

В.М.Соловйов, д-р фіз.-мат. наук,
В.В.Соловйова, ст. викладач,
Криворізький економічний інститут
Київського національного економічного університету

КОРЕЛЯЦІЙНІ, СПЕКТРАЛЬНІ І СТРУКТУРНІ ВЛАСТИВОСТІ ФОНДОВОГО РИНКУ УКРАЇНИ

Останнім часом відбулися відчутні зміни в розумінні фундаментальних закономірностей економічних систем. Виявилось, що економічні системи відносяться до класу актуальних сьогодні складних мережеподібних структур, проявляють універсальні емерджентні властивості, які не знаходять адекватного розуміння у рамках традиційних парадигм [1,2]. Тому для їх аналізу все активніше використовуються відносно нові методи та моделі, які вдало поєднують раціональні доробки фундаментальних наук, сучасні досягнення в галузі інформаційних технологій та досить ємні бази даних глобальної мережі. Саме завдяки останнім значний прогрес у розумінні та квантифікації природи цих систем відмічається у міждисциплінарних науках - математичній економіці, фізичній економіці, еконофізиці та ін. [3-6]. Дана робота продовжує цикл наших досліджень фондового ринку України еконофізичними методами [5-7, 9-11].

Вихідними даними є динамічний ряд, відомий як індекс Першої Фондової Торгівельної Системи (ПФТС: www.kinto.com). На 1 січня 2005 року індекс фондового ринку формують 431 вітчизняні компанії, які охоплюють практично всі сектори економіки. На жаль, для значної кількості компаній ціни акцій залишаються незмінними протягом довгих проміжків часу. Аналіз таких „псевдо стабільних” учасників ринку іноді призводить до „псевдо ефектів”, які не спостерігаються на фондових ринках розвинених країн. Саме тому ми вибрали 46 найбільш активних гравців фондового ринку

України. Для співставлення з фондовими ринками розвинених країн ми додатково аналізуємо фондовий ринок США за індексом Standard&Poor 500 (S&P 500), який обраховується за схожою методикою і включає приблизно таку ж кількість компаній – 499. В подальших розрахунках в залежності від особливостей задачі вибиралась та чи інша кількість компаній американського ринку, починаючи з 1985 року (всього 195 компаній у відкритому доступі – www.standardandpoors.com) і закінчуючи 2000 роком (484 компанії). Змінювалась, відповідно, і довжина часового ряду. Тому в деяких місцях у розрахунках зустрічаються різні значення вихідних і проміжних параметрів .

Знайдемо зміни цін (або, іншими словами, „return”- прибутковості) акцій $i=1,\dots,N$ за проміжок часу Δt

$$G_i(t) \equiv \ln S_i(t + \Delta t) - \ln S_i(t), \quad (1)$$

де $S_i(t)$ - ціна акції i . Оскільки різні акції мають різні рівні волатильності, доцільно ввести нормалізовані прибутковості

$$g_i(t) = \frac{G_i(t) - \langle G_i \rangle}{\sigma_i}. \quad (2)$$

$\sigma_i = \sqrt{\langle G_i^2 \rangle - \langle G_i \rangle^2}$ - стандартне відхилення G_i . Дужки $\langle \dots \rangle$ означають середнє за досліджуваний проміжок часу.

На рисунку 1 зображена динаміка змін з часом прибутковостей (2) для S&P 500 і ПФТС. У роботі [7] ми провели дослідження цінових флуктуацій на цих ринках, процеси коротко- і довготривалої пам'яті, коефіцієнти Херста для прибутковостей та волатильностей.

Мета даної роботи зводиться до застосування теорії випадкових матриць (Random Matrix Theory – RMT) при дослідженні кореляцій та синергетичних процесів на фондовому ринку.

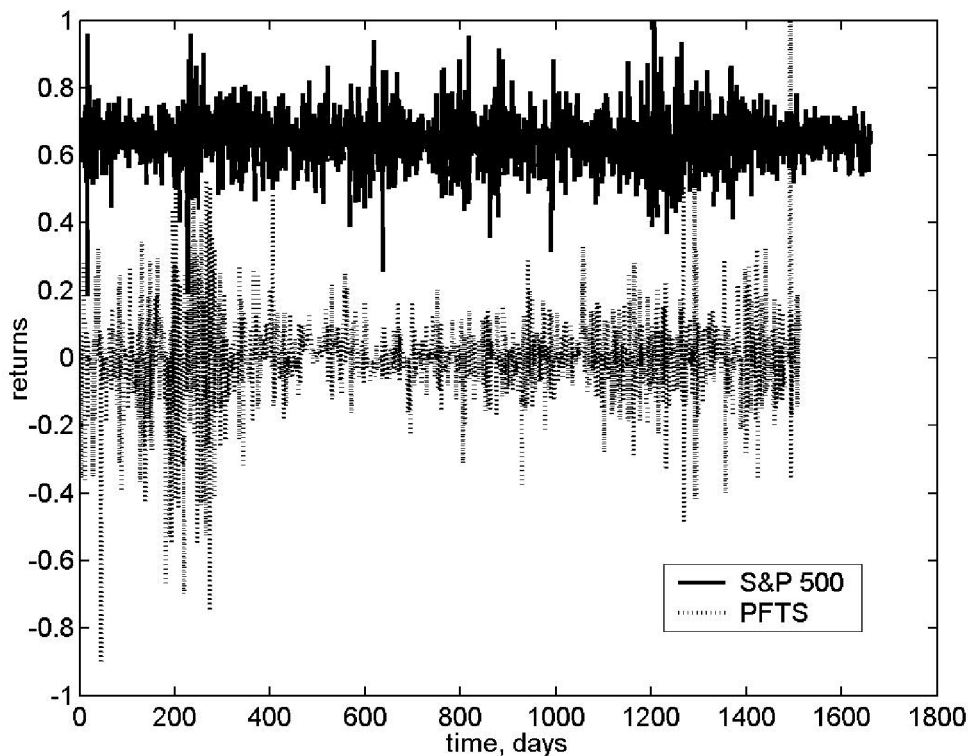


Рис.1. Зміна з часом нормалізованих прибутковостей (2) фондових ринків США (за індексом S&P 500) і України (за індексом ПФТС)

Побудуємо на основі нормалізованих прибутковостей матрицю

$$C_{ij} = \langle g_i(t)g_j(t) \rangle, \quad (3)$$

яка відображає кореляцію між акціями.

На рис.2 проведено порівняння функцій розподілу коефіцієнтів взаємної кореляції (3) для ПФТС і S&P 500. Видно, що на американському ринку акції більш корельовані, про що свідчить значне зміщення екстремуму розподілу відносно нуля. Знайдені додатні кореляції зникають при використанні стандартного тесту на перемішування даних. Оскільки метод розрахунку не містить механізму кореляцій, значить вони носять синергетичний характер.

Ми порівняли далі спектральні властивості матриці C з властивостями тестової матриці, сформованої з нормально розподілених, нормованих

елементів (так званий Гаусів ортогональний ансамбль - ГОА), які добре відомі.

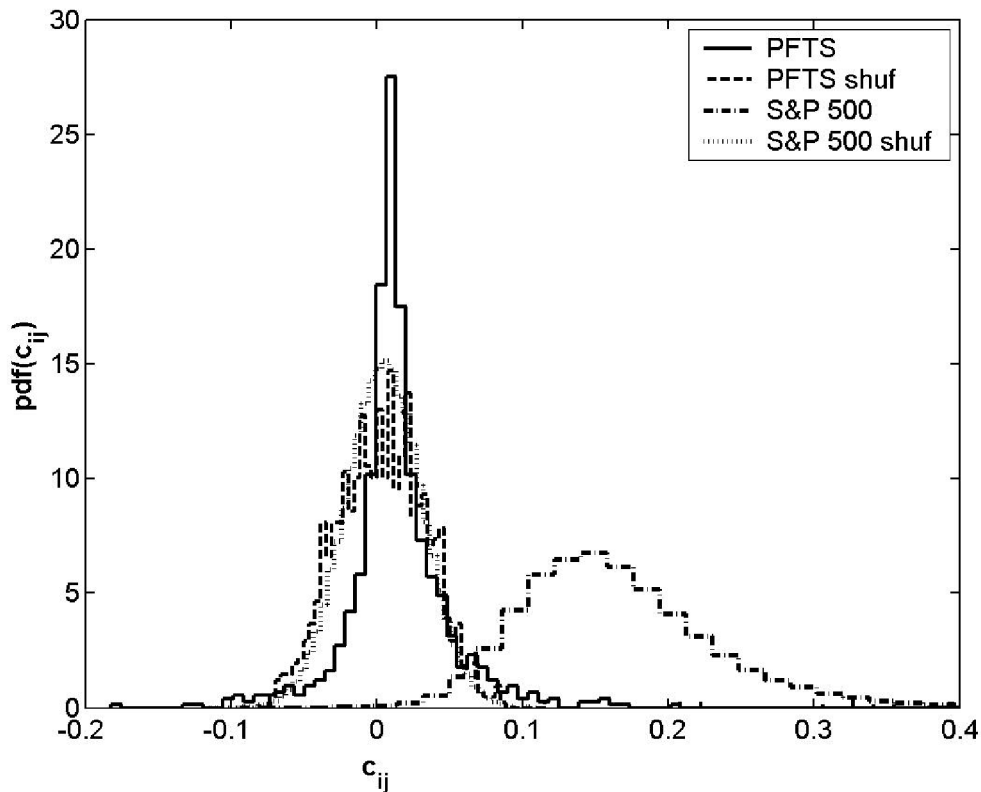


Рис. 2. Порівняння функцій розподілу pdf елементів c_{ij} матриць кореляцій (3) для фондових ринків України і США (суцільна лінія і штрих пунктирна лінії). Штриховою і точковою лініями зображені функції розподілу для перемішаних (shuffled) даних

Позначимо $\rho(\lambda)$ щільність власних значень

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{N} \frac{dn(\lambda)}{d\lambda}. \quad (4)$$

$n(\lambda)$ - кількість власних значень, менших від λ . З теорії випадкових матриць відомо, що для випадкової матриці M розмірності $T \times N$ при $N \rightarrow \infty$, $T \rightarrow \infty$ та $Q = T/N \geq 1$ розподіл $\rho(\lambda)$ має вигляд

$$\rho(\lambda) = \frac{Q}{2\pi\sigma^2} \frac{\sqrt{(\lambda_{\max} - \lambda)(\lambda - \lambda_{\min})}}{\lambda}, \quad (5)$$

$$\lambda_{\min}^{\max} = \sigma^2 (1 + 1/Q \pm 2\sqrt{1/Q}),$$

де $\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$, а $\sigma^2=1$ – нормалізована варіація матриці M . В нашому випадку для ПФТС маємо $Q \approx 36.26$, $\lambda \in [0.73; 1.32]$, для S&P 500 - $Q \approx 4.77$, $\lambda \in [0.29; 2.13]$.

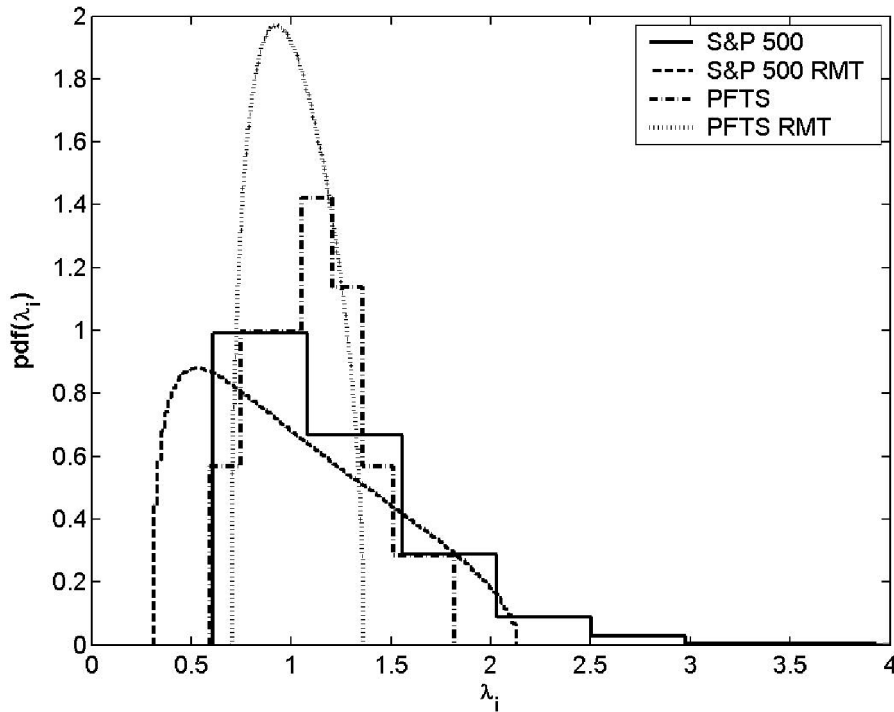


Рис.3. Функції розподілу власних значень λ_i для кореляційних матриць, сформованої за даними ПФТС і S&P 500. Зображені також відповідні розподіли $\rho(\lambda)$, одержані згідно (5)

З рис. 3 видно, що більш ніж 90% власних значень співпадають з такими ж для ГОА, але є й такі, що лежать поза межами границь методу RMT. Особливо це стосується власних значень, які розташовані при $\lambda > \lambda_{\max}$. Дійсно, для ПФТС маємо $\lambda_{\min} = 0.44$, $\lambda_{\max} = 1.97$, для S&P 500 - $\lambda_{\min} = 0.14$, $\lambda_{\max} = 71.18$. Наявність власних значень, які лежать поза межами спектра ГОА є свідченням колективної динаміки (самоорганізації) системи.

У випадку ТВМ розподіл компонентів власного вектора u^k , який відповідає власному значенню λ_k підпорядкований нормальному закону [8]. Для досліджуваних часових рядів спостерігається суттєве відхилення від нормального розподілу. Причому воно стає більш помітним, коли відстань від верхньої границі λ_+ ТВМ $\lambda_k - \lambda_+$ збільшується. Цей факт відображено на рис. 4.

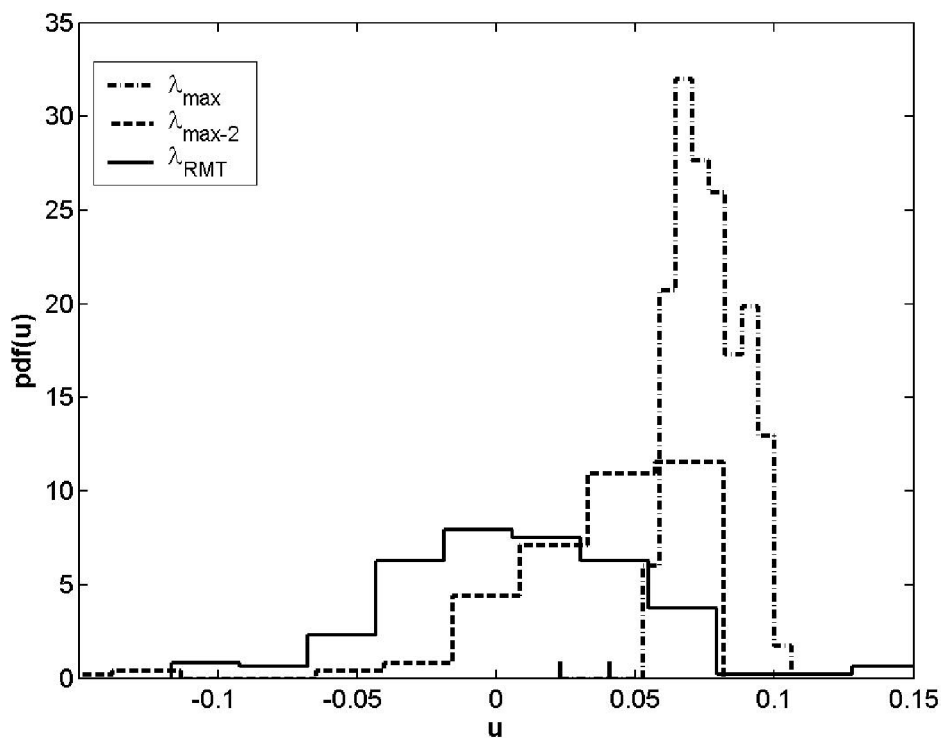


Рис. 4. Розподіл компонентів власного вектора u , який відповідає власному значенню λ . Гістограма, яка зображена суцільною лінією відноситься до власного значення діапазону $\rho(\lambda)$ RMT. Інші гістограми відповідають значенням $\lambda_{\max} = 30.36$ та $\lambda_{\max-2} = 3.65$, які значно перевищують RMT-діапазон $\rho(\lambda) : \lambda \in [0.86; 1.15]$

Оскільки наближення до λ_+ збільшує ефекти хаотичності, ми визначаємо кількість компонентів u^k , які беруть участь у кожному власному векторі. Це у свою чергу відбиває ступінь відхилення від ТВМ для розподілу

компонентів власного вектора. Для цього ми використовуємо поняття зворотного відношення участі (inverse participation ratio - IPR), запропонованого у теорії локалізації [8]. IPR для компонентів власного вектора u^k визначене як

$$I^k \equiv \sum_{l=1}^N [u_l^k]^4, \quad (6)$$

де $u_l^k, l = 1, \dots, n$ - компоненти власного вектора u^k . Значення I^k може бути ілюстровано двома граничними випадками: 1) вектор з ідентичними компонентами $u_l^k \equiv 1/\sqrt{N}$ має $I^k = 1/N$, тоді як 2) вектор з одним компонентом $u_l^k = 1$ та нульовими іншими має $I^k = 1$. Отже, IPR визначає кількість даних з числа компонентів власного вектора, які мають значний внесок.

Рис. 5 демонструє порівняння зворотного відношення участі для кореляційних матриць C українського та американського фондових ринків. Вони в свою чергу порівнюються з IPR перемішаних матриць. Відмітимо, що I^k для випадково перемішаних рядів має середнє значення $I^k - \langle I \rangle \approx 1/N$ з вузьким уширенням. Це означає, що компоненти власного вектора розподілені таким чином, що майже усі вони мають однаковий внесок. Коливання навколо цієї середньої величини обмежені вузьким інтервалом. I^k для C , побудованих із щоденних прибутковостей, співпадають з I^k перемішаних матриць у значній частині спектра $\lambda_- < \lambda_i < \lambda_+$. Щодо границь спектра власних значень C , мають місце істотні відхилення I^k від $\langle I \rangle$.

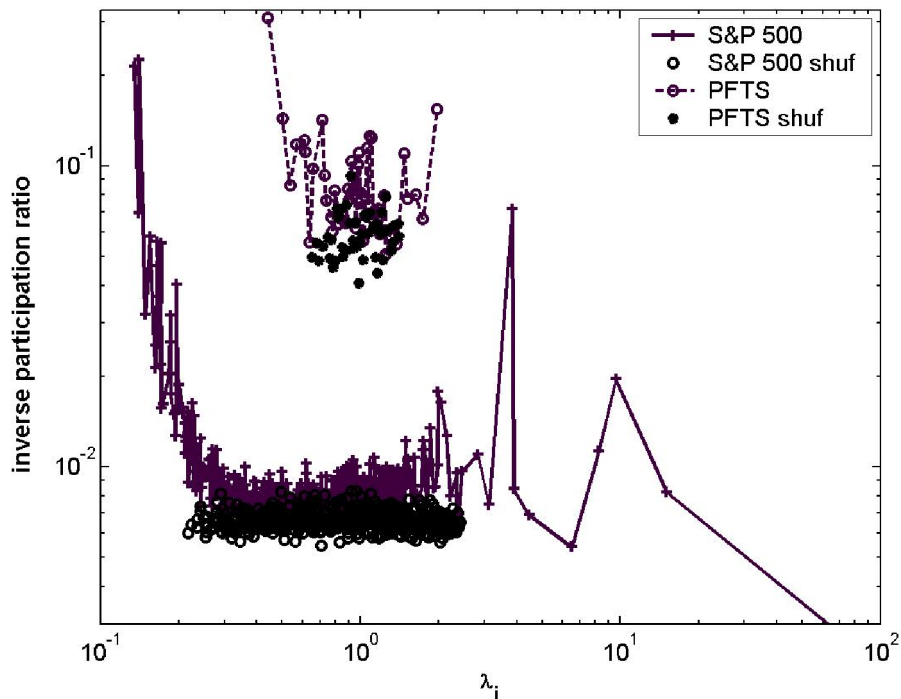
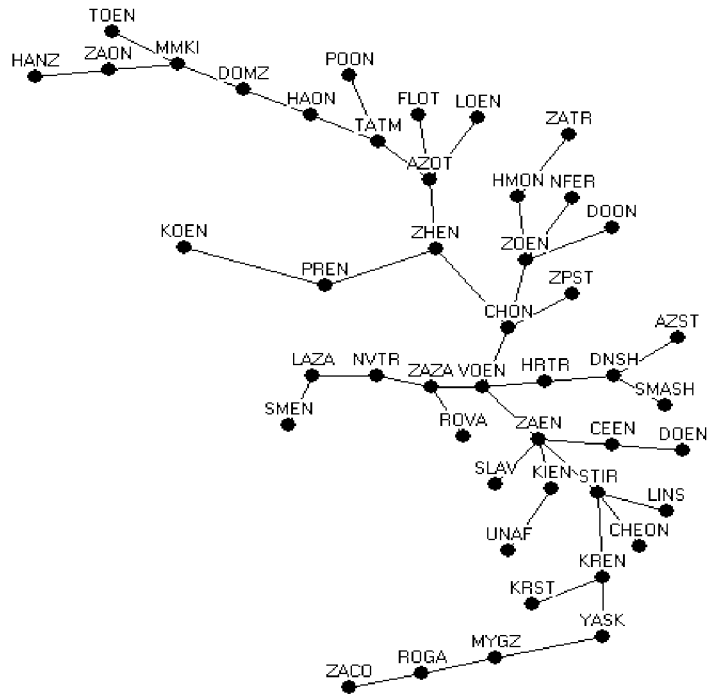
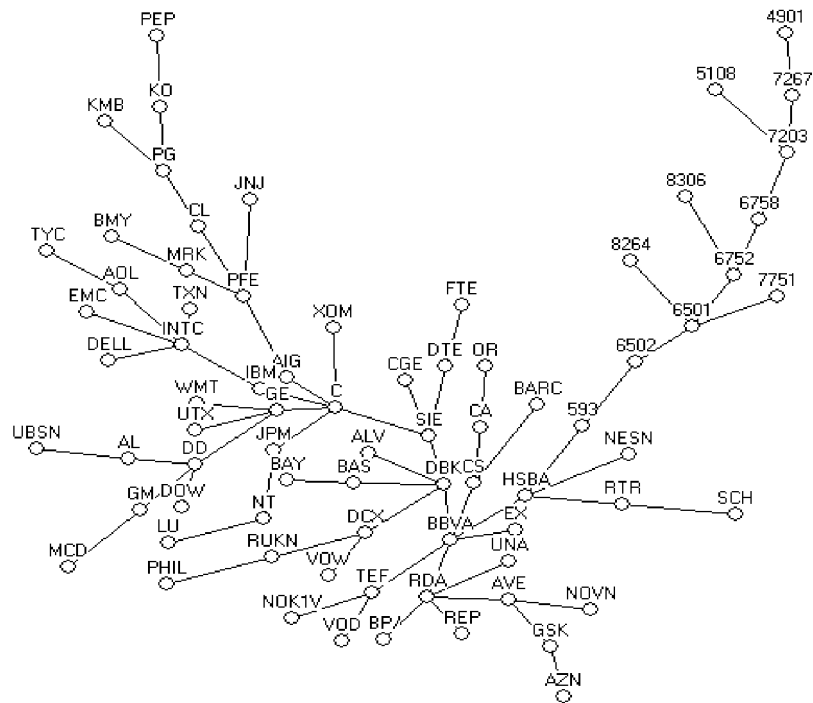


Рис. 5. Обернене відношення участі для ПФТС і S&P 500. Верхня частина рисунку (ПФТС) значно бідніша з огляду на біднішу базу даних (всього 46 компаній)

Встановивши наявність додатних кореляцій на фондовому ринку, цікаво дослідити їх можливу природу, а також з'ясувати структурні аспекти кореляцій. Використаємо для цього алгоритми, запропоновані в [12]. Очевидно, що коефіцієнти кореляції формують матрицю $N \times N$ з елементами $-1 \leq c_{ij} \leq 1$. Її можна трансформувати в матрицю відстаней тієї ж розмірності з елементами $d_{ij} = \sqrt{2(1 - c_{ij})}$, $2 \geq d_{ij} \geq 0$. Вони задовольняють трьом аксіомам метрики: 1. $d_{ij} = 0$ при $i = j$; 2. $d_{ij} = d_{ji}$; 3. $d_{ij} \leq d_{ik} + d_{kj}$. Матриця відстаней D використовується для побудови мінімального остівного дерева (minimum spanning tree - MST), яке зв'язує n акцій. MST дозволяє виявити геометричні аспекти кореляцій, присутніх між парами акцій. MST – це граф з n вершинами і $n - 1$ дугами [12].

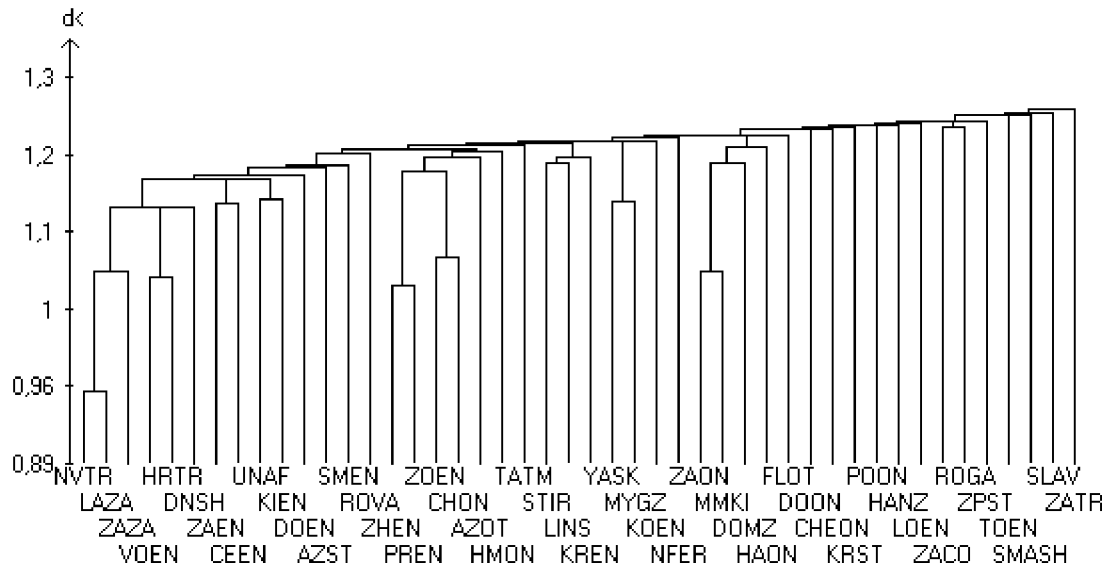


a)

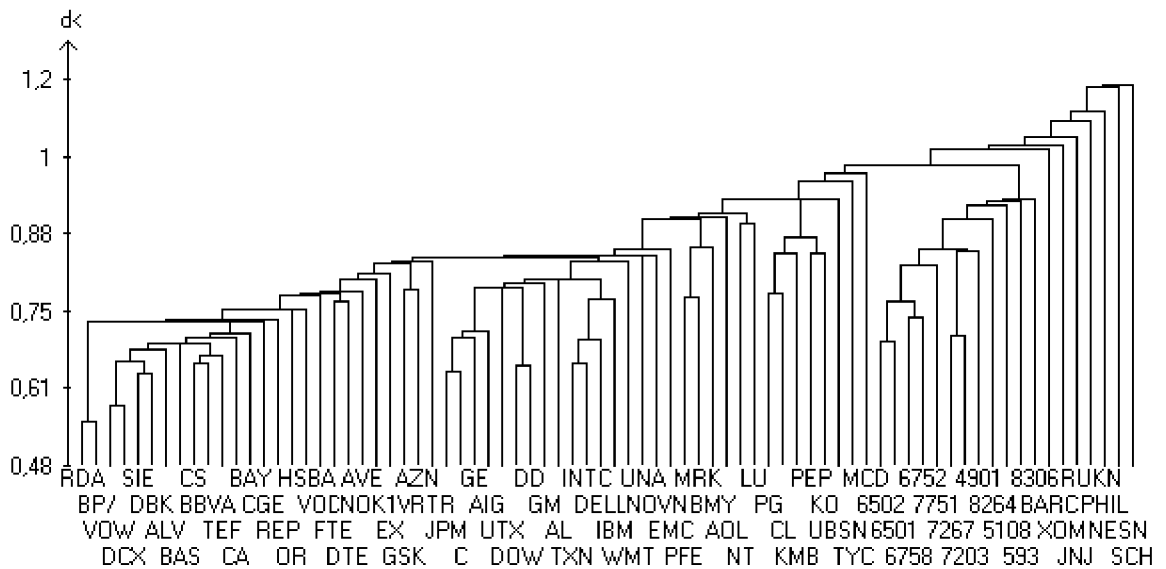


b)

Рис. 6. MST для ПФТС (а) та S&P 500. Компанії на дереві позначені у відповідності до загальноприйнятих скорочень



a)



b)

Рис. 7. Ієрархічні дерева, побудовані за мінімальними деревами рисунка 6

На i -му кроці до попередніх компаній приєднується та компанія, відстань від якої до однієї з попередніх акцій є найменшою (ці компанії, відстань між якими є мінімальною, на MST з'єднуються дугою). Тобто, якщо виявиться, що на дереві дві довільні компанії з'єднані дугою, то це означає, що між ними існують тісні економічні зв'язки, причому якщо деяка вершина

має багато кількості зв'язків, то вона являється свого роду концентратом і має важливе економічний вплив на приєднаних до нього компаній.

На рисунку 6 наведені MST для 46 найбільш стабільних компаній фондового ринку України і 76 компаній фондового ринку США.

MST дозволяє нам отримати матрицю субдомінантної ультраметрики $D^<(\Delta t)$, елементи якої $d^<_{ij}(\Delta t)$ повинні задовольняти наступним аксіомам: 1) $d^<_{ij} = 0 \Leftrightarrow i = j$ 2) $d^<_{ij} = d^<_{ji}$ 3) $d^<_{ij} \leq \text{Max}\{d^<_{ik}, d^<_{kj}\}$. Для їх визначення потрібно знайти максимальну довжину ланки найкоротшого шляху між елементами i та j по дереву. За матрицею $D^<(\Delta t)$ будується ієрархічне дерево, яке дозволяє виявити таксономічні (систематичні) аспекти кореляцій, присутніх між парами акцій (див.рис.7).

Аналіз кластерів, які формуються на деревах, зображених на рис.6-7, свідчить про те, що дослідження кореляційних процесів дозволяють відслідковувати процеси самоорганізації на сучасних ринках, а також проводити класифікацію активів по групам за різними ознаками: географічними регіонами, професійними чи корпоративними інтересами тощо. Саме вони формують концентратори на рис.6, або кластери на рис.7.

Таким чином, дослідження кореляційних і спектральних характеристик фондового ринку України дозволило встановити наявність помітних додатних кореляцій. Порівняння з американським ринком свідчить про те, що вони носять емерджентний характер і можуть зростати при формуванні і стабілізації вітчизняного фондового ринку. Спектральні властивості (розподіл власних значень і компонентів відповідних власних векторів) теж свідчить про не випадковий характер кореляцій. Вони носять синергетичний характер. Наявність кореляційного поля призводить до структурної кластеризації за географічними, професійними чи корпоративними ознаками.

Література

1. Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. / Сб.статей под ред. Г.Г.Малинецкого, С.П. Курдюмова. - М.: Наука, 2002.-с.478
2. Newman M.E.J. The Structure and Function of Complex Networks // SIAM Review, 2003, v.45, №2.-P.187-256
3. Mantegna R. N. , Stanley H. E. An Introduction to Econophysics – Cambridge.: University Press, 2000.-p.257
4. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В. О проблемах физической экономики.- Успехи физических наук, 2002, т.172, №9.-с.1045-1066
5. Соловйов В.М., Соловйова В.В., Кучеренко С.А. Сучасна економіка. Погляд з позиції теорії складних систем і комп'ютерного моделювання - Економіка: проблеми теорії і практики. Збірник наукових праць.- Дніпропетровськ: ДНУ, 2003. Вип.164.- с.176-181
6. Овчарук М.П., Соловйов В.М. Комп'ютерне моделювання складних фінансово-економічних систем. - Вісник Криворізького технічного університету, Сер. "Економічні науки", 2004, вип.2. с.137-146
7. Соловйов В.М., Соловйова В.В., Нагібас А.О. Порівняльний аналіз динаміки фондових ринків розвинених країн і країн з перехідною економікою. - Вісник Криворізького технічного університету, Сер. "Економічні науки", 2005, вип.9. с.147-155
8. Plerou V., Gopikrishnan P., Rosenow B., Amaral L.A.N., Guhr T., Stanley H.E. Random matrix approach to cross correlations in financial data. - Phys.Rev.E 2002, v.65, N 12. –p.126-142
9. Соловйов В.М., Сердюк О.А., Нагібас А.О. Моделювання процесів самоорганізації в фінансово-економічних системах. - Вісник Східноукраїнського національного університету ім.Володимира Даля, 2003, №7(65).-с.205-212

10. Дербенцев В.Д., Соловйов В.М., Шарапов О.Д. Моделювання явищ самоорганізації в фінансово-економічних системах. - Економіко-математичне моделювання. Вісник ТАНГ.Вип.14.- Тернопіль: ТАНГ, 2003, №3.-с.104-110

11. Соловйов В.М., Дербенцев В.Д., Шарапов О.Д. Особливості динаміки і топології сучасних фінансово-економічних систем. - Вісник Черкаського університету, Сер. "Економічні науки", 2003, вип.48. – с.127–136

12. Mantegna R.N. Hierarchical structure in financial markets. - Eur. Phys. J. B. 1999, v.25. p. 193–197