

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

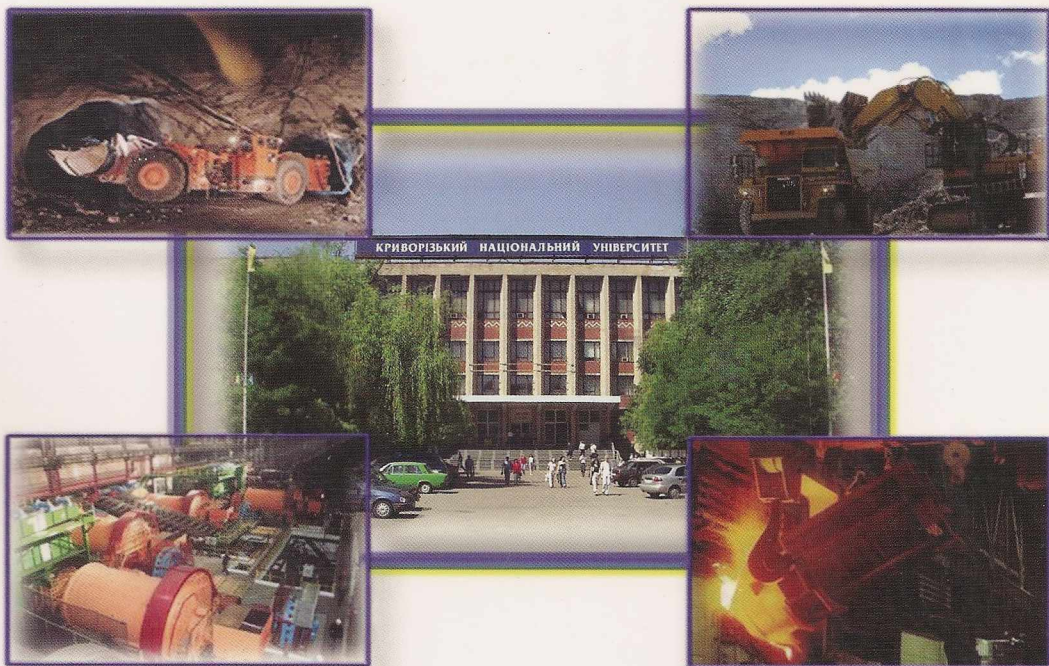
ДВНЗ «КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

Міжнародна науково-технічна конференція

Матеріали конференції

**СТАЛИЙ РОЗВИТОК ПРОМИСЛОВОСТІ
ТА СУСПІЛЬСТВА**

Том 2



22-25 травня 2013 року

Кривий Ріг

УДК 539.3

Д. Є. БОБИЛЄВ

асистент кафедри математики та методики її навчання

Криворізький педагогічний інститут

ДВНЗ «Криворізький національний університет»

bob_d@i.ua

РОЗРАХУНОК КІН В ОКОЛІ ВЕРШИНИ ТРІЩИНИ МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Робота присвячена розв'язанню тривимірних задач гармонічного і нестационарного навантаження як поодинокі, так і множинних підповерхневих плоских тріщин у пружному біматеріальному просторі, а також плоскій тріщині у кусково-однорідному просторі, одна із складових якого є тонким податливим прошарком.

У композитних елементах конструкцій, зокрема шаруваті побудови, що широко використовуються у різних галузях промисловості (машинобудуванні, будівництві, електроніці, та ін.), не вдається уникнути дефектів типу тріщин внаслідок недосконалостей технологічного процесу чи експлуатаційних умов. Тріщинуватість шаруватих геологічних структур викликана природними факторами на стадії їх формування. Присутні у неоднорідному пружному середовищі тріщини є об'єктами концентрації напружень, на рівень якої під час динамічного навантаження впливають інерційні ефекти як прямої дії зовнішніх збурень, так і пов'язані з втягненням дефекту у поле згенерованих на поверхні поділу матеріалів відбитих та заломлених хвиль. Звідси важливість теоретичних досліджень поведінки тріщин у кусково-однорідних тілах за умов поширення пружних хвиль для виявлення механізмів динамічного руйнування структурованих матеріалів, ламінатів, гірських порід, тощо. Дані щодо реакції тріщин у таких тілах на динамічне навантаження цінні також з точки зору дизайну композитів з покращеними міцнісними властивостями.

Розглянемо два ідеально з'єднані пружні півпростори A і B з густинами ρ^A і ρ^B , модулями зсуву G^A і G^B та коефіцієнтами Пуассона ν^A і ν^B , відповідно. Нехай у півпросторі A по області $S^{(1)}$ розташована плоска тріщина з довільною орієнтацією відносно поверхні поділу матеріалів $S^{(0)}$. На протилежні поверхні тріщини діють взаємно зрівноважені гармонічні навантаження, що задаються у часі t та просторі \mathbf{x} як $N^+(\mathbf{x}, t) = -N^-(\mathbf{x}, t) = N(\mathbf{x})\exp(-i\omega t)$, де $N(\mathbf{x})$ – відомий вектор амплітуди навантажень, ω – циклічна частота коливань.

За гармонічного навантаження часовий множник $\exp(-i\omega t)$ вилучається з розв'язку, що дозволяє звести задачу до пошуку амплітуд актуальних величин. Ключовими для вектора переміщень \mathbf{u}^D у півпросторі D ($D=A, B$) є рівняння руху Ляме, яке за відсутності масових сил має вигляд:

$$\omega_{1D}^{-2} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^D) - \omega_{2D}^{-2} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}^D) + \mathbf{u}^D = 0. \quad (1)$$

Тут ∇ – тривимірний набла-вектор, $\omega_{1D} = \omega/c_1^D$, $\omega_{2D} = \omega/c_2^D$ – хвильові числа, c_1^D і c_2^D – швидкості поширення в матеріалі D поздовжніх і поперечних хвиль, $c_2^D = \sqrt{G^D/\rho^D}$, $c_1^D = c_2^D \sqrt{2(1-\nu^D)/(1-2\nu^D)}$.

Для спрощення викладу розглянуто симетричну задачу, коли тріщина розташована перпендикулярно до поверхні поділу матеріалів та навантажена лише нормальними зусиллями N_3 . Тоді система ГР вироджується в одне рівняння відносно динамічного розкриття тріщини по нормалі у вигляді

$$\iint_{S^{(1)}} \Delta u_3^{(1)A}(\xi) [R^A(|\mathbf{x}^{(1)} - \xi|) - \bar{R}^{BA}(\mathbf{x}^{(1)}, \xi)] dS_\xi = \frac{\omega_{2A}^2}{4G^A} N_3(\mathbf{x}^{(1)}), \quad \mathbf{x}^{(1)} \in S^{(1)}. \quad (2)$$

За допомогою подання переміщень та напружень в утвореному із двох пружних ідеально з'єднаних півпросторів тілі з плоскою підповерхневою тріщиною під гармонічним навантаженням комбінацією потенціалів Гельмгольца та задоволення тотожно умов контакту півпросторів встановлено зв'язок в інтегральній формі між параметрами хвильового поля у біматеріалі та функціями динамічного розкриття тріщини. З використанням апарату інтегрального перетворення Фур'є за часом відповідні інтегральні зображення записано також для нестационарно навантаженого біматеріалу з тріщиною.