

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання**

**УПРОВАДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОННИХ РЕСУРСІВ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ
МОТИВАЦІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ**

Кваліфікаційна робота студентки
групи МІм-24
ступінь вищої освіти «магістр»
спеціальності
014.04 Середня освіта (Математика)
Лаговської Єлизавети Олександрівни
Керівник канд. пед. наук, доцент
Бобилєв Д. Є.

ЗАПЕВНЕННЯ

Я, Лаговська Єлизавета Олександрівна, розумію і підтримую політику Криворізького державного педагогічного університету з академічної доброчесності. Запевняю, що ця кваліфікаційна робота виконана самостійно, не містить академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації. Я не надавала і не одержувала недозволену допомогу під час підготовки цієї роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають покликання на відповідне джерело.

Із чинним Положенням про запобігання та виявлення академічного плагіату в роботах здобувачів вищої освіти Криворізького державного педагогічного університету ознайомена. Чітко усвідомлюю, що в разі виявлення у кваліфікаційній роботі порушення академічної доброчесності робота не допускається до захисту або оцінюється незадовільно.



ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ	4
ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕКТРОННИХ РЕСУРСІВ ПРИ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ В ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ.....	7
1.1. Сучасні тенденції розвитку електронних ресурсів навчання математики ..	7
1.2. Дидактичні засади використання електронних навчальних ресурсів	15
1.3. Методичні підходи до впровадження електронних ресурсів	18
Висновки до розділу 1	49
РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОННИХ ОСВІТНІХ РЕСУРСІВ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ.....	53
2.1. Упровадження ЕОР під час формування понятійного апарату	53
2.2. Упровадження ЕОР під час формування способів дій та процедурних умінь	67
2.3. Упровадження ЕОР під час застосування та узагальнення знань	85
Висновки до розділу 2	101
ВИСНОВКИ.....	103
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	106
ДОДАТКИ	115

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ІКТ – інформаційні комп’ютерні технології

ЕОР – електронні освітні ресурси

ІІ – штучний інтелект

ВШО – Всеукраїнська школа онлайн

ЗНО – зовнішнє незалежне оцінювання

НМТ – національний мультипредметний тест

МОН – Міністерство освіти і науки України

VR – Virtual Reality (віртуальна реальність)

ПЗ – програмне забезпечення

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. У сучасному освітньому контексті велика увага приділяється розвитку ключових математичних навичок учнів під час вивчення різних тем.

Використання інформаційно-комунікаційних технологій виявляється важливим етапом формування математичної грамотності та розвитку критичного мислення учнів. Це не лише сприяє розширенню їхнього теоретичного багажу, але й створює основу для подальшого вивчення геометрії та алгебри. Впровадження ІКТ сприяє цифровізації учнів, ефективності індивідуалізації математичних понять та розвитку ключових компетентностей, таких як: навички роботи з інформацією; ІКТ-компетентності; вміння логічно мислити, аналізувати та розв'язувати завдання. Використання електронних ресурсів дозволяє допомогти учням із освітою, не в залежності від місцеперебування, а також підтримати навчання в умовах дистанційної або змішаної форми. Розробка нових методичних підходів з використанням електронних ресурсів сприяє підвищенню професійної майстерності вчителів математики та впровадженню сучасних технологій у процес навчання.

Об'єктом дослідження є освітній процес, де використовують ІКТ на уроках математики у профільній школі.

Предметом дослідження є дидактичні засади та методичні підходи щодо впровадження електронних ресурсів для підвищення мотивації учнів до вивчення математики.

Метою даного дослідження є визначити та обґрунтувати дидактичні засади й ефективні методичні підходи до впровадження електронних ресурсів у навчальний процес для підвищення мотивації учнів до вивчення математики в профільній школі.

Відповідно до мети були визначені наступні завдання:

1. Проаналізувати сучасні тенденції розвитку електронних ресурсів навчання математики.

2. Визначити основні дидактичні принципи застосування ІКТ для підвищення мотивації учнів.
3. Розробити методичні підходи до впровадження електронних ресурсів.
4. Дослідити вплив електронних ресурсів на рівень зацікавленості й успішності учнів у математиці.
5. Надати практичні рекомендації для вчителів щодо ефективного використання електронних інструментів.
6. Надати приклади ІКТ-ресурсів для використання під час різних математичних тем у старших класах профільної школи.
7. Охарактеризувати математичні ресурси та надати приклади конспектів з використанням охарактеризованих інформаційних засобів.

На різних етапах дослідження було використано комплекс **методів дослідження**, а саме:

- а) теоретичного рівня, тобто: аналіз, пояснення, класифікація, узагальнення.
- б) практичного рівня, тобто: дослідження.

Теоретичне значення роботи полягає в теоретичних основах використання електронних ресурсів при навчанні математики в профільній школі.

Практичне значення даної роботи полягає в практичних аспектах впровадження електронних освітніх ресурсів у профільній школі та характеристиці ІКТ-ресурсів для подальшого використання на уроках.

Структура роботи. Магістерська робота складається з переліку умовних скорочень, вступу, двох розділів, висновків, списку використаної літератури та додатків.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕКТРОННИХ РЕСУРСІВ ПРИ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ В ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

1.1. Сучасні тенденції розвитку електронних ресурсів навчання математики

У сучасному освітньому середовищі не всі учні активно зацікавлені у навчанні, особливо коли йдеться про предмети, що здаються складними чи абстрактними. Фізико-математичні дисципліни часто сприймаються як важкі через чисельні формули та теоретичні положення, що може знижувати мотивацію учнів. Традиційні, одноманітні методи подання матеріалу не завжди допомагають залучити учнів до навчального процесу, тому постає потреба у пошуку нових підходів, які роблять заняття більш цікавими та ефективними.

О. В. Піщенко у своїй статті [72, с. 36] зазначає, що *дидактичні ігри* поєднують навчання з творчістю та дослідженням. Вони створюють умови для активної участі учнів у пізнавальній діяльності, розвивають логічне мислення та заохочують шукати відповіді самостійно, а також взаємодіяти з однокласниками. Ці ігри допомагають інтегрувати знання з різних дисциплін, формуючи цілісне уявлення про світ та практичне застосування знань.

Саме тому автори підкреслюють, що *дидактична гра* сприяє розвитку інтелекту, уваги та прагнення до самостійного навчання. Вона поєднує цікаве та серйозне, добровільне та обов'язкове, спрямовуючи енергію учнів у спеціально організовану діяльність, що включає навчання, культурний відпочинок та розвагу [72, с. 37].

Ю. М. Косенко, провівши ґрунтовний аналіз словників, довідкової літератури та наукових робіт [63], визначила *дидактичну гру як метод навчання*, де освітні цілі досягаються через виконання ігрових завдань.

О. С. Трифонова розглядає *дидактичну гру як навчальну гру* з певними правилами, що слугує для накопичення та актуалізації знань, розвитку навичок, а також покращує мовленнєві вміння, наприклад, опис картин, розповідь скоромовок із різною інтонацією, відгадування загадок чи спілкування з однолітками [79, с. 247-248].

Аналіз різних наукових джерел показує, що *дидактична гра* – це багатогранне педагогічне явище, яке поєднує гру та навчання. В різних дослідженнях її трактують як *метод* чи *педагогічний засіб*, але всі автори погоджуються, що вона сприяє інтерактивності та активному удосконаленню учнів. В рамках цієї роботи *дидактична гра* розглядатиметься як *засіб навчання*, оскільки електронні освітні ресурси (ЕОР) для уроків математики більшою мірою відповідають саме цьому визначенню.

Будь-який засіб навчання потребує розуміння не тільки його сутності, а й способів ефективного використання. Дидактичні ігри, як метод активного навчання, вимагають системного підходу для інтеграції до освітнього процесу. У сучасній дидактиці ігрові методи часто розглядають через призму гейміфікації, що робить навчання більш захоплюючим, мотивуючим та структурованим.

Гейміфікація – це сучасний *підхід*, спрямований на покращення навчання та підвищення зацікавленості учнів у процесі навчання [73, с. 135]. Іншими словами, цей підхід передбачає впровадження такого засобу, як «дидактична гра» в навчальний процес, що сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів та створенню мотиваційного середовища.

Гейміфікація, або ігрофікація, визначається також як використання окремих ігрових елементів у неігрових ситуаціях. При цьому ігрові механізми інтегруються у реальні умови навчання з метою формування позитивної мотивації, стимулювання активності учнів та спрямування їхньої поведінки на досягнення конкретних навчальних результатів [80, с. 74].

У 2003 році Ч. Вебер представив теорію швидкого навчання в швидкозмінному середовищі, яка ґрунтується на поєднанні вивчення обмеженого обсягу навчального матеріалу, що зручно представлено на екрані, та короткострокового навчання [39]. У 2004 році Г. Гаслер ввів поняття «мікро навчання», яке передбачає подачу знань у вигляді коротких фрагментів, що дозволяє ефективно сприймати інформацію завдяки невеликим інтервалам часу [6]. Такий підхід є основою для гейміфікації навчання, оскільки студенти можуть

за допомогою ігор засвоювати матеріал, вдосконалювати свої вміння і перевіряти, наскільки правильно вони засвоїли теоретичні концепції та досягли результатів.

У 2018 році в польській школі міста Глівіце можемо спостерігати ще один приклад гейміфікації, адже було успішно застосовано ігрові методи у вивченні літератури. Учні отримали завдання створити власну гру, засновану на сюжеті літературного твору. Це дозволило дітям, працюючи над грою, глибше зануритися в літературний світ і краще зрозуміти матеріал. Подібний підхід застосував і вчитель географії Девід Гантер, який вирішив змінити традиційний спосіб навчання, створивши інтерактивну гру для учнів, де події відбувалися у світі зомбі. Вона дала змогу учням вивчати географічні аспекти, такі як міграція, рельєф та клімат, щоб виконати завдання гри. В Україні один із перших проєктів, який активно використовує гейміфікацію, – це UNIT Factory, навчальне середовище для 900 студентів, орієнтоване на програмування. Проєкт реалізує метод, позичений у французької школи «42», де студенти вчать один одного з використанням елементів гейміфікації [80, с. 74-75].

Гейміфікація в навчанні показує свою ефективність як інструмент, що підвищує якість засвоєння знань. Приклади з Польщі та України показують, що впровадження ігрових елементів робить навчання цікавішим та стимулює активну долю учнів. Створення ігор за мотивами літературних творів або географічних тем дозволяє учням не лише поглибити знання, а й краще їх усвідомити через інтерактивну взаємодію з матеріалом. Аналогічні підходи успішно працюють і на уроках математики.

Ці приклади свідчать про початок активного використання електронних ресурсів у навчанні, тенденція якого почала набирати популярності з початку 2000-х років і триває до сьогодні. Особливо актуальним це стало після пандемії COVID-19, коли більшість навчальних закладів були змушені перейти на дистанційне навчання. Завдяки цьому технології стали важливою складовою освіти, що дає нові можливості для взаємодії та навчання.

В Україні цей процес триває і зараз, особливо з урахуванням воєнного стану та переходу на змішану або повністю дистанційну форму навчання, коли

використання електронних платформ та інструментів стає критично важливим для забезпечення неперервного навчання. Такі нововведення не лише відповідають на сучасні виклики, а й демонструють, як технології адаптуються до змінних умов, забезпечуючи доступ до освіти навіть у найскладніші години.

Останнім часом ЕОР стали невід'ємною складовою освіти, відкриваючи для вчителів та учнів нові способи покращити якість навчання та підвищити залученість учасників. Технологічний прогрес в освіті сприяв створенню різних видів ЕОР, включаючи відео уроки, інтерактивні завдання, віртуальні лабораторії та інші інструменти, які підтримують активне навчання та допомагають глибше розуміти математичні концепції.

У сучасну освітню епоху ЕОР займають центральне місце у викладанні різних дисциплін, особливо шкільної математики. Швидкий розвиток цифрових технологій значно підвищив інтерактивність, доступність та ефективність використання ІКТ, гарантуючи інтерактивність, адаптивність та підвищену ефективність навчального процесу в кожному застосуванні ІКТ для навчання математики. Засоби графічної візуалізації, включаючи графіку та інтерактивне моделювання, допомагають учням досягти розуміння абстрактних математичних понять [64].

Інтеграція ІКТ в освіту є не лише популярною тенденцією, але й ефективним підходом до організації навчального процесу. Незалежно від того, чи це ділова гра для старшокласників, чи інтерактивна активність для молодших учнів, гейміфіковане навчання значно розширює свої дидактичні можливості завдяки сучасним технологіям. Розробляються не тільки окремі ігрові завдання, а й цілі віртуальні освітні простори, які сприяють підвищенню інтересу до навчання та активному засвоєнню знань. Освітні ігри не тільки сприяють розвитку математичних навичок, але й перетворюють навчальний процес на захоплюючу та приємну діяльність для учнів.

ЕОР мають безліч переваг, таких як доступність. Учні та вчителі завжди можуть отримати доступ до освітніх матеріалів, не зважаючи на час на місцеперебування. Також ЕОР оновлюються значно швидше за традиційні

підручники, що дозволяє мати доступ до найновіших даних, це говорить про перевагу актуальності змісту. Також треба згадати про екологічність, адже використання електронних підручників зменшує споживання паперу та інших природних ресурсів, що сприяє збереженню навколишнього середовища [55].

Враховуючи всі ці переваги, важливо розглянути різноманітність електронних освітніх ресурсів, які активно застосовуються у навчальному процесі. Кожен із них має свої особливості та переваги, що дозволяє викладачам обирати оптимальні інструменти для ефективного викладання. Саме тому варто детальніше зупинитися на таких складових, як гіпертекстові електронні видання, довідкові ресурси, моделюючі програми, демонстраційні засоби, тренажери та системи контролю знань.

Навчальні матеріали у цифровому форматі значно спрощують доступ до необхідної інформації. Гіпертекстові електронні видання, такі як електронні конспекти лекцій або мультимедійні підручники, надають можливість вивчати цілі розділи курсу в інтерактивному форматі [66, с. 42-43]. Вони містять текст, ілюстрації, засоби пошуку, навігації та гіперпосилання, що дозволяють швидко переходити між розділами, звертатися до глосарію чи інших джерел. Такий підхід сприяє більш глибокому засвоєнню матеріалу та розвитку навичок самостійної роботи з інформацією.

Окрім цього, важливу роль відіграють довідкові програмні засоби, які дозволяють отримувати структуровану інформацію з певної теми. До них належать електронні енциклопедії, навчальні бази даних та словники, що допомагають користувачам швидко знаходити необхідні відомості [81, с. 2-3]. Використання таких ресурсів не лише спрощує доступ до інформації, а й розвиває вміння систематизувати знання та працювати з великими масивами даних.

Не менш значущими є моделюючі програмні засоби, які дозволяють створювати інтерактивні моделі процесів, явищ або об'єктів. Вони є незамінними у навчанні природничих та технічних дисциплін, адже дають змогу візуалізувати

складні процеси, змінювати параметри моделей і досліджувати їхню поведінку в різних умовах [81, с. 2-3].

Щоб навчальний процес був не лише інформативним, а й наочним, широко використовуються демонстраційні програмні засоби. Вони включають відеотеки та інтерактивні презентації, що допомагають візуалізувати явища, які складно пояснити словами [81, с. 2-3].

Окрему категорію складають програмні засоби-тренажери, які спрямовані на розвиток практичних навичок. Вони створюють віртуальні навчальні середовища, у яких учні можуть тренувати свої вміння, виконуючи певні дії за заданими алгоритмами [81, с. 2-3]. Такі програми особливо актуальні у сферах, де необхідне відпрацювання процедурних навичок, наприклад, у медицині, авіації чи програмуванні.

Завершальним, але не менш важливим компонентом є системи контролю знань, що забезпечують автоматизовану перевірку рівня засвоєння матеріалу. Тестові програми, платформи оцінювання та адаптивні навчальні системи дозволяють оперативно аналізувати успішність учнів, визначати типові помилки та пропонувати шляхи їх виправлення [81, с. 2-3]. Це не лише спрощує роботу викладача, а й допомагає учням контролювати власний прогрес у навчанні.

Таким чином, використання різних видів електронних освітніх ресурсів відкриває нові можливості для організації навчального процесу, роблячи його більш доступним, інтерактивним та ефективним. У наступних розділах будуть розглянуті конкретні приклади їх застосування.

Різноманіття ЕОР зумовлює необхідність їхньої чіткої класифікації, що допомагає ефективно інтегрувати їх у навчальний процес. Чітке розмежування ЕОР за різними критеріями дає змогу педагогам та учням обирати найбільш відповідні ресурси для конкретних навчальних завдань. Сучасні технічні можливості та запити суспільства спричиняють появу нових типів ЕОР, тому існуючі класифікації потребують регулярного перегляду та оновлення [67, с. 38]. Освітня наука має оперативно реагувати на сучасні виклики, зокрема через удосконалення системи класифікації електронних ресурсів.

Одним із підходів до класифікації ЕОР є поділ за методичним призначенням. Відповідно до цього критерію виділяють такі категорії ресурсів:

- навчаючі (що забезпечують подання нового матеріалу);
- тренажери (призначені для відпрацювання навичок);
- контролюючі (спрямовані на перевірку знань);
- інформаційно-пошукові (допомагають знаходити та систематизувати інформацію);
- імітаційно-моделюючі (дають змогу працювати з моделями процесів або явищ);
- навчально-ігрові (поєднують навчання з ігровими елементами);
- творчі середовища (створені для реалізації власних проєктів користувачами);
- ресурси зворотного зв'язку та рефлексії (дозволяють аналізувати досягнення та будувати подальший освітній маршрут) [67, с. 40].

Інший підхід базується на функціональному призначенні ЕОР. Згідно з цим критерієм, освітні ресурси поділяються на:

- навчально-методичні (що містять як теоретичні, так і практичні матеріали для навчання);
- методичні (орієнтовані на викладачів і допомагають у плануванні занять);
- навчальні (безпосередньо призначені для учнів), допоміжні (слугують додатковими засобами підтримки навчання);
- контролюючі (призначені для перевірки знань та оцінювання результатів навчання) [51, с. 20].

Третій підхід до класифікації ЕОР ґрунтується на типах діяльності. Виділяються такі види ЕОР:

- гіпертекстові електронні видання (електронні конспекти лекцій, мультимедійні підручники);
- довідкові програмні засоби (навчальні бази даних);
- моделюючі програмні засоби (інтерактивні імітаційні моделі, бібліотеки моделей);

- демонстраційні програмні засоби (відеотеки),
- програмні засоби-тренажери (віртуальні навчальні середовища);
- системи контролю знань (тестові програми, засоби оцінювання знань) [56, с. 127-128].

Класифікація ЕОР є важливим інструментом для їхньої ефективності у використанні у навчальному процесі. Вона допомагає не лише систематизувати наявні ЕОР, а й обрати оптимальні інструменти для досягнення навчальних цілей. Представлені три класифікації не охоплюють усього розмаїття підходів, проте вони є одними з найпоширеніших та найважливіших у сучасній педагогічній практиці. Інші класифікації зазвичай ґрунтуються на схожих принципах і доповнюють існуючі методи систематизації. Перша класифікація, запропонована Манжула А. М., не відповідає вимогам сучасних підходів до класифікації ЕОР, а друга, автора Гладун М. А., не охоплює типи ЕОР, які будуть детально розглянуті в подальшій частині роботи. Візьмемо за основу класифікацію, запропоновану Женченко М., Женченко І. В., Мельник О. та Приходою Я. [56, с. 127-128], оскільки наведені межі між ЕОР є найбільш чіткими.

Завдяки розподілу за різними критеріями можна визначити найдоцільніші ресурси для конкретних завдань – від презентації нового матеріалу до контролю знань чи створення інтерактивного освітнього середовища. Крім того, правильне розуміння класифікації сприяє розвитку сучасних підходів до навчання, інтеграції цифрових технологій у педагогічну практику та підвищенню ефективності освітнього процесу.

Результати дослідження, проведеного мною у співавторстві з К. Польгун [74], були апробовані у статті, присвяченій аналізу інформаційно-комунікаційних систем і сервісів у формуванні математичної компетентності учнів. У роботі доведено, що впровадження сучасних електронних ресурсів (*Google Classroom*, *GeoGebra*, *Desmos* тощо) сприяє розвитку критичного мислення, аналітичних умінь і підвищенню ефективності навчального процесу.

Ці положення стали теоретичним підґрунтям даної дипломної роботи, зокрема у визначенні ролі ІКТ як складової розвитку математичної компетентності в профільній школі.

Таким чином, ЕОР, інтегровані з дидактичними іграми, стають потужним інструментом сучасної освіти, забезпечуючи не лише доступність знань, але й сприяючи активному та інтерактивному навчанню. Завдяки таким інструментам учні отримують можливість не лише засвоювати матеріал, але й активно застосовувати знання на практиці, що робить навчальний процес більш захопливим і продуктивним.

1.2. Дидактичні засади використання електронних навчальних ресурсів

В умовах пандемії COVID-19 та введення воєнного стану в Україні особливе значення набули дистанційні та змішані форми навчання. Перед педагогами гостро постає завдання цифровізації та гейміфікації освітнього процесу. Дистанційне навчання вимагає від викладачів значних зусиль, оскільки створює низку викликів, які змушують їх активно працювати над навчально-методичними матеріалами, шукати нові ефективні підходи до урізноманітнення занять, залучення уваги здобувачів освіти та впровадження інноваційних способів подання традиційного матеріалу [48]. Зокрема, це стосується підготовки інструкцій, вирішення питань щодо забезпечення доступу до навчальних матеріалів у позаурочний час.

Сучасна дидактика визначає ЕОР як засоби реалізації принципів науковості, доступності, наочності, інтерактивності та індивідуалізації навчання. ЕОР забезпечують динамічну візуалізацію математичних понять, моделювання реальних процесів і створення ситуацій дослідження, що сприяє формуванню глибшого розуміння навчального матеріалу. Використання таких ресурсів відповідає концепції компетентісно-орієнтованого навчання, адже вони дозволяють не лише засвоювати готову інформацію, а й активно діяти, шукати закономірності, аналізувати результати, робити узагальнення.

Однією з головних дидактичних засад використання ЕОР є відповідність виду ресурсу конкретному етапу уроку. На етапі актуалізації опорних знань ефективними є ресурси, що забезпечують швидкий зворотний зв'язок та перевірку рівня попередньої підготовки учнів. Їх основна мета – створити мотиваційне тло, допомогти виявити прогалини у знаннях та налаштувати учнів на подальшу пізнавальну діяльність. Застосування коротких інтерактивних завдань у цей момент уроку сприяє розвитку уваги, швидкості мислення та самоконтролю.

На етапі пояснення нового матеріалу доцільно використовувати ресурси, які забезпечують візуалізацію абстрактних понять, демонстрацію процесів і явищ. Дидактична мета таких засобів полягає у формуванні в учнів здатності бачити зв'язки між математичними об'єктами, розуміти логіку їхньої побудови та взаємозалежність. Інтерактивні моделі дозволяють переходити від конкретного прикладу до узагальнення, що сприяє розвитку аналітичного та критичного мислення.

На етапі закріплення знань доцільно використовувати тренувальні ресурси, які містять серії завдань із поступовим підвищенням рівня складності. Їх дидактична функція полягає у формуванні навичок застосування знань у нових ситуаціях. Використання автоматизованих тренажерів, дозволяє учням отримувати миттєвий зворотний зв'язок, що стимулює самостійність і відповідальність за результати.

На етапі рефлексії та оцінювання навчальних досягнень ефективними є ресурси, які забезпечують аналітичну візуалізацію результатів діяльності. Вони сприяють розвитку предметних умінь – здатності оцінювати власний прогрес, аналізувати помилки, планувати подальшу освітню траєкторію.

Результати, отримані у співавторстві мною з К. Польгун [74], доводять, що системне використання інформаційно-комунікаційних сервісів у навчанні математики дозволяє поєднувати індивідуальні й групові форми роботи, створюючи умови для взаємодії, співпраці та рефлексії. Застосування таких

ресурсів забезпечує розвиток комунікативної та інформаційної компетентностей, що є невід'ємною складовою математичної компетентності здобувачів освіти.

Власні дослідження показали, що особливої уваги потребує гейміфікація навчального процесу, яка не зводиться лише до використання ігрових завдань, а передбачає створення цілісного мотиваційного середовища. Як зазначено у моїй доповіді [65], використання елементів гри на різних етапах уроку – балів, рейтингів, досягнень – сприяє підвищенню інтересу учнів до предмета, розвитку відповідальності та здатності до самоконтролю. Гейміфікація виступає засобом реалізації принципів активності, емоційності та співробітництва у навчанні.

Крім того, ЕОР створюють умови для диференціації та індивідуалізації навчання. Учитель може пропонувати різнорівневі завдання, враховуючи темп і стиль навчальної діяльності кожного учня. Такий підхід відповідає принципу гуманізації освіти, оскільки дозволяє враховувати особистісні потреби та можливості здобувачів освіти.

Важливим дидактичним аспектом є інтерактивність – можливість безпосередньої взаємодії учня з навчальним матеріалом. Саме ця властивість електронних ресурсів перетворює пасивне сприйняття інформації на активну діяльність. Учень не просто спостерігає за розв'язанням задачі, а самостійно змінює параметри, експериментує, перевіряє гіпотези. Таким чином формується дослідницький тип мислення, що відповідає сучасним вимогам STEM-освіти.

Ефективне використання ЕОР передбачає дотримання певних дидактичних принципів:

1. Науковість і системність – забезпечення відповідності змісту навчальних матеріалів сучасному рівню розвитку математичної науки.
2. Наочність – використання мультимедійних і візуалізованих елементів, що сприяють кращому засвоєнню складних понять.
3. Доступність – урахування рівня підготовки учнів та створення умов для поступового ускладнення завдань.
4. Інтерактивність і зворотний зв'язок – активна участь учнів у навчальному процесі через комунікацію із системою чи викладачем.

5. Індивідуалізація – можливість адаптації навчального контенту під особисті освітні потреби [67, с. 41].

Таким чином, дидактичні засади використання електронних навчальних ресурсів у навчанні математики полягають у поєднанні різних видів ресурсів на всіх етапах уроку відповідно до їхніх функцій. Це дозволяє підвищити мотивацію, активізувати пізнавальну діяльність, сприяти розвитку аналітичного, логічного та критичного мислення учнів. Власна апробація результатів дослідження підтвердила, що грамотне використання ЕНР створює умови для реалізації принципів інтегрованого, діяльнісного та компетентнісного підходів у математичній освіті.

1.3. Методичні підходи до впровадження електронних ресурсів

На сьогодні освітній процес сильно пов'язаний із використанням сучасних ЕОР, які значно розширюють можливості освітнього процесу. Електронні ресурси стали важливою частиною навчання, адже вони роблять його більш зручним, доступним і адаптованим до потреб кожного студента. Цифрові інструменти допомагають урізноманітнити заняття, покращити взаємодію між учасниками освітнього процесу та впровадити нові способи подання матеріалу, що особливо актуально під час дистанційного або змішаного навчання.

Зважаючи на раніше розглянуту класифікацію електронних освітніх ресурсів, важливо проілюструвати її конкретними прикладами.

Таблиця 1.1.

Класи- фікація \ Клас	10 клас		11 клас	
	Алгебра	Геометрія	Алгебра	Геометрія
Гіпертекстові електронні видання	<i>Khan Academy</i> ; ВШО.	<i>Khan Academy</i> ; ВШО.	<i>Khan Academy</i> ; ВШО.	<i>Khan Academy</i> ; ВШО.
Довідкові програмні засоби	ВШО; <i>Wikipedia</i> ;	ВШО; <i>Wikipedia</i> ;	ВШО; <i>Wikipedia</i> ;	ВШО; <i>Wikipedia</i> ;

	довідник з математики (авт. Сандовенко), <i>Cubens</i> ; довідник «Таблиці та формули».	довідник з математики (авт. Сандовенко), довідник «Таблиці та формули».	довідник з математики (авт. Сандовенко), <i>Cubens</i> ; довідник «Таблиці та формули».	довідник з математики (авт. Сандовенко), довідник «Таблиці та формули».
Моделюючі програмні засоби	<i>Geogebra; Desmos; Wolfram Alpha; Mathigon Polypad; Clevermaths; PhET Interactive Simulations.</i>	<i>Geogebra; Desmos; Mathigon Polypad; Clevermaths.</i>	<i>Geogebra; Desmos; Wolfram Alpha; Mathigon Polypad; Clevermaths PhET Interactive Simulations.</i>	<i>Geogebra; Desmos; Mathigon Polypad; Clevermaths; «Віртуальна геометрична майстерня».</i>
Демонстраційні програмні засоби	<i>Geogebra; Desmos; Mathigon Polypad; Lumio; PhET Interactive Simulations; YouTube-канал «Топ Школа»; TikTok-сторінка «turbozno. School»; Instagram-сторінка «ЗНОХАБ».</i>	<i>Geogebra; Desmos; Mathigon Polypad; Lumio; YouTube-канал «Топ Школа»; TikTok-сторінка «turbozno. School»; Instagram-сторінка «ЗНОХАБ».</i>	<i>Geogebra; Desmos; Mathigon Polypad; Lumio; PhET Interactive Simulations; YouTube-канал «Топ Школа»; TikTok-сторінка «turbozno. School»; Instagram-сторінка «ЗНОХАБ».</i>	<i>Geogebra; Desmos; Mathigon Polypad; Lumio; YouTube-канал «Топ Школа»; TikTok-сторінка «turbozno. School»; Instagram-сторінка «ЗНОХАБ».</i>
Програмні засоби-тренажери	<i>Mangahigh; IXL Math; Kahoot!; LearningApps; Quizziz; Gimkit; Quizgecko; Складу НМТ. Складу ЗНО; ЗНО-ОНЛАЙН (тренувальні вправи).</i>	<i>Kahoot!; LearningApps; Quizziz; Gimkit; Quizgecko; Складу НМТ. Складу ЗНО; ЗНО-ОНЛАЙН (тренувальні вправи).</i>	<i>Mangahigh; IXL Math; Kahoot!; LearningApps; Quizziz; Gimkit; Quizgecko; Складу НМТ. Складу ЗНО; ЗНО-ОНЛАЙН (тренувальні вправи).</i>	<i>Kahoot!; LearningApps; Quizziz; Gimkit; Quizgecko; Складу НМТ. Складу ЗНО; ЗНО-ОНЛАЙН (тренувальні вправи).</i>
Системи контролю знань	<i>Riddle; Складу НМТ. Складу ЗНО; ЗНО-ОНЛАЙН (загальні тести з балами).</i>	<i>Riddle; Складу НМТ. Складу ЗНО; ЗНО-ОНЛАЙН (загальні тести з балами).</i>	<i>Riddle; Складу НМТ. Складу ЗНО; ЗНО-ОНЛАЙН (загальні тести з балами).</i>	<i>Riddle; Складу НМТ. Складу ЗНО; ЗНО-ОНЛАЙН (загальні тести з балами).</i>

Використання ІКТ також відкриває багато можливостей для творчого підходу до навчання. З цифровою допомогою можна створювати цікаві та інтерактивні завдання, полегшувати доступ до навчальних матеріалів і робити заняття більш ефективними. Але для цього потрібно розуміти, як правильно використовувати такі інструменти. Тому дуже важливо мати чітке уявлення про методичні підходи, які допомагають обирати та застосовувати найбільш зручні та корисні ресурси. Далі розглянемо наведені в таблиці вище приклади ЕОР.

1. *Geogebra* [7] – це потужна платформа для інтерактивного вивчення математики з акцентом на геометрію, алгебру та графіки.

Це інтерактивний засіб, який дозволяє учням візуалізувати свої знання з різних математичних тем, що сприяє покращенню математичних концепцій. Також цей додаток є зручним та простим у використанні: простий дизайн, зрозумілий інтерфейс, є доступним для всіх учнів з різним рівнем підготовки. Таким чином сприятливий до використання на уроках з індивідуальним підходом до навчання для різних учнів. *GeoGebra* є багатофункціональний додаток, що функціонує з іншими Інтернет ресурсами.

2. *Desmos* [5] – інтуїтивний онлайн-калькулятор і графічний інструмент, ідеальний для аналізу функцій і побудови графіків.

Цей додаток ідентичний *GeoGebra*. Так само легкий для розуміння інтерфейс, одразу з першого погляду видно, як користуватися функціями; учні можуть візуалізувати графіки функцій, рівняння та нерівності. Також програма підтримує полярні координати. Різниця з *GeoGebra* полягає в тому, що ця програма має більш обмежені можливості для роботи з алгеброю та геометрією. Але основною та суттєвою відмінністю є той факт, що *Desmos* не підтримується в оффлайн режимі, немає додатку для скачування на мобільний пристрій або смартфон. Це абсолютно точно обмежує можливості користування програми для розв'язання математичних задач.

По відношенню до цих двох прикладів ЕОР, можна зробити висновок. *Desmos* – легкий і швидкий інструмент для розв'язування та візуалізації задач на функції, що підходить більш для шкільного рівня. *GeoGebra* – сформований

більше для вищої математики, математичної статистики та 3D моделювання, це потужна універсальна програма, яка не потребує Інтернет підключення у випадку завантажування додатку заздалегідь.

3. *Wolfram Alpha* [43] – це комп'ютерна система, яка виконує складні математичні обчислення та надає точні наукові відповіді.

Цей електронний ресурс має великий потенціал та популярний серед студентів, вчителів та майбутніх науковців. Велика кількість функцій, деталізоване розв'язання поставленої задачі, візуалізація графіків і все це безкоштовно. Додаток схоже на розповсюджену модель штучного інтелекту (ШІ), наприклад *ChatGPT*, але у математичній сфері. При заданні у пошуковий строку задачі від користувача, програма, використовуючи свою базу знань і обчислювальні алгоритми розписує кроки розв'язання.

Програма підтримує як і алгебраїчні рівняння, так і диференціальна та інтегральні; їх системи рівнянь та нерівностей. Також будує 2D та 3D графіки; розв'язує завдання математичної статистики та теорії ймовірності; задачі теорії чисел. Більш того, *Wolfram Alpha* допомагає і з іншими науками, такими як: фізика, хімія, астрономія, програмування та інформатика, економіка та фінанси.

4. *Mangahigh* [24] – це ігрова платформа для математики, що стимулює учнів через навчальні ігри та інтерактивні завдання.

Цей додаток має можливість об'єднати математичні завдання з інтерактивними завданнями. Особливість цієї платформи в тому, що вона самостійно підлаштовується під рівень знань учня і підбирає завдання за обраною темою, опираючись на рівень складності. Розв'язуючи завдання учні отримують нагороди, а саме бали та медалі. Це мотивує та спонукає до перемоги в інтерактивних математичних змаганнях.

5. *Mathigon Polypad* [25] – візуальний інструмент для інтерактивної роботи з математичними моделями, формулами та геометрією.

Сама платформа *Mathigon* створена більш для початкових та середніх класів, так як тут ми бачимо інтерактивні ігри, такі як «Тетріс», «Оригамі», «Кросворд» тощо. Але на базі цієї платформи є *Polypad*, яка являє собою дошку

з різноманітними математичними функціями. Ця дошка має можливості для таких інтерактивних інструментів: геометричні побудови фігур (як і планіметрії, так і стереометрії); маніпуляція точками, створення різних за складністю моделей (2D і 3D); візуалізація алгебраїчних рівнянь і систем рівнянь; побудова графіків функцій у 2D і 3D – просторі; числові операції над дробами, відсотками та іншими арифметичними операціями; створення завдань для розвитку логічного мислення (оригамі, пазл тощо). Платформа має в собі також багато готових шаблонів до уроків, які вчитель може використовувати.

6. *Lumio* [23] – платформа для інтерактивних уроків, яка підтримує візуалізацію матеріалів і організацію групової роботи.

Ця платформа зосереджена не лише на математиці, тут є загальний доступ до створення інтерактивних вправ, презентацій та інших технологічних елементів уроку з будь-яких тем різних дисциплін. Але є і математичний підрозділ. Є можливість візуалізації геометричних задач та візуалізації алгебраїчних задач.

Також *Lumio* співпрацює з *GeoGebra* та *Desmos*. Тобто можна завантажити на створений інтегрований урок на платформі *Lumio* завдання з *GeoGebra* та *Desmos* для того, щоб створити непереривну презентацію під час проведення уроку та залучити більше учнів.

7. *Khan Academy* [18] – збірка відеоуроків і математичних завдань різних рівнів складності.

Завдяки цим матеріалам користувачі можуть як вивчати нові теми, так і закріплювати свої знання через практичні завдання. Платформа пропонує також і вправи для засвоєння набутих знань після перегляді відеоуроків та конспектів теми. Наявне персоналізоване навчання, яке підлаштовується під рівень знань учня та адаптується під темп навчання.

Khan Academy пропонує повноцінний курс математики для учнів 10-11 класів, охоплюючи теми алгебри, геометрії, тригонометрії, математичного аналізу та ймовірності. Уроки представлені у форматі відео з детальними поясненнями теоретичних аспектів та прикладами розв'язання задач. Після

кожного уроку учні можуть закріпити знання за допомогою інтерактивних вправ, які містять миттєвий зворотний зв'язок та підказки. Завдяки цьому можна навчатися у власному темпі, повертаючись до складних тем стільки разів, скільки потрібно.

Особливістю платформи є адаптивне тестування, яке допомагає виявити прогалини у знаннях і запропонувати відповідні теми для повторення. Крім стандартної шкільної програми, *Khan Academy* містить підготовчі курси до міжнародних іспитів, що може бути корисним для учнів, які планують навчання за кордоном. Додатково платформа має систему досягнень і мотиваційних нагород, що робить процес навчання цікавішим і допомагає зберігати мотивацію.

8. *IXL Math* [14] – платформа, яка пропонує широкий вибір математичних завдань, адаптованих для учнів різного віку, а також забезпечує детальний зворотний зв'язок і надає індивідуальні рекомендації, спрямовані на вдосконалення математичних навичок.

Платформа використовує адаптивну систему навчання, що підлаштовується під кожного учня, пропонуючи завдання відповідно до його успіхів і помилок. Платформа включає аналітичні інструменти для вчителів, що дозволяють відстежувати прогрес і виявляти слабкі місця учнів. Завдяки системі мотивації, нагород і інтерактивного підходу, *IXL Math* допомагає зробити процес навчання ефективнішим та цікавішим.

9. *Clevermaths* [1] – освітній інструмент для розв'язання задач і покрокового пояснення рішень, що підходить для персоналізованого навчання. Є велика кількість лінійок, тобто можна наглядно показати побудову фігури. На платформі є шаблони геометричних фігур, графіку функцій.

10. *PhET Interactive Simulations* [28] – цей ресурс являє собою комплекс інтерактивних моделей, призначених для вивчення природничих наук та математики. За допомогою даного інструменту учні мають можливість досліджувати математичні залежності шляхом модифікації параметрів, аналізувати отримані результати та виконувати різноманітні завдання.

Освітня платформа пропонує візуальні моделі фізичних, хімічних, біологічних і математичних явищ, що дозволяє учням краще розуміти складні концепції через експериментальний підхід. Симуляції доступні безкоштовно. Вони підтримують різні платформи, зокрема комп'ютери, планшети та мобільні пристрої. *PhET* є ефективним інструментом для пояснення абстрактних наукових концепцій, розвитку критичного мислення та заохочення учнів до досліджень через взаємодію з моделями реальних процесів.

11. *Kahoot!* [17] – це інтерактивна платформа для навчання, яка дозволяє створювати вікторини, тести, опитування та навчальні ігри, що допомагають зробити освітній процес цікавішим і ефективнішим.

Дана платформа використовується в школах, університетах та навіть на тренінгах у компаніях. Учні або учасники можуть приєднуватися до гри через спеціальний код, використовуючи смартфони, планшети чи комп'ютери, а відповіді подаються у форматі вибору правильної відповіді або інших інтерактивних завдань.

Основна перевага *Kahoot!* – це гейміфікація навчання, яка сприяє підвищенню мотивації та залученню учнів. Вчителі можуть створювати власні вікторини або використовувати готові тести з бібліотеки платформи. Крім того, *Kahoot!* дозволяє відстежувати результати учасників, що допомагає аналізувати їхні успіхи та прогалини у знаннях. Платформа підтримує індивідуальне та групове навчання, а також може використовуватися для дистанційного навчання.

12. *LearningApps* [21] – це онлайн-платформа для створення інтерактивних навчальних завдань, яка допомагає учням покращувати навчальний процес через гру та активну взаємодію. Вона містить широкий вибір шаблонів для різних типів вправ, таких як вікторини, пазл, кросворди, класифікація, заповнення пропусків тощо.

Основна перевага *LearningApps* – гнучкість у створенні власних навчальних матеріалів. Користувачі можуть використовувати готові вправи або розробляти власні, адаптуючи їх під конкретні навчальні цілі та рівень підготовки учнів. Платформа є безкоштовною та підтримує різні формати навчання – її

можна використовувати для індивідуальної роботи, групових занять чи дистанційного навчання. Вона також інтегрується з іншими освітніми ресурсами, що робить її зручною для використання в сучасному навчальному середовищі. Завдяки інтерактивному підходу, *LearningApps* сприяє розвитку критичного мислення, закріпленню знань у цікавій формі та підвищенню мотивації до навчання.

13. *Quizziz* [34] – це інтерактивна платформа для створення та проведення вікторин, тестів і навчальних ігор.

Головною особливістю *Quizizz* є можливість проходження тестів у власному темпі. Учні можуть відповідати на запитання на своїх пристроях, отримуючи миттєвий зворотний зв'язок. Викладачі можуть аналізувати результати в реальному часі та переглядати детальну статистику, що допомагає визначити прогалини в знаннях.

Платформа підтримує різні режими проведення тестів: у класі, для домашньої роботи або у формі живої гри. Крім того, *Quizizz* інтегрується з популярними освітніми сервісами, такими як *Google Classroom*. Завдяки ігровим елементам, таким як рейтинги, аватари та меми після кожної відповіді, *Quizizz* робить навчання цікавим і мотивуючим для учнів будь-якого віку.

14. *Gimkit* [8] – це інтерактивна навчальна платформа, створена учнем для учнів, яка поєднує елементи вікторин і стратегічних ігор.

Головною особливістю *Gimkit* є система віртуальних грошей: учні заробляють їх за правильні відповіді та можуть інвестувати в бонуси, покращення або тактику для перемоги. Це додає елемент стратегії, що робить навчання більш захопливим. Платформа підтримує різні режими гри, зокрема індивідуальні та командні змагання, а також асинхронні завдання, які можна проходити у власному темпі.

15. *Riddle* [36] – це онлайн-платформа з інтерактивними вікторинами, тестами, опитуваннями і лід-формами.

Це зручна платформа для учнів, яка дозволяє грати в інтерактивні вікторини, тести та опитування. Вона допомагає засвоювати нові знання у цікавій

ігровій формі, а миттєвий зворотний зв'язок дає можливість одразу дізнаватися правильні відповіді та виправляти помилки. Завдяки різноманітним форматам запитань, візуальним елементам і таймерам навчання стає динамічним та захопливим. Учень може використовувати *Riddle* для самоперевірки, повторення матеріалу або підготовки до тестів, що робить процес навчання більш ефективним та мотивуючим.

16. *Quizgecko* [30] – це онлайн-інструмент для учнів, який дозволяє проходити інтерактивні вікторини та тести для кращого засвоєння навчального матеріалу.

Платформа використовує штучний інтелект для створення запитань на основі текстів, що робить її корисною для самопідготовки та повторення вивченого. Учні можуть відповідати на запитання у різних форматах: вибір правильної відповіді, заповнення пропусків, відкриті відповіді та відповідність. Завдяки цьому можна тренувати не лише пам'ять, а й аналітичне мислення. *Quizgecko* допомагає перевіряти знання з математики та адаптує запитання під складність матеріалу. Це корисний інструмент для підготовки до тестів, екзаменів або просто закріплення знань у зручному форматі.

17. *Wikipedia* [42] – це безкоштовна онлайн-енциклопедія, яка містить величезну кількість статей на різні теми, зокрема й з математики. Вона є одним із найпопулярніших джерел інформації для учнів 10-11 класів, які шукають пояснення теорій, формул та математичних понять.

Для вивчення математики *Wikipedia* пропонує детальні статті про різні розділи, такі як алгебра, геометрія, тригонометрія, математичний аналіз та ймовірність. Учні можуть знайти визначення, історичні довідки, приклади розв'язання задач і навіть математичні докази. Це особливо корисно при підготовці до контрольних робіт, олімпіад або зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) або національного мультипредметного тесту (НМТ). Однією з переваг *Wikipedia* є інтегрованість статей – можна легко переходити між пов'язаними темами, розширюючи своє розуміння предмета. Також у статтях часто містяться посилання на додаткові ресурси, що допомагає знайти більш

глибокі пояснення та практичні завдання. Проте варто пам'ятати, що *Wikipedia* не завжди містить достатню кількість прикладів розв'язання задач, тому її краще використовувати разом з іншими джерелами, такими як онлайн-курси, підручники та інтерактивні платформи для практики.

18. *Складу НМТ. Складу ЗНО* [76] – це сайт, створений вчителями, який пропонує не лише завдання за математичними темами, але й пробні тести для підготовки до НМТ та ЗНО. Кожного місяця оновлюються нові тести, що дає можливість учням постійно тренуватися і перевіряти свої знання. Платформа є корисним інструментом для самостійної роботи та підготовки до іспитів, з інтерфейсом, який легко зрозуміти і використовувати для вдосконалення математичних навичок.

19. *ЗНО-ОНЛАЙН* [57], [58] – це онлайн-платформа, яка надає учням можливість ефективно готуватися до ЗНО та НМТ.

На сайті доступні тести за усіма предметами, що були на ЗНО з 2008 року, а також демонстраційні варіанти, що постійно оновлюються після проведення офіційних тестувань в Україні. Це дозволяє учням отримувати актуальну інформацію та тестові завдання, які максимально наближені до реальних умов.

Однією з основних особливостей платформи є наявність тренажерів. Ці інструменти дозволяють учням обирати завдання з попередніх тестів за обраною темою, що значно підвищує ефективність підготовки. Тренажери допомагають не тільки відпрацьовувати конкретні теми, а й визначати рівень готовності до іспиту, оскільки після кожного тесту можна отримати результат у вигляді балів. Це дає змогу коригувати процес підготовки, фокусуючись на слабких місцях та покращуючи загальний рівень знань. Цей сайт є зручним інструментом для самостійного навчання, що підтримує як учнів, які проходять підготовку до ЗНО, так і тих, хто хоче оцінити свій прогрес і адаптувати свою підготовку відповідно до поточних результатів. Веб-сайт також регулярно оновлюється, щоб забезпечити доступ до актуальних тестів та демонстраційних варіантів, що робить платформу надзвичайно корисною для майбутніх абітурієнтів.

20. Всеукраїнська школа онлайн (ВШО) [49] – це освітня платформа, яка була створена для забезпечення дистанційного навчання в Україні. ВШО пропонує безкоштовний доступ до онлайн-уроків для учнів з 1 по 11 клас. Платформа була запущена Міністерством освіти і науки України з метою підтримки учнів під час пандемії та забезпечення рівного доступу до освіти в умовах дистанційного навчання.

На платформі представлені відеоуроки з різних предметів, включаючи математику. Заняття створені за програмами, затвердженими Міністерством освіти і науки України (МОН), і орієнтовані на загальноосвітні школи. Вони допомагають учням засвоювати матеріал у зручному форматі, з можливістю переглядати відео в будь-який час, що дає можливість гнучко підходити до навчання. Платформа також пропонує інтерактивні завдання та тестування, що дозволяє учням перевіряти свої знання та закріплювати матеріал. ВШО підтримує інтерактивний підхід до навчання, що робить його більш цікавим і доступним.

21. *YouTube*-канал «Топ Школа» [46] – це освітній канал, спрямований на допомогу учням, які готуються до ЗНО та інших іспитів з математики. Канал пропонує велику кількість відеоуроків, у яких детально пояснюються різні математичні теми, задачі та формули. Відео на каналі охоплюють основні розділи шкільної програми, від алгебри та геометрії до математичного аналізу та теорії ймовірностей.

Особливістю каналу є його орієнтація на тих, хто готується до ЗНО та НМТ, тому всі уроки зосереджені на вимогах, які ставляться до абітурієнтів під час тестування. Відеоуроки доступні для учнів різних класів, і кожен ролик відповідає конкретній темі, що дає можливість систематично та поетапно готуватися до іспитів. Окрім теоретичних матеріалів, канал пропонує багато практичних завдань, що дають можливість учням відпрацьовувати навички розв'язування задач і перевіряти свої знання. Канал також має добірки задач із реальних ЗНО та НМТ, що дає можливість учням відчувати справжню атмосферу іспиту. Завдяки доступності і зрозумілим поясненням відеоуроків каналу «Топ

Школа» стають корисним ресурсом для підготовки до ЗНО та НМТ, допомагаючи учням підвищити рівень своїх знань з математики та здобути високі бали на іспиті.

22. *TikTok*-сторінка «turbozno.school ПІДГОТОВКА ДО НМТ/ЗНО» [37] – це ресурс, який допомагає учням готуватися до ЗНО та НМТ. На сторінці публікуються короткі, але інформативні відео, що містять корисні поради, лайфхаки та стратегії для ефективної підготовки до іспитів.

Відео на сторінці охоплюють різні аспекти підготовки, включаючи розбір типових завдань, відповіді на найпоширеніші питання, а також методи швидкого запам'ятовування матеріалу. Контент представлений у вигляді швидких та доступних відео, що дозволяє учням засвоювати важливі теми навіть у форматі коротких переглядів. Сторінка також має мотиваційний характер, допомагаючи учням зберігати концентрацію та організованість під час підготовки до ЗНО та НМТ. Це ідеальний формат для тих, хто хоче отримувати корисну інформацію в доступному і легкому для сприйняття вигляді, використовуючи популярну платформу *TikTok*.

23. *Instagram*-сторінка «ЗНОХАБ: онлайн-школа якісної підготовки до НМТ» [9] – це освітній ресурс, який пропонує учням допомогу в підготовці до ЗНО та НМТ через зручний формат соціальної мережі *Instagram*. На сторінці публікуються корисні пости, відео, що охоплюють різні аспекти підготовки до іспитів.

Контент сторінки включає матеріали з теоретичними роз'ясненнями, корисними порадами щодо вирішення типових завдань, а також мотиваційні пости, що допомагають учням підтримувати високий рівень підготовки. Крім того, на сторінці часто проводяться прямі ефіри, де фахівці відповідають на питання абітурієнтів, проводять міні-уроки та дають рекомендації щодо підготовки до ЗНО та НМТ. «ЗНОХАБ» активно взаємодіє зі своєю аудиторією, створюючи цікаву та корисну інформацію в інтерактивному форматі, що допомагає учням легко засвоювати матеріал і організувати свою підготовку.

Сторінка є корисним ресурсом для тих, хто хоче ефективно підготуватися до іспитів у форматі, зручному для сучасних користувачів соцмереж.

24. Довідник з математики (автор Сергій Сандовенко) [54] – це додаток для скачування, який надає учням доступ до корисної інформації з математики. Додаток був розроблений Сергієм Сандовенком, і він має на меті допомогти учням 10-11 класів у вивченні та засвоєнні математичних тем, що входять до шкільної програми.

Додаток містить детальні пояснення з різних математичних розділів, таких як алгебра, геометрія, тригонометрія, функції, рівняння та нерівності. Крім теоретичних матеріалів, користувачі можуть знайти приклади розв’язків задач, що допомагають краще зрозуміти принципи розв’язування математичних задач. Цей додаток є зручним інструментом для самостійної підготовки, оскільки користувачі можуть отримати швидкий доступ до матеріалів та використовувати їх для практики або для підготовки до іспитів, таких як ЗНО та НМТ. Він також підтримує інтерактивний формат, що дозволяє учням перевіряти свої знання та вдосконалювати навички.

25. *Cubens* [3] – це онлайн-платформа, яка пропонує широкі можливості для вивчення та повторення різних тем з математики. Довідник містить детальні пояснення теоретичних матеріалів, приклади розв’язків задач і вправ з усіх основних розділів математики: алгебри, геометрії, тригонометрії, аналізу та інших.

Платформа надає зручний доступ до матеріалів через інтуїтивно зрозумілий інтерфейс, що дозволяє учням легко знайти необхідну інформацію. Тут можна знайти не лише теоретичні матеріали, а й завдання для самостійної роботи, що допомагає краще засвоїти вивчений матеріал і підготуватися до тестів чи іспитів. *Cubens* також пропонує зручну структуру навчання, що дозволяє учням систематично освоювати нові теми та застосовувати їх на практиці. Це особливо корисно для учнів, які готуються до ЗНО або інших державних іспитів з математики.

26. «Віртуальна геометрична майстерня» [47] – це авторська освітня VR-розробка моделей, створена для інтерактивного вивчення правильних багатогранників, зокрема призм та пірамід.

Проект реалізований на основі технології *A-Frame*, він дозволяє учням на уроках математики зануритися у віртуальне 3D-середовище, де можна вивчати форми, структуру та властивості геометричних тіл у динаміці. Сцена доступна на мобільних пристроях та комп'ютерах прямо через браузер без необхідності встановлення додаткового ПЗ.

Користувач може змінювати параметри фігур у реальному часі, перевіряти правильність обчислень геометричних величин та взаємодіяти з конструктором призми та піраміди з будь-якою кількістю граней. Проект є не лише візуально привабливим, а й методично продуманим інструментом для поглибленого засвоєння просторового розуміння в геометрії.

27. Довідник «Таблиці та формули з математики» [53] – це онлайн-ресурс, який надає учням доступ до широкого спектру математичних формул і таблиць, що є необхідними для вивчення різних тем з математики. Цей довідник охоплює основні математичні операції, функції, геометричні формули, а також таблиці для обчислення значень тригонометричних функцій, логарифмів і інші важливі математичні дані.

Ресурс є корисним для учнів, оскільки всі формули і таблиці зібрані в одному місці, що дозволяє швидко знайти потрібну інформацію під час підготовки до уроків, контрольних робіт або іспитів. Це дає можливість заощадити час і зосередитися на практичних завданнях, не витрачаючи багато часу на пошук формул.

Під час вибору електронних ресурсів для навчання важливо звертати увагу не тільки на їхні переваги, але й на можливі недоліки. Це дозволяє краще розуміти, як використовувати програми максимально ефективно, і уникати труднощів у роботі з ними. У таблиці нижче наведено основні плюси та мінуси охарактеризованих програм і платформ, як підсумок їхньої характеристики.

Усі представлені платформи та ресурси є важливими інструментами для ефективної підготовки до ЗНО, НМТ та вдосконалення знань з математики. Вони надають учням різноманітні формати навчання: від інтерактивних тестів і тренажерів до відеоуроків і мобільних додатків. Такі платформи, як *PhET Interactive Simulations*, *Quizizz*, *Складу НМТ*, *Складу ЗНО*, *ЗНО-ОНЛАЙН* та інші, дозволяють учням практикуватися, закріплювати матеріал, а також перевіряти свої знання в реальних умовах тестування.

Інструменти, що пропонують інтерактивні завдання та тренування на основі тестів минулих років, такі як *TikTok*-сторінка «turbozno.school» та *YouTube*-канал «Топ Школа», створюють додаткові можливості для учнів отримувати потрібну інформацію в зручному для них форматі. А мобільні додатки на кшталт онлайн-довідника з математики від Сергія Сандовенка чи *Cubens* забезпечують учням доступ до структурованих теоретичних матеріалів та практичних вправ, що дозволяють ефективно готуватися до іспитів у будь-який час.

Всі ці ресурси не тільки роблять підготовку до ЗНО та НМТ доступною, а й значно покращують її якість. Вони дають можливість учням самостійно організовувати свою навчальну діяльність, виправляти помилки та адаптувати свою стратегію підготовки відповідно до результатів тестування. В результаті, використання цих платформ може значно підвищити рівень математичних знань і впевненість учнів під час здачі іспитів.

Після розгляду можливостей кожної з платформ, можна перейти до більш детального аналізу їх функцій. Наступним кроком буде створення таблиць, що дозволять наочно порівняти основні переваги та недоліки кожної платформи відповідно до їх специфікацій та особливостей використання, опираючись на класифікацію ЕОР за Женченко М., Женченко І. В., Мельник О., Прихода Я. [56]. Це дозволить систематизувати інформацію та допоможе учням краще орієнтуватися у виборі найбільш підходящих інструментів для самостійного навчання та підготовки до іспитів, враховуючи їхні індивідуальні потреби та вимоги.

Гіпертекстові електронні видання

Назва ресурсу	Переваги	Недоліки
<i>Khan Academy</i>	Гнучкість навчання (користувач може переходити між темами через гіперпосилання); містить відео, інтерактивні вправи, текстові пояснення, що відповідає концепції гіпертекстових видань; алгоритми рекомендують матеріали відповідно до рівня знань учня, що робить навчання більш ефективним; тести та вправи дають можливість отримати миттєві відповіді, що сприяє кращому засвоєнню знань; платформа безкоштовна.	Відсутність повноцінного вбудованого середовища для експериментів або симуляцій.
ВШО	Містить відеоуроки, текстові пояснення, презентації та інтерактивні тести, що відповідає концепції гіпертекстових електронних видань; матеріали розділені за класами та предметами, що дозволяє користувачам легко знаходити необхідний контент; ВШО орієнтується на державні стандарти, тому її контент повністю відповідає шкільній програмі; платформа безкоштовна.	Матеріали на сайті подані у компактному вигляді та охоплюють лише базовий рівень, що може бути недостатнім для глибшого вивчення тем; нечітко прослідковується профільний рівень вивчення; відсутня можливість завантаження відеоуроків для офлайн-доступу.

Khan Academy і Всеукраїнська школа онлайн (ВШО) відповідають критеріям гіпертекстових електронних видань, оскільки вони використовують нелінійну структуру подання інформації, що включає гіперпосилання, мультимедійні матеріали та інтерактивні елементи. Для учнів 10-11 класів, які

вивчають математику, ці платформи є особливо корисними завдяки можливості швидкого переходу між теоретичними поясненнями, відеоуроками, практичними завданнями та тестами. *Khan Academy* надає більш глибоку інтерактивність та адаптивне навчання, що дозволяє учням самостійно обирати темп і рівень складності. ВШО, у свою чергу, забезпечує структурованість відповідно до української шкільної програми, що спрощує інтеграцію в навчальний процес. Обидві платформи реалізують гіпертекстові технології, що дозволяє учням не лише засвоювати матеріал у зручному форматі, а й поглиблювати знання за рахунок додаткових ресурсів та тестів.

Таблиця 1.3.

Довідкові програмні засоби

Назва ресурсу	Переваги	Недоліки
ВШО	Можливість повторного перегляду (учень може повернутися до пройденої теми в будь-який момент, що важливо для самостійної підготовки або закріплення матеріалу); ВШО дозволяє не лише знайти потрібну інформацію, а й перевірити рівень її засвоєння завдяки тестовим завданням.	Платформа не має зручної системи швидкого пошуку за ключовими словами, що може ускладнювати знаходження потрібної інформації.
Wikipedia	Платформа має потужну пошукову систему, що дозволяє знайти потрібну математичну тему за кілька секунд; статті містять посилання на пов'язані математичні поняття, що допомагає глибше розібратися у темі без необхідності шукати окремо; <i>Wikipedia</i> дає стислий опис понять, що корисно для швидкого ознайомлення з темою; можна переглядати статті різними мовами, що дає можливість ознайомитися з альтернативними поясненнями та іншими підходами до викладення матеріалу;	Інформація подається у форматі енциклопедичних статей, а не як систематизований навчальний курс, що може ускладнити послідовне вивчення математики; інформація на сайті може містити помилки або бути написаною складною мовою; деякі математичні концепції важко зрозуміти

	інформація доступна безкоштовно та без реєстрації.	без графіків, інтерактивних моделей чи відео, а <i>Wikipedia</i> не завжди пропонує такі ресурси.
Довідник з математик и (авт. Сандовенк о)	Довідник містить чітко впорядковані теми, що полегшує навігацію та швидке знаходження потрібної інформації; доступний без підключення до Інтернету; матеріал подається у вигляді готових формул, визначень і теорем, часто з прикладами, що спрощує розуміння та застосування знань.	У довіднику матеріал подається у стислій формі без детальних пояснень, що може бути недостатнім для учнів, які тільки вивчають тему.
<i>Cubens</i>	Багато тем містять ілюстрації, графіки та схеми, що допомагає краще засвоїти матеріал; довідник постійно доповнюється та оновлюється; наявні детальні пояснення та приклади розв'язання задач.	Обмежені інтерактивні елементи.
Довідник «Таблиці та формули»	Геометричні формули супроводжуються схемами, що допомагає краще засвоїти матеріал; зручність для швидкого повторення; компактність і чіткість подачі матеріалу.	Відсутність адаптації під рівень учня; наявність кошовних матеріалів.

Усі зазначені платформи підходять під класифікацію довідкових програмних засобів завдяки своїй здатності надавати структуровану, організовану інформацію на основі математичних концепцій, формул, теорем та принципів. Ці ресурси надають учням швидкий доступ до потрібної інформації, що дозволяє ефективно знаходити математичні визначення, формули, теореми та інші важливі відомості. Вони служать довідковими посібниками, де учні можуть швидко ознайомитися з матеріалом, перевірити свої знання або знайти конкретну формулу без необхідності переглядати великі обсяги теоретичного матеріалу. Всі ці платформи характеризуються чіткою навігацією, де можна легко перейти від однієї теми до іншої.

Однак, вони мають обмежену інтерактивність та відсутність практичних завдань або тестів, що робить їх менш придатними для глибокого вивчення.

Оскільки більшість платформ пропонують лише теоретичну інформацію, їх застосування більше орієнтоване на довідкову роль, а не на основне навчання або практичну діяльність. Таким чином, ці платформи відповідають критеріям довідкових програмних засобів, оскільки їх головною метою є надання швидкої та структурованої інформації з математики, яка може бути використана для пошуку конкретних даних або повторення вже вивченого матеріалу.

Таблиця 1.4.

Моделюючі програмні засоби

Назва ресурсу	Переваги	Недоліки
<i>Geogebra</i>	Платформа дозволяє будувати графіки функцій, просторові моделі та динамічні конструкції, що значно полегшує розуміння абстрактних понять; учні можуть змінювати параметри моделей у реальному часі та спостерігати, як це впливає на графіки чи обчислення; платформа дозволяє створювати інтерактивні демонстрації та навчальні моделі, що може бути корисним для дослідницької діяльності старшокласників.	Текстові блоки мають обмежені можливості форматування, що ускладнює створення повноцінних навчальних матеріалів без використання додаткових програм; немає можливості збереження графіку функцій в PDF-форматі.
<i>Desmos</i>	<i>Desmos</i> має простий і зручний інтерфейс, що дозволяє швидко почати працювати з графіками та математичними моделями без потреби у складному навчанні; є можливість створювати інтерактивні завдання, що дозволяє учням самостійно досліджувати математичні моделі, а також використовувати платформу для виконання групових проєктів.	Програма не підтримує складніші обчислення або моделювання, що можуть знадобитися для старших класів, таких як числові інтеграли або диференціальні рівняння.
<i>Wolfram Alpha</i>	<i>Wolfram Alpha</i> здатен виконувати складні математичні обчислення,	Для доступу до деяких просунутих функцій,

	включаючи інтеграли, похідні, рівняння вищих порядків, лінійні системи та багато інших математичних операцій, що робить його потужним інструментом для старшокласників, які вивчають більш складні математичні концепції; програма надає покрокові розв'язки для математичних задач, що допомагає учням розуміти процес розв'язання і освоювати методи обчислень; доступ до <i>Wolfram Alpha</i> можливий через мобільні додатки, що дозволяє учням працювати з платформою навіть за межами класу	покрокових рішень або детальних графіків потрібна платна підписка, що може обмежити можливості учнів у використанні платформи; програма не підтримує складні геометричні побудови або тривимірні моделі, що може обмежити його використання в певних математичних темах, таких як геометрія чи просторові розв'язки.
<i>Mathigon</i> <i>Polypad</i>	Надає можливість створювати інтерактивні математичні моделі, що дозволяє учням вивчати геометрію, алгебру, статистику та інші теми через візуалізацію і маніпуляції з елементами на екрані; платформа пропонує великий набір інструментів для побудови геометричних фігур, графіків, а також можливість роботи з числами, алгоритмами та символічними виразами, що дає широкі можливості для дослідження математичних моделей; інтерфейс <i>Polypad</i> інтуїтивно зрозумілий, що дозволяє навіть початківцям швидко освоїти платформу; дозволяє працювати над проектами в групах, що є великим плюсом для колективної роботи учнів і стимулює спільне навчання та обговорення математичних проблем.	Не забезпечує складних обчислень, таких як диференціювання чи інтегрування.

<i>Clevermaths</i>	Надає можливість створення інтерактивних математичних моделей, що дозволяє учням вивчати математичні концепції через практичне застосування та маніпуляцію з елементами на екрані.	Можливості для геометричних побудов обмежені, що робить платформу менш придатною для вивчення геометрії в старших класах.
<i>PhET Interactive Simulations</i>	<i>PhET</i> пропонує широкий спектр інтерактивних симуляцій, що дозволяють учням візуалізувати складні математичні та фізичні концепції; усі симуляції на платформі є безкоштовними, а також доступні через веб-браузер або мобільні додатки, що робить їх зручними для учнів, незалежно від того, де вони знаходяться; завдяки можливості маніпулювати змінними та спостерігати за результатами, учні можуть самостійно досліджувати різні математичні моделі, що стимулює критичне мислення та експериментальне навчання.	Платформа не має потужних інструментів для складних геометричних побудов або 3D-моделювання.
«Віртуальна геометрична майстерня»	Працює в браузері без встановлення ПЗ; спрощує розуміння складних концепцій через візуалізацію; підтримує широкий діапазон параметрів; оптимізований для різних пристроїв.	Хоча проєкт візуально якісний, він може потребувати додаткових пояснень або вчительського супроводу, аби учні могли правильно інтерпретувати побачене та пов'язати його з теоретичними знаннями; для кращої візуалізації потрібні VR-окуляри; не можна встановити вершини многогранників.

Вивчення та використання моделюючих програмних засобів для вивчення математики в старших класах профільної школи дозволяє значно покращити процес навчання, зробивши його більш інтерактивним та практичним. Перелічені програми демонструють різноманітні можливості для моделювання математичних концепцій та процесів, що дозволяє учням краще зрозуміти теоретичні знання через візуалізацію і практичні експерименти.

Переваги цих програм полягають у їх здатності забезпечувати інтерактивність та візуалізацію складних математичних моделей, що особливо важливо для старшокласників, які стикаються з більш абстрактними концепціями. Зокрема, такі програми, як *GeoGebra* і *Desmos*, пропонують потужні інструменти для побудови графіків і вирішення рівнянь, що полегшує вивчення алгебри та геометрії. Програми, як *PhET* і *Mathigon Polypad*, сприяють глибшому розумінню концепцій через маніпуляцію з математичними об'єктами, що дозволяє учням активно досліджувати і експериментувати.

Однак, як і будь-які інші інструменти, ці програми мають і свої недоліки. Наприклад, обмежена підтримка геометричних побудов у *Wolfram Alpha*, відсутність покрокових розв'язків у *Mathigon Polypad* або недостатня функціональність для складних обчислень у *PhET* можуть обмежити їх ефективність у деяких аспектах математичного навчання. Крім того, залежність від Інтернету для більшості з цих платформ може бути проблемою для учнів з обмеженим доступом до мережі.

Незважаючи на ці недоліки, всі зазначені платформи підходять під класифікацію «Моделюючі програмні засоби» завдяки своїй здатності моделювати математичні процеси та концепції, надаючи учням можливість вивчати матеріал за допомогою інтерактивних інструментів і візуалізацій. Ці програми не тільки допомагають у засвоєнні теоретичних знань, але й сприяють розвитку практичних навичок і критичного мислення через самостійну роботу з математичними моделями.

Демонстраційні програмні засоби

Назва ресурсу	Переваги	Недоліки
<i>Geogebra</i>	<i>GeoGebra</i> дозволяє демонструвати складні математичні концепції, такі як геометричні фігури, графіки функцій, системи рівнянь, через інтерактивну візуалізацію; завдяки своїй функціональності <i>GeoGebra</i> дозволяє показувати не лише кінцеві результати, але й процеси розв'язування задач, що є важливим для кращого розуміння матеріалу учнями.	Платформа не надає автоматичних покрокових роз'яснень для всіх математичних процесів.
<i>Desmos</i>	Учні можуть безпосередньо працювати з графіками функцій, змінюючи параметри та спостерігати за результатами, що допомагає краще розуміти вплив змінних на функції та геометричні побудови; <i>Desmos</i> дозволяє продемонструвати, як зміна значень параметрів змінює вигляд графіків або геометричних об'єктів, що допомагає учням краще зрозуміти, як різні фактори впливають на математичні моделі.	Не надає покрокових пояснень розв'язків, що може ускладнити розуміння процесу розв'язування задач для учнів, які потребують більш докладних інструкцій.
<i>Mathigon</i> <i>Polypad</i>	Учні можуть моделювати складні геометричні фігури, розв'язувати задачі на побудову та досліджувати властивості геометричних об'єктів; програма дозволяє створювати динамічні побудови, де учні можуть змінювати параметри фігур і спостерігати за змінами в реальному часі.	Не має потужних інструментів для алгебраїчного аналізу або для розв'язування складних рівнянь, що обмежує його використання для вивчення деяких тем, таких як функції, похідні або інтеграли.

<i>Lumio</i>	Програма дає можливість створювати інтерактивні завдання, вікторини, опитування та інші форми діяльності, які сприяють кращому засвоєнню матеріалу; <i>Lumio</i> дозволяє демонструвати різноманітні математичні ідеї, такі як графіки функцій, геометричні побудови, задачі на логіку тощо, завдяки широкому набору інструментів для побудови візуалізацій і графіків; платформа дозволяє створювати матеріали, що відповідають різним рівням складності та типам навчальних завдань	Не пропонує спеціалізованих інструментів для геометричних побудов чи складних математичних операцій.
<i>PhET Interactive Simulations</i>	<i>PhET</i> має ряд симуляцій, що покривають основи геометрії, алгебри та інших важливих тем; програма стимулює учнів до самостійного експериментування і розвитку критичного мислення, оскільки вони можуть самі налаштовувати параметри симуляцій і спостерігати за результатами, що надає більше можливостей для дослідження математичних понять.	Симуляції вони більше підходять для групових занять або лабораторних робіт, де учні можуть спільно взаємодіяти з матеріалом, а для індивідуальної роботи не завжди є достатньо спеціалізованих завдань.
<i>YouTube-канал «Топ Школа»</i>	Відео на каналі часто містять детальні покрокові пояснення розв'язання математичних задач; канал охоплює широкий спектр математичних тем, від алгебри до геометрії і тригонометрії; Канал має відео, спрямовані на підготовку до ЗНО, НМТ та ДПА, що робить його корисним для	Відео можуть бути корисними для розв'язування типових задач, але інколи недостатньо для глибшого розуміння складних або нестандартних математичних концепцій, які потребують індивідуальних пояснень або різних підходів до вирішення; канал більше

	старшокласників, які готуються до цих важливих іспитів.	фокусується на теоретичних поясненнях та розв'язанні задач, але не завжди надає достатньо практичних завдань для закріплення знань учнів
<i>TikTok</i>-сторінка «turbozno. School»	<i>TikTok</i> дозволяє створювати короткі відео, що зручно для швидкого роз'яснення основних математичних концепцій або рішень типових задач; <i>TikTok</i> є популярною соціальною мережею серед молоді, що робить його чудовим інструментом для залучення старшокласників до навчання; <i>TikTok</i> дозволяє залишати коментарі, ставити лайки і задавати питання, що стимулює взаємодію з контентом (це може мотивувати учнів до обговорень та обміну ідеями щодо розв'язання задач); відео на <i>TikTok</i> можна швидко оновлювати, що дозволяє своєчасно додавати нові математичні матеріали або пояснення з актуальних тем для ЗНО або інших іспитів.	Формат коротких відео не дозволяє детально розглядати складні математичні теми чи довгі рішення задач; сторінка не дає можливості безпосередньо взаємодіяти з навчальним матеріалом, таким як інтерактивні задачі або тестування, що може знизити ефективність засвоєння матеріалу.
<i>Instagram</i>-сторінка «ЗНОХАБ»	Відео, графіки, інфографіка, меми і слайди на <i>Instagram</i> дозволяють пояснювати математичні теми в легкому для сприйняття візуальному форматі; <i>Instagram</i> дозволяє взаємодіяти з підписниками через коментарі, опитування та квізи, що може стимулювати учнів до активної участі та обговорення навчальних матеріалів; Сторінка регулярно оновлюється новими постами, відео та	Відео не дозволяють глибоко розглядати складні математичні концепції; навчальний контент може бути не таким структурованим, як у традиційних освітніх платформах; <i>Instagram</i> не має інтерактивних функцій, таких як виконання задач або тести, що обмежує активну взаємодію з контентом; через

	матеріалами, що дозволяє учням бути в курсі нових тем, завдань і підготовки до ЗНО та НМТ.	формат <i>Instagram</i> , сторінка може більше фокусуватися на базових або середніх рівнях завдань, не надаючи достатньо матеріалів для учнів, які готуються до складних завдань ЗНО чи вивчають більш глибокі математичні концепції.
--	--	---

Усі зазначені ресурси відмінно підходять під класифікацію демонстраційних програмних засобів для вивчення математики у старших класах профільної школи. Вони надають учням можливість отримувати математичні пояснення через доступні візуальні формати, такі як відео, слайди, інфографіка та короткі пояснення. Їхній основний акцент полягає на демонстрації розв'язків завдань, поясненні концепцій і наданні корисних порад, що дозволяє учням сприймати інформацію швидко і без зайвих труднощів.

Попри деякі недоліки, ці ресурси здатні залучати учнів завдяки своєму формату та популярності серед молоді. Вони є ефективними для візуального подання навчального матеріалу, що дозволяє швидко засвоїти основні математичні поняття та підготуватися до іспитів, зокрема ЗНО та НМТ. Тому ці платформи можна віднести до демонстраційних програмних засобів, оскільки вони чудово виконують роль наочної демонстрації навчальних матеріалів, спрощуючи процес сприйняття і розуміння складних тем.

Таблиця 1.6.

Програмні засоби-тренажери

Назва ресурсу	Переваги	Недоліки
<i>Mangahigh</i>	Платформа використовує ігрові механіки та винагороди для підвищення мотивації учнів; система пропонує завдання різного рівня складності, підлаштовуючись під	Українська локалізація є неповною, що створює бар'єр для деяких учнів; безкоштовна версія має обмеження.

	знання та здібності кожного учня; учні одразу бачать результати своєї роботи та пояснення помилок.	
<i>IXL Math</i>	Унікальна метрика оцінювання, що враховує не лише правильність відповідей, але й складність завдань та стабільність результатів (система «SmartScore»); діагностує прогалини в знаннях учнів та пропонує індивідуальний план їх усунення (функція «Real-time diagnostic»); система не просто вказує на помилку, а надає докладне пояснення правильного розв'язання.	Обмежена підтримка української мови, що створює додаткові труднощі для учнів; потребує придбання ліцензії для повноцінного доступу до всіх можливостей; система може не зараховувати правильну відповідь, якщо вона подана в іншому форматі, що іноді викликає розчарування в учнів.
<i>Kahoot!</i>	Формат вікторини з елементами гейміфікації стимулює залученість учнів та підвищує мотивацію до вивчення математики; є можливість організувати групові змагання сприяє розвитку навичок співпраці та колективного розв'язання задач; бібліотека <i>Kahoot!</i> містить багато готових вікторин.	Найефективніше використовується для групової роботи в класі, а не для самостійного відпрацювання навичок; формат «на швидкість» може створювати додатковий стрес; обмежені можливості відображення складних математичних виразів та рівнянь.
<i>LearningApps</i>	Пропонує широкий вибір видів інтерактивних вправ; повністю безкоштовний сервіс; є можливість додавати математичні формули, графіки функцій та геометричні фігури; повна локалізація українською мовою; доступ до бібліотеки готових математичних вправ, створених іншими вчителями, з можливістю адаптації під власні потреби.	Платформа не пристосовується автоматично до рівня знань учня; вправи не структуровані за рівнями складності та не формують цілісної системи вивчення математики.

<i>Quizizz</i>	Інтерактивний формат з елементами гейміфікації (аватари, меми, бонуси, таблиці лідерів) підвищує мотивацію старшокласників; є можливість проводити вікторини в класі в режимі реального часу; миттєва оцінка відповідей; наявність бібліотеки вікторин з алгебри, геометрії, тригонометрії та початків аналізу, які можна використовувати та адаптувати; учні можуть працювати у власному темпі.	Обмежена кількість готових матеріалів для профільного рівня математики 10-11 класів українською мовою; перевіряється лише кінцева відповідь, а не етапи розв'язування математичних задач.
<i>Gimkit</i>	Формат гри з грошовими балами, оновленнями та «магазином» тримає учнів зацікавленими навіть у складних темах; учень може знову бачити ті самі запитання, якщо відповів неправильно.	Можуть виникати труднощі з подачею складної символіки або графіків.
<i>Quizgecko</i>	Урізноманітнений формат тренувальних вправ; платформа має можливість генерування питань на означення, властивості, формулювання правил і теоретичних тверджень.	Дуже обмежене форматування формул; не підходить для тренування повноцінних розв'язувальних задач із кількома діями чи побудовою графіків; безкоштовна версія має обмеження по кількості питань, форматів і експорту.
<i>Складу НМТ. Складу ЗНО</i>	Завдання оновлюються щомісячно; є пробні тести НМТ та ЗНО, які відповідають актуальній структурі екзамену; є можливість створити власний тест за бажаною кількістю завдань конкретної теми; у разі неправильної відповіді, платформа надає розв'язання.	Є обмеження в часі (1 година) на тестування; іноді виникають труднощі із завантаженням картинок до задач.

ЗНО-ОНЛАЙН (тренувальні вправи)	Завдання регулярно оновлюються відповідно до змін у програмі ЗНО та НМТ; платформа пропонує тестові завдання різних рівнів складності; після виконання тестів учні отримують результати з правильними відповідями та поясненнями; учні можуть обирати тести за окремими темами, що дозволяє зосередитися на слабких місцях і ефективно розподіляти час підготовки.	Платформа пропонує стандартні тестові завдання без інтерактивних елементів; система не підлаштовується під індивідуальний рівень знань учня, не пропонує персоналізованих рекомендацій чи завдань.
--	--	--

Узагальнюючи порівняльний аналіз сучасних цифрових платформ, можна зробити висновок, що всі розглянуті ресурси повністю відповідають визначенню програмних засобів-тренажерів. Їх основне призначення – багаторазове відпрацювання практичних навичок через повторення, інтерактивність та самоперевірку. Вони надають учням можливість закріплювати математичні знання в зручному онлайн-середовищі, адаптованому до індивідуального темпу роботи. Різні механіки гейміфікації, система пояснень, поділ за темами та миттєвий зворотний зв'язок роблять ці платформи ефективними саме як тренажери – тобто інструменти для активного навчання, а не просто оцінювання.

Варто зазначити, що хоча деякі ресурси мають певні обмеження, усі вони зберігають свою цінність у контексті самостійної чи керованої підготовки учнів профільного рівня. Саме завдяки своїй функціональності, гнучкості й орієнтації на регулярну практику ці додатки відіграють важливу роль у цифровому освітньому середовищі сучасної школи.

Разом з тим, для повноцінного супроводу навчального процесу необхідно не лише тренуватися, а й регулярно оцінювати рівень знань учнів. Тому наступним етапом нашого аналізу буде огляд систем контролю знань, які дозволяють організовувати тестування, моніторинг прогресу та об'єктивне оцінювання результатів навчання.

Таблиця 1.7.

Системи контролю знань

Назва ресурсу	Переваги	Недоліки
<i>Riddle</i>	Учні отримують результати одразу після проходження тесту, що сприяє швидкому аналізу помилок та їх виправленню; платформа дозволяє створювати різні типи тестів для перевірки теоретичних знань, розуміння концепцій та базових навичок розв'язування задач; залежно від відповідей учнів система може пропонувати завдання різного рівня складності; підходить для вхідного, поточного та підсумкового контролю з різних розділів математики профільного рівня.	Складно оцінити логіку міркувань, побудову доведень та вміння обґрунтовувати відповіді; присутня складність із введенням формул, геометричних побудов та розгорнутих розв'язків.
<i>Складу НМТ. Складу ЗНО</i>	Система пропонує відкриті та закриті тести, завдання з короткою відповіддю та повноцінні задачі, що відповідає формату зовнішнього оцінювання; контент системи оновлюється відповідно до змін у програмі зовнішнього оцінювання.	Система є обмежена в оцінці нестандартних підходів до розв'язання задач.
<i>ЗНО-ОНЛАЙН (загальні тести з балами)</i>	Система використовує реальні завдання ЗНО минулих років або максимально наближені до них, що дає учням досвід роботи з оригінальним форматом завдань; тести охоплюють всі розділи програми математики профільного рівня, забезпечуючи всебічний контроль знань; система одразу переводить результати у шкалу ЗНО, що дозволяє учням зрозуміти свій	Автоматична система оцінює лише кінцеву відповідь, а не процес розв'язування та міркування; система не враховує індивідуальні особливості учнів та їхні конкретні навчальні потреби.

	потенційний рівень на реальному іспиті; значна кількість тестів дозволяє проводити регулярні перевірки без повторення завдань.	
--	--	--

Усі платформи забезпечують можливість формалізованої перевірки набутих математичних компетенцій, мають механізми автоматизованого оцінювання та надають можливість аналізу результатів, що є фундаментальними ознаками систем контролю знань.

Ці платформи відповідають методологічним принципам педагогічної діагностики, оскільки дозволяють проводити систематичний контроль знань з математики профільного рівня з різною періодичністю та для різних цілей: поточного, тематичного чи підсумкового контролю. Кожна з них пропонує об'єктивні методи оцінювання, що базуються на чітких критеріях, характерних для математики як навчальної дисципліни, та забезпечують можливість відстеження індивідуального прогресу учнів.

У результаті аналізу ЕОР, класифікованих за функціональним призначенням (таблиці 1.2-1.7), можна зробити висновок про їхню вагому роль у цифровізації шкільної математичної освіти. Кожен тип ресурсів – гіпертекстові електронні видання, інтерактивні платформи для самостійного навчання, демонстраційні засоби, тренажери та системи контролю знань – виконує специфічні функції в освітньому процесі. Така класифікація дозволяє не лише систематизувати наявні інструменти, а й вибудовувати ефективну модель уроку з урахуванням педагогічної мети, рівня складності теми та індивідуальних потреб учнів.

Гіпертекстові електронні видання забезпечують швидкий доступ до різнотипних матеріалів – відео, текстів, інтерактивних завдань – та дозволяють учням будувати власні траєкторії навчання. Вони зручні для опрацювання теоретичних питань і самоосвіти, особливо коли потрібно повернутися до попередніх тем або поглибити розуміння нового матеріалу. Проте обмеженість в

інструментах моделювання, недостатня підтримка профільного рівня та іноді спрощений підхід до подачі змісту є чинниками, які зменшують ефективність їх застосування на поглибленому рівні.

Інші групи ресурсів також мають свої переваги: тренажери й системи контролю – це засоби для формування навичок і здійснення оцінювання. Вони сприяють самостійній роботі учнів, надають миттєвий зворотний зв'язок і дозволяють реалізувати диференційований підхід. Засоби для створення й демонстрації дозволяють візуалізувати математичні об'єкти, моделювати ситуації, створювати авторські презентації – все це підвищує рівень розуміння абстрактних тем. Проте спільними для багатьох платформ є недоліки: автоматичні системи часто оцінюють лише кінцеву відповідь без врахування логіки розв'язання; обмежені можливості для перевірки міркувань і обґрунтувань; відсутність вбудованих інструментів для глибокої аналітики помилок; нерівномірна якість контенту для різних рівнів навчання.

Таким чином, попри очевидні переваги, цифрові платформи не можуть повністю замінити живу педагогічну взаємодію, але можуть значно її посилити. Вони стають засобом персоналізації навчання, підвищення його наочності, адаптації до індивідуального темпу, а також сприяють формуванню цифрової грамотності. Разом із тим ефективність їх застосування безпосередньо залежить від педагогічної компетентності вчителя, уміння критично обирати інструменти та поєднувати їх відповідно до навчального контексту.

Висновки до розділу 1

У першому розділі було здійснено теоретичний аналіз дидактичних ігор як засобу навчання та охарактеризовано ЕОР для навчання математики. На основі проведеного дослідження можна зробити наступні висновки.

Дидактична гра є важливим педагогічним інструментом, який поєднує елементи гри та навчання. Хоча в науковій літературі існують різні підходи до визначення цього поняття (метод навчання, педагогічний засіб), спільним для всіх трактувань є розуміння дидактичної гри як фактора, що сприяє

інтерактивності та активному залученню учнів до навчального процесу. У контексті даної роботи дидактична гра розглядається переважно як засіб навчання, що відповідає характеристикам електронних освітніх ресурсів, використовуваних на уроках математики.

Інтеграція дидактичних ігор в освітній процес вимагає системного підходу, який у сучасній дидактиці реалізується через концепцію гейміфікації. Гейміфікація як підхід спрямована на підвищення зацікавленості учнів у процесі навчання, створення мотиваційного середовища та активізацію пізнавальної діяльності. Впровадження дидактичних ігор через ЕОР є сучасним проявом цього підходу.

ЕОР стали невід'ємною частиною сучасного освітнього процесу, суттєво розширюючи можливості навчання. Вони роблять навчання більш зручним, доступним і адаптованим до індивідуальних потреб, що особливо актуально в умовах дистанційного або змішаного навчання. У роботі була представлена функціональна класифікація ЕОР, яка включає:

- Гіпертекстові електронні видання (електронні конспекти, мультимедійні підручники);
- Довідкові програмні засоби (навчальні бази даних);
- Моделюючі програмні засоби (інтерактивні імітаційні моделі, бібліотеки моделей);
- Демонстраційні програмні засоби (відеотеки);
- Програмні засоби-тренажери (віртуальні навчальні середовища);
- Системи контролю знань (тестові програми, засоби оцінювання).

Для кожного типу ЕОР були наведені конкретні приклади, що використовуються у процесі навчання математики у 10-11 класах. Серед них вирізняються такі платформи як *Khan Academy*, *Geogebra*, *Desmos*, *Mangahigh*, *IXL Math*, *Kahoot!*, *LearningApps*, *Quizziz*, *Gimkit* та інші. Кожен з цих ресурсів має своє функціональне призначення відповідно до навчальних математичних задач.

Детальний аналіз ЕОР показав, що кожен тип ресурсів виконує специфічні функції в освітньому процесі. Гіпертекстові електронні видання забезпечують

швидкий доступ до різнотипних матеріалів, дозволяючи учням будувати власні траєкторії навчання. Вони особливо ефективні для опрацювання теоретичних питань і самоосвіти. Проте мають обмеження в інструментах моделювання та недостатню підтримку профільного рівня.

Тренажери й системи контролю знань є ефективними інструментами для формування навичок та оцінювання результатів навчання. Вони сприяють самостійній роботі учнів, надають миттєвий зворотний зв'язок і дозволяють реалізувати диференційований підхід. Засоби для моделювання та демонстрації забезпечують візуалізацію математичних об'єктів, дозволяють моделювати різні ситуації та створювати авторські презентації, що підвищує рівень розуміння абстрактних математичних понять.

Особливу роль відіграють ресурси, спрямовані на підготовку до ЗНО та НМТ, такі як *Складу НМТ*, *Складу ЗНО*, *ЗНО-ОНЛАЙН*, а також освітні канали на *YouTube* «Топ Школа» та сторінки в соціальних мережах (*TikTok*-сторінка «turbozno.school», *Instagram*-сторінка «ЗНОХАБ»). Ці ресурси дозволяють учням практикуватися, закріплювати матеріал та перевіряти свої знання в умовах, наближених до реальних іспитів.

Варто зазначити, що попри значні переваги, ЕОР мають і певні обмеження. Серед спільних недоліків багатьох платформ можна виділити наступні: автоматичні системи часто оцінюють лише кінцеву відповідь без урахування логіки розв'язання; обмежені можливості для перевірки міркувань і обґрунтувань; відсутність вбудованих інструментів для глибокої аналітики помилок; нерівномірна якість контенту для різних рівнів навчання.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що ЕОР є потужним інструментом цифровізації шкільної математичної освіти. Вони значно розширюють можливості для персоналізації навчання, підвищення його наочності та адаптації до індивідуального темпу учнів. Водночас ефективність застосування ЕОР безпосередньо залежить від педагогічної компетентності вчителя, його вміння критично обирати інструменти та інтегрувати їх у навчальний процес відповідно до поставлених педагогічних цілей.

Втім, незважаючи на потужний потенціал, цифрові платформи не можуть повністю замінити живу педагогічну взаємодію, але можуть суттєво її посилити. Вони стають засобом збагачення навчального процесу, надаючи додаткові можливості для пояснення складного матеріалу, відпрацювання навичок та оцінювання знань. Крім того, використання ЕОР сприяє формуванню цифрової грамотності учнів, яка є однією з ключових компетентностей XXI століття.

Таким чином, інтеграція дидактичних ігор через ЕОР в процес навчання математики відкриває нові перспективи для підвищення ефективності освітнього процесу, створення мотиваційного середовища та активізації пізнавальної діяльності учнів. Ця тенденція відповідає сучасним вимогам до освіти та сприяє формуванню компетентностей, необхідних для успішної адаптації в інформаційному суспільстві.

РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОННИХ ОСВІТНІХ РЕСУРСІВ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

2.1. Упровадження ЕОР під час формування понятійного апарату

Формування понятійного апарату в профільній школі є ключовою умовою успішного засвоєння змісту алгебри та геометрії 10-11 класів, адже саме чітке розуміння термінів, властивостей і взаємозв'язків між ними забезпечує глибоке опанування навчального матеріалу. У сучасних освітніх умовах цей процес неможливо уявити без використання ЕОР, які дозволяють візуалізувати абстрактні математичні поняття, моделювати складні об'єкти, забезпечувати інтерактивну взаємодію та адаптацію навчального темпу. Завдяки ЕОР учні отримують можливість поетапно й наочно будувати власну систему понять, що значно підвищує ефективність навчання і робить опанування математичної мови більш доступним та усвідомленим.

У межах профільного навчання саме системність у засвоєнні ключових математичних понять визначає успішність подальшого опанування більш складних теоретичних і практичних матеріалів. Тому використання ЕОР варто розглядати не лише як інструмент підтримки навчального процесу, а як засіб, що забезпечує глибше розуміння базових структур і зв'язків, необхідних для формування стійкого понятійного апарату. Логічним кроком є початок аналізу таких можливостей із тем, що становлять основу всієї подальшої математичної підготовки.

Повторення та розширення відомостей про множини та функції.
Інтеграція ЕОР в освітній процес є одним з ключових напрямків модернізації сучасної школи. Особливо актуальним це є для профільних класів, де потрібно забезпечити поглиблене вивчення предмета з використанням сучасних технологій. При вивченні теми «Повторення та розширення відомостей про множини та функції» за підручником «Алгебра та початки аналізу. 10 клас (профільний рівень)» авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [68, с. 5-48]. доцільно використовувати такі ЕОР як *Khan Academy*

[18], *Desmos* [5] та *LearningApps* [21], які дозволяють реалізувати різноманітні методичні підходи та активізувати пізнавальну діяльність учнів.

При вивченні теми «Множини. Операції над множинами» ЕОР бути ефективно використані на різних етапах заняття. На етапі актуалізації опорних знань доцільно використовувати відеоуроки *Khan Academy* для повторення базових понять множин, їх елементів та основних операцій. Такий підхід дозволяє учням самостійно відновити в пам'яті необхідні знання та підготуватися до сприйняття нового матеріалу. Одночасно можна застосувати інтерактивні вправи *LearningApps* типу «Знайди пару» [19] для співставлення термінів та визначень, що сприяє активізації словникового запасу учнів.

На етапі вивчення нового матеріалу особливо ефективним є використання *Desmos* для візуалізації операцій над множинами. За допомогою графічних можливостей платформи можна побудувати діаграми Ейлера-Венна, які наочно демонструють результати об'єднання, перетину та доповнення множин. Такий підхід значно полегшує розуміння абстрактних понять та формує в учнів візуальне уявлення про операції над множинами. При роботі з темою про множини та функції *Desmos* незамінний для візуалізації операцій над множинами через діаграми Ейлера-Венна, динамічного дослідження властивостей функцій, демонстрації геометричних перетворень графіків, побудови графіків обернених функцій та застосування методу інтервалів. Паралельно можна використовувати *Khan Academy* для демонстрації покрокового розв'язання типових задач.

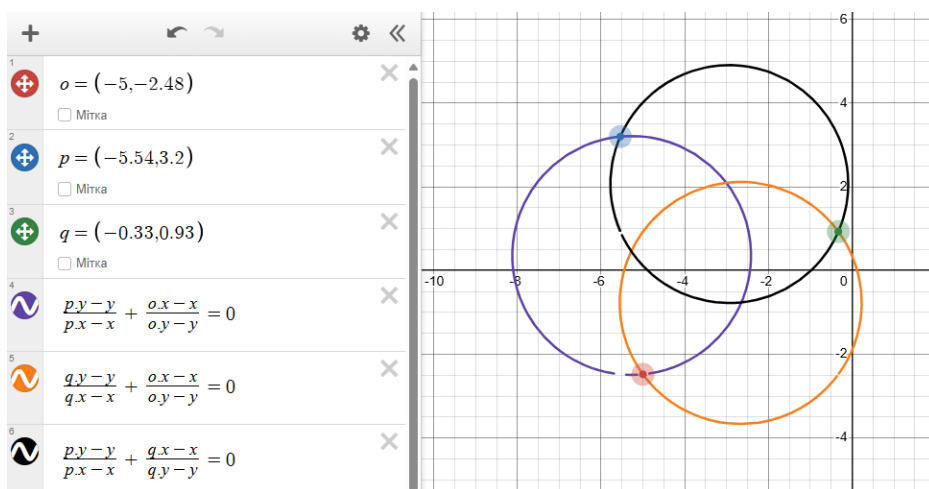


Рис. 2.1.1. Зображення діаграми Ейлера-Венна за допомогою *Desmos* [4].

Етап закріплення знань передбачає використання *LearningApps* для створення інтерактивних вправ типу «Вікторина» [20], які дозволяють учням практикуватися в розподілі елементів за відповідними множинами. Такі завдання розвивають аналітичне мислення та формують навички систематизації інформації. У свою чергу, *Khan Academy*, під час цього етапу уроку, пропонує практичні завдання з автоматичною перевіркою, що забезпечує миттєвий зворотний зв'язок та дозволяє учням самостійно контролювати свій прогрес.

Таким чином, використання електронних освітніх ресурсів *Khan Academy*, *Desmos* та *LearningApps* при вивченні теми «Повторення та розширення відомостей про множини та функції» значно підвищує ефективність навчального процесу, забезпечує індивідуалізацію навчання, формує цифрові компетентності учнів та сприяє розвитку їх пізнавальної активності. Комплексне використання цих ресурсів дозволяє реалізувати різноманітні методичні підходи, забезпечити високий рівень засвоєння навчального матеріалу учнями профільних класів та підготувати їх до успішного продовження навчання у вищих навчальних закладах.

Після опрацювання базових уявлень про множини та функції логічним стає перехід до конкретизації різновидів функціональних залежностей. Вивчення степеневі функції потребує чіткої візуалізації змін параметрів і впливу показника степеня, тому впровадження ЕОР є важливою умовою для формування повноцінного понятійного апарату.

Степенева функція. Розглянемо можливості впровадження електронних ресурсів для вивчення теми «Степенева функція» у 10 класі профільної школи. Для побудови навчального процесу використано підручник «Алгебра та початки аналізу. 10 клас (профільний рівень)» авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [68, с. 59-112]. Тематичний матеріал підручника буде доповнений сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями з метою розвитку математичної компетентності учнів, активізації пізнавальної діяльності та формування практичних навичок застосування функціонального аналізу.

Одним із ключових ресурсів, який потрібно використовувати під час вивчення степеневі функції, є *GeoGebra* [7] – динамічне середовище для математичного моделювання. Важливо, щоб учні спочатку самостійно будували графіки окремих випадків степеневих функцій у зошитах від руки. Це дає змогу їм виявити закономірності у розміщенні графіків та їх властивостях. Вже після цього, під час теоретичного уроку, вчитель може використати *GeoGebra* для демонстрації загального вигляду графіків та узагальнення спостережень, а на практичному занятті учні можуть перевірити свої висновки, моделюючи ці графіки у цифровій середовищі. Таким чином, відбувається перехід від частинного до загального через власну дослідницьку діяльність, а *GeoGebra* виступає як ефективний інструмент для візуалізації та підтвердження закономірностей. Які функції доцільно дослідити:

- $y = kx, y = -kx$ – пряма пропорційність;
- $y = \frac{1}{x}$ – обернена пропорційність;
- $y = x^2, y = x^3, y = x^{-2}$ тощо.

Після побудови графіків учні аналізують властивості функцій: область визначення, область значень, парність, монотонність, асимптоти. Візуалізація допомагає глибше зрозуміти поведінку функцій залежно від показника степеня, а також помітити закономірності між різними типами степеневих функцій.

Ще одним ефективним електронним ресурсом є ВШО [49] – освітня платформа, що надає безкоштовний доступ до якісного навчального контенту, зокрема курсу «Математика. 10 клас». Цей курс містить тематичні відеоуроки, інтерактивні вправи та тести для самоперевірки. Доцільно задати учням як домашнє завдання переглянути уроки, присвячені степеневій функції, з подальшим обговоренням на уроці. Наприклад, після ознайомлення з теоретичними аспектами теми в підручнику, учням пропонується переглянути відео на ВШО, що дозволяє краще закріпити матеріал та побачити інші способи його пояснення. Формат відеоуроків дозволяє учням навчатися у власному темпі, що особливо корисно для індивідуалізації освітнього процесу.

Переглянути конспекти уроків, у яких продемонстровано застосування зазначених електронних ресурсів, зокрема *GeoGebra* для побудови графіків функцій та платформи ВШО як домашнього завдання, можна у Додатку Б та Додатку В.

Для візуалізації математичних об'єктів та створення якісних графічних зображень можна також скористатися інтерактивним інструментом *CleverMath* [1]. Цей ресурс дає змогу не тільки будувати графіки функцій, а й малювати координатні сітки, позначати важливі точки (наприклад, нулі функції, вершини параболі, точки перетину з осями). Учні можуть створити власну інфографіку для презентації результатів дослідження ступеневих функцій, оформити нею проєкт або додати до реферату.

Дивись Додаток Г, де в конспекті уроку застосування набутих знань, умінь та навичок, продемонстровані графіки функцій, які побудовані у середовищі *CleverMath*.

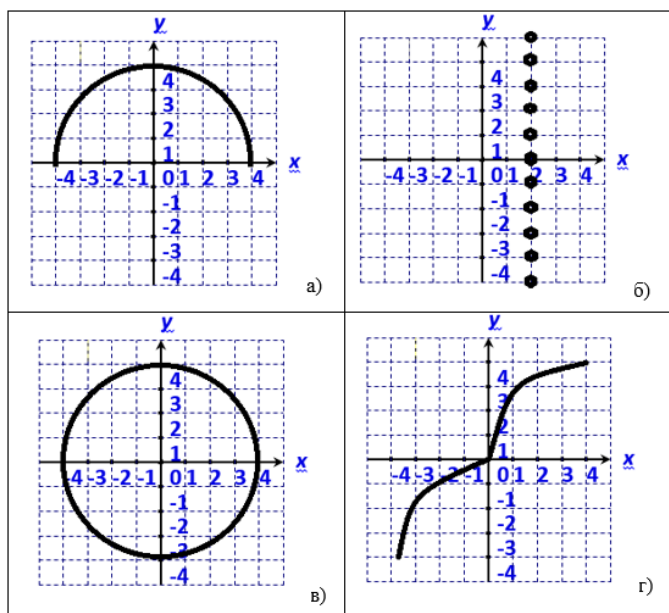


Рис. 2.1.2. Зображення графіків за допомогою *CleverMath* у конспекті уроку з алгебри 10 клас.

Ще одним корисним електронним інструментом є онлайн-довідник *Cubens* [3], який містить стислий, але повний теоретичний матеріал з усіх розділів шкільної математики, зокрема і з ступеневих функцій. *Cubens*, а конкретніше розділ «Quadratic function, graph quadratic functions» [2] можна

використати на початку уроку для актуалізації знань або як інструмент для самостійного опрацювання теорії. Наприклад, під час роботи в групах учні можуть скористатися довідником, щоб швидко знайти формули чи означення. Також ресурс стане у пригоді при підготовці до контрольної роботи або під час виконання самостійного завдання: вчитель може дати посилання на відповідну сторінку довідника та запропонувати учням самостійно ознайомитися зі властивостями функцій.

Таким чином, інтеграція електронних ресурсів у навчальний процес сприяє поглибленню розуміння теми «Степенева функція», забезпечує різноманіття методичних підходів до пояснення нового матеріалу, активізує навчальну діяльність учнів та розвиває їхню цифрову та математичну компетентності. Поєднання традиційного підручника з сучасними онлайн-інструментами дозволяє вчителю організувати уроки більш динамічно, цікаво та ефективно.

Після узагальнення властивостей степеневих залежностей доцільно переходити до функцій, що описують періодичні процеси, оскільки вони суттєво розширюють уявлення про різноманіття математичних моделей. Тригонометричні функції вимагають чіткої динамічної демонстрації періодичності та фазових змін, що робить використання ЕОР особливо важливим для формування правильних концептуальних уявлень.

Тригонометричні функції. У сучасному освітньому середовищі важливо інтегрувати ЕОР у процес вивчення математичних дисциплін. Зокрема, під час вивчення теми «Тригонометричні функції та їхні властивості» за підручником алгебри для 10 класу авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [68, с. 116-191] доцільно використовувати цифрові інструменти, які підсилюють розуміння абстрактних понять. Поєднання традиційного навчання з візуалізацією функцій, динамічними графіками та інтерактивними платформами дозволяє зробити матеріал доступнішим, підвищити мотивацію учнів до навчання, розвивати їхню математичну інтуїцію та цифрову компетентність.

Під час актуалізації опорних знань або пояснення нового матеріалу доцільно використовувати сайт *Wikipedia* [42] як довідковий джерело для

короткого повторення основних тригонометричних функцій, їх властивостей та графіків. Наприклад, стаття «Тригонометричні функції» [41] містить таблиці значень функцій, формули перетворень та графіки, які допоможуть учням швидко пригадати матеріал, необхідний для розв'язання тригонометричних рівнянь. Таке використання *Wikipedia* дозволяє заощадити годину на уроці та формує в учнів навички самостійного пошуку та аналізу інформації в авторитетних онлайн-джерелах.

Крім використання традиційних джерел, варто звернути увагу на популярні цифрові платформи, які можуть ефективно доповнити процес вивчення тригонометричних функцій. Одним із сучасних засобів є *TikTok*-сторінка «turbozno.school ПІДГОТОВКА ДО НМТ/ЗНО» [37], де у форматі коротких відео подається навчальний контент з математики. Наприклад, у відео, присвячених темі тригонометрії, стисло і наочно демонструються правила обчислення значень тригонометричних функцій для спеціальних кутів, співвідношення між функціями (наприклад, формула тангенсу через синус та косинус) або типові помилки учнів при розв'язанні тригонометричних рівнянь. Такі матеріали можна використовувати на етапі мотивації або рефлексії: наприклад, запропонувати учням переглянути коротке відео на початку уроку як вступ до нової теми, або ж наприкінці заняття, щоб повторити ключові моменти у неформальному форматі. Це сприяє формуванню позитивного ставлення до предмета та адаптації навчального процесу до цифрових звичок сучасних учнів.

Ще одним ефективним електронним ресурсом є *Wolfram Alpha* [43] – аналітична онлайн-платформа, що дає змогу в інтерактивному режимі досліджувати математичні функції. Під час вивчення тригонометричних функцій цей сервіс можна використовувати для візуалізації графіків та аналізу їх властивостей. Наприклад, на уроці доцільно запропонувати учням побудувати графік функції $y = \tan x$ у різних проміжках.

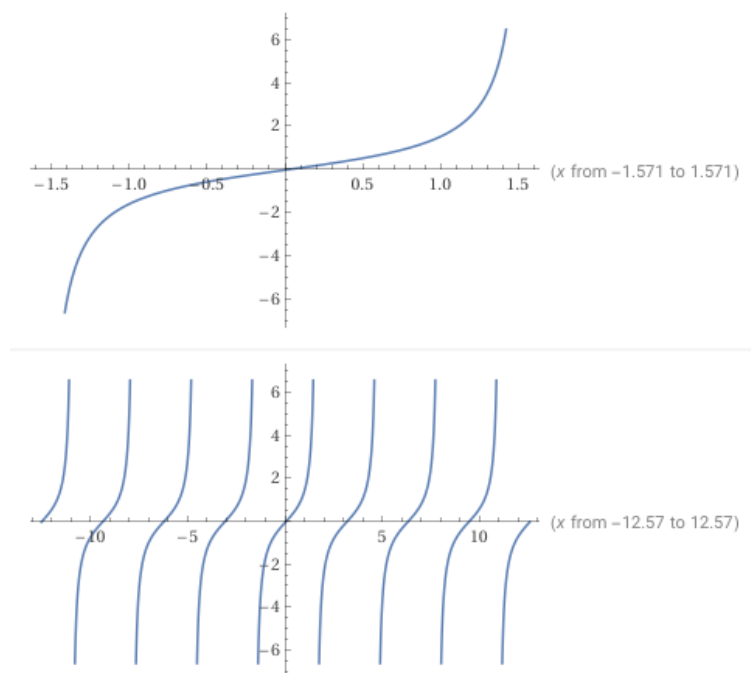


Рис. 2.1.3. Зображення графіків функції $y = \tan x$ на платформі *Wolfram Alpha*.

На рисунку представлено графіки функції $y = \tan x$ на проміжках $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ (верхній) та $[-4\pi; 4\pi]$ (нижній). Це дозволяє наочно продемонструвати періодичність функції, наявність вертикальних асимптот, а також поведінку функції в околі точок, де вона не визначена. Такий підхід доцільно використовувати під час вивчення властивостей графіків або в межах дослідницької роботи у парах/групах, коли учні змінюють параметри функції (наприклад, $y = \tan(kx + \alpha)$) та обговорюють зміни її графіка. Крім того, *Wolfram Alpha* формує навички роботи з цифровими математичними інструментами, що є актуальними як для подальшого навчання, так і для розвитку функціональної грамотності.

Ще одним ефективним електронним освітнім ресурсом для теми «Тригонометричні функції» є платформа *Quizizz* [34]. Платформу *Quizizz* бажано використовувати на етапі закріплення нового матеріалу або узагальнення теми «Тригонометричні функції» наприкінці уроку. Наприклад, учням можна запропонувати проходження вікторини під назвою «Тригонометричні функції аргументу 10 клас» [33], яка містить завдання типу: «Знайдіть радіанну міру кута, градусна міра якого становить 120° »; «Вкажіть малюнок на якому зображено кут $\alpha = -720^\circ$ »; «Обчислити $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$ » тощо. Для учня така форма роботи

корисна тим, що вона дає швидку зворотну зв'язок, дозволяє тренувати уважність і швидкість мислення, а також створює елемент гри та змагання, що значно підвищує мотивацію до навчання. Вчитель у свою чергу може за допомогою автоматичних звітів оцінити рівень засвоєння матеріалу шкірним учнем та виявити теми, які потребують додаткового опрацювання.

Отже, інтеграція ЕОР в процесі вивчення теми «Тригонометричні функції» дає змогу зробити навчання не тільки більш наочним, але й значущим для учнів. Застосування динамічних графіків, відеопояснень, ігрових завдань та інтерактивних тестів сприяє кращому розумінню матеріалу, підвищенню зацікавленості та формуванню ключових математичних та цифрових компетентностей, що особливо актуально для профільної школи в умовах нової української школи.

Після опрацювання періодичних функцій учні готові перейти до тем, які розкривають швидкі зростання та спадання величин. Показникові та логарифмічні функції потребують точного відтворення графічних залежностей і розуміння взаємної оберненості, а тому ЕОР стають важливим засобом для формування стійкого й усвідомленого понятійного апарату.

Показникова та логарифмічна функція. Сучасний урок алгебри у профільній школі за підручником алгебри для 11 класу авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [69, с. 5-80] дедалі більше інтегрує цифрові інструменти для досягнення високого рівня залученості учнів та ефективного засвоєння матеріалу. Тема «Показникова та логарифмічна функція» є не лише теоретично важливою, а й складною для візуалізації та практичного розуміння, тому застосування ЕОР дозволяє урізноманітнити види діяльності, забезпечити наочність, оперативну зворотну зв'язок та індивідуалізацію навчання.

На етапі вивчення нового матеріалу ефективно використовувати електронний довідник *Cubens* [3], що містить інтерактивні пояснення, графіки функцій, приклади розв'язання типових завдань. Наприклад, при введенні поняття показникової функції, вчитель демонструє, як змінюється її графік

залежно від основи степеня. За допомогою *Cubens* учні можуть самостійно змінювати параметри у формулі та спостерігати за зміною графіка в режимі реальної години. Це формує уявлення про властивості функцій, їх області визначення, монотонність тощо. Аналогічно, при вивченні логарифмічної функції учні можуть дослідити її графік та порівняти з показниковою як оберненою функцією.

The screenshot shows the Cubens online encyclopedia interface. On the left is a sidebar with a menu containing categories like 'Numbers and expressions', 'Equations and inequalities', 'Functions and graphs', 'Algebra and analysis', 'Trigonometry', 'Combinatorics', 'Fractional numbers', 'Navigation by skyline', 'Tables and formulas', 'Classroom', and 'Classes'. The main content area is titled 'Формула переходу від однієї основи логарифма до іншої' (Formula for changing the base of a logarithm). It displays the formula $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ with conditions $(b > 0, a > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1)$. Below this, it lists 'Наслідки формули переходу від однієї основи логарифма до іншої' (Consequences of the formula for changing the base of a logarithm) with three numbered items: 1. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, 2. $\log_a b = \log_a b^k$, and 3. $\log_a a^m = \frac{m}{n}$. At the bottom, there is a 'Теги:' (Tags) section.

Рис. 2.1.4. Формули переходу від однієї основи логарифма до іншої та їхні наслідки в онлайн-довіднику *Cubens*.

Зображення, наведене вище, можна використовувати як візуальну опору під час пояснення формули переходу від однієї основи логарифму до іншої. На ньому чітко представлено як загальну формулу, так і її основні наслідки, що допомагає учням краще структурувати знання. Така інфографіка зручно поєднує теоретичний матеріал і практичні формули, які часто використовуються учнями на уроках.

Окрему роль відіграють демонстраційні програмні засоби, зокрема *Instagram*-сторінка «ЗНОХАБ: онлайн-школа якісної підготовки до НМТ» [9], яка регулярно публікує короткі відео та графічні пояснення алгебраїчних тем. Наприклад, для тих логарифмів сторінка містить відео з покроковим розв'язанням ЗНО-подібних завдань, приклади застосування властивостей логарифмів у різних випадках. Такі ресурси можна використовувати на етапі закріплення матеріалу або домашнього опрацювання, щоб учні мали змогу повторити матеріал у зручному форматі. Візуальність, динамічність та наявність

коментарів від інших користувачів створюють ефект спільного навчання, що підвищує мотивацію.

Для контролю знань та рефлексії ефективним є використання сервісу *Kahoot!* [17] – інтерактивної платформи для створення вікторин, яка дає змогу зробити процес перевірки знань динамічним та цікавим для учнів. Після завершення теми «Показникова та логарифмічна функція» вчитель може провести тестування у формі *Kahoot!*, включивши до нього питання розпізнавання графіків, визначення їх властивостей, обчислення значень виразів тощо. Наприклад, можна використовувати готову вікторину під назвою «Логарифмічна та показникова функції» [16], яка містить такі приклади завдань:

- «На малюнку зображено функцію. Оберіть правильне твердження» – учні мають проаналізувати графік і визначити властивість, яку він ілюструє (наприклад, спадання функції, область визначення, поведінка при $x \rightarrow \infty$).
- «Яка з точок належить графіку функції $y = 2^x$?» – завдання на перевірку навички підстановки та обчислення значень функцій.
- «У якій абсцисі буде найбільше значення функції $y = 0,2^x$ на проміжку $[-1; 2]$?» – учні повинні врахувати монотонність функції.
- «У якій абсцисі буде найменше значення функції $y = \log_2 x$ на проміжку $[1; 5]$?» – завдання на розуміння поведінки логарифмічної функції та її зростання.

Такі завдання не лише перевіряють знання, а й розвивають логічне мислення, уміння інтерпретувати графіки та аналізувати функції у контексті різних математичних зрозуміти.

Упровадження ЕОР при вивченні теми «Показникова та логарифмічна функція» істотно підвищує якість та ефективність навчального процесу у профільній школі. Такі інструменти, як інтерактивні довідники, освітні сторінки в соціальних мережах та сервіси для контролю знань, не лише урізноманітнюють діяльність учнів, а й дозволяють враховувати їх індивідуальні освітні потреби, забезпечуючи візуалізацію абстрактних понять, самостійну роботу з матеріалом та зворотний зв'язок у режимі реального часу. Залучення таких ресурсів сприяє

формуванню стійких знань, розвитку критичного та логічного мислення, підвищенню мотивації до вивчення математики та адаптації навчання до потреб сучасного цифрового покоління.

Завершивши вивчення основних типів функцій, учні переходять до просторових уявлень, що вимагають зовсім іншого рівня абстракції та візуального мислення. Стереометричні поняття складно формувати без динамічного моделювання та інтерактивних зображень, тому застосування ЕОР є необхідною умовою для створення цілісного й коректного понятійного апарату у просторі.

Вступ до стереометрії. Тема «Вступ до стереометрії» є фундаментальною для курсу геометрії у 10 класі профільної школи. Вона формує просторове мислення учнів, закладає базові поняття та знайомить із системою аксіом та властивостей просторових фігур. В умовах сучасного освіти ефективність засвоєння матеріалу значно підвищується завдяки використанню ЕОР. Нижче розглянемо приклади практичного застосування різноманітних ресурсів, спираючись на теми за підручником геометрії авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [70, с. 5-35].

Для теоретичного поглиблення учні можуть звернутися до *Wikipedia* [42], де доступно викладено основи стереометрії, зокрема визначення площини, простору, прямих і фігур. Наприклад, стаття «Стереометрія» [40] містить перелік аксіом, коротку історичну довідку та ілюстрації просторових тіл, що допомагає сформувати системне бачення предмета. Такий матеріал доречно запропонувати учням для підготовки до тематичних міні-проєктів, а також для попереднього ознайомлення з новими темами.

Платформа *Gimkit* [8] – це інтерактивний онлайн-інструмент для створення ігрових вікторин, що активно використовується на уроках математики, зокрема під час вивчення теми «Вступ до стереометрії». Особливо ефективною є її інтеграція на етапі вивчення підтем «Основні поняття стереометрії» та «Аксіоми стереометрії».

Lines go on forever.

True

False

Segments go on forever

Lines, rays and segments are all the same



What is another name for line m?

line BC

line D

line B

line BD

Рис. 2.1.5. Приклади питань з вікторини «Axioms stereometry» на платформі *Gimkit*.

На прикладі Рисунку 2.1.5. видно, що завдання у *Gimkit* можуть стосуватися безпосередньо аксіом. Наприклад:

- «Lines go on forever» – це питання перевіряє знання аксіоми про нескінченність прямих.
- «What is another name for line m?» – завдання на розуміння, як позначаються прямі в просторі, що безпосередньо пов'язано з формулюванням та наслідками аксіом стереометрії.

Урок може будуватися таким чином, що після пояснення вчителем аксіом та їх наслідків учні переходять до гри у *Gimkit* – чи особисто в командах. Такий формат дозволяє перевірити, наскільки учні зрозуміли та запам'ятали ключові положення теми; навчити їх застосовувати ці аксіоми на практиці; зробити навчальний процес динамічнішим та насиченим.

Використання цього англomовного ресурсу надає ще одну можливість поєднати вивчення математики з удосконаленням знань іноземної мови. Учні не лише засвоюють математичний матеріал, а й покращують навички читання англійською, що сприяє розвитку їхньої загальної мовної компетентності.

Особливо ефективно використовувати *Gimkit* при узагальненні перед контрольними роботами або в кінці розділу, коли важливо закріпити та

систематизувати знання. Платформа дає можливість швидко бачити прогрес учнів та коригувати вивчений матеріал у режимі реальної години.

Онлайн-ресурс *Складу НМТ. Складу ЗНО* [76] хоча й орієнтований переважно на підготовку до НМТ, однак є дуже корисним для закріплення теми «Вступ до стереометрії». На платформі доступні тематичні добірки завдань, для теми «Вступ до стереометрії» – це розділ «Справедливість тверджень стереометрії. Прямі та площини» [78], що дозволяють тренувати поняття просторових фігур, аксіом стереометрії та їх наслідків. Наприклад, учні можуть виконувати вправи, де потрібно визначити правильність тверджень про просторові фігури, встановити відповідність між властивостями тіл та їх назвами, або розв'язати завдання на обчислення елементів багатогранників. Використання ресурсу зручно організувати як домашнє завдання, для індивідуальної роботи на уроці або як підготовку до тематичного оцінювання.

Отже, впровадження ЕОР у викладання теми «Вступ до стереометрії» дозволяє урізноманітнити форми роботи на уроці, зробити навчання більш наочним, інтерактивним та орієнтованим на практичне застосування знань. Поєднання ресурсів створює сприятливі умови для розвитку просторового мислення, логічного мислення та кращого засвоєння навчального матеріалу, що особливо важливо для учнів профільних математичних класів.

Таким чином, у межах розглянутих тем ми зосередили увагу на впровадженні ЕОР саме на етапі формування первинного математичного уявлення, де ключовою педагогічною дією є послідовне вибудовування понятійного апарату. На цьому рівні ЕОР забезпечують необхідну варіативність подання матеріалу, створюють образність, що підтримує розуміння абстрактних структур, а також надають можливість керувати зміною параметрів, що є визначальним для усвідомленого встановлення математичних понять. Поєднання цих можливостей робить ЕОР невід'ємним інструментом ефективного формування базових теоретичних уявлень у профільній школі та сприяє більш глибокому й стійкому засвоєнню фундаментальних математичних категорій.

2.2. Упровадження ЕОР під час формування способів дій та процедурних умінь

Формування способів дій та процедурних умінь у профільній школі передбачає поетапне опанування учнями алгоритмів, стандартних процедур і типових прийомів розв'язування задач, що становлять основу подальшої математичної діяльності. На цьому етапі особливо важливо забезпечити доступність і поетапність виконання операцій, їх варіативне подання та можливість багаторазового відпрацювання. Саме тому застосування ЕОР є надзвичайно доцільним: вони дозволяють моделювати покрокові стратегії, демонструвати проміжні результати, відслідковувати наслідки змін параметрів і тим самим підтримувати формування процедурної грамотності. Логічним є розгляд особливостей використання ЕОР у межах окремих тем шкільного курсу математики, де такі уміння відіграють ключову роль.

Опанування процедурних умінь доцільно розпочинати з тем, у яких алгоритмічність розв'язування проявляється найбільш виразно. Саме тригонометричні рівняння та нерівності вимагають чіткого слідування встановленим правилам перетворення, тому впровадження ЕОР сприяє поетапному оволодінню цими способами дій.

Тригонометричні рівняння та нерівності. У цьому розділі розглядаються приклади використання електронних ресурсів для ефективного викладання теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» за підручником алгебри для 10 класу авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [68, с. 196-257]. Використання цифрових інструментів у поєднанні з теоретичним матеріалом сприяє підвищенню ефективності навчального процесу: робить подачу матеріалу більш наочною, доступною та цікавою для учнів, а також розвиває їхні навички роботи з сучасними технологіями.

На етапі вивчення нового матеріалу або закріплення вивченого теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» доцільно використати інтерактивний інструмент *Mathigon Polypad* [25]. Цей ресурс дозволяє наочно демонструвати графіки тригонометричних функцій, змінюючи параметри рівнянь у режимі

реальної години. Наприклад, вчитель може побудувати графіки функцій $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \sin 2x$ та разом з учнями дослідити, як зміна коефіцієнтів впливає на період, амплітуду й фазовий зсув. Також за допомогою *Polypad* можна моделювати розв'язання рівнянь графічним способом, зокрема знаходити точки перетину функцій $\sin x = \frac{1}{2}$ або $\tan x > \sqrt{3}$, що сприяє глибшому розумінню природи розв'язків і допомагає учням краще засвоїти тему через інтерактивну взаємодію.

Mathigon Polypad може бути ефективно використаний як моделюючий програмний засіб, що дозволяє учням самостійно експериментувати з графіками та параметрами функцій, і як демонстраційний засіб під час пояснення нового матеріалу – для ілюстрації властивостей функцій, побудови графіків і наочного розв'язання рівнянь або нерівностей у графічній формі.

У сучасному освітньому процесі важливо створювати умови для індивідуалізованого та інтерактивного навчання, особливо під час опрацювання складних тем, таких як тригонометричні рівняння. Онлайн-платформи, що адаптуються до рівня підготовки учня, забезпечують ефективне закріплення знань та розвиток навичок розв'язання завдань різної складності. Однією з таких платформ є *IXL Math* [14], яка пропонує завдання з поступовим ускладненням, миттєвим зворотним зв'язком та візуалізацією математичних завдань.

На етапі закріплення матеріалу після вивчення періоду й амплітуди функцій можна запропонувати учням завдання «Розв'язування тригонометричних рівнянь I» [12]. Наприклад, розв'язати рівняння: $\sin x = \frac{1}{2}, x \in [0; 2\pi]$. Завдяки вбудованим підказкам і візуалізації одиничного кола школярі швидко закріплюють поняття загального вигляду розв'язків.

Як домашнє завдання або диференційована робота можна дати вправи «Розв'язування тригонометричних рівнянь II» [13]. Наприклад: $\sin(2x - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}, x \in R$. *IXL* автоматично перевіряє відповіді у форматі $x = \dots + 2\pi k$ і дає учням миттєвий зворотний зв'язок.

Для більш складного рівня завдань можна використати розділ «Solve trigonometric equations» [11]: там є рівняння з кількома параметрами та використанням тригонометричних тотожностей, що гарно підготує до ЗНО та НМТ.

Таким чином, *IXLMath* допомагає імітувати різні рівні складності тригонометричних рівнянь в інтерактивному середовищі, миттєво даючи зворотний зв'язок та мотивацію учням.

На етапі контролю знань з теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» доцільно використати ресурс *ЗНО-ОНЛАЙН* [58] – надійну онлайн-платформу, що містить велику базу тестових завдань, що відповідають програмі ЗНО та НМТ з математики. А саме розділ «Рівняння, нерівності та їхні системи», тема «Ірраціональні, тригонометричні рівняння та системи рівнянь» [60]. Цей сайт надає можливість підібрати актуальні та якісні завдання для проведення контрольної роботи, що відповідають сучасним вимогам до підсумкової перевірки знань. Для ілюстрації проходження уроку з використанням цього ресурсу пропонується ознайомитися з авторським конспектом уроку, розміщеним у Додатку Ж до матеріалу.

Використання *ЗНО-ОНЛАЙН* у 10 класі є особливо важливим, адже вже на цьому етапі варто формувати в учнів систематичний підхід до підготовки до ЗНО/НМТ. Ознайомлення зі структурою тестів, типами завдань та форматом відповідей мотивує учнів до поінформованого навчання та сприяє підвищенню їхньої впевненості перед майбутніми іспитами.

Використання ЕОР під час вивчення теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» суттєво підвищує ефективність навчального процесу, що робить його більш інтерактивним, наочним та доступним для учнів. Інструменти на зразок *Mathigon Polypad*, *Mangahigh*, *IXL Math* та *ЗНО-ОНЛАЙН* дозволяють організувати всі етапи уроку – від актуалізації знань та вивчення нового матеріалу до закріплення та контролю – з використанням сучасних цифрових технологій. Такий підхід не лише сприяє глибшому розумінню теоретичних

аспектів теми, а й формує в учнів навички самостійної роботи, критичного мислення та готує їх до зовнішнього оцінювання.

Після засвоєння алгоритмів розв’язування тригонометричних задач учні готові перейти до вивчення більш складних процедур, пов’язаних із диференціюванням. Похідна та її застосування потребують точного виконання послідовних операцій та аналізу отриманих результатів, тому використання ЕОР підтримує формування необхідних процедурних навичок.

Похідна та її застосування. ЕОР можуть слугувати як довідковими інструментами, так і інтерактивними платформами для пояснення теорії та полегшення практики також і з теми «Похідна та її застосування» для учнів 10 класів профільної школи за підручником алгебри для 10 класу авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [68, с. 259-351]. У процесі вивчення цієї теми використання ЕОР може значно підвищити ефективність засвоєння матеріалу. Похідна – це складне поняття, яке потребує не лише формального вивчення формул, а й розуміння змісту та практичного застосування. ЕОР допомагають учням краще представити процес зміни функції, зручно звертатися до формул, візуалізувати графіки та самостійно перевіряти знання в зручній формі. Правильно підібрані ресурси можуть бути корисними як під час пояснення нового матеріалу, так і при закріпленні, перевірці знань чи виконанні домашніх завдань.

Одним із корисних електронних ресурсів є мобільний додаток-довідник з математики [54]. У ньому міститься таблиця похідних основних функцій, яка є зручною для використання учнями під час уроку. Цей додаток може виконувати функцію електронного підручника. На етапі актуалізації знань учні можуть звертатися до таблиці, щоб пригадати похідні знайомі функції. Під час вивчення нової теми додаток допоможе швидко знайти потрібну формулу, а на етапі закріплення – використовувати її для розв’язання конкретних завдань. Наприклад, при розв’язанні вправи на знаходження похідної від суми або добутку функцій учень може скористатися додатком, щоб перевірити

правильність застосованих формул. Таким чином, додаток є зручним інструментом самоперевірки та підтримки навчального процесу.

Платформа *Quizizz* [34] є ефективним електронним освітнім ресурсом для вивчення теми «Похідна та її застосування» у 10 класі. Вона дозволяє створювати інтерактивні тести, вікторини та опитування, які супроводжуються миттєвим зворотнім зв'язком та гейміфікаційними елементами (бали, аватари, рейтинги), що підвищує мотивацію учнів. *Quizizz* можна використовувати як на уроці – для актуалізації знань чи закріплення нового матеріалу, так і у форматі домашнього завдання. Учні відповідають на запитання типу: «Знайдіть похідну функції», «У якої точки дотична паралельна осі абсцис?» або «Обчислити похідну складеної функції», після чого відразу побачити правильну відповідь. Для вчителя є аналітика результатів шкільного ученика. Наприклад, на уроці можна використати готову вікторину «Похідна» [31], яка містить завдання на обчислення похідних, застосування правил диференціювання та аналіз графіків. *Quizizz* є зручним і наочним інструментом, який дозволяє урізноманітнити навчання та забезпечити активне включення учнів у процес засвоєння складної теми.



Рис. 2.2.1. Скріншот з вікторини «Похідна 10 клас» на платформі *Quizizz* [31].

Онлайн-платформа *Складу НМТ. Складу ЗНО* [76] є ефективним електронним ресурсом для підготовки до національного мультипредметного тесту з математики. У контексті теми «Похідна та її застосування» платформа надає доступ до структурованих завдань, які відповідають формату тестування, передбаченого чинною програмою. Зокрема, учні можуть проходити інтерактивні тести з варіантами відповідей, які охоплюють такі підтеми: обчислення похідної функції, знаходження дотичної, аналіз зростання та

спадання функції, а також застосування похідної в задачах з параметрами. Ресурс надає миттєвий зворотний зв'язок і дозволяє тренувати навички у форматі реального тесту, що є особливо корисним при підготовці до НМТ. Крім того, користувач може обирати ті вибірково, що дає змогу зосередитися саме на похідній, а також аналізувати власні помилки через розв'язання з поясненнями.

Важливим перевагою платформи є можливість обрати конкретну тему з програми, після чого відкривається вікно, де зібрані всі тести, пов'язані саме з цією темою. Наприклад, вибравши тему «Похідна функції. Похідні», користувач отримає доступ до добірки завдань, що стосуються обчислення похідної, графічного аналізу та застосування похідної у прикладних задачах [77].

4 Тип 15 № 1630 i

Знайдіть похідну функції $f(x) = x + 2 + \sin x$.

- ☐ 1) $3 + \cos x$ ☐ 2) $1 - \cos x$ ☐ 3) $1 + \cos x$ ☐ 4) $1 + \sin x$ ☐ 5) $2 + \cos x$

Рис. 2.2.2. Завдання на тему «Похідна та її застосування» на платформі *Складу НМТ. Складу ЗНО*.

Застосування ЕОР на уроках алгебри у 10 класі значно підвищує ефективність засвоєння теми «Похідна та її застосування». Описані платформи дають змогу охопити різні аспекти навчального процесу: від теоретичного опрацювання формул похідних до інтерактивного тестування та самоперевірки. Завдяки ЕОР учні можуть тренувати навички як в індивідуальному темпі, так і в режимі реальної години на уроці. Використання таких інструментів розвиває математичну компетентність, формує усвідомлення теоретично-практичної взаємодії, а також підвищує мотивацію через гейміфікацію та зручну візуалізацію. У комплексі це сприяє глибшому розумінню поняття похідної, її геометричного та практичного змісту.

Логічним продовженням роботи з похідною є опанування інтегралу, де важливо не лише зрозуміти ідею оберненої операції, а й навчитися виконувати низку стандартних процедурних кроків. ЕОР у цьому випадку допомагають

структурувати послідовність дій і забезпечують динамічне подання результатів інтегрування, що особливо корисно для закріплення алгоритмів.

Інтеграл і його застосування. У темі «Інтеграл і його застосування», що вивчається в 11-му класі профільної школи, важливо не лише сформулювати в учнів розуміння основних термінів (невизначений та визначений інтеграл, площа криволінійної трапеції, табличне інтегрування), а й забезпечити розвиток навичок самостійного аналізу, обчислення та застосування інтегралів, суттєво посилити ефективність викладання цієї теми, сприяти залученню учнів, підвищенню мотивації та розвитку математичної компетентності. Матеріал розроблений за підручником алгебри для 11 класу авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [69, с. 83-123].

Одним із корисних ЕОР є онлайн-довідник «Таблиці та формули з математики» [53], а саме розділ «Таблиці інтегралів» [52], що дає змогу учням швидко знаходити потрібні формули інтегрування, властивості інтегралів, табличні значення тощо. Цей ресурс необхідно застосовувати під час пояснення нового матеріалу. Наприклад, коли вчитель демонструє на дошці обчислення інтегралу, учень одночасно на екрані телефону чи ноутбука може відкрити таблицю формул і переконатися у правильності дій. Це дозволяє оперативно підкріплювати теоретичну базу прикладом і формувати вміння самостійно шукати математичну інформацію.

Також довідник можна ефективно використовувати на етапі закріплення знань чи домашньої роботи. Учні можуть запропонувати виконати вправу з підбору відповідної формули інтегрування до кожного завдання: наприклад, знайти, яка формула з таблиці відповідає прикладу, і пояснити, чому саме вона. Таким чином формується зв'язок між аналітичним мисленням та користуванням цифровими інструментами. До того ж, ресурс містить не лише формули, а й графічні ілюстрації, що сприяє кращому засвоєнню матеріалу візуальними учнями.

Ще одним ресурсом, який можна використовувати під час вивчення інтегралу, – це платформа *Lumio* [23]. Вона дозволяє створювати інтерактивні

уроки з додаванням графіків, симуляцій, відео, опитувань та спільної роботи. Завдяки вбудованому графічному калькулятору *Desmos* [5] учні можуть візуалізувати функції та їх похідні та інтеграли. Наприклад, можна створити завдання, в якому досліджується рух тіла за законом $S(t) = -0,5(t - 4,5)^2 + 10$, як на зображенні.

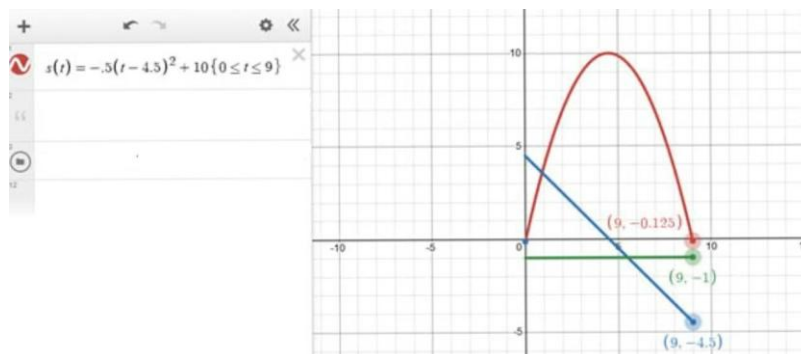


Рис. 2.2.3. Графічне зображення задачі на платформі *Lumio* з використанням *Desmos* [22].

На графіку червона крива відображає положення об'єкта $S(t)$, синя – швидкість (тобто похідна), а зелена – прискорення. Учні аналізують, як значення площі під кривою швидкості (синя лінія) відповідає зміні положення тіла – тобто розуміють фізичний зміст визначеного інтегралу. Завдання може бути таким: «Знайдіть переміщення тіла за інтервал $[0;9]$, використовуючи площу під графіком швидкості. Який фізичний зміст має значення визначеного інтегралу від $V(t)$ на цьому проміжку?» Учні можуть змінювати параметри на графіку, працювати з повзунками, досліджуючи залежність площі від між інтегруванням. Це дає змогу глибше зрозуміти зв'язок між інтегралом та реальною зміною стану системи. На етапі закріплення в *Lumio* можна створити інтерактивне завдання у форматі групової роботи або заповнення шаблону, де учні обирають правильне тлумачення площі під графіком, роблять аналітичні висновки та готують міні-презентацію результатів.

На завершальному етапі вивчення теми «Інтеграл та його застосування» доцільно використати платформу *Gimkit* [8] – сучасний інструмент для створення інтерактивних вікторин у форматі гри. Для активного повторення та закріплення

матеріалу можна обрати ігровий режим «Рибалка» («Fishing Mode»), який перетворює виконання завдань на справжню пригоду.

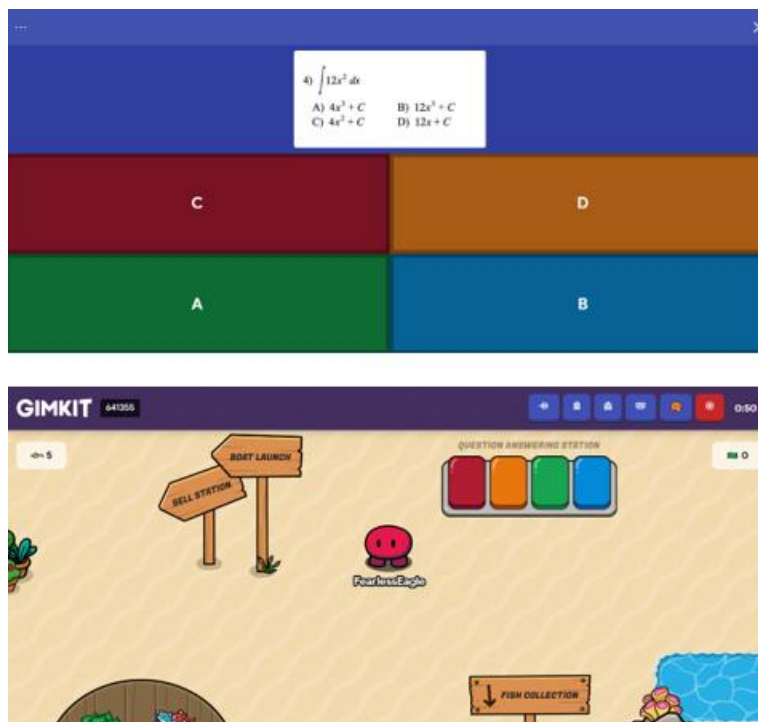


Рис. 2.2.4. Вікторина «Integrals» на платформі *Gimkit* у режимі «Рибалка» («Fishing Mode»).

На першому етапі учні відповідають на тестові запитання, пов'язані з обчисленням невизначених інтегралів. Наприклад, на екрані відображається вираз: $\int 12x^2 dx$ і запропоновано чотири варіанти відповіді (див. Рис. 2.2.4.). Учень має обрати правильний варіант, використовуючи знання основних правил інтегрування, зокрема степеневі формули: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$. Отже, правильна відповідь: $-4x^3 + C$, що дозволяє не лише закріпити алгоритм дій, а й розвивати уважність та навички аналізу.

Після кожної правильної відповіді гравець «виловлює рибу», яка автоматично з'являється у його віртуальному інвентарі. Учень може продати рибу біля станції продаж (Sell Station), що дозволяє накопичити внутрішню ігрову валюту. За неї можна купити покращення для човна або інструментів (наприклад, швидкий рух, більше риби за раз, бонуси тощо). Все це відбувається у віртуальному середовищі, де гравець вільно пересувається, як у справжній пригодницькій грі.

Таке поєднання математичного змісту та ігрової механіки створює високу залученість: учні не лише повторюють теоретичний матеріал, а й активно змагаються, планують стратегії, аналізують свої відповіді та мотивуються покращувати результат. Завдяки цьому режиму формується не лише математична компетентність, а й цифрова, ігрова та стратегічна.

Цей формат також ефективно використовувати як домашнє завдання, адже він значно цікавіший за традиційні вправи, а отже, підвищує самостійну активність учнів.

Отже, використання ЕОР при вивченні теми «Інтеграл та його застосування» в 11 класі профільної школи значно підвищує ефективність навчального процесу, сприяє кращому засвоєнню теоретичного матеріалу та формуванню практичних навичок. Застосування онлайн-довідників дозволяє учням швидко знаходити потрібні формули, перевіряти правильність обчислень та вчитися працювати з математичною інформацією самостійно. Інтерактивна платформа *Lumio* з можливістю графічного моделювання забезпечує глибше розуміння змісту визначеного інтегралу та розвиває міжпредметні зв'язки з фізикою. А використання *Gimkit* у форматі гри, зокрема в режимі «Рибалка», перетворює повторення матеріалу на захоплюючий процес, що активізує пізнавальну діяльність учнів, сприяє розвитку математичної компетентності, мислення, уваги та самостійності. Таким чином, впровадження ЕОР дозволяє поєднати традиційне навчання з цифровими інструментами, підвищити мотивацію та інтерес до математики, а також формувати сучасне інтерактивне навчальне середовище.

Після роботи з інтегруванням доречно перейти до просторових обчислень, де формується зовсім інший тип процедурних умінь, пов'язаний з операціями над векторами та координатами. ЕОР забезпечують можливість одночасного візуального й аналітичного опрацювання просторових дій, що суттєво підсилює розуміння алгоритмів.

Координати та вектори у просторі. У цьому розділі буде розглянуто приклади використання електронних ресурсів для ефективного викладання теми

«Координати та вектори у просторі» за підручником з геометрії авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [70, с. 191-248]. Такий підхід є надзвичайно важливим у сучасному освітньому процесі, оскільки поєднання теоретичного матеріалу з цифровими інструментами допомагає зробити навчання більш наочним, динамічним і доступним для здобувачів освіти.

До вивчення теми «Координати та вектори у просторі» доцільно залучати сучасні ЕОР, які сприяють розвитку просторового мислення, забезпечують візуалізацію абстрактних понять і формують в учнів цілісне уявлення про геометричні об'єкти у тривимірному просторі.

Для пояснення теоретичних концепцій теми доцільно використовувати довідкові програмні засоби, зокрема довідник з математики (автор Сергій Сандовенко) [54] та освітню платформу ВШО [49]. У довіднику зібрано ключові формули та визначення, які безпосередньо стосуються теми векторів у просторі: операції над векторами, координатне подання, скалярний та векторний добуток, обчислення довжини вектора, знаходження кута між векторами тощо. Така структурована інформація дозволяє учням швидко зорієнтуватися в матеріалі й використовувати довідкові дані під час розв'язування задач. ВШО, в свою чергу, містить навчальні відео та інтерактивні завдання, які сприяють глибшому розумінню теми «Координати векторів у просторі». Зокрема, доцільно використати відео «Координати векторів у просторі», «Дії над векторами у просторі» та «Модуль вектора у просторі». У першому відео подано основи визначення координат векторів у тривимірній системі координат, друге демонструє додавання і віднімання векторів, а також множення вектора на число, а третє – обчислення довжини вектора. Завдяки чітким анімаціям, покроковим поясненням викладача та можливості одразу застосувати знання у вбудованих інтерактивних завданнях, учні краще розуміють просторові взаємозв'язки, структуру координатного простору та логіку розв'язання задач, що є особливо важливим при роботі з тривимірними об'єктами.

Для демонстрації основного матеріалу з теми «Координати та вектори у просторі» доцільно використати інтерактивне програмне забезпечення

GeoGebra [7], яке дає змогу візуалізувати просторові об'єкти та операції над векторами в реальному часі. Завдяки тривимірному режиму (*3D Graphing*), учні можуть бачити, як виглядає вектор у просторі, змінювати його координати й одразу спостерігати за змінами на моделі. Наприклад, можна наочно продемонструвати додавання векторів. Приклад задачі: «Чому буде дорівнювати сума векторів $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$, якщо точка O – початок координат, точка A має координати: $(7; -3; 5)$; точка B має координати: $(-5; 2; 2)$ ».

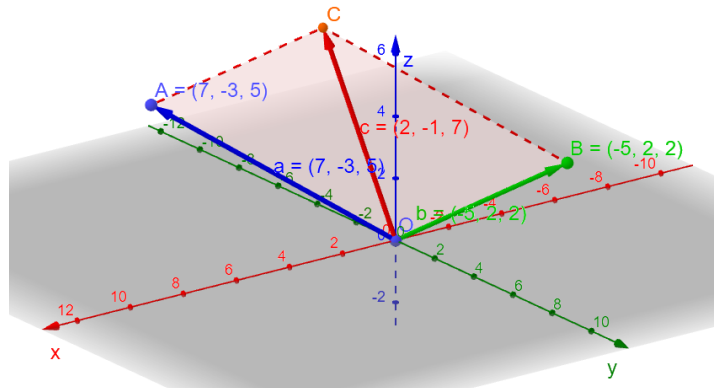


Рис. 2.2.5. Візуалізація векторів $\vec{a}$; $\vec{b}$ та їх суми $\vec{c}$ у тривимірному просторі за допомогою *GeoGebra*.

Такі візуальні інструменти суттєво полегшують сприйняття абстрактних понять, сприяють розвитку просторової уяви й дозволяють учням експериментувати з об'єктами самостійно, що особливо корисно в умовах онлайн-навчання чи змішаних форм організації освітнього процесу.

Для закріплення вивченого матеріалу та тренування набутих знань після опрацювання теоретичних понять доцільно використати інтерактивні вправи-тренажери на платформі *LearningApps* [21]. Вона дозволяє створювати міні-тести, вправи на відповідність, класифікацію чи хмару слів, що сприяє активному залученню учнів до процесу повторення. Зокрема, до теми «Координати та вектори у просторі» можна використати готові вправи на визначення координат вектора за двома точками у вправі під назвою «Координати та вектори у просторі», розпізнавання правильних формул для знаходження модуля вектора у вправі «Вектори у просторі. Теоретичні завдання», встановлення класифікації колінеарності векторів у вправі «Вектори». Також можна використати завдання з

перетягуванням – наприклад, «розклади вектор за координатами» або «познач відповідність між векторами та їх сумами».

Таким чином, використання електронних ресурсів під час вивчення теми «Координати та вектори у просторі» значно підвищує ефективність навчального процесу. Теоретичний матеріал стає доступнішим завдяки довідковим платформам, таким як ВШО та електронні посібники, а візуалізація складних об'єктів у просторі реалізується через динамічні інструменти *GeoGebra*. Інтерактивні вправи на *LearningApps* дозволяють учням самостійно перевірити рівень засвоєння знань у зручному форматі. Сукупність цих засобів формує цілісну навчальну траєкторію, що сприяє глибшому розумінню понять векторів у тривимірному просторі та їх практичному застосуванню.

Працюючи з координатами та векторами, учні поступово переходять до процедур, пов'язаних із встановленням взаємного розташування прямих і площин. Тема паралельності вимагає точного виконання обчислень та операцій зі співнаправленими векторами, а застосування ЕОР допомагає структурувати відповідні способи дій.

Паралельність у просторі. У сучасній школі ефективно викладання геометрії неможливе без залучення ЕОР. Вони дають змогу учням краще візуалізувати абстрактні поняття, розвивати просторове мислення та працювати в індивідуальному темпі. Тема «Паралельність у просторі» потребує особливої уваги до ілюстрацій, моделей та практичних завдань, тому ЕОР стають потужним інструментом для вчителя на всіх етапах уроку – від мотивації до рефлексії. Для цього використаємо підручник авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [70, с. 36-98].

На етапі актуалізації знань та мотивації до навчання варто використати відео урок із ВШО [49], а саме відео «Паралельність прямої і площини» з курсу «Геометрія 10 клас» [50] яке стисло, але чітко пояснює поняття паралельності прямих та площин у просторі. Цей ресурс добре підходить для вступної частини уроку, адже дає змогу швидко згадати, що вже вивчено, та перейти до нового матеріалу. Відео містить не лише пояснення, а й графічні ілюстрації, які

допомагають візуалізувати складні просторові відносини. Крім того, учні можуть переглянути його самостійно вдома або після уроку – це зручно при індивідуальному підході.

Платформа *Khan Academy* [18] є надзвичайно корисною для вивчення теми «Паралельність у просторі» в 10 класі, особливо на етапі пояснення нового матеріалу. Відео, наприклад «Skew Lines, Perpendicular & Parallel Lines & Planes, Intersecting Lines & Transversals», допомагає учням представити просторові фігури не просто як малюнки на дошці, а як об'єкти у тривимірному просторі. Завдяки 3D-анімації у відео чітко показано різницю між паралельними та мимобіжними прямими, між перпендикулярними площинами та прямими, а також наочно демонструються їх взаємні положення.

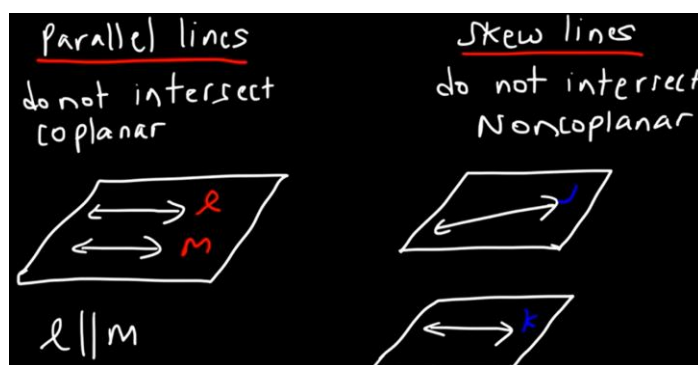


Рис. 2.2.6. Різниця між паралельними та мимобіжними прямими у відео поясненні на платформі *Khan Academy*.

Таке подання інформації особливо корисне для учнів, які мають труднощі з просторовим мисленням. Відео супроводжується голосовими поясненнями англійською мовою, проте воно досить зрозуміле навіть тим, хто не володіє мовою вільно – візуалізація чітка та логічна. У цьому ресурсі учні не лише здобувають математичні знання, але й мають можливість розвивати навички слухання англійською мовою. Використання автентичних аудіоматеріалів сприяє формуванню навичок аудіювання та покращує сприйняття іноземної мови на слух. Вчитель може зупиняти відео у ключові моменти, ставити питання, звертати увагу на деталі, а після перегляду обговорити з учнями побачене. Це створює ефект «занурення» в тему, що дозволяє краще її зрозуміти й запам'ятати,

що особливо важливо в умовах профільної школи, де глибина засвоєння матеріалу має велике значення.

Ще одним прикладом є платформа *Quizgecko* [30], яка надає інтерактивний урок «Parallel and Perpendicular Lines Quiz» [29], який включає тестові завдання та флеш-картки для глибшого занурення у тему. У ньому учні працюють зі стандартними питаннями на паралельність і перпендикулярність. Крім того, є спеціальні вправи на підтвердження паралельності прямих через аналіз кутових співвідношень (наприклад: якщо сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180° , то прямі паралельні). Учні проходять квест, відразу бачать свої результати, можуть скористатись флеш-картками для повторення та AI-подкастом для прослуховування пояснень. Вчитель може створити подібні власні квести під тему «Паралельності у просторі», адаптувати питання до тривимірних ситуацій, або використовувати наявні шаблони – це дає аудиторії зворотний зв'язок і стимулює самостійну рефлексію.

Таким чином, *Quizgecko* дозволяє не просто перевірити знання, а й структурувати їх – через поєднання тестів із вправами та картками. Учні працюють у зручному для себе темпі, одержують миттєвий фідбек, повторюють матеріал інтерактивно, а вчитель отримує аналітику для аргументованого коректування викладання.

Поєднання кількох ЕОР дає змогу зробити урок більш насиченим, динамічним та ефективним. ВШО допомагає структурувати знання, *Khan Academy* – візуалізувати та глибше зрозуміти просторові відносини, а *Quizgecko* – перевірити рівень засвоєння. Таке інтегроване використання цифрових ресурсів відповідає сучасним освітнім тенденціям, підвищує мотивацію учнів та формує їх цифрову грамотність, що особливо важливо у профільних класах.

Завершальним кроком є перехід до вивчення перпендикулярності, де учням необхідно виконувати алгоритми, що спираються на скалярний добуток, кути між об'єктами та перевірку ортогональності. Використання ЕОР дає змогу наочно й кроково демонструвати ці процедури, підтримуючи формування стійких і точних обчислювальних навичок.

Перпендикулярність у просторі. Під час вивчення основного матеріалу теми «Перпендикулярність у просторі» курсу геометрії 10 класу профільного рівня за підручником геометрії авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [70, с. 100-188]. Варто скористатися можливостями платформи *Khan Academy* [18]. Хоч платформа англomовна, вона має прості й наочні пояснення, які добре підходять для візуалізації. Зокрема, при поясненні поняття перпендикулярності прямої і площини у просторі можна використати відео «Line perpendicular to a plane» та «3D coordinate system introduction», а також статтю «Perpendicular and parallel lines in space». Ці матеріали ілюструють базові положення теми за допомогою графіки у тривимірному просторі, що значно полегшує розуміння абстрактних понять.

Для демонстрації основних понять теми «Перпендикулярність у просторі» доцільно використати відеоматеріали з *YouTube*-каналу «Топ Школа» [46], який створений спеціально для підтримки українських школярів у вивченні математики. Зокрема, відео «Перпендикулярність прямої і площини» детально пояснює означення перпендикулярності, супроводжується чіткою побудовою просторових фігур та покроковим аналізом задач, що дозволяє учням краще візуалізувати взаємне розміщення прямої та площини.

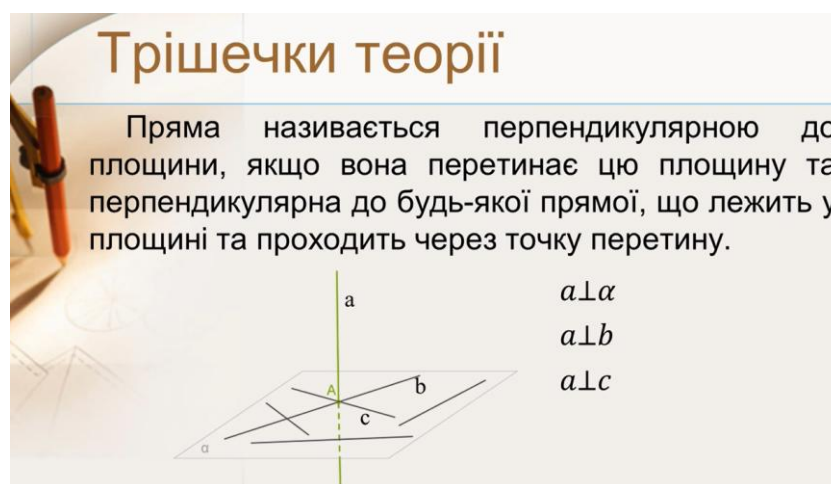


Рис. 2.2.7. Скріншот з відео «Перпендикулярність прямої і площини» *YouTube*-каналу «Топ Школа» [45].

Інше відео – «Ознаки перпендикулярності площин» – подає алгоритми визначення взаємного розміщення площин у просторі, підкріплені прикладами з

практичними рисунками, які розбираються разом з учителем. Завдяки чітким формулюванням, візуалізації та логічному викладу матеріалу, учні краще засвоюють просторові властивості геометричних фігур, а також бачать, як застосовуються теоретичні знання у типових задачах, що значно підвищує розуміння складної теми.

Для закріплення знань учнів після опрацювання теоретичного матеріалу ефективно використати інтерактивну платформу *Kahoot!* [17]. Тут можна використати готові тести розділу «Перпендикулярність у просторі», «Геометрія: просторові фігури» або «Пряма і площина у просторі». Наприклад, у інтерактивній вправі під назвою «Перпендикулярність у просторі» [15] є такі запитання:

- Дати відповідь на питання: «Скільки можна провести прямих, одночасно перпендикулярних до двох мимобіжних прямих?»
- Вставити пропущене слово: «Пряма, перпендикулярна до двох прямих, що перетинається, перпендикулярна до площини, що ... прями»
- Закінчити речення: «Якщо пряма перпендикулярна до однієї з двох паралельних прямих, то ...»

Такі завдання сприяють активізації уваги учнів, розвивають логіку та дозволяють в ігровій формі перевірити засвоєний матеріал.

Варто також використати платформу *ЗНО-ОНЛАЙН* [58], яка пропонує тематичні тести з геометрії, зокрема з розділу стереометрії. У розділі «Прямі та площини у просторі» [59] доступні 31 завдання, що охоплюють ключові поняття теми. Наприклад, одне із завдань перевіряє знання про кількість прямих, які можна провести через пряму і точку:

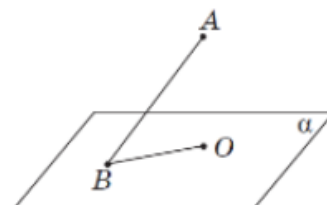
У просторі задано пряму a і точку M , яка не належить цій прямій. Скільки всього прямих, що перетинають пряму a , можна провести перпендикулярно до неї через точку M ?

А	Б	В	Г	Д
жодної	одну	дві	три	безліч

Рис. 2.2.8. Завдання №17 з розділу «Стереометрія», тема «Прямі та площини у просторі» на сайті ЗНО-ОНЛАЙН.

Інше завдання стосується визначення правильних тверджень на знання теми:

Відрізок OB є проекцією похилої AB на площину α (див. рисунок). Які з наведених тверджень є правильними?



- I. Відрізки AB і OB перпендикулярні.
- II. Відрізки AB і OA перпендикулярні.
- III. Відрізки OB і OA перпендикулярні.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II та III	лише I та II	лише III	лише II

Рис. 2.2.9. Завдання №20 з розділу «Стереометрія», тема «Прямі та площини у просторі» на сайті ЗНО-ОНЛАЙН.

Такі тести допомагають учням самостійно оцінити рівень опанування теми, виявити прогалини в знаннях та підготуватися до тематичного оцінювання. Кожне завдання супроводжується поясненням, що сприяє кращому розумінню матеріалу.

Отже, використання ЕОР на уроках геометрії під час вивчення теми «Перпендикулярність у просторі», значно покращує сприйняття матеріалу, активізує навчальну діяльність учнів та сприяє глибшому розумінню просторових понять.

Окремі результати даної дипломної роботи були апробовані мною у вигляді тез доповіді [65], у яких розглянуто гейміфікацію як ефективний метод

використання ЕОР у процесі навчання математики. У дослідженні показано, що застосування ігрових механізмів – зокрема, системи балів, рівнів і досягнень у поєднанні з цифровими платформами – підвищує мотивацію учнів, формує самостійність і сприяє розвитку процедурних умінь. Цей досвід ліг в основу практичної реалізації запропонованої методики впровадження ЕОР у профільному навчанні математики.

Отже, у межах формування способів дій та процедурних умінь ключовим стає не стільки опанування самого математичного змісту, скільки опрацювання того, як саме з ним працювати – тобто вироблення алгоритмічної культури, уміння обирати та виконувати послідовність операцій, порівнювати різні підходи та оцінювати їх ефективність. На цьому етапі ЕОР слугують інструментом підтримки операційних дій, забезпечуючи покрокову побудову розв’язування, можливість тренування та повторного відпрацювання, перевірку гіпотез і миттєву візуалізацію наслідків обраної стратегії. Усе це створює умови для глибшого засвоєння процедурних умінь і сприяє формуванню в учнів стійких, усвідомлених та гнучких способів математичної діяльності, що є необхідним для профільної математичної підготовки.

2.3. Упровадження ЕОР під час застосування та узагальнення знань

Етап застосування та узагальнення знань вимагає від учнів уміння переносити сформовані способи дій у нові ситуації, поєднувати окремі елементи математичних методів та виконувати дедуктивний і аналітичний пошук у межах складніших задач. На цьому рівні навчальної діяльності особливо важливо забезпечити різноманітність контекстів, варіативність подання умов, динамічність моделей і можливість експериментування, що значно розширює простір для узагальнення. Саме тому ЕОР стають потужним інструментом підтримки: вони дозволяють моделювати прикладні ситуації, візуалізувати наслідки обраних стратегій та забезпечують середовище, у якому учні можуть застосовувати наявні знання в нових умовах. Перехід до розгляду конкретних тем дає змогу простежити роль ЕОР у розвитку таких умінь.

Починаючи узагальнення математичних знань, доцільно звернутися до тем, у яких варіативність ситуацій проявляються найбільш виразно. Комбінаторика, теорія ймовірності та статистика потребують уміння аналізувати різні конфігурації випадків, а ЕОР допомагають створювати численні ситуації для застосування вже відомих способів дій.

Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики. У сучасній освіті ЕОР відіграють важливу роль у підвищенні ефективності навчального процесу. Їхнє використання дозволяє урізноманітнити форми подачі матеріалу, активізувати пізнавальну діяльність учнів, візуалізувати абстрактні математичні поняття та моделювати складні процеси. Особливо актуальним є застосування ЕОР під час вивчення теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики» в 11 класі профільного рівня за підручником алгебри авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [69, с. 125-186]. Цей розділ містить низку понять, які потребують теоретичного і практичного роз'яснення, а тому використання інтерактивних цифрових інструментів значно покращує засвоєння матеріалу.

Одним із прикладів ЕОР, що успішно інтегрується в освітній процес, є платформа *Riddle* [36]. Вона дозволяє створювати інтерактивні вікторини, опитування, кросворди, що ідеально підходять для етапів актуалізації знань чи повторення вивченого матеріалу. Після вивчення теми «Комбінаторні правила» вчитель може створити вікторину на основі типових завдань або обрати вже готові інтерактивні вправи у бібліотеці математичних вправ [35], наприклад: «Скільки існує трицифрових чисел без повторення цифр?» або «Скільки способів вибрати 3 учнів з 10?». Учні проходять тестування в реальному часі на власних пристроях, отримуючи миттєвий зворотний зв'язок. Завдяки візуальним елементам, анімації та рейтингу результатів формується емоційне залучення до навчального процесу, зростає зацікавленість у предметі. Також *Riddle* можна ефективно використовувати для організації підсумкового контролю чи тематичних математичних квестів.

Використання цього ресурсу є корисним для учнів, оскільки він забезпечує доступ до якісних матеріалів та сучасних інструментів. Хоча ресурс представлений англійською мовою, це створює додаткову перевагу – учні розвивають мовленнєву компетентність, зокрема навички читання та говоріння англійською. Такий підхід не лише сприяє вивченню предмету, а й покращує знання іноземної мови, що є важливим у сучасному освітньому середовищі.

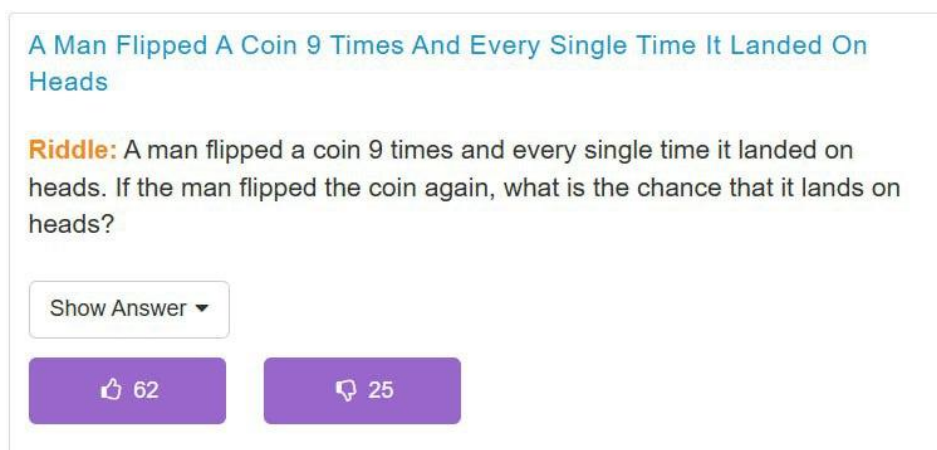


Рис. 2.3.1. Питання на тему «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики» на платформі *Riddle*.

Інтерактивна платформа *PhET Interactive Simulations* [28], створена Університетом Колорадо, надає потужні можливості для демонстрації абстракції, щоб навчитися розуміти через візуальне моделювання. Під час вивчення розділу «Теорія ймовірностей» необхідно використовувати симуляції на кшталт «Probability: Coin Toss» [27] або «Plinko Probability» [26] (див. Рис. 2.3.1.). Так, під час вивчення поняття ймовірності учні можуть спостерігати, як частота випадіння орла і решки при багаторазових підкиданнях монети наближається до теоретичного значення 0,5 – що наочно демонструє дію закону великих чисел. У симуляції «Plinko» візуалізується випадковий розподіл результатів падіння кульок у вертикальній конструкції, що моделює біноміальний розподіл. Учні аналізують гістограми, формулюють висновки, порівнюють емпіричні та теоретичні дані. Таке поєднання експерименту та аналізу забезпечує глибше розуміння суті ймовірності як числової характеристики випадкової події.

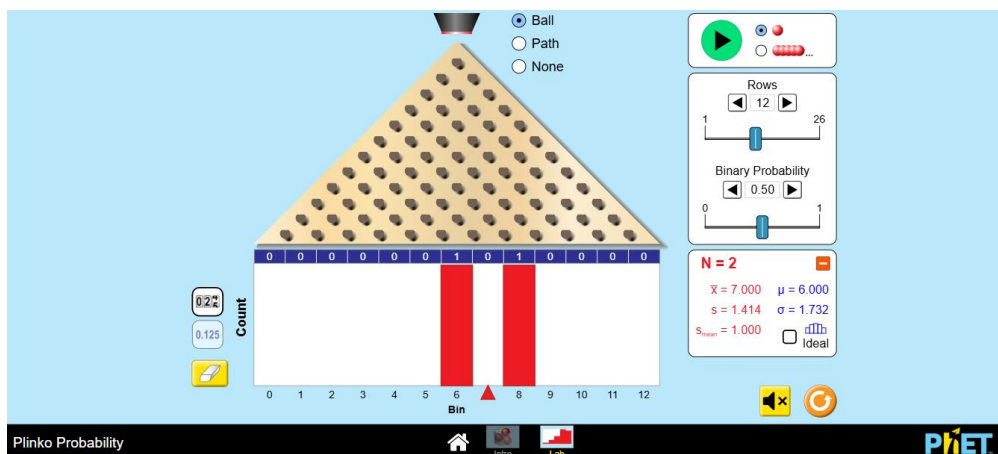


Рис. 2.3.2. Інтерактивна симуляція «Plinko Probability» на платформі *PhET Interactive Simulations*.

Ще одним інструментом, корисним для вивчення теми є *Quizgecko* [30] – платформа для автоматичної генерації тестів та запитань на основі тексту. Вчитель може запровадити визначення чи теоретичний опис зрозуміти (наприклад, «середнє арифметичне», «медіана», «дисперсія») та отримати набір різнотипових запитань. Такий підхід є особливо корисним для етапу закріплення чи перевірки теоретичного матеріалу. Учні працюють із запитаннями у форматі відкритих відповідей, тестів із вибором, встановлення відповідностей, що сприяє глибшому осмисленню матеріалу. *Quizgecko* також дає можливість створювати індивідуальні завдання для самоперевірки чи підготовки до тематичного оцінювання. Завдяки цьому формується культура самонавчання, що є важливою рисою сучасного здобувача освіти.

Таким чином, використання ЕОР таких як *Riddle*, *PhET* та *Quizgecko* дозволяє зробити навчання математики в 11 класі не лише ефективнішим, а й більш цікавим та доступним. Вони сприяють кращому засвоєнню складного матеріалу з комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики, дозволяючи ученикам не лише оперувати формулами, а й розуміти їх прикладне значення. Інтеграція ЕОР у традиційний навчальний процес розвиває аналітичне та критичне мислення, формує дослідницькі навички, а також відповідає сучасним вимогам до підготовки учнів у профільних класах.

Після роботи з імовірнісними та статистичними моделями учні готові повертатися до більш універсальних інструментів математичного аналізу. Узагальнення рівнянь і нерівностей вимагає застосування широкого спектра попередньо засвоєних методів, і ЕОР сприяють побудові різноманітних типових і нетипових ситуацій, де ці способи дій можна перевірити та адаптувати.

Рівняння і нерівності. Узагальнення та систематизація. Тема «Рівняння та нерівності. Узагальнення та систематизація» є підсумковою та водночас складною, тому використання ЕОР на цьому етапі навчання дозволяє зробити опрацювання матеріалу ефективнішим, цікавішим та більш адаптованим до індивідуальних потреб учнів. Матеріали підготовлені за підручником алгебри 11 клас авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [69, с. 201-227].

Одним із ефективних електронних ресурсів для вивчення алгебри є *YouTube*-канал «Топ Школа» [46], що містить багато навчальних відео, зокрема на тематику рівнянь та нерівностей. Наприклад, відео під назвою «Урок №14. Система двох рівнянь другого степеня з двома змінними» [44] можна використовувати під час уроку на тему «Методи розв’язування систем рівнянь». Це відео чітко та доступно пояснює теоретичний матеріал, а також містить приклади з розв’язанням. Таке відео можна включити як частину домашнього завдання або використовувати на уроці як пояснення, особливо в класах з різним рівнем підготовки учнів. Перегляд відео дозволяє учням візуально сприймати матеріал, зупиняти його в зручний момент та ще раз переглянути складні моменти, що особливо важливо під час узагальнення вивченого.

Ще одним із найбільш функціональних інструментів для вивчення теми «Рівняння та нерівності» є *Wolfram Alpha* [43]. На цьому ресурсі учні можуть вводити навіть складні рівняння або системи рівнянь і відразу отримувати не лише відповідь, а й побудований графік. Наприклад, під час введення системи $x^2 + y^2 = 1$ та $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ *Wolfram Alpha* відображає на одному графіку обидва кола, наочно демонструючи їх розташування в координатній площині та точки перетину. Такий візуальний супровід допомагає учням краще

зрозуміти суть рівнянь з двома змінними, взаємне розташування геометричних фігур та значення графічного методу розв'язання. Вчитель може використати цей приклад на уроці під час повторення теми систем рівнянь, щоб показати, як геометрично інтерпретуються розв'язки. Учні можуть використовувати *Wolfram Alpha* самостійно – для перевірки домашніх завдань або побудови графіків у проєктній роботі.

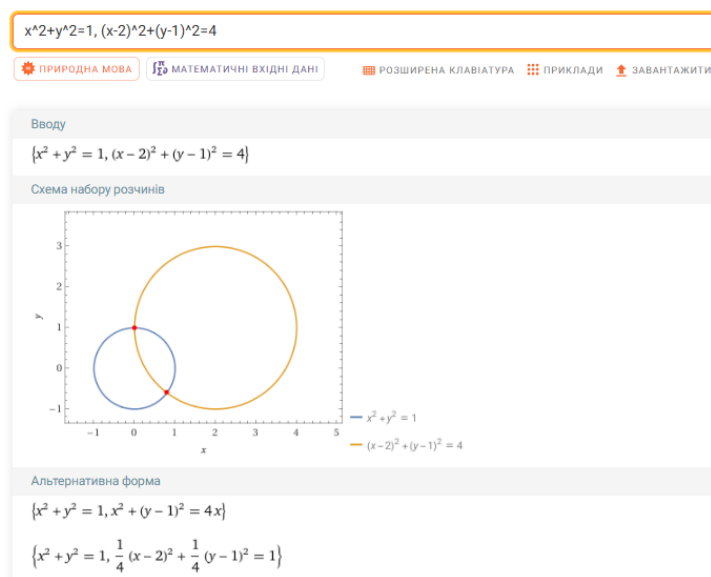


Рис. 2.3.3. Графічне розв'язання системи рівнянь $x^2 + y^2 = 1$ та $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ за допомогою *Wolfram Alpha*.

На платформі *IXL Math* [14] є інтерактивна вправа «Solve a system of equations by graphing» [10] для рівня «Algebra1», де учні спочатку графічно зображують дві прямі, а потім вводять точку їхнього перетину як розв'язок системи. Наприклад, можуть з'явитися типові рівняння виду: $y = x + 3$ та $y = 2,5x$. Учень клацає графік у точках, що належать кожному рівнянню, а платформа автоматично малює прямі й визначає точку перетину. Це дає наочне уявлення про взаємодію двох ліній, особливо важливо під час узагальнення знань про системи рівнянь, різні типи рішень (один розв'язок, жодного, нескінченна кількість).

Це вправу зручно використовувати після пояснення алгоритму графічного розв'язання систем рівнянь на уроці або як самостійну домашню практику. Вчитель може під час уроку продемонструвати приклад типу «знайди координати

точки перетину», а потім запропонувати учням виконати аналогічні вправи на *IXL*, перевіривши відповіді автоматично. Платформа дає миттєвий зворотний зв'язок: правильні відповіді підкріплюють рішення, а неправильні – дозволяють спробувати ще раз, що допомагає формувати навички графічного мислення та точності побудов

Інтеграція ЕОР у процес вивчення алгебри в 11 класі профільного рівня дозволяє підвищити ефективність навчання, урізноманітнити форми подачі матеріалу та зробити його більш доступним для учнів. *IXL Math* активізує навчальну діяльність через ігрові елементи, *YouTube*-канал «Топ Школа» забезпечує якісне відео пояснення складних тем, а *Wolfram Alpha* – дає змогу глибше проаналізувати алгоритми розв'язання та самостійно перевірити розв'язки. Все це сприяє розвитку математичної грамотності, аналітичного мислення та самостійності учнів.

Після узагальнення аналітичних методів логічним є перехід до геометричних об'єктів, де застосування знань потребує просторового мислення та інтеграції алгебраїчних і геометричних способів. Вивчення многогранників дає можливість учням моделювати складні структури, і ЕОР значно полегшують цей процес через інтерактивні тривимірні представлення.

Многогранники. Сучасний урок геометрії вимагає не лише глибоких знань вчителя, а й уміння адаптувати навчання до цифрової доби. Тема «Многогранники» традиційно викликає складнощі у здобувачів освіти через абстрактність просторових форм. Щоб зробити сприйняття об'ємних тіл доступнішим і зрозумілішим, необхідно використовувати ЕОР, які поєднують візуалізацію, інтерактивність та самостійну роботу учнів. Розглянемо кілька зручних та ефективних платформ, які можна інтегрувати в уроки геометрії, використовуючи підручник з геометрії 11 класу авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [71, с. 5-47].

Почати урок доцільно з платформи *Quizizz* [34], яка чудово підходить для актуалізації опорних знань. Наприклад, перед заняттям на тему «Піраміда» можна провести коротке бліц-опитування «Піраміда. 11 клас» [32], яке

складається лише з 4 запитань. У цьому міні-тесті перевіряються базові знання учнів: скільки вершин, ребер та граней має піраміда, що є її основою тощо. Такий формат дозволяє швидко повторити ключову термінологію, не витрачаючи багато годин на початку уроку, та налаштовує учнів на сприйняття нової чи узагальнюючої інформації. Учні проходять інтерактивний тест у своєму темпі, а вчитель у режимі реальної години бачить статистику відповідей, що дозволяє виявити прогалини у знаннях. Крім того, гейміфікований формат підвищує мотивацію та зацікавленість класу, роблячи навіть звичайне повторення більш захоплюючим.

Під час пояснення нового матеріалу або практичної частини ефективною є платформа *Clevermaths* [1], особливо через вбудовані інструменти для побудови геометричних зображень. Вчитель може створити точні ілюстрації багатогранників, використовуючи віртуальні лінійки, транспортири, сітки та калькулятор. Завдяки цьому складні просторові фігури, а саме тетраедри, куби чи піраміди, стають наочними, а сам процес пояснення – більш логічним і доступним. Учні також можуть самостійно працювати в середовищі платформи, що сприяє розвитку візуального мислення та просторової уяви.

Особливу цінність для уроків геометрії в 11 класі становить платформа *ЗНО-ОНЛАЙН* [57], яка містить велику базу тестових завдань з математики, зокрема з «Многогранниками» та окремо – «Призма» [62] і «Піраміда» [61]. Тут представлені як базові, так і складні завдання різних типів: на обчислення площі поверхні піраміди, знаходження об'єму, визначення кількості елементів (ребер, вершин, граней), а також задачі з просторовою уявою, наприклад, на побудову перерізів. Наприкінці кожного завдання надається детальний розв'язок, що дуже корисно як для самоперевірки учнів, так і для вчителя під час пояснення типових помилок. Наприклад, у розділі «Стереометрія» теми «Піраміда» [61] можна знайти завдання на знаходження висоти правильної чотирикутної піраміди за її стороною та апофемою, що є класичним прикладом прикладної задачі на просторові фігури. Вчитель може використовувати ці завдання як для індивідуальної чи парної роботи, так і як домашнє завдання для закріплення

знань. Крім того, зручний інтерфейс дозволяє учням відразу побачити свій результат, аналізувати помилки та повторно проходити завдання для покращення навичок. Завдяки цьому платформа є надзвичайно ефективним інструментом у формуванні математичної компетентності та самостійної навчальної діяльності старшокласників.

Щоб об'єднати всі зазначені можливості, було створено конспект уроку-практикуму на тему «Піраміда», що є узагальненням попередньо вивченого матеріалу з тими «Многогранники». Він представлений у Додатку С. На цьому уроці використовуються всі згадані ЕОР. На етапі актуалізації знань проводитимуться тестування на платформі *Quizizz* – короткий опитувальник на тему «Піраміда» [32] допомагає пригадати основні поняття та налаштувати учнів на тему уроку. Під час практичної частини уроку використовуються зображення та схеми, створені в *CleverMath* – учні разом з учителем будують перерізи піраміди, вимірюють кути, аналізують геометричні властивості. У конспекті усі малюнки розроблені за допомогою цієї платформи. Завершується урок домашнім завданням із платформи *ЗНО-ОНЛАЙН*, що містить добірку різнорівневих завдань з розв'язками, які учні можуть опрацювати самостійно.

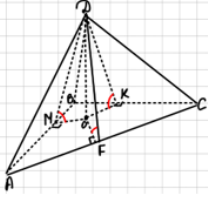
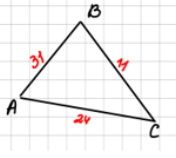
Твердження	Математичний зміст	Рисунок до задачі
Задана трикутна піраміда	$ABCD$ – трикутна піраміда. $OD = 2$ см – висота піраміди. $OK \perp BC$; $OF \perp AC$; $OM \perp AB$. $DK \perp BC$; $DF \perp AC$; $DM \perp AB$.	
Основа піраміди – трикутник ABC	$\triangle ABC$: $AB = 31$ см; $BC = 11$ см; $AC = 24$ см.	

Рис. 2.3.4. Зображення рисунків до задач на тему «Піраміда» у конспекті уроку (Додаток С) за допомогою платформи *CleverMath*.

Такий інтегрований підхід до планування уроку забезпечує не лише високий рівень візуалізації та практичної роботи, а й сприяє розвитку

самостійності та критичного мислення. Конспект уроку – це не просто набір вправ, а вибудована система завдань, що активізують учнівське мислення, розвивають навички роботи з різними джерелами інформації та цифровими інструментами.

Узагальнюючи вищесказане, можна зробити висновок, що використання ЕОР під час вивчення геометрії, зокрема тими «Многогранники», значно підвищує ефективність уроків. Платформи *Quizizz*, *CleverMath* та *ЗНО-ОНЛАЙН* доповнюють одна одну та охоплюють різні аспекти навчального процесу: від мотивації та повторення до візуалізації та самостійної практики. Їх інтеграція у структуру уроку дозволяє досягати високих результатів у формуванні математичної компетентності учнів.

Опрацювавши властивості многогранників, учні можуть переносити способи аналізу форми та структури на іншу групу просторових об'єктів – тіла обертання. Ці теми потребують уміння уявляти динамічний процес обертання фігури, тому ЕОР забезпечують важливу підтримку, дозволяючи моделювати процеси, які складно уявити статично.

Тіла обертання. Вивчення теми «Тіла обертання» у шкільному курсі геометрії є важливим етапом у формуванні просторового мислення учнів. Такі фігури, як циліндр, конус та куля, потребують не лише розуміння геометричних властивостей, а й здатності візуалізувати процес обертання плоскої фігури навколо осі. Саме тому використання сучасних ЕОР під час уроку значно полегшує сприйняття складного матеріалу, робить його більш інтерактивним та цікавим для учнів. Розглянемо кілька ЕОР, які ефективно впроваджуються в уроки на тему тіл обертання, спираючись на підручник з геометрії 11 класу авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [71, с. 49-112].

Одним із ресурсів, що поєднує навчання з ігровими елементами, є платформа *Mangahigh* [24]. Його можна використовувати на етапі закріплення матеріалу або навіть як елемент мотивації наприкінці уроку. Наприклад, існує інтерактивне завдання, де учаснику пропонується розпізнати тіло обертання за

зображенням – наприклад, на малюнку зображено перевернуту фігуру, і потрібно обрати правильний варіант початкової фігури до руху: циліндр, конус чи куля. Цей ресурс сприяє розвитку навичок читання англійською мовою, адже весь матеріал подано іноземною мовою. Учні поступово звикають до спеціалізованої термінології та розширюють свій словарний запас. Таким чином, опановуючи математику, вони одночасно удосконалюють і мовну компетентність.

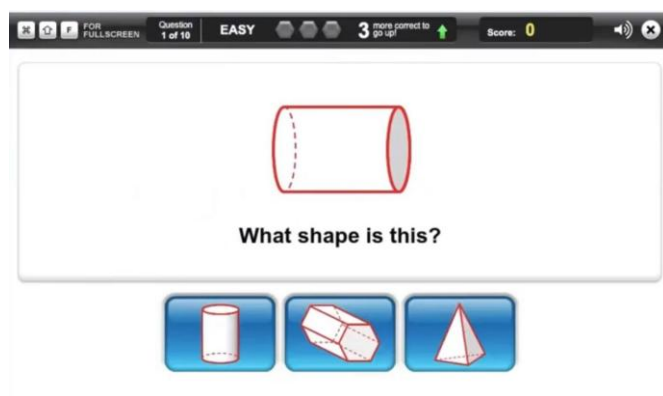


Рис. 2.3.5. Приклад геометричного завдання для 11 класу на тему «Тіла обертання» на платформі *Mangahigh*.

Такі вправи можна використовувати як індивідуальну роботу або міні турнір між учнями, поділеними на групи. Завдяки інтерактивності система відразу фіксує результат, дає зворотний зв'язок і стимулює бажання учня удосконалити результат. *Mangahigh* також відстежує прогрес і формує зведення для вчителя, що допомагає оцінити рівень засвоєння тими кожним учнем.

Ще одним нестандартним і водночас ефективним ресурсом є платформа *Riddle* [36], яка містить спеціальний блок математичних завдань під назвою *Math Riddles* [35]. Урок на тему тіл обертання можна урізноманітнити саме на етапі актуалізації або рефлексії, використовуючи короткі логічні завдання. Наприклад, завдання, зображене на Рис. 2.3.5.: «A sphere has three, a circle has two, and a point has zero. What is it?» (у перекладі: «Сфера має три, коло – два, а точка – нуль. Що це?») Відповідь: виміри/dimensions).

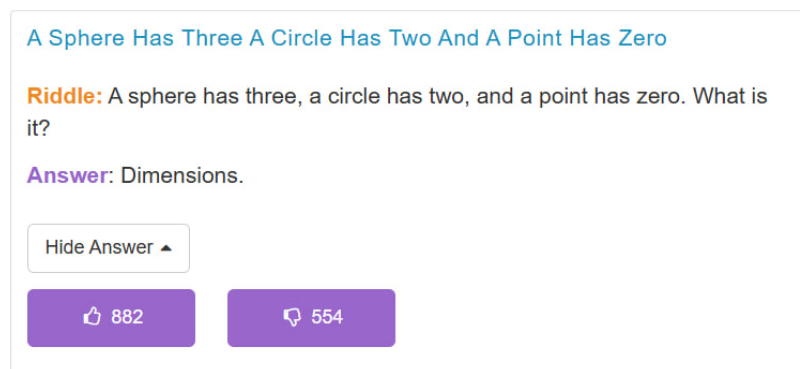


Рис. 2.3.6. Теоретичне завдання-загадка з теми «Тіла обертання», представлене на платформі *Riddle*.

Таке завдання спонукає учнів замислитися над просторовими властивостями тіл обертання, закріплює поняття розмірності об'єктів та активізує пізнавальну діяльність. Крім того, загадки – це гарний спосіб розрядити атмосферу, підвищити інтерес до теми, а також інтегрувати міжпредметні зв'язки з інформатикою чи фізикою.

Для пояснення нового матеріалу та демонстрації процесу утворення тіл обертання надзвичайно корисною є платформа *Mathigon Polypad* [25]. Цей ресурс дозволяє створювати віртуальні моделі геометричних фігур, що обертаються навколо осі, тим самим демонструючи, як з плоскої фігури утворюється об'ємна. Вчитель може наочно показати, як при обертанні прямокутника утворюється циліндр, а при обертанні прямокутного трикутника – конус. Поле для роботи є гнучким і дозволяє додавати елементи, коментувати, а також взаємодіяти з учнями в реальному часі, якщо вони працюють на своїх пристроях. Інтерфейс *Polypad* інтуїтивно зрозумілий, що дозволяє учням самостійно досліджувати властивості тіл, будувати перерізи, вимірювати кути і навіть експериментувати з об'ємом.

Завершуючи, слід зазначити, що використання ЕОР під час вивчення теми «Тіла обертання» відкриває нові можливості для ефективного викладання. *Mangahigh* надає динамічну систему вправ для закріплення матеріалу, *Riddle* формує нестандартне мислення через логічні загадки, а *Mathigon Polypad* забезпечує глибоку візуалізацію та розуміння просторових процесів. Усі ці платформи не просто урізноманітнюють урок, а й сприяють глибшому засвоєнню

теми, розвитку критичного мислення та підвищенню інтересу до геометрії. Використання таких інструментів формує в учнів сучасну математичну компетентність, що базується на розумінні, а не лише на запам'ятовуванні.

Перехід до обчислення об'ємів і площ поверхонь є логічним завершенням узагальнення просторових понять. Тут особливо важливо пов'язати форму об'єкта, спосіб його отримання та формули для обчислень, а ЕОР дають змогу миттєво візуалізувати зміни параметрів і простежити взаємозв'язки між геометричними характеристиками.

Об'єми тіл. Площа сфери. Застосування ЕОР сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів, робить навчальний процес більш динамічним та інтерактивним. Особливо важливим є використання ЕОР на уроках геометрії в старшій школі, де значна частина матеріалу стосується просторових фігур та їхніх властивостей. Традиційні методи викладання не завжди ефективно розкривають складність просторових відношень, оскільки візуалізація за допомогою креслень на дошці має свої обмеження. Так само і матеріал з теми «Об'єми тіл. Площа сфери» за підручником з геометрії 11 класу авторів Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. [71, с. 120-151].

У Додатку Х до роботи представлено конспект уроку на тему «Об'єм тіла. Формули для обчислення об'єму призми», в якому наведено приклади використання різних ЕОР. Зокрема, під час актуалізації опорних знань була застосована платформа *LearningApps* [21] у форматі інтерактивного кросворда, що дозволило учням швидко згадати основні поняття та формули. Крім того, для більш глибокого вивчення матеріалу було використано авторську VR-розробку моделей, які вбудовані у власноруч створений сайт під назвою «Віртуальна геометрична майстерня» [47, 38].

Одним із прикладів ефективного використання ЕОР на уроці геометрії в 11 класі є платформа *LearningApps*. Цей інструмент у форматі інтерактивного кросворду допомагає учням закріпити базові знання, пригадати формули для обчислення площ поверхонь та об'ємів тіл, а також підготуватися до сприйняття нового матеріалу. Завдяки ігровій формі подання інформації, учні отримують

додаткову мотивацію, а вчитель має можливість швидко перевірити рівень готовності класу до подальшої роботи. Наприклад, учням можна запропонувати розв'язати кросворд, у якого зашифровані ключові поняття: «сфера», «циліндр», «піраміда», «радіус», «висота», «діаметр». Таке вправо допоможе швидко пригадати базові терміни та створити позитивний емоційний настрій на початку уроку. Саме такий кросворд і представлений у конспекті уроку (Додаток X).

Ще одним перевагою *LearningApps* є можливість використовувати його для організації групової роботи. Учні можна поділити на команди, кожній із яких надається власне інтерактивне завдання. Це створює умови для здорової конкуренції, розвиває вміння працювати в колективі та підвищує мотивацію до навчання. Таким чином електронний ресурс не лише підтримує активність учнів, а й допомагає урізноманітнити навчальний процес.

Особливу увагу варто звернути на авторську VR-розробку моделей, яка вбудована у сайт під назвою «Віртуальна геометрична майстерня» [47, 38]. Цей ресурс власноруч створений для того, щоб учні могли наочно та інтерактивно ознайомитися з геометричними тілами, вивчили їх властивості та взаємозв'язки. Інтерфейс сайту є зручним і простим у використанні, що дозволяє знайти візуалізації, пояснення та приклади для закріплення знань. У його середовищі учні можуть розглядати геометричні тіла у тривимірному просторі, змінювати ракурси споглядання, обертати та масштабувати фігури. Така інтерактивність допомагає краще зрозуміти просторову структуру сфер, циліндрів чи пірамід, а також формує в учнів просторову уяву.

Взагалі, віртуальна реальність (VR) – це імерсивне середовище, у яке користувача занурюють за допомогою HMD-пристроїв (head-mounted display), щоб він взаємодівав із змодельованим світом і 3D-об'єктами; у веб-середовищах підтримка VR/AR реалізується стандартом *WebXR*, що дає змогу запускати такі сцени прямо в браузері. Пов'язання VR зі стереометрією природне: стереометричні об'єкти – це 3D-моделі, з якими в VR можна безпосередньо взаємодіяти: наближати, оглядати з різних ракурсів, «проходити» навколо або всередині сцени та керувати елементами [75, с. 22].

Авторський VR-ресурс для вивчення стереометрії розроблено на основі веб-технологій *A-Frame* та *Three.js*, що підтримують стандарт *WebXR*. Такий підхід відповідає сучасним теоретичним засадам проєктування цифрових освітніх ресурсів, адже дає змогу запускати інтерактивні 3D-сцени без спеціалізованого програмного забезпечення – безпосередньо у браузері. Крім того, ресурс може використовуватися не лише через комп’ютер, а й із телефону: достатньо навести камеру смартфона, і геометричні фігури з’являються у реальному середовищі. Така функція створює ефект доповненої реальності, що значно підвищує інтерес та мотивацію до навчання.

Наприклад, при вивченні теми «Об’єм піраміди» учні можуть наочно побачити модель піраміди, спів віднести її з відомими формулами та переконатися у взаємозв’язках між площею та об’ємом.

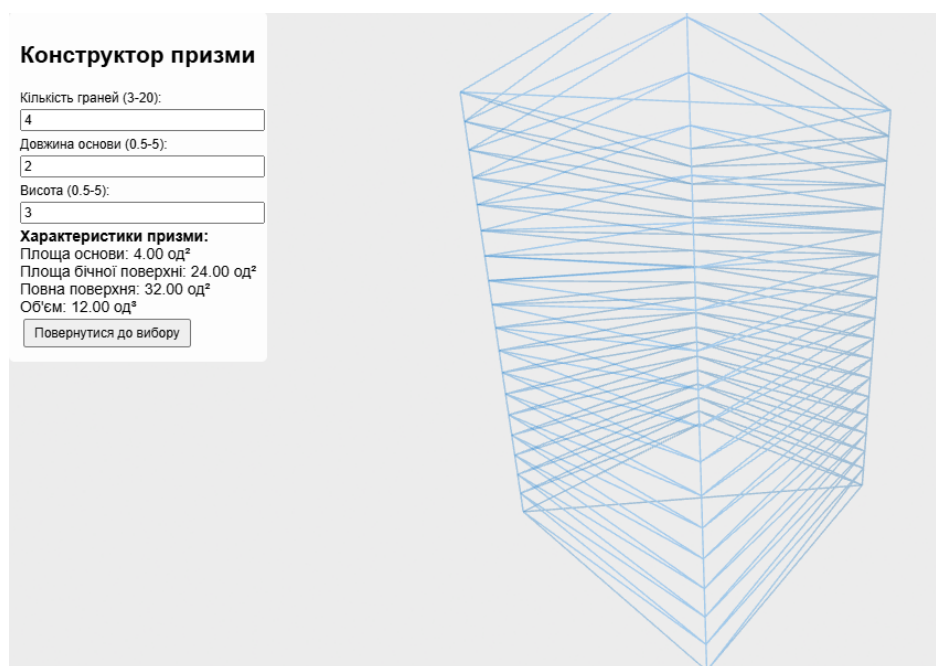


Рис. 2.3.7 Візуальне розв’язання задачі з геометрії 11 класу на тему «Об’єм призми» за допомогою VR-розробки моделей на сайті «Віртуальна геометрична майстерня».

Але впровадження VR-моделей має як і переваги, так і недоліки (Табл. 1.4.). З одного боку, воно сприяє формуванню просторового мислення, робить навчання більш наочним та цікавим завдяки ефекту присутності й можливості безпосередньої взаємодії з 3D-об’єктами [75, с. 22-23]. З іншого боку, існують

обмеження: висока вартість обладнання, технічні труднощі з налаштуванням та сумісністю пристроїв, а також потреба у спеціальних окулярах для коректного відображення просторової сцени, адже без них фігури виглядають лише як прозорі многогранники, які є не зручними для візуалізації на уроках геометрії. Візьмемо приклад задачі, яка представлена у конспекті уроку на тему «Об'єм тіла. Формули для обчислення об'єму призми»: «У будівельника є контейнер для розчину, який має форму правильної чотирикутної призми. Довжина сторони основи становить 2 дм, а висота – 3 дм. Який об'єм розчину може вмістити цей контейнер?» – краще було б, якщо VR-середовище дало б можливість не лише бачити призму у просторі, а й мати поруч окремий малюнок основи, а також встановлювати й позначати вершини фігури, що значно полегшило б візуалізацію та розв'язання (див. додаток X) – це і є недоліками даної розробки. Проте, незважаючи на зазначені недоліки, важливо зауважити, що в будь-якій технології можливі шляхи удосконалення, а VR залишається надзвичайно перспективним ресурсом, адже сьогодні існує дуже мало ЕОР із VR-розробками саме в темі стереометрії.

Ще одним корисним ресурсом є довідник «Таблиці та формули математики» [53]. Він містить узагальнені формули для обчислення площ поверхонь та об'ємів геометричних тіл, що дозволяє учням швидко знайти необхідні відомості під час розв'язання задач. У процесі вивчення теми цей ресурс може використовуватися як додатковий інструмент для індивідуальної чи групової роботи: наприклад, учні можуть отримати завдання розрахувати площу сфери, звернувшись до відповідної формули у довідника, а потім застосувати її під час розв'язання прикладної задачі. Таким чином, «Таблиці та формули» сприяють формуванню навичок самостійної роботи з навчальною інформацією.

Отже, застосування ЕОР на уроці геометрії 11 класу профільної школи значно підвищує ефективність навчання. Вони дозволяють поєднувати різні форми діяльності учнів – від ігрової актуалізації знань у *LearningApps* до дослідницького підходу в VR-середовищі та використання довідкових матеріалів. Такий комплексний підхід сприяє формуванню математичної компетентності,

розвитку просторового мислення та підвищення мотивації старшокласників до вивчення геометрії.

Таким чином, на етапі застосування та узагальнення знань учень переносить сформовані раніше способи дій у нові, складніші ситуації, аналізує умови, моделює взаємозв'язки та будує узагальнення на основі вже опанованих процедур. ЕОР в цьому процесі виступають не лише засобом наочності, а й динамічним середовищем для перевірки припущень, дослідження наслідків обраної стратегії, порівняння різних підходів і випробування власних гіпотез. Використання ЕОР створює умови для більш гнучкого, свідомого й системного перенесення знань, що є ключовою ознакою сформованого етапу узагальнення та практичного застосування математичної підготовки.

Висновки до розділу 2

Результати дослідження засвідчують значний потенціал використання ЕОР для підвищення ефективності навчання математики в профільній школі. На прикладі вивчення різних тем алгебри та геометрії було встановлено, що інтеграція ЕОР сприяє не лише кращому засвоєнню теоретичних знань, а й розвитку практичних навичок учнів.

По-перше, електронні ресурси дозволяють реалізувати принцип наочності, що особливо важливо при вивченні абстрактних математичних тем. Використання інтерактивних вправ, графічних симуляцій, динамічних моделей та візуалізацій дає можливість учням глибше зрозуміти сутність функцій, властивостей тригонометричних рівнянь, похідних та інтегралів, а також закономірностей просторових відносин у стереометрії.

По-друге, застосування ЕОР забезпечує індивідуалізацію та диференціацію навчання. Кожен учень може працювати у своєму темпі, повторювати матеріал за потреби, використовувати онлайн-довідники, перевіряти свої знання через інтерактивні тести та вправи. Це особливо актуально для профільної школи, де учні мають різний рівень підготовки та різні освітні потреби.

По-третє, електронні ресурси створюють умови для формування ключових компетентностей учнів, зокрема математичної, інформаційно-цифрової та комунікативної. Виконання завдань у середовищах, подібних до *LearningApps*, *GeoGebra*, VR-розробок чи електронних довідників, сприяє розвитку критичного мислення, уміння працювати з інформацією та застосовувати знання у практичних ситуаціях.

По-четверте, запровадження ЕОР підвищує мотивацію учнів до навчання. Інтерактивні форми роботи (кросворди, тести, віртуальні лабораторії, 3D-моделі) роблять заняття у навчальних закладах більш цікавими та динамічними, стимулюють пізнавальну активність та залученість учнів.

Отже, використання ЕОР в профільній школі є доцільним і ефективним інструментом для підвищення якості освіти. ЕОР сприяють не лише глибокому засвоєнню математичних знань, а й розвитку компетентностей, необхідних у сучасному світі. Вони стають незамінним інструментом для вчителів математики, відкриваючи нові можливості для організації навчального процесу.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження було спрямоване на вивчення особливостей упровадження ЕОР у процес навчання математики у профільній школі та визначення їхнього впливу на мотивацію учнів. Особлива увага приділялася використанню дидактичних ігор та гейміфікації як сучасних підходів до організації освітнього процесу.

У сучасному освітньому середовищі значна частина старшокласників сприймає математику як складну та абстрактну дисципліну, що може знижувати рівень їхньої мотивації. Саме тому важливим завданням стає пошук методів, які поєднують навчання з елементами гри, створюючи умови для активної участі та зацікавленості учнів. Як показує аналіз наукових джерел, дидактична гра є ефективним педагогічним засобом, що сприяє розвитку логічного мислення, уваги, прагнення до самостійного навчання та інтерактивної взаємодії з матеріалом.

Інтеграція дидактичних ігор у навчальний процес у сучасній дидактиці реалізується через концепцію гейміфікації. Гейміфікація передбачає застосування ігрових механізмів в неігрових умовах з метою підвищення інтересу учнів, створення мотиваційної середовища та стимулювання пізнавальної діяльності. Як показує міжнародний та вітчизняний досвід, використання гейміфікації на уроках дозволяє ученикам сприймати навчальний процес не як рутинне засвоєння знань, а як інтерактивну взаємодію, що поєднує змагальність, креативність та практичну користь.

В умовах цифровізації освіти саме ЕОР стають зручним інструментом для реалізації ігрових та гейміфікаційних підходів у навчанні математики. Такі ресурси, як *Kahoot!*, *Quizizz*, *LearningApps*, *Gimkit*, дозволяють організовувати дидактичні ігри у форматі онлайн-вікторин, квестів та змагань, що мотивує учнів до активної роботи та сприяє закріпленню знань у цікавій формі. Поряд із цим інструменти на зразок *GeoGebra*, *Desmos* чи *Mangahigh* забезпечують візуалізацію абстрактних математичних термінів, підтримують дослідницький характер навчання та допомагають учням застосовувати знання на практиці.

Важливим аспектом дослідження було визначення дидактичних принципів використання ЕОР в освіті. Було встановлено, що ефективність інтеграції ІКТ значною мірою залежить від дотримання таких принципів: наочність, системність, доступність, інтерактивність та особистісна орієнтація. Використання ЕОР не повинно бути обмежене формальною демонстрацією матеріалу. Воно має передбачати активну діяльність учнів, стимулювати їхній пізнавальний інтерес, розвивати вміння аналізувати, порівнювати, узагальнювати інформацію та робити самостійні висновки.

На основі проведеного дослідження було розроблено методичні підходи до впровадження ЕОР у навчання математики. Вони передбачають комплексне поєднання традиційних і цифрових форм навчання, використання інтерактивних платформ, електронних підручників, онлайн-тестів, віртуальних симуляцій та навчальних ігор. Такий підхід дає змогу зробити навчальний процес більш різноманітним, динамічним і гнучким. Особливо важливою є можливість індивідуалізації навчання, коли учні можуть працювати у власному темпі, звертатися до додаткових матеріалів або повторювати складні для них теми.

Окремо варто відзначити, що у другому розділі дослідження було представлено авторську VR-розробку під назвою «Віртуальна геометрична майстерня». Цей ресурс створений спеціально для того, щоб забезпечити учням можливість інтерактивно вивчати геометричні тіла у тривимірному середовищі. Завдяки візуалізаціям, обертанню та масштабуванню моделей учні отримують змогу глибше зрозуміти просторові властивості геометричних об'єктів та їхні взаємозв'язки. Така розробка не лише підвищує інтерес і мотивацію учнів, але й відповідає сучасним тенденціям у цифровій освіті, демонструючи практичний приклад інтеграції VR у навчання математики.

Дослідження також засвідчило, що систематичне використання електронних засобів створює сприятливі умови для формування ключових математичних компетентностей. Учні не лише опановують конкретні знання, а й розвивають здатність аналізувати проблеми, знаходити шляхи їхнього розв'язання, працювати з даними та математичними моделями, а також

розвивають мовленнєву компетентність (вивчення англійської мови). Крім того, ЕОР стимулюють розвиток інформаційної культури школярів, адже вимагають уміння працювати з цифровими платформами, критично оцінювати отриману інформацію, відбирати необхідні дані та застосовувати їх у нових навчальних ситуаціях.

Надзвичайно важливою є також продемонстрована у роботі можливість використання ЕОР на різних етапах уроку: від мотивації та пояснення нового матеріалу до закріплення, систематизації та контролю знань. Приклади конспектів уроків, розроблені на основі охарактеризованих у дослідженні інформаційних засобів, підтвердили, що ІКТ можуть стати органічною складовою навчального процесу, не витісняючи традиційні методи, а гармонійно їх доповнюючи.

Таким чином, підсумовуючи результати проведеної роботи, можна стверджувати, що застосування ЕОР у навчанні математики 10-11 класів профільного рівня є одним із найефективніших шляхів підвищення якості математичної освіти. Вони не лише сприяють формуванню стійкого інтересу до предмета, а й забезпечують розвиток ключових компетентностей, необхідних сучасному випускнику профільної школи. У поєднанні з методично грамотною організацією навчання ЕОР стають потужним інструментом удосконалення освітнього процесу та відповідають актуальним викликам інформаційного суспільства. Представлена авторська VR-розробка виступає яскравим прикладом того, як інноваційні технології можуть бути інтегровані в освітнє середовище, сприяючи формуванню просторової уяви, розвитку критичного мислення та підвищенню зацікавленості учнів до вивчення математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Clevermaths*. URL: <http://clevertouch.com.ua/uk/software/clevermaths.html> (дата звернення 03.01.2025)
2. *Cubens* «Quadratic function, graph quadratic functions». URL: <https://cubens.com/en/handbook/functions-and-graphs/quadratic-function/> (дата звернення 24.07.2025)
3. *Cubens*. URL: <https://cubens.com/uk/handbook/> (дата звернення 13.02.2025)
4. *Desmos*, зображення діаграми Ейлера-Венна. URL: <https://www.desmos.com/calculator/cy7dms6f8y?lang=uk> (дата звернення 24.07.2025)
5. *Desmos*. URL: <https://www.desmos.com/calculator?lang=> (дата звернення 03.01.2025)
6. Gassler G., Hug T., Glahn C. Integrated Micro Learning – An outline of the basic method and first results. Journal of International Conference on Interactive Computer Aided Learning, 2004. URL: https://www.researchgate.net/publication/228416134_Integrated_Micro_Learning-An_outline_of_the_basic_method_and_first_results (дата звернення 02.01.2025)
7. *GeoGebra*. URL: <https://www.geogebra.org/> (дата звернення 03.01.2025)
8. *Gimkit*. URL: <https://www.gimkit.com/> (дата звернення 13.02.2025)
9. *Instagram*-сторінка «ЗНОХАБ: онлайн-школа якісної підготовки до НМТ». URL: https://www.instagram.com/kristina_znohub_math/ (дата звернення 13.02.2025)
10. *IXL Math* «Solve a system of equations by graphing». URL: <https://www.ixl.com/math/algebra-1/solve-a-system-of-equations-by-graphing> (дата звернення 01.08.2025)
11. *IXL Math* «Solve trigonometric equations». URL: <https://www.ixl.com/math/precalculus/solve-trigonometric-equations> (дата звернення 30.06.2025)
12. *IXL Math* «Розв'язування тригонометричних рівнянь І». URL: <https://www.ixl.com/math/algebra-2/solve-trigonometric-equations-with-one-or-two-solutions> (дата звернення 30.06.2025)

13. *IXL Math* «Розв’язування тригонометричних рівнянь II». URL: <https://www.ixl.com/math/algebra-2/solve-trigonometric-equations-ii> (дата звернення 30.06.2025)
14. *IXL Math*. URL: <https://www.ixl.com/math> (дата звернення 03.01.2025)
15. *Kahoot* «Перпендикулярність у просторі». URL: <https://create.kahoot.it/details/423e9c89-65e1-417d-a889-3af620526f6a> (дата звернення 08.05.2025)
16. *Kahoot!* «Логарифмічна та показникова функції». URL: <https://create.kahoot.it/details/350d3617-714d-47f3-9687-7c60271281b3?drawer=> (дата звернення 29.07.2025)
17. *Kahoot!*. URL: <https://kahoot.com/> (дата звернення 13.02.2025)
18. *Khan Academy*. URL: <https://uk.khanacademy.org/> (дата звернення 03.01.2025)
19. *LearningApps*, вправа «Оберіть множину, яка є результатом операцій над множинами». URL: <https://learningapps.org/view23970303> (дата звернення 24.07.2025)
20. *LearningApps*, вправа «Операції над множинами». URL: <https://learningapps.org/view30889281> (дата звернення 24.07.2025)
21. *LearningApps*. URL: <https://learningapps.org/> (дата звернення 13.02.2025)
22. *Lumio* «Position, Velocity, & Acceleration Representation». URL: <https://suite.smarttech-prod.com/edit/94178d09-8949-4b34-b5c4-6d9c3019839c/d4baa581-c982-431f-9c01-c9aab24f3592> (дата звернення 26.07.2025)
23. *Lumio*. URL: <https://www.smarttech.com/lumio> (дата звернення 03.01.2025)
24. *Mangahigh*. URL: <https://www.mangahigh.com/en/> (дата звернення 03.01.2025)
25. *Mathigon Polypad*. URL: <https://polypad.amplify.com/p#fraction-bars> (дата звернення 03.01.2025)
26. *PhET Interactive Simulations* «Plinko Probability». URL: <https://phet.colorado.edu/en/simulations/plinko-probability> (дата звернення 01.08.2025)

27. *PhET Interactive Simulations* «Probability: Coin Toss». URL: <https://phet.colorado.edu/en/simulations/quantum-coin-toss> (дата звернення 29.07.2025)
28. *PhET Interactive Simulations*. URL: <https://phet.colorado.edu/uk/> (дата звернення 03.01.2025)
29. *Quizgecko* «Parallel and Perpendicular Lines». URL: <https://quizgecko.com/learn/parallel-and-perpendicular-lines-vq3kdf?ref=StellarGraph2373> (дата звернення 01.08.2025)
30. *Quizgecko*. URL: <https://quizgecko.com/> (дата звернення 13.02.2025)
31. *Quizizz* «Похідна 10 клас». URL: <https://wayground.com/admin/quiz/628666bfc85091001e2cab07/pohidna?page=search-result-page&source=activity-card> (дата звернення 29.07.2025)
32. *Quizziz* «Бліц-опитування на тему «Піраміда 11 клас». URL: <https://wayground.com/admin/quiz/6895e735ca30dc15358b4bbd> (дата звернення 01.08.2025)
33. *Quizziz* «Тригонометричні функції аргументу 10 клас». URL: <https://wayground.com/admin/quiz/63713ed311a2c1001fb74f4f/trigonometricni-funkciyi-argumentu-10-klas?page=search-result-page&source=activity-card> (дата звернення 24.07.2025)
34. *Quizziz*. URL: <https://quizizz.com/> (дата звернення 13.02.2025)
35. *Riddle. Math Riddles*. URL: <https://www.riddles.com/math-riddles?page=1> (дата звернення 29.07.2025)
36. *Riddle*. URL: <https://www.riddle.com/> (дата звернення 13.02.2025)
37. *TikTok*-сторінка «turbozno.school ПІДГОТОВКА ДО НМТ/ЗНО». URL: <https://www.tiktok.com/@turbozno.school> (дата звернення 13.02.2025)
38. VR-розробка моделей на сайті «Віртуальна геометрична майстерня». URL: <https://lagovska.github.io/educational-ar-project/src/project.html> (дата звернення 24.07.2025)
39. Weber Ch. Rapid learning in high velocity environment: dissertation to the degree of doctor of Philosophy In Management of Technological Innovation and

- Entrepreneurship/Ch. Weber. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 2003. URL: <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/8003> (дата звернення 02.01.2025)
40. *Wikipedia* стаття «Стереометрія». URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D1%96%D1%8F> (дата звернення 01.08.2025)
41. *Wikipedia* стаття «Тригонометричні функції». URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B%D1%96_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D1%96%D1%97 (дата звернення 30.06.2025)
42. *Wikipedia*. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%BD%D0%B0_%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D1%96%D0%BD%D0%BA%D0%B0 (дата звернення 13.02.2025)
43. *Wolfram Alpha*. URL: <https://www.wolframalpha.com/> (дата звернення 03.01.2025)
44. *YouTube*-канал «Топ Школа», відео «Урок №14. Система двох рівнянь другого степеня з двома змінними». URL: <https://youtu.be/y2v-Qzrdh9U?si=CmpDKV4UFeJ9DFSt> (дата звернення 01.08.2025)
45. *YouTube*-канал «Топ Школа», відео «Урок №7. Перпендикулярність прямої і площини (10 клас. Геометрія)». URL: <https://youtu.be/McS06wZ6j9k?si=XH8rZTJElx7KrhRd> (дата звернення 24.07.2025)
46. *YouTube*-канал «Топ Школа». URL: <http://www.youtube.com/@TopShkolaUA> (дата звернення 13.02.2025)
47. Віртуальна геометрична майстерня (головна сторінка). URL: <https://lagovska.github.io/educational-ar-project/> (дата звернення 24.07.2025)
48. Волошин А. М. Дидактичні засади створення електронних освітніх ресурсів у професійній (професійно-технічній) освіті, 2023. С. 2. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/735761/> (дата звернення 03.01.2025)

49. Всеукраїнська школа онлайн (ВШО). URL: <https://lms.e-school.net.ua/> (дата звернення 13.02.2025)
50. Всеукраїнська школа онлайн (ВШО). Курс «Геометрія 10 клас». URL: <https://lms.e-school.net.ua/courses/course-v1:UIED+Geometry-10th-grade+2020/course/> (дата звернення 01.08.2025)
51. Гладун М. А. Сутність поняття «Електронні освітні ресурси». *Інформаційні технології – 2015: збірник тез II Української конференції молодих науковців*, 28–29 травня 2015, м. Київ. С. 20. URL: https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/10091/1/M_Gladun_2015_05_25_konf_UK.pdf (дата звернення 08.02.2025)
52. Довідник «Таблиці та формули з математики», розділ «Таблиця інтегралів». URL: https://ua.onlinemschool.com/math/formula/integral_table/ (дата звернення 29.07.2025)
53. Довідник «Таблиці та формули з математики». URL: <https://ua.onlinemschool.com/math/formula/> (дата звернення 13.02.2025)
54. Довідник з математики (автор Сергій Сандовенко) URL: <https://play.google.com/store/apps/details?id=ssm.sandovenko.mathhelp> (дата звернення 13.02.2025)
55. Єсіна О. Г., Лінгур Л. М. Електронний підручник як засіб підвищення якості освіти. URL: <http://surl.li/mlrgxp> (дата звернення 02.01.2025)
56. Женченко М., Женченко І. В., Мельник О., Прихода Я. Видавничо-педагогічний підхід до проблеми типологізації електронних освітніх ресурсів. *Поліграфія і видавнича справа*, № 1, 2020. С. 127-128. URL: <https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/32601/> (дата звернення 08.02.2025)
57. ЗНО-ОНЛАЙН (загальні тести з балами). URL: <https://zno.osvita.ua/mathematics/> (дата звернення 13.02.2025)
58. ЗНО-ОНЛАЙН (тренувальні вправи). URL: <https://zno.osvita.ua/mathematics/rq.html> (дата звернення 13.02.2025)

59. ЗНО-ОНЛАЙН: Розділ «Прямі та площини у просторі». URL: https://zno.osvita.ua/mathematics/tag-pryami_ta_ploshini_u_prostori/ (дата звернення 08.05.2025)
60. ЗНО-ОНЛАЙН: Розділ «Рівняння, нерівності та їхні системи», тема «Ірраціональні, тригонометричні рівняння та системи рівнянь». URL: https://zno.osvita.ua/mathematics/tag-irrationalni_tryghonometrychni_rivnjannja_ta_systemy_rivnjan/ (дата звернення 30.06.2025)
61. ЗНО-ОНЛАЙН: Розділ «Стереометрія» тема «Піраміда». URL: <https://zno.osvita.ua/mathematics/tag-piramida/> (дата звернення 01.08.2025)
62. ЗНО-ОНЛАЙН: Розділ «Стереометрія» тема «Призма». URL: <https://zno.osvita.ua/mathematics/tag-mnogogranniki/> (дата звернення 01.08.2025)
63. Косенко Ю. М. Дидактична гра як метод формування історичних понять у розумово відсталих учнів, 2015. С. 24-25. URL: <https://library.sspu.edu.ua/wp-content/uploads/2018/04/Kosenko.pdf> (дата звернення 05.02.2025)
64. Кот М. О., Федоренко О. Г. Електронні освітні ресурси для викладання математики в основній школі. *Технології електронного навчання*, №7, 2023. С. 23-32. URL: <https://journals.urau.ua/texel/article/view/292874> (дата звернення 02.01.2025)
65. Лаговська Є. О. Гейміфікація при навчанні математики в профільній школі. *Збірник тез доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції «Проблеми розвитку професійних компетентностей вчителів математичної, природничої та технологічної освітніх галузей»* (27-28 лютого 2025). Дніпро, 2025. С. 210-211. URL: <https://drive.google.com/file/d/1O9KdamgDmOrWH0QJOeaQHELOIIsIX4Yt/view?usp=sharing> (дата звернення 05.03.2025)
66. Лебедик Л. В. Професійний розвиток майбутніх фахівців у сфері соціальної роботи засобами інформаційних технологій. *Проектування індивідуальної траєкторії професійного розвитку педагога в контексті Концепції «Освіта впродовж життя*, 2020. С. 42-43. URL:

<http://ebooks.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Inshi65/0048192.pdf#page=43>

(дата

звернення 13.02.2025)

67. Манжула А. М. До питання класифікації ЕОР. *Національна академія педагогічних наук України Інститут інформаційних технологій і засобів навчання*, 2015. С. 38-41. URL: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/165919/1/Tezy_conf_IIT%D0%97%D0%9D_2015.docx.PDF#page=38 (дата звернення 08.02.2025)
68. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу: проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти – Х.: Гімназія, 2018. URL: <https://pidruchnyk.com.ua/430-algebra-proflniy-rven-merzlyak-10-klas.html> (дата звернення 30.06.2025)
69. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу: проф. рівень: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти – Х.: Гімназія, 2019. URL: <https://pidruchnyk.com.ua/439-algebra-merzlyak-nomrovskiy-polonskiy-yakr-11-klas.html> (дата звернення 30.06.2025)
70. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: початок вивч. на поглиб. рівні за 8 кл., проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти – Х.: Гімназія, 2018. URL: <http://library.megu.edu.ua:8180/jspui/bitstream/123456789/5301/1/Geometrija-10-klas-Merzljak-2018-pogl.pdf> (дата звернення 08.05.2025)
71. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: проф. рівень: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти – Х.: Гімназія, 2019. URL: <https://pidruchnyk.com.ua/1247-geometriya-11-klas-merzlyak.html> (дата звернення 30.06.2025)
72. Піщенко О. В. Дидактична гра: досвід реалії та перспективи. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*, 2005. С. 36-37. URL: <https://vspu.edu.ua/faculty/imad/files/z/V-7.pdf#page=36> (дата звернення 05.02.2025)

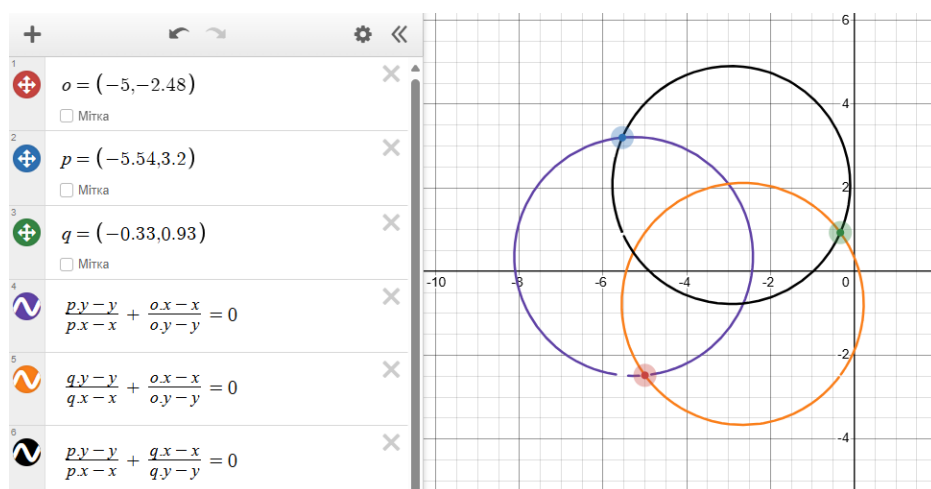
73. Побризгаєва В. Г., Наливайко О. О. Гейміфікація навчання у початкових класах в умовах дистанційного навчання. *Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету*, №16, 2024. С. 135. URL: <https://openedu.kubg.edu.ua/journal/index.php/openedu/article/view/500> (дата звернення 08.02.2025)
74. Польгун К., Лаговська Є. Інформаційно-комунікаційні системи та сервіси у формуванні математичної компетентності учнів. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*. 2025. № 220. С. 261-267. URL: <https://pednauk.cusu.edu.ua/index.php/pednauk/article/view/2368> (дата звернення 20.09.2025)
75. Семеріков С. О., Мінтій М. М. Проектування цифрових освітніх ресурсів із доповненою реальністю. Навчальний посібник із курсу «Інноваційні цифрові технології», КДПУ, Кривий Ріг, 2023. С. 22-23. URL: https://elibrary.kdpu.edu.ua/bitstream/123456789/7850/1/ar_book.pdf (дата звернення 25.08.2025)
76. *Складу НМТ. Складу ЗНО*. URL: <https://skladunmt.online/> (дата звернення 13.02.2025)
77. *Складу НМТ. СКЛАДУ ЗНО*. Завдання з теми «Похідна функції. Похідні». URL: https://skladunmt.online/test?category_id=12&filter=all (дата звернення 29.07.2025)
78. *Складу НМТ. СКЛАДУ ЗНО*. Завдання з теми «Справедливість тверджень стереометрії. Прямі та площини». URL: https://skladunmt.online/test?category_id=89&filter=all (дата звернення 01.08.2025)
79. Трифонова О. С. Дидактична гра у формуванні мовленнєвої особистості дітей старшого дошкільного віку, 2012. С. 247-248. URL: <http://dspace.pdpu.edu.ua/bitstream/123456789/3760/1/Trifonova.pdf> (дата звернення 05.02.2025)
80. Тріщук О. В., Фіголь Н. М., Волик Н. С. Гейміфікація в освітньому процесі. *Технологія і техніка друкарства*, №3 (65), 2020. С. 72-79. URL: https://ttdruk.vpi.kpi.ua/article/view/202000/pdf_110 (дата звернення 02.01.2025)

81. Шишкіна М. П. Напрями розробки педагогічних вимог до програмних засобів навчального призначення, 2010. С. 2-3. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/347/1/Napramy-Varna.pdf> (дата звернення 13.02.2025)

ДОДАТКИ

Додаток А

Зображення діаграми Ейлера-Венна (за допомогою *Desmos*):



Додаток Б

Конспект уроку з алгебри на тему «Графіки основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція» для учнів 10 класів (з використанням ресурсів *GeoGebra* та ВШО):

Тема: «Властивості основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція».

Мета уроку:

- ✓ **Навчальна:** навчити будувати графіки цих функцій та аналізувати їх поведінку залежно від параметрів.
- ✓ **Розвивальна:** розвивати логічне та абстрактне мислення, навички аналізу та узагальнення; удосконалювати вміння працювати з математичними моделями для вирішення практичних завдань.
- ✓ **Виховна:** виховувати уважність, наполегливість і відповідальність під час виконання математичних завдань; формувати позитивне ставлення до математики як до важливої складової сучасної освіти.

Тип уроку: засвоєння нових знань та навичок (теоретичний урок).

Обладнання: підручник (Мерзляк А. Г. «Алгебра і початки аналізу», профільний рівень, 2018), презентація, мультимедійна дошка, ВШО: Курс «Математика 10

клас» (<https://lms.e-school.net.ua/>),
(<https://www.geogebra.org/calculator>).

платформа

GeoGebra

Тривалість уроку: 45 хв.

Формат уроку: оффлайн.

Структура уроку:

- I. Організаційний етап. (2 хв)
- II. Повідомлення теми і мети уроку. (1 хв)
- III. Мотивація навчальної діяльності. (1 хв)
- IV. Актуалізація опорних знань. (3 хв)
- V. Вивчення нового матеріалу. (32 хв)
- VI. Підведення підсумків уроку. Рефлексія. (5 хв)
- VII. Домашнє завдання. (1 хв)

Хід уроку:

I. Організаційний етап: (2 хв)

Привітання з класом.

Добрий день. Бачу, що всі приготувалися до уроку, всім бажаю доброго настрою та успіхів. Сьогодні у нас урок з алгебри, на якому ми здійснимо подорож у світ функцій.

II. Повідомлення теми і мети уроку: (1 хв)

Тема уроку: «Властивості основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція». (*Записують тему уроку в зошит*).

III. Мотивація навчальної діяльності: (1 хв)

Сьогодні ми вивчимо графіки функцій: прямої пропорційності, оберненої пропорційності, степеневої.

У реальному світі багато тіл, які взаємодіють між собою на різних рівнях: фізичному, хімічному, інформаційному, математичному. Наприклад: залежність

сили струму від опору, тиск газу від об'єму, швидкість від часу. Вміння аналізувати ці взаємодії зроблять вас успішними у майбутньому.

IV. Актуалізація опорних знань: (3 хв)

Давайте пригадаємо минулий матеріал: дайте відповіді на такі запитання, будь ласка:

- 1) Що таке функція, аргумент?
- 2) Область визначення?
- 3) Область значень?
- 4) Зростання, спадання?

V. Вивчення нового матеріалу: (32 хв)

Функція прямої пропорційності — це функція, яка задається формулою:

$$y = kx,$$

де:

- k – коефіцієнт пропорційності (константа),
- x – незалежна змінна.

Побудуємо графіки функцій: учні відкривають зошити та будують графіки окремих ступеневих функцій за заданими значеннями, позначаючи точки та з'єднуючи їх, щоб самостійно виявити закономірності у формі графіків.

Наприклад:

1) $y = 5x$

x	0	1
y	0	5

2) $y = x$

x	0	1
y	0	1

Таку функцію ще називають: бісектриса I і III квадранта (або координатної чверті).

Властивості функції:

1. **Графік:** пряма лінія, що проходить через початок координат (точку $(0;0)$).
2. **Залежність:** якщо $k > 0$, то y збільшується із зростанням x ; якщо $k < 0$, то y зменшується із зростанням x .
3. **Область визначення та область значень:** $x \in R, y \in R$.
4. **Пряма пропорційність:** значення y змінюється пропорційно до зміни x .

Завдання для учнів:

Вчитель відкриває *GeoGebra* і вводить функцію: $y = kx$, де k – повзунок (від -5 до 5) і демонструє, як змінюється графік залежно від значення k : нахил, напрям, проходження через початок координат.

Питання до класу:

1. При яких k функція зростає/спадає?
2. Що відбувається при $k = 0$?
3. Як змінюється крутість нахилу?

(Після цієї вправи учень розуміє зв'язок між коефіцієнтом k і формою графіка, уявляє, як виглядає пряма без побудови по точках)

Функція $y = \frac{k}{x}, x \neq 0$ називається **оберненою пропорційністю**.

Побудуємо графік $y = \frac{4}{x}$ у зошитах.

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	-1	-2	-4	4	2	1

Графік називається гіпербола. «Гіпербола настільки спрямовується вгору і настільки спадає вниз». Цей термін застосовується в літературі як перебільшення або зменшування.

Давайте зробимо запис властивостей графіка функції:

- 1) Область визначення: x – довільне, крім 0.

- 2) Область значень: y – довільне, крім 0.
- 3) Функція нулів немає.
- 4) $k > 0$ – функція спадає на області визначення.
- 5) $k < 0$ – функція зростає на області визначення.

Самостійно побудуйте, будь ласка, графік функцій: $y = \frac{2}{x}$

Завдання для учнів:

Завдання №1:

1. Спостерігайте, за допомогою сервісу *GeoGebra*, за зміною графіка $y = \frac{k}{x}, x \neq 0$ функції при зміні k (повзунок від -5 до 5)
2. Заповнити таблицю:

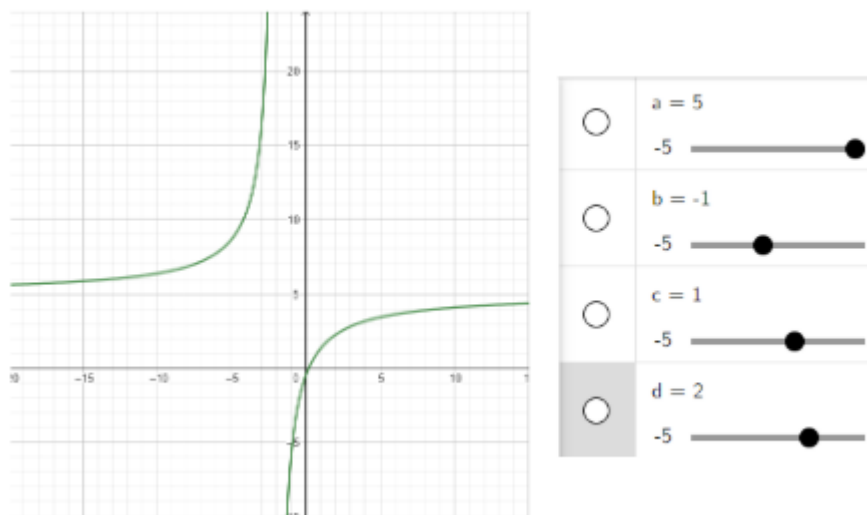
k	Розміщення гілок	Спадання/зростання	Графік симетрично відносно ...
4			
-3			
1			

3. Зроби висновок: як впливає знак і модуль k на розміщення гілок?

Завдання №2:

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

1. Встановити повзунки: $a = 5, b = -1, c = 1, d = 2$.



2. Знайти рівняння вертикальної асимптоти. Спостерігайте за її зміщенням при зміні d .
3. Змінюйте a і c .
 - Що змінюється у вигляді графіка?
 - Чи змінюється напрямок гілок?
4. Заповни висновки:

Зміна параметра	Як змінюється графік?
d	
a	
c	

Степенева функція — це функція, яка задається формулою $y = x^n$, де:

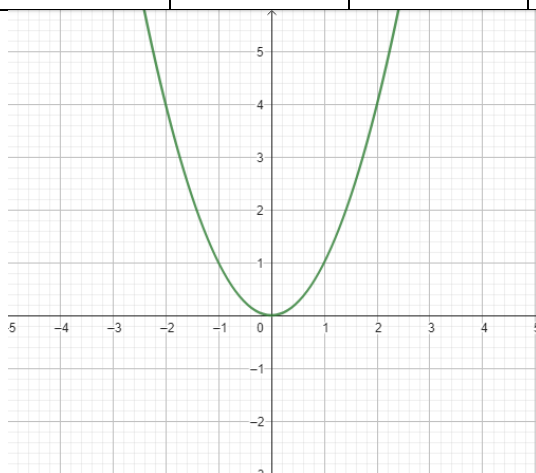
- x — незалежна змінна,
- n — степінь, яка може бути цілим, дробовим, додатним або від’ємним числом.

Побудуємо графіки функцій у зошитах:

Наприклад:

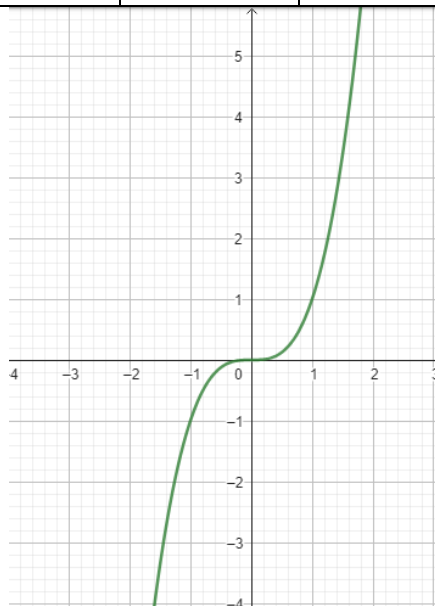
1) $y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	4	1	0	1	4	9



2) $y = x^3$

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8



1. Вчитель створює повзунок n і вводить функцію $y = x^n$.
2. Демонструє різні види функцій: $n = 2$; $n = 3$; $n = 4$; $n = -1$; $n = -2$.

Завдання для учнів: проаналізувати та надати відповіді на запитання:

- Як виглядає графік при парних/непарних n ?
- При яких n графік має симетрію?
- Що відбувається при від'ємних степенях?

VI. Підведення підсумків уроку. Рефлексія: (5 хв)

Учні відповідають на запитання вчителя:

1. У чому різниця між функціями прямої та оберненої пропорційності?
2. Як графіки степеневої функції змінюються в залежності від парності чи непарності степеня?
3. Чи можуть графіки степеневої функції перетинати вісь x або y ? Від чого це залежить?

VII. Домашнє завдання: (1 хв)

Прочитати та вивчити п.8-9, виконати побудову таких графіків функцій та зазначити в них: область визначення, область значення, найбільше/найменше значення: $y = x^4$; $y = \frac{3}{x}$; $y = 6x$.

Переглянути курс «Математика 10 клас» на сайті ВШО: <https://lms.e-school.net.ua/>

Додаток В

Конспект уроку з алгебри на тему «Властивості основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція» для учнів 10 класів (з використанням ресурсу *GeoGebra*):

Тема: «Властивості основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція».

Мета уроку:

- ✓ **Навчальна:** сформувати в учнів знання про властивості основних видів функцій: прямої пропорційності, оберненої пропорційності, степеневі функції; закріпити навички будування графіків цих функцій та вміння аналізувати їх поведінку залежно від параметрів.
- ✓ **Розвивальна:** розвивати логічне та абстрактне мислення, навички аналізу та узагальнення; удосконалювати вміння працювати з математичними моделями для вирішення практичних завдань.
- ✓ **Виховна:** виховувати уважність, наполегливість і відповідальність під час виконання математичних завдань; формувати позитивне ставлення до математики як до важливої складової сучасної освіти.

Тип уроку: засвоєння нових знань та навичок (теоретичний урок).

Обладнання: підручник (Мерзляк А. Г. «Алгебра і початки аналізу», профільний рівень, 2018), презентація, мультимедійна дошка, платформа *GeoGebra* (<https://www.geogebra.org/calculator>).

Тривалість уроку: 45 хв.

Формат уроку: оффлайн.

Структура уроку:

- VIII. Організаційний етап. (2 хв)
- IX. Повідомлення теми і мети уроку. (1 хв)
- X. Мотивація навчальної діяльності. (1 хв)
- XI. Актуалізація опорних знань. (10 хв)
- XII. Вивчення нового матеріалу. (25 хв)
- XIII. Підведення підсумків уроку. Рефлексія. (5 хв)
- XIV. Домашнє завдання. (1 хв)

Хід уроку:

I. Організаційний етап: (2 хв)

Привітання з класом.

Добрий день. Продовжуємо вивчати світ функцій!

II. Повідомлення теми і мети уроку: (1 хв)

Тема уроку: «Властивості основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція». *(Записують тему уроку в зошит).*

III. Мотивація навчальної діяльності: (1 хв)

Сьогодні ми вивчимо властивості та повторимо графіки функцій: прямої пропорційності, оберненої пропорційності, степеневої.

IV. Актуалізація опорних знань: (10 хв)

Давайте пригадаємо минулий матеріал: дайте відповіді на такі запитання, будь ласка:

- 4. Що таке графік функції і яку інформацію з нього можна отримати?
- 5. Як побудувати графік лінійної функції?
- 6. Чим відрізняється графік квадратичної функції від графіка лінійної функції?
- 7. Наведіть приклад функції, графік якої має вісь симетрії. Що це за вісь?

Завдання для учнів:

- Змінюючи параметри функції $y = kx$, зроби висновок: як значення k впливає на графік?
- Для функції $y = \frac{k}{x}, x \neq 0$ побудуй короткий звіт у вигляді таблиці:

k	Положення гілок	Коментар
4	I та III	
-2	II та IV	

Після виконання завдання вчитель та учні обговорюють правильне розв'язання.

V. Вивчення нового матеріалу: (25 хв)

Властивості функції $y = kx$:

1. **Графік:** пряма лінія, що проходить через початок координат (точку $(0;0)$).
2. **Залежність:** якщо $k > 0$, то y збільшується із зростанням x ; якщо $k < 0$, то y зменшується із зростанням x .
3. **Область визначення та область значень:** $x \in R, y \in R$.
4. **Пряма пропорційність:** значення y змінюється пропорційно до зміни x .

Завдання на платформі *GeoGebra*:

1. Створити повзунок k (від -5 до 5).
2. Побудувати графік $y = kx$.
3. Додати точку $A(x; y)$ з повзунком x .

Що робить учень:

- Рухає повзунок x і спостерігає за рухом точки A .
- Змінює k і робить висновки: коли точка піднімається/опускається?
- Формулює: при яких k функція зростає, при яких – спадає.

Властивості степеневі функції залежать від значення n :

1. **Якщо $n > 0$:**

- При $n = 1$: це функція прямої пропорційності ($y = x$), графік — пряма.
- При $n = 2$: квадратична функція ($y = x^2$), графік — парабола.
- При $n > 2$: графік симетричний залежно від парності n .

2. Якщо $n < 0$:

- При $n = -1$: це обернена пропорційність ($y = \frac{1}{x}$), графік — гіпербола.
- Інші значення $n < 0$ описують функції спадного характеру.

3. Якщо n дробове число ($n = \frac{1}{m}$):

- Графік має вигляд кореневої функції ($y = \sqrt[m]{x}$).
- Наприклад, $y = \sqrt{x}$ при $n = \frac{1}{2}$.

4. Парність степеня:

- Якщо n парне: графік симетричний відносно осі y .
- Якщо n непарне: графік симетричний відносно початку координат.

5. Область визначення та область значень:

- Залежить від степеня n . Для парних n область визначення зазвичай $x \geq 0$, а для непарних n : $x \in \mathbb{R}$

Степеневі функції широко використовуються в фізиці, економіці, біології та інших науках для опису явищ, що залежать від масштабування.

Давайте створимо таблиці властивостей для двох степеневих функцій: $y = x^2$ (квадратична функція, парабола); $y = x^3$ (кубічна функція, кубічна парабола):

$$\underline{y = x^2}$$

Область визначення	Усі числа $D(y): x \in (-\infty; +\infty)$
Множина значень	Усі невід'ємні числа $E(y): y \in [0; +\infty)$

Парність/непарність	Функція парна $y(x) = x^2; y(-x) = (-x)^2 = x^2;$ $y(x) = y(-x)$
Проміжки знакосталості	$y > 0$ на кожному з проміжків $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$
Проміжки зростання/спадання	Спадає на проміжку $(-\infty; 0]$, зростає на проміжку $[0; +\infty)$
Екстремуми функції	Найменше значення ($\min$) = 0

$$\underline{y = x^3}$$

Область визначення	Усі числа $D(y): x \in (-\infty; +\infty)$
Множина значень	Усі невід'ємні числа $E(y): y \in [0; +\infty)$
Парність/непарність	Функція непарна $y(x) = x^3; y(-x) = (-x)^3 = -x^3; -y(x) = -x^3$ $y(x) \neq y(-x) = -y(x)$
Проміжки знакосталості	$y < 0$ на проміжку $(-\infty; 0)$, $y > 0$ на проміжку $(0; +\infty)$
Проміжки зростання/спадання	Зростає на проміжку $(-\infty; +\infty)$ Функція зростаюча
Екстремуми функції	-

Завдання на платформі *GeoGebra*:

1. Побудувати обидві функції одночасно.
2. Додати точку $A(x; x^n)$ і дзеркальну точку $A_1(-x; (-x)^n)$.
3. Візуально показати, чи збігаються точки при зміні x .

Що робить учень:

- Перевіряє: чи симетричний графік відносно осі O_y чи початку координат.
- Робить висновок:
 - $y = x^2$: парна функція (симетрія відносно осі O_y);
 - $y = x^3$: непарна функція (симетрія відносно початку координат).

Обернена пропорційність

$$y = \frac{k}{x}$$

Область визначення	Усі числа, крім 0 ($x \neq 0$) $D(y): x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
Множина значень	Усі числа, крім 0 $E(y): y \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
Парність/непарність	Функція непарна $y(x) = \frac{k}{x}; y(-x) = \frac{k}{-x}; -y(x) = -\frac{k}{x}$ $y(x) \neq y(-x) = -y(x)$
Проміжки зростання/спадання	Зростає на проміжку $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ при $k > 0$ Спадає на проміжку $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ при $k < 0$
Екстремуми функції	-

Завдання на платформі *GeoGebra*:

1. Створити повзунок a (від -5 до 5).
2. Побудувати графік:

$$y = \frac{1}{x - a}$$

3. Додати вертикальну пряму $x = a$ іншого кольору (асимптота).
4. Показати, що при $x = a$ – розрив.

Що робить учень:

1. Рухає a , спостерігає як зміщується асимптота.
2. Визначає область визначення: всі $x \neq a$.
3. Робить висновок: функція має вертикальну асимптоту в точці $x = a$.

VI. Підведення підсумків уроку. Рефлексія: (5 хв)

Учні відповідають на запитання вчителя:

1. Які властивості функцій ми сьогодні розглядали?
2. Яка з розглянутих властивостей була для тебе новою або незвичною?
3. Що було для тебе найскладнішим на уроці і чому?
4. Як отримані сьогодні знання допоможуть тобі при вивченні інших функцій або тем?

VII. Домашнє завдання: (1 хв)

Заповнити таблицю порівняння властивостей функцій:

Функція	Парність	Зростання/спадання	Асимптоти	Нулі	Область визначення
$y = x^2$					
$y = x^3$					
$y = \frac{1}{x}$					
$y = kx$					

Додаток Г

Конспект уроку з алгебри на тему «Властивості основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція» для учнів 10 класів (з використанням ресурсу *CleverMath*):

Тема: «Властивості основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція».

Мета уроку:

- ✓ **Навчальна:** закріпити знання учнів про властивості функцій прямої пропорційності, оберненої пропорційності та степеневі функції; навчитися будувати графіки цих функцій і визначати їх основні характеристики (область визначення, область значень, парність, монотонність).
- ✓ **Розвивальна:** розвивати навички аналізу математичних об'єктів шляхом порівняння властивостей функцій; формувати вміння застосовувати теоретичні знання до розв'язання практичних задач.
- ✓ **Виховна:** виховувати уважність, точність і послідовність у виконанні математичних завдань; підкреслювати важливість математики для аналізу реальних ситуацій і проблем.

Тип уроку: застосування набутих знань, умінь та навичок (практичний урок).

Обладнання: підручник (Мерзляк А. Г. «Алгебра і початки аналізу», профільний рівень, 2018), презентація, мультимедійна дошка, платформа *Vseosvita* (<https://vseosvita.ua/>); *CleverMath* (<http://clevertouch.com.ua/uk/software/clevermaths.html>).

Тривалість уроку: 45 хв.

Формат уроку: оффлайн.

Структура уроку:

- I. Перевірка виконання домашнього завдання, актуалізація попередніх/знань учнів, необхідних для самостійної роботи. (8 хв)
- II. Повідомлення теми, мети, задач уроку та мотивація навчання учнів. (1 хв)
- III. Осмислення змісту й послідовності виконання вправ. Самостійне виконання учнями вправ під контролем та за допомогою вчителя (індивідуально, попарно, групами). (31 хв)
- IV. Узагальнення та систематизація учнями результатів виконання вправ. Звіт учнів про способи та результати роботи. (4 хв)
- V. Підсумки роботи. Домашнє завдання. (1 хв)

Хід уроку

I. Перевірка виконання домашнього завдання, актуалізація попередніх/знань учнів, необхідних для самостійної роботи. (8 хв)

- Привітання учнів, активізація уваги.

«Добрий день. Бачу, що всі приготувалися до уроку, всім бажаю доброго настрою та успіхів».

Домашнє завдання на сьогоднішній урок: прочитати та вивчити п.8-9, виконати побудову таких графіків функцій та зазначити в них: область визначення, область значення, найбільше/найменше значення: $y = x^4$; $y = \frac{3}{x}$; $y = 6x$.

Учні самостійно перевіряють правильність виконання домашнього завдання за підготовленими заздалегідь записами на дошці. Також вчитель проходить по рядах та перевіряє наявність намальованих чотирьох графіків.

Давайте пригадаємо матеріал минулого уроку:

1. Що таке функція прямої пропорційності? Які її основні властивості?
2. Як виглядає графік оберненої пропорційності? У чому її особливість?
3. Що таке степенева функція? Як впливає показник степеня на форму її графіка?
4. Як ви визначите, до якого виду належить функція за її формулою?
5. Який практичний приклад можна пов'язати із кожною з цих функцій?

II. Повідомлення теми, мети, задач уроку та мотивація навчання учнів. (1 хв)

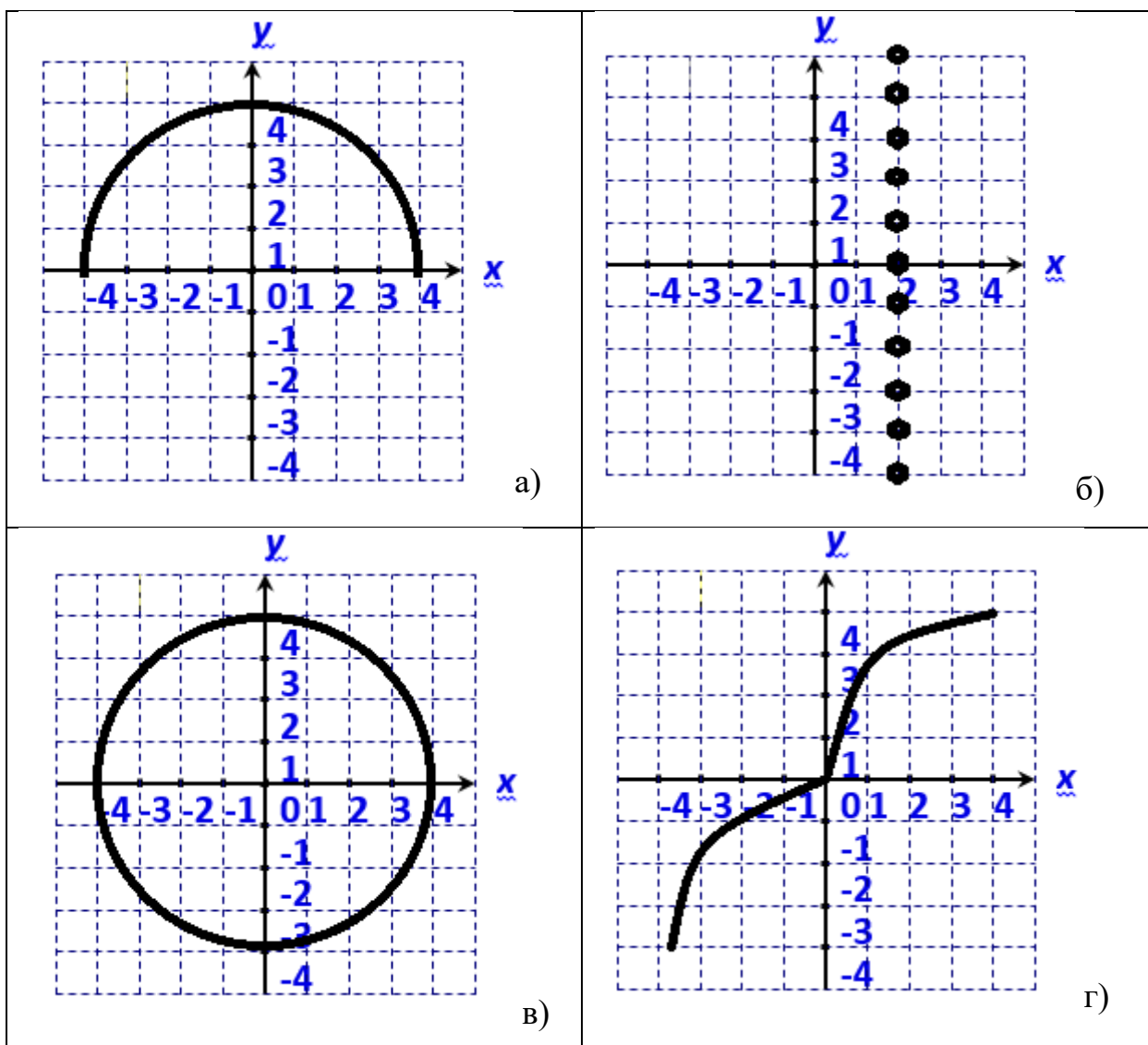
Сьогодні ми продовжуємо вивчати тему «Властивості основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція», але зробимо акцент на практичних завданнях. Записуємо тему уроку в зошитах.

III. Осмислення змісту й послідовності виконання вправ. Самостійне виконання учнями вправ під контролем та за допомогою вчителя (індивідуально, попарно, групами). (31 хв)

Учні разом з вчителем виконують завдання біля дошки:

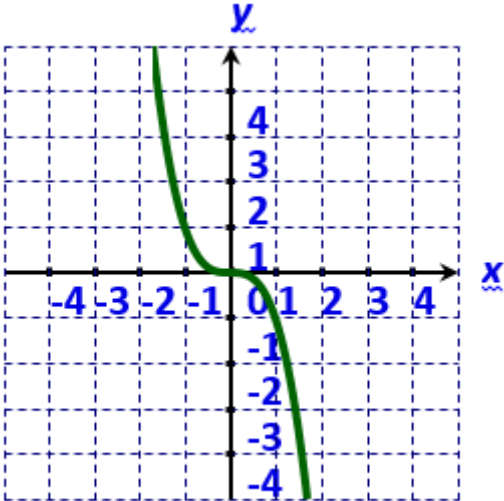
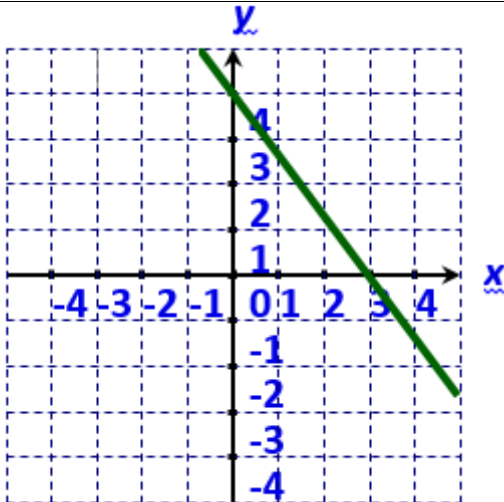
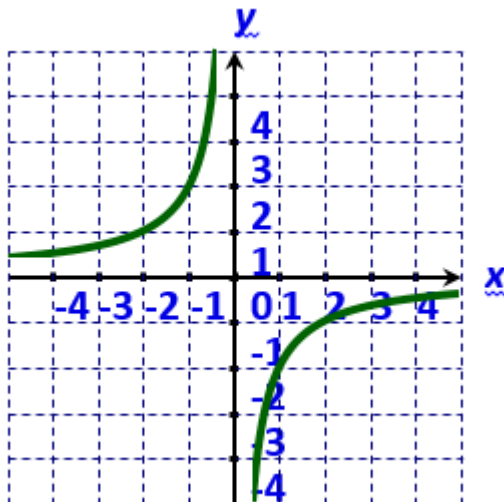
Завдання №1

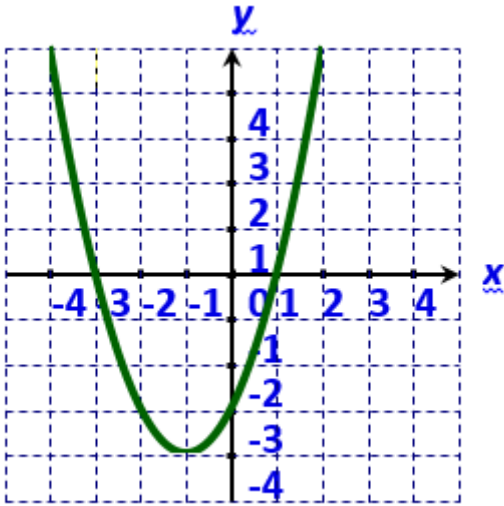
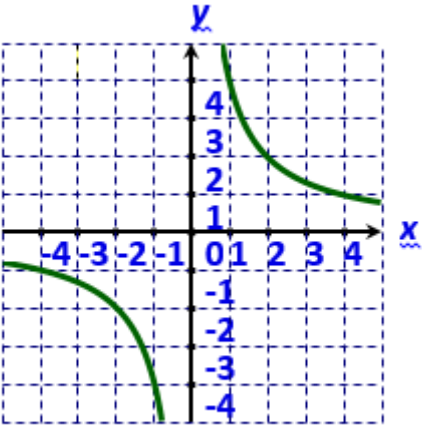
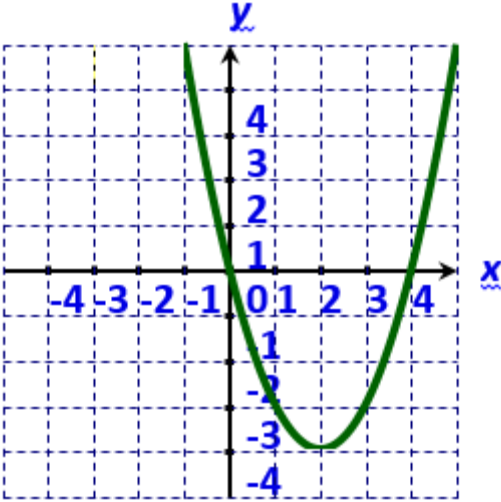
Визначте, які з ліній, зображених на малюнку не є графіками функцій.

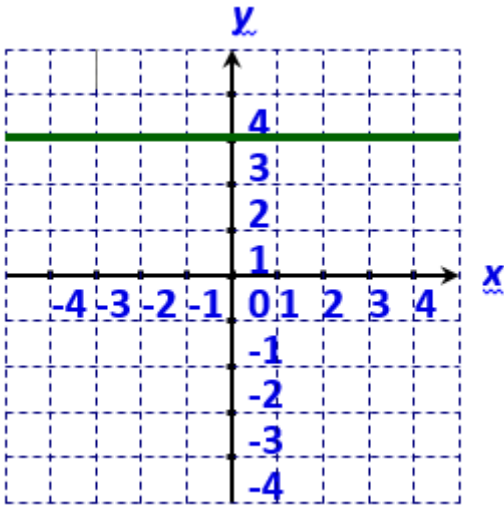
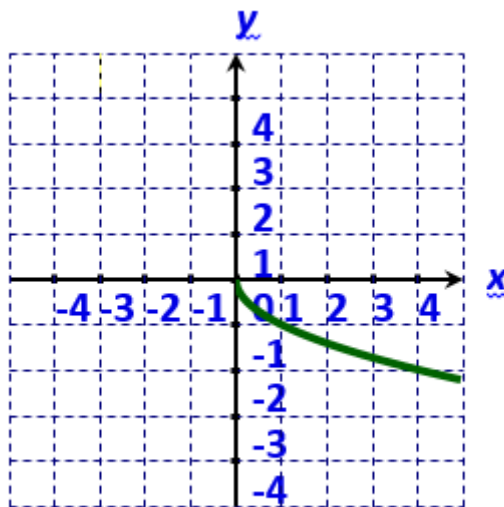
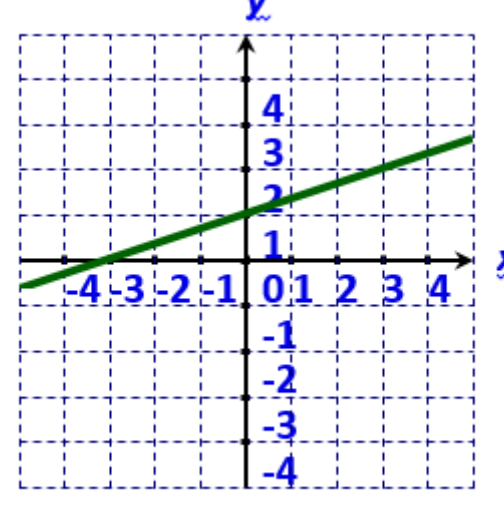


Таблиця 1. (висвітлена в презентації та на мультимедійній дошці, учні переписують її собі в зошити)

№	Графік	Формула	Властивості
---	--------	---------	-------------

1			
2			
3			

4			
5			
6			

7			
8			
9			

Завдання №2

Встановіть відповідність між графіками функцій зображених у Таблиці 1. і формулами, записаними на картках і заповніть відповідний стовпчик таблиці.

а) $y = -\frac{4}{3}x + 4$;

б) $y = -\frac{2}{x}$;

в) $y = -x^3$;

г) $y = x^2 + 2x - 3$;

д) $y = |x|$;

е) $y = x^2 - 4x$;

є) $y = -\sqrt{x}$;

ж) $y = \frac{6}{x}$;

з) $y = \frac{1}{3}x + 1$;

і) $y = 3$.

Завдання №3

Визначте властивості функцій і заповніть відповідний стовпчик таблиці 1.

Завдання №4

Вкажіть функцію у якої область визначення збігається з областю значень.

Завдання №5

Накресліть ескіз графіка функції у якої $D(f) = [-5; 4]$, $E(f) = (-\infty; 1)$.

Завдання №6

Визначте зростаючою чи спадною є функція: $y = -3x + 1$.

Завдання №7

Знайдіть нулі функції $y = x^2 - 4x + 4$

Завдання №8

Функцію задано формулою $f(x) = x^2 - 5x$. Знайдіть $f(-1)$.

IV. Узагальнення та систематизація учнями результатів виконання вправ.

Звіт учнів про способи та результати роботи. (4 хв)

Вчитель разом з учнями обговорюють, які труднощі виникли під час виконання завдань і як їх можна подолати.

Учні оцінюють, як нові знання можна використовувати в інших математичних темах і практичних задачах.

V. Підсумки роботи. Домашнє завдання. (1 хв)

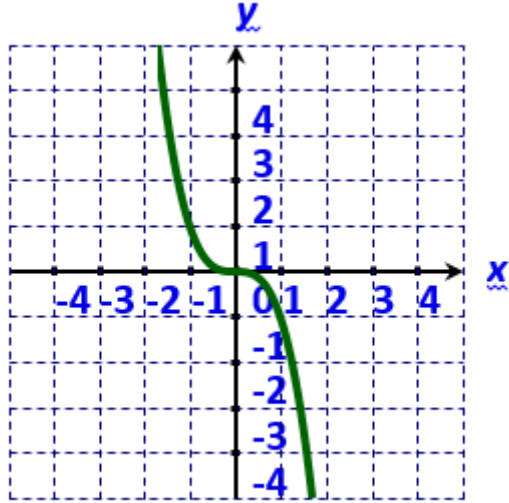
Повторити п. 8-9. Виконати онлайн тестування за посиланням: <https://vseosvita.ua/test/start/kze906> . Код: kze906.

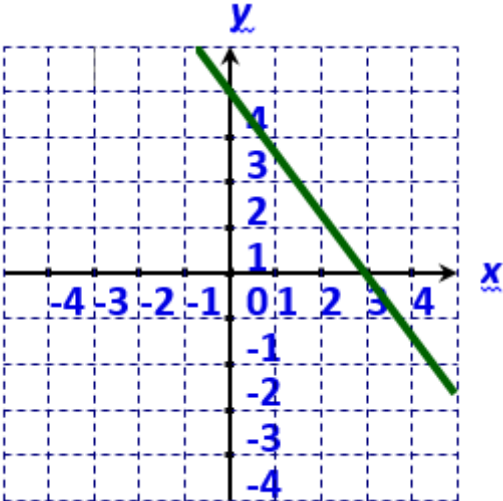
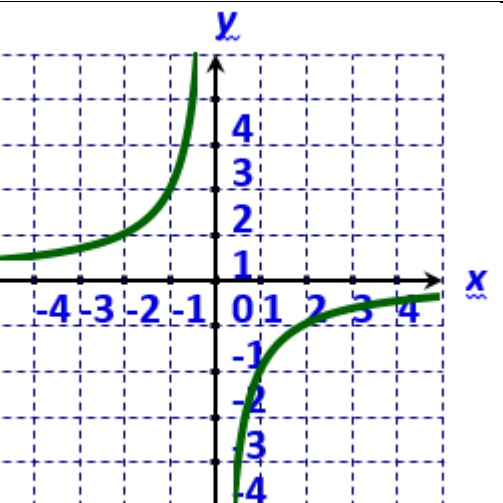
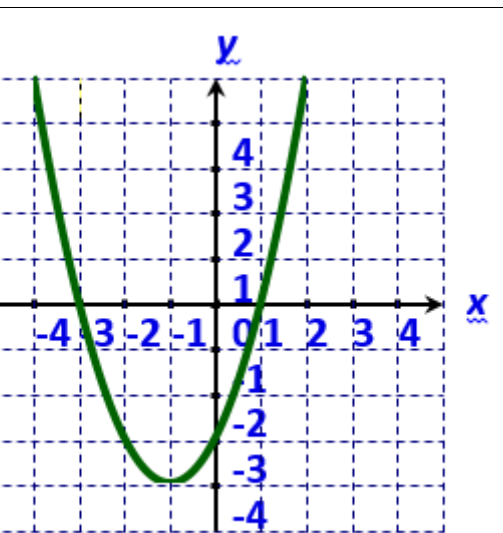
Правильні відповіді до класної роботи.

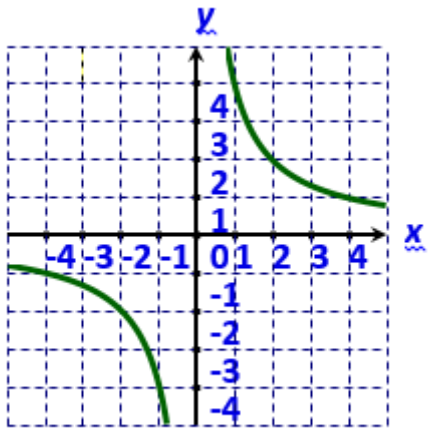
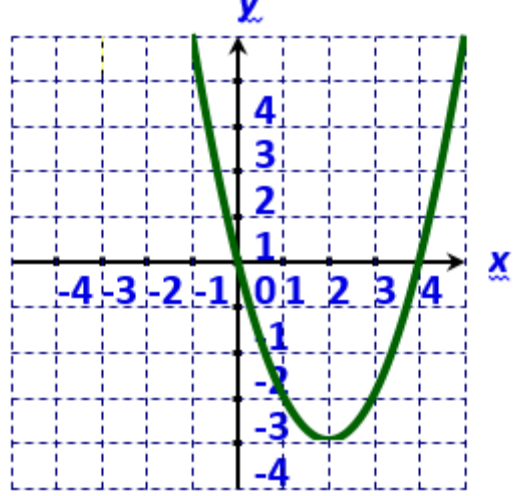
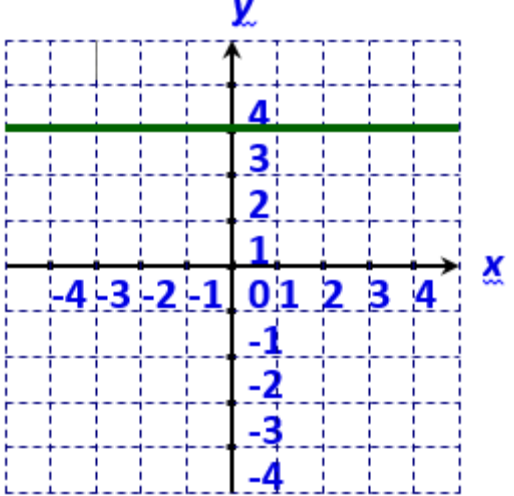
Завдання №1. В)

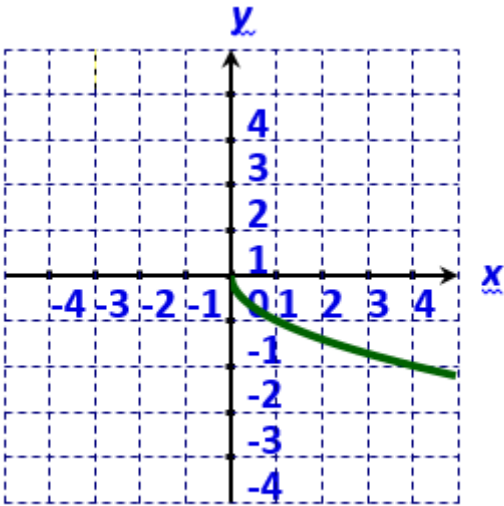
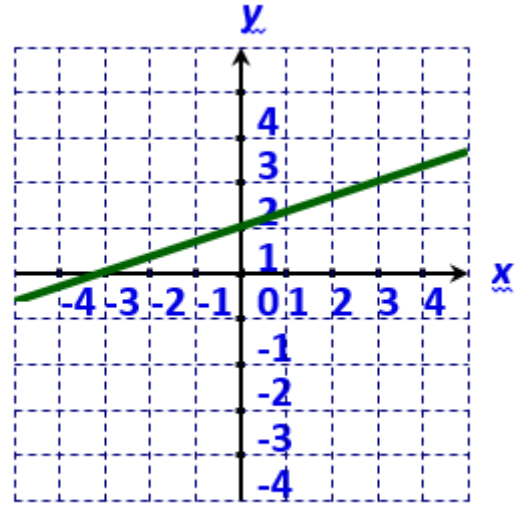
Завдання №2-3.

Таблиця 1.

№	Графік	Формула	Властивості
1		$y = -x^3$ (кубічна парабола)	$D(f): x \in R$ $E(f): y \in R$ Функція непарна. Функція спадна. Найб. і найм. значення немає.

2		$y = -\frac{4}{3}x + 4$ (пряма)	$D(f): x \in R$ $E(f): y \in R$ Функція не парна і не непарна. Функція спадна. Найб. і найм. значення немає.
3		$y = -\frac{2}{x}$ (гіпербола)	$D(f): x \in R/\{0\}$ $E(f): y \in R/\{0\}$ Функція непарна. Найб. і найм. значення немає.
4		$y = x^2 + 2x - 3$ (парабола)	$D(f): x \in R$ $E(f): y \in [-4; +\infty)$ Функція не парна і не непарна. $\uparrow: x \in [-1; +\infty)$ $\downarrow: x \in (-\infty; -1]$ Найм.: $x = -1$ Найб. значення немає.

5		$y = \frac{6}{x}$ (гіпербола)	$D(f): x \in \mathbb{R} / \{0\}$ $E(f): y \in \mathbb{R} / \{0\}$ Функція непарна. Найб. і найм. Значення немає.
6		$y = x^2 - 4x$ (парабола)	$D(f): x \in \mathbb{R}$ $E(f): y \in [-4; +\infty)$ Функція не парна і не непарна. $\uparrow: x \in [2; +\infty)$ $\downarrow: x \in (-\infty; 2]$ Найм.: $x = 2$ Найб. значення немає.
7		$y = 3$ (пряма)	$D(f): x \in \mathbb{R}$ $E(f): y \in \{3\}$ Функція парна

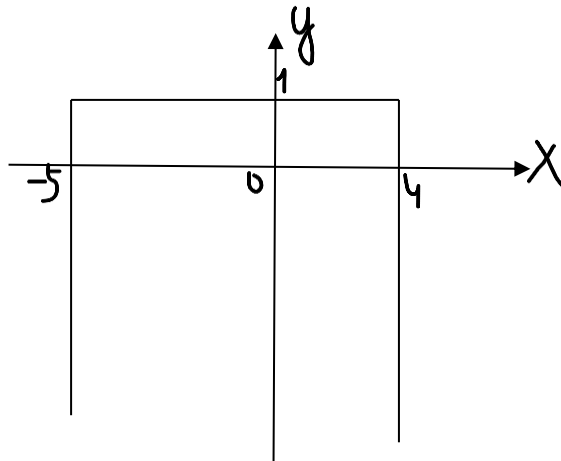
8		$y = -\sqrt{x}$ (вітка параболи)	$D(f): x \in [0; +\infty)$ $E(f): y \in (-\infty; 0]$ Функція не парна і не непарна. $\downarrow: x \in [0; +\infty)$ Найм. і найб. значення немає.
9		$y = \frac{1}{3}x + 1$ (пряма)	$D(f): x \in \mathbb{R}$ $E(f): y \in \mathbb{R}$ Функція не парна і не непарна. Функція зростаюча. Найб. і найм. значення немає.

Завдання №4

- 1) $y = -x^3$
- 2) $y = -\frac{4}{3}x + 4$
- 3) $y = -\frac{2}{x}$
- 5) $y = \frac{6}{x}$
- 9) $y = \frac{1}{3}x + 1$

Завдання №5

$$D(f) = [-5; 4], E(f) = (-\infty; 1).$$



Завдання №6

$y = -3x + 7$ – функція спадна, так як $k < 0$.

Завдання №7

Знайдіть нулі функції $y = x^2 - 4x + 4$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$\underline{x = 2}$$

Завдання №8

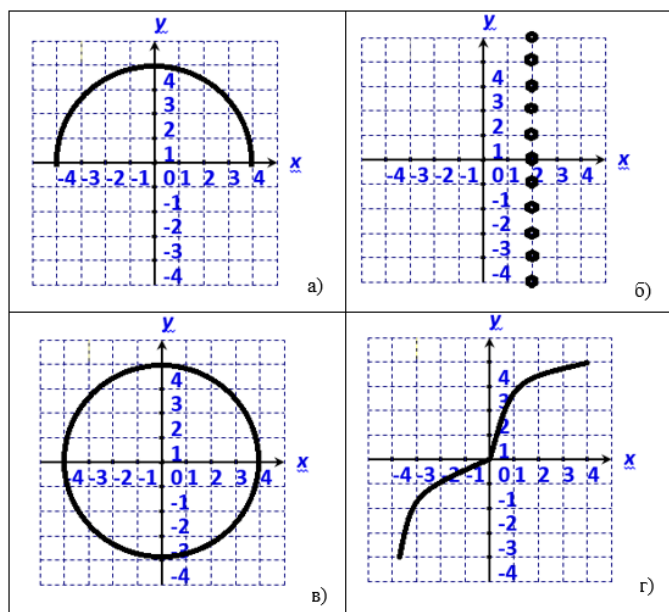
Функцію задано формулою $f(x) = x^2 - 5x$. Знайдіть $f(-1)$

$$f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) = 1 + 5 = 6.$$

Додаток Г

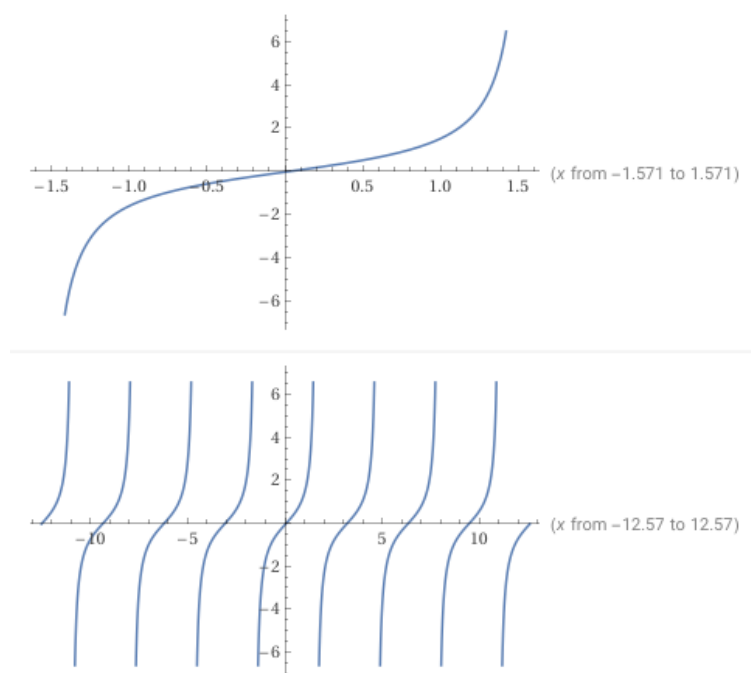
Зображення графіків за допомогою *CleverMath* у конспекті уроку з алгебри

10 клас:



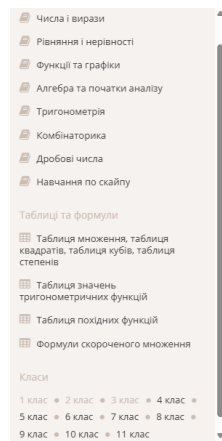
Додаток Д

Зображення графіків функції $y = \tan x$ на платформі *Wolfram Alpha*:



Додаток Е

Формули переходу від однієї основи логарифма до іншої та їхні наслідки (в онлайн-довіднику *Cubens*):



Формула переходу від однієї основи логарифма до іншої

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \quad (b > 0, a > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1)$$

Наслідки формули переходу від однієї основи логарифма до іншої

$$1. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}, \quad a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$$

$$2. \log_a b = \log_a b^k, \quad a > 0, a \neq 1, b > 0$$

$$3. \log_a a^m = \frac{m}{n}, \quad a > 0, a \neq 1$$

Теги:

Додаток Є

Приклади питань з вікторини «Axioms stereometry» (на платформі *Gimkit*):

Lines go on forever.

True

False

Segments go on forever

Lines, rays and segments are all the same



What is another name for line m?

line BC

line D

line B

line BD

Додаток Ж

Конспект уроку з алгебри на тему «Контрольна робота на тему «Тригонометричні рівняння» для учнів 10 класів (з використанням ресурсу *ЗНО-ОНЛАЙН*):

Тема уроку: «Контрольна робота на тему «Тригонометричні рівняння»

Мета уроку:

- ✓ **Навчальна:** перевірити рівень засвоєння учнями знань з теми, перевірити уміння розв'язувати тригонометричні рівняння різних

типів, застосовувати тригонометричні формули при розв'язуванні задач, аргументувати вибір способу розв'язання.

- ✓ **Розвивальна:** розвивати логічне мислення, математичну мову, вміння аналізувати й систематизувати інформацію; формувати навички самостійної роботи, самоконтролю та відповідальності за результати своєї діяльності.
- ✓ **Виховна:** сприяти формуванню в учнів наполегливості, акуратності, уважності під час виконання завдань; виховувати відповідальне ставлення до навчання та чесність при проходженні контролю знань.

Формат уроку: оффлайн.

Тип уроку: урок контролю (контрольна робота)

Обладнання: завдання контрольної роботи на аркушах, розділ «Рівняння, нерівності та їхні системи» тема «Ірраціональні, тригонометричні рівняння та системи рівнянь» на сайті ЗНО-ОНЛАЙН (https://zno.osvita.ua/mathematics/tag-irrationalni_tryghonometrychni_rivnjannja_ta_systemy_rivnjan/)

Тривалість уроку: 45 хв.

Структура уроку:

- I. Організаційний етап (1 хв)
- II. Актуалізація опорних знань. Перевірка домашнього завдання (1 хв)
- III. Повідомлення теми і мети уроку. (3 хв)
- IV. Контрольна робота (34 хв)
- V. Підбиття підсумків уроку. (5 хв)
- VI. Повідомлення домашнього завдання. (1 хв)

Хід уроку

I. Організаційний етап (1 хв)

Привітання.

II. Актуалізація опорних знань. Перевірка домашнього завдання (1 хв)

Оскільки цей урок є завершальним у темі та присвячений контролю знань, останнє домашнє завдання полягало в підготовці до контрольної роботи.

III. Повідомлення теми і мети уроку. (3 хв)

Сьогодні в нас контрольна робота з теми «Тригонометричні рівняння». Будь ласка, відкрийте свої зошити для контрольних робіт, відступіть 2 клітинки від останньої роботи та запишіть число та тему. Завдання для контрольної роботи взяті з ресурсу *ЗНО-ОНЛАЙН* – платформи, що спеціалізується на підготовці до НМТ та ЗНО. Це особливо важливо для учнів 10 класу, адже дозволяє не лише перевірити знання з теми, а й поступово адаптуватися до формату майбутніх випускних іспитів.

IV. Контрольна робота (30 хв)

Вчитель роздає аркуші із завданнями двох варіантів. Учні починають виконувати. По ходу роботи, можуть задавати питання вчителю.

Завдання контрольної роботи:

Низький рівень (3 бали):

Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg}(3x) = \sqrt{3}$.

А $x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

Б $x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

В $x = \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$

Г $x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$

Д $x = \frac{\pi}{9} + \pi n, n \in Z$

Яке з наведених рівнянь не має коренів?

А	Б	В	Г	Д
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{ctg} x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\operatorname{tg} x = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\cos x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Розв'яжіть рівняння $2 \sin x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Середній рівень (5 балів):

Укажіть корінь рівняння $\sin 4x = -1$.

А $\frac{3\pi}{8}$

Б $\frac{\pi}{8}$

В $\frac{\pi}{4}$

Г $-\frac{\pi}{4}$

Д $-\frac{\pi}{2}$

Укажіть найменший додатний корінь рівняння $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{5\pi}{3}$

Знайдіть найменший додатний корінь рівняння $2 \sin x = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$

Високий рівень (4 бали):

Розв'яжіть рівняння $3 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{3}$.

А $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Б $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

В $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Д $\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$

Знайдіть найменше значення a , при якому має розв'язки рівняння

$$\frac{1}{2} (\sin x + \sqrt{3} \cos x) = 6 - 5a - 2a^2.$$

V. Підбиття підсумків уроку. (5 хв)

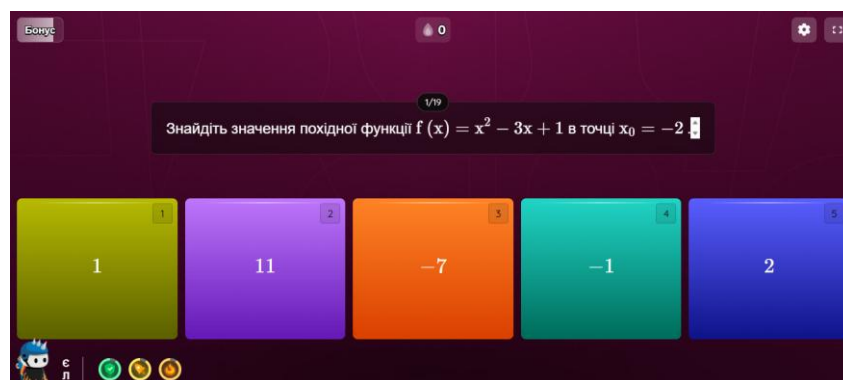
Після завершення часу – здаємо зошити вчителю.

VI. Повідомлення домашнього завдання. (1 хв)

Дякую всім за урок! До побачення!

Додаток 3

Скріншот з вікторини «Похідна 10 клас» (на платформі Quizizz):



Додаток И

Завдання на тему «Похідна та її застосування» (на платформі *Складу НМТ*.
Складу ЗНО):

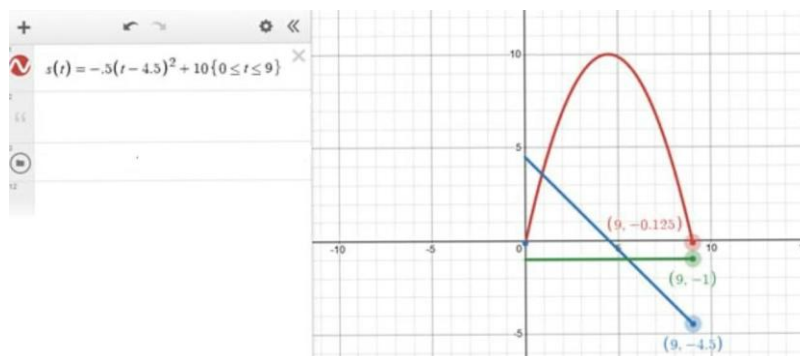
4 Тип 15 № 1630 

Знайдіть похідну функції $f(x) = x + 2 + \sin x$.

- ☐ 1) $3 + \cos x$ ☐ 2) $1 - \cos x$ ☐ 3) $1 + \cos x$ ☐ 4) $1 + \sin x$ ☐ 5) $2 + \cos x$

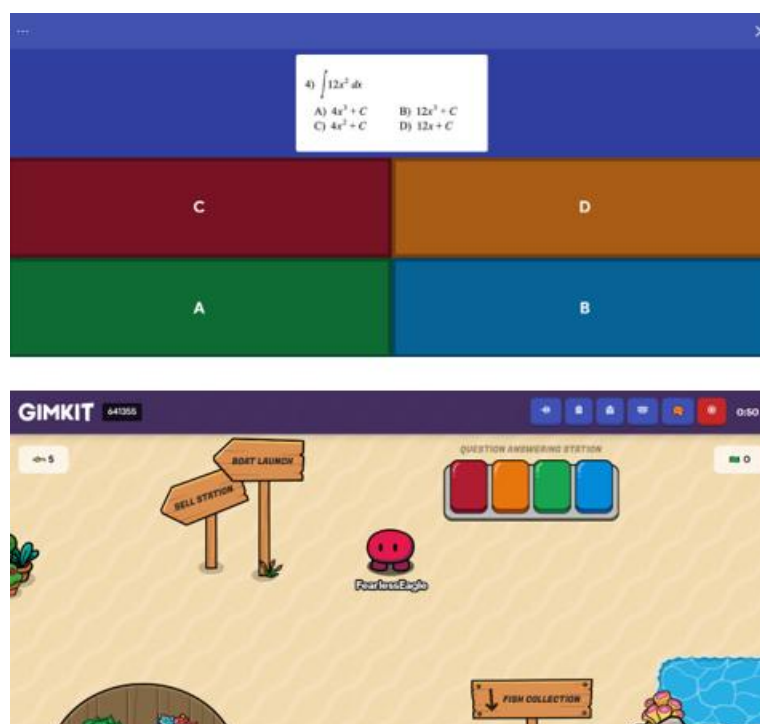
Додаток І

Графічне зображення задачі на платформі *Lumio* (з використанням *Desmos*):

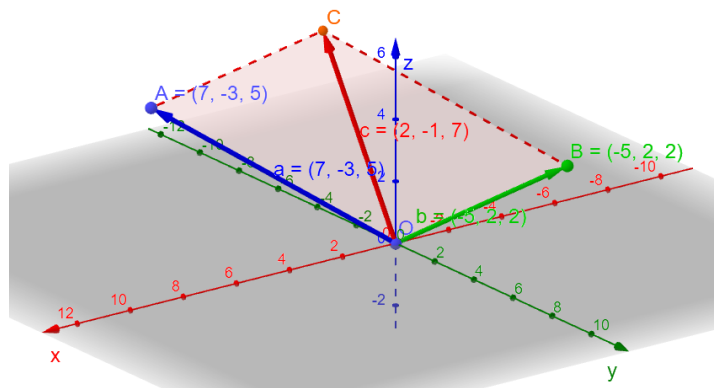


Додаток ІІ

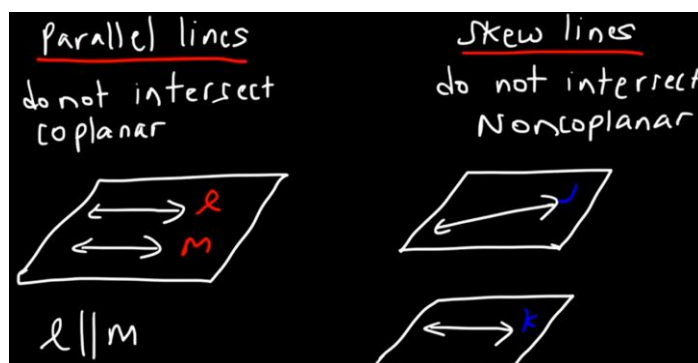
Вікторина «Integrals» (на платформі *Gimkit* у режимі «Рибалка» («Fishing Mode»)):



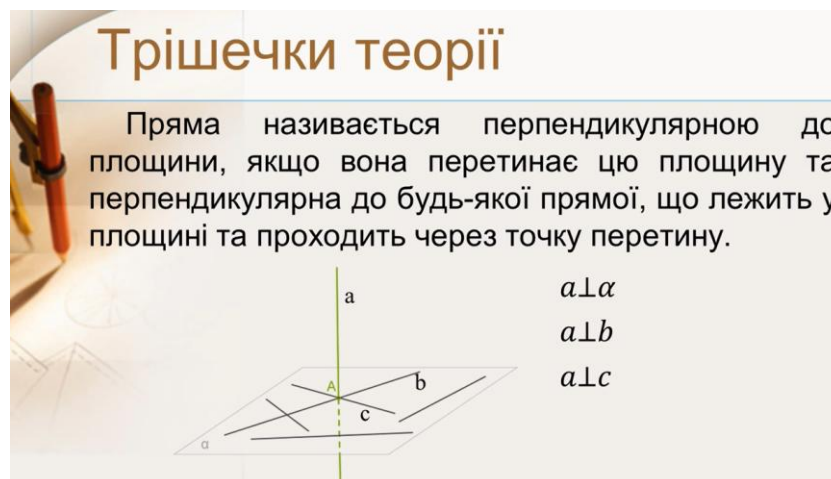
Візуалізація векторів $\vec{a}$; $\vec{b}$ та їх суми $\vec{c}$ у тривимірному просторі (за допомогою *GeoGebra*):



Різниця між паралельними та мимобіжними прямими у відео поясненні (на платформі *Khan Academy*):



Скріншот з відео «Перпендикулярність прямої і площини» (на *YouTube*-каналі «Топ Школа»):



Додаток М

Завдання №17 з розділу «Стереометрія», тема «Прямі та площини у просторі»
(на сайті *ЗНО-ОНЛАЙН*):

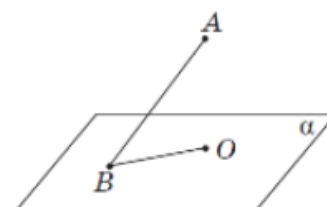
У просторі задано пряму a і точку M , яка не належить цій прямій. Скільки всього прямих, що перетинають пряму a , можна провести перпендикулярно до неї через точку M ?

А	Б	В	Г	Д
жодної	одну	дві	три	безліч

Додаток Н

Завдання №20 з розділу «Стереометрія», тема «Прямі та площини у просторі»
(на сайті *ЗНО-ОНЛАЙН*):

Відрізок OB є проекцією похилої AB на площину α (див. рисунок). Які з наведених тверджень є правильними?



- I. Відрізки AB і OB перпендикулярні.
- II. Відрізки AB і OA перпендикулярні.
- III. Відрізки OB і OA перпендикулярні.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II та III	лише I та II	лише III	лише II

Питання на тему «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики» (на платформі *Riddle*):

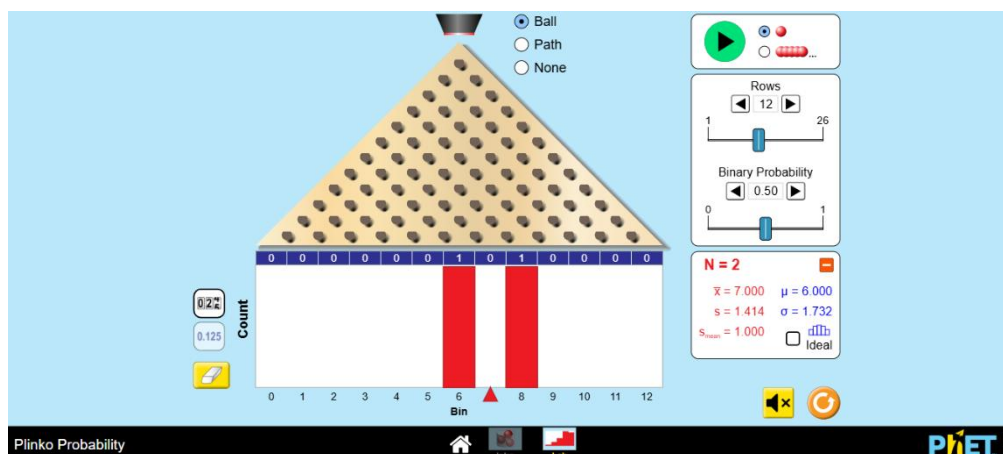
A Man Flipped A Coin 9 Times And Every Single Time It Landed On Heads

Riddle: A man flipped a coin 9 times and every single time it landed on heads. If the man flipped the coin again, what is the chance that it lands on heads?

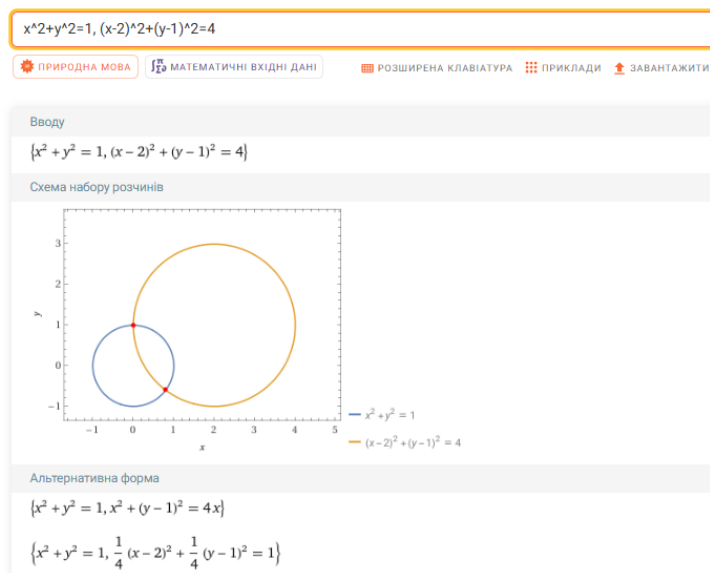
Show Answer ▼

62 25

Інтерактивна симуляція «Plinko Probability» (на платформі *PhET Interactive Simulations*):



Графічне розв'язання системи рівнянь $x^2 + y^2 = 1$ та $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ (за допомогою *Wolfram Alpha*):



Додаток С:

Конспект уроку з геометрії на тему «Піраміда» для учнів 11 класів (з використанням ресурсів *Clevermath*, *ЗНО-ОНЛАЙН* та *Quizzis*):

Тема уроку: «Піраміда»

Мета:

- ✓ **Навчальна:** узагальнити початкові знання про піраміду: означення піраміди, її основні елементи; показати зв'язок математики із повсякденним життям.
- ✓ **Виховна:** виховувати культуру спілкування; культуру усного мовлення; любов до навчання.
- ✓ **Розвивальна:** сприяти розвитку самоосвітньої діяльності учнів; інтересу до проектної діяльності; розвитку предметних та життєво необхідної компетентностей.

Формат проведення: онлайн.

Тип уроку: застосування набутих знань, умінь та навичок (практичний урок).

Обладнання: підручник 11 клас Математика (Бевз Г. П., рівень стандарту, 2019 р.); підручник 11 клас Математика (Мерзляк М. С., рівень стандарту, 2019 р.); підручник 11 клас Математика (Істер О. С., рівень стандарту, 2019 р.); презентація; мультимедійний проектор; платформа *Clevermath*

(<http://clevertouch.com.ua/uk/software/clevermaths.html>), платформа *ЗНО-ОНЛАЙН* (<https://zno.osvita.ua/mathematics/rq.html>), платформа *Quizzis* (<https://quizzis.com/>).

Тривалість уроку: 45 хв.

Структура уроку:

- VI. Перевірка виконання домашнього завдання, актуалізація попередніх/знань учнів, необхідних для самостійної роботи. (5 хв)
- VII. Повідомлення теми, мети, задач уроку та мотивація навчання учнів. (2 хв)
- VIII. Осмислення змісту й послідовності виконання вправ. Самостійне виконання учнями вправ під контролем та за допомогою вчителя (індивідуально, попарно, групами). Узагальнення та систематизація учнями результатів виконання вправ. Звіт учнів про способи та результати роботи. (32 хв)
- IX. Підсумки роботи. Домашнє завдання. (5 хв)

Хід уроку

I. Перевірка виконання домашнього завдання, актуалізація попередніх/знань учнів, необхідних для самостійної роботи. (5 хв)

- Привітання з класом.
- Перевірка присутніх.

Експрес-контроль «Піраміда»

Вчитель висвітлює на екрані код доступу та одночасно надсилає у чаті конференції посилання на бліц-опитування на тему «Піраміда 11 клас» на платформі *Quizzis*. Учні виконують завдання в своєму темпі і потім разом з вчителем обговорюють результати та правильні відповіді.

Посилання на бліц-опитування:

<https://wayground.com/admin/quiz/6895e735ca30dc15358b4bbd>



Одне із питань бліц-опитування на платформі *Quizizz*.

II. Повідомлення теми, мети, задач уроку та мотивація навчання учнів. (2 хв)

Ми закінчуємо вивчення теми «Піраміда». Тому сьогодні маємо повторити та узагальнити матеріал із даної теми, здобути вміння впроваджувати теорію на практиці під час розв’язування задач та в практичній діяльності.

III. Осмислення змісту й послідовності виконання вправ. (18 хв)

Розв’язуємо задачі на інтерактивній дошці (зміст задачі зображено на презентації). Учень, якого викликали розкажує хід розв’язання, всі інші оформлюють розв’язки у себе в зошитах.

Задача №1

677. В основі піраміди лежить трикутник зі сторонами 11 см, 24 см і 31 см. Висота піраміди дорівнює 2 см. Усі двогранні кути при ребрах основи рівні. Знайдіть ці кути.

Первинний аналіз умови задачі та виведення можливих наслідків з неї

Твердження	Математичний зміст	Рисунок до задачі

Задана трикутна піраміда	$ABCD$ – трикутна піраміда. $OD = 2$ см – висота піраміди. $OK \perp BC$; $OF \perp AC$; $OM \perp AB$. $DK \perp BC$; $DF \perp AC$; $DM \perp AB$.	
Основа піраміди – трикутник ABC	$\triangle ABC$: $AB = 31$ см; $BC = 11$ см; $AC = 24$ см.	
Двогранні кути призми.	$\angle DMO = \angle DKO = \angle DFO$ – двогранні кути призми $ABCD$.	

Схема аналітико-синтетичних міркувань, що приводять до розв'язання задачі

Рисунок до задачі	Для того, щоб знайти:	Треба знати:
	$\angle DMO = \angle DKO = \angle DFO$ – двогранні кути призми	OK (невідомо)
	OK	$S_{\triangle ABC}$ (невідомо)

	$S_{\triangle ABC}$	$p_{\triangle ABC}$ (невідомо) Сторони $\triangle ABC$ (відомо)
	$p_{\triangle ABC}$	$P_{\triangle ABC}$ (невідомо)
	$P_{\triangle ABC}$	Сторони $\triangle ABC$ (відомо)

Оформлення задачі у зошиті

	Дано: ABCD – трикутна піраміда $OD \perp (ABC)$ $OD = 2 \text{ см}$ $AB = 31 \text{ см}; BC = 11 \text{ см}; AC = 24 \text{ см}$ $OK \perp BC; OF \perp AC; OM \perp AB$ $DK \perp BC; DF \perp AC; DM \perp AB$ $\angle DMO = \angle DKO = \angle DFO$ – двогранні кути призми ABCD
	Знайти: $\angle DMO; \angle DKO; \angle DFO$

Розв'язання:

Якщо $\angle DKO = \angle DFO = \angle DMO$, то т. О — центр кола, а:
 $OK = OF = OM = r$ — радіуси вписаного кола.

1) Розмінемо $\triangle ABC$: $AC = 24$ см; $BC = 11$ см; $AB = 31$ см — за умовою

$$P_{\triangle ABC} = AC + BC + AB$$

$$P_{\triangle ABC} = 24 + 11 + 31 = 66 \text{ (см)}$$

$$r_{\triangle ABC} = \frac{P_{\triangle ABC}}{2}; \quad r_{\triangle ABC} = \frac{66}{2} = 33 \text{ (см)}$$

2) $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-AC)(p-BC)(p-AB)}$ — ф-ла Герона.

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{33 \cdot (33-24) \cdot (33-11) \cdot (33-31)} = \sqrt{33 \cdot 9 \cdot 22 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 2} = 3 \cdot 11 \cdot 2 \sqrt{3} = 66\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\triangle ABC} = P_{\triangle ABC} \cdot r. \quad \text{Звідси } r = \frac{S_{\triangle ABC}}{P_{\triangle ABC}}$$

$$r = \frac{66\sqrt{3}}{66} = \sqrt{3} \text{ (см)} \quad \text{— } OK = OM = OF = \sqrt{3} \text{ см}$$

3) Розмінемо $\triangle DOK$: $OK = \sqrt{3}$ см; $OD = 2$ см (за умов.):

$$\operatorname{tg} \angle DKO = \frac{OD}{OK} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\angle DKO = \arctg \frac{\sqrt{3}}{3} = 30^\circ$$

$$\angle DKO = \angle DFO = \angle DMO = 30^\circ$$

Відповідь: 30° .

Задача №2

3.27. Піраміда Хеопса у Єгипті зараз являє собою правильну чотирикутну піраміду, сторона основи якої приблизно дорівнює 300 м, а бічне ребро — 225 м. Знайдіть висоту піраміди Хеопса з точністю до десятих метра.



Первинний аналіз умови задачі та виведення можливих наслідків з неї

Твердження	Математичний зміст	Рисунок до задачі
------------	--------------------	-------------------

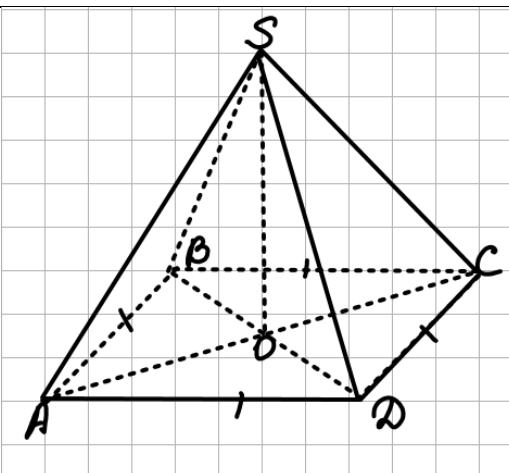
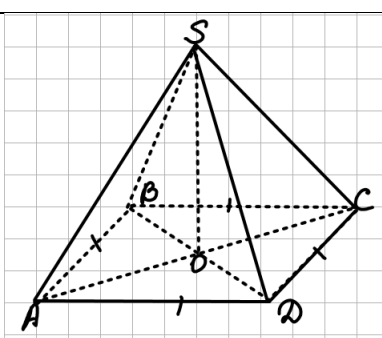
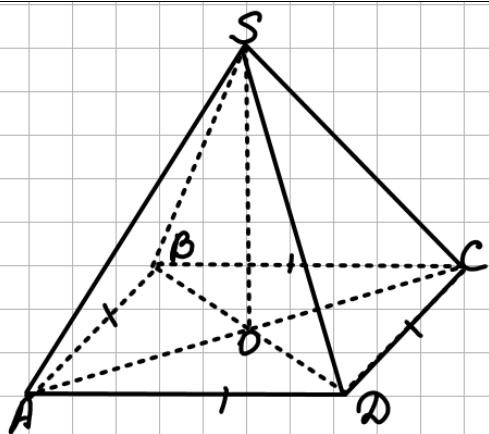
Задана правильна чотирикутна піраміда	ABCD – правильна чотирикутна піраміда. $SO \perp (ABC)$ SO – висота піраміди. SA = 225 м – бічне ребро піраміди.	
Основа піраміди	ABCD – основа піраміди ABCDS. ABCD – квадрат. $AB = BC = CD = AD = 300$ м	

Схема аналітико-синтетичних міркувань, що приводять до розв'язання задачі

Рисунок до задачі	Для того, щоб знайти:	Треба знати:
	SO	AO (невідомо) SA (відомо)
	AO	AC (невідомо)
	AC	AD (відомо)

Оформлення задачі у зошиті



Дано:

ABCD – чотирикутна піраміда.

$SO \perp (ABC)$

ABCD – квадрат.

$AB = BC = CD = AD = 300 \text{ м}$

$SA = 225 \text{ м}$

Знайти:

OS

Розв'язання:

1) Розмінемо квадрат ABCD: $AD = 300 \text{ м}$ (за умовою)
 $AC = BD$ – як діагоналі.

$$AC = AD \cdot \sqrt{2}$$

$$AC = 300\sqrt{2} \text{ м}$$

2) $AO = OC$ – властивість діагоналей квадрату.

$$AO = \frac{AC}{2}$$

$$AO = \frac{300\sqrt{2}}{2} = 150\sqrt{2} \text{ (м)}$$

3) Розмінемо $\triangle AOS$: $\angle AOS = 90^\circ$ ($SO \perp (ABC)$); $AS = 225 \text{ м}$ (за умовою)

За теоремою Піфагора:

$$AS^2 = AO^2 + OS^2$$

$$OS^2 = AS^2 - AO^2$$

$$OS^2 = 225^2 - (150\sqrt{2})^2 = 50625 - \underbrace{22500 \cdot 2}_{45000} = 5625$$

$$OS = \sqrt{5625} = 75 \text{ (м)}$$

Відповідь: 75 м.

1 Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює 5 см, а сторона основи — 8 см. Знайдіть: а) площу поверхні піраміди; б) її висоту.

Первинний аналіз умови задачі та виведення можливих наслідків з неї

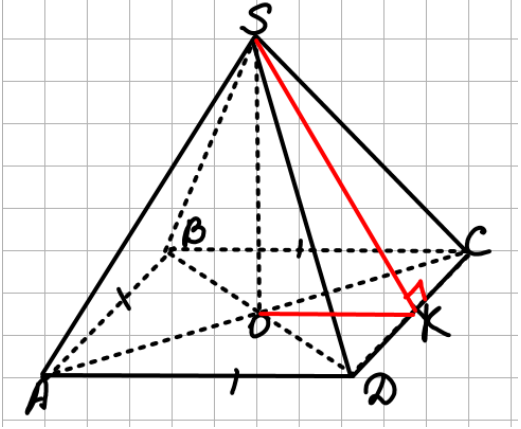
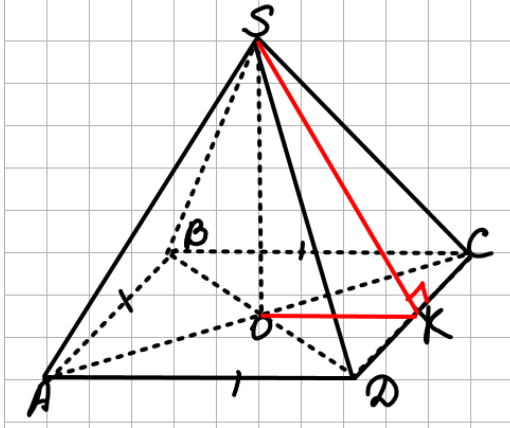
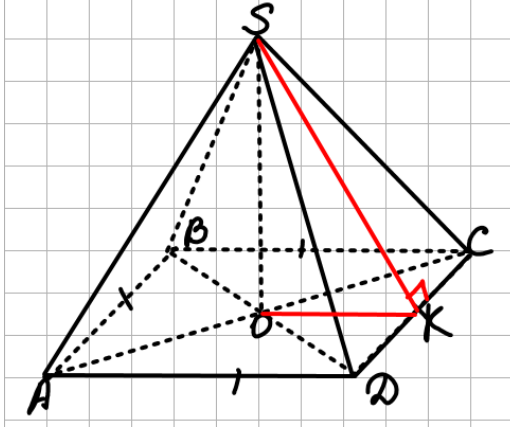
Твердження	Математичний зміст	Рисунок до задачі
Задана правильна чотирикутна піраміда	$ABCD$ — правильна чотирикутна піраміда. $SO \perp (ABC)$ SO — висота піраміди. $SK = 5$ см — апофема. $SK \perp DC$	
Основа піраміди	$ABCD$ — основа піраміди $ABCD$. $ABCD$ — квадрат. $AB = BC = CD =$ $AD = 8$ см	

Схема аналітико-синтетичних міркувань, що приводять до розв'язання задачі

Рисунок до задачі	Для того, щоб знайти:	Треба знати:
	а) $S_{\text{пп}}$	$S_{\text{осн}}$ (невідомо) $S_{\text{біч}}$ (невідомо)
	$S_{\text{осн}}$	AD (відомо)
	$S_{\text{біч}}$	$P_{\triangle ABCD}$ (невідомо)

		SK (відомо)
	$P_{\triangle ABCD}$	AD (відомо)
	б) SO	SK (відомо) OK (невідомо)
	OK	AD (відомо)

Оформлення задачі у зошиті

	Дано:
	ABCD – чотирикутна піраміда.
	$SO \perp (ABC)$
	ABCD – квадрат.
	$AB = BC = CD = AD = 8 \text{ см}$
	$SK = 5 \text{ см}$ – апофема.
	$SK \perp DC$
	Знайти:
	а) $S_{\text{пн}}$
	б) SO

Розв'язання:

а) 1) Розмінемо квадрат $ABCD$: $AD = 8$ см (за умовою)

$$P_{ABCD} = AD \cdot 4$$

$$P_{ABCD} = 8 \cdot 4 = 32 \text{ (см)}$$

$$2) S_{\text{біч}} = \frac{1}{2} P_{ABCD} \cdot SK$$

$$S_{\text{біч}} = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 5 = 16 \cdot 5 = 80 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$3) S_{\text{пн}} = S_{\text{біч}} + S_{\text{осн}}$$

$$S_{ABCD} = AD^2$$

$$S_{ABCD} = 8^2 = 64 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{пн}} = 80 + 64 = 144 \text{ (см}^2\text{)}$$

б) 1) Розмінемо квадрат $ABCD$: $AD = 8$ см (за умовою):

$$OK = \frac{AD}{2} \text{ — за властив. квадрата}$$

$$OK = \frac{8}{2} = 4 \text{ (см)}$$

2) Розмінемо $\triangle SOK$: $\angle SOK = 90^\circ$ ($SO \perp (ABC)$); $SK = 5$ см (за ум.)

$$OK = 4 \text{ см}$$

За теоремою Піфагора:

$$SK^2 = OK^2 + SO^2$$

$$SO^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$

$$SO^2 = SK^2 - OK^2$$

$$SO = \sqrt{9} = 3 \text{ (см)}$$

Відповідь: а) 144 см^2 ; б) 3 см

IV. Підсумки роботи. Домашнє завдання. (5 хв)

Ми наше заняття присвятили піраміді, зокрема розв'язанню тих задач, які вимагають знаходження площі бічної та повної її поверхонь, а також елементів многогранника. Ви добре попрацювали, проявили силу волі, наполегливість, активно виконували всі завдання.

А зараз проаналізуйте що вам більше сподобалось на занятті

Продовжити речення:

— На занятті я дізнався...

- На занятті я зрозумів...
- На занятті я навчився...
- Найлегшим було...
- Найцікавіше було...

Домашнє завдання: повторити тему «Піраміда». Розв'язати в зошиті задачі:

- ✓ 674. (ЗНО, 2015). Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см, а сторона її основи — 12 см. Знайдіть довжину бічного ребра піраміди.

А	Б	В	Г	Д
6 см	$3\sqrt{5}$ см	$5\sqrt{3}$ см	9 см	15 см

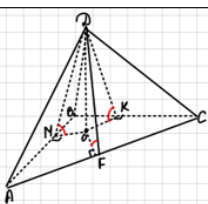
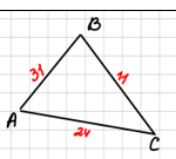
Завдання 3 з 42

Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а її апофема – 5 см. Визначте косинус кута між площиною бічної грані піраміди і площиною основи.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{3}$

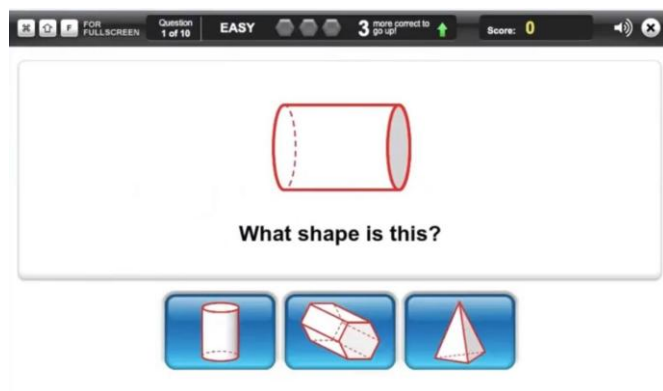
Додаток Т

Зображення рисунків до задач на тему «Піраміда» у конспекті уроку (за допомогою платформи *CleverMath*):

Твердження	Математичний зміст	Рисунок до задачі
Задана трикутна піраміда	ABCD – трикутна піраміда. OD = 2 см – висота піраміди. OK ⊥ BC; OF ⊥ AC; OM ⊥ AB. DK ⊥ BC; DF ⊥ AC; DM ⊥ AB.	
Основа піраміди – трикутник ABC	△ABC: AB = 31 см; BC = 11 см; AC = 24 см.	

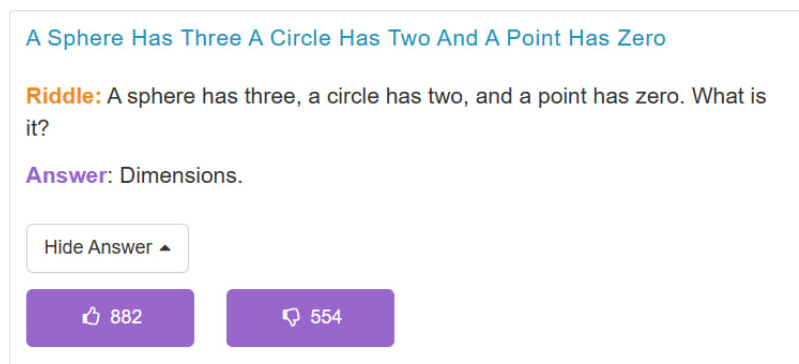
Додаток У:

Приклад геометричного завдання для 11 класу на тему «Тіла обертання» (на платформі *Mangahigh*):



Додаток Ф:

Теоретичне завдання-загадка з теми «Тіла обертання» (представлене на платформі *Riddle*):



Додаток Х:

Конспект уроку з геометрії на тему «Об'єм тіла. Формули для обчислення об'єму призми» для учнів 11 класів (з використанням ресурсів *LearningApps* та «Віртуальна геометрична майстерня»):

Тема: «Об'єм тіла. Формули для обчислення об'єму призми».

Мета уроку:

✓ **Навчальна:** ознайомити учнів з поняттям об'єму призми та формулою для його обчислення; навчити учнів застосовувати формули для

знаходження об'єму різних видів призм, включаючи прямокутні, трикутні та інші;

✓ **Виховна:** формувати відповідальне ставлення до виконання завдань, розвивати вміння працювати акуратно та уважно; виховувати наполегливість і терпіння при розв'язанні складних задач, підкреслюючи важливість точності та методичного підходу до навчання; сприяти розвитку командної роботи і взаємодії під час виконання групових завдань, що стосуються обчислення об'єму призм;

✓ **Розвивальна:** розвивати логічне мислення та просторову уяву учнів через розв'язання різноманітних задач на об'єм призми; підвищити аналітичні навички, навчивши учнів визначати об'єм призм різних форм і складності; сприяти розвитку уміння перевіряти правильність своїх розрахунків та аргументувати отримані результати.

Тип уроку: засвоєння нових знань та навичок (теоретичний урок).

Обладнання: підручник «Геометрія» 11 клас профільний рівень (авт. Мерзляк А. Г.), мультимедійна дошка, презентація, платформа *LearningApps* (<https://learningapps.org/>), «Віртуальна геометрична майстерня» (<https://lagovska.github.io/educational-ar-project/>), VR-проект «Віртуальна геометрична майстерня» (<https://lagovska.github.io/educational-ar-project/src/project.html>).

Тривалість уроку: 45 хв.

Формат уроку: оффлайн.

Структура уроку:

- I. Організаційний етап. (1 хв)
- II. Повідомлення теми і мети уроку. Перевірка домашнього завдання. Мотивація навчальної діяльності. Актуалізація опорних знань. (7 хв)
- III. Актуалізація опорних знань. (5 хв)
- IV. Вивчення нового матеріалу. (28 хв)
- V. Підведення підсумків уроку. Рефлексія. (2 хв)
- VI. Домашнє завдання. (2 хв)

Хід уроку

I. Організаційний момент. (1 хв)

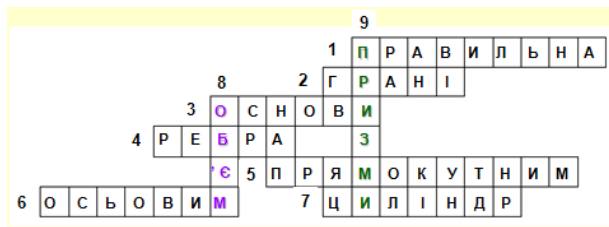
Привітання.

II. Мотивація навчальної діяльності учнів. (7 хв)

Сьогодні на уроці, ми будемо вивчати об'єми многогранників і покажемо важливість теми у вашій професії. Спочатку розв'яжемо кросворд на платформі *LearningApps* (він висвічується на екрані мультимедійної дошки).

Питання до кросворда

1. Пряма призма, в основі якої лежить правильний многокутник називається ...
2. У правильній призмі рівні прямокутники – це бічні ...
3. Два рівних многокутники, що лежать у паралельних площинах називаються ...
4. Відрізки, що з'єднують вершини многокутників – це бічні ...
5. Якщо всі грані паралелепіпеда є прямокутниками, то паралелепіпед називається...
6. Як називається переріз тіл обертання площиною, що проходить через вісь?
7. Тіло, утворене обертанням прямокутника навколо його сторони називається...
8. Геометрична величина.
9. Вид многогранників.



Прочитайте по вертикалі слова з виділеними буквами, це й буде тема нашого уроку (**об'єм призми**)

Повідомляється тема та мета уроку.

На практиці часто виникає потреба знати не тільки геометричні фігури та їх основні поняття, а й знати об'єми деяких геометричних тіл.

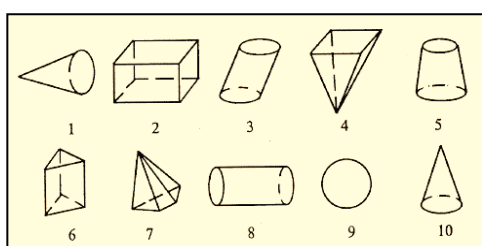
Наприклад: У їдальню завезли ящик масла розмірами $50 \times 35 \times 20$ см (висота, ширина, довжина) і розрізали його на кубики з ребром – 2,5 см. На яку кількість учнів вистачить масла, якщо на сніданок подають на одного учня – 1 кубик масла. Як ви вважаєте, що для вирішення даної ситуації нам необхідно знати?

Відповідь на приклад можна надати швидко, якщо знати формулу, із якою ви ознайомитися сьогодні на уроці. Адже не дарма ще французький письменник Анатоль Франс говорив, що **не достатньо знати, необхідно також вміти застосовувати.**

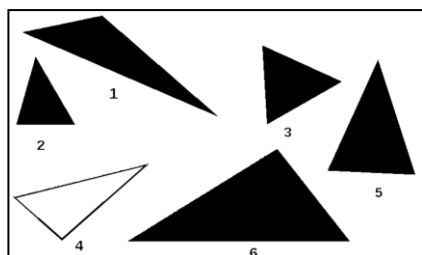
Перед тим як приступити до вивчення нового матеріалу пропоную дещо пригадати.

III. Актуалізація опорних знань. (5 хв)

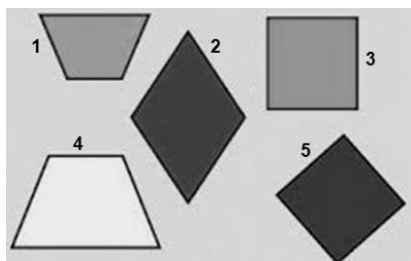
1) На якому з малюнків зображено призму?



2) Який з трикутників є основою правильної трикутної призми?



3) Який з чотирикутників є основою правильної чотирикутної призми?



4) Зіставте формули з відповідними поняттями:

1	$S = \frac{a \cdot b}{2}$	А	Площа прямокутника
2	$S = a \cdot b$	Б	Площа рівностороннього трикутника
3	$S = a^2$	В	Площа квадрата
4	$S = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$	Г	Площа прямокутного трикутника
5	$S = a \cdot h$	Д	Площа ромба
6	$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$	Е	Площа довільного трикутника

IV. Вивчення нового матеріалу. (28 хв)

Отже, об'єм будь-якої призми дорівнює добутку площі її основи на висоту:

Записи у зошиті: $V = S_{\text{осн.}} \cdot H.$

(щоб знайти площу основи треба знати площі трикутників та чотирикутників, тому що вони є основами призми)

!Треба пам'ятати, що чотирикутна призма називається паралелепіпедом, а якщо вона правильна і пряма, то це – куб. Отже окрім цієї формули для знаходження об'єму призми, можна застосовувати формули: $V = a \cdot b \cdot c$, та $V = a^3$.

Перед розв'язанням задач повторимо величину літра:

$$\begin{aligned} 1 \text{ літр} &= 1 \text{ дм}^3 \\ 1 \text{ дм}^3 &= 0,001 \text{ м}^3 \\ 1 \text{ м}^3 &= 1000 \text{ дм}^3 \end{aligned}$$

Після розв'язання задач будемо перевіряти правильність наших розв'язків за допомогою онлайн сервісу «Віртуальна геометрична майстерня» а саме VR-проєктом «Віртуальна геометрична майстерня (<https://lagovska.github.io/educational-ar-project/src/project.html>)». Цей ресурс дозволяє в інтерактивній формі обчислювати об'єми та площі правильних призм та пірамід, що робить навчання більш наочним та цікавим. Використання такого інструменту сприяє не лише закріпленню математичних знань, а й розвитку цифрової компетентності учнів. Під час виконання домашньої роботи, ви також можете перевіряти свої відповіді за допомогою цього ресурсу.

Розв'язування задач

Задача №1

У будівельника є контейнер для розчину, який має форму правильної чотирикутної призми. Довжина сторони основи становить 2 дм, а висота – 3 дм. Який об'єм розчину може вмістити цей контейнер?

Розв'язання:

$$V = S_{\text{осн.}} \cdot H$$

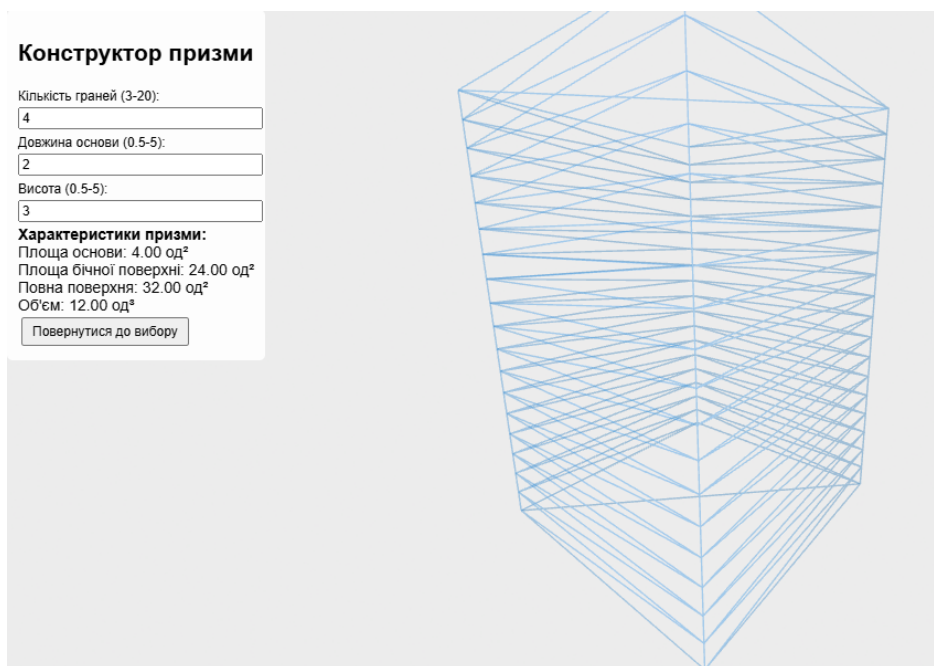
$$S_{\text{осн.}} = a^2$$

$$S_{\text{осн.}} = 2^2 = 4 \text{ дм}^2$$

$$V = 4 \cdot 3 = 12 \text{ дм}^3$$

Відповідь: 12 дм^3

А тепер перевіримо відповіді:



Задача №2

Коробка із соком має форму правильної чотирикутної призми. Знайдіть її об'єм, якщо сторона її основи дорівнює 2 дм, а висота – 2,5 дм. Знайдіть об'єм соку та визначте, скільком учням вистачить напою, якщо кожен вип'є 200 см^3 соку?

Розв'язання:

$$V = S_{\text{осн.}} \cdot H$$

$$S_{осн} = a^2$$

$$S_{осн} = 2^2 = 4 \text{ дм}^2$$

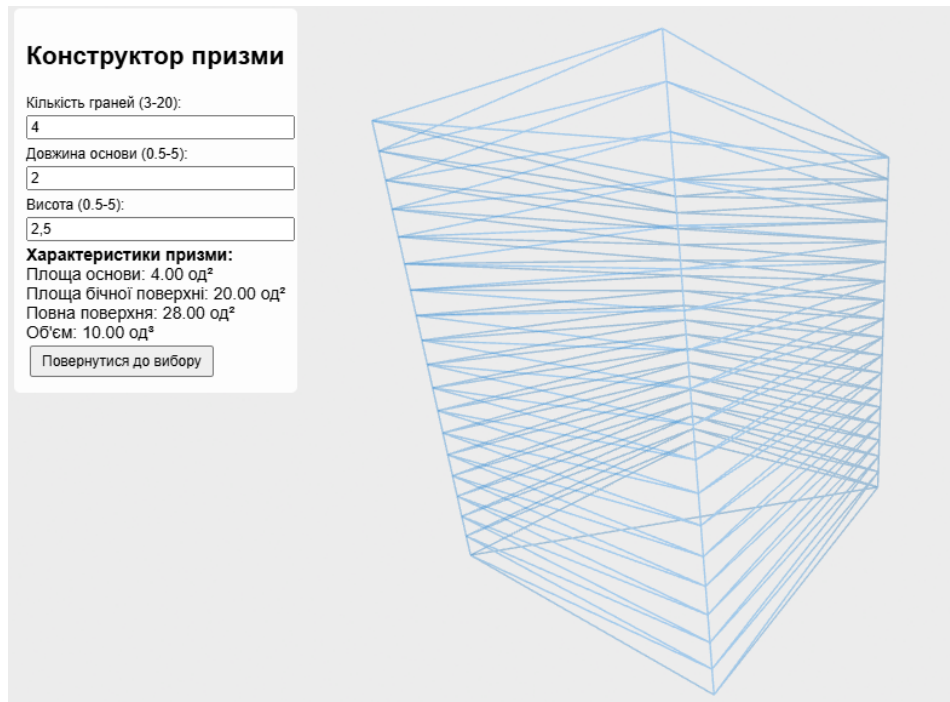
$$V = 4 \cdot 2,5 = 10 \text{ дм}^3$$

$$10 \text{ дм}^3 = 10 \text{ л} = 10000 \text{ см}^3$$

$$10000 : 200 = 50 \text{ (учням)}$$

Відповідь: 50 учням

А тепер перевіримо відповіді:



Задача №3

Кондитерська форма для десерту має форму правильної чотирикутної піраміди. Сторона основи дорівнює 1,5 дм, а висота 3 дм. Знайдіть об'єм форми та визначте, скільки порцій по 250 см³ (тобто 0,25 л) можна приготувати.

Розв'язання:

$$V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$$

$$S_{осн} = a^2$$

$$S_{осн} = 1,5^2 = 2,25 \text{ дм}^2$$

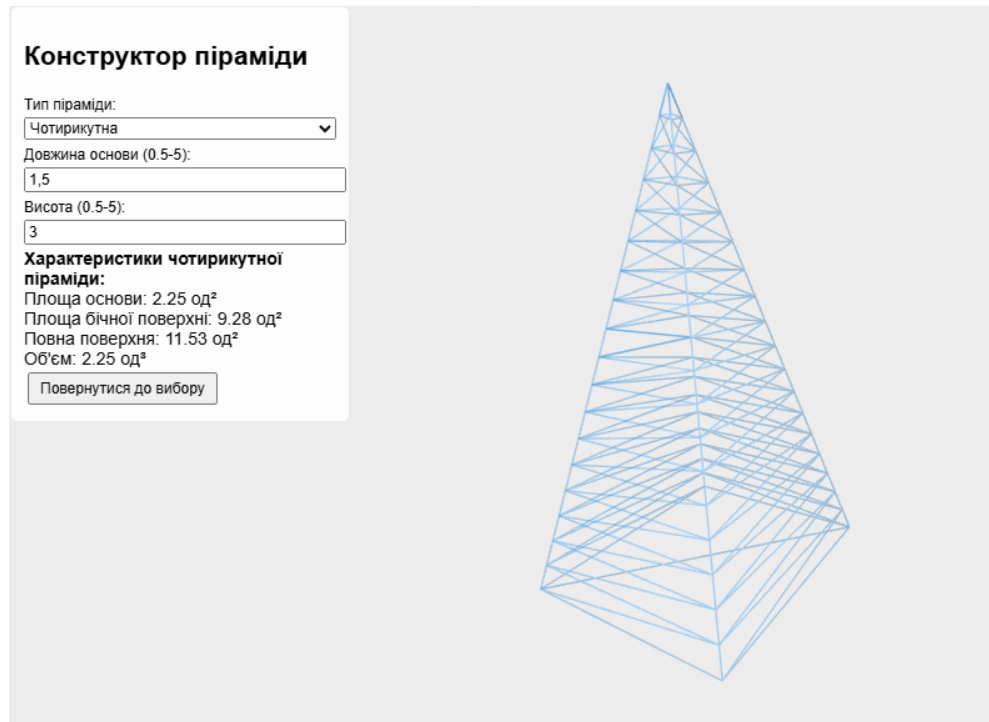
$$V = \frac{1}{3} \cdot 2,25 \cdot 3 = 2,25 \text{ дм}^3$$

$$2,25 \text{ дм}^3 = 2,25 \text{ л}$$

$$2,25 : 0,25 = 9 \text{ (порцій)}$$

Відповідь: 9 порцій

А тепер перевіримо відповіді:



Задача №4

Електрична пательня має форму правильної чотирикутної призми. Відомо, що її об'єм дорівнює 18 л, а сторона основи 3 дм. Знайдіть висоту пательні.

Розв'язання:

$$18 \text{ л} = 18 \text{ дм}^3$$

$$\text{Так як } V = S_{\text{осн.}} \cdot H, \text{ то } H = \frac{V}{S}$$

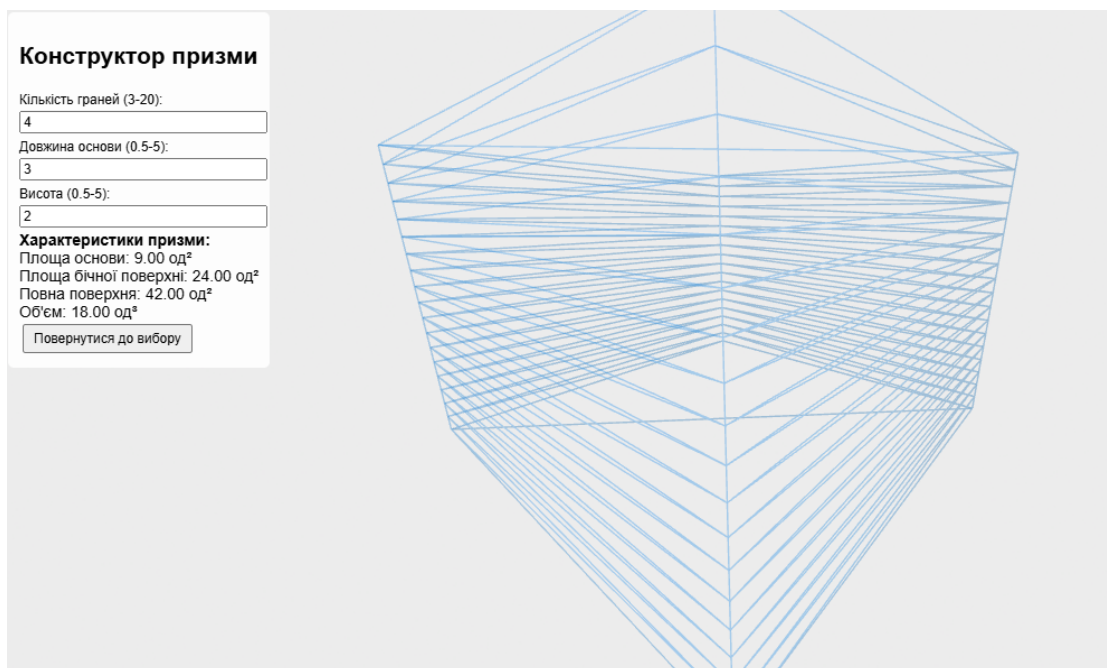
$$S_{\text{осн}} = a^2$$

$$S_{\text{осн}} = 3^2 = 9 \text{ дм}^2$$

$$H = \frac{18}{9} = 2 \text{ дм}$$

Відповідь: 2 дм

А тепер перевіримо відповіді:



V. Підведення підсумків уроку. Рефлексія. (2 хв)

Згадаймо слова французького письменника Анатолія Франса «Не достатньо знати, необхідно також вміти застосовувати». Справді, ми побачили і в черговий раз переконалися на уроці, що знати формули це не основне, треба вміти їх застосовувати на практиці.

У ході уроку використання онлайн-ресурсу «Віртуальна геометрична майстерня» дало можливість перевірити правильність розв'язання завдань та наочно побачити взаємозв'язок між теоретичними знаннями та практичними обчисленнями. Такий підхід зробив наш урок більш інтерактивним, сприявши кращому розумінню геометричних зрозуміти і водночас розвивав цифрову компетентність.

VI. Домашнє завдання. (2 хв)

- 1) Прочитати та вивчити, за підручником: параграф 14, ст. 125-130.
- 2) Розв'язати задачі:

Задача №1

У кондитерський цех надійшли ящики для цукерок Гулівер. Чи помістяться в ящик розміром $38 \times 29 \times 11$ см.

а) 200 шт,

б) 300 шт.

Розміри однієї цукерки $8 \times 3,5 \times 2$ см.

Задача №2

Класні кімнати повинні бути розраховані так, щоб на кожного учня припадало не менше 6 м^3 повітря. Скільки учнів можна розмістити у нашому кабінеті математики, який має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 8,8 м, 6,4 м і 3,2 м не порушуючи санітарних норм?

Додаток Ц

Візуальне розв'язання задачі з геометрії 11 класу на тему «Об'єм призми» за допомогою VR-розробки моделей (на сайті «Віртуальна геометрична майстерня»):

