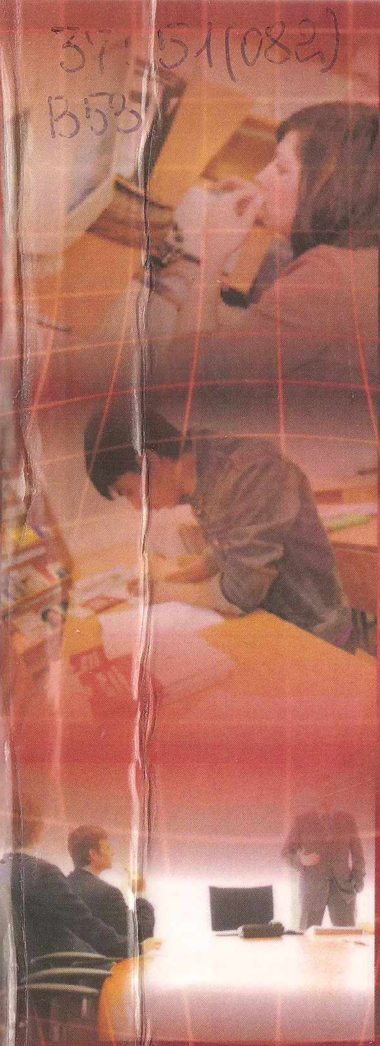

ВІСНИК

МІЖНАРОДНОГО ДОСЛІДНОГО ЦЕНТРУ

"ЛЮДИНА: МОВА, КУЛЬТУРА, ПІЗНАННЯ"

ТОМ 42
2018

Д.Є. БОБИЛЄВ, К.О. БАРАБАН

УДК 371.315.6

ПРОФЕСІЙНО ОРІЄНТОВАНА ЕВРИСТИЧНА ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ 11 КЛАСІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ПОХІДНОЇ

У статті виділено основні професійно орієнтовані евристичні вміння, на формування яких необхідно спиратись сучасному вчителеві. Представлено елементи системи евристичних задач з використанням похідної, спрямованих на формування професійно орієнтованих евристичних вмінь, використання яких сприятиме розвитку в учнів математичної творчості. Саме застосування зазначених систем завдань дає можливість учням в повній мірі сформувати нестандартне мислення, уяву.

Ключові слова: *професійно орієнтована евристична діяльність, похідна евристичні уміння.*

The article highlights the main professionally oriented heuristic skills, the formation of which must be based on a modern teacher. The elements of the system of heuristic tasks using the derivative, aimed at the formation of professionally oriented heuristic skills, the use of which will contribute to the development of mathematical creativity in students, are presented. It is precisely the application of these systems of tasks that enables students to fully develop non-standard thinking, imagination.

Keywords: *professionally oriented heuristic activity, derivative heristic skills.*

Освітнє середовище будь-якої розвинутої держави повинно бути спрямоване на подальше удосконалення підготовки підростаючого покоління до творчої, особливо професійних завдань. Саме творча особистість є конкурентно-спроможною на ринку праці. Тому формування творчої особистості є стратегічним завданням сучасної української загальноосвітньої школи.

Одним з ефективних шляхів виховання творчих здібностей учнів може бути включення в процес навчання математики елементів евристичної діяльності і методів їх використання. Але, на нашу думку, в загальноосвітніх школах вчителі математики недостатньо використовують цілеспрямований педагогічний вплив на розвиток евристичних вмінь і навичок учнів, зокрема учнів старших класів.

Однією з найважливіжих тем курсу алгебри та початків аналізу є тема «Похідна», яка має велике практичне значення у повсякденному житті. Похідна функції використовується всюди, де можна спостерігати нерівномірне протікання процесу: це і нерівномірний механічний рух, і змінний струм, і протікання хімічних реакцій.

Загалом, вивчення похідної робить суттєвий внесок у розвиток логічної культури учня.

Під евристичним навчанням ми розуміємо навчання, яке ставить за мету конструювання учнем власного сенсу, цілей і змісту освіти, а також процесу його організації, діагностики та усвідомлення. Основною характеристикою евристичного навчання є створення учнями освітніх продуктів і моделювання індивідуальних освітніх траєкторій.

Взагалі професійно орієнтована евристична діяльність розглядається як цілісна система, що складається з таких компонентів: мотиваційний, змістовий, операційно-процесуальний, організаційний та методологічний [3].

Характеризуючи ***мотиваційну сторону професійно орієнтованої евристичної діяльності***, важливо враховувати, що мотивація є не тільки передумовою евристичної діяльності, але її результатом, її новоутворенням. Для успішного навчання є важливим формування домінуючого у учня навчально-пізнавального мотиву [22].

Змістова сторона професійно орієнтованої евристичної діяльності визначає предмет діяльності, те на що ця діяльність спрямована. Тому до змісту професійно орієнтованої евристичної діяльності відноситься задана система дій, які забезпечуватимуть виконання майбутнім математикам професійних функцій та ті знання, які забезпечать реалізацію цієї системи у майбутній професійній діяльності [22].

Операційно-процесуальна сторона професійно орієнтованої евристичної діяльності пов'язана з тим, що ця діяльність складається із визначеної системи дій. Формування евристичних умінь в учнів фактично означає оволодіння цими діями, формування здатності відшукувати нову систему професійних дій у залежності від конкретних умов, удосконалювати її у процесі розв'язування професійних задач. При цьому процес розв'язування навчальних задач, під час якого відбувається формування евристичних умінь повинен адекватно відображати процес розв'язування задач у майбутній професійній діяльності – важливим є формування досвіду професійної діяльності вже в процесі навчання [22].

Методологічний компонент професійно орієнтованої евристичної діяльності включає формування знань про наукові методи пізнання, які мають загальний характер та використовуються в різних галузях наук [22].

Професійна діяльність сучасної особистості є багатофункціональною системою, що репрезентує різні види діяльності. В цьому контексті важливо формувати в учнів професійно орієнтовані евристичні вміння

Професійно орієнтовані евристичні вміння – це вміння, які сприятимуть розв'язанню учнями у їх майбутній професійній діяльності нетипових задач, постановці нових проблем та їх творчому розв'язанню, що, як правило, приводить до інновацій. Виділили 8 таких вмінь [7]:

1. Вміти аналізувати математичні факти, теорії та встановлювати закономірності.

2. Вміти бачити логічні прогалини в обґрунтуванні математичних фактів, побудові математичних теорій.

3. Вміти будувати приклади і контрприклади.

4. Вміти оцінювати перспективність розв'язування математичної задачі.

5. Вміти встановлювати ізоморфність математичних об'єктів.

6. Вміти конструювати математичні об'єкти із заданими властивостями.

7. Вміти використовувати методи пізнання (моделювання, аналіз, синтез, узагальнення, конкретизація, порівняння, аналогія тощо) для постановки математичної задачі.

8. Вміти конструювати моделі проблемної (задачної) ситуації (предметні, схематичні, графічні, імітаційні та ін.).

Кожне з цих вмінь можна формувати за допомогою системи евристичних задач. Наприклад, вміння встановлювати ізоморфність математичних об'єктів можна формувати за допомогою наступної задачі.

Покажемо практичну реалізацію формування професійно орієнтованої евристичної діяльності під час вивчення теми «Похідна та її застосування».

Введення поняття похідної проводиться на основі евристичного прийому «підведення під поняття» за допомогою класичних задач: про миттєву швидкість та про дотичну до графіка кривої.

Задачі, що приводять до поняття похідної.

Задача 1. Знайти швидкість тіла, яке вільно падає, в момент часу $t_0 = 4c$, що минув від початку руху.

Вчитель. Вам з курсу фізики відомо, за якою формулою знаходять швидкість вільного падіння?

Учні. Швидкість знаходять за формулою $v = gt$.

Вчитель. Щоб розкрити математичний зміст цієї формули, підійдемо до цієї задачі так.

Запишіть закон руху вільно падаючого тіла.

Учні. Закон руху вільно падаючого тіла виражається формулою

$$s = \frac{gt^2}{2}$$

Вчитель.

1. Надамо аргументу $t_0 = 4c$ приросту $\Delta t = 1$ с і визначимо шлях, який пройшло тіло за час $t_0 + \Delta t = (4+1)c = 5c$.

Щоб спростити розрахунки, покладемо $\frac{g}{2} \approx 5м/c^2$:

$$S(t_0 + \Delta t) = \frac{g(t_0 + \Delta t)^2}{2} = 5 \cdot 5^2 = 125(м)$$

2. Визначимо шлях, який пройшло тіло за проміжок часу $\Delta t = 1c$, тобто за проміжок часу від $t_0 = 4c$ до $t_1 = t_0 + \Delta t = 5c$.

Цей шлях становитиме приріст $\Delta S(t_0)$ функції $S(t) = \frac{gt^2}{2} = 5t^2$.

$$\Delta S(t_0) = S(t_0 + \Delta t) - \Delta S(t_0) = 5(t_0 + \Delta t)^2 - 5t^2 = 5t_0 + 10t_0 \cdot \Delta t + 5(\Delta t)^2 = 5\Delta t(2t_0 + \Delta t) =$$
$$= 125 - 80 = 45(м)$$

3. Знайдемо середню швидкість за проміжок часу $\Delta t = 1c$.

$$v_{сер} = \frac{\Delta S(t_0)}{\Delta t} = \frac{5\Delta t(2t_0 + \Delta t)}{\Delta t} = 5(2t_0 + \Delta t) = 45(м/c)$$

4. Нехай Δt прямує до нуля. Обчислимо середню швидкість за проміжки часу Δt (в секундах), що дорівнюють відповідно 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; ..., використовуючи при цьому знайдену в третьому кроці формулу середньої швидкості $v_{сер} = 5(2t_0 + \Delta t)$.

Очевидно, чим менший проміжок часу Δt, тим менше середня швидкість відрізнятиметься від швидкості вільно падаючого тіла в момент часу $t_0 = 4c$.

Результат обчислень зручно подати у вигляді такої заздалегідь заготовленої таблиці:

Таблиця 1

Результати обчислень

t_0	$S(t_0)$	Δt	$t_0 + \Delta t$	$S(t_0 + \Delta t)$	$\Delta S(t_0)$	$v_{сер} = \frac{\Delta S(t_0)}{\Delta t}$
4	80	1	5	125	45	45
4	80	0,1	4,1	84,05	4,05	40,5
4	80	0,01	4,01	80,4005	0,4005	40,05
4	80	0,001	4,001	80,40005	0,040005	40,005
4	80	0,000 1	4,0001	80,004000 05	0,004000 05	40,0005

Отже, середня швидкість $\frac{\Delta S(t_0)}{\Delta t}$ є функцією приросту аргументу Δt. Коли $\Delta t \to 0$ і $\Delta S(t_0) \to 0$, то границею значення середньої швидкості є число 40, яке й природно взяти за шукане значення швидкості в момент часу $t_0 = 4c$.

Вчитель. Хочу звернути вашу увагу на те, що, розв'язуючи цю задачу, ми виконували такі чотири кроки:

1. Надати значенню аргументу t_0 приросту Δt і знайти значення функції, що відповідає новому значенню аргументу $t_0 + \Delta t$:

$$S(t_0 + \Delta t) = \frac{g(t_0 + \Delta t)^2}{2}.$$

2. Знайти приріст $\Delta S(t_0)$ функції $S(t) = \frac{gt^2}{2}$:

$$\Delta S(t_0)=S(t_0+\Delta t)-\Delta S(t_0)=\frac{g\cdot\Delta t(2t_0+\Delta t)}{2}.$$

3. Знайти відношення $\frac{\Delta S(t_0)}{\Delta t}$, яке дорівнює середній швидкості зміни функції, що відповідає зміні аргументу за проміжок часу від t_0 до $t_0+\Delta t$:

$$\frac{\Delta S(t_0)}{\Delta t}=\frac{g\Delta t(2t_0+\Delta t)}{2\Delta t}=\frac{g(2t_0+\Delta t)}{2}.$$

4. Знайти границю відношення $\frac{\Delta S(t_0)}{\Delta t}$ при $\Delta t\to 0$, тобто обчислити $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S(t_0)}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{g(2t_0+\Delta t)}{2}=gt_0$.

Учні за вчителем записують алгоритм знаходження миттєвої швидкості.

Отже,$v=gt_0$. Дістали відому з курсу фізики формулу миттєвої швидкості вільно падаючого тіла в момент часу t_0.

Слід зауважити, що для вибраного значення t_0 при виконанні граничного переходу на четвертому кроці змінною є лише Δt. Проте, значення границі залежить від вибору t_0. Справді, коли $t_0=4c$, то $v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S(t_0)}{\Delta t}=gt_0=40м/с$, а коли $t_1=5{,}2c$, то $v=52м/с$, де $g\approx 10м/с^2$.

Після вивчення даної теми учні повинні чітко розуміти розв'язок задачі про миттєву швидкість, вміти виділяти чотири кроки задачі.

Аналогічно вводиться до розгляду задача про дотичну до графіка функції.

Вчитель. Чи ви знаєте, що таке дотична до графіка функції?

Учні. Так, це пряма, що має с графіком функції одну спільну точку.

Вчитель. Тоді у параболи $y=x^2$ вісь ординат є також дотичною до графіка функції (рис. 1)?

Учні. Ні. Вона його перетинає.

Вчитель. Отже, знайоме раніше з курсу геометрії означення дотичної до кола не можна застосовувати до графіка функції.

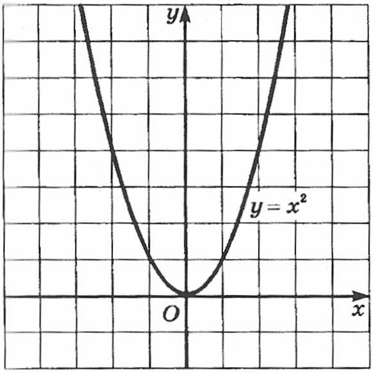

Рис. 1

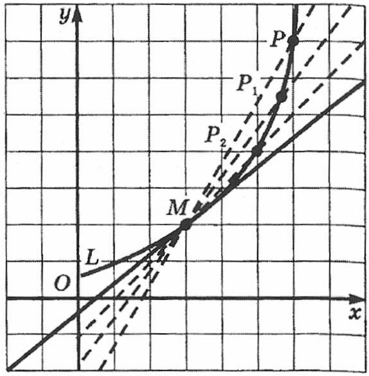

Рис. 2

Уточнимо наочне уявлення про дотичну до графіка функції.

Нехай M і P – деякі не співпадаючі точки, які лежать на кривій L. Проведемо пряму MP, яку назвемо січною (рис. 2). Наблизимо точку P до точки M по кривій L. Тоді січна MP буде наближатись до свого граничного положення.

Дотичною до графіка функції в точці М називається граничне положення січної MP, коли точка P, рухаючись по кривій, наближається до точки M.

Вчитель. Означення дотичної до кривої зовсім не означає, що дотична повинна мати з кривою єдину спільну точку (як, наприклад, у випадку кола). Їх може бути кілька або нескінчена кількість.

Задача 2. Дано графік функції $y = f(x)$. На ньому обрана точка $M(a; f(a))$, в якій проведена дотична до графіка функції (припустимо, що вона існує). Знайти кутовий коефіцієнт дотичної.

Вчитель. Дотична до графіка функції є прямою. Як можна задати пряму у системі координат?

Учні. Пряму можна задати за допомогою координат двох точок, що їй належать, за допомогою кутового коефіцієнта тощо.

Вчитель. Так, спробуємо визначити дотичну до графіка функції за допомогою кутового коефіцієнта: $y = kx + b$.

Як нам відомо з курсу алгебри, кутовий коефіцієнт дорівнює тангенсу кута нахилу прямої. Яким чином ми його можемо знайти за допомогою приростів аргументу і функції?

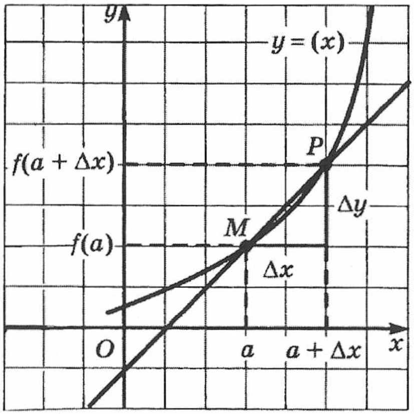

Рис. 3. Рисунок до задачі 2

Вчитель. Надамо аргументу приріст Δx і розглянемо на графіку (рис. 3) точку *P* з абсцисою $a + \Delta x$. Тоді ордината точки дорівнює $f(a + \Delta x)$, а приріст функції $\Delta y = f(a + \Delta x) - f(a)$. Як визначити кутовий коефіцієнт січної *MP*?

Учні. Кутовий коефіцієнт дорівнює тангенсу кута нахилу та визначається за формулою:

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Вчитель. Проте на даному етапі ми знайшли кутовий коефіцієнт січної. Як же знайти кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $y = f(x)$ в точці *M*?

Учні. Необхідно наблизити точку *P* до точки *M*, спрямувавши приріст аргументу Δx до нуля. Щоб обчислити точне значення кутового коефіцієнту, необхідно знайти його граничне значення.

Вчитель. Дійсно, отримаємо формулу обчислення кутового коефіцієнту дотичної до графіка функції:

$$k_{\text{дот}} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Отже, для розв'язання задачі ми виконали наступні кроки:

1. Надати значенню аргументу приросту Δx і знайти значення функції, що відповідає новому значенню аргументу $f(a + \Delta x)$.

2. Знайти приріст функції Δy.

3. Знайти відношення $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, яке дорівнює тангенсу кута нахилу дотичної до вісі абсцис.

4. Знайти границю відношення $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$, тобто обчислити $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Доцільно звернути увагу учнів на те, що аналогічно розв'язують численні задачі фізики, хімії, математики та інших наук.

Отже, виділено основні професійно орієнтовані евристичні вміння, на формування яких необхідно спиратись сучасному вчителеві. Представлено систему евристичних задач з використанням похідної, спрямованих на формування професійно орієнтованих евристичних вмінь, використання яких, на нашу думку, сприятиме розвитку в учнів математичної творчості. Саме застосування зазначених систем завдань дає можливість учням в повній мірі сформувати нестандартне мислення, уяву.

Список використаних джерел

1. Бобилєв Д. Є. Місце евристичних умінь в структурно-логічній схемі пропедевтичного курсу функціонального аналізу / Д. Є. Бобилєв // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – 2013. – Вип. 40. С. 73-79.
2. Максимова Т. С. Методика формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів вищих технічних навчальних закладів на практичних заняттях з вищої математики : дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.02 / Тетяна Сергіївна Максимова. – Донецьк, 2006. – 285 с.
3. Хуторской А. В. Эвристическое обучение [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской. – Режим доступа: http://khutorskoy.ru/science/concepts/terms/heuristic_training.htm.