

Дербенцев В.Д., Сердюк О.А., Соловійов В.М., Шарапов О.Д.

СИНЕРГЕТИЧНІ ТА ЕКОНОФІЗИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ
ДИНАМІЧНИХ ТА СТРУКТУРНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕКОНОМІЧНИХ
СИСТЕМ

МОНОГРАФІЯ

ЧЕРКАСИ, 2010

ББК

Дербенцев В.Д., Сердюк О.А., Соловйов В.М., Шарапов О.Д.
Синергетичні та еконофізичні методи дослідження динамічних та структурних характеристик економічних систем. Монографія. – Черкаси: Брама-Україна, 2010. – 287 с.

Рецензенти: д. ф-м. н., проф., чл.-кор. НАН України А.П. Великий, Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України
д.е.н., проф. В.В. Вітлінський, ДВНЗ „Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана”
д.е.н., проф. І.Г. Лук’яненко, Національний університет „Києво-Могилянська Академія”

В монографії наведено результати досліджень динамічних та структурних характеристик фінансово-економічних систем на засадах синергетики та еконофізики. Для цього в роботі використовується апарат теорії випадкових матриць, мультифрактального та вейвлет-аналізу, методи аналізу рекурентних діаграм, ентропійні методи тощо.

Значна увага приділена проблемам моделювання критичних явищ у фінансово-економічних системах, зокрема питанням класифікації та моделювання фінансово-економічних криз, досліджено особливості колективної динаміки складних систем у періоди кризи та релаксації. Окремий акцент зроблено на питаннях пошуку та конструювання індикаторів передкризових станів шляхом спеціальної обробки досліджуваних часових рядів.

Останній розділ присвячено еконофізичній парадигмі дослідження складних соціально-економічних процесів, а саме релятивістському розділу еконофізики – релятивістській квантовій еконофізиці.

Монографія буде корисна широкому колу читачів, яких цікавлять питання подальшого розвитку та практичного застосування таких міждисциплінарних напрямків, як синергетика та еконофізика, фахівцям в галузі економіко-математичного моделювання, аспірантам та студентам старших курсів.

Рекомендовано до друку рішенням вченої ради Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького. Протокол № 5 від 2 березня 2010 р.

ЗМІСТ

ЗМІСТ	3
ПЕРЕДМОВА	6
РОЗДІЛ 1. Синергетична парадигма дослідження структурних та динамічних властивостей економічних систем	12
1.1 Аналіз сучасних тенденцій розвитку економіки з точки зору неокласичної та еволюційної економічної теорії	12
1.1.1 Тенденції розвитку світової економіки.....	12
1.1.2 Неокласичний та еволюційний підходи до дослідження економічних явищ та процесів.....	14
1.2 Огляд сучасних міждисциплінарних підходів до моделювання фінансово-економічних систем.....	17
1.3 Напрямки застосування синергетичних методів та підходів в економіці	23
1.4 Теорія самоорганізованої критичності як парадигма дослідження кризових явищ та катастроф	27
1.4.1 Універсальні прояви складності	27
1.4.2 Флікер-шум	29
1.4.3 Степеневі закони розподілу ймовірностей та „самоорганізована критичність”	31
РОЗДІЛ 2. Дослідження динаміки і топології сучасних фінансово-економічних систем	35
2.1 Моделювання колективних ефектів складних систем за допомогою методології теорії випадкових матриць	35
2.1.1 Знаходження коефіцієнтів матриці крос-кореляцій	36
2.1.2 Розподіл власних значень та їх інтерпретація.....	39
2.1.3 Кластерний аналіз на основі часових рядів.....	43
2.2 Ентропійні методи дослідження фінансово-економічних систем	50
2.2.1 Ентропія подібності та ентропія шаблонів	54
2.2.2 Ентропії Шеннона і Тсалліса.....	57
2.2.3 Багатомасштабна вейвлет-ентропія	60
2.3 Застосування рекурентного аналізу та рекурентних діаграм до дослідження динаміки та топології складних систем	65
2.3.1 Рекурентність та рекурентні діаграми	65
2.3.2 Рекурентний аналіз	69
2.3.3 Топологічний і структурний аналіз рекурентних діаграм	73
2.4 Агентні моделі	84
2.4.1 Перші еконофізичні моделі	85
2.4.2 Спекулятивна взаємодія та поява степеневих розподілів. Модель Лукса-Марчезі.....	89
2.4.3 Ігрові моделі фінансових ринків: міноритарні ігри.....	94

РОЗДІЛ 3. Визначення горизонту передбачуваності поведінки складних систем.....	96
3.1 Аналіз довгострокових кореляцій та довжина пам'яті фінансово-економічних часових рядів	96
3.1.1 Аналіз динаміки прибутків, модулів прибутків та волатильностей..	96
3.1.2 Походження поняття довгої пам'яті.....	100
3.1.3 Класичні економетричні моделі процесів з довгою пам'яттю.	102
3.2 Метричні характеристики складних систем та горизонт передбачуваності	108
3.2.1 Метод Грасбергера -Прокачі	112
3.2.2 Ентропія Колмогорова та коефіцієнт Ляпунова	116
3.2.3 BDS-тест	120
3.3 Застосування методів оцінки самоподібності (фрактальності) до аналізу фінансово-економічних часових рядів.....	121
3.3.1 R/S-аналіз та взаємозв'язок фрактальної розмірності і показника Херста 121	
3.3.2 Стандартний аналіз флуктуацій	127
3.3.3 Аналіз детрендованих флуктуацій (АДФ)	129
3.3.4 Мультифрактальний АДФ	132
3.3.5 Метод максимумів модулів вейвлет-перетворення	138
РОЗДІЛ 4. Моделювання критичних явищ у фінансово-економічних системах та ідентифікація передкризових станів.....	144
4.1 Класифікація та моделі фінансово-економічних криз	144
4.2 Особливості колективної динаміки складних систем у період кризи....	151
4.2.1 Використання теорії фазових переходів при інтерпретації критичних явищ	151
4.2.2 Використання теорії випадкових матриць і кластерного аналізу для дослідження колективної природи кризових явищ.....	160
4.3 Дослідження передкризових станів функціонування економічних систем за допомогою методу аналізу детрендованих флуктуацій (АДФ)...	166
4.4 Ентропійні показники кризових явищ.....	174
4.5 Рекурентний аналіз кризових явищ	179
4.6 Методи дослідження післякризової динаміки	187
РОЗДІЛ 5. Квантова еконофізика і нові парадигми моделювання складних систем.....	198
5.1 Про еконофізику, квантову еконофізику та складні системи	200
5.2 Теоретична фізика як одна з моделей реальності і математика як формалізована мова її опису.....	201
5.3 Загальна теорія систем - мова і методологія розв'язання задач, що важко формалізуються	203
5.4 Ієрархія концепцій і моделей сучасної теоретичної фізики.....	205
5.4.1 Класична фізика і її парадигми - критичний аналіз	206

5.4.2 Нерелятивістська квантова механіка: експериментальні факти, постулати і наслідки.....	208
5.4.3 Релятивістська квантова механіка. Нові парадигми в моделюванні складних систем	218
5.5 Алгоритмічні моделі з дискретним часом.....	221
5.5.1 Загальна постановка задачі дискретного моделювання.....	221
5.5.2 Про незворотність часу. Модель Ферхюльста	223
5.5.3 Післядія і „довга” пам’ять в дискретних моделях з нелінійностями.....	224
5.6 Нові парадигми і проблеми математичного опису складних систем	228
5.6.1 Про природу невизначеностей і роль дії в математичній постановці задач.....	228
5.6.2 Про особливості, проблеми і коректність квантово-механічного моделювання соціально-економічних систем.....	231
ВИСНОВКИ.....	234
ЛІТЕРАТУРА.....	238
ДОДАТКИ.....	257

ПЕРЕДМОВА

Традиційні аналітичні методи дослідження економічних, фінансових, соціальних систем все частіше наштовхуються на проблеми, що не мають ефективного вирішення в рамках класичних парадигм. Класичні підходи були розроблені для опису стійкого світу, якій поволі еволюціонує. По самій своїй суті ці методи і підходи не були призначені для опису та моделювання швидких змін, непередбачуваних стрибків і складних взаємодій окремих складових сучасного світового ринкового процесу.

Ще в середині минулого сторіччя в процесі становлення системної наукової парадигми було усвідомлено, що складні системи різноманітної природи проявляють універсальні властивості, дослідження яких вимагає розробки принципово нових моделей і методів, які сформувались у такі міждисциплінарні підходи, як загальна теорія систем, системний аналіз, кібернетика. Згідно з цими підходами оптимальне функціонування складних систем відбувається за умови, коли система знаходиться в стійкому стані гомеостатичної рівноваги. У цьому стані система досягає максимуму своєї ефективності, найбільш продуктивного режиму функціонування.

Проте, сучасні міждисциплінарні дослідження свідчать, що визначальною умовою для забезпечення оптимальної поведінки складних систем (фізичних, біологічних, екологічних, соціальних, економічних) є саме наявність нерівноважних станів. Закони, що визначають поведінку складних адаптивних систем принципово відрізняються від тих, за якими функціонують рівноважні системи і які є основою традиційних класичних методів їх аналізу. Нерівновага дозволяє здійснювати вільний вибір варіанту подальшого розвитку з цілого спектру можливих напрямків. Якщо рівноважний стан є необхідною умовою для стаціонарного, гомеостатичного існування систем, то нерівноважний стан являє собою момент переходу в точках біфуркації в якісно новий стан, в якому система може здобути як більш високий рівень організації та продуктивності, так і може деградувати та зруйнуватись. Окрім цього було усвідомлено, що складні системи є принципово нелінійними, навіть незначні зміни зовнішніх або внутрішніх параметрів можуть суттєво змінити закон функціонування системи.

На передньому фронті економічної науки в останні 20-30 років точиться гостра дискусія щодо адекватності різних напрямків економічної теорії і в ширшому контексті – економічного знання. Знову виникла гостра дискусія між старими таборами – неокласикою („мейнстрімом“) і кейнсіанством, проте в неї все активніше вже зараз втручаються економісти інституційно-еволюційного напрямку, які не зовсім згодні з інтерпретаціями, висновками і рекомендаціями обох шкіл. У той же час складається таке відчуття, що прихильники різних економічних течій дуже далекі від

прикладного розуміння проблем, які виникли та загострилися в останні кілька десятиріч, і шукають ефективні рішення з використанням власних моделей у межах діапазону неефективності, що склався, який заданий базовими інститутами фінансової системи і сучасного суспільства. Глобальна фінансова криза і неспроможність у рамках існуючих парадигм передбачити її тільки загострила перебіг дискусії.

Слід відзначити два важливі етапи цієї дискусії:

- відому роботу нобелівського лауреата 2007 року Пола Кругмана „Чому економічна наука безсила?” [93];
- ініціативу Джорджа Сороса про створення при Оксфордському університеті інституту принципово нового типу – Інституту нового економічного мислення [78]. Подібні оксфордському інституту Джордж Сорос створює в десяти провідних університетах світу, зокрема в Кембріджі, університетах Німеччини, Франції, Китаю, Італії і США.

Стосовно кризи економічної науки стало зрозумілим, що у рамках усталених парадигм залишаються стереотипними уявленнями про розвиток науки, оскільки заміна домінування одного табору іншим нічого не здатна змінити по суті. І фіскальне стимулювання в рамках кейнсіанських програм – це старий рецепт економічної політики. Головне ж питання полягає в тому, чому зростаюча складність сучасної світової економічної системи, яка періодично проявляється у вигляді кризових явищ, залишає незмінною систему урядових дій, не передбачаючи більш диференційованих методів та заходів щодо управління економікою. Теорія ефективного ринку, згідно з якою ринки вірно оцінюють активи за їх реальною вартістю, а ціна акцій відображає ціну компаній, розвиток моделі CAPM – оцінки довгострокових активів, показали свою неспроможність, а „велика помірність” і поліпшення економічної політики, згідно Бену Бернанке (голови ФРС США у передкризовий період), виявилися порожніми словами.

Слід відзначити, що проблема не так проста і зовсім не стосується виключно фіскального некейнсіанського рецепту стимулювання економіки в період депресії, що пропонує Кругман. Скоріш всього проблема не стільки у врахуванні ефектів ірраціональної поведінки агентів на ринку, їх стадної поведінки, паніки, довіри, а також оптимістичних очікувань, що провокують ефект марнотратства з подальшим вичерпанням ліквідності. Тобто проблема не лише і не стільки в іманентній нестабільності фінансових ринків і необхідності включити фінансовий сектор у макроекономічні моделі, а в тому, щоб зрозуміти ефективність розвитку різних секторів економіки, співвідношень швидкостей цього розвитку та їх взаємовпливу. Суть проблеми у відриві та відсутності переконливих теоретичних пояснень і обґрунтованих практичних рекомендацій з ліквідації „розривів” міжсекторного економічного розвитку.

Ініціатива Сороса – це ще одна його спроба захистити економіку як науку від поборників вільного ринку і дерегуляції, які, на його думку, також

винні в глобальній економічній кризі. Джордж Сорос вважає, що багато що в сучасній економічній теорії ґрунтується на ускладнених математичних моделях передбачення поведінки ринку. Тому в даний час необхідні нові міждисциплінарні підходи до економіки, до яких залучатимуться історія, психологія, природичі науки тощо.

Подібні доробки вже інтенсивно використовуються у рамках відомого міждисциплінарного напрямку використання теорії складних систем в економіці – еконофізики. Так, відомий еконофізик Ж.П. Буше [21], виходячи з факту нездатності традиційних методів передбачення і попередження кризових явищ, також говорить про системну кризу економічної науки. Все більше дослідників схиляються до думки, що глобальних економічних криз можна в майбутньому уникнути, якщо використовувати фізичні підходи до моделювання економічних процесів, змінивши при цьому систему мислення економістів та їх підготовку. Вся річ у тому, що класична економіка побудована на дуже сильних припущеннях, які швидко стають аксіомами: „невидима рука ринку”, раціональність поведінки економічних агентів, гіпотеза ефективного ринку тощо. Фізики ж відносяться до різних аксіом і моделей з певною мірою скепсису. Якщо експеримент не узгоджується з запропонованою моделлю, то її необхідно або виправити, або взагалі відкинути, якою б красивою і математично вишуканою вона не була. Подібний підхід абсолютно не використовується в економіці, де багато моделей затвердилися як незаперечні істини. І це не дивлячись на те, що в даний час кількість еконофізиків в урядах різних країн і потужних фінансових інституціях постійно збільшується.

Ініціатива Дж. Сороса підштовхнула Євросоюз до активізації робіт у галузі міждисциплінарного напрямку дослідження фінансових систем. Сьогодні така діяльність координується у рамках проекту FuturICt [75].

Аналогічну позицію займають відомі фізики, які плідно працюють у галузі економіко-математичного моделювання – Д. Фармер і М. Бучанан [47, 24]. Роботи останнього періоду з питань моделювання кризових явищ дали їм підстави стверджувати, що однією з найбільш плідних є технологія агентно-орієнтованого моделювання. У цьому випадку ринок представляється у вигляді сукупності активних агентів, які мають набір гнучких стратегій, зорієнтованих на виконання певних дій. Такий підхід дозволяє одержати кількісні результати „із перших принципів”, закладаючи у модель мінімум невідомих параметрів.

Останнім часом відбулись суттєві зміни в парадигмі математичного моделювання фінансово-економічних систем. Вони пов’язані з відмовою від так званої „лінійної парадигми” і переходу до нелінійних моделей. Це пояснюється тим, що нелінійні моделі дозволяють принципово на іншому якісному рівні інтерпретувати весь спектр неочікуваної, на перший погляд, поведінки складних систем, можуть враховувати дуже складні патерни у вхідних даних. У той же час, як тепер добре усвідомлено, лінійний підхід не

дозволяє врахувати нерегулярну поведінку, яка може бути притаманна багатьом явищам.

В останні роки значно зросла увага як науковців, так економістів-практиків до пошуку моделей нелінійної поведінки фінансово-економічних систем, зокрема, фондових, валютних, товарних ринків тощо. Для аналізу різних типів нелінійностей, які можуть спостерігатися, існує декілька альтернативних підходів. Традиційні моделі є стохастичними (наприклад, *ARFIMA*, *ARCH* та їх модифікації). Проте, ті обмеження, які накладаються в процесі побудови моделей, приводять до неадекватного спрощення опису досліджуваних систем, тоді як вихідна „складність” і пов’язана з нею специфіка втрачаються.

Альтернативний підхід до аналізу нелінійностей та складності полягає в застосуванні сучасного міждисциплінарного напрямку, що акцентує увагу на дослідженні властивостей складних систем різноманітної природи та ґрунтується на системно-синергетичних концепціях. На засадах цих концепцій пропонується пояснення нерегулярної поведінки і аномалій в системах, які не є стохастичними, розроблено нові методи дослідження структурних властивостей, динаміки та еволюції складних систем, зокрема, породжуваних ними часових рядів.

Серед різноманітних процесів у складних системах особливе місце займають процеси самоорганізації та фазові переходи від упорядкованого до хаотичного режиму функціонування. Складні системи функціонують у режимі так званої „динамічної рівноваги”, або існування „на краю хаосу”. З метою підкреслити особливу роль колективних, кооперативних ефектів в процесах самоорганізації Г. Хакен ввів термін „синергетика” для нового міждисциплінарного напрямку в науці [313, 312], головне завдання якого полягає у виявленні спільних закономірностей у процесах самоорганізації в системах різноманітної фізичної природи, пошуку ідей та універсальних методів дослідження цих процесів.

Витоки теорії самоорганізації – синергетики було закладені працями багатьох учених. Серед них Л. Больцман і А. Пуанкаре – основоположники відповідно статистичного і динамічного опису складних рухів; О. Ляпунов – один з творців теорії стійкості руху, що була покладена в основу теорії самоорганізації; А. Колмогоров, що визначив, зокрема, поняття метричної ентропії, яке грає істотну роль в теорії динамічних систем; Л. Мандельштам, А. Андронов, Н. Крилов, Л. Ландау, Я. Зельдович і багато, багато інших. Фундаментальні результати в становленні синергетичної парадигми були одержані Г. Хакеном, І. Пригожиним, Б. Мандельбротом, Р. Томом, В. Арнорльдом, С. Курдюмовим, Г. Малінецьким та іншими.

Хоча синергетиці та теорії самоорганізації присвячені багатотисячні публікації в зарубіжних та вітчизняних періодичних фахових виданнях та численні монографічні видання, досі не знайдено однозначної відповіді на питання щодо сутності, причин та механізмів самоорганізації.

Проте, принаймні на сучасному етапі, не менш актуальними є практичні задачі визначення критеріїв відносного ступеня впорядкованості, організованості, хаотичності, аналізу нерівноважних та ідентифікації передкризових станів, визначення горизонту передбачуваності поведінки складних систем, у тому числі і соціальних, екологічних, фінансово-економічних.

Необхідність подальшого розвитку міждисциплінарного підходу, методології, теорії та практики дослідження універсальних проявів переходу від впорядкованих до нестабільних та хаотичних режимів функціонування фінансово-економічних систем на підґрунті сучасних системних концепцій, розробки нових та вдосконаленні існуючих методів аналізу структурних та динамічних характеристик, процесів самоорганізації та еволюції, ідентифікації передкризових станів обумовило наукову спрямованість та структуру монографії, в якій викладено основні результати досліджень авторів з цього напрямку.

Монографія складається з п'яти розділів. У першому розділі наведено стислий аналіз сучасних тенденцій розвитку економіки з точки зору неокласичного та еволюційного підходу, наведено концептуальні основи синергетичної парадигми та теорії самоорганізованої критичності, здійснено огляд сучасних міждисциплінарних підходів та напрямків їх застосування до моделювання фінансово-економічних систем.

Другий розділ присвячено методам дослідження динаміки і топології фінансово-економічних систем за допомогою ентропійних методів, рекурентного аналізу та рекурентних діаграм, наведено результати моделювання колективних ефектів складних систем за допомогою методології теорії випадкових матриць, розглянуто агентні моделі.

У третьому розділі наведено результати дослідження наявності хаотичної поведінки, довгострокових кореляцій та довжини пам'яті у фінансово-економічних часових рядах валютних курсів, фондових індексів, курсів акцій та інших показників за допомогою метричних тестів, фрактального та мультифрактального аналізу, методу максимуму вейвлет перетворення тощо.

Четвертий розділ присвячено моделюванню критичних явищ у фінансово-економічних системах, зокрема розглянуто питання класифікації та моделювання фінансово-економічних криз, досліджено особливості колективної динаміки складних систем у період кризи та період релаксації. Значна увага приділена питанням пошуку та конструювання індикаторів передкризових станів за допомогою мультифрактального та вейвлет аналізу, ентропійних методів та рекурентних діаграм тощо.

У заключному, п'ятому розділі розглядається еконофізична парадигма дослідження складних соціально-економічних процесів. Особлива увага приділяється новому релятивістському розділу еконофізики – релятивістській квантовій еконофізиці. Матеріал цього розділу близький до

викладеного одним з авторів (В.М. Соловйовим) у співавторстві з В.М. Сапціним у роботі [151].

У додатках наводиться опис авторських доробок інструментальних засобів моделювання складних соціально-економічних систем у середовищі MatLab. З питань подальшого використання авторських програмних засобів можна звертатись за адресами:

- поштова адреса: 18031, м. Черкаси, бульвар Шевченка, 81, навчальний корпус № 1, кафедра економічної кібернетики (e-mail: vnsoloviev@rambler.ru, Соловйов В.М.);
- e-mail: serdyuk@ukr.net (Сердюк О.А.).

РОЗДІЛ 1. СИНЕРГЕТИЧНА ПАРАДИГМА ДОСЛІДЖЕННЯ СТРУКТУРНИХ ТА ДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

1.1 Аналіз сучасних тенденцій розвитку економіки з точки зору неокласичної та еволюційної економічної теорії

1.1.1 Тенденції розвитку світової економіки

За останні десятиріччя у світі відбулися значні зміни, що призвели до створення глобальної фінансово-економічної системи. Виникла єдина мережа, що об'єднала провідні фінансові ринки різних країн. Вона пов'язала такі широко відомі центри, як Нью-Йорк, Лондон, Токіо, Франкфурт. Посилення зв'язків між центрами призвело до справжньої революції, наслідком якої стала фінансова глобалізація, тобто перетворення національних ринків в єдине світове товариство.

З економічної точки зору під глобалізацією розуміють зростаючу інтеграцію національних економік в єдиний світовий ринок. Її характерними рисами є розширення міжнародної торгівлі товарами і послугами, збільшення міжнародних потоків капіталу, широке застосування новітніх інформаційних технологій (ІТ) та телекомунікаційних мереж. Все більша кількість інвесторів, що орієнтувались раніш виключно на внутрішній ринок, виходять на світову арену. Ідея міжнародної диверсифікації інвестицій зараз займає ключові позиції в теорії портфельного менеджменту.

У 80-90-і роки ХХ ст. склався принципово новий міжнародний розподіл праці, що ґрунтується не лише на звичній спеціалізації за сферами та галузями виробництва, або ж предметної спеціалізації, але й на випуску та поставці на світовий ринок компонентів, вузлів, деталей. Стало можливим спеціалізуватись на окремих стадіях технологічних процесів.

У ці ж роки стрімко удосконалювались засоби зв'язку та інформаційні мережі, на базі яких фінансова сфера отримала можливості перейти до нової ланки глобалізації та відомої самодостатності, що призвело до нових можливостей в галузі інвестування та кредитування, а також можливості небачених за масштабами спекуляцій.

Значення національних кордонів помітно зменшилось. Колишні зовнішні фактори економічного розвитку стали внутрішніми не лише для транснаціонального бізнесу, але й для національного підприємництва. Глобалізація зажадала від країн передати частину своїх функцій управління

міжнародним організаціям, у першу чергу Всесвітній торговій організації (ВТО), яка істотно розширила свої функції останнім часом та акцентує свою діяльність у напрямку уніфікації норм та правил міжнародної торгівлі товарами та послугами. При цьому глобалізація призводить до того, що в лідери вибиваються декілька міжнародних центрів (США, Євросоюз, Японія, країни БРІК), що стають локомотивами міжнародної економіки та використовують ВТО для лобювання власних інтересів.

Останнім часом відбулась переоцінка позитивних наслідків глобалізації за рядом напрямів. Так, міжнародне виробництво головним напрямком інтеграції не стало. На перше місце висунуті інші сфери: створення глобальної фінансової системи; глобальної системи обміну результатами інтелектуальної діяльності, включаючи Інтернет; глобальної системи просування товарів та послуг, що виробляються транснаціональними корпораціями (ТНК).

Разом з тим, глобалізація пов'язана зі значними ризиками, пов'язаними, переважно, з посиленням нестійкості економіки та поглибленням нерівномірності розвитку. Нестійкість економіки напряму пов'язана з економічною нестабільністю. Якщо нестабільність, як правило, асоціюється з проблемами фінансово-бюджетної стабілізації та зниження інфляції, то нестійкість пов'язується з непередбачуваними та несподіваними коливаннями основних макроекономічних параметрів (ВВП, валютних курсів, відсоткових ставок, умов торгівлі, тощо). Коли в їх змінах не відслідковується якоїсь певної моделі, економічні агенти та інвестори не можуть прогнозувати тенденції розвитку, в господарській діяльності починає домінувати атмосфера невизначеності. Внаслідок цього відбувається суттєве скорочення інвестицій, під загрозою виявляється не тільки довгострокове економічне зростання, а і економічна стабільність як окремих країн та регіонів, так і світової економіки в цілому.

Виникає питання, чому глобалізація підвищує нестійкість економіки? В якості відповіді можна назвати такі фактори: більш швидкий рух капіталів, прискорення технічного прогресу, посилення наслідків прийнятих рішень, що з математичної точки зору є проявом кореляцій між параметрами світової фінансово-економічної системи, наявністю нелінійних взаємозв'язків між підсистемами та елементами, наявністю кооперативних, синергетичних ефектів та процесів самоорганізації.

Підтвердженням посилення негативних глобалізаційних тенденцій можуть бути як регіональні фінансово-економічні кризи останніх двох десятиріч (латиноамериканська, азійська), так і глобальна світова криза 2007-2009 рр., що є реакцією на посилення нестабільності та взаємозалежності. Це пов'язано, з одного боку, з тим, що саме фінансова підсистема світової економіки найбільш бурхливо реагує на посилення глобалізаційних процесів, є найбільш чутливою до зовнішніх впливів та шоків. А з іншого – сучасна глобальна фінансова система перестала

виконувати свої функції: фінансувати реальний сектор економіки. Завдяки застосуванню сучасних ІТ стало можливим практично миттєво переводити величезні капітали з одного регіону в інший та призвело до значних спекуляцій на фондових та валютних біржах.

Таким чином, можна виділити наступні домінуючі тенденції, які будуть визначати розвиток світової економіки в XXI ст. По-перше, посилення глобалізаційних процесів, що виражається у все більшому розширенні та поглибленні міжнародних зв'язків у сфері інвестицій, виробництва, обігу, постачання і збуту, фінансів, науково-технічного прогресу, освіти, зростанні ролі на світовій арені ТНК, що діють у всеосяжних, глобальних масштабах і ведуть конкурентну боротьбу за ринки збуту, сировинні та фінансові ресурси.

По-друге, подальша лібералізація міжнародної економічної діяльності, що виражається в поступовому послабленні або усуненні перешкод на шляху міжнародного руху товарів, послуг, об'єктів інтелектуальної власності, праці, капіталу, фінансових ресурсів тощо. Це підтверджується поступовим збільшенням кількості країн, які стали членами ВТО.

По-третє, зростання ролі інтеграційних процесів, що виражається у формуванні міждержавних об'єднань (зон вільної торгівлі, митних союзів, „спільних ринків”, економічних співтовариств і т.п.), які передбачають створення сприятливих умов для розвитку економічних зв'язків між країнами-учасниками.

Окрім цього, однією із найбільш важливих домінуючих тенденцій є бурхливий розвиток інформаційних систем і технологій, що виражається у зростанні ролі інформації в житті суспільства та широкому використанні комп'ютерних систем, телекомунікацій, мережі Інтернет у сучасній економіці, науці, освіті тощо.

1.1.2 Неокласичний та еволюційний підходи до дослідження економічних явищ та процесів

Зазначені тенденції поточного етапу розвитку висувають нові вимоги до економічної науки. Сучасна теоретична (математична) економіка акцентує увагу на вирішенні двох головних завдань:

- знаходженні оптимального режиму функціонування економічної системи;
- дослідженні механізмів розвитку та еволюції економіки.

Але ці завдання є певною мірою суперечливими. Так, у рамках першого завдання розвиток розуміється як прагнення до оптимального стаціонарного (рівноважного) стану, при досягненні якого розвиток має припинитись, оскільки будь-які зміни виводять систему з оптимального стану. В рамках другого завдання стаціонарного стану економіки, строго

кажучи, взагалі не повинно бути. В результаті інновацій (наукових, технічних або організаційних) ситуація в економіці постійно змінюється, в чому, власне, і полягає її розвиток. Відповідно до цього існують два напрями теоретичної економіки: *класичний (неокласичний)* та *еволюційний*, проте, вихідні положення та використовувані в них математичні методи, які в них використовуються, істотно відрізняються.

У класичній економіці головна увага приділяється вирішенню першого завдання – знаходження оптимального стаціонарного (рівноважного) стану. Цей напрямок, який вважається домінуючим в економічній думці, ґрунтується на неокласичній економічній теорії та використовує в якості математичного апарату переважно лінійні моделі.

Але, останнім часом все частіше в наукових колах дискутується питання про кризу неокласичної економічної теорії [183, 200, 252, 254, 266, 315, 93, 78, 21, 47, 24, 75, 151], оскільки в її рамках не вдалося знайти ефективних шляхів вирішення нагальних економічних проблем. Розроблені методологічні підходи виявились непридатними для аналізу складних динамічних суспільних та економічних процесів: ця теорія виявилася нездатною не тільки передбачати, але і пояснити причини багатьох економічних трансформацій останніх десятиріч. Непередбачуваність ринків капіталу, несподівані стрибки цін, незрозумілі зміни в тенденціях економічних трендів та фінансово-економічні кризи – ось далеко не повний перелік проблем, що не знайшли свого адекватного пояснення в рамках неокласичної економічної теорії [1, 3, 4, 5, 13, 29].

На думку академіка РАН В. Полтеровича розвиток теоретичної економіки характеризується трьома рисами, що не притаманні природничим наукам, які й обумовлюють її кризу [266]. По-перше, значна кількість загальних наукових результатів у теоретичній економіці не підтверджується практикою, що є свідченням неповноти або суперечливості початкових вхідних положень та базових моделей. По-друге, більшість конкретних результатів виявились нестійкими щодо цілком обґрунтованих варіацій початкових гіпотез. Третя риса полягає в тому, що знайдені емпіричні закономірності досить часто не нагромаджуються, а навпаки, спростовуються подальшими дослідженнями. Одна з основних ознак прогресу в природничих науках полягає в тому, що старі теорії включаються в нові як часткові випадки. В економіці це якщо і відбувається, то лише на рівні абстрактних моделей, відповідність яких реаліям часто залишається дискусійною.

Одна із причин такого стану речей полягає в тому, що концептуальні основи сучасних економічних теорій і математичний апарат, який ними використовується, остаточно сформувався в першій половині ХХ ст. За цей час суттєво змінилася структура більшості галузей, національних господарств та світової економіки в цілому. Постійно скорочується тривалість життєвого циклу товарів, технологій, технологічних устроїв. Все

більшого значення в економіці набувають нерівноважні процеси та нелінійні за своєю природою взаємодії, наявність каналів позитивного зворотного зв'язку. Тенденція глобалізації, легкість переміщення капіталів через кордони держав, інформатизація економіки, зростаюча вартість знань тощо справляють кількісний та якісний вплив на формування взаємостосунків між господарюючими суб'єктами на ринку. Зміна поглядів на роль стійкості та нестійкості, порядку та хаосу змінюють уявлення про поведінку агентів на ринку і ставлять теорію і практику економічної науки перед новими проблемами. Для ухвалення управлінських рішень стає недостатньо теорій та підходів першої половини минулого сторіччя.

Багато дослідників пов'язують вихід з критичного стану в економічній науці, з одного боку, розвитком такого напрямку, як *еволюційна економіка*, а з іншого – з такими міждисциплінарними концепціями, як *теорія складності* (complexity theory), *синергетика*, *екофізика* [183, 193, 200, 252, 254, 257, 266, 267].

Еволюційна економіка – напрямок, який був закладений роботами Шумпертера та розвинений у роботах Нельсона та Уінтера [254] – приділяє головну увагу дослідженню наочного, змістовного боку економічної динаміки на тривалих інтервалах часу, коли виявляються нелінійні властивості еволюціонуючих економічних систем (наприклад, зміна технологічних устроїв у результаті науково-технічного прогресу і інноваційної діяльності, що приводить до природного відмирання цілих галузей).

Еволюційна економіка відрізняється від неокласичної, по-перше, вихідними положеннями, по-друге – предметом дослідження.

Так, зокрема, вихідні положення класичної (неокласичної) економічної теорії полягають у наступному:

- економічні агенти (виробники та споживачі) діють раціонально та намагаються досягти власної мети при мінімумі витрат, мета виробників – максимізація прибутку, споживачів – максимізація задоволення власних потреб;
- ринкова рівновага, тобто баланс попиту та пропозиції товарів та послуг, грошей, праці досягається в результаті балансу цілей виробників та споживачів.

З математичної точки зору цілі формуються у вигляді цільової функції та системи обмежень, а в якості інструментарію використовуються переважно моделі математичного програмування та дослідження операцій. Предметом аналізу є ринкова рівновага при фіксованих параметрах. Нерівноважні процеси при цьому розглядаються здебільшого як нетривалі перехідні процеси поблизу точки рівноваги.

На відміну від неокласичної економічної теорії, вихідні положення еволюційної економіки полягають у наступному:

- економічні агенти діють згідно із поведінковою реакцією. Але ця поведінка не завжди може бути інтерпретована як намагання досягти максимуму прибутку, оскільки мотивація поведінки агентів має психологічну природу та залежить від багатьох інших аспектів. В математичних моделях еволюційної економіки поведінкові реакції формалізують шляхом побудови функцій попиту, пропозиції, доходів та видатків;
- ринкова рівновага досягається в результаті балансу попиту та пропозиції, а також доходів та видатків. Але ці функції змінюються у часі, у тому числі і внаслідок впливу науково-технічного прогресу. Тому, взагалі кажучи, рівновага ніколи не досягається, хоча система прагне її досягти.

Методологічною основою еволюційної економіки є теорія адаптивних систем та моделі біологічної еволюції. Згідно із сучасними системними уявленнями аналогія між біологічною та економічною еволюцією є цілком обґрунтованою. Так, зокрема, як біологічний, так і економічний розвиток відбувається нерівномірно, періоди повільної еволюції змінюються лавиноподібними процесами та кризовими етапами. На протязі повільних періодів відбувається вдосконалення біологічного виду за рахунок відбору та розвитку властивостей та якостей, що дозволяють краще пристосуватись до зовнішнього середовища та існуючих умов. В економічній еволюції механізм природного відбору реалізується шляхом ринкової конкуренції. В кризові періоди деякі біологічні види зникають, або відбувається їх якісна перебудова (здійснюється перехід на іншу стаціонарну траєкторію розвитку), утворюються нові, більш пристосовані види. Теж саме стосується і економічних криз, внаслідок яких неконкурентні фірми і навіть цілі галузі економіки або зникають, або здійснюють якісну перебудову, утворюються нові економічні суб'єкти та види економічної діяльності.

Відповідно для опису цих стадій використовуються моделі різних типів. Для опису повільних стадій застосовуються моделі, що описують поведінку системи поблизу точки рівноваги, при цьому її параметри змінюються повільно. Для критичних та кризових явищ застосовуються моделі, що описують біфуркаційні, стрибкоподібні процеси переходу в якісно інший стан.

1.2 Огляд сучасних міждисциплінарних підходів до моделювання фінансово-економічних систем

У другій половині минулого сторіччя поступово, незважаючи на постійні модифікації класичних методик, накопичилась значна кількість випадків невдалих спроб економічного прогнозування. Зокрема, в роботі [222] міститься ряд прикладів таких прогнозів, зроблених в періоди спаду

1974-1975 рр. та 1979-1981 рр. провідними колективами фінансових аналітиків Великобританії на підставі традиційних лінійних моделей.

Прийшло розуміння того, що зміни у світовій фінансово-економічній системі відбуваються настільки інтенсивно, а їх якісні прояви бувають настільки неочікуваними, що для аналізу та прогнозування динаміки економічних систем необхідний синтез нових аналітичних і обчислювальних підходів, що беруть свій початок в різних галузях людських знань. Цей синтез був здійснений в рамках міждисциплінарної науки, що бурхливо розвивається в даний час – *теорії складності та синергетики*, які досліджують причини і механізми виникнення нових режимів і структур, вивчають характерні масштаби і швидкості перехідних і сталих процесів, дозволяють прогнозувати вірогідні зміни в поведінці системи та обирати ефективний спосіб управління неочікуваними динамічними режимами, що виникають в складних системах.

Інтуїтивне розуміння важливості дослідження еволюційних змін призвело до формування кількох наукових підходів в рамках теорії складності, головним науковий центр якої знаходиться в Нью-Мексико в інституті Санта-Фе [77]. Характерною рисою цієї теорії є перенесення еволюційних уявлень у різні галузі із природничих наук: теоретичної фізики, біології, термодинаміки тощо, у тому числі і в економіку.

Предметом дослідження теорії складності є складні нелінійні динамічні системи (у тому числі і економічні), що розвиваються та еволюціонують, інструментарієм – нелінійні математичні моделі та комп'ютерне моделювання. До цього напрямку відноситься, зокрема, теорія динамічних систем, синергетика, нелінійна динаміка, теорія хаосу та катастроф, фрактальний та вейвлет аналіз, тощо [33, 108, 113, 126, 223, 241, 257, 269, 313, 315]. Ці дисципліни оперують спільними поняттями (складні системи, хаотичні аттрактори, (мульти)фрактали, дисипативні структури, самоорганізація, біфуркації, русла, джокери, патерни, хаос) та використовують схожий математичний апарат дослідження. Щодо економічних застосувань цього напрямку, то можна виокремити „*синергетичну економіку*” [220] та „*еконофізику*” [113, 142, 276].

Розглянемо особливості деяких наукових напрямків з перерахованих вище. „*Синергетика*” – термін введений Хакеном [313], найбільш вживаний у вітчизняній та російськомовній економічній літературі, в англомовній літературі частіше використовують термін „*теорія складності*”. Синергетика є міждисциплінарним напрямком, у рамках якого досліджуються спільні закономірності виникнення впорядкованих структур у відкритих нелінійних дисипативних системах. Одним із важливих результатів виявилось розуміння того, що складні системи, опис яких вимагає великої кількості параметрів свободи можуть мати досить просту поведінку (яка по Г. Хакену описується параметрами порядку), і навпаки – детерміновані системи невеликої розмірності (навіть з трьома ступенями

свободи) можуть при деяких значеннях параметрів виявляти складну, нерегулярну хаотичну поведінку, що здається повністю випадковою, хоча і описується детермінованими рівняннями. Досліджувані дисипативні структури виявились термодинамічно нестійкими, але вони існують далеко від рівноважного стану лише за рахунок достатньо інтенсивного потоку енергії та речовини.

Таким чином, синергетика акцентує увагу на узгодженості, взаємодії частин системи при утворенні її структури як єдиного цілого, досліджує складні системи різноманітної природи, що здатні до самоорганізації, розглядає причини та механізми виникнення нових режимів та структур, вивчає характерні масштаби та швидкості перехідних та усталених процесів.

Синергетика та теорія складності можуть бути охарактеризовані рисами досліджуваних систем, серед яких головними є:

- *нестабільність та нелінійність*: складні системи мають багато можливих варіантів (траєкторій) поведінки, між якими вони блукають в результаті малих змін параметрів, що управляють їхньою динамікою;
- *незводимість або неадитивність*: складні системи виступають як єдине ціле і не можуть бути адекватно вивчені шляхом розбиття їх на частини, що розглядаються ізольовано. Тобто поведінка системи зумовлюється взаємодією складових, але редукція системи до її складових спотворює більшість аспектів, які притаманні системній індивідуальності;
- *емерджентність* („від існуючого до виникаючого”): складні системи продукують неочікувану поведінку, фактично вони продукують патерни і властивості, котрі неможливо передбачити на основі знань властивостей частин, якщо розглядати їх ізольовано.

„*Фрактальний аналіз*” [108] є напрямком, в якому було здійснене нетривіальне узагальнення поняття фізичної (топологічної) розмірності на дробовий випадок. Об’єкти з дробовою розмірністю, або, іншими словами об’єкти, які володіють властивістю масштабної інваріантності, називають *фракталами*. На дослідженні масштабної подібності складних нелінійних систем, на дослідженні структури та динаміки *дивних атракторів* (підмножини у фазовому просторі, до якої притягуються всі траєкторії системи, якщо потрапляють у цю підмножину) таких систем, зокрема, породжуваних ними часових рядів, акцентує увагу фрактальний аналіз, як міждисциплінарний науковий напрямок.

„*Нелінійну динаміку*” можна вважати напрямком, в якому систематизується та вдосконалюється математичний інструментарій, який розроблявся у різних галузях знань для дослідження різного роду складних систем, перш за все, у теорії динамічних систем та якісній теорії диференціальних рівнянь.

„*Теорія хаосу та катастроф*” спеціалізується на вивченні так званих *хаотичних режимів* функціонування складних систем та пов’язаних з ними перехідних явищ (криз та катастроф). На відміну від загальноновживаного

поняття хаосу, в синергетиці поняття „хаос”, або „динамічний хаос” використовується у вузькому сенсі, як нерегулярний рух, що на перший погляд виявляється випадковим, проте породжується детермінованим процесом. Тому його ще називають „детермінований хаос”. Головною ознакою, характерною рисою хаосу є суттєва залежність майбутньої поведінки системи від початкових умов [103, 149].

Відкриття динамічного хаосу зіграло ключову роль в створенні синергетичної парадигми. Розуміння цього явища, введення нових понять і концепцій привели до нового погляду на динамічні системи, на математичне моделювання багатьох явищ, на процедуру зіставлення теорії і експерименту і дозволило переосмислити ряд попередніх математичних результатів. Подальші дослідження в цій галузі показали, наскільки типовим і загальним явищем виявляється хаотична поведінка в системах з невеликою кількістю ступенів свободи.

Численні емпіричні дослідження останніх років показали (наприклад, [1, 110, 162, 176, 223, 241, 240, 261]), що використання при моделюванні складних біологічних, соціальних, економічних систем (зокрема, критичних та кризових явищ у цих системах) детермінованих підходів, що ґрунтуються на лінійній парадигмі, виявилось неефективним внаслідок неадекватності цих підходів природі досліджуваних явищ. Зміна парадигми мислення привела до відмови від лінійних моделей на користь нелінійних, нерівноважних, самоорганізованих. В останні десятиріччя відбувся зсув економічної думки з кібернетичної на синергетичну концепцію моделювання.

Все це привело в кінці 80-х - початку 90-х років ХХ ст. формування парадигми „економічної синергетики” (або „синергетичної економіки”), що було результатом застосування синергетичної методології Г. Хакена [313, 312] до економіки. У синергетичній економіці основний акцент робиться на математичному моделюванні процесів розвитку та еволюції. Для цієї мети використовується математичний апарат теорії нелінійних динамічних систем (зокрема, дискретні відображення, якісна теорія диференціальних рівнянь, теорія коливань, теорія біфуркацій та теорія катастроф тощо), який успішно зарекомендував себе при дослідженні динаміки та еволюції складних систем різноманітної природи – біологічних, хімічних, фізичних тощо.

Хоча моделювання економічних систем з позицій системно-синергетичного підходу знаходиться на стадії становлення, проте вже є ряд серйозних робіт в цьому напрямі (опис поведінки біржових гравців за допомогою теорії катастроф, створення синергетичних моделей економічного розвитку Петрова-Поспелова, застосування теорії фрактальної статистики до опису фінансових ринків тощо), які будуються на нелінійному, нерівноважному, фрактальному уявленні про характер

процесів на реальних ринках ХХ і ХХІ ст. (див. для огляду, наприклад, [197, 211, 220, 223, 252, 257, 262, 278, 318]).

Моделювання економічних систем з використанням синергетичного підходу враховує наступні їх особливості.

Нелінійність розвитку економічних систем. Теорія синергетики та практика свідчать, що стан спокою або лінійного розвитку є лише абстракцією, що задовільно описує систему тільки на короткому проміжку часу. Реально ж системи зазнають зміни, що іноді мають характер експоненційного зростання, переходу до атрактору, входу в цикл, подвоєння циклу тощо, тобто вони проявляють нелінійні властивості.

Багатоваріантність, альтернативність розвитку систем. Результатом моделювання синергетичних економічних систем унаслідок проходження ними через безліч точок біфуркацій буде не кінцевий стан системи, а поле, спектр ймовірних станів.

Здатність економічної системи до якісного стрибка. Накопичення незначних збурень в системі (флуктуацій) може викликати якісний перехід системи з одного рівня на іншій (катастрофу). Проблема при цьому полягає не лише в прогнозі ймовірності катастрофи, але і у визначенні дій, здатних управляти параметрами системи, які відповідають таким стрибкам з метою запобігання небажаних наслідків.

Моделювання економічних систем з використанням синергетичного підходу приводить до зміни оцінки результатів управління. Стає очевидним розгляд системи будь-якого рівня (нано-, мікро-, макро-, мега-) не з позицій оцінки різниці „кінцевий результат функціонування системи – початковий стан”, а як визначення відмінностей набору альтернатив розвитку при управлінській дії та багатьох альтернатив стаціонарного розвитку.

Моделювання сучасних соціально-економічних систем має ту особливість, що час в процесі розвитку цих систем є системотвірним чинником, що змінює вектор, знак і, як наслідок, ефективність функціонування системи в цілому і окремих її підсистем. Для складних систем поняття „оптимальність” стає віртуальним і нечітким, функцією масштабного чинника. Цільова функція глобальних та національних економічних систем визначається інтересами різних груп, що знаходяться більшою чи меншою мірою у стані конфліктності, суперечностей, нерівноваги. Альтернативою „оптимальності”, „максимізації прибутку”, „мінімізації втрат (витрат)” та іншим класичним категоріям, що використовуються при моделюванні, є цільова функція „отримання позитивного (негативного) синергетичного ефекту”.

Широке застосування в середині 1990-х рр. методів, апробованих у фізиці, до економічних задач призвело до формування нового наукового напрямку, який одержав назву „еконофізика” [113, 147]. Становленню цього напрямку сприяло виникнення зацікавленості економічними та фінансовими задачами такими провідними фізиками, як Ф. Андерсон

(нобелівський лауреат з фізики 1977 р.), П. Бак (основоположник теорії самоорганізованої критичності), Ю. Стенлі та іншими.

Еконофізика – відносно молодий та швидко прогресуючий міждисциплінарний науковий напрям, що сформувався та одержав свою назву наприкінці 90-х років минулого сторіччя [113]. Кількість оригінальних робіт, статей в мережі Інтернет, оглядів і монографій, присвячених цьому напрямку, за нашими оцінками вже перевищує тисячі, а в провідних вищих навчальних закладах ближнього та далекого зарубіжжя вводяться відповідні курси і спеціальності (див. наприклад [113, 271, 286]). На Заході молодих фізиків-теоретиків, що шукають застосування своїм знанням і силам не тільки в суто фізичних та технічних колах, приймають на роботу корпорації, банки, холдинги та інші суб'єкти національної і світової фінансово-економічної діяльності.

У тій її частині, яку вже можна вважати класичною, еконофізика займається застосуванням математичного апарату статистичної фізики, залучає фізику неупорядкованих систем і нелінійну фізичну динаміку до досліджень соціально-економічних явищ, використовуючи ті або інші фізичні моделі і додаючи відповідну економічну інтерпретацію фізичним поняттям, змінним та параметрам [113, 271, 286, 315, 301, 260, 14, 50].

Зацікавленість фізиків економічними проблемами обумовлена принаймні двома обставинами. По-перше, в економіці, та, зокрема, у фінансах, був накопичений величезний масив багаторічних спостережень, який можна аналізувати з різних аспектів. По-друге, становлення синергетичної парадигми та розвиток уявлень про складність та самоорганізацію систем дозволив висунути припущення, що в галузі економіки та фінансів повинні спостерігатись стійкі закономірності у формуванні статистичних даних, а також проявлятись самоподібність в динаміці показників, тобто існувати фрактальні структури. Саме такі властивості визначають самоорганізацію систем.

Головними напрямками розвитку еконофізики є дослідження фінансового ринку, зокрема, дослідження доходності цінних паперів, розподілу багатства та доходів у суспільстві за допомогою методів статистичної фізики, застосування моделей та методів квантової механіки для вивчення взаємодії економічних агентів. При дослідженні фінансових ринків в еконофізиці було розвинуто підходи, закладені В. Парето та Б. Мандельбротом. В. Парето визначив, що статистичний розподіл доходів та багатства в суспільстві не є гаусівським (нормальним). Б. Мандельброт висунув гіпотезу, що доходність акцій характеризується розподілом Леві, тобто графік функції щільності ймовірності має так звані „важкі хвости” [243]. Аналіз багатьох фінансово-економічних показників із використанням апарату статистичної фізики підтвердили цю гіпотезу.

Ще один результат еконофізичних досліджень фінансового ринку пов'язаний із використанням теорії випадкових матриць [204, 185, 322]. В

квантовій механіці ця теорія використовується для аналізу енергетичних рівнів. В еконофізиці за її допомогою вивчаються розбіжності між емпірично побудованою матриці коефіцієнтів кореляцій між певними економічними показниками (наприклад, дохідністю акцій, валютних курсів, фондових індексів тощо) та випадковою матрицею, що дозволяє виявити в емпіричній матриці суттєві зв'язки, тобто виділити корисну інформацію від шуму.

1.3 Напрямки застосування синергетичних методів та підходів в економіці

Можна виокремити теоретичні та експериментальні аспекти аналізу економічних систем, що ґрунтується на засадах синергетики та нелінійної динаміки. Теоретичний аспект включає в себе, зокрема:

- обґрунтування типу моделі та здійснення її специфікації на підґрунті певної економічної теоретичної концепції з наступним аналізом значень параметрів моделі. Результатом аналізу є висновок, чи існує інтервал значень параметрів, при яких поведінка досліджуваної системи є хаотичною чи стохастичною, і якщо так, то наскільки близький цей інтервал до тих значень параметрів, які реалізуються в дійсності;
- побудову на основі базових моделей теорії хаосу (зокрема, дискретних відображень, моделей режимів з загостреннями, моделей самоорганізованої критичності тощо) узагальненої моделі, яка враховує особливості функціонування економічної системи;
- розробку та теоретичне обґрунтування нових моделей, тестів, критеріїв та інших інструментів аналізу, що орієнтовані на особливості економічного застосування.

Головною метою теоретичного аналізу є підготовка інформації для підтримки прийняття рішень: якщо відомі інтервали значень параметрів, при яких система проявляє хаотичну поведінку, то при необхідності забезпечення асимптотичної стійкої поведінки системи слід обирати значення керуючих параметрів, що не потрапляють у „хаотичний” інтервал.

При використанні теоретичного підходу застосовуються результати теорії універсальності Фейгенбаума [310], теорема Шарковського [321], теорія самоорганізованої критичності П. Бака [13] тощо. Теорія універсальності Фейгенбаума стверджує, що системи з різними функціоналами, що описують їхню поведінку, виявляють однакову якісну поведінку за умови, що ці функціонали мають єдиний максимум квадратичного типу. Зокрема, в них однаковий сценарій переходу до хаосу через біфуркації подвоєння періоду, однакова швидкість переходу до хаосу, однакова швидкість зміни відстані між сусідніми станами в циклах скінченного періоду при збільшенні значення керуючого параметру.

Виявлення однієї з цих ознак у поведінці системи дозволяє зробити висновок, що система виявляє хаотичну поведінку в деякому інтервалі значень параметрів і оцінити границі цього інтервалу.

Наслідком теореми Шарковського є висновок, що якщо модель має періодичну точку періоду 3, то існують точки всіх інших періодів, отже система проявляє хаотичну поведінку. З іншого боку, якщо модель не має точки з періодом 2, можна стверджувати, що поведінка системи асимптотично стійка. Недоліком цього методу аналізу є те, що теорема Шарковського справедлива тільки для систем невеликої розмірності.

Метою експериментального підходу є побудова прогнозу моделі або отримання короткострокового прогнозу без побудови моделі за даним спостережень за системою. При цьому принциповим для прогнозу є з'ясування питання щодо природи вихідних даних: породжуються вони хаотичним процесом чи стохастичним, наскільки є прийнятною гіпотеза про лінійність.

Для реалізації експериментального підходу в рамках синергетики розроблено потужний набір методів аналізу вихідних даних. Експериментальний підхід зводиться до імітаційного та комп'ютерного моделювання. Так, наприклад, у системах розмірності більше одиниці, коли рівняння системи відомі, але теорема Шарковського є не застосовною, для аналізу типу поведінки системи проводять імітаційне моделювання: задаються значення параметрів рівнянь та початкові значення змінних, будуються траєкторії та визначаються, при яких значення параметрів система може мати дивний атрaktor.

Пасивний експеримент полягає у спостереженні за поведінкою системи в часі або в просторі. Результатом спостереження є значення вихідних величин (економічних показників), що представлені в вигляді часових або просторових рядів. Методи теорії хаосу розроблені в основному для аналізу часових рядів, хоча започатковані спроби узагальнення методів аналізу часових рядів для аналізу просторових рядів, попередньо впорядкованих за будь-якою ознакою.

Таким чином, при аналізі часових рядів необхідно визначити:

- чи є досліджувана система хаотичною, тобто її поведінка породжується детермінованим нелінійним законом, чи вона повністю випадкова;
- за спостереженнями над системою відновити систему рівнянь, що описує поведінку системи, ця задача носить назву „реконструкція атратора”;
- визначити „горизонт прогнозу” та отримати прогноз поведінки системи на максимально можливий термін.

Для цього використовують комбіновані методи, що ґрунтуються на використанні результатів нелінійної динаміки, економетрики та математичної статистики. До найбільш поширених тестів наявності хаосу в системі можна віднести:

- обчислення кореляційної розмірності, яка є нижньою оцінкою фрактальної розмірності (або розмірності Хаусдорфа-Безиковича);
- обчислення максимального показника Ляпунова, що визначає горизонт передбачуваності поведінки системи;
- оцінка K -ентропії Колмогорова;
- обчислення показника Херста, тест залишків Брока;
- BDS -тест, призначений для тестування нелінійності та хаосу (тест розроблений Броком, Дейчером та Шейнкманом [23]);
- тасуюча діагностика (перевірка цими тестами вихідного ряду, випадковим чином перемішаного).

Необхідно зауважити, що всі ці тести накладають жорсткі вимоги до вхідної інформації: вони ефективно працюють на великих, „незашумлених” вибірках (порядку кількох тисяч спостережень), що не завжди можна забезпечити в економічних застосуваннях.

З урахуванням цих недоліків метричних тестів був розроблений топологічний тест Гілмора [240], який дозволяє діагностувати наявність детермінованого хаосу по відносно коротких рядах даних. Крім того, на базі топологічного тесту може бути побудована процедура одержання короткострокового прогнозу, що не потребує реконструкції атратора. Цих недоліків також позбавлені методи аналізу рекурентних діаграм [118].

При обчисленні кореляційної розмірності, у відповідності з теоремою Такенса [149], можна оцінити кількість змінних (розмірність простору вкладання), від яких суттєво залежить поведінка системи. Якщо отримана оцінка кількості змінних невелика (не більше трьох), то можна відновити аналітичний вигляд функції, що визначає поведінку системи.

Після отримання моделі, можна з її допомогою отримати прогноз поведінки системи, необхідно лише враховувати, що в системах з детермінованим хаосом обмежений часовий горизонт прогнозу. Оцінити часовий горизонт прогнозу можна за допомогою максимального показника Ляпунова – чим більше його значення, тим коротший горизонт прогнозу.

За останні два десятиріччя одержані важливі результати, що пов'язані з розробкою ефективних чисельних методів обчислення характеристик динамічних систем за часовими рядами. Багато уваги було приділено дослідженню фракталів та розробці концепції параметрів порядку, що визначають, якої розмірності є система, або яка кількість суттєвих факторів переважно визначає її динаміку. Завдяки динамічній природі хаотичних режимів та їхній чутливості щодо незначних збурень з'являється можливість шляхом незначних, але належних, резонансних впливів, які мають відповідати власним внутрішнім тенденціям розвитку системи, здійснювати ефективне управління. Метою такої дії може бути реалізація в системі періодичного режиму, або переведення траєкторії руху системи в задану область фазового простору.

Інший напрям застосування ідей і методів нелінійної динаміки пов'язаний з проблемою обробки сигналів. Були розроблені методики, що дозволяють з'ясувати, чи має згенерований сигнал пам'ять та визначити глибину цієї пам'яті, а також одержати інформацію про властивості та характеристики системи (наприклад, [33, 36, 82, 86, 165]).

Перспективним напрямком застосування синергетики та теорії складності до аналізу фінансово-економічних систем є дослідження динаміки породжуваних ними часових рядів. Як відомо, більшість систем через їхню складність не можуть бути адекватно описані з достатньою точністю деякою формалізованою моделлю. Проте їх опис може бути виконаний за допомогою іншого підходу, заснованого на спостереженні за їхньою поведінкою.

Спостережуваний сигнал (вихід системи) – це функція від часу (часовий ряд), за якою намагаються зробити висновки щодо процесу в досліджуваній системі – це відома кібернетична модель „чорної скриньки”. Наприклад, для атмосфери в якості спостережуваного часового ряду може виступати зміна температури, вологості, атмосферного тиску, для стану здоров'я людини – температура тіла, кров'яний тиск, серцевий пульс, для фінансових ринків – щоденні курси цінних паперів, фондових індексів, валютних курсів тощо. Якщо часовий ряд певним чином обробити (наприклад, методами фрактального та вейвлет-аналізу), то за деяких умов можливо з великою точністю провести оцінку поточного стану системи та спрогнозувати майбутнє значення часового ряду (поведінку системи), причому ця оцінка є функцією тільки від попередніх значень ряду [112, 165].

Таким чином, на підставі одних лише спостережень за системою можливо передбачити її поведінку в майбутньому. Більш того, для прогнозування не є суттєвим фізична природа системи. Це може бути валютний курс, кардіограма, сейсмоскоп, або динаміка роботи лазера. Так, зокрема, дослідження останніх років свідчать, що часові ряди серцевого пульсу людини в передінфарктному стані, часові ряди роботи двигуна в предаварійному стані, часові ряди фондових індексів у передкризовому стані мають схожі динамічні характеристики, що свідчить про універсальність процесів, що відбуваються в складних системах в нерівноважних станах незалежно від їхньої фізичної природи.

Отже, за єдиною спостережуваною величиною, в принципі, вдається відновити спектр властивостей динамічної системи, одержати оцінки багатьох її параметрів, зокрема, таких, як ентропія і розмірність, одержати оцінку стійкості та часового горизонту передбачуваності поведінки тощо. При цьому виявляється, що класичні методи теорії ймовірності (екстраполяція трендів, регресійний та спектральний аналіз) часто працюють гірше, ніж методи синергетики та нелінійної динаміки.

Таким чином, головні ідеї та гіпотези дослідження фінансово-економічних систем, що ґрунтуються на синергетичній парадигмі, можна сформулювати наступним чином:

- існують універсальні закони, що визначають поведінку складних нелінійних систем різноманітної фізичної природи та які істотно відрізняються від традиційних класичних методів аналізу функціонування рівноважних систем;
- у відкритих системах, далеких від стану рівноваги, виникають ефекти узгодження, коли елементи системи корелюють, узгоджують свою поведінку, в результаті погодженої взаємодії відбуваються процеси впорядкування, виникнення з хаосу певних структур, перетворення й ускладнення систем. Чим більше відхилення від стану рівноваги, тим сильніше охоплення кореляціями та взаємозв'язками, тим вище узгодженість процесів, що відбуваються навіть у віддалених областях фазового простору;
- незначна неточність у визначенні поточного стану системи призводить з часом до розбігання можливих траєкторій розвитку. Система починає вести себе хаотично, початкові відхилення з часом нарастають та незначні причини призводять до значних наслідків (чутливість до початкових умов);
- можна знайти невелику кількість змінних (можливо агрегованих, перетворених тощо) – „параметрів порядку”, які переважно і визначають динаміку всієї системи в околі особливої точки (точки біфуркації), а всі інші змінні залежать від них;
- згідно із синергетичною концепцією більш ефективним буде управління складною системою шляхом незначних, але належних, резонансних впливів, які мають відповідати власним внутрішнім тенденціям розвитку системи. Головна мета такого управління полягає в тому, щоб шляхом незначного резонансного впливу „підштовхнути систему” на один із її власних сприятливих шляхів розвитку. Своєчасні резонансні впливи можуть виявити значні, потужні внутрішні резерви системи.

1.4 Теорія самоорганізованої критичності як парадигма дослідження кризових явищ та катастроф

1.4.1 Універсальні прояви складності

У рамках синергетики та нелінійної динаміки, зусилля яких спрямовані на виявлення універсальних механізмів побудови та функціонування систем різної фізичної природи, можна виділити три домінуючі парадигми – самоорганізації, динамічного хаосу та складності

(самоорганізованої критичності). У рамках першої було показано, що в багатьох складних відкритих нелінійних системах, які знаходяться в нерівноважному відбуваються процеси самоорганізації. При цьому виникають просторово-неоднорідні стаціонарні (тобто не залежні від часу) розподіли змінних, які за І. Пригожиным [269], називаються *дисипативними структурами*.

У другій парадигмі основна увага була приділена *динамічному хаосу* – складному неперіодичному поведженню у найпростіших детермінованих системах (тобто у таких, де майбутнє однозначно визначається минулим і сьогоденням і немає випадкових факторів). Основним результатом цього стало встановлення факту меж передбачуваності, тобто існування *горизонту прогнозу* – обмеженого інтервалу часу, через який динамічний прогноз поведінки системи стає неможливим. Були також описані універсальні сценарії переходу від простого руху до хаотичного при зміні зовнішніх параметрів.

В основі обох розроблених парадигм знаходиться уявлення про самоорганізацію, тобто про виділення з великої кількості змінних, що описують систему, незначної кількості величин, або за Г. Хакеном *параметрів порядку* [313], які на значних проміжках часу визначають динаміку та поведінку системи. Проте для систем, схильних до критичної поведінки, досить імовірно отримання у „штатних” і „кризових” ситуаціях, або режимів функціонування різних наборів параметрів порядку, що не дозволить описувати їх з єдиних позицій, тобто необхідно не тільки виділення параметрів порядку із набору старих змінних, але й виявлення нових, що формуються в процесі самоорганізації.

Крім того, обидві парадигми не цілком відповідають інтуїтивним уявленням про кризові явища та катастрофічність – системи, в яких утворились стаціонарні або рухливі структури, занадто регулярні, щоб у них відбувалося щось несподіване, а хаотичні системи занадто багаті подіями, щоб на цьому тлі могло відбутись щось екстраординарне. Отже шукати пояснення поведінки систем, що знаходяться в передкризових станах необхідно на стику цих концепцій.

Третя концепція пов'язана із *складністю*, її ще називають „життя на краю хаосу”. Однією із ознак складності є неадитивність та емерджентність – тобто принципова незводимість властивостей системи до суми властивостей її частин. Звідси випливає, що складність нерозривно пов'язана із нелінійністю, оскільки до лінійних систем застосований принцип суперпозиції і тому їх можна розкласти на незалежні складові, з опису яких можна одержати опис системи як єдиного цілого. Тому в якості синонімів терміну „синергетика” використовують терміни „теорія складності” (complexity theory) та нелінійна наука (nonlinear science).

Теорія самоорганізованої критичності (СК) [13] входить до ядра цієї парадигми. До властивостей систем, що знаходяться на краю хаосу та

математичних образів, якими ці властивості описуються можна віднести *перервану рівновагу, масштабну інваріантність, флікер-шум, степеневі закони розподілу (розподіли з важкими хвостами)* тощо.

Перервана рівновага полягає у спалахах високої активності, що переривають стан відносного спокою, коли її рівень є низьким або навіть дорівнює нулю. Причому в тривалості інтервалів між спалахами, а найчастіше у їхній амплітуді не простежується ніяких явних закономірностей. Перервана рівновага характерна для багатьох явищ, зокрема, таких, як біологічна еволюція, атмосферні циклони, сейсмічна активність, цикли економічної кон'юнктури тощо.

Незважаючи на універсальність цього явища, донедавна для нього не існувало загальної теорії, хоча в рамках окремих дисциплін воно або одержувало часткове пояснення (гідродинаміка), або сприймалося як даність (теорія біологічної еволюції). У той час як узагальненість та універсальність конкретних її проявів, наприклад, землетрусів та економічних криз, інтуїтивно зрозуміла: вони відбуваються раз за разом, їх намагаються з більшим чи меншим успіхом прогнозувати, але щоразу вони відбуваються несподівано, „будучи передбачуваними у своїй непередбачуваності”.

Масштабна інваріантність означає відсутність у об'єктів чи подій власних характерних масштабів їх властивостей (фізичних розмірів, тривалостей, енергій тощо). Масштабно інваріантні системи (scale free systems) побудовані однаково (точніше подібно) на всіх ієрархічних рівнях організації, тобто в них не існує масштабу, який би „відповідав” за усі важливі процеси. Наявність таких масштабів, що є ознакою простоти системи, є передумовою застосування традиційних методів математичного моделювання.

Зауважимо, що характерні масштаби частково притаманні хаотичним системам. Фазові траєкторії динаміки таких систем мають дивні атрактори, геометрія яких фрактальна, тобто масштабно інваріантна. Разом з тим динаміка таких систем описується цілком визначеними характерними часовими масштабами, які, у тому числі, визначають швидкість розбігання близьких траєкторій. Інша картина спостерігається для систем, що розвиваються в режимі із загостренням (схід гірських лавин, розповсюдження лісових пожеж, паніки на біржах, комп'ютерних вірусів та інфекційних епідемій тощо).

1.4.2 Флікер-шум

Однією з важливих характеристик динамічних систем є спектр потужності – функція, що показує, яким чином розподілена за частотами їхня енергія. Динаміка простих систем може бути описана характерною частотою, через яку виражаються характерні масштаби часу, довжини і т.і.

Для складних систем типова протилежна ситуація – відсутність характерних частот. При цьому спектр потужності, який для довільного процесу визначається перетворенням Фур'є від автокореляційної функції, має на низьких частотах степеневий розподіл ймовірності

$$S(f) \propto f^{-\beta},$$

де $\beta \sim 1$. Залежність такого вигляду називається *флікер-шумом*, „*рожевим шумом*” (на відміну від гаусівського „білого шуму”, для якого $\beta = 0$) або *1/f-шумом*. Явище флікер-шуму характерне практично для всіх складних систем як природного, так і штучного походження, і його приклади можна знайти в найрізноманітніших галузях – від молекулярної біології до астрофізики.

Отже, наявність у системі флікер-шуму означає можливість виникнення гігантських флуктуацій, оскільки значна енергія системи пов'язана із повільними процесами, і тому факт його наявності є свідченням того, що системі внутрішньо властива схильність до катастроф. Таким чином можна припустити, що система перебуває поблизу *критичної точки*, або *точки біфуркації*, де звичайно й відбуваються критичні явища.

Дійсно, у точці біфуркації незначний імпульс може призвести до суттєвого впливу на поведінку системи. Система, пройшовши точку біфуркації, за логікою речей, повинна надалі демонструвати більш регулярну поведінку, що описується цілком конкретними характерними просторовими та часовими масштабами. Але оскільки на практиці в багатьох випадках цього не відбувається, повинен існувати якийсь механізм, що забезпечує постійне перебування системи у точці біфуркації, існуванні на краю хаосу. Природа цього механізму є універсальною та пояснюється теорією самоорганізованої критичності П. Бака [13, 184].

Спектральне представлення застосовується до аналізу лінійних систем, для них компоненти спектру (гармоніки) є незалежними, завдяки чому їм можна надати простий зрозумілий фізичний зміст. При цьому опис системи зводиться до аналізу елементів її динаміки, які трактуються як незалежні об'єкти – гармоніки, фотони, хвилі. А враховуючи незалежність гармонік, легко знайти закони, що визначають їхню динаміку. Частково ця ситуація зберігається й при наявності слабких нелінійностей, які керують перетіканням енергії між різними гармоніками й теж легко допускають фізичне трактування (це й може, власне, слугувати критерієм, що визначає слабку нелінійність).

У принципово нелінійних системах, де й виникає флікер-шум, ситуація кардинально інша. Тут індивідуальним гармонікам не можливо надати певної фізичної інтерпретації. Таким чином, динаміка систем, в яких спостерігається флікер-шум не може бути розкладена на складові, що і

означає складність системи, має сенс розглядати весь Фур'є-спектр у цілому. Наявність у системі флікер-шуму еквівалентна відсутності у ній характерних частот, з формально-математичної точки зору являє собою наслідок відсутності характерних часових масштабів.

1.4.3 Степеневі закони розподілу ймовірностей та „самоорганізована критичність”

У загальному випадку статистичним описом масштабної інваріантності є *степеневі закони розподілу ймовірностей* (СЗРІ) [27], типовий графік щільності якого наведено на рис. 1.1. Тобто статистичні характеристики подій, що відбуваються в них, мають щільність імовірності вигляду

$$p(x) \propto x^{-(1+\alpha)}, \quad (1.1)$$

де показник α знаходиться у діапазоні від нуля до одиниці.

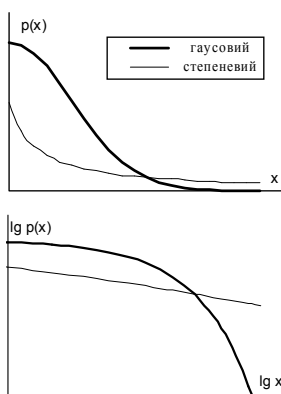


Рис. 1.1. Типовий вигляд щільності ймовірності величин, розподілених відповідно до нормального (гаусового) 1, та степеневих законів 2. На нижньому графіку у подвійному логарифмічному масштабі степеневому розподілу відповідає пряма, що свідчить про відсутність характерних масштабів величин, що мають такий розподіл

Переважаюча більшість природних та техногенних катастроф, природних лих, фінансових крахів та економічних криз статистично описуються степеневими законами розподілу. Вони типові для руху по автобанах, трафіку через комп'ютерні мережі, багатьох інших явищ. Як класичний приклад можна навести закон Ріхтера-Гутенберга: залежність кількості

землетрусів від їхньої енергії визначається формулою степеневого розподілу з $\alpha \approx 2/3$ для землетрусів з магнітудою менше 7.5 та з $\alpha \approx 1$ для більш сильних. Так само розподілені такі явища, як відносна смертність у результаті землетрусів ($\alpha \approx 0.25 \div 0.45$), ураганів ($\alpha \approx 0.4 \div 0.6$), повеней і торнадо ($\alpha \approx 0.4$); кількість захворілих при епідеміях в ізольованих популяціях ($\alpha \approx 0.29$); площа лісових пожеж ($\alpha \approx 0.59$), кількості випадків суттєвого коливання біржових індексів (біржові паніки, $\alpha = 0.40$) тощо [197]. Степеневий розподіл мають характеристики й багатьох інших явищ, як пов'язаних з катастрофами й ризиком, так і таких, що не мають до них безпосереднього відношення, наприклад, динаміка сонячних спалахів, або наукової продуктивності дослідників (кількість публікацій).

Таким чином, критичні явища різної фізичної природи можуть розвиватися за однаковими законами. Графіки поведінки характеристик, що описують дві складноорганізовані ієрархічні системи – фондовий ринок і тектонічний розлом, незадовго перед катастрофою, демонструють швидке катастрофічне зростання, на яке накладаються коливання, що прискорюються (рис. 1.2). Згладжена крива досить точно описується формулою [241]:

$$I(t) = A + B(t_c - t)^\alpha [1 + C \cos(\omega \log(t_c - t) - \varphi)],$$

тобто ми маємо один і той же розв'язок рівнянь, вигляд яких невідомий. Слід звернути увагу на те, що асимптотикою таких процесів перед катастрофою є так званий *режим із загостренням* (коли одна або декілька величин, що характеризують систему, за скінчений час зростають до нескінченості).

Головною відмінністю степеневих розподілів від інших (нормального, експоненційного тощо) полягає у швидкості спадання функції щільності $p(x)$ зі зростанням аргументу (рис. 1.1). Як відомо з математичної статистики, основні властивості випадкової величини визначаються моментами розподілу:

$$\mu_k = \int x^k p(x) dx, \quad (1.2)$$

на які кардинальним чином впливає асимптотична поведінка щільності ймовірності при $x \rightarrow \infty$. Якщо $p(x)$ спадає швидше зростання довільного ступеня x , то всі моменти розподілу скінчені, у той час як для розподілу (1.1) інтеграл (1.2) є розбіжним для $k \geq \alpha$.

Таким чином, різниця між подіями та явищами, що описуються нормальним і степеневим розподілами носить не формальний, а принциповий характер. Якщо статистика системи описується формулою нормального розподілу, то понад 97% подій відхиляється від середнього

значення m не більше ніж, на величину трьох стандартних відхилень (так зване „правило трьох сигм”), а, скажімо, за 5σ вибивається й зовсім менш однієї події на мільйон. При цьому є підстави ігнорувати досить рідкісні події, вважаючи їх практично неймовірними, хоча вони можуть мати катастрофічні наслідки, тобто можна „відрізати хвіст розподілу”.

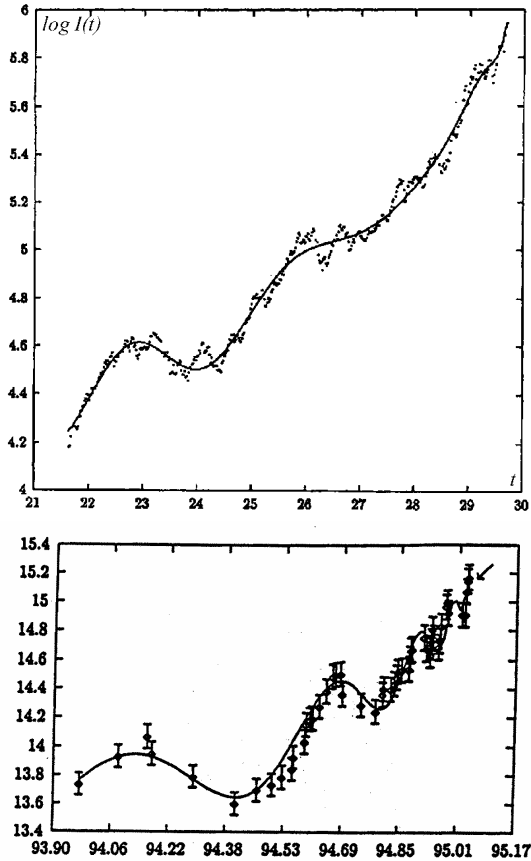


Рис. 1.2. Динаміка індексу Дуу-Джонса перед великою депресією (а) та залежність від часу концентрації іонів хлору у джерелах перед землетрусом в Японії у 1995 році (б) в логарифмічному масштабі (передруковано з [197])

Статистика ж величин, що описуються степеневим розподілом, відрізняється тим, що значні події, що припадають на хвіст розподілу, відбуваються недостатньо рідко, щоб ними можна було знехтувати. Із цієї причини СЗРІ називають також розподілами з „важкими хвостами”. Зі

статистичної точки зору катастрофічність є наслідком масштабної інваріантності.

Для всіх подій, що описуються степеневим розподілом, спільним є виникнення довгих причинно-наслідкових зв'язків, природа степеневих законів розподілу (а в остаточному підсумку, і катастроф) пов'язана із сильною взаємозалежністю подій, що відбуваються. До виникнення СЗРІ приводить „ланцюгова реакція”, тобто лавиноподібне наростання збурювання із залученням у подію все більшої кількості ресурсу. Одна подія може спричинити другу, третю, лавину змін, що зачіпають всю систему. Наприклад, мутація, що з часом змінює зовнішність біологічного вигляду, впливає на його екологічну нішу. Зміна екологічної ніші цього вигляду, природно, позначається на екологічних нішах інших видів. Їм доводиться пристосовуватися. Закінчення „лавини змін” – перехід до нового стану рівноваги – може відбутися не скоро.

Проста фізична модель, що демонструє таку поведінку, – це купа піску. Якщо кинути піщинку на самий верх купи піску, то вона або залишиться на ній, або скотиться вниз, викликаючи лавину. У лавині може бути одна або дві піщинки, а може бути дуже багато. Статистика для купи піску виявляється статичною, як для ряду лих і катастроф. Вона дуже схожа на ту статистику, яку ми маємо, скажімо, для землетрусів, тобто небезпека знаходиться на грані між детермінованою та імовірнісною поведінкою або, іншими словами, на *краю хаосу*.

Дослідження складних систем, що демонструють самоорганізовану критичність показало, що такі системи самі по собі прагнуть до критичного стану, в якому можливі „лавини” (катастрофи) будь-яких масштабів.

РОЗДІЛ 2. ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ І ТОПОЛОГІЇ СУЧАСНИХ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

2.1 Моделювання колективних ефектів складних систем за допомогою методології теорії випадкових матриць

Для дослідження кореляційних властивостей деякої складної системи, зокрема, фінансово-економічної (фондового, валютного ринку) на підставі аналізу часових рядів, що характеризують динаміку її складових елементів можна скористатись методом теорії випадкових матриць. Вивчення статистичних властивостей матриць з незалежними випадковими елементами – *випадкових матриць* – має багату історію, що розпочалася 50 років тому у ядерній фізиці при вивченні енергетичних рівнів складних ядер. Теорія випадкової матриці (ТВМ) [127] була розвинена в цьому контексті Вігнером (Wigner), Дайсоном (Dyson), Метою (Mehta) та іншими для пояснення статистики рівнів енергії складних квантових систем [322]. Дослідники постулювали, що функція Гамільтона, яка описує важкі ядра, може бути задана матрицею H з незалежними випадковими елементами H_{ij} , отриманими з розподілу імовірності. Відштовхуючись від цього припущення було зроблено низку передбачень стосовно систем різноманітної природи, які згодом було підтверджено експериментально.

Головна ідея методу ТВМ полягає у порівнянні відомих статистичних властивостей матриць з незалежними випадковими елементами – випадкових матриць із властивостями матриць, що характеризують властивості (структуру, динаміку, взаємодію) реального об'єкту чи системи [204]. Відхилення від універсальних властивостей ТВМ відображують системну специфіку, невідповідні властивості досліджуваної системи, забезпечуючи ключові підходи до розуміння базової взаємодії її складових.

Останні дослідження, що використовували методи ТВМ до аналізу властивостей матриці взаємних кореляцій C реальних систем, показують, що близько 98% власних значень матриці C співпадають зі значеннями, отримуваними з використанням ТВМ, таким чином пропонуючи задовільний рівень у вимірюваних крос-кореляціях. Також було знайдено, що існують відхилення від передбачень за допомогою ТВМ у близько 2% найбільших власних значень, які переважно і визначають особливості топології та динаміки досліджуваної системи [292].

Стосовно фондового ринку шляхом комп'ютерного моделювання було виявлено, що найбільше власне значення матриці C відображує вплив усього ринку, що є спільним для всіх акцій [141, 291, 290, 293]. Аналіз власних значень, що відхиляються від ТВМ, свідчить про існування

взаємних кореляцій між акціями, що належать до одного сектору чи галузі, між найбільш капіталізованими акціями, а також між акціями фірм, що мають бізнес у певному географічному регіоні (локалізовані територіально). Обчислюючи скалярний добуток власних векторів від одного періоду часу до наступного, можна побачити, що „власні вектори, що відхиляються від ТВМ”, мають різні ступені стабільності у часі, визначеному кількісно величиною скалярного добутку. Найбільші два-три власних вектори стійкі протягом тривалих періодів часу, у той час як для іншої частини власних векторів, що відхиляються, стабільність у часі зменшується, як тільки відповідні власні значення наближаються до верхньої межі ТВМ.

2.1.1 Знаходження коефіцієнтів матриці крос-кореляцій

Визначення кореляцій між різними акціями – тема, цікава не лише з наукової точки зору в сенсі розуміння економіки як складної динамічної системи, але також і з практичних міркувань, зокрема, з точки зору розміщення активів і оцінки портфельного ризику. В цьому розділі ми опишемо формалізм теорії випадкових матриць [127, 141] і покажемо, які основні висновки можна зробити, розглядаючи та аналізуючи, наприклад, взаємні кореляції на прикладі щоденних валютних крос-курсів для 30 країн по відношенню до долара США [76]. У розділі 4 апарат ТВМ було застосовано до дослідження кризових явищ на фінансових ринках.

Для кількісного визначення кореляцій спочатку обчислюються логарифмічні зміни досліджуваних часових рядів („повернення” (return), прибутковості) за проміжок часу Δt [258]:

$$G_i(t) = \ln S_i(t + \Delta t) - \ln S_i(t), \quad (2.1)$$

де $S_i(t)$ – курс валюти i , $i = 1, \dots, N$. Оскільки різні валюти мають різні рівні волатильності (стандартні відхилення), визначимо нормалізовані повернення (нормалізовані прибутковості):

$$g_i(t) \equiv \frac{G_i(t) - \langle G_i \rangle}{\sigma_i}, \quad (2.2)$$

де $\sigma_i \equiv \sqrt{\langle G_i^2 \rangle - \langle G_i \rangle^2}$ – стандартне відхилення G_i , а $\langle \dots \rangle$ означає середнє значення за період часу, що досліджується. Тоді обчислення матриці взаємних кореляцій C зводиться до обчислення за формулою:

$$C_{ij} \equiv \langle g_i(t) g_j(t) \rangle. \quad (2.3)$$

Згідно з алгоритмом побудови елементи C_{ij} обмежені областю $-1 \leq C_{ij} \leq 1$, де $C_{ij} = 1$ відповідає повним кореляціям, $C_{ij} = -1$ – повним антикореляціям, і $C_{ij} = 0$ свідчить про некорельованість пар валют.

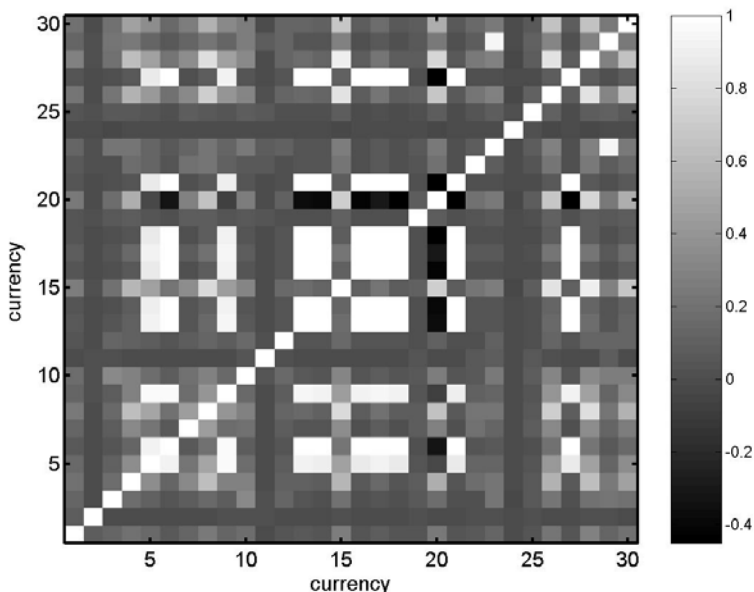


Рис. 2.1. Карта значень матриці крос-кореляції 30 курсів валют, поданих з 1990 по 2010 рр.

На рис. 2.1 відображена карта кореляційного поля індексів валютних курсів для 30 країн. Можна побачити, що валюти деяких країн сильно корельовані (світлі точки), тоді як інші практично незалежні (темні точки).

Труднощі в аналізі коефіцієнтів крос-кореляції C_{ij} виникають внаслідок кількох причин, що полягають в наступному:

- i) ринкові умови з часом змінюються і взаємна кореляція, що існує між будь-якою парою валют, може виявитись непостійною (нестационарною);
- ii) скінчена довжина досліджуваного ряду, доступного для оцінювання взаємних кореляцій, додає так званий „шум вимірювання” – чим коротший досліджуваний ряд – тим менш точними будуть отримувані значення.

Якщо для вилучення проблеми скінченної довжини буде використано довгий ряд, на отримані значення буде впливати нестационарність крос-кореляцій. З цих причин емпірично виміряні крос-кореляції будуть містити „випадкові” складові, і найбільш важливою (і одночасно важкою проблемою) є оцінка в складі матриці C таких взаємних кореляцій, що не є результатом випадковості.

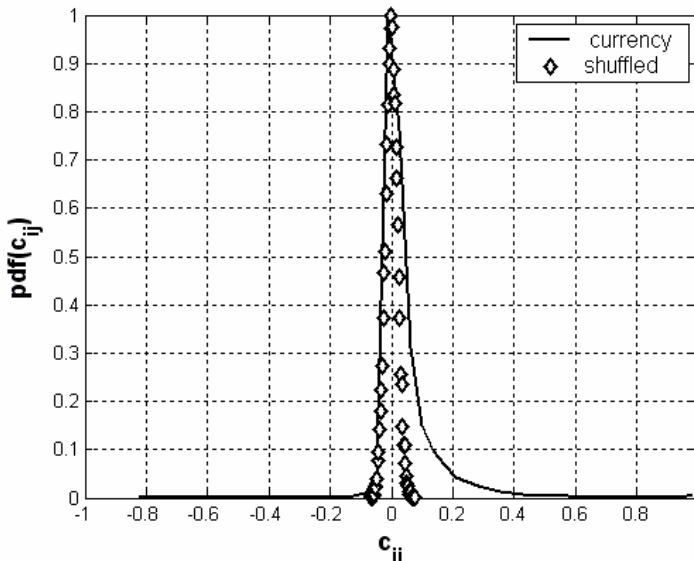


Рис. 2.2. Порівняння функцій розподілу коефіцієнтів крос-кореляції, отриманих для 171 курсів валют, поданих з 1990 по 2010 рр.: *currency* – матриця крос-кореляцій для початкових значень курсів, *shuffled* – матриця крос-кореляцій для перемішаних значень курсів валют

Яким же чином можна виділити з C_{ij} ті валюти, що залишилися корельованими протягом досліджуваного періоду часу? Для відповіді на це питання необхідно перевірити статистику C у порівнянні із так званою „нульовою гіпотезою” випадкової кореляційної матриці – матриці кореляцій, побудованої із взаємно некорельованих часових рядів. Якщо властивості C відповідають властивостям для випадкової матриці кореляцій, тоді можна стверджувати, що значення емпірично вимірюваних властивостей C випадкові. І навпаки, відхилення властивостей C від таких же властивостей для випадкової кореляційної матриці надає інформацію про „справжні” кореляції. Таким чином, нашою метою є порівняння властивостей C з такими ж властивостями випадкової матриці кореляцій та

поділ властивостей C на дві групи: (а) частина C , що відповідає властивостям випадкової кореляційної матриці („шум”) і (б) – частина C , що відхиляється від властивостей випадкової матриці („інформація”).

З рис. 2.2, на якому наведено графіки функцій розподілу коефіцієнтів крос-кореляцій, отриманих для 30 курсів валют (сигнелу – матриці крос-кореляцій для початкових значень курсів, shuffled – матриці крос-кореляцій для перемішаних значень курсів валют), видно, що для випадкової матриці („shuffled”) кореляції практично відсутні.

В той же час для матриці валютного ринку має місце „довгий хвіст” додатних значень коефіцієнтів кореляції, які свідчать про наявність самоорганізаційних процесів і, очевидно, містять деяку латентну інформацію щодо природи цих взаємодій, яку ми і прагнемо виділити та дослідити.

2.1.2 Розподіл власних значень та їх інтерпретація

Продовжимо аналіз спектру матриці крос-кореляцій. У матричній нотації така матриця може бути подана у вигляді:

$$C = \frac{1}{L} G G^T, \quad (2.4)$$

де G – матриця розмірності $N \times L$ з елементами $\{g_{im} = g_i(m\Delta t), i = 1, \dots, N; m = 0, \dots, L - 1\}$, G^T – позначає транспонування матриці G .

Розглянемо випадкову кореляційну матрицю

$$R = \frac{1}{L} A A^T, \quad (2.5)$$

де A – матриця розмірності $N \times L$, що містить N часових рядів із L випадковими елементами a_{im} з нульовим середнім та одиничною дисперсією, що свідчить про взаємну некорельованість.

Статистичні властивості випадкових матриць типу R відомі. Зокрема, при $N \rightarrow \infty$, $L \rightarrow \infty$ та за умови, що $Q \equiv \frac{L}{N} (> 1)$ фіксоване, функція розподілу щільності імовірності $P_{rm}(\lambda)$ власних значень λ випадкової матриці кореляції R визначається так:

$$P_{rm}(\lambda) = \frac{Q}{2\pi} \frac{\sqrt{(\lambda_+ - \lambda)(\lambda - \lambda_-)}}{\lambda} \quad (2.6)$$

для λ у межах границь $\lambda_- \leq \lambda_i \leq \lambda_+$, де λ_- і λ_+ – найменше і найбільше власні значення R , відповідно,

$$\lambda_{\pm} = 1 + \frac{1}{Q} \pm 2\sqrt{\frac{1}{Q}}. \quad (2.7)$$

Необхідно зауважити, що вираз (2.6) є точним для випадку розподілених за Гаусом матричних елементів a_{im} .

Порівняємо розподіл власних значень $P(\lambda)$ для C з розподілом $P_{rm}(\lambda)$. Для цього обчислимо власні значення λ_i матриці C , причому λ_i впорядкуємо за зростанням ($\lambda_{i+1} > \lambda_i$). При цьому необхідно звернути увагу на наявність значної кількості власних значень, що спадають у межах границь $[\lambda_-, \lambda_+]$ для $P_{rm}(\lambda)$. Також необхідно звернути увагу на відхилення для деяких найбільших і найменших власних значень від отриманих за допомогою ТВМ (рис. 2.3).

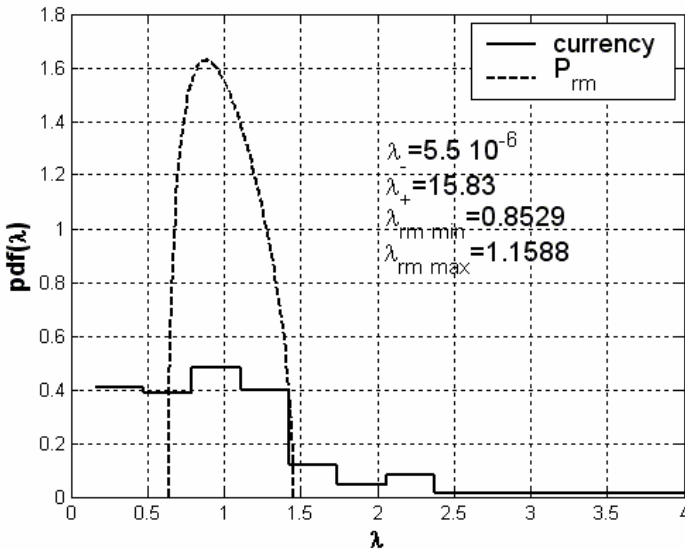


Рис. 2.3. Функції розподілу власних значень для кореляційної матриці валютного ринку (currency) і випадкової матриці (P_{rm}) згідно рівняння (2.6)

Оскільки рівняння (2.6) є таким, що строго виконується лише для $L \rightarrow \infty$ і $N \rightarrow \infty$, необхідно перевірити також відхилення від ідеального випадку, оскільки на практиці використовуються лише скінченні ряди. Виявляється, що для кількох найбільших (найменших) власних значень ефект впливу скінчених величин L і N відсутній.

Якщо звернути увагу на компоненти власних векторів, які відповідають найбільшим власним значенням, то ми пересвідчимось, що максимальному власному значенню відповідає власний вектор, компонентами якого є найбільш стійкі валюти. Наступним за максимальним власним векторам відповідають компоненти векторів, які містять регіональні валюти.

Обернене відношення участі

Визначившись з інтерпретацією найбільшого власного значення, що значно відхиляється від результатів ТВМ, зосередимось на дослідженні інших власних значень. Відхилення розподілу компонентів власного вектора u^k від ТВМ (Гаусового розподілу) більш явне, коли відстань від верхньої границі ТВМ $\lambda_k - \lambda_+$ збільшується. Оскільки близькість до λ_+ збільшує ефекти невизначеності, необхідно виділити кількість компонентів, які „беруть значну участь” в кожному власному векторі, що, у свою чергу, відображає ступінь відхилення від ТВМ для розподілу компонентів власного вектора. Для цього використовується поняття оберненого відношення участі (ОВУ), що часто застосовується в теорії локалізації. ОВУ власного вектора u^k визначається як

$$I^k = \sum_{i=1}^N [u_i^k]^4, \quad (2.8)$$

де u_i^k , $i=1, \dots, N$ – компоненти власного вектора u^k . Значення I^k може бути проілюстровано двома граничними випадками:

- i) вектор з ідентичними компонентами $u_i^k = \frac{1}{\sqrt{N}}$ має $I^k = \frac{1}{N}$;
- ii) вектор з одним компонентом $u_1^k = 1$ і нульовими іншими має $I^k = 1$.

Таким чином, ОВУ визначає кількість даних з набору компонентів власного вектора (кількість елементів системи), що значно впливають на властивості системи в цілому, яка описана часовими рядами динаміки її елементів.

Наявність векторів з великими значеннями I^k також виникає в теорії локалізації Андерсона. У контексті теорії локалізації часто знаходять „множину випадкових матриць”, що містять узагальнені стани з невеликими I^k в більшій частині спектра власних значень, тоді як основні стани

локалізовані і мають великі I^k . Виявлення локалізованих станів для малих та великих власних значень матриці крос-кореляцій C нагадує про локалізацію Андерсона та припускає, що C може мати випадкову зону матричної структури.

На рис. 2.4 компоненти власних векторів випадкової матриці згруповані у вигляді вузької смужки. Навпаки, для валютної матриці мають місце значні відхилення оберненого відношення участі саме для тих власних значень, які лежать за межами λ_{\pm} .

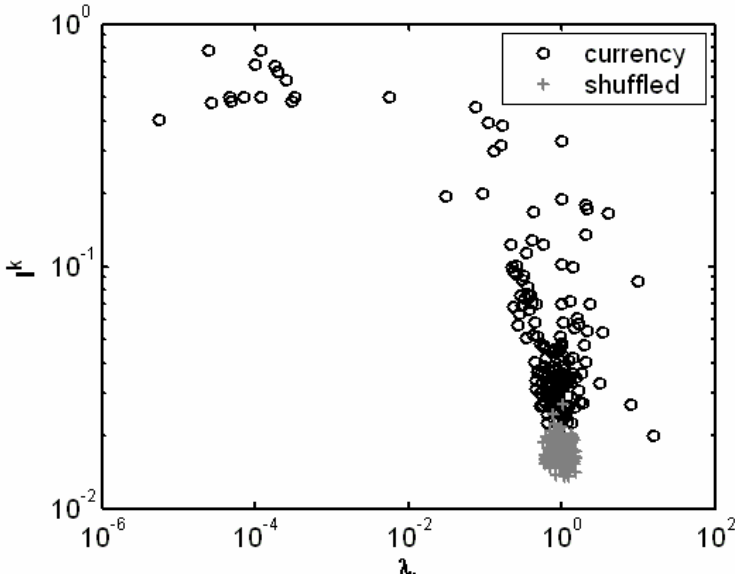


Рис. 2.4. Обернене відношення участі для матриці крос-кореляцій, отриманої для валютного ринку, поданих з 1990 по 2010 рр., у порівнянні з випадковою матрицею (shuffled)

Інтерпретація власних значень та власних векторів, що відхиляються від ТВМ

Кількість істотних внесків у власний вектор визначається за допомогою ОВУ, для отримання ж загальних властивостей досліджуються компоненти $1/I^k$ власного вектора u^k . Безпосередній аналіз таких власних векторів, однак, не приводить до прозорої інтерпретації їх економічного змісту. Щоб інтерпретувати їх значення, необхідно звернути увагу, що найбільше власне значення значно більше, ніж інші $N - 1$ власні значення, тоді як розмірність матриці $C \in N \times N$. Тому для аналізу власних векторів,

що відхиляються, необхідно видалити ефект найбільшого власного значення λ_{\max} .

Щоб нівелювати ефект λ_{\max} , і, відповідно, $G^{\max}(t)$, для прибутковостей кожної акції $G_i(t)$ складається рівняння регресії

$$G_i(t) = \alpha_i + \beta_i M(t) + \varepsilon_i(t), \quad (2.9)$$

або ж, у нашому випадку просте визначення тренду часового ряду, що відповідає λ_{\max} та вилучення його з кожної часової послідовності. Тоді обчислюється матриця кореляції C , використовуючи формули (2.1)-(2.3). Далі знаходяться власні вектори u^k для C і проводиться аналіз їх „істотних учасників”. Власний вектор u^{N-1} містить приблизно $\frac{1}{I^{N-1}}$ істотних учасників.

Далі проводиться аналіз істотних учасників іншої частини власних векторів. Результатами аналізу у нашому випадку є те, що кожний з власних векторів, що відхиляється від ТВМ, містить валюти, які належать валютам країн певного регіону, або країн торговельних партнерів. Ці власні вектори поділяють набір всіх валют у різні групи, що містять валюти найбільш розвинених країн (u^{N-1}), а також регіональні коаліції ($u^{N-2} - u^{N-9}$).

2.1.3 Кластерний аналіз на основі часових рядів

Головна ідея кластерного аналізу на основі часових рядів полягає в дослідженні кількох часових послідовностей одночасно, тобто, дослідження зміни коефіцієнта кореляції прибутковостей пар індексів i та j з плином часу згідно з (2.1) – (2.3).

Побудова матриці відстаней на основі матриці крос-кореляцій

Для отримання інформації з часових рядів, яку можна інтерпретувати з точки зору топологічної структури досліджуваної системи, необхідно спочатку визначити метрику, в межах якої проводитиметься інтерпретація. В якості функції від коефіцієнтів кореляції можна використати узагальнену відстань, експериментальним визначенням якої є

$$d(i, j) = 1 - c_{ij}^2. \quad (2.10)$$

Замість (2.10) можна використовувати також формулу:

$$d(i, j) = \sqrt{2(1 - c_{ij})}. \quad (2.11)$$

У цьому випадку $d(i, j)$ чисельно задовольняє трьом аксіомам Евклідової метрики:

- (i) $d(i, j) = 0$ якщо і лише якщо $i = j$;
- (ii) $d(i, j) = d(j, i)$;
- (iii) $d(i, j) \leq d(i, k) + d(k, j)$.

Перша аксіома виконується внаслідок того, що $d(i, j) = 0$ лише для випадку, коли кореляція повна ($\rho = 1$). Друга аксіома виконується, оскільки матриця коефіцієнтів крос-кореляцій і, відповідно, матриця відстаней D є симетричними за означенням. Третя аксіома виконується, оскільки вираз (2.11) еквівалентний Евклідовій відстані між двома векторами \tilde{G}_i та \tilde{G}_j , отриманими із часових рядів G_i та G_j , якщо інтерпретувати кожний запис часового ряду як компоненту вектора. Отриманий вектор повинен мати одиничну норму, а саме, він має бути отриманий відніманням від кожного запису середнього значення для всього ряду та нормалізацією його стандартним відхиленням.

Тепер, зважаючи на наведені міркування, можна дати практичне визначення метричної відстані між валютними індексами (курсами) двох країн. Однак, метрична відстань є недостатньою для однозначного визначення таксономії (з математичної точки зору *таксономією* є деревоподібна структура класифікацій певного набору об'єктів).

Тому необхідно ввести більш обмежуючий топологічний простір, який буде однозначно асоційовано з таксономією. Таким обмежуючим топологічним простором є *субдомінантний ультраметричний простір*, асоційований з матрицею Евклідових відстаней. Ультраметрична відстань визначається також трьома аксіомами. Перші дві співпадають з аксіомами метрики Евкліда, тоді як нерівність трикутника (iii) замінюється більш сильною нерівністю, яка називається ультраметричною нерівністю

$$d(i, j) \leq \max\{d(i, k), d(k, j)\}. \quad (2.12)$$

В просторі елементів, де визначена метрика, завжди можна отримати субдомінантну ультраметрику. В ультраметричному просторі елементи розміщуються не вздовж однієї лінії, а на ієрархічному дереві. Набір індексів країн може інтерпретуватись як абстрактний простір, N елементів якого можуть бути з'єднані графом. У з'єднаному графі із взятими відстанями між усіма точками абстрактного простору мінімальне остівне дерево – МОД (minimal spanning tree – MST) має $(N - 1)$ ребро і найменшу

довжину із довжин всіх остівних дерев, виходячи з суми відстаней між двома точками. Структура ієрархічного дерева отримується з матриці ультратрихричних відстаней та МОД, асоційованого з нею.

Мінімальне остівне дерево та асоційоване з ним ієрархічне дерево показують існування кластерів будь-яких активів ринків, відомості про які мають значення з економічної точки зору. Отримана таксономія дозволяє групувати економічні об'єкти, що є гомогенними у сенсі економічної активності.

Розглянемо методу побудови мінімального остівного та асоційованого з ним ієрархічного дерева на прикладі системи індексів MSCI, яка включає 49 країн, з яких – 23 розвинених [74]. Для побудови мінімального остівного дерева, асоційованого з Евклідовою відстанню, необхідно виконати наступні дії [202].

Спочатку усі елементи матриці відстаней D розташовуються у порядку неспадання. Наприклад, маємо наступні вісім відстаней:

Spain-Italy	$d=0.61177$
France-Italy	$d=0.64137$
Nedherlands- France	$d=0.6462$
Germany- France	$d=0.65383$
France-Spain	$d=0.69175$
Argentina- Brazil	$d=0.73039$
Switzerland- Italy	$d=0.77672$
Belgium- France	$d=0.80568$
Mexico- Argentina	$d=0.8217$

Мінімальне остівне дерево послідовно будується шляхом з'єднання усіх елементів у граф, виходячи із мінімальних відстаней між країнами на ринку.

Почнемо із пари елементів із найменшою відстанню. У даному випадку це дві країни: *Spain* та *Italy* ($d=0.61177$). Наступною найменшою за величиною відстанню є відстань між елементами *France* та *Italy* ($d=0.64137$), тому додаємо до МОД елемент *France* та з'єднуємо його з елементом *Italy*. Таким чином, отримане дерево вже буде мати вигляд *France-Italy-Spain*. Наступною парою елементів у відсортованому списку є країни *Nedherlands-France*, включаємо елемент *Nedherlands* до дерева. Аналогічно додаємо країну *Germany*. Наступною парою країн з найменшою відстанню є *France-*

Spain, проте обидві країни вже включено в мінімальне остівне дерево, тому для цієї пари нічого не робимо. Аналогічно продовжуємо процедуру, поки всі елементи не будуть включені в дерево.

Таким чином, у результаті перебору всіх відстаней отримаємо мінімальне остівне дерево, що буде характеризувати взятий фрагмент фінансового ринку стосовно того, які країни корелюють між собою тісніше, на скільки груп (кластерів) розподілений ринок і якого характеру цей розподіл тощо.

Якщо провести кластерний аналіз валютного ринку, то ми одержимо кластери груп країн, валютні ринки яких більш корельовано між собою: європейський кластер, азієсько-тихоокеанський, американський тощо. Кластерний аналіз можна проводити у вигляді динамічної процедури. При цьому аналіз продиться для вибраного часового вікна, вікно переміщується вздовж часового ряду, а процедура повторюється до тих пір, поки часовий ряд не вичерпано.

У роботі [295] із застосуванням кластерного аналізу ми провели порівняльне дослідження конкурентоспроможних кластерів в економіці України і США за даними фондових ринків.

Таким чином, ми одержали потужний інструмент для візуалізації кореляційних зв'язків між ринковими агентами. У розділі 4 ми покажемо, що динамічний кластерний аналіз можна використати для дослідження кризових явищ.

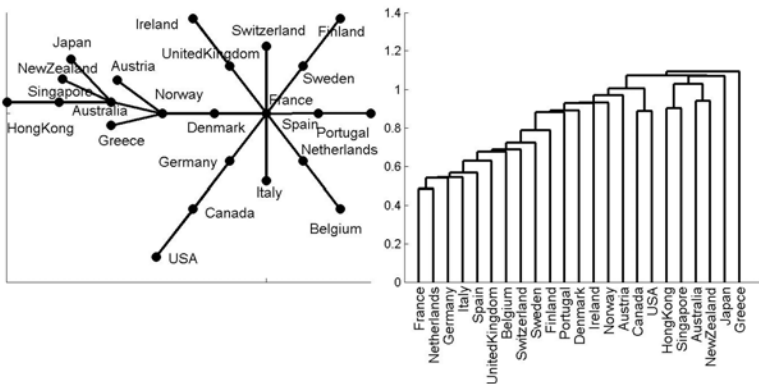


Рис. 2.5. Мінімальне остівне (зліва) та ієрархічне (справа) дерева, побудовані для матриці індексів MSCI. Чітко виділяються європейський, азієський ринки, а також пари Канада-США і Австралія-Нова Зеландія

Аналіз структури складної системи шляхом побудови розглянутих вище графів має суб'єктивний характер, оскільки важко визначити зміни в

усій системі, розглядаючи лише її граф. Необхідно оперувати певними числовими характеристиками системи, по зміні яких можна робити висновок про стан системи [25]. Такими характеристиками можуть бути коефіцієнт кластеризації, діаметр графа, середня довжина шляху на графі [17]. Розглянемо докладніше ці коефіцієнти та спосіб їх обчислення.

Коефіцієнт кластеризації (транзитивності) графа

Існують різні способи визначення коефіцієнту кластеризації. Розглянемо деякі з них.

1) Візьмемо деяку вершину з графу та будемо обчислювати коефіцієнт кластеризації цієї вершини. До цієї вершини безпосередньо приєднані k_i вершин. Між цими вузлами існує E_i ребер. Максимально можлива кількість ребер, при якій ці вершини утворюють кластер, дорівнює $k_i(k_i+1)/2$.

Коефіцієнт кластеризації вершини є відношенням кількості E_i ребер, які фактично існують між даними вершинами, до кількості ребер, при якому б ці вершини утворили кластер:

$$C_i = \frac{E_i}{E_{\max}} = \frac{2E_i}{k_i(k_i + 1)}. \quad (2.13)$$

Розглянемо приклад графу для системи індексів MSCI.

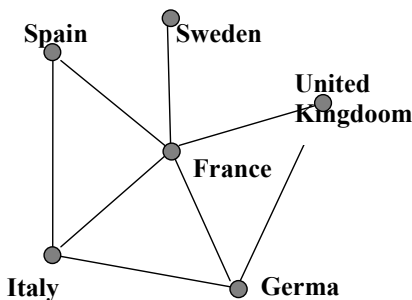


Рис. 2.6. Частина графу системи індексів MSCI

Будемо обчислювати коефіцієнт кластеризації елемента **France**. Безпосередньо з ним з'єднано 5 країн. Між 6 країнами максимально можлива кількість зв'язків буде $E_{\max} = 6 \cdot \frac{5}{2} = 15$. Реально існує 8 зв'язків. Коефіцієнт кластеризації вузла France обчислюємо за формулою:

$$C_i = \frac{E_i}{E_{\max}} = \frac{2E_i}{k_i(k_i + 1)} = \frac{2 \cdot 8}{6 \cdot 5} \approx 0.53.$$

Коефіцієнт кластеризації графу обчислюється як середнє арифметичне коефіцієнтів кластеризації всіх вершин.

2) Коефіцієнт транзитивності є альтернативним до коефіцієнта кластеризації та обчислюється як відношення кількості трикутників (3 вершини, з'єднані одна з одною) до кількості з'єднаних пар ребер.

Середня довжина шляху на графі

Між кожною парою елементів системи на довільному графі можливі різні шляхи. Наприклад, повернемося знову до побудови мінімального остівного дерева. Нехай дано підрахунки відстаней між трьома елементами системи у вигляді матриці відстаней (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1

Матриця відстаней між трьома країнами за даними індексів MSCI

	1 Spain	2 Italy	3 France
Spain	0	0.31	0.69
Italy	0.31	0	0.34
France	0.69	0.34	0

Нам необхідно знайти матрицю мінімальних відстаней між кожними двома елементами. Необхідно зауважити, що відстань від елемента *France* до елемента *Spain* дорівнює 0.69, а якщо розглянути шлях *France-Italy-Spain*, то відстань цього шляху буде дорівнювати сумі відстаней *France-Italy* та *Italy-Spain*. В нашому випадку це $0.31+0.34=0.65$, що є менше, ніж безпосередньо відстань *France-Spain*. З цих даних ми можемо утворити матрицю найкоротших (оптимальних) відстаней в графі.

Таблиця 2.2

Матриця найкоротших відстаней між трьома країнами за даними індексів MSCI

	1 Spain	2 Italy	3 France
Spain	0	0.31	0.65
Italy	0.31	0	0.34
France	0.65	0.34	0

Серед цих шляхів знаходиться середнє арифметичне, яке і буде наступним показником, за яким ми будемо слідкувати.

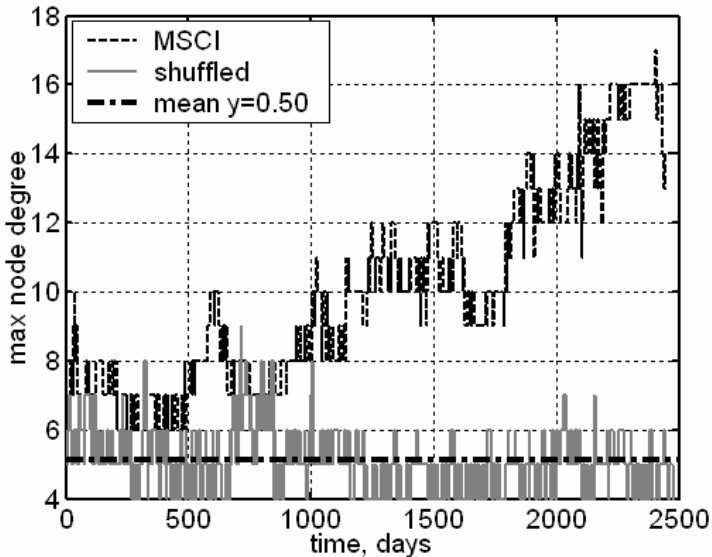


Рис. 2.7. Динаміка ступеня вершини для вихідної та перемішаної (shuffled) матриці MSCI. Mean y – середнє значення параметру для випадкового графа

Діаметр графа

Діаметр графа – це найдовша відстань у графі. Її будемо знаходити з матриці оптимальних шляхів, приклад знаходження якої був розглянутий вище. В нашому випадку діаметром графа буде відстань 0.65.

Максимальний ступінь вершин графа

Ступенем вершини графа називається кількість ребер, які безпосередньо виходять із даної вершини. З рисунку 2.5 видно, що концентратором на графі є елемент **France**. Він має ступінь 8, тому що безпосередньо з'єднаний з 8-ма країнами. Тому показником параметру „Найвищий ступінь у графі” буде число 8.

На рисунку 2.7 для прикладу зображено динаміку найвищого ступеня вершини графу ринку MSCI, розраховану для вікна шириною 100 днів з кроком в 1 день. Видно, що у певні періоди часу цей показник помітно більший, ніж для випадкового графа із середнім значенням, приблизно рівним 5. Аналогічна динаміка спостерігається і для інших характеристик.

Введені параметри в поєднанні з візуальним аналізом остівного та ієрархічного дерев дозволяють використовувати характеристики складної системи.

2.2 Ентропійні методи дослідження фінансово-економічних систем

У роботах по дослідженню критичних явищ, зокрема, в [161, 162], висловлюється та підтверджується гіпотеза про колективну зміну поведінки суб'єктів (елементів) систем, що й приводить до загальної зміни їх структури. Так, перед кризою в економічній системі починає спостерігатись спільний рух трейдерів в одному напрямку на великих масштабах, в той час як на малих спостерігаються хаотичні дії, що загалом приводить до зростання складності системи та її невизначеності. На основі такої гіпотези можна зробити висновок про ймовірність дослідження критичних явищ за допомогою методів, що дозволяють визначати характеристики складності та невизначеності систем. Однією з характеристик складності системи є ентропія.

Розглянемо сучасні підходи до використання ентропійних характеристик системи для вимірювання динамічних властивостей складних систем.

У термодинаміці величина ентропії S є мірою кількості енергії у фізичній системі, яка не може бути використана для виконання роботи і є мірою безладдя, присутнього в системі. Поняття ентропії було вперше введено у 1865 році Рудольфом Клаузіусом [28]. Він визначив зміну ентропії термодинамічної системи для процесу, що характеризується властивістю зворотності, як відношення зміни загальної кількості тепла ΔQ до величини абсолютної температури T :

$$\Delta S = \Delta Q / T.$$

Р. Клаузіус дав величині S назву „ентропія”, що походить від грецького слова *τροπή* (зміна, перетворення). У 1877 р. Людвіг Больцман з'ясував, що ентропія системи може мати відношення до кількості можливих мікроскопічних станів („мікростанів”), що узгоджуються з їх термодинамічними властивостями [19]. Больцман постулював що,

$$S = k_B \ln \Omega,$$

де константу $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К ми знаємо тепер як постійну Больцмана, а Ω є кількістю мікростанів, які можливі в наявному макроскопічному стані. Цей постулат, відомий як принцип Больцмана, є витоком статистичної механіки, яка описує термодинамічні системи, використовуючи статистичну поведінку компонентів, із яких вони складаються. Принцип Больцмана пов'язує мікроскопічні властивості системи (Ω) з однією з її термодинамічних властивостей (S).

Згідно з визначенням Больцмана, ентропія є функцією стану. Більш того, оскільки (Ω) може бути тільки натуральним числом (1,2,3,...), ентропія повинна бути додатньою – виходячи з властивостей логарифма.

Клод Шеннон [154] запропонував формулу для оцінки невизначеності кодової інформації в каналах зв'язку, відому як ентропія Шеннона:

$$S = -k \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i ,$$

де p_i – ймовірність того, що символ i зустрічається в коді, який містить N символів, k – розмірний множник.

Концепція термодинамічної ентропії як міри хаосу системи добре відома у фізиці, однак, останніми роками поняття ентропії було застосоване до складних систем іншої природи (біологічних, економічних, соціальних тощо) [259].

Аналогія між кількістю інформації та ентропією S , що визначається згідно із принципом Больцмана, очевидна. Досить покласти множник k рівним постійній Больцмана k_B . Саме з цієї причини величину I називають *інформаційною ентропією*. Інформаційна ентропія (кількість інформації) була визначена по аналогії із звичайною ентропією, і вона має властивості, характерні для звичайної ентропії: адитивність, екстремальні властивості тощо. Проте ототожнювати звичайну ентропію з інформаційною не можна, оскільки не є зрозумілим, яке відношення до інформаційних систем має другий початок термодинаміки.

Нагадаємо, що екстенсивна величина – це така характеристика системи, яка зростає із збільшенням масштабів (розміру) системи, тобто, якщо система складається з двох незалежних підсистем A і B , то ентропію всієї системи можна одержати додаванням ентропій підсистем:

$$S(A + B) = S(A) + S(B) .$$

Саме ця властивість і означає екстенсивність, або адитивність ентропії.

Константіно Тсалліс [169] узагальнив формулу Шеннона на випадок неекстенсивності (неадитивності) ентропії.

У статистичній фізиці ентропія трактується через кількість мікростанів системи. Прагнучи, проте, визначити ентропію так, щоб вона залишалася екстенсивною величиною, статистична фізика (а точніше, кінетика) вимушена привертати дискусійну гіпотезу молекулярного хаосу. Ця гіпотеза полягає у тому, що будь-які молекули, що стикаються, були до зіткнення ніяк не корельовані, тобто ніяк „не відчували” присутності одна іншої. Для багатьох (але не для всіх!) систем це є цілком природним припущенням. І саме з нього випливає згаданий вище вираз для ентропії

замкненої системи. У статистичній фізиці показується, що така ентропія дійсно є адитивною величиною і приймає максимальне значення в стані рівноваги.

Причина цього полягає в тому, що у більшості систем сили взаємодії між частинами системи короткодійчі: кожна молекула відчуває лише декілька найближчих сусідів. Саме звідси випливає те, що термодинаміка таких макроскопічних систем – екстенсивна. Саме такі системи оточують нас в повсякденному житті. Але в природі є і „далекодійчі” сили: гравітаційні, інформаційні та ін. Виявляється, що в складних системах їх еволюція в даний момент часу залежить не тільки від параметрів системи в цей конкретний момент часу, але і від її параметрів за деякий минулий проміжок часу. Ефекти пам’яті можуть привести до порушення гіпотези про молекулярний хаос. Дійсно, вони можуть означати, що окремі частинки перед зіткненням „пам’ятають” одна іншу, їх рух не є повністю некорельованим. Але оскільки припущення про молекулярний хаос знаходиться в основі больцманівського виразу для ентропії, то цей вираз не придатний для систем з пам’яттю.

Таким чином, можна зробити наступний висновок: існують системи, в яких є сильні кореляції, сильна взаємодія між всіма частинами системи; це приводить до порушення термодинамічної адитивності системи, тому їх не вдається описати больцманівською статистикою та термодинамікою. Тому для опису таких систем необхідний інший підхід, який би враховував наявність сильного зв’язку між всіма частинками системи.

Один із таких підходів базується на наступній ідеї Тсалліса: цілком можливо, що сильна взаємодія в термодинамічно аномальних системах настільки змінює картину, що приводить до абсолютно нових ступенів свободи, до абсолютно іншої статистичної фізики не-больцманівського типу. На теперішній час ця гіпотеза поки що не доведена. Більш того, незрозуміло, що це за нові ступені свободи. Тому це твердження залишається поки лише гіпотезою. Але з іншого боку, інтуїція підказує, що такий перехід у тому або іншому вигляді насправді може мати місце і важливо зрозуміти, до чого це може привести.

Якщо майже нічого не відомо про ці нові ступені свободи, то як же тоді можна одержати щось конструктивне? Тсалліс запропонував наступний підхід: оскільки статистика буде не-больцманівською, то вираз для ентропії буде вже іншим і тому необхідно обрати такий вираз для ентропії, який, по-перше, співпадав би із стандартним для випадку існування слабкого зв’язку між елементами системи, а по-друге, описував би неекстенсивні системи. З цією метою Тсалліс запропонував для стандартного виразу для ентропії обрати нову функцію – степеневу:

$$\ln(x) \Rightarrow \ln_q(x) \Rightarrow (x^{1-q} - 1)/(1 - q)$$

з числовим параметром q . Якщо q прямує до 1, $\ln_q(x)$ переходить в логарифм, у чому можна перекоонатися простим диференціюванням. Нова формула для q -ентропії має вигляд:

$$S_q = -\sum_i (p_i^q \ln_q(p_i)) = (1 - \sum p_i^q) / (q - 1).$$

Якщо $q \rightarrow 1$, то q -ентропія переходить в стандартну больцманівську ентропію.

Головний наслідок такої заміни полягає в тому, що q -ентропія є вже неекстенсивною (неадитивною) функцією. Якщо всю систему розбити на дві незалежні підсистеми A і B , то одержимо:

$$S_q(A + B) = S_q(A) + S_q(B) + (1 - q)S_q(A)S_q(B).$$

Отже, параметр q – це міра неекстенсивності системи.

В останні роки було показано, що часові ряди, які характеризують фінансово-економічні системи характеризуються неекстенсивними величинами [20].

Не менш різноманітні і приклади застосування ентропії. Ідея всіх таких додатків пов'язана з екстремальними принципами природознавства – зростаюче значення ентропії характеризує зміну стану систем найрізноманітнішої природи в процесі їх природної еволюції. Відповідний принцип розвитку одержав назву „принцип максимуму ентропії”. Для закритих термодинамічних систем їх ентропія зростає (другий початок термодинаміки). Розповсюдження другого початку на Всесвіт і всі процеси в ньому привело до уявлення про ентропійну „стрілу часу”. Принцип максимуму ентропії застосовується, зокрема, у фізиці, лінгвістиці, екології, математиці, механіці, економіці, інформатиці тощо.

Актуальним є питання щодо напрямків застосування різних видів ентропійних показників щодо аналізу економічних часових рядів [208]. На даний момент в економічних застосуваннях використовується багато методів розрахунку ентропій [289]: ентропія подібності [83, 138] ентропія шаблонів [35, 83], багатомасштабова ентропія [106, 107], вейвлет-ентропія [31, 148, 143, 160, 157]. Всі види ентропій використовують в якості початкових даних часові ряди. В той час як для перших трьох ентропій не передбачається будь-яке перетворення вихідного ряду, остання розраховується на основі вейвлет-розкладу ряду, що, враховуючи сутність вейвлет-перетворення, може бути джерелом додаткової інформації про стан системи. Саме такі міркування нами було покладено в основу вибору методів дослідження критичних явищ в економічних системах.

2.2.1 Ентропія подібності та ентропія шаблонів

Метод розрахунку ентропії подібності наведено, зокрема, у [83, 138]. Ентропія подібності (Approximate Entropy, $ApEn$) є „статистикою регулярності”, що визначає можливість передбачення флуктуацій в часових рядах. Інтуїтивно це означає, що наявність повторюваних шаблонів (послідовностей певної довжини, побудованих із чисел ряду, що слідує одне за іншим) флуктуацій у часовому ряді призводить до більшої передбачуваності часового ряду порівняно із рядами, де повторюваності шаблонів немає. Порівняно велике значення $ApEn$ показує ймовірність того, що подібні між собою шаблони спостережень не будуть слідувати один за одним. Іншими словами, часовий ряд, що містить велику кількість повторюваних шаблонів, має порівняно мале значення $ApEn$, а значення $ApEn$ для менш передбачуваного (більш складного) процесу є більшим.

При розрахунку $ApEn$ для даного часового ряду S_N , що складається із N значень $t(1), t(2), t(3), \dots, t(N)$, вибираються два параметри, m та r . Перший з цих параметрів, m , вказує довжину шаблону, а другий – r – визначає критерій подібності. Досліджуються підпослідовності елементів часового ряду S_N , що складаються з m чисел, взятих, починаючи з номера i , і називаються векторами $p_m(i)$. Два вектори (шаблони), $p_m(i)$ та $p_m(j)$, будуть подібними, якщо всі різниці пар їх відповідних координат є меншими за значення r , тобто якщо

$$|t(i+k) - t(j+k)| < r \text{ для } 0 \leq k < m.$$

Для множини P_m всіх векторів довжини m часового ряду S_N обраховуються значення

$$C_{im}(r) = \frac{n_{im}(r)}{N - m + 1},$$

де $n_{im}(r)$ – кількість векторів у P_m , що подібні вектору $p_m(i)$ (враховуючи вибраний критерій подібності r). Значення $C_{im}(r)$ є часткою векторів довжини m , що мають схожість із вектором такої ж довжини, елементи якого починаються з номера i . Для даного часового ряду обраховуються значення $C_{im}(r)$ для кожного вектора у P_m , після чого знаходиться середнє значення $C_m(r)$, яке виражає розповсюдженість подібних векторів довжини m у ряді S_N . Безпосередньо ентропія подібності для часового ряду S_N з використанням векторів довжини m та критерію подібності r визначається за формулою:

$$ApEn(S_N, m, r) = \ln \left(\frac{C_m(r)}{C_{m+1}(r)} \right),$$

тобто, як натуральний логарифм відношення повторюваності векторів довжиною m до повторюваності векторів довжиною $m+1$.

Таким чином, якщо знайдуться подібні вектори у часовому ряді, $ApEn$ оцінить логарифмічну ймовірність того, що наступні інтервали після кожного із векторів будуть відрізнятись. Менші значення $ApEn$ відповідають більшій ймовірності того, що за векторами слідує подібні їм. Якщо часовий ряд дуже нерегулярний – наявність подібних векторів не може бути передбачуваною і значення $ApEn$ є порівняно великим.

Зауважимо, що $ApEn$ є нестійкою до вхідних даних характеристикою, оскільки досить сильно залежить від параметрів m та r .

На рис. 2.8 в якості приклада наведено графіки ентропії подібності тестових сигналів: періодичного, відображення Хенона та білого шуму, а на рис. 2.9 – графіки ентропії подібності для фондових індексів України (PFTS), Китаю (SSEC) та США (S&P500).

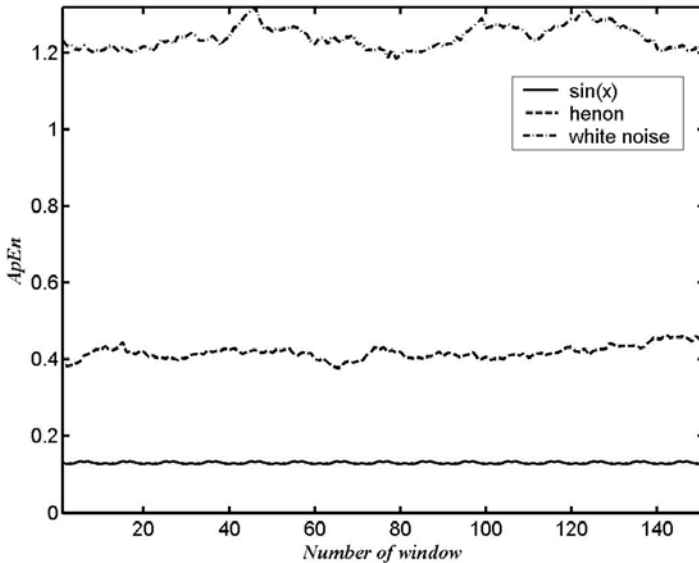


Рис. 2.8. Ентропія подібності тестових сигналів: періодичного, відображення Хенона та білого шуму

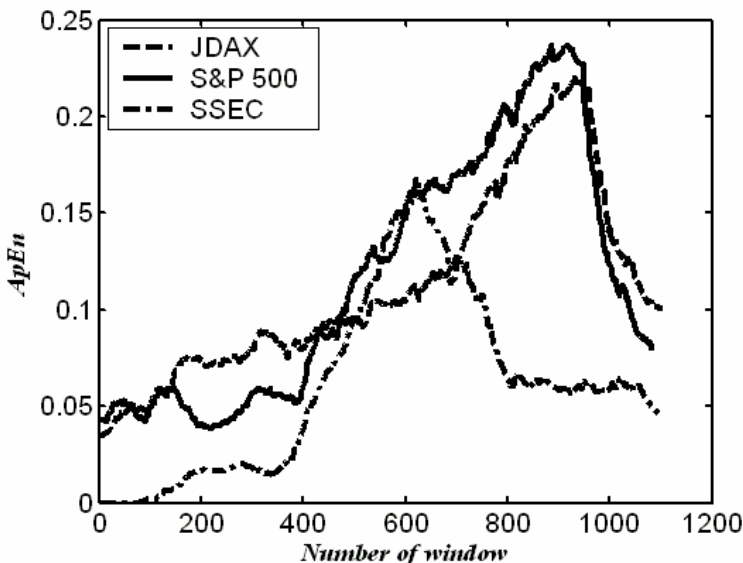


Рис. 2.9. Ентропія подібності для фондових індексів України (PFTS), Китаю (SSEC) та США (S&P500)

Ентропія шаблонів

При розрахунку $ApEn$, як було показано вище, враховується подібність певного вектору $p_n(i)$ до самого себе, що використовується для вилучення можливого значення $\ln 0$, яке може виникнути при відсутності подібних до даного векторів. Однак, вказана особливість призводить до нівелювання двох важливих характеристик у ентропії подібності:

- $ApEn$ сильно залежить від довжини досліджуваного шаблону (вектора) і є нижчою, ніж очікується, для векторів малої розмірності;
- $ApEn$ не враховує відносну щільність даних.

Це означає, що коли значення $ApEn$ для одного ряду є більшим, ніж для іншого, то воно повинно залишатись таким (проте не є) для будь-яких можливих початкових умов, тобто, вимог до довжини шаблону. Такий висновок тим більш важливий, оскільки $ApEn$ рекомендується в якості міри порівняння двох наборів даних різними авторами.

Враховуючи вказані обмеження, доцільно використовувати іншу характеристику – ентропію шаблонів (Sample Entropy, $SampEn$) [35].

При розрахунку $SampEn$, на відміну від алгоритму $ApEn$, додаються дві умови:

- не враховується подібність вектора самому собі;

- при розрахунку значень умовних ймовірностей $SampEn$ не використовується довжина векторів.
- На основі роботи [35] можна зробити висновок про те, що $SampEn$:
 - більше, ніж $ApEn$, відповідає теорії випадкових чисел для ряду із відомою функцією щільності розподілу;
 - зберігає відносну щільність, в той час як $ApEn$ втрачає дану характеристику;
 - додає значно меншу помилку до розрахованого значення у випадку використання векторів малої розмірності.

2.2.2 Ентропії Шеннона і Тсалліса

Для запропонованої ентропії Тсалліса можна ввести функцію розподілу. Для цього перепишемо формулу ентропії у вигляді:

$$E_q = \frac{1 - \int_{-\infty}^{\infty} [p(z)]^q dz}{q - 1}.$$

Застосовуючи стандартні твердження для ентропії, тобто

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(z) dz = 1 \text{ та } \frac{\int_{-\infty}^{\infty} z^2 [p(z)]^q dz}{\int_{-\infty}^{\infty} [p(z)]^q dz} = \bar{\sigma}_q^{-2},$$

де $\bar{\sigma}_q^{-2}$ – це генералізований момент 2-го порядку, ми отримаємо розподіл:

$$p(z) = \frac{A}{[1 + B(q-1)z^2]^{\frac{1}{q-1}}}, \quad (q < \frac{5}{3}), \quad (2.14)$$

де

$$B \equiv \frac{1}{\bar{\sigma}_q^{-2} (5 - 3q)},$$

$$\bar{\sigma}_q^{-2} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} p(z) dz,$$

$$i A = \frac{\Gamma[\frac{1}{q-1}]}{\sqrt{\pi}\Gamma[\frac{3-q}{2q-2}]} \sqrt{(q-1)B}.$$

Стандартний та генералізований моменти 2-го порядку задовольняють співвідношенню $\sigma^{-2} = \sigma_q^{-2} \frac{3-q}{5-3q}$. При граничному переході для $q \rightarrow 1$, розподіл (2.14), стає звичайним розподілом Гауса, для $q = \frac{3+m}{1+m}$ ($m=1,2,3\dots$), розподіл (2.14) стає розподілом Стюдента з m ступенями свободи, якщо $q = \frac{n-4}{n-2}$ ($n=3,4,5\dots$), то розподіл (2.14) стає r -розподілом з n ступенями свободи. Якщо $q > \frac{5}{3}$, ентропія (2.14) має розподіл Леві. Визначивши q -експоненційну функцію як $\exp(x) \equiv [1 + (1-q)x]^{1/(1-q)}$, ($\exp(x) = e^x$), ми можемо переписати (2.14) у вигляді $p(z) = A e_q^{-Bz^2}$. Цей розподіл будемо називати q -Гаусовим розподілом.

Однієї з головних переваг ентропії Тсалліса є те, що її розподіл (2.14) показує степеневі хвости, які, як вже показано в багатьох роботах, відіграють дуже важливу роль при аналізі часових рядів із пам'яттю. Оскільки ми акцентуємо увагу на процесах із важкими хвостами, то визначаємо проміжок для значень $q \in (1; \frac{5}{3}]$, оскільки для інших значень q важкі хвости не спостерігаються.

На рис. 2.10 побудовані розподіли з важкими хвостами для індексу Доу Джонса, обрахованого для різних часових лагів – від однієї хвилини до однієї години. Для порівняння нанесені розподіли Гауса та узагальнений q -гаусіан.

Рис. 2.11 ілюструє поведінку ентропії Шеннона для тестових рядів. Порівнюючи цей результат з даними ентропії подібності, відмітимо, що динаміка ентропій схожа, але ентропія подібності має значно більший інтервал змін, а тому дозволяє виділяти ширший спектр можливих станів складної системи.

Відмітимо, що ентропії можна розраховувати не тільки для вихідних даних, а і для його похідних – прибутковостей, волатильностей тощо. У деяких випадках це дає можливість ідентифікувати особливості динаміки складних систем.

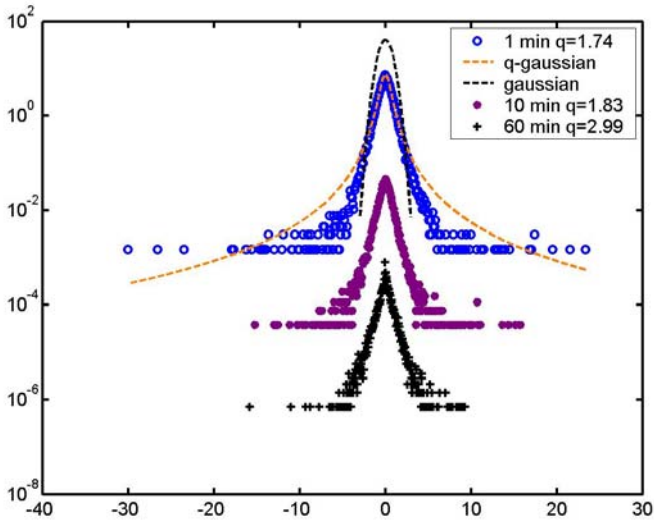


Рис. 2.10. Порівняння узагальненого гаусіану із звичайним для американського фондового індексу „блакитних фішок” Доу Джонса

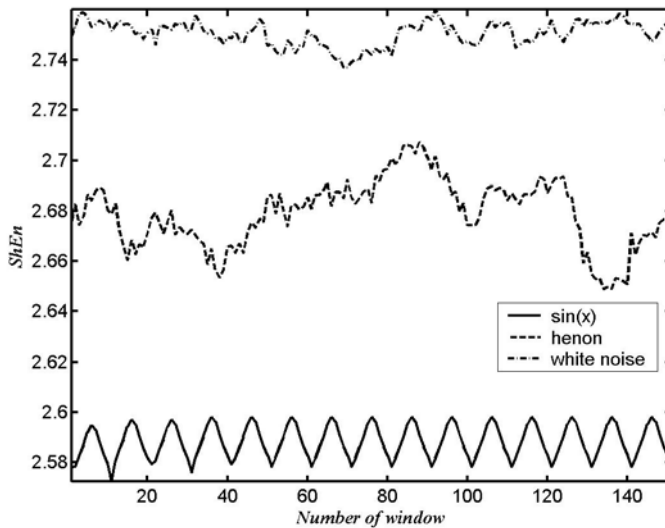


Рис. 2.11. Ентропія Шеннона для тестових сигналів

2.2.3 Багатомасштабна вейвлет-ентропія

Вейвлет-аналіз є методом, що полягає у введенні відповідного базиса та характеристики сигналу шляхом розподілу амплітуд (відліків сигналу) у введеному базисі. Якщо при введенні базису висувається вимога до його ортогональності, будь-яка досліджувана функція може бути єдиним чином розкладена в ньому, причому такий розклад дозволяє відновлювати сигнал.

При використанні вейвлет-перетворення часто застосовують термінологію цифрової обробки сигналів, де часовий ряд називають сигналом, а його елементи часовими відліками.

Дискретне вейвлет-перетворення дозволяє отримувати представлення сигналу, коли його значення складаються з коефіцієнтів у послідовності вейвлетів. Такі вейвлет-коефіцієнти надають повну інформацію про сигнал та дозволяють безпосередньо отримувати локальні енергії складових сигналу на різних масштабах. Більш того, інформація може бути організована у вигляді ієрархічної схеми вкладених підпросторів, що дістала назву багатомасштабного аналізу. Базою вейвлет-перетворення є деяка функція ψ , що називається материнським вейвлетом.

Для опису основ вейвлет-ентропії звернемося до [181, 296].

Нехай маємо часовий ряд (сигнал) X , що складається зі значень (відліків) x_i , $i=1, \dots, M$, поданих на рівномірній сітці з частотою (часом вибірки) ω_s (t_s). В результаті, при використанні множини масштабів $1, \dots, N$, буде отримано наступне вейвлет-перетворення:

$$X(t) = \sum_{j=1}^N \sum_k C_j(k) \psi_{j,k}(t) = \sum_{j=1}^N r_j(t). \quad (2.15)$$

$r_j(t)$ містить інформацію про ряд X відповідно на частотах $2^{j-1} \omega_s \leq |\omega_s| \leq 2^j \omega_s$.

Оскільки сімейство $\{\psi_{j,k}(t)\}$ є ортонормованим базисом в $L^2(R)$, можна використовувати концепцію енергії з використанням відповідної термінології, взятої з теорії розкладів Фур'є. Вейвлет-коефіцієнти, що отримуються як $C_j(k) = \langle S, \psi_{j,k} \rangle$, дозволяють енергію на кожному масштабі $j=1, \dots, N$ інтерпретувати як енергію елементів ряду

$$E_j = \|r_j\|^2 = \sum_k |C_j(k)|^2. \quad (2.16)$$

Загальна енергія ряду може бути отримана у вигляді

$$E_{tot} = \|X\|^2 = \sum_{j=1}^N \sum_k |C_j(k)|^2 = \sum_{j=1}^N E_j. \quad (2.17)$$

На основі отриманих значень, можна визначити нормалізовані значення p_j , що представляють відносну вейвлет-енергію

$$p_j = \frac{E_j}{E_{tot}} \quad (2.18)$$

на масштабах $j=1, \dots, N$. Значення p_j , що взяті на різних масштабах, утворюють розподіл імовірності енергії:

$$\sum_{j=1}^N p_j = 1. \quad (2.19)$$

Розподіл $\{p_j\}$ може розглядатись як часово-масштабова щільність, що є корисним інструментом для визначення характеристик та особливостей часового ряду як у часовому, так і частотному просторах.

Необхідним критерієм для аналізу та порівняння розподілу ймовірності є ентропія Шеннона. Вона надає міру інформації, що міститься в будь-якому розподілі. Визначимо нормалізовану загальну вейвлет-ентропію (Normalized Total Wavelet Entropy, *NTWE* [181]) як

$$E_{WT} = \frac{-\sum_{j=1}^N p_j \cdot \ln p_j}{X_{\max}}, \quad (2.20)$$

де $X_{\max} = \ln N$ є нормалізаційною константою. *NTWE* може використовуватись як міра ступеня регулярності (хаотичності) часового ряду, і, таким чином, надавати корисну інформацію про приховані динамічні процеси, асоційовані з часовим рядом. Впорядкований процес, навпаки, може бути представлений періодичним моночастотним сигналом (часовим рядом), тобто сигналом з вузьким частотним спектром. Вейвлет-подання такого часового ряду буде використовувати лише один масштаб, тобто всі відносні вейвлет-енергії будуть майже рівні нулю на всіх масштабах, за виключенням масштабу, що містить репрезентативну частоту ряду. На цьому масштабі відносна енергія буде майже рівною 1. Відповідно, *NTWE* буде набувати дуже малого значення.

Часовий ряд, що відповідає випадковому процесу, буде демонструвати надзвичайно неупорядковану поведінку. Такий вид часових рядів буде мати

вейвлет-представлення з порівняно великими значеннями на всіх частотних масштабах. Більш того, можна очікувати, що всі значення будуть приблизно однакові (одного порядку). Відповідно, відносні вейвлет-енергії на всіх масштабах будуть практично рівними між собою, і $NTWE$ буде набувати свого найбільшого можливого значення.

Логічним продовженням удосконалення алгоритмів розрахунку характеристик вейвлет-ентропії є розбиття часового ряду на вікна, що не перекриваються. Для розрахунку нових характеристик вибираються вікна довжини L та утворюються i інтервалів, $i=1, \dots, N_T$, де $N_T = \frac{M}{L}$. На кожному інтервалі відповідні значення часового ряду асоціюються з центральною точкою часового вікна. У випадку діадичного вейвлет-розкладу кількість вейвлет-коефіцієнтів на рівні j удвічі менша за кількість на попередньому рівні, $j+1$. Тому найменша довжина відповідного вікна буде включати щонайменше один вейвлет-коефіцієнт на кожному масштабі.

Вейвлет-енергія на масштабі j для часового вікна i розраховується за формулою

$$E_j^{(i)} = \sum_{k=(i-1)L+1}^{iL} |C_j(k)|^2, \quad i=1, \dots, N_T. \quad (2.21)$$

Загальна енергія у цьому часовому вікні буде рівна

$$E_{tot}^{(i)} = \sum_{j=-N}^{-1} E_j^{(i)}. \quad (2.22)$$

Зміна з часом відносної вейвлет-енергії та нормалізованої загальної вейвлет ентропії може бути отримана за формулою:

$$p_j^{(i)} = \frac{E_j^{(i)}}{E_{tot}^{(i)}}, \quad (2.23)$$

$$E_{WT}^{(i)} = - \sum_{j=-N}^{-1} p_j^{(i)} \cdot \frac{\ln p_j^{(i)}}{X_{\max}}.$$

Алгоритми розрахунків

При розрахунку коефіцієнтів використовуються наступні типи вейвлет-перетворень [296]:

- неперервне вейвлет-перетворення – розрахунок неперервних вейвлет-коефіцієнтів часового ряду t на цілих додатніх масштабах з

використанням в якості материнського вейвлета похідної 8-го порядку функції Гауса;

- дискретне вейвлет-перетворення – розрахунок дискретних вейвлет-коефіцієнтів часового ряду t на дійсних додатніх масштабах у просторі з ортонормованим базисом із сімейства материнських функцій Морле з шістьма хвилями та періодами, що є дійсними степенями двійки;
- дискретне вейвлет-перетворення з цілими масштабами – розрахунок дискретних вейвлет-коефіцієнтів часового ряду t на цілих додатніх масштабах у просторі з базисом із сімейства материнських функцій, що є похідними 2-го порядку функції Гауса.

При виконанні вейвлет-перетворення до вихідного ряду зліва та справа додавались його екземпляри, що дозволило отримувати однакову кількість вейвлет-коефіцієнтів на всіх масштабах. Тому в подальшому для позначення вейвлет-коефіцієнтів (та відповідних енергій) використовуватимемо нижні індекси виду C_{ij} , де i – номер масштабу, j – номер точки.

В якості базової формули розрахунку значення ентропії нами було обрано ентропію Шеннона внаслідок досить простого методу отримання розподілу щільності ймовірності енергій сигналу.

На основі енергій вейвлет-коефіцієнтів було визначено два показники вейвлет-ентропії – масштабової та точкової ентропії. У випадку розрахунку масштабової вейвлет-ентропії формула Шеннона застосовується до оброблених даних по масштабах, в іншому випадку обробка даних проводиться за часовою шкалою.

При розрахунку обох показників вейвлет-ентропії спочатку знаходиться поле енергій вейвлет-коефіцієнтів $E_{ij} = C_{ij}^2$, яке нормалізується середнім квадратичним відхиленням вихідного часового ряду $\tilde{E}_{ij} = \frac{E_{ij}}{\sigma_t}$.

Подальші кроки залежать від виду розраховуваної ентропії.

Для розрахунку масштабової ентропії визначається розподіл щільності ймовірності енергій $p_{ij} = \frac{\tilde{E}_{ij}}{\tilde{E}_{tot}}$, де $E_{tot} = \sum_i \sum_j \tilde{E}_{ij}$. Значення ентропії знаходяться за формулою

$$E_{ws} = -\sum_i \left(\left(\sum_j p_{ij} \right) \cdot \frac{\log_2 \sum_j p_{ij}}{\log_2 N} \right), \quad (2.24)$$

де $\log_2 N$ – константа, що є нормалізуючим множником, N – кількість елементів часового ряду.

Для розрахунку точкової ентропії визначаються суми енергій на кожному масштабі $\tilde{E}_i = \sum_j \tilde{E}_{ij}$ та знаходиться розподіл щільності ймовірності енергій шляхом ділення енергій вейвлет-коефіцієнтів на сумарну енергію відповідного масштабу $p_{ij} = \frac{\tilde{E}_{ij}}{\tilde{E}_i}$. Значення ентропії у кожній точці знаходиться за формулою Шеннона

$$E_{wp} = -\sum_i \left(\left(\sum_j p_{ij} \right) \cdot \frac{\log_2 \sum_j p_{ij}}{\log_2 N} \right).$$

На рисунку 2.12 у якості прикладу зображено динаміку масштабової вейвлет-ентропії (верхня частина рисунку) для часового ряду індексу DowJones (нижня частина) за період, що містить кризу 1929 року.

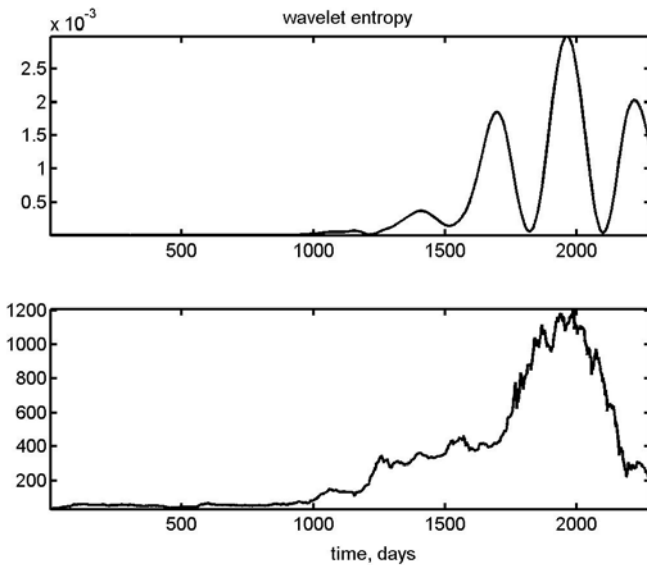


Рис. 2.12. Розрахунок багатомасштабової ентропії для масштабів 1-20 на основі ряду індексу Dow Jones, що містить кризу 1929 р.

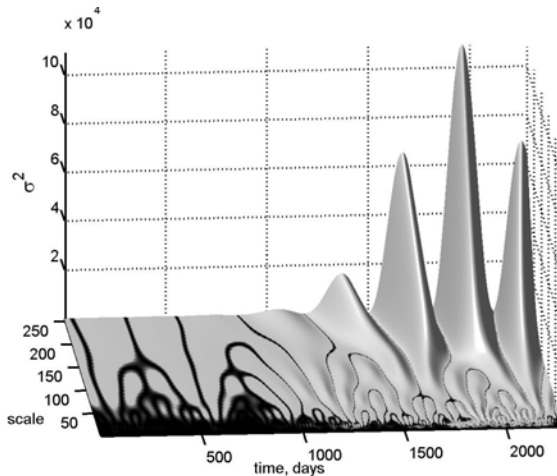


Рис. 2.13. Дисперсія коефіцієнтів вейвлет-перетворення індексу DowJones. Характерний найбільший пік відповідає початку кризи

Аналіз рисунку свідчить про незмінний ламінарний характер ринку до кризи. Пізніше починається помітне зростання фондового індексу, яке корелює із зростанням ентропії. Слід звернути увагу на хвилеподібний характер ентропії, який у даному випадку передусє кризи.

Аналогічну картину можна одержати із аналізу вейвлет-коефіцієнтів. На наступному рисунку (рис. 2.13) характерні хвилеподібні флуктуації проявляються на картині дисперсій вейвлет-коефіцієнтів.

Можливість використання вейвлет-ентропії для побудови передвісників кризових явищ детально буде розглянута у розділі 4.

2.3 Застосування рекурентного аналізу та рекурентних діаграм до дослідження динаміки та топології складних систем

2.3.1 Рекурентність та рекурентні діаграми

Багатьом процесам в природі властива яскраво виражена рекурентна поведінка, така, як періодичність або іррегулярна циклічність. Більш того, рекурентність (повторюваність) станів в значенні проходження подальшої траєкторії достатньо близько до попередньої є фундаментальною властивістю дисипативних динамічних систем. Ця властивість була відмічена ще в 80-х роках XIX століття французьким математиком Пуанкаре і згодом сформульовано у вигляді „теореми рекурентності”, опублікованої в 1890 р.

В загальному випадку стан класичної динамічної системи описується її змінними стану

$$x^1(t), x^2(t), \dots, x^d(t), \quad (2.25)$$

де верхній індекс – номер змінної. Набір із d змінних стану в момент часу t складає вектор стану $\vec{x}(t)$ в d -вимірному фазовому просторі. Цей вектор рухається в часі в напрямку, що визначається його вектором швидкості:

$$\dot{\vec{x}}(t) = \partial_i \vec{x}(t) = \vec{F}(x). \quad (2.26)$$

Послідовність векторів $\vec{x}(t)$ утворює траєкторію у фазовому просторі, причому поле швидкості \vec{F} дотичне до цієї траєкторії. Еволюція траєкторії описує динаміку системи та її аттрактор. Знаючи \vec{F} , можна одержати інформацію про стан системи в момент t шляхом інтегрування виразу (2.26). Оскільки форма траєкторії дозволяє судити про характер процесу (періодичні або хаотичні процеси мають характерні фазові портрети), то для визначення стану системи не обов'язково проводити інтегрування, достатньо побудувати графічне відображення траєкторії. При цьому рекурентність являється фундаментальною характеристикою динамічних систем і може використовуватись для опису поведінки системи у фазовому просторі.

У 1987 р. Екман [39] запропонували спосіб відображення m -мірної фазової траєкторії станів системи $\vec{x}(t)$ довжиною у N спостережень на двовимірну квадратну двійкову матрицю розміром $N \times N$, в якій одиниця (чорна точка) відповідає повторенню стану системи в момент часу i в деякий інший момент часу j , при цьому обидві координатні осі є часовими. Таке представлення було назване рекурентною картою або діаграмою (recurrence plot, RP), оскільки воно фіксує інформацію про рекурентну поведінку системи.

Оскільки ми розглядаємо рекурентності станів динамічної системи, визначимо інструмент, який вимірює рекурентність траєкторії $\vec{x}_i \in \mathcal{R}^d$ у фазовому просторі, або рекурентну діаграму рівняння (2.26). Рекурентна діаграма (РД) наочно візуалізує рекурентність і формально може бути виражена матрицею

$$R_{i,j}(\varepsilon) = \theta(\varepsilon - \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|), \quad i, j = 1, \dots, N, \quad (2.27)$$

де N – кількість вимірних точок \vec{x}_i , ε - порогова відстань, $\Theta(\cdot)$ - функція Хевісайда (тобто $\Theta(x) = 0$, якщо $x < 0$, і $\Theta(\cdot)$ в протилежному випадку), $\|\cdot\|$ –

оператор нормування.

Для ε -рекурентних станів, тобто для станів, які потрапляють у ε -окіл, постулюється наступне: РД ґрунтується на зображенні рекурентної матриці рівняння (2.27) шляхом використання різних кольорів для її бінарних включень, тобто нанесенням чорної точки для координат (i, j) , якщо $R_{i,j} \equiv 1$, та білої точки, якщо $R_{i,j} \equiv 0$. Обидві вісі РД є часовими та спрямовані вправо та вгору. Оскільки за означенням $R_{i,j} \equiv 1 \Big|_{i=1}^N$, РД завжди має чорну діагональну лінію, лінію ідентичності (ІІ). Крім того, РД за визначенням симетрична відносно діагоналі, тобто $R_{i,j} \equiv R_{j,i}$ (рис. 2.14В).

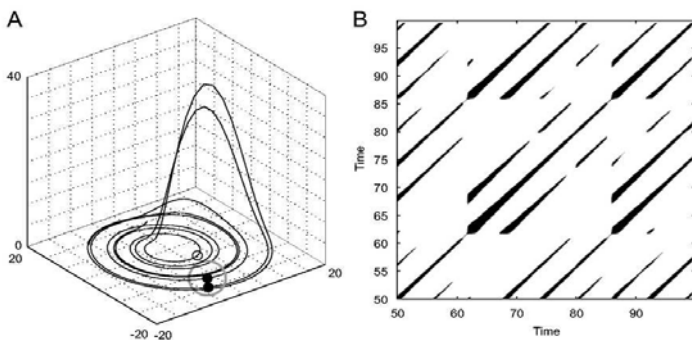


Рис. 2.14. (А) Частина траєкторії фазового простору системи Реслера. $A=0.15$; $b=0.20$; $c=10$; (В). Відповідна РД. Вектор J фазового простору, що в околі (сіра область рис.(А)), розглядають як рекурентну точку на траєкторії в (А). Це відмічено чорною точкою з координатами (i, j) . Частина фазового простору поза межами вектора виділена білим. Радіус околу для РД є $\varepsilon = 5$; L_2 -нормування

Для визначення РД необхідно обрати відповідний оператор нормування, до найбільш вживаних з яких належать L_1, L_2 – нормування (Евклідові) та L_{\max} -нормування (максимум чи супремум нормування). Зазначимо, що різні норми мають різну форму (рис. 2.15).

Приймемо ε фіксованим, L_{\max} -нормування за найбільше, L_1 – за найменше, а L_2 беручи поміж ними. Для обчислення РД часто застосовують L_{\max} -нормування, оскільки воно простіше з обчислювальної точки зору та дозволяє деякі аспекти в РД вивчати аналітично.

При дослідженні складних систем, зокрема, економічних, часто немає інформації про всі змінні стану. Як правило, на практиці є лише спостереження, проведене через дискретний часовий інтервал Δt за деякою вихідною характеристикою досліджуваного процесу – скалярний часовий

ряд. Таким чином, вимірювання записуються у вигляді ряду $z_i(t)$, де $t = i \cdot \Delta t$. Інтервал Δt може бути постійним, проте це не завжди можливо, що створює проблеми для застосування стандартних методів аналізу даних, які вимагають рівномірної шкали спостережень.

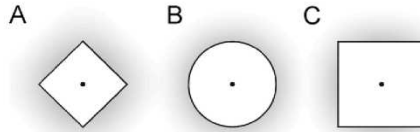


Рис. 2.15. Три найбільш поширених норми для околів з однаковим радіусом кола, показаний для двовимірного випадку фазового простору: (A) L_1 - норма, (B) L_2 - норма і (C) L_{\max} - норма

Проте навіть по одній змінній стану можна судити про динаміку всієї системи в цілому. Таким чином, еквівалентна фазова траєкторія, що зберігає структуру оригінальної фазової траєкторії, може бути відновлена з спостережень за однією змінною, поданих часовим рядом за теоремою Такенса [149] методом часових затримок (більш докладно див. розділ 3):

$$\hat{x}(t) = (z_i, z_{i+\tau}, \dots, z_{i+(m-1)\tau}), \quad (2.28)$$

де m – розмірність вкладення, τ – часова затримка (реальна часова затримка визначається як $\tau \cdot \Delta t$). Топологічні структури відновленої траєкторії зберігаються, якщо $m \geq 2 \cdot d + 1$, де d – розмірність атратора. На практиці у більшості випадків атратор може бути відновлений і при $m \leq 2d$ (див. рис. 2.14, 2.16). Затримка, як правило, вибираються апріорно. Існує декілька підходів до вибору мінімально достатньої розмірності. Високу ефективність показали методи, засновані на концепції помилкових найближчих точок (false nearest neighbours, FNN) [118]. Сутність її полягає в тому, що при зменшенні розмірності вкладення відбувається збільшення кількості помилкових точок, що потрапляють в окіл будь-якої точки фазового простору. На цьому ґрунтується метод визначення кількості FNN як функції від розмірності.

Існують і інші методи, засновані на цій концепції – наприклад, визначення відношень відстаней між одними і тими ж сусідніми точками при різних m . Розмірність атратора також може бути визначена за допомогою крос-кореляційних сум. Останнім часом запропоновано метод визначення розмірності вкладення із використанням рекурентних діаграм [115, 178].

Отже, перевагою рекурентних графіків є можливість вивчати динамічні системи та їх траєкторії без розв'язування рівнянь динаміки.

2.3.2 Рекурентний аналіз

Використання рекурентності, яка є фундаментальною характеристикою багатьох динамічних систем, призвело до значного прогресу в теорії динамічних систем завдяки розробці швидких та ефективних комп'ютерних алгоритмів.

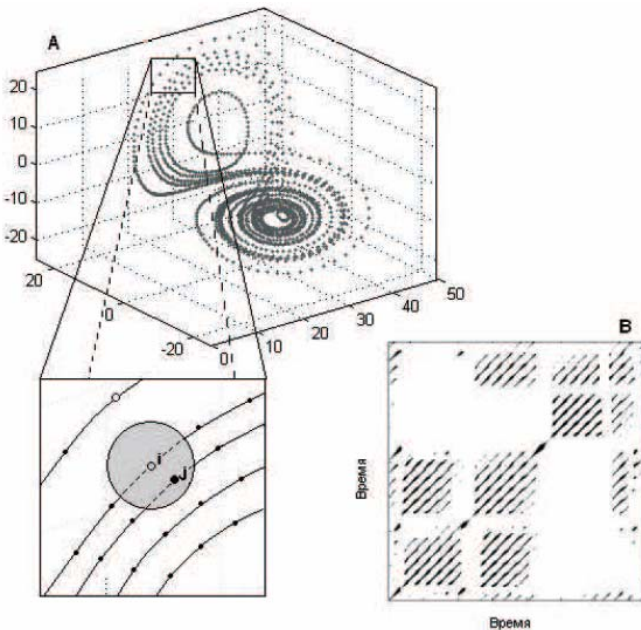


Рис. 2.16. Атрактор Лоренца, вибір рекурентних точок i та j в околі ε_i (на вставці виділено) та рекурентна карта у координатах „час-час”

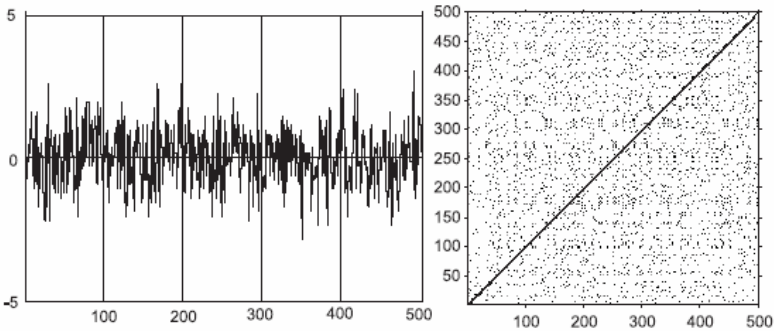
Виявилось, що в широкому розумінні рекурентність є частковим випадком одного з трьох великих класів асимптотичних інваріантів:

- зростання кількості орбіт різних типів та ускладнення сімейств орбіт (важливим інваріантом зростання орбіт є топологічна ентропія);
- типи рекурентності;
- асимптотичний розподіл та статистична поведінка орбіт.

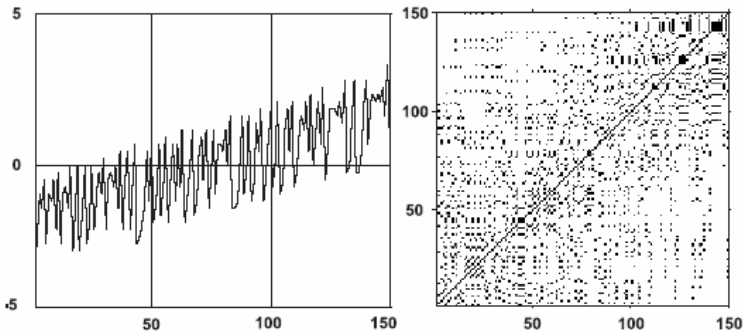
Перші два класи мають виключно топологічну природу; останній природно віднести до ергодичної теорії.

Як правило, неможливо знайти повну рекурентність у значенні $\bar{x}_i \equiv \bar{x}_j$ (стан динамічної, а особливо – хаотичної системи не повторюється повністю еквівалентно початковому стану, а наближається до нього скільки завгодно близько). Таким чином, рекурентність визначається як достатня близькість стану \bar{x}_j до стану \bar{x}_i . Іншими словами, рекурентними є стани \bar{x}_j , які потрапляють в m - вимірний окіл з радіусом ε_i і центром в \bar{x}_i .

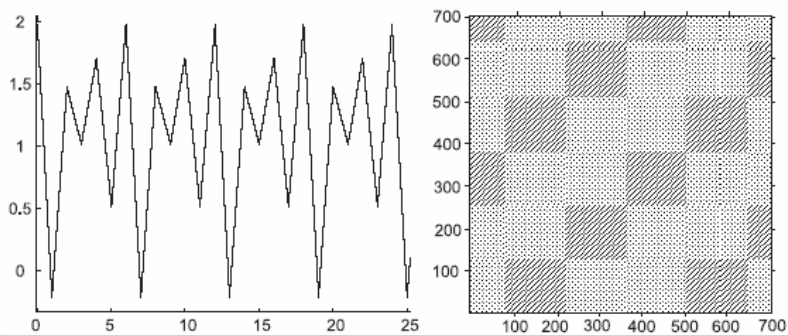
Довільно обрана рекурентна точка не містить корисної інформації про стани в часи i і j , лише вся сукупність рекурентних точок дозволяє відновити властивості системи.



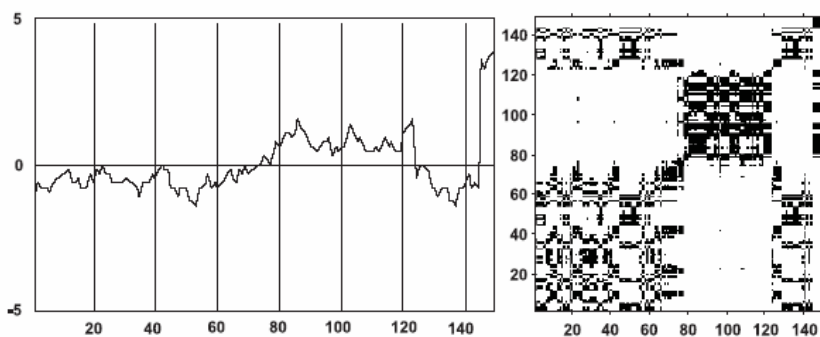
(А) Однорідна топологія



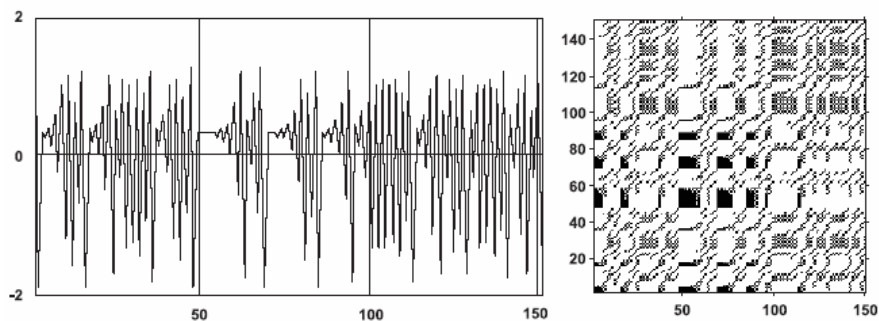
(В) Дрейф



(C) Осцилююча поведінка системи



(D) Контрастна топологія



(E) Ламінарний процес

Рис. 2.17. Типові динамічні ряди та їх рекурентні карти

Зовнішній вигляд рекурентної діаграми дозволяє отримати уявлення про характер процесів, які відбуваються в системі, наявність та вплив шуму, станів повторення та стабільності (ламінарності), про здійснення в ході еволюції системи різких змін стану (екстремальних подій).

На рис. 2.17 наведені деякі з типових процесів та їх рекурентні карти.

Серед різноманітних типів рекурентностей, які утворюють частину другого класу інваріантів, рекурентність Пуанкаре, що ґрунтується на рекурентній теоремі [119] представляє значний інтерес. Але теорема лише гарантує існування рекурентності, та не відповідає на питання, як довго система буде повертатися до початкового стану. Особливо для складних систем, що описуються багатовимірним простором, рекурентний час може бути надзвичайно тривалим.

Взагалі, для гіперболічних систем рекурентність (чи час першого повернення) виникає при демонстрації деяких універсальних властивостей:

- а) час рекуренції має граничний експоненційний розподіл;
- б) часи рекуренції розподілені незалежно;
- с) як наслідок з (а) і (б), послідовність часів рекуренції має граничний закон, яким є розподіл Пуассона.



Рис. 2.18. Діагональна лінія на РД пов'язана з частиною траєкторії (заштрихована), що залишається всередині ϵ -трубки

Останнім часом, рекурентність та часи повернення вивчалися виходячи зі статистики та прив'язки до багатьох інших базових характеристик динамічних систем, таких як міра Песіна, точкоподібні та локальні міри, розмірність Хаусдорфа. Також вивчалися мультифрактальні властивості статистики часів повернення. Більше того, було показано, що рекурентність пов'язана з експонентами Ляпунова та показниками ентропії, а РД рівняння (2.25-2.26) може допомогти зрозуміти і дати змогу отримати візуальне представлення щодо поведінки фундаментальних характеристик системи.

Для вивчення РД також важливим є перший клас асимптотичних інваріантів, тобто інваріантів, що пов'язані зі зростанням кількості орбіт різних типів та ускладненням сімейств орбіт. У цьому розділі ми розглядаємо рекурентність, акцентуючи увагу на проміжках часу, для яких ця рекурентність виникає, та як довго траєкторії знаходяться поруч (довжина діагональних структур на рекурентних графіках пов'язана з цими часовими інтервалами). Центральне питання стосуватиметься інтервалу

часу, протягом якого траєкторія лишатиметься всередині ε -трубки біля іншої частини траєкторії після повернення до неї (рис.2.18). Цей часовий інтервал залежить від зростання дивергенції траєкторій досліджуваних орбіт системи.

Найважливішим числовим інваріантом, що відноситься до зростання орбіти, є топологічна ентропія h_D . Вона являє собою експоненційне зростання ступеню кількості орбітальних сегментів, що відрізняються між собою з довільною, але обмеженою точністю. Таким чином, топологічна ентропія h_D описує повний експоненційний набір орбітальної структури з однаковою кількістю близьких орбіт.

Отже, рекурентність характеризує топологію атратора, а рекурентна матриця містить багато інформації про основні параметри динамічної системи та може використовуватися для аналізу вимірюваних часових рядів.

2.3.3 Топологічний і структурний аналіз рекурентних діаграм

Вибір порогового ε

Вирішальним параметром РД є порогове значення близькості траєкторій ε . Якщо ε обрати замалим, то майже не залишиться рекурентних точок і не буде можливості вивчити рекурентну структуру системи. З іншого боку, якщо ε занадто велике, то всі точки розташуються по сусідству одна з одною, що призведе до неоднозначної інтерпретації рекурентних властивостей. Надто велике ε включає також точки околу, що є просто послідовними точками траєкторії. Цей ефект, що дістав назву тангенціального просування, обумовлює виникнення більш товстих та довгих діагональних структур в РД, ніж мають місце насправді. Тому ми шукали компроміс для значень ε . Крім того, шумовий вплив змушує обирати вищий поріг, тому що шум спотворює будь-яку існуючу структуру у РД.

Кілька емпіричних правил для вибору порогу ε було запропоновано в літературі [111, 118, 178], наприклад, пропонувалося від кількох до 10 відсотків від максимального діаметру фазового простору. Можна обирати ε згідно з густиною рекурентних точок РД, розшукуючи область градації в густині рекурентних точок. Але це може бути неприйнятним для нестационарних даних. В такому випадку було запропоновано обирати ε таким, аби приблизна густина рекурентних точок складала 1%.

Іншим критерієм для вибору ε є врахування того, що вимірювання складається з реального сигналу та деякого спостережуваного шуму зі стандартним відхиленням σ . Для отримання співставних результатів ε обирається у 5 разів більшим за стандартне відхилення спостережуваного шуму, тобто $\varepsilon > 5\sigma$. Цей критерій ефективно працює для широкого кола процесів.

Для (квазі-) періодичних процесів діагональні структури всередині РД можуть використовуватися для визначення оптимального порогу. З цією метою береться розподіл густини рекурентних точок вздовж лінії (діагонали) ідентичності (ЛІ) (що відповідає діагонально визначеному τ -рекурентному ступеню RR_τ). З графіка густини визначається N_p – кількість значних піків. Далі, визначається кількість сусідів N_n , які має кожна точка. Поріг ε обирається таким чином, щоб N_p було максимальним, а N_n наближалось до N_p . Тому оптимальне значення для ε знайдемо з мінімуму величини

$$\bar{x}_i \approx \bar{x}_j \Leftrightarrow R_{i,j} \equiv 1. \quad (2.29)$$

Цей критерій мінімізує фрагментацію та товщину діагональних ліній відносно порогу, що може бути корисним для усунення шумів.

Інші наближення використовують фіксовану густину рекурентних точок. Для знаходження ε , що відповідає сталому значенню густини рекурентних точок RR (чи ступеню рекурентності), може застосовуватися кумулятивний розподіл відстаней N^2 між кожною парою векторів $P_c(D)$. Відсоток RR тоді є шуканим значенням для ε (наприклад, для $RR = 0.1$ поріг ε задається $\varepsilon = D$ з $P_c(D) = 0.1$). Ще можна зафіксувати кількість сусідів для кожної точки траєкторії. У такому випадку поріг взагалі різний для кожної точки траєкторії, тобто $\varepsilon = \varepsilon(\bar{x}_i) = \varepsilon_i$. Перевага обох останніх методів полягає у збереженні густини рекурентних точок і можливості об'єднання РД різних систем без необхідності попереднього нормування часових серій.

Але необхідно зауважити, що вибір ε суттєво залежить від системи, що вивчається.

Структури в рекурентних графіках

Як було зазначено вище, головна мета використання рекурентних графіків полягає в тому, щоб візуалізувати траєкторії фазового простору, які є корисними у випадку високовимірних систем. Рекурентні графіки приводять до важливого розуміння розвитку в часі цих траєкторій, тому що типові зразки в рекурентних графіках пов'язані з визначеною поведінкою системи. Зразки великих масштабів в рекурентних графіках, визначені в [118], можна класифікувати на гомогенні, періодичні, дрейфові та турбулентні. При цьому:

- однорідні рекурентні графіки типові для стійких систем, у яких час релаксації малий в порівнянні з часом спостережень, що використовується для РД. Наприклад, рекурентний графік випадкового стаціонарного часового ряду наведено на рис. 2.19А;

- періодичні і квазіперіодичні системи мають рекурентні графіки з діагонально-орієнтованою періодичною або квазіперіодичною рекурентною структурою (діагональні лінії, структура шахової дошки). Вони зображені на рис. 2.19В і показують рекурентний графік періодичної системи з двома гармонічними частотами (дві та чотири коротких лінії, які розташовані між неперервними діагональними лініями). Ірраціональне відношення частот спричиняє більш складні квазіперіодичні рекурентні структури (відстань між діагональними лініями є різною), навіть для хитливих систем, коливання яких не так легко встановити;
- дрейф викликаний системами з повільно змінюваними параметрами, тобто нестационарними системами (Рис. 2.19С). Рекурентні лінії видно нечітко у порівнянні з головною діагональною лінією $R_{i,j} = 1$;
- різкі зміни в динаміці спричиняють білі смуги в рекурентному графіку (рис. 2.19D). Рекурентні графіки дозволяють виявити і оцінити екстремальні події, використовуючи частоту їх повторень.

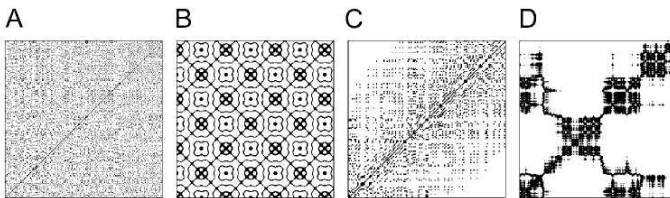


Рис. 2.19. Характерна типологія рекурентних графіків: (А) гомогенний (однорідно розподілений шум), (В) періодичний (гармонічний осцилятор), (С) дрейф (логістична карта розгорнута з лінійно збільшуваним часом $x_{t+1} = 4x_t(1-x_t) + 0.01t$), (D) Броунівський рух. Дані приклади ілюструють різноманітність рекурентних графіків. Параметри рекурентних графіків $m = 1$, $\varepsilon = 0.2$ (А,С, D) і $m = 4$, $\tau = 9$, $\varepsilon = 0.4$ (В); L_2 -нормування

Детальніший огляд РД дозволяє виявити структури меншого масштабу, що можна класифікувати в окремих областях (комбінації горизонтальних і вертикальних ліній очевидно формують прямокутні групи точок рекурентності); крім того можуть виникнути і похилі лінії:

- Окремі ізольовані точки рекурентності можуть виникнути, якщо стан спостерігається рідко, і вони зберігаються на протязі короткого проміжку часу.
- Діагональні лінії $R_{t+j, j+k} \equiv 1_{k=0}^{l-1}$ (l – довжина діагональної лінії) виникають, коли сегмент траєкторії практично паралельний до іншого сегменту (тобто через ε – трубку навколо іншого сегменту) для l одиниць часу:

$$\bar{x}_i \approx \bar{x}_j, \bar{x}_{i+1} \approx \bar{x}_{j+1}, \dots, \bar{x}_{i+l-1} \approx \bar{x}_{j+l-1}. \quad (2.30)$$

Діагональна лінія довжини l тоді визначається

$$(1 - R_{i-1, j-1})(1 - R_{i+l, j+l}) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k, j+k} \equiv 1. \quad (2.31)$$

Довжина цієї діагональної лінії визначається тривалістю локальної еволюції сегментів траєкторії. Напрямок цих діагональних структур є паралельним до головної діагоналі (кут $\pi/4$). Вони представляють траєкторії, які розвиваються через ті ж самі ε -трубки на протязі певного часу. Для визначення ентропії другого порядку K_2 використовується час, який характеризує, як довго траєкторії розвиваються в ε -трубці. Тому існують співвідношення між довжиною діагональних ліній та K_2 і сумою додатних показників Ляпунова. Необхідно зауважити, що можна також провести перпендикуляр до головної діагоналі, вздовж якого будуть розташовуватись перпендикулярні сегменти траєкторії з протилежним рухом напрямку часу, тобто $\bar{x}_i \approx \bar{x}_j, \bar{x}_{i+1} \approx \bar{x}_{j-1}, \dots$ (відображення сегментів).

Це часто є свідченням невідповідної розмірності вкладення.

- Вертикальними (горизонтальними) лініями $R_{i+j, j+k} \equiv 1_{k=0}^{v-1}$ (де v – довжина вертикальної лінії) відмічається часові інтервали, в яких стан не змінюється, або змінюється дуже повільно:

$$\bar{x}_i \approx \bar{x}_j, \bar{x}_i \approx \bar{x}_{j+1}, \dots, \bar{x}_i \approx \bar{x}_{j+v-1}. \quad (2.32)$$

Формально визначення вертикальної лінії можна записати так

$$(1 - R_{i, j-1})(1 - R_{i, j+v}) \prod_{k=0}^{v-1} R_{i, j+k} \equiv 1. \quad (2.33)$$

Відповідно стан утримано на протязі певного часу. Це типова поведінка ламінарних станів.

- Похилі лінії зі змінним кутом нахилу. Форма нахиленої лінії залежить від співвідношень локальних часів між відповідними близькими сегментами траєкторії (рівняння 2.34).

Діагональні та вертикальні лінії є основними елементами для кількісного аналізу рекурентних графіків. Структура лінії в рекурентному графіку довжини l відповідає наближено рівності сегменту $\bar{x}(T_1(t))$ іншому сегменту $\bar{x}(T_2(t))$, де T_1 і T_2 два локальних і в загальному випадку різних

інтервалів часу, які зберігають рівність $\bar{x}(T_1(t)) \approx \bar{x}(T_2(t))$ на протязі деякого часу $t = 1, \dots, l$. Згідно з певними припущеннями (наприклад, існування зворотної трансформації $T(t)$), два сегменти тимчасово перебувають в тій самій області фазового простору, а лінію в РД можна виразити функцією зсуву часу (рис.2.20).

$$\mathcal{A}(t) = T_2^{-1}(T_1(t)). \quad (2.34)$$

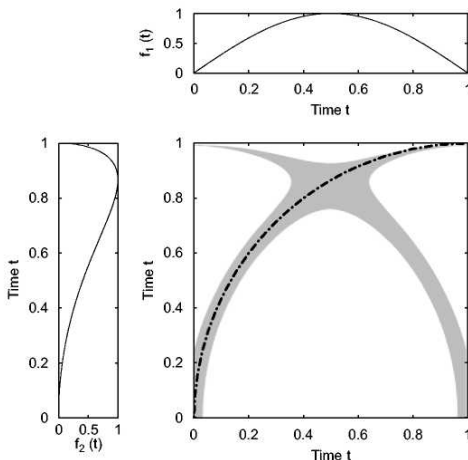


Рис. 2.20. Детальний рекурентний графік для траєкторії $f(t) = \sin(\pi t)$ частини якої $f_1(t)$ і $f_2(t)$ зазнають перетворень в часі: $T_1(t) = t$ і

$T_2(t) = 1 - \sqrt{1 - t^2}$. Кінець лінії має нахил (пунктирна лінія)

$$b(t) = \frac{1-t}{\sqrt{1-(1-t)^2}}, \text{ який відповідає частині кола.}$$

Звернемо увагу, що локальний нахил $b(t)$ лінії в РД показує локальну похідну по часу, вона обернено пропорційна до часу, що вимірюють вдруге $T_2^{-1}(t)$ і прямо пропорційна до часу, що виміряний вперше в момент часу $T_1(t)$ [119, 120]:

$$b(t) = \partial_t T_2^{-1}(T_1(t)) = \partial_t \mathcal{A}(t). \quad (2.35)$$

Це є фундаментальним співвідношенням між локальним нахилом $b(t)$, структурною лінією в РД та часом відповідної частини траєкторії. Як частковий випадок для нахилу $b = 1$ (діагональна лінія) $T_1 = T_2$. Якщо $b = \infty$ (

вертикальні лінії), тоді відповідно $T_2 \rightarrow 0$, тобто друга частина траєкторії розвивається нескінченно повільно через ε – трубку навколо першої частини траєкторії. Від нахилу $b(t)$ ліній в РД можна вивести співвідношення $\mathcal{G}(t)$ між двома частинами $\bar{x}(t)$ ($\mathcal{G}(t) = \int b(t) dt$). Звернемо увагу, що нахил $b(t)$ залежить тільки від зміни вимірів часу і не залежить від розглянутої траєкторії $\bar{x}(t)$.

Ця особливість використовується, наприклад, в крос-рекурентних РД як інструмент для регулювання масштабів часу двох рядів даних.

Підсумок аналізу типології структури РД наведено у табл.2.2.

Таблиця 2.2

Типові зразки РД та їх інтерпретація

<i>Зразок</i>	<i>Інтерпретація</i>
Однорідний	Стаціонарний процес
Зникнення у верхніх лівих і нижніх правих кутах	Нестаціонарні дані; процес містить тренд або дрейф
Руйнування (білі смуги)	Нестаціонарні дані; деякі стани виняткові або далекі від нормального; можливо відбулись переходи
Періодичні/квазіперіодичні зразки	Циклічність в процесі; часова відстань між періодичними зразками (наприклад лініями) відповідає періоду; різниця у відстанях між довгими діагональними лініями показує квазіперіодичність процесу
Окремі ізольовані точки	Сильні флуктуації в процесі; якщо трапляються окремі ізольовані точки, процес може бути корельованим, випадковим або навіть антикорельованим
Діагональні лінії (ортогональні до головної діагоналі)	Еволюція стану подібна до різниці часу
Вертикальні/горизонтальні лінії (кластери)	Деякі стани не змінюються або змінюються на протязі певного часу; ознака ламінарних станів
Довгі нахилені структурні лінії	Еволюція станів подібна в різних періодах; але з різною швидкістю; динаміка систем могла змінитись

Потрібно звернути увагу на те, що деякі автори виключають головну діагональ $R_{i,j} = 1$ з РД. Це може бути корисним для обґрунтування визначення сум кореляцій [115] (або узагальненого кореляційного інтегралу другого порядку), який був введений для визначення двовимірної кореляції D_2 і близько пов'язаний з РД:

$$C_2(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \theta(\varepsilon - \|\bar{x}_i - \bar{x}_j\|). \quad (2.36)$$

Рівняння виключає порівняння \bar{x}_i між собою. Але оскільки величина ε – обмежена (наприклад, 10% середнього радіусу фазового простору), згодом довгі діагональні лінії можуть утворитись нижче та вище головної діагоналі для даних з високою щільністю. Тому діагональні лінії в маленькому коридорі навколо головної діагоналі відповідають тангенціальному руху траєкторії фазового простору, але не для різних орбіт.

Таким чином, для оцінки інваріантів динамічної системи краще виключити весь цей коридор, а не тільки головну діагональ. Даний крок спрямований на виключення тангенціального руху. Це робиться з метою обчислення виміру кореляції (відома як поправка Зейлера або вікно Зейлера), або для альтернативних оцінок експонент Ляпунова, в яких використовуються тільки ті точки фазового простору, для яких виконується обмеження $|j - i| \geq w$.

Зейлер запропонував використовувати час автокореляції як відповідне значення для w . Гао і Зенг пропонують використовувати $w = (m - 1)\tau$. Але головна діагональ могла б бути корисною для візуального огляду рекурентних графіків. Крім того головна діагональ грає важливу роль у перехресних рекурентних графіках [94].

Попередні твердження стосуються систем, типові частоти яких значно нижчі, ніж частота їх спостереження. Якщо частота вибірки єдина і вона вища, ніж частоти системи, а їх співвідношення не є цілим числом, деякі рекурентні не будуть виявлені. Це наслідок ефекту дискретизації в розширених характерних проміжках рекурентних графіків, їх поява залежить від модуляції частот системи.

Таким чином, ми маємо інструментарій для дослідження рекурентних властивостей нестационарних часових рядів, який дозволяє виявити і проаналізувати дрібномасштабні структури рекурентних діаграм (текстуру, яка складається з простих точок, діагональних, горизонтальних і вертикальних ліній). Комбінації вертикальних і горизонтальних ліній формують прямокутні кластери точок.

Саме ці комбінації використовуються для обчислення мір кількісного аналізу рекурентних діаграм (recurrence quantification analysis, RQA). Збілут (Zbilut) з колегами розробили інструмент обчислення ряду мір на основі підрахунку густини рекурентних точок і побудови частотного розподілу довжин діагональних ліній: *recurrence rate* (RR, коефіцієнт самоподібності), *determinism* (DET, передбачуваність), *divergence* (DIV, зворотна величина максимальної довжини діагональної лінії), *entropy* (ENTR, ентропія) і *trend* (TREND, тренд) [178]. Обчислення цих мір в підматрицях рекурентної

діаграми уздовж ЛП показує поведінку цих мір в часі. Деякі дослідження даних мір показали, що їх застосування може сприяти виявленню точок бифуркації, переходів „хаос-порядок”.

Пізніше були запропоновані міри, що використовують густину вертикальних (або горизонтальних) структур: *laminarity* (*LAM*, ламінарність), *trapping time* (*TT*, показник, або час затримки), що дозволяють виявляти переходи „хаос-хаос”. Слід зазначити також нечутливість цих мір до вимог стаціонарності і довжини досліджуваних часових рядів.

Введемо кількісні характеристики введених мір.

Визначимо величини

$$R_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } (i, j) \text{ рекурентні} \\ 0, \text{ інакше} \end{cases}, \quad (2.37)$$

$$D_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } (i, j) \text{ та } (i+1, j+1) \text{ або } (i-1, j-1) \text{ рекурентні} \\ 0, \text{ інакше} \end{cases}.$$

Тепер коефіцієнти самоподібності і передбачуваності будуть, відповідно, дорівнювати

$$RR = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N R_{ij}, \quad (2.38)$$

$$DET = \frac{\sum_{i,j=1}^N D_{ij}}{\sum_{i,j=1}^N R_{ij}}. \quad (2.39)$$

Якщо N_l – кількість діагональних ліній, а l_i – довжина i -тої діагональної лінії, то довжина найдовшої діагональної лінії визначається виразом

$$L = \max(l_i; i = 1, \dots, N_l).$$

Ентропія Шеннона для функції $f(x)$ має вигляд

$$H(x) = -\sum_x f(x) \log f(x),$$

а для розподілу

$$H(p_1, \dots, p_n) = -\sum_{i=1}^n p_i \log(p_i).$$

Для розподілу $p(l)$ довжини діагональних ліній ентропія Шеннона дорівнює

$$ENTR = -\sum_{l=1}^{N_l} p(l) \ln p(l). \quad (2.40)$$

Діагональна ЛП довжини l означає, що сегмент траєкторії близький протягом l кроків часу до іншого сегменту траєкторії в інший час; тому ці лінії пов'язані з дивергенцією сегментів траєкторії. Середня довжина діагональної лінії

$$L = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(l)}{\sum_{l=l_{\min}}^N P(l)} \quad (2.41)$$

є середнім часом, що два сегменти траєкторії близькі один до одного, і може бути інтерпретований як середній час прогнозу.

Попередні міри відносяться до діагональних (горизонтальних) ліній на рекурентній карті. В той же час існують і вертикальні лінії з відповідними мірами. Так, повна кількість вертикальних ліній довжини v в RP дається гістограмою

$$P(v) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i,j})(1 - R_{i,j+v}) \prod_{k=0}^{v-1} R_{i,j+k}. \quad (2.42)$$

Аналогічно визначенню детермінізму, (рівняння (2.38)), відношення рекурентних точок, які формують вертикальні структури до повного набору рекурентних точок може бути обчислено так:

$$LAM = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^N vP(v)}{\sum_{v=1}^N vP(v)}. \quad (2.43)$$

Ця міра називається *ламінарністю* (*laminary*). Обчислення LAM проводяться для тих v , які перевищують мінімальну довжину v_{\min} . Для рекурентних карт часто приймають $v_{\min} = 2$. Величина LAM зменшується, якщо RP складається з більш поодиноких рекурентних точок, ніж вертикальні структури.

Середня довжина вертикальних структур дається виразом

$$TT = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^N vP(v)}{\sum_{v=v_{\min}}^N P(v)} \quad (2.44)$$

і називається часом затримки (захвату). Його обчислення вимагає також розгляду мінімальної довжини v_{\min} , як і у випадку з LAM. TT оцінює середній час, протягом якого система перебуватиме в певному стані, або як довго цей стан буде захоплений.

У контрасті до кількісних мір, заснованих на діагональних лініях, введені щойно міри можуть застосовуватись до переходів „хаос-хаос”.

Останні два параметри характеризують два різні типи проміжки часу, протягом яких траєкторії перебувають в околі ε . Їх віконна динаміка дозволяє відслідкувати часову компоненту рекурентних карт.

Типові картини кількісного аналізу рекурентних діаграм відображені на рисунках 2.21-2.22.

Для періодичної функції $\sin(x)$ маємо картину, зображену на рисунку 2.21.

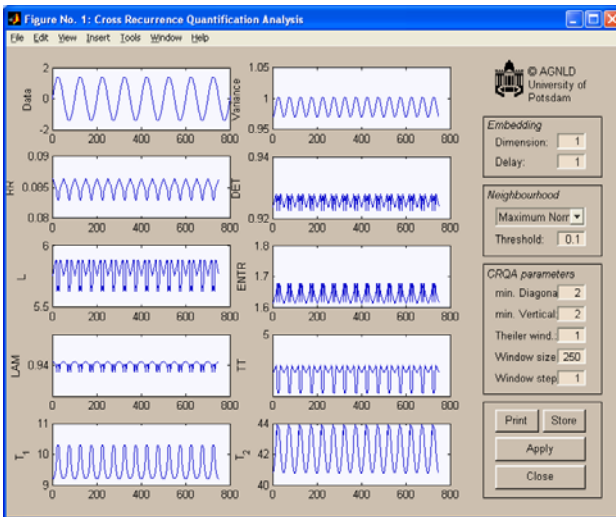


Рис. 2.21. Результати кількісного аналізу рекурентних діаграм для періодичної функції $\sin(x)$

Для довільного типового економічного часового ряду маємо картину зображену на рис. 2.22. Очевидно, що аналіз особливостей обчислених мір у кожному конкретному випадку дозволяє робити певні висновки щодо структури і динаміки трансформаційних процесів у складній системі.

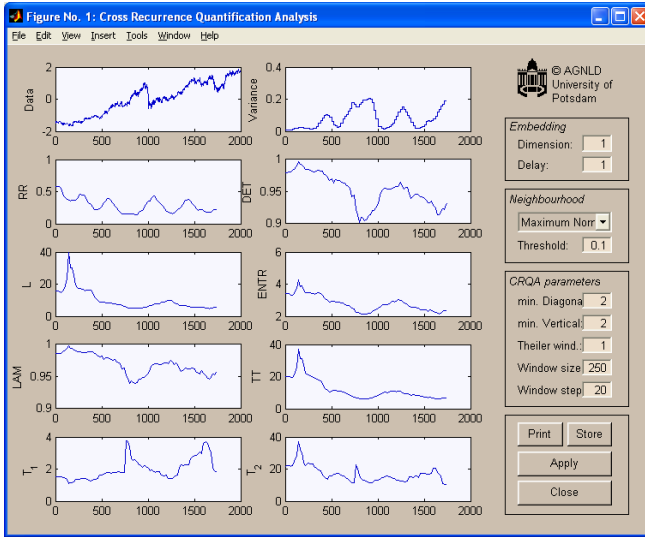


Рис. 2.22. Результати віконних розрахунків мір кількісного аналізу динамічного ряду

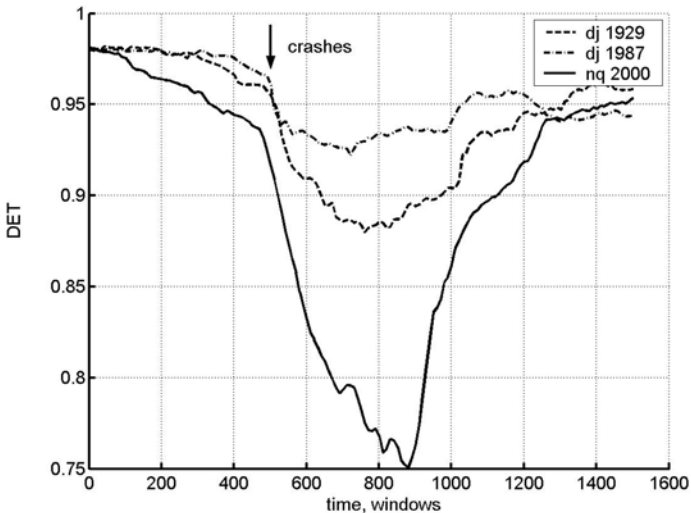


Рис. 2.23. Порівняльна віконна динаміка коефіцієнта детермінованості для відомих криз фондового ринку, відповідно, 1929, 1987 і 2000 років

На рисунках у вікнах відповідно представлені: Data – вихідний часовий ряд, Variance – варіація ряду, RR – коефіцієнт самоподібності, DET – коефіцієнт передбачуваності, L – середня довжина діагоналей, ENTR – ентропія довжини діагоналей, LAM – ламінарність, TT – час захвату, T_1 – рекурентний час 1-го типу, T_2 – рекурентний час 2-го типу.

На наступному рисунку представлена міра детермінованості для часових рядів, які містять різні за причинами кризи фінансового ринку. Універсальність прояву криз за мірою DET дає надію на можливість використання її, а також інших мір для ідентифікації, моніторингу та передбачення критичних і кризових явищ [298, 140].

Отже, аналіз рекурентних діаграм є потужним методом аналізу нелінійної динаміки складних систем. У розділі 4 ми покажемо його застосування для моделювання кризових і після кризових явищ на фінансових ринках.

2.4 Агентні моделі

На протязі багатьох років можливості моделювання складних взаємодій між компонентами соціально-економічних систем були обмеженими. З появою сучасної обчислювальної техніки ці можливості значно розширилися. З'явилися перші моделі фінансово-економічних систем, що враховують взаємодію їх компонентів – *агентів*. Під агентами в таких моделях розуміють об'єкти, які взаємодіють між собою з метою досягнення деякого (цілком визначеного) результату. При цьому агенти мають неповну інформацію про систему в цілому.

Виділяють такі основні властивості агента як компонента складної системи:

- *реактивність* – агент сприймає навколишнє середовище та реагує на його зміни;
- *автономність* – агент може діяти відносно автономно;
- *цілеспрямованість* – агент формує ціль своєї діяльності та шляхи її досягнення;
- *активність* – агент виконує певні дії та контролює їх;
- *обмежена раціональність* – агент формує образ навколишнього середовища згідно з обмеженою інформацією, яка йому доступна;
- *інтелектуальність* – агент робить висновки із результатів власних дій.

Серед основних напрямків сучасного агентного моделювання можна виділити наступні:

- дослідження впливу стратегій, обраних гравцями, на ринкову ціну та наслідки саме такого вибору [2, 91];
- прогнозування динаміки ринкової ціни [37];

- дослідження та перевірка класичних економічних моделей на штучно створеному ринку [2];
- навчання та колективний розум [97];
- створення обчислювальної лабораторії для побудови та апробації математичних моделей [116].

2.4.1 Перші економіфізичні моделі

Модель Кіма-Марковіца. Одна з перших агентних моделей фінансового ринку була запропонована Кімом та Марковіцем. Вчені намагались пояснити неочікуване падіння американської фондової біржі в жовтні 1987 року. На їх думку причиною кризи стала стратегія *динамічного хеджування*, яка широко розповсюдилася серед інвесторів на той час. Кім та Марковіц досліджували вплив цієї стратегії на динаміку ринкової ціни, використовуючи метод Монте-Карло для створення моделі ціноутворення на штучному ринку [91].

Загальне описання моделі Кіма-Марковіца. На ринку існує два види цінних паперів: акції та гроші. Фінансовий стан кожного агента на момент часу t обчислюється за формулою:

$$w_t = q_t p_t + c_t, \quad (2.45)$$

де q_t – кількість акцій, p_t – ціна акції, c_t – готівка.

Модель містить два типи агентів. Стратегія *агентів I-го* типу полягає в тому, щоб тримати половину своїх активів в акціях, а іншу половину в готівці. Тобто цільова функція має вигляд:

$$\begin{cases} q_t p_t \rightarrow 0.5 w_t, \\ c_t \rightarrow 0.5 w_t. \end{cases} \quad (2.46)$$

Агенти цього типу вносять стабілізуючий ефект в ринок.

Агенти II-го типу використовують стратегію пропорційного портфеля (*Constant Proportion Portfolio Insurance – CPPPI*). Ця стратегія була запропонована Блеком та Джонсом [16] і гарантує збереження визначеної кількості активів агента (*мінімальний поріг f*) на вибраному проміжку часу. *CPPPI* можна описати як утримування величини ризикованих активів у постійній пропорції до величини $s_t = w_t - f$. Цільова функція агентів II-го типу може бути записана наступним чином:

$$q_t p_t \rightarrow k \cdot s_t = k \cdot (w_t - f), \quad (2.47)$$

де $k > 1$, f – частина початкових активів агента. f залишається сталою на даному проміжку часу та є нижньою границею вартості портфелю. При падінні ринкової ціни зменшується вартість активів агента w_t , тобто $w_t \rightarrow f$, $k \cdot (w_t - f) \rightarrow 0$, $q_t p_t \rightarrow 0$.

Формула (2.47) (формула Блека-Джонса) імітує ефект *опціонів „put”*, який часто використовується в стратегії динамічного хеджування. На відміну від агентів I-го типу, агенти II-го типу впливають циклічно на ціну, а тому чинять потенційно дестабілізуючий вплив на ринок, оскільки при падінні ціни вони намагаються зберегти вартість портфелю, зменшуючи частку ризикових активів, а при зростанні ціни збільшують частку акцій для отримання додаткового прибутку. Слід відмітити, що коефіцієнт k показує силу реакції агентів II-го типу на зміну ринкової вартості акцій.

В даній моделі торгівля носить дискретний характер, ринкова ціна та обсяги продажу змінюються в залежності від попиту та пропозиції на ринку, кожний інвестор переглядає свій портфель в довільно обраний момент часу. Процедура вибору ціни заявок здійснюється наступним чином:

- якщо є тільки заявки на придбання, інвестор ставить ціну на рівні 101% від максимальної;
- якщо є тільки заявки на продаж, інвестор виставляє ціну на рівні 99% від мінімальної;
- якщо присутні заявки як на продаж, так і на придбання, інвестор виставляє ціну, що дорівнює середньому арифметичному максимальної ціни придбання та мінімальної ціни продажу;
- якщо відсутні заявки на придбання і на продаж, інвестор залишає ціну незмінною.

На базі агентної моделі Кіма-Марковіца нами створено імітаційну модель поведінки фінансового ринку із різним співвідношенням кількості агентів I-го та II-го типів (50:0, 47:3, 43:7, 40:10 35:15). Були отримані коливання цін (рис. 2.24) та волатильності (рис. 2.25).

Результати показали, що збільшення кількості агентів II-го типу призводить до збільшення волатильності ціни та до дестабілізації на ринку.

Модель Леві-Леві-Соломона. Агентна модель Леві-Леві-Соломона була також створена для дослідження динаміки ціни акцій та її залежності від стратегії гравців.

Гравці в цій моделі діють за традиційною схемою *максимізації корисності* [99]. На початку кожного періоду моделювання агент-інвестор i поділяє свої активи $w(i)$ на акції та облігації. Готівка, кредит та короткострокові продажі заборонені. Нехай $x(i)$ – частка акцій в портфелі інвестора i . Тоді вартість його активів може бути записана формулою:

$$w_t = x(i)w_t(i) + (1 - x(i))w_t(i), \quad (2.48)$$

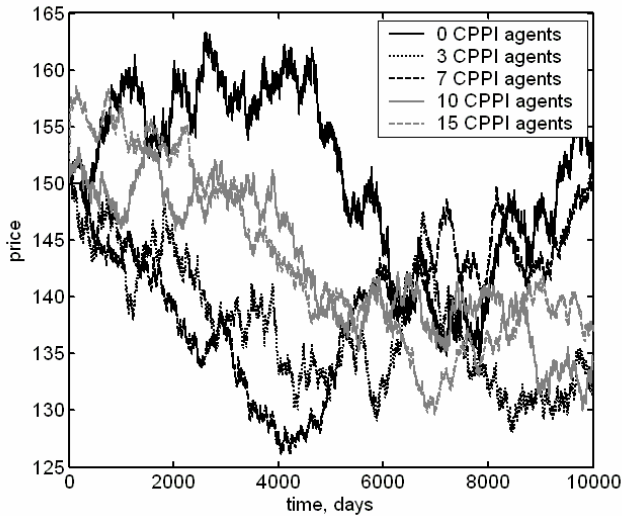


Рис. 2.24. Ціна в моделі Кіма-Марковіца при кількості агентів II-го типу 3, 7, 10, 15 при загальній кількості агентів 50

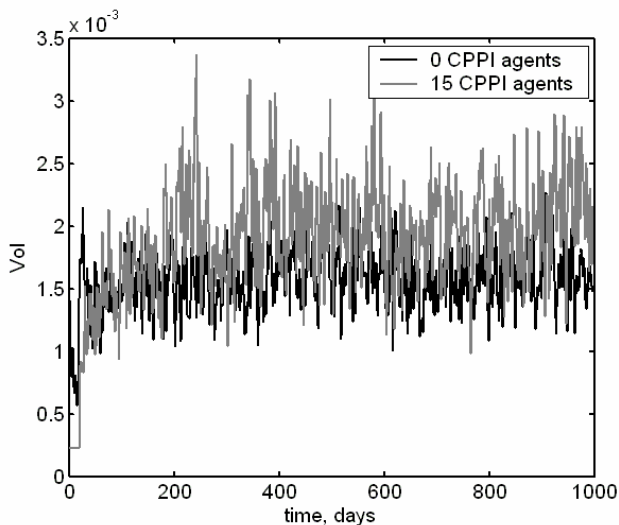


Рис. 2.25. Волатильність ціни акцій в моделі Кіма-Марковіца при кількості агентів II-го типу 0 та 15 та при загальній кількості агентів 50

де $0.01 \leq x(i) \leq 0.99$. Крім того модель є закритою, тобто кількість агентів моделі n та акцій у грі N_A – фіксовані. В початковий момент часу всі інвестори мають однакову кількість акцій і вартість їх активів однакова. Облігації вважаються безризиковими активами (умовно безризиковими) та забезпечують постійний прибуток r . Прибутковість акцій H_t включає два компоненти: з одного боку на прибутковість впливає зміна ціни p_t , з іншого – власник акцій отримує дивіденди D_t . Таким чином прибутковість акцій може бути обчислена за формулою:

$$H_t = \frac{p_t - p_{t-1} + D_t}{p_{t-1}}. \quad (2.49)$$

Властивості агентів даної моделі визначаються логарифмічною функцією корисності

$$U(w_{t+1}) = \ln(w_{t+1}). \quad (2.50)$$

Інвестори формують середні значення майбутніх прибутковостей на основі спостережень k минулих торгів. Всі агенти з однаковим об'ємом пам'яті формують групи G . Вважається, що ймовірність повторення наступного значення прибутковості – $1/k$. Необхідно максимізувати очікувану корисність $EU(x_G(i))$ відносно частки акцій x_G . Тобто:

$$EU = \frac{1}{k} \left[\sum_{j=t-k+1}^t \ln \left[(1 - x_G(i)) w_t(i) (1 + r) + x_G(i) w_t(i) (1 + H_j) \right] \right],$$

$$f(x_G(i)) = \frac{\partial EU(x_G(i))}{\partial x_G(i)} = \sum_{j=t-k+1}^t \frac{1}{x_G(i) + \frac{1+r}{H_j - r}} = 0. \quad (2.51)$$

Щоб забезпечити індивідуальність попиту та пропозиції кожного агента виконується наступна процедура: після обчислення оптимальної частки акцій для групи агентів $x_G(i)$, генерується нормально розподілене випадкове число ε_i та додається до результату. Стохастичну компоненту можна інтерпретувати як вплив індивідуальних факторів на прийняття рішення гравцем, на відміну від максимізації функції корисності в класичній економічній теорії. В самих роботах Леві-Леві-Соломона ця компонента розглядається з фізичної точки зору і трактується як вплив „температури” ринку на процес прийняття рішень. В залежності від накопичення значень стохастичних функцій попиту, нова ціна акцій (а отже і нова прибутковість H_{t+1}) може бути обчислена як ціна рівноваги. Пам'ять агентів постійно

оновлюється: зі списку вилучається прибутковість H_{t-k+1} та додається нове значення H_{t+1} .

Модель з однією групою інвесторів створює періодичні рухи ціни (рис. 2.28), довжина циклів яких залежить від довжини пам'яті k .

Таку динаміку ціни можна пояснити наступним чином: на початку моделювання в момент часу t послідовність k попередніх прибутковостей $\{H_j, t-k+1 \leq j \leq t\}$ показувала, що необхідно збільшити частку акцій в портфелі агента-інвестора (агенти входять в одну групу, отже діють однаково); збільшення попиту спричиняє збільшення ціни, а отже і наступної прибутковості H_{t+1} ; значення H_{t+1} витісняє значення H_{t-k+1} . Поступово група збільшує частку акцій до максимуму – 99%. На цьому максимальному рівні ціна залишається майже незмінною на час, дещо більший ніж k .

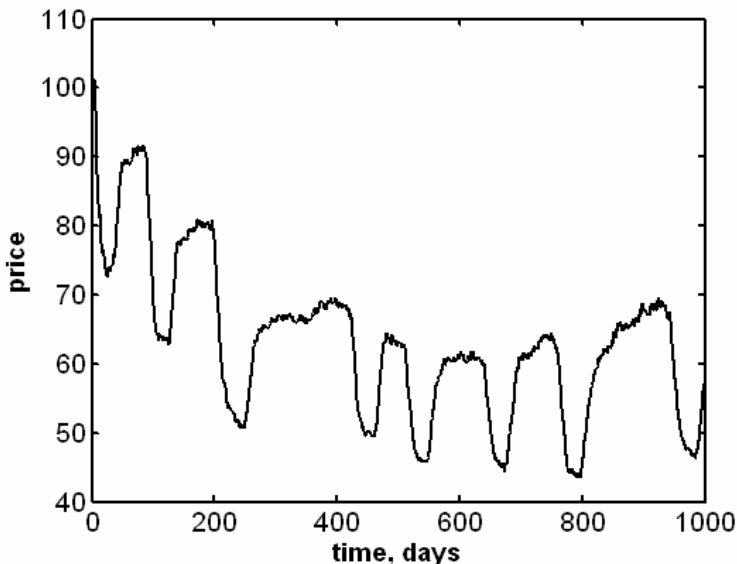


Рис. 2.26. Динаміка ціни в моделі Леві-Леві-Соломона при одній групі агентів з пам'яттю у 20 днів

2.4.2 Спекулятивна взаємодія та поява степеневих розподілів. Модель Лукса-Марчезі

Найперші агентні моделі ставили на меті показати наслідки переважного використання певних стратегій для ринку, тому ринкова ціна в

цих моделях не завжди мала степеневі розподіли, які характерні для реальних економічних систем. При створенні адекватних агентних моделей важливу роль відіграє знаходження та перевірка статистичних характеристик розподілів модельованих часових рядів та порівняння їх з дійсними характеристиками системи, що аналізується.

Модель Лукса-Марчезі є спробою систематизувати намагання економістів ввести гетерогенність у стохастичні моделі спекулятивних ринків [104]. В даній моделі використано результати Вайдліха [176], які застосовували методи статистичної механіки до багатьох проблем у соціології та політології. Використовуючи формалізм основних рівнянь, можна показати, що модель здатна генерувати „міхури” з недо- або переоціненими акціями, а також періодичні коливання, пов’язані з ринковими кризами.

Для цієї моделі було проведено детальний аналіз динаміки моментів другого порядку та з’ясована потенціальна можливість агентних моделей пояснювати зміни волатильності в фінансових системах. Групова взаємодія в даній моделі збагатилася тим, що агенти можуть змінювати свою стратегію з *чартистської* на *фундаменталістську*. Така більш складна динаміка призводить до збільшення хаотичності середніх значень змінних стану системи (кількості агентів у групах та ринкової ціни). Чисельний аналіз змодельованих хаотичних атракторів показує, що розподіл прибутковостей не є гаусівським. Таким чином модель Лукса-Марчезі включає як елементи мікромоделювання, так і детальний чисельний аналіз динамічних рядів. Як і більшість ранніх імітаційних моделей економіки, дана модель має на меті аналіз процесу формування ціни при відсутності рівноваги.

Загальний опис моделі Лукса-Марчезі. Дана модель описує зворотний зв’язок між груповою динамікою та ціноутворенням при наявності незбалансованості попиту та пропозиції. Нехай N – загальна кількість агентів, які діють на штучному ринку, n_c – кількість чартистів, n_f – кількість фундаменталістів ($N=n_c+n_f$); n_+ – кількість оптимістичних чартистів (очікують зростання ціни), n_- – кількість песимістичних (очікують спадання ціни на ринку), $n_c=n_++n_-$; p – ринкова ціна, p_f – фундаментальне значення ціни.

Чартисти протягом часу Δt змінюють свої погляди з оптимістичних на песимістичні з імовірністю π_{+-} і з песимістичних на оптимістичні з імовірністю π_{-+} :

$$\begin{aligned}\pi_{+-} &= v_1 \frac{n_c}{N} \exp(U_1), \\ \pi_{-+} &= v_1 \frac{n_c}{N} \exp(-U_1),\end{aligned}\tag{2.52}$$

$$U_1 = \alpha_1 x + \frac{\alpha_2}{v_1} \frac{dp}{dt} \frac{1}{p},$$

де $x = \frac{n_+ + n_-}{n_c}$, $\frac{dp}{dt} \frac{1}{p}$ – напрям руху ціни, параметри v_1 , α_1 , α_2 є мірами частоти зміни стратегії агента, впливу думки більшості в групі на агента, впливу динаміки ціни на поведінку агента відповідно.

Зміна стратегії агента з чартистської на фундаменталістську формалізована подібним чином:

$$\begin{aligned} \pi_{f+} &= v_2 \frac{n_+}{N} \exp(U_{2,1}), \\ \pi_{+f} &= v_2 \frac{n_f}{N} \exp(-U_{2,1}), \\ \pi_{f-} &= v_2 \frac{n_-}{N} \exp(U_{2,2}), \\ \pi_{-f} &= v_2 \frac{n_f}{N} \exp(-U_{2,2}). \end{aligned} \tag{2.53}$$

Тут величини $U_{2,1}$ та $U_{2,2}$ залежать від різниці прибутковостей (миттєвих) агентів-чартистів і агентів-фундаменталістів:

$$\begin{aligned} U_{2,1} &= \alpha_3 \left\{ \frac{r + \frac{1}{v_2} \frac{dp}{dt}}{p} - R - s \left| \frac{p_f - p}{p} \right| \right\}, \\ U_{2,2} &= \alpha_3 \left\{ R - \frac{r + \frac{1}{v_2} \frac{dp}{dt}}{p} - s \left| \frac{p_f - p}{p} \right| \right\}, \end{aligned} \tag{2.54}$$

де параметри v_2 та α_3 є мірами частоти зміни стратегії агента та чутливості до різниці прибутковостей відповідно, r – дивіденди, $\frac{dp}{dt}$ – прибутковості, що залежать від змін ціни, R – середнє значення реальної прибутковості, p_f – фундаментальне значення ціни, $s, (s < 1)$ – параметр моделі. Значення s пояснюється тим, що заявки чартистів реалізуються миттєво, а реалізація заявок фундаменталістів має часову затримку. Перше рівняння відображає прибутки чартистів, друге – фундаменталістів.

Зміни ціни моделюються як ендогенна реакція на дисбаланс попиту та пропозиції. Оптимістичні чартисти створюють додатковий попит, а песимістичні – додаткову пропозицію на ринку. Надлишок попиту для групи чартистів обчислюється наступним чином:

$$ED_c = (n_+ - n_-)t_c, \quad (2.55)$$

де t_c – середній обсяг торгівлі на кожен транзакцію. Чутливість фундаменталістів до зміни співвідношення ринкової ціни p та фундаментального значення p_f задається рівністю:

$$ED_f = n_f \cdot \gamma \frac{p_f - p}{p}, \quad (2.56)$$

де γ – параметр, що характеризує силу реакції. Для узгодження з загальною структурою середовища, процес ціноутворення описується ймовірностями переходу:

$$\begin{aligned} \pi_{\uparrow p} &= \max[0, \beta(ED + \mu)]_p, \\ \pi_{\downarrow p} &= -\min[\beta(ED + \mu), 0], \end{aligned} \quad (2.57)$$

де β – параметр швидкості корегування ціни, $ED = ED_c + ED_f$ – загальний надлишок попиту.

Імовірнісні правила ціноутворення є аналогічними правилам Вальраса. Динаміка середнього значення ціни задовольняє класичному диференціальному рівнянню:

$$\frac{dp}{dt} = \beta \cdot ED = \beta(ED_c + ED_f). \quad (2.58)$$

Зміни фундаментального значення. Для того, щоб жоден із стилізованих фактів фінансових цін не був спричинений екзогенними факторами, зміни фундаментального значення обчислюються за формулою:

$$\varepsilon_t = \ln(p_{f,t}) - \ln(p_{f,t-1}), \text{ де } \varepsilon_t \in N(0, \sigma_\varepsilon). \quad (2.59)$$

В результаті моделювання, проведеного на основі моделі Люкса-Марчезі було отримано динаміку змін ринкової ціни (рис. 2.27) та розподіл прибутковостей (рис. 2.28).

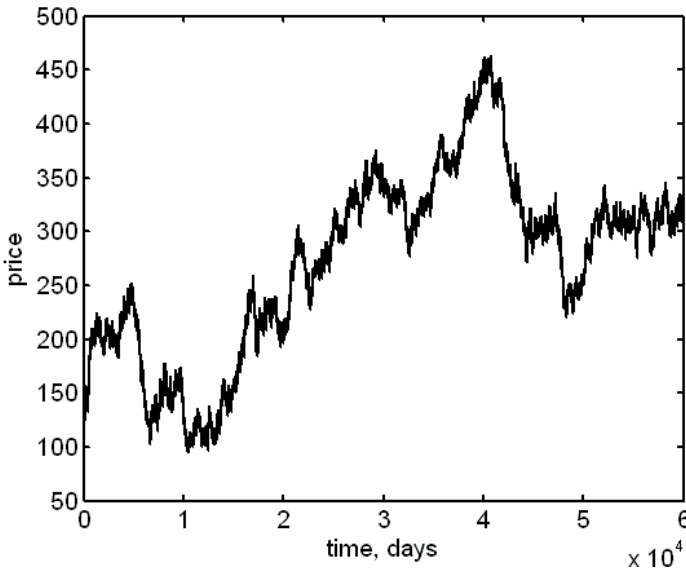


Рис. 2.27. Динаміка змін ринкової ціни в моделі Люкса-Марчезі

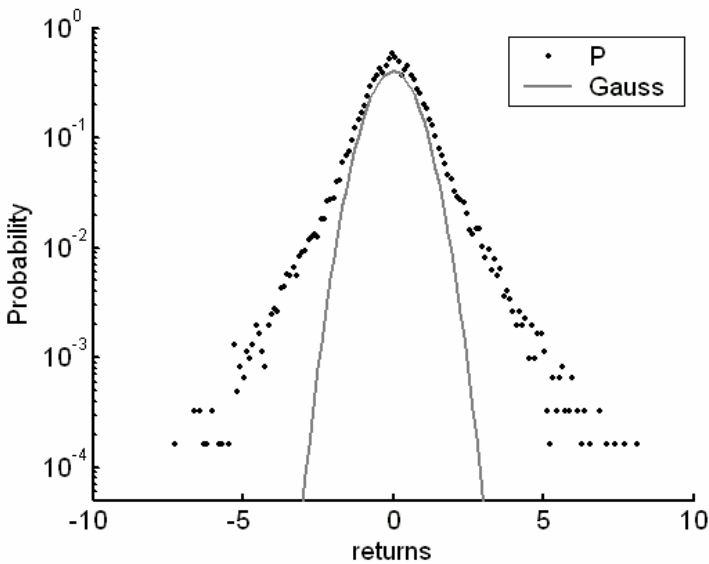


Рис. 2.28. Розподіл прибутковостей в моделі Люкса-Марчезі

Результати показують, що дана модель відтворює динаміку часових рядів, не підпорядкованих нормальному закону розподілу, що є одним із стилізованих фактів фінансових даних.

2.4.3 Ігрові моделі фінансових ринків: міноритарні ігри

В перших агентних моделях стратегії гравців, які співіснують та взаємодіють на штучно створеному ринку, були простими та представляли собою умови купівлі чи продажу активів в залежності від внутрішніх та зовнішніх впливів. В цьому випадку агенти були гомогенними і діяли практично однаково.

Загальний опис моделі міноритарної гри (Minority Game – MG). На реальних ринках дії інвесторів залежать від ряду суб'єктивних факторів, серед яких можна назвати уміння аналізувати ринок, інтуїцію тощо. Для більш адекватної роботи моделей в алгоритми стратегій були введені випадкові параметри для створення гетерогенності серед агентів. На процес прийняття рішень можуть впливати такі явища, як чутки, новини в пресі та мас-медіа. Для імітації таких явищ в моделях були введені агенти, дії яких залежали від рішень, прийнятих їх найближчими сусідами [116]. Вхідними параметрами для такої моделі є зв'язки між агентами. Необхідно враховувати також, що інвестори в процесі своєї роботи змінюють свої стратегії, переосмислюють правила своєї поведінки в залежності від зміни зовнішніх обставин. Для того, щоб агентна модель була більш реалістичною, в цьому аспекті було запропоновано використовувати *генетичні алгоритми* [97]. З кожним агентом пов'язаний набір правил, згідно з якими агент приймає рішення про купівлю, продаж або бездіяльність. Правила представляють собою бітові поля, кожен біт яких відповідає одній із умов, які можуть бути істинними чи хибними. На початку торгів правила встановлюються випадковим чином для кожного агента. В процесі торгів деякі правила зовсім не використовуються, інші не приносять очікуваного результату. Через певний період часу правила переглядаються та кожне правило оцінюється. Найгірші правила вилучаються з набору агента, поступаючись місцем новим правилам, які створюються з пари найсильніших за допомогою операторів *мутації* та *кросоверу*. Частота перегляду списку правил агента є важливим параметром моделі та впливає на „інтелектуальність” гравця. При збільшенні цього параметру модель більш яскраво демонструє емерджентні властивості.

Імітаційна модель, складена на базі *MG* дозволяє проаналізувати динаміку ринкової ціни (рис. 2.29).

Легко бачити, що реалізація моделі *MG* демонструє динаміку ціни з характеристиками, властивими реальним фінансовим рядам.

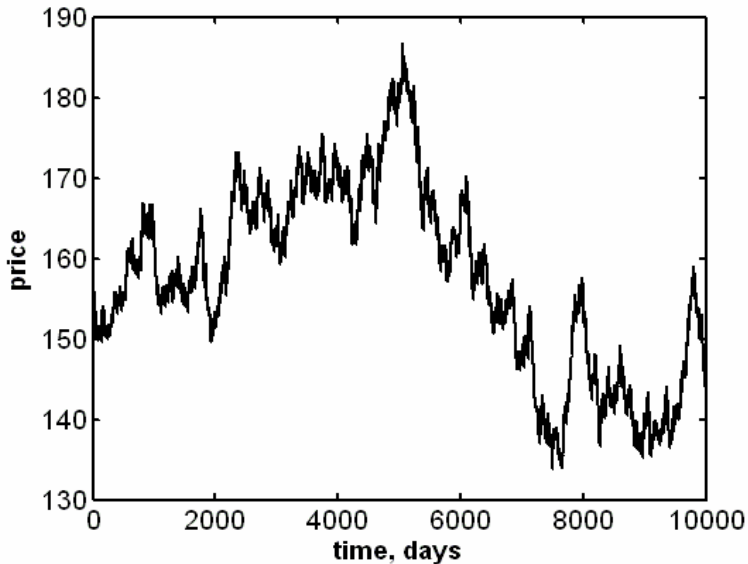


Рис. 2.29. Динаміка ціни моделі *MG* при довжині пам'яті 10

Сучасні агентні моделі використовують елементи штучного інтелекту в стратегіях: нейронні мережі та генетичні алгоритми. У результаті моделювання генеруються динамічні ряди, які передають певні властивості реальних фінансових систем – степеневі розподіли прибутковостей, низькі значення автокореляції, кластеризацію волатильності. Такі моделі дають змогу проводити аналіз динаміки ціни з достатньою точністю.

РОЗДІЛ 3. ВИЗНАЧЕННЯ ГОРИЗОНТУ ПЕРЕДБАЧУВАНOSTІ ПОВЕДІНКИ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

3.1 Аналіз довгострокових кореляцій та довжина пам'яті фінансово-економічних часових рядів

Довга пам'ять, або довгострокова залежність – властивість, яка описує кореляційну структуру високого порядку часового ряду. У випадку, якщо ряд має довгу пам'ять, то залежність існує навіть між віддаленими в часі спостереженнями. Оскільки довжина пам'яті створює в моделі для середнього рівня ряду нелінійну залежність у перших моментах розподілу і, як правило, генерує в динаміці ряду потенційно придатну для прогнозування компоненту, її присутність в рядах прибутковості фінансових активів породжує сумніви в ефективності фінансового ринку. Ціна активу на ефективному ринку повинна описуватись мартингалним процесом, в якому кожна цінова зміна не залежить від попередніх значень, тобто не має пам'яті.

У зв'язку з тим, що довжина пам'яті передбачає наявність значимої автокореляції між віддаленими спостереженнями, її наявність призводить до того, що минулі значення ряду можуть допомогти в передбаченні майбутніх значень. Оскільки довжина пам'яті представляє собою особливу форму нелінійної динаміки, її наявність ставить під сумнів адекватність застосування лінійних моделей, що вимагає необхідності розробки нових нелінійних моделей оцінки фінансових активів для врахування поведінки, пов'язаної з наявністю довгої пам'яті. Б. Мандельброт [108-110] відмітив, що за наявності довгої пам'яті вплив надходження нової інформації на ринок не може бути повністю усунений внаслідок арбітражу і тому мартингалні моделі ціноутворення не можуть бути виведені з арбітражних міркувань. Більш того, ціноутворення похідних цінних паперів мартингалними методами не буде коректним у випадку, якщо стохастичний процес, що їх описує, має довгу пам'ять.

3.1.1 Аналіз динаміки прибутків, модулів прибутків та волатильностей

Останнім часом вчені все більше цікавляться економічними часовими рядами, і відбувається це за кількох причин, зокрема: (1) фінансово-економічні системи є прикладами складних систем, а економічні часові ряди (такі як індекси акцій, курсів валют тощо), що описують їх динаміку, залежать від багатьох факторів, що, в загальному випадку, не

спостерігаються; (2) з'явилась велика кількість доступних баз з даними про економічні системи, що містять інформацію з різними часовими шкалами (починаючи з 1 хвилини і закінчуючи 1 роком). Окрім цього вже на даний час існує також низка апробованих методів (зокрема, у статистичній фізиці), спрямованих на отримання характеристик цін акцій чи курсів валют, що еволюціують у часі.

Дослідження, що були проведені над часовими рядами, показують, що стохастичний процес, який знаходиться у основі зміни ціни, характеризується кількома ознаками. Розподіл зміни ціни має виділений, більш „товстий” хвіст порівняно із Гаусовим розподілом. Функція автокореляції зміни ціни спадає експоненційно з певним характерним часом. Однак виявляється, що амплітуда зміни ціни, виміряна за абсолютними значеннями чи їх квадратами, показує степеневі кореляції з довгочасовою персистентністю аж до кількох місяців, або навіть років. Такі довгочасові залежності краще моделюються з використанням „додаткового процесу”, що в економічній літературі часто називається *волатильністю*. Волатильність змін ціни акції є мірою того, як сильно ринок схильний до флуктуацій, тобто відхилень ціни від попередніх значень.

Першим кроком при проведенні аналізу є побудова оцінки волатильності. Ми будемо отримувати волатильність як локальне середнє модуля зміни ціни.

Розуміння статистичних властивостей волатильності має також важливе практичне застосування. Волатильність визначає ризик і має важливе значення практично для всіх моделей цін опціонів (вторинного цінного паперу), включаючи і класичну модель Блека-Шоулза. Без задовільних методів оцінювання волатильності трейдерам було б надзвичайно важко визначати ситуації, в яких опціони попадають в недооцінку чи переоцінку.

Визначення волатильності

Волатильність (*volatility* – англ. змінність, непостійність) використовується для характеристики ступеня варіації, розкиду змінної. Стосовно фінансових ринків, то волатильність характеризує узагальнену міру величини ринкових флуктуацій (відхилень). В літературі існує багато визначень волатильності, зокрема, в якості кількісної міри волатильності найчастіше використовують дисперсію (другий момент), або середньоквадратичне відхилення.

В подальшому ми будемо в якості волатильності розуміти *локальне середнє модуля зміни ціни на відповідному часовому інтервалі T , що є рухомим параметром нашої оцінки*.

Для індексу $X(t)$ визначимо зміну ціни $G(t)$ як зміну логарифмів індексів, тобто:

$$G(t) = \ln X(t + \Delta t) - \ln X(t) \cong \frac{X(t + \Delta t) - X(t)}{X(t)}, \quad (3.1)$$

де Δt є часовим інтервалом затримки. Величину (3.1) називають прибутковістю (return). Якщо використовувати границі, то малі зміни $X(t)$ приблизно відповідають змінам, визначеним другою рівністю.

Модуль $G(t)$ описує амплітуду флуктуацій. В порівнянні із значеннями $G(t)$ їх модуль не показує глобальних трендів, але великі значення $|G(t)|$ відповідають крахам та великим миттєвим змінам на ринках.

Визначимо волатильність як середнє від $|G(t)|$ для часових вікон $T = n \cdot \Delta t$, тобто

$$V_T(t) = \frac{1}{n} \sum_{t'=t}^{t+n-1} |G(t')|, \quad (3.2)$$

де n є цілим числом. Таке визначення може бути ще узагальнене заміною $|G(t)|$ на $|G(t)|^\gamma$, де $\gamma > 1$ дає більш виражені великі значення $|G(t)|$, в той час як $0 < \gamma < 1$ виділяє малі значення $|G(t)|$.

У цьому визначенні волатильності використовується два параметри: Δt та n . Параметр Δt є шаблоном (чи модельним) часовим інтервалом для даних, а параметр n є кроком переміщення часового вікна. Зауважимо, що вказане визначення волатильності має внутрішнє протиріччя, а саме: вибір більшого часового інтервалу T веде до збільшення точності визначення волатильності. Однак, велике значення T також включає погане розбиття часу на інтервали, що призводить, у свою чергу, до врахування не всієї прихованої в ряді інформації.

При порівнянні між собою кількох акцій часто використовують нормалізовану волатильність, що визначається для кожної акції наступним чином:

$$v_T^i = v_T^i(t) = \frac{V_T^i}{\sqrt{\langle (V_T^i)^2 \rangle - \langle V_T^i \rangle^2}}, \quad (3.3)$$

де $\langle \dots \rangle$ означає середній час, отриманий для вікон, що не перекриваються, для різних часових масштабів T .

Визначення кореляцій

Для визначення кореляцій часового ряду використовується функція автокореляції. Саме поняття *автокореляції* означає кореляцію часового ряду

самого з собою (між попередніми та наступними значеннями). Автокореляцію іноді називають *послідовною кореляцією*, що означає кореляцію між членами ряду чисел, розташованих у певному порядку. Також синонімами цього терміну є *лагова кореляція* та *персистентність*. Наприклад, часто зустрічається автокореляція геофізичних процесів, що означає перенесення залишкового процесу на наступні часові проміжки.

Позитивно автокорельований часовий ряд називають також персистентним, що означає існування тенденції слідування великих значень за великими та малих за малими, інакше позитивно корельований часовий ряд можна назвати інертним.

Візьмемо N пар спостережень двох змінних x та y . Коефіцієнт кореляції між x та y визначається як

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (3.4)$$

де сума знаходиться по всім N спостереженням.

Таким же чином можна визначати й автокореляцію, або ж кореляцію всередині одного часового ряду. Для автокореляції першого порядку береться лаг (часова затримка), рівний 1 часовій одиниці. Таким чином, автокореляція першого порядку використовує перші $N-1$ спостережень x_t , $t=1, \dots, N-1$, та наступні $N-1$ спостережень x_t , $t=2, \dots, N$. Кореляція між x_t та x_{t+1} визначається наступним чином:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{N-1} (x_t - \bar{x}_{(1)})(x_{t+1} - \bar{x}_{(2)})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{N-1} (x_t - \bar{x}_{(1)})^2} \sqrt{\sum_{t=1}^{N-1} (x_{t+1} - \bar{x}_{(2)})^2}}, \quad (3.5)$$

де $\bar{x}_{(1)}$ є середнє для першого проміжку спостережень (перші $N-1$ значень), а $\bar{x}_{(2)}$ є середнім для другого проміжку (другі $N-1$ значень). Коефіцієнт, що визначається у (3.5), і називається коефіцієнтом автокореляції.

Для значної кількості спостережень (великого N) різниця між середнім на першому інтервалі $\bar{x}_{(1)}$ та середнім на другому інтервалі $\bar{x}_{(2)}$ є несуттєвою і може бути проігнорована, таким чином, r_1 буде приблизно рівним

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{N-1} (x_t - \bar{x})(x_{t+1} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2}, \quad (3.6)$$

де $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_t$ є середнім для досліджуваного періоду.

Рівняння (3.6) може бути узагальнене для отримання кореляції між спостереженнями, розділеними k часовими інтервалами:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2}. \quad (3.7)$$

Значення r_k називається коефіцієнтом автокореляції з лагом k . Графік функції автокореляції як залежності r_k від k також називають корелограмою.

3.1.2 Походження поняття довгої пам'яті

Процеси з довгою пам'яттю вперше були запропоновані Херстом [79] при вивченні коливань рівня води у річці Ніл та визначенні оптимальних розмірів резервуарів води. До початку 1950-х рр. моделі, які традиційно використовуються в гідрології, припускали, що притоки і відтоки річок є незалежними у часі або, принаймні, слабо залежними. За цих умов вивчення ретроспективних даних щодо рівня води не приносило ніякої корисної інформації для розуміння майбутньої поведінки річки. Іншими словами, ефект шоку, призведений, наприклад, великою повінню, повинен був швидко зникати, не впливаючи на досліджуваний ряд. У цьому випадку мова йде про нульову пам'ять (повна незалежність), або про коротку пам'ять (слабка короткострокова залежність між спостереженнями). Херст показав, що ці моделі у значній мірі недооцінюють складність гідрологічних коливань, а вивчення попередніх рівнів води представляє собою цінну інформацію щодо майбутньої поведінки річки.

Таким чином, вперше було виявлено те, що Б. Мандельброт назвав „вкрай дивною кореляційною структурою”.

Візуальний аналіз (рис. 3.1) виявляє повільне зменшення автокореляційного ряду, що лишається при цьому додатним для всіх лагів.

Відомо, що кореляційна структура такого виду може бути свідомством нестационарності ряду, однак аналіз перших різниць ряду (диференційованого ряду) з довгою пам'яттю призводить до висновку про його можливе передиференціювання. Крім того, проведення статистичних тестів демонструє, що така структура може належати і стаціонарному ряду. Необхідно відмітити, що розуміння довгої пам'яті є проміжним між поняттям пам'яті короткої та пам'яті нескінченної. Це зауваження є принциповим, оскільки часто складно провести чітке розмежування між цими типами поведінки часових рядів, особливо для випадку економічних даних. Для ряду з короткою пам'яттю ефект шоку не має впливу на поведінку ряду в довгостроковій перспективі, і навпаки, для ряду, що характеризується нескінченною пам'яттю, ефект шоку впливає на всі без виключення майбутні значення ряду.

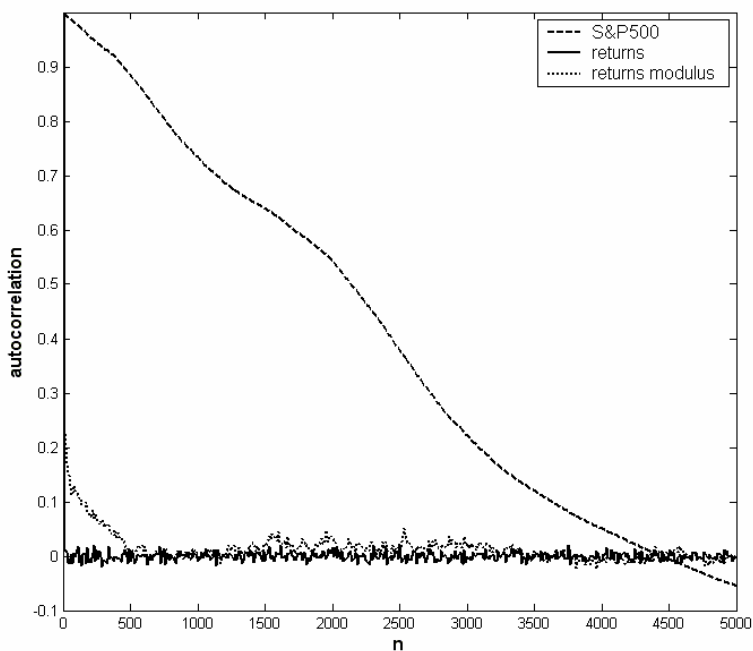


Рис. 3.1. Корелограма для часового ряду з довгою пам'яттю

В проміжному випадку наявність в часовому ряді ефекту довгострокової пам'яті приводить до тривалих, але не стійких наслідків від шоку. Ці наслідки не є постійними у тому сенсі, що рано чи пізно ряд

повернуться до свого рівноважного рівня (такий рівень часто називають „нормальним” або „природним”), тоді як ряд з нескінченною пам’яттю ніколи не повертається до рівноважного рівня після шоку. Це розмежування стає особливо важливим при вивченні фінансових ринків. У 1990-тих роках з’явилося багато досліджень, присвячених використанню довгої пам’яті в макроекономічних і фінансових застосуваннях.

Процесу з довгою пам’яттю можна дати і більш чітке визначення, що формалізує описані вище його особливості.

Стаціонарний процес X_t є процесом з довгою пам’яттю, якщо існує дійсне число α , $0 < \alpha < 1$, і константа $c > 0$, для яких виконується умова:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\rho_k}{c^* k^{-\alpha}} = 1,$$

де ρ – функція автокореляції, k – номер лагу.

Тобто автокореляції процесу з довгою пам’яттю задовольняють наступному асимптотичному співвідношенню: $\rho_k \sim c^* k^{-\alpha}$ при $k \rightarrow \infty$. Таким чином, зменшення автокореляції відбувається повільно, по гіперболі. Це гіперболічне спадання автокореляцій протиставлене їх експоненційному зменшенню, характерному для процесів з короткою пам’яттю (ARMA): $\rho_k \leq c^* a^k$, де c – додатня константа і $0 < a < 1$.

Необхідно відмітити, що визначення довгої пам’яті є асимптотичним. Іншими словами, розглядаючи автокореляції, можна констатувати, що кожна із автокореляцій окремо може бути незначною, тоді як їх сума повинна бути великою. Цей факт ще більше ускладнює виявлення довгої пам’яті, оскільки визначення окремих лагів, для яких автокореляція є високою, не є достатнім. У даному випадку важливим є темп спадання автокореляції до нуля по мірі збільшення лагу. Чим вище ступінь персистентності процесу, тим більш повільною буде збіжність до нуля і тим більшою буде сума кореляцій. Навпаки, для процесу з короткою пам’яттю сума автокореляцій буде менш значимою, оскільки ці процеси зазвичай характеризуються однією або двома значимими автокореляціями при малих лагах.

3.1.3 Класичні економетричні моделі процесів з довгою пам’яттю.

Практично єдиним підходом до дослідження складних систем для випадку, коли невідома, або надто складана їх структура та модель їхньої динаміки полягає в аналізі часових рядів деяких вихідних характеристик системи, на підставі чого намагаються зробити висновки щодо стану, структури та еволюції системи. Традиційним статистичним підходом в аналізі часових рядів є подання їх за допомогою лінійних моделей у вигляді,

що використовується в прикладній статистиці.

Одним із найбільш перспективних напрямків досліджень є побудова моделей з „довгою пам'яттю”. Такі ряди характеризуються функцією автокореляції, що повільно спадає зі зростанням часового ряду. Наявність пам'яті дозволяє прогнозувати майбутні значення ряду. На протязі багатьох років дослідниками активно використовувались моделі Бокса-Дженкінса *ARIMA* (процеси з „короткою пам'яттю”), в яких передбачається експоненційний темп спадання коефіцієнтів у функції релаксації на зовнішні імпульси [110].

Базовим видом цих моделей є моделі рухомого середнього (moving average, *MA*), та авторегресійний процес (autoregressive process, *AR*) при якому наступне значення y є лінійною комбінацією попередніх значень.

Поєднання двох типів моделей утворює модель авторегресійного рухомого середнього (*ARMA*(p, q)), яка є лінійною комбінацією осциляцій *AR*-моделі з керованим кореляціями та шумом *MA*-моделі.

Всі *ARMA*- моделі є слабо стаціонарними і тому для застосування їх до нестационарних даних необхідні перетворення, що зроблять їх стаціонарними. Найбільш загальним перетворенням є диференціювання, тобто знаходження перших різниць. На основі диференційованих відповідну кількість разів даних будується авторегресійна інтегрована модель рухомого середнього (autoregressive integrated moving average), *ARIMA* [192].

Необхідно зауважити, що ці моделі є лінійними. Окрім цього, вони постулюють нормальний закон розподілу ймовірностей, що суперечить емпіричним дослідженням, які були проведені для фінансових та економічних систем в останні десятиріччя [1, 3, 4, 5, 30, 43, 45, 52, 66, 82].

Очевидно, що для вибору адекватної моделі необхідно мати уявлення про емпіричні закономірності, які можуть та мають бути враховані при її побудові. До 80-х років минулого сторіччя домінувала гіпотеза, що зміни ціни фінансових активів описуються законом випадкового блукання. Отже, імовірнісний розподіл зміни цін вважається близьким до нормального. Це означає, що розподіл прибутків має скінчені середнє (математичне сподівання) та дисперсію, але більшість робіт з моделювання макроекономічних та фінансових часових рядів в цей період були присвячені переважно аналізу моментів розподілу першого порядку, в той час як моменти більш високих порядків ігнорувались.

Зростання важливості ролі невизначеності та ризику в сучасній економічній теорії зумовило розробку методик моделювання дисперсій, що змінюються у часі. Розуміння конкретного вигляду залежності ряду дисперсії від її минулих значень є вкрай важливим для багатьох макроекономічних та фінансових застосувань, таких, як оцінка опціонів, розрахунок величини ризику портфеля тощо.

Роботи 80-х років минулого сторіччя були зосереджені на емпіричних дослідженнях і модифікаціях вже існуючих моделей [19, 42, 130, 172].

Найбільш важливим результатом досліджень цього періоду було доведення того, що ринкова волатильність змінюється у часі.

Модель *ARCH* (autoregressive conditional heteroskedasticity) була запропонована Робертом Енглем (Engle, Robert) [42] для аналізу економічних часових рядів зі змінною дисперсією, за яку він одержав Нобелівську премію з економіки за 2003 рік (разом з Клайвом Гренджером).

Загальне припущення цієї моделі полягає в тому, що математичне сподівання (E) випадкових збурень (інновацій) (ε) дорівнює нулю, тобто вони некорельовані від одного періоду часу до наступного:

$$E\{\varepsilon_t, \varepsilon_T\} = \begin{cases} 0 & t \neq T \\ \sigma_t^2 & t = T \end{cases}$$

Сутність моделі *ARCH* полягає у тому, що якщо абсолютна величина ε_t велика, то це призводить до збільшення умовної дисперсії у наступні періоди. В свою чергу, при значній умовній дисперсії поява великих (за абсолютною величиною) значень ε_t стає більш ймовірною. Навпаки, якщо значення ε_t протягом декількох періодів близькі до нуля, то це призводить до зниження умовної дисперсії у наступні періоди практично до рівня k . У свою чергу, при низькому рівні умовної дисперсії більш ймовірна поява малих (за абсолютною величиною) значень ε_t . Таким чином, *ARCH*–процес характеризується інерційністю умовної дисперсії (кластеризацією волатильності).

Узагальнення цієї моделі – модель *GARCH* (generalized *ARCH*), яке було здійснене Т. Болерслевим [19], дозволяє отримати більш довгі кластери при невеликій кількості параметрів. Обидві моделі та їх модифікації виходять з припущення про короткострокову пам'ять в досліджуваних процесах, а також про ринкову ефективність.

Модель *ARMA* часто дозволяє одержати більш „компактний” опис часових залежностей для умовного математичного сподівання, ніж модель *AR*. Подібним чином модель *GARCH* дає можливість обійтися меншою кількістю параметрів порівняно з моделлю *ARCH*, якщо мова йде про умовну дисперсію.

GARCH моделі широко використовуються для моделювання особливостей фінансових часових рядів, пов'язаних, зокрема з:

- „важкими хвостами” розподілів;
- кластеризацією волатильності.

Як вже було зазначено, розподіли ймовірності для фінансово-економічних часових рядів часто демонструють хвости, які значно довші (іноді кажуть „важчі”) за нормальний розподіл. Важкий хвіст відомий як завищений ексцес, або лептокуртозис. Феномен кластеризації волатильності

передбачає, що волатильність коливається, почергово зростаючи та спадаючи. За періодами високої волатильності слідує період з низькою волатильністю і навпаки.

Моделі *ARCH* і *GARCH* мають спільний недолік: вони не відображають той факт, що має місце на практиці ефект асиметрії, тобто волатильність реагує по-різному на падіння та підвищення цін. Це відбувається тому, що волатильність залежить від квадрату r_t , а тому нечутлива до його знаку. Цей недолік долається в рамках так званої експоненціальної моделі *GARCH*, або *EGARCH*, яка була запропонована Д. Нельсоном [130].

Зауважимо, що припущення про нормальний закон розподілу цінкових флуктуацій ставилися під сумнів ще до остаточного формування гіпотези ефективного ринку. Зокрема, Б.Мандельброт [243, 109] показав, що прибутки можуть належати сімейству стійких розподілів Парето, які характеризуються невизначеною, або нескінченною дисперсією.

Таким чином, лінійна парадигма в своїй основі припускає, що інвестори раціонально реагують на інформацію, тобто використовують її відразу після отримання, а не чекають її накопичення в майбутньому. Концепція раціонального інвестора стверджує, що минула інформація вже дисконтована, знайшовши віддзеркалення у вартості цінних паперів. Отже, лінійна парадигма має на увазі, що прибутки повинні мати приблизно нормальний розподіл і бути незалежними.

Нова парадигма узагальнює реакцію інвестора, включаючи можливість нелінійної реакції на інформацію. Перше докладне вивчення денних прибутків було зроблене Фамою [45], який знайшов, що прибутки мають від'ємну асиметрію: на лівому „хвості” розподілу була більша кількість спостережень, ніж на правому. Крім того, „хвости” були „важкими”, і пік біля середнього значення був вищим, ніж передбачалося нормальним розподілом, тобто мав місце так званий лептоексцес. Ці та інші дослідження свідчать [15, 30, 102, 144], що прибутки ринків капіталу не є розподіленими за нормальним законом. Але якщо ринкові прибутки не є нормально розподіленими, то тоді багато методів статистичного аналізу, зокрема, такі способи діагностики, як коефіцієнти кореляції, t -статистики, стають ненадійними. Застосування випадкових блукань до ринкових цін також стає сумнівним.

Оскільки ринкові прибутки не відповідають нормальному закону розподілу, то волатильність (дисперсія) виявилась нестійкою. Причина полягає у тому, що дисперсія буде стійкою та скінченою тільки для нормального закону розподілу, а ринки капіталу, згідно з результатами досліджень Мандельброта та інших [243], мають стійкий розподіл Парето.

Дослідження волатильності мають тенденцію фокусуватися на стійкості у часі. Наприклад, при нормальному розподілі дисперсія п'ятиденного прибутку повинна бути в п'ять разів більше дисперсії денного

прибутку. Інший метод, що використовує стандартне відхилення замість дисперсії, заснований на добутку денного стандартного відхилення на корінь квадратний з 5 (ця скейлінгова властивість нормального розподілу називається правилом $T^{1/2}$, де T – часовий інтервал).

У *ARCH* – моделі волатильність залежить від свого ж попереднього рівня. Таким чином, високі рівні волатильності є наслідком високого ж її рівня, тоді як низькі рівні волатильності – наслідком низьких рівнів. Цей факт підтверджує думку Б. Мандельброта про те, що величини змін цін (без врахування знаку) будуть корельовані. Статистична наочність, продемонстрована Енглom і Ле Бароном [98] серед інших фактів, свідчить на користь сімейства моделей *ARCH*. Це призвело до усвідомлення того, що стандартне відхилення не є адекватною мірою мінливості часового ряду, в усякому разі за межами коротких проміжків часу. *ARCH* моделі широко використовуються в рамках технічного аналізу фінансових ринків, але методи управління портфелем не зазнали на собі помітного впливу з боку *ARCH*.

В останні півтора десятиліття з'явилися роботи, що підтверджують важливість ефекту тривалості впливу шоків. В роботах Б. Мандельброта, Е. Петерса та інших фахівців [1, 29, 109, 110, 113, 261] наведено результати дослідження як валютних, так і фондових ринків, що показують, що розподіл змін цін є не нормальним, а фрактальним розподілом Парето, який статистично самоподібний по відношенню до часу (наявність довгої пам'яті).

Крім того, було доведено, що фінансові ринки є нелінійними динамічними системами, що відкриває широкі можливості для дослідження фінансових ринків методами теорії динамічних систем і детермінованого хаосу, що дозволяють, зокрема, оцінити фрактальні розмірності атракторів фінансових систем, обчислити додатні показники Ляпунова, що можуть виступати в якості міри передбачуваності поведінки системи (часового горизонту).

Таким чином, важливим внеском процесів з довгою пам'яттю в моделювання часових рядів є можливість одержання явного вигляду функції релаксації на імпульси (функції імпульсної віддачі) і, відповідно, можливість одержання довгострокових прогнозів, що більше відповідають емпіричним даним. В останні роки ці підходи активно застосовуються до аналізу макроекономічних та фінансових часових рядів, зокрема, доходності фінансових активів, волатильності цін активів, валютних курсів, форвардний премій, диференціалів процентних ставок, темпів інфляції тощо.

Будь-які прикладні дослідження потребують більш строгого опису всієї поведінки ряду, який може бути отримано на основі використання процесів *ARFIMA*.

В роботах по аналізі часових рядів першим кроком є, як правило, визначення порядку інтегрованості ряду (мова йде про значення параметру d процесу $ARIMA(p, d, q)$). Як правило, автори обмежуються вибором d , що дорівнює 0 або 1. Випадок $d=0$ відповідає короткій пам'яті ряду, тоді як при $d=1$ можна зробити висновок про нескінченість пам'яті. Нескінченість пам'яті означає, що кожен шок впливає на поведінку ряду нескінченно довго. З іншого боку, існування короткої пам'яті означає, що наслідки шоку зникнуть досить швидко, але при цьому поза зором дослідників залишається проміжна ситуація, коли наслідки шоку виявляються хоча і обмеженими в часі, але тривалими (тобто, випадок довгої пам'яті, або персистентності). Для вирішення цієї проблеми Грейнджер і Джайо [63] запропонували новий клас моделей $ARIMA(p, d, q)$, що допускає можливість використання дробового параметру d , а саме дробово-інтегровані процеси ($ARFIMA$) – процеси з довгою пам'яттю, які можуть розглядатись в якості альтернативи традиційним варіантам короткої та нескінченної пам'яті ряду.

Процеси $ARMA(p, q)$ та $ARIMA(p, d, q)$ є частковими випадками цього процесу при $d=0$ та $d=1$ відповідно.

Процеси $ARFIMA$ представляють собою зручний інструмент аналізу часових рядів, оскільки дають можливість одночасного моделювання ефектів довгої та короткої пам'яті. Моделювання довгої пам'яті на основі використання традиційних процесів $ARMA$ з включенням великої кількості лагів також можливе (автокореляція буде являти собою у цьому випадку суму експонент), однак таке моделювання не дозволяє оцінити ступінь персистентності ряду, і, крім того, в цьому випадку для персистентного ряду ми отримуємо корні поліномів авторегресії ковзного середнього близькими до одиниці, внаслідок чого асимптотичні розподіли виявляються поганими апроксимаціями розподілу на скінченні вибірки.

У своєму дослідженні, присвяченому порівнянню моделювання стаціонарних часових рядів за допомогою процесів $ARMA$ та $ARFIMA$, Андерсен [4], застосовуючи симуляції Монте-Карло і порівнюючи помилки прогнозів, вказує, що ігнорування довгої пам'яті в моделі, коли вона в дійсності має місце, призводить до більш серйозного погіршення результатів прогнозу, ніж її врахування за умови, що в дійсності вона відсутня. Цей висновок є вкрай важливим, оскільки на практиці, як правило, ніколи не відомо, який процес в дійсності лежить в основі динаміки фінансових або макроекономічних показників. На підставі наведених вище міркувань можна розглядати використання процесів $ARFIMA$ як один з найбільш сучасних і актуальних підходів для вивчення фінансових та економічних часових рядів.

Наявність довгої пам'яті означає, що інформація, яка міститься в минулій поведінці ряду, виявляється корисною для прогнозування його майбутніх значень і дає можливість здійснити більш точний прогноз, ніж прогноз, зроблений за допомогою моделі „випадкового блукання”.

3.2 Метричні характеристики складних систем та горизонт передбачуваності

Як було зазначено у вступі, одним із найбільш важливих результатів синергетики стало усвідомлення принципової обмеженості довжини часового горизонту прогнозу поведінки навіть для відносно простих систем. Це стосується систем, що чутливі до початкових умов.

При вивченні динаміки систем, їх описують системою диференціальних рівнянь.

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = f(\bar{x}), \quad \bar{x}(0) = \bar{a},$$

де $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вектор незалежних змінних;

$\bar{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ – вектор початкових умов;

$f(\bar{x})$ – деяка вектор-функція від \bar{x} , вигляд якої в загальному випадку невідомий.

Зображення розв'язків цих рівнянь як руху деякої точки в просторі з розмірністю, що дорівнює кількості змінних, називають *фазовими траєкторіями системи*. Аналіз поведінки фазової траєкторії (в сенсі її стійкості) свідчить, що існують випадки, коли всі розв'язки системи в кінцевому рахунку зосереджуються на деякій замкненій підмножині. Така підмножина одержала назву *атрактора* (від англ. „to attract” – притягувати).

Атрактор має певну „область притягання” (множину початкових точок). З часом усі фазові траєкторії, що почалися в множині початкових точок, прагнуть зміститись (збігаються) саме до цього атрактору. Рух точки в таких випадках має періодичний характер. До початку 60-х років у нелінійних дисипативних динамічних системах в стаціонарному режимі спостерігали тільки періодичні і квазіперіодичні рухи. Проте в 1963 році в динамічній системі Лоренцом [103] був знайдений дуже складний рух, який сприймався як хаотичний. Для характеристики таких рухів було обрано термін „динамічний хаос”.

Лоренц досліджував спрощену математичну модель конвективного руху в атмосфері – систему трьох звичайних, але нелінійних диференціальних рівнянь. Вони є динамічними рівняннями для макроскопічних характеристик середовища – компонентів Фур'є локальної швидкості і температури. Конвективний рух виникає завдяки спільній дії поля тяжіння і градієнта температури. Розв'язок рівнянь може бути одержаний лише чисельно, шляхом комп'ютерного моделювання.

Проведений аналіз показав, що при достатньо великих значеннях градієнта температури поведінка розв'язків є настільки складною, що відповідні рухи сприймаються як хаотичні. Більш того, було встановлено, що незначна зміна початкових умов радикально змінює характер руху. Тим самим рух виявляється динамічно нестійким. Оскільки початкові умови можуть бути задані лише з певною точністю, то й чисельний прогноз динаміки системи з достатньою точністю за заданих початкових умов стає практично неможливим.

В роботі математиків Рюеля і Такенса [149] був введений новий математичний образ динамічного хаосу – *дивний атрактор*. Термін „дивний” підкреслює дві властивості атрактора. Це, по-перше, незвичність його геометричної структури (топології). Розмірність дивного атрактора є дробовою (фрактальною). По-друге, дивний атрактор – це притягаюча підмножина для траєкторій з навколишніх областей. При цьому всі траєкторії всередині дивного атрактора динамічно нестійкі, що виражається у сильній (експоненціальній) розбіжності близьких у початковий момент траєкторій.

Для дослідження динамічних та структурних характеристик складних систем доцільно ввести поняття *розмірності*. Розмірність визначає кількість інформації, необхідної для задання координат точки, що належить атрактору, у рамках вказаної точності. В загальному випадку розмірність атрактора залежить від його метричних властивостей та називається *фрактальною розмірністю*.

Введемо визначення фрактальної розмірності D_f довільного атрактора у n -вимірному фазовому просторі по Колмогорову-Хаусдорфу [227]:

$$D_f = \lim_{r \rightarrow \infty} [\ln M(r) / \ln(1/r)], \quad (3.8)$$

де $M(r)$ – мінімальна кількість n -вимірних кубів з ребром r , необхідних для покриття атрактора. Застосувавши це визначення для обчислення розмірності точки, лінії і поверхні, легко переконатися у звичних значеннях розмірності Евкліда 0, 1 і 2 відповідно. Для нетривіальних множин розмірність D_f може виявитися дробовою.

Було встановлено, що фрактальна розмірність дивних атракторів дробова. Зауважимо, що у формулі для обчислення фрактальної розмірності однаково важливі всі непорожні куби. Це обумовлює виникнення певних труднощів при застосуванні цієї формули для обчислення розмірності дивних атракторів, оскільки вони просторово неоднорідні, тобто деякі області атрактора відвідуються частіше за інші. Потрібне знання дуже довгої траєкторії, щоб гарантувати відвідування навіть дуже малоїмовірних кубів. Тому кожен непорожній куб потрібно зважувати за допомогою

відносної частоти, з якою він відвідується типовою траєкторією. Розмірності, що визначаються з урахуванням ймовірності відвідування траєкторією різних областей атрактора у фазовому просторі, називають *ймовірнісними*.

Інформаційна розмірність визначається таким чином [46, 168]:

$$D_I = \lim_{r \rightarrow \infty} [\ln I(r) / \ln(1/r)], \quad I(r) = - \sum_{i=1}^{M(r)} p_i \ln p_i. \quad (3.9)$$

Тут $I(r)$ – кількість інформації, яка необхідна для визначення стану системи у межах точності r , $M(r)$ – кількість кубів із ребром r , що покривають атрактор, p_i – ймовірність відвідування фазовою траєкторією i -го куба. Оскільки для малих r $I(r) \approx D \ln(1/r)$, то D_I характеризує швидкість зростання інформації із зменшенням ε . Якщо атрактор просторово однорідний, то $D_I = D_f$, в іншому випадку $D_I < D_f$.

Іншою важливою топологічною характеристикою є *кореляційна розмірність* D_C , яка визначається співвідношенням [64, 65]:

$$D_C = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \left[\ln \left(\sum_{i=1}^{M(r)} p_i^2 \right) / \ln r \right], \quad (3.10)$$

де p_i^2 – ймовірність того, що пара точок атрактора належить i -му кубу. Кореляційну розмірність можна представити у вигляді:

$$D_C = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} [\ln C(r) / \ln r], \quad (3.11)$$

$$C(r) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m^2} \sum \theta(r - \rho(x_i, x_j)), \quad (3.12)$$

де $\theta(\alpha) = \begin{cases} 1, \alpha \geq 0, \\ 0, \alpha < 0, \end{cases}$ (функція Хевісайда);

x_i – точки у фазовому просторі;

ρ – відстань.

Таким чином, розмірність D_C визначається значенням *кореляційного інтегралу* $C(r)$, який характеризує відносну кількість пар точок x_i, x_j , віддалених на відстані $d_{ij} = \rho(x_i, x_j) \leq r$.

Відзначимо, що всі три розмірності, розглянуті вище, є окремими випадками узагальненої розмірності Реньї [145]:

$$D_q = \lim_{\delta \rightarrow \infty} [\ln I_q(r) / \ln(1/r)],$$

$$I_q(r) = \frac{1}{1-q} \sum_{i=1}^{M(r)} p_i^q, \quad (3.13)$$

де I_q – інформація Ренї порядку q .

$$D_0 = \lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{1}{1-0} \ln \sum_{i=1}^{M(r)} p_i^0 / \ln(1/r) \right] = \lim_{r \rightarrow 0} [\ln M(r) / \ln(1/r)] = D_f,$$

$$D_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \left[- \sum_{i=1}^{M(r)} p_i \ln p_i / \ln(1/r) \right] = D_1.$$

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{1}{1-2} \ln \sum_{i=1}^{M(r)} p_i^2 / \ln(1/r) \right] = \lim_{r \rightarrow 0} \left[\ln \sum_{i=1}^{M(r)} p_i^2 / \ln(r) \right] = D_c.$$

Розмірність D_q – монотонно спадна функція, тобто для будь-яких $q < q'$ виконується нерівність $D_q \geq D_{q'}$. Рівність досягається тільки у разі просторово однорідних атракторів. Для цілих q розмірність D_q має фізичний сенс. Великі додатні значення q підкреслюють найщільніші області у фазовому просторі, тоді як великі від'ємні значення підкреслюють найбільш рідко відвідувані області. Таким чином, діапазон значень розмірностей D_q може розглядатися як характеристика ступеня просторової неоднорідності атракторів.

Виконаємо далі розбиття фазового простору, що включає атрактор, на $M(r)$ непересічних n -мірних кубів з ребром r . Виконаємо m послідовних вимірювань, стежачи за фазовою траєкторією і через рівні проміжки часу τ відзначаючи куби s_i , в яких побудована траєкторія. При кожному незалежному випробуванні одержимо конкретну реалізацію у вигляді послідовності кубів s_1, \dots, s_m . Нехай нам відома ймовірність $P(s_1, \dots, s_m)$ появи всіх можливих послідовностей кубів. Тоді *ентропія Колмогорова* визначається таким чином [227]:

$$K_1 = \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{m\tau} \sum_{s_1, \dots, s_m} P(s_1, \dots, s_m) \ln P(s_1, \dots, s_m) \right]. \quad (3.14)$$

Характерний проміжок часу, на який може бути передбачена поведінка системи, обернено пропорційний до ентропії Колмогорова. Якщо ентропія досягає нуля, то динаміка системи стає повністю передбаченою. Так буде у разі регулярних процесів. Для випадкових процесів ентропія необмежено зростає. Ентропія системи у режимі дивного атрактора додатна,

але має скінчене значення. Числове значення ентропії є кількісною характеристикою ступеня хаотичності системи.

Можна ввести поняття узагальненої ентропії Реньї як динамічного аналога узагальненої розмірності Реньї:

$$K_q = \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{m\tau} \frac{1}{1-q} \ln \sum_{s_1, \dots, s_m} P^q(s_1, \dots, s_m) \right]. \quad (3.15)$$

В окремих випадках, при $q=0$ одержуємо визначення *топологічної ентропії* K_0 , при $q=1$ – *ентропії Колмогорова* K_1 , при $q=2$ – *кореляційної ентропії* K_2 .

3.2.1 Метод Грасбергера -Прокачі

На практиці, особливо при дослідженні фінансово-економічних систем та породжуваних ними часових рядів аналітичний вигляд динаміки системи невідомий. При цьому, як правило, невідома і розмірність її фазового простору (кількість суттєвих змінних, що визначають поведінку системи). У цій ситуації ми маємо у своєму розпорядженні інформацію про поведінку у часі якої-небудь однієї з динамічних змінних. До того ж інтервал часу експериментальної реалізації природно обмежений.

Останнім часом розроблено ряд потужних методів для тестування хаотичної поведінки для випадку, коли аналітичний вигляд рівнянь динаміки системи невідомий, зокрема, *BDS* тест [23], топологічний тест Гілмора (Gilmore) [51], тест Каплан (Kaplan) [87] тощо.

Позначимо значення деякого фінансово-економічного показника (фондовий індекс, валютний курс тощо) в момент часу t через $P(t)$ та обчислимо його прибутковість (логарифмічні прибутки) G_t .

Скалярний часовий ряд $\{G_t, t=1, 2, \dots, n\}$ являє собою спостереження, що описують деяку реальну систему (наприклад, валютний або фондовий ринок), яка може мати багатовимірний атрактор. Задача полягає в тому, щоб дослідити реальну систему шляхом аналізу скалярного сигналу (часового ряду $\{G_t, t=1, 2, \dots, n\}$).

При цьому постулюється принцип, згідно з яким характер поведінки у часі деякого агрегованого показника еволюційного процесу відображає у латентній формі весь спектр впливу зовнішнього середовища на систему і, таким чином, містить всю інформацію про динаміку і стан системи в цілому. Тому, теоретично існує принципова можливість, спостерігаючи лише за динамікою деякого агрегованого показника, одержати інформацію щодо стану системи в цілому та закону її функціонування.

Рюелем та Такенсом був запропонований метод часової затримки координат [149]. Згідно з цим методом атрактор, який є топологічно еквівалентним скалярному часовому ряду, може бути реконструйований для динамічної системи n змінних за допомогою часової затримки координат. Для цього конструюється m -вимірний сигнал X_t з вихідного часового ряду G_t наступним чином:

$$X_t = \{g_t, g_{t+\tau}, g_{t+2\tau}, \dots, g_{t+(m-1)\tau}\},$$

де τ , m – часова затримка та розмірність вкладання (embedding dimension) відповідно.

Таким чином, X_t визначає точку в m -вимірному фазовому просторі, а реконструйовані змінні можуть надати додаткову якісну інформацію про динаміку системи. Як правило, величину часової затримки τ обирають на підставі аналізу автокореляційної функції вихідного часового ряду.

Згідно з теоремою Такенса, розмірність вкладання обирають з умови:

$$m \geq 2d + 1, \quad (3.16)$$

де d – розмірність атрактора, яка в загальному випадку невідома. Її оцінюють за допомогою кореляційної розмірності, якщо вона існує (є скінченною).

Для цього можна скористатися методом Грасбергера-Прокачі. Згідно з цим методом кореляційна розмірність, яка є оцінкою структури фазового простору, пов'язана з фрактальною розмірністю та може бути оцінена за скалярним часовим рядом.

Припустимо, що даний часовий ряд породжений деякою хаотичною динамічною системою, а m – найменша розмірність фазового простору, в який можна „занурити” реальний атрактор динамічної системи.

Тоді за допомогою часового ряду X_n , $n=1,2,\dots,N$, „відновлений” атрактор формується з векторів $Y_n=(X_n, X_{n-1}, \dots, X_{n-(m-1)})$ у m -вимірному просторі, що називається лаговим простором досліджуваного часового ряду. Якщо часовий ряд, дійсно, є спостережуваною „проекцією” хаотичної динамічної системи, то, згідно з теоремою Такенса, реальний атрактор динамічної системи і „атрактор”, відновлений у лаговому просторі по часовому ряду при адекватному підборі розмірності вкладання m , будуть мати однакові узагальнені фрактальні розмірності, показники Ляпунова та інші чисельні характеристики.

Якщо ж аналізований часовий ряд є реалізацією випадкового процесу, то відновлений „псевдоатрактор” буде являти собою безструктурну хмару точок, що при послідовному збільшенні розмірності вкладання лагового простору m , подібно газу, буде заповнювати весь наданий йому об'єм.

Один з тестів, що застосовується на практиці для з'ясування наявності хаотичної детермінованості в досліджуваному часовому ряді (наприклад, індексах акцій, валютних курсів та ін.), полягає у вивченні властивостей кореляційного інтегралу $C^m(r)$ (це імовірність того, що пари точок на відновленому аттракторі в m -вимірному лаговому просторі знаходяться в межах відстані r одна від одної) і поведінці кореляційної розмірності D_C в залежності від розмірності вкладення m .

Якщо графік функції $\log C^m(r)$ відносно $\log(r)$ має чітко виражену лінійну ділянку, це вказує на самоподібну геометрію (топологию) аттрактора, що, в свою чергу, свідчить про хаотичний характер поведінки системи, яка „породжує” цей часовий ряд. В якості прикладу на рис. 3.3 наведено графік залежності $\log C^m(r)$ від $\log(r)$ для вихідного ряду та ряду модулів прибутків індексу S&P500, взятого за всю його історію з 1950 р.

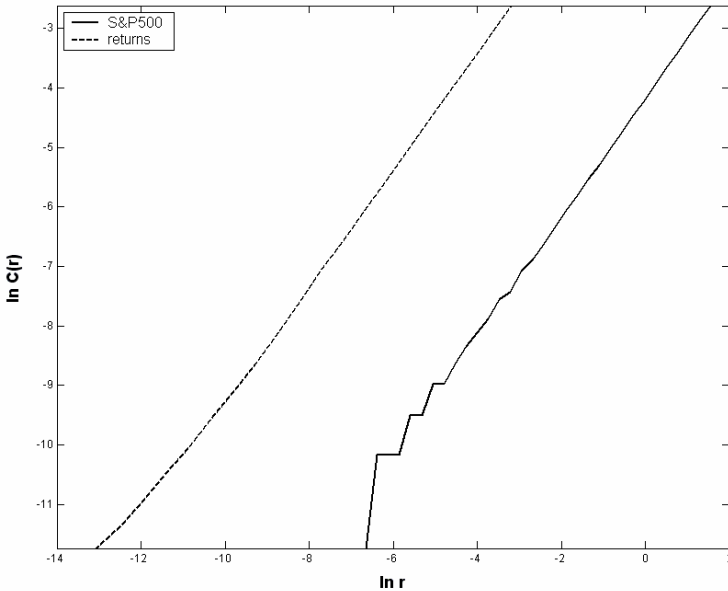


Рис. 3.3. Залежність $\log C^m(r)$ від $\log(r)$ для індексу S&P500 та його прибутків

Кореляційна розмірність обчислюється як середній нахил зазначеного вище графіка, а помилка обчислення береться як половина різниці максимального і мінімального нахилу. При збільшенні розмірності

вкладення кореляційна розмірність збільшується. Однак для хаотичних даних кореляційна розмірність буде в кінцевому рахунку насичуватися, наближаючись до свого справжнього значення.

Відкритим питанням, яке особливо актуально при дослідженні фінансово-економічних часових рядів, є визначення необхідної кількості спостережень або довжини вихідного часового ряду, що дозволяє одержати достатню точність при оцінці розмірності атрактора.

Теоретично, для обчислення таких статистичних характеристик, як розмірність, ентропія, спектр коефіцієнтів Ляпунова, і інших характеристик атрактора, необхідно мати нескінчену кількість точок, що визначені у фазовому просторі розмірності n і належать атрактору. Але на практиці, кількість точок M у розрахунках є скінченною, проте має бути достатньо великою. Для практичних розрахунків прийнятно вважається кількість:

$$M \geq M_{\min} = 10^{2+0.4D}, \quad (3.17)$$

де D – розмірність атрактора.

Так, згідно з результатами Ейкмана та Рюеля [38], мінімальна кількість спостережень має бути

$$n > 10^{d_2^*/2}, \quad (3.18)$$

тобто для кореляційної розмірності $d_2^*=6$ має бути більше 1000 спостережень, що в економічних застосуваннях можливо лише при аналізі тижневих, добових, годинних часових рядів тощо.

Для випадкових даних такого насичення не спостерігається і кореляційна розмірність буде зростати монотонно. Така поведінка кореляційної розмірності пояснюється тим, що в рамках методу Грасбергера- Прокачі кореляційна розмірність для реальних хаотичних систем є непоганим наближенням для фрактальної розмірності дивного атрактора. Фрактал, вкладений у простір з більш високою розмірністю, зберігає свою справжню розмірність через нелінійні кореляції між точками. Тому для детермінованого хаотичного часового ряду кореляційна розмірність збігається до свого справжнього значення. У той же час для випадкової послідовності точки відновленого „псевдоатрактора” утворюють безструктурну хмару в лаговому просторі, незважаючи на його розмірність.

Як правило, хаотичні детерміновані системи маловимірні. Ефект додавання шуму призводить до збільшення кореляційної розмірності. Визначення більшої кореляційної розмірності потребує збільшення кількості спостережень. Одна з найоптимістичних оцінок необхідної кількості спостережень належить Екману та Рюелю. Формула $D_{2max} = 2\lg(N)$ дає максимальну величину розмірності, яку допустимо оцінювати, маючи в

розпорядженні N спостережень. Наприклад, довіряти розмірності при $M = 10^4$ можна лише для $D_2 < 8$ (табл. 3.1).

Таблиця 3.1

Необхідна мінімальна кількість спостережень для знаходження кореляційного інтегралу

D_2	мінімальна k -сть спостережень	D_2	мінімальна k -сть спостережень
2	10	7	3162
3	32	8	10000
4	100	9	31623
5	316	10	100000
6	1000	11	316228

Варто зауважити, що дана оцінка справедлива для „гарних” даних і добре працює на модельних даних. Реальним часовим рядам притаманна більш складна поведінка, зокрема, наявність шуму, що дещо збільшує необхідну кількість спостережень, тому, при реальних розрахунках необхідно на це зважати.

Таким чином, обчислення кореляційної розмірності є лише одним із можливих шляхів тестування наявності хаосу, який має певні обмеження в практичному застосуванні в економіці. По-перше, цей метод вимагає наявність скалярних часових рядів значної довжини (бажано мати тисячі, десятки тисяч спостережень). По-друге, він чутливий до наявності шуму в даних.

Для коротких часових рядів цей метод занижує значення розмірності та призводить до зміщених оцінок, демонструючи хибну наявність хаотичної системи невеликої розмірності. Тому для коротких часових рядів (500-1000 спостережень) краще використовувати статистичну кореляційну розмірність, яка обчислюється за допомогою регресії $\log C^m(r)$ на $\log C^1(r)$.

3.2.2 Ентропія Колмогорова та коефіцієнт Ляпунова

Застосування методу Грасбергера-Прокачі має бути доповнено іншими тестами, зокрема, k -ентропією Колмогорова, коефіцієнтом Ляпунова тощо. Ентропія Колмогорова та коефіцієнт Ляпунова кількісно ілюструють факт чутливості до початкових умов, що притаманний хаотичним системам: дві близькі траєкторії у фазовому просторі з часом розбігаються. Ентропія Колмогорова визначає швидкість розбігу траєкторій, або час втрати системою пам'яті.

Корисну якісну інформацію, яку можна одержати завдяки знаходженню кореляційного інтегралу, є обчислення k -ентропії, яка для

випадку $k=2$ називається кореляційною ентропією та обчислюється через кореляційний інтеграл:

$$K_2 \cong \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{r \rightarrow 0} K_2^m(r), \quad (3.19)$$

де

$$K_2^m(r) = \frac{1}{r} \log \frac{C^m(r)}{C^{m+1}(r)}.$$

Якщо значення послідовності $K_2^m(r)$ збігається до деякого фіксованого значення K_2 при зростанні розмірності вкладення m , то значення K_2 і буде оцінкою ентропії. K_2 -ентропія оцінює ступінь хаотичності системи: для регулярних, ординарних, легко прогнозованих систем (non-complex system) $K_2 \rightarrow 0$, для стохастичних систем $K_2 \rightarrow \infty$, для хаотичних систем $0 < K_2 < \infty$. Таким чином, чим менше значення K_2 , тим, в принципі, має бути більш прогнозована поведінка системи.

Інший підхід знаходження старшого коефіцієнта Ляпунова ґрунтується на застосуванні алгоритму Вольфа [177].

Робота алгоритму починається з першої точки $y(t_0)$ та її найближчого сусіда $z_0(t_0)$, які знаходяться на відстані r_0 . Ці дві точки еволюціонують у часі з кроком Δt , поки відстань r'_0 між ними не перевищить деяку величину ε . Перша точка даних $y(t_1)$ залишається, а новий сусід $z_1(t_1)$ обирається таким, щоб відстань

$$r_1 = \|y(t_1) - z_1(t_1)\| \quad (3.20)$$

була меншою, ніж ε , і такою, щоб $z_1(t_1)$ знаходилась так близько, наскільки це можливо в тому ж напрямі, що й напрям від $y(t_1)$ до $z_0(t_1)$.

Процедура продовжується до тих пір, поки обрана траєкторія y не дійде до кінця часового ряду. Найбільший коефіцієнт Ляпунова деякого атратора оцінюється як

$$\lambda_1 = \frac{1}{m \cdot \Delta t} \sum_{k=0}^{L-1} \ln \frac{r'_k}{r_k}, \quad (3.21)$$

де L – кількість кроків заміни і m – загальна кількість кроків, протягом яких рухається траєкторія y .

Обчислення коефіцієнтів Ляпунова дає додаткові можливості для опису та тестування хаотичного процесу, який породжується системою. Вони визначають експоненційний розбіг, або, навпаки, зближення фазових траєкторій з часом (розтягування або стиснення фазового простору). Чутливість до початкових умов, що властива хаотичним системам, призводить до експоненційного розбігу близьких траєкторій, про що свідчить хоча б один додатний коефіцієнт Ляпунова. Для n -вимірної системи існує n коефіцієнтів Ляпунова (спектр коефіцієнтів), але на практиці найчастіше обчислюють лише найбільший коефіцієнт:

$$\lambda_{\max} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log \|\varepsilon(\tau i)\|, \quad (3.22)$$

де $\varepsilon(\tau i)$ – відстань між нескінченно близькими початковими орбітами на аттракторі. Якщо розмірність аттрактора не є цілим числом, або якщо існують додатні коефіцієнти Ляпунова, то кажуть про хаотичну поведінку системи. Проте, необхідно зауважити, що додатний знак максимального коефіцієнта Ляпунова необов'язково свідчить про наявність хаотичної поведінки, для нелінійних стохастичних систем він також може мати додатний знак.

Ще однією важливою топологічною характеристикою аттрактора є *спектр характеристичних коефіцієнтів Ляпунова*. Тобто, якщо розглядати дві близькі траєкторії \bar{x}_1, \bar{x}_2 динамічної системи, то відстань між спочатку нескінченно близькими траєкторіями $d(t)$ буде збільшуватись з часом в середньому експоненційно, тобто:

$$d(t) = |\bar{x}_1(t) - \bar{x}_2(t)| \cong |\varepsilon| \exp(\lambda t).$$

Величина λ називається *коефіцієнтом Ляпунова*, який характеризує горизонт передбачуваності – проміжок часу, на який можна дати прогноз поведінки досліджуваної системи. Існує по одному коефіцієнту Ляпунова для кожного з вимірів фазового простору.

З формальної точки зору, коефіцієнти Ляпунова динамічної системи $\frac{d\bar{x}}{dt} = f(\bar{x})$ визначаються виразом:

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln |\tilde{x}_i(t)|, \quad (3.23)$$

де $\tilde{x}_i(t)$ – i -те власне значення матриці, складеної з перших частинних похідних від вектор-функції $f(\bar{x})$ по компонентах вектора \bar{x} (матриці Якобі).

Додатний знак коефіцієнта Ляпунова свідчить про розтягування фазового простору, тобто показує, наскільки швидко розбігаються близькі точки. Від’ємний коефіцієнт Ляпунова характеризує стиснення – тобто як швидко система відновлюється після збурення.

Впорядкований за спаданням такий набір показників утворює спектр коефіцієнтів Ляпунова $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$.

Сума коефіцієнтів Ляпунова для дисипативних систем від’ємна. Якщо сума коефіцієнтів Ляпунова дорівнює нулю, то фазовий об’єм системи у часі не змінюється – система консервативна і атракторів не містить. У разі додатної суми коефіцієнтів Ляпунова фазовий об’єм у часі зростає. З фізичної точки зору такий режим як стаціонарний нереальний.

Коефіцієнти Ляпунова, будучи усередненими характеристиками атрактора, описують його властивості незалежно від початкових умов з області тяжіння. Існує кількісний взаємозв’язок коефіцієнтів Ляпунова з ентропією Колмогорова. Ентропія додатна у тому і лише тому випадку, коли фазова траєкторія у середньому експоненційно нестійка на атракторі. Тому, спектр коефіцієнтів Ляпунова такої траєкторії зобов’язаний містити додатний показник. Явний вираз, що пов’язує ентропію Колмогорова з додатними коефіцієнтами Ляпунова, в загальному випадку, має вигляд:

$$K_1 = \sum_{\lambda_i > 0} \lambda_i, \quad (3.24)$$

тобто ентропія дорівнює сумі додатних коефіцієнтів Ляпунова. Також існує взаємозв’язок коефіцієнтів Ляпунова з розмірністю.

Існує кілька підходів до кількісного визначення коефіцієнтів Ляпунова, наприклад, алгоритм Бенетіна [231]. Розглянемо дві траєкторії, що виходять з близьких точок x_0 та \tilde{x}_0^0 , де $|\tilde{x}_0^0 - x_0| = \varepsilon$. Оберемо деякий часовий інтервал T та, розв’язавши чисельно рівняння динаміки, знайдемо вектори стану в момент T : $x(T) = x_1$, $\tilde{x}(T) = \tilde{x}_1$. Відношення $|\tilde{x}_1| / \varepsilon$ характеризує зміну довжини (в загальному випадку норми) вектора збурень за час T . Потім оберемо інший вектор таким чином, щоб його напрямком залишився таким же, а довжина дорівнювала ε , тобто $\tilde{x}_1^0 = \varepsilon \tilde{x}_1 / |\tilde{x}_1|$. Далі продовжимо процедуру чисельного розв’язання рівняння з початковою точкою $x_1 + \tilde{x}_1^0$. Одержавши вектори стану та збурень в момент $2T$: $x(2T) = x_2$, $\tilde{x}(2T) = \tilde{x}_2$, обчислимо відношення $\tilde{x}_2^0 = \varepsilon \tilde{x}_2 / |\tilde{x}_2|$ і т.д. (рис. 3.2)

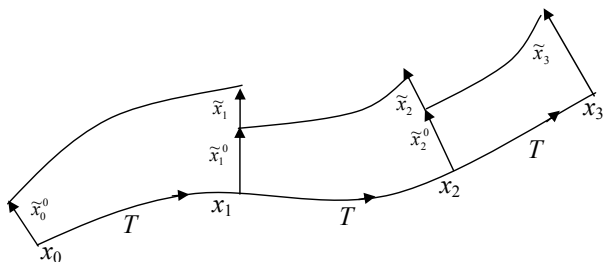


Рис. 3.2. Ілюстрація знаходження найбільшого коефіцієнта Ляпунова за алгоритмом Бенетіна

Однак, цей алгоритм передбачає, що нам відома математична модель динамічної системи. Але якщо математична модель системи невідома, то ми не знаємо ні матриці Якобі, ні розмірності фазового простору, і тому необхідні інші алгоритми.

Якщо динамічна система задана дискретним оператором відображення, точки знаходяться автоматично після задання початкових умов. Якщо ж динамічна система задана системою диференціальних рівнянь, то у загальному випадку розв'язок може бути знайдений тільки чисельною інтеграцією системи на комп'ютері. Як правило, використовують метод Рунге-Кутта 4-го порядку, похибку задають $10^{-4} - 10^{-8}$, крок часу визначається конкретною системою і повинен бути вибраний порівняно з найменшим з її характерних часів.

3.2.3 BDS-тест

Інший підхід тестування хаосу (*BDS-тест*) базується на дослідженні динамічних властивостей залишків з метою кращої підгонки моделі часового ряду. Результати роботи [23] свідчать, що якщо часовий ряд породжений хаотичною системою, то оцінена кореляційна розмірність та максимальний коефіцієнт Ляпунова для залишків моделі з кращою підгонкою часового ряду та оригінальним часовим рядом будуть однакові. В *BDS-тесті* нульова гіпотеза полягає в тому, що часовий ряд породжений незалежними, однаково розподіленими випадковими величинами (*independent identical distributed - IID*).

BDS-статистика обчислюється наступним чином:

$$W_{m,r} = \frac{\sqrt{M} (C^m(r) - [C^1(r)]^m)}{\sigma_m(r)}, \quad (3.25)$$

де $C^m(r), C^1(r)$ обчислюються за формулою (3.12), $\sigma_m(r)$ – оцінене стандартне відхилення. При нульовій гіпотезі про наявність білого шуму (IID) статистика $W_{m,r}$ має асимптотичний (при $m \rightarrow \infty$) стандартний нормальний розподіл з нульовим середнім та одиничною дисперсією. Проте, розподіл $W_{m,r}$ змінюється, якщо застосувати до залишків ARCH-GARCH фільтри.

Великі значення $W_{m,r}$ статистики свідчать про нелінійний характер процесу, а якщо $W_{m,r}$ прямує до нуля, то це свідчить про стохастичний характер процесу. BDS-тест дозволяє виявити також інші відхилення від IID, зокрема, нелінійність, нестационарність, детермінований хаос. Проте, відхилення нульової гіпотези про IID свідчить лише про наявність лінійної або нелінійної залежності, або хаотичної структури.

3.3 Застосування методів оцінки самоподібності (фрактальності) до аналізу фінансово-економічних часових рядів

Існує кілька альтернативних підходів до оцінки фрактальної структури для часового ряду: R/S -аналіз; метод, заснований на визначенні клітинної розмірності; стандартний аналіз флуктуацій; аналіз детрендових флуктуацій (АДФ) другого порядку; мультифрактальний АДФ. Розглянемо більш детально ці методи.

3.3.1 R/S -аналіз та взаємозв'язок фрактальної розмірності і показника Херста

Метод R/S аналізу дослідження фрактальних часових рядів був запропонований Б.Мандельбротом і базується на дослідженнях, проведених англійським дослідником Херстом. Він ґрунтується на аналізі розмаху параметра (найбільшим і найменшим значенням на відрізку, що вивчається) та середньоквадратичного відхилення.

Показник Херста

Херст запропонував нову статистику – показник Херста (H) [79]. Цей показник має широке застосування в аналізі часових рядів завдяки своїй стійкості. При його обчисленні необхідні мінімальні припущення щодо системи, яка вивчається, та на його основі можна класифікувати часові ряди за типом та глибиною пам'яті. Він може відрізнити випадковий ряд від невивипадкового, навіть якщо випадковий ряд має негаусовий розподіл.

Для калібрування часових вимірювань Херст ввів безрозмірний коефіцієнт шляхом ділення розмаху на стандартне відхилення спостережень.

Цей метод називається методом нормованого розмаху (R/S -аналіз). Херст показав, що більшість природних явищ, включаючи річкові стоки, коливання температури, опади, сонячні плями слідуєть „зміщеному випадковому блуканню” – тренду з шумом. Сила тренду і рівень шуму можуть бути оцінені тим, як змінюється нормований розмах з часом.

Метод Херста дозволяє з’ясувати, чи є часові ряди також зміщеними випадковими блуканнями.

Перш за все необхідно визначити розмах:

$$x_{t,N} = \sum_{i=1}^t (e_i - M_N), \quad (3.26)$$

де $x_{t,N}$ – накопичене відхилення за N періодів, e_i – приріст в році i , M_N – середнє e_i за N періодів.

Тоді розмах стає різницею між максимальним і мінімальним рівнями накопиченого відхилення

$$R(N) = \max(x_{t,N}) - \min(x_{t,N}), \quad (3.27)$$

де $R(N)$ – розмах відхилення $x_{t,N}$, $\max(x_{t,N})$ – максимальне значення для $x_{t,N}$, $\min(x_{t,N})$ – мінімальне значення для $x_{t,N}$.

Для порівняння різних типів часових рядів Херст розділив цей розмах на стандартне відхилення початкових спостережень $S(N)$:

$$Q(N) = \frac{R(N)}{S(N)}.$$

Цей „нормований розмах” повинен збільшуватися з часом. Херст ввів наступне співвідношення:

$$R/S = (aN)^H, \quad (3.28)$$

де R/S – нормований розмах, N – кількість спостережень, a – константа, H – показник Херста.

Відповідно до статистичної механіки показник H повинен був дорівнювати 0.5, якщо ряд є випадковим блуканням. Іншими словами, розмах накопичених відхилень повинен збільшуватися пропорційно квадратному кореню з часу N . Коли H відрізняється від 0.5, то це

означає, що спостереження не є незалежними. Кожне спостереження містить пам'ять про всі попередні події. Це не короткочасна пам'ять, яку часто називають „марківською”. Це інша пам'ять – довготривала, теоретично вона зберігається назавжди. Нещодавні події мають більший вплив, ніж події віддалені, але залишковий їхній вплив завжди відчутний. Те, що трапляється сьогодні, впливає на майбутнє. Де знаходиться система тепер, визначається тим, де вона перебувала в минулому. Час виявляється важливим чинником.

Включення „стріли часу” неможливе в стандартній статистиці, яка припускає ряди інваріантними по відношенню до часу. В протилежність цьому виявляється, що час – це ітеративний процес. Вплив сьогодення на майбутнє може бути виражений кореляційним співвідношенням:

$$C = 2^{2H-1}, \quad (3.29)$$

де C – міра кореляції, H – показник Херста.

В залежності від значення показника Херста часові ряди поділяються на:

1) $H = 0.5$

Вказує на випадковий ряд. Події випадкові і некорельовані, $C = 0$. Сьогодення не впливає на майбутнє. Функція щільності ймовірності може бути нормальною, проте це не обов'язкова умова. R/S -аналіз може ідентифікувати довільний ряд, незалежно від типу функції розподілу, що йому відповідає.

2) $0 \leq H < 0.5$

Даний діапазон відповідає антиперсистентним, або ергодичним, рядам. Такий тип поведінки називають „поверненням до середнього”. Якщо для системи відбувається зростання певного показника в попередній період, то швидше за все, в наступному періоді почеться спад. І навпаки, якщо йшло зниження, то ймовірний близький підйом. Стійкість такої антиперсистентної поведінки залежить від того, наскільки H близько до нуля. Чим ближче його значення до нуля, тим ближче C до -0.5 , таким чином, наявні негативні кореляції. Такий ряд більш мінливий (або волатильний), ніж ряд випадковий. Не дивлячись на широке розповсюдження концепції повернення до середнього в економічній та фінансовій літературі, до цих пір було знайдено не так багато антиперсистентних рядів.

3) $0.5 < H < 1.0$

Маємо персистентні, або трендостійкі ряди. Якщо ряд зростає (спадає) в попередній період, то ймовірно, що він зберігатиме цю тенденцію якийсь час в майбутньому. Трендостійкість поведінки, або сила персистентності, збільшується при наближенні H до 1, або 100% кореляції ($C = 1$). Чим ближче H до 0.5, тим більше ряд є зашумленим і

тим менше виражений його тренд. Персистентний ряд – це узагальнений броунівський рух, або зміщені випадкові блукання. Сила цього зсуву залежить від того, наскільки H більше 0.5.

Персистентні часові ряди описують багато природних явищ, персистентність характерна також для багатьох фінансових та економічних часових рядів.

Оцінка показник Херста

Прологарифмуємо співвідношення $R/S = (aN)^H$:

$$\log(R/S) = H(\log(N) + \log(a)) \quad (3.30)$$

Якщо в подвійних логарифмічних координатах знайти нахил R/S як функцію від N , то тим самим отримаємо оцінку H . Ця оцінка не пов'язана з якими-небудь припущеннями щодо функції розподілу вихідного ряду.

Для великої кількості спостережень N можна очікувати збіжність ряду до величини $H = 0.5$, оскільки ефект пам'яті зменшується до того рівня, коли стає непомітним. Іншими словами, у разі довгого ряду спостережень можна очікувати, що його властивості не відрізнятимуться від властивостей звичайного броунівського руху, або простого випадкового блукання, оскільки ефект пам'яті розсіюється. Регресія в цьому випадку повинна виконуватися до того моменту, коли H наблизиться до 0.5, оскільки кореляційна міра (C) не застосовна до всіх без виключення приростів.

Важливо нагадати, що кореляційна міра (C) не має відношення до автокореляційної функції випадкових гаусових змінних. Остання припускає гаусові або майже гаусові властивості, які характеризують цей розподіл (добре відому дзвоноподібну криву). Автокореляційна функція добре працює для короткострокових залежностей, проте має тенденцію зменшувати довгострокові кореляції в негаусових рядах.

Емпіричний закон Херста

Херст запропонував також формулу для оцінки величини H за значенням R/S :

$$H = \frac{\log(R/S)}{\log\left(\frac{N}{2}\right)}, \quad (3.31)$$

де n – кількість спостережень.

У цій формулі передбачається, що константа a із співвідношення $\log(R/S) = H(\log(N) + \log(a))$ дорівнює 0.5.

Федер показав, що цей емпіричний закон має тенденцію збільшувати H , коли воно більше 0.7, і, навпаки, зменшувати, якщо $H \leq 0.4$, проте для коротких рядів, де регресія неможлива, цей емпіричний закон може бути використаний як розумне наближення.

Фрактальна розмірність часового ряду, або накопичених змін при випадковому блуканні, дорівнює 1.5. Фрактальна розмірність кривої лінії дорівнює 1, а фрактальна розмірність геометричної площини дорівнює 2. Таким чином, фрактальна розмірність випадкового блукання знаходиться між кривою лінією і площиною.

Показник Херста може бути перетворений у фрактальну розмірність за допомогою наступної формули:

$$D = 2 - H. \quad (3.32)$$

Таким чином, якщо $H = 0.5$, то $D = 1.5$. Обидві величини характеризують незалежну випадкову систему. Величина $0.5 < H \leq 1$ відповідатиме фрактальній розмірності, яка більш близька до кривої лінії. Це персистентний часовий ряд, що дає гладшу, менш зазубрену лінію, ніж випадкове блукання. Антиперсистентна величина H $0 < H < 0.5$ дає відповідно вищу фрактальну розмірність і більш переривчасту лінію, ніж випадкове блукання, і, отже, характеризує систему, більш схильну до змін.

Обґрунтованість оцінки H

Навіть якщо знайдена аномальна величина H , закономірне питання, чи обґрунтована її оцінка. Можна сумніватися в тому, чи достатньо було даних, або навіть – чи працює взагалі R/S -аналіз. Для розв'язання цього питання пропонується наступний простий тест, що ґрунтується на тесті, розробленому Шейнкманом і Ле Бароном для кореляційної розмірності [156].

По суті оцінка H , яка значно відрізняється від 0.5, має два можливі пояснення:

1) У часовому ряді, що вивчається, є довготривала пам'ять. Кожне спостереження корелює в деякій мірі з наступними спостереженнями.

2) Такого роду аналіз сам по собі неспроможний, і аномальна величина H не означає, що має місце ефект довготривалої пам'яті.

Може статися так, що існує нестача даних для обґрунтованого тесту (при цьому не існує чітких критеріїв того, скільки даних необхідно). Проте, ряд, що в цьому випадку вивчається, як ряд незалежних випадкових змінних або а) містить в собі H , відмінне від 0.5, або б) є незалежним процесом з важкими хвостами.

Можна перевірити обґрунтованість результатів шляхом випадкового перемішування даних, внаслідок чого порядок спостережень стане повністю відмінним від початкового ряду. З огляду на те, що спостереження залишаються тими ж, їх частотний розподіл також залишиться незмінним. Далі необхідно обчислити показник Херста цих перемішаних даних. Якщо ряд дійсно є незалежним, то показник Херста не зміниться, оскільки був відсутній ефект довготривалої пам'яті, тобто кореляції між спостереженнями. В цьому випадку перемішування даних не робить впливу на якісні характеристики даних.

Якщо мав місце ефект довготривалої пам'яті, то порядок даних є важливим. Перемішані дані, руйнують структуру системи. Оцінка H при цьому виявиться значно нижчою і наблизиться до 0.5, навіть якщо частотний розподіл спостережень не зміниться.

На рисунку 3.4 в подвійних логарифмічних координатах представлені неперемішаний ряд (отриманий при $H = 1.0$) і той же ряд – перемішаний. Початковий ряд дав результативну оцінку $H = 1.0$, перемішаний – $H = 0.52$. Таке падіння величини H свідчить про те, що при перемішуванні була зруйнована структура процесу. Перемішаний ряд залишився не нормально розподіленим, але процес перемішування зробив дані незалежними та зруйнував пам'ять ряду. Це доводить твердження Мандельброта про те, що R/S -аналіз працездатний безвідносно до розподілу часового ряду, що є головною перевагою цього методу.

Але необхідно зауважити, що R/S -аналіз дає зміщені оцінки для статистики Херста, коли досліджуваний ряд:

- містить короткотривалу пам'ять;
- є нестационарним;
- є гетерогенним, тобто ряд містить неоднорідну вибірку.

Модифікована версія R/S статистики, що є робастною (стійкою, нечутливою до однорідностей у вибірці та короткотемінової пам'яті) полягає в обчисленні:

$$Z(N) = \frac{R(N)}{[S(N)]_q},$$

де $R(N)$ – розмах відхилень $x_{t,N}$ (3.27), а

$$[S(N)]_q = c_0 + 2 \sum_{j=1}^q (\omega_j(q) c_j).$$

Тут c_j – j -тий лаг автоковаріації вихідного ряду приростів e_t та $\omega_j(q)$ ваговий множник вікна:

$$\omega_j = 1 - \frac{j}{q+1}, q < N.$$

3.3.2 Стандартний аналіз флуктуацій

У стандартному аналізі флуктуацій (АФ) розглядається „профіль накопичень” (runoff profile)

$$y_n = \sum_{i=1}^n x_i, n = \overline{1 \dots N} \quad (3.33)$$

і вивчається швидкість зміни флуктуацій профіля в залежності від зміни ширини вікна s . Можна розглядати профіль y_n як позицію точки у ланцюжку випадкових блукань після n кроків. Випадкові блукання починаються в деякій точці; на i -му кроці точка переміщується вправо, якщо x_i є додатнім, або ж вліво, якщо x_i – від’ємне.

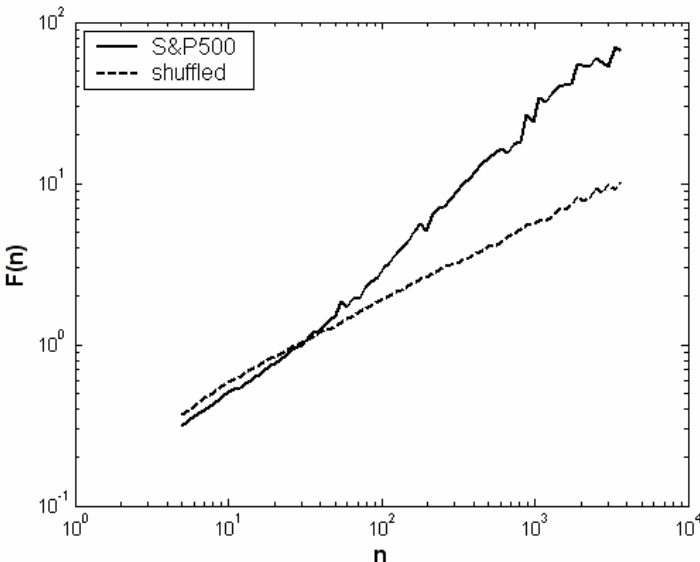


Рис. 3.4. Тест на змішування для R/S -аналіза: фрактальний броунівський рух. Для незмішаних даних $H=1.0$, для перемішаних $H=0.52$

Для знаходження зміни скейлінгового (масштабового) показника в залежності від s спочатку часовий ряд довжиною N елементів розбивається на підпослідовності, що не перекриваються, $N_s = \text{int}(N/s)$ довжиною s , починаючи з першого елемента, та N_s підпослідовностей, що не перекриваються, довжиною s , починаючи з останнього елемента. Потім визначаються флуктуації у кожному сегменті ν .

У стандартному АФ флуктуації обчислюють безпосередньо від значень профілю на обох кінцях кожної підпослідовності ν , $F^2(\nu, s) = (y_{\nu s} - y_{(\nu-1)s})^2$ і знаходиться середнє значення $F^2(\nu, s)$ для $2N_s$ підпослідовностей, щоб досягти реального значення флуктуації $F_s(s)$,

$$F_2(s) \equiv \left(\frac{1}{2N_s} \sum_{\nu=1}^{2N_s} F^2(\nu, s) \right)^{1/2}. \quad (3.34)$$

За означенням, $F_2(s)$ може розглядатись як середньоквадратичний зсув (переміщення) точки випадкових блукань в ланцюжку після s кроків. Для некорельованих значень x_i отримується закон дифузії Фіка (Fick) $F_2(s) \cong s^{1/2}$. Для істотних випадків довгочасових кореляцій, де поведінка $C(s)$ відповідає степеневому закону ($C(s) = \langle x_i x_{i+s} \rangle \cong s^{-\gamma}$, $0 < \gamma < 1$), $F_2(s)$ збільшується теж згідно зі степеневим законом

$$F_2(s) \cong s^H, \quad (3.35)$$

де флуктуаційний коефіцієнт H пов'язаний із кореляційним коефіцієнтом γ і коефіцієнтом спектра потужності β наступним законом:

$$H = 1 - \gamma/2 = (1 + \beta)/2. \quad (3.36)$$

Для степеневих кореляцій, що спадають швидше за $1/s$, отримуємо $H = 1/2$ для великих значень s , так як і для некорельованих даних.

Варто зауважити, що стандартний аналіз флуктуацій дещо подібний до R/S -аналізу, розробленого Херстом, за виключенням того, що він базується на другому моменті $F_2(s)$, в той час як Херст розглядав випадок першого моменту $F_1(s)$. Для монофрактальних даних H ідентичний до коефіцієнта Херста.

3.3.3 Аналіз детрендованих флуктуацій (АДФ)

АДФ базується на гіпотезі про те, що корельований часовий ряд може бути відображений на самоподібний процес шляхом інтегрування. Таким чином, вимірювання властивостей самоподібності може опосередковано свідчити про кореляційні властивості ряду. Переваги АДФ порівняно з іншими методами (спектральний аналіз, R/S -аналіз) полягають в тому, що він виявляє довгочасові кореляції нестационарних, на перший погляд, часових рядів, а також дозволяє ігнорувати очевидні випадкові кореляції, що є наслідком нестационарності.

Існують АДФ різних порядків, що відрізняються трендами, які вилучаються з даних.

Розглянемо АДФ найнижчого порядку.

Часовий ряд довжини N інтегрується, $Y(k) = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})$, де X_i – i -те значення часового ряду, \bar{X} – його середнє значення, $k = 1, \dots, N$. Ця дія повторює процес знаходження накопичень у R/S -аналізі. Отриманий ряд $Y(k)$ розбивається на m підпоследовностей (вікон) однакової ширини n і для кожної підпоследовності (у кожному вікні) виконується наступне: 1) за допомогою методу найменших квадратів знаходиться локальний лінійний тренд $Y_t(k)$; 2) підпоследовність детрендується шляхом віднімання значення локального тренду $Y_t(k)$ від значень ряду $Y(k)$, що належать підпоследовності t ; 3) знаходиться середнє \bar{Y}_t детрендованих значень.

Для отриманих таким чином значень на всіх підпоследовностях знаходиться:

$$F_n = \sqrt{\frac{1}{m} \bar{Y}_t} \quad (3.37)$$

де n – кількість точок у підпоследовності (ширина вікна), m – кількість підпоследовностей, \bar{Y}_t – середнє детрендованих значень для підпоследовності t .

Вказана процедура повторюється для вікон різної ширини, внаслідок чого отримується набір пар точок $(F_n; n)$. Побудова залежності $\log F(n)$ від $\log n$ та інтерполяція отриманих значень прямою дає змогу обчислити показник скейлінга α , що є коефіцієнтом кута нахилу інтерполяційної прямої і характеризує зміну кореляцій логарифмічних прибутків часового ряду при збільшенні часового інтервалу.

Порівняно із R/S -аналізом метод АДФ дає більші можливості щодо інтерпретації скейлінгового показника α : для випадкового ряду

(перемішаного чи „сурогатного”) $\alpha = 0.5$; при наявності лише короткочасових кореляцій α може відрізнитись від 0.5, проте має тенденцію прямувати до 0.5 при збільшенні розміру вікна. Значення $0.5 < \alpha \leq 1.0$ показує персистентні довгочасові кореляції, що відповідають степеневому закону; $0 < \alpha < 0.5$ означає антиперсистентний ряд. Особливий випадок, коли $\alpha = 1$, означає наявність флікер шуму $1/f$. Для випадків, коли $\alpha \geq 1$, кореляції існують, проте вже не відображають степеневу залежність; випадок $\alpha = 1.5$ свідчить про броунівський шум, інтегрований білий шум.

У АДФ другого порядку (АДФ2) обчислюються відхилення $F^2(v, s)$ профілю від графіка інтерполяційного многочлену другого порядку. Таким чином, вилучаються впливи можливих лінійних та параболічних трендів для масштабів, більших за розглядувані. Взагалі, у АДФ порядку n обчислюються відхилення профілю від інтерполяційного многочлену n -го порядку, що вилучає вплив всіх можливих трендів порядків до $(n-1)$ для масштабів, більших від розміру вікна.

Потім обчислюється найближчий поліном $y_v(s)$ для профілю на кожному із $2N_s$ сегментів v і визначається відхилення

$$F^2(v, s) \equiv \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (x_{(v-1)s+i} - y_v(i))^2. \quad (3.38)$$

Далі застосовується (3.38) для визначення середньої флуктуації $F_2(s)$.

Так як АФ та різні види АДФ мають різні детрендові властивості, їх композиція може використовуватись як для виявлення довгочасових кореляцій, так і для знаходження типів наявних у ряді трендів, що не може бути визначеним з використанням традиційних методів, таких як спектральний аналіз.

Часто трапляються випадки, коли часовий ряд має невелику кількість даних, недостатню для застосування повного методу АДФ. В цьому випадку можна використовувати підпоследовності, що перекриваються (overlapped subsequences, overlapped boxes). У цьому випадку є загроза виявлення „додаткових” кореляцій, хоча виявляється, що коефіцієнт α нечутливий до способу використання підпоследовностей.

На рис. 3.5 подано розрахунок показника Херста для ряду індексу S&P500 за період з 1950 р. по квітень 2010 р. Для оцінки відмінності у значеннях подано одночасно оцінку показника для вихідного ряду, ряду нормалізованих прибутків та їх модулів.

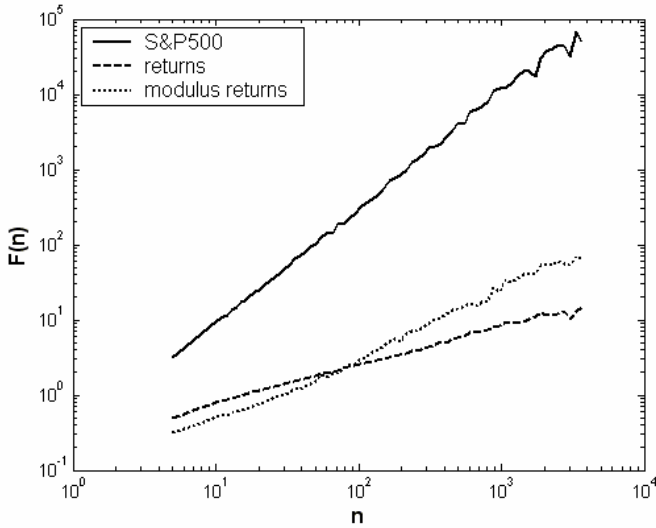


Рис. 3.5. Оцінка показника Херста методом АДФ для початкового ряду (суцільна лінія), нормалізованих прибутків (штрихова) та модулів нормалізованих прибутків (пунктирна лінія)

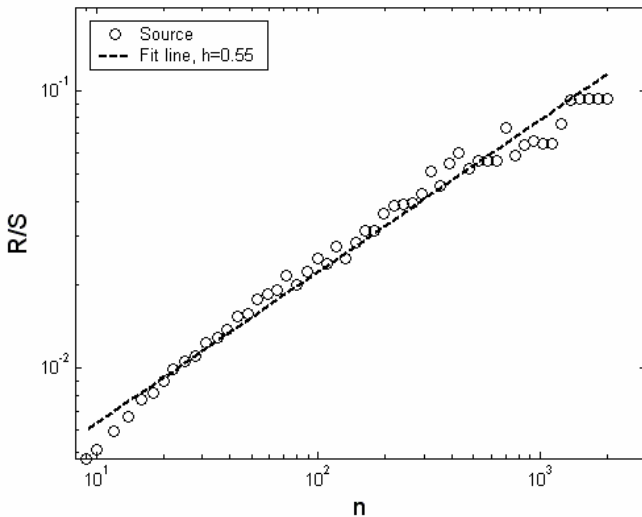


Рис. 3.6. Розрахунок показника Херста для ряду прибутків перемішаного ряду індексу Dow Jones, що містить крах 1987 р., за допомогою методу R/S -

аналізу; точка кросоверу відсутня; значення показника Херста свідчить про випадковий ряд

Розрахунок показника Херста, здійснений з використанням програмного модулю work2 (додаток 1) для ряду прибутків перемішаного ряду індексу Dow Jones, що містить крах 1987 р., за допомогою методу R/S-аналізу наведено на рис. 3.6., точка кросоверу відсутня, значення показника Херста свідчить про випадковий ряд. Розрахунок показника Херста для вихідного ряду (Source) та перемішаного ряду (Shuffled) індексу Dow Jones, що містить крах 1987 р., за допомогою методу АДФ наведено на рис. 3.7.

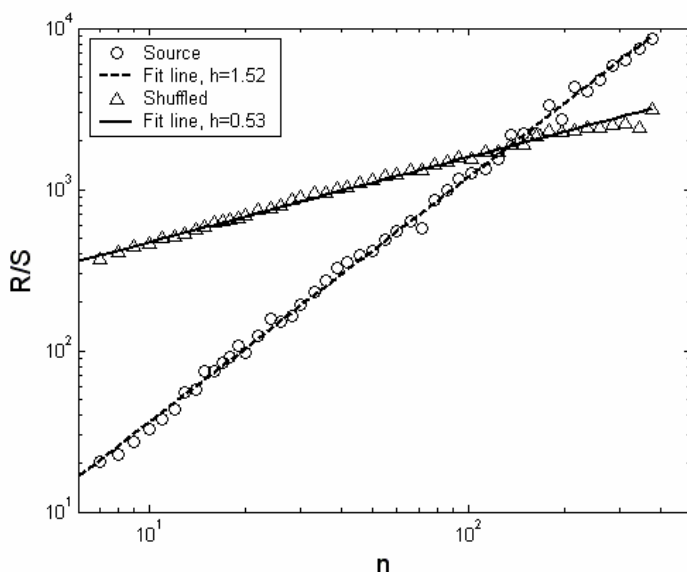


Рис. 3.7. Розрахунок показника Херста для вихідного ряду (Source) та перемішаного ряду (Shuffled) індексу Dow Jones, що містить крах 1987 р., за допомогою методу АДФ

3.3.4 Мультифрактальний АДФ

Стандартний АДФ використовується для визначення (моно-)фрактальних скейлінгових властивостей і довгочасових кореляцій в зашумлених нестационарних часових рядах. Проте багато економічних

(біологічних, медичних тощо) об'єктів не демонструють простої монофрактальної скейлінгової поведінки, що може бути визначена одним коефіцієнтом. У деяких випадках існує кросовер (crossover) на часових шкалах s_x , що відділяє моделі з різною поведінкою, наприклад, довгочасові кореляції на малих масштабах часу $s \ll s_x$ та кореляції іншого виду чи некорельовану поведінку на більших масштабах $s \gg s_x$. В деяких випадках поведінка скейлінга ще більш складна, і існують різні значення коефіцієнтів скейлінга для різних частин послідовності (наприклад, для першої та другої половини послідовності). Трапляються ще більш складні випадки, коли розглядаються накладені одна на одну множини із різною фрактальністю. Для таких випадків необхідно обчислювати множину коефіцієнтів скейлінга для повного опису поведінки об'єкта. Тоді застосовується мультифрактальний аналіз детрендованих флуктуацій.

У загальному випадку процедура мультифрактального АДФ (МФ-АДФ) складається із п'яти кроків. Перші три кроки, по суті, ідентичні процедурі стандартного АДФ.

Нехай є послідовність x_k довжини N , що не має великої кількості нульових значень (compact support).

Крок 1. Визначається профіль (накопичення):

$$Y(i) \equiv \sum_{k=1}^i (x_k - \bar{x}), \quad i = \overline{1..N}. \quad (3.39)$$

Віднімання середнього \bar{x} є необов'язковим, оскільки може бути виконане пізніше детрендуванням на третьому кроці.

Крок 2. Профіль $Y(i)$ розбивається на $N_s = \text{int}\left(\frac{N}{s}\right)$ сегментів (підпослідовностей) однакової довжини s , що не перекриваються. Оскільки загальна довжина послідовності N часто не ділиться націло на s , залишок в кінці послідовності, що є меншим за ширину вікна, відкидається. Для врахування відкинутої частини і використання, таким чином, усіх елементів послідовності, вищевказана процедура повторюється також, починаючи з кінця послідовності. Таким чином, разом буде отримано $2N_s$ підпослідовностей.

Крок 3. Для кожної із $2N_s$ підпослідовностей обчислюється локальний тренд методом найменших квадратів. Потім визначається відхилення

$$F^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (Y((v-1)s + i) - y_v(i))^2 \quad (3.40)$$

для кожного сегмента ν , $\nu = \overline{1..N}$ і

$$F^2(\nu, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (Y(N - (\nu - N_s)s + i) - y_\nu(i))^2 \quad (3.41)$$

для кожного $\nu = \overline{N_s + 1..2N_s}$. Тут $y_\nu(i)$ є інтерполюючий поліном на сегменті ν . Для інтерполяції використовуються лінійні, квадратичні, кубічні поліноми чи поліноми вищого порядку (відповідні методи називаються АДФ1, АДФ2, АДФ3 і т.д.). Оскільки детрендування часового ряду відбувається відніманням значень полінома від реальних значень ряду, АДФ різних порядків відповідно відрізняються у своїх можливостях по вилученню тренду в ряді. У (МФ-)АДФ m ((МФ-)АДФ m -го порядку) вилучаються тренди профілю порядку m (або відповідно порядку $(m-1)$ для вихідного часового ряду). Таким чином порівняння результатів роботи АДФ різних порядків використовується для отримання типу тренду у вихідному часовому рядуі.

Крок 4. Знаходиться середнє по всіх підпослідовностях для отримання функції флуктуацій q -го порядку:

$$F_q(s) = \left(\frac{1}{2N_s} \sum_{\nu=1}^{2N_s} (F^2(s, \nu))^{q/2} \right)^{1/q}, \quad (3.42)$$

де, взагалі кажучи, значення змінної q може бути довільним за виключенням нульового. Для $q = 2$ отримується стандартний метод АДФ. При розгляді питання, як впливає часова шкала s при різних значеннях q на узагальнену залежність $F_q(s)$ від q . Для цього необхідно повторити кроки 2-4 для різних часових масштабів s . Цілком зрозуміло, що $F_q(s)$ буде збільшуватись із збільшенням q . Звичайно, $F_q(s)$ залежить також від порядку методу АДФ m . Згідно з побудовою, $F_q(s)$ визначене лише для значень $s \geq m + 2$.

Крок 5. Визначається скейлінгова поведінка функції флуктуацій шляхом аналізу у подвійному логарифмічному масштабі залежності $F_q(s)$ від q . Якщо послідовність x_i має довгочасові кореляції, $F_q(s)$ збільшується із збільшенням s згідно степеневого закону

$$F_q(s) \cong s^{h(q)}. \quad (3.43)$$

Взагалі, коефіцієнт $h(q)$ повинен залежати від q . Для стаціонарних часових рядів, $h(2)$ ідентичний коефіцієнту Херста. Таким чином, функцію $h(q)$ можна назвати узагальненим коефіцієнтом Херста.

Для монофрактальної часової послідовності $h(q)$ залежить від q , таким чином скейлінгова поведінка відхилень $F^2(v, s)$ однакова на всіх сегментах v і процедура усереднення дасть однакові значення скейлінгового коефіцієнта для всіх сегментів послідовності. Лише у випадку, коли масштаби малих і великих флуктуацій відрізняються, буде помітною залежність $h(q)$ від q : якщо розглядати додатні значення q , сегменти v з великими значеннями $F_s^2(v)$ (наприклад, великі відхилення від відповідних інтерполяційних поліномів) буду домінувати у середньому значенні $F_q(s)$. Таким чином, для додатних значень q $h(q)$ описує скейлінгову поведінку сегментів із великими флуктуаціями. Зазвичай великі флуктуації характеризуються меншими скейлінговими коефіцієнтами $h(q)$ для мультифрактальних рядів. Навпаки, для від'ємних значень q сегменти v з малими відхиленнями $F_s^2(v)$ будуть домінувати у середньому значенні $F_q(s)$. Таким чином, для від'ємних значень q $h(q)$ описує скейлінгову поведінку сегментів з малими флуктуаціями, що зазвичай характеризуються більшим скейлінговим коефіцієнтом.

Однак, метод МФ-АДФ може визначати лише додатні узагальнені коефіцієнти Херста $h(q)$, і стає неточним для сильно антикорельованих сигналів, коли $h(q)$ близьке до нуля. В таких випадках використовується модифікований МФ-АДФ-аналіз. Більш простим шляхом для аналізу подібних даних може служити інтегрування часового ряду перед виконанням МФ-АДФ процедури (знаходження накопичень). Звідси, просте знаходження суми у (3.43), що описує профіль початкових даних, замінюється подвійним знаходженням суми:

$$\tilde{Y}(i) = \sum_{k=1}^i (Y(k) - \bar{Y}). \quad (3.44)$$

Після цього виконується процедура МФ-АДФ, описана вище, внаслідок чого отримується узагальнена функція флуктуацій

$$\tilde{F}_q(s) \cong s^{\tilde{h}(q)} = s^{h(q)+1}. \quad (3.45)$$

Таким чином, скейлінгова поведінка може бути точно визначена навіть у випадку, коли $h(q)$ близьке до нуля (проте більше за -1) для деяких

значень q . Зауважимо, що $\tilde{F}_q(s)/s$ відповідає $F_q(s)$ у формулі (3.46). Якщо на кожному кроці не віднімається середнє значення, така сума, більш за все, дасть квадратичний тренд у профілі $\tilde{Y}(i)$. В цьому випадку необхідно використовувати, щонайменше, МФ-АДФ другого порядку для вилучення такого штучного тренду.

Залежності значення функції $F_q(s)$ від ширини вікна s при різних степенях функції q для модулів прибутків ряду індексу Dow Jones, що містить кризу 1929 р., отримані за допомогою методу МФ-АДФ з використанням програмного модулю work2 (додаток 1) наведено на рис. 3.8. Залежність узагальненого показника Херста від степеня функції q для модулів прибутків ряду індексу Dow Jones, що містить кризу 1929 р., отримана при використанні методу МФ-АДФ наведено на рис. 3.9. Спектр мультифрактальності для модулів прибутків ряду індексу Dow Jones, що містить кризу 1929 р. наведено на рис. 3.10.

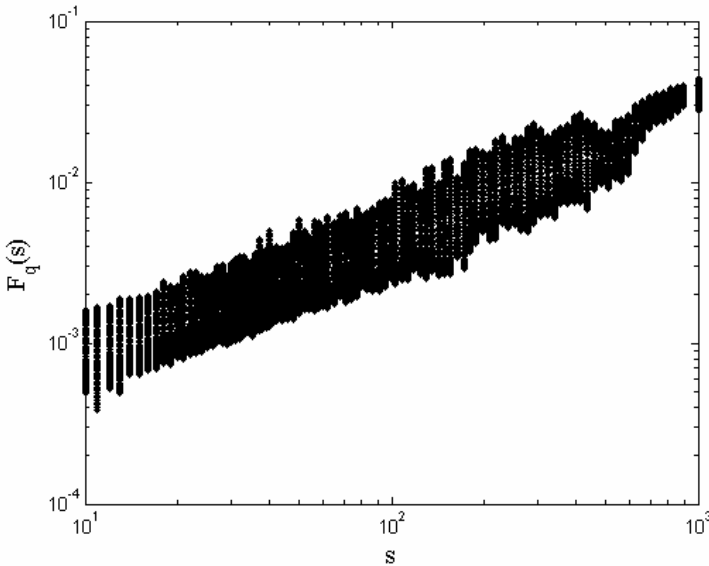


Рис. 3.8. Залежності значення функції $F_q(s)$ від ширини вікна s при різних степенях функції q для модулів прибутків ряду індексу Dow Jones, що містить кризу 1929 р., отримані при використанні методу МФ-АДФ

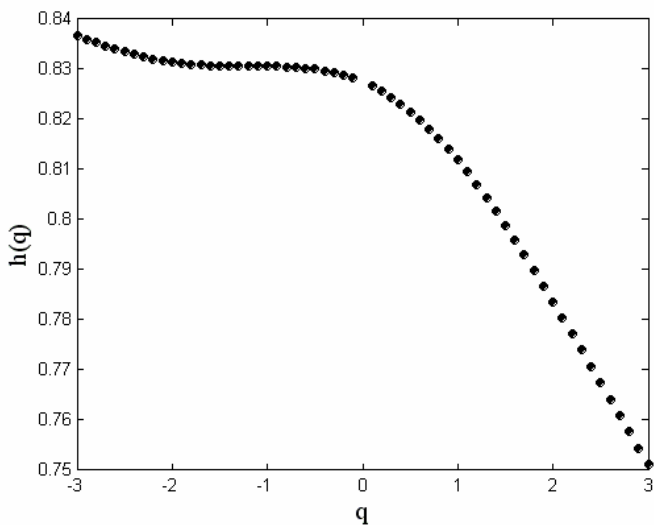


Рис. 3.9. Залежність узагальненого показника Херста від степеня функції q для модулів прибутків ряду індексу Dow Jones, що містить кризу 1929 р., отримана при використанні методу МФ-АДФ.

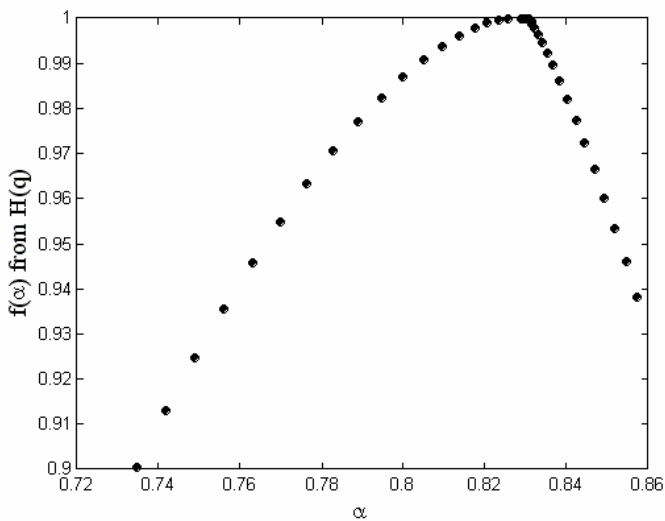


Рис. 3.10. Спектр мультифрактальності для модулів прибутків ряду індексу Dow Jones, що містить кризу 1929 р.

3.3.5 Метод максимумів модулів вейвлет-перетворення

В аналізі часових рядів існує дві області представлення характеристик – часова та частотна – однак, визначення малих флуктуацій у великих наборах даних у часовій області є досить важким, натомість, набагато простішими є виконання перетворень у частотній області. Найбільш часто для перетворення сигналу із часового подання у частотне використовується метод, що називається перетворенням Фур'є. Цей метод був розроблений французьким математиком Ж. Фур'є у 1822 р., який показав, що будь-яка періодична функція може бути представленою у вигляді нескінченної суми косинусів та синусів, яка називається рядом Фур'є:

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx) + \sum_{l=1}^{\infty} b_l \sin(lx), \quad (3.46)$$

де

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \\ a_k &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx) dx, \\ b_l &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(lx) dx. \end{aligned}$$

Часто функції \sin та \cos подають з використанням комплексних чисел, використовуючи формулу Ейлера $e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$, а саме:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{2i\omega x} d\omega.$$

Одним з недоліків перетворення Фур'є є неможливість визначити розриви функцій 1-го роду.

Іншим недоліком є відсутність локалізації по часу. Для усунення цього недоліка часто використовують віконне перетворення Фур'є. Як видно з назви, сигнал (часовий ряд) f множиться на деяку віконну функцію $b(t-t_0)$, для якої $b(t) \neq 0$ лише в деякому околі точки t_0 . Тоді віконне перетворення Фур'є f визначається наступним чином:

$$\hat{f}(\omega, t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) b(t-t_0) e^{-i\omega t} dt.$$

Очевидно, перетворення буде виконуватись лише на інтервалі $(t_0 - \varepsilon, t_0 + \varepsilon)$, оскільки саме він відповідає вікну ширини 2ε , що рухається вздовж часової осі. Однак, цей метод також не дозволяє позбутись проблеми феномена Гіббса.

Саме тому були розроблені більш перспективні методи аналізу часових рядів (сигналів), з яких найбільше поширення в цій галузі отримав вейвлет-аналіз. Це порівняно новий метод, що переважно використовується в обробці цифрових сигналів. В основу покладено аналіз Фур'є як найпоширеніший метод визначення частотного вмісту часового ряду. Проте, як зазначалось вище, цей метод дозволяє отримати інформацію про те, яка потужність сигналу на кожній частоті, однак не дозволяє локалізувати час, коли виникають відповідні частотні компоненти.

У 1930 р. фізик П. Леві досліджував типи випадкових часових рядів, використовуючи базисну функцію із змінним масштабом – функцію Хаара. Він визначив, що застосування цієї функції дозволяє точніше визначити малі відхилення при русі по сигналу. Ця властивість стала ключовою концепцією у розвитку вейвлетів, оскільки відповідне перетворення може виконуватись на різних сегментах часового ряду, поданого у часовій області.

П'ять років потому фізик Морле та інженер Гроссман визначили вейвлети в контексті квантумної фізики. Морле подав теоретичну частину у статті про аналіз сейсмічних даних. Гроссман пізніше надрукував статтю про математичні основи вейвлетів.

У 1985 р. С. Маллат та Ів Мейєр зробили величезний крок у розвитку вейвлет-аналізу, висунувши ідею про магатомасштабний аналіз. Наступним кроком І. Добеши побудувала сімейство ортонормальних вейвлетів на компактних множинах.

Як зазначалось, вейвлети позбавлені недоліків Фур'є-перетворення. Вейвлет-перетворення є методом, що базується на поданні функцій чи часових рядів у вигляді сум „малих хвиль”. Ці хвилі використовуються таким же чином, як і тригонометричні функції у перетворенні Фур'є, однак, на протигагу до нього, вейвлет-перетворення дозволяє локалізувати характеристики одночасно у частотній та часовій областях і визначене на компактній множині. Тому вейвлет-перетворення дуже добре підходить для відображення малих флуктуацій в часових рядах.

Сімейство вейвлетів може бути побудоване на основі функцій, що називаються материнськими вейвлетами, які визначені на скінченних інтервалах. На практиці, однак, також часто використовуються вейвлети, що не визначені на компактних множинах, як Гаусіан та вейвлет Морле. „Дочірні вейвлети” утворюються шляхом переносу (b) та розтягування (a) материнського вейвлета. Окремий вейвлет може бути визначений як

$$\psi^{a,b}(x) = |a|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right). \quad (3.47)$$

Тоді перетворення виконується шляхом внутрішнього добутку отриманого дочірнього вейвлета $\psi^{a,b}$ та функції f :

$$W_{\psi}(f)(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (3.48)$$

Цей метод має багато спільного з віконним перетворенням Фур'є. Різниця полягає у поведінці функції $b(t-t_0)e^{-i\omega t}$, що аналізується, та вейвлета ψ . Функція $b(t-t_0)e^{-i\omega t}$ залишається незмінною протягом всього перетворення, в той час як вейвлет змінює свою ширину в залежності від частоти. Саме тому вейвлети з великою частотою дуже вузькі, тоді як низькочастотні вейвлети є більш широкими. Це надає вейвлет-перетворенню властивість „масштабування” часового ряду на високих частотах.

З розвитком вейвлет-перетворення отримав велике розповсюдження багатомасштабний аналіз. Як впливає з назви методу, він дозволяє аналізувати часовий ряд на різних частотах з різними масштабами. Взяти певний масштаб, часовий ряд апроксимується, внаслідок чого ігноруються всі флуктуації, масштаби яких менші даного. Із збільшенням масштабу до опису додаються все точніші деталі аналізованого часового ряду, дозволяючи отримати все точнішу апроксимацію. В результаті з'являється можливість відтворити вихідний часовий ряд, використавши всю інформацію, що знаходилась на всіх масштабах.

Такий метод розроблений для отримання достатньої точності в часовій області та малої в частотній на великих частотах, і достатньої точності в частотній області та малої в часовій на малих. Такий підхід особливо цінний у випадках, коли часовий ряд має високочастотні ділянки протягом малих часових інтервалів та низькочастотні компоненти, що спостерігаються протягом тривалих періодів.

Більшість інформації у часовому ряді передається за допомогою його нерегулярної структури та його властивості переносу, що називається сингулярністю. Завдяки можливості розділяти часовий ряд на елементарні будівельні блоки, добре визначені у часовій та частотній області, вейвлет-перетворення допомагає визначати сингулярності часового ряду. Таким чином, вейвлет-перетворення має здатність визначати локальну регулярність часового ряду.

Локальна регулярність функції часто вимірюється коефіцієнтом Ліпшиця, який також називається коефіцієнтом Холдера, визначення якого наступне:

- нехай n – додатне ціле число і $n \leq \alpha \leq n+1$. Функція $f(x)$ відповідає коефіцієнту Холдера α в точці x_0 тоді і лише тоді, коли існують два дійсні числа A і $h_0 > 0$, а також многочлен порядку n , $P_n(x)$, такі що для будь-якого $h < h_0$

$$|f(x_0 + h) - P_n(h)| \leq A|h|^\alpha;$$

- функція $f(x)$ відповідає коефіцієнту Холдера α у будь-якій точці відрізка $[a, b]$ тоді і лише тоді, коли існує таке дійсне A , що для будь-якого $x_0 \in [a, b]$ можна знайти многочлен $P_n(x)$ такий, щоб задовольнялась нерівність з попереднього пункту, якщо $x_0 + h \in [a, b]$;
- регулярністю Холдера функції $f(x)$ в точці x_0 називається верхня межа значень α , таких що α є коефіцієнтами Холдера функції $f(x)$ в точці x_0 ;
- функція називається сингулярною в точці x_0 , якщо її коефіцієнт Холдера в цій точці не рівний 1.

Якщо функція нескінченно диференційовна в точці, її коефіцієнт Холдера в цій точці рівний 1 і тоді в ній відсутня сингулярність. Коефіцієнт Холдера α є показником диференційовності функції, проте він більш точний. Якщо коефіцієнт Холдера α функції в деякій точці x_0 задовольняє нерівності $n < \alpha < n+1$, можна говорити про те, що функція n разів диференційовна в точці x_0 , проте її n -а похідна є сингулярною в точці x_0 і α характеризує цю сингулярність.

На основі поданих вище викладок розроблено метод максимумів модулів вейвлет-перетворення (wavelet transform modulus maxima, WTMM).

Дамо визначення локального максимуму модулів вейвлет-перетворення. Нехай $Wf(x)$ є вейвлет-перетворення деякої функції $f(x)$, тоді:

- локальним екстремумом називається будь-яка точка x_0 , така що $\frac{d(Wf(x))}{dx}$ має перетин з віссю абсцис при $x = x_0$, коли x змінюється;
- максимумом модуля називається будь-яка точка x_0 така, що $|Wf(x)| < |Wf(x_0)|$, коли x належить до лівого чи правого околу точки x_0 , і $|Wf(x)| \leq |Wf(x_0)|$, коли x належить до околу x_0 з іншого боку;
- максимальною називається крива, що з'єднує у масштабовому просторі всі точки x , що є максимумами модулів.

Доведено, що коли вейвлет-перетворення не має максимумів модулів на скінченних масштабах на деякому інтервалі, функція має коефіцієнт Холдера на даному інтервалі, близький до 1. Це означає, що функція не є сингулярною в будь-якому околі, де вейвлет-перетворення не має максимумів модулів на скінченних масштабах.

Оскільки метод WTMM застосовується для дискретних даних – формула базового вейвлет-перетворення в ньому приймає дещо інший вигляд порівняно з (3.52):

$$T_{\psi}(n, s') = \frac{1}{s'} \sum_{i=1}^N \psi\left(\frac{i-n}{s'}\right) x(i), \quad (3.49)$$

де ψ – материнський вейвлет, зсунутий на n , а s' – масштаб. В якості материнського вейвлета найчастіше використовують m -у похідну Гаусіана

$$\psi^{(m)}(x) = \frac{d^m}{dx^m} \left(e^{-x^2/2} \right), \quad (3.50)$$

оскільки вона вилучає із часового ряду тренди, що можуть бути апроксимовані многочленами до $(m-1)$ -го порядку включно.

У випадку наявності в даних сингулярності коефіцієнти вейвлет-розкладу T_{ψ} будуть себе вести у відповідності із степеневим законом

$$T_{\psi}(n_0, s') \sim s'^{\alpha(n_0)}. \quad (3.51)$$

Ця відповідність, однак, є нестабільною у випадку щільно розміщених сингулярностей; тоді краще ідентифікувати локальні максимуми на основі T_{ψ} і потім розрахувати функцію розбиття модулями максимумів

$$Z(q, s') = \sum_{l \in L(s')} |T_{\psi}(n_l(s'), s')|^q, \quad (3.52)$$

де $L(s')$ означає множину всіх максимумів на масштабі s' , а $n_{l(s')}$ – позицію максимуму. Для збереження монотонності $Z(q, s')$ на s' використовується додаткова умова верхньої межі

$$Z(q, s') = \sum_{l \in L(s')} \left(\sup_{s'' \leq s'} |T_{\psi}(n_l(s''), s'')| \right)^q. \quad (3.53)$$

Для часового ряду із фрактальною структурою очікується, що $Z(q, s') \sim s'^{\tau(q)}$. Спектр сингулярності $f(\alpha)$, як і у випадку МФ-АДФ, отримується в результаті застосування наступних формул:

$$\alpha = \tau'(q) \text{ і } f(\alpha) = q\alpha - \tau(q). \quad (3.54)$$

Між $\tau(q)$ та узагальненим коефіцієнтом Херста існує взаємозв'язок:

$$\tau(q) = qh(q) - 1. \quad (3.55)$$

Лінійна поведінка $\tau(q)$ означає монофрактальність часового ряду, в той час як нелінійна – мультифрактальність.

РОЗДІЛ 4. МОДЕЛЮВАННЯ КРИТИЧНИХ ЯВИЩ У ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМАХ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПЕРЕДКРИЗОВИХ СТАНІВ

Критичні явища та крахи фінансових ринків – надзвичайно важливі події, котрі в однаковій мірі цікаві як для академічної науки, так і фінансових аналітиків та практиків. Згідно з уявленням середини ХХ ст. ринки є ефективними, але такі події як неконтрольований швидкий спад ринку, можуть привести до катастрофічного явища – краху. Справа в тому, що більшість класичних статистичних фінансових моделей того часу базуються на припущенні стаціонарності та ергодичності часових рядів і принципово не могли аналізувати крахи. В процесі становлення синергетичної та екофізичної парадигми прийшло усвідомлення того, що реальні ринки є ієрархічними об'єктами, де кожен рівень може мати різні вагу, зв'язність, характерні часові та просторові масштаби (або ж не мати таких – масштабно інваріантні мультифрактальні об'єкти). Проблеми посилення нестабільності сучасної фінансово-економічної системи, яка особливо загострилась за останні кілька десятиріч, обумовила необхідність розробки методів та моделей раннього попередження криз, конструювання таких індикаторів-передвісників катастрофічних явищ, які б дозволили, аналізуючи сучасними методами стан та динаміку ринку, виявляти принципові паттерни передкризових станів.

Згідно [162] крах спричинюється нестабільністю системи; конкретна причина краху вторинна. По суті, що-небудь все рівно спрацює, як тільки система „дозріла”. У цій моделі крах зумовлений ендегенними причинами і має внутрішнє походження, а екзогенні, або зовнішні потрясіння слугують лише „спусковим гачком”. Іншими словами, істинна причина кризи може бути названа системною нестабільністю. В той же час, аналіз росту чутливості і зростання нестабільності ринку поблизу такої критичної точки можуть пояснити та розкрити локальні причини критичних явищ.

Метою цього розділу є дослідження кризових явищ задля виявлення індикаторів передкризових станів на підставі аналізу часових рядів (валютних та фондових індексів, цін товарного ринку тощо) за допомогою сучасних методів – аналізу детрендованих флуктуацій, ентропійних методів, вейвлет аналізу, рекурентних діаграм тощо.

4.1 Класифікація та моделі фінансово-економічних криз

В умовах відкритого ринку та посилення глобалізаційних процесів стабільне функціонування національної економіки кожної країни все більше

залежить від стійкості світової економічної системи. Тому якісний та кількісний аналіз передкризових станів у відкритих економічних системах належить до однієї із найбільш актуальних задач сучасної теоретичної та прикладної науки, від успішності розв'язання якої залежить ефективність та адекватність розробки відповідних антикризових заходів, спрямованих на мінімізацію наслідків можливих фінансово-економічних криз (ФЕК).

У сучасній економічній науці кризи трактуються в контексті циклічного розвитку економіки – як фаза економічного циклу, в якому розрізняють чотири етапи: кризу, депресію, поживлення та економічного росту. В цьому контексті криза є механізмом вирівнювання диспропорцій, відновлення рівноваги між виробництвом, обміном та споживанням, стимулом до підвищення технологічної ефективності суб'єктів економічної діяльності шляхом оновлення та модернізації основного капіталу. При цьому, на відміну від інших фаз циклу, яким притаманна повільна динаміка, у фазі кризи відбуваються стрибкоподібні зміни різноманітних макроекономічних показників (зростання темпів інфляції, скорочення обсягів виробництва, знецінення національної валюти, падіння фондових індексів, зниження прибутків та реальних доходів населення тощо).

ФЕК може охоплювати всі сфери економіки – виробництво, розподіл, грошово-фінансову сферу тощо. Необхідно зауважити, з 70-80-х рр. XX ст. в теоретичних та емпіричних дослідженнях проблем економічних циклів та криз увага економістів все більше акцентується на фінансових кризах (наприклад, [130]), оскільки фінансовий сектор в сучасних умовах являє собою найбільш нестабільну сферу економіки. Предметом дослідження фінансової нестабільності є спекулятивні буми та фінансові міхури [161, 162], які супроводжуються шоками та призводять до фінансових криз і потім поширюються на інші сектори економіки.

Фінансові шоки трактуються як значне, але нетривале погіршення усіх, або більшості фінансових індикаторів (процентних ставок, валютних курсів, фондових індексів). Таким чином, криза розпочинається з шоків, або несподіваних відхилень макроекономічних показників. Реакцією фінансових ринків на шоки є стрімке зниження курсової вартості акцій. Це призводить до масової втечі капіталів інвесторів до більш ліквідних ринків.

Внаслідок посилення глобалізаційних процесів та лібералізації фінансової сфери значно збільшився обсяг спекулятивних операцій на світових, регіональних та національних фінансових ринках, що спричинило до зростання чутливості національних економік до фінансових шоків та збільшило їхню вразливість до фінансових криз та епідемій. Фінансова епідемія виникає внаслідок стрімкого посилення міждержавних взаємодій після того, як фінансова криза охопила одну із країн. Іншим фактором, що суттєво впливає на розвиток процесів, визначаючих виникнення та розгортання ФЕК та епідемій є швидкість здійснення фінансових транзакцій. Сучасні телекомунікаційні технології дозволяють за лічені

хвилини переводити величезні капітали з однієї точки земної кулі до іншої, при цьому рішення щодо здійснення транзакцій може прийматися зовсім з іншого місця.

Форми прояву фінансових криз у різних сегментах фінансового ринку мають певні відмінності. На фондовому ринку відбувається падіння курсів акцій та фондових індексів, знижується капіталізація ринку, прибутковість цінних паперів, інвестиційна активність, погіршується біржова кон'юнктура та ліквідність фінансових інструментів. На валютному ринку змінюється курс національної валюти (як правило, в бік девальвації), зростають премії за форвардними та ф'ючерсними контрактами. На банківському ринку зростають відсоткові ставки, спостерігається лавиноподібний відтік капіталу за кордон, „заморожуються” кошти корпорацій, підприємств та фізичних осіб на банківських рахунках, імовірний повний колапс банківської системи і, як наслідок, розгортання системної економічної кризи.

Виходячи з цього, кризи розрізняють за глибиною та силою свого прояву, ступенем охоплення фінансової системи. В залежності від переважної форми свого прояву фінансові кризи поділяють на *валютні*, *боргові*, *банківські* та *системні* [250, 273].

Під *валютною кризою* розуміють ситуацію, коли була здійснена спекулятивна атака на валютний курс, яка спричинила девальвацію, або національному уряду довелося підтримати стійкість національної грошової одиниці шляхом помітних валютних інтервенцій, витрачаючи значні обсяги міжнародних валютних резервів, або підвищуючи відсоткові ставки [317]. Така ситуація спостерігалась, зокрема і в Україні у 1997-1998 рр. та особливо у 2007-2009 рр. Валютну кризу можна визначити як значну номінальну девальвацію національної валюти. Альтернативний підхід до визначення валютної кризи полягає в побудові індексу спекулятивного тиску, який враховує не лише номінальний валютний курс, але й зміни у золотовалютних резервах та процентних ставках, здійснених з метою зменшення тиску на валюту. При побудові таких індексів використовують середнє зважене з цих трьох компонент та намагаються визначити критичні, порогові значення побудованих індексів.

Боргові кризи поділяють на кризи внутрішнього та зовнішнього боргу. Заборгованість є одним із суттєвих факторів, що призводить до ФЕК. З точки зору виникнення ФЕК важливе значення мають питання як кількісної оцінки заборгованості (абсолютний обсяг, розмір регулярних платежів, відношення одержаного доходу до платежів за період тощо), так і структура заборгованості (коротко- та довгострокова, можливість та умови реструктуризації). Саме ці параметри характеризують вплив обсягу заборгованості на ймовірність виникнення ФЕК.

Криза державного боргу виникає при відмові держави здійснювати платежі за цим боргом (дефолт). Серед чинників виникнення боргових проблем можна виділити наступні: значні та не завжди вигідні емісії

державних облігацій на світовому та внутрішньому ринку (наприклад, ринок ОВДП в Україні та ДКО в Росії в середині 90-х рр. XX ст.); розширене банківське кредитування, борги перед міжнародними фінансовими інституціями, двосторонні угоди в рамках Паризького клубу кредиторів тощо. З іншого боку причинами виникнення та росту зовнішнього боргу є нерівномірність економічного розвитку, що призводить до від'ємного зовнішньоторговельного балансу та дефіциту рахунку поточних операцій, і, як наслідок, зростання зовнішнього боргу.

Сутність *банківської кризи* полягає у неспроможності окремих банків, банківських груп та всієї банківської системи в цілому підтримувати ліквідність, і, відповідно, здійснювати платежі. Оскільки до функції банків відноситься як кредитно-депозитна, так і розрахунково-платіжна, то кризи цього типу можна розглядати як боргові, так і кризи грошового обігу. Щодо стосується причин виникнення банківських криз, то можна навести наступні: неповернення позик, проблеми з ліквідністю банків, збитки від основної діяльності.

Окрім цього в періоди фінансової нестабільності можливі банківські епідемії, суть яких полягає у розповсюдженні кризи на відносно стабільні, нормально функціонуючі банки внаслідок міжбанківських відносин та наростання лавиноподібної хвилі недовіри до банківської системи, що породжують „набіги на банки”. Хоча в розвинених західних країнах банківські кризи не завжди були пов'язані із масовими вилученнями вкладів із банківської системи. В якості прикладів можна навести кризи, що відбулися в Іспанії на початку 80-х рр., Фінляндії, Норвегії, Швеції 1980-х та початку 1990-х рр. та криза в Японії, ситуація в Україні наприкінці 2004 р., восени 2008 р. та протягом 2009 р. Серед країн, що розвиваються, масові паніки серед вкладників спричиняли банківські кризи значно частіше, зокрема, кризи 1980-1990-х рр. в Аргентині, Уругваї, Венесуелі, Туреччині, Філіппінах, Таїланді тощо, та особливо – глобальна фінансова криза 200-2009 років, яка охопила практично всі країни світу.

Часто елементи валютної, боргової, банківської і, як наслідок, системної кризи можуть проявлятися одночасно, або один тип кризи переходить в інший. Так, валютна криза 1990-х рр. у Північноєвропейських країнах призвела до банківської кризи. Банківські кризи випереджають валютні переважно у країнах, що розвиваються. Прикладом можуть слугувати Туреччина та Венесуела у 1990-х рр. Банківські кризи можуть випереджати боргові, як це відбулося в Аргентині та Чилі в 1981-1982 рр. Зворотна послідовність спостерігалась в Колумбії, Мексиці, Перу, Уругваї, де припинення зовнішнього фінансування прискорило розгортання банківської кризи. В 1997-1998 рр. валютна кирза в деяких країнах Південно-східної Азії призвела до розгортання банківської та боргової криз тощо. Проте, відтік вкладів досить часто буває спричинений

розповсюдженням інформації щодо проблем у частині активів банківських балансів та недовірою до національної валюти.

Необхідно зауважити, що кризи можуть бути настільки значними, охоплюють усі сегменти фінансової системи країни. Часто такі кризи призводять до суттєвих інституційних змін в економіці. У зв'язку з цим останнім часом нерідко говорять про системні фінансові кризи – ситуації, які призводять до потенційного чи реального руйнування фінансових ринків, унеможливаючи їх подальше функціонування. Такі кризи одержали назву *системних* – тобто криз, в яких ярко виражені ознаки валютної, боргової та банківської одночасно.

Взаємозв'язок між факторами фінансової вразливості може бути вкрай складним та мати велику кількість зворотних зв'язків. Переоцінена валюта, наприклад, знижує експорт, сприяє зростанню імпорту та призводить до зростання дефіциту рахунку поточних операцій. В результаті відсоткові ставки зростають з метою залучення капіталу, необхідного для фінансування цього дефіциту. Високі процентні ставки, в свою чергу, негативно впливають на приватний сектор та збільшують обсяги дорогих кредитів. Банки, а іноді і уряди, реагують на це рефінансуванням таких боргів, приховуючи реальну ситуацію та випускаючи боргові зобов'язання, які деноміновані у вільно конвертованій валюті. Збільшення надходжень іноземного капіталу, в свою чергу, призводить до ще більшої переоцінки національної валюти, економіка опиняється у замкнутому колі, прикладом чого можуть бути російська та українська кризи 1997-1998 рр.

Що стосується факторів ризику настання фінансово-економічних криз, то ФЕК можуть бути спричинені низкою макроекономічних, політичних, фінансових факторів, які можна інтерпретувати як фактори нестійкості економічних систем, перелік найбільш важливих з яких наведено у табл. 4.1.

Аналіз фінансових криз 90-х років ХХ-го сторіччя, що охоплювали різні регіони світу, зокрема, країни південно-східної Азії, південної Америки, Східної Європи тощо, свідчить, що динаміка розгортання цих криз в структурно відмінних макроекономічних системах має певні спільні риси, що свідчить про наявність універсальних системних механізмів виникнення та розгортання системної нестійкості [216]. Незважаючи на різні економічні та геополітичні умови, що передували кризам в цих країнах, можна припустити наявність схожого сценарію зміни флуктуацій основних макроекономічних та фінансових індикаторів (фондових індексів, валютних курсів) [130, 273].

Це узгоджується із концептуальними положеннями системного аналізу, синергетики та теорії складності, згідно з якими існування універсальних сценаріїв катастроф в економічних системах є не тільки можливим, але й закономірним [13]. Так, згідно з принципом саорганізованої критичності, достатньо широкий клас систем, що знаходяться під впливом зовнішнього потоку енергії та інформації та

здатних до особливого режиму розповсюдження внутрішніх збурень, демонструють схожі властивості, зокрема, близькі до втрати стійкості елементи таких систем утворюють великомасштабні самоорганізовані мережі [211]. Наочною ілюстрацією такого роду процесів кооперативної поведінки (лавиноподібних процесів), можуть слугувати формування колективних стратегій на фондовому та валютному ринках, розповсюдження паніки, епідемій тощо.

Таблиця 4.1

Фактори ризику настання фінансово-економічних криз

Зовнішньо-торговельні	Несприятлива зміна цін на основних для країни експортних та імпорتنих ринках
	Дефіцит поточного платіжного балансу
Рух капіталу	Висока вартість запозичення ресурсів на міжнародних ринках капіталів
	Високий по відношенню до ВВП зовнішній борг
	Домінування короткострокових зобов'язань у структурі боргу
Фінансові	Низька забезпеченість грошової маси золотовалютними резервами
	Грошово-кредитна експансія
	Реальне подорожчання національної валюти
	Високі відсоткові витрати
	Висока вартість запозичень на ринку МБК
	Високий рівень фінансових ризиків у банківській системі
	Ефект "зараження"
Зміна цін акцій	
Макро-економічні	Уповільнення темпів економічного зростання
	Інфляція
	Дефіцит державного бюджету
	Відкритість економіки

Виходячи з цього, можна обрати два принципово різні шляхи до моделювання ФЕК. Згідно з першим підходом досліджуються причинно-наслідкові зв'язки між різноманітними фінансово-економічними індикаторами та економічною стабільністю. В рамках цього підходу здійснюється пошук факторів, які відіграють важливу роль у формуванні передкризових ситуацій, що ґрунтується на застосуванні економетричних моделей, нейронних мереж, експертних оцінках тощо [43, 84, 132].

Одним із напрямків першого підходу є здійснення оцінки ймовірності фінансової кризи, що ґрунтується на заданій в явному вигляді теоретичній моделі. При цьому значущість всіх змінних моделі аналізується одночасно (див., наприклад, [48]). В рамках іншого напрямку першого підходу досліджуються закономірності в динаміці макроекономічних показників у докризові (періоди стабільності), передкризові (періоди нестабільності) та післякризові періоди (періоди релаксації) [40, 48]. При цьому, як правило, для визначення групи макроекономічних показників (пояснюючих змінних)

будуються моделі для групи країн та порівнюється передкризова динаміка макропоказників із їхньою динамікою в стабільні періоди для цієї ж групи країн, або із динамікою країн контрольної групи, в яких криза не відбулась. Для визначення того, чи є різниця в динаміці макропоказників для досліджуваної групи (чи періоду) та контрольною групою (або стабільним періодом) застосовуються параметричні та непараметричні статистичні тести.

У рамках іншого, непараметричного підходу, що ґрунтується на системі пошуку сигналів „раннього сповіщення” не намагаються виявити безпосередні причини, що призвели до виникнення передкризового стану та змоделювати причинно-наслідкові зв’язки, а намагаються лише віднайти так звані „передвісники” – випереджаючі індикатори кризи. На основі цього підходу здійснюються висновки щодо придатності застосування різних змінних в якості сигналу про наближення кризи [84, 85]. Цей метод ґрунтується на систематичному моніторингу динаміки групи економічних змінних, які мають тенденцію до нетипової поведінки в передкризові періоди. Відхилення деякої з цих змінних від нормального, типового рівня розглядається в якості сигналу про ймовірність виникнення кризи на протязі певного моменту часу в майбутньому. При цьому пороговий рівень обирається таким чином, щоб мінімізувати відношення „шум – сигнал”, що визначається як співвідношення долі хибних сигналів, за якими слідували стабільні періоди та криза не відбувалась, до долі сигналів, які вірно сигналізували про кризу.

Кожний з цих підходів має свої переваги та недоліки. Головна перевага другого (сигнального) підходу полягає в тому, що він не вимагає побудови теоретичної, причинно-наслідкової моделі, що є не тривіальною задачею. Окрім цього оцінка прогнозної здатності кожного з показників здійснюється окремо, що дозволяє проранжувати змінні. Але при цьому підході взаємодія та взаємний вплив показників не враховується, хоча і можна побудувати деякий інтегральний індикатор передкризового стану шляхом певної згортки групи показників передвісників. Іншою проблемою при застосуванні цього підходу є неявне постулювання деякої специфічної залежності між пояснюючими змінними за залежною змінною, яка фактично є бінарною функцією індикаторів, що приймає значення одиниця, коли індикатор перевищив граничне значення, та нуль в протилежному випадку. Тут принциповим залишається питання у виборі граничних значень.

Деякі з недоліків сигнального підходу долаються при застосуванні першого, економетричного підходу, оскільки будеться причинно-наслідкова залежність між факторами та результатом, який інтерпретується як ймовірність настання кризи, при цьому застосовними є стандартні статистичні тести. При цьому підході оцінюється вплив усіх пояснюючих змінних, включених до моделі, одночасно, є певна гнучкість у виборі функціональної залежності. Але складність у реалізації такого підходу

полягає в тому, що кількість спостережень передкризових періодів у виборці в порівнянні із періодами стабільності недостатня для побудови адекватної регресійної моделі.

Окрім цього, складність застосування економетричних моделей обумовлена також наступними причинами: хоча ФЕК можуть мати багато спільних рис, вони не достатньо однорідні по різних країнах, що ускладнює узагальнення минулого досвіду, при цьому кожна криза демонструє і свої власні унікальні властивості; деякі характеристики, що свідчать про вразливість економіки, не можуть бути визначені кількісно; можуть бути відсутніми необхідні статистичні дані; визначальні фактори криз можуть суттєво змінюватись із часом.

Тому для ідентифікації передкризових станів ми застосували за своєю сутністю другий, сигнальний підхід, але на відміну від розглянутої вище методики наша побудова передвісників полягає в конструюванні індикаторів передкризових станів за допомогою сучасних методів синергетики та еконофізики, які було розглянуто в попередніх розділах – мультифрактального та вейвлет аналізу, ентропійних методів, рекурентних діаграм тощо.

4.2 Особливості колективної динаміки складних систем у період кризи

4.2.1 Використання теорії фазових переходів при інтерпретації критичних явищ

У рамках синергетичної парадигми можливо використати основні уявлення теорії фазових переходів при дослідженні кризових явищ. Синергетичний ефект реалізується в умовах біфуркаційного стану системи, тобто стану, в якому детермінізм (зумовленість, причинність), стає рівноімовірною реалізацією випадковості (відсутність знання).

Стосовно реальних соціально-економічних систем поки не розроблений математичний апарат, що дозволяє адекватно відображати динаміку зміни станів системи в точках біфуркації. Проте можуть бути названі деякі перспективні напрями в математичному моделюванні соціально-економічних систем – фрактальна математика, теорія катастроф, теорія біфуркацій, теорія ланцюгових реакцій, теорія Марківських процесів, теорія нерівноважної термодинаміки, теорія дискретної динаміки, теорія самоорганізації І. Пригожина, теорія синергетики Г. Хакена тощо.

Синергетичні ефекти в соціально-економічних системах – це результат кооперативної дії, що приводить до зміни якості, траєкторії її розвитку.

Формування синергетичних ефектів у виробничих, соціально-економічних системах забезпечується в результаті системного синтезу технічних, технологічних, організаційних, економічних, соціальних, екологічних, управлінських чинників у результаті постійної зміни масштабного (часового і просторового) чинника, порогових, ланцюгових, автокаталітичних і автохвильових явищ, фрактальної розмірності [278, 277].

Гіпотеза синергетичного ринку використовує для побудови базової моделі кризових явищ феноменологічну теорію фазових переходів Ландау-Еренфеста. Як ключові поняття вона використовує такі категорії фізики, фізичної хімії і хімічної фізики, як *фаза*, *фазовий перехід*, *гомогенна фаза*, *гетерогенна фаза*, *кластер*, *параметр порядку*, *перколяція*.

В якості фази розуміють сукупність однорідних елементів, що входять до складу системи та мають однакову симетрію і однакові властивості. Гомогенною вважається система, що складається з однієї фази, тобто без границі поділу фаз. Гетерогенною вважається система, що складається з двох та більше фаз, між якими існує границя поділу. Кластер – це група однорідних елементів, що мають певну стійкість і симетрію.

Параметр порядку – поняття, введене Л. Ландау, для кількісного визначення ступеня порушення симетрії в несиметричній фазі (на відміну від параметрів порядку Г. Хакена). Катастрофа – це втрата системою стійкості. Перколяція – фазовий перехід із зміною симетрії в системі.

Динамічні процеси в межах однієї фази (однієї якості гомогенної системи) описуються гаусіанами, тобто виходять з того, що випадкові величини в гомогенній зоні статистично розподіляються за нормальним законом. Динамічні процеси при фазових переходах описуються за допомогою гамільтоніанів і фракталів.

Структурні фазові переходи виникають, коли змінюється внутрішня симетрія системи. До недавнього вважалось, що можливими є два типи структурних переходів:

- 1) структурні переходи типу зсуву (дисторсії);
- 2) структурні переходи типу „порядок – хаос” (синергетичні переходи).

Нещодавно відомий російський математик В.П. Маслов [125] саме при дослідженні фінансових ринків розробив теорію так званих фазових переходів нульового роду.

Поведінка системи поблизу фазових переходів описується за допомогою параметру порядку. Параметр порядку характеризує нову властивість, що виникає в системі в результаті фазового переходу з однієї фази в іншу. Параметр порядку визначається таким чином, що його значення дорівнює нулю по один бік фазового переходу і певному скінченному значенню по інший. Внаслідок неперервності фазового переходу в самій точці переходу параметр порядку дорівнює нулю і монотонно зростає при віддаленні від цієї точки.

Потенціал фазового переходу в загальному вигляді описується гамільтоніаном:

$$\Phi = \Phi_0 + r\eta^2 + v\eta^3 + u\eta^4 + \dots,$$

де Φ_0 – значення потенціалу в початковій фазі; r , v , u – параметри системи, залежні від чинників, що викликають флуктуації в системі; η – параметр порядку системи.

Рівноважне значення параметра порядку визначається з умови мінімуму Φ як функції параметра порядку і знаходиться з двох співвідношень:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Phi}{\partial\eta} &= 0; \\ \frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2} &> 0.\end{aligned}$$

Розрізняють фазові переходи першого і другого роду (фазові переходи Л. Ландау). Величина зміни потенціалу фазового переходу характеризує різницю між фазами, що співіснують. Якщо стрибок потенціалу відмінний від нуля – це фазовий перехід першого роду. При наближенні до точки фазового переходу другого роду величина стрибка прагне до нуля $\Phi_0 - \Phi \rightarrow 0$.

В області фазових переходів поведінка системи визначається, насамперед, чинником кооперативної поведінки (синергетичним потенціалом) і природою самих фаз та кількістю ступенів свободи. Це означає, що критична поведінка системи не залежить від виду взаємодії. Флуктуації в системі – це „збудники спокою”, джерела спонтанної зміни параметра порядку, і, як наслідок, величини різниці потенціалів фазового переходу збільшуються в системі по мірі наближення до нуля, оскільки будь-яка похідна, віднесена до величини, що прямує до нуля, прагне до нескінченності.

З універсальної феноменологічної теорії фазових переходів у системах впливає декілька практичних наслідків для критичних процесів в економічних системах:

1. Реальні перехідні процеси можуть бути тільки розмитими. Розмитість реальних переходів складає сутність самого явища фазового переходу та обумовлена появою границі між фазами.

2. Всі фазові переходи розвиваються в системі у декілька стадій. Тому зміна стану системи при фазовому переході не може бути описана гладкою

функцією, а весь процес може бути представлений тільки кусково-гладкою функціональною залежністю.

На кожній стадії розвитку фазового переходу зміна стану системи може бути описана співвідношенням:

$$\ln \frac{\eta}{1-\eta} = \ln \frac{\eta_i}{1-\eta_i} + \varepsilon_i \left(\frac{D-D_i}{D_i} \right)^n,$$

де η – параметр порядку; D – міра зовнішньої дії, у якості яких в економічних системах можуть виступати політичні, правові, кон'юнктурні сигнали; $\eta_i, D_i, \varepsilon_i, n$ – характеристики системи на кожній стадії.

Універсальний характер даного опису визначається тим, що він охоплює колективні стратегії в складній системі, де кооперативна дія (синергія) є визначальним механізмом взаємодій.

Будь-яка система, що знаходиться у стадії фазового переходу, містить кластери двох типів: одні кластери володіють новими властивостями, інші їх не мають. Під дією зовнішніх сил (наприклад, експорту-імпорту ентропії) у перехідній системі спостерігається зміна співвідношення між кількістю кластерів цих двох типів. Наявність двох типів кластерів, одні з яких є носіями інерційної складової, а другі – мутаційної, є загальним законом розвитку систем.

Якщо η – параметр порядку, то $1-\eta$ – параметр хаосу. Якщо η відображає інерційну складову, то $1-\eta$ – мутаційну складову в системі.

Кількісне співвідношення між носіями нового порядку (мутаційними) кластерами та інерційними кластерами визначатиметься залежностями:

$$\eta = [1 + \exp(-\mu_i - \varepsilon_i^* \tau^n)]^{-1},$$

$$1 - \eta = \exp(-\mu_i^* \tau^n) [1 + \exp(-\mu_i - \varepsilon_i^* \tau^n)]^{-1},$$

де $\tau = (D - D_i) / D_i$, $\mu_i = \ln \eta_i / (1 - \eta_i)$, D – значення зовнішнього впливу на систему.

Еволюція синергетичних систем (багатоагентних, кластерних, багатокомпонентних, гетерогенних, колективних) буде, таким чином, визначатися в кожний момент часу співвідношенням:

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = n \varepsilon_i \tau^{n-1} \eta (1 - \eta).$$

Ліва частина співвідношення відображає зміну розподілу частинок усередині кластерів. У системі з N частинок η і $(1-\eta)$ відображають кількість частинок в кластерах з новою і старою організацією: $n = \eta N$ і $N - n = (1 - \eta)N$. Утворення і розвиток двох систем, що відображають новий і старий порядок в системі, в значній мірі визначатиметься характером зовнішньої дії. Опис еволюції синергетичних систем може бути зроблений в координатах „співвідношення кількості нової фази в часі – зовнішні силові дії” або „кількість нової фази – сила зв’язку консервативних часток”.

Перехід з одного стійкого стану в інший здійснюється не монотонно, а стрибкоподібно. Перехід у новий стійкий рівноважний (стаціонарний, квазістаціонарний) стан визначається значенням якого-небудь параметра, що досяг критичного стану.

Особливістю розвитку криз у складних економічних системах є наявність логоперіодичних коливань, що була проаналізована Д. Сорнеттом [162]. Ідея в тому, що кризове явище розглядається як фазовий перехід другого роду, а логоперіодичні коливання є передвісником кризи. На основі аналізу передкризової поведінки Сорнетт у своїй роботі описує функцію, залежну від кількох параметрів (до 8), що апроксимує часовий ряд на досліджуваному інтервалі і дозволяє провести короткочасову екстраполяцію для прогнозування критичного явища. Розглянемо модель, побудовану Д. Сорнеттом детальніше.

Д. Сорнетт розглядає два види моделей, що представляють нам дві протилежні точки зору на ризик, пов’язаний з потенційними крахами: моделі, що керуються ризиком; моделі, що керуються ціною. Розглянемо другий вид моделей детальніше.

Модель, що керується ціною. Виходячи з того, що навколишній світ і фондовий ринок – нелінійні системи, засновані на більш складній залежності, ніж проста пропорційність між причинами і наслідками, Сорнетт фокусує увагу на класі моделей з додатним зворотнім зв’язком. У даному випадку це означає, що при відсутності контролю, ціна „злітає” вгору без обмежень.

Кризові явища взагалі Д. Сорнетт розглядає як деякі „міхури”, що постійно наростають, і в момент краху лопаються.

Найпростіший варіант моделі, що керується ціною, складається з ціни міхура $B(t)$, що є інверсним ступенем випадкових блукань $W(t)$. Починаючи з $B(0) = W(0) = 0$, на початку часу, коли випадкові блукання наближаються до деякої величини $W_c=1$, $B(t)$ збільшується, і навпаки. Даний процес у випадковій області розповсюджує такі сингулярності скінченного часу, що монотонно зростаючий процес з кульмінацією у критичний час t_c замінюється випадковими блуканнями, які коливаються вгору-вниз перед тим, як вони, в решті решт, досягнуть критичного рівня. Даний нелінійний додатний процес зі зворотним зв’язком $B(t)$, таким чином, може бути

названий „сингулярними зворотними випадковими блуканнями”. За відсутності краху процес $B(t)$ може існувати скінчений проміжок часу: як відомо з теорії випадкових блукань, з ймовірністю 1 $W(t)$ досягне певного рівня, а саме величини $W_c = 1$.

З цієї моделі випливають цікаві наслідки з точки зору повторення та виникнення крахів у часі. Так, кожного разу, коли випадкові блукання наближаються до обраної постійної величини W_c , ціна міхура злітає вгору відповідно до умови відсутності арбітражу та раціональних очікувань. Це означає, що ринок переходить в нестійкий стан з крахом, що наближається. Модель випадкових блукань забезпечує точне передбачення часу очікування між здійсненими наближеннями до критичного значення W_c , тобто між міхурами, що спостерігались. Розподіл даних строків очікування вважається дуже широким степеневим розподілом, настільки широким, що середній час очікування є математично нескінченним. На практиці ж це призводить до двох взаємопов'язаних явищ: групування (міхури мають тенденцію слідувати за міхурами у короткі проміжки часу) і довгострокової пам'яті (строки очікування між міхурами стають більш тривалими, якщо міхур здувався достатньо довгий час).

Формулювання моделі „міхурів” („сингулярних інверсних випадкових блукань”), що керується ціною, здатне переконливо відтворити певні властивості і вигляд справжніх цінкових траєкторій з їх випадковістю, міхурами та крахами.

Процес поступового збільшення/зменшення міхурів з періодом, що постійно зменшується з часом, відповідає логоперіодичним коливанням значень передкризової ділянки часового ряду.

Слід підкреслити практичні наслідки існування логоперіодичних структур. Для задач прогнозування більш важлива та частина даних, яка містить осциляції, ніж та, котра описується простою степеневу залежністю, що може бути виродженою, особливо за наявності шуму, тому осциляційна компонента даних і більш надійна.

Також властивість логоперіодичності (яка дозволяє вичленити слабкий сигнал на фоні високого шуму) забезпечує більш надійну відповідність даним. Логоперіодичність дуже важлива з емпіричної точки зору при аналізі фінансової інформації, оскільки подібні осциляції набагато краще видно в реальних даних, ніж просту степеневу залежність. Відповідність моделі може фокусуватися на осциляціях, що містять інформацію про критичну дату t_c .

Якщо в даних присутня логоперіодичність, вона може бути використана для передбачення критичного часу t_c просто шляхом екстраполяції прискорення частоти. Оскільки ймовірність краху є найвищою поблизу критичного часу – можна досить просто спрогнозувати точку краху. Проте для раціональних трейдерів такий прогноз неефективний, адже вони

знають коефіцієнт ризику краху у кожній точці шляху (включаючи t_c), і вони вже відобразили цю інформацію у цінах через умову раціональних очікувань.

Побудова моделі Д. Сорнетта

Прискорення, яке передує краху, має точку перегину і найкраще відображується за допомогою степеневих функцій, які є ознаками критичної ситуації на ринку:

$$F_{pow}(t) = A_1 + B_1(t_c - t)^{m_1}, \quad (4.1)$$

де t_c – час, коли апроксимація степеневим законом демонструє (теоретично) відхилення, яке вказує на неминучий крах.

Щоб оцінити і порівняти цю відповідність, обраховується варіація (рівна значенню квадратів помилок між теоретичною кривою і реальними даними) або її квадратні корені (середньоквадратичне значення). Співвідношення двох варіацій, що відповідають двом різним гіпотезам приймається за уточнену статистику. Відношення варіації гіпотези постійного зростання до гіпотези степеневому закону рівне, за Д. Сорнеттом, $\text{var}_{\text{exp}} / \text{var}_{\text{pow}} \approx 1.1$, що свідчить лише про незначне покращення апроксимації даних степеневим законом для опису прискорення і при цьому кількість вільних змінних залишається сталою – 2.

Особливістю цього прискорення є наявність систематичних відхилень коливального типу. Осцилююча неперервна лінія (див. рис. 4.1) отримана шляхом підбору даних у наступному математичному виразі:

$$F_{ip}(t) = A_2 + B_2(t_c - t)^{m_2} [1 + C \cos(\omega \log((t_c - t)/T))] \quad (4.2)$$

Ця рівність являє собою простий приклад логоперіодичної корекції до чистого степеневому закону для досліджуваної змінної, що демонструє сингулярність в момент часу, коли обвал найбільш ймовірний, а саме t_c . У даному випадку логоперіодичність бере свій початок з функції косинуса логарифму відстані $t_c - t$ до критичного часу t_c . Саме завдяки логоперіодичності еволюція фінансових індексів стає поблизу критичної точки дискретним масштабним інваріантом. Логоперіодична корекція для масштабування припускає існування ієрархії характеристичних часових інтервалів $t_c - t$, що задані виразом

$$t_n = t_c - (t_n - t_0)g^{-n}, \quad (4.3)$$

де g є найкращим дискретним масштабним коефіцієнтом (ще позначається

λ). Дане значення $\lambda \approx 1.5-1.7$ майже однакове для усіх досліджуваних часових рядів. Універсальним є співвідношення $\frac{t_c - t_{n+1}}{t_c - t_n} = \lambda$.

Повернемося до виразу (4.2) і розглянемо детальніше параметри, що в ньому використовуються. Змінні A_2 , B_2 , m_2 (показник степеня), C , T знаходяться шляхом підбору, як вже вказувалося вище, ω – логоперіодична кутова частота, t_c – критичний час.

Тож основним припущенням теорії, що описує вищевказану модель (рівняння (4.2)), є кооперативна поведінка серед трейдерів, що наслідують один одного. Основну причину краху треба шукати за декілька років до його здійснення у поступовому прискоренні росту ринкових цін, що відображує накопичення кооперативності ринку, які збільшуються.

Д. Сорнетт ефект наслідування серед трейдерів називає основною з причин виникнення спекулятивних міхурів, при руйнуванні яких і виникають крахи. Крах, за Сорнеттом, має екзогенну природу, а ендогенні потрясіння є лише ініціюючими факторами.

Узагальнений результат даної теорії, як вже вказувалося – наявність логоперіодичних структур, що супроводжують еволюцію системи у часі.

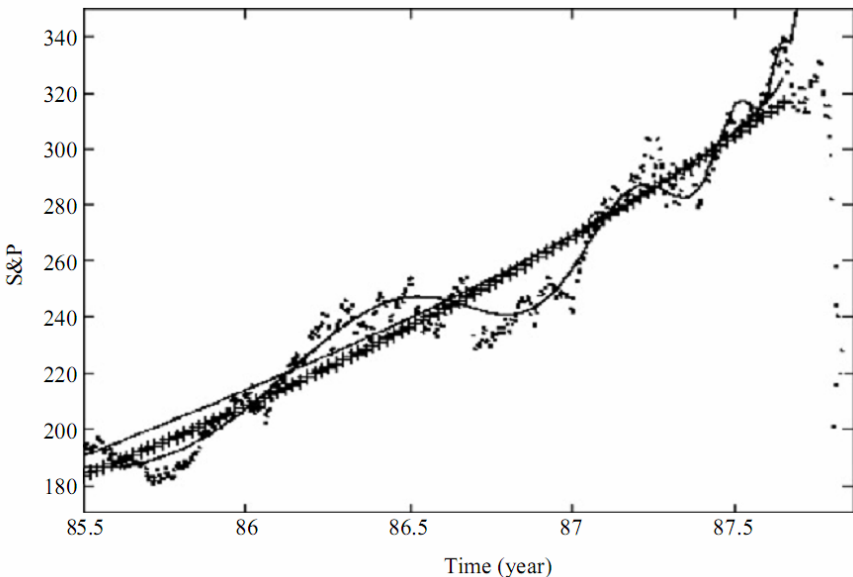


Рис. 4.1. Логоперіодичні коливання, які передують краху фондового ринку США у жовтні 1987 р.

На рисунку 4.1 модель Д.Сорнетта застосована для прогнозування фондового краху 1987 р. Видно, що задовго до краху спостерігалися наростаючі коливання, які закінчилися стрімким падінням індексу S&P 500. Модель є однією з найпопулярніших серед моделей-передвісників, але, на жаль, велика кількість параметрів підгонки та низька точність прогнозу в останні роки викликає нищівну критику на її адресу [22].

Для того щоб пояснити природу фазового переходу нульового роду і зрозуміти його відношення до криз на фінансових ринках, подамо певні попередні уявлення із квантової фізики. Серед явищ природи є феномен, відомий в квантовій фізиці як явище бозе-ейнштейнівського конденсату. В.П.Маслов проінтерпретував його стосовно економіки на прикладі піраміди MMM [122].

Аналогія тут наступна. Ми не розрізняємо купюри одного номіналу, хоча на них проставлені різні номери. Нас ці номери не цікавлять, коли ми що-небудь купуємо, продаємо, отримуємо зарплату або кредит, кладемо гроші в банк. Квантові частки (бозе-частинки) також однакові. Правда, їх і розрізнити неможливо, тоді як у купюр одного номіналу номери різні. Але з точки зору математики, ця „філософська” обставина неістотна. Якщо бозе-частинок в об’ємі при даній температурі (реально у фізиці дуже низькій) більше деякої певної кількості, то зайві частки „випадають в конденсат”. Аналогічно, якщо кількість грошей в купюрах країни перевищує деяку кількість, то певна частина у вигляді монет випадає з обігу.

Так само в Єврозоні потрібно, як мінімум, зберегти і всі колишні національні валюти. Тоді небезпечний обсяг грошей, перевищення якого може викликати кризу в одній країні, не настільки сильно впливатиме на економіку інших країн, подібно до того, як банкрутство кількох потужних американських банків майже зруйнувало світову фінансову економічну систему у 2007-2009 рр.

Але найголовніше, при здійсненні операцій між державами, в яких циркулюють національні валюти, у жодному випадку не можна вести розрахунки в перерахунку на долари. Потрібно здійснювати „бартерний” обмін між різними валютами, тобто держава повинна розраховувати, який імпорт вигідно отримати в обмін на експорт у торговельних стосунках з різними партнерами, враховуючи ціни на внутрішніх ринках, і проводити розрахунки в „місцевій” валюті. Це ще більш збільшує небезпечний обсяг грошей та зменшує імовірність катастрофи. Особливо, якщо „бартер” має довгий ланцюжок (як, скажімо, за радянських часів при обміні квартир), що прораховується бізнес-аналітиками і програмістами.

Справа в тому, що, діючи за звичними стереотипами і алгоритмами, вони не знають про існування межі заборгованості, після якої відбувається не плавне погіршення, а різкий лавиноподібний перехід в інший стан системи (фазовий перехід). Тут, можливо, спрацьовує інерція сприйняття всього нового із затримкою по фазі.

Із сказаного зрозуміла важливість збільшення кількості варіантів. Логарифм від кількості варіантів називається ентропією Хартлі на відміну від ентропії Шеннона, що визначає величину інформації. Складність (по Колмогорову) дещо більше суми цих двох ентропій. У статистичній фізиці є спільний закон зростання ентропії. В [122] В.П. Маслов запропонував закон зростання складності, що враховує і психологію, і економіку, і посилення технології виробництва. Якщо складність зменшується, це украй небезпечно – аналогічно порушенню закону зростання ентропії у фізиці.

Але криза – ще не катастрофа. Розпад країни на регіони і війни між ними – ось що було б справжньою катастрофою. Це явище має аналогію у фізиці. Саме воно називається його „фазовим переходом нульового роду” і приводить до різкого викиду кінетичної енергії.

Нам залишається тільки сподіватися, що глобальна фінансова криза не приведе до такого „фазового переходу”.

4.2.2 Використання теорії випадкових матриць і кластерного аналізу для дослідження колективної природи кризових явищ

В цьому параграфі наведено нові результати, які можна отримати, застосовуючи апарат ТВМ і близький до нього кластерний аналіз, заснований на інформації, яка міститься в тій же матриці кореляції.

Розрахунки у формалізмі ТВМ будемо проводити для часових рядів 53 компаній, що входять до індексу широкого фондового ринку США (S&P 500) за часовий проміжок з 02.01.1982 по 11.02.2009 рр. Важливо, що ця база охоплює період часу, на проміжку якого відбулися помітні кризи: 1987 року („чорний понеділок” 19.10.1987 р.), 2000-2001 рр. (криза „дот-комів” і 11 вересня 2001 р.), глобальна криза 2007-2009 років.

Для врахування динаміки параметрів системи будемо використовувати алгоритм рухомого вікна.

На рис. 4.2 для ширини вікна у 250 днів (приблизно один робочий рік) із кроком у 5 днів (робоча неділя) розрахована динаміка спектральних властивостей вказаної матриці.

Чорна смуга власних значень λ_i відноситься до частини спектру, характерного для випадкових матриць. Він є малоінформативним. А от динаміка максимального власного значення містить передвісники всіх вказаних вище криз. Вони відмічені на рисунку стрілками.

Таким чином, колективні властивості кореляційної матриці чутливі до критичних явищ системи.

Як уже відмічалось у Розділі 2, один із методів виявлення економічної інформації, присутньої в матриці кореляційних коефіцієнтів, полягає в використанні процедури фільтрації. Вона оснований на оцінці субдомінантної ультраметрики, пов’язаної з метричною відстанню, яку можна отримати

виходячи з матриці кореляційних коефіцієнтів. Маючи дану відстань, ми будемо граф мінімального остівного дерева (МОД) та ієрархічне дерево, як це зроблено, наприклад, вище для системи індексів MSCI. Іншими словами, геометричні (через МОД) та таксономічні (через ієрархічне дерево) аспекти кореляції, які присутні між парами акцій в портфелі акцій, можна класифікувати, використовуючи інформацію з матриці кореляційних коефіцієнтів.

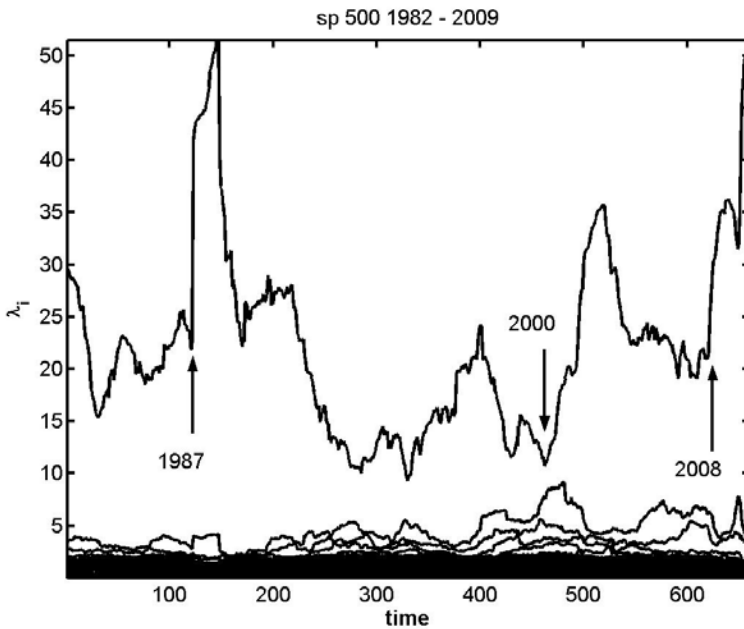


Рис. 4.2. Динаміка власних значень матриці кореляцій, побудованої на часових рядах, які входять до індексу S&P 500

Можливості кластерного аналізу, заснованого на матриці кореляцій розглянемо на прикладі екзогенного шокового явища 11 вересня 2001 р. [202]. Проаналізуємо, як змінюються структури мінімального зв'язного та ієрархічного дерев до та після вересневих подій 2001 року в Америці.

Оброблена множина даних – ті ж самі $N=49$ індексів MSCI. Часове вікно, обране для послідовних побудов дерев, складає $T=250$ днів. Ширина вікна вибиралась такою, щоб забезпечити умову $T/N=4>1$ щодо коректності застосування теорії випадкових матриць (див. Розділ 2).

Виконаємо побудови мінімального зв'язного (нижня частина на рисунках 4.3-4.5) та ієрархічного (верхня частина) дерев з часовим вікном,

яке розташоване до вересневих подій (рис. 4.3), включає вересневі події (рис. 4.4) та після них (рис. 4.5). Помітні різниці між структурами дерев у трьох випадках. Проаналізуємо їх.

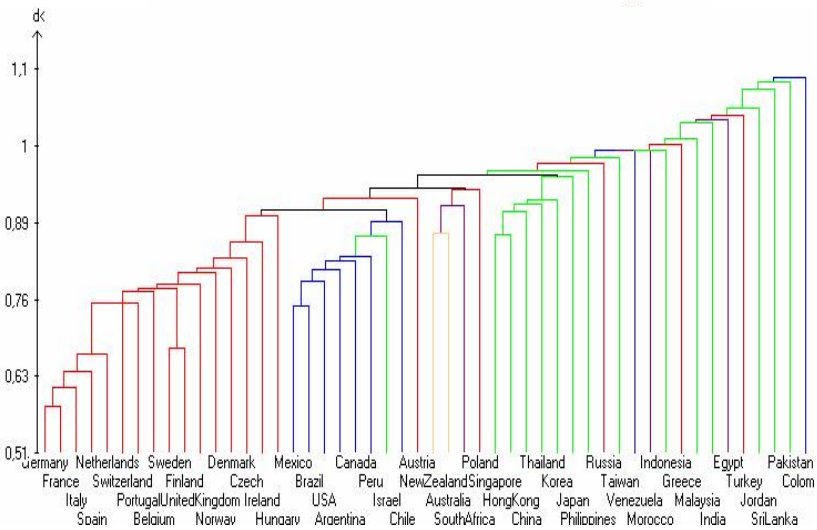
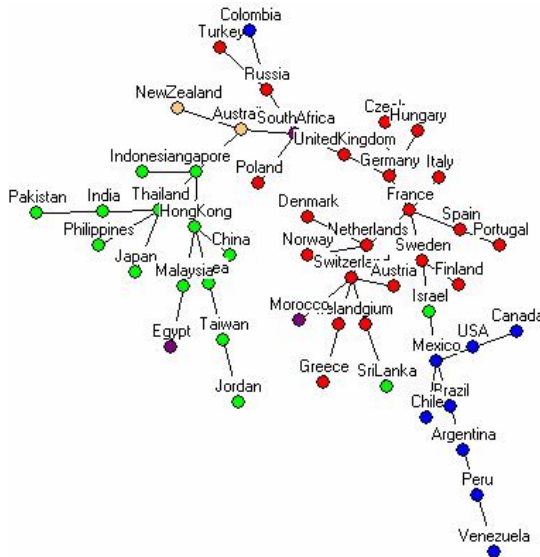


Рис. 4.3. Структура дерев у докривий період

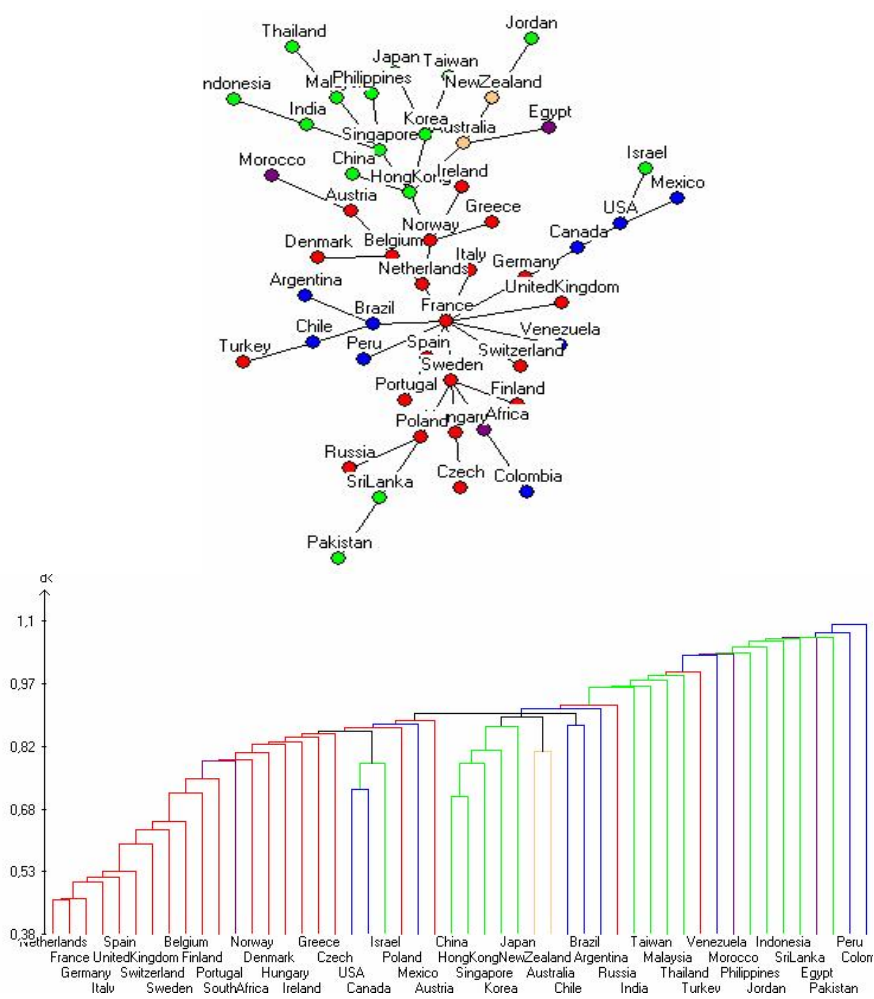


Рис. 4.4. Структура дерев за проміжок з лютого по листопад 2001 р.

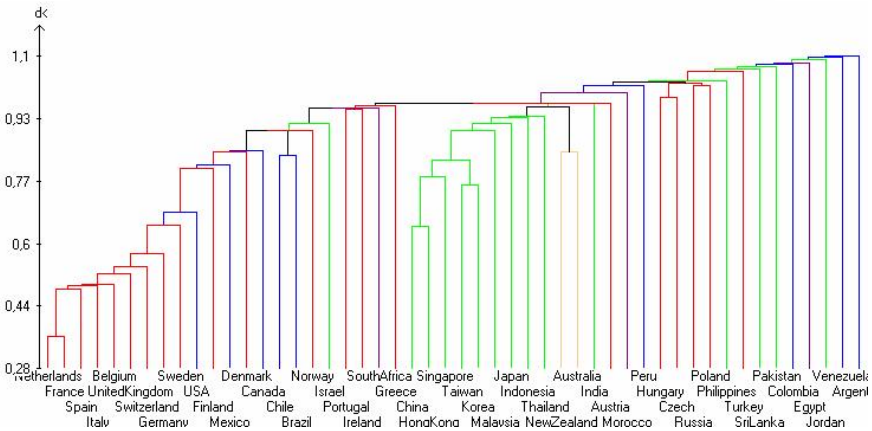
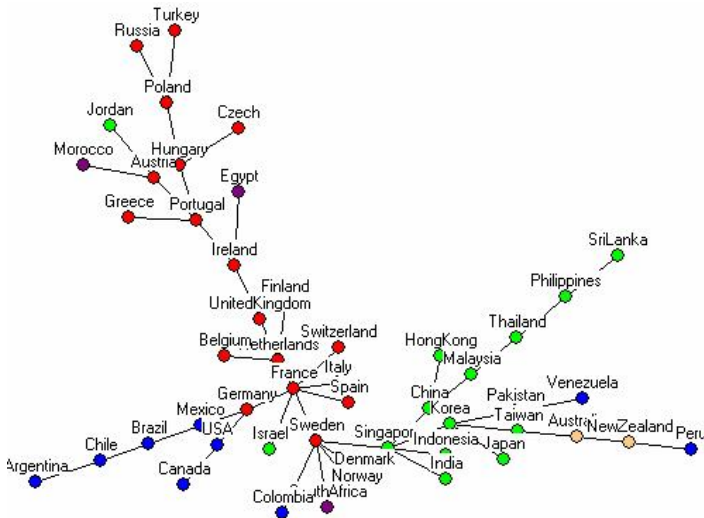


Рис. 4.5. Структура дерев за проміжок з лютого по жовтень 2003 р.

У першій побудові слід відмітити існування потужного Європейського кластера (хоча в ньому особливо виділяються такі країни як Франція, Німеччина, Італія, Іспанія, Нідерланди) та Американського кластера, який нараховує 8 країн (включаючи Ізраїль). Азіатський кластер існує, хоча і не є настільки потужним, як Європейський. На МОД країни з одного континенту тісно пов'язані між собою.

Після вересневих подій відбулися значні зміни в усіх кластерах. Головна з них – розпад Американського кластера. Тепер він складається

лише з трьох країн (США, Канада та Ізраїль). Європейський кластер став ще більш потужнішим і включає майже всі країни Європи (крім Росії, Австрії та Туреччини). Від Азіатського кластера відокремились Таїланд та Філіппіни.

Навіть після двох років Американський кластер не відновився, хоча на МОД більшість країн з Американського континенту мають зв'язки між собою. Більш того, тепер ці країни скоріше можна віднести до Європейського кластера. Чітко видно потужний Азіатський кластер. До нього входять майже всі країни цієї частини світу. МОД, майже як і в першому випадку, показує, що країни одного континенту пов'язані між собою.

Однією із важливих топологічних характеристик графа мінімального зв'язного дерева є степінь його вершин (кількість дуг при вершині). Для випадкового графа Ердаша-Рені степінь вершини має розподіл Пуассона, у той час як в багатьох інших випадках (Internet, соціально-економічні системи) цей показник має степеневий закон розподілу, що свідчить про наявність кореляцій.

Розглянемо зміну значення максимального ступеня вершини протягом усього часу спостереження (рис. 4.6).

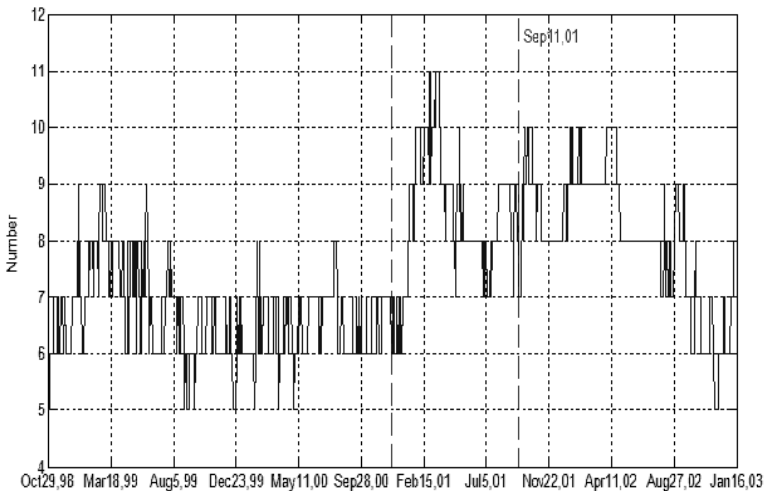


Рис. 4.6. Зміна значення максимального ступеня вершини протягом часу спостереження

З наведеного графіка можна зробити один головний висновок: вересневі події спричинили зростання максимального ступеня вершини на МОД (до 11), який до цього коливався в межах від 5 до 8, причому країною, в якій відбулося стрімке зростання кількості зв'язків, є Франція.

Таким чином, слідкуючи за структурними змінами взаємних кореляцій, можна будувати відповідні передвісники кризових явищ.

4.3 Дослідження передкризових станів функціонування економічних систем за допомогою методу аналізу детрендованих флуктуацій (АДФ)

Для дослідження кризових явищ виберемо індекс Dow Jones та часові ряди, що містять кризи:

- 1929 року; 2001 значення; з 31.08.1925 по 17.09.1933;
- 1962 року; 2001 значення; з 13.01.1958 по 21.12.1965;
- 1987 року; 2001 значення; з 02.11.1983 по 02.10.1991;
- 2008 року; 1055 значень; з 03.01.2005 по 27.02.2009.

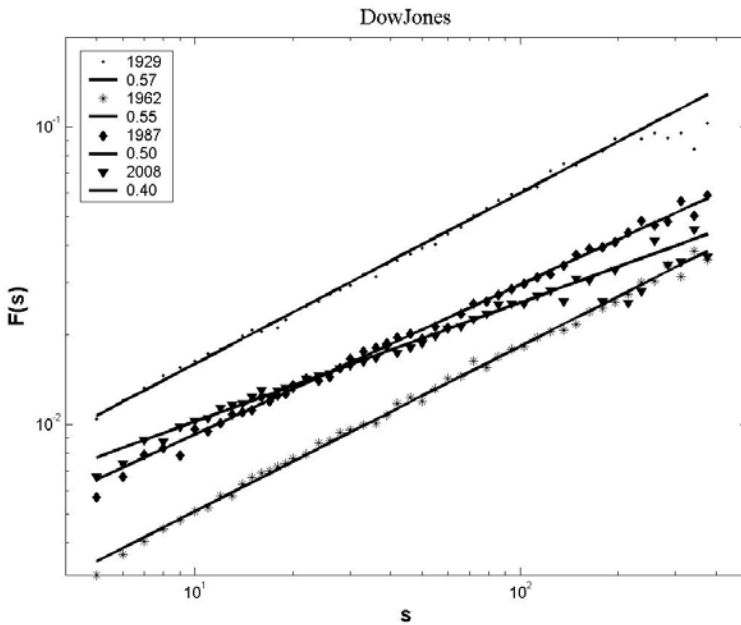


Рис. 4.7. Дослідження часових рядів індекса Dow Jones, що містять кризи 1929, 1962, 1987 та 2008 років, методом аналізу детрендованих флуктуацій. Точки кросоверу відсутні. Ряди криз 1929 та 1962 років є персистентними ($h=0.57$ та $h=0.55$ відповідно); ряд кризи 1987 року є випадковим ($h=0.50$); ряд кризи 2008 року є антиперсистентним ($h=0.40$)

Перші три ряди взято таким чином, щоб дата початку кризи була розміщена рівно посередині ряду; четвертий ряд взято, починаючи з 2005 року.

Перш за все, дослідимо часові ряди, використовуючи метод аналізу детрендованих флуктуацій. Результати обробки подано на рис. 4.7.

Для рядів, що містять кризи 1929 та 1962 рр. отримано значення коефіцієнта Херста відповідно 0.57 та 0.55, що свідчить про персистентність досліджуваних часових рядів. Значення коефіцієнта Херста для часового ряду, що містить кризу 1987 р., рівне 0.50, відображає більш хаотичну поведінку агентів ринку (і, в результаті, індекса Dow Jones). Найбільш цікавим є результат для ряду, що містить кризу 2008 року. Отримане значення коефіцієнта Херста, рівне 0.40, відбиває антиперсистентну поведінку, або ж тенденцію стримування значення ряду. Це підтверджується поведінкою ринку, що, передчуваючи кризу, проводив спроби її відвернути, що, однак, не вдалось.

Результати проведення дослідження рядів індексу Dow Jones на наявність мультифрактальності зображено на рис. 4.8.

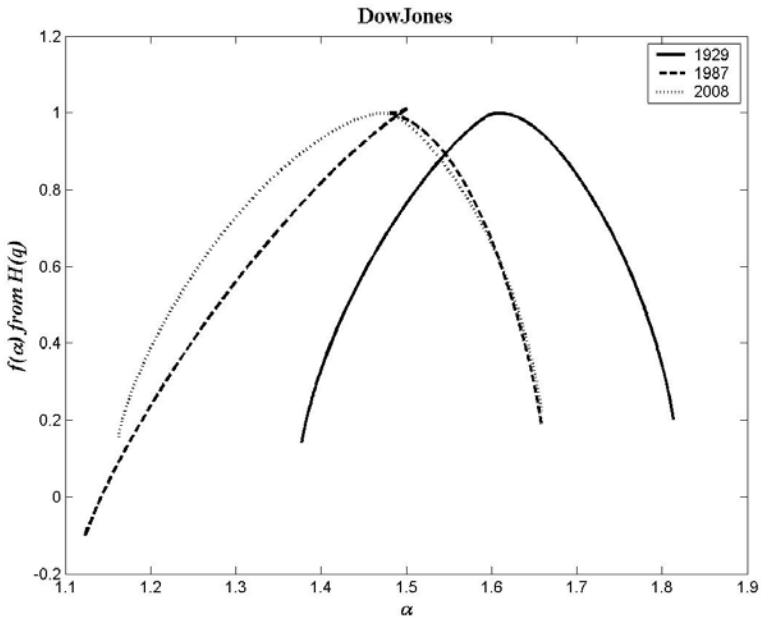


Рис. 4.8. Дослідження часових рядів індексу Dow Jones, що містять кризи 1929, 1987 та 2008 років, методом мультифрактального аналізу детрендованих флуктуацій

Відзначимо, що усі ряди мають широкий спектр мультифрактальності: $\Delta\alpha = 0.4$ для кризи 1929 року; $\Delta\alpha = 0.5$ для криз 1987 і 2008 років.

Для кризи 1929 року практично весь спектр мультифрактальності розміщений в області персистентності з вершиною в точці $\alpha \approx 1.62$ або $h \approx 0.62$. Якщо трактувати мультифрактальність як поведінку часового ряду на різних часових, то такий спектр свідчить про тенденцію утримувати тренд на будь-якому часовому масштабі.

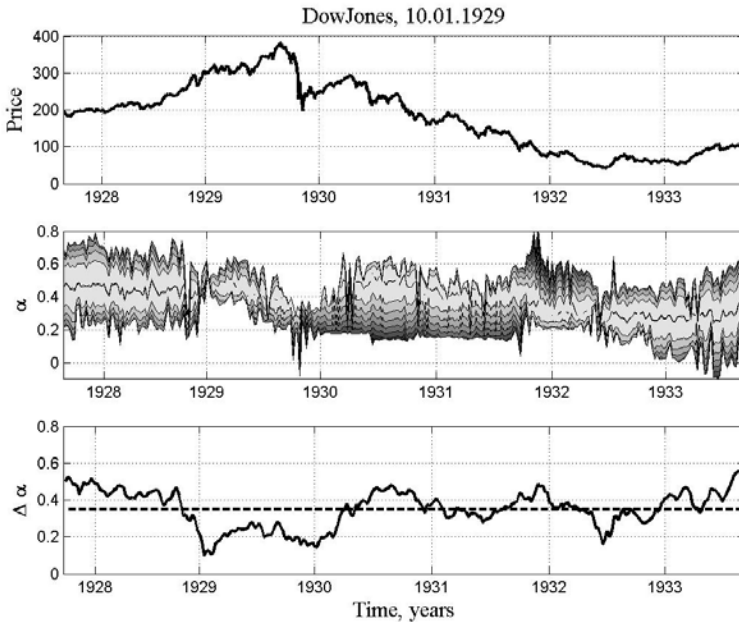


Рис. 4.9. Дослідження мультифрактальності часового ряду індекса Dow Jones, що містить кризу 1929 року, за допомогою процедури рухомого вікна. (Верхній графік – вихідний ряд; середній графік – спектр мультифрактальності; нижній графік – ширина спектру мультифрактальності суцільною лінією, середнє значення ширини спектру мультифрактальності штриховою лінією).

Кризи 1987 та 2008 років мають максимуми спектрів в точках $\alpha \approx 1.50$ та $\alpha \approx 1.48$ відповідно ($h \approx 0.50$ та $h \approx 0.48$). Більша (яка є лівою) частина спектрів обох криз знаходиться в антиперсистентній області. Оскільки ліва частина спектру мультифрактальності відповідає підмножині додатніх степенів q функції $F_q(s)$, які виділяють у ряді наявність великих

флуктуацій, можна говорити про загальний рух ринку з тенденцією до повернення в деякий початковий стан або ж спроби стримування тенденцій. З іншого боку, для малих флуктуацій спостерігається більш бідна та персистентна поведінка, що свідчить, скоріше за все, про нехтування дрібними деталями при зосередженій увазі на глобальних явищах.

Після загальної характеристики часових рядів проведемо їх більш детальне дослідження, використовуючи процедуру рухомого вікна. При проведенні досліджень ширина вікна становила 500 точок (2 роки), а крок зміщення вікна – 5 точок (1 робочий тиждень).

На рис. 4.9 продемонстровано результати для часового ряду, що містить кризу 1929 року.

Ширина спектру мультифрактальності в період з 1925 по 1928 роки становить близько 0.5. Починаючи з останньої чверті 1929 року ширина спектру починає зменшуватись і перед крахом (обвалом індекса) досягає значення, меншого за 0.2. Після обвалу індекса Dow Jones відбувається поступове повернення ширини спектру мультифрактальності до свого початкового значення, якого він набуває лише на початку 1933 року.

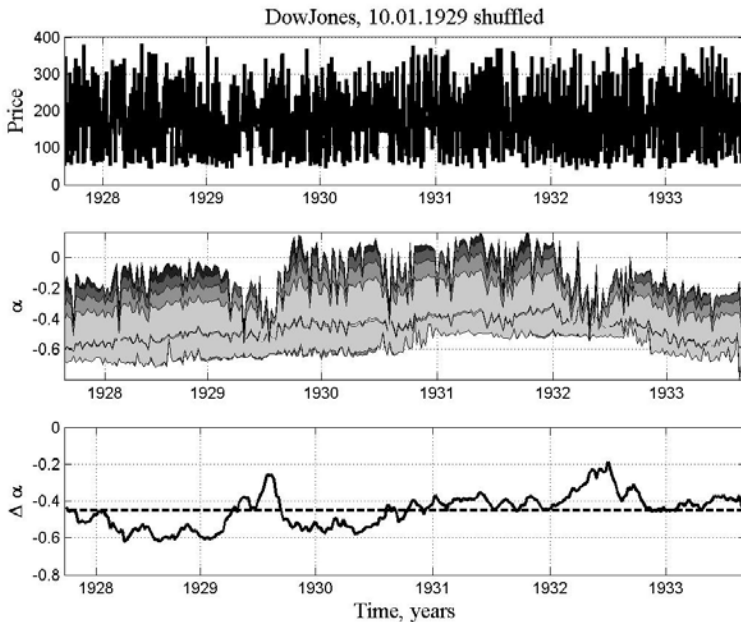


Рис. 4.10. Дослідження мультифрактальності перемішаного часового ряду індекса Dow Jones, що містить кризу 1929 року, за допомогою процедури рухомого вікна. Верхній графік – вихідний ряд; середній графік – спектр

мультифрактальності; нижній графік – ширина спектру мультифрактальності суцільною лінією, середнє значення ширини спектру мультифрактальності штриховою лінією.

На основі проведеного аналізу можна виділити всі фази розгортання кризи: передкризове становище, падіння значень (рецесія), релаксація. Віконна процедура мультифрактального аналізу дозволяє виділити деякі характеристики протікання кризового явища, а саме:

- індикатором наближення кризи є зменшення ширини спектру мультифрактальності;
- час з найвужчим спектром (звуження спектру в точку свідчить про хаотичну поведінку) є найбільшим падінням чи послідовністю падінь досліджуваного об'єкта, або ж обвалом (момент краху);
- період релаксації можна спостерігати по поступовому поверненню ширини спектра мультифрактальності до докризового стану.

Для порівняння отриманого спектру мультифрактальності віконна процедура була виконана для перемішаного часового ряду, що містить кризу 1929 року (рис. 4.10). З рисунка видно, що часовий ряд став випадковим, втративши всю інформацію про свою поведінку.

Проаналізуємо в якості приклада ряд, що містить кризу 1962 року (рис. 4.11).

Ширина спектру мультифрактальності в період з 1959 по 1961 роки залишається приблизно однаковою – 0.5. У 1962 році, коли почалась криза, спостерігаються коливання ширини в діапазоні [0.35,0.7]. Починаючи з другої половини 1964 року ширина спектру мультифрактальності поступово зменшується до 0.3, після чого відбувається її повернення (1965 рік) до своїх попередніх значень. Таким чином, підготовка до кризи 1962 року відбувалась протягом другої половини 1961-початку 1962 років. Сама криза протікала аж до 1964 року, в кінці якого почався період релаксації, що тривав близько одного року. Зауважимо, що під час кризи, як і для кризи 1929 року, більш яскраво виражена частина спектрів мультифрактальності, що відповідає додатнім степеням функції $F_q(s)$.

Спектр мультифрактальності при дослідженні краху 1987 року (рис. 4.12) показує трохи іншу поведінку. Індикатором кризи є поступове звуження спектру мультифрактальності, починаючи з середини 1986 року. Безпосередньо крах (обвал значень індекса Dow Jones) відображується найменшим значенням ширини спектру мультифрактальності (близько 0.3). Протягом періоду релаксації значення ширини спектру мультифрактальності коливається в діапазоні [0.3,0.48], і лише у другій половині 1989 року повертається до свого початкового стану.

Однак, при наявності всіх індикаторів, що спостерігались і для попередніх криз, з'являється ще один – середнє значення спектру мультифрактальності. Незважаючи на те, що вершина спектрів знаходиться

постійно біля значення 0.5, середнє значення спектру мультифрактальності в період кризи 1987 року зменшується до 0.3 (з докризового 0.5-0.6). Окрім того, для кризи 1987 року взагалі відсутня права частина спектру мультифрактальності – всі зусилля спрямовані на боротьбу з кризою, без дослідження поведінки об'єктів ринку на малих масштабах.

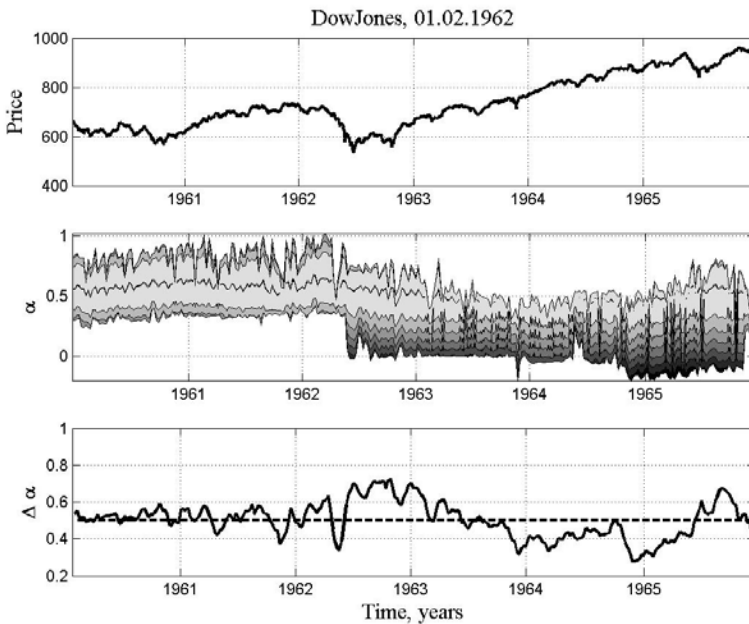


Рис. 4.11. Дослідження мультифрактальності часового ряду індекса Dow Jones, що містить кризу 1962 року, за допомогою процедури рухомого вікна. (Верхній графік – вихідний ряд; середній графік – спектр мультифрактальності; нижній графік – ширина спектру мультифрактальності суцільною лінією, середнє значення ширини спектру мультифрактальності штриховою лінією).

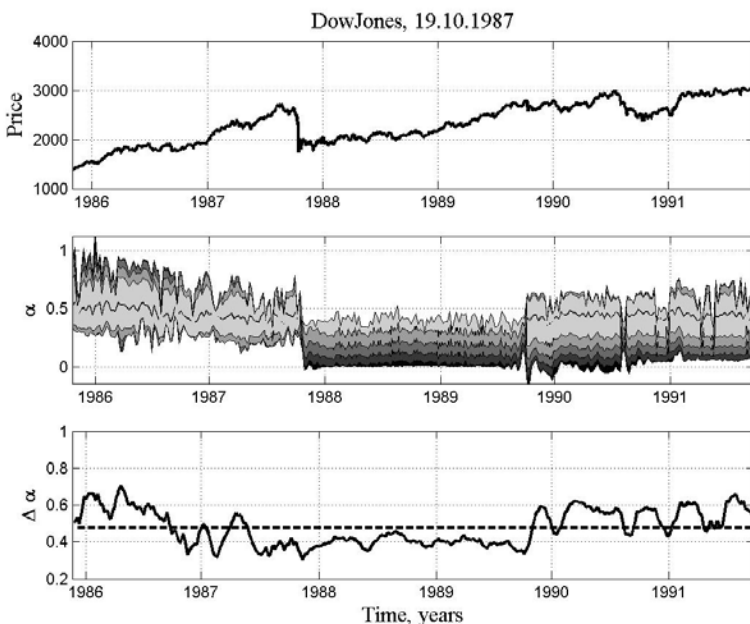


Рис. 4.12. Дослідження мультифрактальності часового ряду індекса Dow Jones, що містить крах 1987 року, за допомогою процедури рухомого вікна. (Верхній графік – вихідний ряд; середній графік – спектр мультифрактальності; нижній графік – ширина спектру мультифрактальності суцільною лінією, середнє значення ширини спектру мультифрактальності штриховою лінією)

Початок кризи 2008 року (рис. 4.13) припадає на літо: в цей час спостерігається зменшення ширини спектру мультифрактальності з 0.8 до 0.3. Значення ширини спектру мультифрактальності до 0.3 досягає у вересні 2008 року, що свідчить про початок кризи.

Хоча значення ширини спектру мультифрактальності повертається до позначки 0.6 вже до кінця 2008 року, що повинно свідчити про період релаксації та закінчення кризи, аналіз подій в економіках країн у цей час свідчить про те, що криза лише посилюється. Окрім того, зауважимо, що, на відміну від попередніх криз, протягом всього часу дослідження часового ряду спостерігається повна ширина спектру мультифрактальності, що може означати спроби боротьби з кризою всіма можливими засобами.

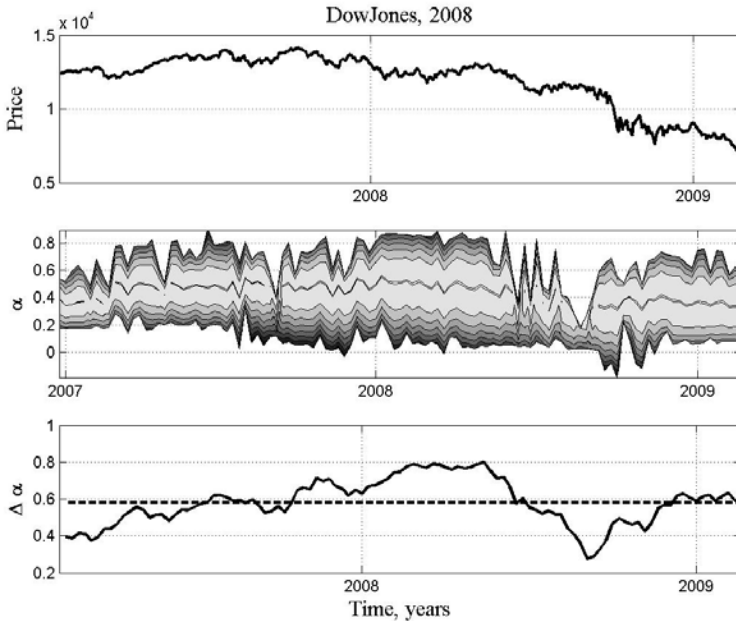


Рис. 4.13. Дослідження мультифрактальності часового ряду індекса Dow Jones, що містить кризу 2008 року, за допомогою процедури рухомого вікна. (Верхній графік – вихідний ряд; середній графік – спектр мультифрактальності; нижній графік – ширина спектру мультифрактальності суцільною лінією, середнє значення ширини спектру мультифрактальності штриховою лінією)

Отже, на основі проведених досліджень можна зробити наступні висновки.

1. Мультифрактальний аналіз дозволяє визначати етапи протікання кризи: зменшення ширини спектру мультифрактальності свідчить про наближення кризи; найменше значення ширини спектру – найбільше падіння показника і початок кризи; поступове повернення значення ширини спектру мультифрактальності до свого докризового значення – період релаксації. При цьому час розгортання кризи може також характеризуватись зменшенням середнього значення спектру мультифрактальності.

2. Під час розгортання кризи відбувається перехід до механізмів функціонування ринку, що властиві лише деяким масштабам спектру мультифрактальності: спостерігається тенденція переходу до „напівспектрів” з відсутністю однієї половини, що свідчить про використання лише деяких з механізмів функціонування ринку.

3. Аналіз криз 1929, 1962, 1987 та 2008 років показує подібність перших трьох криз і зовсім інший процес протікання кризи 2008 року, яка, на думку багатьох експертів, є глобальною фінансовою кризою з якою людство ще не стикалося до сих пір.

4.4 Ентропійні показники кризових явищ

Аналіз різних ентропійних показників показав, що вони мають різну чутливість щодо кризових явищ. Найбільш цікаві з отриманих нами результатів представлені нижче.

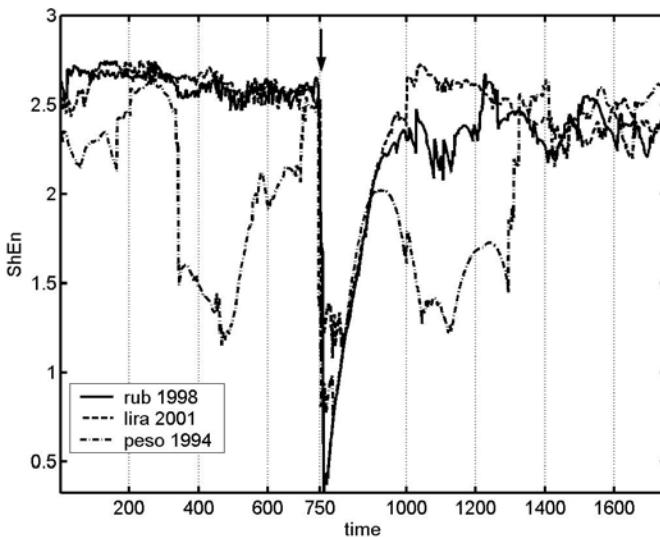


Рис. 4.14. Ентропія Шеннона для відомих валютних криз: peso1994 – мексиканського песо 1994 р., rub1998 – російського рубля 1998 р. і lira2001 – турецької ліри 2001 р.

Як і раніше розрахунки було проведено для часових рядів, які містять відомі кризи. Причому ряди штучно вибрано так, що точка кризи заздалегідь відома. Тому ми можемо спостерігати зміну показників у до-, власне кризовий та післякризовий періоди.

Рис. 4.14 демонструє універсальний індикатор кризових явищ на валютних ринках, одержаний шляхом розрахунку ентропії Шеннона. Видно, що у точці кризи ентропія стрімко спадає.

Для криз на фондових ринках більш чутливим є ентропія для нормалізованих прибутковостей. Для відомих криз 1929 і 1987 рр. за даними індексу блакитних фішок Доу Джонса (dj) динаміка ентропії Шеннона відображена на рис. 4.15.

Тест на перемішування ряду нівелює прояв критичних явищ.

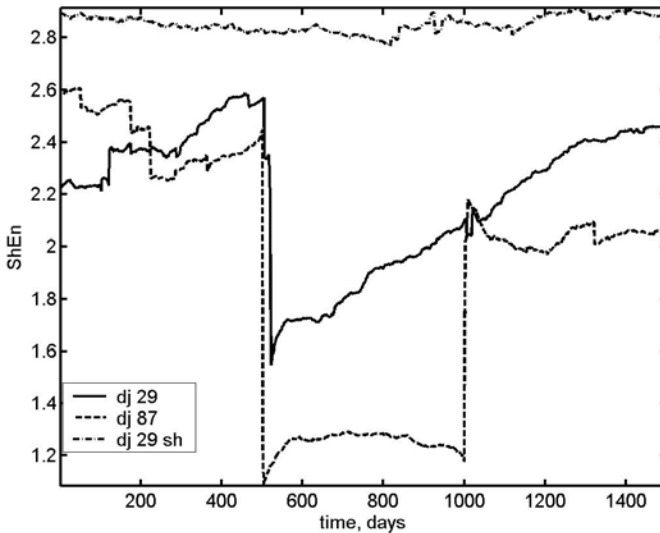


Рис. 4.15. Ентропія Шеннона для криз на фондових ринках, розрахована для нормалізованих прибутковостей. dj 29 – криза 1929 року, dj 87 – криза 1987 року, dj 29 sh – перемішаний ряд

Іншим інформативним показником являється ентропія подібності. На рис. 4.16 для порівняння наведені ентропії подібності як для валютних криз, так і для фондових. Окрім вже відомих кризових проявів додалася криза „дот-комів” 2000 року, яка найбільш яскраво проявилася на ринку компаній „нової економіки” NASDAQ – nq.

Можна помітити, що для валютних криз ентропія подібності не являється індикатором-передвісником. У той же час кризи фондових ринків проявляються через помітне зростання ArEn. Після кризи ентропія подібності повертається практично до передкризового значення. Отже, цей показник може бути використаний у якості передвісника кризових явищ на фондових ринках.

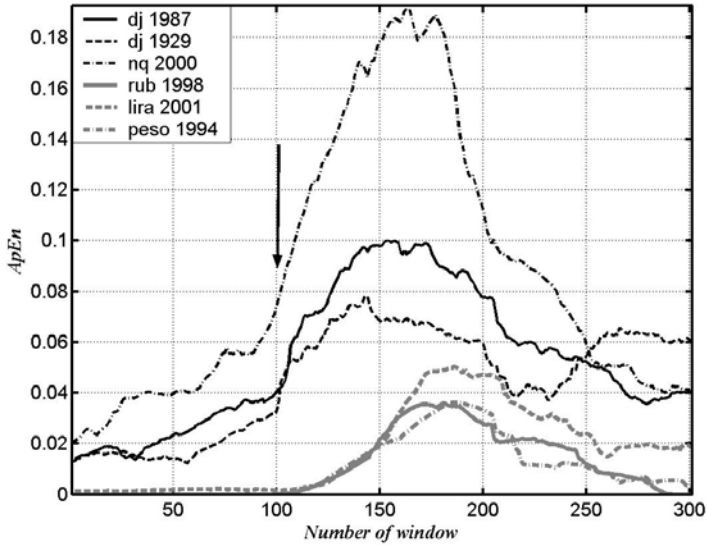


Рис. 4.16. Ентропія подібності для валютних і фондових криз

Нами встановлено, що надійним універсальним передвісником кризових явищ являється вейвлет-ентропія WEntr. Так, на рис. 4.17 характерні наростаючі коливання перед кризою спостерігаються як для вейвлет-ентропії, так і для дисперсій коефіцієнтів вейвлет перетворення. Для порівняння наведено значення вейвлет-ентропії і для кризи 1987 року.

Далі ми розглянули аналогічні характеристики для поточної глобальної фінансової кризи 2007-2009 рр. (рис. 4.18).

Очевидно, картина схожа на аналогічну з рисунку 4.17. Для інших криз і на других ринках спостерігається подібна картина. Отже, даний вид ентропії може бути використаний у якості передвісника кризових явищ.

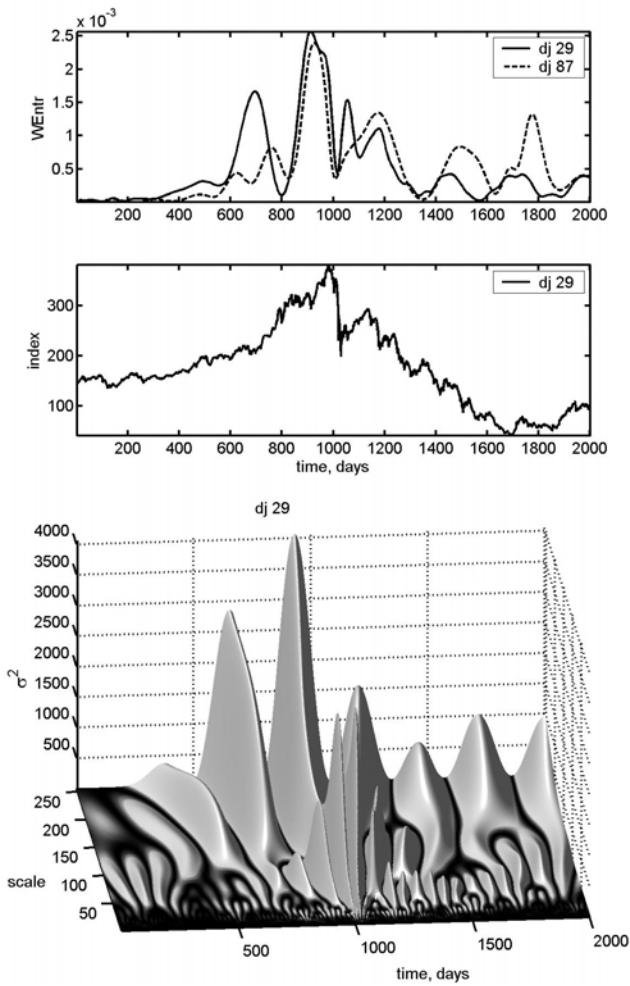


Рис. 4.17. Вейвлет-ентропія (верхня частина рисунку) та дисперсія коефіцієнтів вейвлет-перетворення для кризи фондового ринку США 1929 року за даними індексу Доу Джонса

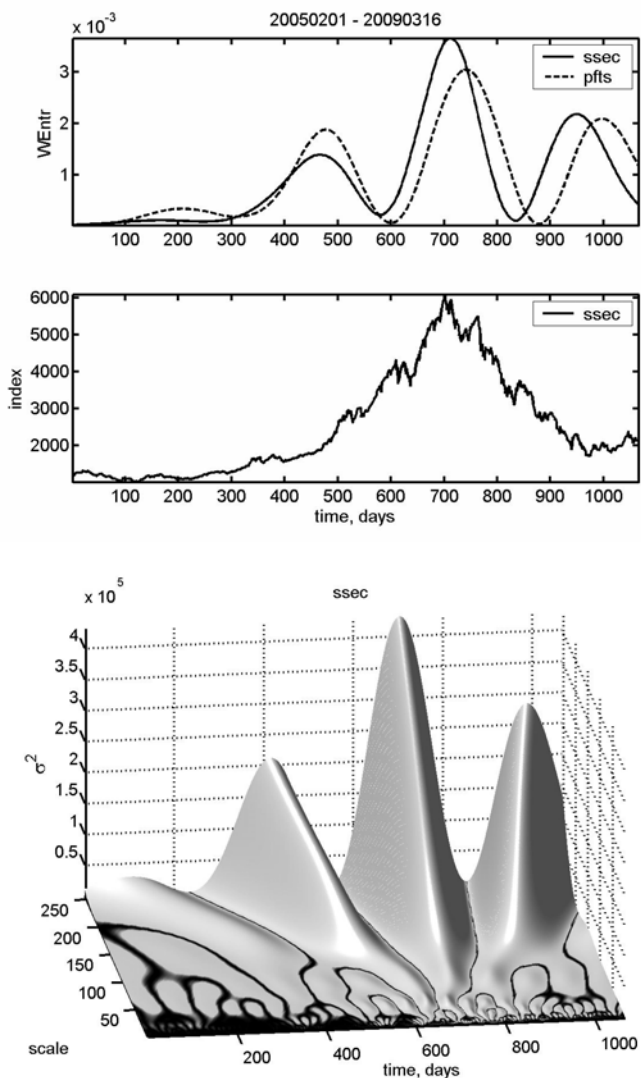


Рис. 4.18 Динаміка вейвлет-ентропії і дисперсії коефіцієнтів вейвлет перетворення для кризи фондового ринку 2007-2009 рр. за даними фондових індексів Китаю (SSEC) і України (PFTS)

4.5 Рекурентний аналіз кризових явищ

Розглянемо, яким чином кризові явища проявляються на рекурентних діаграмах. На рисунках 4.19-4.20 зображені діаграми відомих криз.

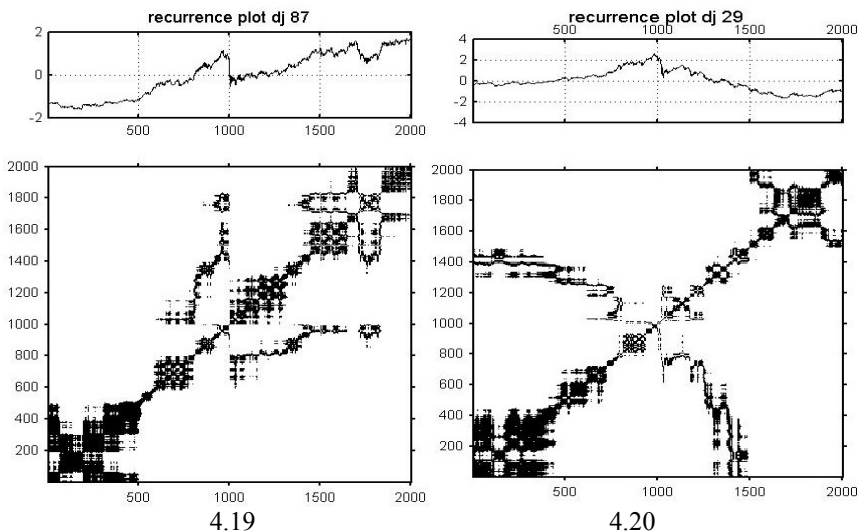


Рис. 4.19. Рекурентна діаграма кризи фондового ринку 1987 року

Рис. 4.20. Рекурентна діаграма кризи фондового ринку 1929 року

З рисунків 4.19-4.20 видно, що в околі точки кризи (точка 1000) рекурентна карта помітно змінюється.

Аналогічна картина спостерігається і для кризи 2007-2009 рр. (рис. 4.21-4.23). Причому не тільки для індексів фондових ринків (рис. 4.21-4.23), а і для окремих компаній фінансового сектору ринку, з якого власне і почалася глобальна криза. Це і помітно з рисунку 4.24, на якому кризові зміни рекурентної діаграми проявляються дещо раніше, ніж на діаграмах, які відносяться до фондових індексів.

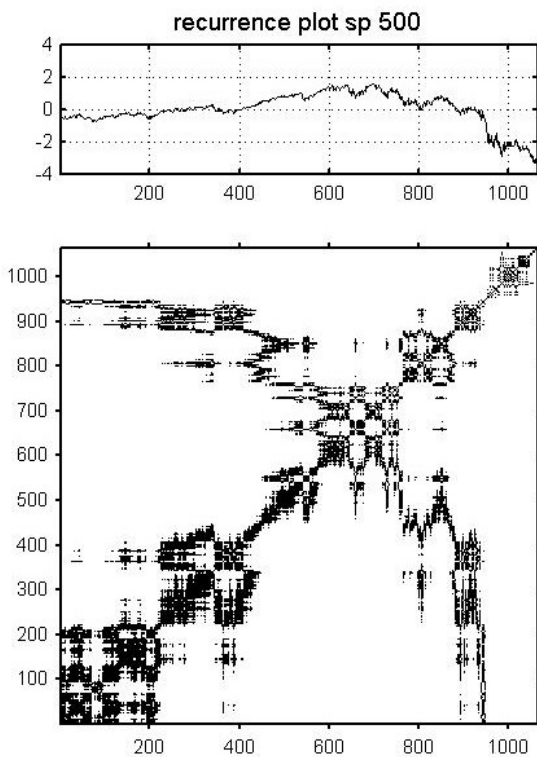


Рис. 4.21. Рекурентна діаграма для кризи фондового ринку США 2007-2009 рр. за даними індексу S&P 500

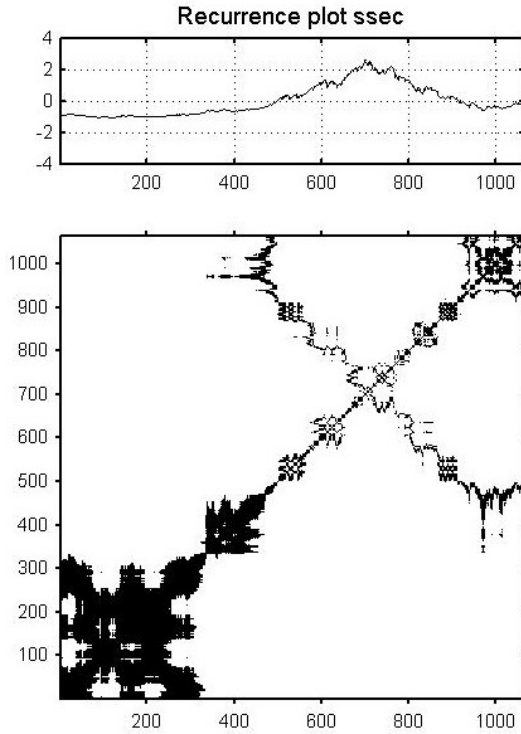


Рис. 4.22. Криза фондового ринку КНР у період 2007-2009 рр.

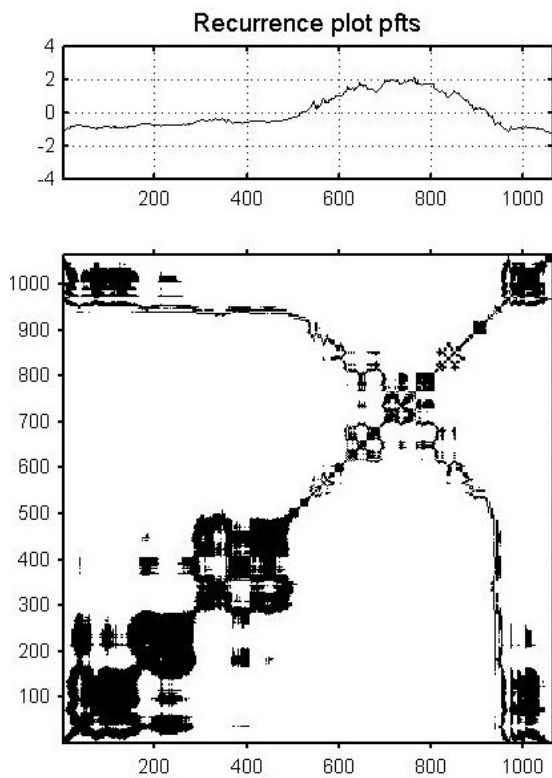


Рис. 4.23. Криза українського фондового ринку 2007-2009 рр.

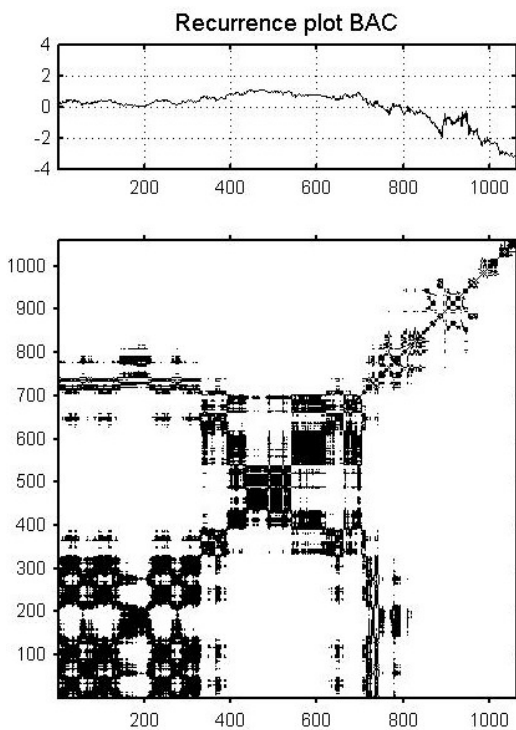


Рис. 4.24. Криза 2007-2009 рр. фінансового сектору фондового ринку США за даними компанії Bank of America (BAC)

Очевидно, означені особливості рекурентних діаграм повинні проявитися і при кількісному аналізі діаграм. Це підтверджують результати, представлені на рисунках 4.25-4.26.

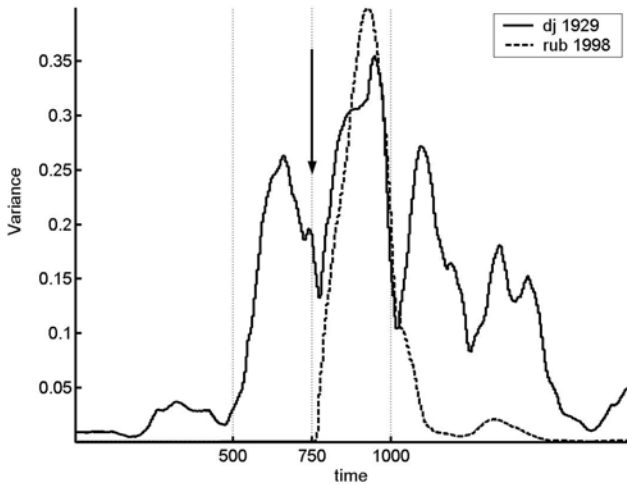


Рис. 4.25. Залежність варіації для часових рядів, які містять кризу фондового ринку 1929 року і валютну кризу російського рубля 1998 року

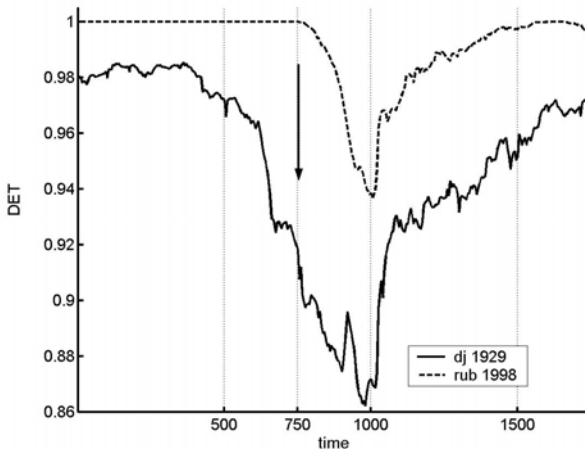


Рис. 4.26. Міра детермінованості рекурентної діаграми для фондової і валютної криз

З рис. 4.25-4.26 видно, що валютні кризи практично непередбачувані методом аналізу рекурентних діаграм, на відміну від криз на фондових ринках.

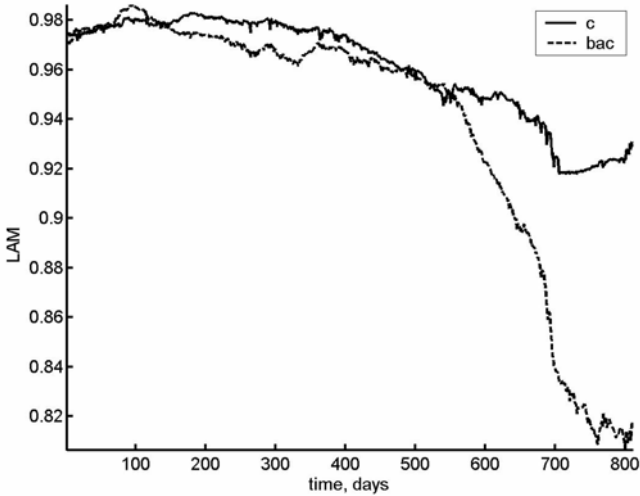


Рис. 4.27. Міра ламінарності для фінансового сектору американського фондового ринку

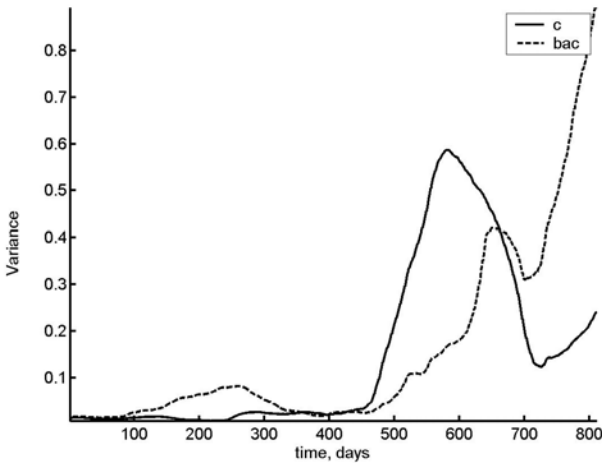


Рис. 4.28. Динаміка варіації фінансових компаній

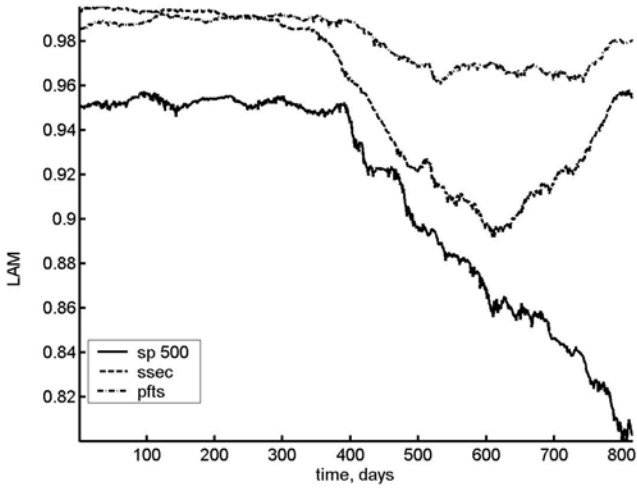


Рис. 4.29. Ламінарність індексів фондових ринків у період поточної глобальної кризи 2007-2009 рр.

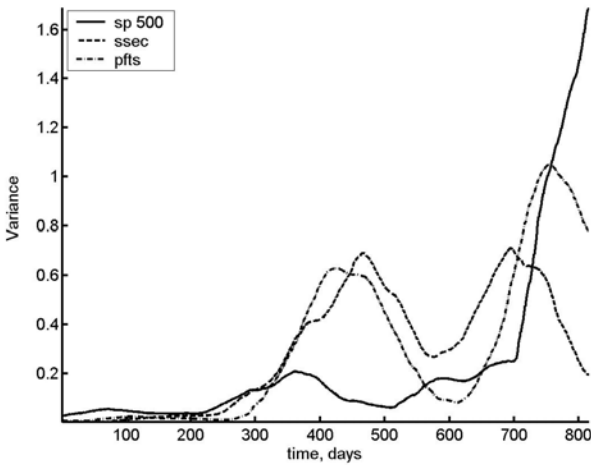


Рис. 4.30. Варіація фондових індексів США, КНР і України у період кризи 2007-2009 рр.

На рис. 4.27-4.30 наведена динаміка таких мір, як варіація і ламінарність для фінансового сектору американського ринку (бас та фінансова група Citigroup – с), а також вище згаданих фондових індексів США, КНР і України.

Отже, кількісні міри рекурентності можуть слугувати допоміжними індикаторами-передвісниками кризових явищ.

4.6 Методи дослідження післякризової динаміки

Розглянуті вище результати стосувались власне кризи. Зрозуміло, що період рецесії також цікаво проаналізувати. Покажемо, що використання індексу незворотності часових рядів дозволяє оцінити довжину економічного спаду у післякризовий період [221].

Загальноприйнятого критерію початку рецесії немає, але існує загальне розуміння того, що цей термін відноситься до періоду спаду економічної активності. Більшість аналітиків використовують у якості практичного визначення рецесії два послідовних квартали скорочення реального (скорегованого з урахуванням інфляції) валового внутрішнього продукту (ВВП) країни. Таке визначення називають технічним визначенням рецесії [221]. Але воно є дещо звуженим і коректно розглядати більш широкий набір показників економічної діяльності. До того ж цікаво мати своєчасну динаміку показника рецесії з лагом, меншим ніж квартал.

Незалежна дослідницька організація – національне бюро економічних досліджень (NBER) – проводить хронологію початкових і кінцевих дат рецесій у США [129]. При цьому використовується більш широке визначення та розглядається ряд показників для фіксації дат рецесії. Під рецесією розуміється значне зниження економічної активності, що охоплює всю економіку, спостерігається впродовж декількох місяців одночасно у виробництві, зайнятості, реальних доходах, обсягах промислового виробництва і продажів. Рецесія починається тоді, коли економіка сягає піку активності і закінчується при досягненні мінімуму. Проте наскільки такий підхід визначення і дослідження є більш адекватним потребує додаткового дослідження.

Отже, постає завдання щодо коректного визначення довжини рецесії. При цьому не обов'язково використовувати детальний аналіз низки показників економічної динаміки. Цілком логічно взяти показники динаміки, які інтегрально характеризують стан економіки країни. Такими, на наш погляд, можуть бути індекси фондових ринків. У якості інтегрального квантифікатора процесу зниження економічної активності слід вибрати таку величину, яка відображає іманентну складність фінансово-економічної системи.

Незворотність часу – фундаментальна властивість нерівноважних систем [268]. Вона має важливе значення для оцінки стану складних динамічних процесів, які відбуваються на різних масштабах.

Для нерівноважних систем модифікуються і закони термодинаміки. Нагадаємо, що перший з них постулює існування функції стану – енергії, а другий – ентропії.

Якщо рівняння, які описують поведінку у часі деяких процесів інваріантні по відношенню до знаку у змінної „час”, то процеси називаються зворотними, інакше – незворотними.

Ентропія є величиною адитивною, хоча останнім часом Тсаллісом показано, що у випадку далеко діючих сил ентропія стає екстенсивною (неадитивною) величиною.

Зміна ентропії складається з двох частин:

- $d_e S$ – обумовленої взаємодією з зовнішнім середовищем (ендогенна компонента);
- $d_i S$ – обумовлена внутрішніми змінами системи (екзогенна компонента)

$$dS = d_e S + d_i S.$$

Якщо зміни зворотні, то $d_i S = 0$, для незворотних процесів $d_i S > 0$. Другий закон термодинаміки формулюється наступним чином: для ізольованих систем потік ентропії дорівнює нулю

$$dS = d_i S \geq 0.$$

Отже, зростання ентропії вказує на незворотність процесів.

При дослідженні соціально-економічних систем важливим є вивчення інтенсивності фінансових та інформаційних потоків, ентропійних характеристик системи тощо. При нормальних умовах, дисипативні відкриті системи перебувають у станах, далеких від рівноваги. І навпаки, у певних критичних випадках може мати місце стан, що наближається до максимально рівноважного. Вказані системи прямують до більш складних, ієрархічно впорядкованих структурних конфігурацій і меншої кількості можливих станів у порівнянні з навколишнім середовищем. Їхня здатність до самоорганізації пов'язана з єдиною спрямованістю потоків через межі системи й незворотністю основних процесів. Втрата незворотності часу може бути показником деструктивних процесів у самій системі або зовнішнього руйнівного впливу.

Введемо поняття індексу асиметрії часу, який являється мірою відхилення системи від рівноважного стану [105], опишемо процедуру його розрахунку та покажемо, яке відношення цей індекс має до рецесії. Зрештою, модифікуємо процедуру таким чином, щоб можливо було

відстежувати зміну індексу асиметрії з часом, що дозволить нам простежити динаміку незворотності складної системи.

Послідовність розрахунку індексу асиметрії часу, який являється мірою наближення системи до рівноважного стану, складається з наступних кроків:

1. Для початкового ряду динаміки функціонування певної складної системи знаходиться ряд прибутковостей:

$$Y_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}, \quad (4.4)$$

де P_t – поточне значення ряду динаміки, P_{t-1} – попереднє значення, $t \in [1, N]$, N – кількість елементів ряду

2. Щоб дістати інформацію відносно множини часових масштабів для ряду (4.4) розраховується набір згладжених рядів з різною шириною вікна згладжування:

$$y_\tau(i) = \sum_{j=0}^{\tau-1} y_{i+j} / \tau, \quad (4.5)$$

де τ – параметр масштабу (ширина вікна згладжування).

На основі підходів статистичної фізики, ми робимо припущення, що кожна зміна динаміки процесу являється незалежною і потребує певної кількості енергії, E . Функція розподілу ймовірностей для систем цього класу має наступний відомий вигляд:

$$p \propto \exp(-\beta E - \gamma Q), \quad (4.6)$$

де Q – представляє нерівноважне виділення „тепла” через межі системи, β і γ являються множниками Лагранжа, які отримані з обмежень на середнє значення „енергії” E , необхідної для переходу і вкладу кожного переходу у виділення „теплоти” Q .

3. У послідовності (4.4) додатні величини відповідають збільшенню початкового значення, а від’ємні – зменшенню. Різниця середньої енергії зростає початкового значення, тобто $\langle \beta E + \gamma Q \rangle_{y_\tau > 0}$, і спадів – $\langle \beta E + \gamma Q \rangle_{y_\tau < 0}$, може бути використана як міра асиметрії зворотності часу.

Враховуючи, що вираз (4.6) пов’язує енергію з емпіричним розподілом, визначимо наступну міру незворотності часу

$$a(\tau) = \frac{\int_0^{\infty} [\rho(y_\tau) \ln \rho(y_\tau) - \rho(-y_\tau) \ln \rho(-y_\tau)]^2 dy_\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} \rho(y_\tau) \ln \rho(y_\tau) dy_\tau}. \quad (4.7)$$

Ряд даних являється зворотним, якщо $a(\tau) = 0$.

Для складних систем важливо не лише визначити ступінь незворотності ряду даних, але також дізнатися, який із рядів показує „прямий” напрямок, а який – зворотній. Вираз (4.7) не надає такої інформації. Тому замість нього розглядаємо наступний

$$A(\tau) = \frac{\int_0^{\infty} [\rho(y_\tau) \ln \rho(y_\tau) - \rho(-y_\tau) \ln \rho(-y_\tau)] dy_\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} \rho(y_\tau) \ln \rho(y_\tau) dy_\tau}. \quad (4.8)$$

Якщо $A(\tau) > 0$, тоді для масштабу τ ряд даних являється незворотним. Проте, якщо $A(\tau) = 0$, то ряд даних може бути, а може і не бути зворотним на масштабі.

Для реальних сигналів кінцева частота являється визначеною, а y_τ – дискретна змінна. При аналізі таких сигналів використовується наступний вираз для визначення оцінки $A(\tau)$:

$$\hat{A}(\tau) = \frac{\sum_{y_\tau > 0} \Pr(y_\tau) \ln[\Pr(y_\tau)]}{\sum_{y_\tau} \Pr(y_\tau) \ln[\Pr(y_\tau)]} - \frac{\sum_{y_\tau < 0} \Pr(y_\tau) \ln[\Pr(y_\tau)]}{\sum_{y_\tau} \Pr(y_\tau) \ln[\Pr(y_\tau)]}, \quad (4.9)$$

де $\Pr(y_\tau)$ означає ймовірність значення y_τ .

4. Для діапазону масштабів часу ми тоді легко можемо розрахувати мультифрактальний індекс асиметрії (A_I) наступним чином:

$$A_I = \sum_{\tau=1}^L \hat{A}(\tau) / \tau.$$

Далі ми розрахуємо кумулятивну величину мультифрактального індексу.

На рис. 4.31 наведено динаміку кумулятивного індексу незворотності фондових індексів у період відомих криз, на рис. 4.32 – поведінку індексу незворотності фондових ринків у період кризи 2007-2009 рр, рис. 4.33 –

лагове запізнення кризи 2007-2009 рр. на фондовому ринку у порівнянні з фінансовим.

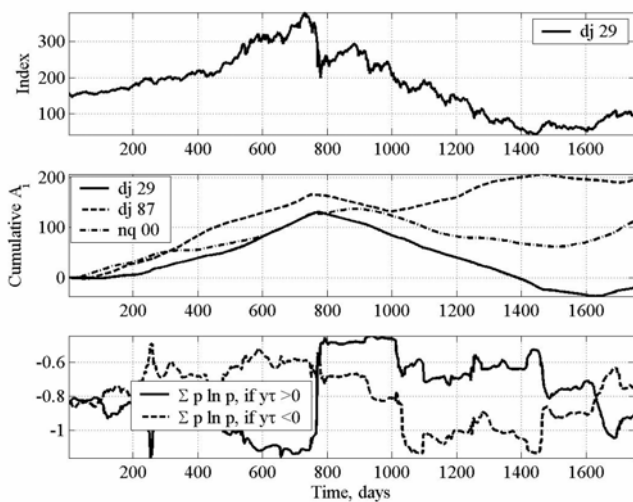


Рис. 4.31. Динаміка кумулятивного індексу незворотності фондових індексів у період відомих криз

При цьому довжина рецесії визначається відстанню між максимумом та мінімумом кумулятивного індексу асиметрії. Ці точки визначаються точками перетину компонентів індексу асиметрії, зображених на нижній частині рисунків. Отже, найбільша рецесія – 860 днів, майже 40 місяців – спостерігається для кризи 1929 р., найменша – 240 днів, менше року – для кризи 1987 р.

У таблиці 4.2 відображені характеристики рецесій у США в XX-XXI ст. за даними [129].

Таблиця 4.2

Зафіксовані згідно даних NBER [129] рецесії економіки США в XX-XXI ст.

Початок рецесії	Кінець рецесії	Довжина (за індексом асиметрії), місяці
Вересень 1902	Серпень 1904	23 (23)
Травень 1907	Червень 1908	13 (12)
Січень 1910	Січень 1912	24 (23)
Січень 1913	Грудень 1914	23 (23)
Серпень 1918	Березень 1919	7 (7)
Січень 1920	Липень 1921	18 (18)

Продовження таблиці 4.2

Травень 1923	Липень 1924	14 (14)
Жовтень 1926	Листопад 1927	13 (13)
Серпень 1929	Березень 1933	43 (40)
Травень 1937	Червень 1938	13 (12)
Лютий 1945	Жовтень 1945	8 (8)
Листопад 1948	Жовтень 1949	11 (11)
Липень 1953	Травень 1954	10 (10)
Серпень 1957	Квітень 1958	8 (8)
Квітень 1960	Лютий 1961	10 (9)
Грудень 1969	Листопад 1970	11 (10)
Листопад 1973	Березень 1975	16 (15)
Січень 1980	Липень 1980	6 (6)
Липень 1981	Листопад 1982	16 (15)
Липень 1990	Березень 1991	8 (8)
Березень 2001	Листопад 2001	8 (8)
Грудень 2007	- (Листопад 2009)	- (23)

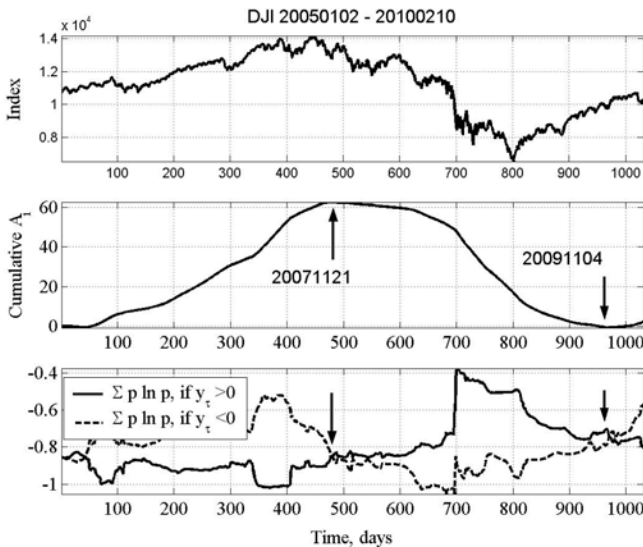


Рис. 4.32. Визначення довжини рецесії поточної глобальної фінансової кризи за даними індексу Доу-Джонса за період з 02.01.2005 р. по 10.02.2010 р. (верхня частина рисунку). Стрілками вказані початок і кінець рецесії

Ми провели розрахунки довжин рецесій у відповідності до даних таблиці за індексом асиметрії. Результати наведені в дужках у третій колонці таблиці. Видно, що точність оцінки досить висока. При цьому, наш індикатор є більш „мобільним” і може обновлятися не лише після появи щонедільних, щомісячних макроекономічних даних, а щоденно за оновленими значенням фондового індексу.

Ми також визначили довжину рецесії поточної кризи, яка розпочалася в 2007 р. Початок кризи (за нашими даними – кінець листопада 2007 р.) практично співпадає з даними NBER (початок грудня 2007 р.). Щодо терміну закінчення рецесії, то на сьогодні з ним спеціалісти NBER ще не визначилися. За нашими розрахунками (див. рис. 4.32) рецесія закінчилася у листопаді 2009 р., а продовжувалася протягом 23 місяців.

Дані рисунка 4.32 щодо дати закінчення рецесії корелюють з даними, які впливають із динаміки зміни ВВП США.

Таким чином, нами запропоновано новий метод визначення довжини рецесії за даними щоденних значень фондових індексів. На відміну від загальноновизнаних методів метод не спирається на макроекономічні показники – ВВП, рівень зайнятості, реальні доходи, обсяги промислового виробництва тощо, – а використовує потужні кількісні методи, які все активніше використовуються економічною наукою. Вони, в свою чергу, дозволяють врахувати і кількісно описати мультифрактальні, емерджентні, синергетичні властивості складних систем, використовуючи напрацьовані економіфізичні підходи. Саме таким є фундаментальна властивість складних систем – незворотність у часі їх динамічних властивостей. Індекс асиметрії є показником такої незворотності і дозволяє виявити початок і кінець рецесії соціально-економічної системи.

Закон Оморі

Часова еволюція основних показників фінансового ринку, таких як, наприклад, волатильність ринкових індексів, часто демонструє нестационарну поведінку. Фактично, визначення коливання величини волатильності у емпіричних часових рядах, пов’язане з оцінкою похибки, може призвести до рішучого відхилення гіпотези постійної волатильності. Як показують спостереження, волатильність часових рядів істотно зростає перед та одразу після кожного фінансового краху. Після краху ринкова волатильність демонструє стохастичну поведінку, що характеризується повільним поступовим затуханням.

Нестационарна часова еволюція волатильності безпосередньо містить в собі нестационарну часову еволюцію прибутків ринкових індексів. Однією з основних властивостей волатильності в післякризовий період є її статистична незмінність відносно кількості спостережень, коли величина прибутків індексів досягає заданого порогового значення.

Виявлена статистична регулярність – аналог статистичного закону, відкритого у геофізиці більше століття тому і відомого зараз як закон Оморі. Закон Оморі стверджує, що кількість поштовхів після основного землетрусу за час t зменшується за степеневим законом. Наявність цієї специфічної функціональної форми у стохастичній релаксації ринкових статистичних показників свідчить, що динаміка релаксації ринкових індексів відразу після фінансового краху не має характерного масштабу. Відсутність такого масштабу безпосередньо впливає на оцінку ризику, який вимірюється, наприклад, для портфелю цінних паперів.

Для дослідження часових рядів використовуються значення прибутків, взяті за деякий період часу після найбільшого падіння бажано з досить високою частотою. В ідеалі дослідження бажано проводити для значень величини $G(t)$ фінансового індексу, взятих з інтервалом в одну хвилину. Безпосередня характеристика часової еволюції такого процесу надзвичайно важка у часовий період після ринкового краху. Це свідчить про наявність нестационарності у період після краху, адже фінансовий ринок потребує деякого часу для повернення до „нормального” стану. Для того, щоб охарактеризувати часові ряди прибутків після краху, використовується статистично стійкий метод, а саме – кількісно характеризуються часові ряди індексів прибутків, при цьому визначається кількість разів, що $|G(t)|$ зростає до заданого порогового значення у період нестационарності.

Схожий підхід використовується при дослідженні кількості поштовхів після основного землетрусу $n(t)$, що перевищують заданий поріг, вимірний протягом часу t після основного поштовху, на одиницю часу. Ця величина добре описана у геофізиці законом Оморі. Закон Оморі

$$n(t) \propto t^{-p}$$

говорить, що кількість афтершоків (поштовхів після основного, найсильнішого, поштовху) за одиницю часу, виміряних за час t після основного землетрусу, зменшується за степеневим законом. Для того, щоб уникнути розходження при $t = 0$, закон Оморі часто записується у вигляді:

$$n(t) = K(t + \tau)^{-p}, \quad (4.10)$$

де K і τ – дві додатні константи.

Еквівалентне формулювання закону Оморі, що більш придатне для порівняння з реальними даними, може бути отримане інтегруванням рівняння (4.10) від 0 до t . У цьому випадку сукупна кількість афтершоків, що спостерігалися протягом часу t , буде рівною:

$$N(t) = \frac{K((1+\tau)^{1-p} - \tau^{1-p})}{1-p}, \quad (4.11)$$

коли $p \neq 1$ і $N(t) = K \ln\left(\frac{1}{\tau} + 1\right)$ для $p = 1$.

Коли процес стаціонарний – частота афтершоків $n(t)$, в середньому, постійна у часі і тому сукупна кількість $N(t)$ лінійно зростає у часі. У [] вказується, що сукупна кількість $N(t)$ зростає майже лінійно у ринковий період (період, коли волатильність коливається несуттєво). Для незалежних однаково розподілених випадкових часових рядів можна визначити $n(t)$ з точки зору однорідного процесу Пуасона.

Результати досліджень показують, що логарифмічні прибутки не можуть бути змодельовані за допомогою однаково розподіленого випадкового процесу після великого біржового краху [100].

Нехай стохастична змінна $r(t)$ – це добуток детерміністичної, залежної від часу шкали $\gamma(t)$, що по часу співпадає зі стаціонарним випадковим процесом $r_s(t)$ протягом часового проміжку після великого краху. Тоді кількість випадків для $|r(t)|$, більшого за l , що спостерігався протягом часу t , пропорційна до

$$n(t) \propto 1 - F_s\left(\frac{l}{\gamma(t)}\right), \quad (4.12)$$

де $F_s(r_s)$ – кумулятивна розподілювальна функція від випадкової змінної $r_s(t)$.

Припускаючи, що стаціонарна ймовірнісна функція щільності повернень асимптотично наближається до степеневому закону

$$f_s(r_s) \cong \frac{1}{r_s^{\alpha+1}}, \quad (4.13)$$

і що шкала стохастичного процесу спадає за степеневим законом $\gamma(t) \cong r^{-\beta}$, то кількість випадків перевищення порогу спадатиме за степеневим законом як $n(t) \cong \left(\frac{\gamma(t)}{l}\right)^\alpha \cong \frac{1}{t^p}$. Показник p визначається як

$$p = \alpha\beta.$$

Останнє співвідношення пов'язує показник p , що контролює кількість випадків перевищення даного порогу, з показником α стаціонарного, підпорядкованого степеневому закону, процесу, сукупного розподілу прибутків, що відповідає степеневому закону спадання з показником β .

Ймовірнісна функція щільності прибутків, що характеризується асимптотично поведінкою за степеневим законом, спостерігалася у цінній динаміці акцій, а степеневе або степеневе логоперіодичне затухання волатильності спостерігалася у S&P500 після фінансового краху 1987 року.

В якості прикладу поведінки $N(t)$, що емпірично спостерігалася після ринкового краху, в [100] наводиться дослідження повернення індексів протягом періоду часу після краху 19 жовтня 1987 року, що трапився на Нью-Йоркській біржі. У дослідженні був обраний період у 60 торгових днів після краху: починаючи від 20 жовтня 1987 по 14 січня 1988 року. Для обраного часового проміжку, досліджувались однохвилинні прибутки часових рядів S&P500. Безумовна однохвилинна волатильність становила $\sigma = 4.91 \cdot 10^{-4}$ (рис. 4.33).

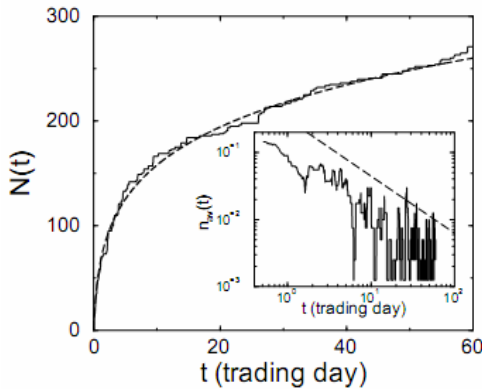


Рис. 4.33. Накопичена кількість $N(t)$ кількості разів $|G(t)|$, що перевищують пороговий рівень $l = 4\sigma$ протягом 60 торгових днів безпосередньо після 19.10.1987 р. Параметр σ – стандартне відхилення процесу $G(t)$, розрахованого протягом всього періоду дослідження. Штрихова крива – найкраща апроксимація, що рівняння якої описується (4.11). Значення степеня. У вставці показано $n_{av}(t)$, що є рухомих середнім процесу $n(t)$ у вікні шириною 200 торгових хвилин. Штрихова лінія – степенева крива з показником степеня, рівним -0.85 (передруковано з [100])

На рис. 4.33 показано накопичену кількість відхилень $N(t)$, визначену шляхом розгляду усіх подій, коли спостерігалася перевищення за

абсолютним значенням прибутку порогового значення $l = 4\sigma$. Можна бачити нелінійну поведінку на усьому проміжку. Рис. 4.33 також демонструє найкращу апроксимаційну криву, побудовану за функціональною формою рівняння (4.11). Спостерігається відповідність між емпіричними даними та правилом Оморі. Лише для одного часового ряду неможливо добре визначити $n(t)$ через дискретність даних. Для виходу з цієї ситуації, обраховане обраховуємо $n_{av}(t)$ – рухоме середнє $n(t)$ у рухомому вікні шириною у 200 торгових хвилин. У вставці на рис. 4.33 ця величина показана як функція від часу у подвійному логарифмічному масштабі. Поведінка за степеневим законом спостерігається для майже дацяти днів і показник найкращої апроксимації за степеневим законом відповідає показнику степеня p , отриманому шляхом оцінки $N(t)$.

На рис. 4.34 показано аналогічне дослідження, проведене для краху 19 жовтня 1987 р. на індексі DowJones.

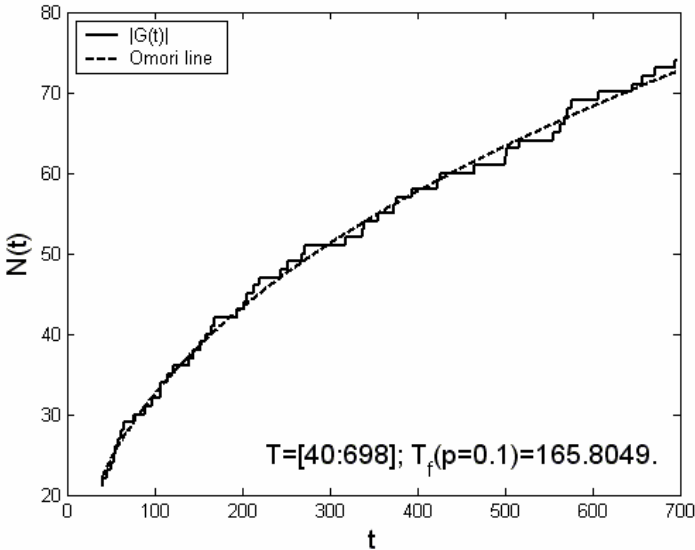


Рис. 4.34. Накопичена кількість $N(t)$ кількості разів $|G(t)|$, що перевищують пороговий рівень $l = 2\sigma$ протягом 1000 торгових днів безпосередньо після 19.10.1987 р. для індексу DowJones. Штрихова лінія – степенева крива з показником степеня, рівним 0.4

РОЗДІЛ 5. КВАНТОВА ЕКОНОФІЗИКА І НОВІ ПАРАДИГМИ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Даний розділ присвячений новому, релятивістському напряму в квантовій еконофізиці, в рамках якого пропонується зміна класичних парадигм математичного моделювання соціально-економічних систем.

Класична фізика виходить з гіпотези, що існують та принципово можуть бути точно виміряні миттєві значення усіх фізичних величин, які характеризують стан системи.

Нерелятивістська квантова механіка не відкидає існування миттєвих значень класичних фізичних величин, проте не всі з них можуть бути виміряні одночасно (принцип невизначеності).

Релятивістська квантова механіка принципово заперечує існування миттєвих значень будь-яких фізичних величин, а, отже, поняття стану системи, включаючи і поняття хвильової функції, перестає бути строго визначеним.

Далі ми проведемо еконофізичний аналіз концептуальних засад та математичного апарату класичної фізики, теорії відносності, нерелятивістської та релятивістської квантової механіки, з урахуванням історичних, психологічних та філософських аспектів і сучасного стану моделювання соціально-економічних систем.

В квантовій теорії було сформульовано нові парадигми моделювання, в рамках яких первинним фундаментальним поняттям стає поняття оператора фізичної величини (оператор – математичний образ процедури, дії), опис динаміки системи стає дискретним і принципово наближеним, передбачити майбутнє, навіть приблизно, в принципі неможливо без урахування післядії (пам'яті).

Хоча статистична фізика в своїх основах і не може обійтися без квантово-механічних ідей і понять, проте переважна сфера її інтересів – це макроскопічний опис систем з великою кількістю частинок, динамічну поведінку яких не вдається звести до мікроскопічних динамічних рівнянь квантової механіки для окремих частинок без залучення відповідних статистичних постулатів [235].

Останніми роками спостерігається зростаюча кількість робіт, в яких для пояснення як окремих особливостей динаміки сучасного ринку, так і функціонування економіки в цілому, застосовуються деталізовані моделі взаємодії учасників ринкових процесів („агентів”), а також способи опису соціально-економічних систем, оснований на суто квантово-механічних аналогіях, поняттях і термінології (див. [245, 251, 92, 71] та бібліографію до них).

Не дивлячись на різноманіття назв і ключових словосполучень – квантова економіка [245, 251, 92], квантові фінанси [152, 6], квантові ринкові ігри [139], теорія квантових ігор [81, 80], еволюційна квантова теорія ігор [55], квантова теорія економіки [182], квантова еконофізика [246, 70, 299] і т.д. – загальним для цих робіт є акцент на використанні математичного апарату, вихідних рівнянь і моделей саме квантової механіки.

У центрі уваги опиняються рівняння Шредінгера для хвильової функції [92], рівняння фон Неймана для матриці щільності [70], вторинне квантування для систем із змінною кількістю частинок [55, 10], його модифікації – ультравторинне та ультратретинне квантування [245, 246], спінова модель Ізінга [163, 180, 179], фейнмановські інтеграли за траєкторіями [128, 7], Бозе конденсація в квантових рідинах [123, 124], операторне представлення (Гейзенберга) і представлення взаємодії [10, 8, 12, 11, 9] тощо.

Серед авторів, які цілеспрямовано та плідно працюють на стику квантової фізики і економіки, можна відзначити російського академіка Маслова В.П. (див. [246, 123, 124, 122, 125] та бібліографію до них), дослідників з далекого зарубіжжя Гонсалеса (Gonçalves, C. Pedro [55, 62, 61, 57, 58, 59, 60, 56]), Хідалго (Hidalgo, E. Guevara [299, 73, 69, 72, 71]), Бааку (Baaquie V. E., [6, 7]) та інших.

Хоча перші роботи, які пов'язані із спробами застосувати квантово-механічні ідеї до економічних явищ, з'явилися ще на початку 90-х років минулого сторіччя [80, 55, 172], проте тільки зараз можна впевнено стверджувати, що народжується новий науковий напрям у математичному моделюванні соціально-економічних систем. Не виходячи за рамки термінології, що вже склалася, цей напрям найлогічніше було б назвати (і до цього схиляються більшість авторів згаданих вище робіт, не виключаючи і авторів даного дослідження) квантовою еконофізикою [55, 246, 70, 299].

Поява такого наукового напрямку обумовлена, на наш погляд, не тільки пошуками нових застосувань математичного апарату квантової механіки і новими квантово-механічними аналогіями, але й явно окресленими проблемами соціально-економічного моделювання, що потребують глибокого концептуального аналізу і філософського узагальнення, у тому числі і можливого вдосконалення традиційних математичних [125] та економічних [274] парадигм. При цьому, на думку авторів, важливе значення в рамках нового, квантового напрямку в еконофізиці, набувають релятивістські аспекти в концептуальних основах квантової фізики [232, 233, 219] та їх філософське осмислення, що включає критичний аналіз понять вимірювання, стану, пам'яті, часу і простору не тільки у фізичному, але і в психологічному та соціально-економічному контекстах [274, 272].

5.1 Про еконофізику, квантову еконофізику та складні системи

Еконофізика, або фізична економіка, як вже наголошувалося – новий, порівняно молодий науковий напрям, який нещодавно відзначив свій десятирічний ювілей. Звичайно, це не означає, що до моменту офіційного визнання еконофізики не було робіт на перехресті економіки та фізики, проте новий напрям, як правило, формується тільки тоді, коли для цього з'являються умови і виникає необхідність у концентрації зусиль наукового співтовариства на цьому напрямі. Квантова еконофізика не є виключенням, зокрема тому, що хоча перша робота, яку, на думку Гонсалеса [55], можна віднести до застосування ідей квантової механіки до економічних явищ, з'явилася ще в 1990 р. [172], про народження квантової еконофізики, як нового наукового напрямку, можна говорити тільки зараз.

На даний момент квантова еконофізика включає:

а) адаптацію та використання математичного апарату квантової механіки для моделювання процесів в економіці (лінійні оператори в гільбертовому просторі, хвильова функція і рівняння Шредінгера, матриця щільності та рівняння Неймана, апарат вторинного, ультравторинного і ультратретинного квантування, фейнмановські інтеграли за траєкторіями, представлення Гейзенберга і рівняння Гейзенберга та ін.);

б) використання квантовомеханічних моделей і аналогій (модель спінового скла Ізінга, квантове репродукційне еволюційне рівняння, Бозе конденсація квантових рідин та ін.);

в) використання квантовомеханічної ідеології (принцип невизначеності, принцип додатковості, інші елементи квантової теорії вимірювань, імовірнісне трактування динаміки системи).

Проте, як нам здається, не менш важливим для прогресу в правильній постановці та вирішенні проблем математичного моделювання складних систем є комплексний аналіз *концептуальних* основ сучасної теоретичної фізики, базових положень теорії систем і системного аналізу, як найбільш загального, по суті напівемпіричного підходу до вивчення реальних явищ, які важко формалізуються, з *обов'язковим* врахуванням результатів спостережень і досліджень реальних соціально-економічних процесів і систем.

Складні системи в сучасному розумінні – це проблемні з погляду формалізації нелінійні системи, в динаміці яких спостерігаються синергетичні явища, мають місце нестійкості і слабка передбачуваність, істотну роль грає так звана післядія та пов'язана з нею „довга” пам'ять. До таких систем, зокрема, належать і соціально-економічні, екологічні, біологічні та інші, що концентровано відображають верхні рівні інтегрованої, складно організованої і складно функціонуючої матерії.

Використовуючи ті або інші фізичні аналогії в моделюванні складних систем, або, іншими словами, в моделюванні *складності*, не потрібно

забувати, що фізика, як і будь-яка інша наука – перш за все наука експериментальна. Всяка фізична теорія базується виключно на реальних фактах, а її математичний апарат і відповідна математична модель є лише засобом для опису результатів спостережень і/або експериментів, завжди в тому або іншому ступені наближеним, і, як правило, не єдиним.

Моделі, які описують фізичні процеси, і моделі, які претендують на адекватний опис соціально-економічних процесів, знаходяться на суттєво різних, в певному розумінні протилежних рівнях ієрархії моделей навколишнього світу. Якщо фізична картина світу, принаймні в її первинних основах, залишається незмінною протягом досить тривалого періоду часу (можливо порівнянного з існуванням планети), то верхні, соціально-економічні рівні постійно ускладнюються і розвиваються в часі, причому останні десятиліття – на наших очах. Оскільки час незворотний – а цей експериментальний факт поки ще ніким не спростований, – то при спробах традиційними суто „фізичними” методами змоделювати і спрогнозувати поведінку соціально-економічних та інших складних систем можуть виникнути проблеми через неможливість строгого дотримання одного з основних принципів точних наук – принципу відтворюваності результатів експериментів та спостережень.

Звичайно, моделі соціально-економічних систем не повинні суперечити фізичним та іншим процесам нижчого рівня, що в них відбуваються, проте не всі властивості соціально-економічних систем можуть бути одержані з їх фізичних властивостей (відомий у загальній теорії систем принцип емерджентності). Практично це твердження відноситься до будь-якої різнорівневої пари з ієрархії моделей, що описують навколишній світ.

Безпосереднє використання фізичних підходів і відповідних їм математичних моделей при описанні соціально-економічних систем є корисним, проте вихід за межі їх застосовності може привести до парадоксів, які вже спостерігалися в історії науки. До таких парадоксів можна віднести лапласівський детермінізм, заснований на класичній механіці Ньютона, теплову смерть Всесвіту, яка випливає з основних постулатів термодинаміки, парадокси неперервної математики, що базується на понятті нескінченності та ін.

5.2 Теоретична фізика як одна з моделей реальності і математика як формалізована мова її опису

XX століття – століття тріумфу нової теоретичної фізики – теорії відносності та квантової механіки, які не тільки пояснили нові явища в макро- і мікросвіті, але також змінили, або наповнили новим змістом традиційні фізичні поняття. Ці поняття століттями були не тільки основою

всього природознавства, але і формували відповідні філософські концепції і уявлення в усіх без виключення науках, у тому числі і в самій філософії (в основному це так званий метафізичний підхід).

Хоча нові концепції і затвердилися, перш за все, технологічно, як інструмент, у фізиці, проте, на наш погляд, і дотепер не повною мірою усвідомлені і застосовуються в моделюванні соціально-економічних систем і процесів, які в них відбуваються.

Причини цього криються не тільки і не стільки у відсутності достатнього спектру фізичних та математичних моделей, скільки в інерції, у відсутності глибоко інтегрованого аналізу, що стосується не тільки основ класичної фізики, теорії відносності, квантової механіки, теоретичної і практичної економіки, але й історичних, психологічних, соціальних, філософських та інших, суто „гуманітарних” аспектів проблеми.

У зв'язку з цим вирішення проблем математичного моделювання складних систем слід шукати на стиці різних наукових напрямів, включаючи не тільки математику, фізику, кібернетику, інформатику та ін., але і традиційно гуманітарні дисципліни – філософію, політологію, соціологію, психологію, мовознавство тощо – можливо, нові підходи і ідеї слід черпати саме там. Як зазначалось у розділі 1 в якості прикладів нових міждисциплінарних напрямів, що виявилися вельми плідними, можна назвати синергетику [313], теорію фракталів [242], теорію хаосу [240], екофізику [113], квантову інформатику [215, 32, 195], нейроеконіміку [256], р-адичну математичну фізику [68, 198, 199] і багато що інше. До такого міждисциплінарного напрямку можна також віднести і обговорювану в цьому розділі квантову екофізику [55, 246, 70, 299].

Розвиток фізики і математики, поява електронно-обчислювальних машин, а потім комп'ютерів, що зробили інформаційну революцію в усіх без винятку галузях людської діяльності, з одного боку, створила ілюзію всесильності математики як засобу опису, моделювання і розв'язування будь-яких задач, пов'язаних з інтелектуальною діяльністю, а з іншого боку, розкрило і її недоліки.

Відзначимо, що математика, як одна з мов віддзеркалення і опису навколишньої дійсності, в основному розвивалася в рамках точних наук, перш за все фізики та її технічних застосувань, і лише потім використовувалася для вирішення більш „гуманітарних” задач.

Проте, до використання фізичних аналогій у моделюванні систем „нефізичного” походження, що займають верхні за складністю і часу виникнення рівні ієрархії моделей світоустрою, необхідно підходити з певною обережністю.

Математика побудована на аксіомах, і однією з її особливостей є детермінованість, „жорсткість” мови, яку вона використовує. На відміну від звичайної мови, математика не допускає різнотлумачень і контекстів – в цьому як її сила, так і обмеженість.

Про це писав ще А.А. Богданов [191, 189] у своїй „організаційній науці” (тектології) – політик, економіст і мислитель (до філософії як науки він відносився вельми скептично), ідеї якого починають відроджуватися тільки зараз. У 2001 р. в Єкатеринбурзі створений Міжнародний інститут А. Богданова – МІАБ.

Вперше обмеженість математики як мови, що спирається на замкнуту систему аксіом, була строго доведена Геделем у 1931 р. в його відомій теоремі про неповноту [54, 253], проте реальне, у тому числі і філософське значення цієї теореми повною мірою починає усвідомлюватися лише зараз [314].

Відзначимо, що на нашу думку, як в методичному, так і в концептуальному плані, особливе значення в описі складних систем набуває мова дискретної математики, яка основний наголос робить на застосуванні алгоритмічних (дискретних) моделей, є конструктивною в реалізації та дозволяє позбавитися ряду філософських парадоксів, що мають місце в неперервній („нескінченній”) математиці.

Яскравим прикладом такого філософського „глухого кута” є відомий парадокс Банаха-Тарського [305]. Прийняття так званої аксіоми вибору в строгій теорії множин дозволяє так розбити кулю на скінченну кількість частин, що з них можна скласти дві кулі, еквівалентні початковій кулі. Неприйняття цієї аксіоми не приводить до суперечностей [229], проте істотно збіднює дослідження нескінченних абстрактних структур в аналізі, алгебрі, топології та інших розділах математики.

5.3 Загальна теорія систем - мова і методологія розв’язання задач, що важко формалізуються

Однією із спроб вийти за межі кола задач, що вирішуються класичною „точною” математикою, виявилось створення в 1951 р. Берталанфі загальної теорії систем [96, 186], яка в сучасному розумінні включає саму теорію систем, системний аналіз як її методологію та математичне моделювання як інструментальний засіб [248, 224, 239].

Загальної теорії систем (ЗТС), яка своєю невід’ємною частиною містить і математичний інструментарій, як теорії в строгому математичному розумінні цього слова, не існує. Саме цю особливість своєї теорії хотів підкреслити, на наш погляд, Берталанфі, додаючи до її визначення характеристику „загальна” і відзначаючи, що навіть у рамках звичайної класичної механіки виникають математично не вирішувані проблеми (наприклад, задача трьох тіл), не говорячи вже про складніші системи і більш „просунуті” моделі сучасної теоретичної фізики.

ЗТС можна розглядати як емпіричний набір логічно не доказових принципів, концепцій і підходів, які виведені із спостережень над реальними

складними системами, у тому числі і за участю людини, є загальними для об'єктів будь-якої природи і виявляються корисними при проведенні спостережень, досліджень і, головне, при вирішенні практичних задач.

Існують різні визначення системи. Як одне з можливих робочих визначень, що комплексно враховує онтологічні, гносеологічні та динамічні аспекти поняття системи, можна привести наступне.

Система – це сукупність взаємодіючих елементів, на які *суб'єкт* за тими чи іншими ознаками розділяє *об'єкт*, для спостереження, опису, вивчення і, врешті-решт, розв'язання тієї або іншої практичної задачі, при цьому взаємодія елементів системи в процесі її функціонування (*дія*) породжує нову якість, якою елементи системи окремо не володіють.

Це визначення можна було б розглядати як вільну „інтегровану” інтерпретацію визначень з [224, 239] та інших джерел, причому автори не претендують ні на новизну, ні на оригінальність. Проте відзначимо, що за самою сутністю ЗТС її положення і початкові визначення не зобов'язані бути ні єдиними, ні „жорсткими”, ні замкнутими, оскільки вона сама теж є однією з систем, і до неї застосовні всі її власні принципи.

До найважливіших принципів або положень ЗТС, що в той же час визначають і суть так званого системного підходу, слід віднести:

- а) дискретність;
- б) ієрархічність;
- в) емерджентність;
- г) відкритість.

Не дивлячись на відсутність безпосередніх зв'язків між ЗТС, що важко піддається формалізації, і сучасною теоретичною фізикою, заснованою на використанні вельми абстрактних і конкретних математичних моделей, вони обидві, будучи різними експериментально обґрунтованими способами віддзеркалення реального і єдиного за своєю суттю світу, мають глибокі загальні коріння.

Перш за все, відзначимо, що з визначення системи і основних положень ЗТС випливає, що в рамках системного підходу питання про те, чи існує об'єктивно, тобто не залежно від суб'єкта, навколишній нас світ, позбавлене змістовного сенсу. Звичайно, світ існує незалежно від нас, але будь-який його опис або віддзеркалення є суб'єктивним, і пара „суб'єкт-об'єкт” є відповідно до системних принципів новою системою, властивості якої через принцип емерджентності не зводяться ні до властивостей об'єкту, ні до властивостей суб'єкта окремо. (У квантовій механіці подібна філософська проблема системного характеру виникає при аналізі процедури вимірювання у парі „вимірювальний прилад – об'єкт вимірювання”.)

Неперервність, яка заснована на принципово недоказовій гіпотезі про існування нескінченності (у теорії множин, наприклад, в аксіоматиці Цермело-Френкеля, це є одна з дев'яти аксіом [311, 225]), приводить до фізичних парадоксів, і системний принцип дискретності, що реалізується і

логічно розвивається в дискретній математиці і теорії алгоритмів, є розумною альтернативою неперервності та заснованій на ній неперервній математиці. Неперервність, швидше за все, не є необхідною ланкою не тільки у фізичному або математичному, але і в будь-якому іншому описі дійсності [226, 249, 303, 188, 187].

Неперервність основних фізичних величин, у тому числі і просторових координат і часу – є всього лише гіпотеза і наближення, не завжди адекватне задачам відображення навколишнього нас світу, тому в рамках системного підходу, якщо послідовно і до кінця реалізовувати його принципи, і ці величини повинні розглядатися як дискретні. (Відзначимо, що у фізиці питання про дискретність або неперервність простору та часу і дотепер має дискусійний характер.)

Відкритість будь-якої системи в певному сенсі є наслідком принципу ієрархічності, причому реально спостережувана наявність пам'яті (післядії) та врахування часу як одного з системотвірних чинників робить її формально відкритою навіть у тих випадках, коли з моменту початку функціонування система фізично ізольована. В останньому випадку відкритості системі додає її передісторія, повний опис і врахування якої в принципі неможливі (подання історії системи у вигляді сукупності початкових та граничних умов – як це робиться в класичній фізиці – досить вузький і свідомо наближений спосіб її врахування).

5.4 Ієрархія концепцій і моделей сучасної теоретичної фізики

Як вже наголошувалося, теоретична фізика минулого сторіччя докорінно змінила погляд на поняття простору і часу, на процедури вимірювання і досягнула точність їх результатів, на поняття передбачуваності поведінки системи, поставила питання про причини незворотності часу, звернула увагу на наявність післядії (пам'яті) в реальних фізичних процесах.

Одна з найважливіших задач, яку слід віднести до компетенції квантової екофізики, полягає в тому, щоб прослідкувати, який вплив надали або можуть надати ці зміни на постановку задач математичного моделювання соціально-економічних процесів та інтерпретацію одержаних результатів.

Інструментальний підхід до фізики як до засобу прогнозу результатів певним чином підготовлених експериментів чудово працює в самій фізиці, проте перенесення її понять і математичного апарату на системи іншої природи вимагає обов'язкового і глибокого аналізу її початкових концепцій.

Відзначимо, що в сучасному розумінні теоретична фізика – це ієрархія структурних, польових, динамічних та інших моделей фізичних властивостей матерії, починаючи від класичної механіки Ньютона і закінчуючи загальною теорією відносності та сучасними розділами

релятивістської квантової мікро- і макро- (космо-) теорії, кожна з яких має свої власні постулати (тобто свою аксіоматику) і свої галузі застосування. У цьому сенсі закони Ньютона не менш фундаментальні, ніж теорія кварків або суперструн, а ті зв'язки, які існують між більш загальною і менш загальною теоріями, найчастіше мають характер короткочасних „містків”, що виконують функцію „будівельних лісів” на етапі розробки теорії, причому провести їх строге і повне обґрунтування, як правило, не вдається. Поведемо далі аналіз концептуальних положень найважливіших із згаданих вище моделей, здійснивши стислий екскурс в ЗТС і звертаючись до практики функціонування реальних складних систем.

5.4.1 Класична фізика і її парадигми - критичний аналіз

У класичній фізиці передбачається, що основні фізичні величини можна розглядати як величини, що приймають неперервний ряд значень і існують *незалежно від* процедури вимірювання. При цьому:

1. Існують *миттєві* значення фізичних величин, що характеризують стан системи.
2. У принципі існують процедури вимірювань, що дозволяють виміряти миттєві значення цих фізичних величин.
3. Вплив процедури вимірювання на значення вимірюваної фізичної величини може бути зроблений настільки малим, що дозволяє ним знехтувати.

До таких величин (для простоти обмежимося механікою) належать – маса матеріальної точки m , відстань (радіус-вектор точки \vec{r} з декартовими координатами x, y, z), сила (вектор \vec{f} з проєкціями на декартові осі координат f_x, f_y, f_z), які можуть змінюватись у часі (час t абсолютний, неперервний, фізично незворотний і розглядається як параметр). За допомогою цих величин та інших величин, похідних від них (вектор швидкості $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ з координатами $v_x = \dot{x}$, $v_y = \dot{y}$, $v_z = \dot{z}$, вектор прискорення $\ddot{\vec{r}}$, імпульс $\vec{p} = m\dot{\vec{r}}$ і т.д.), використовуючи відповідні рівняння, можна описати, причому, в принципі, досить точно, поведінку будь-якої механічної системи.

Математична модель будується з використанням евклідового простору, в якому постулюється існування інерціальної системи координат (перший закон Ньютона) та рівняння руху вигляду:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{f}, \quad (5.1)$$

(другий закон Ньютона для матеріальної точки) і третій закон Ньютона:

$$\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21} \quad (5.2)$$

(сила \vec{f}_{12} , з якою матеріальна точка 1 діє на матеріальну точку 2, дорівнює і протилежно направлена силі \vec{f}_{21} , з якою точка 2 діє на точку 1).

Математичним апаратом для розв'язання задач класичної механіки є диференціальне та інтегральне числення, в якості незалежної змінної виступає час, стан системи характеризується координатами і швидкостями її матеріальних точок в евклідовому просторі, динаміка системи описується диференціальними рівняннями.

Замість рівнянь Ньютона в сучасній фізиці використовують еквівалентні їм формалізми, засновані на принципі найменшої дії для функції Лагранжа системи або на рівняннях Гамільтона [234], проте це не змінює сутності проблем, які розглядаються.

Навіть у рамках класичної фізики, сформульовані вище припущення 1)-3) щодо фізичних величин та процедур їх вимірювання є наближеннями і повинні розглядатися як гіпотези, справедливі тільки при виконанні певних умов.

Дійсно, якщо виходити не з абстракцій, а з реалій класичної теорії вимірювань, то поняття фізичної величини (та і будь-якої іншої величини) нерозривно пов'язане з деякою процедурою вимірювання, яка включає також і порівняння з деяким еталоном в тому або іншому вигляді.

Оскільки будь-яка процедура вимірювання займає певний час, то передбачається, що протягом цього часу значення вимірюваної фізичної величини та істотні характеристики еталону (або значення фізичної величини щодо істотних характеристик еталону) не змінюються.

Чи так це насправді? Якщо замислитися, то це не зовсім так, а строго кажучи, зовсім не так. Наприклад, довжина стержня x , наслідок хоча б теплових коливань складових його атомів (або принципово неусувних так званих „нульових” квантових коливань, якщо стрижень знаходиться при температурі, близькій до абсолютного нуля), постійно змінюється.

Це означає, що значення виміряної довжини стержня, віднесене до моменту закінчення процедури вимірювання t , $x(t)$, є деякий *функціонал* (у найпростішому випадку середнє значення) від значень $x(t')$ при $t' < t$:

$$x(t) = F[x(t')]; \quad t - \Delta t \leq t' < t. \quad (5.3)$$

Проведемо логічний аналіз співвідношення (5.3), залишаючись в рамках класичної фізики та для простоти обмежувачись простим одновимірним випадком (фізична величина, що характеризує систему – скаляр).

Якщо певне значення деякої фізичної величини або її проекції в заданій системі координат (це не обов'язково повинна бути довжина або одна з декартових координат точки в одновимірному випадку) існує *спочатку*, але залежить від часу, то можливі дві інтерпретації рівності (5.3):

- 1) у правій і лівій частинах (5.3) насправді фігурують *різні* по суті величини x – неявно та *гіпотетично* існуюче („миттєве”) $x(t')$ (справа) і *реально* зміряне („інтегральне”) $x(t)$ (зліва), при цьому $F[x(t')]$ – неявно заданий функціонал від неявно заданої функції $x(t')$, $t' < t$;
- 2) в обох частинах (5.3) фігурують величини x однієї природи, „миттєві” $x(t)$, у такому випадку (5.3) слід розглядати як *функціональне рівняння* для знаходження невідомої функції $x(t)$ з функціоналом $F[x(t')]$, який повинен враховувати всі істотні для вимірювання x властивості системи, у тому числі і її пам'ять про своє минуле, визначаючи, врешті-решт, функцію $x(t)$.

Таким чином, припущення про те, що точні миттєві значення фізичних величин (як і будь-яких інших величин) існують *априорі* і *не залежно* від будь-яких процедур вимірювання – те, на чому ґрунтується класична механіка – ніякими логічними доводами, окрім наших припущень і досвіду, свідомо наближеного та обмеженого спостереженнями систем певного типу, не підтверджується.

І останнє зауваження. Згідно з законами Ньютона задані миттєві значення координат і швидкостей частинок системи в даний момент часу повністю визначають майбутню поведінку системи, що слід розглядати як парадокс, який суперечить здоровому глузду – в такій системі відсутня післядія, тобто пам'ять, і навряд чи така модель може адекватно описувати функціонування переважної більшості реальних складних систем.

5.4.2 Нерелятивістська квантова механіка: експериментальні факти, постулати і наслідки

В основі нерелятивістської квантової механіки знаходяться експериментально встановлені факти, які свідчать про те, що:

- а) має місце принцип невизначеності, зокрема немає точного поняття траєкторії частинки;
- б) фізичні величини можуть приймати не будь-які значення, зокрема спектр їх дозволених значень може бути і дискретним;
- в) так само як і в класичній фізиці передбачається, що фізичні величини можуть мати миттєві значення, але не всякий набір величин може бути вимірним одночасно;

г) має місце певний вплив процедури вимірювання на результат вимірювання, при цьому стан системи після вимірювання стає певною мірою невизначеним;

д) будь-яка система є принципово відкритою, оскільки хвильова функція, за допомогою якої в квантовій механіці характеризують стан системи (її існування постулюється), формально визначена та неперервна у всьому просторі.

Існують різні, еквівалентні за сутністю, формулювання основних положень квантової механіки, проте будь-який використовуваний математичний формалізм повинен задовольняти всім перерахованим вище умовам та результатам проведених експериментів.

Наведемо одну з найбільш компактних, і в цьому її привабливість, але не дуже поширених (через історичні причини) квантовомеханічних аксіоматик [219], супроводжуючи її відповідними коментарями і проводячи необхідні аналогії з практикою спостереження та досвідом теоретичного узагальнення поведінки складних систем.

Перш, ніж перейти до формулювань [219], зупинимося на більш традиційному історично першому підході до викладу основ квантової механіки, і відзначимо його особливості.

Більшість класичних викладів вихідних положень квантової механіки, у тому числі і у відомому курсі теоретичної фізики Л.Д. Ландау і Є.М. Ліфшиця [233], проводиться за схемою:

- 1) принцип невизначеності для вимірюваних значень фізичних величин;
- 2) хвильова функція системи і принцип суперпозиції;
- 3) оператори фізичних величин.

Така схема має історичне, психологічне і логічне пояснення. Перед відомими творцями квантової теорії (М. Планк (1858-1947), А. Ейнштейн (1879-1955), Н. Бор (1885-1962), Е. Шредінгер (1887-1961), Луї де Бройль (1892-1997), В. Гейзенберг (1901-1976), В. Паулі (1900-1958), Е. Фермі (1901-1954), П. Дірак (1902-1984), М. Борн (1882-1970), В. Фок (1898-1974), Д. Блохінцев (1908-1979), Л. Ландау (1908-1968) та ін.) стояла задача не тільки розробити математичний апарат, який би кількісно пояснював результати фізичних експериментів, не тільки усвідомити, на базі тієї класичної школи, в якій вони формувались як вчені, якісно нову ідеологію, але й донести її до свідомості всього фізичного співтовариства.

У цих умовах (причому з неминучістю) сформульовані концепції не могли не стояти, образно кажучи, однією ногою в „старій”, класичній, а іншою – в „новій”, квантовій фізиці. Проте такий „половинчатий” підхід рано чи пізно повинен був стати гальмом для несуперечливої філософської інтерпретації її законів і широкого розповсюдження її концепцій.

Наскільки нам відомо, дискусії, пов'язані з проблемами інтерпретації квантової фізики, не вщухають і дотепер, а участь у них, вільно або не вільно, приймають не тільки фізики і філософи, але й вчені інших напрямів,

що намагаються використовувати квантовомеханічні поняття та аналогії (квантова психологія [306], квантова соціологія [206], квантова логіка [196, 173] та ін.).

Підхід до викладу основ квантової механіки, прийнятий в [219], як вже згадувалося вище, не є традиційним. Проте, як нам здається, саме компактне і наочне викладення правил, які можна назвати і аксіомами (або постулатами), в їх логічній послідовності, дозволяє абсолютно по-іншому поглянути на концептуальні основи квантової механіки і зробити відповідні висновки.

Шість постулатів нерелятивістською квантової механіки, що приводяться нижче, є одним з лекційних варіантів викладу [219].

A1. Згідно *першому постулату* всякій фізичній величині L (окрім часу t , який у нерелятивістській квантовій теорії, як і в класичній фізиці, не є фізичною величиною і розглядається як незалежний параметр) ставиться у відповідність лінійний ермітовий оператор \hat{L} .

Правила співставлення ґрунтуються на класичних виразах для фізичних величин і формулюються наступним чином:

– класичним координатам x, y, z ставляться у відповідність оператори координат:

$$\hat{x} \equiv x; \quad \hat{y} \equiv y; \quad \hat{z} \equiv z. \quad \Rightarrow \quad \vec{r} \rightarrow \hat{\vec{r}} \equiv \vec{r}; \quad (5.4)$$

– класичним проекціям імпульсу p_x, p_y, p_z ставляться у відповідність оператори проекцій імпульсу:

$$\hat{p}_x \equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial x}; \quad \hat{p}_y \equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial y}; \quad \hat{p}_z \equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial z}; \quad \rightarrow \quad \vec{p} \equiv i\hbar \vec{\nabla} \quad (5.5)$$

(i – уявна одиниця, $\hbar = 1.0546 \cdot 10^{-27}$ ерг сек – постійна Планка, в (5.4, 5.5) використовується і постулюється координатне представлення операторів);

– довільній класичній фізичній величині $L = L(\vec{p}, \vec{r}, t)$, що є функцією імпульсів і координат (а в загальному випадку і часу t), ставиться у відповідність оператор:

$$\hat{L} \equiv L(\vec{p}, \vec{r}, t). \quad (5.6)$$

Ці правила відображають так званий *принцип відповідності*. Зокрема, класичній повній енергії системи $E = H(\vec{p}, \vec{r}, t)$ ставиться у відповідність оператор повної енергії системи (гамільтоніан):

$$\hat{H} = H(\vec{p}, \vec{r}, t). \quad (5.7)$$

Оскільки не завжди операторні вирази типу (5.6) можуть мати чітку і однозначну інтерпретацію, то вводяться додаткові правила.

Так, наприклад, формально фізичній величині $xp_x \equiv p_x x$ можна поставити у відповідність три різних оператори:

$$x \cdot \hat{p}_x \equiv i\hbar x \frac{\partial}{\partial x}; \quad \hat{p}_x \cdot x \equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial x} x; \quad \frac{1}{2}(x \cdot \hat{p}_x + \hat{p}_x \cdot x) \equiv \frac{i\hbar}{2} \left(x \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} x \right), \quad (5.7)$$

проте ермітовим оператором і, отже, оператором фізичної величини xp_x , є тільки останній, симетричний вираз.

Якщо функція $L = L(\vec{p}, \vec{r}, t)$ відносно змінної \vec{p} не є поліномом, то використовується її формальний розклад у багатовимірний ряд Тейлора. Виникаючи при цьому питання збіжності нескінченних операторних та функціональних рядів та їх інтерпретація є предметом спеціального обговорення, а критерієм вибору тих чи інших способів подання оператора є відповідність проведених теоретичних розрахунків результатам експериментів.

A2. Відповідно до другого *постулату* дана фізична величина L може приймати тільки власні значення λ_i її оператора \hat{L} :

$$\hat{L}\varphi = \lambda\varphi, \Rightarrow \lambda_i, \varphi_i; \quad \hat{L}\varphi_i \equiv \lambda_i\varphi_i, \quad (5.9)$$

завжди дійсні завдяки ермітовості \hat{L} (стандартна задача на власні значення λ_i і власні функції φ_i для лінійного ермітового оператора \hat{L}).

З цього постулату випливає, що, на відміну від класичної фізики, не будь-яке значення фізичної величини може бути дозволеним, зокрема можливим є і *квантований* (дискретний) спектр її значень. Прикладом дискретного спектру є спектр дозволених значень енергії атома водню (єдина математично *точно* розв'язувана задача нерелятивістської квантової механіки, що відноситься до реальної системи).

У концептуальному плані перший і другий постулати квантової механіки фактично дають перше підтвердження тези про первинність *процедури* по відношенню до *результату* її дії, яка діаметрально протилежна концепції, прийнятій у класичній фізиці. Надалі ми неодноразово повертатимемося до цієї тези, приводячи на її користь нові аргументи та докази.

Принцип відповідності можна розглядати як ілюстрацію *генетичних* аспектів, що характеризують нескінченний історичний розвиток як

теоретичної фізики, так і наукового пізнання в цілому, що включають наступні етапи, які повторюються:

- наповнення старих формул і положень новим змістом;
- генерацію нових формул і положень у результаті конфлікту старого та нового, і мутацій, що відбуваються при цьому;
- відбір спроможних теорій серед спектру можливих.

Нам представляється важливим відзначити цей аспект, оскільки дуже часто, навіть на сучасному рівні розвитку науки, не припиняються спроби створити „єдину теорію всього”, знайти ті універсальні „першоцеглинки”, які дозволять раз і назавжди пояснити та пов’язати воедино усе, що відбувається в цьому світі. Такі спроби, навіть в області фундаментальної фізики, не говорячи вже про теорії, що претендують на всеосяжний і позачасовий опис соціально-економічних явищ, на наш погляд є безперспективними.

A3. Згідно з *третім постулатом* кожному стану фізичної системи ставиться у відповідність нормована хвильова функція ψ :

$$\psi = \psi(x, y, z, t); \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx dy dz = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx dy dz = 1 \quad (5.10)$$

(для простоти ми розглядаємо систему з однієї частинки, а також використовуємо координатне представлення її хвильової функції відповідно до прийнятого вище координатного представлення для операторів фізичних величин).

У класичній механіці для системи з N частинок необхідно задати $3N$ координат та $3N$ проєкцій імпульсів (або швидкостей) частинок – $6N$ фазових координат, які за припущенням можуть бути точно виміряні, що повністю визначає стан системи.

У квантовій механіці стан системи задається хвильовою функцією, яка не дозволяє одночасно і точно визначити всі класичні фазові координати системи. Набір вимірювань, який дозволяє визначити хвильову функцію системи, називається *повним* і для системи з N частинок кількість таких вимірювань (без урахування суто квантових спінових змінних) у два рази менше, ніж при класичному визначенні стану системи, тобто дорівнює $3N$.

Оскільки хвильова функція формально визначена у всьому просторі навіть для поодинокі частинки, то будь-яка реальна квантово-механічна система фактично є відкритою. Для опису таких систем (тобто врахування взаємодії системи з оточенням, якщо відомо, що воно не є малим) використовується представлення матриці щільності [233].

A4. *Четвертий постулат* свідчить, що математичне очікування (середнє значення) фізичної величини L з оператором \hat{L} для системи, що

знаходиться в стані з хвильовою функцією $\psi(x, y, z, t)$, визначається інтегралом:

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, y, z, t) \hat{L} \psi(x, y, z, t) dx dy dz. \quad (5.11)$$

З цього постулату випливає, що результат будь-якого вимірювання має, взагалі кажучи, неоднозначний характер (фізична величина може приймати в результаті вимірювання детерміноване значення тільки в тому випадку, якщо $\psi(x, y, z, t)$ співпадає з однією із власних функцій φ_i оператора \hat{L}). Зокрема, величина $|\psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz$ інтерпретується як вірогідність виявити при вимірюванні частинку в елементі об'єму $dx dy dz$. Імовірнісний характер, або, якщо бути точним, *невизначеність* результату вимірювання, є принципова особливість квантово-механічних систем.

А5. П'ятий постулат (рівняння Шредінгера) визначає еволюцію системи (зміна її хвильової функції ψ) у часі:

$$i \cdot \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi \quad (5.12)$$

і відіграє ту ж роль, що і другий закон Ньютона в класичній механіці.

А6. Шостий постулат стосується системи тотожних мікрочастинок і зводиться до твердження, що в такій системі частинки *нерозрізнені*. Постулюється також існування *спіну* – нової, суто квантової (релятивістської) змінної, а також розподіл усіх відомих частинок на два типи – *ферміони* (антисиметрична хвильова функція, частинки з напівцілим спіном) і *бозони* (симетрична хвильова функція, частинки з цілим спіном).

Наслідком шостого постулату є існування специфічної квантової (обмінної) взаємодії, що реалізовується *тільки* в оточенні тотожних мікрочастинок і не має класичного аналога. У концептуальному плані цей постулат можна розглядати як наочну фізичну ілюстрацію одного з базових принципів системного аналізу – принципу *емерджентності*.

Стисло, не торкаючись математичних аспектів і опускаючи їх деталі, концептуальні моменти цих шести постулатів нерелятивістської квантової механіки можна переформулювати наступним чином.

1. Замість класичного поняття „фізична величина L ” вводиться нове фундаментальне поняття „оператор фізичної величини \hat{L} ”.
2. Можливі (дозволені) значення фізичної величини L є наслідком (результатом) розв'язання математичної задачі на власні значення λ для оператора фізичної величини \hat{L} :

$$\hat{L}\varphi = \lambda\varphi.$$

3. Для характеристики стану системи вводиться нове поняття - *нормована хвильова функція* ψ :

$$\int \psi^* \psi d\tau = \int |\psi|^2 d\tau = 1.$$

4. Класичному значенню фізичної величини L у стані з нормованою хвильовою функцією ψ відповідає нова величина - *середнє значення фізичної величини* $\langle L \rangle$, що визначається співвідношенням:

$$\langle L \rangle = \int \psi^* \hat{L}\psi d\tau.$$

5. Еволюція системи в часі характеризується еволюцією її нормованої хвильової функції, яка визначається із розв'язку рівняння Шредингера:

$$i \cdot \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi.$$

6. У системі тотожних частинок усі частинки нерозрізнені.

Наведені вище шість постулатів квантової (нерелятивістської) механіки (постулати **A1-A6**), в певному сенсі аналогічні законам класичної механіки Ньютона, і є тією базою, на якій будується весь її теоретичний апарат і практичні застосування. Так, використовуючи нескладні перетворення, можна показати, що з постулатів **A1-A4** випливає фундаментальне співвідношення невизначеностей для координат і швидкостей (або імпульсів):

$$\Delta x \cdot \Delta v \geq \frac{\hbar}{2m}; \quad \left(\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \right), \quad (5.13)$$

де Δx та Δv (Δp) – середньоквадратичні похибки вимірювання координати x та швидкості $v = \dot{x}$ (імпульсу $p = m\dot{x}$) частинки з масою m .

Із співвідношення (5.13) слідує в свою чергу п'ять важливих для подальшого концептуальних висновків:

- ні координата частинки, ні її швидкість, не можуть мати точних значень, оскільки при $\Delta x = 0$ невизначеність швидкості Δv , а отже і сама швидкість, стають нескінченними, а при $\Delta v = 0$ частинка виявляється

повністю делокалізованою, тобто може бути виявлена в будь-якій точці фізичного простору;

- не існує поняття миттєвої швидкості як ньютонівської границі:

$$v(t) = \dot{x}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t) - x(t - \Delta t)}{\Delta t}; \quad (5.14)$$

- класичні швидкість і координата частинки, що визначають її стан у класичній механіці в момент часу t , можуть бути визначені лише приблизно та при *скінченному*, достатньо великому Δt ;
- неперервної класичної траєкторії частинки насправді не існує – це наближене поняття, що має сенс тільки при достатньо великих проміжках Δt між сусідніми вимірюваннями місцезнаходження частинки;
- прогноз поведінки частинки, причому свідомо наближений, що визначається парою класичних фазових змінних $(x(t), v(t))$, можливий тільки при врахуванні її історії, тобто *післядії*, оскільки:

$$v(t) \approx \frac{x(t) - x(t - \Delta t)}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} x(t) - \frac{1}{\Delta t} x(t - \Delta t) \quad (5.15)$$

залежить як від $x(t)$, так і від $x(t - \Delta t)$.

До висновку про наявність післядії на основі аналізу (5.15) можна дійти і з іншого боку. Зіставляючи класичне визначення швидкості (5.14) та співвідношення невизначеностей (5.13) одержуємо, що в (5.15) або $x(t)$, або $x(t - \Delta t)$, або обидві ці величини одночасно, не можуть бути визначені *точно* (інакше існувало б і точне значення границі (5.14)), причому неточність залежить від Δt , і при $\Delta t \rightarrow 0$ (зникнення післядії) формально стає нескінченно великою (неможливість прогнозу).

Квантова механіка, таким чином, ліквідовує парадокс класичної механіки, пов'язаний з відсутністю післядії у використовуваних нею математичних моделях.

З квантово-механічного аналізу процесу взаємодії системи і вимірювального „приладу” (аналізу, заснованого на теорії збурень) також випливає, що невизначеність значення енергії системи, одержаної в результаті такої взаємодії, пов'язана з її тривалістю Δt співвідношенням [233]:

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar. \quad (5.16)$$

З квантово-механічного аналізу процедури вимірювання імпульсу частинки, з урахуванням (5.16), випливає ще одне корисне для подальшого

співвідношення, що пов'язує мінімально можливу невизначеність імпульсу Δp з тривалістю його вимірювання Δt та зміною швидкості частинки Δv протягом часу вимірювання [233]:

$$\Delta v \cdot \Delta p \cdot \Delta t \sim \hbar. \quad (5.17)$$

Нам представляється важливим ще раз підкреслити, що у викладеній вище аксіоматиці квантової механіки на перше місце висувається *процедура* вимірювання, а не значення фізичних величин, як це було в класичній фізиці. При цьому результат вимірювання, як це випливає з постулатів, у загальному випадку має імовірнісний характер, не всякі значення фізичної величини можуть бути дозволені, а стан системи після вимірювання виявляється в тій чи іншій мірі невизначеним із-за принципово неконтрольованої взаємодії спостережуваної системи і вимірювального приладу.

Той факт, що в нерелятивістській квантовій механіці в принципі *допускається* існування миттєвих значень фізичних величин, і дозволяє ввести як характеристику поточного стану системи її хвильову функцію, або матрицю щільності (для відкритих систем). При цьому хвильова функція може мати різні представлення (координатне, імпульсне, матричне в тій або іншій повній системі власних функцій, в числах заповнення станів у рамках апарату вторинного квантування і т.д.).

Проте, як випливає з вищевикладеного, аналіз, що проводиться навіть у рамках апарату нерелятивістської квантової механіки, свідчить про те, що для *реальних* систем і для *реальних* процедур вимірювань не існує ні миттєвих, ні точних значень фізичних величин. У рамках нерелятивістської квантової механіки існування миттєвих точних значень фізичних величин є корисною для теорії і практики *гіпотезою*, що точно не підтверджується, як і у разі класичної механіки, ніякими логічними або експериментальними висновками.

Зробимо ще ряд важливих, на наш погляд, зауважень.

Прийнято вважати, що нерелятивістська квантова механіка є лінійною теорією (див., наприклад [182]), оскільки носій інформації про поточний стан системи – її хвильова функція – задовольняє лінійному рівнянню – рівнянню Шредінгера, а оператори фізичних величин – суть лінійні оператори. Проте це не зовсім так.

Поняття лінійного оператора або лінійного перетворення включає принцип суперпозиції і як мінімум припускає, що множина вхідних і множина вихідних елементів утворюють лінійні простори. Але фізичний сенс мають тільки нормовані хвильові функції, тобто розв'язки рівняння Шредінгера або рівняння на власні функції та власні значення оператора фізичної величини за *додаткових* умов нормування. Множина *нормованих*

хвильових функцій, хоч і належить лінійному простору, сама по собі лінійного простору, строго кажучи, не утворює.

Відомо, що в рамках класичної механіки, яка розглядається як окремий граничний випадок квантової механіки, існує безліч нелінійних задач. З погляду здорового глузду представляється дивним, яким чином більш загальна, формально лінійна теорія, породжує нелінійні задачі.

Звичайно, ніяких парадоксів у цьому немає, і все стає на свої місця, якщо врахувати, що математичний формалізм квантової механіки – це, перш за все, формалізм *операторів*, основою якого є алгебра операторів із спеціальними комутаційними співвідношеннями, яка зовсім не є лінійною, а хвильова функція – вторинний і похідний від формалізму операторів математичний об'єкт.

І останнє зауваження. Відомо, що час у рівняннях квантової динаміки (наприклад, у рівнянні Шредингера для хвильової функції в координатному представленні) формально зворотний, але специфіка квантово-механічних процедур спостереження (вимірювання) робить його незворотним. Оскільки в реальності час дійсно незворотний, то цілком природно включити незворотність часу в систему аксіом як експериментально встановлений факт. Для цього знову таки досить поміняти акценти, прийнявши як основне положення первинність і необхідність процедури вимірювання (тобто дії) і, відповідно, визнавши наявність післядії, а також вплив процедури вимірювання на результат. У такому випадку питання про те, чи є зворотним час і чи існують набори параметрів або змінних, за допомогою яких можна *точно* описати стан системи та її еволюцію в часі, в рамках належним чином сформульованої системи аксіом нерелятивістської квантової механіки втрачає свою філософську актуальність.

Отже, ми вважаємо, що навіть на основі аналізу нерелятивістської квантової механіки у нас є всі підстави прийняти висловлену раніше гіпотезу про те, що поняття стану в квантовій фізиці не є ані первинним, ані фундаментальним. Цю ж гіпотезу, розглядаючи її як „місток” та спираючись на принцип емерджентності, розумно покласти в основу будь-якої теорії будь-яких достатньо складних динамічних систем.

Фактичне підтвердження цієї гіпотези можна знайти, уважно аналізуючи реальну динаміку реальних систем самої різної природи. Проте найбільш вагомими аргументами для таких висновків, причому аргументи саме з боку природознавства (що дуже важливо з історичної, психологічної та філософської точок зору), дає релятивістська квантова фізика.

5.4.3 Релятивістська квантова механіка. Нові парадигми в моделюванні складних систем

Релятивістська квантова механіка вважається незавершеною до кінця і до теперішнього часу через відсутність відповідної експериментальної бази.

Для експериментального обґрунтування тих або інших сучасних релятивістських теорій потрібні енергії до 10^{20} еВ і більше, недоступні поки в земних умовах, хоча частина питань може зняти запущений недавно коллайдер [166], що дає на зустрічних пучках електронів енергію взаємодії до $14 \cdot 10^{12}$ еВ.

Не дивлячись на це, одержані в її рамках результати підтверджують проведений вище аналіз і його висновки, додаючи їм не тільки технічний, але і концептуальний характер.

Новим у релятивістській квантовій механіці є фундаментальне твердження про те, що всяка процедура вимірювання займає *принципово скінченний* час Δt , тому *миттєвих* значень фізичних величин *не існує*. При цьому гранична точність вимірювання значень будь-якої фізичної величини обернено пропорційна часу вимірювання і скінченна при будь-якому скінченному Δt , а саме значення може бути віднесено тільки до цього проміжку часу Δt [232].

Так, якщо в співвідношенні (5.17) врахувати релятивістське обмеження на максимально можливу зміну швидкості $\Delta v \sim c$ (c - швидкість світла), то дійдемо до *релятивістського* квантового принципу невизначеності, що виражається співвідношенням [232]:

$$\Delta p \cdot \Delta t \sim \hbar / c. \quad (5.18)$$

Таким чином, точне значення імпульсу частинки може бути одержано тільки при часі вимірювання, рівному нескінченності, а це означає, що точно може бути виміряний тільки імпульс вільної частинки, що знаходиться в такому (вільному) стані нескінченний час.

Для побудови переважної більшості сучасних моделей релятивістської квантової механіки, включаючи і найсучасніші теорії [282, 194, 203, 101], використовується математичний формалізм, що ґрунтується на використанні груп Лі та алгебри Лі – алгебри операторів, що підкоряються певним комутаційним співвідношенням [281]. Тим самим у математичному формалізмі релятивістської квантової механіки „узаконюється” домінуюча роль процедури, дії, і оператор якраз і є її математичним відображенням або образом.

Як ми вже відзначали, вся нерелятивістська квантова механіка побудована на принциповій можливості миттєвого вимірювання тих або інших величин, що характеризують систему. Саме це припущення дозволяє ввести хвильову функцію в якості засобу об'єктивного опису стану системи та її еволюції в часі [232] а, отже, і саме поняття стану як фундаментальну характеристику системи.

У рамках релятивістської квантової механіки таке припущення принципово відкидається, тому найважливішого значення набуває так звана матриця розсіювання, або S-матриця. Ця матриця дозволяє, якщо відомі стани системи невзаємодіючих (при $t = -\infty$) частинок, передбачити при $t \rightarrow +\infty$ ймовірність різних станів системи вільних частинок після взаємодії [232].

Така „ідеалізована” постановка задачі експериментального дослідження релятивістських квантових ефектів навряд чи відповідає переважній більшості реальних фізичних процесів, які відбуваються у природі, хоча саме вона і дозволяє одержати достатньо точні та повторювані результати і є корисною для з'ясування фундаментальних фізичних законів природи.

Наскільки нам відомо, релятивістські ефекти в квантовій економіці у зазначених вище аспектах, до теперішнього часу не обговорювалися. Проте це не означає, що аналоги релятивістських ефектів або їх наслідків не мають місця в соціально-економічних процесах, оскільки величина, що грає в цих процесах роль граничної можливої швидкості, не обов'язково повинна бути пов'язана з фізичною швидкістю світла c .

Таким чином, виходячи з концептуальних положень вже релятивістської квантової механіки, а також враховуючи весь проведений вище аналіз, можна, і на наш погляд тепер цілком обґрунтовано, прийняти гіпотезу про те, що процедури вимірювання *будь-яких* величин і в соціально-економічних процесах займають скінченний час, а результати вимірювання залежать від процедури вимірювання і є вторинними по відношенню до останньої. Також цілком розумно прийняти гіпотезу про те, що не існує миттєвих значень економічних та будь-яких інших величин і показників, причому точність їх вимірювання спадає із зменшенням часу вимірювання. Це можна інтерпретувати і як одне з підтверджень гіпотези про наявність післядії в системі, тобто пам'яті, яку принципово не можна виключити.

Для демонстрації принципу невизначеності в економіці розглянемо цінні флуктуації індексу Доу Джонса – індексу „блакитних фішок” фондового ринку США (finance.yahoo.com). На рисунку 5.1 зображено функцію щільності ймовірності прибутковостей індексу для різних інтервалів часу (хвилина, 5 хвилин, 30 хвилин, день, тиждень).

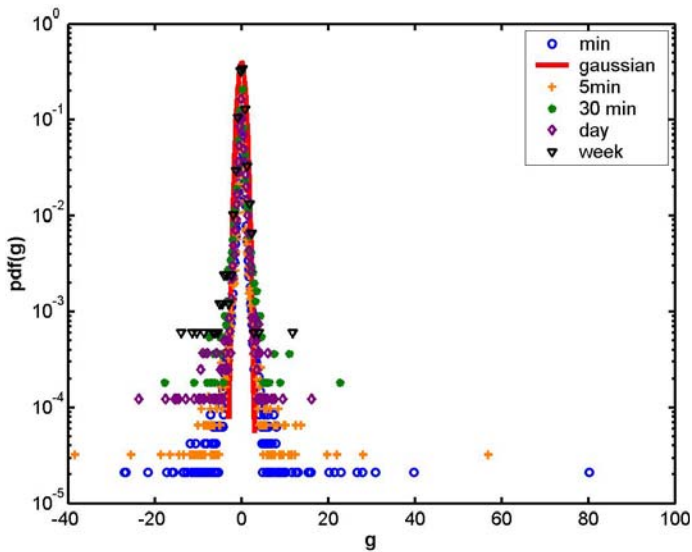


Рис. 5.1 Кумулятивна функція розподілу нормалізованих прибутковостей g для різних інтервалів вимірювання

З графіку чітко видно, що із зменшенням лагового інтервалу падає точність результатів вимірювання

Перейдемо до подальших „релятивістських” висновків. Гранична точність вимірювань зростає із збільшенням їх тривалості, проте це можливо тільки в тому випадку, якщо система знаходиться в незмінному стані, тому для реальних систем, що знаходяться в динаміці, існує свій *оптимальний* час вимірювання, отже, оптимальне спостереження (вимірювання) над системою з необхідністю повинне мати *дискретний* у часі характер. Величина кроку залежить, звичайно, і від того, *що* вимірюється, і від того, *як* вимірюється, а оптимальність в певному значенні має і *суб’єктивну* складову.

Формально, а на наш погляд і не тільки формально, в соціально-економічних системах до складних *непрямих* вимірювань (спостережень) слід віднести і будь-які розрахунки над сукупністю початкових даних, у тому числі і прогнозування динаміки, відповідно до того або іншого алгоритму. Таким чином, алгоритм стає *вимірювальною процедурою*, що породжує відповідну їй величину, при цьому реалізація цієї процедури, як і всякої іншої вимірювальної процедури, може непередбачуваним чином змінити стан системи і її майбутню поведінку.

Отже, виходячи з нашого аналізу, що спирається на теоретичні засади релятивістської квантової механіки, можна зробити наступні висновки, які,

на наш погляд, можуть бути покладені в концептуальні основи математичного моделювання будь-яких складних систем:

- первинність процедури вимірювання по відношенню до результату та її неусувний вплив на результат;
- принципова відсутність поняття миттєвого значення величини, а, отже, і поняття стану системи як її фундаментальної характеристики;
- дискретність і наближений характер часової динаміки системи як послідовності її спостережуваних, за визначенням наближених станів;
- наявність принципово неусувної післядії, тобто пам'яті;
- вплив будь-якої процедури вимірювання, зокрема спостереження і прогнозу, одержаного в результаті реалізації тієї чи іншої алгоритмічної процедури, на стан і майбутню поведінку системи;
- відмова від нескінченності як концептуального поняття;
- незворотність часу.

5.5 Алгоритмічні моделі з дискретним часом

Викладені вище положення, з точки зору не тільки фізики, але і практики спостереження, вивчення і реального функціонування соціально-економічних систем, представляються нам достатньо очевидними, і тому можуть бути враховані при математичній постановці відповідних задач.

У зв'язку з цим важливого значення набувають алгоритмічні моделі, які за своєю суттю є дискретними, як за часом, так і за іншими змінними, і ставлять на перше місце алгоритм, тобто процедуру, дію, за допомогою якої здійснюється той або інший процес.

Алгоритмічний підхід, як відомо, у свій час розвивав А.Н. Колмогоров (теорія складності Колмогорова, 1956) [308], передбачаючи за ним велике майбутнє. Йому також належить і одне з перших зауважень щодо пріоритетності та незалежності дискретного підходу (по відношенню до неперервного) в моделюванні складних систем [226].

Нам здається, що в рамках саме такого підходу, при широкому використанні алгоритмічних моделей, може бути достатньо логічно враховано і реалізовано сформульовані вище концептуальні положення, які стосуються постановки і розв'язання задач математичного моделювання складних систем.

Розглянемо одну з таких можливостей.

5.5.1 Загальна постановка задачі дискретного моделювання

Достатньо великий клас алгоритмічних моделей з дискретним часом може бути заданий рекурентним процесом виду:

$$\bar{x}_{n+1} = \bar{f}_n \left(\bar{f}_{n-1} \left(\dots \left(\bar{f}_1(\bar{x}_1) \dots \right) \right) \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (5.19)$$

де $\bar{f}_i(\bar{x}_i)$ – деяке нелінійне відображення багатовимірного вектора \bar{x}_i , i – дискретний, реальний або фіктивний, час, вхідний вектор \bar{x}_0 при кожній реалізації процесу вважається заданим. У окремому випадку відображення $\bar{f}_i(\bar{x})$ може і не залежати від дискретного часу i , $\bar{f}_i(\bar{x}) \equiv \bar{f}(\bar{x})$ (автономні моделі):

$$\bar{x}_{n+1} = \bar{f}(\bar{x}_n), \quad n = 1, 2, \dots \quad (5.20)$$

Автономні моделі звичайно описують системи, які в тому або іншому контексті можна вважати ізольованими. Строго кажучи, тільки в цьому випадку процес (5.19) можна вважати рекурентним, хоча формально процес (5.20) також можна зробити автономним, надавши дискретному часу статус ще однієї залежної змінної $n \equiv y_n$ і додавши співвідношення $y_{n+1} = y_n + 1$ (проте в цьому випадку новий, формально автономний процес із-за введеної додаткової змінної матиме необмежену амплітуду).

У рамках моделі (5.20) нас, у першу чергу, цікавитимуть незбіжні, обмежені, неперіодичні послідовності, оскільки саме вони можуть відображати складні процеси, що відбуваються в реальних системах без участі екзогенних (зовнішніх) чинників.

До моделей (5.19, 5.20) фактично зводяться і моделі детермінованого хаосу [313, 240, 67], і нейронні мережі [307, 302, 218], і неперервні моделі, засновані на диференціальних і інтегральних рівняннях (після реалізації в рамках тієї або іншої різницевої схеми [209]).

Проте класичні диференціальні і інтегральні рівняння утворюють, на наш погляд, вужчий клас моделей, що не охоплює всього спектру задач сучасної теорії складних систем, оскільки, як вже наголошувалося, диференціальні рівняння не включають післядії, а інтегральні рівняння не враховують всіх можливих в системі нелінійностей (операція інтегрування лінійна за визначенням). Крім того, як ті, так і інші, ґрунтуються на гіпотезі про існування нескінченності, яка принципово не перевіряється, і припускають існування відповідних границь, що має місце далеко не завжди.

Ідентифікація моделі (5.19) зводиться до визначення функцій $\bar{f}_i(\bar{x}_i)$, а відмінності між моделями детермінованого хаосу і нейронних мереж пов'язані з виглядом і методами визначення цих функцій (у моделях нейронних мереж звичайно використовується достатньо вузький з математичної точки зору клас відображень $f_i(x_i)$). Стійкість або збіжність

процесів (5.19, 5.20), взагалі кажучи, не передбачається, а інтерес може представляти як одномоментний набір компонент вектора, так і динаміка їх зміни в часі.

Однокомпонентна модель з пам'яттю вигляду:

$$x_{n+1} = f(x_n; x_{n-1}; x_{n-2}; \dots; x_{n-k}); \quad k \geq 1. \quad (5.21)$$

також зводиться до моделі (5.20) щодо $(k+1)$ -вимірною вектора $(x_n; y_n^{(1)}; y_n^{(2)}; \dots; y_n^{(k)})$ після введення відповідних лагових змінних:

$$y_n^{(1)} = x_{n-1}; \quad y_n^{(2)} = x_{n-2}; \quad \dots \quad y_n^{(k)} = x_{n-k}.$$

Таким чином, хоча формально модель (5.20) і не містить післядії (майбутнє залежить тільки від сьогодення), проте завдяки кінцевій дискретизації часу на її основі можуть бути побудовані і моделі з пам'яттю.

Питання про те, чи можна векторну модель без пам'яті (5.20) з $(k+1)$ компонентами звести до моделі з пам'яттю (5.21) для однієї з компонент (ця процедура має певну аналогію із зведенням системи диференціальних рівнянь 1-го порядку до одного диференціального рівняння вищого порядку), вимагає окремого розгляду, який буде проведено нижче.

5.5.2 Про незворотність часу. Модель Ферхюльста

У рамках моделі (5.20) зворотність часу можна розуміти як взаємно однозначну відповідність між векторами \vec{x}_n та \vec{x}_{n+1} на деякій підмножині X_i фазового простору системи (5.20) X :

$$\vec{x}_{n+1} = \vec{f}(\vec{x}_n); \quad \vec{x}_n = \vec{f}^{-1}(\vec{x}_{n+1}); \quad \vec{x}_n, \vec{x}_{n+1} \in X_i \subseteq X. \quad (5.22)$$

При цьому, в загальному випадку, X_i повинна включати атрактор системи – множину X_a , і належати множині X_0 – множині початкових значень, з яких система притягується до атрактора X_a :

$$X_a \subseteq X_i \subseteq X_0 \subseteq X. \quad (5.23)$$

Як один з найпростіших прикладів розглянемо модель Ферхюльста [174, 175, 309] – нелінійне логістичне однокомпонентне відображення вигляду:

$$x_{n+1} = f(x_n) = x_n(1 + \alpha(1 - x_n)); \quad 0 < \alpha < 3; \quad x_0 \in \left(0; \frac{1+\alpha}{\alpha}\right) = X_0, \quad (5.24)$$

де α – заданий числовий параметр. Обмеження на α та x_0 вибрані таким чином, щоб при будь-якому $n > 0$ значення x_n залишалися додатними.

Максимальне значення $x_{n+1} = x_{\max}$ функція $x_{n+1} = f(x_n)$ досягає в точці $x_n = \bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{1+\alpha}{2\alpha}; \quad x_{\max} = \frac{(1+\alpha)^2}{4\alpha}. \quad (5.25)$$

Зворотне відображення $x_n = f^{-1}(x_{n+1})$ має вигляд:

$$x_n = \frac{1+\alpha}{2\alpha} \pm \sqrt{\frac{(1+\alpha)^2}{4\alpha^2} - \frac{x_{n+1}}{\alpha}}; \quad x_{n+1} \in \left(0; \frac{(1+\alpha)^2}{4\alpha}\right) = X_i \subseteq X_0 \quad (5.26)$$

і, взагалі кажучи, є двозначним.

Таким чином, модель Ферхюльста є моделлю з незворотним дискретним часом. Проте, якщо виконується умова:

$$x_{\max} \leq \bar{x}; \quad \Rightarrow \quad \frac{(1+\alpha)^2}{4\alpha} \leq \frac{1+\alpha}{2\alpha}; \quad \Rightarrow \quad \alpha \leq 1, \quad (5.27)$$

а в якості множини X_i вибрано інтервал $(0; \bar{x})$, то зворотне відображення, як легко перевірити, стає однозначним.

5.5.3 Післядія і „довга” пам’ять в дискретних моделях з нелінійностями

Розглянемо питання про те, як у принципі можна звести векторну модель (5.20) до скалярної моделі вигляду (5.21) для однієї з компонент. Почнемо з випадку двокомпонентної моделі:

$$\begin{cases} x_{n+1} = f_x(x_n, y_n); \\ y_{n+1} = f_y(x_n, y_n); \end{cases} \quad n = 0, 1, \dots \quad (5.28)$$

Для того, щоб виключити змінні y_i , запишемо систему 3-х рівнянь для 5-ти змінних $x_n, y_n, x_{n+1}, y_{n+1}, x_{n+2}$, тимчасово поклавши для спрощення записів $n = 0$:

$$\begin{cases} x_2 = f_x(x_1, y_1); \\ x_1 = f_x(x_0, y_0); \\ y_1 = f_y(x_0, y_0). \end{cases} \quad (5.29)$$

Припустимо, що друге рівняння системи (5.29) однозначно розв'язується відносно змінної y_0 , тобто щодо цієї змінної функція $x_1 = f_x(x_0, y_0)$ має зворотну:

$$y_0 = f_{x_0}^{-1}(x_0, x_1). \quad (5.30)$$

Підставляючи 3-є рівняння системи (5.29) в її 1-е рівняння:

$$x_2 = f_x(x_1, y_1) = f_x(x_1, f_y(x_0, y_0)) \equiv \tilde{f}_x(x_1, x_0, y_0) \quad (5.31)$$

та замінюючи в (5.31) y_0 виразом (5.30), одержуємо:

$$x_2 = \tilde{f}_x(x_1, x_0, y_0) = \tilde{f}_x(x_1, x_0, f_{x_0}^{-1}(x_0, x_1)) \equiv F_x(x_1, x_0). \quad (5.32)$$

Таку пам'ять, довжина якої визначається кількістю компонент у початковій векторній моделі (5.28) (з відсутністю післядії), можна умовно назвати короткою.

Якщо зворотнє відображення (5.30) у області зміни фазових змінних не є однозначним, наприклад, має дві гілки:

$$y_0 = f_{1x_0}^{-1}(x_0, x_1); \quad y_0 = f_{2x_0}^{-1}(x_0, x_1), \quad (5.33)$$

то для даної пари змінних x_0, x_1 з двох гілок повинна бути вибрана та, яка відповідає спостережуваному (задаваному) в рамках початкової моделі (28) значенню y_0 . Таким чином, відображення (5.32) фактично стає функцією не тільки x_0, x_1 , але і y_0 :

$$x_2 = \tilde{F}_x(x_1, x_0, y_0). \quad (5.34)$$

Аналогічно:

$$\begin{aligned}
 x_3 &= \tilde{F}_x(x_2, x_1, y_1) = \tilde{F}_x(x_2, x_1, f_y(x_0, y_0)) \equiv \tilde{F}_x(x_2, x_1, x_0, y_0); \\
 x_4 &= \tilde{\tilde{F}}_x(x_3, x_2, x_1, y_1) = \tilde{\tilde{F}}_x(x_3, x_2, x_1, f_y(x_0, y_0)) \equiv \tilde{\tilde{F}}_x(x_3, x_2, x_1, x_0, y_0); \\
 &\dots
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

З одержаного ланцюжка співвідношень випливає, що навіть в двокомпонентній системі (5.28) в принципі *можлива* „довга” однокомпонентна пам’ять, що визначається нелінійними, обов’язково *немонотонними* взаємодіями компонент. Звичайно, наведені вище міркування можна розглядати тільки як *необхідні* умови реалізації скільки завгодно „довгої” однокомпонентної пам’яті в системах (5.20) з обмеженою кількістю компонент, проте різноманіття спостережуваних у численних експериментах траєкторій і фазових портретів для подібних систем дозволяє сподіватися на те, що існують і *достатні* умови. Можливо, для досягнення цих умов буде потрібна модель з більш ніж двома компонентами, проте це не змінює сутність проведеного аналізу і висновків. Одним з прикладів такої моделі з можливістю реалізації „довгої” однокомпонентної пам’яті є, мабуть, відоме трьохкомпонентне нелінійне відображення Лоренця [238].

Розглянемо коротко схему міркувань і викладень для трьохкомпонентної моделі ($N = 3$):

$$\begin{cases}
 x_{n+1} = f_x(x_n, y_n, z_n); \\
 y_{n+1} = f_y(x_n, y_n, z_n); \\
 z_{n+1} = f_z(x_n, y_n, z_n);
 \end{cases} \quad n = 0, 1, \dots \tag{5.36}$$

Запишемо систему з k рівнянь,

$$k = N(N - 1) + 1 = 3(3 - 2) + 1 = 7, \tag{5.37}$$

для p змінних,

$$p = N^2 + 1 = 3^2 + 1 = 10, \tag{5.38}$$

які позначимо, як $x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, z_3$, поклавши для зручності записів, як і раніше (для випадку $N = 2$), $n = 0$:

$$x_3 = f_x(x_2, y_2, z_2); \tag{5.39}$$

$$x_2 = f_x(x_1, y_1, z_1) \equiv f_x(\vec{r}_1); \tag{5.40}$$

$$y_2 = f_y(x_1, y_1, z_1) \equiv f_y(\vec{r}_1); \quad (5.41)$$

$$z_2 = f_z(x_1, y_1, z_1) \equiv f_z(\vec{r}_1); \quad (5.42)$$

$$x_1 = f_x(x_0, y_0, z_0) \equiv f_x(\vec{r}_0); \quad (5.43)$$

$$y_1 = f_y(x_0, y_0, z_0) \equiv f_y(\vec{r}_0); \quad (5.44)$$

$$z_1 = f_z(x_0, y_0, z_0) \equiv f_z(\vec{r}_0). \quad (5.45)$$

Підставляючи в праву частину (5.39) вирази (5.41, 5.42):

$$x_3 = f_x(x_2, y_2, z_2) = f_x(x_2, f_y(\vec{r}_1), f_z(\vec{r}_1)) \equiv \tilde{f}_x(x_2, x_1, y_1, z_1), \quad (5.46)$$

далі в (5.46) – вирази (5.44, 5.45), одержуємо:

$$x_3 = \tilde{f}_x(x_2, x_1, y_1, z_1) = \tilde{f}_x(x_2, x_1, f_y(\vec{r}_0), f_z(\vec{r}_0)) \equiv \tilde{f}_x(x_2, x_1, x_0, y_0, z_0). \quad (5.47)$$

Щоб виключити в (5.47) змінні y_0, z_0 , використаємо співвідношення (5.40), заздалегідь підставивши в нього вирази для y_1, z_1 (5.44, 5.45), і співвідношення (5.43):

$$\begin{aligned} x_2 = f_x(x_1, y_1, z_1) = f_x(x_1, f_y(\vec{r}_0), f_z(\vec{r}_0)) &\equiv \tilde{f}_x(x_1, x_0, y_0, z_0); \Rightarrow \\ \left\{ \begin{array}{l} x_2 = \tilde{f}_x(x_1, x_0, y_0, z_0); \\ x_1 = f_x(x_0, y_0, z_0). \end{array} \right. & \quad (5.48) \end{aligned}$$

Якщо відображення (5.48) щодо пари змінних y_0, z_0 взаємно однозначне, тобто існує єдиний розв'язок системи (5.48):

$$\left\{ \begin{array}{l} y_0 = f_y^{-1}(x_2, x_1, x_0); \\ z_0 = f_z^{-1}(x_2, x_1, x_0), \end{array} \right. \quad (5.49)$$

то, підставляючи y_0, z_0 з (5.49) в (5.47), остаточно одержуємо:

$$x_3 = \tilde{f}_x(x_2, x_1, x_0, f_y^{-1}(x_2, x_1, x_0), f_z^{-1}(x_2, x_1, x_0)) \equiv F_x(x_2, x_1, x_0). \quad (5.50)$$

Якщо ж зворотнє для (5.48) відображення (x_1, x_2) в (y_0, z_0) не єдине, то далі слід провести міркування, аналогічні випадку двокомпонентної моделі, які знову таки приводять до можливості існування у відображенні для компоненти x_n „довгої” однокомпонентної пам'яті.

Аналогічні викладення і міркування можна провести і для $N = 4, 5, 6$ і т.д., при цьому якісно висновки залишаються тими ж. Очевидно також, що у кожному випадку замість компоненти x_n можна розглядати будь-яку іншу компоненту, це приводить лише до заміни позначень, а також розглядати групу компонент, що є складовими будь-якої частини початкового набору компонент.

Ідея зведення системи рівнянь для багатокомпонентної моделі до одного рівняння (групи з меншої кількості рівнянь) для однієї компоненти (групи компонент), як вже наголошувалося, аналогічна ідеї зведення системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку до одного диференціального рівняння (групи рівнянь) вищого порядку для однієї з початкових (для групи початкових) невідомих функцій. Проте є і важлива відмінність – у системі диференціальних рівнянь через граничний перехід (величина кроку за часом Δt прямує до нуля) післядії, тобто пам'яті, не виникає принципово.

5.6 Нові парадигми і проблеми математичного опису складних систем

У світлі проведеного вище аналізу і його висновків, не претендуючи на загальність, зупинимося коротко на деяких проблемах філософського, концептуального і технічного характеру, які виникають при обговоренні і постановці задач моделювання реальних складних систем.

5.6.1 Про природу невизначеностей і роль дії в математичній постановці задач

У спробах, принаймні на якісному, концептуальному рівні здійснити опис механізму еволюційного розвитку Всесвіту, який би враховував практичну неможливість точного прогнозу майбутнього, необхідно враховувати два принципово різні випадки:

- а) неповноту інформації про Всесвіт, включаючи все його минуле, через що будь-яка його модель матиме наближений характер;
- б) імовірнісний характер майбутнього по відношенню до сьогодення.

Проте, обидві ці гіпотези принципово не можливо перевірити, принаймні на сучасному етапі розвитку.

Дійсно, що стосується першої гіпотези, то будь-яка інформація про систему повинна мати матеріальний носій, який є або *частиною* системи (і у такому разі не може містити її повного опису), або *зовнішньої* і взаємодіючої з нею системою, тобто знову таки частиною нової, повнішої системи. При цьому інтерпретація невизначеності процесів в рамках цієї

гіпотези, по суті, зводиться до тих або інших варіацій моделі прихованих змінних [55, 89, 88, 90, 26].

Інша гіпотеза фактично виходить з припущення про існування в кожний момент часу множинних, абсолютно ідентичних паралельних світів (квантового ансамблю світів), кожний з яких може розвиватися за своїм імовірнісним сценарієм, але в нашому світі реалізується тільки один, який ми і спостерігаємо [55] (вперше багатосвітова інтерпретація була запропонована в [34] з передісторією [44]). Таким чином, згідно з цією гіпотезою динаміка реального світу – це ланцюг або послідовність подій, що мають *випадкову* складову з квантово-механічним походженням.

Проте поняття випадкової події та ймовірності припускає гіпотетичну можливість нескінченної відтворюваності випробування в ідентичних умовах, або наявність нескінченного „ансамблю” ідентичних випробувань, і вже з цієї причини теорія ймовірностей повинна розглядатися лише як одна з можливих і свідомо наближених моделей опису спостережуваних в світі невизначеностей.

Насправді не існує точних процедур, які дозволили б відрізнити „дійсну” випадкову послідовність подій або величин від „псевдовипадкової”, тобто схожої на випадкову, наприклад такої, що генерується якою-небудь відповідною моделлю детермінованого хаосу. Тому будь-яка „випадкова” скінченна послідовність не випадкова вже за визначенням, а будь-яку „невипадкову” скінченну послідовність можна розглядати як одну з можливих, хоч і малоімовірних, вибірок дійсної *нескінченної* випадкової послідовності. (Тут ми знову виходимо з того, що поняття нескінченності є однією з гіпотез, що принципово не перевіряється, яка включена в якості одного з постулатів в аксіоматику теорії множин [311].)

Більш того, соціально-економічні явища взагалі *точно* не повторюються, а незначні збурення в реальних системах можуть приводити до достатньо великих і важко передбачуваних відхилень від норми (кризам, крахам, банкрутствам та іншим явищам критичного характеру, які, як правило, у кожному випадку демонструють свої індивідуальні та унікальні особливості).

Обидві згадані вище гіпотези виходять з припущення, що існує поняття *стану* системи, і це поняття є первинним і фундаментальним. Проте, якщо врахувати те концептуально нове, що внесла в уявлення про світ сучасна теоретична фізика, включаючи теорію відносності та релятивістську квантову механіку, а також бути послідовним у застосуванні принципів загальної теорії систем, то первинним і фундаментальним стає поняття *процедури* вимірювання, *взаємодії* системи і спостерігача (або вимірювального приладу), тобто результат *процесу*, *дії*. На нашу думку, при такій постановці питання про невизначеність стану стає чисто технічною проблемою. Зокрема, в рамках квантової механіки невизначеність стану,

тобто величин, якими воно характеризується, є наслідком певних комутаційних співвідношень алгебри *операторів* цих величин [219].

Проте потрібно відзначити, що подібну точку зору щодо основоположної ролі дії, а не стану, відстоював відомий психолог і філософ С.Л. Рубінштейн, автор фундаментальної праці „Основи загальної психології” [272], яка написана більше сорока років тому, але не втратила своєї актуальності і до теперішнього часу. Вчений з енциклопедичними знаннями, що здобув серйозну освіту в галузі природознавства, математики, психології і філософії, С.Л. Рубінштейн провів блискучий аналіз історичного розвитку концептуальних основ наукового світогляду. При цьому він цілком свідомо не використовував математичний формалізм, розуміючи, що мова відомої йому математики „станів” і „функцій” не адекватна рівню і суті вирішуваних їм проблем.

Достатньо переконливі свідчення на користь наших поглядів є і в роботах досвідченого фахівця в галузі, як класичної математики, так і математичних основ сучасної квантової теорії та еконофізики, академіка В.П. Маслова. В одній із нещодавніх робіт, присвяченій математичній моделі світової економічної кризи 2007-2009 років [122], він прямо вказує на те, що теорія ймовірності і теорія оптимізації, на яких побудована класична економічна наука, не є адекватним математичним інструментарієм для динамічного опису сучасної економіки. На його думку, як альтернативу слід використовувати Колмогоровську теорію складності [308], в основі якої знаходиться алгоритмічний підхід.

І, нарешті, не можна ще раз не згадати відомого російського політика, економіста та мислителя А.А. Богданова [190] і його організаційну науку – тектологію [191, 189]. Його ідеї, що були близькі до ідей загальної теорії систем і передбачили кібернетику, незаслужено забуті за політичними мотивами (як на Заході, так і у нас) майже на сторіччя, ідеї, що власне і випередили його час майже на сторіччя, тільки зараз починають по справжньому входити в сучасну науку. Його розуміння організації як процесу, дії – основоположного елементу функціонування будь-якої системи, у філософському плані вельми близькі до наших та інших сучасних концепцій, і ще раз підтверджує добре відому істину – нове – це добре забуте старе, витягнуте на світло або заново відкрите в потрібний час і в потрібному місці. На жаль, він достатньо критично відносився до теорії відносності Ейнштейна, а також не був детально знайомий з квантовою фізикою – у той час вона тільки зароджувалася і була поза межами його наукових інтересів.

Таким чином, в основу математичного моделювання динаміки складних систем будь-якої природи повинні бути закладені нові концепції, не обов’язково співпадаючі, або зовсім не співпадаючі з традиційними. Одним з джерел таких концепцій може служити, як вже було показано вище, і релятивістська квантова механіка, проте і тут потрібна певна обережність.

5.6.2 Про особливості, проблеми і коректність квантово-механічного моделювання соціально-економічних систем

Більшість дослідників, що привертають кванто-механічні моделі до пояснення соціально-економічних явищ, зокрема динаміки ринку, припускають, що розподіл множини його агентів за станами (під станами розуміють стратегії) підкоряються статистиці Бозе-Ейнштейна (див. наприклад [55, 246, 70, 10, 8, 12, 11, 9]). Це означає, що в одному стані (одній стратегії) може знаходитися (дотримуватися) скільки завгодно агентів. Чи так це насправді?

Якщо уважно проаналізувати реальну поведінку і взаємодії учасників ринку або будь-яких інших соціально-економічних процесів, то можна зробити висновок, що стан їх рівності („рівноважної” конкуренції) – не основне і відносно рідкісне явище. При будь-якій взаємодії в реальних системах швидко встановлюються відносини *домінування*, які є більш конструктивними і стабільними – а це вже, якщо говорити про квантово-механічні аналогії, швидше за все статистика Фермі-Дірака (у кожному стані може знаходитися тільки один агент).

З принципу тотожності мікрочастинок і рівнянь квантової механіки випливає специфічна квантово-механічна обмінна взаємодія, яка реалізується в колективі тотожних мікрочастинок і здійснюється за принципом „кожен з кожним” [233, 219]. Проте цей принцип має локальний характер і може порушуватися, якщо розміри системи істотно перевищують добуток швидкості світла на час спостереження над системою (ефекти запізнювання). Механічне перенесення механізму взаємодії за принципом „кожен з кожним” на соціально-економічні системи, де роль мікрочастинок виконують агенти, а аналоги релятивістського ефекту запізнювання взаємодії не обов’язково повинні бути пов’язані із швидкістю світла, на наш погляд може бути не цілком правомірним.

Достатньо успішне пояснення деяких статистичних характеристик і динамічних особливостей поведінки ринку, одержане в рамках квантово-механічних розрахунків з використанням статистики Бозе [55], не обов’язково може бути пов’язано з вибором саме квантовомеханічної і саме такої моделі. Багатокомпонентні нелінійні моделі можуть породжувати вельми багаті і різноманітні сценарії динамічної поведінки системи, навіть при відносно невеликій кількості змінних і варійованих параметрів (моделі динамічного хаосу [240]). Безпосереднього відношення до рівнянь квантової механіки такі моделі можуть і не мати, хоча підкреслимо – основні квантово-механічні принципи в них також закладені і в своїх істотних особливостях дотримані.

Складні системи – це, як правило, синергетичні системи з „довгою” пам’яттю (інформацією про їх історію), що характеризуються інтенсивним метаболізмом (постійним „прокачуванням” енергії та речовини), здатні породжувати нову інформацію. Формальна квантово-механічна постановка задачі, що претендує на детальний „мікроскопічний” опис такої складної системи, може виявитися не адекватною процесам, що реально відбувається в цій системі, хоч і відтворюватиме деякі зовнішні особливості її поведінки.

З цієї ж причини закони збереження, на яких базуються рівняння фізичної динаміки і яким повинні задовольняти фізичні процеси, аналогів в соціально-економічних процесах можуть і не мати. Дійсно, в таких процесах є інформаційна складова (включаючи інформаційну асиметрію агентів [164]), можливі транзакційні витрати („п’ятий” ринок [270]) і присутня пам’ять (інститути, менталітет [265, 264]), відбувається надходження і дисипація енергії і речовини, а також не виключені інші види „грубої” та „тонкої” взаємодії з навколишнім середовищем і минулим.

Реальні нелінійні взаємодії в багатокомпонентній соціально-економічній системі можуть так змінювати відносини агентів і породжувати таку складну динаміку, що традиційний аналіз по схемі „структура-стан-взаємодія-динаміка” навряд чи щось з’ясує в динамічній поведінці системи (синергетичні ефекти, післядія, „довга” пам’ять, порогові явища, обумовлені слабкими взаємодіями з зовнішнім середовищем, які важко враховувати тощо). З іншого боку, і безструктурні „польові” підходи до опису таких систем, засновані на ідеях квантової теорії поля (єдина теорія поля), якщо такі і розроблятимуться, швидше за все також виявляться не дуже продуктивними.

На нашу думку єдиним надійним джерелом інформації про складну систему можуть бути дискретні ряди даних, які наближено характеризують динамічну зміну станів системи протягом деякого достатньо довгого проміжку часу T .

У такому разі прийнятною і логічною стає постановка задачі, в рамках якої розглядається наближене прогнозування поведінки системи та її інформативних характеристик та розробка алгоритмів, здатних таке прогнозування здійснити. Така постановка характерна і для нового наукового напрямку, що розвивається з 1990 р., в прогнозуванні соціально-економічних процесів – аналізу даних [217, 316].

Щодо незворотності і дискретності часу, то як уже відзначалося, незворотність часу слід розглядати як експериментально встановлений, в рамках застосовності цього поняття, факт. Час характеризує тривалість процедур, процесів, явищ, тобто *дій*, і лише через тривалість тих або інших дій і визначається. Мінімальний проміжок часу фактично визначається мінімально можливою (спостережуваною) по тривалості дією. Хоча, як впливає із спеціальної і загальної теорії відносності, і це поняття (тобто

поняття тривалості) слід розглядати як відносне, локальне в часі і просторі і залежне від системи координат [236].

Закони збереження енергії та імпульсу (моменту імпульсу) в теоретичній фізиці розглядаються як фундаментальні наслідки однорідності нашого часу і простору (ізотропності простору) [234]. При цьому гіпотези про їх неперервність є зручним, але не необхідним елементом для отримання відповідних законів збереження. Наприклад, закон збереження енергії можна розглядати і як універсальну постульовану технологію виявлення нових (або вже відомих) взаємодій і видів перетворення речовини і енергії у фізичних системах. Так, нова елементарна частинка нейтрино була виявлена як наслідок формально спостережуваного порушення законів збереження в експериментах з β -розпадом радіоактивних елементів. (Пов'язана з нейтрино слабка взаємодія настільки „слаба”, що така частинка здатна пролетіти товщу нашого Сонця, не зазнавши жодного зіткнення.) Інший приклад – співвідношення Ейнштейна між енергією і масою $E = mc^2$, яке пов'язало фізичні величини, що раніше вважалися різнорідними.

На нашу думку, при математичному моделюванні складних систем закони збереження тих або інших величин, зворотність або незворотність часу, його дискретність або неперервність, однорідність або неоднорідність і інше слід розглядати як властивості даної математичної моделі, перш за все беручи до уваги ступінь її адаптації до опису реальних властивостей і реальної динаміки системи, історію якої слід розглядати як єдині і не завжди повторювані дані дослідження, експерименту. Основними критеріями якості моделі мають бути ступінь її адекватності процесам, що вивчаються, максимально можлива прогнозованість, практична значущість.

Нами початі конкретні розробки по реалізації викладених вище концепцій в моделюванні та прогнозуванні соціально-економічних процесів за даними спостережень (історії) відповідних часових рядів [300, 275, 159]. Одна з технологій прогнозування базується на використанні складних ланцюгів Маркова (ланцюгів Маркова з пам'яттю), реалізована в середовищі Matlab 6.5 і в даний час проходить тестування.

Деякі з наведених вище положень співпадають з положеннями загальної теорії систем, що, з одного боку, не дивно, а з іншою – дозволяє трактувати наш аналіз і як фізичне квантово-механічне обґрунтування системних концепцій у моделюванні складних систем [299].

ВИСНОВКИ

Підводячи підсумки, сформулюємо нові парадигми і основні концептуальні положення в моделюванні складних фінансово-економічних систем, які впливають із проведеного нами дослідження.

Загальновизнаним є факт зростання негативного впливу глобалізаційних процесів на світову економіку та особливо на фінансові ринки, які є найбільш чутливими до зовнішніх впливів та шоків, підтвердженням чого можуть бути фінансово-економічні кризи останніх трьох десятиріч, зокрема, глобальної світової кризи 2008-2009 рр. Зростаюча нестабільність та невизначеність поведінки фінансових ринків вимагає пошуку нових підходів та методів дослідження процесів самоорганізації, критичних та кирзових явищ.

Проведене дослідження показало, що проблема самоорганізації та забезпечення динамічної стійкості сучасної економіки на макрорівні є однією із пріоритетних в економічних дослідженнях. Глобалізаційні тенденції та розвиток інформаційних та телекомунікаційних технологій посилюють зростання нестабільності та вразливості до різноманітних шоків та кризових явищ національних економічних систем та світової економіки в цілому.

Класичні моделі і методи аналізу, які застосовуються в економічній науці, у своїй більшості виявились неадекватними природі економічних явищ, їх складності, принциповій нелінійності, наявності кооперативних та синергетичних ефектів тощо. На наш погляд, нова парадигма дослідження фінансово-економічних та соціальних систем може ґрунтуватись на засадах таких міждисциплінарних напрямках науки, як синергетика та теорія складності, які останнім досить активно використовуються дослідниками складних систем в усьому світі.

Перспективним напрямком застосування синергетики та еконофізики до аналізу фінансово-економічних систем є дослідження динаміки породжуваних ними часових рядів. Як відомо, більшість систем через їхню складність не можуть бути адекватно описані з достатньою точністю деякою формалізованою моделлю. Проте їх опис може бути виконаний за допомогою іншого підходу, заснованого на спостереженні за їхньою поведінкою.

Якщо часовий ряд певним чином обробити (наприклад, методами фрактального та вейвлет-аналізу, методами рекурентних діаграм, методами теорії випадкових матриць тощо), то за деяких умов можливо з великою точністю провести оцінку поточного стану системи та спрогнозувати майбутнє значення часового ряду (поведінку системи), причому ця оцінка є функцією тільки від попередніх значень ряду.

Таким чином, на підставі одних лише спостережень за системою можливо передбачити її поведінку в майбутньому. Так, зокрема, проведені нами та іншими авторами дослідження останніх років свідчать, що часові ряди систем різної фізичної природи, що знаходяться у передкризовому стані мають схожі динамічні характеристики, що свідчить про універсальність процесів, що відбуваються в складних системах в нерівноважних станах незалежно від їхньої фізичної природи.

Отже, за єдиною спостережуваною величиною, в принципі, вдається відновити багато властивостей динамічної системи, одержати оцінки багатьох її параметрів, зокрема, таких, як ентропія і розмірність, одержати оцінку стійкості та часового горизонту передбачуваності поведінки тощо. При цьому виявляється, що класичні методи теорії ймовірності (екстраполяція трендів, регресійний та спектральний аналіз) часто працюють гірше, ніж методи синергетики та нелінійної динаміки.

У проведеному у останньому розділі аналізі використані факти і положення релятивістської квантової фізики та досвід моделювання реальних соціально-економічних систем, що дає нам підставу зробити наступні висновки, які, на наш погляд, можуть бути покладені в концептуальні основи математичного моделювання будь-яких складних систем:

- первинність процедури вимірювання по відношенню до результату та її неусувний вплив на результат;
- принципова відсутність поняття миттєвого значення величини, а, отже, і поняття стану системи як її фундаментальної характеристики;
- дискретність і наближений характер часової динаміки системи як послідовності її спостережуваних станів;
- наявність принципово неусувної післядії, тобто пам'яті;
- вплив будь-якої процедури вимірювання, зокрема спостереження і прогнозу, одержаного в результаті реалізації тієї чи іншої алгоритмічної процедури, на стан і майбутню поведінку системи;
- відмова від нескінченності як концептуального поняття;
- незворотність часу.

Підсумовуючи, стисло сформулюємо основні висновки і результати, що були одержані нами

1) Було з'ясовано, що світові та регіональні фінансові ринки (зокрема, фондові, ринки) є складними, нелінійними системами, динаміка та топологія яких може бути адекватно досліджена за допомогою сучасних методів: теорії випадкових матриць, мультифрактального та вейвлет аналізу, методах обчислення кореляційної розмірності та показників Ляпунова, ентропійного та рекурентного аналізу, що ґрунтуються на синергетичній парадигмі.

2) В фінансово-економічних системах, зокрема, на світових фондових ринках мають місце процеси самоорганізації. Вони проявляються

за рахунок складної динаміки системи, що з математичної точки зору описується розподілом з „важкими хвостами”. Такий розподіл властивий сильно неоднорідним системам, в яких одна підсистема може майже повністю контролювати та визначати її системну поведінку.

3) Встановлено, що процеси глобалізації можна відслідковувати, аналізуючи матрицю взаємних кореляцій фінансових активів, які характеризують вибрані країни чи регіони. Значущі кореляції містять інформацію як про самоорганізовану кластерну структуру світового ринку, так і про наявні тренди розвитку світової економічної системи, а фільтрацію випадкових взаємодій можна здійснити за допомогою застосування методу випадкової матриці. Дослідження спектру матриці взаємних кореляцій фондових індексів дозволило виділити три найбільших власних значення, які разом із компонентами власних векторів містять змістовну інформацію про таксономію фондового ринку.

4) Запропоновано надійну та просту для програмування методу нелінійного аналізу довготривалої пам'яті фінансово-економічних часових рядів з використанням програмних модулів, розроблених в системі MatLab 6.5, що дозволяють визначати глибину пам'яті та горизонт передбачуваності поведінки досліджуваної системи.

5) Показано, що дослідження спектру сингулярності фінансово-економічних показників методами вейвлет-аналізу дозволяє встановити новий критерій ефективності функціонування складної системи. У якості такого критерію може слугувати ширина спектру сингулярності. Зменшення цієї величини вказує на наявність процесів, які мають деструктивний характер: організаційна перебудова, деградація, застійні явища тощо.

6) З'ясовано, що критичні та кризові явища в системах різної фізичної природи відбуваються за схожими, універсальними сценаріями, пояснення яких одержано в рамках теорії самоорганізованої критичності. Аналіз криз 1929, 1962, 1987 та 2008 років показує подібність перших трьох криз і зовсім інший процес протікання кризи 2008-2010 рр., яка, за думками багатьох економістів, є глобальною фінансовою кризою з якою людство ще не стикалося до сих пір.

7) Віконна процедура мультифрактального аналізу дозволяє виділити деякі характеристики протікання кризового явища, а саме: індикатором наближення кризи є зменшення ширини спектру мультифрактальності; час з найвужчим спектром (звуження спектру в точку свідчить про хаотичну поведінку) є найбільшим падінням чи послідовністю падінь досліджуваного об'єкта, або ж обвалом (момент краху); період релаксації можна спостерігати за поступовим поверненню ширини спектра мультифрактальності до докризового стану. Окрім цього корисну наочну інформацію про стан системи можна одержати шляхом аналізу відповідних рекурентних діаграм.

8) В роботі показано, що критичні явища відбуваються в моменти співпадання локальних екстремумів часових послідовностей вейвлет-ентропії із зростаючою амплітудою, одержаних із вихідного ряду, що знаходяться в однаковій фазі чи протифазі. Цей критерій можна використовувати в якості передвісника критичних явищ. Окрім цього в передкризовий період відбувається систематичний вихід фрактальних параметрів часових рядів ринкових показників за межі нормальних значень, що сигналізує про зниження стійкості системи та виникненні загрози кризи, глибина якої залежить від тривалості та амплітуди цих порушень.

9) Під час розгортання кризи відбувається перехід до механізмів функціонування ринку, що властиві лише деяким масштабам спектру мультифрактальності: спостерігається тенденція переходу до „напівспектрів” з відсутністю однієї половини, що свідчить про використання лише деяких з механізмів функціонування ринку.

10) Було з’ясовано, що для валютних криз ентропія подібності не являється індикатором-передвісником. У той же час кризи фондових ринків проявляються через помітне зростання $ArEn$. Після кризи ентропія подібності повертається практично до передкризового значення. Отже, цей показник може бути використаний у якості передвісника кризових явищ на фондових ринках. Було також встановлено, що надійним універсальним передвісником кризових явищ являється значення вейвлет-ентропії $WEntr$.

11) Нами було запропоновано новий метод визначення довжини рецесії за даними щоденних значень фондових індексів. На відміну від загально визнаних методів метод не спирається на макроекономічні показники – ВВП, рівень зайнятості, реальні доходи, обсяги промислового виробництва тощо, – а використовує потужні кількісні методи, які все активніше використовуються економічною наукою. Вони, в свою чергу, дозволяють врахувати і кількісно описати мультифрактальні, емерджентні, синергетичні властивості складних систем, використовуючи напрацьовані економіфізичні підходи. Саме таким є фундаментальна властивість складних систем – незворотність у часі їх динамічних властивостей. Індекс асиметрії є показником такої незворотності і дозволяє виявити початок і кінець рецесії соціально-економічної системи.

12) Було розроблено комплекс сучасних потужних методів комп’ютерного моделювання нелінійних процесів, що дозволяє одержати принципово нову інформацію щодо структури та динаміки досліджуваних систем. Це є підґрунтям для забезпечення моніторингу цих систем, передбачення та прогнозування можливих станів, диверсифікації виникаючих ризиків тощо.

ЛИТЕРАТУРА

1. Agaev A., Kuperin Yu.F. Multifractal Analysis and Local Hoelder Exponents Approach to Detecting Stock Markets Crashes // e-print: <http://arXiv:cond-mat/0407603>.
2. Agent-based Models of Financial Markets [электронный ресурс] / E. Samanidou, E. Zschischang, D. Stauffer, T. Lux // [arxiv:physics/0701140v1](http://arxiv.org/) – 11 Jan 2007. – <http://arxiv.org/>.
3. Amaral L.A.N., Ottino J.M. Augmenting the Framework for the Study of Complex Systems // *Eur.Phys.J.* 2004, v.B38. – pp. 147-162.
4. Andersson M.K. On the Effects of Imposing or Ignoring Long Memory When Forecasting // Working Paper Series in Economics and Finance, 1998. – № 225.
5. Araujo T., Louca F. The geometry of crashes – a measure of the dynamics of stock market crises // [arXiv:cond-mat/0506137](http://arxiv.org/).
6. B. E. Baaquie: Quantum Finance. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. – 332 p.
7. Baaquie B. E. Quantum Finance: Path Integrals and Hamiltonians for Options and Interest Rates, 1st ed. – Cambridge: Cambridge University Press, 2007. – 348 p.
8. Bagarello F. An operatorial approach to stock markets // *J. Phys. A*, 39, p. 6823-6840 (2006).
9. Bagarello F. Simplified stock markets described by number operators // [arXiv:0904.3213v1](http://arxiv.org/) [q-fin.TR] 21 Apr 2009.
10. Bagarello F. Stock markets and quantum dynamics: a second quantized description // [arXiv:0904.3210v1](http://arxiv.org/) [q-fin.TR] 21 Apr 2009.
11. Bagarello F. Stock Markets and Quantum Dynamics: A Second Quantized Description // *Physica A*, 386, 283 (2007).
12. Bagarello F. The Heisenberg picture in the analysis of stock markets and in other sociological contexts, Proceedings del Workshop How can Mathematics contribute to social sciences, Bologna 2006, Italia, in *Quality and Quantity*, 10.1007/s11135-007-9076-4.
13. Bak P. How Nature Works. The Science of Self-organized Criticality. Oxford, Oxford University Press, 1997.
14. Barkley J., Rosser Jr. Dynamics of Markets. *Econophysics and Finance*. By Joseph L. McCauley. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. – 209 p.
15. Battena J., Ellis 3. Scaling Relationships of Gaussian Processes. School of Accounting & Finance Deakin University, 2001.
16. Black F., Jones R. C. Simplifying portfolio insurance // *The Journal of Portfolio Management*, V.14, 1987. – pp. 48-51.
17. Boccaletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D.-U. Complex

- networks: Structure and dynamics // *Physics Reports*, 2006, v.424.– pp. 175-308.
18. Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity // *Journal Econometrics*, 1986.– V.31. – pp. 307-327.
 19. Boltzmann L. Weitere Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gasmolekülen // *Sitzber. Acad. Wiss. Wien*. 1872, Bd. 66.– S. 275-376.
 20. Borland L. Long-range memory and nonextensivity in financial markets // *Econophysics news*, 2005.– V .36.– №6. – pp. 228-231.
 21. Bouchaud J.P. Economics needs a scientific revolution / [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.nature.com/nature/journal/v455/n7217/full/4551181a.html>.
 22. Bree D.S., Joseph N.L. Fitting the log periodic power law to financial crashes: a critical analysis // arXiv:1002.1010v1 [q-fin.ST] 4 Feb 2010.
 23. Brock, W., Dechert, D., Sheinkman, J., LeBaron, B. (1996). A test for Independence Based on the Correlation Dimension. *Econometric Reviews*, 15. – pp. 197-235.
 24. Buchanan M. Meltdown modeling / Buchanan M. // *Nature*.–2009.– V.460.– pp. 680-682.
 25. Chabanenko D., Soloviev V. Financial crisis phenomena: analysis, simulation and prediction. *Econophysics's approach // Int. conf. "Humbolt Cosmos: Science and Society"*–Kiev, 2009.– pp. 67.
 26. Choustova. Toward Quantum Behavioral Finances: Bohmian Approach // arXiv:quant-ph/0109122v5 7 Jan 2007.
 27. Clauset A., Shalizi C.R., Newman M.E.J. Power-law distributions in empirical data // arXiv:physics/0706.1062, 2009.
 28. Clausius R. Über verschiedene für die Anwendung bequeme Formen der Hauptgleichungen der mechanischen Wärmetheorie // *Ann. Phys. Folge 2*, 1865. – Bd. 125.– S. 353-400.
 29. Coronello C., Tumminello M, Lillo F., Micciche S., Mantegna R.N. Sector identification in a set of stock return time series traded at the London Stock Exchange // ArXiv:cond-mat/0508122.
 30. Cox J.C., Ross R.A., Rubinstein M. Option pricing: a simplified approach *Journal of Financial Economics*, 1976.3. – pp. 229-263.
 31. Dario G. Perez, Luciano Zunino, Mario Garavaglia, Osvaldo A. Rosso. Wavelet entropy and fractional Brownian motion time series, arXiv:physics/0501105 v1.
 32. Deutsch D. Qubit Field Theory // arXiv:quant-ph/0401024v1 6 Jan 2004.
 33. Devaney Robert L. *An Introduction to Chaotical Dynamical Systems?* Sec.Ed. Addison–Wesley, Reading, Mass., 1989.
 34. DeWitt Bryce Seligman , Graham R. Neill , eds. *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*, Princeton Series in Physics, Princeton University Press (1973). – pp. 3-140.
 35. Douglas E. Lake, Joshua S. Richman, M. Pamela Griffin, J. Randall Moorman. Sample entropy analysis of neonatal heart rate variability // *Am. J.*

Physiol. Integr. Comp. Physiol., V. 283, 2002. – pp. 789-797.

36. Drozd S., Grummer F., Ruf F., Speth J, Dynamics of correlations in the stock market // arXiv:cond-mat/0103605.

37. Dynamic Behaviours of Mix-game Models and Its Application [электронный ресурс] / C. Gou //arxiv:physics/0504001 – 29 Aug 2005. – <http://arxiv.org/>.

38. Eckmann J.-P., Ruelle D. Fundamental limitations for estimating dimensions and Lyapunov exponents in dynamical systems // Physica, 1992. – №56. – pp. 185-187.

39. Eckmann, S.O. Kamphorst, D. Ruelle, Recurrence plots of dynamical systems // Europhys. Lett., 5, 1987. – pp. 973-977.

40. Eichengreen B., Rose A., Wyplosz Ch. Exchange market mayhem. The antecedents and aftermaths of speculative attacks // Economic Policy. October 1995. – pp. 249-312.

41. Elwakil A.S., Soliman A.M., Mathematical models of the twin-T, Wien-bridge and family of minimum component electronic chaos generators with demonstrative recurrence plots, Chaos Solit. Fract. 10 (8) (1999) 1399-1411.

42. Engle R.F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation // Econometrica, 1982. –V.50. – pp. 987-1008.

43. Erken A, Yalcin Karatepe Y. Evaluating and forecasting banking crises through neural network models: An application for Turkish banking sector // Expert Systems with Applications, 33, (2007).– pp. 809-815.

44. Everett H. Relative State Formulation of Quantum Mechanics. – Reviews of Modern Physics vol 29, (1957) pp. 454-462.

45. Fama E. F. and Miller M. H., The Theory of Finance. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1972.

46. Farmer J.D. Information dimension and the probabilistic structure of chaos. Z. Naturforsch. 37, 1304-1325 (1982).

47. Farmer J.D. The economy needs agent-based modelling / Farmer J.D., Foley D. // Nature.–2009.–V.460.– pp. 685-686.

48. Frankel J.A., Rose A.K. Currency Crashes in Emerging Markets: Empirical Indicators // NBER Working Paper. № 5437, 1996. – Cambridge, Massachusetts, MIT Press.

49. Ganchuk A., Derbentsev V., Soloviev V. Cross correlations and multifractal properties of Ukraine stock market // 5th International Conference „Applications of Physics in Financial Analysis» June 29th – July 1st 2006 Torino, Italy. – pp. 16-17.

50. Ganchuk A., Derbentsev V., Soloviev V. Multifractal properties of the Ukraine stock market // arXiv:physics/0608009 v1 1 Aug 2006.

51. Gilmore C.G. A new test for chaos. // Journal of economic behavior and organization. N22, 1993. – pp. 209-237.

52. Gilmore C.G. An examination of nonlinear dependence in exchange rates,

using recent methods from chaos theory. // Global finance journal N12, 2001. – pp. 139-151.

53. Giuliani A., Manetti C., Hidden peculiarities in the potential energy time series of a tripeptide highlighted by a recurrence plot analysis: a molecular dynamics simulation, *Phys. Rev. E* 53 (6) (1996) 6336-6340.

54. Gödel K., Über formal unent scheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwander System // I, „Monatshefte Mathematic Physik“, Bd 38, S. 173-198 (1931).

55. Gonçalves C. Pedro. An Evolutionary Quantum Game Model of Financial Market Dynamics – Theory and Evidence. April 14, 2007/
http://ma.utexas.edu/mp_arc/c/07/07-89.pdf.

56. Gonçalves, C. P.; Ferreira, M. A. Self-Organized Criticality in Synchronized Loss Dynamics – A Behavioral Account, working paper presented at the seminar Mercado Financeiro Artificial: Simulação Multiagentes e Dinâmicas de Mercado, ISCTE, <http://dfc.gestao.iscte.org/seminarios/downloads.php?item=6&tipo=file> (2006).

57. Gonçalves, C. Pedro, Herding, <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/community/Herding> (2003).

58. Gonçalves, C. Pedro. Artificial financial market <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/community/Artificial%20Financial%20Market> (2003).

59. Gonçalves, C. Pedro. Artificial financial market II – Tail risk, <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/community/Artificial%20Financial%20Market%20II%20-%20Tail%20Risk> (2005).

60. Gonçalves, C. Pedro; Curto, J.D. Risco, Agentes e Complexidade, paper presented at the seminar Grupos, Tecnologia e Criatividade, ISCTE (2005).

61. Gonçalves, Carlos. Criação de Conhecimento e Agilidade: Novos Desafios Competitivos, *Economia Global e Gestão*, Vol. XI, No. 1, pp. 125-139 (2006).

62. Gonçalves, Carlos. Uma Teoria da Empresa Ágil Criadora de Conhecimento. *Contributos*, PhD Thesis, ISCTE–Business School Gonçalves C. Pedro (2005).

63. Granger C.W.J., Joyeux R. An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing // *Journal of Time Series Analysis*, 1980. – №1(1). – pp. 15-29.

64. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.* 50, 346-349 (1983).

65. Grassberger P., Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D* 9, 189-208 (1983).

66. Grech D., Mazur Z. Can One Make Any Crash Prediction in Finance Using the Local Hurst Exponent Idea? // [arXiv:cond-mat/0311627](https://arxiv.org/abs/cond-mat/0311627)

67. Hanz–Valter Lorenz. *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*. – Springer-Verlag, 1989. – 320 p.

68. Hensel K. Über eine neue Begründung der Theorie der algebraischen Zahlen // Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. T. 6. № 3. C. 83-88 (1897).
69. Hidalgo, E. Guevara, 2006a, Introduction to the study of entropy in quantum games // arXiv:quant-ph/0604170 v2 26 Apr 2006.
70. Hidalgo, E. Guevara. Quantum Econophysics // arXiv:physics/0609245v2 [physics.soc-ph] 30 Apr 2007.
71. Hidalgo, E. Guevara. Quantum Games and the Relationships between Quantum Mechanics and Game Theory // arXiv:0803.0292v1 [quant-ph] 3 Mar 2008.
72. Hidalgo, E. Guevara. Quantum games entropy // arXiv:quant-ph/0606045 v1 6 Jun 2006.
73. Hidalgo, E. Guevara. Quantum replicator dynamics // Physica A 369/2, 393–407 (2006), arXiv:quant-ph/0510238v7.
74. <http://www.msci.com>
75. <http://www.assystcomplexity.eu/>
76. <http://www.oanda.com>
77. <http://www.santafe.edu>
78. <http://www.soros.org>; <http://ineteconomics.org/>
79. Hurst H.E. Long Term Storage Capacity of Reservoirs // Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1951. – № 116. – pp. 770-799.
80. Iqbal, A., 2004, Studies in the Theory of Quantum Games, PhD thesis, Quaid-i-Azam University, Department of Electronics.
81. Iqbal, A.; Toor, A.H. Quantum repeated games // Physics Letters A 300, 6, pp. 541-546 (2002).
82. Ivanov P.Ch., Hausdorff J.M., Halvin S. et.al. Levels of Complexity in Scale-Invariant Neural Signals // arXiv:cond-mat/0409545
83. Joshua S., Richman J., Moorman R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy // Am. J Physiol. Heart Circ. Physiol. 278: H2039-H2049, 2000.
84. Kaminsky G., Lizondo S., Reinhart C.M. The leading indicators of currency crises. IMF Staff paper No. 45. International Monetary Fund, 1998. – pp. 1-48.
85. Kaminsky G., Reinhart C. Financial Crises in Asia and Latin America: Then and Now // AEA Papers and Proceedings. № 98, 1998.
86. Kantelhardt J.W., Zschiegner S.A., Koscielny_Bunde E. et.al. Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Nonstationarity Time Series // e-print – arXiv:physics/0202070
87. Kaplan, D.T. (1994) Exceptional Events as Evidence of Determinism // Physica D, 73. – pp. 38-44.
88. Khrennikov, A. A formula of total probability with interference term and the Hilbert space representation of the contextual Kolmogorovian model // arXiv:math/0609197v1 [math.PR] 7 Sep 2006.

89. Khrennikov, A. On the cognitive experiments to test quantum-like behaviour of mind // arXiv:quant-ph/0205092v2 16 Jan 2003.
90. Khrennikov, A., 2007, Quantum-like Probabilistic Models outside Physics // arXiv:physics/0702250v2 [physics.gen-ph] 5 Jun 2007.
91. Kim G., Markowitz H. M. Investment rules, margin and market volatility // *Journal of Portfolio Management*, V. 16, 1989. – pp. 45-52.
92. Kondratenko A. Physical Modeling of economic systems. Classical and quantum economies. Novosibirsk: Nauka, 2005. – 30 p.
93. Krugman PP. How Did Economists Get It So Wrong?// *The New York Times*, September 2, 2009, pp. 3-8.
94. Kurths J., Schwarz U., Sonett C.P., Parlitz U. Testing nonlinearity in radiocarbon data, *Nonlinear Processes Geophys.* 1(1) (1994) 72-75.
95. Kwapien J., Drozd S., Speth J. Alternation of different fluctuation regimes in the stock market dynamics // arXiv:cond-mat/0306608.
96. L. von Bertalanffy, *General System Theory – A Critical Review.* – „General Systems”, vol. VII, pp. 1-20 (1962).
97. LeBaron B. The time series properties of an artificial stock market / B. LeBaron, W. Arthur, R. Palmer // *Journal of Economic Dynamics and Control*, V23, 1999. – pp. 1487-1516.
98. LeBaron B., Some Relations Between Volatility and Serial Correlations in Stock Market Returns. Working Paper, February 1990.
99. Levy M., Levy H., Solomon S.. A microscopic model of the stock market: Cycles, booms, and crashes // *Economics Letters*, V.45, 1994. – pp. 103-111.
100. Lillo F., Mantegna R.N. Dynamics of a financial market index after a crash // arXiv:cond-mat/0209685 v1 30 Sep 2002.
101. Lisi, A. Garrett. An Exceptionally Simple Theory of Everything // arXiv:0711.0770v1 [hep-th] 6 Nov 2007.
102. Liu Y., Gopikrishnan P., Cizeau P., Meyer M., Peng C.-K., Stanley H.E. The statistical properties of the volatility of the price fluctuations // arXiv:cond-mat/9903369.
103. Lorenz E.N., *Deterministic Nonperiodic Flow* // *J. Atmos. Sci*, 1963, 20, PP. 130-141. (Перевод: Лоренц Э. Детерминированное непериодическое течение. – В сб.: Странные аттракторы // Под ред. Я.Г. Синая и Л.П.).
104. Lux T., Marchesi M.. Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market // *Nature*, V.397, 1999. – P.498-500.
105. Madalena Costa M., Ary L. Goldberger A.L., Peng C.-K. Broken Asymmetry of the Human Heartbeat: Loss of Time Irreversibility in Aging and Disease // *Phys.Rev.Let.*– 2005.– V.95.–P.198102.
106. Madalena Costa, Ary L. Goldberger, C.-K. Peng. Multiscale entropy analysis of biological signals // *Phys Rev E*, V. 71, 021906, 2005. – P.1-18.
107. Madalena Costa, Ary L. Goldberger, C.-K. Peng. Multiscale entropy analysis of physiologic signals // *Phys Rev Lett*, 2002; 89:062102.

108. Mandelbrot B. *Fractals: Form, Chance, and Dimension*. Freeman, San Francisco, 1977.

109. Mandelbrot B., *Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles: From the Covariance to R/S Analysis*. *Annals of Economic Social Measurement* 1, 1972.

110. Mandelbrot B.B. *When Can Price Be Arbitraged Efficiently? A limit to the Validity of the Random Walk and Martingale Models // The Review of Economics and Statistics*, 1971. – № 53 (1). – pp. 225-236

111. Manetti C., Giuliani A., Ceruso M.-A., Webber C.L., Zbilut J.P., *Recurrence analysis of hydration effects on nonlinear protein dynamics: multiplicative scaling and additive processes*, *Phys. Lett. A* 281 (5-6) (2001) 317-323.

112. Manimaran P., Panigrani P.K., Parikh J.C. *Wavelet analysis and scaling properties of time series* – arXiv:nlin.CD/0412046

113. Mantegna R. N. , Stanley H. E. *An Introduction to Econophysics*. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000. – 144 p.

114. Mantegna R.N. *Hierarchical structure in financial markets*. – *Eur. Phys. J. B*. 1999, v.25. pp. 193-197

115. March T.K., Chapman S.C., Dendy R.O., *Recurrence plot statistics and the effect of embedding*, *Physica D* 200 (1-2) (2005) 171-184.

116. Markowitz H. M. *Simsript: A Simulation Programming Language*. Prentice Hall, Englewood Cliffs NJ, 1963.

117. Markowitz H. M., *Portfolio Selection*. *Journal of Finance* 7, 1952.

118. Marwan N., Romano M, Thiel M., Kurths J. *Recurrence plots for the analysis of complex system*. *Physics Reports* 438 (2007) 237-329.

119. Marwan N., Thiel M., *Cross recurrence plot based synchronization of time series*, *Nonlinear Processes Geophys.* 9 (3/4) (2002) 325-331.

120. Marwan N., Trauth M.H, Vuille M., Kurths J., *Comparing modern and Pleistocene ENSO-like influences in NW Argentina using nonlinear time series analysis methods*, *Clim. Dynam.* 21 (3-4) (2003) 317-326.

121. Maslov S. *Measures of globalization based on cross-correlations of word financial indices // Physica A*, 2001, v.301. – pp. 397-406

122. Maslov V.PP. and Nazaikinskii V.E. *Mathematics underlying the 2008 financial crisis, and a possible remedy // arXiv:0811.4678v1 [q-fin.GN]* 28 Nov 2008.

123. Maslov V.PP. *Approximation probabilities, the law of quasistable markets, and phase transitions from the „condensed” state*. arXiv:math/0307265v1 [math.PR] 19 Jul 2003.

124. Maslov V.PP. *Economic law of increase of Kolmogorov complexity. Transition from financial crisis 2008 to the zero-order phase transition (social explosion) // arXiv:0812.4737v1 [q-fin.GN]* 29 Dec 2008.

125. Maslov V.PP. *Threshold levels in Economics // arXiv:0903.4783v1 [q-fin.ST]* 27 Mar 2009.

126. Maturana, Humberto, and Francisco Varela, *The Tree of Knowledge*, Shambala, Boston, 1987.

127. Mehta M.L. *Random Matrices*. Academic Press, Boston, 1991

128. Montagna, G.; Nicrosini, O.; Passarino, G.; Moreni, N. Pricing exotic options in a path integral approach // *Quantitative Finance*, 6, pp. 55-66 (2004), arXiv:cond-mat/0407321v2 [cond-mat.other] 17 May 2006.

129. National Bureau of Economic Research [электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.nber.org/>.

130. Nelson D.B. Conditional Heteroscedasticity in Asset Pricing // *Econometrica*, 1991. – V.59. – pp. 347-370.

131. Nichols J.M., Trickey S.T., Seaver M., Damage detection using multivariate recurrence quantification analysis // *Mech. Syst. Signal Process*, 20 (2), 2006. – pp. 421-437.

132. Niemira M., Saaty T. An Analytic Network Process model for financial-crisis forecasting // *International Journal of Forecasting*, 20, 2004. – pp. 573-587.

133. Osborn, M.F.M. „Brownian Motion in the Stock Market”, in P.Coother, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. – Cambridge: MIT Press, 1964.

134. Ott E., Grebogi C, Yorke J.A., Theory of First Order Phase Transitions for Chaotic Attractors of Nonlinear Dynamical Systems // *Phys. Lett*, 1989, A135. – pp. 343-348.

135. Pancham S., Evidence of the Multifractal Market Hypothesis Using Wavelet Transforms. Florida International University, 1994.

136. Peng C.-K., Halvin S., Hausdorff J.M. Fractal Mechanism and Heart rate dynamics // *J. of Electrocardiology*. – 1995. vol. 28 – pp. 59-64.

137. Perez D., Zunino L., Garavaglia M., Rosso O., „Wavelet entropy and fractional Brownian motion time series”, arXiv:physics/0501105 v1.

138. Pincus S.M. „Approximate entropy as a measure of system complexity”. *Proc. Natl. Acad. Sci. Vol.88*. – pp. 2297-2301.

139. Piotrowski, E.; Śladkowski, J. Quantum market games // *Physica A* 312, pp. 208–217, arXiv:quant-ph/010400602 (2002).

140. Piskun A., Piskun S., Soloviev V. Recurrence Quantification Analysis of Stock Market Crashes // 3rd International symposium on Recurrence Plots.– Montreal, Quebec, Canada.– p. 19.

141. Plerou V., Gopikrishnan P., Rosenow B., Amaral L.A.N., Guhr T., Stanley H.E. Random matrix approach to cross correlations in financial data. – *Phys.Rev.E* 2002, v.65, N 12. – pp. 126-142.

142. Plerou V., Gopikrishnan P., Rosenow B., Amaral L.A.N., Stanley H.E. Econophysics: Financial time series from a statistical physics point of view // *Physica A* . – № 279. – 2000. – pp. 443-456.

143. Quiroga R., Rosso O.A., Başar E., „Wavelet entropy: a measure of order in evoked potentials”, *Functional Neuroscience*.

144. Rachev S.T., Weron A., Weron R. CED Models for Asset Returns and Fractal Market Hypothesis. *Mathematical and Computer Modelling* №29, 1999.

145. Renyi A. *Probability Theory*.—Amsterdam: North-Holland, 1970.

146. Richman J., Moorman J., „Physiological time–series analysis using approximate entropy and sample entropy”. *Am J Physiol Heart Circ Physiol* 278: H2039-H2049, 2000.

147. Roener B.M. Fifteen years of econophysics: worries, hopes and prospects // *arXiv:physics1004.3229*, 2010.

148. Rosso O.A, Figliola A. „Order/disorder in brain electrical activity”, *Revista Mexicana de Física* 50 (2) 149-155, Abril 2004.

149. Ruelle D., Takens F. On the nature of turbulence // *Comm. Math. Phys*, V. 20, 1971. – pp. 167-192.

150. Sachs J., Tornell A., Velasco A. Financial crises in emerging markets: The lesson from 1995 // *Brooking Papers on Economic Activity*, V.1,1995. – pp. 147-198.

151. Sapsin V., Soloviev V. Relativistic quantum econophysics – new paradigms in complex systems modelling // *arXiv:0907.1142v1 [physics.soc-ph]* 7 Jul 2009.

152. Schaden, M. Quantum finance // *arXiv:physics/0203006v2 [physics.soc-ph]* 6 Aug 2002.

153. Sello S. Wavelet entropy as a measure of solar cycle complexity // *arXiv:astro-ph/0005334 v1*.

154. Shannon C.E. A mathematical theory of communications // *Bell Systems Tech. J.*, 1948. –V. 27. – pp. 623-656.

155. Sharpe W.F. Capital Asset Price: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk//*Journal of Finance*, V. 29 (3),1964. – pp. 425-442.

156. Sheinkman, J., LeBaron, B. Non-linear dynamics and stock returns // *Journal of Business*, V.62, 1989. – pp. 311-327.

157. Soloviev V., Danilchuk A.B., Serdyuk O.A. Research of the crises phenomena on time series basis with help of entropy characteristics // *Information Technologies, Management and Society. Theses of the International Conference. Information Technologies and Management. 2008 April 10-11, Information System Institute, Riga, Latvia.*– pp. 41-42.

158. Soloviev V., Nechaev V. and Nagibas A. Multifractal Singularities in New Business Architecture Signals // *Information Technologies, Management and Society. Theses of the International Conference. Information Technologies and Management. 2005 April 14-15, Information System Institute, Riga, Latvia*

159. Soloviev V., Sapsin V., Chabanenko D. Prediction of financial time series with the technology of high-order Markov chains // *Working Group on Physics of Socio-economic Systems (AGSOE).*—Dresden, 2009: <http://www.dpg-verhandlungen.de/2009/dresden/agsoe.pdf>

160. Soloviev V., Serdyuk O. Using of wavelet entropy for analysis of complex economic systems // *Econophysics Colloquium and beyond, Alcona,*

Italy, September 27-29, 2007.

161. Sornette D. „Stock Market Crashes, Precursors and Replicas”, J. Phys. I France, V.6, 1996. – pp. 167-175.

162. Sornette D. Critical market crashes // Physics Reports, V. 378, 2003. – pp. 1-98.

163. Sornette, Didier; Zhou, Wei-Xing. Importance of positive feedbacks and over-confidence in a self-fulfilling Ising model of financial markets // arXiv:cond-mat/0503607 v2 30 Mar 2005.

164. Stiglitz Joseph E. Information and the Change in the Paradigm in Economics. From Les Prix Nobel. The Nobel Prizes 2001, Editor Tore Frängsmyr, [Nobel Foundation], Stockholm, 2002. – pp. 472-540.

165. Struzik Z.R., Local Effective Hoelder Exponent Estimation on the Wavelet Transform Maxima Tree, in Fractals: Theory and Applications in Engineering, Eds: M. Dekking, J. L'evy V'ehel, E. Lutton, C. Tricot. – Springer Verlag, 1999. – pp. 93-112.

166. The ultimate guide to the LHC (англ.) – официальный FAQ по LHC.

167. Theiler J. Estimating the fractal dimension of chaotic time series. Lincoln Lab. J. 3, 63-86 (1990).

168. Theiler J. Estimating the fractal dimension of chaotic time series // Lincoln Lab. J., V. 3, 1990. – pp. 63-86.

169. Tsallis C. Nonextensive Statistics: Theoretical, Experimental and Computational Evidences and Connections // Braz.J.Phys., 1999.–V.29, –№1. – pp. 1-35.

170. Tsallis, C. Entropic nonextensivity: a possible measure of complexity // Chaos,Solitons,& Fractals, V. 13, 2002. – pp. 371-391.

171. Tsallis, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics // Journal of Statistical Physics, V. 52, 1988. – pp. 479-487.

172. Vaga T. The Coherent Market Hypothesis // Financial Analysts Journal, V. 46, №6, 1991. – pp. 36-49.

173. Van Fraassen B.C. The Labyrinth of Quantum Logic, Logico-algebraic approach to quantum mechanics. Vol 1. Dordrecht-Boston: Reidel, 1975.

174. Verhulst P.-F. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement //Correspondence Mathematique et Physique.-Bruxelles. – Tome 10. – pp. 113-121 (1838).

175. Verhulst P.-F.Recherches mathematiques sur la loi d'accroissement de la population//Nouveaux Momoires de l'Academie Royale des Sciences et Belles Lettres de Braxelles. – № 18. – pp. 1-38 (1845).

176. Weidlich W. Socio-Dynamics: A Systematic Approach to Mathematical Modelling in the Social Science. Taylor and Francis, London, 2002. (російський переклад Вайдлих В.М. Социодинамика. Системный подход к математическому моделированию в социальных науках. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 480 с.).

177. Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A. Determining Lyapunov

exponents from a time series // *Physica D*, V. 16, 1985. – pp. 285-317.

178. Zbilut J.P., Zaldívar-Comenges J.-M., Stozzi F. Recurrence quantification based Liapunov exponent for monitoring divergence in experimental data // *Phys. Lett. A*, V. 297, 2002. – pp. 173-181.

179. Zhou, Wei-Xing; Sornette, Didier, 2007 Self-organizing Ising model of financial markets // *The European Physical Journal B*, vol.55, no.2, pp. 175-181 (2007).

180. Zhou, Wei-Xing; Sornette, Didier. Self-fulfilling Ising model of financial markets // arXiv:cond-mat/0503230v1, 2005.

181. Zunino L., Perez D.G., Garavaglia M., Rosso O.A. „Wavelet entropy of stochastic processes”, e-print: arXiv:physics/0603144v1 [physics.data-an] 17 Mar 2006.

182. Zverev V.I. and Tishin A.M. Quantum theory of economics. Physics Department of M. V. Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, Moscow, 119992, 2008. – 38 p. .../0901.4767.pdf.

183. Автономов В.С. Методологические проблемы современной экономической науки // *Вестник РАН*, т. 76, №3, 2006. – С.203–208.

184. Бак П., Чен К. Самоорганизованная критичность // *В мире науки*, № 3, 1991. – С. 16-24.

185. Беллман Р. Введение в теорию матриц / Р.Беллман. – М.: Мир, 1972.– 375 с.

186. Берталанфи Л. Общая теория систем. – М.: Наука, 1968. – 246 с.

187. Блюмин С.Л. Дискретность против непрерывности в информационных технологиях: квантовое исчисление и его альтернативы // *Системы управления и информационные технологии*. № 1,2(31), С.217-221 (2004).

188. Блюмин С.Л. Дискретность против непрерывности при системном моделировании во времени и/или в пространстве // *Системы управления и информационные технологии*. №1(13). С.4-9 (2004).

189. Богданов А. А. Тектология: Всеобщая организационная наука. В 2-х книгах. – М.: „Экономика”, 1989.

190. Богданов А. А. Эмпириомонизм, 1904-1906.

191. Богданов А.А. Очерки организационной науки. <http://www.uic.nnov.ru/pustyn/lib/bogdanov.ru.html>.

192. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. – М.: Мир, вып. 1, вып.2, 1974.

193. Бурлачков В. Экономическая наука и экономифизика: главные темы диалога // *Вопросы экономики*, №12, 2007. – С.111-122.

194. Бухбиндер И.Л. Фундаментальные взаимодействия // *СОЖ*, 1997, No 5, с.66-73.

195. Валиев К.А. Квантовая информатика: компьютеры, связь и криптография // *Вестник российской академии наук*, т. 70, № 8, с.688-695 (2000).

196. Васюков В. Л. Квантовая логика. – М.: ПЕР СЭ, 2005. – 191 с.
197. Владимиров В.А., Воробьев Ю.Л., Малинецкий Г.Г., Посашков А.С. и др. Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика. – М.: Наука, 2000 – 432 с.
198. Владимиров В.С. / р-Адический анализ и математическая физика / В.С.Владимиров, И.В.Волович, Е.И.Зеленов. М.: Наука, 1994. – 352 с.
199. Волович И.В., Козырев С.В. р-Адическая математическая физика: основные конструкции, приложения к сложным и наноскопическим системам. Учебное пособие. – Самара: СГУ, 2009. – 54 с.
200. Гальчинський. А. Методологія складних систем // Економіка. –2007. – № 8. – С.4-18.
201. Ганчук А.А., Дербенцев В.Д., Соловійов В.М. Використання методів детермінованого хаосу у прогнозуванні ринку цінних паперів // Фінансова система України. Зб.наук.праць. – Острого: Вид-во „Національний університет „Острозька академія”, 2006.–Вип.8.–Ч.3.– С.281-287.
202. Ганчук А.А., Дербенцев В.Д., Соловійов В.М. Кореляційні властивості ринку цінних паперів в катастрофічних і шоківих умовах // Міжвідомчий наук. збірник „Моделювання та інформаційні системи в економіці” – Київ: КНЕУ, 2006. Вип.74. – С.74-85.
203. Герштейн С.С. Что такое цветовой заряд, или какие силы связывают кварки // СОЖ, 2000, № 6, с.78-84.
204. Гирко В.Л. Спектральная теория случайных матриц / В.Л.Гирко / УМН.–1985.–Т.40, вып.1(241).–С.67-106.
205. Головач Ю., Олемской О., К.фон Фербер, Головач О. та ін. Складні мережі // Журнал фізичних досліджень.–2006, т.10, №4.– С.247-289.
206. Гречко Т. К. Применение квантовой социологии к деятельности государственного служащего // Workshop „Science: Theory and practice”/ Vol. 2. Prague: publishing house „Education and Science”, 2005.
207. Грицюк П.М. Аналіз, моделювання та прогнозування динаміки врожайності озимої пшениці в розрізі областей України: Монографія. – Рівне: НУВГП, 2010.– 350 с.
208. Данильчук Г.Б., Триус В.Ю. Ентропійні методи вимірювання складності // Моделювання та інф. сист. в економ. Збірник наукових праць. Вип. 78.– К.: КНЕУ, 2008.– С.107-119.
209. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. М.: Наука, 1967. – 368 с.
210. Дербенцев В.Д. Ідентифікація та моделювання передкризових станів у відкритих макроекономічних ситемах // Моделювання та інформаційні системи в економіці. Зб. наук. праць. Вип. 76. – К.: КНЕУ, 2007. – С.17-24.
211. Дербенцев В.Д. Синергетична парадигма дослідження складних фінансово-економічних систем // Моделювання та інформаційні системи в економіці. Зб. наук. праць. Вип. 74. – К.: КНЕУ, 2006. – С.8-20.

212. Дербенцев В.Д., Ганчук А.А., Соловйов В.М. Моделювання критичних та кризових явищ на фінансових ринках // Фінансова система України. Зб. наук.праць. – Острог: Вид-во „Національний університет „Острозька академія”, 2006.–Вип.8.–Ч.3.– С.297-304.

213. Дербенцев В.Д., Сердюк О.А., Соловйов В.М. Передвісники критичних явищ в складних економічних системах // Зб. наук. статей "Моделирование нелинейной динамики экономических систем" – Донецк, ДонНУ, 2005.– № 1.–С.5-13.

214. Дербенцев В.Д., Соловйов В.М., Шарапов О.Д. Сучасні методи дослідження складних фінансово–економічних систем // Вісник Української академії банківської справи, 2006, № 1(20).– С.100-110.

215. Дойч Д. Структура реальности. / Пер. с англ. под ред. Н.А. Зубченко под общей редакцией академика РАН В.А.Садовниченко. РХД – Москва–Ижевск 2001.

216. Дробышевский С.М. Некоторые подходы к разработке системы индикаторов мониторинга финансовой стабильности / Дробышевский С.М., Трунин П.В., Палий А.А., Кнобель А.Ю. // Научные труды Института экономики переходного периода. – Москва, 2006. – № 103Р. – С.1-305

217. Дюк В., Самойленко А. Data Mining: учебный курс. — СПб: Изд. Питер, 2001. – 368 с.

218. Ежов А.А., Шумский С.А. Нейрокомпьютинг и его применения в экономике и бизнесе. – М.: Изд. МИФИ, 1998. – 222 с.

219. Елютин П.В., Кривченков В.Д. Квантовая механика с задачами /Под ред. академика Н.Н.Боголюбова. – М.: Наука, 1976. – 336 с.

220. Занг В.–Б.. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. – М.: Мир, 1999. – 354 с.

221. Классенс С. Что такое рецессия / Стийн Классенс, М.Эйхан Коуз – Финансы & развитие: Вашингтон, МВФ, март 2009.– С.52-53.

222. Клеменс М.П., Хэндри Д.Ф. Прогнозирование в макроэкономике // Обзорение прикладной и промышленной математики. – т. 3. – вып. 6. – 1996. – С.859-898.

223. Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Законы эволюции и самоорганизации сложных систем. – М., 1994.

224. Кобринский Н. Е., Майминас Е. З., Смирнов А. Д. Экономическая кибернетика. — М.: Экономика, 1982. – 408 с.

225. Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. Математическая логика. — М.: УРСС, 2005. – 240 с.

226. Колмогоров А.Н. Комбинаторные основания теории информации // Успехи математических наук. – 1983. – Т. 38, № 4. – С.27-36.

227. Колмогоров А.Н. Новый метрический инвариант транзитивных динамических систем и автоморфизмов пространства Лебега. ДАН СССР, т.119, с.861-864, 1958.

228. Кононенко В.В., Рябушенко Н.В., Соловйов В.М.

Мультифрактальный анализ і ризик–менеджмент критичних і кризових явищ // Вестник Восточно–украинского национального университета имени Владимира Даля. Сер. ”Экономика”, 2005, №7.– С.265-272 Луганськ

229. Козн П. Дж. Теория множеств и континуум-гипотеза. – М.: Мир, 1969. – 347 с.

230. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. Москва: Постмаркет, 2000. – 352 с.

231. Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций). – М.:Издательство Физико-математической литературы, 2001. – 296 с.

232. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Краткий курс теоретической физики, Кн. 2. – М.: Наука, 1972. – 368 с.

233. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. – М.: Наука, 1974. – 752 с.

234. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика, том I. – М.: Наука, 1973. – 208 с.

235. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Часть 1. – М.: Наука, 1976. – 584 с.

236. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука, 1973. – 504 с.

237. Лиховидов В. Н. Фундаментальный анализ мировых валютных рынков: методы прогнозирования и принятия решений. – Владивосток – 1999. – 234 с.

238. Лоренц Э. Детерминированное неперiodическое движение // Странные аттракторы. – М., 1981. – С.88-116.

239. Лямец В.И., Тевяшев А.Д. Системный анализ. – 2–е изд. перераб и доп. – Харьков: ХНУРЕ, 2004. – 448с.

240. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подлазов А.В. Нелинейная динамика: подходы, результаты, надежды. – М.: КомКнига, 2006 – 280 с.

241. Малинецкий Г.Г., Курдюмов С.П. Нелинейная динамика и проблемы прогноза // Вестник РАН, 2001, т.71, №3. – С.210-232.

242. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – Москва: Иститут компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

243. Мандельброт Б., Хадсон Р.Л. (Не) послушне рынки. Фрактальная революция в финансах / Бенуа Мандельброт / 2006.–Киев.: Диалектика. – 400 с.

244. Маршалл Д.Ф., Бансал В.К. Финансовая инженерия. Пер. с англ. – М.: ИНФРА– М, 1998.

245. Маслов В.П. Квантовая экономика. – М.: Наука, 2006. – 72 с.

246. Маслов В.П. Квантовая экономифизика. – Москва, МИФИ, 2007. – В сб. „Экономифизика. Современная физика в поисках экономической теории”. – 101 с.

247. Миркин Я.М. Ценные бумаги и фондовый рынок. – М.: Перспектива, 1995.

248. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.:

Наука, 1981. – 487 с.

249. Моисеев Н.Н. Человек. Среда. Общество. – М.: „Наука”, 1982. – 240 с.

250. Монтес М.Ф., Попов В.В. Азиатский вирус или голландская болезнь.? Теория и история валютных кризисов в России и других странах. Пер. с англ. – М.: АНХ при Правительстве РФ, „Дело”, 1999.

251. Мосейчук А. В., Мосейчук В. А. Введение в реальную квантовую экономику. М.: НТО имени академика С. И. Вавилова, 2006. –234 с.

252. Мочерний С. Синергетичний підхід в економічному дослідженні // Економіка України. – 2001. – №5. – С.44-51.

253. Нагель Э., Ньюмен Д.Р. Теорема Гёделя. М., 1970.

254. Нельсон Р., Уинтер С. Эволюционная теория экономических изменений / Академия народного хозяйства при Правительстве РФ / М.Я. Каждан (пер.с англ.). – М.: Дело, 2002.

255. Нечаев В.П., Нагибас А.А., Соловьев В.Н. Мультифрактальность бизнес архитектур и управление риском сетевых предприятий // Труды V Международной Школы „Моделирование и анализ безопасности и риска в сложных системах”.–Санкт-Петербург.–2005.– С.321-327

256. Новая наука – нейроэкономика // Наука и жизнь, №10 (2007).

257. Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. / Сб.статей под ред. Г.Г.Малинецкого, С.П. Курдюмова. – М.: Наука, 2002.– 478 с.

258. Овчарук М.П., Соловйов В.М. Комп’ютерне моделювання складних фінансово–економічних систем // Вісник Криворізького технічного університету, Сер. ”Економічні науки”, 2004, вип.2, с.137-146

259. Осипов А.И., Уваров А.В. Энтропия и ее роль в науке // Соросовский образовательный журнал, 2004.– Т.8.– №1. – С.70-79.

260. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике. – М.: Интернет_Трейдинг, 2004. – 304 с.

261. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. Пер. с англ.– М. Мир, 2000.–333 с.

262. Петров А.А., Пospelов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996 – 544 с.

263. Піскун О.В., Сердюк О.А., Триус В.Ю. Кореляційні та спектральні властивості світового валютного ринку // Фінансова система України. Збірник наукових праць.– Острог: Видавництво „Національний університет „Острозька академія”, 2006.– Вип. 8.– Ч.3.– С.449-454.

264. Полтерович В.М. Стратегии институциональных реформ. Китай и Россия. // Экономика и математические методы. Т.42. Вып.2 (2006).

265. Полтерович В.М. Стратегии институциональных реформ. Перспективные траектории. // Экономика и математические методы. Т.42. Вып.1 (2006).

266. Полтерович. В.М. Кризис экономической теории. Доклад на научном семинаре Отделения экономики и ЦЭМИ РАН. „Неизвестная экономика”. <http://www.cemi.rssi.ru>

267. Попков В.В., Берг Д.Б. Эконофизика и эволюционная экономика – перспективное направление исследований / Всероссийская Интернет-конференция „Проблемы Эконофизики и эволюционной экономики”. 2005. <http://www.eaphes.ru/>

268. Пригожин И. Введение в термодинамику необратимых процессов / Илья Пригожин – Ижевск: НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика”, 2001. – 160 с.

269. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой. – М., 1986.

270. Пятый рынок: экономические проблемы производства информации. — М.: МГУ, 1993. – 18 с.

271. Романовский М.Ю., Романовский Ю.М. Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели. М.: ИКИ, 2007. – 280 стр.

272. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – СПб.: Питер, 2007. – 713 с.

273. Рудый К.В. Финансовые кризисы: теория, история, политика. М.: Новое знание, 2003.– 399 с.

274. Сапир Ж. К экономической теории неоднородных систем: Опыт исследования децентрализованной экономики // Пер. с фр. под науч. ред. Н.А. Макашевой. – М.: ГУ ВШЭ, 2001. – 248 с.

275. Сапцин В.М. Опыт применения генетически сложных цепей Маркова для нейросетевой технологии прогнозирования. // Вісник Криворізького економічного інституту КНЕУ.– Кривий Ріг, КЕІ КНЕУ, 2009, вип. 2(18).– С.56-66.

276. Сапцин В.М., Соловьев В.Н. Релятивистская квантовая эконофизика. Новые парадигмы в моделировании сложных систем, 2009.– Черкассы:Брама–Украина. – 69 с.

277. Сергеева Л.Н. Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса). – Запорожье: ЗГУ, 2002. – 227 с.

278. Сергеева Л.Н. Нелинейная экономика: модели и методы./Научн. Редактор д.э.н., проф. Ю.Г.Лысенко – Запорожье:”Полиграф” – 218 с.

279. Сердюк О.А. Моделювання передвісників кризових явищ фінансових ринків // Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України: Збірник наукових праць. Т. 18. – Суми: УАБС НБУ, 2006.– С. 315-321.

280. Сердюк О.А., Соловйов В.М., Кононенко В.В. Передвісники критичних та кризових явищ в складних фінансово – економічних системах // Зб.наук.праць ”Економіка: проблеми теорії і практики” – Дніпропетровськ., ДНУ, 2004, в.197: В 5 т. Том V с.1304-1310.

281. Серр Ж.-П. Алгебры Ли и группы Ли. – М.: Мир, 1969. – 376 с.
282. Славатинский С.А. Фундаментальные частицы // СОЖ, 2001, No 2, с. 62-68.
283. Соловйов В. М, Кононенко В.В., Сердюк О.А. Виявлення передвісників кризових явищ. // Вісник Криворізького технічного університету. Збірник наукових праць. – Кривий ріг: КТУ, 2005. – Вип. 8. – с. 224-228.
284. Соловйов В. М, Соловйова В.В., Нагібас А.О. Порівняльний аналіз динаміки фондових ринків розвинених країн і країн з перехідною економікою. // Вісник Криворізького технічного університету. Збірник наукових праць. – Кривий ріг: КТУ, 2005. – Вип.. 7. – с.44-48.
285. Соловйов В.М. Економічна кібернетика: з досвіду моделювання складних фінансово-економічних систем // Вісник Криворізького економічного інституту.– Кривий Ріг, КЕІ КНЕУ, 2005, вип.2.– С.11-26.
286. Соловйов В.М. Математична економіка. Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни. – Черкаси: ЧНУ, 2008. – 136 с.
287. Соловйов В.М., Ганчук А.А. Особливості нелінійної динаміки світового фондового ринку // Журнал „Ринок цінних паперів України”, 2005, №5-6.–С.65-71.
288. Соловйов В.М., Ганчук А.А., Рибчинська О.М. Дослідження глобалізаційних процесів на ринку цінних паперів // Журнал „Держава та регіони”, сер. „Економіка та підприємництво” –Запоріжжя, ГУ ЗІДМУ, 2006, №1. С.42-50.
289. Соловйов В.М., Данильчук Г.Б. Використання ентропійних показників для вимірювання складності економічних систем // Вісник Криворізького економічного інституту.– Кривий Ріг, КЕІ КНЕУ, 2008, вип.2(14).– С.61-69.
290. Соловйов В.М., Дербенцев В.Д., Шарапов О.Д. Моделювання явищ самоорганізації в фінансово-економічних системах // Міжвідомчий наук. збірник „Моделювання та інформаційні системи в економіці” – Київ: КНЕУ, 2003, вип.70. – с.74-85.
291. Соловйов В.М., Дербенцев В.Д., Шарапов О.Д. Особливості динаміки і топології сучасних фінансово-економічних систем // Вісник Черкаського університету, Сер. ”Економічні науки”, 2003, вип.48. – с.127-136.
292. Соловйов В.М., Нагібас А.О., Сердюк О.А. Моделювання процесів самоорганізації в фінансово-економічних системах // Вестник Восточно-украинского национального университета имени Владимира Даля. – Луганськ: Сер. ”Економіка”, 2003, №7. – с.205-212
293. Соловйов В.М., Соловйова В.В. Кореляційні, спектральні і структурні властивості фондового ринку України // Міжвідомчий наук. збірник „Моделювання та інформаційні системи в економіці” – Київ: КНЕУ,

2005, вип. 73, с. 74-85

294. Соловійов В.М., Соловійова В.В., Овчарук М.П. Моделювання критичних явищ на світовому валютному ринку в умовах глобальної кризи // Вісник університету банківської справи НБУ (м.Київ), 2009, №1 (4).– С.191-196.

295. Соловійов В.М., Соловійова К.В., Нагібас А.О. Моделювання кластерів конкурентоспроможності // Вісник Криворізького технічного університету. Збірник наукових праць. – Кривий Ріг: КТУ, 2007. – Вип. 18. – С.249-253.

296. Соловійов В.М., Шарапов О.Д. Використання вейвлет–ентропії для аналізу складних економічних систем // Міжвідомчий наук. збірник „Моделювання та інформаційні системи в економіці” – Київ: КНЕУ, 2008. Вип. 78. – С.170-182.

297. Соловійов В.М., Шарапов О.Д. Еконофізика складних систем // Тези доповідей X наук.-метод.конф. „Проблеми економічної кібернетики” м. Київ-Донецьк: ТОВ АПЕКС, 2005. – С.53-54.

298. Соловійов В.М., Щерба В.В. Застосування кількісного аналізу рекурентних діаграм для моделювання універсальних властивостей кризових явищ // Міжвідомчий наук. збірник „Моделювання та інформаційні системи в економіці” – Київ: КНЕУ, 2008. Вип. 78. – С.220-230.

299. Соловьёв В.Н., Сапцин В.М. Квантовая эконофизика – физическое обоснование системных концепций в моделировании социально–экономических процессов. В кн. Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем: Труды II Международной Школы–симпозиума АМУР–2008 (Севастополь, 12-18 сентября, 2008 г.) / под ред. О.Л.Королева, А.В.Сигала. – Симферополь, 2008, с.94-102.

300. Соловьёв В.Н., Сапцин В.М., Чабаненко Д.Н. Адаптивная методика прогнозирования на основе сложных цепей Маркова. В кн. Комп’ютерні технології в будівництві / Матеріали VI міжнародної науково–практичної конференції „КОМТЕХБУД 2008”: Київ–Севастополь, 9-12 вересня 2008 р. – К.: Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2008, с.59-60.

301. Сорнетте Д. Как предсказывать крахи финансовых рынков. Критические события в комплексных финансовых системах // Пер с франц. – М.: 2003. – 394 с. Изд.: SmartBook, Академия Смартбук, И-Трейд, ОМЕГА-Л, ГРУППА КОМПАНИЙ, СмартБук, 2008. – 400 с.

302. Суворцев И.С., Клюкин В.И., Пивоварова Р.П. Нейронные сети. – Воронеж: ВГУ, 1994. – 224 с.

303. Технология системного моделирования / Под общ. ред. С.В. Емельянова, В.В. Калашникова, М. Франка, А. Явора. – М.: Изд-во „Машиностроение”; Берлин: Изд-во „Техник”, 1988. – 520 с.

304. Толстой А.Н. Золотой ключик или Приключения Буратино. – К.: Веселка, 1986. – 127 с.

305. Томас Дж. Йех. Об аксиоме выбора. С. 35-63: Справочная книга по математической логике, Ч. II, Теория множеств. – М.: 1982.
306. Уилсон Роберт Антон. Квантовая психология. Перевод с англ. под ред. Я. Невструева. – К.: „ЯНУС”, 1999.– 224 с.
307. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника: теория и практика. – М.: Мир, 1992 – 238 с.
308. Успенский В., Верещагин Н., Шень А. Колмогоровская сложность: E-print, 2004. <http://lj.streamclub.ru/books/complex/uspen.ps>.
309. Федер Е. Фракталы. Пер с англ.– М. Мир, 1991. – 254 с.
310. Фейгенбаум М. Универсальность в поведении нелинейных систем // Успехи физических наук. – 1983. – т. 141. – Вып. 2 – С.342-347.
311. Френкель А.А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. Перевод с английского. – М.: Мир, 1966.
312. Хакен Г. Информация и самоорганизация: Макроскопический подход к сложным системам. Пер с англ. М.: Мир, 1991. – 240 с.
313. Хакен Г. Синергетика. Пер с англ. М.: Мир, 1980. – 406 с.
314. Хофштадтер Д. Гедель, Эшер, Бах: эта бесконечная гирлянда. – Издательство: Бахрах-М, 2001 – 752 с.
315. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В. О проблемах физической экономики // Успехи физических наук, Т. 172, № 9, с.1045-1066 (2002).
316. Чубукова И. А. Data Mining: учебное пособие. – М.: Интернет-университет информационных технологий: БИНОМ: Лаборатория знаний, 2006. – 382 с.
317. Чугаєв О.А. Валютні кризи на межі ХХ-ХХІ століть: Монографія / О.А.Чугаєв / 2007.– К.: „МП Леся”. – 416 с.
318. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Соловйов В.М. Моделювання явищ самоорганізації в фінансово-економічних системах // Економіко-математичне моделювання. Вісник ТАНГ. Вип.14.– Тернопіль: ТАНГ, 2003.– №3.–С.104-110.
319. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Семьонов Д.І. Системний аналіз: Навч.-метод. посібник для самост. вивчення дисципліни.– К.: КНЕУ, 2003. – 154 с.
320. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Семьонов Д.І. Економічна кібернетика: Навч. посібник. – К.:КНЕУ, 2004. – 231 с.
321. Шарковский А.Н., Майстренко Ю.А., Романенко Е.Ю. Разностные уравнения и их приложения. К.: Наукова думка, 1986. – 280 с.
322. Шубин Н.Ю.. Статистические методы в теории ядра.– Физика элементарных частиц и атомного ядра / Н.Ю.Шубин.– М.: Атомиздат, 1974. – С.1023-1074.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Методика нелінійного аналізу довготривалої пам'яті фінансово-економічних часових рядів з використанням програмних модулів, розроблених в системі MatLab 6.5

1. Визначення волатильності та кореляцій

Для визначення кореляцій часового ряду використовується функція автокореляції (кореляцію часового ряду самого з собою між попередніми та наступними значеннями). Автокореляція (послідовною кореляцією) означає кореляцію між членами ряду чисел, розташованих у певному порядку. Позитивно автокорельований часовий ряд називають персистентним, що означає існування тенденції слідування великих значень за великими та малих за малими, інакше позитивно корельований часовий ряд можна назвати інертним.

Дослідження, проведені над часовими рядами, показують, що стохастичний процес, який лежить у основі зміни рівнів ряду, характеризується кількома ознаками. Їх розподіл „важкий” має хвіст порівняно із Гаусовим розподілом. Функція автокореляції спадає експоненційно з певним характерним часом. Однак, виявляється, що амплітуда рівнів ряду багатьох фінансово-економічних часових рядів (курсів акцій, фондових індексів, валютних курсів), яка виміряна за абсолютними значеннями чи квадратами значень, показує степеневі кореляції з довготривалою персистентністю аж до кількох місяців, або навіть років.

Такі довготривалі залежності краще моделюються з використанням „додаткового процесу”, що в економічній літературі називається волатильністю. Волатильність змін ряду є мірою того, як сильно досліджувана система та породжений нею часовий ряд є схильними до флуктуацій, тобто відхилень від попередніх значень. В якості міри волатильності в роботі було використане як локальне середнє модуля зміни рівнів ряду.

Розглянемо методику дослідження волатильності та кореляцій за допомогою розробленого в роботі програмного комплексу work2 у системі MatLab 6.5. Запуск програмного комплексу відбувається за допомогою команди: >> work2 у командному вікні Matlab. Після цього відкривається головне вікно програми (рис. Д.1.1). Для дослідження прибутків та волатильності використовуються пункти меню *Анализ ряда* та *Обработка ряда*.

Після завантаження файлу досліджуваного часового ряду (пункт меню *Базы*→*Открыть базу*) у вікні програми з'явиться інформація про відкритий ряд: кількість значень, основні статистики. В якості приклада розглянуто

ряд курсу австралійського долара до долара США, отриманий з валютного ринку Fogex, де значення часового інтервалу між сусідніми елементами ряду дорівнюють 1 хв. Обраний ряд містить 10000 значень, ряд має невелику дисперсію (другий момент), середнє значення елементів ряду рівне близько 0.758 тощо (рис. Д.1.1).

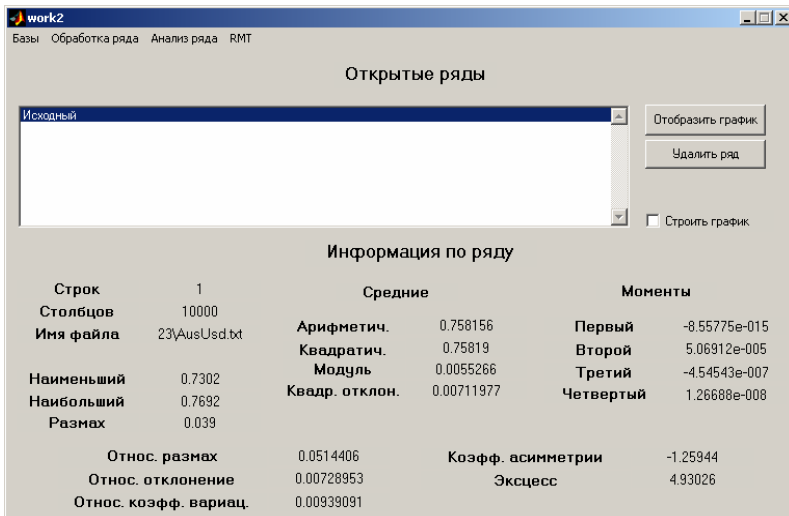


Рис. Д.1.1. Вікно програми work2 з відкритим рядом.

Для побудови функції автокореляції для вихідного часового ряду необхідно вибрати *Анализ ряда*→*Функция автокорреляции*, після чого відкриється вікно, подане на рис. Д.1.2.

У вікні можна вибрати початковий лаг (початкову часову затримку, поле *Начальный лаг*), крок лагу (поле *Шаг лага*) та кінцевий лаг (поле *Конечный лаг*). Оскільки функція автокореляції будується у звичайному масштабі, поля *LogX* та *LogY* виключені. За замовчуванням для початкового, кінцевого лагу та кроку лагу встановлено значення відповідно 0, 250, 1. Після натискання кнопки *Обработка* у полі графіка з'явиться графічне зображення корелограми, приклад якого подано на рис. Д.1.3.

З рисунка можна бачити, що вихідні значення ряду дуже сильно корельовані між собою (було взято максимальний лаг 250 спостережень (хвилин), проте значення автокореляції зменшилось лише до 0.72). Таке явище можна пояснити сильним впливом попередніх значень ціни на наступні, або досить високою стабільністю ринку. Повну тривалість довгої пам'яті за допомогою функції автокореляції для вихідного ряду можна визначити, знайшовши, для якого лагу значення стають близькими до 0. Для

розглянутого випадку можна зробити висновок, що для початкових значень даного ряду тривалість довгої пам'яті складає близько 900-950 спостережень (хвилин).

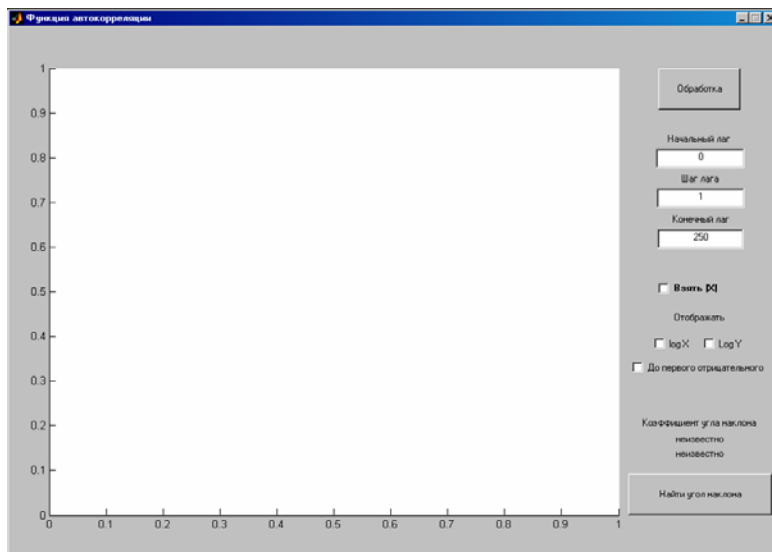


Рис. Д.1.2. Вікно для розрахунку функції автокореляції.

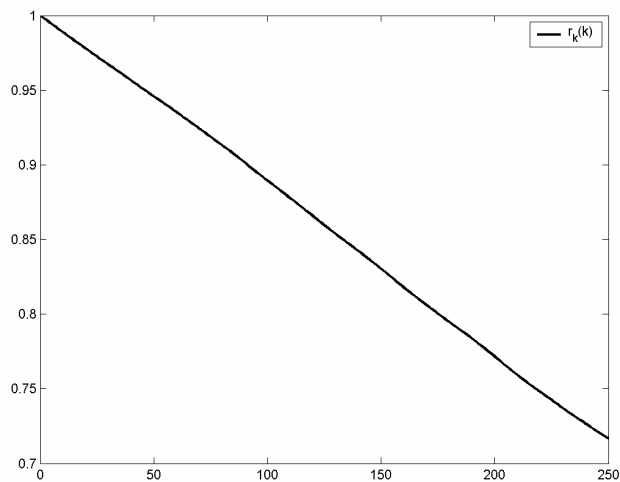


Рис. Д.1.3 Функція автокореляції для вихідного ряду.

Нестационарність рядів викликає певні ускладнення для подальшого аналізу, тому частіше користуються не самими вихідними рядами $X(t)$, а логарифмічними прибутками $G(t)$, які визначаються наступним чином

$$G(t) = \ln X(t + \Delta t) - \ln X(t) \cong \frac{X(t + \Delta t) - X(t)}{X(t)},$$

модулями прибутків та волатильностями.

Перехід до прибутковостей (*Обработка ряда* → *Рассчитать возвраты*), які вже є стаціонарними, а їх нормалізація стандартним відхиленням (*Нормализовать*) дозволяє порівнювати їх розподіл з розподілом Гауса.

Для отриманого ряду *Возвраты* побудовано функцію автокореляції, використавши ті ж самі значення лагів. Аналіз одержаної корелограми (рис. Д.1.4) свідчить, що для прибутків пам'ять (як довга, так і коротка) відсутня взагалі, оскільки вже для лагу 1 значення автокореляції стає меншим нуля, і всі наступні значення коливаються біля 0. Це свідчить про випадковість значень прибутків.

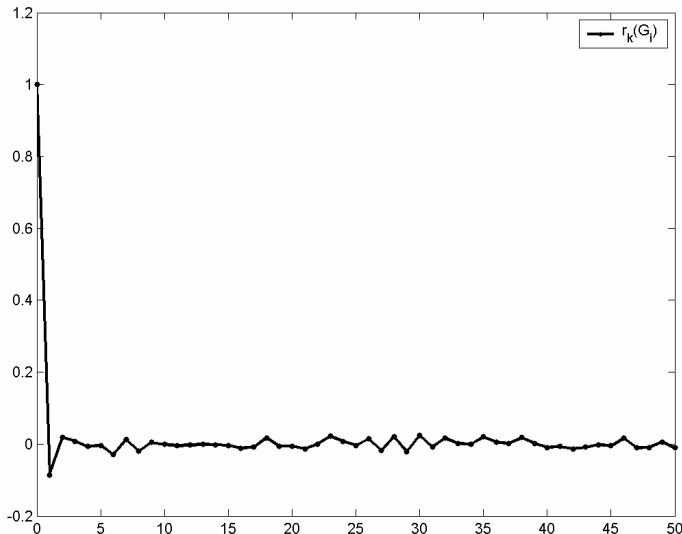


Рис. Д.1.4. Функція автокореляції для прибутків.

Більш корисну інформацію дають модулі прибутків, оскільки в даному випадку вимірюється лише наявність відхилень, а не їх знак. Для цього в основному вікні програми виберемо ряд *Возвраты* та знайдемо модулі значень ряду (*Обработка ряда*→*Взять модуль ряда*). Для отриманого ряду (*Модуль*) знайдемо значення функції автокореляції з такими ж параметрами, що й раніше. На побудованому графіку корелограми присутня наявність інтервалу з додатними значеннями автокореляції. Для того, щоб точніше визначити зазначений інтервал необхідно обрати опцію *До первого отрицательного* та натиснути кнопку *Обработка* (рис. Д.1.5).

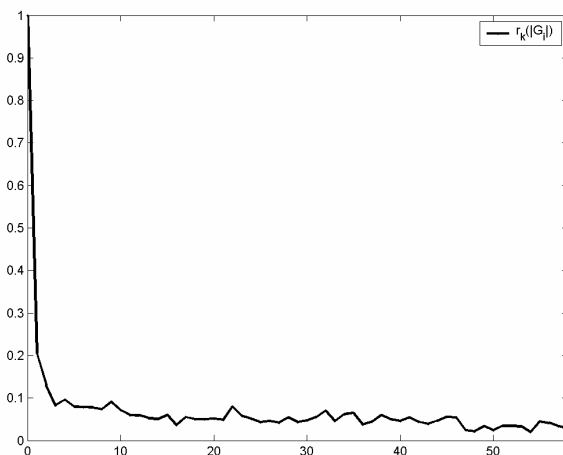


Рис. Д.1.5. Функція автокореляції для модулів прибутків.

Аналіз графіка свідчить, що наявність пам'яті в досліджуваному часовому ряду зберігається на протязі наступних 60 часових інтервалів, а зважаючи на те, що в розглянутому випадку часовий інтервал дорівнює 1 хвилині, маємо час існування пам'яті близько 1 години.

Наступним кроком у дослідженні ряду є аналіз волатильності. Оскільки волатильність розраховується для модулів прибутків, тому в основному вікні необхідно обрати ряд *Модуль* і розрахувати волатильність (*Обработка ряда*→*Расчитать волатильность*). У вікні, що відкриється, можна вибирати параметри *Ширина окна* (ширина вікна для розрахунку середніх значень волатильності) та *Шаг окна* (крок вікна). Для хвилинних інтервалів доцільно обрати значення цих параметрів 60 та 15 відповідно. Після натискання кнопки *Обработка* одержимо для вибраного ряду графік модулів волатильності (рис. Д.1.6).

Аналізуючи графік, можна зробити висновок, що у певний момент був стрибок волатильності із поступовим зменшенням її до попереднього рівня, що може бути сигналами про збурення у процесі роботи ринку. Аналіз таких збурень, їх частоти та сили, дозволяє виявляти сховані закономірності роботи ринку.

Для проведення аналізу розподілу значень волатильності та порівняння їх із Гаусовим розподілом необхідно виконати нормалізацію даного ряду (*Обработка ряда*→*Нормализовать*), внаслідок чого у основному вікні з'явиться ряд *ВозврНор*.

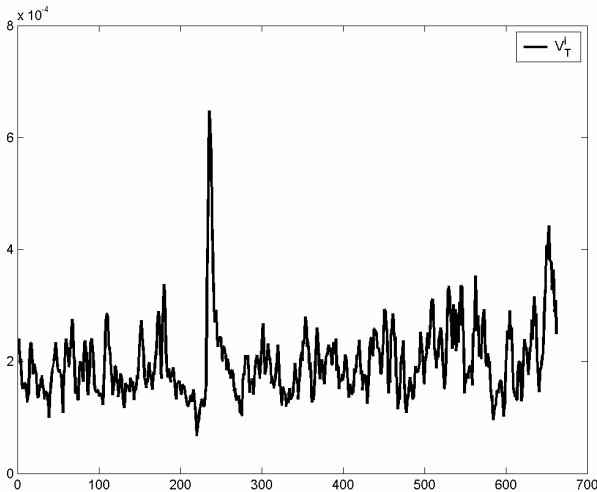


Рис. Д.1.6. Розрахована волатильність для модулів прибутків.

Для побудови розподілу ймовірностей для одержаного ряду (*Анализ ряда*→*Распределение вероятности*) у діалоговому вікні, що відкрилось, необхідно обрати кількість інтервалів (50 виставлена за замовчуванням) і натиснути кнопку *Обработка*. Буде побудовано ряд, подібний до зображеного на рис. Д.1.7 (ряд $P(V)$).

У основному вікні необхідно обрати ряд значень абсцис точок $Pdens X$ і натиснемо кнопку *Отобразить график*. У вікні, що відкриється, необхідно обрати опцію *Наложить Gauss*, внаслідок чого отримаємо два графіки (рис. Д.1.6.). Аналіз цих графіків дозволяє зробити висновок про наявність у волатильності довгого хвоста (справа), що свідчить, що волатильність ринку *Фогех* є масштабно інваріантною (фрактальною).

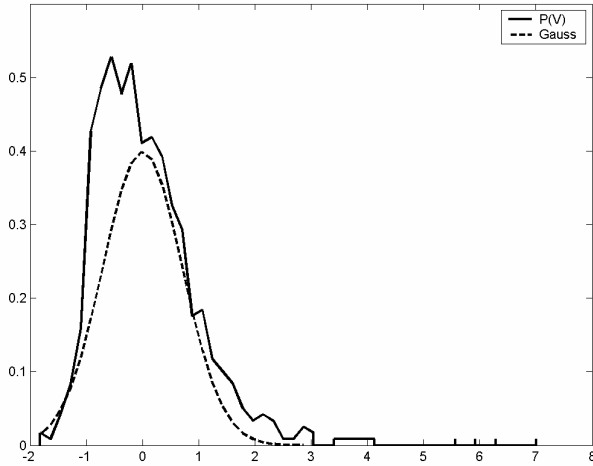


Рис. Д.1.7. Розподіл ймовірності волатильності в порівнянні з Гусовим.

Аналогічним чином можна проводити аналіз інших характеристик. Таким чином, аналіз прибутків та волатильностей шляхом побудови функції автокореляції та розподілу ймовірності дозволяє отримати певні числові значення, що можуть допомогти в роботі із аналізованими часовими рядами і ринком, з якого взято зазначені часові ряди. Зокрема, у даному випадку, одержана інформація є корисною для трейдерів з короткими інвестиційними горизонтами (хвилинними), що працюють на ринку Forex.

2. Обчислення фрактальних характеристик ряду

Метод R/S -аналізу, розроблений Мандельбротом та Уоллесом, базується на попередньо створеному методі гідрологічного аналізу Херста, і дозволяє обчислювати параметр самоподібності H , який вимірює інтенсивність довготривалих залежностей у часовому ряді. За допомогою цього показника розрізняють випадкові (гаусові) та не випадкові ряди; окрім того, він пов'язаний із фрактальною розмірністю, що, у свою чергу, характеризує ступінь згладженості графіка, побудованого на основі часового ряду. Методом R/S -аналізу можливо також виявити максимальну довжину інтервалу (цикл), на якому значення зберігають інформацію про початкові дані системи (довготривала пам'ять).

Розглянемо методіку дослідження фрактальних характеристик ряду за допомогою R/S -аналізу. Аналіз проводиться не для вихідного ряду, а для прибутковостей (*Обработка ряда* → *Рассчитать возвраты*). Після цього у вікні програми з'явиться новий ряд *Возвраты*, з яким і будемо проводити

необхідні операції. Виберемо пункт меню *Анализ ряда*→*Коеффициент Херста*, внаслідок чого відкриється вікно, подане на рис. Д.1.8.

У вікні результати аналізу відображуються у подвійному логарифмічному масштабі (активізовано квадрати *LogX* та *LogY*). Розрахунок точок для отримання значень коефіцієнта Херста проводиться з використанням послідовності ширини вікон, де наступне значення більше у кілька разів за попереднє (такий спосіб найкращий для відображення у вибраному масштабі), у даному випадку коефіцієнт рівний 1.1, тобто перша ширина оброблюваних вікон може бути, наприклад, 100, наступна 110, далі: 121, 133, 146, 160 і т.д.

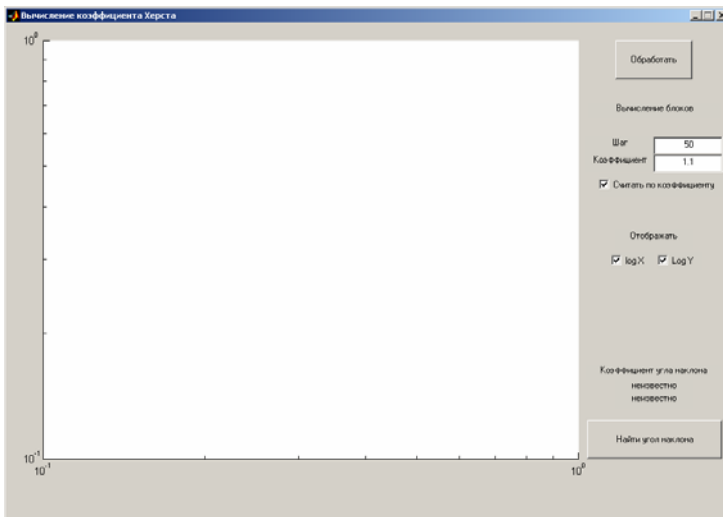


Рис. Д.1.8. Вікно програми для обчислення коефіцієнта Херста.

Після проведення розрахунків (*Обработка*) програма видасть графік, подібний до зображеного на рис. Д.1.9.

Для отримання коефіцієнта Херста (*Найти угол наклона*) необхідно вибрати початкову та кінцеву точку діапазону графіка (за допомогою миші), на якому розраховується коефіцієнт Херста. Внаслідок проведення описаних дій з'явиться пряма лінія, що проходить через графік, кутий коефіцієнт нахилу якої і є шуканим коефіцієнтом Херста. Кут нахилу відображується безпосередньо під написом *Коеффициент угла наклона* і рівний для нашого прикладу 0.56, що свідчить про ряд, близький до випадкового, або ж, іншими словами, про відсутність довготривалої пам'яті у ряді, обробленому описаним вище чином (для логарифмів прибутків) (рис. Д.1.10).

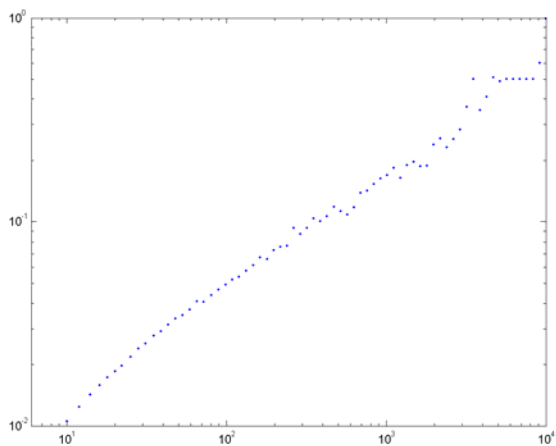


Рис. Д.1.9. Ряд, побудований на основі початкового, для визначення коефіцієнта Херста.

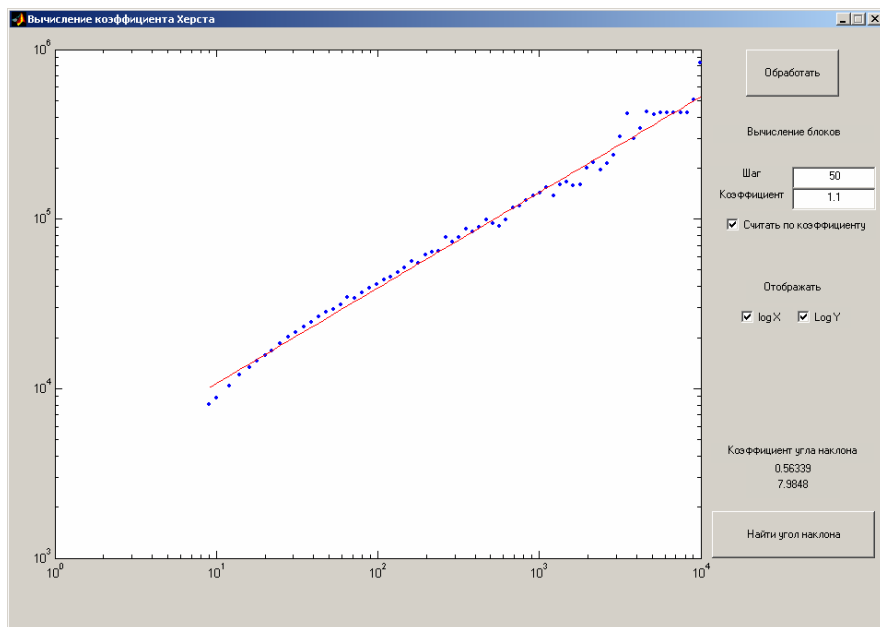


Рис. Д.1.10. Ряд із знайденим коефіцієнтом Херста.

Більш важливу інформацію про ряд можна одержати методом аналізу детрендованих флуктуацій (АДФ). АДФ базується на гіпотезі про те, що корельований часовий ряд може бути відображений на самоподібний процес шляхом інтегрування. Таким чином, вимірювання властивостей самоподібності може непрямо свідчити про кореляційні властивості ряду. Переваги АДФ порівняно з іншими методами (спектральний аналіз, R/S-аналіз) полягають в тому, що він виявляє довгочасові кореляції нестационарних часових рядів, а також дозволяє ігнорувати очевидні випадкові кореляції, що є наслідком нестационарності.

Для цього необхідно обрати у основному вікні програми ряд *Возвраты* і знайти його модуль (*Обработка ряда*→*Взять модуль ряда*). Для отриманого ряду *Модуль* виберемо пункт *Анализ ряда*→*DFA*. У діалоговому вікні, окрім кроку збільшення вікна, необхідно вводити початковий та кінцевий лаг (часову затримку), які в цьому прикладі було обрано 10 та 1000 відповідно (збільшення кінцевого лагу призводить до збільшення зменшення часу обчислень). Для досягнення високої точності необхідно вибирати якомога більше значення, проте бажано не більше, ніж половина ряду.

Після проведення вказаних дій та натискання (*Обработка*) отримуємо вікно, подане на рис. Д.1.11.

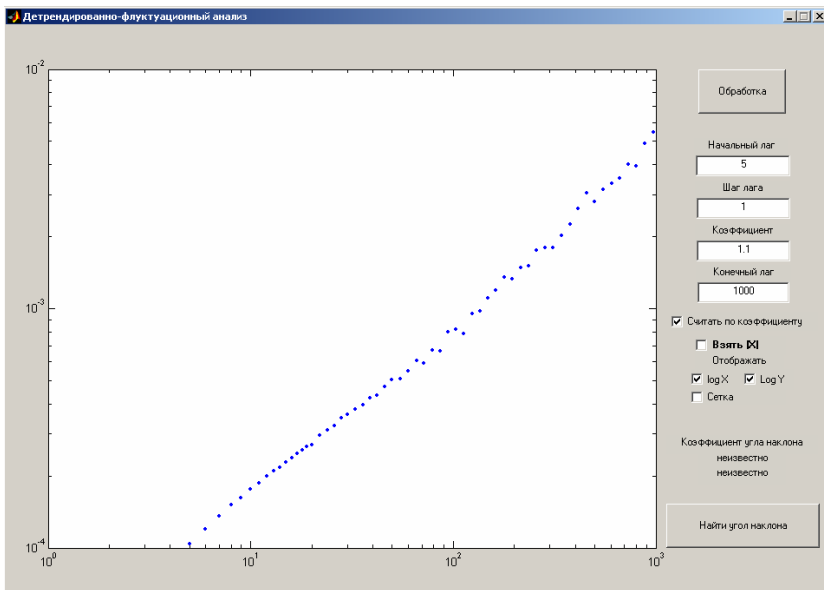


Рис. Д.1.11. Ряд, отриманий після обробки для знаходження коефіцієнта α .

Аналіз графіку свідчить про наявність точки кросоверу (зміни кута нахилу прямої), що знаходиться приблизно в точці з абсцисою 60 (1 година для початкового ряду). Наявність кросоверу свідчить про зміну структури у механізмах утворення довгої пам'яті. Знаючи цю точку переходу, можна вже робити припущення щодо майбутньої динаміки досліджуваного часового ряду та системи, що його породжує (в цьому випадку валютного ринку на хвилинних інтервалах).

Розрахунок коефіцієнтів α проводиться аналогічно до розрахунку коефіцієнта Херста. Так, отримані графіки подано на рис. Д.1.12, де $\alpha=0.65$ до точки кросоверу та $\alpha=0.81$ після.

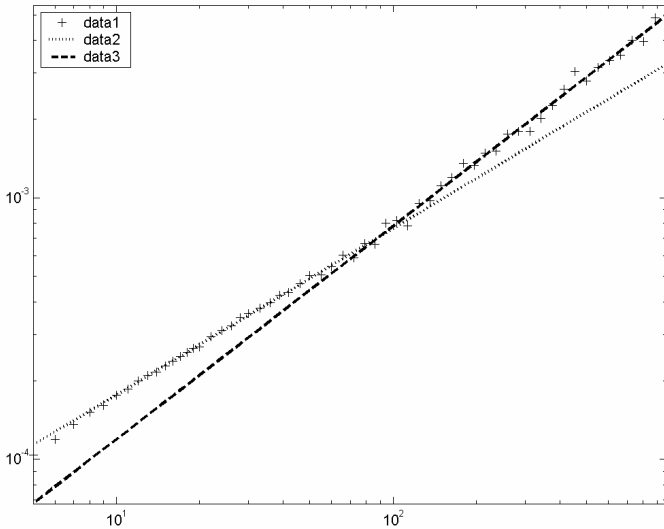


Рис. Д.1.12. Отриманий методом АДФ ряд із прямими, що відображують значення кутових коефіцієнтів α до та після точки кросоверу.

Стандартний АДФ використовується для визначення (моно-)фрактальних скейлінгових властивостей і довгочасових кореляцій в зашумлених нестационарних часових рядах. Проте багато економічних (біологічних, медичних тощо) об'єктів не демонструють простої монофрактальної скейлінгової поведінки, що може бути визначена одним коефіцієнтом. В деяких випадках існує точка кросоверу на часових шкалах s_x , що відділяє режими з різною поведінкою, наприклад, довгочасові кореляції на малих масштабах часу $s \ll s_x$ та кореляції іншого виду чи

некорельовану поведінку на більших масштабах $s \gg s_x$. В деяких випадках поведінка скейлінга ще більш складна, та існують різні значення коефіцієнтів скейлінга для різних частин послідовності (наприклад, для першої та другої половини послідовності). Трапляються ще більш складні випадки, коли розглядаються накладені одна на одну множини із різною фрактальністю. Для таких випадків необхідно обчислювати множину коефіцієнтів скейлінга для повного опису поведінки об'єкта. Тоді застосовується мультифрактальний аналіз детрендованих флуктуацій.

Мультифрактальний АДФ (М-АДФ) дозволяє визначити наявність мультискейлінга (у випадку існування), що свідчить про існування для формування значень ряду композиції різних механізмів їх утворення.

Вибравши збережений ряд нормалізованих прибутковостей для аналізу, необхідно завантажити програму, яка реалізує алгоритм М-АДФ, виконавши команду `work3`. У цьому випадку відкриється вікно *Multifractal DFA research*, у якому необхідно відкрити досліджуваний ряд (Файл→Читати) та вибрати опції для проведення аналізу (рис. Д.1.13).

Для виконання мультифрактального АДФ у відкритому вікні необхідно провести відповідні налаштування. У полі *Начальная ширина окна* виставляється найменша ширина сегментів s (див. крок 2), на які розбивається вихідний ряд для проведення подальшого детрендування, а у полі *Конечная ширина окна* – найбільша ширина сегментів. У полі *Степени q для расчета DFA* вводиться найменше та найбільше значення степеня q та крок зміни значень з використанням синтаксису MATLAB для побудови значень ряду. Наприклад, рядок „-10:1:10” означатиме послідовність цілих чисел від -10 до 10 із кроком 1. Якщо необхідно вводити дві різні послідовності – їх параметри записуються через пробіл, наприклад: „-10:0.5:-2 2:0.5:10”. Рекомендована послідовність ступенів $q = -3, -2.9, -2.8, \dots, 3$ („-3:0.1:3”). Порядок DFA вибирається у відповідному полі (рекомендується аналізувати за допомогою DFA 2-го порядку).

Шляхом натиснення на кнопку справа від напису *Тип увеличения окна* вибирається метод, за допомогою якого будуть обиратись можливі значення ширини сегменту s :

- якщо на кнопці написано *nRATIO*, то у полі нижче – *Кол-во окон при коэфф.* – встановлюється кількість різних можливих значень сегментів s (крок 2), які вибиратимуться для проведення аналізу, причому буде розраховано коефіцієнт k , такий що $s_{i+1} = ks_i$, тобто ширина сегментів наступного разу у k разів більша за ширину сегментів попереднього;
- якщо на кнопці написано *STEP*, то у полі нижче – *Шаг увеличения окна* – встановлюється значення, на яке буде більшою ширина сегментів при наступному видаленні трендів;
- якщо на кнопці написано „*RATIO*”, то у полі нижче – *Коефф. увеличения окна* – встановлюється значення, на яке необхідно помножити s для

отримання ширини наступних сегментів для подальшого видалення трендів;

- кнопка *nSTEP* аналогічна дії кнопки *nRATIO* за тією відмінністю, що в даному випадку крок обирається програмою таким чином, щоб між шириною найменшого сегмента та найбільшого можна було утворити ще $n - 2$ різних значень ширини (якщо це можливо), причому n береться із поля *Кол-во окон при шаге*.

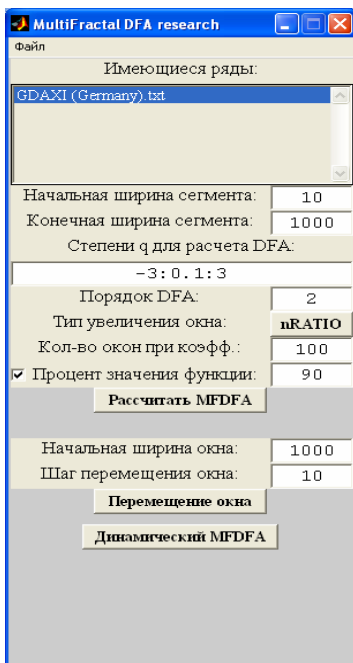


Рис. Д.1.13. Вікно налаштування опцій для мультифрактального АДФ

Для розрахунку спектру мультифрактальності необхідно натиснути кнопку *Расчитать MFDF*.

По закінченні розрахунку будуються кілька вікон:

- у вікні „*Распределение $F_q(s)$* ” (рис. Д.1.14) відображується розподіл залежності F_q від ширини сегменту s (крок 4 алгоритму п.3.2.4);
- у вікні „*Распределение $H(q)$* ” (рис. Д.1.15) відображується розподіл залежності $h(q)$ (крок 5, алгоритму п.3.2.4);
- у вікні „*Распределение $Tau(q)$* ” (рис. Д.1.16) відображується розподіл залежності $\tau(q)$;

– у вікні „*Распределение $F(\alpha)$, α рассчитана через τ* ” (рис. Д.1.17) відобразиться спектр мультифрактальності, отриманий за допомогою перетворення Лежандра;

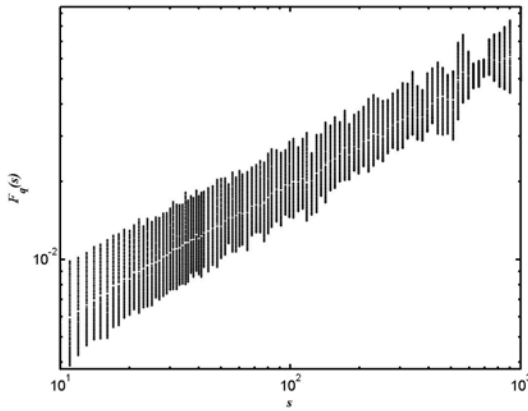


Рис. Д.1.14. Розподіл залежності F_q від ширини сегменту s

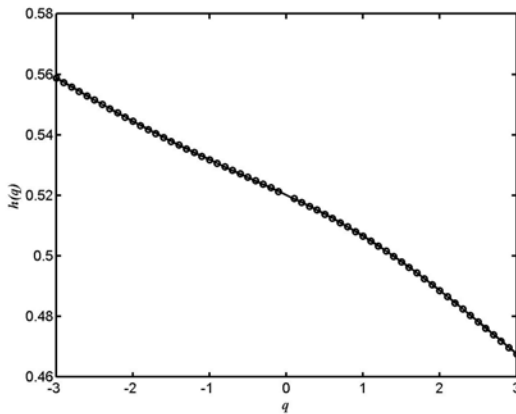


Рис. Д.1.15. Розподіл залежності $h(q)$

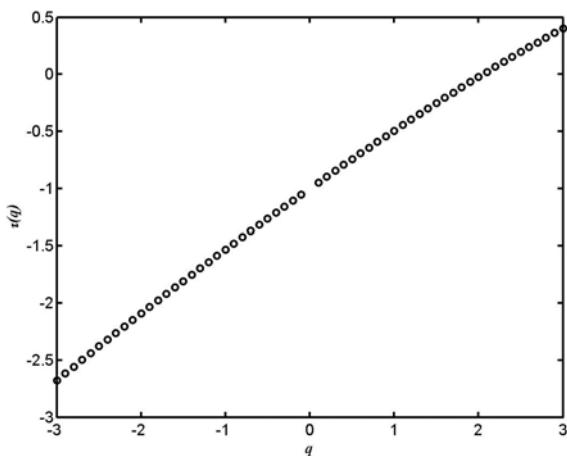


Рис. Д.1.16. Розподіл залежності $\tau(q)$.

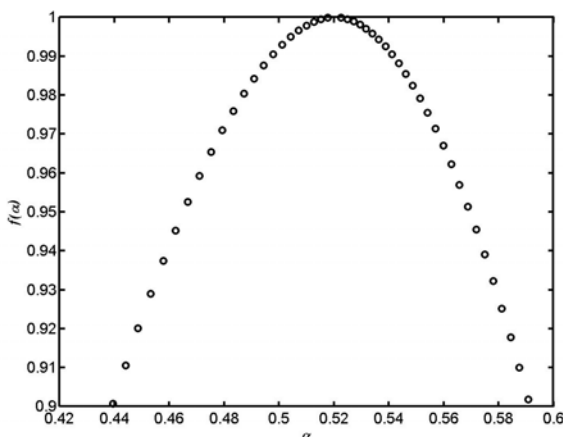


Рис. Д.1.17. Спектр мультифрактальності, отриманий за допомогою перетворення Лежандра

Для проведення динамічного MF-DFA необхідно провести додаткові налаштування: вказати ширину вікна, що переміщається, причому можливо два варіанти, які міняються натисненням кнопки *Перемещение окна/Увеличение окна*:

- кнопка *Перемещение окна*; у полі *Начальная ширина окна* виставляється значення ширини вікна, яке буде переміщуватись (воно повинне бути не меншим, ніж значення у полі *Конечная ширина сегмента*, та не більшим

- за довжину ряду), а у полі *Шаг перемещения окна* – крок, на який буде зміщуватись кожне наступне вікно;
- кнопка *Увеличение окна*; у полі „*Начальная ширина окна*” виставляється значення ширини вікна, яке буде переміщуватись (воно повинне бути не меншим, ніж значення у полі „*Конечная ширина сегмента*”, та не більшим за довжину ряду), а у полі „*Шаг перемещения окна*” – крок, на який буде збільшуватись ширина кожного наступного вікна.

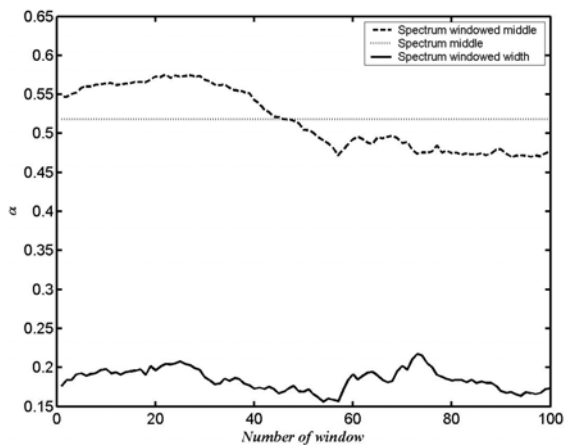


Рис. Д.1.18. Зміна ширини спектру

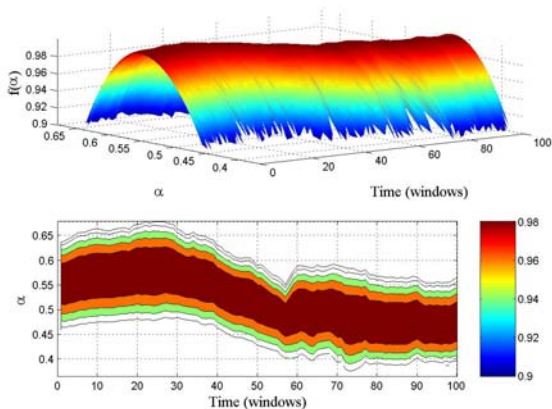


Рис. Д.1.19. Зміна спектру мультифрактальності у часі

Після натиснення на кнопку *Динамический MFDFA* буде проведено розрахунок та з'явиться два вікна:

- вікно, у якому відображується зміна середнього значення ширини спектру (spectrum windowed middle), усереднене значення ширини спектру (spectrum middle) та зміна ширини спектру (spectrum windowed width) у вікнах, що переміщуються (рис. Д.1.18);
- вікно із графічним поданням зміни отриманих спектрів у часі (рис. Д.1.19).

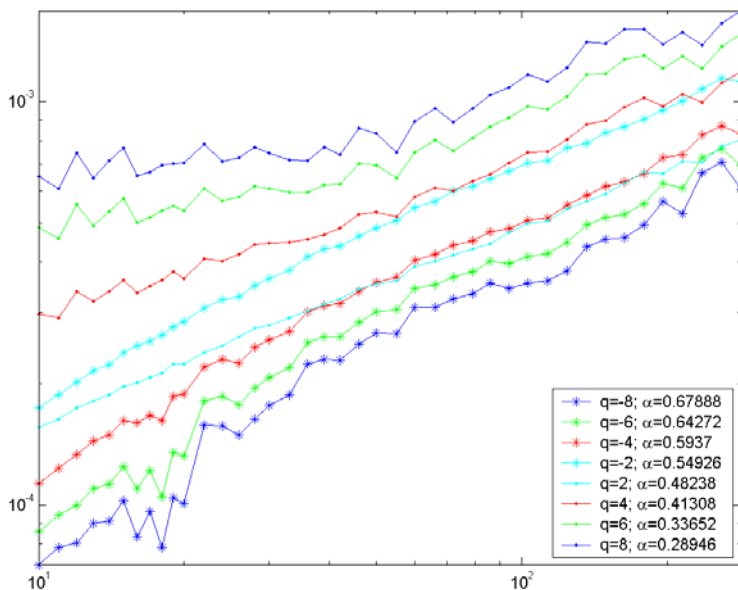


Рис. Д.1.20. Ряди та показники α , отримані методом мультифрактального АДФ.

Оскільки в даному методі отримується кілька графіків, поточна версія програми їх не зберігає у загальній базі, тому для створення графічних зображень для звітів використовується панель *Подписи* (аналог до деяких опцій, поданих на панелі відображення графіків).

Після виконання всіх налаштувань натиснемо кнопку *Обработать*, внаслідок чого буде виведено графік, що, після певних модифікацій, матиме вигляд, поданий на рис. Д.1.20.

З графіка видно наявність різних значень α для різних показників q , що свідчить про масштабну інваріантність системи, тобто, як було сказано вище, про існування різних механізмів ціноутворення на ринку.

Таким чином, для одного часового ряду можна отримати, використовуючи різні методи, сукупність показників, що характеризують досліджуваний об'єкт з точки зору впливу зовнішніх подій на систему, яка характеризується цим рядом.

Методика дослідження кореляційних та структурних властивостей фінансово-економічних систем за допомогою теорії випадкових матриць

1. Аналіз кореляційних властивостей та розподілу власних значень

Для дослідження кореляційних властивостей деякої складної системи, зокрема, фінансово-економічної (фондового, валютного ринку) на підставі аналізу часових рядів, що характеризують динаміку її складових елементів можна скористатись методом теорії випадкових матриць (ТВМ), який було застосовано у розділі 2.1. Головна ідея методу полягає у порівнянні відомих статистичних властивостей матриць з незалежними випадковими елементами – випадкових матриць із властивостями матриць, що характеризують властивості (структуру, динаміку, взаємодію) реального об'єкту чи системи.

Відхилення від універсальних властивостей ТВМ відображують системну специфіку, не випадкові властивості досліджуваної системи, забезпечуючи ключові підходи до розуміння базової взаємодії її складових.

Останні дослідження, що використовували методи аналізу ТВМ до аналізу властивостей матриці взаємних кореляцій C реальних систем, показують, що близько 98% власних значень матриці C співпадають зі значеннями, отримуваними з використанням ТВМ, таким чином пропонуючи задовільний рівень у вимірюваних крос-кореляціях. Також було знайдено, що існують відхилення від передбачень за допомогою ТВМ у близько 2% найбільших власних значень, які переважно і визначають особливості топології та динаміки досліджуваної системи.

Розглянемо методику використання апарату теорії випадкової матриці для дослідження кореляційних властивостей елементів (фірм), що входять до фондового індексу Standard & Poors 50 (список із 50 обраних акціонерних компаній США, що мають найбільший рівень капіталізації) за допомогою розробленого в роботі програмного комплексу `work2` у системі MatLab 6.5. Запуск програмного комплексу відбувається за допомогою команди: `>> work2` у командному вікні Matlab. Внаслідок цього відкриється вікно програми (рис. Д.2.1).

На рисунку показано три частини області користувача:

- меню, з якого викликаються дії, які можна виконати над досліджуваним об'єктом;
- область, де відображуються відкриті та отримані часові ряди, *Открытые ряды*;
- область, де відображується статистична інформація щодо виділеного вікна *Открытые ряды* ряду, *Информация по ряду*.

Для застосування апарату теорії випадкових матриць необхідно обрати пункт меню *RMT*.

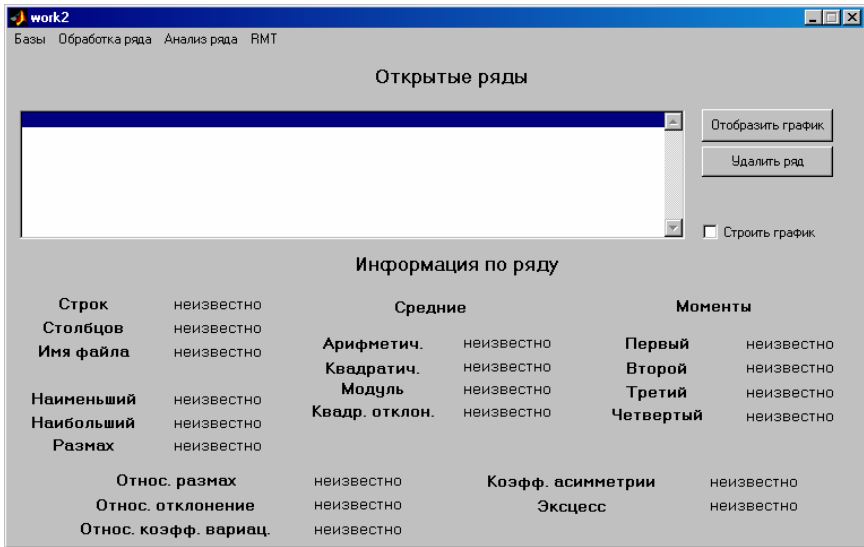


Рис. Д.2.1 Вікно програми дослідження ринків, заданих часовими рядами їх складових.

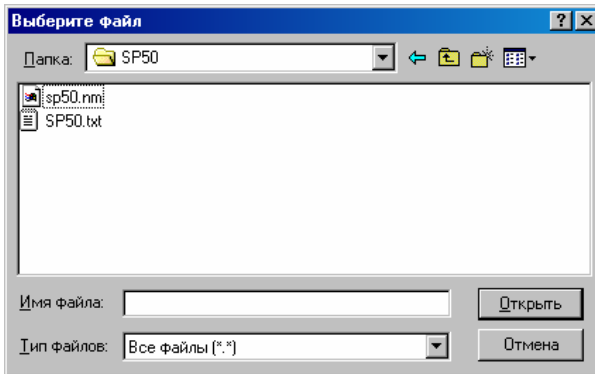


Рис. Д.2.2. Відкриття бази з даними (необхідно обрати файл із розширенням „.txt”).

Для дослідження ринку спочатку необхідно відкрити базу з часовими рядами, для чого необхідно обрати пункт меню *Базы* → *Открыть базу*. У

вікні, що з'явиться, треба обрати необхідний файл і натиснути кнопку *Открыть* (рис. Д.2.2).

Після завантаження файлу у вікні програми з'явиться інформація про відкриту базу, зокрема, ми можемо визначити, що відкрито матрицю з 50 рядками (кількість фірм), 759 стовпчиками (кількість досліджуваних днів), відкрито базу з файла „SP50.txt” та іншу статистичну інформацію, що характеризує обрану вибірку (рис. Д.2.3).

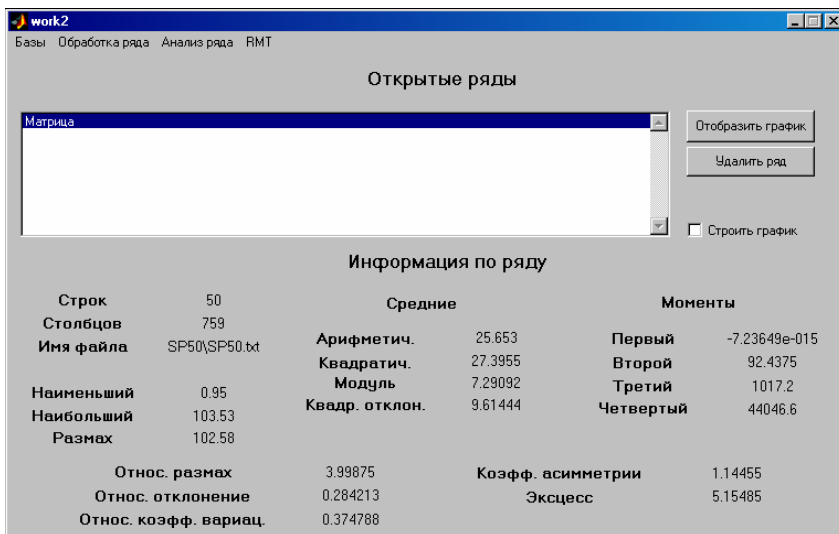


Рис. Д.2.3. Вікно програми з відкритою базою.

Для проведення дослідження необхідно розрахувати матрицю крос-кореляцій, для чого необхідно обрати $RMT \rightarrow$ *Построить матрицу кросс-корреляций*. Після цього буде утворена матриця C розмірності $N \times N$, де N – кількість рядків (фірм), що знаходяться в матриці.

Сутність методу теорії випадкової матриці полягає у порівнянні статистичних властивостей матриці C із властивостями випадкової матриці.

Для знаходження розподілу ймовірностей елементів матриці C необхідно вибрати пункти меню *Анализ ряда* \rightarrow *Распределение вероятности* і у вікні, що відкриється, вибрати *Количество интервалов* (в розглянутому прикладі рівне 50) та натиснути кнопку *Обработка*. В області графіка повинен з'явитись набір точок, що відповідає щільності ймовірності розподілу значень матриці крос-кореляцій (рис. Д.2.4).

Після закриття цього вікна у головному вікні програми у полі *Открытые ряды* з'являться два ряди: $PDens$ X (значення абсцис точок

графіка розподілу ймовірності) та $PDens Y$ (значення ординат цих точок). Даний графік можна переглянути, вибравши один із рядів $PDens X$ чи $PDens Y$ та натиснувши кнопку *Отобразить график* (закриття вікна відображення графіка – по натисненні на кнопку *Закреть окно*).

Для порівняння отримання розподілу ймовірності з випадковою матрицею необхідно її побудувати шляхом випадкового перемішування елементів початкової матриці, що призведе до порушення усіх статистичних зв'язків (пам'яті) між елементами матриці, якщо вони існували. Для цього необхідно в полі *Открытые ряды* обрати початкову матрицю *Матрица* і виконати пункт меню *RMT→Перемешать матрицу*, після чого для перемішаної матриці знайдемо в той самий спосіб треба знайти матрицю крос-кореляцій та розподіл її елементів.

Внаслідок виконання таких дій у полі *Открытые ряды* буде вже 8 рядів, зображених на рис. Д.1.5. Для порівняння розподілу ймовірності для початкової матриці та перемішаної необхідно вибрати у полі *Открытые ряды* ряд $PDens X$ для першої матриці та натиснути кнопку *Отобразить график*. У вікні *PlotFigure* необхідно вибрати другий ряд $PDens X$ (для перемішаної матриці) та натиснути кнопку *Добавить график*. У вікні *Figure No. 1* отримаємо зображення двох графіків, накладених один на інший (рис. Д.2.6).

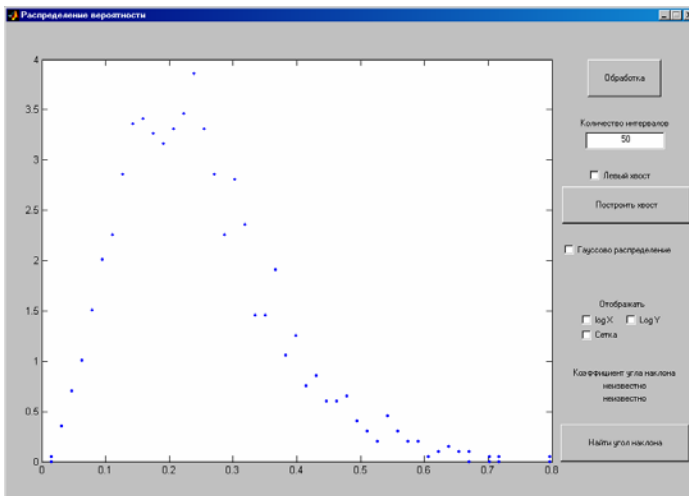


Рис. Д.2.4. Розподіл ймовірності значень матриці крос-кореляцій.

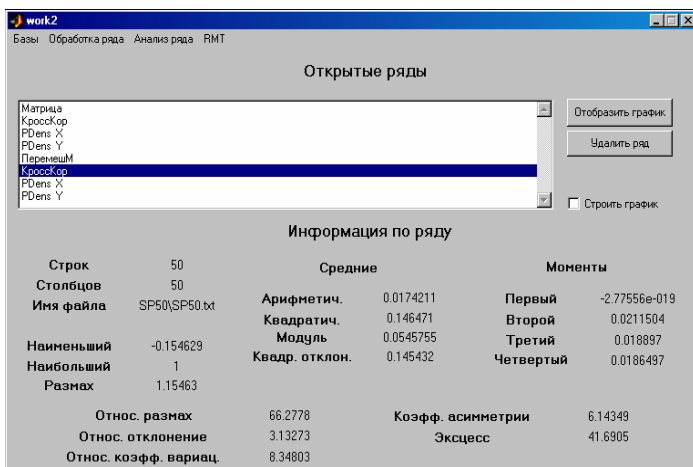


Рис. Д.2.5. Оброблені початкова та перемішана матриці.

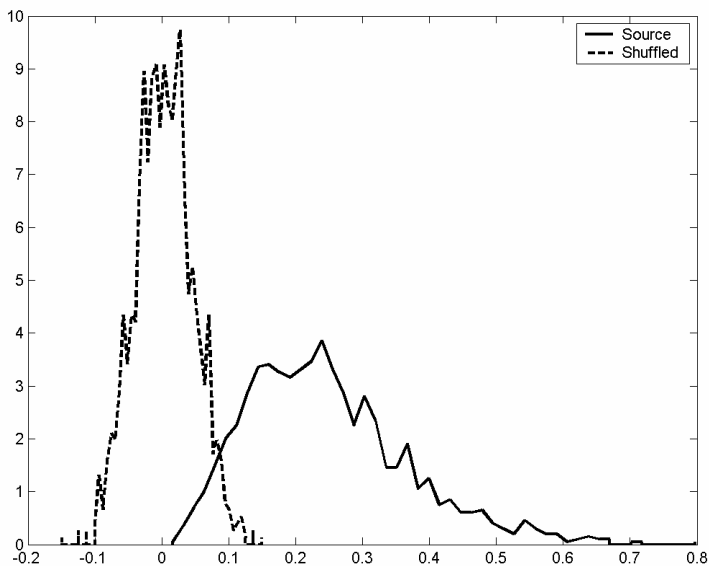


Рис. Д.2.6. Графіки розподілу ймовірності для матриці крос-кореляцій вихідної (Source) та перемішаної (Shuffled) баз.

Як видно із рисунка, розподіл ймовірності значень матриці крос-кореляцій вихідного ряду зміщений праворуч в порівнянні з розподілом для перемішаної матриці, що свідчить про наявність кореляцій (а отже, і тісних зв'язків) для фірм, що працюють на ринку. Отже, шляхом досліджень властивостей матриці крос-кореляцій для початкової бази можна отримати значущу інформацію про цей ринок та його складові.

Для знаходження найбільших значень виберемо матрицю крос-кореляцій початкової бази (перше входження *КроссКор* у полі *Открытые ряды*) та виконаємо *RMT*→*Найти собственные значения*. У вікні з'явиться ряд *СобстЗнч* (він активний). Для дослідження власних значень виберемо пункт (при виділеному *СобстЗнч*) *RMT*→*Работа с собст. знач*, після чого відкриється вікно *EigenValuesFigure* (рис. Д.2.7).

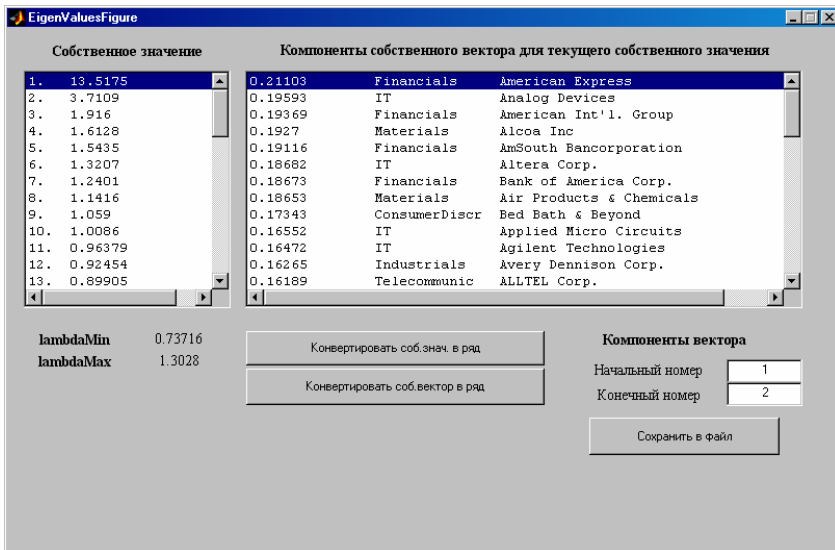


Рис. Д.2.7. Вікно для роботи із власними значеннями. При виборі певного значення в полі *Собственное значение* у полі справа відобразатимуться компоненти відповідного власного вектора.

Як можна побачити, існує найбільше власне значення, яке значно перевищує всі інші. Компоненти власного вектора показують, на які сектори (фірми, корпорації, компанії) найбільш впливає ринок загалом (для даного прикладу, це, перш за все, фінансові компанії (Financials) та компанії сектору інформаційних технологій (IT – Information Technology)). Друге найбільше власне значення показує вплив фірм на ринок (або найбільшу участь фірм у роботі ринку).

Таким чином, за допомогою статистики власних значень та власних векторів можна робити висновок щодо структури взаємодії та ступеню взаємного впливу ринку та його суб'єктів.

Для збереження власних значень у вигляді окремого ряду необхідно натиснути *Конвертировать соб. знач. в ряд* та закрити вікно. У полі *Открытые ряды* з'явиться новий ряд *СобсЗнач*. Його відмінність від *СобстЗнч* в тому, що він містить лише один ряд – а саме ряд власних значень, в той час як *СобстЗнч* містить таку кількість рядів, яка дорівнює кількості власних значень – у кожному ряді за відповідним власним значенням розташовані компоненти власного вектора.

Для порівняння одержаного розподілу власних значень із розподілом $P_{rm}(\lambda)$ необхідно виділити ряд *СобсЗнач* та обрати *Анализ ряда* → *Распределение вероятности* та побудувати розподіл. Потім необхідно обрати початкову базу *Матрица* та виконати *RMT* → *Построить Prm*.

Після цього побудуємо, наклавши один на інший, одержані два графіки. (рис. Д.2.8).

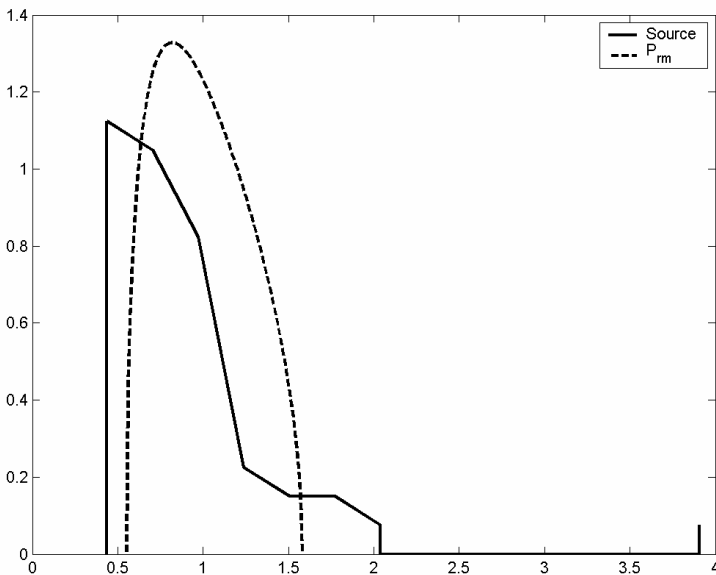


Рис. Д.2.8. Порівняння розподілу власних значень матриці крос-кореляцій та графіка функції P_{rm} . На графіку добре видно існування значної частини, що виходить справа за межі P_{rm} , та частини зліва. Це свідчить про

наявність у матриці крос-кореляцій певної інформації, присутньої на ринку, про співіснування об'єктів ринку. Найчастіше досліджуються значення, що виходять справа за межі розподілу P_{rm} .

Для знаходження оберненого відношення участі (ОВУ) для матриці власних значень та векторів матриці крос-кореляцій вихідної та матриці крос-кореляцій випадкової матриці необхідно вибрати об'єкт *СобстЗнч*, розрахований для матриці крос-кореляцій початкової матриці та виконати $RMT \rightarrow Inverse\ participation\ ratio$. У кінці списку з'являться два ряди $Ipr\ X$ та $Ipr\ Y$. Для знаходження ОВУ перемішаної матриці необхідно для неї розрахувати власні значення та вектори і потім аналогічно знайти значення ОВУ. Відображення одержаних графіків у подвійному логарифмічному масштабі наведено на рис. Д.1.9. Для встановлення цього масштабу необхідно на панелі *PlotFigure*, де вибираються параметри відображення графіків та графіки для відображення, активізувати поля $LOG\ X$ та $LOG\ Y$ (активізація відбувається натисненням кнопки мишки при наведенні курсору миші на поле), рис. Д.2.9.

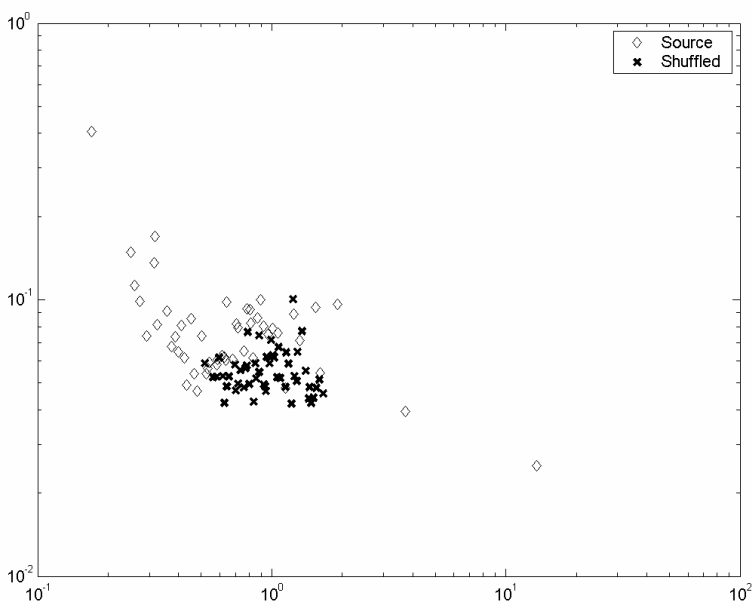


Рис. Д.2.9. Графіки ОВУ для вихідного та перемішаного рядів.

Графік ОВУ для перемішаного ряду добре локалізований, в той час як ОВУ для вихідного ряду дещо розтягнутий вздовж осі абсцис. Це свідчить

про наявність інформації стосовно ступеню впливу кожної фірми (кожного досліджуваного об'єкта) на ринок в матриці крос-кореляцій. Про ступінь впливу можна зробити висновки, аналізуючи саме власні вектори найбільших значень, що виходять за межі графіка P_{rm} .

2. Побудова мінімального остівного та ієрархічного дерев

В просторі елементів, де визначена метрика, завжди можна отримати субдомінантну ультраметрику. В ультраметричному просторі елементи розміщуються не вздовж однієї лінії, а в ієрархічному дереві. Так, наприклад, набір акцій розглядуваного портфеля може інтерпретуватись як абстрактний простір, n елементів якого можуть бути з'єднані графом. У з'єднаному графі із взятими відстанями між усіма точками абстрактного простору мінімальне остівне дерево – МОД (minimal spanning tree – MST) має $n-1$ ребро і найменшу довжину із довжин всіх остівних дерев, виходячи з суми відстаней між двома точками. Структура ієрархічного дерева отримується з матриці ультраметричних відстаней та МОД, асоційованого з нею.



Рис. Д.2.10 Вікно програми побудови мінімального та ієрархічного дерев.

Мінімальне остівне дерево та асоційоване з ним ієрархічне дерево показують існування кластерів будь-яких активів ринків, відомості про які мають значення з економічної точки зору. Отримана таксономія дозволяє групувати економічні об'єкти, що є гомогенними у відношенні до економічної активності.

Розглянемо методику побудови мінімального остівного та асоційованого з ним ієрархічного дерева на прикладі системи індексів MSCI, яка включає 49 країн, з яких: 23 розвинених (www.msci.com).

Для цього у середовищі MatLab 6.5 необхідно завантажити пакет для дослідження структури ринку, заданого часовими рядами його складових, змінивши шлях до програми та набравши у командному рядку `demo2` та натиснувши *Enter*. Внаслідок цього відкриється вікно програми (рис. Д.2.10).

На рисунку видно три частини області користувача:

- меню, з якого викликаються дії, що необхідно виконати над досліджуванним об'єктом;
- область, де відображуються мінімальне та ієрархічне дерева системи;
- область, де задається часовий проміжок, за яким на екрані робляться всі обчислення.

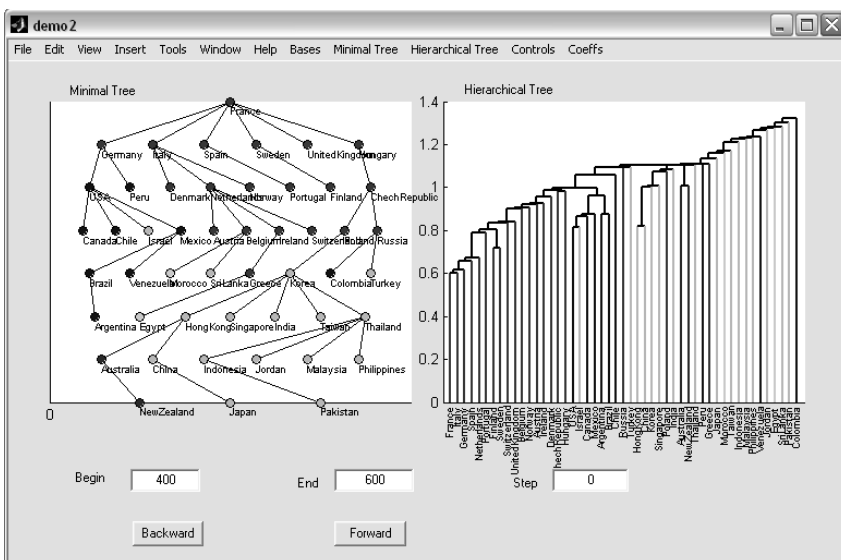


Рис. Д.2.11

Для того, щоб розпочати роботу з програмою, необхідно вибрати та завантажити базу. Для цього необхідно скористатися пунктом меню *Bases – Load*. Після цього необхідно вказати проміжок часу, для якого будуть побудовані дерева

Після введення даних, на екрані з'явиться 2 графи: граф мінімального остівного дерева та граф середнього дерева (рис. Д.2.11)

Внизу вікна перші два поля: *Begin* (початок) та *End* (кінець) вказують вибраний проміжок часового ряду, в третє поле *Step* необхідно ввести крок, з яким проміжок будемо рухати вперед (кнопка *Forward*) або назад (кнопка *Backward*).

В програмі є можливість прибрати з екрану зображення одного із дерев, модифікувати параметри зображення дерев, розміщення вузлів на мінімальному дереві, змінювати розмір шрифту підписів. Ці операції виконуються за допомогою пунктів меню *Minimal tree* для мінімального дерева та *Hierarhical tree* відповідно для ієрархічного дерева.

Переміщення вершини графу мінімального дерева здійснюється натисканням мишою на вершині лівою кнопкою.

Вбудований редактор вказує номер кожного рядка, це допоможе швидко знайти номер дня потрібної дати. Для дослідження кризових явищ за допомогою цього підходу необхідно перемішувати вибраний відрізок та спостерігати зміни зображень графів. У випадку, коли кінець вибраного проміжку дійде до передкризового стану на ринку, який досліджується, будуть помітні зміни в зв'язках між елементами системи.

Таким чином можна досліджувати структуру і динаміку складних систем, відслідковувати їх зміни з часом, аналізувати вплив критичних, кризових і шоківих явищ.

Методика ідентифікації передкризових станів за допомогою вейвлет-ентропії

Для ідентифікації передкризових станів та прогнозування критичних явищ можна скористатись програмним модулем work9 в системі MatLab, в якому реалізовано алгоритм розрахунку вейвлет ентропії (розділ 2.2.3)

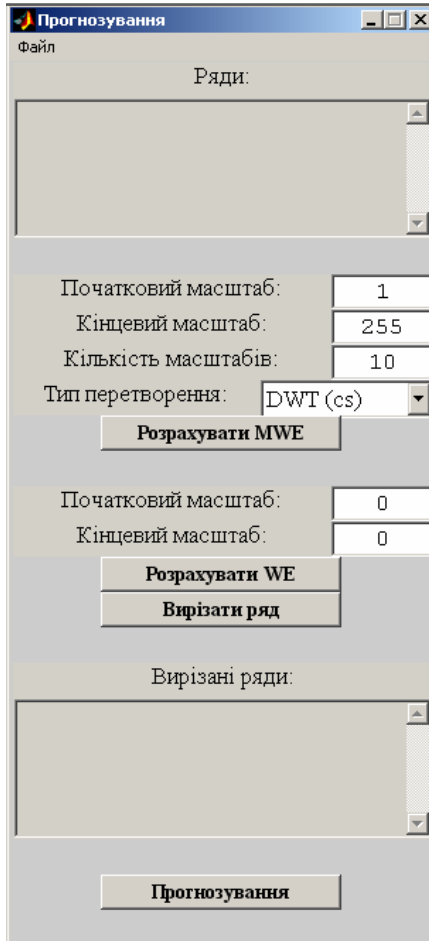


Рис. Д.3.1 Головне вікно програми work9

Після цього необхідно відкрити часовий ряд, використавши меню Файл → Читати. Для демонстрації роботи програми було використано ряд, що містить значення індексу DowJones за період з 2.01.2004 р. по 26.12.2008 р.

Спочатку необхідно визначити діапазон масштабів, на яких буде розраховуватись уточнене значення вейвлет-ентропії (wavelet entropy, WE). Для цього, вибравши початковий масштаб 1, кінцевий масштаб 255 та кількість масштабів 10, знайдемо профіль масштабової вейвлет-ентропії. При пошуку ентропії використовуватимемо спочатку дискретне вейвлет-перетворення (discrete wavelet transform, DWT), а потім неперервне вейвлет-перетворення (continuous wavelet transform, CWT).

При використанні дискретного вейвлет-перетворення після натиснення на кнопку „Розрахувати MWE” отримаємо профіль, показаний нижче.

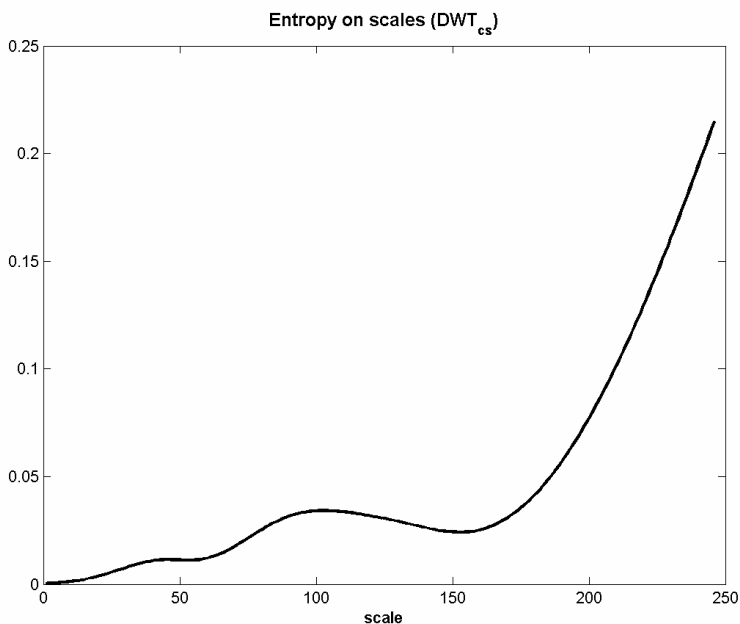


Рис. Д.3.2 Профіль дискретного вейвлет-перетворення досліджуваного ряду

При використанні неперервного вейвлет-перетворення після натиснення на кнопку „Розрахувати MWE” отримаємо дещо інший профіль (. рис. Д.3.3).

Головним критерієм при виборі типу перетворення, яке застосовувати, є наявність та взаємне розміщення локальних максимумів на профілі ентропії. Проаналізувавши профіль, отриманий при застосування дискретного вейвлет-перетворення, бачимо, що необхідно використовувати масштаби (локальні максимуми) 50, 103, 245, в той час як при використанні неперервного вейвлет перетворення необхідно використовувати масштаби 66, 147, 245. Більше підходить для подальшого аналізу той профіль, в якому локальні максимуми відповідають більшим значенням показника scale (масштаб), а отже, вибираємо неперервне вейвлет-перетворення.

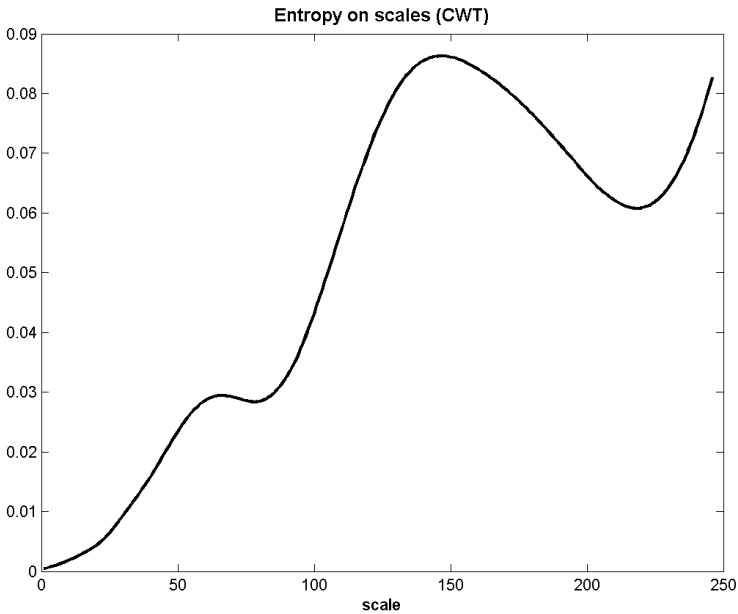


Рис. Д.3.2 Профіль неперервного вейвлет-перетворення досліджуваного ряду

Побудуємо значення вейвлет-ентропії на масштабах 65-67 (вибраний масштаб знаходиться посередині, використовується не менше 3-х масштабів). Для цього в полі „Початковий масштаб” введемо значення 65, а в полі „Кінцевий масштаб” – значення 67, після чого натиснемо кнопку „Розрахувати WE”. Після цього буде відкрито вікно, що містить 2 графіки: графік вейвлет-ентропії та графік початкового ряду.

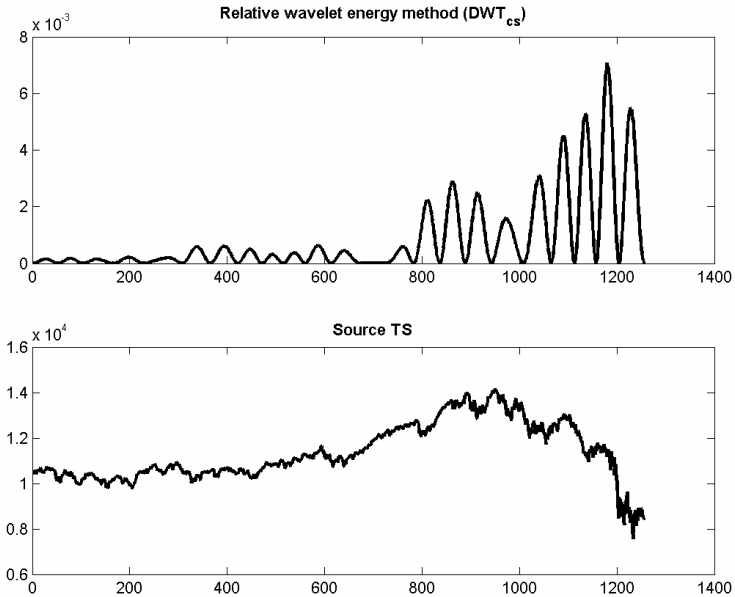


Рис.Д.3.4 Графік вейвлет-ентропії та графік початкового ряду

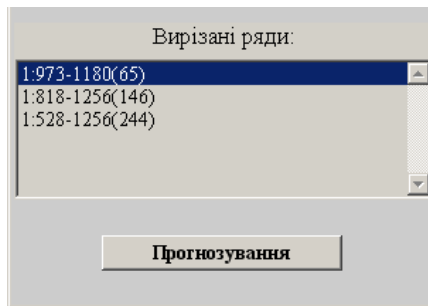


Рис. Д.3.5

Для прогнозування необхідно вирізати частину ряду, що містить наростаючі коливання. Найкраще вирізати підряд, що містить 3-4 коливання, знаходиться між глобальними максимумами та міститься в кінці ряду вейвлет-ентропії. Для вирізання ряду натиснемо кнопку „Вирізати ряд”, після чого мишкою виберемо початкову та кінцеву точку підряду,

внаслідок чого відповідна частина ряду буде скопійованою і інформація про неї відобразиться у вікні „Вирізані ряди”.

На рис. Д.3.5 відображено частину вікна програми, де видно, що було вирізано 3 підряди:

- між точками 973 та 1180 на масштабі 65;
- між точками 818 та 1256 на масштабі 146;
- між точками 528 та 1256 на масштабі 244.

Виберемо перший підряд та натиснемо кнопку „Прогнозування”. Відкриється вікно „Аналіз коливань”.

Побудувавши графік вибраного підряду, можна провести його уточнення, натиснувши кнопку „Взяти частину ряду”, якщо в цьому є необхідність.

Для виконання прогнозування спочатку розрахуємо параметри моделі коливань, натиснувши пункт меню „Розрахувати параметри коливань...”. Розраховані параметри будуть відображені у відповідних полях вікна (рис. нижче).

Для виконання прогнозування необхідно вибрати довжину прогнозу, ввівши відповідне значення в полі „Довжина прогнозу (точок)”, чи потрібно нормалізувати прогнозний ряд, та вибрати пункт меню „Прогнозування”.

Спрогнозовані на кількох підрядах графіки накладаються один на інший, після чого аналізується взаємна поведінка графіків (див. рис. Д.3.6).

Попередні дослідження показують, що критичні явища відбуваються в моменти співпадіння локальних екстремумів, що знаходяться в однаковій фазі чи протифазі.

Наприклад, на графіку Forecasting видно, що у дні близько 1183 локальні екстремуми знаходяться в протифазі, а у дні близько 1254 – співпадають по фазі. Однак, ці дні належать ряду, а от протифази локальних екстремумів графіків у дні близько 1327 показують можливу дату критичного явища.

Аналіз коливань

Файл Графік Розрахувати параметри коливань... Прогнозування Сітка

1 (Ряд)

Взяти частину графіка

Початкова амплітуда:	0.038361
Початкова фаза:	2.089
Кутова частота:	0.096664
Коефіцієнт затухання:	0.0071253
Період:	65
Сума квадратів невязок	0.92829

Будувати DOA Будувати REAL+RDOA

Довжина прогнозу (точок) 500

Нормалізувати прогнозний ряд

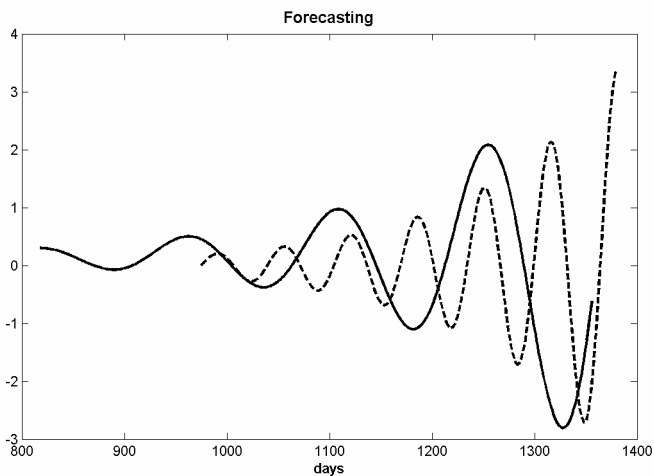


Рис. Д.3.6

Опис програмного комплексу Entropy_complex

Програмний комплекс Entropy_complex був створений за допомогою середовища Matlab. Для створення інтерфейсу програми було використано вбудований інструмент GUIDE (GUI Design Environment), що дозволяє в інтерактивному режимі керувати візуальними елементами.

Запуск програмного комплексу відбувається за допомогою команди: `>>Entropy_complex` у командному вікні Matlab. Після цього відкривається головне вікно програми (Рис.Д.4.1.).

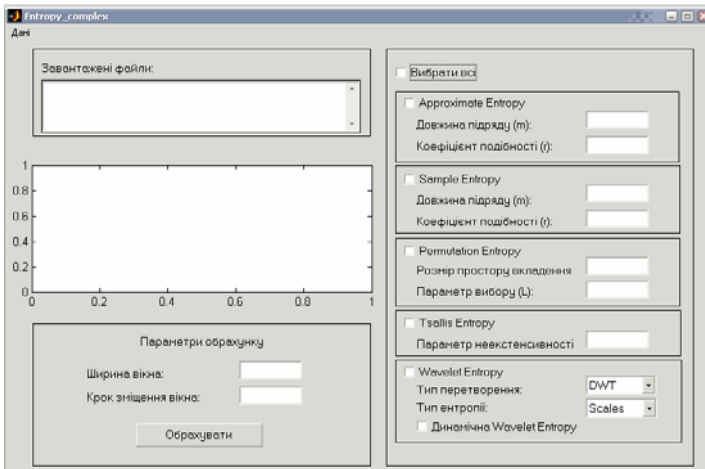


Рис. Д.4.1. Головне вікно програми

Для зручності, всі алгоритми обчислення створені у вигляді окремих функцій та розміщені у окремих файлах (MyAren.m, sampen.m, sampenc.m, smatches.dll, permen.m, TSentropy.m, wavelet.m, waventropy.m, waventropy_dynamic.m). Програма працює з даними які завантажуються з текстового файлу. Завантажений ряд відображається графічно, а ім'я завантаженого файлу записується у текстове поле „Завантажені файли” (Рис.Д.4.2). Як видно на малюнку, програма дозволяє завантажувати декілька файлів одразу. Для того щоб вибрати необхідний файл треба його виділити мишкою з поміж інших.

Перед тим як обчислити ентропію, необхідно вибрати яким саме методом вона буде обчислена та початкові параметри обчислення (ширина вікна та крок зміщення вікна). Початкові параметри обчислення використовуються для реалізації віконного методу обчислення. За допомогою

цього методи ми спостерігаємо динаміку зміни показника, а не просто його точкове значення. Слід також зауважити, що обрахунок можна здійснювати одразу всіма методами. Для цього достатньо вибрати параметр „Вибрати всі”. Для початку обрахунку необхідно натиснути кнопку обрахувати. Під час обрахунку певним методом з’являється вікно прогресу обрахунку (Рис.Д.4.3.).

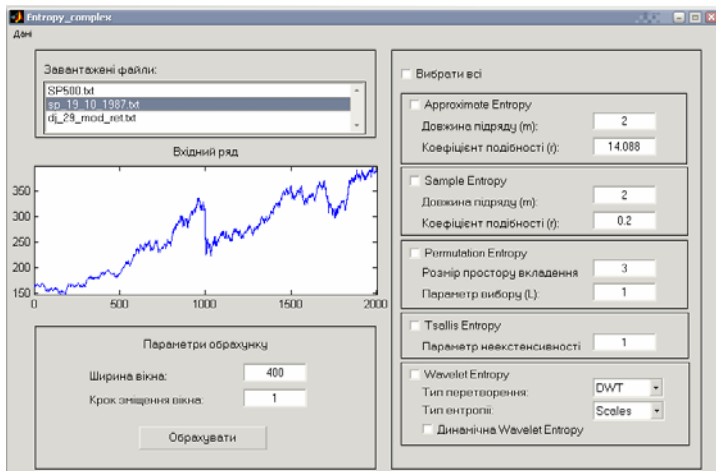


Рис. Д.4.2. Головне вікно програми після завантаження даних.

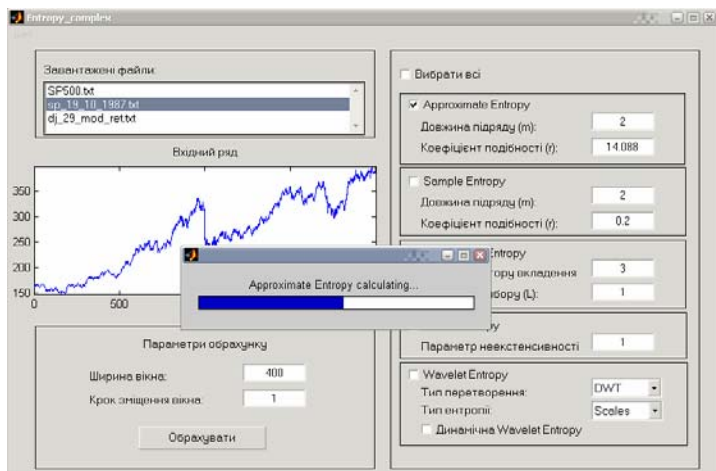


Рис. Д.4.3. Процес обчислення

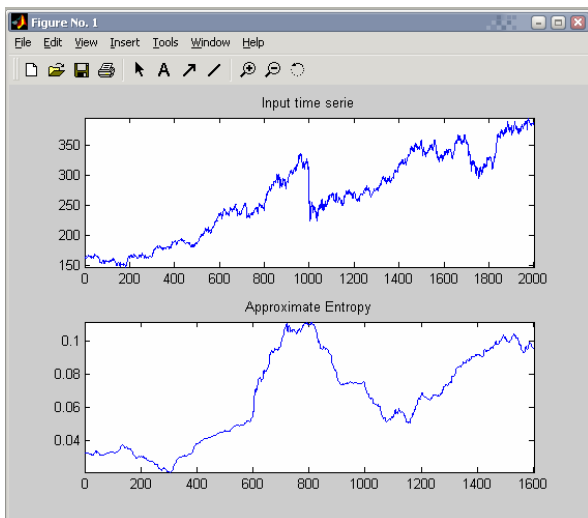


Рис. Д.4.4. Результат обчислення Approximate Entropy

Результат обрахунку ентропії подається у графічному вигляді (Рис.Д.4.4.), причому таким чином, що графік динаміки ентропії знаходиться під вхідним рядом. Це подання є дуже зручним при дослідженні, оскільки так ми наочно бачимо відповідність ділянок вхідного ряду та ділянок обрахованої ентропії. Також, всі точкові значення ентропії записуються у текстовий файл з відповідною назвою (наприклад „Apen_values.txt”).

Опис програмного комплексу AgentCL

Для агентного моделювання в пакеті Matlab розроблено програмний пакет AgentsCL. Для його запуску необхідно змінити папку системи Matlab на кореневу папку AgentsCL. Пакет записаний в папці C:\Work\AgentsCL, для початку роботи необхідно відкрити закладку менеджера файлів та перейти в папку AgentsCL. Вміст цієї папки зображено на наступному рисунку.

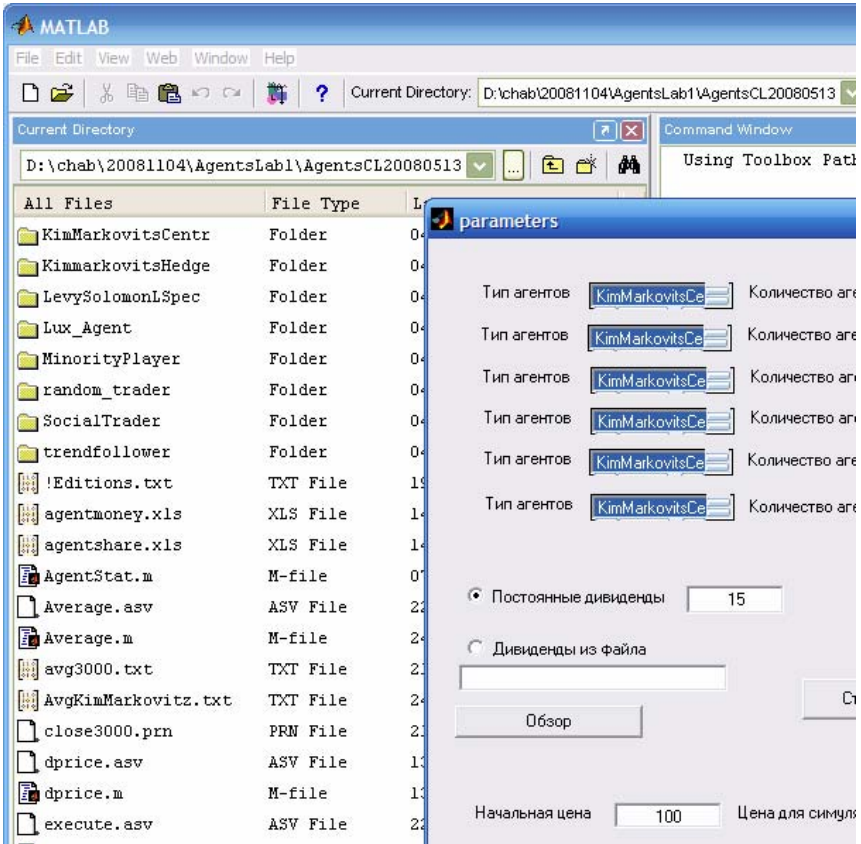


Рис. Д.5.1. Вміст кореневої папки пакету AgentsCL

В зазначеній папці міститься ряд каталогів, у яких знаходяться програмні реалізації моделей агентів. Кожна папка відповідає одному виду агентів та включає наступні файли:

Defsettings.m – скрипт для задання початкових властивостей агента.

Settings.m – скрипт для зміни властивостей агента.

Settings.fig - діалогове вікно налаштування агента.

OrderModel.m – скрипт для аналізу ситуації агентом та подачі заявки на придбання чи продаж активу.

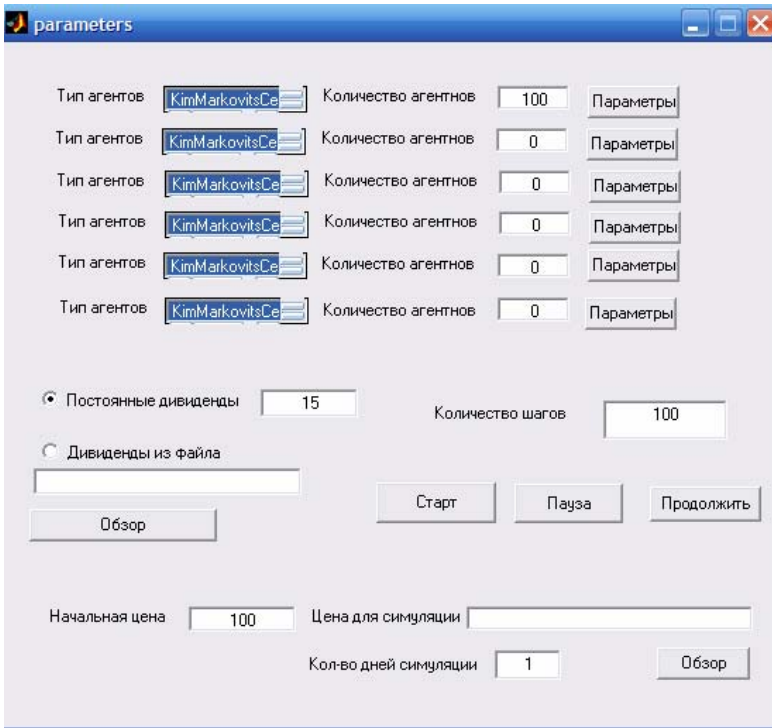


Рис. Д.5.2. Вікно налаштування симуляції ринку

Деякі моделі поведінки агентів, які розроблені в пакеті AgentsCL:

Випадковий трейдер (random_trader) Заявки такого трейдера генеруються випадково в межах, які задані на лаштуваннями агента.

Трейдер, який працює по стандартній схемі максимізації прибутку (див. Levi-Levi-Solomon)

Трейдер, який слідує тренду, наявному у ряді курсу (trend_follower). Трейдери цього виду купують актив при зростанні ціни, а при пониженні на певний відсоток, продають весь куплений портфель. Дана стратегія відповідає діям „биків” на ринку.

На основі вищезазначених, можна розробляти нові моделі агентів за допомогою програмування стратегії його життєдіяльності.

Для запуску середовища необхідно задати параметри моделювання. Для цього, заходжуючись в папці C:\Work\AgentsCL, необхідно ввести команду parameters. З'явиться діалогове вікно налаштування параметрів симуляції.

Існують наступні можливості налаштування:

- задання типу, кількості та специфічних параметрів агентів;
- задання кількості одиниць часу для моделювання. В нашій моделі одиниця часу рівна часу однієї торгівельної сесії;
- задання файлу дивідендів, які будуть впливати на торгівлю акціями.

Після вибору типу агента можна задати кількість таких агентів та їх параметри. Параметри задаються натисканням кнопки „Параметри” навпроти виду агентів, який налаштовується. Для кожного виду агентів з'являється своє вікно на лаштувань. Наприклад, на наступному рисунку, зображене вікно налаштувань випадкового агента („random trader”).

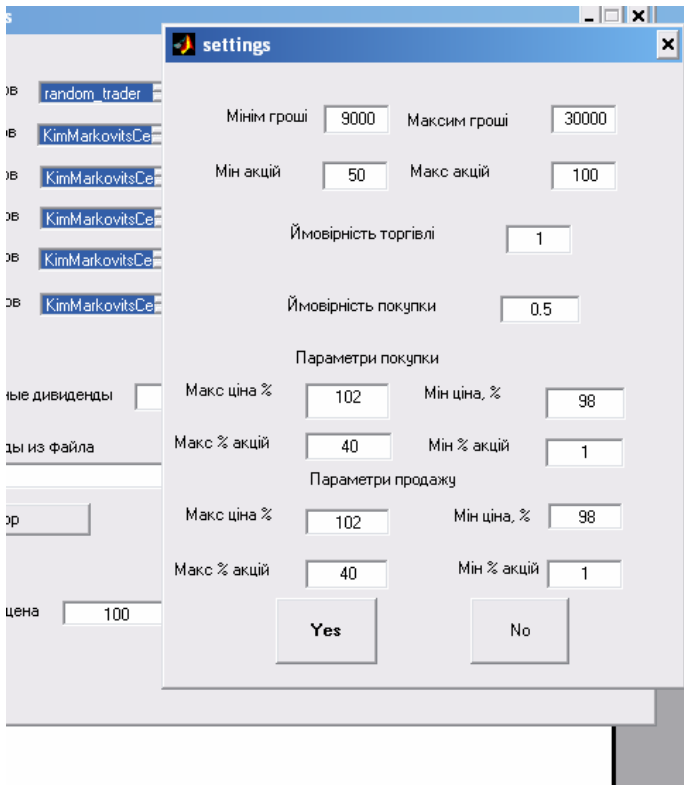


Рис. Д.5.3. Налаштування параметрів агенту

Багато з цих параметрів спільні для усіх агентів. Розглянемо дані параметри на прикладі агентів типу „випадковий агент” („random trader”).

– *Максимальна і мінімальна кількість грошей агента.* Для агентів з цієї групи кількість грошових одиниць буде згенерована випадковим чином рівномірно в указаному інтервалі;

– *Максимальна і мінімальна кількість акцій.* Аналогічно кількість наявних акцій у агентів цієї групи буде генеруватись як випадкові цілі числа рівномірно в указаному інтервалі.

– *Ймовірність торгівлі.* Агент в кожен момент часу приймає рішення, торгувати чи не торгувати. Випадковий трейдер це рішення „приймає” випадково зі ймовірністю (від 0 до 1), яка вказується у відповідному полі.

– *Ймовірність покупки.* Якщо прийняте рішення про активність на ринку, то приймається рішення про покупку або продаж. Випадковий трейдер це питання вирішує випадково зі вказаною ймовірністю.

Окремо для покупки і продажу можна задати параметри ціни та об’єму, які будуть вказуватись в заявці агента. Ці параметри вказують діапазон ціни та об’єму в процентах від наявної ціни на ринку. Наприклад:

– *Макс ціна %* – максимальна ціна в заявці в процентах від наявної;

– *Мін ціна %* – максимальна ціна в заявці в процентах від наявної;

– *Макс акцій* – максимальна кількість акцій, шт.;

– *Мін акцій* – мінімальна кількість акцій, шт.

Ці параметри заявки можна окремо задати для заявки на продаж та на покупку.

Перед симуляцією необхідно вибрати види агентів та задати їх кількість. Якщо не натискається кнопка „параметри”, для цього виду агентів приймаються налаштування по замовчуванню. Також необхідно задати кількість кроків моделювання. Після задання значень усіх параметрів, симуляція запускається натисканням кнопки „Старт” Після закінчення симуляції на екрані з’явиться графік зміни середньої ціни активу, яка утворилась при моделюванні. Під час моделювання середовище зберігає результати торгів (середню максимальну та мінімальну ціну та об’єми торгів) в файлі *simulation.xls*, а також кількість грошей та акцій кожного з агентів (*agentmoney.xls* та *agentshare.xls* відповідно). Всі файли є текстовими, що дає можливість конвертувати результати в потрібний формат чи імпортувати в будь-яке середовище для подальшого аналізу.

Радимо робити копії цих файлів для кожного етапу моделювання, тому що старі файли будуть замінені новими. Тому після симуляції необхідно **скопіювати файли *simulation.xls*, *agentmoney.xls* та *agentshare.xls* в окрему папку.**

Результати моделювання можна імпортувати в Microsoft Excel для подальшої обробки. Для цього достатньо завантажити необхідний файл в табличний процесор. Комірки, які містять числа, необхідно перетворити на числовий формат, замінивши точку на кому. Це можна здійснити за

допомогою опції меню „Правка – Заменить”. В полі введення „Найти” задати точку (символ „.”), а в полі „Заменить на” задати кому (символ„,”), після чого натиснути кнопку „Заменить все”.

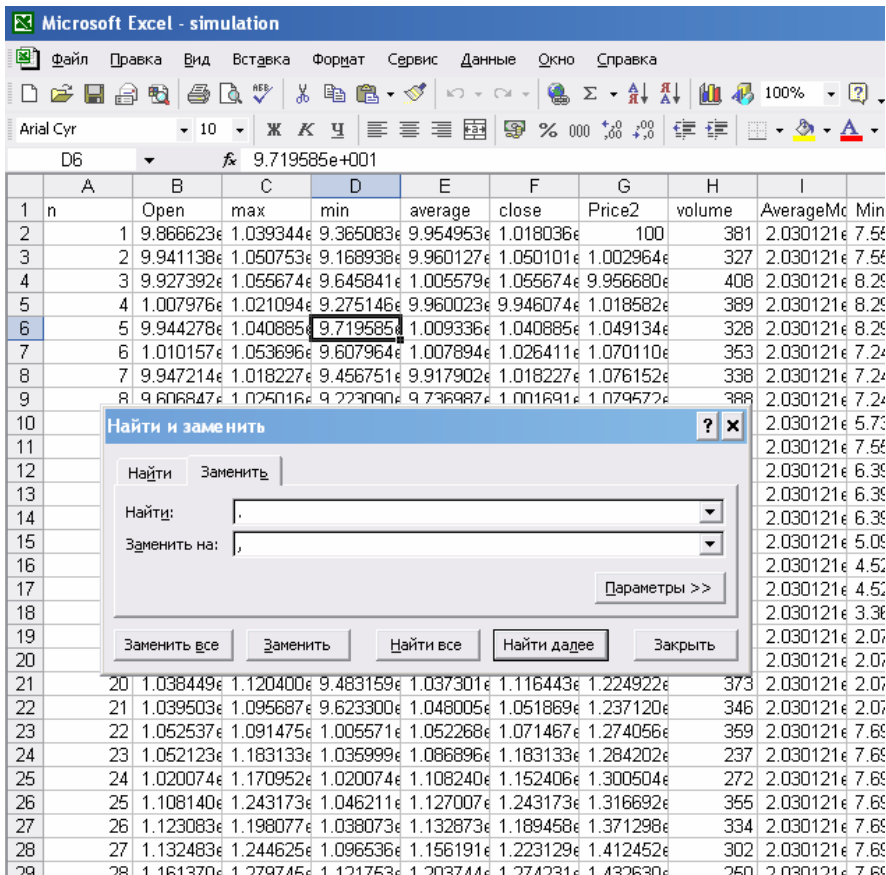


Рис. Д.5.4. Результат моделювання торгів, збережені в файлі simulation.xls

На рис. Д.5.4 зображені результати моделювання, відкриті в табличному процесорі Microsoft Excel. Структура файлу simulation.xls наступна:

Процес моделювання торгів проходить наступним чином:

- всі агенти подають заявки;
- автоматично формуються пари взаємних заявок – угоди;
- здійснюється розрахунок агентів згідно з угодами;
- обчислюється статистика проведених торгів.

Таблиця Д.5.1

Структура файлу simulation.xls

№ поля	Назва поля	Опис
1.	n	Номер проміжку часу (етапу торгів), параметр часу
2.	open	Ціна відкриття торгів (перша угода)
3.	max	Максимальна ціна за етап торгів
4.	min	Мінімальна ціна за етап торгів
5.	average	Середня ціна за етап торгів
6.	close	Ціна закриття (остання угода)
7.	Price2	Ціна векторної моделі ціноутворення
8.	volume	Об'єм торгів за етап
9.	AverageMoney	Середня к-сть грошей агентів
10.	MinMoney	Мінімальна кількість грошей в агентів
11.	MaxMoney	Максимальна кількість грошей в агентів
12.	AverageShare	Середня к-сть акцій агентів
13.	MinShare	Мінімальна кількість акцій агентів
14.	MaxShare	Максимальна кількість акцій агентів

Кожен етап торгів ці дії повторюються, таким чином у відповідних файлах зберігається інформація про результати торгів (файл simulation.xls, див. табл. Д.5.1.) та фінанси кожного агента (файли agentmoney.xls та agentshare.xls відповідно).