

В.М.Соловйов, д-р фіз.-мат. наук,
Криворізький економічний інститут
Київського національного економічного університету

А.А.Ганчук, аспірант
Київський національний економічний університет

ОСОБЛИВОСТІ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ СВІТОВОГО ФОНДОВОГО РИНКУ

Світовий фондовий ринок є одним з найбільш капіталізованим розподіленим сектором світового фінансового ринку. Дослідження його структурних і динамічних властивостей в умовах глобалізації і інтеграції ринків капіталу дає можливість оптимізувати можливі ризики глобального інвестора. Врахування особливостей історичної динаміки ринків різного ступеня розвитку спрощує задачу формування інвестиційної привабливості вітчизняному фондовому ринку [1].

Погляд на сучасні фінансові ринки з позицій теорії складності дозволяє ввести нові динамічні характеристики, які в свою чергу дозволяють одержати нову інформацію відносно ефективності функціонування та надійності досліджуваних систем. Нелінійна динаміка, еконофізика та теорія мережеподібних систем сьогодні є основними складовими цієї міждисциплінарної науки [2-5]. Використовуються кращі надбання окремих наук, що дозволяє продукувати нові підходи до старих задач, одержувати принципові результати. Деякі з сучасних алгоритмів теорії складних систем реалізовані нами в виді оригінальних інструментів середовища MATLAB [6-7].

В даній роботі приведені результати досліджень структурних та динамічних властивостей фондових ринків розвинених країн і країн з перехідною економікою Це зроблено шляхом аналізу індексів фондових

ринків США та Росії, які обраховуються міжнародною компанією Morgan Stanley Capital International (MSCI – www.msci.com).

Дослідження розподілу цінових флуктуацій значної кількості фінансових активів вказує, що вони спадають не за розподілом Гауса, а мають досить значну ймовірність при малих значеннях цін (так звані „важкі” хвости) [8]. Для наших вибраних рядів знайдемо прибутковості („return”) активів $i = 1, \dots, N$ за проміжок часу Δt

$$G_i(t) \equiv \ln S_i(t + \Delta t) - \ln S_i(t), \quad (1)$$

де $S_i(t)$ - ціна активу i . Оскільки різні активи мають різні рівні волатильності, доцільно ввести нормалізовані прибутковості

$$g_i(t) = \frac{G_i(t) - \langle G_i \rangle}{\sigma_i}. \quad (2)$$

$\sigma_i = \sqrt{\langle G_i^2 \rangle - \langle G_i \rangle^2}$ - стандартне відхилення G_i . Дужки $\langle \dots \rangle$ означають середнє за досліджуваний проміжок часу.

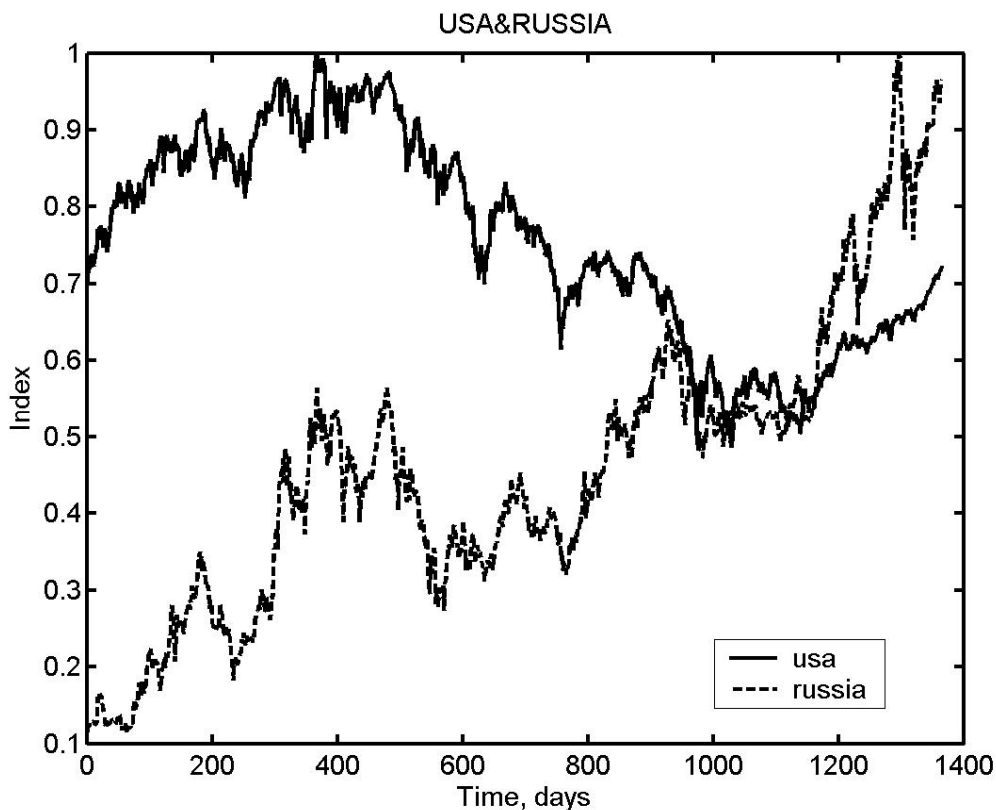


Рис.1. Динаміка індексів MSCI USA та MSCI Russia

На рисунку 1 зображена динаміка змін з часом індексів фондових ринків США і Росії, а на рисунку 2 та ж інформація відображена для прибутковостей (2). Необхідно звернути увагу на значно менші амплітуди цінових коливань на ринку розвиненої держави, ніж на ринку держави з перехідною економікою. Ця відмінність проявить себе при їх порівняльному аналізі нелінійної динаміки (див. далі).

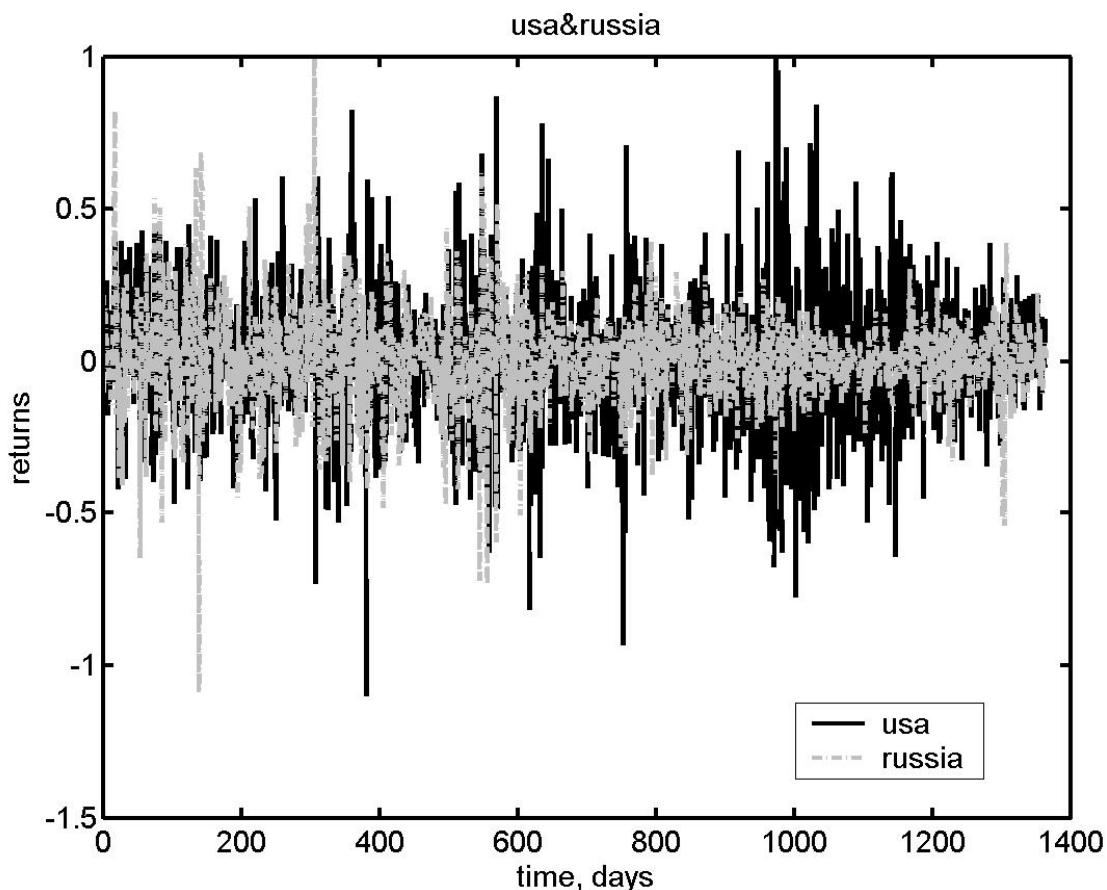


Рис.2. Нормалізовані прибутковості фондових ринків США і Росії

Важливе значення має величина волатильності, яка широко використовується у фінансових розрахунках, зокрема, вторинних інструментів. Визначимо волатильність як середнє від $|G(t)|$ для часових вікон $T = n \cdot \Delta t$, тобто

$$V_T(t) = \frac{1}{n} \sum_{t'=t}^{t+n-1} |G(t')|, \quad (3)$$

де n є цілим числом. У цьому визначенні волатильності використовується два параметри, Δt та n . Параметр Δt є шаблоном (чи модельним) часовим інтервалом для даних, а параметр n є кроком переміщення часового вікна.

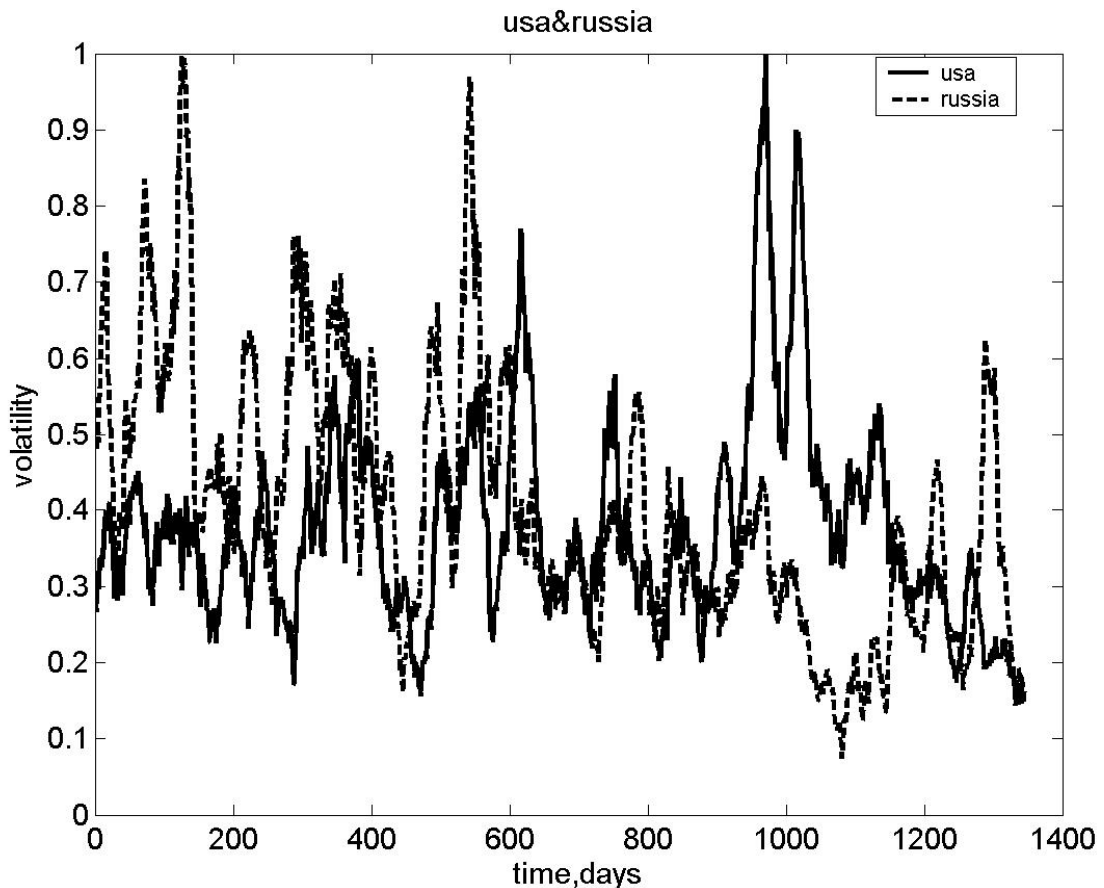


Рис. 3. Залежність від часу нормалізованих волатильностей індексів MSCI для США і Росії

Основний висновок, який можна зробити із рисунка 3 в тому, що волатильності змінюються з часом і цей факт треба враховувати при дослідженнях нестационарних рядів. Наприклад, при розрахунку VaR-оцінки методом історичного моделювання [10].

Аналіз функції розподілу прибутковостей (рис.4) свідчить про суттєві відмінності від нормального розподілу. Окрім особливостей, вказаних у підпису до рисунку, звернемо увагу на наявність значень прибутковостей, які більші від $\pm 3\sigma$. Так, для фондового ринку США мінімальне значення

$g_{\min} = -4,72$, а максимальне - $g_{\max} = 4,29$. Для MSCI Russia ці значення ще більші: $g_{\min} = 6,79$, $g_{\max} = 6,25$.

Функція розподілу прибутковостей має вигляд

$$P(g > x) \propto x^{-(1+\alpha)}, \quad (4)$$

де показник степеня $\alpha \approx 3$ для широкого інтервалу величин флуктуацій розміром у вісім порядків на часових проміжках від однієї хвилини до декількох днів. Із рисунка 4 видно, що на фондовому ринку США мають місце цінові флуктуації, які призводять до появи „важких хвостів” у функції розподілу. Але на відміну від російського ринку вони менш „важкі”.

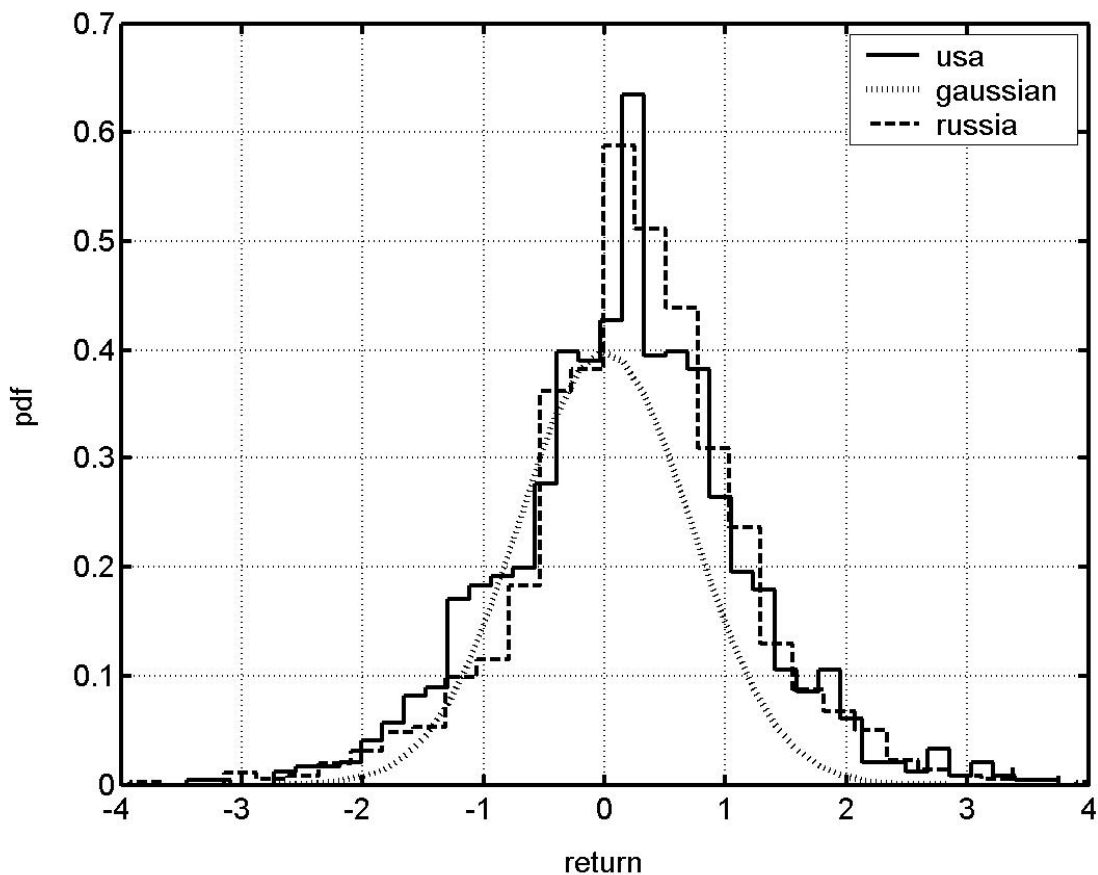


Рис.4. Кумулятивні функції розподілу (pdf) нормалізованих прибутковостей фондових ринків США і Росії. Порівняння з нормальним розподілом (Gaussian) свідчить про наявність: а) «важких хвостів» на обох крилах; б) позитивного лектокуртозису (ексцес $E_k=4,48$ для США і $7,72$ для Росії) і асиметрії ($A_s=0,089$ для США і $0,029$ для Росії)

Далі ми вивчили ефекти так званої довготривалої пам'яті (long-term memory). Суть її в тому, що значення з віддаленого минулого можуть мати суттєвий ефект для розрахунку цінових змін. Для фінансово-економічних систем довгу пам'ять мають волатильність, об'єми торгівлі та ін. Найпростіший прямий шлях вивчення кореляційних властивостей є дослідження автокореляційної функції

$$C(t) \equiv \frac{\langle g(t)g(t + \Delta t) \rangle - \langle g(t) \rangle^2}{\langle g^2(t) \rangle - \langle g(t) \rangle^2}, \quad (5)$$

де Δt - часовий лаг. Якщо функція (5) спадає експоненційно (тобто, $C(t) \propto \exp(-t/t_0)$), мова йде про коротку пам'ять з характерним часовим масштабом $1/t_0$. Якщо залежність $C(t)$ має степеневий вигляд $C(t) \propto t^{-\gamma}$, де $\gamma < 1$ говорять про довгострокову пам'ять.

На рис.5 ефект довгострокової пам'яті продемонстровано для абсолютних значень величин прибутковостей. Видно, що довжина пам'яті різна для різних періодів дослідження. Це може бути свідченням існування різних механізмів довготривалої пам'яті.

Нами також використано інші непрямі методи дослідження довготривалої пам'яті: спектральний аналіз, аналіз детрендованих флуктуацій (АДФ) та інші. Розглянемо останній, оскільки він є коректним і для нестационарних часових рядів та дозволяє відслідковувати перехідні процеси типу кросоверу між проміжками пам'яті різної довго тривалості [8-9].

АДФ базується на гіпотезі про те, що корельований часовий ряд може бути відображений на самоподібний процес шляхом інтегрування. Таким чином, вимірювання властивостей самоподібності може непрямо свідчити про кореляційні властивості ряду.

Часовий ряд довжини N інтегрується, $Y(k) = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})$, де X_i – i -те значення часового ряду, \bar{X} – його середнє значення, $k = 1, \dots, N$. Отриманий ряд $Y(k)$ розбивається на m підпоследовностей (вікон) однакової ширини n і

для кожної підпослідовності (у кожному вікні) виконується наступне: 1) за допомогою методу найменших квадратів знаходиться локальний лінійний тренд $Y_t(k)$; 2) підпослідовність детрендується шляхом віднімання значення локального тренду $Y_t(k)$ від значень ряду $Y(k)$, що належать підпослідовності t ; 3) знаходиться середнє \bar{Y}_t детрендованих значень.

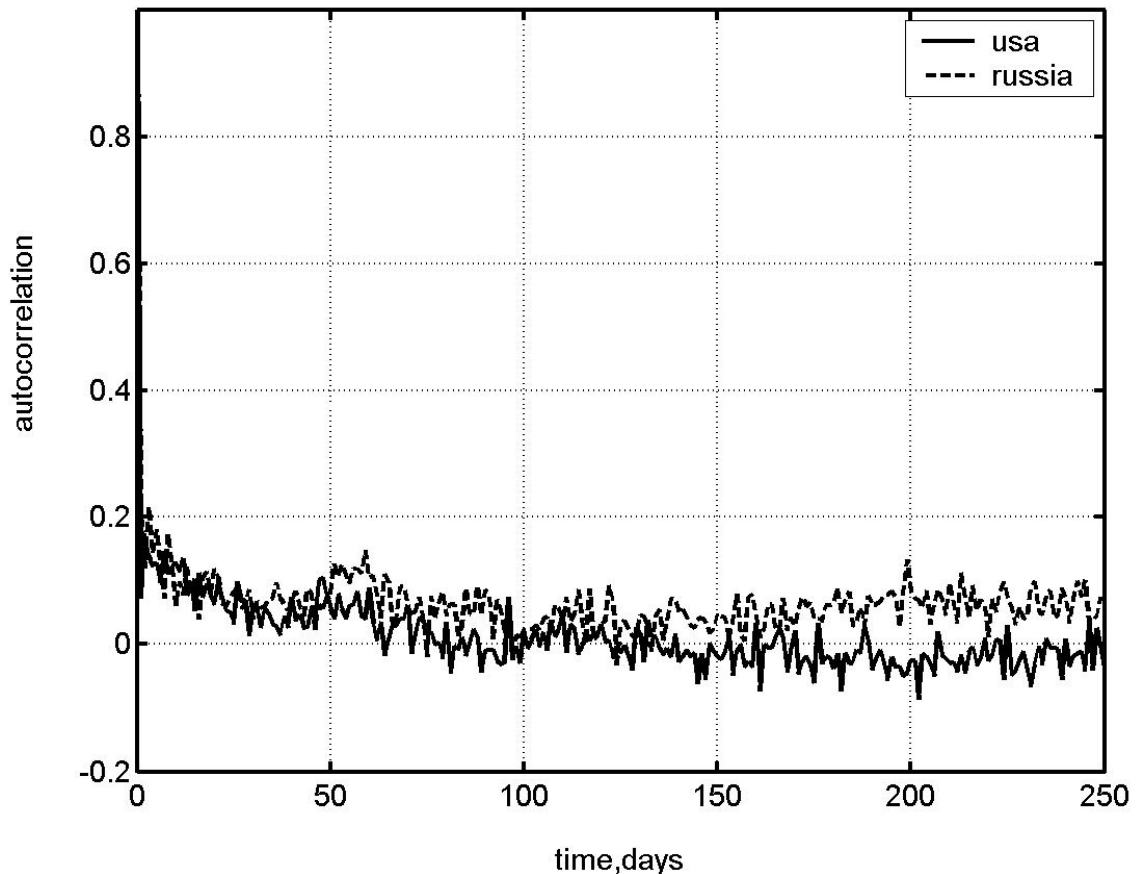


Рис. 5. Автокореляція нормалізованих волатильностей індексів MSCI США і Росії

Для отриманих таким чином значень на всіх підпослідовностях знаходиться:

$$F_n = \sqrt{\frac{1}{m} \bar{Y}_t},$$

де n – кількість точок у підпослідовності (ширина вікна), m – кількість підпослідовностей, \bar{Y}_t – середнє детрендованих значень для підпослідовності t .

Вказана процедура повторюється для вікон різної ширини, внаслідок чого маємо набір пар точок $(F_n; n)$. Побудова залежності $\log F(n)$ від $\log n$ та інтерполяція отриманих значень прямою дає змогу обчислити показник скейлінга α , що є коефіцієнтом кута нахилу інтерполяційної прямої і характеризує зміну кореляцій логарифмічних прибутковостей часового ряду при збільшенні часового інтервалу.

АДФ дає більші можливості інтерпретації скейлінгового показника α : для випадкового ряду (перемішаного чи „сурогатного”) $\alpha = 0.5$; при наявності лише короткочасових кореляцій α може відрізнитись від 0.5, проте має тенденцію прямувати до 0.5 при збільшенні розміру вікна. Значення $0.5 < \alpha \leq 1.0$ показує на персистентні довгочасові кореляції, що відповідають степеневому закону; $0 < \alpha < 0.5$ означає, що ряд - антиперсистентний. Спеціальний випадок, коли $\alpha = 1$, означає наявність шуму $1/f$. Для випадків, коли $\alpha \geq 1$, кореляції існують, проте перестають відображувати степеневу залежність; випадок $\alpha = 1.5$ свідчить про Броунівський шум, інтегрований білий шум.

Як видно з рисунку 6 обидва часові ряди є персистентними. Для MSCI USA значення α більше від значення для фондового ринку Росії. Це може свідчити про те, що мультифрактальність останнього менша. Очевидно також, що довготривала пам'ять зникає при перемішуванні часових рядів.

Стандартний АДФ використовується для визначення (моно-)фрактальних скейлінгових властивостей і довгочасових кореляцій в зашумлених нестационарних часових рядах. Проте багато економічних (біологічних, медичних тощо) об'єктів не демонструють простої монофрактальної скейлінгової поведінки, що може бути визначена одним коефіцієнтом. В деяких випадках існує кросовер (crossover) на часових шкалах s_x , що відділяє моделі з різною поведінкою, наприклад, довгочасові кореляції на малих масштабах часу $s \ll s_x$ та кореляції іншого виду чи некорельовану поведінку на більших масштабах $s \gg s_x$. В деяких випадках

поведінка скейлінга ще більш складна, і існують різні значення коефіцієнтів скейлінга для різних частин послідовності (наприклад, для першої та другої половини послідовності). Трапляються ще більш складні випадки, коли розглядаються накладені одна на одну множини із різною фрактальністю. Для таких випадків необхідно обчислювати множину коефіцієнтів скейлінга для повного опису поведінки об'єкта. Тоді застосовується мультифрактальний аналіз детрендованих флуктуацій.

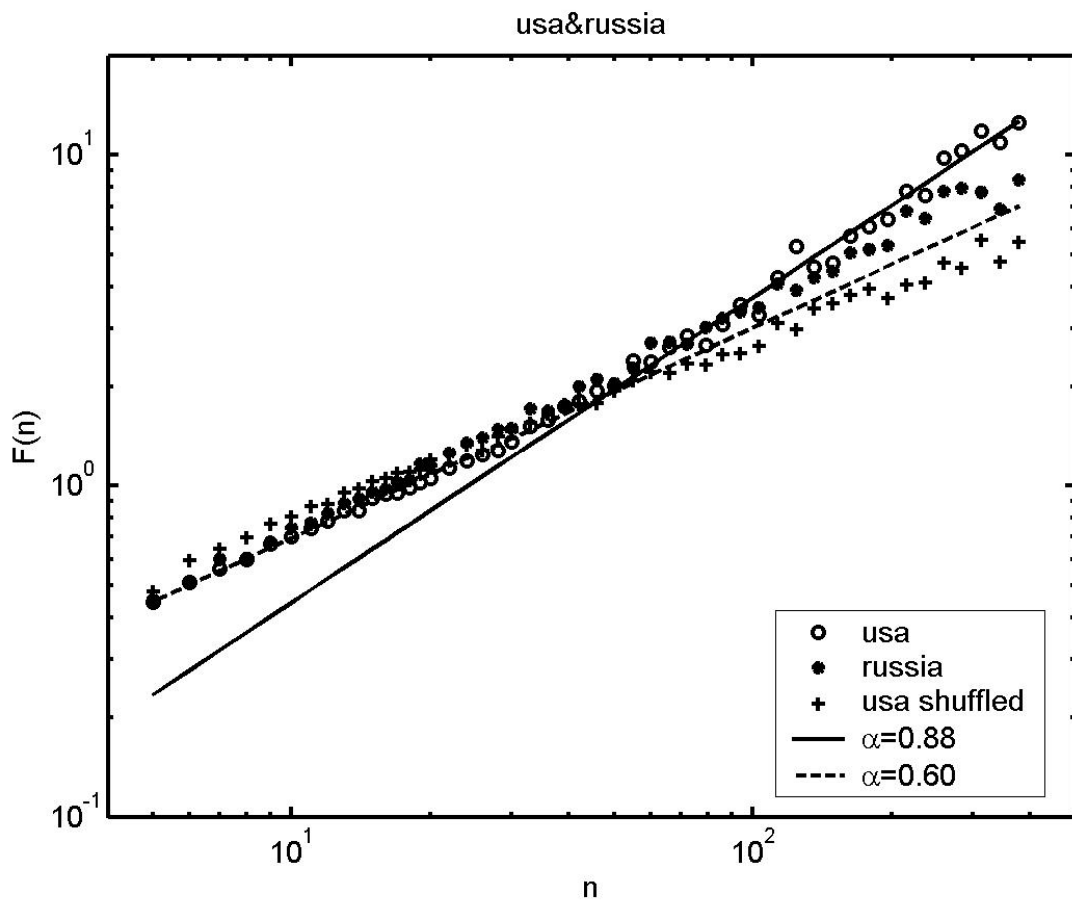


Рис. 6. Коефіцієнти Херста α для нормалізованих волатильностей фондових ринків США і Росії. Ефект наявності довгої пам'яті зникає для перемішаних (shuffled) рядів

У АДФ порядку n обчислюються відхилення профілю від інтерполяційного многочлена n -го порядку, що вилучає вплив всіх можливих трендів порядків до $(n-1)$ для масштабів, більших від розміру вікна. Визначається скейлінгова поведінка функції флуктуацій шляхом аналізу у

подвійному логарифмічному масштабі залежності $F_q(s)$ від q . Якщо послідовність x_i має довгочасові кореляції, $F_q(s)$ збільшується із збільшенням s згідно степеневому закону

$$F_q(s) \cong s^{h(q)}. \quad (6)$$

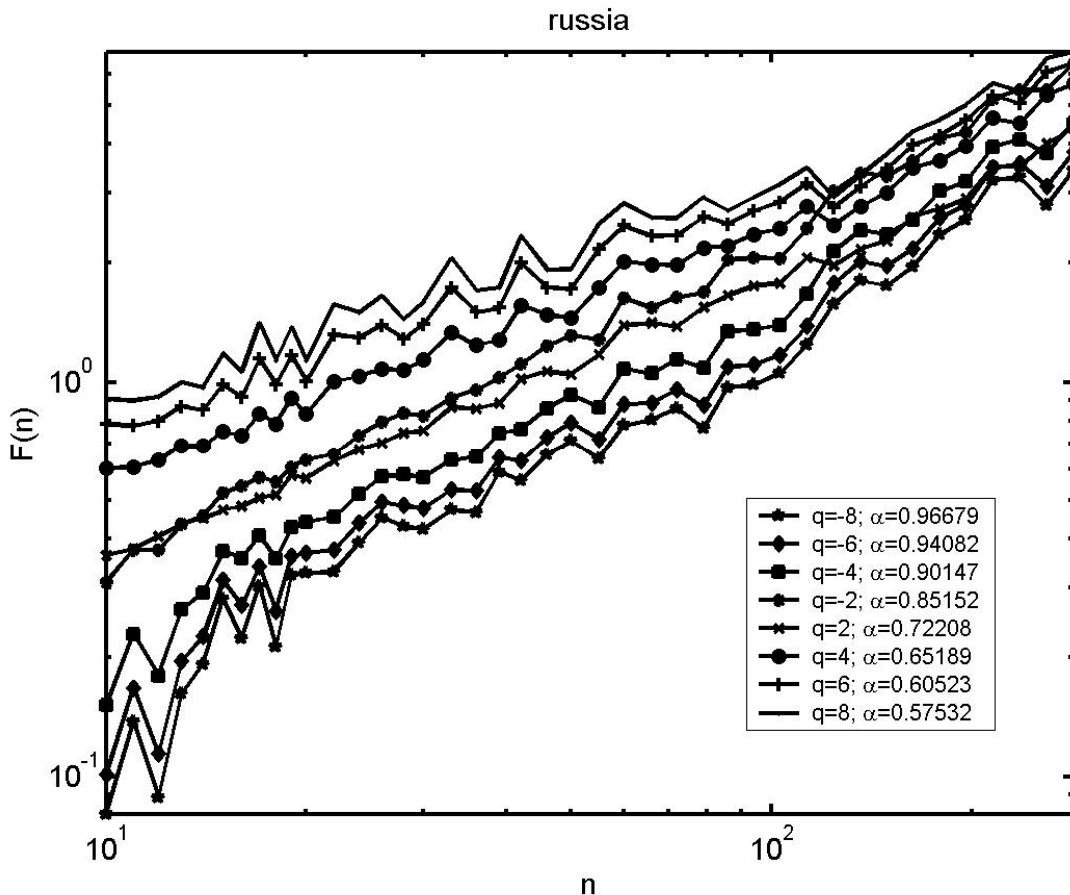


Рис. 7. Мультифрактальний спектр часового ряду MSCI Russia для значень $q \in [-8, 8]$.

У загальному випадку функція $h(q)$ є нелінійною, що свідчить про мультифрактальність часового ряду. При $q = 2$ маємо коефіцієнт Херста. З рисунку 7 видно, що динамічний ряд MSCI Russia являється мультифрактальним. Більш коректним для знаходження мультифрактального спектру є метод вейвлет-перетворень [11], використання якого для нашого ринку ми розглянемо в окремій роботі.

Одержані результати являються інваріантними відносно вибору країн ринку MSCI. Головне, щоб одна з них відносилась до розвинених, а інша до країн, що розвиваються.

Таким чином, нами створено комплекс сучасних потужних методів комп'ютерного моделювання нелінійних процесів, який дозволяє одержати принципово нову інформацію відносно структури і динаміки складних фінансово-економічних систем. Це дає основу для забезпечення моніторингу цих систем, передбачення і прогнозування можливих станів, диверсифікації виникаючих ризиків тощо.

Література

1. Энтов Р.М., Луговой О.В., Пащенко С.А., Полевой Д.И., Скрипкин Д.Б. Финансовые рынки в переходной экономике: некоторые проблемы развития.-М.: ИЭПП, 2003.-171с.
2. Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. / Сб.статей под ред. Г.Г.Малинецкого, С.П. Курдюмова. - М.: Наука, 2002.-с.478
3. Amaral L.A.N., Ottino J.M. Augmenting the Framework for the Study of Complex Systems // Eur.Phys.J. 2004, v.B38.-P.147-162
4. Mantegna R. N. , Stanley H. E. An Introduction to Econophysics – Cambridge.: University Press, 2000.-p.257
5. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В. О проблемах физической экономики.- Успехи физических наук, 2002, т.172, №9.-с.1045-1066
6. Соловйов В.М., Соловйова В.В., Кучеренко С.А. Сучасна економіка. Погляд з позиції теорії складних систем і комп'ютерного моделювання - Економіка: проблеми теорії і практики. Збірник наукових праць.- Дніпропетровськ: ДНУ, 2003. Вип.164.- с.176-181
7. Овчарук М.П., Соловйов В.М. Комп'ютерне моделювання складних фінансово-економічних систем. - Вісник Криворізького технічного університету, Сер. "Економічні науки", 2004, вип.2. с.137-146

8. Соловйов В.М., Соловйова В.В., Нагібас А.О. Порівняльний аналіз динаміки фондових ринків розвинених країн і країн з перехідною економікою. - Вісник Криворізького технічного університету, Сер. "Економічні науки", 2005, вип.9. с.147-155

9. Соловйов В.М., Дербенцев В.Д., Шарапов О.Д. Особливості динаміки і топології сучасних фінансово-економічних систем. - Вісник Черкаського університету, Сер. "Економічні науки", 2003, вип.48. – с.127–136

10. Selcuk F. Financial earthquakes, aftershocks and scaling in emerging stock markets // Physica A, 2004.-p.306-316

11. Manimaran P., Panigrani P.K., Parikh J.C. Wavelet analysis and scaling properties of time series – arXiv:nlin.CD/0412046