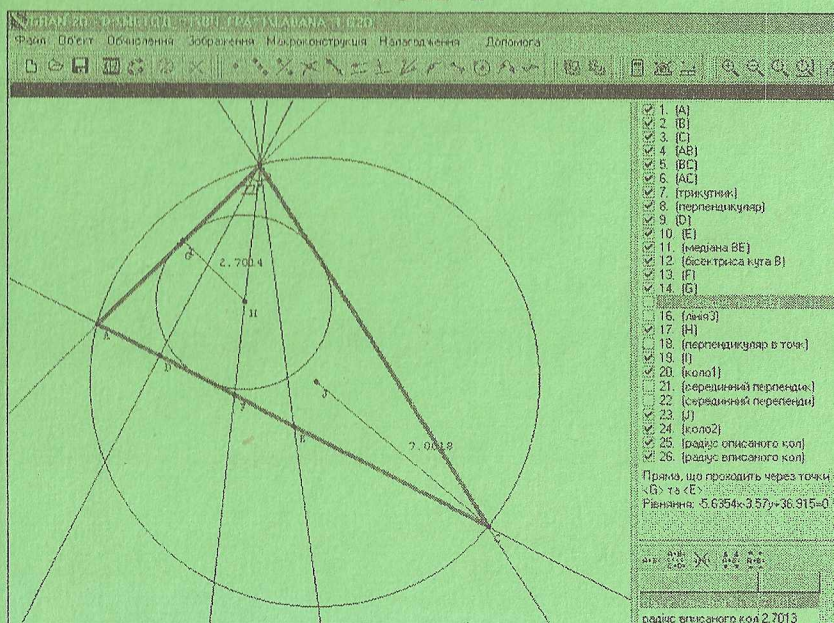


Міністерство освіти та науки України  
Національна металургійна академія України

# Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

*Випуск VII*

Том 1



Кривий Ріг  
Видавничий відділ НМетАУ  
2008

## НАВЧАННЯ САМОСТІЙНОМУ ПОШУКУ РОЗВ'ЯЗАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ – ВАЖЛИВА СКЛАДОВА НА ШЛЯХУ РОЗВИТКУ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ УЧНЯ

Н.В. Богатинська<sup>α</sup>, Л.О. Черних<sup>β</sup>

м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

<sup>α</sup> djina@ctvnet.dp.ua

<sup>β</sup> laracher@pochta.ru

Не буде великим перебільшенням твердження про те, що вся діяльність людини, суспільства складається із щоденного розв'язування великої кількості задач у всій різноманітності їх змісту, ролі, способів розв'язання. Більшість з них розв'язується людиною у процесі цілеспрямованої і планомірної діяльності; деякі з цих задач виникають раптово і вимагають від людини самостійного прийняття рішення у незапланованому порядку незалежно від готовності і умінь розв'язати їх вірно.

Математична освіта спряжена з подоланням труднощів, її пронизує напруження фізичних і духовних сил – один з істотних елементів пізнання. У ньому учнями оцінюється краса самого пошуку вірного розв'язання, радісне почуття, пов'язане з ним. Необхідно уміти мислити, уявляти, самостійно знаходити незвичайне у звичайному.

Шкільна математика уявляє собою навчальну дисципліну, при вивченні якої учень може відчути радість від маленького відкриття, несподіваного чи парадоксального розв'язання задачі. Це явище математиці властиве більше, ніж іншим шкільним предметам. У творі одного з учнів Криворізького Центрально-Міського ліцею є такі рядки: «Я люблю математику, бачу стрункість її формул, гармонію математичних законів. Коли бачу розумне, оригінальне розв'язання задачі – своє або чуже, – завжди про себе або у голос говорю: «Красиво!». Для мене оволодіння математичними поняттями – це радість і страждання. Іноді нічого не розумієш, нічого не можеш розв'язати, – тоді на душі важко. На щастя, так буває не завжди. Іноді радість приходить. Перебереш на аркуші паперу або в голові декілька варіантів розв'язання задачі – зрештою знайдеш потрібний, найкращий варіант. Це і є радість». Почуття радості і задоволення від творчої праці прекрасні самі по собі, вони мають сильний вплив на особистість учня.

Про особливе значення математики у розвитку учнів зазначав ще у XVIII ст. М.В. Ломоносов: «Математику вже для того слід вивчати, бо вона розум до ладу приводить».

Математика сама по собі розум школяра не впорядковує. Все залежить від організації навчання, способу викладання. Дійсно, можна так викладати математику, що навіть при оптимальному відборі змісту, голови дітей заповнюються великою кількістю пудних формул, довгих обчислень і перетворень без відповідного розуміння їх мети і призначення. Внаслідок цього

одержуються носії ізольованих даних, у кращому випадку знань, без адекватного розумового розвитку. Звичайну задачу можна зробити творчою, якщо створити в класі атмосферу пошуку, розмірковувань, коли учні розпочинають самостійно шукати і знаходити декілька способів розв'язання однієї й тієї ж самої задачі, знаходять нестандартні шляхи розв'язування традиційних задач. Все це важливі складові на шляху розвитку здібностей і духу творчого пізнання. Одного разу учням 5 класу вчителька запропонувала накреслити прямокутник розмірами  $1 \times 10$  клітинок і заштрихувати одну десяту його частину. Майже ніхто з учнів не наважився заштрихувати клітинку усередині прямокутника; штрихували одну з крайніх клітинок. Іншого разу їм було запропоновано відмітити дві точки і сполучити їх лінією. Знову більшість учнів приклала лінійку до даних точок і сполучили їх відрізком. І навіть після того, як на дошці була зображена хитромудра крива, яка сполучала ці точки, деякі учні були здивовані: «Хіба так можна креслити у зошиті?». Ці приклади говорять про те, що вже у молодших класах ми привчаємо дітей до стереотипності мислення, сковуємо їх ініціативу, а потім вони вже самі для себе створюють у кожному конкретному випадку обмеження, які не дають багатьом з них побачити нешаблонні міркування під час аналізу і розв'язання задач. Неминучий висновок: головне завдання навчання математики – вчити міркувати мислити. І жоден шкільний предмет не може конкурувати з можливостями математики у розвитку творчої особистості.

Ефективним засобом розвитку творчої особистості є шкільні математичні задачі. Саме при розв'язуванні задач створюються умови для активного застосування математичних знань, формуються такі якості особистості, як звичка до систематичної праці, відповідальне ставлення до справи, прагнення до пізнання і постійного удосконалення навичок, потреба в контролі і самоконтролі, здатність працювати самостійно і творчо. Учні захоплює сам процес пошуку способу розв'язання задачі, знаходження оригінальних, лаконічних, красивих розв'язань. Розв'язування математичних задач, як правило, передбачає пошук особливих міркувань, які приводять до поставленої мети і тим самим стає – нехай досить скромним, – творчим актом. Саме цей творчий, дослідницький характер математичних задач більше, ніж будь-що інше, притягує молоді сили інтелекту учня, який поступово розвивається і міцніє.

Навчають учнів розв'язувати задачі, формують навички дослідницької роботи уроки, на яких учень є активним учасником пошуку способу розв'язання, зазнає при цьому і радість відкриття, і прикрість поразки. Першовідкривачем математичних істин може бути і вчений-математик, який досліджує проблему, ніким ще не розв'язану, і звичайний учень, який розв'язує шкільну задачу, тисячу разів розв'язану іншими, і вперше розв'язану ним самостійно. Чим складніше задача, чим більше вона вимагає розумових зусиль, зусиль волі, пам'яті, тим більше учень зазнає радості і задоволення самим собою, розв'язавши її.

Розв'язування задач – творчий процес, який не завжди можна алгоритмізувати. Як показують спостереження, найважливішу роль при цьому відіграють практика, навички. Щоб навчитись розв'язувати задачі, треба їх розв'язувати. Але неправильно було б думати, що все залежить тільки від кількості розв'язаних задач. Багато важить і система пропонованих учням задач, і ті зауваження, якими супроводжує їх учитель, і загальні поради щодо пошуків розв'язань, складання планів оформлення розв'язань і так інше.

Одним із найважливіших етапів розв'язування задачі є пошук способу розв'язання. Для багатьох задач в математиці розроблені послідовності загальних положень, які утворюють відомі загальні правила, алгоритми розв'язання задач певного типу. У цьому випадку мова йде про стандартні задачі.

Як навчитись розв'язувати стандартні задачі? По-перше, розпізнати тип задачі; по-друге, згадати загальне правило, алгоритм розв'язання; по-третє, розв'язати достатню кількість подібних задач, які забезпечують закріплення, засвоєння алгоритму і вироблення навичок його застосування.

Значно важчим є розв'язування нестандартних задач, для яких у математиці немає готових правил, алгоритмів розв'язання.

Більшість методистів, висвітлюючи питання методики навчання учнів розв'язувати математичні задачі, головний наголос роблять на загальних рекомендаціях щодо пошуку способу їх розв'язання. Одна з найважливіших рекомендацій: не розпочинати розв'язування задачі до тих пір, доки не переконаєтесь, що текст задачі вивчений повністю і ясно зрозумілий, усвідомлені всі дані і шукані величини, усвідомлений характер функціональної залежності між ними.

Будь-яку задачу коротко можна записати так:

$$A \Rightarrow X,$$

де  $A$  – умова задачі,  $X$  – її вимога.

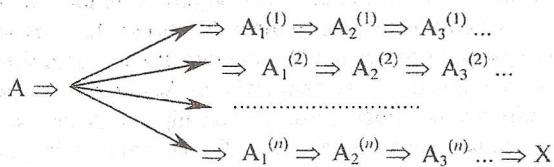
Пошук способу розв'язання задачі можна здійснювати за допомогою синтетичних і аналітичних міркувань.

При синтетичних міркуваннях хід думок відбувається від умови задачі до її вимоги. Логічною основою таких міркувань є аксіома: з істинного твердження випливає й істинний логічний наслідок. Знаючи умову  $A$ , можна підібрати послідовність тверджень  $A_1, A_2, \dots, A_n, X$ , які безпосередньо впливають з  $A$ . Схематично такі міркування можна представити так:

$$A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow A_n \Rightarrow X$$

Синтетичні міркування прості з логічної точки зору, тому і більшість задач шкільної математики розв'язується за допомогою таких міркувань.

Проте синтетичні міркування не позбавлені недоліків: важко здогадатися, в якому напрямку необхідно спрямувати хід думок, щоб прийти до вимоги задачі. Тому у процесі розв'язування більшості нестандартних задач схема синтетичних міркувань має дещо інший вигляд:



Отже, якщо учень розв'язує невідому йому задачу, то хід думок при синтетичних міркуваннях, як правило, відбувається стихійно, а саме: з умови виводяться всі можливі наслідки, деякі з яких, можливо, виявляться зайвими. При цьому немає гарантії, що така послідовність міркувань призведе до бажаного результату. Тільки на n-ому випробуванні учень зможе натрапити на потрібну послідовність міркувань. Якщо ж цього не відбудеться, то задача залишиться не розв'язаною.

На відміну від синтетичних міркувань, більш досконалими є аналітичні міркування. За допомогою аналітичних міркувань особливо зручно розв'язувати задачі на доведення.

Аналітичні міркування виступають у двох основних формах:

- у формі низхідного аналізу (аналіз Евкліда);
- у формі висхідного аналізу (аналіз Паппа).

Розглянемо детальніше основні форми аналітичних міркувань.

При низхідному аналізі міркування розпочинають так: припускають, що доводжуване твердження X є істинним і на основі виведених звідси наслідків дістають відоме істинне твердження. Схема міркувань при цьому має наступний вигляд:

$$X \Rightarrow A_n \Rightarrow \dots \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_1 \Rightarrow A$$

Такі міркування не можна вважати строгими доведеннями. Припустивши істинність доводжуваного твердження і одержавши вірний наслідок, висновок про те, що припущення є вірним, є безпідставним. Це означає, що міркування за допомогою аналізу Евкліда не мають доказової сили. Тому спадає на думку питання: «Яка користь від таких міркувань?». Відповідь на це питання є зрозумілою. Напрямок міркувань при аналізі Евкліда протилежний напрямку синтетичних міркувань. Тому аналіз Евкліда зручно використовувати при пошуку способу розв'язання нестандартних задач. Якщо напрямок думок знайдено, подальші доведення здійснюють за допомогою синтетичних міркувань. Такий процес розв'язування задач можна представити у вигляді наступної схеми:

$$\begin{aligned} & \text{(міркування при аналізі Евкліда)} \\ & X \Rightarrow A_n \Rightarrow \dots \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_1 \Rightarrow A \\ & A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow A_n \Rightarrow X \\ & \text{(синтетичні міркування)} \end{aligned}$$

У такому випадку говорять, що задачу розв'язано аналітико-синтетичним методом.

При висхідному аналізі (аналізі Паппа) міркування здійснюють наступним чином. Для доведення істинності твердження  $X$  підбирають таке твердження  $A_n$ , з якого безпосередньо випливає  $X$ . Якщо  $A_n$  є істинним, то істинним є й доводжуване твердження  $X$ . Аналогічно для доведення істинності твердження  $A_n$  підбирають таке твердження  $A_{n-1}$ , з якого безпосередньо випливає  $A_n$ . Ці міркування проводять до тих пір, доки не знайдуть твердження  $A_1$ , яке випливає з умови задачі  $A$ . Схема таких міркувань має наступний вигляд:

$$X \Leftarrow A_n \Leftarrow \dots \Leftarrow A_2 \Leftarrow A_1 \Leftarrow A$$

Висхідний аналіз має доказову силу і є методом доведення математичних тверджень.

Розв'язування математичних задач здійснюється на основі і за допомогою пізнавально-мисленнєвих операцій (аналіз, синтез, аналогія, порівняння, узагальнення, систематизація, конкретизація, спеціалізація), загальних навчальних дій (підведення під поняття, виведення наслідку, дії по актуалізації та вибору знань, необхідних для розв'язання кожної конкретної задачі тощо).

Процес розв'язування математичних задач сприяє формуванню особливого стилю мислення, а саме: дотримуванию формально-логічної схеми міркувань; лаконічному вираженню думок, чіткому їх розчленуванню; точності символіки; потребі обґрунтувань.

Отже, розв'язування багатьох задач вимагає здатності до активної творчої діяльності, знаходити в кожній конкретній ситуації найбільш оптимальне розв'язання. Тому є не дивним те велике значення, яке сучасна наука надає вивченню процесу людської діяльності як у сфері виробництва, так і у навчанні.

#### Література:

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики. – К.: Вища школа, 1997. – 367 с.
2. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.
3. Ильин Е.Н. Путь к ученику. – М.: Просвещение, 1968. – 222 с.
4. Осинская В.Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике. – К.: Рад. шк., 1989. – 192 с.
5. Осинская В.Н. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9-10 классах. – К.: Рад. шк., 1980. – 143 с.
6. Семушин А.Д., Кретьнин О.С., Семенов Е.Е. Активизация мыслительной деятельности учащихся при изучении математики. – М.: Просвещение, 1988. – 60 с.