

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання

Тема: Вивчення елементів теорії многочленів у шкільному курсі математики

Кваліфікаційна робота студентки
групи МІм-24
ступінь вищої освіти «магістр»
спеціальності
014.04. Середня освіта (Математика)
Тупіциної Карини Олександрівни
Керівник: канд. пед. наук, доцент
Віхрова О.В.

ЗАПЕВНЕННЯ

Я, Тупіцина Карина Олександрівна, розумію і підтримую політику Криворізького державного педагогічного університету з академічної доброчесності. Запевняю, що ця кваліфікаційна робота виконана самостійно, не містить академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації. Я не надавала і не одержувала недозволену допомогу під час підготовки цієї роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають покликання на відповідне джерело. Із чинним Положенням про запобігання та виявлення академічного плагіату в роботах здобувачів вищої освіти Криворізького державного педагогічного університету ознайомена. Чітко усвідомлюю, що в разі виявлення у кваліфікаційній роботі порушення академічної доброчесності робота не допускається до захисту або оцінюється незадовільно.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ МНОГОЧЛЕНІВ В ОСНОВНІЙ ТА ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ	8
1.1. Історія розвитку теорії многочленів та її місце у структурі шкільної математичної освіти.....	8
1.2. Основні поняття та операції над многочленами у шкільному курсі математики.	11
1.3. Цілі навчання та програмні вимоги до знань і умінь учнів з теорії многочленів в основній та профільній школі.....	14
1.4. Логіко-математичний аналіз навчального матеріалу теорії многочленів у шкільному курсі алгебри:.....	19
1.4.1 Розподіл елементів теорії многочленів за класами.....	19
1.4.2. Порівняльний аналіз підходів у діючих підручниках алгебри.....	21
1.4.3 Наступність у вивченні елементів теорії многочленів.....	27
Висновки до розділу 1.....	30
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОСНОВНИХ ВИДІВ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ МНОГОЧЛЕНІВ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ.....	33
2.1. Методика формування основних понять і вивчення операцій над многочленами.....	33
2.2. Методичні особливості навчання розкладання многочленів на множники з використанням інтерактивних вправ.....	36
2.3. Навчання учнів розв'язування рівнянь і нерівностей з многочленами.....	41
2.4. Методика використання ІКТ при вивченні елементів теорії многочленів та розробка системи інтерактивних задач різного рівня складності.....	45
Висновки до розділу 2.....	53
ВИСНОВКИ.....	55

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	59
ДОДАТКИ.....	62

ВСТУП

Актуальність дослідження вивчення елементів теорії многочленів у шкільному курсі математики зумовлена тим, що многочлени є одним із фундаментальних понять алгебри, які тісно пов'язані з усіма подальшими темами навчальної програми. Їх опрацювання формує в учнів не лише обчислювальні навички, але й уміння узагальнювати, аналізувати та застосовувати набуті знання в різних математичних і практичних ситуаціях. Без ґрунтового розуміння сутності многочленів подальше вивчення рівнянь, функцій, елементів вищої математики стає значно ускладненим.

Другою важливою складовою актуальності є те, що многочлени широко застосовуються у прикладних науках, техніці та інформатиці. Сучасний розвиток цифрових технологій, комп'ютерного моделювання та математичного програмування неможливий без використання поліноміальних виразів та методів їхнього опрацювання. Отже, знайомство школярів з теорією многочленів формує у них основу для подальшого оволодіння прикладними дисциплінами, що робить цю тему надзвичайно важливою у загальній системі математичної освіти.

Крім того, вивчення многочленів сприяє розвитку логічного та алгоритмічного мислення, яке є необхідним у сучасному суспільстві. Поступове опанування учнями методів перетворення многочленів, виконання арифметичних дій з ними та розв'язування задач із використанням цих виразів дозволяє виробити стійкі математичні компетентності. Це відповідає завданням Нової української школи, що орієнтується на формування ключових компетентностей і підготовку учнів до життя в умовах інформаційного суспільства.

Не менш важливою є й психолого-педагогічна складова. Вивчення елементів теорії многочленів створює умови для формування в учнів умінь аналізувати різні способи розв'язування, робити висновки та перевіряти правильність обчислень. Це розвиває критичне мислення, математичну інтуїцію й уміння знаходити оптимальні рішення, що вкрай важливо для підготовки

молоді до подальшого навчання у закладах вищої освіти та їхньої майбутньої професійної діяльності.

Мета роботи полягає у тому, щоб розробити та теоретично обґрунтувати методичні рекомендації навчання учнів розв’язування основних видів задач многочленів у шкільному курсі математики;

Мета роботи конкретизується у таких **завданнях**:

1. Дослідити історію розвитку теорії многочленів та її місце у структурі шкільної математичної освіти
2. Визначити основні поняття та операції над многочленами у шкільному курсі математики;
3. Встановити цілі навчання та програмні вимоги до знань і умінь учнів з теорії многочленів в основній та профільній школі;
4. Здійснити логіко-математичний аналіз навчального матеріалу теорії многочленів у шкільному курсі алгебри:
5. Розкрити методику формування основних понять і вивчення операцій над многочленами;
6. Проаналізувати методичні особливості навчання розкладання многочленів на множники з використанням інтерактивних вправ
7. Дослідити процес навчання учнів розв’язування рівнянь і нерівностей з многочленами;

8. Розглянути методику використання ІКТ при вивченні елементів теорії многочленів та розробити системи інтерактивних задач різного рівня складності

Об’єкт дослідження – процес вивчення алгебри в шкільному курсі математики.

Предмет дослідження – методика вивчення елементів теорії многочленів та їх значення для формування математичних знань і вмінь учнів.

Основні методи дослідження: теоретичні: аналіз, порівняння і узагальнення методичної та навчальної літератури з проблеми дослідження для систематизації теоретичного матеріалу, уточнення змісту основних понять теорії

многочленів; емпіричні: бесіди з вчителями і учнями, аналіз досвіду роботи вчителів з навчання теорії многочленів.

Практичне значення одержаних результатів. Практичне значення одержаних результатів полягає у тому, що вони можуть бути використані вчителями математики для вдосконалення методики викладання теми «Многочлени» у шкільному курсі. Запропоновані підходи сприяють підвищенню ефективності навчального процесу, формуванню в учнів глибших знань та кращому засвоєнню матеріалу, що дозволяє розвивати в них логічне й алгоритмічне мислення, необхідне для подальшого вивчення алгебри та суміжних дисциплін.

Отримані результати можуть застосовуватися у практичній діяльності закладів загальної середньої освіти для створення навчально-методичних матеріалів, планування уроків та організації позакласної роботи з математики. Вони також можуть стати основою для розробки дидактичних вправ, тренувальних завдань і диференційованих методик, що допоможе враховувати рівень підготовки учнів і забезпечить підвищення якості математичної освіти.

Структура роботи. Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаної літератури та додатків. Робота представлена на 61 сторінці друкованого тексту, а також включає в себе 29 джерел зі списку використаної літератури.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ МНОГОЧЛЕНІВ В ОСНОВНІЙ ТА ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

1.1. Історія розвитку теорії многочленів та її місце у структурі шкільної математичної освіти

Історія розвитку теорії многочленів є невід'ємною складовою становлення всієї алгебри як науки. Витоки вчення про многочлени сягають часів античності, коли математики намагалися знаходити розв'язки рівнянь і працювали з простими виразами, що містили степені змінних. Уже в працях Евкліда й Діофанта зустрічаються перші елементи операцій з многочленами, які заклали основу для подальших досліджень. Згодом у період середньовіччя та епохи Відродження розвиток алгебраїчних методів і символічного запису дозволив упорядкувати правила виконання арифметичних дій з многочленами.

Природньо, що одним із основних понять алгебри, яке вивчається у школі, є поняття многочлена. Воно має тривалу історію становлення, що бере початок ще у давнину. Перші кроки у цьому напрямку були зроблені у Вавилоні приблизно за дві тисячі років до нашої ери, де розв'язували рівняння першого та другого степеня [2].

Подальший розвиток теорії многочленів тісно пов'язаний із роботами видатних математиків XVI–XVII століть, зокрема Джироламо Кардано, Франсуа Вієта, Рене Декарта, які запропонували методи розв'язування алгебраїчних рівнянь та систематизували підхід до оперування многочленами. З часом з'явилися поняття коренів многочленів, їхніх властивостей та зв'язків із коефіцієнтами, що стало основою сучасної алгебраїчної теорії. У XVIII–XIX століттях завдяки працям Ісаака Ньютона, Леонарда Ейлера, Жозефа-Луї Лагранжа та інших учених було сформовано більш цілісне вчення про многочлени, яке охоплювало як обчислювальні методи, так і теоретичні аспекти.

Подібні знання знайшли відображення і в працях стародавніх китайських математиків, зокрема у VII–VIII книгах класичних трактатів. Упродовж

тривалого часу аж до XIX століття алгебра розвивалася переважно як наука про методи розв'язування рівнянь різних степенів та їхніх систем.

Справжній прорив у розвитку алгебраїчних знань зробив французький математик Франсуа Вієт. Він першим запропонував позначати не лише невідомі, а й відомі величини буквами, що дало змогу оперувати абстрактними символами й здійснювати перетворення виразів у загальному вигляді. Саме з цього моменту зароджується буквена алгебра. Теорема Вієта про зв'язок між коренями та коефіцієнтами рівняння стала одним із наріжних каменів майбутньої теорії многочленів [3].

Наприкінці XVIII століття важливий внесок зробив Етьєн Безу, який сформулював і довів теорему про ділення многочленів з остачею. Це стало новим кроком у розумінні структури алгебраїчних виразів та сприяло формуванню сучасних методів роботи з ними. Трохи пізніше, у 1799 році, німецький математик Карл Фрідріх Гаус довів основну теорему алгебри, яка стверджує, що будь-який многочлен з комплексними коефіцієнтами має хоча б один корінь. Цей результат остаточно закріпив ключову роль многочленів у математичній науці.

Сьогодні многочлени мають вагоме значення як у теоретичній, так і в прикладній математиці. Застосування обчислювальної техніки та комп'ютерного моделювання ще більше посилює актуальність теорії многочленів, адже розв'язування багатьох задач зводиться саме до роботи з ними [4].

У шкільному курсі математики теорія многочленів посідає особливе місце, оскільки є логічним продовженням вивчення алгебраїчних виразів і рівнянь. Вона слугує основою для формування в учнів навичок виконання арифметичних дій із виразами, розвитку вміння працювати з функціями та підготовки до складніших тем, пов'язаних з математичним аналізом і лінійною алгеброю. Саме завдяки цій темі учні поступово опановують системність у мисленні, розвивають здатність узагальнювати та робити логічні висновки.

Сучасна структура шкільної математичної освіти передбачає, що вивчення многочленів має не лише формальний характер, а й прикладне значення.

Опанування основних понять і властивостей дозволяє учням застосовувати їх у розв'язуванні практичних задач, моделюванні реальних процесів та подальшому навчанні у вищій школі. Таким чином, тема «Многочлени» виконує роль важливого містка між базовими знаннями алгебри та глибшими розділами математики, формуючи у школярів фундамент для подальшого розвитку математичної компетентності.

Місце теорії многочленів у структурі шкільної математичної освіти є надзвичайно важливим, ще й тому, що вона виступає своєрідним містком між початковими алгебраїчними уявленнями учнів та вищими рівнями абстрактного мислення. Знайомство з многочленами відбувається у середній школі, де учні вперше стикаються з поняттям степеня, одночленів та многочленів, правилами виконання дій над ними. Це стає базою для подальшого вивчення більш складних тем алгебри, зокрема рівнянь, нерівностей, функцій, а також основ математичного аналізу.

Вивчення многочленів сприяє формуванню в учнів уміння працювати з символами та абстракціями, що є основною метою шкільної алгебри. Як відзначає український дослідник Г. П. Бевз засвоєння понять, пов'язаних із многочленами, формує здатність школярів бачити загальні закономірності та переносити їх у різні математичні ситуації. Саме вивчення многочленів закладає основу для розвитку алгоритмічного мислення, яке у сучасному освітньому просторі є однією з ключових компетентностей [4].

Особливе значення тема «Многочлени» має і для практичного застосування знань. Учні вчаться опрацьовувати формули, знаходити корені рівнянь, виконувати перетворення, що безпосередньо використовується при вивченні фізики, інформатики, економіки. У цьому сенсі теорія многочленів виконує інтеграційну функцію, об'єднуючи математику з іншими навчальними дисциплінами та демонструючи міжпредметні зв'язки.

Важливо й те, що вивчення многочленів дозволяє учням зрозуміти природу математичного узагальнення. Якщо на початкових етапах навчання школярі працюють із конкретними числами, то, працюючи з многочленами, вони

переходять до роботи з буквами як символами будь-яких чисел. Це формує уявлення про загальні закони, що діють незалежно від конкретних значень, і готує школярів до вивчення більш абстрактних розділів математики у старших класах і в університеті [6].

Крім того, вивчення многочленів у шкільному курсі відповідає завданням компетентнісного підходу, закладеного у концепції Нової української школи. Робота з многочленами розвиває навички аналізу, критичного мислення, пошуку ефективних шляхів розв'язування задач, що виходить далеко за межі математики. Учень, який засвоїв ці навички, здатен застосовувати їх у реальному житті – від фінансових розрахунків до аналізу даних у цифрових технологіях [5].

Таким чином, місце теорії многочленів у шкільному курсі математики визначається її подвійною роллю: з одного боку, вона є фундаментом для подальшого навчання математики, а з іншого – практичним інструментом, що забезпечує розвиток прикладних компетентностей.

1.2. Основні поняття та операції над многочленами у шкільному курсі математики.

Многочлени займають важливе місце у шкільному курсі математики, адже вони є узагальненням звичайних алгебраїчних виразів і водночас інструментом для розв'язання багатьох задач. Учні вперше знайомляться з ними як з виразами, що складаються із суми одночленів, які представляють собою добуток змінної (змінних), степенів змінної (змінних) та числових коефіцієнтів. Це має пропедевтичне значення, дозволяючи не тільки розширити знання про числа та дії над ними, а й підготуватися до вивчення більш складних тем, пов'язаних з рівняннями, функціями та елементами вищої математики.

Важливим є розуміння того, що многочлени можна не лише записувати, а й упорядковувати, зводити подібні члени та визначати їхній степінь. Такі операції допомагають побачити структуру виразу й полегшують подальші

обчислення. У шкільному курсі багато уваги приділяється саме цим навичкам, адже вони формують базу для роботи з більш складними алгебраїчними об'єктами.

Операції над многочленами охоплюють додавання, віднімання, множення та ділення, зокрема ділення з остачею. Кожна з них має свої правила, алгоритми дій, які учні поступово засвоюють, тренуючись на прикладах. Завдяки цьому багато задач, що здаються складними, можна розв'язати алгоритмічно й чітко. Таким чином, знайомство з многочленами стає важливим етапом у формуванні математичної грамотності школярів.

Додавання многочленів полягає у зведенні подібних членів, тобто тих, що мають однакову змінну з тим самим показником степеня. Щоб виконати цю дію, многочлени записують у зручній формі, після чого додають коефіцієнти при однакових степенях змінної. Це дає змогу отримати новий многочлен, який часто є спрощеним порівняно з початковим виразом. У процесі додавання важливо не втратити жодного члена і правильно врахувати знаки.

$$\begin{aligned} (9x^2-3x+6)+(-4x^2+4x-5) &= \\ = 9x^2-3x+6-4x^2+4x-5 &= \\ = 9x^2-4x^2+4x-3x+6-5 &= 5x^2+x+1 \end{aligned}$$

Результат додавання завжди зберігає ту ж саму структуру многочлена, а його степінь дорівнює найбільшому степеню серед доданків. Така дія використовується у шкільному курсі дуже часто, адже вона допомагає виконувати перетворення виразів та розв'язувати рівняння. Таким чином, додавання виступає базовою операцією, з якої починається знайомство з діями над многочленами.

Віднімання многочленів відбувається подібно до додавання, але замість складання коефіцієнтів відбувається їх віднімання. Зазвичай спочатку розкривають дужки, змінюючи знаки у від'ємнику, а потім зводять подібні члени. Це вимагає уважності, адже помилки найчастіше виникають саме на етапі роботи зі знаками.

$$(6x^2-7x+4)-(2x^2-9x-4)=6x^2-7x+4-2x^2+9x+4$$

$$6x^2-2x^2+9x-7x+4+4=4x^2+2x+8$$

У результаті віднімання утворюється многочлен, який може мати меншу кількість членів, ніж у початкових виразах. Його степінь, як і у випадку з додаванням, визначається найбільшим степенем змінної, що залишився після спрощення. Така дія дозволяє спрощувати вирази та є пропедевтикою більш складних алгебраїчних перетворень.

Множення многочленів є складнішою дією, адже потребує застосування розподільного закону множення відносно додавання та віднімання. Кожний член одного многочлена необхідно помножити на кожний член іншого, після чого результати додаються. Результатом цієї дії є новий многочлен, який часто має більшу кількість членів, ніж початкові.

$$(x+y)(z+v)=x \cdot z+x \cdot v+y \cdot z+y \cdot v$$

Особливу увагу під час множення приділяють роботі з показниками степенів. Якщо змінні однакові, показники їх степенів додаються. Завдяки цій властивості множення стає зручним інструментом для побудови більш складних алгебраїчних виразів і розв'язування задач, пов'язаних з формулами скороченого множення.

Ділення многочленів вивчається у старших класах і є більш складною операцією. Суть полягає в тому, щоб поділити многочлен на інший многочлен, не завжди отримуючи точний результат. У багатьох випадках виникає залишок, тому говорять про ділення з остачею.

Цей процес аналогічний до звичайного ділення чисел у стовпчик, але застосовується до членів многочлена. Крок за кроком зменшують степінь діленого многочлена, віднімаючи проміжні результати. Врешті-решт отримують частку та остачу, що дозволяє розкласти складні вирази та краще розуміти їхню структуру.

Множення многочлена на число відбувається за допомогою розподільного закону множення відносно додавання. Це означає, що число потрібно помножити на кожний член многочлена окремо. При цьому змінна та її степінь залишаються незмінними, змінюється лише коефіцієнт перед ними.

$$5(3x^5+6x^3-6)=5\cdot 3x^5+5\cdot 6x^3+5\cdot (-6)=15x^5+30x^3-30$$

Особливість цього виду множення полягає в тому, що воно не змінює структуру многочлена, а тільки збільшує або зменшує його коефіцієнти. Якщо число є від'ємним, то всі знаки членів многочлена також змінюються на протилежні. Це робить операцію надзвичайно простою, але водночас корисною у багатьох перетвореннях і розв'язуванні рівнянь.

Множення многочлена на одночлен є трохи складнішим, адже окрім коефіцієнтів змінюються також показники степені змінних. Одночлен множиться на кожний член многочлена, і в кожному результаті показники степенів при однакових змінних додаються.

$$3x(4x-6)=3x\cdot 4x-3x\cdot 6=12x^2-18x$$

Цей вид множення має велике значення, оскільки є кроком до множення двох многочленів. Він тренує уважність учнів під час роботи зі степенями змінних і допомагає краще засвоїти розподільний закон. Крім того, множення на одночлен часто використовується у спрощенні виразів та доведенні тотожностей.

1.3. Цілі навчання та програмні вимоги до знань і умінь учнів з теорії многочленів в основній та профільній школі

У процесі навчання учні ознайомлюються з поняттями: многочлена, його стандартної форми, степеня та коефіцієнтів. Значна увага приділяється діям над многочленами – додаванню, відніманню, множенню та діленню з остачею. Ці

знання мають не лише теоретичне, а й практичне значення, оскільки дозволяють застосовувати алгебраїчні методи для розв'язування задач, пов'язаних із перетворенням виразів та розв'язуванням рівнянь.

Особливе місце у вивченні теми займає формування вмінь використовувати властивості многочленів у різних математичних контекстах. Це передбачає роботу з формулами скороченого множення, розкладання многочленів на множники, знаходження коренів та дослідження їхньої кількості й розташування. Завдяки цьому учні оволодівають не лише технічними навичками, а й умінням бачити загальні закономірності та структури в алгебраїчних об'єктах.

Елементи теорії многочленів у курсі математики середньої школи вивчаються протягом багатьох років. Умовно процес вивчення цієї теми можна розбити на декілька етапів [8].

Перший етап включає формування понять «числовий вираз» (починаючи з 3 класу), «буквений вираз» (з 4 класу) і закінчується темою «Одночлен» (у 7 класі).

На цьому етапі навчання основна увага приділяється формуванню умінь і навичок конструювання алгебраїчних виразів і знаходженню їх функціональних значень, тотожному перетворенню алгебраїчних виразів над конкретною числовою множиною.

У 6 класі в темі «Переставний і сполучний закони множення» зазначається, що названі закони дають змогу спрощувати вирази, що складаються з числових і буквених множників. Якщо вираз є добутком числа і однієї або кількох букв, то число називають числовим коефіцієнтом або просто коефіцієнтом. Коефіцієнти таких виразів, як a або x^2 , вважають такими, що дорівнюють 1. Множення -1 на будь-яке число a дає число $-a$. Тому числовим коефіцієнтом цього виразу є число -1 [2].

Введення в 6 класі дії піднесення до натурального степеня дає можливість розширити «фронт» спрощення буквених виразів, основу якого тепер

складають означення степеня з натуральним показником, сполучний, переставний і розподільний закони додавання і множення [3].

Систематично елементи теорії многочленів учні починають вивчати з 7 класу. Результати навчання за навчальною програмою [6] подано у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

Зміст навчальної програми для 7 класу

Кількість годин	Результати навчання	Пропонований зміст навчального предмета
1	розпізнає многочлени з-поміж інших алгебраїчних виразів, многочлени стандартного вигляду з-поміж інших многочленів, подібні члени многочлена; наводить приклади многочленів і многочленів стандартного вигляду; уміє зводити подібні члени многочлена; визначає степінь многочлена;	Многочлен. Подібні члени многочлена. Степінь многочлена
3	розуміє правила додавання і віднімання многочленів; застосовує додавання і віднімання многочленів для спрощення виразів, доведення тотожностей, розв'язування рівнянь та задач на подільність цілих чисел;	Додавання і віднімання многочленів
3	застосовує множення одночлена на многочлен для спрощення виразів, розв'язування рівнянь;	Множення одночлена на многочлен
3	розуміє правило множення многочлена на многочлен; застосовує множення многочлена на многочлен для спрощення виразів, доведення тотожностей, розв'язування рівнянь та задач на подільність цілих чисел;	Множення многочлена на многочлен
3	розуміє, у чому полягає задача розкладання многочлена на множники; володіє прийомом винесення спільного множника за дужки; застосовує розкладання многочленів на множники для спрощення виразів, доведення тотожностей, обчислення значень виразів, розв'язування рівнянь;	Розкладання многочлена на множники. Винесення спільного множника за дужки

3	володіє методом групування; застосовує розкладання многочленів на множники для спрощення виразів, доведення тотожностей, обчислення значень виразів, розв'язування рівнянь;	Розкладання многочлена на множники. Метод групування
2	розпізнає многочлени, для перетворення яких можна застосовувати формулу, яка вказана в змісті; застосовує формулу, яка вказана в змісті, для спрощення виразів, доведення тотожностей, обчислення значень виразів, розв'язування рівнянь;	Добуток різниці та суми двох виразів
3	розпізнає многочлени, для перетворення яких можна застосовувати формулу, яка вказана в змісті; застосовує формулу, яка вказана в змісті, для спрощення виразів, доведення тотожностей, обчислення значень виразів, розв'язування рівнянь;	Різниця квадратів двох виразів
3	розпізнає многочлени, для перетворення яких можна застосовувати формули, які вказано в змісті; застосовує формули, які вказано в змісті, для спрощення виразів, доведення тотожностей, обчислення значень виразів, розв'язування рівнянь і задач на подільність цілих чисел;	Квадрат суми та квадрат різниці двох виразів
3	розпізнає многочлени, які можна перетворити у квадрат суми або різниці двох виразів; застосовує перетворення многочлена у квадрат суми або різниці двох виразів для спрощення виразів, доведення тотожностей, обчислення значень виразів, розв'язування задач;	Перетворення многочлена у квадрат суми або різниці двох виразів
5	володіє різними прийомами розкладання многочленів на множники (винесення спільного множника за дужки, метод групування, застосування формул скороченого множення) застосовує розкладання многочленів на множники для спрощення виразів, доведення тотожностей, обчислення значень виразів, розв'язування рівнянь та задач на подільність цілих чисел	Застосування різних способів розкладання на множники

У профільній школі тема «Многочлени» розглядається значно глибше, ніж у загальноосвітньому курсі. Якщо в основній школі головний акцент робиться на

засвоєнні базових понять і стандартних алгоритмів дій, то у профільному навчанні багато уваги приділяється теоретичним узагальненням і доведенню властивостей. Учні опановують не лише технічні прийоми, а й підходи до формування строгих математичних міркувань, що готує їх до подальшого навчання у вищій школі.

Вивчення многочленів у профільному курсі включає знайомство з теоремою Безу, теоремою про корені многочлена та іншими фундаментальними положеннями алгебри. Це дозволяє учням працювати з більш складними задачами, які передбачають не лише виконання обчислень, а й аналітичне осмислення результатів. На відміну від базового рівня, де часто достатньо виконати підстановку чи застосувати формулу, у профільному навчанні важливим є вміння довести загальний факт або встановити залежності між елементами многочлена.

Суттєвою відмінністю є також підхід до розкладання многочленів на множники. В основній школі акцент робиться переважно на використанні формул скороченого множення та винесенні спільного множника. У профільній школі до цього додається застосування схем Горнера, пошук раціональних коренів за допомогою спеціальних методів, робота з ірраціональними коренями. Це вимагає від учнів більшої абстрактності мислення та готовності до систематичного аналізу.

Важливо, що на профільному рівні розглядаються зв'язки теорії многочленів з іншими розділами математики. Наприклад, учні вчаться застосовувати многочлени при дослідженні функцій, розв'язуванні систем рівнянь, побудові графіків. Значна увага приділяється і використанню многочленів у прикладних задачах – від фізики до економіки, що підкреслює їх універсальність і практичне значення.

Ще однією особливістю профільної школи є розвиток навичок самостійного дослідження. Учні залучають до виконання завдань підвищеної складності, де необхідно знаходити кількість і розташування коренів, аналізувати поведінку многочленів високих степенів, робити узагальнення.

Таким чином, формується готовність до творчої математичної діяльності, яка виходить за межі відпрацювання стандартних вправ.

Отже, вивчення многочленів у профільній школі спрямоване на глибше розуміння їхньої природи та ролі в математиці. На відміну від загальноосвітньої школи, де домінує репродуктивний рівень, профільна підготовка передбачає дослідницький і теоретичний підхід. Це забезпечує міцну базу для подальшого навчання у вищих навчальних закладах, де алгебра і математичний аналіз спираються на знання властивостей і методів роботи з многочленами.

Важливо, що у старшій школі знання про многочлени поглиблюються та узагальнюються. Учні знайомляться з теоремами алгебри, методами знаходження дільників та алгоритмами розкладу на множники більш високого рівня складності. Це забезпечує перехід від репродуктивного до творчого рівня навчальної діяльності, коли школярі здатні самостійно аналізувати математичні ситуації та застосовувати здобуті знання у нових умовах.

1.4. Логіко-математичний аналіз навчального матеріалу теорії многочленів у шкільному курсі алгебри:

1.4.1 Розподіл елементів теорії многочленів за класами.

Як зазначали вище, у Новій українській школі вивчення многочленів починається у сьомому класі, коли учні переходять від початкових алгебраїчних понять до систематичного вивчення алгебри. Це пов'язано з тим, що саме на цьому етапі школярі вже достатньо володіють навичками роботи з виразами, числами та рівняннями, аби осмислити поняття многочлена як узагальненої алгебраїчної структури.

Знайомство з многочленами починається з їх означення та запису у стандартному вигляді. Учні вчаться розрізняти члени многочлена, визначати коефіцієнти та степені, а також зводити подібні члени. Цей початковий рівень

надзвичайно важливий, адже він створює базу для подальших дій над многочленами [9].

У цьому класі особлива увага приділяється арифметичним діям над многочленами. Учні опановують додавання та віднімання многочленів, що дає змогу тренувати уважність і вміння узагальнювати однакові елементи. Далі розглядається множення одночлена на многочлен, а потім і множення многочлена на многочлен, що суттєво ускладнює завдання, але водночас відкриває широкі можливості для розв'язування прикладів та рівнянь.

Ділення многочлена на одночлен також вивчається у цьому періоді, і воно є підготовчим етапом до складнішого поняття ділення многочлена на многочлен з остачею, яке зазвичай розглядається пізніше у профільних класах. У базовій програмі учні мають зрозуміти принцип і навчитися виконувати прості алгоритми [12].

Важливим є й розкладання многочленів на множники. У цьому класі це обмежується винесенням спільного множника за дужки та застосуванням основних формул скороченого множення. Це формує основу для роботи з виразами у старших класах, а також дозволяє учням бачити внутрішні закономірності у структурі многочленів.

Щоб систематизувати матеріал, навчальна програма може містити таблицю, яка допомагає порівняти основні дії з многочленами

Таблиця 1.2

Дія над многочленами	Приклад	Результат
Додавання	$(3x^2 + 2x) + (x^2 - 5)$	$4x^2 + 2x - 5$
Віднімання	$(4x^3 - x) - (x^3 + 2x)$	$3x^3 - 3x$
Множення одночлена на многочлен	$2x \cdot (x^2 + 3x - 1)$	$2x^3 + 6x^2 - 2x$
Множення многочлена на многочлен	$(x + 2)(x - 3)$	$x^2 - x - 6$
Розкладання на множники	$x^2 - 9$	$(x - 3)(x + 3)$

У восьмому класі матеріал розширюється і поступово ускладнюється. Учні працюють з більш загальними випадками розкладання многочленів на множники, опановуючи різними прийомами у рамках основних способів, зокрема способу групування. Водночас цей матеріал ще залишається в межах базового рівня і готує підґрунтя для серйозніших тем, які будуть розглядатися у старшій школі.

У дев'ятому класі продовжується розвиток теми через застосування многочленів у рівняннях та нерівностях. Учні починають бачити, як знання про многочлени використовуються при аналізі функцій, побудові графіків та знаходженні нулів. Це сприяє формуванню логічного мислення та переходу від простих обчислень до узагальнень [10].

Також у профільному навчанні многочлени тісно пов'язуються з іншими розділами математики. Вивчення функцій, тригонометрії чи комбінаторики часто передбачає використання многочленів для моделювання задач або для розв'язування рівнянь. Такий міжпредметний зв'язок робить тему не лише абстрактною, а й прикладною.

Таким чином, вивчення многочленів у НУШ має послідовний характер: від ознайомлення з поняттям у сьомому класі до серйозних теоретичних узагальнень у старшій профільній школі. Такий підхід забезпечує плавний перехід від практичних навичок до глибоких аналітичних умінь, готуючи учнів як до складання ЗНО/НМТ, так і до подальшого навчання у вищих закладах освіти [11].

1.4.2. Порівняльний аналіз підходів у діючих підручниках алгебри.

Сучасні підручники з алгебри для закладів загальної середньої освіти створюються відповідно до вимог НУШ та оновлених освітніх стандартів. Вони не лише відображають зміст програми, а й демонструють різні методичні підходи до викладу матеріалу, організації навчальної діяльності учнів та формування у них ключових компетентностей. Саме тому аналіз таких

підручників дає можливість побачити, як відрізняються шляхи подання одних і тих самих тем.

Важливим елементом є спосіб викладу теоретичного матеріалу. Деякі автори роблять акцент на строгому означенні понять і доведенні властивостей, інші ж обирають більш прикладний підхід із використанням наочних прикладів і життєвих ситуацій. Це впливає на рівень сприйняття та розуміння алгебраїчних ідей учнями різного рівня підготовки.

Особливе місце у порівнянні займає добір та структура вправ. В одних підручниках вони розташовані за принципом поступового ускладнення від елементарних до більш складних, в інших же велика увага приділяється завданням проблемного характеру, що сприяють розвитку самостійного мислення. Така різниця дозволяє по-різному підходити до формування навичок і логічних умінь учнів.

У межах дидактичного аналізу теми «Многочлени» доцільно порівняти два сучасних підручники: «Алгебра. 7 клас» за редакцією Істера О.С. (2024 р.) [13] та «Алгебра. 7 клас» за редакцією Бевза Г.П. (2024 р.) [14]. Обидва видання відповідають вимогам НУШ і містять однаковий програмовий зміст, проте відрізняються методикою викладу матеріалу, структурою тем і набором завдань для учнів. Саме ці відмінності визначають, наскільки легко школярам опановувати поняття многочленів та оперувати ними.

У підручнику [13] навчальний матеріал теорії многочленів подається традиційно, з акцентом на строгість означень і алгоритмічність виконання дій. Теоретичні пояснення супроводжуються прикладами, які демонструють застосування правил, після чого пропонуються вправи різних рівнів складності. Такий підхід дозволяє поступово вибудовувати в учнів навички оперування многочленами, роблячи особливий наголос на послідовність та чіткість виконання кожної дії.

У підручнику [14] виклад матеріалу має більш прикладний і контекстуальний характер. Значну увагу приділено зв'язку алгебраїчних понять із практичними ситуаціями, використанню ілюстрацій, діалогічних форм

викладу та завдань із життєвим змістом. Учням пропонуються завдання, які стимулюють дослідницьку діяльність і вміння робити узагальнення. Таким чином, замість домінування алгоритмічного відпрацювання акцент переноситься на формування глибшого розуміння сутності многочленів.

Обидва підручники подають однаковий набір базових тем — означення многочлена, степінь і коефіцієнти, додавання, віднімання, множення, ділення на одночлен, а також розкладання на множники з використанням основних способів (винесення спільного множника за дужки, групування, використання формул скороченого множення). Однак різниця полягає в системі завдань, способах пояснення та доборі вправ, що створює відмінні навчальні траєкторії для учнів.

У підручнику [13] основні положення теорії многочленів подано у розділі «Цілі вирази», який включає:

- означення поняття «одночлен» та його стандартний вигляд §8 (стор.70-74);
- множення одночленів та піднесення одночлена до степеня §9 (стор.74-82);
- означення поняття «многочлен», роботу з подібними членами, визначення степеня многочлена §10 (стор. 85–91);
- операції додавання і віднімання §11 (стор. 91–98);
- множення одночлена на многочлен §12 (стор. 98–105);
- розкладання на множники способом винесення спільного множника §13 (стор. 105–110);
- множення многочлена на многочлен §14 (стор. 110–117);
- різноманітні формули: квадрат суми/різниці (§16, стор. 123–131), різниця квадратів (§19, стор. 141–146), сума і різниця кубів (§20, стор. 146–152); застосування кількох способів розкладання §21 (стор. 152–158)

Цей підручник вирізняється докладним, логічним викладом матеріалу з широким охопленням класичних формул і методів перетворення многочленів.

Увага акцентується на чіткому послідовному поясненні, що дає міцну базу для подальшого математичного розвитку.

У підручнику [14] зміст елементів теорії многочленів структуровано таким чином:

Розділ 1 – Цілі вирази (стор. 6–75), де §6–9 охоплюють поняття многочлена, додавання/віднімання, множення одночлена на многочлен і множення многочленів (стор. 47–75)

Розділ 2 – Розкладання многочленів на множники (стор. 76–118), де §10–15 охоплюють винесення спільного множника, спосіб групування, квадрат двочлена, різницю квадратів, суму і різницю кубів, та застосування різних способів розкладання

Таблиця 1.3

Порівняльна характеристика

Характеристика	Підручник Істера О.С. (2024)	Підручник Бевза Г.П. (2024)
Обсяг теми	Дуже широкий: включає всі базові дії, формули, способи розкладання та їх застосування.	Також широкий, з акцентом на структуру і логічну послідовність матеріалу.
Стиль викладу	Чіткий, поступовий, логічно впорядкований.	Систематичний, адаптований до НУШ із більшим акцентом на практичне застосування.
Формули і методи	Включає всі ключові алгебраїчні формули	Охоплює ті ж формули, але можливо подається у контексті дидактично структурованих розділів.
Навчальні ресурси	Зосереджений на поясненні і прикладах, без згадок про інтерактивні доповнення.	Має елементи практичного тренінгу, самостійні роботи, завдання для перевірки знань.

Призначення і підхід	Більш традиційний, орієнтований на чіткість та глибину опанування поняття.	Сучасний, з інтеграцією елементів самоосвіти та можливими інструментами для самоперевірки.
----------------------	--	--

Після аналізу підручників Бевза Г.П. [14] та Істера О.С. [13], які мають більш класичний і традиційний підхід до викладання алгебри, варто звернути увагу на підручник Тарасенкової Н.А. [15], що вирізняється сучасністю та інтерактивністю. На відміну від попередніх, цей підручник не лише подає матеріал у зрозумілій логічній послідовності, а й містить QR-коди, що ведуть до онлайн-ресурсів, відео та тренувальних вправ. Такий підхід робить навчання більш захопливим, допомагає поєднати теоретичні знання з практикою та формує в учнів навички самостійного опрацювання матеріалу.

У підручнику [15] QR-коди вбудовано в підручник поряд із текстом, і при скануванні мобільним пристроєм учень або вчитель може перейти до онлайн-ресурсів, таких як вправи, відео або допоміжні пояснення.

Вони розміщені біля тем або в кінці розділів, щоб підсилити розуміння матеріалу та надати альтернативні шляхи закріплення знань.

Наявність QR-кодів вносить елемент гнучкості у підручник: учень не обмежується лише друкованим текстом, а може переключитися на мультимедійний формат, отримати миттєвий доступ до пояснень, схем, відео чи вправ із самоперевіркою. Це підвищує залучення учня та дозволяє краще адаптуватися до різних стилів навчання.

Також інтеграція QR-кодів у підручник створює можливість для вчителів урізноманітнювати форми роботи: вони можуть використовувати онлайн вправи, флеш-тести чи відеоуроки як доповнення на уроці або для домашньої роботи.

В цілому, підручник [15] з QR-кодами є кроком уперед у бік змішаного навчання, хоча повністю інтерактивним його не можна вважати — він поєднує традиційну структуру з цифровими доповненнями, і ефективність цих доповнень залежить від доступності ресурсів у учнів і вчителя.

Тема «Многочлени» у підручнику представлена як частина великого розділу «Одночлени і многочлени», де після ознайомлення з одночленом йде послідовне розкриття багатоаспектних операцій над многочленами — від базового поняття до розкладання на множники. Згідно змісту підручника, поняття «Многочлен» висвітлюється на сторінках 80–88, далі — «Додавання і віднімання многочленів» (89–96), «Множення многочленів» (97–105), а також теми «Квадрат двочлена», «Різниця квадратів», «Сума і різниця кубів» та «Способи розкладання многочленів» (до сторінки 145)

Така побудова вказує, що автори заклали досить великий простір для поступового нарощування складності і глибокого опрацювання теми.

На рівні подачі теоретичного матеріалу тема поділяється на підпараграфи, кожен із яких концентрується на конкретному аспекту: спочатку вводиться, що таке многочлен і яким може бути його стандартний вигляд, потім розглядаються дії над ними (додавання, віднімання), після цього — множення, і лише потім спеціальні формули (квадрат суми, (різниці) двох виразів, різниця квадратів, куб суми, різниці двох виразів) і методи розкладання. Такий підхід створює логічний «ланцюг», допомагає учням побачити, як кожна операція «нарощує». Це дає змогу систематично переходити від простішого до складнішого, уникати одразу надто великих стрибків у складності.

Однак, іноді у підручнику може бути недоліком те, що для тем «Квадрат двочлена», «Різниця квадратів» чи «Куб суми та різниці двох виразів» теоретична частина подається досить компактно, з акцентом на формули, а не на глибший аналіз, мотивування, або на приклади нетривіального використання. Учень, який уперше зустрічає ці формули, може потребувати більше наочності або інтуїтивних пояснень, ніж просто формули + вправи. Відтак роль вчителя чи додаткових ресурсів тут стає значущою.

Ще один важливий аспект — кількість і різноманітність вправ. У підручнику передбачено чимало вправ на застосування операцій з многочленами, на комбінування тем (наприклад, множення + додавання), а також вправи на розкладання на множники. Це дає можливість учням закріпити

навички в різних конфігураціях. Але іноді може бракувати вправ із творчим компонентом, де треба не просто застосувати формулу, а вибрати стратегічно найкращий шлях розв'язання.

У контексті сучасності підручник також підтримує інтерактивні доповнення: згідно з публікаціями, в ньому містяться QR-коди, що ведуть до додаткових матеріалів і інтерактивних вправ.

Це означає, що в темі «Многочлени» учень може не обмежуватися лише текстом і вправами, а мати змогу перейти до мультимедійних пояснень, відео або онлайн вправ – що суттєво підсилює сприйняття складніших моментів цієї теми (наприклад, формули кубів або методи розкладання на множники). Але ефективність цього залежить від того, наскільки саме в темі «Многочлени» представлені ці QR-переходи й наскільки вони близькі до ключових моментів пояснення — якщо коди розташовані «поза» темою чи не прямо прив'язані до уроків, їхня користь може зменшитися.

Підсумовуючи, тема «Многочлени» в підручнику [15] представлена досить повно й структуровано, з плавним переходом між операціями, із включенням ключових формул і методів розкладання. Інтерактивні доповнення (QR-коди) забезпечують потенціал для глибшого розуміння та адаптації до різних стилів навчання. Але для максимальної ефективності потрібно, щоб ці доповнення були безпосередньо інтегровані в тему, а також додано більше пояснювальних матеріалів і творчих завдань у підручнику чи супровідних ресурсах.

Також варто відзначити, що підручники [13], [14] не містять інтеграції цифрових технологій та практико-орієнтованих завдань. А ось підручник [15] містить QR-коди, посилання на інтерактивні матеріали та онлайн-тренажери. Це впливає на те, наскільки ефективно учні зможуть поєднувати навчання алгебри з реаліями сучасного інформаційного середовища.

1.4.3 Наступність у вивченні елементів теорії многочленів.

Наступність у вивченні елементів теорії многочленів має надзвичайно важливе значення для побудови цілісної системи математичних знань учнів.

Вона забезпечує поступовий перехід від простих понять до складніших, створюючи міцний фундамент для подальшого навчання. Без належної наступності тема многочленів може залишитися для школярів набором несистемних вправ, що знижує їхню мотивацію й розуміння внутрішньої логіки математики.

Як зазначалося вище, початкові уявлення про многочлени формуються ще у 5–6 класах, коли учні працюють із числовими та буквено-числовими виразами. Вони знайомляться з одночленами, виконують дії над виразами з однією змінною, навчаються спрощувати вирази шляхом зведення подібних членів. Це перший крок до більш узагальненого поняття многочлена, яке, як зазначалося вище, строго вводиться вже у 7 класі.

У 7 класі учні отримують означення многочлена та його елементів: коефіцієнтів, степеня та змінних. На цьому етапі закладається алгоритмічна база – виконання дій додавання, віднімання, множення одночлена на многочлен та многочлена на многочлен. Тут важливо сформувати вміння учнів діяти послідовно й усвідомлено, розуміючи логіку кожної операції.

Далі у 7 класі учні вивчають розкладання многочленів на множники. Спочатку застосовується найпростіший спосіб — винесення спільного множника за дужки, згодом додаються формули скороченого множення: квадрат суми, квадрат різниці, різниця квадратів. Це дозволяє не лише спрощувати вирази, а й бачити внутрішню будову многочленів, розуміти, що різні записи можуть відображати один і той самий вираз.

У 8 класі завдання ускладнюються, проте спираються на вже відомі поняття. Важливим є повторне звернення до формул скороченого множення, які стають інструментом для розв’язування нових типів завдань.

У 9 класі знання про многочлени інтегруються в ширший контекст. Учні застосовують їх під час розв’язування рівнянь і нерівностей, вивчення властивостей функцій, побудови графіків. Таким чином, многочлени перестають сприйматися як відокремлена тема і починають виконувати роль інструмента, що пов’язує різні розділи алгебри в єдину систему.

Особливо важливим є перехід від середньої до старшої школи, коли учні починають знайомитися з теоретичними аспектами цієї теми. Вони дізнаються про теорему Безу, теорему Вієта, властивості коренів многочленів. Ці знання не з'являються раптово, а будуються на раніше сформованому розумінні дій з многочленами та навичках їхнього розкладання.

У старших класах учні починають аналізувати многочлени з точки зору їхнього використання в різних галузях математики. Наприклад, при розв'язуванні систем рівнянь, у тригонометрії чи при дослідженні функцій. Це вимагає більшої абстрактності, але водночас ґрунтується на чіткій алгоритмічній базі, яка була закладена ще у 7–8 класах.

Наступність також проявляється в дидактичному аспекті. Кожен новий рівень вивчення теми починається з повторення базових знань, що допомагає учням актуалізувати попередній досвід і сприймати новий матеріал не як ізольований, а як природне продовження вже вивченого. Такий підхід дає змогу уникати перевантаження та формує цілісне розуміння теми.

Змістова наступність поєднується з методичною. У підручниках і програмах поступово зростає складність завдань, з'являються більш відкриті вправи, що вимагають від учнів аналізу й узагальнень. Водночас не втрачається зв'язок з основними алгоритмами, які залишаються базовим інструментарієм для будь-яких перетворень.

Значення наступності простежується й у практичному аспекті. Спочатку учні розв'язують прості приклади з многочленами, згодом переходять до складніших завдань, що мають прикладний зміст: задач із фізики, економіки, геометрії. Це робить тему більш змістовною і мотивує школярів, адже вони бачать, як теоретичні знання можуть застосовуватися у житті.

У підсумку, наступність у вивченні теорії многочленів забезпечує логічність і системність шкільного курсу алгебри. Вона дозволяє уникнути ситуації, коли учні знають окремі правила, але не розуміють їхнього місця у загальній структурі математики. Саме завдяки наступності знання з теми

«Многочлени» стають міцними, усвідомленими і готовими до використання на більш високих рівнях навчання.

Висновки до розділу 1.

Історія розвитку теорії многочленів свідчить про її ключове значення в еволюції алгебри та всієї математики. Від перших спроб античних учених розв'язувати рівняння до фундаментальних відкриттів Гаусса, Вієта й Безу, многочлени поступово ставали одним із центральних об'єктів дослідження. Їхня роль у формуванні сучасної алгебри є беззаперечною, адже саме навколо понять, пов'язаних із многочленами, вибудовувалася система правил і методів оперування виразами.

У шкільному курсі математики теорія многочленів займає особливе місце, оскільки поєднує історичну традицію з сучасними освітніми завданнями. Вивчення многочленів не лише формує фундаментальні знання, а й сприяє розвитку алгоритмічного та критичного мислення, що є необхідним у компетентнісному підході Нової української школи. Цей розділ математики виступає містком від елементарних алгебраїчних понять до складних концепцій аналізу та прикладної математики.

Основні поняття та операції над многочленами становлять ядро шкільної алгебри й формують базові навички роботи з алгебраїчними виразами. Додавання, віднімання, множення та ділення з остачею поступово вибудовують у школярів логіку математичних дій, дозволяють спрощувати вирази та розв'язувати рівняння. Опанування цих операцій стає фундаментом для подальшого навчання й розширення математичної культури учнів та учениць.

Розвиток умінь працювати з многочленами має як навчальне, так і практичне значення. Учні вчаться оперувати абстрактними символами, застосовувати властивості степенів, розуміти структуру алгебраїчних виразів. Це не тільки полегшує сприйняття складніших тем, а й формує універсальні інтелектуальні навички, необхідні для вирішення задач у фізиці, економіці та

інформатиці. Таким чином, вивчення операцій над многочленами є важливим етапом розвитку математичної компетентності школярів.

Вивчення теми «Многочлени» у шкільному курсі алгебри спрямоване на поетапне формування знань і вмінь – від початкових уявлень про буквені вирази до засвоєння складних теоретичних положень у профільній школі. У середніх класах головний акцент робиться на розпізнаванні многочленів, виконанні дій з ними та використанні формул скороченого множення, що створює міцну основу для подальшого навчання. Такий підхід забезпечує формування в учнів не лише технічних навичок, а й уміння застосовувати алгебраїчні методи до розв’язування практичних і навчальних задач.

У профільній школі вимоги до знань і вмінь значно зростають: учні опановують теореми Безу, методи розкладання многочленів на множники вищого рівня складності, знайомляться з ірраціональними коренями. Це сприяє розвитку аналітичного мислення, здатності до строгих математичних доведень та дослідницької діяльності. Такий перехід від репродуктивного до творчого рівня навчання дозволяє сформувати цілісне уявлення про многочлени як фундаментальний об’єкт алгебри, необхідний як для подальшої освіти, так і для практичного застосування у різних сферах.

Розподіл елементів теорії многочленів за класами у НУШ демонструє послідовність і системність у викладі матеріалу: від ознайомлення з поняттям у 7 класі до складних теоретичних узагальнень у профільній школі. Такий підхід дозволяє поступово формувати в учнів як практичні навички виконання дій над многочленами, так і здатність до абстрактного мислення. Саме завдяки поступовому ускладненню теми учні сприймають її як органічну частину курсу алгебри, а не як набір ізольованих операцій, що забезпечує якісну підготовку до подальшого навчання.

Порівняльний аналіз сучасних підручників з алгебри свідчить про різні методичні підходи до викладу теми «Многочлени»: традиційно-алгоритмічний у виданні [13] та практико-орієнтований у підручнику [14]. Обидва підручники містять однаковий зміст, проте відмінності у стилі подання матеріалу, структурі

тем та доборі завдань створюють різні освітні траєкторії для учнів. Це дозволяє вчителям обирати найбільш ефективний варіант залежно від підготовки та потреб конкретного класу, а учням – отримувати глибше розуміння сутності многочленів і практичних способів їх застосування.

Наступність у вивченні елементів теорії многочленів забезпечує логічний розвиток знань учнів: від початкових дій з буквено-числовими виразами у 5–6 класах до опанування теорем Безу та Вієта у старшій школі. Вона гарантує, що кожен новий рівень складності ґрунтується на раніше засвоєних поняттях, що робить навчання природним і послідовним. Завдяки цьому учні сприймають многочлени не як набір формул чи вправ, а як важливий інструмент для розв’язування задач різного рівня та інтеграції знань з інших розділів математики.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОСНОВНИХ ВИДІВ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ МНОГОЧЛЕНІВ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

2.1. Методика формування основних понять і вивчення операцій над многочленами

Вивчення теми «Многочлени» у шкільному курсі алгебри є одним із найважливіших етапів формування в учнів цілісного уявлення про алгебраїчні вирази, дії з ними та закономірності, що лежать в основі подальших математичних понять. Саме з цього розділу учні вперше стикаються з необхідністю оперувати не лише числами, а й буквами, розуміти структуру виразу, що має кілька членів, виконувати перетворення відповідно до певних правил. Тому завдання вчителя полягає не тільки у формальному ознайомленні з новими термінами, а насамперед у формуванні глибокого розуміння суті многочлена як математичного об'єкта.

Формування основних понять і вивчення операцій над многочленами потребує поєднання логічного підходу, наочності та систематичності. Учні мають поступово перейти від конкретних прикладів і обчислень до абстрактного оперування символами. Важливо, щоб навчальний процес спирався на вже сформовані знання про дії з числовими виразами, властивості степенів і розподільний закон множення. Таке поступове ускладнення змісту забезпечує усвідомлене засвоєння нових понять, попереджає типові помилки та сприяє розвитку логічного мислення.

Методика навчання теми має бути побудована з урахуванням вікових особливостей учнів, рівня їхньої математичної підготовки та навчальної мотивації. Важливу роль відіграють різноманітні форми роботи: фронтальні пояснення, самостійні тренувальні вправи, парна й групова діяльність, а також використання сучасних цифрових засобів для візуалізації процесів. Такий підхід створює сприятливі умови для розвитку математичної культури, формування

навичок узагальнення та застосування здобутих знань під час розв'язування практичних і творчих завдань.

Методика формування основних понять і вивчення операцій над многочленами у 7 класі

У 7 класі учні вперше системно знайомляться з поняттям многочлена, його будовою та діями над ним. Цей етап має надзвичайно важливе значення, адже саме тут формуються базові уявлення, на яких ґрунтується подальше вивчення тем алгебри – «Розкладання многочленів на множники», «Рівняння і нерівності з многочленами», «Функції» тощо. Основна мета вчителя — забезпечити усвідомлене розуміння структури многочлена і навчити учнів правильно виконувати основні алгебраїчні операції.

1. Формування понятійного апарату.

На початковому етапі вивчення теми учні знайомляться з ключовими поняттями: одночлен, многочлен, стандартний вигляд многочлена, подібні члени, степінь многочлена, коефіцієнт, змінна. Вчитель організовує роботу таким чином, щоб учні поступово перейшли від конкретного до абстрактного. Для цього використовуються:

- порівняння числових і буквено-числових виразів;
- практичні приклади з життя (наприклад, вираз для знаходження площі прямокутника $S=a \cdot b$;
- усні та письмові вправи на розпізнавання одночленів і многочленів;
- побудова таблиць, у яких учні виділяють частини многочлена (коефіцієнт, змінну, степінь).

Особлива увага приділяється усвідомленню зв'язку між алгебраїчними виразами та їх числовими значеннями, щоб уникнути механічного запам'ятовування термінів.

2. Вивчення операцій над многочленами.

Після засвоєння основних понять учні переходять до ознайомлення з операціями над многочленами:

- додавання і віднімання многочленів (на основі зведення подібних членів);

- множення одночлена на многочлен;
- множення многочлена на многочлен;
- знаходження значення многочлена при заданому значенні змінної.

Робота над кожною дією проводиться поетапно:

1. Пояснення суті операції (з опорою на властивості арифметичних дій і розподільний закон).
2. Виконання колективних прикладів під керівництвом учителя.
3. Самостійне виконання вправ різного рівня складності.
4. Узагальнення способів виконання дій і складання алгоритмів.

Для підвищення мотивації доцільно використовувати інтерактивні методи: математичні диктанти, вправи-конструктори, роботу в парах, тестові завдання в електронній формі (наприклад, у GeoGebra, LearningApps або Kahoot).

3. Формування обчислювальних навичок і закріплення.

Після опрацювання основних операцій проводиться систематичне закріплення у формі:

- вправ на спрощення виразів;
- розв'язування задач, у яких застосовуються многочлени (геометричні, текстові, побутові);
- складання виразів за умовою задачі.

Ефективним є прийом поступового ускладнення завдань – від одночленів до многочленів із кількома змінними. Учитель має акцентувати увагу на правильності записів, обґрунтуванні дій та вмінні перевіряти результат.

4. Типові труднощі та шляхи їх подолання.

Учні часто плутають подібні та неподібні члени, допускають помилки у знаках під час додавання й віднімання, механічно виконують множення без розуміння структури виразу. Для попередження цих помилок доцільно:

- систематично повертатися до наочного пояснення (схеми, моделі);
- застосовувати завдання на порівняння і класифікацію;
- організовувати короткі рефлексивні паузи («Поясни, чому саме так»);
- впроваджувати перевірку один одного (робота в парах).

Отже, методика формування основних понять і вивчення операцій над многочленами має ґрунтуватися на поетапному переході від конкретних прикладів до узагальнених алгебраїчних дій, поєднуючи логічне пояснення, практичне відпрацювання та елементи інтерактивності. Систематичне використання наочності, вправ різного рівня складності й цифрових освітніх інструментів забезпечує глибоке розуміння суті дій із многочленами, розвиває в учнів уміння міркувати, узагальнювати та застосовувати знання у нових ситуаціях. Такий підхід сприяє не лише формуванню стійких обчислювальних навичок, а й підвищенню інтересу до математики як до науки, що навчає логічно мислити й творчо підходити до розв'язування завдань.

2.2. Методичні особливості навчання розкладання многочленів на множники з використанням інтерактивних вправ

Розкладання многочленів на множники є одним із ключових етапів у засвоєнні алгебраїчного матеріалу в курсі математики, оскільки воно формує основи подальшого вивчення рівнянь, функцій та їхніх властивостей. Саме тому методика навчання цієї теми потребує особливої уваги до підбору дидактичних прийомів і засобів, які сприятимуть глибшому розумінню учнями змісту навчального матеріалу. Традиційні методи пояснення, що ґрунтуються на показі алгоритмів і відпрацюванні вправ, не завжди забезпечують достатній рівень усвідомлення операцій із многочленами. Сучасна педагогічна практика вимагає активізації пізнавальної діяльності учнів через використання інтерактивних форм і цифрових інструментів.

Інтерактивні вправи виступають ефективним засобом формування в учнів навичок аналітичного мислення, самостійності та логічного обґрунтування кожного кроку під час розкладання многочленів. Вони дозволяють не лише закріпити теоретичні знання, а й застосовувати їх у змінних умовах, коли учень самостійно обирає спосіб розкладання, аналізує результат і порівнює

альтернативні варіанти розв’язання. Використання таких вправ також підвищує мотивацію до навчання, адже створює умови для активної взаємодії з матеріалом, наочності та елементів гри, що робить процес навчання більш привабливим і зрозумілим.

Особливе значення інтерактивні методи мають у контексті диференційованого навчання, оскільки дозволяють адаптувати завдання до рівня підготовки кожного учня. Завдяки цифровим платформам або спеціальним програмам учитель може конструювати вправи різного ступеня складності, контролювати динаміку засвоєння матеріалу та оперативно коригувати навчальний процес. Такий підхід створює сприятливі умови для формування в учнів стійких навичок оперування многочленами, розвитку математичної інтуїції та гнучкого мислення.

Навчання учнів розкладанню многочленів на множники є одним із найважливіших етапів вивчення алгебри, адже воно формує вміння аналізувати структуру виразів, бачити закономірності та застосовувати властивості дій із многочленами на практиці. Головна методична мета полягає не лише в тому, щоб учні запам’ятали окремі формули скороченого множення, а й навчилися логічно обґрунтовувати кожен крок перетворення, розуміти, коли і чому доцільно застосовувати певний спосіб розкладання.

Ефективне засвоєння теми передбачає поетапне навчання – від найпростіших випадків винесення спільного множника за дужки до складніших видів розкладання із використанням формул скороченого множення та методу групування. На першому етапі вчитель має звертати увагу на розвиток спостережливості та логічного мислення, підводячи учнів до усвідомлення спільного елемента у кожному члені многочлена. Наприклад:

Вправа 1. Розкладіть на множники вираз:

$$6x^3 + 9x^2 = 3x^2(2x + 3)$$

Така вправа вчить виділяти спільний множник і формує вміння проводити перші логічні узагальнення.

Наступним етапом є робота з формулами скороченого множення, які мають стати не просто правилами, а засобом розпізнавання певних структур виразів. Доцільно використовувати вправи, у яких учень має самостійно знайти, яку саме формулу можна застосувати.

Вправа 2. Розкладіть на множники:

$$a^2-16=(a-4)(a+4);$$

$$9x^2+6xy+y^2=(3x+y)^2$$

Такі приклади допомагають закріпити застосування формул різниці квадратів і квадрата суми, що сприяє автоматизації дій та усвідомленню їхнього змісту.

Далі доцільно переходити до розкладання методом групування, який розвиває аналітичне мислення й навички комбінаторного пошуку рішень.

Вправа 3. Розкладіть на множники:

$$x^3+x^2-x-1=(x^2-1)(x+1)=(x-1)(x+1)^2$$

У таких завданнях важливо не лише показати алгоритм, а й пояснити, чому саме об'єднання членів у групи дозволяє побачити спільні множники.

Важливим методичним аспектом є поступовий перехід від репродуктивних до творчих вправ. Наприклад, спочатку учні виконують завдання за зразком, далі – самостійно визначають спосіб розкладання, а на завершальному етапі – розв'язують комбіновані вправи, у яких потрібно поєднати кілька методів.

Вправа 4. Розкладіть на множники вираз:

$$(x^4-16)=(x^2-4)(x^2+4)=(x-2)(x+2)(x^2+4)$$

Такі завдання вчать бачити багаторівневу структуру многочлена, що є ключовою компетенцією для подальшого розв'язання рівнянь і спрощення виразів.

Методика навчання розкладання многочленів на множники має спиратися на поєднання аналітичного підходу, системи тренувальних вправ і використання інтерактивних засобів навчання – наприклад, онлайн-платформ *GeoGebra Classroom*, *LearningApps* або *Wordwall*. Там учні можуть виконувати вправи у вигляді математичних пазлів, тестів чи ігор на співставлення виразів і

результатів. Це робить процес навчання динамічним, сприяє глибшому розумінню зв'язків між різними видами розкладань та допомагає формувати впевненість у роботі з алгебраїчними виразами.

Платформа LearningApps є сучасним інтерактивним онлайн-інструментом, який дозволяє створювати динамічні навчальні вправи з різних тем, зокрема з алгебри. Вона забезпечує можливість організації активної пізнавальної діяльності учнів через інтерактивні завдання у формі тестів, вікторин, парного співставлення, заповнення пропусків або класифікації. Завдяки цьому учні не просто виконують алгоритмічні дії, а й осмислюють кожен крок розв'язання, порівнюють результати, отримують миттєвий зворотний зв'язок і мають змогу самостійно коригувати свої помилки. Використання LearningApps у процесі навчання розкладання многочленів на множники сприяє розвитку самостійності, підвищенню інтересу до математики та створює умови для індивідуалізації навчання.

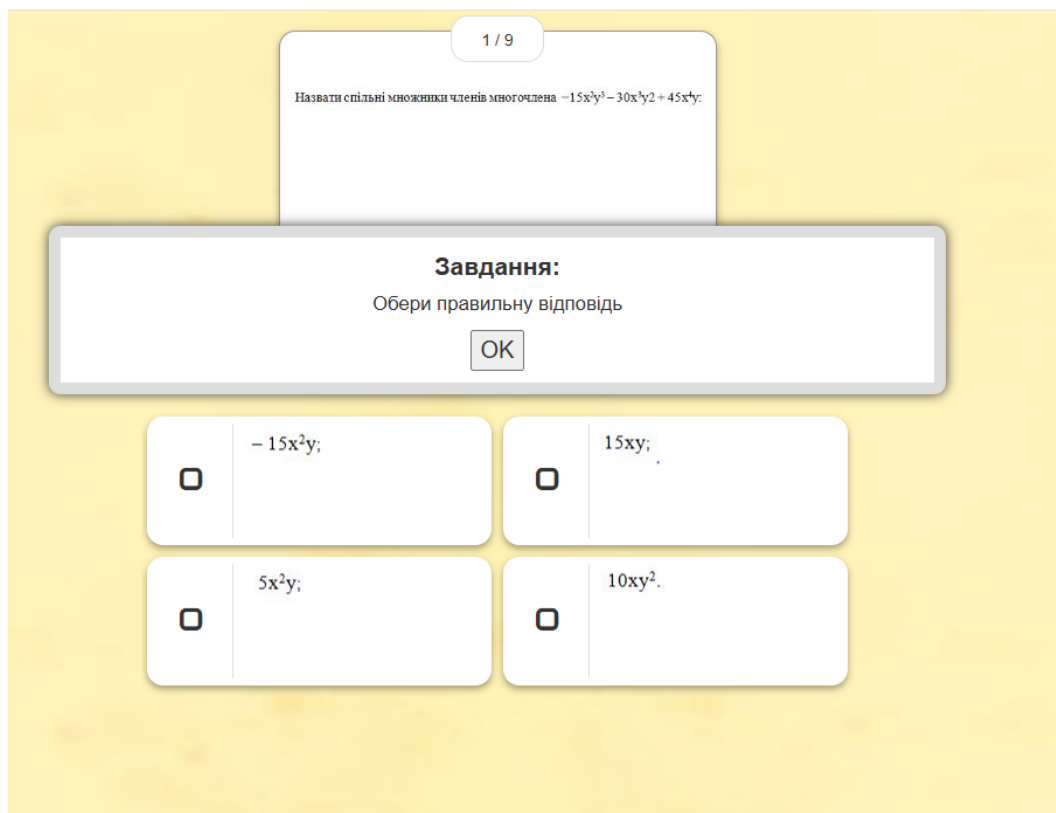


Рис. 2.1 – Вправа на платформі LearningApps навчання на розкладання многочленів

Джерело: [27]

Двочлен	Добуток двочленів
$x^2 - 16$	

Завдання:
 Подайте у вигляді добутку двочлен:

$a^2 - 9$	
$36 - n^2$	
$81m^2 - 4$	
$49y^2 - 9$	
$1, 21 - m^2$	

Рис. 2.2 – Вправа на платформі LearningApps навчання на розкладання многочленів

Джерело: [26]

На платформі LearningApps, наприклад, учитель може створювати інтерактивні завдання у вигляді парного співставлення, де учні поєднують многочлен із його правильним розкладанням або відповідною формулою скороченого множення. Це допомагає швидко перевірити рівень засвоєння теми, а також розвиває спостережливість і логічне мислення. Учні отримують миттєвий зворотний зв'язок – бачать, де припустилися помилки, і можуть відразу їх виправити. Таким чином формується культура самоперевірки, що є важливою складовою математичної грамотності.

Використання GeoGebra дозволяє візуалізувати процес розкладання многочленів на множники через графічне представлення виразів. Учні можуть побачити, як графік функції змінюється після розкладання, що робить абстрактний процес більш зрозумілим і наочним.

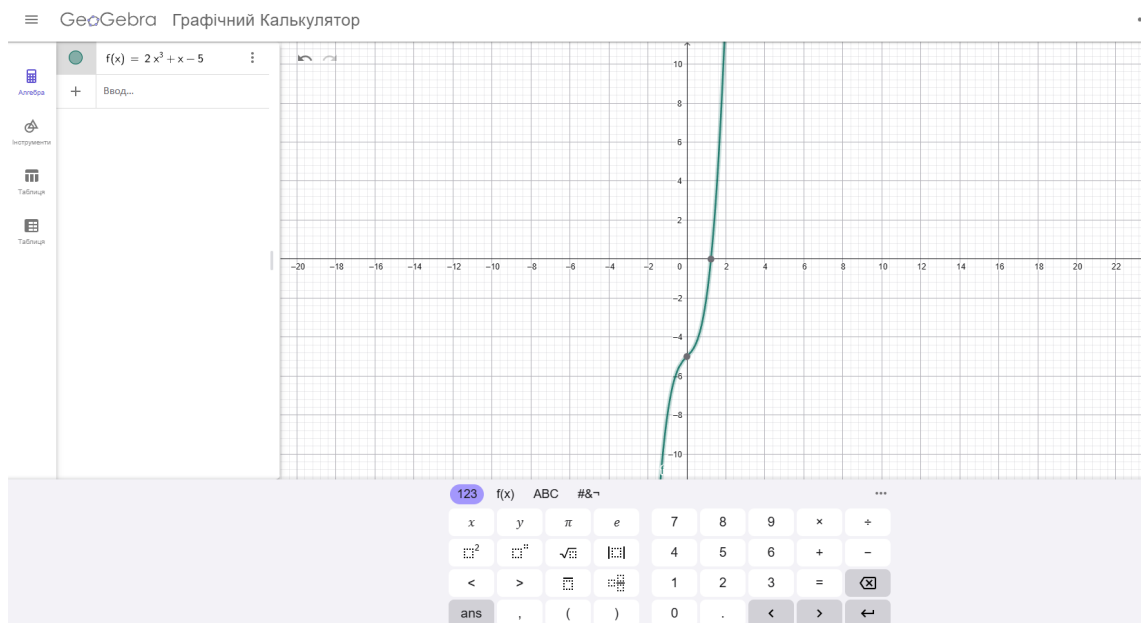


Рис. 2.3 – Представлення у графічному форматі многочлена на платформі GeoGebra

Отже, методичні особливості навчання розкладання многочленів на множники з використанням інтерактивних вправ полягають у поєднанні традиційних дидактичних принципів із сучасними технологічними можливостями. Це дозволяє зробити навчальний процес більш динамічним, системним і практико-орієнтованим. Застосування інтерактивних методів не лише покращує якість знань учнів, але й формує позитивне ставлення до математики як науки, що потребує не лише логіки, а й творчого підходу.

2.3. Навчання учнів розв'язування рівнянь і нерівностей з многочленами

Розв'язування рівнянь і нерівностей з многочленами є одним із ключових етапів у формуванні математичної компетентності учнів. Ця тема не лише розвиває вміння виконувати перетворення виразів, а й сприяє логічному мисленню, навчає послідовності, точності та аргументованості міркувань. Робота з рівняннями та нерівностями формує в учнів розуміння взаємозв'язку

між алгебраїчними операціями та властивостями чисел, що стає фундаментом для подальшого вивчення більш складних математичних понять.

Особливу роль у процесі навчання відіграє поетапність і системність подання матеріалу. Спочатку учні засвоюють основні властивості рівнянь і нерівностей, навчаються виконувати найпростіші дії з многочленами, а потім переходять до складніших прикладів, що потребують застосування кількох методів одночасно. Такий поступовий підхід забезпечує глибше розуміння суті задач і формує стійкі навички роботи з алгебраїчними об'єктами.

Використання інтерактивних технологій і практичних вправ дозволяє зробити навчання більш наочним і доступним. Завдяки цифровим платформам, візуалізаціям і самоперевірці учні мають можливість краще усвідомити алгоритми розв'язування, перевіряти правильність виконання дій і самостійно виправляти помилки. Це не лише підвищує зацікавленість у предметі, а й формує навички самостійного мислення та дослідницького підходу до математичних проблем.

Під час розв'язування нерівностей слід дотримуватися таких основних положень [28] :

1. Будь-який член нерівності дозволяється переносити з однієї її частини до іншої, змінюючи знак на протилежний – при цьому сам знак нерівності залишається без змін.

2. Якщо обидві частини нерівності помножити або поділити на одне й те саме додатне число, то знак нерівності зберігається.

3. Якщо ж обидві частини помножити або поділити на від'ємне число, тоді знак нерівності необхідно змінити на протилежний.

Приклад [28] :

Розв'язати нерівність $-8x + 11 < -3x - 4$.

Розв'язання.

1. Перенесемо член $-3x$ в ліву частину нерівності, а член 11 — в праву частину нерівності, при цьому змінимо знаки на протилежні у $-3x$ і у 11 .

Тоді, отримаємо:

$$-8x + 3x < -4 - 11$$

$$-5x < -15$$

2. Поділимо обидві частини нерівності $-5x < -15$ на від'ємне число -5 , при цьому знак нерівності $<$, поміняється на $>$, тобто ми перейдемо до нерівності протилежного змісту.

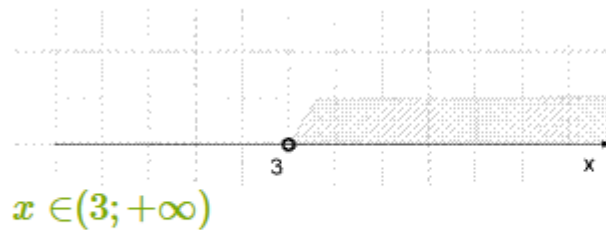
Отримаємо:

$$-5x < -15 \mid : (-5)$$

$$x > -15 : (-5)$$

$$x > 3$$

$x > 3$ — розв'язок заданої нерівності.



Відповідь: $x > 3$ або $x \in (3; +\infty)$

Рис. 2.4 – Приклад розв'язання нерівності

Алгоритм розв'язування системи двох рівнянь з двома змінними x і y методом додавання можна подати так [29] :

1. Спочатку слід порівняти коефіцієнти при одній із змінних у обох рівняннях, щоб визначити, чи потрібно їх зрівняти.
2. Потім рівняння системи додають або віднімають одне від одного таким чином, щоб одна зі змінних зникла.
3. Отримане рівняння з однією змінною розв'язують стандартним способом.
4. Знайдене значення підставляють у будь-яке з початкових рівнянь, щоб обчислити іншу змінну.
5. У результаті записують розв'язок системи у вигляді пари чисел $(x; y)$, що задовольняють обидва рівняння.

Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} x^2 - y^2 = 21 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases}$

Розв'язання.

Додамо рівняння.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} x^2 - y^2 = 21 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases} \\ + \\ \hline 2x^2 = 50 \end{array}$$

Розв'яжемо отримане рівняння з однією змінною.

$$2 \cdot x^2 = 50 \quad |: 2$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

Підставимо по чергово кожен із знайдених коренів рівняння

у одне з рівнянь початкової системи, наприклад у друге, і знайдемо друге невідоме.

$$x^2 + y^2 = 29$$

якщо $x = -5$, тоді	якщо $x = 5$, тоді
$(-5)^2 + y^2 = 29$	$5^2 + y^2 = 29$
$25 + y^2 = 29$	$25 + y^2 = 29$
$y^2 = 29 - 25$	$y^2 = 29 - 25$
$y^2 = 4$	$y^2 = 4$
$y_1 = -2, y_2 = 2$	$y_3 = -2, y_4 = 2$

Пари чисел $(-5; -2)$, $(-5; 2)$, $(5; -2)$ і $(5; 2)$ — розв'язки системи.

Відповідь: $(-5; -2)$, $(-5; 2)$, $(5; -2)$ і $(5; 2)$

Рис. 2.5 – Приклад розв'язання системи рівнянь з многочленами

Отже, навчання учнів розкладанню многочленів на множники, а також розв'язуванню рівнянь і нерівностей з многочленами має важливе значення у формуванні їхніх математичних компетентностей. Ці теми не лише розвивають обчислювальні навички, а й формують логічне, аналітичне та алгоритмічне мислення. Учні вчаться бачити структуру алгебраїчних виразів, знаходити між ними зв'язки та застосовувати раціональні методи розв'язання різних типів задач.

Використання інтерактивних технологій, таких як платформи LearningApps та інші онлайн-ресурси, робить процес навчання більш динамічним, наочним і доступним. Завдяки поєднанню традиційних методик із

сучасними цифровими засобами створюються умови для активної участі учнів у навчанні, розвитку самостійності та інтересу до предмета. У підсумку такі підходи забезпечують не лише якісне засвоєння теоретичних знань, а й формування практичних умінь, необхідних для подальшого вивчення математики.

2.4. Методика використання ІКТ при вивченні елементів теорії многочленів та розробка системи інтерактивних задач різного рівня складності

Сучасна система освіти активно впроваджує інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) у навчальний процес, що відкриває нові можливості для підвищення ефективності викладання математичних дисциплін. Використання ІКТ під час вивчення елементів теорії многочленів дає змогу не лише автоматизувати обчислення, а й забезпечити наочність, динамічність і практичну спрямованість навчання. Застосування комп'ютерних програм, онлайн-середовищ і інтерактивних моделей допомагає учням краще розуміти закономірності, структуру та властивості многочленів, що сприяє розвитку аналітичного мислення та логічної культури.

Вивчення елементів теорії многочленів потребує високого рівня абстрактного мислення, тому традиційні форми роботи не завжди забезпечують достатню глибину засвоєння матеріалу. У цьому контексті ІКТ виступають потужним інструментом підтримки навчального процесу, оскільки дозволяють створювати візуальні моделі, динамічні графіки, демонструвати зміну форми функцій залежно від коефіцієнтів і степенів. Такі підходи сприяють формуванню в учнів цілісного уявлення про многочлен як математичний об'єкт і розкривають практичну цінність теоретичних знань.

Окреме місце у методиці вивчення многочленів посідає створення системи інтерактивних задач різного рівня складності. Вона дозволяє реалізувати

принцип індивідуалізації навчання, надаючи можливість кожному учневі працювати у власному темпі та відповідно до своїх можливостей. Інтерактивні завдання, розроблені з використанням цифрових інструментів, забезпечують не лише тренування навичок розв'язування рівнянь і перетворення виразів, а й формування дослідницьких умінь, самостійності й мотивації до навчання.

Залучення комп'ютерних технологій у навчання підвищує мотивацію учнів до пізнавальної діяльності, розширює їхній доступ до інформаційних ресурсів, сприяє розвитку самостійності у здобутті знань і формує вміння об'єктивно оцінювати рівень власної підготовки. Водночас важливо пам'ятати, що сучасні технології не повинні ставати самоціллю навчального процесу. Їх застосування має бути раціональним і спрямованим на досягнення основної мети освіти, а використання комп'ютерів – узгоджене з відповідними методами та прийомами навчання.

У навчальному процесі з вивчення елементів теорії многочленів особливе значення мають інформаційно-комунікаційні технології, які можна розділити такі групи:

1. Динамічні математичні середовища (GeoGebra, Desmos).

GeoGebra та Desmos – це сучасні інтерактивні середовища, що поєднують можливості алгебри, геометрії, аналізу та статистики. Вони дозволяють у реальному часі створювати та модифікувати графіки многочленів будь-якого степеня. Учні можуть змінювати коефіцієнти у рівняннях і спостерігати, як це впливає на вигляд кривої, що дає змогу краще зрозуміти роль кожного параметра у формуванні функції. Такий підхід розвиває інтуїтивне сприйняття математичних залежностей і сприяє переходу від абстрактного мислення до

візуально-конкретного.

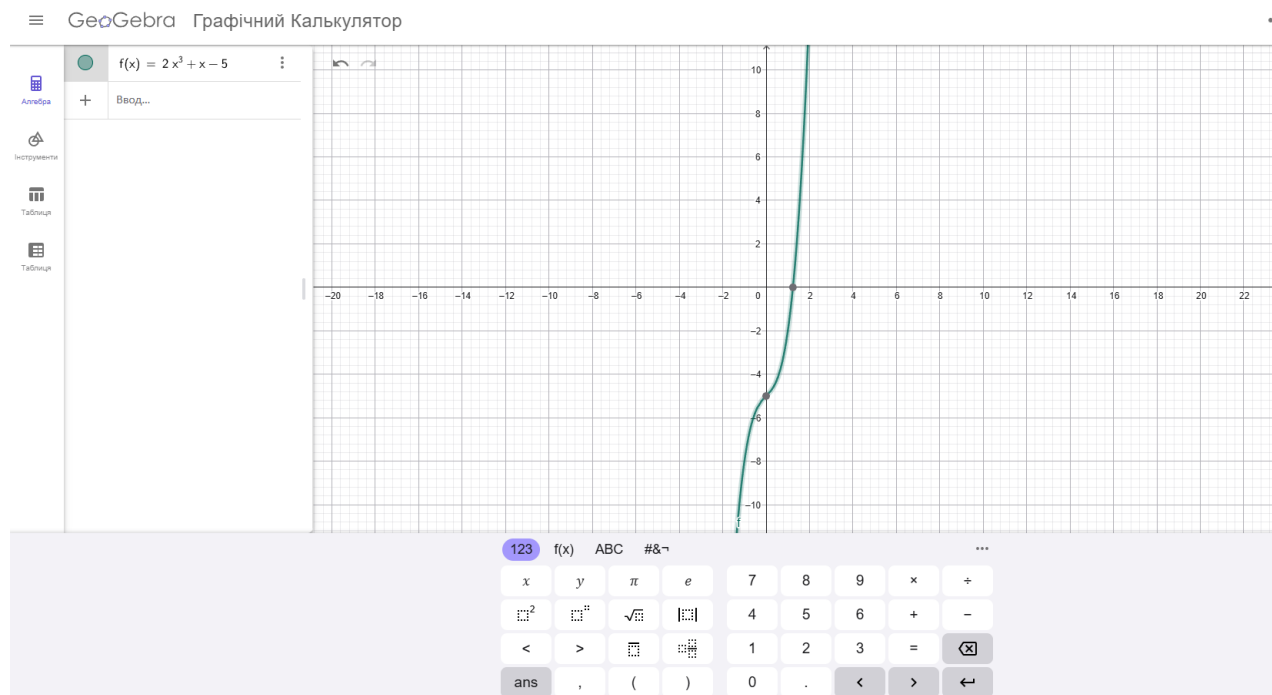


Рис. 2.6 – Інтерфейс програми «Geo Gebra»

Джерело: [21]

GeoGebra дає можливість створювати динамічні моделі, у яких учні можуть взаємодіяти з об'єктами – перетягувати точки, змінювати значення параметрів, аналізувати вплив змін на форму графіка. Це стимулює самостійну пізнавальну діяльність і формує навички математичного експерименту. Вчитель може використовувати готові інтерактивні симуляції або створювати власні матеріали, що відповідають темі «Многочлени», наприклад, моделі для дослідження коренів квадратних або кубічних рівнянь.

Desmos, у свою чергу, є більш простим і доступним онлайн-інструментом, який не потребує встановлення. Його зручно використовувати для дистанційного навчання або виконання домашніх завдань. Учні можуть будувати складні системи рівнянь, аналізувати перетини графіків, порівнювати кілька многочленів одночасно. Завдяки яскравій візуалізації й простому інтерфейсу Desmos робить навчання більш привабливим і зрозумілим навіть для тих, хто має труднощі з алгебраїчними операціями.

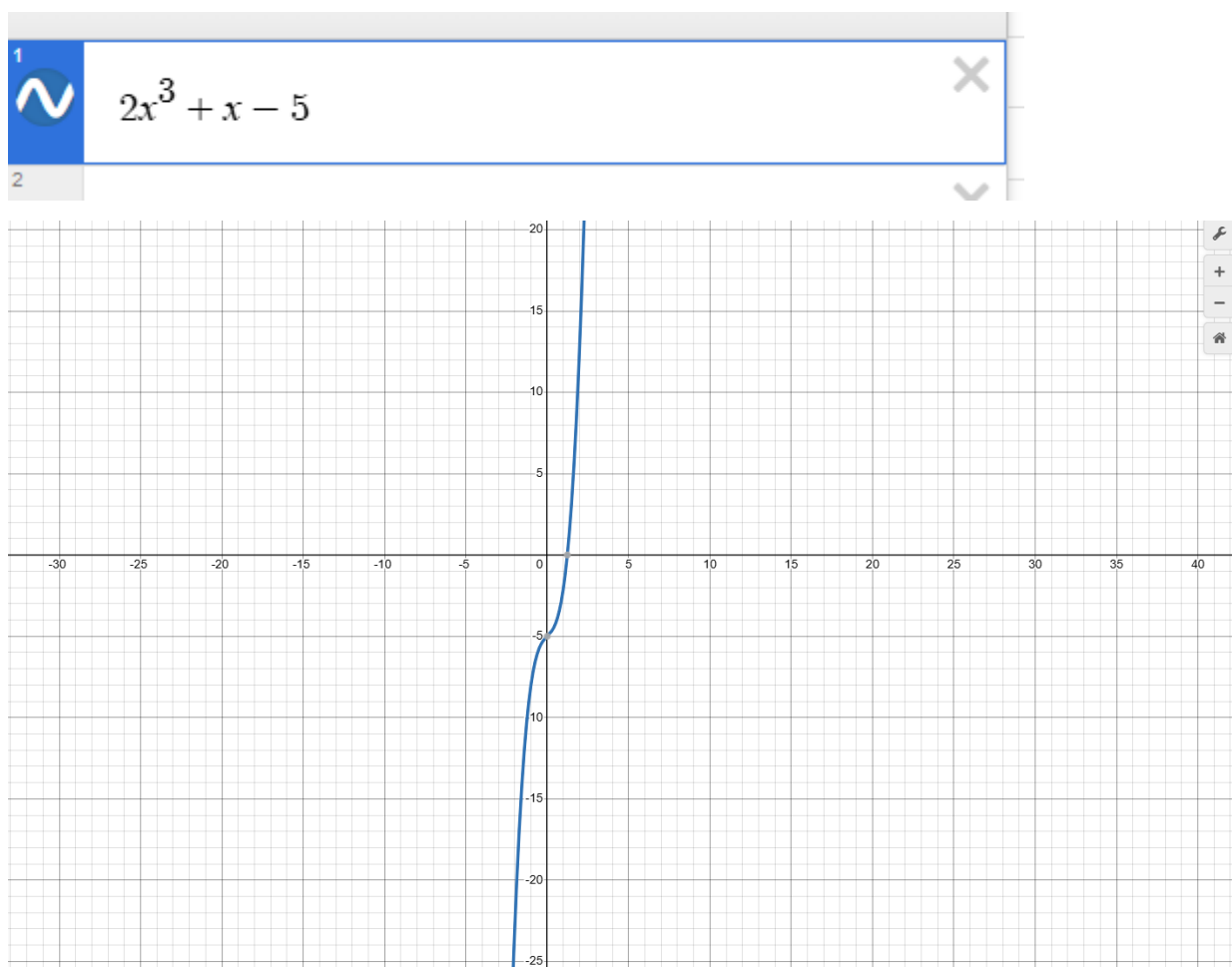


Рис. 2.7 – Інтерфейс програми «Desmos»

Джерело: [23]

2. *Комп'ютерні системи алгебраїчних обчислень (Maple, Mathematica, Maxima, WolframAlpha).*

Системи комп'ютерної алгебри – це потужні програмні комплекси, які дозволяють виконувати аналітичні та числові обчислення. Під час вивчення многочленів вони допомагають учням розв'язувати задачі, що виходять за межі звичайних шкільних прикладів, зокрема – розкласти многочлени на множники, знаходити похідні, корені рівнянь або аналізувати поведінку функцій. Учні можуть бачити, як різні методи розв'язання впливають на результат, що розвиває глибше розуміння математичних процесів.

Maple і Mathematica мають зручні інтерфейси для створення інтерактивних документів, у яких можна комбінувати формули, графіки та пояснення. Це робить їх корисними не лише для розрахунків, але й для демонстрації матеріалу на уроці. Наприклад, учитель може показати, як змінюється кількість коренів

многочлена при варіюванні параметра, або як похідна визначає характер зростання та спадання функції.

Після опанування учнями порядку виконання операцій над многочленами в межах шкільної програми з математики з'являється можливість розвивати їхні навички розв'язування задач з многочленами із використанням математичного програмного пакета Maple [17].

Maple – це комп'ютерна система для аналітичних обчислень, яка містить понад дві тисячі команд і дає змогу розв'язувати завдання з різних галузей математики: алгебри, геометрії, математичного аналізу, диференціального числення, статистики та математичної фізики.

Використання таких математичних програм значно спрощує навчальний процес, адже дозволяє уникати громіздких ручних обчислень, допомагає долати труднощі під час розв'язування економіко-математичних задач, полегшує аналіз результатів і дає змогу швидко створювати звіти чи графічні ілюстрації до розрахунків.

WolframAlpha та Maxima, як безкоштовні аналоги, забезпечують доступ до тих самих можливостей через інтернет-браузер. Учні можуть вводити рівняння, отримувати покрокові розв'язання, графіки та пояснення. Такий формат допомагає самостійно перевіряти домашні завдання, готуватися до контрольних робіт або розвивати навички самонавчання. Використання систем комп'ютерної алгебри формує дослідницьку культуру, точність і вміння працювати з математичними даними.

3. Онлайн-платформи для навчання та тестування (Kahoot!, LearningApps, Quizizz, Classtime).

Ці платформи орієнтовані на створення інтерактивного навчального середовища, у якому учні можуть активно брати участь у процесі засвоєння матеріалу. За допомогою Kahoot! учитель створює вікторини, у яких учні змагаються в реальному часі, відповідаючи на запитання з теми «Многочлени». Такий ігровий формат підвищує мотивацію, створює елемент змагання та допомагає швидко перевірити рівень засвоєння понять.

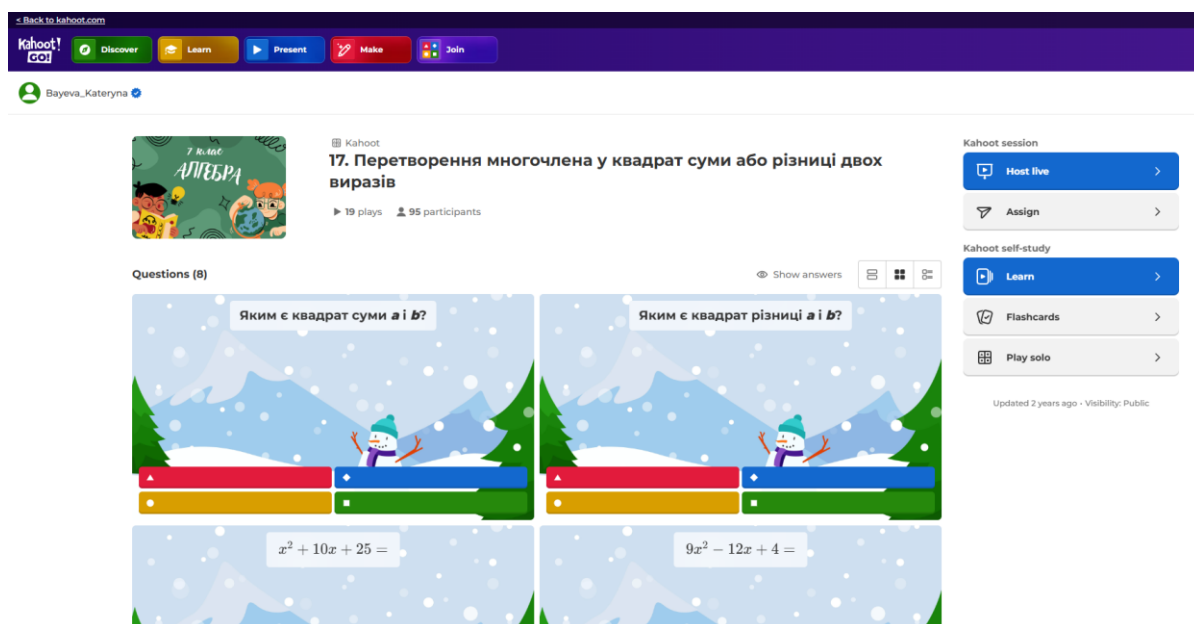


Рис. 2.8 – Інтерфейс програми «Kahoot»

Джерело: [25]

LearningApps дозволяє створювати інтерактивні вправи різних типів — від тестів і кросвордів до вправ на відповідність або заповнення пропусків. Наприклад, можна створити завдання, у якому учні мають поєднати многочлен із відповідним графіком або формулою. Ці вправи можна використовувати як під час уроку, так і для самостійної роботи вдома.

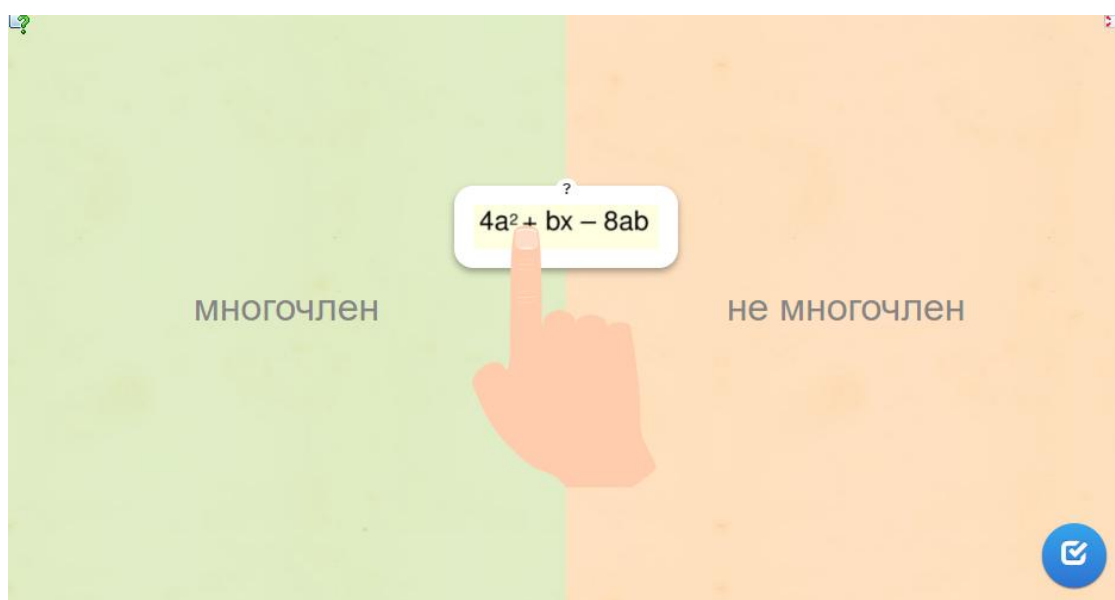


Рис. 2.9 – Інтерфейс програми LearningApps

Джерело: [20]

Quizizz і Classtime дають змогу не лише проводити перевірку знань, а й аналізувати статистику відповідей, що допомагає вчителю оцінити, які теми

потребують додаткового пояснення. Такі ресурси особливо ефективні для повторення матеріалу перед контрольною роботою або тематичним оцінюванням. Вони створюють атмосферу співпраці та активної участі кожного учня в навчальному процесі.

1. MULTIPLE CHOICE QUESTION 3 mins • 1 pt 1. Знайти різницю многочленів: $3x^2 - 4x - (6 - 2x^2 + 7x)$ ☐ А) $x^2 + 3x + 6$ ☐ Б) $x^2 + 3x - 6$ ☐ В) $5x^2 - 11x - 6$ ☐ Г) $5x^2 - 11x + 6$
2. MULTIPLE CHOICE QUESTION 3 mins • 1 pt Перетворити вираз у многочлен стандартного вигляду $(6x^2 - 7x + 4) - (4x^2 - 4x + 18)$: ☐ $2x^2 - 3x - 14$ ☐ $x^2 - 5x + 14$ ☐ $10x^2 - 11x + 22$ ☐ $5x^2 - 7x + 4$
3. MULTIPLE CHOICE QUESTION 5 mins • 1 pt Перетворити вираз у многочлен стандартного вигляду: $(3x + 9) + (-x^2 - 15x - 40)$. ☐ $-x^2 - 18x - 31$ ☐ $x^2 - 12x - 31$ ☐ $-x^2 - 12x - 31$ ☐ $-x^2 + 12x - 49$
4. MULTIPLE CHOICE QUESTION 5 mins • 1 pt Розв'яжіть рівняння: $14 - (2 + 3x - x^2) = x^2 + 4x - 9$. ☐ $x = 3$ ☐ $x = -3$ ☐ $x = 6$ ☐ $x = -6$

Рис. 2.10 – Інтерфейс програми Quizizz

Джерело: [24]

4. Електронні підручники, відеоуроки та віртуальні лабораторії (YouTube Edu, Mozaik Education, PhET).

Електронні ресурси й відеоуроки є важливим доповненням до традиційних методів викладання. На платформах YouTube Edu або Mozaik Education можна знайти анімовані пояснення теми «Многочлени», демонстрації побудови графіків, приклади розкладання виразів. Такі матеріали полегшують розуміння складних теоретичних аспектів, особливо для учнів, які краще сприймають інформацію візуально.

Віртуальні лабораторії, зокрема PhET Interactive Simulations, дають змогу проводити математичні експерименти в інтерактивному форматі. Учні можуть змінювати коефіцієнти в рівнянні многочлена й одразу спостерігати, як це

впливає на графік або таблицю значень. Таким чином, навчання стає практико-орієнтованим, а засвоєння знань – більш стійким.

Електронні підручники поєднують текстовий матеріал, інтерактивні вправи та відеофрагменти. Вони допомагають організувати індивідуальну освітню траєкторію: кожен учень може повторювати матеріал у власному темпі, повертатися до незрозумілих моментів або тренуватися на інтерактивних прикладах. Це сприяє підвищенню рівня самостійності та самоконтролю в навчанні.

5. Табличні процесори (Microsoft Excel, Google Sheets).

Табличні процесори надають зручний інструментарій для аналізу функціональних залежностей. За їх допомогою учні можуть створювати таблиці значень для різних многочленів, будувати графіки й досліджувати, як змінюється функція при зміні параметрів. Наприклад, у таблиці можна змінювати коефіцієнти й одразу бачити, як перебудовується графік – це робить процес навчання більш наочним і дослідницьким.

Microsoft Excel має вбудовані математичні функції, які дають змогу виконувати операції над многочленами: знаходити значення виразів, розраховувати похідні числовим методом, аналізувати екстремуми. Такий підхід розвиває в учнів навички логічного мислення та роботи з даними, готує їх до застосування математики в реальних ситуаціях, наприклад, у фізиці, економіці чи інформатиці.

Google Sheets є зручним інструментом для спільної роботи: кілька учнів можуть одночасно працювати над однією таблицею, порівнюючи свої результати або створюючи спільний звіт. Це сприяє розвитку комунікативних і колективних навичок, а також дає можливість організовувати проектну діяльність – наприклад, дослідження поведінки многочленів певного типу чи створення узагальнюючої бази даних.

Таким чином, методика використання ІКТ при вивченні елементів теорії многочленів поєднує сучасні технологічні засоби з педагогічними принципами розвивального навчання. Вона орієнтована на активізацію пізнавальної

діяльності учнів, підвищення їх зацікавленості до математики та підготовку до самостійного застосування знань у практичних і професійних ситуаціях. Поєднання цифрових ресурсів із системою інтерактивних завдань створює інноваційне освітнє середовище, у якому знання здобуваються не лише через пояснення, а й через активну взаємодію, дослідження й творче відкриття закономірностей.

Висновки до розділу 2.

Вивчення теми «Многочлени» має велике значення у шкільному курсі алгебри, адже саме на цьому етапі формується основа для подальшого опанування рівнянь, функцій та інших важливих понять. Методика навчання операцій над многочленами повинна поєднувати логічне пояснення з практичною діяльністю учнів, поступово переходячи від конкретних прикладів до абстрактних дій. Застосування різних видів вправ, від колективних до індивідуальних, сприяє розвитку гнучкого мислення, логічного аналізу та вміння узагальнювати отримані знання. Важливо, щоб учні не просто механічно виконували дії, а розуміли сутність алгебраїчних перетворень і могли аргументувати свої кроки.

У процесі навчання розкладання многочленів на множники головним завданням учителя є не лише ознайомлення учнів з формулами скороченого множення, а й розвиток уміння бачити структуру виразу, знаходити спільні частини та логічно обґрунтовувати вибір методу розкладання. Використання інтерактивних вправ і цифрових платформ, таких як LearningApps чи GeoGebra, дозволяє зробити процес навчання більш наочним, динамічним і мотивувальним. Учні отримують можливість самостійно досліджувати вирази, перевіряти правильність своїх рішень та відразу бачити результат, що сприяє кращому засвоєнню матеріалу.

Таким чином, ефективне навчання теми «Многочлени» передбачає поєднання традиційних методичних підходів з інноваційними технологіями. Такий синтез дає змогу не лише підвищити якість знань учнів, а й розвинути їхні пізнавальні здібності, ініціативність і математичну культуру. Завдяки інтерактивним формам роботи школярі починають сприймати алгебру не як складну систему формул, а як логічну й цікаву науку, у якій можна творчо мислити та самостійно відкривати закономірності.

Таким чином, вивчення рівнянь і нерівностей з многочленами, а також використання ІКТ у цьому процесі є невід’ємними складовими сучасного навчання математики. Формування в учнів умінь розв’язувати такі задачі сприяє розвитку логічного, алгоритмічного й аналітичного мислення, вміння структурувати інформацію та бачити взаємозв’язки між математичними поняттями. Поетапне подання матеріалу, використання практичних прикладів і цифрових ресурсів дозволяють не лише забезпечити глибоке розуміння теоретичних основ, а й підвищити зацікавленість учнів у вивченні предмета, зробити процес навчання більш активним і дослідницьким.

Інтеграція інформаційно-комунікаційних технологій у навчання теорії многочленів відкриває нові можливості для реалізації індивідуального підходу та розвитку математичної компетентності. Використання таких програм, як GeoGebra, Desmos, Maple чи LearningApps, допомагає поєднати теорію з практикою, а також забезпечує наочність і взаємодію в навчальному процесі. Завдяки ІКТ навчання стає більш гнучким, динамічним і орієнтованим на формування ключових навичок XXI століття – критичного мислення, самостійності та здатності до аналітичного пізнання. У результаті учні не лише засвоюють математичні знання, а й отримують інструменти для їхнього ефективного застосування в подальшій освіті та житті.

ВИСНОВКИ

Історичний розвиток теорії многочленів підтверджує її надзвичайну роль у становленні алгебри та всієї математичної науки. Починаючи ще з античних часів, коли вчені намагалися знайти способи розв'язування рівнянь, і до епохи великих відкриттів Гаусса, Вієта та Безу, поняття многочлена поступово набувало центрального значення. Саме навколо нього формувалися ключові закони, принципи та методи оперування алгебраїчними виразами, що згодом стали основою сучасної алгебри.

У системі шкільної освіти тема «Многочлени» посідає особливе місце, адже вона поєднує історичну спадщину математичної науки з актуальними освітніми завданнями. Вивчення цього розділу сприяє розвитку критичного, аналітичного й алгоритмічного мислення, що є необхідним у сучасній компетентнісній освіті. Многочлени виступають сполучною ланкою між елементарними алгебраїчними діями та більш складними поняттями вищої математики, створюючи міцний місток для подальшого засвоєння знань.

Операції над многочленами формують ядро алгебраїчних умінь учнів. Виконуючи дії додавання, віднімання, множення й ділення з остачею, школярі поступово вчаться вибудовувати послідовність логічних міркувань, спрощувати вирази та розв'язувати рівняння. Така робота розвиває не лише технічні навички, а й глибоке розуміння математичних залежностей, що стає фундаментом подальшої освіти та підвищення математичної культури.

Засвоєння дій з многочленами має як навчальну, так і практичну цінність. Учні опановують уміння працювати з абстрактними символами, застосовують властивості степенів, розкривають структуру алгебраїчних виразів. Це допомагає їм краще орієнтуватися в складніших темах, а також розвиває універсальні інтелектуальні навички, що потрібні в різних сферах – від фізики до економіки та інформатики. Таким чином, формування вмінь працювати з многочленами є важливим етапом розвитку математичної компетентності.

Вивчення теми «Многочлени» у шкільному курсі має послідовний і логічно структурований характер. У основній школі увага зосереджується на основних діях, формулах скороченого множення та понятті многочлена. Це створює базу для складніших операцій, які вивчаються у старшій школі. Такий підхід сприяє не лише засвоєнню технічних прийомів, а й розвитку уміння мислити аналітично, самостійно знаходити способи розв'язування задач.

У старшій школі учні знайомляться з теоремами Безу та Вієта, методами розкладання многочленів на множники вищого рівня, ірраціональними коренями та доведенням властивостей виразів. Це дозволяє їм перейти від відтворення знань до творчої й дослідницької діяльності. Завдяки цьому формується цілісне уявлення про многочлени як про ключовий об'єкт алгебри, що має як теоретичне, так і практичне значення.

Послідовність у викладанні елементів теорії многочленів у межах Нової української школи забезпечує логічний розвиток математичних знань — від перших знайомств із буквено-числовими виразами до складних алгебраїчних залежностей. Поступове ускладнення матеріалу дозволяє учням засвоювати тему природно, розуміючи її як цілісну систему, а не як набір окремих операцій. Це формує цілісний погляд на алгебру, готує до подальшого навчання та підвищує рівень математичної грамотності.

Порівняльний аналіз сучасних підручників демонструє різноманіття методичних підходів до викладання теми «Многочлени». У деяких виданнях домінує класичний, алгоритмічний підхід, у той час як інші зосереджені на практичному застосуванні знань. Таке розмаїття дає змогу педагогам гнучко підбирати навчальний матеріал, враховуючи особливості класу, і створювати умови для глибшого розуміння теорії многочленів.

Наступність у вивченні цього розділу забезпечує цілісність математичної освіти. Кожен новий етап спирається на попередній, поступово розширюючи та поглиблюючи знання. У результаті учні не просто запам'ятовують формули, а сприймають многочлени як універсальний інструмент для аналізу, узагальнення

та розв'язування практичних задач, що інтегрує знання з різних розділів математики в єдину логічну систему.

Опрацювання теми «Многочлени» займає важливе місце у курсі шкільної алгебри, оскільки саме на цьому етапі закладається фундамент для подальшого розуміння рівнянь, функцій і багатьох інших ключових математичних понять. Методика викладання операцій з многочленами має гармонійно поєднувати теоретичні пояснення з практичною діяльністю учнів, поступово переходячи від конкретних прикладів до узагальнених дій. Різноманіття завдань — від групових до індивідуальних — сприяє розвитку аналітичного мислення, уміння порівнювати, робити висновки та логічно узагальнювати знання. Основна мета полягає в тому, щоб учні не просто відтворювали формули, а глибоко розуміли зміст алгебраїчних перетворень і могли обґрунтувати власні дії.

У процесі навчання розкладання многочленів на множники важливо не лише ознайомити учнів із формулами скороченого множення, а й навчити їх бачити внутрішню будову виразу, визначати спільні частини та логічно вибирати найбільш доцільний спосіб розкладання. Використання інтерактивних методів і цифрових засобів, таких як LearningApps, GeoGebra чи Desmos, робить освітній процес більш захопливим і доступним. Завдяки цьому учні мають змогу експериментувати з виразами, перевіряти свої припущення, аналізувати помилки й одразу бачити результат, що значно підвищує ефективність засвоєння матеріалу.

Ефективне навчання теми «Многочлени» базується на поєднанні класичних дидактичних методів і сучасних освітніх технологій. Таке поєднання сприяє не лише глибшому засвоєнню знань, а й формуванню математичної культури, творчого підходу та самостійності мислення. Учні починають сприймати алгебру не як набір складних правил і формул, а як логічну, послідовну й цікаву систему, у якій можна досліджувати, робити відкриття та застосовувати знання у реальному житті.

Таким чином, опанування рівнянь і нерівностей з многочленами, а також активне використання інформаційно-комунікаційних технологій під час

навчання є важливою складовою сучасного освітнього процесу. Це сприяє розвитку аналітичного, критичного й алгоритмічного мислення, уміння структурувати інформацію та бачити взаємозв'язки між різними математичними поняттями. Залучення інтерактивних платформ, таких як GeoGebra, Maple або LearningApps, робить навчання більш гнучким і практично спрямованим, формує ключові компетентності сучасного учня – самостійність, ініціативність і здатність до логічного аналізу, що необхідні як у подальшій освіті, так і в житті.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Табачник Ю. Д. Деякі питання теорії многочленів та їх застосування в курсі математики профільної школи : кваліфікац. робота на здобуття освіт. ступеня магістр : спец. 014 Середня освіта (Математика) / Ю. Д. Табачник ; Харків. нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди, каф. математики. – Харків, 2021. – 96 с. + дод.

2. Олексієнко Ю.О. Елементи теорії многочленів у шкільному курсі алгебри. Вісник студентського наукового товариства. Збірник наукових праць студентів, магістрантів і аспірантів. Ніжин, 2021. Випуск 25. С. 13-15.

3. Олексієнко Ю.О. Елементи теорії многочленів у курсі алгебри. Сучасні проблеми природничих і точних наук: матеріали VI Всеукраїнської онлайн-конференції молодих науковців. Ніжин: Наука-сервіс. С. 72.

4. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра і початки аналізу і геометрія. Рівень стандарту: підруч. Для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ: Видавничий Дім «Освіта», 2018, 288 с.

5. Нова українська школа : концептуальні засади реформування середньої школи упоряд. Гриневич Л., Елькін О., Калашнікова С., Коберник І., Ковтунець В., Макаренко О., Малахова О., Нанаєва Т., Усатенко Г., Хобзей П., Шиян Р. ; за заг. ред. Грищенка М., 2016 40 с.

6. «Алгебра» Навчальна програма для 7 класу. на основі модельної навчальної програми «Алгебра. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Пихтар М. П., Рубльов Б. В., Семенов В. В., Якір М. С.) URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/navchalni-prohramy-na-osnovi-modelnykh/2024/09/matematychna-osvitnya-haluz-2024/alhebra-7-klas-merzlyak-ta-in-29-10-2024.pdf> (дата звернення 22.08.2025)

7. Многочлени та дії над ними URL: <https://justsmart.com.ua/uk/blog/mnogochleny-ta-diyi-nad-nymy/> (дата звернення: 18.08.2025)

8. Функціональні співвідношення для многочленів URL: <https://naurok.com.ua/funkcionalni-spivvidnoshennya-dlya-mnogochleniv-267452.html> (дата звернення: 20.08.2025)
9. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел. К.:НПУ імені М.П. Драгоманова, 2006. Ч.І. 400 с.
10. Б.В. Довгай, С.С. Шестаков Комплексні числа та многочлени: посібник до розв'язання задач. Електронна бібліотека факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київ, 2017 URL: <https://do.csc.knu.ua/wp-content/uploads/2023/01/KompleksniChyslaMnogochleny.pdf> (дата звернення: 15.08.2025)
11. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. К.: Зодіак-ЕКО, 2000. 512 с
12. Фіцула М. М. Педагогіка вищої школи: навч. посіб. / М. М. Фіцула. К. : «Академвидав», 2006. 352 с.
13. Алгебра (Істер О.С.) 7 клас 2024 URL: <https://pidruchnyk.com.ua/2889-algebra-ister-7-klas-2024.html> (дата звернення: 14.07.2025)
14. Алгебра (Бевз Г.П.) 7 клас 2024 URL: <https://pidruchnyk.com.ua/2887-algebra-bevz-7-klas-2024.html> (дата звернення: 15.07.2025)
15. Алгебра (Тарасенкова Н.А.) 7 клас 2024 URL: <https://pidruchnyk.com.ua/2893-algebra-tarasenkova-7-klas-2024.html> (дата: звернення: 10.10.2025)
16. Халецька З.П. Вивчення алгебри многочленів із застосуванням комп'ютерних засобів / З.П. Халецька, Л.В. Ізюмченко. //Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск 4. Кривий Ріг: Видавн. центр НметАУ, 2004 т. 1. С. 286–290.
17. . Попов Б. О. Розв'язування математичних задач у системі комп'ютерної алгебри Maple V. Київ : ViP, 2001. 312 с.
18. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: монографія. Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400с.

19. Інформатизації середньої освіти: програмні засоби, технології, досвід, перспективи: наук.-метод. посіб. / Ю. О. Дорошенко, Л. М. Забродська, Л. М. Калініна, В. В. Лапінський та ін. / За ред. В. М. Мадзігона, Ю. О. Дорошенка. Київ: Педагогічна думка, 2003.

20. Многочлени. Тренажер. URL: <https://learningapps.org/28550729> (дата звернення: 23.10.2025)

21. GeoGebra. URL: <https://www.geogebra.org/> (дата звернення: 28.10.2025)

22. Жалдак М. І., Вітюк О. В. Комп'ютер на уроках геометрії. К. : ДІНІТ, 2004. 154 с.

23. Desmos. URL: <https://www.desmos.com/calculator?lang=ru> (дата звернення: 27.10.2025)

24. Quizizz. Додавання та віднімання многочленів URL: <https://wayground.com/admin/quiz/5fa1438ef6393a001b18e4d8/dodavannya-ta-vidnimannya-mnogochleniv?utm> (дата звернення: 15.10.2025)

25. Kahoot!. Перетворення многочлена у квадрат суми або різниці двох виразів URL: <https://create.kahoot.it/details/17/9329099d-802a-4f33-ac46-fd722e834723?utm> (дата звернення: 24.10.2025)

26. LearningApps URL: <https://learningapps.org/watch?v=pz8hswp9j25> (дата звернення: 7.11.2025)

27. LearningApps URL: <https://learningapps.org/view9108785> (дата звернення: 7.11.2025)

28. Основні правила розв'язання нерівностей URL: <https://www.miyklas.com.ua/p/algebra/9-klas/funktcia-y-ax-bx-c-yiyi-vlastivosti-i-grafik-13997/liniini-ta-kvadratni-nerivnosti-14331/re-e362b4ad-8fb6-441e-81c1-cc392fd4594a> (дата звернення: 5.11.2025)

29. Метод алгебраїчного додавання URL: <https://www.miyklas.com.ua/p/algebra/9-klas/sistemi-rivnian-ia-matematichna-model-prikladnoyi-zadachi-14339/metodi-rozv-iazannia-sistem-rivnian-14342/re-ea3cdd2f-f4dc-4af1-aa64-7b04e92bc217> (дата звернення: 5.11.2025)

ДОДАТКИ**Конспект уроку з математики для 7 класу**

Тема : Многочлени: означення, види, ступінь многочлена. Дії з многочленами.

Мета:**Навчальна:**

- сформувати поняття многочлена, його стандартного вигляду та ступеня;
- навчити учнів розпізнавати одночлени та многочлени, визначати їхній ступінь;

- закріпити навички виконання дій додавання і віднімання многочленів.

Розвивальна:

- розвивати логічне мислення, уміння порівнювати та узагальнювати;
- формувати навички роботи з математичними поняттями та символами;
- удосконалювати вміння працювати з письмовими математичними виразами та рівняннями.

Виховна:

- виховувати акуратність у виконанні математичних записів;
- сприяти формуванню самостійності, відповідальності та наполегливості;
- сприяти розвитку культури математичного мовлення.

Обладнання:

Підручник Алгебра (Тарасенкова Н.А.) 7 клас 2024
<https://pidruchnyk.com.ua/2893-algebra-tarasenkova-7-klas-2024.html> , картки із завданнями, мультимедійна презентація, маркери, дошка.

Тип уроку:

Комбінований (вивчення нового матеріалу та закріплення знань).

Хід уроку**I. Організаційний момент**

Учитель вітає учнів, перевіряє присутність, налаштовує клас на роботу.

Короткий інструктаж: «Сьогодні ми познайомимось із новим важливим розділом алгебри – многочленами. Вони зустрічаються у багатьох задачах, тому уважно працюємо і активно відповідаємо».

II. Мотивація навчання

Учитель ставить проблемне запитання:

«Як записати результат, якщо треба додати або відняти вирази зі змінними, наприклад: $3x^2 + 5x - 4x + 7$?»

Учні пропонують варіанти.

Учитель підводить до висновку, що такі вирази мають спеціальну назву — многочлени, з якими ми сьогодні ознайомимося.

III. Актуалізація опорних знань

-Фронтальне опитування:

-Що таке одночлен?

-Що називають коефіцієнтом?

-Як знайти степінь одночлена?

-Які вирази називають подібними членами?

Міні-завдання:

На дошці одночлени. Учні визначають степені:

1. $7x^3y$;

2. $-5a^2b$;

3. $4m$.

IV. Пояснення нового матеріалу

1. Означення многочлена

Многочлен — це алгебраїчний вираз, який складається з суми одночленів.

-Відкриваємо підручник на сторінці 85, та виконуємо завдання

Приклад: $5x^3 - 2x + 7$.

322*. Зведіть подібні члени многочлена:

- 1) $12x + 9 - 4x - 5$;
- 2) $-2a + 10b + 7b - 13a$;
- 3) $6n + 8n - 5n - 3n + 7$;
- 4) $x^2 + 3x - 4x^2 + 2x$;
- 5) $-ac + a^2 - ca + 3a^2 + 2ca$;
- 6) $4,5xy - 6x^4 - 5\frac{1}{2}xy - 4x^4 + xy$.

qr.orioncentr.com.ua/JcPxL



85

2. Стандартний вигляд многочлена

Многочлен записують у вигляді суми одночленів, які впорядковані за спаданням степенів.

Наприклад: $3x^3 - x^2 + 2x - 1$.

3. Ступінь многочлена

Ступінь многочлена — найбільший степінь його членів.

Приклад: у многочлені $4x^3 - 2x + 7$ ступінь дорівнює 3.

4. Подібні члени многочлена

Подібні члени — це такі, що мають однакову буквено-числову частину. Їх можна додавати і віднімати.

5. Дії з многочленами

Додавання: додаються коефіцієнти подібних членів.

Віднімання: віднімаються коефіцієнти подібних членів.

Пояснення на прикладі:

$$\begin{aligned}
 &(3x^2 + 5x - 7) + (-2x^2 + 3x + 4) = \\
 &= (3x^2 - 2x^2) + (5x + 3x) + (-7 + 4) = \\
 &= x^2 + 8x - 3.
 \end{aligned}$$

Відкриваємо підручники на сторінці 93, та виконуємо вправу 357

- 3) $x^2 + 8x + 1 - 8x^2 + x$;
- 4) $y^2 + 4 + 1 - y^2 - 3y$;

357*. Якими даними треба доповнити порожні клітинки таблиці 17?

Таблиця 17

Одночлен	2	x	y^2	x^4
Многочлен	$a + 3$	$-5x + 7$	$-y^2 + 1$	$5x^4 - 4x^2$
Сума				
Різниця				



qr.orioncentr.com.ua/G3Rar

V. Закріплення нових знань і вмінь

1. Усні вправи

Учитель пропонує учням визначити ступінь многочлена:

а) $6x - 4x^3 + 2$;

б) $-5x^2 + x^4 - 1$.

2. Робота в парах

Завдання: привести вирази до стандартного вигляду і спростити:

$7x^2 - 3x + 4 + (-2x^2 + 5)$;

$(3a - a^2 + 7) - (2a - 4)$.

3. Самостійна робота

Варіант 1:

Знайти суму многочленів: $(5x - 4) + (3x + 9)$.

Визначити ступінь многочлена: $-2x^3 + 8x - 1$.

Варіант 2:

Обчислити різницю: $(8y^2 - 3y + 2) - (5y^2 - 6)$.

Записати у стандартному вигляді: $4a - a^3 + 7a^2 - 2 + a^3$.

VI. Підсумок уроку

Учитель підводить підсумки:

-Сьогодні ми з'ясували, що таке многочлен, з яких частин він складається, і як правильно його записувати.

-Навчилися приводити многочлен до стандартного вигляду, упорядковуючи члени за степенем та зводячи подібні.

-Повторили поняття ступеня одночлена й многочлена.

-Відпрацювали вміння виконувати додавання і віднімання многочленів, застосовуючи правило роботи з подібними членами.

Рефлексія учнів (коротка усна):

-Що нового дізналися сьогодні?

-Які завдання були легкими?

-Де ще можна зустріти многочлени в інших темах математики?

Учитель наголошує, що робота з многочленами — це фундамент для подальших тем: множення многочленів, формул скороченого множення, перетворень та рівнянь.

Конспект уроку з математики для 7 класу

Тема: Множення і ділення многочленів. Множення одночлена на многочлен. Ділення многочлена на одночлен.

Мета:

Навчальна:

- сформувати в учнів поняття множення одночлена на многочлен;
- ознайомити з правилом ділення многочлена на одночлен;
- навчити виконувати множення і ділення многочленів;
- відпрацювати техніку обчислень та спрощення виразів.

Розвивальна:

- розвивати логічне і алгоритмічне мислення;
- удосконалювати вміння працювати з алгебраїчними виразами;
- формувати навички самостійної роботи, аналізу та узагальнення.

Виховна:

- виховувати акуратність при виконанні математичних записів;
- формувати відповідальність і взаємоповагу під час роботи в парах чи групах;
- сприяти розвитку інтересу до математичних досліджень.

Обладнання:

Підручник Алгебра (Тарасенкова Н.А.) 7 клас 2024
<https://pidruchnyk.com.ua/2893-algebra-tarasenkova-7-klas-2024.html> , картки із завданнями, презентація, маркери, мультимедійна дошка.

Тип уроку:

Комбінований.

Хід уроку

I. Організаційний момент

Привітання, перевірка присутності, налаштування на роботу.

Коротка бесіда: «Сьогодні ми навчимося виконувати одну з найважливіших операцій з многочленами – множення та ділення. Саме ці вміння потрібні в подальшій алгебрі, рівняннях, задачах та навіть у фізиці.»

II. Мотивація навчання

Учитель демонструє приклад:

$$2x \cdot (3x + 5)$$

$$(12a^2 - 6a) : 3a$$

Питання:

-Чи можна розкрити дужки в першому виразі швидко і правильно?

-Як поділити многочлен на одночлен, не помиляючись?

Після короткого обговорення учні розуміють:

потрібно освоїти правила множення і ділення многочленів.

III. Актуалізація опорних знань

Фронтальне опитування:

-Що таке одночлен?

-Як знайти добуток одночленів

-Які властивості множення ви знаєте?

-Чи можна ділити кожен член многочлена окремо?

Усна вправа:

Знайти добуток одночленів:

$$1. 3a^2 \cdot (-2a);$$

$$2. -5x^3 \cdot 4x^2;$$

$$3. 2m \cdot (-m^2n).$$

IV. Пояснення нового матеріалу

1. Множення одночлена на многочлен

Правило:

Щоб помножити одночлен на многочлен, потрібно одночлен помножити на кожен член многочлена, і результати додати.

 Множення одночлена і многочлена підкоряється переставному і сполучному законам множення, а також розподільному закону множення відносно додавання.

2. Множення многочленів



qr.orioncentr.com.ua/3xbfM

Запам'ятайте!

Помножити многочлен на многочлен — означає скласти вираз, що є сумою добутків кожного члена одного многочлена на кожний член іншого многочлена.

98

Приклад:

$$2x(3x - 4) = 2x \cdot 3x - 2x \cdot 4 = 6x^2 - 8x.$$

Учитель пояснює на кількох прикладах.

2. Множення многочлена на многочлен (ознайомлення)

Учитель коротко наголошує, що многочлен множиться на многочлен так само — кожен член першого множать на кожен член другого.

Приклад:

$$\begin{aligned} &(a + 2)(3a - 1) \\ &= a \cdot 3a + a \cdot (-1) + 2 \cdot 3a + 2 \cdot (-1) \\ &= 3a^2 - a + 6a - 2 \\ &= 3a^2 + 5a - 2. \end{aligned}$$

Відкриваємо підручник на сторінці 102, та виконуємо вправу 394

394. Знайдіть добуток двочленів:

- 1) $(y + x) \cdot (-x - y)$;
- 2) $(y + x) \cdot (x + y)$;
- 3) $(y + x) \cdot (-x + y)$;
- 4) $(-y + x) \cdot (x - y)$;
- 5) $(2 + x) \cdot (2x + 1)$;
- 6) $(x + 3) \cdot (x + 9)$;
- 7) $(-2x + 4xy) \cdot (-x + xy)$;
- 8) $(-xy + y^2) \cdot (2 - xy)$;
- 9) $(x^2 + 3y^2) \cdot (x^2 + 2y^2)$;
- 10) $(2x^2 + x) \cdot (x^5 - 4)$;
- 11) $\left(\frac{1}{2}m + 0,5n\right) \cdot (m^2 - 2n)$;
- 12) $\left(-\frac{5}{2}k + s\right) \cdot \left(\frac{1}{2}s - 2\right)$.



qr.orioncentr.com.ua/ypTtl

3. Ділення многочлена на одночлен

Правило:

Щоб поділити многочлен на одночлен, потрібно поділити на цей одночлен кожен член многочлена окремо.

Приклад:

$$\begin{aligned}
 &(12x^3 - 6x^2 + 3x) : 3x \\
 &= 12x^3 : 3x - 6x^2 : 3x + 3x : 3x \\
 &= 4x^2 - 2x + 1.
 \end{aligned}$$

V. Закріплення нових знань і вмінь

1. Усні вправи

Учитель пропонує виконати множення:

1. $5a(2a - 3)$;
2. $-3x(4x^2 - 2x + 1)$;
3. $(2y + 1) \cdot 3$.

2. Робота в парах

Кожна пара отримує картку.

Завдання:

Виконати множення та спростити:

1. $(a - 2)(3a + 4)$;
2. $2m(m^2 - m + 3)$;

$$3. -x(x^2 - 5x + 6).$$

Після виконання пари обмінюються картками та перевіряють.

3. Самостійна робота

Варіант А:

$$4x(x^2 - 3x + 1).$$

$$(9a^2 - 6a + 3) : 3a.$$

Варіант Б:

$$-2m(3m - m^2 + 5).$$

$$(14y^3 - 7y^2 + 21y) : 7y.$$

VI. Підсумок уроку

Учитель разом з учнями узагальнює нові знання:

-Сьогодні ми навчилися множити одночлен на многочлен та застосовувати розподільну властивість множення.

-Дізналися, що множення многочлена на многочлен виконується шляхом множення кожного члена одного многочлена на кожен член другого.

-Повторили правило: щоб поділити многочлен на одночлен, потрібно поділити кожен член многочлена окремо.

-Відпрацювали навички спрощення алгебраїчних виразів та самостійно виконали вправи.

Учитель запитує:

-Що було найпростішим сьогодні

-Що викликало труднощі?

-Де можуть знадобитися ці знання в подальшому?

Учні роблять короткі висновки.

Учитель підкреслює важливість уміння правильно виконувати множення та ділення многочленів, оскільки це основа майбутніх тем: рівнянь, формул скороченого множення та перетворень алгебраїчних виразів.