. Раков С. А. Дослідницький підхід у математичній освіті, пакети динамічної геометрії та динамічні опорні конспекти / С. А. Раков // Комп'ютер у школі і сім'ї. – 2005. – № 5. – С. 17–21.
218. Раков С. А. Использование пакета Derive в курсе математики : [учебное пособие] / С. А. Раков, Т. А. Олейник, Е. В. Скляр. – Харьков : РЦНИТ, 1996. – 160 с.
219. Раков С. А. Інформаційні технології в аналітичній геометрії / С. А. Раков, В. П. Горох, Т. О. Олійник, Н. М. Гармашова, М. Р. Якуба. – Харків : РЦНИТ, 2000. – 192 с.
220. Раков С. А. Компьютерные эксперименты в геометрии / С. А. Раков, В. П. Горох. – Х. : РЦНИТ. – 1996. – 176 с.
221. Раков С. А. Математична освіта : компетентнісний підхід з використанням ІКТ : [монографія] / Сергій Анатолійович Раков. – Х. : Факт, 2005. – 360 с.
222. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Сергій Анатолійович Раков. – Харків, 2005. – 516 с.



223. Рамський Ю. С. Вивчення інформаційно-пошукових систем мережі Інтернет : [навч.-метод. посіб.] / Ю. С. Рамський, О. В. Резіна. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2004. – 60 с.
224. Рамський Ю. С. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю. С. Рамський, К. І. Рамська // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. – Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редрада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – № 6 (13). – С. 12–16.
225. Рамський Ю. С. Основи програмування (мовою Паскаль) : [навч. посіб. для студ.] / Ю. С. Рамський, Г. Ю. Цибко. – К. : Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова, 2004. – 141 с.
226. Рамський Ю. С. Формування інформаційної культури вчителя математики при вивченні методів обчислень у педагогічному вузі / Ю. С. Рамський // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : збірник наукових праць. – Випуск 2. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2000. – С. 25–47.
227. Рафальська М. В. Комп'ютерні технології у навчанні математики [Електронний ресурс] / М. В. Рафальська. – Режим доступу : [http://www.donnu.edu.ua/mf/heuristic/dist\\_conf/Рафальська%20М.pdf](http://www.donnu.edu.ua/mf/heuristic/dist_conf/Рафальська%20М.pdf)
228. Резіна О. В. Формування інформаційно-пошукових та дослідницьких умінь учнів старшої школи в процесі навчання інформатики : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (інформатика)» / Ольга Василівна Резіна. – К., 2005. – 20 с.
229. Роберт И. В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы, перспективы использования / И. В. Роберт. – М. : Школа-Пресс, 1994. – 205 с.
230. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – СПб. : Питер Ком, 1999. – 720 с.

231. Рубинштейн С. Л. Принципы и пути развития психологии / С. Л. Рубинштейн – М. : Просвещение, 1959. – 324 с.
232. Руденко Г. Ю. Інтеграція модулів у Web-СКМ Sage / Г. Ю. Руденко, С. В. Шокалюк // Молодий науковець XXI століття : Матеріали науково-практичної конференції (Кривий Ріг, 17–18 листопада 2008 р.) : техн. та екон. науки, інформаційні технології. – Кривий Ріг : Видавничий центр КТУ, 2008. – С. 242–244.
233. Рудницька О. П. Педагогіка : загальна та мистецька : [навч. посібник] / О. П. Рудницька. – К. : Інтерпроф, 2002. – 270 с.
234. Сабанов С. О. Інтеграція системи Moodle в єдиний інформаційний простір навчального закладу / С. О. Сабанов // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2007. – № 5. – С. 36–37.
235. Савченко О. Я. Уміння вчитися як ключова компетентність загальної середньої освіти / О. Я. Савченко // Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи : Бібліотека з освітньої політики ; під заг. ред. О. В. Овчарук. – К. : К.І.С., 2004. – С. 34–46.
236. Самостоятельная деятельность учащихся при обучении математике (формирование умений самостоятельной работы) : Сб. статей / Сост. С. И. Демидова, Л. О. Денищева. – М. : Просвещение, 1985. – 191 с.
237. Селевко Г. К. Энциклопедия образовательных технологий : в 2 т. – Т. 1. – М. : НИИ школьных технологий, 2006. – 816 с. (Серия «Энциклопедия образовательных технологий»)
238. Селевко Г. К. Энциклопедия образовательных технологий: в 2 т. – Т. 2. – М. : НИИ школьных технологий, 2006. – 816 с. (Серия «Энциклопедия образовательных технологий»)
239. Семенов М. А. Як підготувати дистанційний курс : [методичні поради] / М. А. Семенов, Л. М. Кутепова. – Луганськ : ЛДПУ, 2003. – 28 с.
240. Семеріков С. Мобільне навчання : історія, теорія, методика / С. Семеріков, І. Теплицький, С. Шокалюк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2008. – №6. – С. 72–82.

241. Семеріков С. Мобільне навчання : історія, теорія, методика / С. Семеріков, І. Теплицький, С. Шокалюк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2009. – №1. – С. 96–104.
242. Семеріков С. О. Maxima – система комп'ютерної математики для вітчизняної системи освіти / С. О. Семеріков, І. О. Теплицький, С. В. Шокалюк // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць / Редкол. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова. – №6 (13). – 2008. – С. 32–39.
243. Семеріков С. О. Maxima 5.13 : довідник користувача / С. О. Семеріков ; за ред. академіка АПН України М. І. Жалдака. – Київ, 2007. – 48 с.
244. Семеріков С. О. Застосування системи комп'ютерної математики Maxima для генерування математичних текстів в системі дистанційного навчання / Семеріков С. О., Теплицький І. О. // Тези доповідей науково-практичної конференції «Нові технології навчання : психологічні аспекти» [За ред. С. Д. Максименка, М. Л. Смульсон.] – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. – С. 39–40.
245. Семеріков С. О. Нові засоби дистанційного навчання інформаційних технологій математичного призначення / С. О. Семеріков, І. О. Теплицький, С. В. Шокалюк // Вісник. Тестування і моніторинг в освіті. – 2008. – №2. – С. 42–50.
246. Семеріков С. О. Огляд інтерфейсів системи комп'ютерної математики Maxima / Семеріков С. О., Теплицький І. О. // Модернізація освіти: пошуки, проблеми, перспективи : Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (Київ–Переяслав-Хмельницький, 22–25 травня 2006 року). – Київ–Переяслав-Хмельницький, 2006. – С. 178–181.
247. Семеріков С. О. Розробка гіпертекстового довідника з системи Maxima для підтримки факультативного курсу «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях» / С. О. Семеріков, І. О. Теплицький // Матеріали міжнародної конференції «PDMU-2005 : проблеми прийняття рішень в умо-

- вах невизначеності». 12-17 вересня 2005 р. – Бердянськ, 2005. – С. 96–97.
248. Семеріков С. О. Розробка гіпертекстового довідника з системи Maxima для підтримки факультативного курсу «Комп'ютерні технології в наукових дослідженнях» / С. О. Семеріков, І. О. Теплицький // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (педагогічні науки). – №3. – Бердянськ : БДПУ, 2005. – С. 51–55.
249. Семеріков С. О. Розробка системи символної математики для системи вищої освіти України / С. О. Семеріков // Формування духовної культури особистості в процесі навчання математики в школі та вищому навчальному закладі : Матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції 22-24 травня 2003 року. – Луцьк : РВВ «Вежа» Волин. держ. ун-ту ім. Лесі Українки, 2003. – С. 46-47.
250. Семеріков С. О. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у вищій школі : [монографія] / Сергій Олексійович Семеріков ; науковий редактор академік АПН України, д.пед.н., проф. М. І. Жалдак. – Кривий Ріг : Мінерал; К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009. – 340 с.
251. Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии / Е. В. Сидоренко – СПб. : Речь, 2003. – 350 с.
252. Скаткин М. Н. Активизация познавательной деятельности учащихся в обучении / М. Н. Скаткин. – М. : АПН РСФСР, 1965. – 48 с.
253. Скаткин М. Н., Лернер И. Я. О методах обучения / М. Н. Скаткин // Советская педагогика. – №3. – 1965. – С. 3–10.
254. Слостенин В. А. Психология и педагогика : [учеб. пособие] / В. А. Слостенин, В. П. Каширин. – М. : Академия, 2001. – 480 с.
255. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : [підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів] / З. І. Слєпкань. – К. : Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
256. Смалько О. А. Розвиток творчого мислення старшокласників на уроках математики з використанням інформаційних технологій навчання : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Тео-

- рія та методика навчання (математика)» / Олена Аркадіївна Смалько. – К., 2003. – 20 с.
257. Смирнова-Трибульська Є. М. Деякі психолого-педагогічні аспекти дистанційного навчання / Є. М. Смирнова-Трибульська // Науковий вісник Південноукраїнського державного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського : [зб. наук. праць]. – Серія : Педагогіка, психологія. Вип. №11 – 2007. – Редкол. – Одеса : Видавництво ПДПУ ім. К. Д. Ушинського, 2007. – С. 132–147.
258. Смирнова-Трибульська Є. М. Дистанційне навчання з використанням системи Moodle : [навчально-методичний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів] / Є. М. Смирнова-Трибульська ; науковий редактор : академік АПН України, д.пед.наук, проф. М. І. Жалдак. – Херсон : Айлант, 2007. – 492 с.
259. Смирнова-Трибульська Є. М. Досвід використання дистанційного навчання в школі / Є. М. Смирнова-Трибульська, В. В. Стащенко. // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2007. – №7. – С. 19–23.
260. Смирнова-Трибульська Є. М. Інформаційно-комунікаційні технології в професійній діяльності вчителя : [посібник для вчителів] / Є. М. Смирнова-Трибульська ; науковий редактор : академік АПН України, д.пед.наук, проф. М. І. Жалдак. – Херсон : Айлант, 2007. – 560 с.
261. Смирнова-Трибульська Є. М. Кути центральні і вписані в коло. Сценарій уроку математики / Є. М. Смирнова-Трибульська // Математика в школі. – 2007. – №1. – С. 23–27.
262. Смирнова-Трибульська Є. М. Теоретико-методичні основи формування інформатичних компетентностей вчителів природничих дисциплін у галузі дистанційного навчання : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (інформатика)» / Євгенія Миколаївна Смирнова-Трибульська. – К., 2008. – 44 с.
263. Смирнова-Трибульська Е. Н. Основи формування інформатических компетентностей учителів в області дистанционного обучения : [моно-

- графия] / Евгения Николаевна Смирнова-Трибульская ; научный редактор : академик АПН Украины, д. пед. наук, проф. М. И. Жалдак. – Херсон : Айлант, 2007. – 704 с.
264. Собенина Е. С. Организация самостоятельной работы по изучению астрофизического материала на базе информационных технологий [Электронный ресурс] / Е. С. Собенина // Информационные технологии в образовании : конгресс конф. – Режим доступа : <http://ito.edu.ru/2005/Moscow/II/1/II-1-5814.html>
265. Соловйов В.М. Web-СКМ Sage в дослідженні складних систем / В. М. Соловйов, С. В. Шокалюк // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО–2009), м. Черкаси, 7–9 квітня 2009 р. – Черкаси : Видавничий відділ ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С. 197–199.
266. Срода Р. Б. Воспитание активности и самостоятельности в обучении / Р. Б. Срода. – М. : АПН РСФСР, 1956. – 97 с.
267. Сташенко В. В. Використання технології дистанційного навчання у школі / В. В. Сташенко // Інформатика та інформаційні технології в начальних закладах. – 2007. – №6. – С. 58–60.
268. Стрезикозин В. П. Организация процесса обучения в школе / В. П. Стрезикозин. – М. : Просвещение, 1968. – 280 с.
269. Тавгень И. А. Дистанционное обучение : опыт, проблемы, перспективы / И. А. Тавгень. – Минск : Изд-во БГУ, 2003. – 218 с.
270. Талызина Н. Ф. Формирование познавательной деятельности младших школьников : [кн. для учителя] / Н. Ф. Талызина – М. : Просвещение, 1988. – 175 с.
271. Телешкола : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.internet-school.ru/>
272. Теория и методика обучения информатике : учебник / [М. П. Лапчик, И. Г. Семакин, Е. К. Хеннер, М. И. Рагулина и др.] ; под ред. М. П. Лапчика. – М. : Издательский центр «Академия», 2008. – 592 с.

273. Теория и практика педагогического эксперимента / [под ред. А. И. Пискунова]. – М. : Педагогика, 1979. – 208 с.
274. Теплицький І. О. Новий технічний засіб навчання – електронна книга / І. О. Теплицький, С. О. Семеріков, С. В. Шокалюк, О. П. Ліннік. // Рідна школа. – 2007. – №7-8 – С. 53–54.
275. Теплицький І. О. Основні елементи технології мобільного навчання / І. О. Теплицький, С. О. Семеріков, С. В. Шокалюк // Інформаційні технології в освіті, науці і техніці / Матеріали Всеукраїнської конференції молодих науковців ІТОНТ-2008 : Черкаси, 5-7 травня 2008 р. – Черкаси : Вид. від. ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2008. – С. 106–107.
276. Теплицький І. О. Розвиток пізнавальної активності учнів 10–11-х класів у процесі навчання алгебри і початків аналізу засобами комп'ютерно орієнтованих систем навчання / Теплицький І. О., Віхрова О. В., Семеріков С. О. // Рідна школа. – 2004. – №6. – С. 48–49.
277. Теплицький О. І. Побудова динамічних геометричних моделей у середовищі PyGeo / О. І. Теплицький // Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці та освіті : збірник наукових праць. – Відповід. ред. проф. В. М. Соловійов. – Кривий Ріг : КЕІ ДВНЗ “КНЕУ ім. В. Гетьмана”, 2007. – С. 170–173.
278. Тищенко С. П. Саморегуляція / С. П. Тищенко // Енциклопедія освіти / Акад. пед наук України ; головний ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – С. 800–801.
279. Трайнев В. А. Дистанционное обучение и его развитие (обобщение методологии и практики использования) / В. А. Трайнев, В. Ф. Гуркин, О. В. Трайнев ; под общ. ред. засл. деят. науки и техники РФ, проф. В. А. Трайнева. – 2-е изд. – М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и Ко», 2008. – 294 с.
280. Триус Ю. В. Віртуальне середовище для дистанційного навчання в Internet / Триус Ю. В., Мещеряков А. П., Коваль Н. О. // Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці та освіті :

- Збірник наукових праць – Черкаси : Брама ІСУЕП, 2003. – С. 161–165.
281. Триус Ю. В. Інформаційні технології в математичних дослідженнях / Ю. В. Триус // Матеріали тринадцятої наукової сесії Наукового Товариства ім. Шевченка у Черкасах. – Черкаси, 2002. – С. 50–54.
282. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Юрій Васильович Триус. – Черкаси, 2005. – 649 с.
283. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики : [монографія] / Юрій Васильович Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 400 с.
284. Український інститут інформаційних технологій в освіті : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.udec.ntu-kpi.kiev.ua/>
285. Умрик М. А. Організація самостійної роботи майбутніх учителів інформатики в умовах дистанційного навчання інформатичних дисциплін : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Марія Анатоліївна Умрик. – К., 2009. – 210 с.
286. Унт И. Э. Индивидуализация и дифференциация обучения / И. Э. Унт. – М. : Педагогика, 1990. – 192 с.
287. Усова А. В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения / А. В. Усова ; АПН СССР. – М. : Педагогика, 1986. – 173 с.
288. Харламов И. Ф. Активизация учения школьников / И. Ф. Харламов. – Минск : Народная асвета, 1970. – 158 с.
289. Холина Л. И. Дидактические принципы дистанционного обучения / Л. И. Холина, Э. Г. Скибицкий // Новые информационные технологии в университетском образовании : сб. науч. тр. – Новосибирск : Изд-во НИИ МИОО НГУ, 1998. – С. 193–194.
290. Хом'юк І. В. Формування вмінь самостійної роботи у майбутніх інженерів засобами ігрових форм : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04 / Ірина Володимирівна Хом'юк. – Вінниця, 2002. – 219 с.
291. Хортон У. Електронное обучение : инструменты и технологии : [пер. с



- англ.] / У. Хортон, К. Хортон. – М. : Кудиц-Образ, 2005. – 264 с.
292. Хуторской А. В. Дистанционное обучение и его технологии [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской // Интернет-журнал «Эйдос». – 2005. – Режим доступа : <http://www.eidos.ru/journal/2005/0910-18.htm>.
293. Хуторской А. В. Интернет в школе : [практикум по дистанционному обучению] / А. В. Хуторской. – М. : ИОСО РАО, 2000. – 304 с.
294. Хуторской А. В. Типы дистанционного обучения [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской // Интернет-журнал «Эйдос». – 1999. – Режим доступа : <http://www.eidos.ru/journal/1999/1208-01.htm>.
295. Цулая Л. В. Самостоятельная познавательная деятельность в системе развивающего обучения / Л. В. Цулая, А. В. Петров, О. П. Петрова // Наука, культура, образование. – № 8–9. – 2001. – С. 150–154.
296. Чепрасова Т. І. Підвищення практичної значущості результатів навчання інформатики в старших класах середньої школи в умовах НІТОН : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Тетяна Іванівна Чепрасова. – К., 1998. – 20 с.
297. Чередов И. М. Формы учебной работы в средней школе : кн. для учителя / И. М. Чередов. – М. : Просвещение, 1988. – 157 с.
298. Чуйко Г. П. Особливості викладання курсу «Математичні методи і моделі», орієнтованого на систему комп'ютерної математики MAPLE / Г. П. Чуйко, Є. О. Баганов // Комп'ютерне моделювання в освіті / Матеріали Всеукраїнського науково-практичного семінару : Кривий Ріг, 29 березня 2005 р. – Кривий Ріг : КДПУ, 2005. – С. 77–78.
299. Шамова Т. И. Активизация учения школьников / Т. И. Шамова. – М.: Педагогика, 1982. – 208 с.
300. Шамова Т. И. Формирование познавательной самостоятельности школьников : сб. научн. трудов ; под ред. Т. И. Шамовой. – М. : НИИ школ, 1975. – 285 с.
301. Шаталов В. Ф. Точка опоры / В. Ф. Шаталов. – М. : Педагогика, 1987. – 160 с.

302. Швець В. О. Оновлення методичної системи навчання математики / В. О. Швець // Проблеми навчання математики в університеті й школі : тези доповідей науково-методичної конференції математичного факультету. – Донецьк : Донецький державний університет, 1994. – С. 3–6.
303. Шкіль М. І. Алгебра і початки аналізу : [підруч. для 10 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закл. освіти] / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник, Т. М. Хмара. – К. : Освіта, 2004. – 318 с.
304. Шкіль М. І. Алгебра і початки аналізу : [підруч. для 11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закл. освіти] / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник, Т. М. Хмара. – К. : Освіта, 2003. – 311 с.
305. Школи України – Всеукраїнський Шкільний Портал – школи України : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.school.ed.net.ua/>
306. Шокалюк С. Інформаційні технології математичного призначення у навчальних та наукових дослідженнях / С. Шокалюк // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка. Серія : Педагогіка. – 2008. – №7. – С. 37–42.
307. Шокалюк С. В. Дистанційне навчання інформаційних технологій математичного призначення у школі / С. В. Шокалюк // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції «Проектування освітніх середовищ як методична проблема» ; укладач : Шарко В. Д. – Херсон : Видавництво ХДУ, 2008. – С. 223–224.
308. Шокалюк С. В. Застосування СДН Moodle для навчання комп'ютерної алгебри / С. В. Шокалюк // Міжвузівська науково-практична конференція «Актуальні проблеми технічних, природничих та соціально-гуманітарних наук в забезпеченні цивільного захисту» (3 квітня 2008 року) : тези доповідей. – Черкаси : АПБ ім. Героїв Чорнобиля, 2008. – С. 56.
309. Шокалюк С. В. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології у післядипломній педагогічній освіті / С. В. Шокалюк, С. О. Семеріков // Молодий науковець XXI століття : матеріали науково-практичної конференції (Кривий Ріг, 17-18 листопада 2008 р.). – Кривий Ріг : Видавничий

- центр КТУ, 2008. – С. 50-52.
310. Шокалюк С. В. Інформаційні технології математичного призначення в курсі фізики середньої та вищої школи / С. В. Шокалюк, С. О. Семеріков // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету: серія педагогічна. – Випуск 14: Інновації в навчанні фізиці та дисциплін технологічної освітньої галузі : міжнародний та вітчизняний досвід. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет, 2008. – С. 108–113.
311. Шокалюк С. В. Методика дистанційного навчання старшокласників програмного забезпечення математичного призначення / С. В. Шокалюк // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. – Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редрада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2009. – №7(14). – С. 71-80.
312. Шокалюк С. В. Мобільні технології дистанційного навчання у середній та вищій школі / С. В. Шокалюк, О. І. Теплицький // Інформаційні технології в професійній діяльності : матеріали доповідей II Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та науковців 27 березня 2008 року. – Рівне : РДГУ, 2008. – С. 26–27.
313. Шокалюк С. В. Основи роботи в Sage / С. В. Шокалюк ; за ред. академіка АПН України М. І. Жалдака. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – 64 с.
314. Шокалюк С. В. Програмна підтримка навчальних математичних досліджень засобами систем дистанційного навчання / С. В. Шокалюк // Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці економіці та освіті : збірник наукових праць ; відповід. ред. проф. В. М. Соловійов. – Кривий Ріг : КЕІ ДВНЗ «КНЕУ ім. В. Гетьмана», 2007. – С. 208–210.
315. Шокалюк С. В. Разработка графического интерфейса к системе компьютерной математики Maxima в среде Python / С. В. Шокалюк, Н. В. Моисеенко, С. А. Семеріков, И. А. Теплицький // Проблеми підготовки та перепідготовки фахівців у сфері інформаційних технологій. Мате-

- ріали V Міжнародної науково-технічної конференції «Комп'ютерні технології в будівництві» : Київ–Севастополь, 18-21 вересня 2007 р. – Кривий Ріг, 2008. – С. 108–109.
316. Шокалюк С. В. Розширення можливостей Web-СКМ Sage / С. В. Шокалюк, Г. Ю. Руденко // Комп'ютерні технології в будівництві : матеріали VI Міжнародної науково-технічної конференції «КОМТЕХБУД 2008» : Київ-Севастополь, 9-12 вересня 2008 р. – К. : Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2008. – С. 87–90.
317. Щукина Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе : учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / Г. И. Щукина / – М. : Просвещение, 1979. – 160 с.
318. Communication from the Commission : E-Learning – Designing “Tejas at Niit” tomorrow’s education [Electronic resource]. – Brussels : European Commission, 2006. – Mode of access : [http://ec.europa.eu/education/programmes/elearning/doc\\_en.html](http://ec.europa.eu/education/programmes/elearning/doc_en.html)
319. Dewey, J. Democracy And Education: An Introduction to the Philosophy of Education. – New York : Free Press, 1997. – 384 p.
320. Dougiamas, M. (2002) Interpretive analysis of an internet-based course constructed using a new courseware tool called Moodle / Dougiamas, M. and Taylor, P.C. // Proceeding of the Higher Education Research and Development Society of Australasia (HERDSA) 2002 Conference, Perth, Western Australia.
321. Dougiamas, M. (2003) Moodle: Using Learning Communities to Create an Open Source Course Management System / Dougiamas, M. and Taylor, P.C. // Proceedings of the EDMEDIA 2003 Conference, Honolulu, Hawaii.
322. Dougiamas, M. and Taylor, P.C. (2000) Importing the effectiveness of tools for Internet-based education, Teaching and Learning Forum 2000, Curtin University of Technology.
323. Georgiev T. M-learning – a New Stage of E-Learning / Georgiev T., Georgieva E., Smrikarov A. // Proceedings of the 5th International Conference

- on Computer Systems and Technologies – CompSysTech'2004. – Rouse, 2004. – Pp. IV.28-1 – IV.28-5.
324. Keegan, D. (2002) The future of learning: from eLearning to mLearning. [Electronic resource] – Mode of access : [http://learning.ericsson.net/mlearning2/project\\_one/book.html](http://learning.ericsson.net/mlearning2/project_one/book.html)
325. Keegan, D. The incorporation of mobile learning into mainstream education and training / Desmond Keegan // 4th World Conference on m-Learning (m-Learn 2005), 25-28 October 2005, Cape Town, South Africa.
326. Sage: Open Source Mathematics Software : [Electronic resource]. – Access mode : <http://www.sagemath.org/>
327. Sharples, M. The design of personal mobile technologies for lifelong learning // Computers and Education. – 2000. – Vol. 34. – Pp. 177–193.
328. Sun Україна : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://ua.sun.com/>
329. UDL System : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.udl.org.ua/>

УКРАЇНА  
Дніпропетровська область  
50093, м. Кривий Ріг  
вул. Незалежності України, 12  
КРИВОРІЗЬКА  
ЗАГАЛЬНООСВІТНЯ  
ШКОЛА I-III СТУПЕНІВ №130  
КРИВОРІЗЬКОЇ  
МІСЬКОЇ РАДИ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ  
ОБЛАСТІ  
Ідентифікаційний код 20221683  
P/p \_\_\_\_\_  
у № 484 від 18.05.09  
на № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_  
ел. а. 52-30

## ДОВІДКА

Про впровадження результатів  
дисертаційного дослідження  
С.В. Шокалюк на тему:  
**«Методичні засади комп'ютеризації  
самостійної роботи старшокласників  
у процесі вивчення  
програмного забезпечення  
математичного призначення»**

Результати дисертаційного дослідження С.В. Шокалюк впроваджуються у навчальний процес середньої загальноосвітньої школи №130 м. Кривого Рогу з вересня 2007 року.

Впровадження здійснюється на базі 10–11 класів вчителями С.М. Дейнегою та В.Г. Домбровським. Вони відмічають, що розроблена С.В. Шокалюк методика організації позаурочної самостійної роботи з вивчення програмного забезпечення математичного призначення за технологіями дистанційного навчання сприяє поглибленню та розширенню знань учнів з теми «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» шкільного курсу інформатики. Разом з тим, за результатами експериментального навчання за програмою дистанційного факультативу «Комп'ютерні технології у наукових дослідженнях», вчителями відмічено значне підвищення в учнів експериментальних класів, у порівнянні з учнями контрольних класів, рівня навчальних досягнень з курсу інформатики в цілому.

Оцінюючи роботу С.В. Шокалюк з дистанційного регулювання та консультування навчальним процесом, вчителі зазначають її високий професіоналізм, що перш за все виражається у неупередженості і тактовності до всіх учасників експериментального навчання.

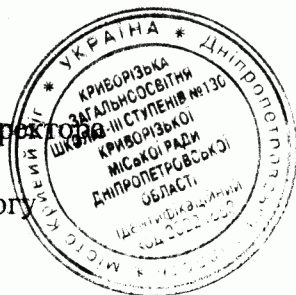
Особливого схвалення С.В. Шокалюк заслуговує через організацію самостійної роботи учнів з інформатики із застосуванням вільно поширюваного програмного забезпечення, а саме, системи дистанційного навчання MOODLE та мережної системи комп'ютерної математики SAGE.

Вчителі високо оцінюють якість дидактичних матеріалів дистанційного факультативу, зокрема, різні формати подання навчального матеріалу (текст, відео, глосарій), диференційний характер змісту завдань для практичного виконання, наявність прикладних задач та ін.

Позитивними відгуками з боку вчителів математики відмічено залучення учнів до участі у дослідницьких проектах міжпредметного інформатико-математичного змісту засобами Web-системи комп'ютерної математики SAGE.

Досвід практичного використання запропонованої С.В. Шокалюк методики організації позаурочної самостійної роботи за технологіями дистанційного навчання в старших класах у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення доводить її ефективність.

Заступник директора  
СЗОШ №130  
м. Кривого Рогу



Н.Д. Ісаченко

Україна  
 Дніпропетровська обл.  
 50038 м. Кривий Ріг  
 вул. Симонова, 10  
**КРИВОРІЗЬКИЙ  
 НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ  
 МЕТАЛУРГІЙНИЙ  
 ЛІЦЕЙ № 81**  
 Криворізької міської ради  
 Дніпропетровської області  
 ідентифікаційний код 26140460

Р/р \_\_\_\_\_  
 у \_\_\_\_\_  
 № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_  
 на № **304** від **18.05.09**  
 тел. 91-29-41

## ДОВІДКА

Про впровадження результатів дисертаційного дослідження С.В. Шокалюк на тему:  
**«Методичні засади комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення»**

Результати дослідження Світлани Вікторівни Шокалюк впроваджуються у навчальний процес Криворізького науково-технічного металургійного ліцею №81 з вересня 2007 року. Впровадження здійснюється на базі старших класів вчителем інформатики Тетяною Володимирівною Власенко.

За результатами експериментального навчання Тетяна Володимирівна зазначає, що розроблена С.В. Шокалюк методика організації позаурочної самостійної роботи з вивчення програмного забезпечення математичного призначення у Web-орієнтованому діяльнісному середовищі за рахунок інтеграції систем дистанційного навчання та комп'ютерної математики сприяє підвищенню в учнів експериментальних класів рівня навчальних досягнень і з теми «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» зокрема, і з курсу інформатики в цілому.

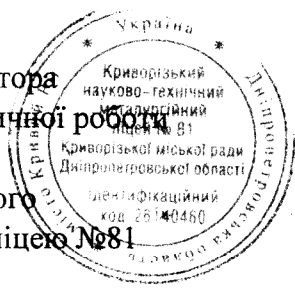
Особлива цінність розробленого С.В. Шокалюк дистанційного факультативу «Комп'ютерні технології у наукових дослідженнях» полягає у багатогранності змісту його навчального матеріалу, що включає навчання учнів:

- 1) основним прийомами розв'язування математичних задач різного рівня складності засобами систем комп'ютерної математики (на прикладі мережної системи комп'ютерної математики SAGE);
- 2) особливостям застосування мови LaTeX для відображення математичних текстів;
- 3) написання програмних кодів об'єктно-орієнтованою мовою програмування Python, що значно розширює перелік розв'язуваних математичних задач засобами SAGE.

Разом з тим, учні захоплюються дослідницькою діяльністю, беручи активну участь у навчальних проектах, зокрема, з розробки ілюстративно-демонстраційного матеріалу в підтримку різних розділів шкільної математики.

Досвід практичного використання запропонованої С.В. Шокалюк методики організації позаурочної самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення у Web-орієнтованому діяльнісному інтегрованому середовищі є свідченням її ефективності.

Заступник директора  
 з науково-методичної роботи  
 Криворізького  
 науково-технічного  
 металургійного ліцею №81



*Handwritten signature*

С.І. Зіноватна

ДОВІДКА № 7/05

про впровадження результатів дисертаційного дослідження  
*Шокалюк Світлани Вікторівни*  
на фізико-математичному факультеті  
Криворізького державного педагогічного університету

Дисертаційна робота С.В. Шокалюк, присвячена методиці організації позаурочної самостійної роботи старшокласників за технологіями дистанційного навчання програмного забезпечення математичного призначення, виконана під час її роботи на посаді асистента кафедри інформатики та прикладної математики КДПУ.

Апробація розробленого електронного гіпертекстового довідника з системи Maxima виконувалась С.В. Шокалюк в процесі навчання наступних дисциплін:

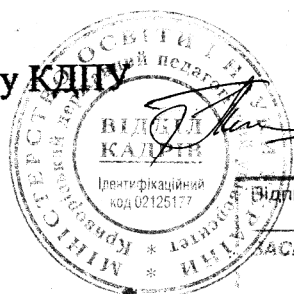
- 1) «Комп'ютерні технології у навчанні» (спеціальності «Фізика та основи інформатики», «Математика та основи інформатики» 2005-2007 рр.);
- 2) «Комп'ютерні технології у наукових дослідженнях» (спеціальність «Інформатика», 2004-2007 рр.).

Елементи методики застосування технологій навчального проектування впроваджувалися С.В. Шокалюк в рамках експериментальної програми «Intel. Навчання для майбутнього», а також під час керування курсовими роботами з методики навчання інформатики (спеціальності «Математика та основи інформатики», «Фізика та основи інформатики», 2005-2007 рр.).

Теоретичні розробки дисертаційного дослідження з методики організації дистанційного навчання старшокласників застосовуються викладачами кафедри інформатики та прикладної математики в курсі «Методика навчання інформатики» (спеціальності «Математика та основи інформатики», «Фізика та основи інформатики», «Інформатика», 2007-2009 рр.) та викладачами кафедри математики під час проведення курсів підвищення кваліфікації вчителів математики та інформатики (2008-2009 рр.).

Апробацію посібника С.В. Шокалюк «Основи роботи в SAGE» здійснювалась доцентами кафедри інформатики та прикладної математики С.О. Семеріковим та І.О. Теплицьким під час керування курсовими та кваліфікаційними роботами студентів спеціальності «Інформатика» (2008-2009 рр.) та асистентами кафедри інформатики та прикладної математики В.В. Кравченко, О.П. Бурлак, І.С. Мінтій під час викладання дисципліни «Інформаційні системи та технологій» (спеціальність «Фізика та основи інформатики», 2008-2009 рр.).

Голова методичної ради  
фізико-математичного факультету КДПУ  
к.пед., доц.



І.О. Теплицький

Відпис Теплицького І.О.  
Засвідчую  
(начальник відділу кадрів КДПУ)  
« 15 » 05 20 09 рр.



ДОВІДКА № 24 від 05.06.2009р.

про впровадження результатів дисертаційного дослідження

*Шокалюк Світлани Вікторівни*

«Методичні засади комп'ютеризації самостійної роботи старшокласників у процесі вивчення програмного забезпечення математичного призначення»

у Криворізькому відокремленому підрозділі

Запорізького інституту економіки та інформаційних технологій

В процесі роботи на посаді старшого викладача кафедри математичних методів та інформаційних технологій в економіці КВП ЗІЄІТ Шокалюк Світлана Вікторівна у 2005–2007 рр. працювала з учнями 10–11 клас шкіл м. Кривого Рогу та Дніпропетровської області, що навчалися в коледжі КВП ЗІЄІТ на спеціальності «Обслуговування комп'ютерних систем та мереж». Враховуючи очно-заочну форму навчання студентів коледжу, С.В. Шокалюк було розроблено і впроваджено систему дистанційного навчання та консультування на основі засобів мобільного навчання.

Розроблені С.В. Шокалюк методичні основи підготовки дослідницьких проектів у Web-СКМ SAGE використовуються студентами коледжу в процесі підготовки кваліфікаційних робіт за освітньо-кваліфікаційним рівнем «молодший спеціаліст».

Матеріали посібника С.В. Шокалюк «Основи роботи в SAGE» також використовуються викладачами кафедри математичних методів та інформаційних технологій в економіці в процесі навчання дисциплін «Вища математика», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Алгоритми та методи обчислень», «Дискретна математика», «Комп'ютерне моделювання», «Комп'ютерна криптографія».

Директор

Криворізького відокремленого підрозділу

Запорізького інституту економіки та

інформаційних технологій

к.т.н., доцент



Н.Г. Магарь