

**Сердюк О.А., Соловйов В.М., Кононенко В.В.**

*Київський національний економічний університет*

## **ПЕРЕДВІСНИКИ КРИТИЧНИХ ТА КРИЗОВИХ ЯВИЩ В СКЛАДНИХ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМАХ**

*Розглянуто та проаналізовано основні характерні риси критичних та кризових явищ в складних системах. Показано, що можливо вказати такі локальні та глобальні параметри системи, які є чутливими до критичного стану, передують його, а отже можуть слугувати у якості передвісників*

**Ключові слова:** складні системи, криза, самоорганізована критичність, мультифрактальний аналіз, нелінійна динаміка, коефіцієнт Херста, коефіцієнт Холдера (Hölder).

**I. Вступ.** Критичні явища та крахи фінансових ринків – надзвичайно важливі події, котрі в однаковій мірі цікаві як для академічної науки, так і фінансових аналітиків та практиків. Згідно сучасним теоретичним уявленням ринки є ефективними і тільки поява драматичної інформації, катастрофічні або шоківі події (США, 11 вересня 2001 р.) можуть призвести до суттєвих (критичних) змін, або неконтрольованого швидкого спаду ринку – краху. В дійсності ж навіть найбільш прискіпливі дослідження причин цих явищ не дають безперечних висновків відносно того, що це за інформація. Справа в тому, що більшість статистичних фінансових моделей базуються на припущенні стаціонарності та ергодичності часових рядів і принципово не в змозі аналізувати крахи. В дійсності (див., наприклад [1,2]) ринки є ієрархічними об'єктами, де кожен рівень може мати різні вагу, зв'язність, характерні часові та просторові масштаби (або ж не мати таких – масштабно інваріантні мультифрактальні об'єкти). Тому задача зводиться до конструювання таких передвісників катастрофічних явищ, які б дозволили,

аналізуючи сучасними методами стан та динаміку ринку, виявляти принципові „паттерни” передкризових станів.

**II. Постановка завдання.** Згідно [2] крах спричинюється нестабільністю системи; конкретна причина краху вторинна. В той же час, ріст чутливості і зростання нестабільності ринку поблизу такої критичної точки можуть пояснити такий різновид спроб розкрити локальні причини критичних явищ. По суті, що-небудь все рівно спрацює, як тільки система „дозріла”. У цій моделі крах зумовлений ендогенними причинами і має внутрішнє походження, а екзогенні, або зовнішні потрясіння слугують лише "спусковим гачком". Як наслідок, крахи мають значно більш тонке походження, оскільки вони повільно виношуються ринком в процесі самоорганізації. Іншими словами, істинна причина кризи може бути названа системною нестабільністю.

Не дивлячись (в такій постановці проблеми) на принципову непередбачуваність кризи, на наш погляд, можна виділити характерні риси передкритичного стану ринку і відслідкувати їх динаміку. Насамперед відмітимо дві головні з них:

- кластеризація волатильності, яка стрімко зростає перед кризою;
- самоорганізоване зростання довготривалих кореляцій.

Мета дослідження зводиться до аналізу сучасними методами нелінійної динаміки поведінки цих можливих передвісників критичних явищ.

**III. Результати.** Було розглянуто і проаналізовано основні відомі кризи і шоківі явища 20-21 сторіч (див. для огляду [2]). Серед них головна увага приділялась двом на наш погляд принципово відмінним кризовим явищам, а саме краху 19 жовтня 1987 року і шоку 11 вересня 2001 року, який був накладений на затяжну кризу високотехнологічних компаній та бюджетного дефіциту США. Використовувались бази даних відомих американських фондових індексів S&P 500 та DJIA (finance.yahoo.com). Методом аналізу детрендованих флуктуацій (АДФ) досліджувались локальні значення коефіцієнтів Херста для прибутків (H) та їх модулів  $\alpha$  (останні пропорційні

волатильності) [3]. Для характеристики локальної сингулярності часових рядів розраховувався коефіцієнт Холдера  $h$  [4, 5].

Нехай зміна ціни (або, іншими словами, „return” – прибуток)  $S_i(t)$  активу  $i = 1, \dots, N$  за проміжок часу  $\Delta t$

$$G_i(t) \equiv \ln S_i(t + \Delta t) - \ln S_i(t). \quad (1)$$

Оскільки різні акції мають різні рівні волатильності, то краще ввести нормалізовані повернення

$$g_i(t) = \frac{G_i(t) - \langle G_i \rangle}{\sigma_i}. \quad (2)$$

$\sigma_i = \sqrt{\langle G_i^2 \rangle - \langle G_i \rangle^2}$  – стандартне відхилення  $G_i$ , а дужки  $\langle \dots \rangle$  означають середнє за досліджуваний проміжок часу.

АДФ складається з наступних етапів [6]:

1. Ряд (2) ділиться на  $N/\tau$  проміжків однакової довжини  $\tau$ .
2. Для кожного проміжку знаходиться лінійна апроксимація тренду  $y_\tau(t) = a_\tau t + b_\tau$ , де  $a_\tau, b_\tau$  – деякі константи вибраного проміжку.
3. Проводиться процедура детрендування  $g_\tau(t) - y_\tau(t)$  шляхом віднімання від значень оригінального ряду (2) значень локального тренду  $y_\tau(t)$ .
4. Для кожного проміжку знаходиться величина  $F_i^2(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau/\Delta t} (g(t) - y_\tau(t))^2$  і її середнє значення  $\langle F^2(\tau) \rangle = \frac{\tau}{N} \sum_{i=1}^{N/\tau} F_i^2(\tau)$ .
5. Показник ступеня  $\alpha$  в залежності  $\langle F^2(\tau) \rangle \propto \tau^{2\alpha}$  знаходиться шляхом побудови прямої в подвійному логарифмічному масштабі.

Для прибутків  $g(t)$  він визначає коефіцієнт Херста  $H$ . Його визначають і для модулів прибутків  $|g(t)|$ , де він характеризує довготривалу пам'ять ринку. Можна запропонувати і локальну версію описаної процедури, коли вона повторюється для деяких достатньо довгих часових вікон, які пробігають вздовж всього часового проміжку.

На рисунку 2 наведені приклади розрахунків локальних коефіцієнтів Херста для прибутків та їх модулів в період кризи 1987 року (рис. 1).

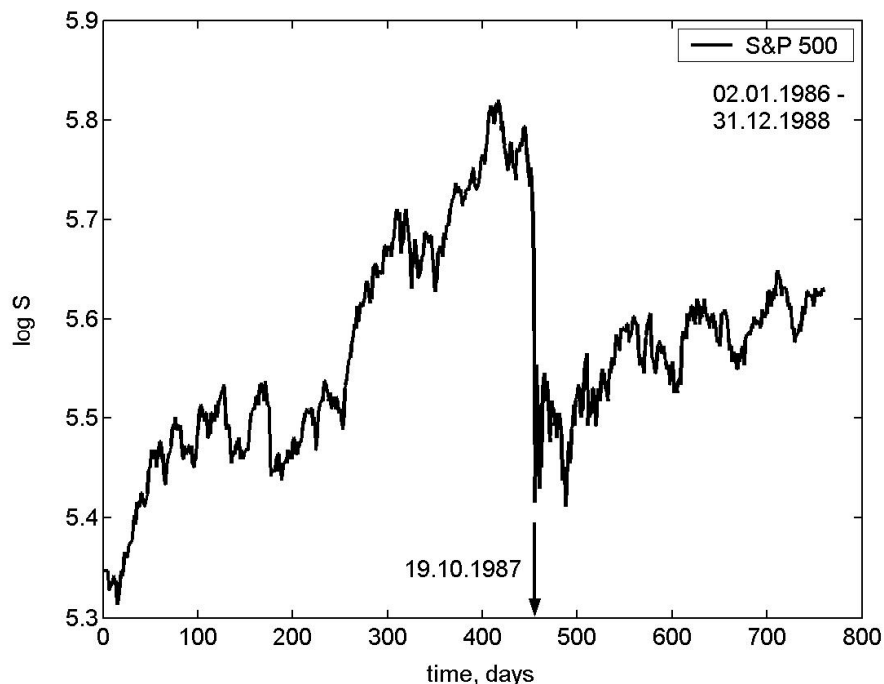


Рис.1. Залежність цінових флуктуацій індексу S&P 500 в період кризи 19 жовтня 1987 року.

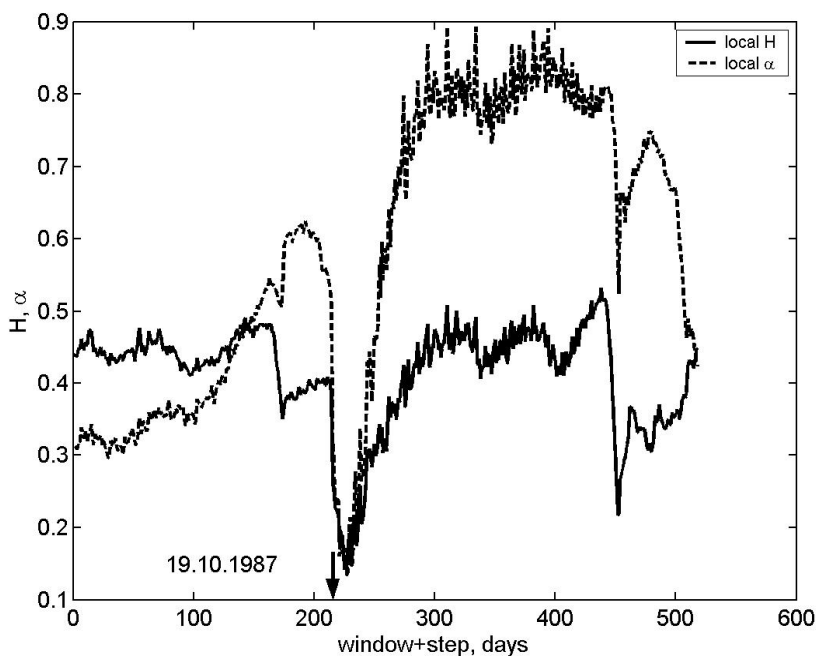


Рис.2. Поведінка локальних коефіцієнтів Херста  $H$  та  $\alpha$  в період кризи. Величина вікна розміром приблизно 1 рік (240 робочих днів) зміщується вздовж вісі абсцис з кроком в один день.

Не дивлячись навіть на свою локальну версію, коефіцієнт Херста характеризує такі глобальні подібності між часовими рядами. Для визначення дійсно локальних сингулярних властивостей динамічних рядів використовують коефіцієнт Холдера  $h$  [4,5]. Якщо існує поліном  $P_n(x)$  степеня  $n$  такий, що  $|f(x) - P_n(x - x_0)| \leq C|x - x_0|^h$ , то  $h$  називається локальним коефіцієнтом Холдера, який характеризує скейлінг функції в локальній точці  $x_0$  для  $n < h \leq n + 1$ . Він відображає регулярність функції в околі точки  $x_0$ : чим вище  $h$ , тим більш регулярною є функція  $f$ . Зважаючи на те, що критичні явища ринку призводять до значних змін в часових рядах, розрахунок їх локальної регулярності може дати нову інформацію для передбачення кризових ситуацій. Для розрахунку локального коефіцієнта Холдера ми скористалися методами вейвлет-аналізу, реалізованими в вигляді окремого набору інструментів (toolbox) MATLAB – Fraclab (<http://fractales.inria.fr/>).

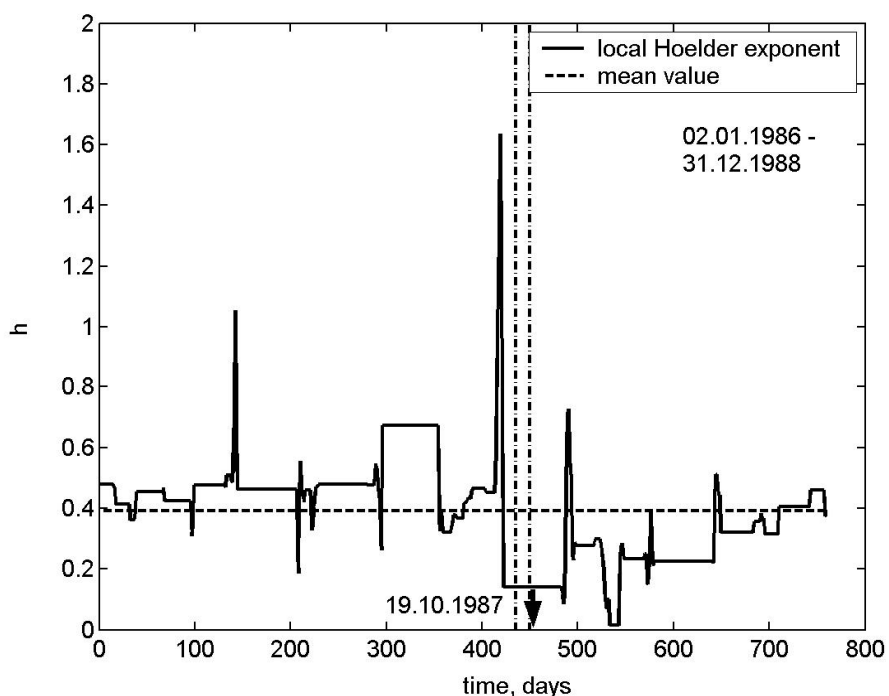


Рис. 3. Поведінка локального коефіцієнта Холдера, розрахованого для трирічного проміжку часу індексу S&P 500. Вертикальними пунктирними лініями вказано проміжок часу (16), на якому в даному випадку розраховується коефіцієнт  $h$ .

З рис 3 видно суттєву зміну коефіцієнта Холдера в період, що передує краху 1987 року. Перед крахом регулярність часового ряду стрімко зростає і так же стрімко спадає до значення, суттєво меншого від середнього. Аналогічна поведінка коефіцієнта  $h$  спостерігається і в інші кризові моменти, а також для других часових рядів.

У якості передвісників критичних явищ нами також розглядалися інші характеристики, особливо ті з них, які характеризують колективні самоорганізовані процеси. До таких в першу чергу відносяться кореляційні та спектральні властивості. Розглянемо перші з них. Побудуємо матрицю  $C_{ij} = \langle g_i(t)g_j(t) \rangle$ , яка відображає кореляцію між акціями ринку. На рисунку 4 відображена поведінка середнього значення коефіцієнта кореляції  $\langle C \rangle$  для індексу S&P 500. Використовувалась вибірка з 21 фірми, які відносяться до сектору нової економіки (інформаційних технологій). Ширина часового вікна, на якому розраховувалась крос кореляційна матриця, вибиралась рівною 32 дням. Видно, що в передкризовий період ринок спочатку знаходиться в хаотичному стані (величина  $\langle C \rangle$  спадає майже до нуля), а потім стрімко зростає в період кризи.

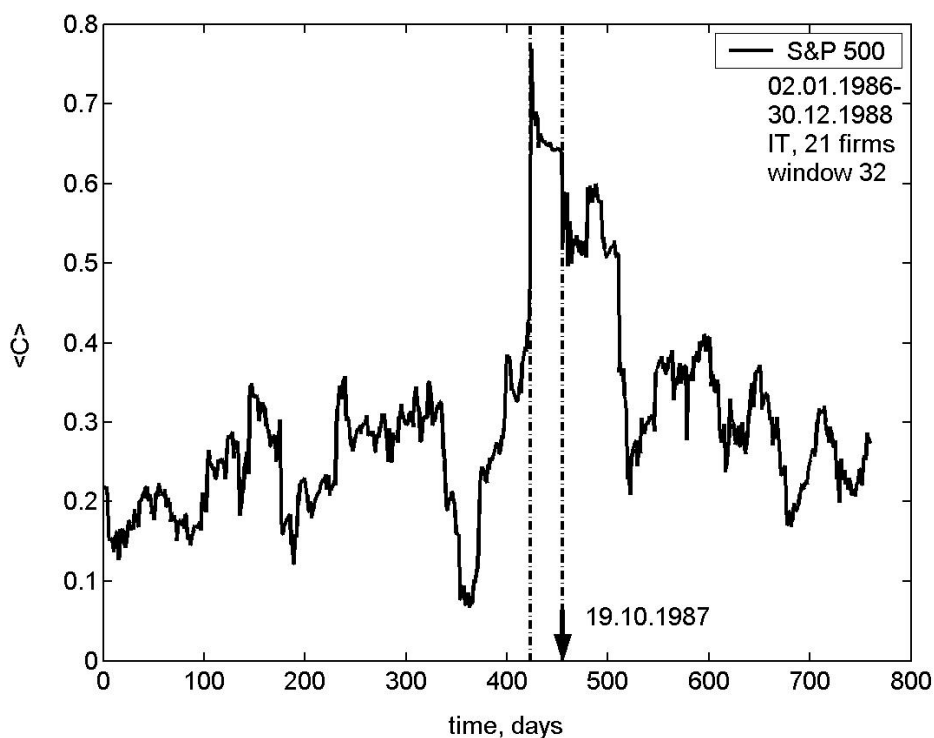


Рис. 4. Кореляційні властивості фондового ринку США в період кризи 1987 року.

**IV. Висновки.** Таким чином, методи мультифрактального аналізу нестационарних часових рядів дозволяють вказати деякі з їх глобальних та локальних характеристик, які можуть бути використані для прогнозування і (що найбільш важливо) передбачення критичних і кризових явищ. Аналіз рисунку 2 свідчить про подібні особливості локальних версій коефіцієнтів Херста, які значно зменшуються в передкризовий період. Локальний коефіцієнт Холдера в передкризовий період різко змінюється від свого максимального до мінімального значення. В цей же період сильно змінюються кореляційні властивості ринку. Зазначимо, що подібні властивості носять універсальний характер, хоч мають деякі несуттєві особливості, притаманні конкретному критичному явищу.

Нами окремо досліджувалось складне критичне явище 11 вересня 2001 року, коли шок від дій Аль-Каїди інтерферував з мляво текучою кризою компаній „нової економіки” на тлі бюджетного дефіциту. Як показало наше дослідження, явище 11 вересня не можна віднести до кризових явищ за вказаними вище емпіричними ознаками. Воно скоріш відноситься до явищ шокового типу, котрі навряд чи можна передбачити. На рисунку 5 на прикладі коефіцієнта Холдера ми не спостерігаємо передвісника, аналогічного рисунку 3 для кризи 19 жовтня 1987. Не виключено, що такі передвісники можна знайти, аналізуючи топологічні та спектральні властивості мереж вільного масштабу, які формують фінансово-економічні ринки [7]. Але це вже завдання наступних досліджень.

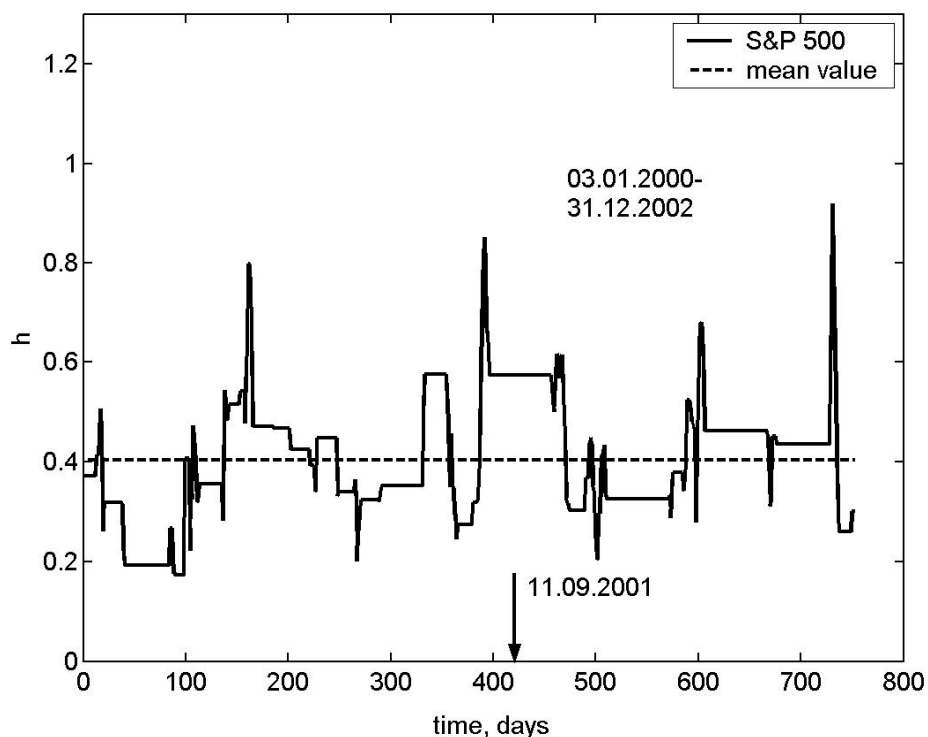


Рис.5. Поведінка локального коефіцієнта Холдера для шоку 11 вересня 2001 року.

#### Література:

1. Ausloos M., Ivanova K. Patterns, Trends and Predictions in stock market indices and foreign currency exchange rates // e-print: <http://arXiv:cond-mat/0108013>.
2. Sornette D. Critical Market Crashes // e-print: <http://arXiv:cond-mat/0301543>.
3. Grech D., Mazur Z. Can One Make Any Crash Prediction in Finance Using the Local Hurst Exponent Idea? // e-print: <http://arXiv:cond-mat/0311627>.
4. Struzik Z.R., Local Effective Hoelder Exponent Estimation on the Wavelet Transform Maxima Tree, in Fractals: Theory and Applications in Engineering, Eds: M. Dekking, J. L'evy V'ehel, E. Lutton, C. Tricot, Springer Verlag, pp. 93–112, (1999).
5. Agaev A., Kuperin Yu.F. Multifractal Analysis and Local Hoelder Exponents Approach to Detecting Stock Markets Crashes // e-print: <http://arXiv:cond-mat/0407603>.



6. Нагібас А.О., Сердюк О.А. Моделювання нестационарних процесів перехідної економіки // Економіка: проблеми теорії і практики. Зб.наук.праць. Вип.190,–Дніпропетровськ: ДНУ, 2004, т.1. С.262-267.

7. Дербенцев В.Д., Соловйов В.М., Шарапов О.Д. Моделювання явищ самоорганізації в фінансово-економічних системах // Економіко-математичне моделювання. Вісник ТАНГ.Вип.14.- Тернопіль: ТАНГ, 2003, №3.С.104-110.

### ***Анотація.***

У статті розглянуто та проаналізовано основні характерні риси критичних та кризових явищ в складних системах. Показано можливість визначення локальних та глобальних параметрів системи, які є чутливими до критичного стану, передують його, а отже можуть слугувати у якості передвісників. Були використані метод аналізу детрендованих флуктуацій (АДФ) для досліджування локальних значень коефіцієнту Херста; для характеристики локальної сингулярності часових рядів був використаний коефіцієнт Холдера.

## *Реферат*

Розглянуто та проаналізовано основні характерні риси критичних та кризових явищ в складних системах. Був використаний метод аналізу детрендованих флуктуацій (АДФ) для досліджування локальних значень коефіцієнту Херста; розрахований коефіцієнт Холдера для характеристики локальної сингулярності часових рядів

Рассмотрены и проанализированы основные особенности, характерные для критических и кризисных явлений в сложных системах. Был использованный метод анализа детрендованных флюктуаций (АДФ) для исследования локальных значений коэффициента Херста; рассчитан коэффициент Холдера для характеристики локальной сингулярности временных рядов

Basic features characteristic for the critical and crisis phenomena in the difficult systems was considered and analysed. The method of analysis of detrendovykh flyuktuatsyy (ADF) was used for researching of local values of the Khersta's coefficient; the Kholdera's coefficient is expected for description of local syngulyarnosty temporal rows

***Відомості про авторів.***

Сердюк О.А. – асистент кафедри прикладної математики, Черкаського Національного університету ім. Б. Хмельницького

службова адреса: 18031 м. Черкаси, бул. Шевченка 79, ЧНУ корп. 3, кафедра „Прикладної математики”, т. (0472) 47-80-22

Соловйов В.М. - професор кафедри економічної кібернетики, доктор фізико - математичних наук, КЕІ КНЕУ

службова адреса: вул. Семашко, 16

Кононенко В. В. - доцент кафедри економічної кібернетики, канд. техн. наук, КЕІ КНЕУ

службова адреса: вул. Семашко, 16