

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання

**МЕТОДИКА УЗАГАЛЬНЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ УЧНІВ
ЛІЦЕЇВ З ТЕМИ «ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ. ВІДСОТКИ»**

Кваліфікаційна робота студентки
групи МІм-24

ступінь вищої освіти «магістр»

спеціальності

014.04. Середня освіта (Математика)

Барсукової Антоніни Леонідівни

Керівник: канд. пед. наук, доцент

Армаш Тетяна Сергіївна

ЗАПЕВНЕННЯ

Я, Барсукова Антоніна Леонідівна, розумію і підтримую політику Криворізького державного педагогічного університету з академічної доброчесності. Запевняю, що ця кваліфікаційна робота виконана самостійно, не містить академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації. Я не надавала і не одержувала недозволену допомогу під час підготовки цієї роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають покликання на відповідне джерело. Із чинним Положенням про запобігання та виявлення академічного плагіату в роботах здобувачів вищої освіти Криворізького державного педагогічного університету ознайомена. Чітко усвідомлюю, що в разі виявлення у кваліфікаційній роботі порушення академічної доброчесності робота не допускається до захисту або оцінюється незадовільно.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ УЗАГАЛЬНЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ УЧНІВ ЛІЦЕЇВ З ТЕМИ «ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ. ВІДСОТКИ».....	6
1.1. Компетентнісний підхід у сучасному навчанні математики.....	6
1.2. Методи узагальнення і систематизації знань учнів ліцеїв з теми «Відношення і пропорції. Відсотки».....	11
1.3. Практичне значення теми «Відношення і пропорції. Відсотки» у повсякденному житті.....	17
<i>Висновки до першого розділу.....</i>	<i>22</i>
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ УЗАГАЛЬНЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ УЧНІВ ЛІЦЕЇВ З ТЕМИ «ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ. ВІДСОТКИ».....	23
2.1. Методичні особливості викладання теми «Відношення і пропорції. Відсотки».....	23
2.2. Застосування ефективних методів навчання для узагальнення і систематизації знань учнів ліцеїв з теми «Відношення і пропорції. Відсотки».....	27
<i>Висновки до другого розділу.....</i>	<i>62</i>
ВИСНОВКИ.....	64
Список використаної літератури.....	66

ВСТУП

Актуальність дослідження. Освітній процес сьогодення орієнтований на формування в учнів системного підходу до знань, вміння узагальнювати інформацію та застосовувати її в різноманітних умовах. Це має особливе значення для математики, оскільки розвинене аналітичне мислення, здатність до структурування матеріалу та логічного аналізу є ключовими навичками в цій дисципліні. Тема «Відношення і пропорції. Відсотки» є базовою у навчанні, адже її розуміння необхідне не лише для поглиблення математичних знань, але й для використання в реальних життєвих ситуаціях. Однак значна частина учнів відчуває труднощі при вивченні цієї теми через недостатнє усвідомлення зв'язків між основними математичними поняттями. Це робить питання ефективних методичних прийомів для узагальнення та систематизації знань надзвичайно актуальним.

Об'єкт дослідження – процес навчання математики у старшій школі.

Предмет дослідження – методичні особливості узагальнення і систематизації знань старшокласників з теми «Відношення і пропорції. Відсотки».

Мета дослідження – адаптувати існуючі методичні підходи для результативного узагальнення та систематизації знань учнів із теми «Відношення і пропорції. Відсотки», що забезпечить якісне засвоєння матеріалу та підвищить рівень математичної підготовки.

Для досягнення поставленої мети визначено такі **завдання**:

1. Проаналізувати психолого-педагогічні, дидактичні, методичні основи узагальнення та систематизації знань у процесі навчання математики.
2. Дослідити зміст та методичні особливості викладання теми «Відношення і пропорції. Відсотки».

3. Визначити основні труднощі учнів у засвоєнні даної теми та способи їх подолання.

4. Обґрунтувати ефективні методи узагальнення та систематизації знань учнів з теми.

5. Розробити та експериментально перевірити комплекс методичних прийомів, спрямованих на покращення процесу засвоєння матеріалу.

У процесі роботи використано такі **методи дослідження**: аналіз та узагальнення наукової та методичної літератури з проблеми дослідження, аналіз навчальних програм і підручників; спостереження за навчальним процесом, анкетування та тестування учнів для виявлення труднощів у засвоєнні теми, аналіз результатів навчальної діяльності; розробка та впровадження методичних рекомендацій, оцінка їхньої ефективності за допомогою порівняльного аналізу результатів учнів.

Теоретичне значення дослідження полягає у розширенні наукового бачення методів узагальнення і систематизації знань у процесі навчання математики, а також у створенні підходів для підвищення ефективності викладання теми «Відношення і пропорції. Відсотки» в старшій школі.

Практичне значення дослідження виявляється у розробці методичних рекомендацій для вчителів математики щодо оптимізації узагальнення й систематизації знань школярів. Напрацьовані результати можуть застосовуватися під час підготовки навчальних посібників, проведення уроків, факультативних занять і підготовки учнів до контрольних випробувань.

Структура роботи. Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків та списку використаних джерел, що налічує 54 найменувань. Загальний обсяг роботи становить 72 сторінки.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ УЗАГАЛЬНЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ УЧНІВ ЛІЦЕЇВ З ТЕМИ «ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ. ВІДСОТКИ»

1.1. Компетентнісний підхід у сучасному навчанні математики

Сучасна методика навчання математики ґрунтується на компетентнісному підході, який спрямований не лише на засвоєння теоретичних знань, а й на розвиток здатності застосовувати їх у реальних умовах. На відміну від традиційного підходу, який передбачає запам'ятовування та відтворення інформації, компетентнісна освіта акцентує увагу на формуванні в учнів критичного мислення, аналітичних навичок і вміння розв'язувати практичні завдання [3]. Головною метою такого підходу є забезпечення школярів не лише знаннями, а й уміннями ефективно оперувати математичними поняттями в повсякденному житті та професійній діяльності [18, с. 336].

Основні складові компетентнісного підходу включають предметну, діяльнісну, когнітивну, комунікативну, інформаційну та метапредметну компетентності. Предметна компетентність передбачає глибоке розуміння математичних термінів, операцій та їх взаємозв'язків, а також уміння будувати моделі та знаходити розв'язки. Діяльнісна компетентність забезпечує здатність застосовувати отримані знання в нестандартних ситуаціях, використовуючи різні методи та підходи до вирішення задач. Когнітивний компонент сприяє розвитку здатності аналізувати, порівнювати, класифікувати математичні об'єкти, а також узагальнювати закономірності та робити логічні висновки. Комунікативна компетентність передбачає чітке формулювання математичних міркувань, обґрунтування своїх рішень і ефективну співпрацю з іншими [40, с. 21-30]. Важливим елементом компетентнісного навчання є використання інтерактивних методів, що стимулюють учнів до активного пошуку рішень. Наприклад, проєктне навчання дозволяє залучати школярів до виконання

дослідницьких завдань, що розвиває навички самостійного аналізу та пошуку рішень. Дослідницька діяльність сприяє формуванню математичного мислення, а групова робота допомагає учням вчитися аргументовано висловлювати власні думки та ефективно взаємодіяти з однокласниками. Таким чином, компетентнісний підхід сприяє підвищенню рівня математичної грамотності школярів, допомагає їм легше адаптуватися до змін у сучасному суспільстві та готує їх до успішної інтеграції у професійне середовище.

Це докорінно змінює традиційне розуміння ролей учителя й учня у навчальному процесі. Школяр перетворюється на активного учасника освітнього середовища, а не лише на пасивного отримувача знань. Водночас педагог стає наставником, який координує освітню діяльність, допомагає розвивати навички самостійного мислення та заохочує пізнавальний інтерес учнів. Компетентнісне навчання базується на кількох ключових принципах, зокрема проблемному навчанню, діяльнісному підході та рефлексії. Проблемне навчання полягає у вирішенні реальних задач, що потребують застосування математичних знань та творчого підходу до пошуку оптимальних рішень. Діяльнісний підхід реалізується завдяки практичним завданням, відтворенню життєвих ситуацій, співпраці у групах та інтерактивним методам [22, с. 272].

Щоб успішно реалізувати компетентнісний підхід у викладанні математики, використовують різні методи навчання. Один із них – проєктна діяльність, яка дає змогу школярам працювати над тривалими завданнями, що потребують детального аналізу та досліджень, як-от визначення прибутковості банківських депозитів чи розрахунок знижок у відсотковому вираженні. Дослідницький підхід сприяє самостійному виявленню закономірностей та розробці математичних концепцій. Спільна робота в групах допомагає школярам розвивати навички аргументованої дискусії, знаходити різні стратегії розв’язання задач та ефективно представляти результати своїх напрацювань. Значний внесок у навчальний процес робить застосування цифрових ресурсів, зокрема математичних програм, таких як GeoGebra, Desmos, Excel, які сприяють наочному відображенню абстрактних математичних концепцій [28, с.

399]. Крім того, використання елементів гейміфікації, таких як математичні вікторини та інтерактивні квести, значно підвищує мотивацію учнів, роблячи навчальний процес більш динамічним і захопливим. Компетентнісний підхід має суттєве практичне значення, оскільки сприяє підвищенню рівня математичної грамотності школярів, допомагає їм застосовувати отримані знання у повсякденних ситуаціях, а також розвиває навички критичного мислення та аналізу. У сучасних умовах ринку праці важливим є не лише володіння теоретичними знаннями, а й здатність до швидкої адаптації, що робить компетентнісний підхід надзвичайно актуальним. Його впровадження сприяє тому, щоб процес вивчення математики був не лише результативним, а й цікавим, практичним і орієнтованим на реальні виклики життя [9, с. 26].

Компетентнісний підхід у навчанні математики сприяє розвитку так званої «гнучкості мислення» учнів. Це передбачає, що вони навчаються не тільки знаходити правильні відповіді на задачі, а й розглядати різні способи їх розв'язання, порівнювати ефективність методів і обирати найбільш підходящий варіант залежно від ситуації. Крім того, компетентнісний підхід акцентує увагу на міждисциплінарних зв'язках. У сучасному світі математика тісно взаємодіє з іншими науками, такими як економіка, інформатика, фізика, біологія та навіть мистецтво. Завдяки використанню міжпредметних зв'язків учні краще розуміють роль математичних знань у різних сферах діяльності, що підвищує їхню мотивацію до навчання. Наприклад, пропорції активно застосовуються в архітектурі, дизайні та музиці, а знання відсоткових розрахунків є основою фінансової грамотності [13, с. 324]. Компетентнісний підхід також сприяє розвитку здатності учнів до самооцінювання та саморефлексії. Вони навчаються не лише виконувати завдання, а й аналізувати свої помилки, оцінювати власні сильні та слабкі сторони, визначати, які навички потребують покращення. Це формує в них відповідальність за власний навчальний процес, сприяє розвитку самостійності та ініціативи. Важливим аспектом компетентнісного навчання є також мотивація учнів. Традиційна система оцінювання, що зосереджена лише на кількості правильних відповідей, не завжди здатна точно відобразити рівень

сформованих компетентностей. Тому сучасні освітні практики активно використовують портфоліо, проєктну діяльність, самооцінку та взаємооцінку, що дає можливість не тільки оцінювати знання, але й спостерігати за прогресом особистісного розвитку учнів. Інтерактивні платформи, такі як Moodle, Google Classroom, Khan Academy, дають змогу організувати індивідуальне навчання, забезпечувати зворотний зв'язок і мотивувати учнів до самостійного здобуття знань [35, с. 416].

Компетентнісний підхід у навчанні математики активно сприяє розвитку критичного мислення та аналітичних здібностей учнів. Вони не лише запам'ятовують формули та алгоритми, а й вчаться глибше розуміти зміст задач, шукати логічні зв'язки між величинами та застосовувати здобуті знання у реальних ситуаціях. Наприклад, робота з пропорціями та відсотковими розрахунками дозволяє учням краще розуміти фінансові процеси, аналізувати статистику, оцінювати ймовірність подій та виявляти маніпуляції у медіа. Сучасні методи навчання також стимулюють співпрацю в малих групах, обговорення рішень, пояснення своїх виборів та обґрунтування вибору методів розв'язання. Це не лише сприяє глибшому засвоєнню знань, але й готує учнів до професійного життя, де важливою навичкою є здатність ефективно працювати в команді [21, с. 352].

Компетентнісний підхід також вимагає від вчителя високої гнучкості та готовності до впровадження інновацій. Традиційні методи лекційного викладу поступово замінюються інтерактивними підходами, такими як кейс-методи, проблемне навчання, проєктна діяльність і моделювання реальних ситуацій. Наприклад, у межах теми «Відношення і пропорції» можна запропонувати учням практичні завдання, які стосуються реального життя, як-от планування бюджету, обчислення дозування лікарських засобів або створення масштабних моделей. Використання онлайн-калькуляторів, інтерактивних симуляцій, тестових платформ і візуальних інструментів значно полегшує засвоєння складних математичних понять. Наприклад, динамічні геометричні програми (GeoGebra), інструменти для роботи з таблицями (Google Sheets, Excel), а

також математичні онлайн-ресурси (Desmos, Wolfram Alpha) допомагають наочно продемонструвати математичні закономірності, що робить навчання більш доступним і ефективним [34, с. 448].



Рис. 1.1 «Розвиток математичних компетентностей у сучасній освіті»

Таким чином, компетентнісний підхід не лише забезпечує глибше розуміння математичних понять, а й готує учнів до реального життя, формуючи в них навички критичного мислення, аналізу, комунікації та самостійного навчання. Це підхід, який відповідає викликам сучасного інформаційного суспільства та сприяє розвитку особистості, здатної до адаптації в умовах швидких змін [43, с. 111-113].

1.2. Методи узагальнення і систематизації знань

Процес узагальнення і систематизації знань відіграє важливу роль у навчанні, оскільки дозволяє учням не лише запам'ятати окремі факти чи правила, а й побачити взаємозв'язки між ними, структурувати отриману інформацію та сформувати цілісне розуміння предмета. Узагальнення сприяє виділенню основних ідей і закономірностей, а систематизація допомагає організувати знання у логічну послідовність. У математиці цей процес особливо важливий, адже дозволяє учням краще орієнтуватися в темах, швидше застосовувати вивчені алгоритми та розвивати навички мислення вищого рівня [37, с. 140-144].

У навчальному процесі застосовуються різноманітні методи узагальнення та систематизації знань, які можна умовно поділити на традиційні та інноваційні, а також на індуктивні та дедуктивні. Індуктивний метод передбачає перехід від конкретних прикладів до загальних висновків. Спочатку учні ознайомлюються з окремими випадками, аналізують їх, а на основі спостережених закономірностей формують загальні правила чи теорії. Наприклад, під час вивчення теми «Відношення і пропорції» вчитель може запропонувати здобувачам освіти кілька задач, розв'язуючи які вони самостійно визначать основну властивість пропорцій. Такий підхід сприяє розвитку аналітичного мислення та стимулює самостійність у формулюванні загальних висновків. У свою чергу, дедуктивний метод передбачає початок із загальних правил чи теорем, а потім їх застосування до конкретних випадків. Наприклад, при вивченні відсоткових розрахунків вчитель може спершу ввести формулу обчислення відсотків, а потім продемонструвати її практичне застосування у таких життєвих ситуаціях, як розрахунок податків, знижок або банківських процентів [53, с. 228].

Порівняльний метод дає змогу виявляти взаємозв'язки між різними поняттями та здійснювати узагальнення знань через аналогії. Наприклад, під

час вивчення пропорцій можна порівняти арифметичні та геометричні пропорції, аналізуючи їхні спільні характеристики та відмінності. Використання таблиць або схем допомагає учням швидше зрозуміти подібні концепції і вибрати відповідні методи для розв'язання задач. Окрім того, одним із потужних інструментів для систематизації та узагальнення матеріалу є використання графічних схем, таблиць, діаграм або карт знань (mind maps). Такий підхід дозволяє візуалізувати зв'язки між поняттями, що полегшує як запам'ятовування, так і глибоке розуміння матеріалу. Наприклад, при узагальненні теми «Відношення і пропорції» можна створити схему, що зобразить усі основні терміни (відношення, пропорції, масштаб, відсотки) та їх взаємозв'язки, що допоможе чітко усвідомити структуру матеріалу [45, с. 150-154]. Повторення є класичним способом узагальнення та систематизації знань. Воно може бути механічним (запам'ятовування формул) або осмисленим (аналіз розв'язаних задач). Важливо використовувати різні форми повторення: усні, письмові, тестові завдання, розв'язання задач з варіаціями умов. Особливо ефективним є метод інтервального повторення, коли матеріал повторюється через певні проміжки часу (наприклад, через день, через тиждень, через місяць), що сприяє довготривалому запам'ятовуванню. Логічно-структурний метод передбачає логічну організацію навчального матеріалу у вигляді чіткої структури [29, с. 512]. Наприклад, при вивченні пропорцій корисно виділяти основні закономірності та записувати їх у вигляді логічних ланцюжків. Якщо дві величини прямо пропорційні, їхнє відношення є сталим, а якщо дві величини обернено пропорційні, добуток їхніх значень залишається незмінним [23, с. 240].

Проектна діяльність є потужним інструментом для інтеграції та узагальнення знань. Учні виконують навчальні проекти, де їм пропонується застосувати здобуті знання в реальних життєвих ситуаціях. Наприклад, у рамках теми «Відсотки» можна запропонувати учням розробити фінансовий план для вигаданої родини, де вони аналізуватимуть витрати, доходи, кредити та заощадження. Така самостійна робота дає можливість перевірити рівень

засвоєння матеріалу та сприяє розвитку навичок застосування теоретичних знань на практиці. Різноманітні завдання, такі як розв'язування задач, створення прикладів або написання есе й рефлексій на тему реального використання математичних концепцій, допомагають не тільки засвоювати навчальний матеріал, а й формують важливі навички, такі як аналітичне мислення, критичне оцінювання та здатність до практичного застосування знань. Оскільки учні мають різний рівень підготовки, індивідуалізовані завдання дозволяють ефективно адаптувати навчання до потреб кожного. Наприклад, сильніші учні можуть працювати з більш складними завданнями, що вимагають нестандартного підходу, в той час як учням, які потребують додаткової підтримки, можна пропонувати поступово ускладнені завдання для крокового освоєння матеріалу [41, с. 76-78].

Інтеграція міжпредметних зв'язків є потужним інструментом для узагальнення знань. Математика має численні взаємозв'язки з іншими дисциплінами, такими як фізика, економіка, географія, інформатика, і ці зв'язки відкривають нові можливості для глибшого засвоєння навчального матеріалу. Наприклад, вивчаючи тему «Відсотки», можна розглядати реальні економічні ситуації, пов'язані з банківськими кредитами, інфляцією, податковими системами, що робить навчання більш практичним і наближеним до реального життя. З іншого боку, використання цифрових технологій значно розширює горизонти для систематизації та узагальнення знань. Завдяки онлайн-платформам, інтерактивним симуляціям, математичним іграм та програмам для створення тестів, навчальний процес стає більш різноманітним і привабливим для учнів. Наприклад, математичні програми дозволяють будувати графіки, аналізувати статистичні дані, що значно полегшує візуалізацію взаємозв'язків між величинами та робить навчання більш наочним і доступним [12, с. 192].

Емоційний компонент навчального процесу має вирішальне значення для ефективного узагальнення знань. Залучення методів, які сприяють зацікавленості, задоволенню від навчання та стимулюють мотивацію до пізнання, значно покращує засвоєння матеріалу. Одним із таких методів є

сторітелінг, при якому складні математичні концепції пояснюються через захоплюючі розповіді або реальні життєві приклади, що дозволяє учням краще усвідомити їх практичне застосування. Коли учні мають можливість самостійно оцінювати свій рівень знань, визначати прогалини в розумінні і знаходити способи їх подолання, це допомагає сформувати почуття відповідальності за власний навчальний процес. Наприклад, використання щоденників успіху, в яких учні фіксують свої досягнення та труднощі, дає змогу свідомо ставитись до навчання та покращувати розуміння матеріалу [52].

Таблиця 1.1

Підходи до узагальнення та систематизації математичних знань

Метод	Суть методу	Приклад застосування	Переваги	Недоліки
Складання опорних конспектів і схем	Створення структурованих схем, які допомагають узагальнити основні поняття і їх взаємозв'язки.	Схема з основними властивостями пропорцій та правилами обчислення відсотків.	Допомагає наочно відображати ключові моменти. Підходить для систематизації великих обсягів матеріалу.	Може бути складним для тих, хто не звик до візуального сприймання інформації.
Порівняння	Виявлення спільних і відмінних рис між поняттями для глибшого розуміння та усвідомлення матеріалу.	Порівняння прямої і оберненої пропорційності на прикладі знижок у магазині.	Допомагає визначити схожість і відмінність між поняттями. Розвиває аналітичне мислення.	Може бути недостатньо ефективним без чіткої методології порівняння.
Проблемне навчання	Постановка перед учнями практичних задач, що вимагають аналізу, обґрунтування та логічного мислення.	Задача: «Як розрахувати загальну знижку 20 % + 10%?»	Сприяє розвитку критичного мислення і творчості. Мотивує до глибшого занурення в матеріал.	Може бути важким для учнів без достатнього рівня знань або навичок вирішення задач.
Використання життєвих ситуацій	Застосування математичних знань у реальних	Розрахунок знижки на товар у магазині або відсотків за	Розвиває практичні навички, які можуть бути корисними в	Може бути складно знайти релевантні ситуації для

Метод	Суть методу	Приклад застосування	Переваги	Недоліки
	умовах для розв'язання проблем, близьких до повсякденного життя.	депозитом.	реальному житті.	кожного учня.
Цифрові технології	Використання спеціальних програм, онлайн-ресурсів, інтерактивних симуляцій.	Використання GeoGebra для побудови графіків пропорцій або математичних задач.	Забезпечує візуалізацію та інтерактивність навчання. Допомогає зрозуміти абстрактні концепції.	Потрібно мати доступ до технологій та вміння працювати з ними.
Групова робота та метод проєктів	Спільне виконання завдань у групах, що сприяє обміну думками та глибшому розумінню матеріалу.	Створення проєкту на тему «Розрахунок відсоткових ставок у банку».	Розвиває навички комунікації та співпраці. Заохочує до креативного підходу.	Вимагає чіткого керівництва з боку вчителя. Може виникнути неефективний розподіл завдань.
Гейміфікація	Використання ігрових елементів у навчанні для підвищення мотивації та заохочення учнів до навчання.	Ігри на платформі Kahoot для перевірки знань про пропорції та відсотки.	Підвищує рівень залучення учнів, робить навчання цікавішим і більш динамічним.	Може не підходити для всіх учнів. Потрібно зберігати баланс між іграми та серйозним навчанням.
Самостійна робота та рефлексія	Підведення підсумків, самооцінка та усвідомлення того, що було вивчено, для закріплення матеріалу.	Виконання вправ для самоперевірки після уроку, ведення зошита успіхів.	Дає можливість кожному учню самостійно контролювати свій процес навчання, відслідковувати прогрес.	Може бути складно для учнів без навичок самоорганізації.
Міжпредметні зв'язки	Використання знань з інших предметів для розширення розуміння математичних	Розв'язання задач з економіки чи географії, де застосовуються пропорції та	Зміцнює міждисциплінарне мислення та застосування математичних знань у реальних	Потрібно мати чітке розуміння, як з'єднати знання з різних предметів для досягнення

Метод	Суть методу	Приклад застосування	Переваги	Недоліки
	понять і їх застосування.	відсотки.	умовах.	результату.

Одним із найбільш результативних підходів до узагальнення та систематизації знань є створення опорних конспектів і схем. Наприклад, при вивченні теми «Відношення і пропорції» можна розробити діаграму, яка чітко відображає різні типи відношень (пряме та обернене), правила пропорційності та ключові властивості пропорцій. Такі графічні засоби дозволяють учням швидко відновлювати важливі поняття та їхні зв'язки. Зокрема, для розв'язання задач на пропорції можна застосувати правило «добуток крайніх членів дорівнює добутку середніх» і на практиці продемонструвати його на прикладах з конкретними числами. Метод порівняння також є потужним інструментом для систематизації знань. Учні можуть порівнювати такі поняття, як відсотки і пропорції, виявляючи спільні риси та відмінності. Наприклад, пропорції використовуються для розрахунку масштабів карт, тоді як відсотки здебільшого застосовуються в фінансових розрахунках (податки, депозити, знижки). Розуміння цих відмінностей дає змогу учням точніше вибрати відповідні методи розв'язування задач у реальному житті [39, с. 46-48].

Метод проблемного навчання полягає в тому, що вчитель ставить перед учнями проблему, яку вони мають розв'язати самостійно або в групах. Наприклад, можна запропонувати задачу: «Магазин оголосив дві знижки: спочатку 20%, а потім ще 10%. Чи можна замінити їх на одну загальну знижку в 30%?» Це змушує учнів аналізувати ситуацію, знаходити математичне обґрунтування та робити висновки. Вони зможуть зрозуміти, що послідовне застосування відсоткових знижок не є простою сумою відсотків, що є типовою помилкою багатьох людей. Застосування реальних життєвих ситуацій допомагає краще систематизувати знання. Наприклад, розрахунок знижок у магазині, визначення річного відсотка за кредитом чи депозитом у банку – це

реальні ситуації, які учні можуть моделювати. Якщо учень знає, як розрахувати, скільки він заплатить за товар зі знижкою 15%, він зможе швидко застосувати ці знання й у фінансовій грамотності [26, с. 74].

Використання цифрових технологій значно розширює можливості узагальнення матеріалу. Онлайн-платформи, такі як GeoGebra або Desmos, дозволяють будувати графіки та моделювати математичні залежності. Наприклад, при вивченні пропорцій учні можуть використовувати інтерактивні симуляції, які демонструють зміну величин у прямій і оберненій пропорційності. Також можна використовувати тести на освітніх платформах «НаУрок» та «Всеосвіта», на платформах Wordwall, Kahoot або Quizizz для швидкої перевірки знань та закріплення матеріалу. Групова робота та метод проєктів також сприяють узагальненню знань. Наприклад, учням можна запропонувати створити презентацію або міні-дослідження на тему «Як банки розраховують відсоткові ставки?» або «Як інфляція впливає на збереження коштів?» Це не лише допоможе їм краще засвоїти матеріал, а й навчить працювати з інформацією та застосовувати математичні знання у практичному контексті. Отже, різноманітні методи узагальнення та систематизації знань сприяють не лише кращому засвоєнню матеріалу, а й формуванню аналітичного мислення, розвитку навичок розв'язання практичних задач та підготовці старшокласників до реальних викликів дорослого життя [20, с. 400].

1.3. Практичне значення теми «Відношення і пропорції. Відсотки» у повсякденному житті

Тема «Відношення і пропорції. Відсотки» має велику практичну цінність у повсякденному житті, оскільки ці математичні концепти використовуються для вирішення численних реальних задач. Вміння оперувати з відношеннями, пропорціями та відсотками дозволяє ефективно виконувати фінансові розрахунки, планувати бізнес-процеси, а також приймати обґрунтовані рішення

в різноманітних ситуаціях. Однією з основних сфер їх застосування є побутова діяльність. Наприклад, у кулінарії, будівництві та при вимірюваннях часто виникають випадки, коли необхідно використовувати пропорції для коригування кількості інгредієнтів або матеріалів. У разі, коли рецепт розрахований на чотири порції, а необхідно приготувати тільки одну, пропорційне зменшення інгредієнтів допомагає точно адаптувати склад. Знання про пропорції дозволяє правильно визначати потрібні обсяги продуктів, що забезпечує точність та економію ресурсів [47, с. 20].

Ще одна важлива сфера застосування відсотків – це фінансові розрахунки. Відсотки використовуються для обчислення процентних ставок за банківськими вкладами, кредитами, а також для визначення знижок на товари. Наприклад, під час покупок відсотки допомагають порахувати знижку, яку пропонують на товар або послугу. Якщо товар коштує 2000 грн, а знижка складає 10%, то за допомогою відсотків можна визначити, скільки грошей буде зекономлено на покупці ($2000 \cdot 10\% = 200$ грн). Відсотки також використовуються для розрахунку податків, нарахувань на заробітну плату, пенсій або інших соціальних виплат [48, с. 20].

У сфері бізнесу відношення та пропорції мають ключову роль для ефективного управлінського процесу. Наприклад, при оцінці фінансових результатів підприємства використовуються різноманітні коефіцієнти, що відображають співвідношення між основними фінансовими показниками. Пропорції також активно застосовуються для визначення витрат на виробництво товарів і встановлення оптимальних цін з метою досягнення бажаної рентабельності. Володіння цими методами дозволяє підприємцям більш точно прогнозувати витрати, доходи та прибутки, а також приймати більш обґрунтовані рішення щодо подальших стратегій розвитку. В соціальних та природничих науках відношення і пропорції використовуються для порівняння та аналізу різноманітних показників, зокрема в статистиці, де часто застосовуються пропорційні обчислення для визначення середніх значень, індексів та інших ключових параметрів.

У соціології пропорції служать для дослідження соціальних феноменів, таких як співвідношення статей у певних групах, розподіл вікових категорій в популяції або рівень зайнятості в різних секторах [42, с. 85-90].

Відсотки є ключовим інструментом для обчислення умов страхування та інвестицій. Вони широко застосовуються для визначення страхових внесків, сум страховок і прибутковості різноманітних інвестиційних інструментів, таких як облігації, акції чи депозити. Наприклад, для розрахунку доходу від депозиту з процентною ставкою 5% важливо врахувати початкову суму вкладу та термін його зберігання. Такий розрахунок допомагає інвестору оцінити доцільність вкладень. Крім того, відношення та пропорції мають важливе значення в медицині та фармацевтиці. Лікарі часто застосовують пропорції для точного дозування ліків, особливо при підборі доз для дітей чи пацієнтів з особливими потребами. У фармацевтичній галузі пропорції використовуються для змішування лікарських засобів, виготовлення препаратів або визначення концентрації активних інгредієнтів у ліках [38, с. 103-107].

Тема «Відношення і пропорції. Відсотки» має суттєве значення також у сфері планування та управління особистими фінансами. Наприклад, при складанні фінансового плану для родини чи особи використання відсоткових розрахунків допомагає визначити частку доходу, яку варто відкладати на заощадження або витратити на різні категорії витрат, такі як продукти харчування, житло, транспорт тощо. Здатність раціонально розподіляти кошти серед різних статей витрат за допомогою пропорцій сприяє фінансовій стабільності та мінімізації ризику виникнення боргів. Відношення і пропорції також відіграють важливу роль у плануванні подорожей та організації часу. Наприклад, для визначення оптимального балансу між витраченим часом і коштами під час подорожей використовуються пропорційні обчислення. Мандрівники часто планують маршрути та бюджети на основі пропорційних розрахунків вартості проживання, транспорту та розваг, що робить поїздки більш комфортними та економічними. Крім того, ці поняття мають важливе

значення в наукових дослідженнях, особливо в статистиці та аналізі даних. Вчені застосовують відношення та пропорції для інтерпретації результатів експериментів та опитувань. Наприклад, при оцінці ефективності медичних процедур або аналізі результатів соціальних досліджень, порівняння різних груп за допомогою пропорцій дозволяє зробити обґрунтовані висновки щодо доцільності застосування певних підходів [36, с. 160-167].

У галузі екології пропорції використовуються для оцінки рівня забруднення навколишнього середовища, а також для аналізу споживання природних ресурсів, необхідних для виробництва товарів і послуг. Це дає змогу вченим та політикам приймати обґрунтовані рішення щодо сталого розвитку та охорони природних ресурсів. Вміння ефективно працювати з відсотками, пропорціями та відношеннями має величезне значення для ухвалення правильних рішень, зменшення ризиків і досягнення поставлених цілей у повсякденному житті і професійній діяльності. Це підкреслює важливість цих математичних понять у реальному житті, адже вони сприяють раціональним підходам, що дозволяють оптимізувати різноманітні процеси та забезпечувати ефективність на всіх етапах [14, с. 272].

Ця тема є ключовою у навчальному процесі, оскільки математичні концепції, зокрема відношення, пропорції та відсотки, сприяють розвитку критичного мислення та логічних навичок у школярів і студентів. Вивчаючи ці поняття, учні вчаться знаходити закономірності, порівнювати різні величини та робити обґрунтовані висновки на основі даних. Це не лише допомагає у засвоєнні математики, але й розвиває здатність розв'язувати реальні задачі, де потрібно враховувати кількісні співвідношення. Знання про відсотки відіграє важливу роль у сфері страхування та пенсійного забезпечення. При оформленні страхового полісу або пенсійного плану важливо розуміти, як відсоткові ставки впливають на загальну суму внесків або виплат. Оскільки відсоткові ставки можуть змінюватися залежно від економічних умов або умов договору, розуміння принципів їх нарахування є необхідним для обґрунтованого вибору страхових чи пенсійних продуктів. У бізнесі та маркетингу пропорції та

відсотки служать ефективними інструментами для оцінки результативності рекламних кампаній, визначення оптимальних цін і розробки маркетингових стратегій. Наприклад, під час акцій зі знижками важливо точно розрахувати знижку або націнку на товар, а також порівняти витрати на рекламу з отриманим прибутком від продажу, що допомагає приймати обґрунтовані рішення щодо ціноутворення та ефективності рекламних інвестицій [54, с. 192].

Відсотки та пропорції також знаходять застосування в науці, зокрема в біології та медицині. Наприклад, у біохімії часто використовуються пропорції для визначення концентрації розчинів або вивчення співвідношення різних компонентів у зразках. У медицині відсотки допомагають лікарям оцінювати ризики захворювань або ефективність лікування. Це дозволяє приймати більш точні та ефективні рішення щодо лікування пацієнтів [5, с. 367].

Фінансові питання	Покупки та бюджетування	Розподіл ресурсів	Оцінка і порівняння	Подорожі та транспорт
•Відсотки по кредитах та депозитах (визначення розміру відсотків на вкладах, обчислення процентних ставок за кредитами) •Знижки та акції (розрахунок знижок на товари, визначення вигоди від акцій) •Податки (обчислення податків, таких як ПДВ або прибутковий податок)	•Ціни товарів (обчислення знижок, порівняння вартості товарів та послуг) •Планування бюджету (використання пропорцій для розподілу бюджету (наприклад, на харчування, транспорт тощо))	•Рецепти та пропорції (використання відношень для приготування страв, адаптація кількості інгредієнтів для різних порцій) •Скорочення або збільшення кількості робіт або матеріалів (застосування пропорцій при виконанні будівельних або ремонтних робіт)	•Рейтинг та оцінки (порівняння оцінок, визначення середнього результату) •Аналіз даних (статистика, розрахунки показників, які допомагають оцінити ефективність роботи або навчання)	•Обчислення відстаней (розрахунок витрат часу чи пального, визначення найкращого маршруту) •Зміна валют (використання відсотків для обміну валют або визначення вигоди від обміну)

Рис. 1.2 «Практичне застосування відношень, пропорцій та відсотків у повсякденному житті»

Таким чином, вміння використовувати відсотки, пропорції та відношення є незамінними навичками в багатьох сферах життя, від фінансів до науки. Знання і застосування цих понять допомагає не лише в вирішенні повсякденних

задач, але й в ухваленні обґрунтованих рішень на різних рівнях – від особистого до професійного [44, с. 164-169].

Висновки до першого розділу

У першому розділі розглянуто теоретичні основи узагальнення і систематизації знань старшокласників з теми «Відношення і пропорції. Відсотки», зокрема, визначено роль компетентнісного підходу в сучасному навчанні математики, а також методи узагальнення і систематизації знань. Компетентнісний підхід є основою для розвитку в учнів не тільки теоретичних знань, а й практичних навичок, необхідних для успішного вирішення реальних завдань, що робить навчання більш ефективним і орієнтованим на результат.

Застосування методів узагальнення і систематизації знань дозволяє старшокласникам глибше осмислити математичні поняття, зокрема «відношення», «пропорції» та «відсотки», а також успішно використовувати їх для розв'язання практичних задач. Це сприяє розвитку їхніх аналітичних і критичних навичок, необхідних для успішної соціалізації та професійної діяльності. Практичне значення теми «Відношення і пропорції. Відсотки» виявляється в її застосуванні в повсякденному житті, де ці знання активно використовуються при вирішенні фінансових, економічних, технічних та інших задач. Знання пропорцій та відсотків є необхідними для прийняття обґрунтованих рішень у різних сферах життя, що підвищує важливість цієї теми в шкільній програмі.

Отже, узагальнення і систематизація знань старшокласників з даної теми є важливими етапами у розвитку їхньої математичної компетентності та готовності до практичного використання цих знань у реальних життєвих ситуаціях.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ УЗАГАЛЬНЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ УЧНІВ ЛІЦЕЇВ З ТЕМИ «ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ. ВІДСОТКИ»

2.1. Методичні особливості викладання теми «Відношення і пропорції. Відсотки»

Тема «Відношення і пропорції. Відсотки» має важливе значення у шкільному курсі математики, оскільки формує базу для розуміння відношень величин та їхніх пропорційних залежностей [11, 30]. Зміст теми охоплює введення понять відношення двох чисел, пропорції та відсоткового відношення.

Відношенням двох чисел є частка одного числа на інше; пропорцією – рівність двох відношень; відсоткове відношення – це відношення, виражене у відсотках [2]. Відсоток є специфічною формою вираження відношення – відношення до ста одиниць. У курсі математики ліцею ці поняття базуються на знаннях про звичайні та десяткові дроби, порівняння дробів і знаходження дробу від числа, що є необхідним підґрунтям для вивчення відсотків і пропорцій [2, 31].

Навчально-методичні засади теми. Згідно з навчальною програмою з математики, поняття відношення і пропорції опановується у 6 класі, обчислення з відсотками – у 6–7 класах, із подальшим поглибленням у курсі алгебри старшої школи [8]. У 6 класі на тему «Відношення і пропорції» відводиться близько 8 академічних годин, на тему «Відсотки» – приблизно 6 годин. У 9 класі матеріал теми розширюється у курсі алгебри: вводяться поняття складних відсотків і задачі на багаторазове нарахування відсотків, а в 11 класі відсотки застосовуються при розв’язанні показникових рівнянь у фінансових задачах (банківські вклади) [7].

Аналіз підручників показує, що матеріал теми має схожу структуру, хоча акценти можуть відрізнятися. Так, у підручниках тема «Відношення і пропорції» подається через систему прикладів із побуту (масштаб плану, співвідношення одиниць вимірювання, рецепти сумішей), після чого вводяться точні означення відношення та пропорції та їхні властивості. Відсотки розглядаються у наступному параграфі, причому задачі на відсотки часто розв'язуються методом пропорцій [30, 31]. Інші підручники акцентують практичне застосування відсотків, надаючи задачі щодо концентрації розчинів, прибутків і податків, статистичних даних. Для пояснення суті відсотка широко використовуються наочні моделі – рисунки, діаграми, що ілюструють взяття сотих частин величин [31, 15]. Таким чином, різні авторські підходи взаємно доповнюють один одного, створюючи можливість для комбінованої методики викладання.

Структура та послідовність вивчення теми. Вивчення теми має чітку структуру, обумовлену логікою побудови понять. Спершу вводиться поняття відношення двох чисел та його основна властивість – незмінність відношення при множенні або діленні обох членів на одне й те саме число. Далі розглядається пропорція як рівність двох відношень та її основна властивість – рівність добутків крайніх і середніх членів («правило перехресного добутку»). Учням доцільно запропонувати вивести цю властивість самостійно на основі знань про рівність дробів, що сприяє глибшому розумінню сутності пропорцій [30, 2, 15].

Наступним блоком є поняття відсотка та відсоткового відношення. Учні дізнаються, що 1% – це одна сота частина, і вчать виражати частини цілого у відсотках і навпаки. Основні види задач на відсотки включають: 1) знаходження відсотка від числа; 2) знаходження числа за його відсотком; 3) визначення відсоткового відношення двох чисел. Методично доцільно показати взаємозв'язок між ними, зокрема через пропорцію або формулу:

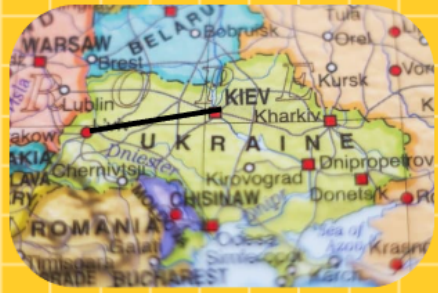
$$\text{частина} = \frac{\text{ціле} \cdot \%}{100} \quad [30, 2, 24].$$

Психологічні дослідження свідчать, що пропорційне мислення активно формується у віці 12–15 років, коли учні переходять до стадії формальних операцій [24, 33]. Відношення і пропорції перестають бути лише арифметичними діями, а стають узагальненими математичними поняттями для моделювання реальних залежностей. Це створює основу для успішного вивчення алгебри, зокрема функцій, оскільки розуміння пропорцій тісно пов'язане з лінійною функціональною залежністю $y = kx$ [33].

Методика викладання в ліцеї. Методичною особливістю викладання теми є опора на міжпредметні зв'язки та практичний досвід учнів. Поняття відношення і пропорцій можна ілюструвати задачами з фізики, хімії та географії (масштаб карти, пропорції компонентів у сполуках, співвідношення сил і шляхів). Як вже зазначалося, поняття відношення і пропорції знаходять широке застосування в різних науках. Однією з них є картографія, де масштаб – класичний приклад відношення. Щоб продемонструвати, як ці абстрактні поняття працюють у реальному житті, пропонуємо розглянути наступну практичну задачу. На скріншоті нижче зображено фрагмент уроку, де учні саме застосовують знання про пропорції для роботи з масштабом географічної карти:

Задача:

НА КАРТІ УКРАЇНИ З МАСШТАБОМ 1:10 000 000 ВІДСТАНЬ МІЖ КИЄВОМ ТА ЛЬВОВОМ ДОРІВНЮЄ 5,4 см. ЯКА РЕАЛЬНА ВІДСТАНЬ МІЖ ЦИМИ МІСТАМИ У КІЛОМЕТРАХ?



РОЗВ'ЯЗОК:

- Масштаб 1:10 000 000 означає, що 1 см на карті відповідає 10 000 000 см на місцевості.
- Оскільки 1 м = 100 см, а 1 км = 1000 м, то 1 км = 100 000 см.
 $10\,000\,000\text{ см} : 100\,000\text{ см/км} = 100\text{ (км)}$ - 1 см на карті.
- Реальна відстань = Відстань на карті × Відстань у кілометрах за 1 см.
 $5,4\text{ см} \times 100\text{ км/см} = 540\text{ (км.)}$ - відстань між Києвом та Львовом

ВІДПОВІДЬ: Реальна відстань між Києвом та Львовом становить приблизно 540 км.

Рис. 2.1.1 Фрагмент уроку, задача з географії «Масштаб»

Застосування прикладних задач підвищує мотивацію та демонструє учням універсальність математичних понять [31, 15, 19].

Для ефективного опанування теми рекомендовано поєднувати різні методи: наочність (діаграми, рисунки, картки, моделі), проблемне навчання (дослідження властивостей пропорцій) та практичні обчислення з реальними сюжетами (розрахунок знижки, концентрація розчинів, приріст населення). Вправи різного рівня складності забезпечують формування гнучких умінь та здатності переносити знання в нові ситуації [30, 8, 19].

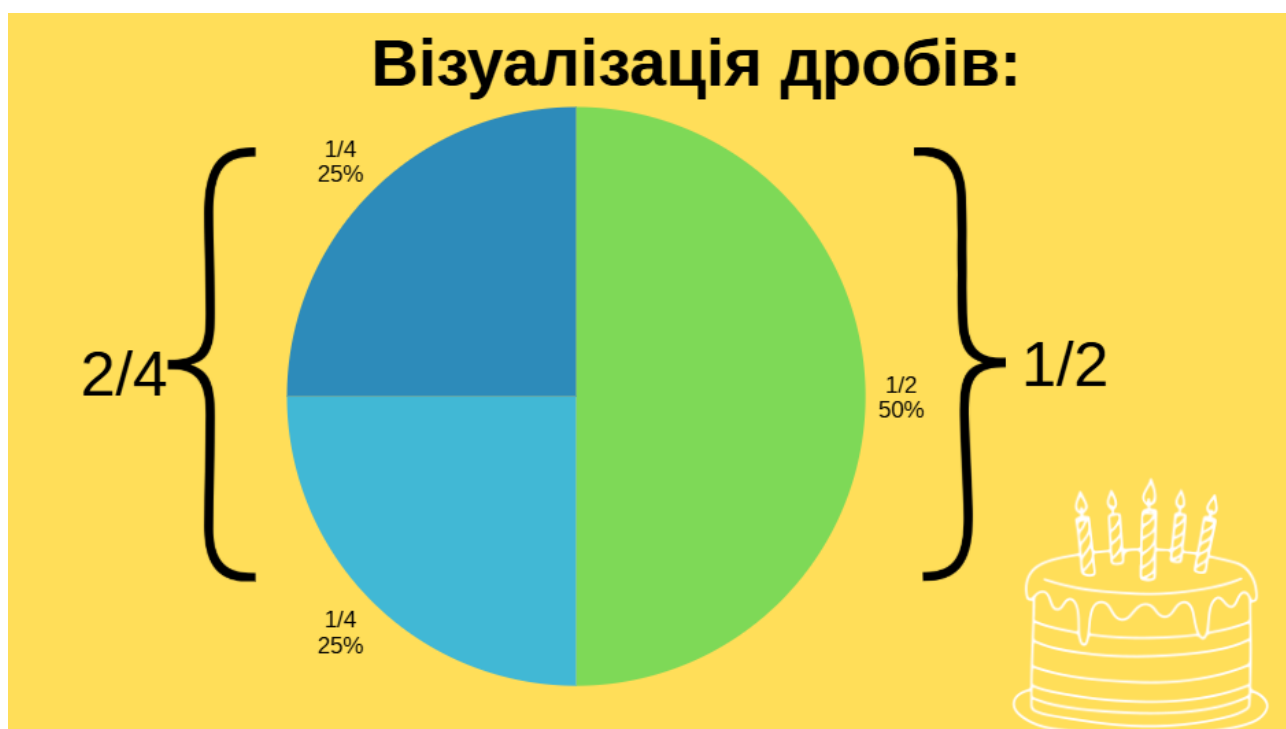


Рис. 2.1.2 Картка «Візуалізація дробів»

Використання самостійної роботи, дослідницьких завдань та історичних довідок пропонуємо учням написати реферат чи виконати проєкт на теми: «Відсотки: від стародавніх податків до сучасних банків» де завданням буде прослідкувати еволюцію поняття «відсоток». Розповісти про його використання в Стародавньому Римі (цензи), Середньовіччі (лихварство), епоху Відродження (комерційні розрахунки). Пояснити, чому саме «відсоток» (італ. *per cento*) став універсальною мірою; «Математика здорового харчування» учні мають дослідити поняття «збалансований раціон». Розрахувати ідеальне співвідношення білків, жирів і вуглеводів (наприклад, 30/20/50) для підлітка.

Скласти меню на день, використовуючи цю пропорцію, та розрахувати калорійність. Результатом може бути стенд-плакат або презентація. Що сприяє розвитку пізнавальної самостійності та формує навички вчитися самостійно [30, 31, 33]. Диференційований підхід дозволяє підтримувати оптимальне навчальне навантаження для всіх учнів, забезпечуючи баланс між базовим і поглибленим матеріалом [8, 15].

Отже, методичні особливості викладання теми «Відношення і пропорції. Відсотки» в ліцеї полягають у поєднанні теоретичного та прикладного аспектів, активізації пізнавальної діяльності учнів через проблемні та практичні завдання, використанні наочності та міжпредметних зв'язків. Такий підхід створює міцне підґрунтя для подальшого узагальнення та систематизації знань учнів з даної теми [30]. Саме тому для узагальнення та систематизації знань з даної теми ефективним є використання практико-орієнтованих завдань. Яскравим прикладом такого завдання, яке одночасно ілюструє поняття пропорції та відсотків, є наступна задача.

ЗАВДАННЯ:

Уявіть, що ви фарбуєте паркан. У вас є рецепт: для отримання потрібного зеленого кольору треба змішати 2 склянки жовтої фарби з 3 склянками синьої. У вас є 6 склянок синьої фарби. Скільки потрібно жовтої, щоб колір вийшов однаковим?

СКЛАДАЄМО ПРОПОРЦІЮ:

$$2 : 3 = x : 6$$

РОЗВ'ЯЗУЄМО:

$$x = \frac{2 \times 6}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

ВІДПОВІДЬ: 4 СКЛЯНКИ

Яке правило дозволить нам розв'язувати такі задачі?

Рис. 2.1.3 Фрагмент уроку «Дослідження властивостей пропорцій»

2.2. Застосування ефективних методів навчання для узагальнення і систематизації знань учнів ліцеїв з теми «Відношення і пропорції. Відсотки»

Дидактичні ігри є дієвим засобом активізації пізнавальної діяльності учнів та сприяють усвідомленому узагальненню вивченого матеріалу [6; 16]. Під час ігрових методів старшокласники повторюють поняття теми «Відношення, пропорції і відсотки» в цікавій формі, вчаться застосовувати знання на практиці та робити власні висновки. Ігрова діяльність підтримує увагу учнів, зменшує втому, водночас дозволяє виконати значний обсяг роботи за короткий час [27]. Нижче подано приклади дидактичних ігор, які можна використовувати на етапі узагальнення знань, із зазначенням формату, мети та порядку проведення.

«Угорський кросворд» (філворд) – дидактична гра у формі мовної головоломки. Формат: квадратна сітка з літерами, що утворюють відповіді на задані терміни або поняття з теми. У цій грі учням не потрібно вписувати відповіді, а слід знайти і викреслити в сітці всі сховані слова, пов'язані з пропорціями та відсотками. Слова можуть читатися по горизонталі або вертикалі і змінювати напрям на вигині, але не перетинаються між собою. Мета: перевірити знання учнів з теоретичних понять теми (наприклад, термінів «відношення», «пропорція», «відсоткове відношення», «коефіцієнт» тощо) у цікавій формі. Порядок проведення: учитель готує сітку літер, де заховані ключові терміни теми, і формулює для них визначення або підказки. Учні, працюючи індивідуально або в групах, шукають терміни за визначеннями та викреслюють їх у сітці. Після того, як усі слова знайдено, з букв, що залишилися, може скластися підсумкове слово або фраза – ключовий висновок теми. Такий формат гри не лише перевіряє термінологічну грамотність учнів, а й заохочує їх до уважності та повторення матеріалу. Угорський кросворд доцільно застосувати на початку уроку узагальнення для «розігріву» або наприкінці як рефлексійну вправу [32].

Філворд «Математичний лабіринт»

Інструкція для учнів:

У наведеній таблиці знайдіть і виділіть 15 слів, пов'язаних з темою "Відношення і пропорції. Відсотки". Слова можуть ламатися в будь-якому напрямку (по горизонталі, вертикалі, діагоналі), але не перетинатися між собою. Літери, що залишилися, утворять ключовий вираз (читається зліва направо, зверху вниз).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Ч	А	С	Т	К	А	П	Р	О	Ц
2	И	С	О	Т	Н	О	Ш	Е	Н	Я
3	С	К	І	Л	Ь	К	І	М	А	С
4	Л	О	В	Н	Я	Н	С	У	М	А
5	О	П	О	Р	Ц	І	Я	Д	О	Л
6	Ж	И	З	Н	А	Ч	Е	Н	Н	Я
7	Е	П	А	Р	Т	Н	Е	Р	И	Й
8	Н	Я	В	Е	Л	И	Ч	И	Н	А
9	Н	І	З	Ь	К	А	Р	О	С	Т
10	Я	П	Р	Я	М	А	П	Р	О	П

Список слів для пошуку:

- | | | |
|---------------|--------------|---------------|
| 1. ВІДСОТОК | 6. РІЗНИЦЯ | 11. ПАРТНЕР |
| 2. ПРОПОРЦІЯ | 7. ЗМІНА | 12. ЧИСЕЛЬНИК |
| 3. ВІДНОШЕННЯ | 8. ЗРОСТАННЯ | 13. ЗНАЧЕННЯ |
| 4. КІЛЬКІСТЬ | 9. ЗНИЖКА | 14. ПРЯМА |
| 5. ЧАСТКА | 10. СУМА | 15. РІВНІСТЬ |

Після того, як усі слова будуть знайдені і викреслені, літери, що залишилися, утворять фразу: «МАТЕМАТИКА ЦЕ ЦІКАВО»

Рис. 2.2.1 Філворд «Математичний лабіринт»

«Математичне доміно» – гра на встановлення логічних пар між задачами і розв'язками. Сервіс Canva відкриває широкі можливості для створення дидактичної гри «Математичне доміно», де учні шляхом складання карток формують логічні пари «задача – розв'язок». Користуючись готовими шаблонами платформи, педагог може легко розробити набір будь-якого обсягу, повністю адаптуючи його: обирати дизайн, а також формулювати власні завдання та правильні відповіді для кожної картки. Формат: набір карток, поділених навпіл; у лівій частині кожної картки записано певну задачу або вираз з теми пропорцій чи відсотків, а в правій – числова відповідь або продовження іншої задачі. Картки утворюють ланцюжок за принципом доміно:

розв'язок однієї задачі є початком наступної. Мета: закріпити навички обчислення та використання основної властивості пропорції, знаходження відсотків від числа і числа за його відсотком, перевірити засвоєння матеріалу у змагальній формі [16; 25]. Порядок проведення: учнів поділяють на групи або пари. Кожна група отримує набір перемішаних карток. За сигналом учителя учасники починають складати ланцюжок: знаходять, яка задача відповідає якому розв'язку, і послідовно викладають картки. Наприклад, на одній картці написано «Знайдіть невідомий член пропорції:

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{6}$$

, а на іншій – « $x = 12$ ». Якщо учень правильно визначає пару, він приєднує картки одна до одної. Гра триває, доки всі елементи доміно не будуть розміщені. Перемагає команда, яка першою правильно складе весь ланцюжок. Така гра поживає повторення: учні активно шукають рішення і одразу бачать результат, що стимулює виправляти помилки і доводити процес до кінця. «Математичне доміно» можна використовувати як одне із завдань під час командного змагання або на етапі закріплення знань про пропорції.

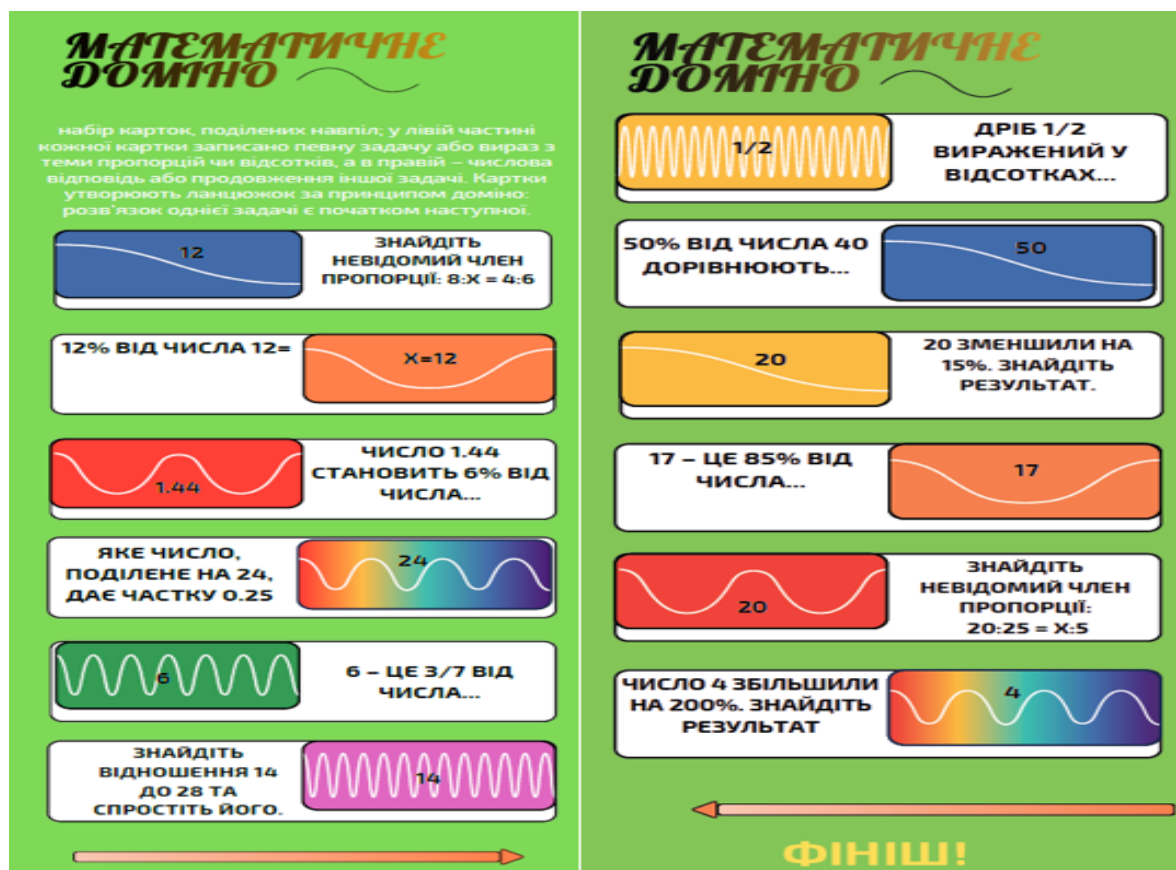


Рис. 2.2.2 Гра «Математичне доміно»

«Своя гра» (математична вікторина) – командна гра за типом телевізійної вікторини, яка нагадує формат «Jeopardy». Формат: набір категорій запитань на екранній дошці (наприклад, «Відсотки в житті», «Пропорції в геометрії», «Фінансова математика», «Задачі з відношеннями»), кожна категорія містить питання різної складності, оцінені в певну кількість балів [4; 6]. Мета: узагальнити знання з різних аспектів теми, розвивати швидкість мислення і командну співпрацю, мотивувати учнів через елемент змагання. Порядок проведення: клас об'єднується у 2–3 команди. По черзі команди обирають категорію і вартість питання, після чого отримують сформульовану задачу або теоретичне питання. Наприклад, у категорії «Фінансова математика» за 20 балів: «Банк нараховує 5% річних. Яким стане вклад 10 000 грн через рік?». Команда обговорює в межах відведеного часу і дає відповідь. Правильна відповідь приносить команді бали, неправильна – дає шанс іншим командам відповісти. Для наочності та ефекту гри учитель може використовувати презентацію або онлайн-платформу (типу Wordwall, Kahoot чи Quizizz) у режимі вікторини. Наприклад, готовий сценарій гри «Своя гра» для 10–11 класів містить розділи «Математичні формули», «Пропорція. Основна властивість пропорції», «Ймовірність», «Рівняння», «Ребуси» та використовується під час тижня математики. У межах узагальнюючого уроку цю гру можна адаптувати, включивши категорії, пов'язані з темою відсотків і пропорцій, та додавши питання різного рівня (теорія, обчислення, застосування в житті). Своя гра розвиває змагальний дух і вміння працювати в команді: учні вчаться аргументувати свою позицію, разом шукаючи правильну відповідь, що водночас формує їхні соціальні компетентності.

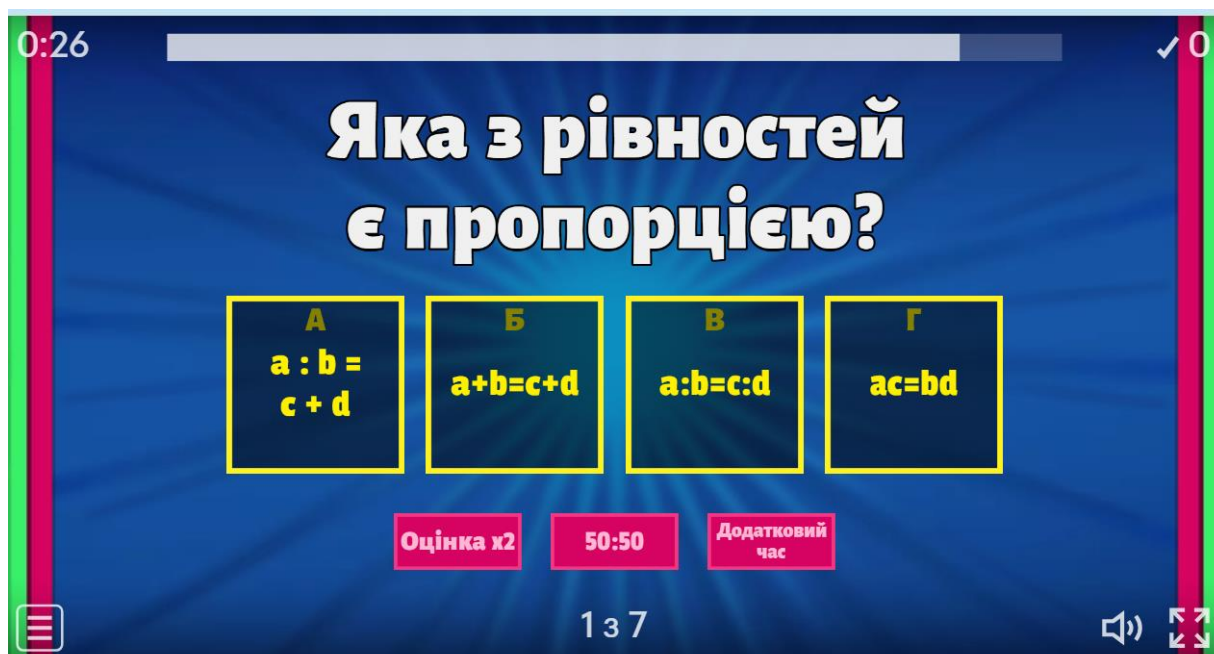


Рис. 2.2.3 Вікторина «Пропорція. Основна властивість пропорції.»

Під час використання дидактичних ігор важливо забезпечити, щоб математична складова була на першому плані, а ігрова форма залишалася засобом досягнення дидактичної мети. Кожна гра має завершуватися колективним обговоренням результатів [27; 32]. Систематичне включення ігор в освітній процес підвищує ефективність навчання, адже учні в ігровій діяльності спостерігають, аналізують, абстрагують і роблять висновки самостійно. Це особливо актуально на етапі повторення і систематизації знань, коли потрібна максимальна свідомо активність учнів.

Для поглиблення узагальнення знань учням 10–11 класів доцільно запропонувати задачі прикладного характеру, які охоплюють різні аспекти теми «Відношення, пропорції і відсотки». Нижче наведено декілька типових задач з детальними поясненнями розв’язання. Кожна задача демонструє, як застосовувати поняття відношення, пропорції або відсотків у практичних ситуаціях, та допомагає учням систематизувати навички розв’язування.

Задача 1. Збільшення продуктивності. Токар виготовляв за годину 40 деталей. Після модернізації інструменту він став виготовляти 50 деталей за годину. На скільки відсотків підвищилася продуктивність праці токаря?

Розв'язання: Початково маємо 40 деталей/год, після покращення – 50 деталей/год. Приріст становить $50 - 40 = 10$ деталей. Щоб знайти, на скільки відсотків збільшилась продуктивність, визначимо, яку частку приріст (10 деталей) становить від початкового значення (40 деталей). Обчислюємо відношення: $\frac{10}{40} = 0,25$. Переведемо цю частку у відсотки: $0,25 = 25\%$. Отже, продуктивність підвищилась на 25%.

Пояснення: Тут використано знання про відсоткове відношення двох чисел: відношення приросту до початкового значення, помножене на 100%, і є шуканим відсотком збільшення. Ця задача узагальнює вміння знаходити відсоток збільшення (або зменшення) величини та демонструє, як пропорція $10 \cdot 40 = x \cdot 100\%$ приводить до результату $x = 25\%$ [17].

Задача 2. Виконання виробничого плану. Завод за планом мав випускати 60 автомобілів на день, а фактично випускає 66 автомобілів. На скільки відсотків завод виконав план?

Розв'язання: Складаємо відношення фактичного випуску до планового: $\frac{66}{60} = 1,1$. У відсотках це $1,1 \cdot 100\% = 110\%$. Отже, завод виконав план на 110%, тобто перевиконав на 10%.

Пояснення: Дана задача закріплює розуміння поняття «відсотків від плану», яке часто використовується в економічній статистиці. Учні бачать, що значення понад 100% означає перевиконання, і можуть інтерпретувати результат у контексті (на 10% більше запланованого) [17].

Задача 3. Відсоткові зміни ціни. Спочатку ціну товару підвищили на 25%, а згодом знизили на 25%. Як змінилася ціна товару в результаті цих двох послідовних процесів?

Розв'язання: Нехай початкова ціна товару – x грн. Після підвищення на 25% ціна стала $x + 0,25x = 1,25x$. Потім цю нову ціну знизили на 25%: зниження на 25% від $1,25x$ дорівнює $0,25 \cdot 1,25x = 0,3125x$. Тому нова ціна після зниження становить $1,25x - 0,3125x = 0,9375x$. Порівняємо її з початковою ціною x : різниця $x - 0,9375x = 0,0625x$ – це зниження на 6,25% від початкової ціни

(оскільки $0,0625x = 6,25\%$ від x). Отже, після двох змін ціна стала на 6,25% нижчою за початкову.

Пояснення: Ця задача ілюструє, що однакові за величиною відсотки підвищення і зниження не взаємно компенсуються. Учні шляхом обчислень узагальнюють важливий висновок: послідовне застосування відсоткових змін не є симетричним, і порядок операцій впливає на результат. Таке завдання розвиває фінансову грамотність старшокласників, адже аналогічні принципи діють при коливаннях курсу валют, акцій чи банківських ставок [10].

Задача 4. Відсотковий вміст і пропорції. Бронза – сплав міді та олова. Шматок бронзи містить 6 кг олова і 34 кг міді. Скільки відсотків сплаву становить мідь?

Розв'язання: Загальна маса сплаву $m = 6 + 34 = 400$ кг. Частка міді – $\frac{34}{40} = 0,85$, що відповідає 85%. Отже, мідь становить 85% маси цього сплаву.

Пояснення: Задача на знаходження відсоткового складу суміші комбінує поняття пропорції і відсотків. Учні тут повторюють, що пропорція $34 : 40 = x : 100\%$ веде до $x=85\%$. Одночасно формується міжпредметна паралель з хімією чи технологіями (обчислення складу сплавів), що підкреслює практичну значущість відсотків [17].

Задача 5. Комбінована задача з кількома етапами (гриби після сушіння). Для отримання 1 кг сушених білих грибів потрібно зібрати свіжі гриби. Відомо, що при первинній обробці залишається 50% маси свіжих грибів, а при сушінні – 10% маси оброблених грибів. Скільки кілограмів свіжих грибів слід взяти, щоб отримати 1 кг сушених?

Розв'язання: 1 кг сушених грибів становить 10% (тобто 0,1 частину) маси оброблених грибів. Тому маса оброблених грибів має бути $1 \text{ кг} : 0,1 = 10$ кг. Ці 10 кг оброблених грибів, у свою чергу, складають 50% (тобто 0,50 частину) від маси свіжих грибів. Отже, маса свіжих грибів повинна бути $10 \text{ кг} : 0,5 = 20$ кг. Відповідь: 20 кг свіжих грибів.

Пояснення: Ця задача комплексна, оскільки поєднує кілька відсоткових пропорцій у ланцюжку. Учні мають зрозуміти багатоступеневий характер процесу (спочатку 50% від маси, потім 10% від залишку) і застосувати відсотки послідовно.

Задача 6. «Мішані відсотки». У сплаві металів міститься 5% міді. Після додавання ще 2 кг міді відсотковий вміст міді в сплаві зріс до 8%. Яка маса початкового сплаву?»

Розв'язання цієї задачі вимагає від учнів застосування знань про відсотки у поєднанні з пропорціями: потрібно скласти рівняння відсоткового балансу $0,08$, де m – маса початкового сплаву (кг). Учні спершу намагаються самостійно записати пропорцію, що моделює умову, після чого відбувається спільне обговорення і корекція розв'язань.

Пояснення: Виконання цієї задачі сприяє узагальненню вміння перекладати реальну ситуацію (домішування компонентів) на математичну модель з відсотками та пропорціями.

Розбір типових задач створює теоретичний фундамент для подальшої методичної розробки. Як видно з прикладів, основним викликом для учнів є не стільки обчислювальна складність, скільки необхідність ідентифікувати тип задачі та застосувати до неї відповідний інструментарій. Для подолання цієї труднощі необхідно запропонувати вчителю конкретний інструмент — структурований план навчального заняття. У зв'язку з цим, наступним етапом дослідження є моделювання уроку, що розкриває методику навчання учнів розв'язку розглянутих задач. Нижче наведено конспект такого уроку, який є логічним продовженням аналізу практичного матеріалу.

Тема: Розв'язування текстових задач на відсотки. Практичне застосування відсотків у життєвих ситуаціях.

Мета:

- **Освітня:** Узагальнити та систематизувати вміння та навички учнів у розв'язуванні задач на відсотки; сформувати вміння розрізняти типи відсоткових задач (знаходження відсотка збільшення/зменшення, виконання плану, послідовна зміна величини, знаходження відсоткового вмісту); закріпити навички роботи з пропорціями.
- **Розвиваюча:** Розвивати логічне мислення, пам'ять, увагу, уміння аналізувати умову задачі, виділяти ключові дані та будувати ланцюжок міркувань.
- **Виховна:** Виховувати відповідальне ставлення до навчання, практичну грамотність, показати важливість знань про відсотки в економіці, виробництві та побуті.

Тип уроку: Урок застосування знань, умінь і навичок.

Обладнання: Підручник, роздатковий матеріал із задачами, проектор (за бажанням).

Хід уроку**I. Організаційний момент (1-2 хв)**

Привітання. Мотивація. Повідомлення теми та цілей уроку. Акцентування уваги на тому, що сьогодні ми розглядатимемо не абстрактні задачі, а ті, що моделюють реальні життєві ситуації.

II. Актуалізація опорних знань (5 хв)

Фронтальна бесіда з класом:

1. Що таке відсоток? ($1\% = 1/100$ частина)
2. Як знайти відсоток від числа? (Число помножити на відсоток, записаний десятковим дробом).

3. Як знайти число за його відсотком? (Відому частину поділити на відсоток, записаний десятковим дробом).
4. Як знайти, скільки відсотків одне число становить від іншого? (Потрібно поділити перше число на друге та результат помножити на 100%).

III. Розв'язування задач. Пояснення нового матеріалу на основі знайомих понять (30 хв)

Пропоную учням низку задач, детально розбираючи кожну з них.

Задача 1. Збільшення продуктивності.

Умова: Токар виготовляв за годину 40 деталей. Після модернізації інструменту він став виготовляти 50 деталей за годину. На скільки відсотків підвищилася продуктивність праці токаря?

Розв'язання на дошці (з коментарями вчителя):

1. Знаходимо абсолютний приріст: $50 - 40 = 10$ (деталей).
2. Визначаємо, яку частку цей приріст становить від початкового значення:

$$\frac{10}{40} = 0,25.$$

3. Перетворюємо десятковий дріб у відсотки: $0,25 \cdot 100\% = 25\%$.

Відповідь: Продуктивність підвищилася на 25%.

Пояснення: Це задача на знаходження відсоткового збільшення. Ключовий момент: ми завжди ділимо різницю (приріст) на початкове значення величини.

Задача 2. Виконання виробничого плану.

Умова: Завод за планом мав випускати 60 автомобілів на день, а фактично випускає 66 автомобілів. На скільки відсотків завод виконав план?

Розв'язання на дошці (з коментарями вчителя):

1. Щоб знайти, на скільки відсотків виконано план, потрібно знайти відношення фактичного показника до планового: $\frac{66}{60} = 1,1$.
2. Перетворюємо отримане число у відсотки: $1,1 \cdot 100\% = 110\%$.
3. Перетворюємо результат: $110\% - 100\% = 10\%$. Це означає, що план перевиконано на 10%.

Відповідь: Завод виконав план на 110%, тобто перевиконав його на 10%.

Пояснення вчителя: Тут ми працюємо з поняттям «план». 100% – це повне виконання плану. Все, що більше 100% – це перевиконання. Все, що менше – невиконання.

Задача 3. Відсоткові зміни ціни.

Умова: Спочатку ціну товару підвищили на 25%, а згодом знизили на 25%. Як змінилася ціна товару в результаті цих двох послідовних процесів?

Розв'язання на дошці (з коментарями вчителя):

- 1) Нехай початкова ціна – x грн.
- 2) Після підвищення на 25% ціна стала: $x + 0,25x = 1,25x$ (грн).
- 3) Тепер цю нову ціну ($1,25x$) знижують на 25%. Знаходимо 25% від нової ціни: $0,25 \cdot 1,25x = 0,3125x$ (грн).
- 4) Ціна після зниження: $1,25x - 0,3125x = 0,9375x$ (грн).
- 5) Порівнюємо з початковою ціною x Різниця: $x - 0,9375x = 0,0625x$
- 6) Знаходимо, скільки відсотків становить ця різниця від x :

$$\left(\frac{0,0625x}{x} \right) \cdot 100\% = 6,25\%$$

Відповідь: Ціна товару знизилася на 6,25% від початкової вартості.

Пояснення вчителя: Ця задача демонструє дуже важливе правило: **відсотки від різних баз не компенсуються!** Підвищення було від початкової ціни, а зниження – від уже збільшеної. Це має велике значення у фінансах.

Задача 4. Відсотковий вміст і пропорції.

Умова: Бронза – сплав міді та олова. Шматок бронзи містить 6 кг олова і 34 кг міді. Скільки відсотків сплаву становить мідь?

Розв'язання на дошці (з коментарями вчителя):

1. Знаходимо загальну масу сплаву: $6 \text{ кг} + 34 \text{ кг} = 40 \text{ кг}$.
2. Частка міді у сплаві: $34 \text{ кг} : 40 \text{ кг} = 0,85$.
3. Переводимо у відсотки: $0,85 \cdot 100\% = 85\%$.

Відповідь: Мідь становить 85% маси сплаву.

Пояснення вчителя: Це задача на знаходження **відсоткового вмісту** (частки).

Ми знаходимо, яку частину одне число (маса міді) становить від цілого (загальна маса). Так само розраховують, наприклад, вміст жиру у продуктах або концентрацію речовини у розчині.

Задача 5. Комбінована задача з кількома етапами (гриби після сушіння).

Умова: Для отримання 1 кг сушених білих грибів потрібно зібрати свіжі гриби. Відомо, що при первинній обробці залишається 50% маси свіжих грибів, а при сушінні – 10% маси оброблених грибів. Скільки кілограмів свіжих грибів слід взяти, щоб отримати 1 кг сушених?

Розв'язання на дошці (з коментарями вчителя):

Міркуємо «з кінця»:

1. **Крок 1 (сушіння).** 1 кг сушених грибів – це 10% від маси оброблених.
Щоб знайти масу оброблених грибів (100%), виконуємо дію: $1 \text{ кг} : 0,10 = 10 \text{ кг}$.
2. **Крок 2 (обробка).** 10 кг оброблених грибів – це 50% від маси свіжих. Щоб знайти масу свіжих грибів (100%), виконуємо дію: $10 \text{ кг} : 0,50 = 20 \text{ кг}$.

Відповідь: Потрібно взяти 20 кг свіжих грибів.

Пояснення вчителя: Це задача на послідовне застосування відсотків.

Важливо розуміти, що база для розрахунку відсотка щоразу змінюється.

Найзручніший спосіб розв'язку – рухатися від відомого кінцевого результату до невідомого початку, виконуючи обернені дії.

IV. Первинне закріплення матеріалу (5 хв)

Учні отримують картки з аналогічними задачами для самостійного розв'язання в зошитах (наприклад, зі зміненими числовими даними). Учитель проводить вибіркову перевірку.

Приклад завдання для закріплення:

1. Ціну на стіл спочатку знизили на 20%, а потім підвищили на 20%. Як змінилася ціна стола?
2. Сплав містить 120 г золота та 30 г срібла. Який відсотковий вміст золота в сплаві?

V. Підсумок уроку. Рефлексія (3 хв)

- Учитель разом з учнями підбиває підсумки: які типи задач ми сьогодні розв'язували?
- Що нового ви дізналися?
- Де в житті можуть знадобитися ці знання?
- Оголошення оцінок за роботу на уроці.

VI. Домашнє завдання (1 хв)

1. Вивчити конспект, алгоритми розв'язування різних типів відсоткових задач.
2. Скласти та розв'язати власну задачу на кшталт розглянутих (на вибір).

3. **Задача на логіку:** Металевий сплав містить 72% міді, 13% цинку та 15% нікелю. Скільки кілограмів кожного металу потрібно взяти, щоб отримати 360 кг сплаву?

Цей урок є універсальним та інтегрованим, але його чітко можна віднести до декількох ключових тем шкільної програми з математики для 9-11 класу.

Задача№1
Токар виготовляв за годину 40 деталей. Після модернізації інструменту він став виготовляти 50 деталей за годину. На скільки відсотків підвищилася продуктивність праці токаря?

Розв'язання:

1. Знаходимо абсолютний приріст: $50 - 40 = 10$ (деталей).
2. Визначаємо, яку частку цей приріст становить від початкового значення: $10/40 = 0,25$.
3. Перетворюємо десятковий дріб у відсотки: $0,25 \cdot 100\% = 25\%$.

Відповідь: Продуктивність підвищилася на 25%.









Ми завжди ділимо різницю (приріст) на початкове значення величини.

Антоніна Барсукова

Рис. 2.2.4 Фрагмент уроку «Розв'язування текстових задач на відсотки. Практичне застосування відсотків у життєвих ситуаціях»

Такі комбіновані задачі сприяють розвитку логічного мислення та вміння розбивати складну проблему на простіші пропорційні етапи. Застосування пропорцій тут очевидне: складається ланцюжок відношень 10,1 і 100,5, що еквівалентно поступовому діленню на частки. Учні узагальнюють підхід: при послідовних змінах маси треба послідовно врахувати кожен відсоток [10].

Наведені задачі охоплюють типові ситуації, з якими учні можуть зіткнутися як на уроках (іспити, НМТ), так і в реальному житті. Для узагальнення матеріалу важливо не тільки знайти правильні відповіді, але й проаналізувати хід розв'язання. Учитель на уроці може просити учнів пояснювати, чому використано ту чи іншу пропорцію, як переведено число у відсотки, або навпаки – відсотки в число. Розгорнуте обговорення рішень допоможе старшокласникам усвідомити взаємозв'язки між відношеннями, пропорціями та відсотками, сформулювати узагальнені правила (на кшталт «щоб знайти, скільки відсотків складає число А від числа В, потрібно $AB \cdot 100\%$ тощо»). Такий підхід відповідає методичним рекомендаціям щодо систематизації знань: учні мають не просто пам'ятати формули, а й розуміти їхній зміст і сферу застосування.

Доречно включати і міжпредметні задачі, що демонструють застосування відсотків і пропорцій у різних галузях. Наприклад, екологічні задачі (розрахунок відсотка території, вкритої лісами, або пропорційне співвідношення викидів різних газів в атмосферу) чи фінансові (обчислення податків, відсотків за кредитом) [46]. Такі задачі можуть бути представлені у формі проектних міні-досліджень. Досвід використання показує, що учні із зацікавленням працюють над задачами, пов'язаними з глобальними проблемами або їхнім найближчим оточенням. Наприклад, можна запропонувати проект: «Аналіз сімейного бюджету: на які потреби йдуть найбільші відсотки витрат?» – учні збирають дані, будують пропорції витрат і представляють результати у відсотках (діаграми). Інший приклад: «Екологія і математика: вуглецевий слід школи», де учні обчислюють відношення використаного паперу чи електроенергії до встановлених нормативів, виражають ці відношення у відсотках і роблять висновки.



Рис. 2.2.5 Діаграма «Аналіз використання електроенергії КГ №73 КМР»

Приклад прикладного завдання: «Практичне завдання «Масштаб та відсотки». Учням видано фрагмент географічної карти з масштабом 1:50000. Потрібно оцінити, на скільки відсотків зменшено відстані на цій карті порівняно з реальними? Як зміниться масштаб (у вигляді відношення), якщо відстані зменшити ще на 50%?». Це завдання інтегрує поняття масштабу (відношення довжини на карті до довжини на місцевості) з поняттям відсоткового зменшення. У процесі його виконання учні узагальнюють знання про масштаб як окремий випадок відношення та про відсотки як міру зміни. Очікувана відповідь: відстані зменшені на 99,998% (оскільки масштаб 1:50000 означає, що довжини становлять 0,002% від реальних, тобто зменшення на 100% - 0,002%), а новий масштаб при додатковому 50% зменшенні буде 1:100000 (оскільки кожна одиниця довжини на карті тепер відповідає 100000 одиницям на місцевості). Такі нестандартні питання спонукають учнів міркувати, робити оцінки і обґрунтування, формували гнучкість мислення. Учні виявляють високий інтерес до подібних завдань, активно обговорюють різні

підходи. Такі практико-орієнтовані узагальнюючі задачі не лише закріплюють математичний матеріал, а й розвивають ключові компетентності – уміння застосовувати математичні методи для розв’язання реальних проблем та робити обґрунтовані висновки на основі числових даних.

Для наочності результати розв’язання узагальнюючих задач можна оформлювати у вигляді таблиць чи схем. Наприклад, при систематизації видів відсоткових задач учитель разом з учнями може скласти таблицю. Подібна робота дозволяє перевести розрізнені знання учнів у чітку структуровану систему. Візуалізована таблиця виконує роль опорного конспекту, яким зручно користуватися під час повторення та підготовки до контрольної роботи, зовнішнього незалежного оцінювання чи національного мультипредметного тесту.

Таблиця 2.1

Систематизація видів відсоткових задач

Тип задачі	Приклад	Метод розв’язання
Знаходження відсотка від числа	15% від 80	$80 \cdot 0,15 = 12$
Знаходження числа за його відсотком	30 – це 20% від числа xx	$x = \frac{300}{2} = 150$
Відсоткове відношення двох чисел	порівняти 45 і 60 у відсотках	$4560 \cdot 100\% = 75\%$
Послідовні відсоткові зміни	підвищити на 10%, потім знизити на 10%	$x \rightarrow 1,1x \rightarrow 0,9 \cdot 1,1x = 0,99x$
Задачі на змішування (концентрації)	змішати 5% і 20% розчини порівну – який %?	обчислення маси чистої речовини і суміші (7,5%)
Пропорційне ділення	поділити 600 грн у відношенні 2:3	сума часток 5; доля однієї частки 120 грн; розподіл 240 і 360 грн
Задачі на пряму та обернену пропорції	швидкість і час руху при фіксованій відстані	$v_1 : v_2 = t_2 : t_1$ (обернена пропорція)

Таблиця допомагає учням систематизувати знання: кожен тип задачі співвідноситься з характерним прикладом і алгоритмом розв’язання. Це сприяє міцному засвоєнню методів: при зустрічі зі схожою задачею учні згадують узагальнену схему вирішення. Крім того, заповнення такої таблиці – це своєрідна рефлексія для учнів, яка показує, чи всі випадки опановані або де ще є прогалини.

Сучасні цифрові платформи відіграють важливу роль у процесі узагальнення знань, особливо за умови дистанційного або змішаного навчання. Онлайн-інструменти дають змогу організувати інтерактивне повторення, миттєво перевіряти результати та залучати учнів через ігрові елементи. Для теми «Відношення, пропорції і відсотки» доцільно використати такі цифрові ресурси:

За допомогою платформи Wordart, задля актуалізації опорних знань доцільно створювати хмари слів. Учитель пропонує здобувачам освіти пригадати основні терміни, поняття, правила та властивості з теми «Відношення і пропорції. Відсотки». Учні називають слова, а вчитель вносить слова у таблицю, попередньо обравши шрифт, що підтримує українську мову (наприклад Roboto). Сильніші учні, за потреби, підтримують однокласників у засвоєнні матеріалу, пояснюючи їм складніші поняття та нагадуючи основні правила. Коли всі слова внесені – система генерує хмару слів. Таким чином, під час групової роботи, відбувається актуалізація опорних знань та мотивація навчальної діяльності. Приклад результату створення хмари слів наведено на рис. 2.2.6.

Онлайн-тести і вікторини. Спеціалізовані платформи, як-от НаУрок, Всеосвіта, Classtime, Wordwall, Kahoot чи Quizizz, дозволяють створювати комплекти тестових завдань з автоматичною перевіркою [50]. Наприклад: за допомогою Kahoot вчитель може провести вікторину в реальному часі – учні відповідають на питання з варіантами відповідей на своїх пристроях, змагаючись за швидкість і точність. Така форма узагальнення дуже подобається учням, адже додається елемент гри, рейтингу, музичний супровід. За даними

чи послідовності, з полем для відповіді, пошук на зображенні, сортування по категоріям, пазли, вікторини та багато іншого.

Тест: ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ. ВІДСОТКИ.

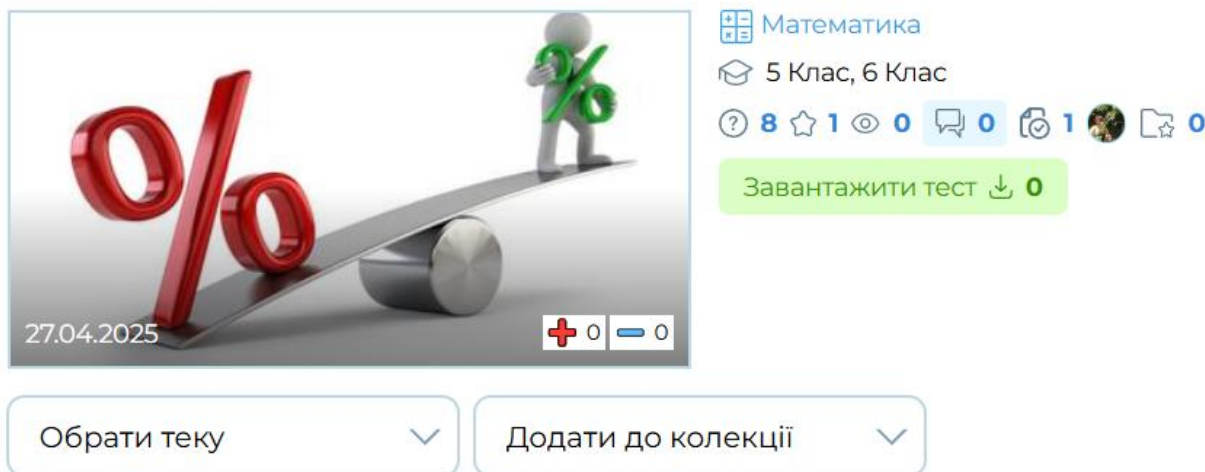


Рис. 2.2.7 Тест «Відношення і пропорції. Відсотки.» на освітній платформі «Всеосвіта»

Окрім великого розмаїття завдань платформа дбає і про академічну доброчесність. В кабінеті тестування вчитель має змогу прослідкувати весь процес проходження тестування учнями: дату, загальний час та час витрачений на вирішення кожного завдання окремо, хибні та частково правильні відповіді, пристрій з якого дитина виконувала завдання та IP-адресу, що унеможливорює спробу ввести в оману вчителя. Приклад недоброчесного проходження тестування наведено на рис. 2.2.8.

Перевага онлайн-тестів у тому, що учні одразу бачать свій результат і можуть отримати коментарі чи правильні розв'язки, що реалізує елементи формуального оцінювання (навчання через помилки). Крім того, у дистанційному режимі онлайн-тести забезпечують контроль присутності та активності учнів.

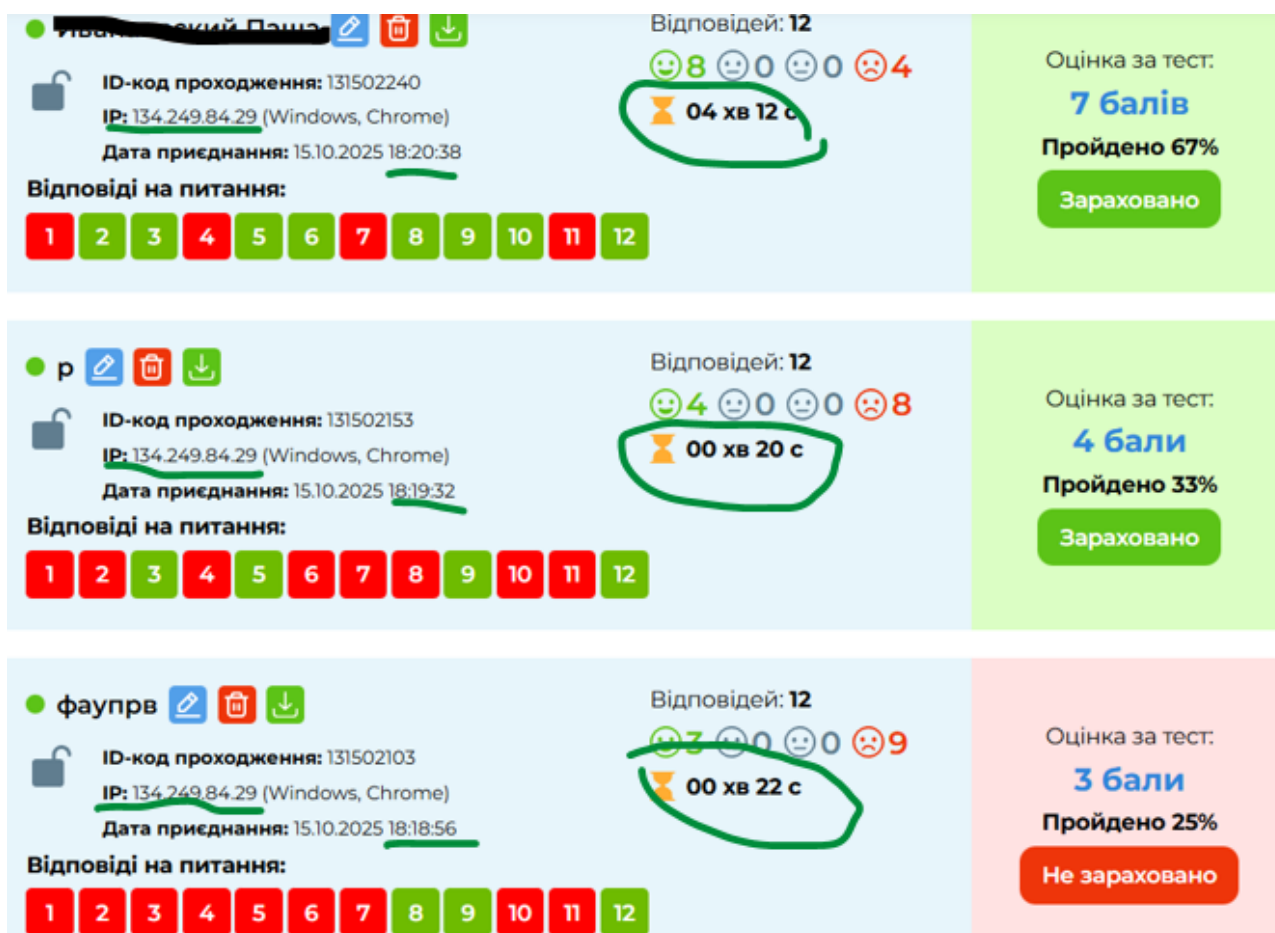


Рис. 2.2.8 Додаткові елементи захисту від проявів академічної не доброчесності на освітній платформі «Всеосвіта»

Інтерактивні платформи для вправ і завдань. Ресурси типу LearningApps, Wordwall, Quizlet надають широкі можливості для інтерактивних завдань: кросвордів, парних карток, класифікацій, вікторин тощо [50].

Наприклад, на LearningApps можна створити вправу «Знайди пару», де учні поєднують форму запису відсотків (десятковий дріб, дріб, відсоток) з однаковими значеннями; або вправа «Послідовність», де треба розставити кроки розв'язання задачі на пропорції у правильному порядку.

0:03

✓ 0

Яка з рівностей є пропорцією?

$$a : b = c + d$$

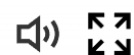
$$a + b = c + d$$

$$a : b = c : d$$

$$ac = bd$$



◀ 1 з 7 ▶


Пропорція Основна властивість пропорції

🔒 Поділитися

Рис. 2.2.9 Вікторина «Пропорція. Основна властивість пропорції»

На платформі Wordwall доцільно застосувати готові шаблони ігор – «Обертання колеса» (для повторення термінів: випадає поняття, учень дає визначення або формулу), «Випадкові картки» (для усного рахунку: генеруються випадкові завдання на відсотки) тощо.

За допомогою застосунку Canva можна створювати інтерактивні аркуші, які роблять навчання більш ефективним та захоплюючим. Учні можуть перетягувати слова, об'єкти, відповідати на запитання прямо у документі. Інтерактивні аркуші однаково зручно застосовувати в умовах традиційного класу та в онлайн-середовищі, що робить їх ідеальним рішенням для сучасної освіти.

Розв'язання пропорцій



Розв'яжіть кожну пропорцію.

$$\frac{x}{4} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{x}{4}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{7.2}{2}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{9}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{5}{8.3}$$

$$\frac{2}{6.5} = \frac{2.7}{x}$$



Рис. 2.2.10 Інтерактивний аркуш «Розв'язання пропорцій»

Quizlet зручний для вивчення та перевірки понять: учні можуть самостійно опрацьовувати набори термінів і визначень по темі, користуватися режимом навчання або змагатися в матчах на час. Ці платформи мають елементи гейміфікації, що стимулює учнів приділити більше часу повторенню

матеріалу. До того ж, вони доступні з будь-яких пристроїв, що важливо в умовах дистанційного навчання.



Відсотки. Відсоткове відношення. Перетворення дробів у відсотки і навпаки. Знаходження відсотку від

Поділитися

Рис. 2.2.11 Колесо фортуни «Відсотки. Відсоткове відношення. Перетворення дробів у відсотки і навпаки. Знаходження відсотку від числа»

Відеоуроки та інтерактивні лекції. Для систематизації теоретичних знань з теми можна залучити ресурси Всеукраїнської школи онлайн (ВШО) або освітніх платформ на кшталт EdEra, Prometheus, де розміщено короткі відеоуроки та конспекти з математики старшої школи [49]. Зручно поєднувати освітній ресурс теоретичного спрямування, навчальних відео та тренувального тестування на Білій дошці в застосунку Canva: короткі конспекти, ключові формули, визначення та схеми, що слугують основою для повторення; вбудовані навчальні відео, які пояснюють найскладніші моменти та демонструють розв'язання типових задач; інтерактивні тестові завдання, які дозволяють відразу ж застосувати отримані знання на практиці та визначити проблемні моменти. Цей підхід є особливо ефективним під час змішаної форми навчання.

Вчитель може проводити групові консультації та онлайн-уроки, працюючи з дошкою разом із класом у реальному часі, пояснюючи матеріал та відповідаючи на запитання. Найбільша цінність полягає в тому, що вчитель може заздалегідь підготувати та надати учням повноцінний навчальний пакет – уже згрупований і структурований матеріал. Учень отримує чіткий маршрут для самостійного опрацювання може повторювати теми у власному темпі, переглядати відео скільки завгодно разів і відпрацьовувати навички на тестах. Таким чином, використання Білої дошки в Canva трансформує підготовку до зовнішнього незалежного оцінювання чи НМТ, роблячи її систематизованою, наочною та орієнтованою на індивідуальні потреби кожного здобувача освіти. Це не лише економить час вчителя на пошук та розповсюдження ресурсів, але й формує в учнів навички самоосвіти та відповідального підходу до навчання.

ування ▾ ↶ ↷ ↻ «ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ. ВІДСОТКИ».

ТЕМА 3. Відношення. Пропорція. Відсотки

Вираз, що є часткою чисел a і b , відомих від нуля, називається **відношенням чисел a і b** .
Записують: $a:b$ або $\frac{a}{b}$. Читають: « a відносно до b ».

Числа a і b називають **членами відношення**. Якщо виконати ділення першого числа відношення на друге, то дістанемо число, що є **значенням відношення**.

Основні властивості відношення
Значення відношення не зміниться, якщо його члени помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля: $a:b = (a \cdot c):(b \cdot c)$, або $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$, якщо $c \neq 0$.

$a:b = (a:c):(b:c)$, або $\frac{a}{b} = \frac{a:c}{b:c}$, якщо $c \neq 0$.

ПРОПОРЦІЯ ТА ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ
Пропорцією називається рівність двох відношень.
Записують: $a:b = c:d$ або $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Читають: «Відношення a до b дорівнює відношенню c до d », або « a так відносно до b , як c відносно до d ».

Числа a і d називають **крайніми членами пропорції**, а числа b і c – **середніми членами пропорції**.

Основні властивості пропорції
Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів: якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $ad = bc$.

Дві величини називаються **прямо пропорційними**, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї величини в кілька разів друга величина збільшується (зменшується) в ту саму кількість разів.

Дві величини називаються **обернено пропорційними**, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї величини в кілька разів друга величина зменшується (збільшується) в ту саму кількість разів.

Відсотки (Відсотки)
Відсотком називається одна частка сім'ят (тобто береться за одиницю) 1% від числа $x = \frac{1}{100}x$.

Основні задачі на відсотки

1. Знаходження відсотка від числа
2. Знаходження числа за заданим відсотком
3. Знаходження процентного відношення двох чисел

Правила. Складіть проговори складіть число 20 від числа 400.
Розв'язання. Шукане число проговори x задовольняє рівняння: $\frac{x}{400} = \frac{20}{100}$
Значить $x = \frac{20}{100} \cdot 400 = 80$ (%).

5.1. Відношення 10 : 20 дорівнює...

A	B	C	D	E
3 : 5	5 : 4	4 : 5	5 : 5	2 : 5

5.2. Матиней відліки містить 70 % частого ялівця. Скільки тонн частого ялівця можна добути з 1 т матиней відліки?

Математика. Пропорція...
Математика. Відношення...
Математика. Відсоткове...

Відсоток – одна сота частина величини або числа, яка позначається %

$$1\% = \frac{1}{100} = 0.01$$

16 : 4 x 2 = 8

Щоб знайти відсоток від числа, необхідно:

- виразити відсотки звичайним чи десятковим дробом;
- помножити дане число на цей дріб.

Варіант: Знайти 15% від числа 200
Розв'язок: $\rightarrow 0.15 \cdot 200 = 30$

Виходження числа його відсотком:

5% від числа становить 20, знайдіть 100%
Розв'язок: $\rightarrow \frac{20}{5} \cdot 100 = 400$

Знайти число за його відсотком, потрібно відому частину розділити на те, скільки відсотків становить від числа та помножити на 100%.

Рис. 2.2.12 White board «ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ. ВІДСОТКИ»

Учні 10–11 класів можуть самостійно переглянути відео про відсоткові розрахунки чи пропорції, повторити основні формули, а потім пройти тест при кінці уроку. Це допомагає структурувати знання у зручному форматі «мікро-уроків». На платформах типу iLearn (розробка громадської спілки «Освіторія») є інтерактивні курси підготовки до НМТ, що охоплюють і тему відсотків – учні можуть використати їх для самостійного узагальнення, виконуючи тренувальні тестові завдання і одразу отримуючи роз’яснення [49].

Цифрові інструменти для спільної роботи. Під час дистанційного уроку узагальнення варто залучати сервіси для колективної діяльності: наприклад, Google Jamboard, Canva або Padlet для створення ментальних карт чи дошок знань по темі [50]. Учитель може задати центральне поняття і попросити учнів додавати стікери з фактами, формулами, прикладами, пов’язаними з цим поняттям. У реальному часі клас спільно наповнює карту, виходить узагальнений конспект-огляд, який потім можна зберегти. Таке інтерактивне підбиття підсумків допомагає здобувачам освіти структурувати всі ключові моменти теми власноруч, тобто сприяє глибшому запам’ятовуванню. Так само, за допомогою Miro чи Google Slides, можна згрупувати учнів у віртуальні кімнати, де кожна група отримує своє завдання (наприклад, скласти 5 тез з підтем «відношення», «пропорція», «відсотки» і представити їх). Цифрові дошки і документи дозволяють бачити внесок кожного учня і проводити корекцію у режимі реального часу. На рис. 2.2.13. представлений приклад ментальної карти.

Математичні симуляції та застосунки. Хоча тема «відношення, пропорції і відсотки» є досить абстрактною, існують візуальні інструменти, що можуть урізноманітнити узагальнення. Наприклад, інтерактивні симуляції платформи PhET містять модулі для вивчення пропорційності (зокрема, симуляція ваг і рівноваги, де учні підбирають ваги для балансу – це демонструє ідею рівності відношень). Такі наочні моделі допомагають учням краще зрозуміти сутність пропорції через експеримент [51].

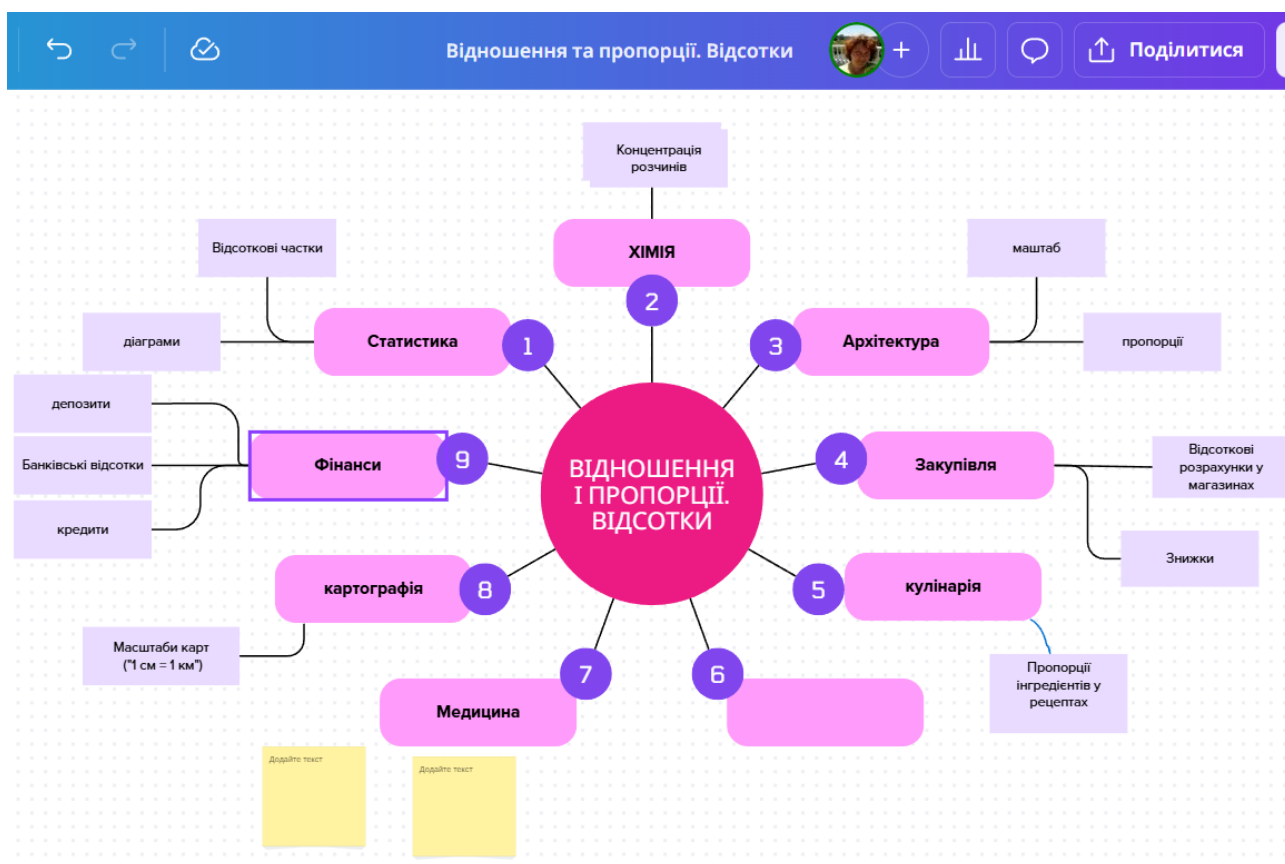


Рис. 2.2.13 Ментальна карта «Відношення і пропорції. Відсотки»

Інший ресурс – Desmos (графічний калькулятор): можна побудувати графіки прямих пропорцій або експонент (для відсоткового зростання/спадання) і попросити учнів пояснити, як на графіку відображається, наприклад, збільшення на 10% щоразу (крива експоненційного росту). Для самостійного закріплення учні можуть скористатися мобільними додатками, як-от Geometry Pad (для пропорцій у геометричних фігурах) чи Gios – інтерактивна платформа з елементами штучного інтелекту, що містить навчальні відео та задачі з критичного мислення з математики [51].

Онлайн-ресурси для фінансової грамотності. Оскільки поняття відсотків тісно пов'язані з фінансовими розрахунками, можна інтегрувати у процес узагальнення спеціалізовані веб-застосунки. Наприклад, український ресурс Cost.ua дозволяє моделювати різні фінансові ситуації: обчислювати майбутню пенсію, прибуток бізнесу, податки тощо. Використовуючи цей ресурс на уроці

або як домашнє завдання, учні застосовують математичні знання на практиці і бачать реальні результати розрахунків. Така діяльність підкреслює значення відсотків у повсякденному житті та розвиває підприємницьку компетентність. Іншим прикладом є симуляції на зразок «кредитного калькулятора» (де учні можуть підставляти різні значення суми, ставки, строку і бачити, як змінюються переоплати) – це закріплює розуміння складних відсотків [50].

Етап узагальнення і систематизації знань традиційно завершує вивчення теми, тому важливо поєднати формувальне оцінювання (для навчальних коригувань) з підсумковим оцінюванням (для фіксації результатів навчання). Кожне з них виконує свою функцію, а їхнє грамотне застосування забезпечує об'єктивність і ефективність оцінювання досягнень учнів.

Формувальне оцінювання (оцінювання для навчання) – це невід'ємна частина повсякденного уроку, яка триває постійно від перших занять з теми і особливо актуалізується на етапі узагальнення. Формувальне оцінювання має на меті відстежувати прогрес учнів і надавати зворотний зв'язок для покращення розуміння. На узагальнюючих уроках його роль – виявити, чи всі учні опанували ключові ідеї теми «Відношення, пропорції і відсотки», і вчасно заповнити можливі прогалини. Важлива риса формувального оцінювання – відсутність страху помилки: учні знають, що помилка – це сигнал до повторного пояснення, а не привід для покарання оцінкою [4; 16]. Прийоми формувального оцінювання наведено в таблиці 2.2.

Формувальне оцінювання під час узагальнення слугує своєрідною «діагностикою» перед фінальним контролем. Воно дозволяє виявити проблеми та мінімізувати їх вчасно – наприклад, провести додаткове заняття, надати консультації або роздати індивідуальні завдання для тренування. Важливо, щоб формувальне оцінювання було інтерактивним і невимушеним: це може бути обговорення, гра, опитування, але не формальна перевірка з оцінками. Будь-які негативні судження чи осуд тут недоречні – навпаки, підкреслюються успіхи та надаються доброзичливі поради щодо усунення недоліків. Таким чином,

формувальне оцінювання на етапі узагальнення мотивує учнів вчитися далі, показує їм власний прогрес і конкретно вказує, над чим ще треба працювати.

Таблиця 2.2

Прийоми формувального оцінювання

Формувальний прийом	Алгоритм дій	Що саме оцінюється	Педагогічний ефект
«Вхідний квиток» / мозковий штурм	На початку уроку кожен учень письмово відповідає на запитання «Що таке пропорція? Як знайти число за його відсотком?». Учитель оперативно переглядає записи, уточнює акценти заняття	Поточне розуміння ключових понять, наявні хиби	Швидка діагностика стартового рівня, корекція плану уроку
Самоперевірка за еталоном	Після виконання 3–5 тестових завдань демонструються правильні відповіді й пояснення. Учні звіряють результати, фіксують помилки	Правильність обчислень, плутанина між «відсотковим відношенням» і «відсотком від числа»	Миттєвий зворотний зв'язок, усунення концептуальних непорозумінь
Взаємооцінювання «Дві зірки і побажання»	Учні обмінюються зошитами або працюють у парах усно: позначають два сильні елементи розв'язання й одну рекомендацію щодо покращення	Чіткість запису пропорції, логіка кроків, аргументація	Формування культури конструктивної критики, розвиток рефлексії
«Тижневий звіт»	Наприкінці тематичного циклу кожен учень відповідає письмово: «Чого нового навчився?», «Що лишається незрозумілим?», «Найскладніше завдання і причина?»	Ступінь засвоєння змісту, суб'єктивні труднощі	Планування повторення, індивідуальна підтримка, уточнення проблемних тем

Підсумкове оцінювання (оцінювання навчених результатів) – це фіксація досягнень учнів після завершення вивчення теми. У контексті теми

«Відношення, пропорції і відсотки» підсумкове оцінювання зазвичай проводиться у формі тематичної контрольної (діагностичної) роботи. Відповідно до чинних критеріїв оцінювання, тематичне підсумкове оцінювання здійснюється за рівневою шкалою (початковий, середній, достатній, високий рівні) з фіксацією результатів у журналі [1].

Таблиця 2.3

Організація підсумкового контролю

Компонент підсумкового контролю	Організаційний опис	Методичний орієнтир	Освітній результат
Зміст і структура роботи	Завдання охоплюють усі програмні результати: від обчислень відсотків до складання пропорцій; 4–6 позицій різної складності забезпечують повний зріз навчальних досягнень	Відбір корелює з Держстандартом, кожен очікуваний результат представлено принаймні одним пунктом	Рівнева диференціація, валідність діагностики
Форма проведення	Переважає письмовий формат; електронний тест із контрольними механізмами або усний підсумок використовується у специфічних умовах; тривалість до 40 хв. При потребі роботу поділяють на дві частини	Дотримання нормативного часу, поділ на дві сесії гарантує повне виконання	Прозорість процедури, можливість простежити логіку розв’язання
Критерії оцінювання	Чіткі бальні або рівневі шкали оприлюднюються до старту; бал за завдання визначається складністю й повнотою розв’язання	Прозорість критеріїв підсилює академічну доброчесність, стимулює точність	Об’єктивність підсумку, прийняття результату учнем
Формат завдань	Кейс-задачі інтегрують кілька математичних дій; проблемні тексти з практичним контекстом диференціюють глибину розуміння	Компетентнісний підхід НУШ забезпечує перевірку здатності переносити знання у життєві ситуації	Вияв системного мислення, засвоєння матеріалу на високому рівні

Підсумкове оцінювання, будучи контрольною ланкою, підсумовує результати навчання: його дані використовуються для виставлення тематичної оцінки, а також для аналізу ефективності викладання. Учитель, проаналізувавши виконання завдань, може зробити висновки, які теми потребують повторного повторення або корекції в майбутньому. Важливо, що результати підсумкового оцінювання обговорюються з учнями: на наступному уроці варто розібрати типові помилки, похвалити за успіхи, намітити шляхи покращення. Такий підхід переносить оцінювання з площини просто виставлення балу до рівня зворотного зв'язку і планування подальшого навчання.

Підсумовуючи: на етапі узагальнення знань доцільно реалізувати баланс між формувальним та підсумковим оцінюванням. Формувальне оцінювання протягом уроку (невеликі усні опитування, самоперевірки, обговорення) створює атмосферу підтримки і навчання, допомагає учням виправити помилки до фінального тесту. Підсумкове ж оцінювання завершує тему, встановлює остаточний рівень оволодіння матеріалом та сприяє розвитку відповідальності учнів за результат. Обидва види оцінювання доповнюють одне одного: перше підвищує якість навчального процесу шляхом коригування, друге фіксує досягнення і слугує основою для офіційного визнання успіхів учня.

Узагальнення знань з теми «Відношення, пропорції і відсотки» за допомогою описаних вище методів (дидактичних ігор, практичних задач, цифрових інструментів, формувального оцінювання) сприяє формуванню в учнів широкого спектру компетентностей. Ці компетентності можна згрупувати на предметні (математичні), міжпредметні та ключові [1].

Узагальнення матеріалу обов'язково має включати повторення і точне визначення основних термінів і понять (відношення, пропорція, члени пропорції, відсоток, відсотковий приріст тощо). На початку теми спостерігаються типові для учнів помилки: деякі плутають поняття «співвідношення» і «пропорція», невпевнено трактують слово «відсоток» (плутаючи 1% як число та 1% як відношення 1/100). Після проведеної роботи з

систематизації знань майже всі учні оперують термінами правильно і влучно. На підсумковому уроці учні під час відповідей використовують терміни «відношення», «пропорційний», «пропорційно», «відсоткове значення» тощо у правильному контексті. Таким чином, методика, що приділяла увагу чіткому визначенню понять і їхньому повторенню, сприяла кращому засвоєнню математичної мови.

Кожен узагальнюючий урок повинен мати чітку структуру: актуалізація ключових понять, систематизація знань шляхом побудови схеми або таблиці, виконання серії різнотипних завдань на закріплення і перевірку цілісності знань, рефлексія учнів. Учитель спрямовує діяльність учнів за принципом спільного планування узагальнення: формулювання загальних підсумків вивченого матеріалу у вигляді правил, формул, методів розв'язування задач, які учні самостійно виводять або узагальнюють під керівництвом учителя. Такий підхід відповідає сучасним методичним вимогам до спільної діяльності вчителя й учнів з узагальнення знань. Для підвищення ефективності необхідно використовувати елементи інтерактивного навчання: роботу в малих групах при обговоренні узагальнюючих питань, дидактичні ігри (наприклад, математичний бій, де команди учнів по черзі відповідають на питання з теорії відношень і відсотків), технології критичного мислення (складання «асоціативного куща» на дошці, що об'єднує всі ключові терміни теми) тощо. Важливим є також схематична наочність: під час пояснення узагальнюючого матеріалу використовуються опорні схеми, таблиці та структурні конспекти. Зокрема, для систематизації понять «відношення», «пропорція», «масштаб», «відсоток», «відсоткове відношення» здобувачі освіти з учителем складають узагальнюючу таблицю, що відображає взаємозв'язки між цими поняттями та їхніми математичними моделями (дроби, коефіцієнти, відсоткові показники і т.д.).

Після завершення вивчення теми всі учні виконують підсумкову контрольну роботу, яка містить завдання різних типів: складається з трьох блоків завдань (8 тестових питань (по 0,5 бала кожне), 3 розрахункових задач (по 2 бали) та 1 практичної задачі відкритого типу (3 бали)). В сукупності

максимальний бал за роботу становить 12. Ці завдання підібрані таким чином, щоб перевірити як теоретичне розуміння (тести), так і вміння застосувати знання на практиці (задачі). Важливо проаналізувати, як учні впоралися з різними типами завдань, оскільки це дозволяє виявити сильні та слабкі сторони підходів навчання.

Методика узагальнення і систематизації знань, має безперечну практичну цінність для шкільної освіти. По-перше, вона продемонструвала спроможність підвищувати якість знань учнів без залучення додаткових ресурсів чи збільшення навчального часу – за рахунок лише раціональної організації навчальної діяльності. По-друге, результати спостережень засвідчили, що методика покращує мотивацію та включеність учнів у навчання, робить уроки цікавішими та змістовнішими з точки зору учнів. Це особливо важливо в сучасних умовах, коли конкурентом учителя виступає інформаційне середовище і утримати увагу школярів стає дедалі складніше. Активні, узагальнюючі форми роботи здатні зацікавити учнів і надати їм відчуття успіху у навчанні.

Хоча дана методика відпрацьована на конкретній темі математики, її ключові підходи мають універсальний характер. Узагальнення і систематизація знань – необхідна дидактична стадія в будь-якому предметі після вивчення великого блоку матеріалу. Дана методика може бути адаптована до інших тем алгебри і геометрії, а також до інших навчальних предметів (фізики, хімії, біології тощо), де потрібне підсумкове узагальнення понять. Зокрема, структуровані узагальнюючі уроки з використанням схематичних матеріалів та інтерактивних вправ доцільно впроваджувати в старших класах при вивченні тем, насичених теорією (наприклад, «Тригонометричні тотожності» чи «Молекулярна будова речовини»). Очікується, що за умови дотримання дидактичних принципів (науковості, доступності, системності) методика дасть схожий позитивний ефект.

Звісно, адаптуючи підхід, слід враховувати специфіку предмета і рівень підготовки учнів. Наприклад, для учнів з низькою навчальною мотивацією варто приділити більше уваги ігровим формам узагальнення, а для профільних

класів – включити задачі підвищеної складності для стимулювання інтересу. В будь-якому разі, основний принцип залишається сталим: учитель виступає як координатор, що допомагає учням самим впорядкувати та осмислити набуті знання, побачити «картину в цілому».

Отримані висновки поповнюють скарбницю педагогічного досвіду щодо організації узагальнюючих занять. Вони підтверджують вже відомі положення, зокрема про те, що «уроки узагальнення і систематизації знань є важливою формою навчання, яка при правильній реалізації помітно підвищує якість знань і вмінь школярів». Крім того, наше дослідження деталізує ці положення: показано конкретні механізми, за рахунок яких досягається ефект (активізація мислення, повторення термінології, різнорівневі завдання тощо).

Спеціально організоване узагальнення і систематизація знань учнів – це потужний засіб підвищення ефективності навчання. Запропонована методика показала позитивний педагогічний ефект, який виражається у зростанні середнього балу, покращенні структурних показників успішності та розвитку пізнавальної активності учнів. Вона є практично придатною для впровадження у закладах загальної середньої освіти. Більше того, методика достатньо гнучка, щоб бути адаптованою до різних умов і контингентів учнів. Отримані результати надають підстави рекомендувати її для використання ширшим колом учителів математики, а також для подальшого дослідження і застосування у інших предметних галузях. У підсумку, наше дослідження робить внесок у методику навчання шляхом експериментального обґрунтування нового підходу до узагальнення знань, що відповідає сучасним вимогам компетентнісної освіти і сприяє досягненню більш високих результатів навчання школярів.

Отже, застосування ефективних методів навчання під час узагальнення теми «Відношення, пропорції і відсотки» дає багатоаспектний результат. Учні не тільки систематизують власні математичні знання (що видно з їхніх успіхів у розв'язанні задач та тестів), але й демонструють зрілість у вміннях співпрацювати, критично мислити, навчатися самостійно і застосовувати математику в різних контекстах. Такий підхід повністю відповідає сучасним

вимогам до профільної освіти: випускник 11 класу має бути компетентною особистістю, здатною переносити знання у практичну площину і продовжувати навчання впродовж життя. Методи та приклади, наведені у цьому підрозділі, покликані показати, як цього досягти на матеріалі конкретної теми, дотримуючись офіційних освітніх стандартів і рекомендацій. Поглиблений аналіз ефективності цих методів підтверджує: добре сплановане узагальнення знань з використанням ігор, цифрових технологій, різнорівневих завдань і продуманого оцінювання здатне суттєво підвищити якість навчальних результатів і сформувати в учнів широкий набір компетентностей для їхнього подальшого освітнього і життєвого шляху.

Висновки до другого розділу

Проаналізовано методичні особливості викладання теми «Відношення і пропорції. Відсотки» у ліцеях. Встановлено, що ефективне засвоєння цієї теми потребує опори на раніше вивчені поняття (зокрема дроби), широкого застосування наочності, використання міжпредметних зв'язків та акцентування практичної значущості відсоткових розрахунків. Виявлено типові утруднення учнів, серед яких – нерозуміння взаємозв'язку між дробовими і відсотковими формами числа та помилки при обчисленні відсотків. Для усунення цих труднощів запропоновано систему вправ з поступовим наростанням складності та проблемні запитання.

Розроблено комплекс ефективних методів навчання для узагальнення і систематизації знань учнів з теми «Відношення і пропорції. Відсотки». Обґрунтовано доцільність застосування методів активного навчання, таких як мозковий штурм, колективне обговорення, складання узагальнювальних схем і таблиць, розв'язування інтегрованих практичних задач, робота в малих групах, дидактичні ігри та інтерактивне тестування. Показано, що такі методи забезпечують високий рівень залучення учнів до роботи на уроці узагальнення,

сприяють кращому запам'ятовуванню та глибшому розумінню навчального матеріалу, а також формують ключові компетентності, зокрема вміння співпрацювати та застосовувати знання на практиці.

Проведено впровадження запропонованої методики. Практика підтвердила ефективність методики: після її впровадження середній бал успішності з теми підвищився, частка учнів високого рівня знань. Аналіз результатів показав зменшення кількості типових помилок та невпевненості учнів при розв'язанні задач. Отримано позитивний зворотний зв'язок від учнів: вони зазначили, що завдяки новим формам роботи матеріал став зрозумілішим та цікавішим.

Таким чином, у другому розділі обґрунтовано та практично доведено результативність методики узагальнення і систематизації знань учнів з теми «Відношення і пропорції. Відсотки».

ВИСНОВКИ

1. У процесі дослідження виконано теоретичний аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури, що підтвердив важливість етапу узагальнення та систематизації знань у навчальному процесі. Встановлено, що узагальнення навчального матеріалу сприяє глибшому його осмисленню, формуванню міжпонятійних зв'язків та міцному засвоєнню, а також розвитку ключових компетентностей учнів.
2. Досліджено зміст і методичні особливості викладання теми «Відношення і пропорції. Відсотки». Виявлено, що успішне засвоєння теми потребує опори на попередні знання (дроби), використання наочності, міжпредметних зв'язків та акцентування практичної значущості відсоткових розрахунків. Аналіз стану викладання в школах показав недостатню інтеграцію знань та переважання репродуктивних методів, що призводить до формального засвоєння алгоритмів без розуміння цілісної картини.
3. Визначено основні труднощі учнів у засвоєнні теми, серед яких нерозуміння взаємозв'язку між дробовими та відсотковими формами чисел і типові помилки при обчисленнях. Запропоновано способи їх подолання через систему вправ із поступовим наростанням складності, проблемні запитання та активні форми роботи, що сприяють підвищенню впевненості та усуненню типових помилок.
4. Обґрунтовано ефективні методи узагальнення та систематизації знань учнів: мозковий штурм, колективне обговорення, складання схем і таблиць, розв'язування інтегрованих практичних задач, робота в малих групах, дидактичні ігри та інтерактивне тестування. Застосування цих методів забезпечує активну участь учнів, підвищує рівень запам'ятовування та глибину розуміння матеріалу, розвиває пізнавальні

уміння (аналіз, синтез, встановлення зв'язків, рефлексію) і формує компетентності для практичного застосування знань.

5. Розроблено та практично перевірено комплекс методичних прийомів для покращення засвоєння матеріалу. Якісний аналіз результатів показав зменшення типових помилок і підвищення впевненості учнів при розв'язанні задач. Позитивні відгуки учнів підтвердили підвищення інтересу до навчального матеріалу завдяки новим формам роботи.
6. Методика, розроблена в дослідженні, поєднує традиційні та інноваційні прийоми, спирається на діяльнісний і компетентнісний підходи, відповідає сучасним вимогам Нової української школи. Вона може бути застосована не лише для уроків з теми «Відношення і пропорції. Відсотки», а й для узагальнення інших розділів математики, де необхідно сформувати цілісне бачення матеріалу.
7. Практична значущість роботи полягає у можливості впровадження розроблених методичних рекомендацій у практику роботи закладів загальної середньої освіти, використанні матеріалів дослідження (сценаріїв уроків, системи вправ, дидактичних ігор) для підготовки власних методичних розробок учителів та підвищення кваліфікації педагогів.
8. Перспективи подальшої роботи включають адаптацію методики для профільних математичних класів і учнів основної школи, а також дослідження впливу окремих методів (наприклад, ІКТ-інструментів або проєктної роботи) на якість узагальнення знань.

Отже, поставлені на початку дослідження завдання виконано повністю, мету досягнуто, а результати підтверджують ефективність комплексного підходу до узагальнення та систематизації знань учнів у процесі навчання математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Нормативно-правові акти та офіційні документи

1. Державний стандарт базової середньої освіти : затверджено постановою Кабінету Міністрів України від 30.09.2020 № 898. URL: <https://mon.gov.ua> (дата звернення: 16.07.2025).
2. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів. 5–11 класи. Київ : Міністерство освіти і науки України, 2020. 84 с. URL: <https://mon.gov.ua/ua/education/programs> (дата звернення: 06.06.2025).
3. Про освіту : Закон України від 05.09.2017 № 2145-VIII. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19> (дата звернення: 16.07.2025).
4. Рекомендації щодо організації формувального оцінювання. Київ : НМЦО, 2020. URL: <https://nmco.org.ua> (дата звернення: 06.07.2025).

2. Книги, підручники, навчальні посібники

5. Бевз Г. П. Методика викладання математики: навч. посіб. 3-тє вид., перероб. і допов. Київ : Вища школа, 1989. 367 с.
6. Бевз Г. П. Математика: підручник для 10–11 кл. Київ : Освіта, 2021. URL: <https://osvita.ua/matematika/> (дата звернення: 26.06.2025).
7. Бондаренко О. М. Фінансова грамотність та математика у школі : навч.-метод. посіб. Київ : Центр навчальної літератури, 2021. 192 с. URL: <https://cndlit.com.ua/fingramotnist> (дата звернення: 16.06.2025).
8. Виготський Л. С. Психологія розвитку людини : монографія. Київ : Освіта, 2005. 368 с. URL: <https://nlu.edu.ua/library/psihologia-vygotsky> (дата звернення: 16.06.2025).
9. Виноходов А. А. Використання сервісів Google та хмарних технологій в навчальному процесі : навч. посіб. Нікополь, 2017. 26 с. URL: <https://www.slideshare.net/slideshow/google-85899657/85899657> (дата звернення: 15.02.2025).

10. Гнатюк О. І. Комплексні задачі з математики для 10–11 класів. Львів : Світ, 2020. URL: <https://www.svitbook.ua> (дата звернення: 06.07.2025).
11. Іващенко С. В. Методика навчання математики в середній школі : навч.-метод. посіб. Київ : Либідь, 2019. 256 с. URL: <https://libid.ua/matematika> (дата звернення: 06.06.2025).
12. Каплун О. І. Математика. Формули, поняття, визначення : довідник. Харків : ПП Українське літературне агенство «УЛА», 2014. 192 с. URL: <https://knygy.com.ua/index.php?productID=9789662840032> (дата звернення: 17.02.2025).
13. Корольський В. В., Крамаренко Т. Г., Семеріков С. О., Шокалюк С. В. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навч. посіб. / наук. ред. М. І. Жалдак. Кривий Ріг : Книжкове видавництво Киреєвського, 2009. 324 с. URL: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/704127/1/9789662957006_content.pdf (дата звернення: 18.02.2025).
14. Крамаренко Т. Г. Уроки математики з комп'ютером: посібник для вчителів і студентів / за ред. М. І. Жалдака. Кривий Ріг : Видавничий дім, 2008. 272 с. URL: <https://elibrary.kdpu.edu.ua/handle/0564/570> (дата звернення: 19.02.2025).
15. Кузнєцова Н. В. Наочні моделі та візуалізація в навчанні математики : монографія. Київ : Освіта, 2018. 200 с. URL: <https://osvita.ua/matematika/vizualizatsiya> (дата звернення: 16.06.2025).
16. Кузнєцова Н. С. Методика викладання математики у старшій школі. Харків : Ранок, 2020. URL: <https://ranok.com.ua> (дата звернення: 26.06.2025).
17. Левицька Т. В. Відсотки і пропорції у практичних задачах. Київ : Видавництво Ліра-К, 2019. URL: <https://lira-k.com.ua> (дата звернення: 06.07.2025).
18. Математика: Збірник тестових завдань для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / уклад. : А. Капіносов, Г. Гап'юк, Л. Кондратьєва, О. Мартинюк, С. Мартинюк. Тернопіль : Підручники і посібники, 2013. 336 с.

URL: <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/35634> (дата звернення: 21.02.2025).

19. Мельник С. В. Прикладні задачі та математичне моделювання : навч.-метод. посіб. Київ : Центр навчальної літератури, 2021. 176 с. URL: <https://cndlit.com.ua/matем-modeluvannya> (дата звернення: 20.06.2025).

20. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків : Гімназія, 2018. 400 с. URL: <https://pidruchnyk.com.ua/430-algebra-proflniy-rven-merzlyak-10-klas.html> (дата звернення: 22.02.2025).

21. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків : Гімназія, 2019. 352 с. URL: <https://shkola.in.ua/1672-matematyka-10-klas-merzliak-2018.html> (дата звернення: 22.02.2025).

22. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебраїчний тренажер: посібник для школярів та абітурієнтів. 3-тє вид. Харків : Гімназія, 2016. 272 с. URL: <https://knygy.com.ua/index.php?productID=9789664740712> (дата звернення: 21.02.2025).

23. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків : Вид-во «Ранок», 2019. 240 с. URL: <https://shkola.in.ua/2233-alhebra-11-klas-nelin-2019.html> (дата звернення: 23.02.2025).

24. Педченко І. О. Методи навчання алгебри в середній та старшій школі : навч.-метод. посіб. Київ : Літера, 2020. 248 с. URL: <https://litera.ua/algebra-metodyka> (дата звернення: 16.06.2025).

25. Петров І. В. Методика організації навчальних ігор у школі. Харків : Основа, 2018. URL: <https://osnova.com.ua> (дата звернення: 26.06.2025).

26. Півторак А. А. Використання ІКТ при вивченні математики. Педагогічний дизайн. Вінниця : ММК, 2015. 74 с.

27. Романов В. І. Дидактичні ігри в шкільній практиці. Львів : Світ, 2019. URL: <https://www.svitbook.ua> (дата звернення: 26.06.2025).
28. Скафа О. І., Тутова О. В. Евристичне навчання математики: комп'ютерно-орієнтовані уроки : навчально-методичний посібник. 2-ге вид. Донецьк : ДонНУ, 2013. 399 с.
29. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. Київ : Зодіак – ЕКО, 2000. 512 с. URL: https://enpuir.npu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/9683/bibliohraf_pokazh_Sliepkan'.pdf?sequence=1 (дата звернення: 24.02.2025).
30. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: практичний аспект : навч.-метод. посіб. Харків : Ранок, 2018. 320 с. URL: <https://ranok.com.ua/matematika> (дата звернення: 06.06.2025).
31. Сухина Л. А. Використання наочно-символічних моделей у навчанні математики : навч.-метод. посіб. Київ : Освіта, 2017. 144 с. URL: <https://osvita.ua/matematika/naukovi-pratsi> (дата звернення: 16.06.2025).
32. Шевченко О. М. Інноваційні методи навчання математики. Київ : Літера, 2021. URL: <https://litera.ua> (дата звернення: 26.06.2025).
33. Шевчук Л. П. Психологія навчання та розвитку школярів : монографія. Львів : Світ, 2019. 304 с. URL: <https://svit.lviv.ua/psihologia-shkolyariv> (дата звернення: 16.06.2025).
34. Істер О. С., Єргіна О. В. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Київ : Генеза, 2018. 448 с. URL: <https://pidruchnyk.com.ua/1223-algebra-10-klas-ister.html> (дата звернення: 16.02.2025).
35. Істер О. С., Єргіна О. В. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти. Київ : Генеза, 2019. 416 с. URL: <https://pidruchnyk.com.ua/1250-algebra-ister-11-klas.html> (дата звернення: 17.02.2025).

3. Статті з журналів та збірників

36. Архіпова Т. Л. Вплив нових інформаційних технологій на активізацію навчально-пізнавальної діяльності підлітків. *Збірник наукових праць*. Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2001. Вип. 3. С. 160–167. URL: <https://fi.npu.edu.ua/zbirnyk-kosn/zbirnyk-4/2009-11-27-12-10-09445> (дата звернення: 15.02.2025).
37. Беседін Б. Б., Гайдар С. О. Шляхи вдосконалення узагальнення та систематизації знань при вивченні алгебри в 7-9 класах. *Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ*. 2013. Вип. 3. С. 140–144.
38. Богатинська Н. В., Голубєва С. Ф. Узагальнення й систематизація - джерело знань учнів. *Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : зб. наук. праць*. 2006. Вип. 6. Т. 1. С. 103–107.
39. Волощук І. А., Шпонька Р. Ю. Використання ІКТ на уроках математики як засіб розвитку просторової уяви учнів. *Педагогічне Криворіжжя : педагогічний альманах : зб. наук.-метод. праць*. 2017. Вип. 3. С. 46–48.
40. Казанчук І. Ю. Комп'ютерно орієнтовані засоби навчання для предметів фізико-математичного циклу. *Таврійський вісник освіти*. 2013. № 1. С. 21–30. URL: http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILA=&2_S21STR=Two_2013_1_6 (дата звернення: 17.02.2025).
41. Косович О. В. Проектна діяльність як одна з форм інноваційних методичних технологій навчання. *Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія «Педагогіка, соціальна робота»*. 2011. Вип. 22. С. 76–78. URL: http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?I21DBN=LINK&P21DBN=UJRN&Z21ID=&S21REF=10&S21CNR=20&S21STN=1&S21FMT=ASP_meta&C21COM=S&2_S21P03=FILA=&2_S21STR=Nvuuped_2011_22_28 (дата звернення: 18.02.2025).

42. Лисицький В. М. Використання проектних технологій в навчально-виховному процесі для розвитку пізнавальних потреб учнів. *Педагогічна освіта: Теорія і практика. Психологія. Педагогіка: збірник наукових праць*. 2014. № 21. С. 85–90. URL: <https://pedosvita.kubg.edu.ua/index.php/journal/article/view/40> (дата звернення: 20.02.2025).
43. Лов'янова І. В. Інтерактивне навчання як форма педагогічної взаємодії в системі «учитель-учень». *Вісник Житомирського педагогічного університету*. 2003. С. 111–113. URL: <https://studentam.net.ua/content/view/7829/97/> (дата звернення: 20.02.2025).
44. Лов'янова І. В. Навчання студентів у малих інтерактивних групах як один із шляхів їх методичної озброєності. *Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: зб. наук. праць*. 2005. Вип. 5. Т. 1. С. 164–169.
45. Марченко О. М. Систематизація знань учнів у процесі навчання математики із застосуванням методу проектів на основі комп'ютерної підтримки. *Дидактика математики: проблеми та дослідження*. 2006. Вип. 26. С. 150–154.
46. Іваненко М. П. Міжпредметні проекти у старшій школі. Харків : Ранок, 2021. URL: <https://ranok.com.ua> (дата звернення: 06.07.2025).

4. Автореферати дисертацій

47. Комп'ютерно-орієнтована методика узагальнення і систематизації знань та вмінь в процесі навчання учнів геометрії : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Нац. пед. ун-т ім. М. Драгоманова. Київ, 2005. 20 с.
48. Неліна О. Є. Систематизація та узагальнення знань і вмінь учнів з алгебри як засіб активізації їх пізнавальної діяльності : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Нац. пед. ун-т ім. М. Драгоманова. Київ, 2003. 20 с. URL: <https://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/29378> (дата звернення: 23.02.2025).

5. Електронні ресурси (сайти, платформи, симуляції)

49. EdEra. Інтерактивні онлайн-курси з математики. Київ, 2021. URL: <https://www.ed-era.com> (дата звернення: 16.07.2025).
50. Освіторія. Цифрові інструменти для навчання математики. Київ, 2022. URL: <https://osvitoria.media> (дата звернення: 16.07.2025).
51. PhET Interactive Simulations. Математичні симуляції для школи. University of Colorado Boulder, 2020. URL: <https://phet.colorado.edu> (дата звернення: 16.07.2025).
52. Слінчук В. І. Формування життєвих компетентностей учнів засобами навчального проекту на уроках математики. URL: <http://eprints.zu.edu.ua/1610/1/20.pdf> (дата звернення: 24.02.2025).

6. Збірники наукових праць (цілі видання)

53. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ / гол. ред. В. О. Надточій. Слов'янськ : Вид-во Б. І. Маторін, 2021. Вип. 11. 228 с. URL: https://www.researchgate.net/publication/356289750_Zbirnik_naukovih_prac_fiziko-matematicnogo_fakultetu_DDP (дата звернення: 15.02.2025).
54. Матеріали X міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2023), м. Черкаси, 6-7 квітня 2023 р. Черкаси : ФОП Гордієнко Є. І., 2023. 192 с. URL: http://eprints.zu.edu.ua/36828/1/Tezy_2023_Cherkasy.pdf (дата звернення: 21.02.2025).