

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики та методики її навчання

«Допущено до захисту»

Завідувач кафедри

_____ Бобилев Д. Є

Реєстраційний № _____

«___» _____ 20__

«___» _____ 20__ р.

**ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ
У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ПОКАЗНИКОВИХ РІВНЯНЬ
ТА НЕРІВНОСТЕЙ**

Кваліфікаційна робота
студентки групи МІм-23
ступінь вищої освіти магістр
спеціальності: 014.04 Середня освіта
(Математика)

Близненко Катерини Олегівни

Науковий керівник:

кандидат педагогічних наук, доцент

Віхрова Олена Вікторівна

Оцінка:

Національна шкала _____

Шкала ECTS ____ Кількість балів _____

Голова ЕК _____

(підпис) (прізвище, ініціали)

Члени ЕК _____

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

ЗАПЕВНЕННЯ

Я, Близненко Катерина Олегівна, розумію і підтримую політику Криворізького державного педагогічного університету з академічної доброчесності. Запевняю, що ця кваліфікаційна робота виконана самостійно, не містить академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації. Я не надавала і не одержувала недозволену допомогу під час підготовки цієї роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають покликання на відповідне джерело.

Із чинним Положенням про запобігання та виявлення академічного плагіату в роботах здобувачів вищої освіти Криворізького державного педагогічного університету ознайомена. Чітко усвідомлюю, що в разі виявлення у кваліфікаційній роботі порушення академічної доброчесності робота не допускається до захисту або оцінюється незадовільно.



ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ ЛІЦЕЇВ.....	8
1.1. Загальна характеристика математичних компетентностей учнів.....	8
1.2. Компетентнісний підхід до навчання математики: характеристика, переваги та недоліки	15
1.3. Етапи формування вмінь та навичок застосування прийомів розумової діяльності при вивченні математики.....	22
1.4. Методи навчання математики, що забезпечують набуття математичних компетентностей	28
1.5. Логіко-математичний аналіз навчального матеріалу теми «Показникова функція. Показникові рівняння та нерівності» з точки зору формування математичних компетентностей.....	32
Висновки до 1 розділу.....	41
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ ЛІЦЕЇВ ПРИ ВИВЧЕННІ ПОКАЗНИКОВИХ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ.....	42
2.1. Застосування програмних засобів при вивченні показникових рівнянь та нерівностей	42
2.2. Методика формування дослідницької компетентності при навчанні учнів розв'язування показникових рівнянь та нерівностей з параметрами.....	51
2.3. Дослідження завдань в НМТ та ЗНО.....	59
Висновки до 2 розділу.....	71
ВИСНОВКИ.....	72
ДОДАТКИ.....	81

ВСТУП

Сучасні глобальні зміни в економічній та політичній сферах українського суспільства спричинили необхідність реформування системи освіти України. Нові нормативні документи, які регламентують діяльність освітніх закладів, визначили ключове завдання – забезпечення високої якості освіти. Цільовим результатом цього процесу є формування життєвих компетентностей, які дозволяють людині ефективно функціонувати в соціумі, бути активним громадянином, здатним до саморозвитку, пізнання навколишнього світу та себе в ньому. Якість освіти, у цьому контексті, розглядається як здатність формувати в учнів ті компетентності, які сприятимуть успіху в житті та професійній діяльності.

За умов реалізації Концепції Нової української школи, де центральною фігурою освітнього процесу є учень, особлива увага приділяється розвитку особистості дитини, а не просто накопиченню знань. Математика, як один із основних предметів шкільної програми, відіграє важливу роль у цьому процесі. Саме на уроках математики учні розвивають теоретичне мислення, яке стає базою для вивчення наукових дисциплін у подальшому, а також формують навички, які допомагають у вирішенні повсякденних життєвих завдань [22].

Формування математичних компетентностей учнів є однією з основних цілей сучасної освітньої системи. У контексті глобальних змін у суспільстві, включаючи технологічний прогрес, збільшення вимог до кваліфікації робочої сили та зростання необхідності в аналітичному мисленні, математична грамотність стає ключовою навичкою для успішної адаптації в умовах сучасного життя. Знання математики, зокрема вміння розв'язувати складні рівняння та нерівності, такі як показникові, не лише забезпечує базовий рівень компетентностей, а й сприяє розвитку критичного мислення, логіки та здатності приймати зважені рішення [4].

Показникові рівняння та нерівності займають важливе місце в навчальній програмі середньої школи, оскільки вони мають широке застосування в різних

галузях науки та техніки, таких як фізика, економіка, біологія та інженерія. Однак, дослідження показують, що значна частина учнів відчуває труднощі при вивченні цієї теми, що пов'язано як з абстрактністю матеріалу, так і з недостатньою адаптацією методичних підходів до сучасних освітніх вимог. Відповідно, існує нагальна потреба у розробці ефективних методик викладання, які б не лише забезпечували засвоєння теоретичного матеріалу, але й сприяли розвитку прикладних умінь, необхідних для успішного розв'язання практичних та наукових задач, математичними моделями яких є показникові рівняння та нерівності.

Загалом, математичні компетентності сьогодні розглядаються не тільки як основа для подальшого навчання, але й як ключовий елемент соціальної інтеграції та економічного розвитку. Дослідження показують, що високий рівень математичної грамотності позитивно корелює з рівнем доходів, можливістю працевлаштування та здатністю успішно адаптуватися до змін у професійній діяльності. Відповідно, **актуальність теми** даної кваліфікаційної роботи обумовлена необхідністю підвищення якості математичної освіти, адаптації навчального процесу до сучасних викликів та підготовки учнів до успішної інтеграції у суспільство.

У цьому контексті важливу роль відіграє компетентнісний підхід, який орієнтований на розвиток здатності учнів застосовувати математичні знання у реальних життєвих ситуаціях. Зокрема, це стосується вміння розв'язувати різні види рівнянь та нерівностей, до яких відносяться показникові рівняння та нерівності, що є основою для розуміння багатьох прикладних задач. Такий підхід дозволяє не лише підвищити рівень математичної грамотності, але й сприяти формуванню в учнів навичок критичного мислення, що є необхідними для їхньої подальшої успішної професійної та особистісної реалізації. Однією з причин низького рівня засвоєння матеріалу є недостатня увага до компетентнісного підходу в навчанні математики, що включає розвиток не тільки знань, але й умінь, навичок і цінностей, необхідних для застосування математичних знань у реальних ситуаціях. Крім того, сучасна освіта вимагає

інтеграції новітніх технологій у навчальний процес, зокрема програмних засобів, які можуть значно підвищити ефективність формування математичних компетентностей [17]. Все вище зазначене зумовило вибір теми кваліфікаційної роботи «Формування математичних компетентностей учнів у процесі вивчення показникових рівнянь та нерівностей» та обумовило її актуальність.

Мета дослідження: теоретично обґрунтувати та розробити окремі компоненти методичної системи навчання старшокласників, спрямовані на ефективне формування математичних компетентностей учнів у процесі вивчення показникових рівнянь та нерівностей.

Для досягнення мети необхідно виконати такі **завдання** дослідження:

1. Проаналізувати психолого-педагогічну і методичну літературу, вивчити педагогічний досвід з теми дослідження для розкриття методичних та теоретичних основ розвитку математичних компетентностей учнів;
2. Розробити термінологічний апарат дослідження, зокрема уточнити трактовки таких понять: математична компетентність, компетентнісний підхід, ключова компетентність та ін.;
3. Виділити математичні компетентності, яких старшокласники повинні набути та визначити шляхи їх набуття в процесі вивчення показникових рівнянь і нерівностей;
4. Визначити методи навчання, які сприяють набуттю математичних компетентностей;
5. Скласти доцільні системи завдань, які спрямовані на підвищення рівня математичних компетентностей учнів в процесі вивчення показникових рівнянь і нерівностей.

Об'єкт дослідження: процес формування математичних компетентностей учнів під час вивчення змістової лінії «Рівняння та нерівності» курсу алгебри і початків аналізу в старшій школі.

Предмет дослідження: методика навчання розв'язування показникових рівнянь та нерівностей, спрямована на формування математичних

компетентностей старшокласників.

Методи дослідження: *теоретичні* – аналіз та узагальнення інформації з навчально-методичної та психолого-педагогічної літератури щодо проблеми дослідження, історичний метод та порівняння підручників з точки зору можливостей для набуття математичних компетентностей учнів; *емпіричні* – спостереження за діяльністю вчителя та процесом формування математичних компетентностей учнів у навчанні алгебри і початків аналізу, аналіз педагогічного досвіду та напрацювань вчителів математики для набуття математичних компетентностей, проведення бесід з вчителями та учнями.

Практичне значення полягає в тому, що розроблені методичні рекомендації та доцільні системи завдань, орієнтовані на формування математичних компетентностей учнів у процесі вивчення показникових рівнянь і нерівностей, можуть бути використані вчителями математики в їхній практичній професійній діяльності, учнями старшої школи для самостійного та подальшого набуття математичних компетентностей, а також студентами у процесі виробничої практики у закладах середньої освіти.

Структура та обсяг роботи: робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел, що містить 43 найменування.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ ЛІЦЕЇВ

1.1. Загальна характеристика математичних компетентностей учнів

У сучасних умовах реформування освіти в Україні, що реалізується в рамках Концепції Нової української школи (НУШ), математична компетентність визнається однією з ключових компетентностей, якою повинні оволодіти учні на всіх етапах навчання. Основні засади нової освітньої системи, ухвалено новим Законом «Про освіту» від 05 вересня 2017 року № 2145-VIII, передбачають перехід до компетентнісного підходу в освіті, що відповідає рекомендаціям Європейського Парламенту та Ради Європейського Союзу «Про основні компетентності для навчання протягом усього життя» від 18 грудня 2006 року № 2006/962/ЄС і враховує сучасні потреби суспільства [32; 35].

Відповідно до Державного стандарту базової середньої освіти, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 року № 898, математична компетентність передбачає не лише знання та розуміння математичних концепцій і теорем, але й здатність застосовувати ці знання для розв'язання реальних проблем, критичного мислення та аналізу інформації. Формування цієї компетентності є важливим компонентом освітнього процесу, який сприяє розвитку логічного мислення, культури мислення, а також здатності до самостійного прийняття рішень [14].

Важливо зазначити, що математична компетентність має п'ять структурних компонентів: мотиваційний, когнітивний, діяльнісний, ціннісно-рефлексивний, емоційно-вольовий. Вони взаємопов'язані між собою і не можуть існувати самостійно один від одного.

- Мотиваційний компонент передбачає систему мотивів, цілей, потреб і прагнень до вивчення математичних дисциплін, удосконалення знань, умінь і досвіду математичної діяльності.
- Когнітивний компонент включає сукупність математичних знань

теоретичного і практичного характеру, що відображають систему сучасної математики.

- Діяльнісний компонент включає комплекс математичних умінь (аналітичних, обчислювальних, алгоритмічних, функціональних, геометричних, стохастичних, імовірнісних, математичного моделювання); спроможність розв'язувати типові практичні завдання методами математики.
- Ціннісно-рефлексивний компонент включає сукупність особисто значущих і цінних прагнень, ідеалів, переконань, поглядів, ставлень у галузі математичних дисциплін, розуміння ролі математичної компетентності як однієї з провідних соціальних цінностей, уміння визначати резерви свого розвитку засобами математичних дисциплін, прагнення до самоактуалізації, саморозвитку, постійної роботи над собою у сфері математики; самоаналіз і самооцінку своєї математичної діяльності.
- Емоційно-вольовий компонент включає здатність розуміти власний емоційний стан у процесі математичної діяльності; здатність достойно переживати невдачі у процесі розв'язування математичних задач; прояв вольових зусиль і наполегливості при розв'язуванні математичних задач; цілеспрямованість у роботі, почуття власної гідності [9].

Такий підхід до формування компетентностей передбачає не лише традиційне засвоєння знань, але й розвиток навичок їх практичного застосування, що відповідає загальній меті освіти – підготовці учнів до активної участі у житті суспільства, забезпечення їх готовності до подальшого навчання та професійної діяльності.

Дослідження, проведені С. А. Раковим, І. М. Аллагуловою, Л.І. Зайцевою підкреслюють важливість математичної компетентності як ключового компонента сучасної освіти. Визначення математичної компетентності за С. А. Раковим, як частини предметної компетентності, у широкому сенсі

означає вміння бачити та застосовувати математику у реальному житті, розуміти і використовувати методи математичного моделювання. Це передбачає здатність будувати математичні моделі, досліджувати їх методами математики, інтерпретувати отримані результати та оцінювати похибки обчислень [34]. Дослідник вважає, що математична компетентність визначається рівнем навчальних досягнень, для яких суттєвим є набуття математичних умінь. До них належать: вміння математичного мислення, аргументування; математичного моделювання; вміння постановки та розв'язування математичних задач, презентації даних; вміння оперування математичними конструкціями; вміння математичного спілкування; вміння використання математичних інструментів [33].

Поняття «математична компетентність» на сучасному етапі розвитку педагогіки визначається як ключова, так і предметна компетентність. Європейська довідкова система рекомендує розглядати математичну компетентність на рівні базової компетентності в галузі науки і техніки як ключову. У її документі «Ключові компетентності для навчання протягом життя» підкреслюється, що «математична компетентність – це здатність застосовувати додавання, віднімання, множення, ділення та пропорції в усних та письмових обчисленнях у повсякденних ситуаціях. Математична компетентність включає – різною мірою – здатність та бажання використовувати математичні способи мислення (логічне та просторове) та викладу (формули, моделі, конструкції, графіки, діаграми)» [39, с. 189]. Таке означення математичної компетентності схоже з характеристикою предметної компетентності.

Питаннями структури і сутності понять «компетенція» і «компетентність» у галузі освіти займалися такі науковці, як Н. М. Бібік, Н. В. Кузьміна, Дж. Равен, С.П. Бондар, С.У. Гончарук, І.В. Родигіна. Міжнародні організації, такі як ЮНЕСКО, Європейський Союз та Міжнародна комісія Ради Європи, також надали визначення цих термінів, що сприяло створенню єдиної термінологічної бази для освітніх досліджень.

Загальні аспекти ключових компетентностей знайшли послідовне висвітлення у роботах Л. Л. Сушенцевої, Т. С. Лобанової, Л. С. Ващенко, О. В. Овчарук та С. Г. Кравець, що дозволяє детальніше зрозуміти структуру та функціонування цих понять у контексті освітніх стандартів. Загалом, математична компетентність є складовою ширшого поняття «компетентність», оскільки сучасні умови навчання вимагають від випускників не лише знань, але й компетентності – здатності застосовувати ці знання у різних ситуаціях, володіння навичками критичного мислення для аналізу та раціонального використання інформації.

Н. М. Бібік визначає математичну компетентність як одну із ключових компетентностей, що базуються на знаннях та вміннях, здобутих у процесі навчання. Вона належить до надпредметних базових компетентностей, які проявляються у різних контекстах, інтегруючи знання та вміння з інших сфер [2, с. 21].

У публікації класифікації ключових компетентностей О. В. Овчарук, математична входить до блоку функціональних компетентностей. Цей підхід акцентує увагу на її практичній цінності для вирішення задач і проблем у професійному житті [28; 29].

Вітчизняні педагоги на ранньому етапі досліджень відносили математичну компетентність до сфери різновидів функціональної компетентності, що передбачало компоненти інтелектуального розвитку, здатність застосовувати логіку, математичні знання та здібності, системне мислення та вміння розв'язувати складні логічні й математичні конструкції, просторові навички та моделювання. Все ж таки характеристика математичної компетентності спонукає до її визначення як ключової, оскільки функціональність полягає в готовності особистості застосовувати набуті впродовж життя знання, вміння та навички для розв'язування максимально широкого діапазону життєвих завдань у різноманітних галузях діяльності [30]. Запровадження компетентнісного підходу в навчально-виховний процес зумовило доопрацювання змісту математичної освіти в основній та старшій

школі. У зв'язку з цим метою і результатом навчання визначено математичну компетентність як предметну.

Згідно з науковими дослідженнями, терміни «компетенція» і «компетентність» мають відмінні значення. У наукових дослідженнях розрізняють поняття «компетенція» і «компетентність». Компетенція традиційно розглядається як коло повноважень і прав, тоді як «компетентність» пов'язується з обізнаністю, авторитетністю та кваліфікацією. Математична компетенція і компетентність значною мірою визначають якість математичної освіти. Компетенцію можна розглядати як «повноваження» учня застосовувати досвід математичної діяльності, а компетентність – як відповідність таким «повноваженням», успішність у досягненні цілей навчання.

Розглянемо складові математичної компетентності особистості за С. А. Раковим [34]:

1. Процедурна компетентність – уміння розв'язувати типові математичні задачі. Напрямки її набуття:
 - використовувати на практиці алгоритми розв'язання типових задач;
 - відтворювати контекст задач, що виникають в індивідуальній та соціальній практиці та зводяться до типових задач;
 - систематизувати типові задачі, знаходити критерії зведення задач до типових; уміти розпізнавати типову задачу або зводити повну задачу до типової;
 - використовувати різні інформаційні джерела для пошуку процедур розв'язання типових задач (підручники, довідники, інтернет-ресурси).
2. Логічна компетентність – володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень. Напрямки її набуття:
 - знати і використовувати на практиці поняттєвий апарат дедуктивних теорій (поняття (визначення понять, їх наочний смисл, обсяг, властивості, межі застосування, відношення між поняттями),

висловлювання, предикати, логічні операції, аксіоми і теореми, доведення теорем, контрприклад до теорем тощо);

- будувати, удосконалювати та використовувати на практиці власну систему математичних уявлень на основі понятійного апарату дедуктивних теорій;
 - відтворювати дедуктивні доведення теорем і доведення правильності процедур розв'язання типових задач;
 - проводити дедуктивні обґрунтування правильності розв'язання задач і шукати логічні помилки у хибних дедуктивних міркуваннях;
 - використовувати математичну та логічну символіку на практиці в оформленні математичних текстів.
3. Технологічна компетентність – володіння сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями підтримки математичної діяльності. Напрямок її набуття: розв'язувати типові задачі з використанням основних типів професійного математичного програмного забезпечення;
- оцінювати похибки при використанні наближених обчислень;
 - будувати комп'ютерні моделі для предметної області задачі з метою її евристичного, наближеного або точного розв'язання;
 - досліджувати комп'ютерні моделі за допомогою комп'ютерних експериментів.
4. Дослідницька компетентність – володіння методами дослідження соціально та індивідуально значущих завдань за допомогою ІКТ і математичних методів. Напрямок її набуття:
- формулювати (ставити) математичні задачі на основі аналізу суспільно та індивідуально значущих задач;
 - будувати аналітичні та інформаційні (комп'ютерні) моделі задач;
 - висувати та емпірично перевіряти справедливості гіпотез,

спираючись на відомі методи (індукція, аналогія, узагальнення, тощо), а також на власний досвід досліджень;

- інтерпретувати результати, отримані формальними методами, у термінах вихідної предметної області;
- систематизувати отримані результати: досліджувати межі застосування отриманих результатів, установлювати зв'язки з попередніми результатами, а також модифікувати вихідну задачу, шукати аналогії в інших розділах математики, інформатики, тощо.

5. Методологічна компетентність – уміння оцінювати доцільність використання математичних методів і засобів ІКТ для розв'язання індивідуально і суспільно значущих задач. Напрямки її набуття:

- володіти методологією дослідження індивідуально та суспільно значущих задач математичними методами та за допомогою засобів ІКТ;
- розуміти переваги та обмеженість математичних методів, оцінювати на практиці їх ефективність;
- володіти методологією використання професійних математичних пакетів комп'ютерної алгебри та динамічної геометрії для дослідження математичних задач, розуміти переваги та обмеженість використання пакетів комп'ютерного моделювання в галузі математики, оцінювати на практиці їх ефективність;
- аналізувати ефективність розв'язання задач математичними методами та за допомогою засобів ІКТ;
- формулювати математичні задачі на основі аналізу суспільно та індивідуально значущих проблем;
- рефлексувати власний досвід розв'язання задач і подолання перешкод із метою постійного вдосконалення власної методології проведення

досліджень [34].

Оволодіння учнями різновидами предметної математичної компетенції складає основу формування математичної компетентності. Достатньо далекими від математичної компетентності є запам'ятовування формул, уміння застосовувати готові схеми розв'язування формальних задач – все те, що зараз є традиційним у курсах математики, фізики, хімії; використання на побутовому рівні й описування за допомогою побутових термінів математичних понять.

Отже, під математичною компетентністю будемо розуміти– інтегративну здатність особистості що поєднує в собі математичні знання, уміння, навички, досвід математичної діяльності, особистісні якості, які зумовлюють прагнення, готовність і здатність розв'язувати проблеми і завдання, що виникають у реальних життєвих ситуаціях і потребують використання математичних методів розв'язування, усвідомлюючи при цьому значущість предмета і результату діяльності.

1.2. Компетентнісний підхід до навчання математики: характеристика, переваги та недоліки

Нинішні освітні реформи в Україні визначаються переходом від знаннєвої освітньої парадигми до компетентнісної. Концепцією Нової української школи інструментом впровадження компетентнісного підходу у навчальних програмах визначено зміщення акценту з нагромадження фактів на розвиток умінь. Такий підхід в освіті означає спрямованість навчального процесу на формування та розвиток основних компетентностей особистості. Це вимагає відходу від традиційної інформаційно-накопичувальної моделі навчання, зокрема у сфері математики, та перенесення акценту з засвоєння нормативно визначених знань, умінь та навичок на формування і розвиток у школярів здатності самостійно діяти, застосовувати індивідуальний досвід та досягнення у нестандартних, творчих, життєвих ситуаціях.

Компетентнісний підхід у навчанні математики сприяє глибшому розумінню матеріалу, розвиває критичне мислення і підвищує мотивацію учнів до навчання. Застосування цього підходу дозволяє учням не лише опанувати математичні знання, але й розвинути вміння їх практичного використання у різних життєвих контекстах, що є основною вимогою сучасної системи освіти.

Водночас, впровадження компетентнісного підходу має свої складнощі. Воно передбачає суттєву адаптацію освітніх програм, підвищення кваліфікації педагогів та внесення змін у методологічні засади навчання. Складність також полягає у визначенні та оцінюванні рівня сформованості компетентностей, що може викликати труднощі в умовах традиційної системи оцінювання.

Г. С. Костюк вважав, що формування компетенцій у навчанні математики можливе лише за умови розвитку мислення через організацію діяльності учнів. Він наголошував, що аналіз, синтез, порівняння, узагальнення та абстрагування є базовими операціями, які формують математичне мислення. Вчений підкреслював, що навчання математики має бути спрямоване на формування здатності до вирішення задач шляхом активізації розумової діяльності. Основою компетентнісного підходу, за його словами, є розвиток здатності учнів до рефлексії та осмислення отриманих результатів, що є ключовим у математичній освіті [23].

У контексті навчання математики С. Д. Максименко зауважує, що розвиток математичних компетенцій залежить від здатності учнів засвоювати способи мислення, необхідні для розв'язання задач. Він доводив, що навчальний процес повинен включати поступове ускладнення завдань і інтеграцію практичних вправ, які стимулюють розвиток творчого та логічного мислення. Такий підхід дозволяє формувати в учнів глибокі знання та вміння їх застосовувати [26].

Р. В. Павелків акцентує увагу на комплексності мислення, зазначаючи, що під час розв'язування задач відбувається постійний перехід між різними прийомами мислення. Цей процес забезпечує гнучкість та адаптивність пізнавальної діяльності. Аналогічно, О. В. Скрипченко підкреслює роль

функціонально-операційного компонента мислення, який включає аналіз і синтез як базові операції, що визначають ефективність учіння.

У межах дослідження навчання та пізнавальної діяльності І. С. Якиманська вказує на важливість активізації продуктивної діяльності учнів через створення умов для оволодіння прийомами розумової діяльності. Це сприяє не лише якісному засвоєнню знань, але й розвитку аналітичного і критичного мислення.

М. Й. Варій та М. М. Фіцула класифікують та розкривають мисленнєві операції, такі, як систематизацію, класифікацію, аналіз, синтез, узагальнення, абстрагування і конкретизацію. Вони запропонували методику поетапного формування цих операцій у освітньому процесі. Їхні дослідження акцентують увагу на ролі вправ і задач, які сприяють систематизації знань учнів і розвитку їхньої здатності до логічних міркувань. Це дозволяє формувати в учнів не лише математичні знання, але й компетентності, необхідні для їхнього застосування у різних ситуаціях [5].

В аспекті системного підходу до мислення В. М. Осинська поділяє прийоми розумової діяльності на такі два типи: алгоритмічного та евристичного характеру. Вона зазначає, що вчитель повинен навчати учнів не лише виконувати, стандартні алгоритми, а й знаходити творчі рішення нетипових задач.

Українські науковці також внесли значний вклад у розробку проблем компетентнісного підходу. Наприклад, робоча група у складі: Н. М. Бібик, Л. С. Ващенко, О. І. Локшина, О. І. Овчарук, Л. І. Паращенко, О. І. Пометун та С. М. Трубачова під керівництвом О. Я. Савченко запропонувала перелік ключових компетентностей, які включають навчальну, громадянську, загальнокультурну, інформаційну та інші компетентності, що формуються у процесі навчання та життєвої діяльності учнів [36].

Компетентнісний підхід до навчання математики базується на інтеграції розумових операцій у навчальну діяльність. Українські вчені зробили вагомий внесок у дослідження механізмів формування математичного мислення, що

дозволяє створювати ефективні методики навчання. Їхні концепції сприяють розвитку ключових компетентностей учнів, необхідних для успішної адаптації до сучасного суспільства.

Отже, сутність компетентнісного підходу полягає в тому, щоб забезпечити формування в учнів не лише знань, умінь та навичок, але й комплексного набору смислових орієнтацій, досвіду діяльності, які необхідні для успішної особистісної та соціально значущої діяльності в реальних умовах життя. Компетентнісний підхід спрямований на те, щоб перетворити навчальний процес на більш практично орієнтований, де учні не просто засвоюють інформацію, але й розвивають здатність застосовувати її в різних життєвих ситуаціях. Тому акцент у цілепокладанні зміщується з того, чого хоче досягти вчитель, на те, що потрібно учневі. Крім того, вчитель має пам'ятати, що він готує, навіть із дуже обдарованих учнів, не математиків-професіоналів, а насамперед, всебічно розвинену особистість, і цю роботу він виконує не один, а в тісному єднанні з учителями усіх шкільних предметів. Саме це, на нашу думку, є суттєвим кроком на шляху досягнення нової якості математичної освіти.

Основні складові компетентнісного підходу:

- I. *Цілепокладання.* У компетентнісному підході цілі навчання мають пронизувати весь навчальний процес і виконувати функцію мотивації діяльності учнів. Це включає організацію цілепокладання через спільну діяльність учителя та учня, спрямування навчально-пізнавальної діяльності до самостійного пошуку та розвитку рефлексивних навичок.
- II. *Зміст освіти.* Компетентнісний підхід акцентує увагу на динамічності знань і посиленні активності учнів. Зміст освіти в цьому контексті включає не лише традиційні знання, уміння та навички, але й досвід творчої діяльності, вміння вирішувати нові проблеми, а також перетворювати набутий досвід у нові способи діяльності. Це вимагає оновлення змісту навчальних програм, щоб

включати компоненти, які формують ключові та предметні компетентності.

- III. *Оцінювання результатів навчання.* Компетентнісний підхід передбачає переорієнтацію оцінювання на діяльнісний вимір, де результатом навчання є не лише знання, а й здатність до практичної діяльності. Це включає, як вже зазначалося, розвиток мотивації, креативних здібностей, комунікативних навичок та здатності до самооцінювання. Нові вимоги до навчальних досягнень повинні враховувати аксіологічний, мотиваційний, когнітивний, інформаційний та інші компоненти, що формують загальну компетентність учня.
- IV. *Педагогічні технології.* Традиційні педагогічні технології, розроблені для знанневого підходу, часто не відповідають вимогам компетентнісного навчання. Необхідним є впровадження нових педагогічних технологій, які спрямовані на розвиток у школярів компетентностей. Це вимагає оновлення арсеналу методичних засобів, а також підготовки вчителів до роботи в умовах компетентнісного підходу.

В умовах компетентнісного підходу трансформації зазнають і основні завдання освітнього процесу. Так, до завдань реалізації компетентнісного підходу у навчанні математики в основній школі дослідники відносять:

- Розкриття ролі та можливостей математики – це завдання передбачає розвиток в учнів розуміння математики як універсальної мови, що використовується для опису реальних процесів і явищ. Математика розглядається як інструмент пізнання світу та важлива складова загальної культури людства;
- Розвиток логічного, критичного та творчого мислення. Учні повинні навчитися формулювати та висловлювати свої судження чітко й аргументовано. Це завдання спрямоване на розвиток інтелектуальних навичок, необхідних для розв'язання різноманітних задач;

- Оволодіння математичною мовою: забезпечення розуміння математичної символіки, формул і моделей є важливим завданням, що дозволяє учням описувати загальні властивості об'єктів і явищ, а також застосовувати ці знання в інших галузях;
- Формування здатності логічно обґрунтовувати математичні твердження. Учні повинні навчитися обґрунтовувати свої думки, використовувати математичні методи для розв'язання навчальних і практичних задач, а також інтегрувати ці знання під час вивчення інших предметів;
- Розвиток умінь працювати з підручниками та додатковою інформацією – завдання передбачає навчання учнів самостійно шукати та критично оцінювати інформацію, робити висновки і застосовувати здобуті знання в повсякденному житті;
- Формування здатності оцінювати правильність і раціональність рішень. Важливо, щоб учні могли аналізувати й оцінювати правильність розв'язання задач, розпізнавати логічні помилки, а також приймати рішення в умовах неповної або ймовірнісної інформації.

У процесі реалізації компетентнісного підходу деяких змін зазнають і принципи організації освітнього процесу. До основних принципів та критеріїв компетентнісного підходу відносять:

1) Впорядкованість навчальної діяльності учнів:

- методи навчання повинні відповідати змісту і характеру завдань, а також умовам, у яких здійснюється навчання;
- важливим є розумне розведення в часі і просторі різних навчально-виховних впливів, що забезпечує узгодженість дій всіх учителів, які працюють з конкретним учнівським колективом;
- ефективна організація навчальної діяльності передбачає узгодженість навчальної та позанавчальної діяльності учнів і вчителів, а також забезпечення відповідності результатів навчання цілям і завданням освітнього процесу.

2) Наявність сформованого єдиного колективу:

- педагогічний колектив повинен діяти як союз однодумців, здатних до самоаналізу і творчої діяльності;
- в учнівському середовищі необхідно розвивати колективну самосвідомість і створювати відчуття спільноти («почуття школи»);
- шкільний колектив має жити за встановленими правилами, традиціями і звичаями, що підтримуються усіма учасниками освітнього процесу;

3) Інтегрованість навчально-виховних впливів:

- педагогічні зусилля повинні бути спрямовані на розробку і реалізацію єдиного підходу до навчання, що забезпечує безперервність виховного впливу на учнів;
- освітній процес має включати періоди повсякденної роботи над технікою виконання математичних дій та періоди підвищеного творчого напруження, під час яких учні застосовують набуті знання для вирішення прикладних і практичних завдань, зокрема міжпредметних.

Отже, компетентнісний підхід є відповіддю на потреби сучасного світу, де необхідно не лише володіти знаннями, але й вміти їх застосовувати на практиці, орієнтуватися в інформаційному просторі та ефективно вирішувати проблеми. Такі зміни спрямовані на те, щоб учні не просто запам'ятовували математичні факти, але й використовували їх для розвитку аналітичного мислення, вирішення складних проблем та адаптації до швидко змінюваного світу. Тому цей підхід є важливим для підготовки учнів до активного і свідомого життя в сучасному суспільстві.

1.3. Етапи формування вмінь та навичок застосування прийомів розумової діяльності при вивченні математики

Формування математичних компетентностей передбачає не лише засвоєння теоретичних знань, але й розвиток умінь та навичок застосування прийомів розумової діяльності, що є невід'ємною частиною ефективного навчання математики. Однією з головних цілей навчання математики є розумовий розвиток учнів, що охоплює кілька ключових аспектів. Це включає розвиток логічного мислення, просторових уявлень, алгоритмічної культури, що є особливим аспектом мислення, а також розвиток пам'яті, уваги, інтуїції, вмінь аналізувати, класифікувати, узагальнювати та робити умовиводи за аналогією [4].

Вивчення математики створює широкі можливості для всебічного розвитку учнів. Логічне і критичне мислення формується через розв'язування задач, які вимагають від учнів аналізу, синтезу та оцінки отриманих результатів. Здійснення систематичного аналізу умов задач сприяє розвитку критичного мислення, що допомагає учням у майбутньому приймати обґрунтовані рішення в різних життєвих ситуаціях.

Просторові уявлення, які є важливими у геометрії, розвиваються через роботу з просторовими об'єктами та їх властивостями. Алгоритмічна культура розвивається під час роботи з алгоритмами та процедурами розв'язування задач, що привчає учнів до систематичності та чіткості в мисленні.

Крім того, вивчення математики сприяє розвитку пам'яті, оскільки потребує запам'ятовування важливих формул, правил та процедур. Розвиток уваги та інтуїції також є невід'ємною частиною освітнього процесу, оскільки учні повинні зосереджуватися на деталях та робити інтуїтивні висновки на основі отриманих даних.

Процес формування вмінь і навичок застосування прийомів розумової діяльності при вивченні математики включає кілька етапів:

1. Знайомство з прийомами мислення. Спочатку учні знайомляться з

конкретними прийомами мислення в контексті вивчення певного матеріалу. Це може бути введення нових понять, правил чи методів, що стають базою для подальшої роботи.

2. Пояснення раціональності застосування. Наступним кроком є переконання учнів у тому, що використання цих прийомів не ускладнює, а, навпаки, полегшує розуміння навчального матеріалу. Це може бути досягнуто шляхом демонстрації переваг прийому на прикладах.
3. Визначення доцільності використання. Важливо навчити учнів розпізнавати, в яких темах або задачах найефективніше використовувати певні прийоми мислення. Це допомагає їм краще орієнтуватися в матеріалі і застосовувати знання в потрібний момент.
4. Комплексне використання прийомів. Учнів навчають комбінувати різні прийоми мислення в залежності від специфіки завдань. Це розвиває їхню здатність мислити системно та вирішувати складніші задачі.
5. Закріплення навички самостійного застосування. Останній етап передбачає постійне нагадування учням про доцільність використання певних прийомів. Важливо, щоб ці навички стали автоматичними, і учні могли використовувати їх самостійно без сторонньої допомоги.

Часто під час роботи з підручником учні можуть зустрічатися з труднощами, наприклад, не розуміють доведення теореми через відсутність пояснень окремих фактів, які вважаються очевидними. Тому важливо навчати їх працювати з текстом, опановуючи навички роботи з інформацією, що стане у нагоді протягом всього життя.

Форми роботи з текстом можуть включати:

- читання текстів із подальшим обговоренням чи переказом прочитаного;
- створення запитань до тексту та обмін відповідями;
- пошук зв'язків між знайомими та новими поняттями;

- складання тез, конспектів або виписок;
- розробка прикладів, що ілюструють матеріал;
- складання завдань на основі вивченого матеріалу;
- аналіз тексту з помилками, які потрібно виправити.

Роль комп'ютера в навчанні також є важливою, особливо в частині самостійного пошуку інформації, проведення тестування, побудови графіків і демонстрації навчального матеріалу. Використання комп'ютерних навчальних програм та бінарних уроків, де поєднуються математика й інформатика, може сприяти глибшому засвоєнню матеріалу.

Загалом, метою роботи вчителя є розвиток особистості учня, формування його творчого потенціалу та пізнавальної активності. Це досягається через поширення системних знань, розвиток практичних навичок, необхідних для сучасного життя, і формування математичної компетентності, що є показником якості освіти. У цьому процесі ключову роль відіграє компетентний учитель, який володіє не лише математичними знаннями, а й педагогічними та психологічними навичками.

У психолого-педагогічних дослідженнях, проведених в Україні, з'ясовано, що прийоми розумової діяльності тісно пов'язані з методами навчання і включають у себе різні види когнітивних операцій, такі як аналіз, класифікація, узагальнення та аналогія. Дослідження показали, що ці прийоми є необхідними для розвитку логічного мислення, просторових уявлень, алгоритмічної культури та інших аспектів когнітивної діяльності учнів.

Українські вчені, такі як М. Й. Варій, М. М. Фіцула, З. І. Слєпкань, О. І. Пометун, Л. П. Василенко, М. В. Савчин, І. С. Якиманська, С. Д. Максименко, Р. В. Павелків, Н. Я. Лушпаєва, Т. І. Назарова у своїх працях аналізували роль прийомів мислення у навчанні математики. Вони наголошують на багатоступеневому характері формування цих прийомів, що починається з оволодіння базовими когнітивними операціями та завершується автоматизацією навичок і їх застосуванням у нових контекстах.

М. Й. Варій і М. М. Фіцула виділили структуру прийомів розумової

діяльності, яка включає такі когнітивні операції, як аналіз, синтез, класифікація, узагальнення та аналогія. Вони підкреслюють, що ці прийоми повинні бути поступово інтегровані у освітній процес, починаючи з простих дій і переходячи до складних операцій, таких як моделювання математичних залежностей або абстрагування складних понять. Науковці звертають увагу на важливість створення проблемних ситуацій, які стимулюють учнів до активного використання цих прийомів у процесі розв'язування задач.

З. І. Слєпкань розробила підходи до формування мисленнєвих операцій, які базуються на систематичному використанні задач різного рівня складності. Вона наголошує, що аналіз і узагальнення відіграють ключову роль у навчанні математики, дозволяючи учням інтегрувати знання та формулювати загальні закономірності. Особливу увагу дослідниця приділяє формуванню навичок рефлексії, що дозволяють учням аналізувати власні дії та вдосконалювати свої стратегії розв'язування задач [38].

О. І. Пометун акцентує увагу на інтерактивних методах навчання, які дозволяють активізувати процес засвоєння математичних знань. Вона наголошує, що моделювання, створення графічних схем і робота з реальними даними сприяють розвитку когнітивних компетентностей учнів, забезпечуючи їхню готовність до вирішення задач у реальному житті [30].

Л. П. Василенко і М. В. Савчин вивчали автоматизацію когнітивних операцій як важливий етап у навчанні математики. Їхні дослідження показують, що систематичне виконання вправ на аналіз, синтез, абстрагування та моделювання дозволяє учням формувати стійкі навички, які можуть бути швидко застосовані у складних математичних завданнях.

І. С. Якиманська підкреслювала важливість активізації продуктивного мислення в процесі навчання математики. Дослідниця звертала увагу на те, що навчання має спрямовуватися на формування у учнів здатності використовувати аналогії та узагальнення при вирішенні задач різного типу, що сприяє розвитку їхньої творчої активності та критичного мислення.

С. Д. Максименко і Р. В. Павелків акцентували увагу на тому, що

формування прийомів мислення неможливе без активної інтеграції практичних дій учнів у процес пізнання. Вчені вважають, що ефективність навчання математики залежить від поєднання теоретичних знань із практичними завданнями, які стимулюють розвиток як логічного, так і інтуїтивного мислення.

У своїх працях Н. Я. Лушпаєва наголошує на важливості впровадження проблемного навчання у процес викладання математики. Вона вважає, що створення навчальних ситуацій, які потребують активного використання когнітивних операцій, дозволяє учням засвоювати нові знання через практику і творчий пошук.

Т. І. Назарова досліджувала роль міждисциплінарних зв'язків у формуванні математичних компетентностей. Вона вказує на те, що використання математичних прийомів у контексті інших дисциплін, таких як фізика чи інформатика, сприяє розвитку у учнів гнучкості мислення та здатності до інтерпретації даних.

На думку українських учених, формування прийомів розумової діяльності є складним процесом, який вимагає послідовної роботи над засвоєнням когнітивних операцій. Спочатку учні опановують базові дії, такі як аналіз і порівняння, які згодом інтегруються у складні прийоми, такі як моделювання чи узагальнення. Наступним етапом є автоматизація цих операцій, що дозволяє учням застосовувати їх без значних інтелектуальних зусиль. Завершальним етапом є використання засвоєних прийомів у нових і нетипових ситуаціях, що сприяє розвитку творчих здібностей і критичного мислення. Багаторічний досвід українських дослідників свідчить про те, що прийоми розумової діяльності є важливим інструментом для розвитку математичних компетентностей. Вони забезпечують не лише засвоєння знань, але й формування логічного, алгоритмічного та творчого мислення, необхідного для успішного вирішення задач у сучасному світі.

У власному дослідженні виокремимо такі основні прийоми розумової діяльності: аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення,

конкретизація, класифікація, систематизація, аналогія.

Аналіз – це уявний поділ цілого на частини, елементи, або виділення окремих ознак, сторін, дій.

Синтез – операція мислення, зворотна до аналізу, яка об'єднує елементи, властивості, дії, ознаки в єдине ціле.

Порівняння – встановлення схожості та відмінності предметів і явищ, основою якого є аналіз.

Узагальнення – виділення в предметах і явищах загальних, характерних ознак, що виражаються через формули, закони, правила, та виключення другорядного.

Класифікація – система розподілу предметів по класах на основі їх подібності всередині класу та відмінності від предметів інших класів.

Аналогія – висновок про подібність предметів в одних ознаках на основі їх подібності в інших ознаках.

Абстрагування – процес виділення істотних властивостей предметів та явищ та відокремлення їх від другорядних.

Конкретизація – процес, зворотний до абстрагування, що повертає нас до конкретного предмета чи явища для розкриття його змісту.

Систематизація – операція мислення, що дозволяє розташувати предмети та явища в певній логічній послідовності.

Прийоми розумової діяльності використовуються на кожному етапі навчання математики, відіграючи важливу роль у забезпеченні його ефективності. На жаль, на сьогоднішній день чітка методична технологія розвитку прийомів розумової діяльності у процесі навчання математики залишається невідомою для багатьох вчителів, що може призводити до недостатнього засвоєння матеріалу учнями. Тому важливо продовжувати дослідження в цій галузі та розвивати відповідні методи і підходи для покращення освітнього процесу.

1.4. Методи навчання математики, що забезпечують набуття математичних компетентностей

Процес формування математичних компетентностей неможливий без використання різноманітних методів навчання, які допомагають учням не лише засвоювати знання, але й розвивати вміння аналізувати, мислити критично та вирішувати проблеми. Сучасна освіта вимагає поєднання традиційних і новітніх методів, що дозволяє досягти високих результатів у навчанні. Важливо враховувати, що кожен з методів має свої переваги та може використовуватися на різних етапах навчання для досягнення найкращих результатів.

Методи навчання можна умовно розділити на активні та інтерактивні. Активні методи спрямовані на розвиток індивідуального мислення учня, тоді як інтерактивні методи орієнтовані на групову роботу та співпрацю.

Активні методи навчання:

1. Метод конкретної ситуації

Метод конкретної ситуації навчає учнів самостійно аналізувати і вирішувати різноманітні математичні проблеми. Учні не тільки розв'язують задачі, але й вчаться створювати свої власні завдання, що стимулює їхню креативність та здатність до глибокого розуміння матеріалу. Наприклад, розбір кількох способів розв'язання однієї задачі дозволяє учням розвивати гнучкість мислення та здатність адаптувати свої знання до різних контекстів.

2. Метод інциденту

Цей метод полягає в залученні учнів до участі в олімпіадах, конкурсах та інших змаганнях, де вони стикаються з нестандартними задачами та стресовими ситуаціями. Метод інциденту допомагає учням розвивати стійкість до стресу, а також вчить їх швидко адаптуватися до нових умов і знаходити ефективні рішення в обмежений час.

3. Метод мозкового штурму

Мозковий штурм – це метод, що стимулює учнів до генерації якомога

більшої кількості ідей щодо вирішення певної проблеми. Цей підхід розвиває у них здатність швидко реагувати на запитання, висувати гіпотези та критично оцінювати запропоновані рішення. У процесі мозкового штурму учні розвивають також комунікативні навички, оскільки обговорення варіантів у групі є важливим елементом цього методу.

4. Метод занурення

Метод занурення створює умови, в яких учні повністю зосереджуються на вирішенні поставлених задач. Такий підхід дозволяє їм глибоко зануритися в матеріал, що сприяє кращому його засвоєнню та практичному застосуванню. Учні розвивають навички концентрації, аналізу та вирішення проблем, що є ключовими для успішного вивчення математики.

5. Метод евристичних питань

Цей метод полягає в тому, що учитель ставить перед учнями питання, на які немає очевидних відповідей, спонукаючи їх самостійно шукати рішення. Це розвиває в учнів аналітичні здібності, вміння будувати логічні ланцюжки, порівнювати різні варіанти та робити висновки. Важливою складовою цього методу є можливість учнів формулювати власні запитання та досліджувати їх.

6. Дослідницький метод

Орієнтований на самостійне вирішення учнями поставлених перед ними проблем. Вчитель формулює проблему, яку учні повинні вирішити, використовуючи самостійно обрані методи та підходи. Цей метод сприяє розвитку критичного мислення, самостійності та здатності до глибокого аналізу ситуації. Учні отримують досвід проведення досліджень, що є важливим для формування навичок, необхідних для успішного навчання в подальшому.

7. Метод проєктів

Метод проєктів надає учням можливість самостійно або в групах розробляти та реалізовувати проєкти, що спрямовані на вирішення певних проблем або вивчення нових тем. Це стимулює учнів до творчого мислення, допомагає розвивати навички планування, дослідження та комунікації. Крім

того, проєктна діяльність сприяє формуванню лідерських якостей, вміння працювати в команді та брати на себе відповідальність за результати спільної роботи. Математика в проєктній діяльності учнів слугує інструментом пізнання світу і засобом розвитку їхнього мислення та інтелектуальних здібностей. Вона також сприяє формуванню графічних, алгоритмічних та мовленнєвих навичок, допомагає структуровано й лаконічно викладати матеріал, полегшує візуалізацію, систематизацію й узагальнення знань через використання схем, таблиць і формул.

Інтерактивні методи навчання передбачають активну участь учнів у навчальному процесі через взаємодію з учителем і між собою. Ці методи орієнтовані на розвиток комунікативних навичок, вміння працювати в групі та самостійно приймати рішення.

1. Рольові ігри

Рольові ігри сприяють розвитку в учнів вміння викладати свої думки, враховувати думки інших та спільно приймати рішення. У процесі таких ігор учні вчаться не лише розв'язувати математичні задачі, але й ефективно спілкуватися, що є важливою частиною їхньої соціалізації.

2. Частково-пошуковий (евристичний) метод

Цей метод заохочує учнів до самостійного мислення та вирішення пізнавальних завдань під керівництвом учителя. Учні навчаються створювати та вирішувати проблемні ситуації, аналізувати їх, робити висновки, що сприяє розвитку їхніх когнітивних навичок та критичного мислення.

3. Метод проблемного викладу знань

Цей метод є перехідним між виконавчою та творчою діяльністю. У співпраці з учителем учні відкривають для себе нові знання, розвивають аналітичні здібності та здатність до самостійного мислення. Учні вчаться не просто запам'ятовувати інформацію, а й розуміти її сутність, застосовувати знання в нових ситуаціях.

4. Кейс-метод

Цей метод передбачає розбір конкретних виробничих або життєвих

ситуацій, що дозволяє учням застосовувати свої знання на практиці. Учні формують вміння аналізувати реальні ситуації, приймати рішення та обґрунтовувати свої дії, що сприяє розвитку їхньої здатності до самостійного мислення.

5. Кооперативний метод

Цей метод використовується при роботі в групах, де учні спільно вирішують задачі, обмінюються ідеями та допомагають один одному в навчанні. Кооперативний метод сприяє розвитку комунікативних навичок, вміння працювати в команді та відповідальності за спільний результат.

Таким чином, поєднання активних та інтерактивних методів навчання створює сприятливі умови для формування математичних компетентностей у школярів. Використання цих методів дозволяє учням не лише засвоювати математичні знання, але й розвивати вміння, необхідні для успішного застосування цих знань у реальному житті.

Методи навчання в дидактиці є важливим аспектом організації освітнього процесу. Вони визначають способи взаємодії між вчителем та учнями з метою досягнення навчальних цілей. За характером навчальної пізнавальної діяльності учнів серед методів навчання традиційно виділяють:

- *Пояснювально-ілюстративний метод* - використовується для введення нових понять, вивчення аксіом, теорем та розв'язування задач. Він допомагає учням засвоїти основні теоретичні положення, що стають фундаментом для подальшого навчання. Для цього методу ефективні вправи на виділення суттєвих ознак поняття і усвідомлення несуттєвих властивостей, що дозволяє учням краще зрозуміти матеріал.
- *Репродуктивний метод* - спрямований на закріплення нового матеріалу та перевірку його засвоєння. Учні відтворюють засвоєний матеріал через виконання вправ за зразком або алгоритмом. Цей метод допомагає формувати базові знання та вміння, які є необхідними для успішного вирішення більш складних задач.

- *Метод доцільних задач* - застосовується для кращого розуміння учнями нового матеріалу через підготовчі задачі, які допомагають їм «відкрити» нові поняття або теореми самостійно. Цей метод сприяє глибшому розумінню теми, оскільки учні самостійно формулюють означення та доведення.

Вибір методу навчання залежить від поставлених цілей, змісту навчального матеріалу, а також від вікових особливостей учнів. Правильне застосування методів навчання сприяє підвищенню пізнавальної активності, розвитку самостійності учнів та їх інтересу до навчання, а також формуванню в них вмінь використовувати набуті знання на практиці.

1.5. Логіко-математичний аналіз навчального матеріалу теми «Показникова функція. Показникові рівняння та нерівності» з точки зору формування математичних компетентностей

Виконання логіко-математичного аналізу навчального матеріалу з теми «Показникова функція. Показникові рівняння та нерівності» є важливим етапом у формуванні математичних компетентностей учнів. Такий аналіз дозволяє глибше зрозуміти основні математичні поняття, виявити ключові закономірності та розвинути критичне мислення, що необхідно для ефективного засвоєння матеріалу.

Цей підхід допомагає вчителям побудувати чітку та послідовну систему навчання, яка сприяє не лише засвоєнню знань, але й їх закріпленню на різних рівнях підготовки учнів. Логіко-математичний аналіз дозволяє виділити ключові моменти, що потребують особливої уваги, такі як складні поняття або методи розв'язування задач, та сформуванню послідовності їх подачі, що забезпечить систематичне формування математичних компетентностей.

Проведемо логіко-математичний аналіз однієї з важливих тем курсу алгебри та початків аналізу – «Показникова функція. Показникові рівняння та

нерівності». Для цього будемо використовувати матеріали з підручника для одинадцятого класу «Алгебра і початки аналізу: рівень стандарту», автором якого є О. С. Істер [20]. Цей підручник має ряд особливостей, які роблять його зручним для проведення логіко-математичного аналізу та ефективного навчання:

- теоретичний матеріал супроводжується ілюстраціями, що полегшує учням візуальне сприйняття нових понять;
- виділення курсивом та напівжирним шрифтом ключової інформації дозволяє швидко зорієнтуватися у матеріалі та звернути увагу на найважливіші аспекти;
- теореми наведені з доведенням, що сприяє глибокому розумінню їхньої суті;
- запропоновані типові завдання з теми разом із розв'язанням допомагають закріпити теоретичні знання на практиці;
- параграфи розділені на окремі пункти, що забезпечує чіткість і послідовність у викладі матеріалу;
- наведено історичні факти, пов'язані з матеріалом теми, що сприяє розвитку інтересу до предмета.

Алгебра і початки аналізу. Рівень стандарту

11 клас

Усього — 54 години

1 година на тиждень, у I семестрі - 16 годин,

у II семестрі – 38 годин.

Таблиця 1.1

Витяг з програми

К-сть годин	Зміст навчального матеріалу	Навчальні досягнення учнів
16	Тема 4. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ <i>Властивості та графіки показникової функції.</i> Логарифми та їх властивості. Властивості	Учень (учениця): <i>розпізнає і будує графіки показникової і логарифмічної функцій;</i> <i>ілюструє властивості</i>

	та графік логарифмічної функції. <i>Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності.</i>	<i>показникової і логарифмічної функцій за допомогою графіків; застосовує показникову та логарифмічну функції до опису реальних процесів; розв'язує найпростіші показникові та логарифмічні рівняння і нерівності.</i>
--	---	--

На першому етапі вчитель працює з поняттями, поданими в підручнику, щоб забезпечити їх чітке розуміння учнями. Наприклад, у підручнику [20] наведено означення, що стосуються показникових функцій, рівнянь та нерівностей. Ці означення є базовими елементами для подальшого вивчення теми та мають бути детально опрацьовані, щоб забезпечити глибоке розуміння учнями основних понять та їх подальше застосування в розв'язуванні завдань.

Таблиця 1.2

Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу

	Поняття	Факти	Способи діяльності
Нові	<ol style="list-style-type: none"> 1. Показникове рівняння 2. Показникова нерівність 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Найпростіші показникові рівняння 2. Однорідні показникові рівняння 3. Найпростіші показникові нерівності 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Розв'язання рівняння виду $a^x = b$ 2. Зведення показникових рівнянь до найпростіших способом винесення спільного множника за дужки 3. Розв'язання рівняння виду $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ 4. Заміна змінних у показникових рівняннях 5. Розв'язування нерівності виду $a^x > b$ 6. Розв'язання нерівності виду $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ 7. Розв'язування складніших показникових нерівностей
Базові	<ol style="list-style-type: none"> 1. Рівняння 2. Нерівність 3. Степінь додатного числа з раціональним показником 4. Корінь рівняння 5. Розв'язок нерівності 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Властивості показникової функції 2. Властивості степенів з раціональними показниками 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Розв'язування рівнянь 2. Винесення за дужки спільного множника 3. Заміна змінних 4. Розв'язування нерівності 5. Побудова графіку функцій 6. Спрощення степеневих виразів з раціональними показниками

	6. Показникова функція 7. Область визначення		
--	---	--	--

Таблиця 1.3

Логіко-математичний аналіз формулювання означень нових понять теми

Поняття	Формулювання означення	Вид означення, характеристична Властивість
Показникове рівняння	Рівняння називають <i>показниковим</i> , якщо воно містить змінну лише в показниках степенів. Приклади показникових рівнянь: $2^x = 8$, $3^x + 9^x = 2$, $\frac{1}{2^{x+1}} + \frac{1}{2^{x-2}} = 3$ тощо.	<i>Вид:</i> через найближчий рід і істотні властивості. <i>Істотні властивості:</i> змінна міститься лише в показниках степенів
Показникова нерівність	Аналогічно рівнянню <i>нерівність</i> називають <i>показниковою</i> , якщо змінна входить лише до показників степенів. Приклади показникових нерівностей: $3^x \geq 9$, $2^x + 2^{x-1} < 6$ тощо.	<i>Вид:</i> через найближчий рід і істотні властивості. <i>Істотні властивості:</i> змінна входить лише до показників степенів

Таблиця 1.4

Орієнтована будова системи вправ для введення нового поняття

Поняття	Види вправ					
	Вправи для створення мотивації та введення нового	Вправи, що забезпечують актуалізацію та повторення базових знань та умінь	Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів, які мають ці властивості	Вправи, на базі яких відбувається ілюстрація поняття, що вводиться	Вправи для забезпечення розпізнавання об'єктів, що входять до обсягу нового поняття	Вправи спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння текстового значення
Показникове рівняння	Текст §2, п.1, ст. 18-19	№ 1.47-1.49	—	№ 2.1- 2.14, 2.17-2.22	№ 2.15- 2.16, 2.33-2.34	№ 2.1- 2.6, 2.23-2.32, 2.35-2.38
Показникова нерівність	Текст §3, п.1, ст. 26-27	№ 2.41-2.42	№ 3.9- 3.10, 3.13-3.14, 3.25-3.26	№ 3.1- 3.8, 3.11-3.12	№ 3.15- 3.20	№ 3.21-3.24

**Логіко-математичний аналіз системи вправ підручника
спрямованих на формування способу діяльності**

Основні способи діяльності	Відпрацювання операцій, які формують способи діяльності	Відпрацювання операцій, які входять у спосіб діяльності	Застосування способу діяльності
Розв'язування рівняння виду $a^x = b$	№ 2.1-2.4	№ 2.11- 2.12	№ 2.17-2.20 2.23-2.26
Зведення показникових рівнянь до найпростіших способом винесення спільного множника за дужки	№ 2.29-2.30	—	№ 2,35-2.36
Розв'язування рівняння виду $a^{f(x)} = b^{f(x)}$	№ 2.5-2.10	№ 2.13-2.14	№ 2.27-2.28
Заміна змінних у показникових рівняннях	№ 2.21-2.22	№ 2.31-2.34	№ 2.37-2.38
Розв'язування нерівності виду $a^x > b$	№ 3.1-3.4	—	№ 3.11-3.12
Розв'язування нерівності виду $a^{f(x)} > a^{g(x)}$	№ 3.5-3.8	№ 3.9-3.10 3.13-3.14	№ 3.19-3.20
Розв'язування складніших показникових нерівностей	№ 3.15-3.16	№ 3.17-3.18	№ 3.21-3.24

Система вправ підручника передбачає поступове ускладнення завдань, починаючи з найпростіших і закінчуючи задачами, які потребують інтеграції кількох математичних прийомів. Наприклад, завдання на розв'язування рівнянь виду $a^x = b$ допомагають учням закріпити основи роботи з показниковою

функцією, тоді як вправи, що вимагають заміни змінних, розвивають здатність до узагальнення та аналітичного мислення.

Наведемо для прикладу опорний конспект даної теми, який ми використовуємо у своїй педагогічній діяльності.

Таблиця 1.6

Структурно-логічна модель, яка охоплює основні факти теми Схематичне представлення фактів теми (опорний конспект)

ОЗНАЧЕННЯ

Показниковим називають рівняння, яке містить змінні лише в показниках степенів.


Наприклад, $4^x = 16$, $2^x + 8^x = 16$, $\frac{1}{3^{x+2}} = 3$.

Алгоритм розв'язування показникових рівнянь:

- ✚ Якщо рівняння не містить знаків «+» і «-», то ліву й праву частини подаємо у вигляді степенів з однаковою основою.
- ✚ Опускаємо основи й прирівнюємо степені.
- ✚ Розв'язуємо отримане рівняння.
- ✚ Якщо рівняння містить знаки «+» і «-», то здійснюємо заміну й розв'язуємо отримане рівняння.
- ✚ Записуємо відповідь.

МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

I метод → перехід від рівняння $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ до рівняння $f(x) = g(x)$



Завдання 1. Розв'яжіть рівняння $3^x = 27$.


↙ Зведемо обидві частини рівняння до однакової основи:

$$3^x = 3^3.$$

Опускаємо основи й прирівнюємо степені:

$$x = 3.$$

Відповідь: 3.





II метод → розклад рівняння на множники

Завдання 2. Розв'яжіть рівняння $2^{x+2} + 2^x = 10$.



$$\begin{aligned} 2^x \cdot 2^2 + 2^x &= 10 \\ 2^x(4 + 1) &= 10 \\ 2^x \cdot 5 &= 10 \\ 2^x &= 10 : 5 \\ 2^x &= 2^1. \end{aligned}$$

Опускаємо основи й прирівнюємо степені:
 $x = 1$.

Відповідь: 1.



III метод → використання методу заміни

Завдання 3. Розв'яжіть рівняння $4^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$.



Виконаємо заміну: $\begin{cases} 2^x = t > 0, \\ 4^x = (2)^{2x} = t^2; \end{cases}$

$$t^2 - 5t - 24 = 0.$$

За теоремою Вієта:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 5, \\ t_1 \cdot t_2 = -24; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -3, t > 0, \\ t_2 = 8. \end{cases}$$

Повертаємось до заміни: $2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3$.

Опускаємо основи й прирівнюємо степені:
 $x = 3$.

Відповідь: 3.

ОЗНАЧЕННЯ

Нерівності виду $a^x > b$ або $a^x < b$ ($a^x \geq b$ або $a^x \leq b$), де x – змінна, a і b – деякі числа, такі, що $a > 0, a \neq 1, b \in R$ називають показниковими нерівностями.

Нерівність	Умова	Рівносильна нерівність	Приклад
$a^{f(x)} > a^{g(x)}$, де $\begin{cases} a > 0, \\ a \neq 1. \end{cases}$ $f(x), g(x)$ – деякі функції	$a > 1$	$f(x) > g(x)$	$\begin{aligned} 11^{x-5} &< 11^{3x+1} \\ x-5 &< 3x+1 \\ x-3x &< 1+5 \\ -2x &< 6 \\ x &> -3. \end{aligned}$ $x \in (-3; +\infty)$
	$0 < a < 1$	$f(x) < g(x)$	$\begin{aligned} 0,3^{4x-8} &> 1 \\ 0,3^{4x-8} &> 0,3^0 \\ 4x-8 &< 0 \\ 4x &< 8 \\ x &< 2. \end{aligned}$ $x \in (-\infty; 2)$

ОСНОВНІ ТИПИ НЕРІВНОСТЕЙ



I тип → зведення до однієї основи

Завдання 1. Розв'яжіть нерівність $2^x < 32$.

$$\begin{aligned} 2^x &< 2^5 \\ x &< 5. \\ x &\in (-\infty; 5) \end{aligned}$$

Відповідь: $x \in (-\infty; 5)$.



II тип → винесення спільного множника за дужки

Завдання 2. Розв'яжіть нерівність $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} > 56$.

$$\begin{aligned} 2^x + 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^{-2} &> 56 \\ 2^x \cdot (1 + 2^{-1} + 2^{-2}) &> 56 \\ 2^x \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) &> 56 \\ 2^x \cdot \frac{7}{4} &> 56 \\ 2^x &> 56 \cdot \frac{4}{7} \\ 2^x &> 32 \\ 2^x &> 2^5 \\ x &> 5. \\ x &\in (5; +\infty) \end{aligned}$$

Відповідь: $x \in (5; +\infty)$.

III тип → ділення обох частин нерівності на степінь


Завдання 3. Розв'яжіть нерівність $7^{x+1} - 2 \cdot 7^x < 5^{x+3} - 118 \cdot 5^x$.

$$\begin{aligned} 7^x \cdot 7^1 - 2 \cdot 7^x &< 5^x \cdot 5^3 - 118 \cdot 5^x \\ 7^x \cdot (7 - 2) &< 5^x(125 - 118) \\ 7^x \cdot 5 &< 5^x \cdot 7 \\ \left(\frac{7}{5}\right)^x &< \frac{7}{5} \Rightarrow x < 1. \\ x &\in (-\infty; 1) \end{aligned}$$

Відповідь: $x \in (-\infty; 1)$.

IV тип → зведення до квадратної нерівності шляхом заміни

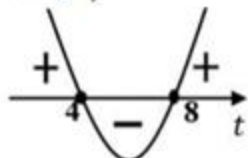
Завдання 4. Розв'яжіть нерівність $0,25^x - 12 \cdot 0,5^x + 32 \geq 0$.


 $(0,5)^{2x} - 12 \cdot 0,5^x + 32 \geq 0$

Заміна: $\begin{cases} 0,5^x = t > 0, \\ 0,25^x = (0,5)^{2x} = t^2; \end{cases} \Rightarrow t^2 - 12t + 32 \geq 0.$

За теоремою Вієта:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 12, \\ t_1 \cdot t_2 = 32; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 4, \\ t_2 = 8. \end{cases}$$



$t \in (-\infty; 4] \cup [8; +\infty)$

Повертаємось до заміни:

$$\begin{cases} 0,5^x \leq 4, \\ 0,5^x \geq 8; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2^2, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2^3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^{-x} \leq 2^2, \\ 2^{-x} \geq 2^3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \leq 2, \\ -x \geq 3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq -3. \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -3] \cup [-2; +\infty).$

Відповідь: $x \in (-\infty; -3] \cup [-2; +\infty).$

Логіко-математичний аналіз навчального матеріалу з теми «Показникова функція. Показникові рівняння та нерівності» забезпечує комплексний підхід до організації навчального процесу. Він дозволяє не лише ґрунтовно засвоїти основні поняття теми, але й формує в учнів уміння застосовувати ці знання на практиці. Чітке структурування матеріалу та система вправ сприяють розвитку ключових математичних компетентностей, таких як здатність до аналітичного мислення, моделювання реальних ситуацій та використання математичних методів у різних контекстах.

Окрім цього, інтеграція теоретичних знань із практичними завданнями дозволяє підвищити мотивацію учнів, зацікавити їх у вивченні математики та розкрити прикладну цінність показникових функцій у реальному житті. Відповідно, використання такого підходу в навчанні математики сприяє не лише формуванню предметних знань, але й створює основу для розвитку загальної математичної культури та універсальних компетентностей, що є актуальними в сучасному освітньому середовищі.

Висновки до 1 розділу

У першому розділі розглянуто теоретичні засади формування математичних компетентностей учнів ліцеїв. Під час аналізу виявлено, що математична компетентність є важливим компонентом загальної освітньої підготовки учнів і включає в себе не лише знання математичних понять і процедур, а й уміння застосовувати ці знання в різних життєвих ситуаціях. Окреслено основні складові математичних компетентностей, серед яких особливо важливими є вміння розв'язувати проблеми, критичне мислення та здатність до самостійного навчання.

Визначено, що застосування компетентнісного підходу до навчання математики забезпечує розвиток у школярів не лише теоретичних знань, а й практичних умінь, що є важливим для майбутньої професійної діяльності. Під час аналізу методів навчання встановлено, що застосування активних і інтерактивних методів навчання, включаючи комп'ютерні технології, є ефективним засобом формування математичних компетентностей у старшокласників.

Особлива увага приділена розгляду специфіки теми «Показникові рівняння та нерівності», що дозволяє глибше зрозуміти процес формування математичних компетентностей у учнів. З'ясовано, що логіко-математичний аналіз навчального матеріалу цієї теми, а також інтеграція сучасних технологій у навчальний процес, сприяє розвитку навичок самостійної роботи, аналітичного мислення та здатності до абстрактного міркування.

Отже, висвітлені результати дозволяють дійти висновку, що формування математичних компетентностей є важливим аспектом сучасного навчання математики, а застосування компетентнісного підходу і сучасних методів навчання сприяє значному підвищенню ефективності цього процесу.

Продовжувати дане дослідження будемо розробляючи дидактичні матеріали, спрямовані на розвиток математичних компетентностей учнів.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ ЛЩЕЇВ ПРИ ВИВЧЕННІ ПОКАЗНИКОВИХ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ

2.1. Застосування програмних засобів при вивченні показникових рівнянь та нерівностей

Програмні засоби для навчання математики стали важливою складовою сучасної освітньої практики. Їх використання дозволяє не лише автоматизувати обчислення та створювати інтерактивні середовища для навчання, а й забезпечує наочність, індивідуалізацію процесу навчання та інтерактивність, що значно поглиблює засвоєння матеріалу. Як зазначає М. І. Жалдак, застосування програмних засобів розширює теоретичну базу знань і надає навчальним результатам практичну значущість, що сприяє формуванню умов для повного розкриття творчого потенціалу учнів з урахуванням їхніх вікових особливостей, індивідуальних нахилів і здібностей [15].

Враховуючи важливість програмних засобів для розвитку математичних компетентностей учнів, варто зазначити, що їх використання в освітньому процесі надає низку суттєвих переваг, які сприяють підвищенню ефективності навчання. Отже, програмні засоби дозволяють не лише автоматизувати складні обчислення, але й створюють умови для індивідуалізації освітнього процесу, що дає змогу учням працювати в темпі, відповідному їхнім здібностям та рівню підготовки. Завдяки інтерактивним можливостям таких засобів учні можуть глибше вивчати абстрактні математичні концепції, досліджуючи функції, графіки, рівняння та нерівності, що сприяє кращому розумінню теоретичних аспектів навчального матеріалу. Крім того, застосування програмних засобів стимулює розвиток критичного мислення, адже учні мають можливість експериментувати з різними методами розв'язування задач, перевіряти гіпотези та аналізувати отримані результати, що в свою чергу сприяє розвитку аналітичних та творчих навичок, необхідних для розв'язання складних математичних проблем.

Виходячи з вище вказаних переваг, важливо розглянути, як саме програмні засоби використовуються в практиці навчання математики, а саме при вивченні показникових рівнянь та нерівностей. Для детальнішого розуміння їхньої ефективності та впливу на формування математичних компетентностей учнів було проведено опитування серед учителів математиків з різних областей. Аналіз результатів цього опитування допоможе виявити, які програмні інструменти є найпоширенішими, які цілі вони допомагають реалізувати, а також які труднощі та переваги виникають у процесі їхнього застосування. Далі наведемо детальний аналіз отриманих даних.

Згідно з результатами опитування у якому взяли участь 52 учасники, значна частина вчителів вважає програмні засоби корисними для засвоєння матеріалу з даної теми та такими, що полегшують навчання учнів розв'язування показникових рівнянь та нерівностей. Більшість опитаних (67 %) позитивно оцінюють ефективність програмних засобів для покращення процесу навчання, що підтверджує їхню важливу роль у розвитку математичних компетентностей учнів. Лише 2,1 % опитаних вказали на їхню неефективність, що свідчить про загальне схвалення цих інструментів серед вчителів.

Серед програмних засобів, найбільш популярними є LearningApps (75 %) та WordWall (57,7 %), які використовуються для створення інтерактивних завдань і тестів, що дозволяє учням активно долучатися до процесу навчання і розв'язувати задачі в інтерактивному форматі. Поширеним також є використання GeoGebra (63,5 %), яке є потужним інструментом для візуалізації функцій і побудови графіків, що особливо корисно для розуміння абстрактних математичних понять, таких як показникові рівняння та нерівності. Окрім того, вчителі активно застосовують Kahoot (44,2 %), що дозволяє проводити вікторини та тестування, мотивуючи учнів до самостійної роботи та змагання.

Програмні засоби використовуються з різними цілями, серед яких найбільш поширеним є застосування для візуалізації функцій (82,7 %), що дозволяє створювати наочні графіки, які значно полегшують сприйняття складних концепцій. Використання таких інструментів для розв'язування

практичних задач вказує на прагнення вчителів спростити складні математичні процеси і зробити їх доступнішими для учнів. Також велика частина вчителів застосовує програмні засоби для підготовки учнів до контрольних робіт (48,9 %), що дозволяє оперативно оцінити рівень знань і підготувати учнів до серйозних перевірок.

Крім того, використання програмних засобів дає певні переваги, зокрема підвищення мотивації учнів (74,5 %), завдяки інтерактивності освітнього процесу. Програмні інструменти також забезпечують зручність у перевірці правильності розв'язків і допомагають учням краще засвоювати складні теми (61,7 %). Проте, як і в будь-якому процесі, є деякі труднощі: технічні проблеми (31,9 %), недостатній час для підготовки (51,1 %) та потреба у додатковій підготовці вчителів (36,2 %), що можуть обмежувати ефективність використання таких засобів.

З метою подолання цих труднощів вчителі пропонують покращити навчальні матеріали та збільшити доступність онлайн-ресурсів (55,3 %). Крім того, існує помітна тенденція до регулярного використання програмних засобів для підготовки до ЗНО та НМТ (66 %), що підкреслює їх важливу роль в екзаменаційній підготовці учнів.

Таким чином, результати опитування свідчать про те, що програмні засоби значною мірою сприяють покращенню процесу навчання, зокрема при вивченні показникових рівнянь та нерівностей. Використання таких інструментів дозволяє не лише спростити розв'язування математичних задач, а й підвищити мотивацію учнів, та полегшити візуалізацію абстрактних понять. Однак для досягнення максимального ефекту важливо враховувати технічні аспекти, потребу у додатковій підготовці вчителів та розвиток навчальних матеріалів.

Для того щоб більш детально розглянути переваги програмних засобів у контексті навчання математики, зупинимось на найбільш поширених і ефективних інструментах. Одним із таких ресурсів є LearningApps, який користується великою популярністю серед вчителів завдяки своїй зручності та функціональності.

Сервіс *LearningApps* є потужним інструментом для створення інтерактивних навчальних додатків, що дозволяє педагогам ефективно використовувати технології в освітньому процесі. *LearningApps* дозволяє створювати різноманітні типи навчальних завдань, зокрема завдання на відповідність, перетягування, вибір правильної відповіді та інші формати, що сприяють розвитку когнітивних навичок учнів.

Для вивчення показникових рівнянь *LearningApps* дозволяє створювати завдання на розв'язування рівнянь різних рівнів складності, що сприяє кращому розумінню теоретичних аспектів і практичному застосуванню знань. Взаємодія з інтерактивними елементами (перетягуванням, вибором відповідей) дає учням миттєвий зворотний зв'язок, що покращує засвоєння матеріалу.

Цей ресурс є безкоштовним, що робить його доступним для вчителів з різних закладів освіти. Він зручний як для індивідуальних, так і для колективних завдань, стимулюючи учнів до активної участі. Для ілюстрації можливостей сервісу *LearningApps* в контексті вивчення показникових рівнянь та нерівностей, наведемо приклад завдання із системи задач, розробленої для формування вмінь учнів розв'язувати найпростіші показникові рівняння (додаток А). Завдання полягає в пошуку пари: показникового рівняння та його розв'язку.

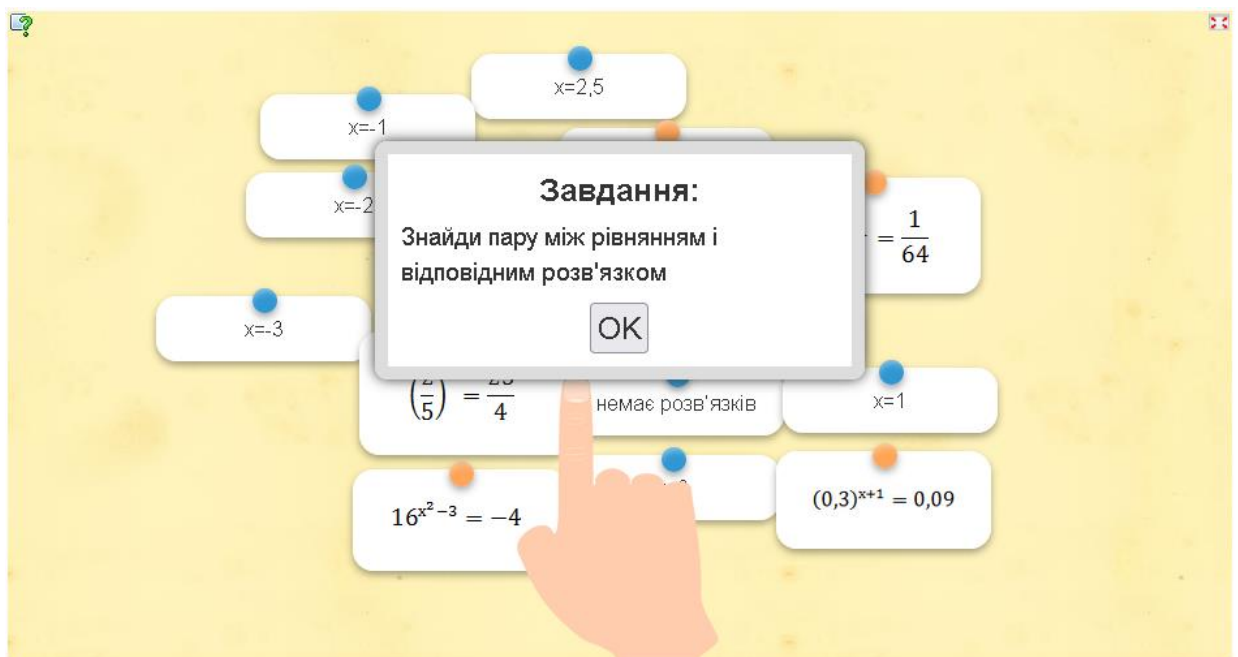


Рис. 2.1 Вправа на сервісі *LearningApps*

Наступним популярним інструментом серед вчителів є *WordWall*, що, згідно з результатами опитування, активно використовується для створення інтерактивних навчальних матеріалів. WordWall пропонує безліч шаблонів для створення вправ, що сприяють активному залученню учнів у процес навчання, зокрема завдяки ігровим елементам.

Цей сервіс дозволяє створювати завдання у вигляді інтерактивних ігор, вікторин та тестів, що ідеально підходять для повторення та закріплення теоретичних знань, а також на етапі узагальнення та систематизації. Завдяки великій кількості варіантів завдань, таких як «Перетасовані картки», «Вибір правильного варіанту» та «Відповідність», WordWall забезпечує інтерактивний підхід до навчання і дозволяє зробити процес засвоєння складних математичних концепцій більш захоплюючим і зрозумілим для учнів. Прикладом використання WordWall є створення вікторини з кількома варіантами відповідей, що дає можливість провести інтерактивну перевірку знань учнів. Такі вікторини стимулюють учнів працювати швидше та відповідати на запитання в обмежений час, що покращує їхню швидкість мислення і рівень засвоєння матеріалу:

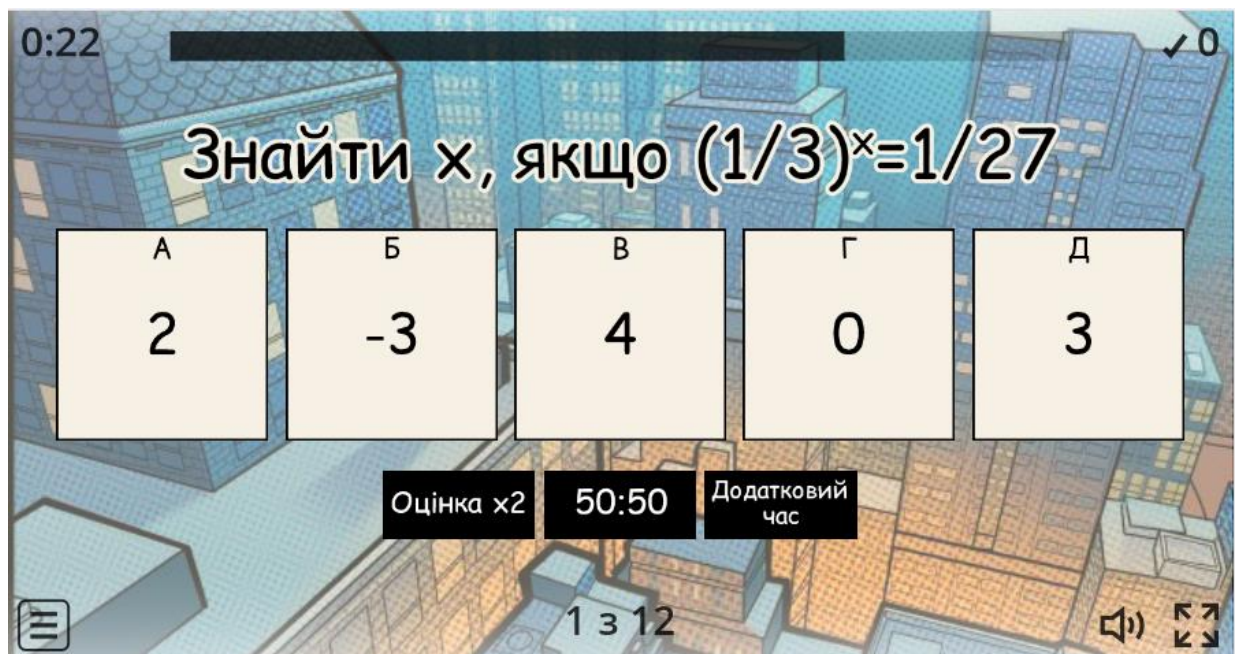


Рис. 2.2 Вправа на сервісі WordWall

Ще одним важливим інструментом для інтерактивного навчання математики є система динамічної математики GeoGebra. Цей сервіс здобув

популярність серед педагогів завдяки своїй універсальності і здатності поєднувати різні математичні концепції в одному інтерфейсі. Використання GeoGebra допомагає учням наочно вивчати складні абстрактні теми через візуалізацію та маніпуляції з об'єктами.

У запропонованому нами опитуванні, 63,5 % вчителів зазначили, що активно використовують GeoGebra для вивчення математичних понять, зокрема для побудови графіків функцій, розв'язування рівнянь та аналізу математичних моделей. Важливим аспектом є здатність GeoGebra допомагати учням візуалізувати зміни в функціях, що особливо корисно при вивченні показникових рівнянь та нерівностей. Приклад розв'язання показникового рівняння $2^x = 8$:

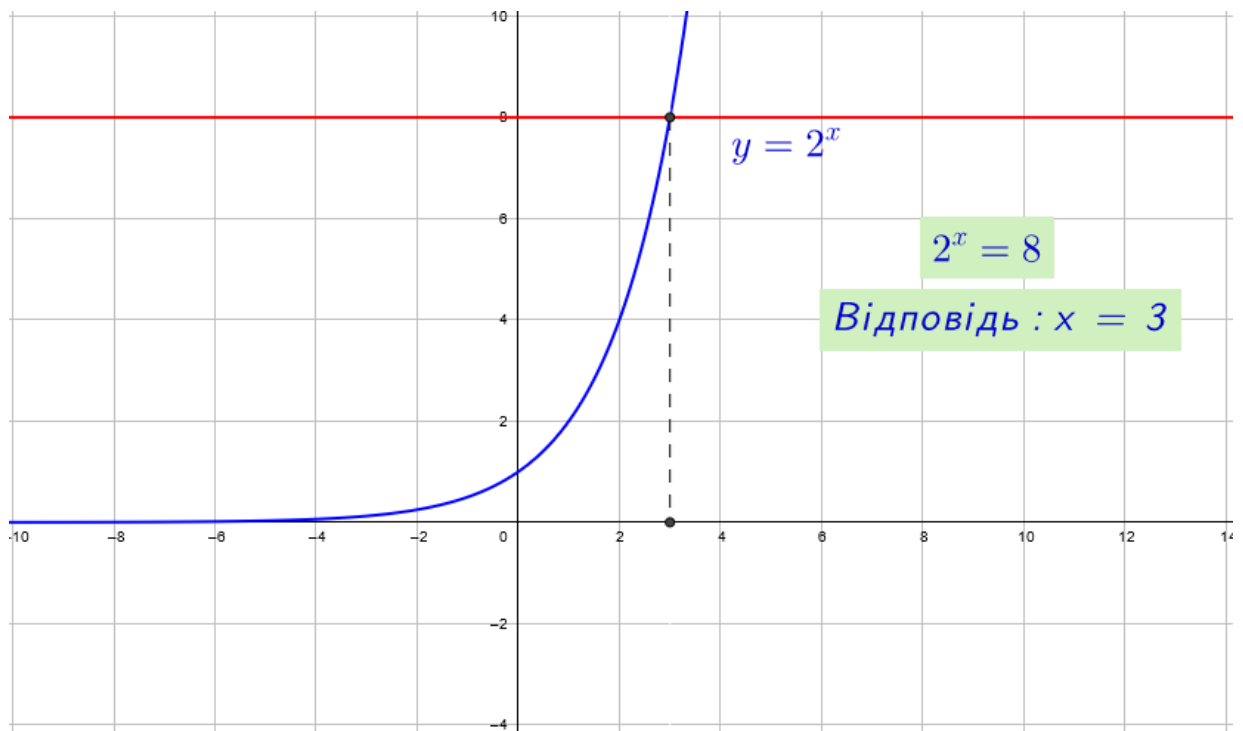


Рис. 2.3 Візуалізація рівняння у сервісі GeoGebra

Іншим важливим інструментом для візуалізації математичних функцій є *Desmos*. Цей ресурс, як і GeoGebra, дозволяє будувати графіки функцій та досліджувати їх властивості у реальному часі, що є надзвичайно корисним під час вивчення теми показникових рівнянь та нерівностей. Завдяки простому інтерфейсу та широкому спектру функціональних можливостей, Desmos забезпечує ефективний засіб для демонстрації змін у графіках залежно від параметрів рівняння. Учні можуть працювати з графіками, спостерігаючи, як

зміни в рівняннях впливають на їхню форму, що значно полегшує засвоєння складних математичних концепцій і сприяє розвитку інтуїтивного розуміння залежностей між змінними. Наприклад, нерівність $0,25^x - 12 \cdot 0,5^x + 32 \geq 0$

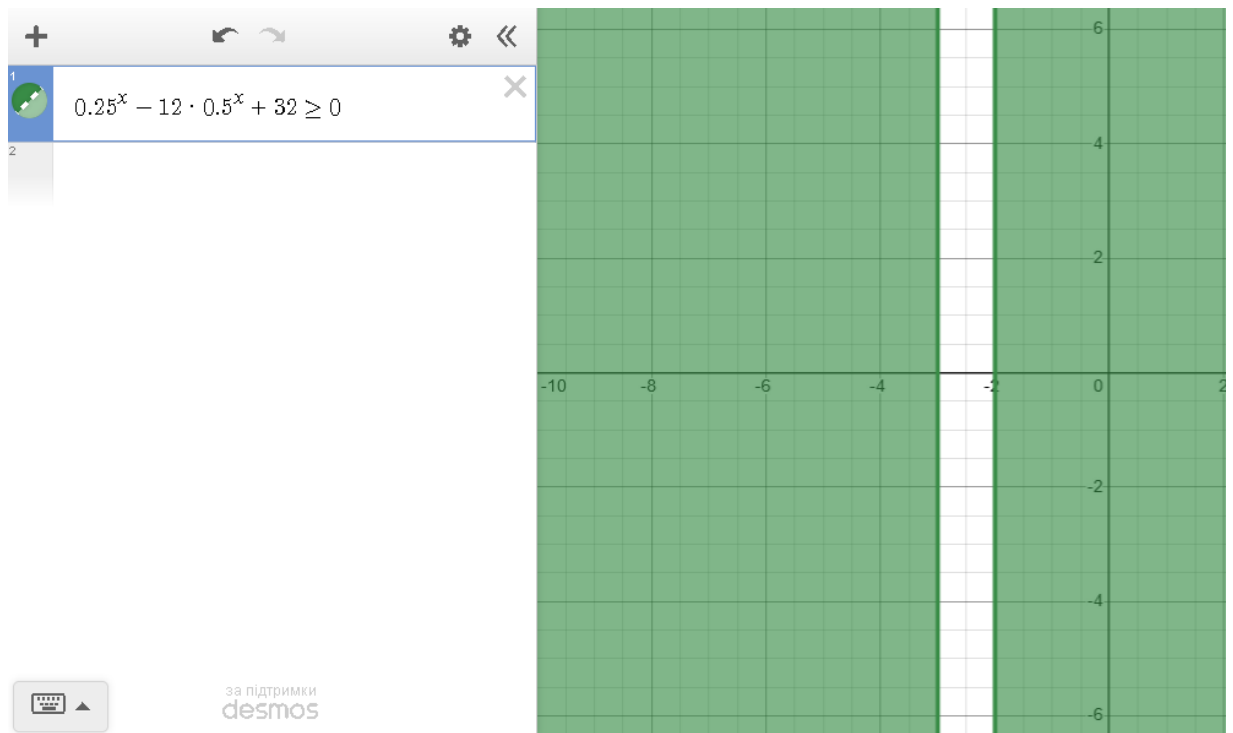


Рис. 2.4 Візуалізація нерівності у сервісі Desmos

Використання інструментів для візуалізації, таких як GeoGebra та Desmos, дозволяє учням глибше зрозуміти теоретичні основи математичних понять, що є важливим етапом у формуванні математичних компетентностей. Водночас, для закріплення набутих знань, а також підвищення зацікавленості та мотивації учнів, доцільним є застосування інструментів, які сприяють інтерактивному оцінюванню знань. Одним із таких засобів є **Kahoot** — платформа, що використовується для створення вікторин і тестів. Згідно з опитуванням, 44,2 % вчителів використовують Kahoot у своїй роботі на етапі контролю та корекції знань учнів, перевірки засвоєних вмінь та навичок розв'язування рівнянь та нерівностей, зокрема показникових.

Перевага Kahoot полягає в тому, що він стимулює учнів до самостійної роботи, швидкого прийняття рішень та закріплення вивченого матеріалу. Наприклад, для перевірки знань вчитель може створити вікторину, де учням необхідно обрати правильний розв'язок або формулу для заданого рівняння.

Особливістю Kahoot є його адаптивність до різних рівнів підготовки учнів, адже вчитель може налаштувати рівень складності запитань відповідно до потреб учнів. Крім того, сервіс дозволяє учасникам побачити правильні відповіді та отримати миттєвий зворотний зв'язок, що сприяє оперативному коригуванню помилок.

Після Kahoot, варто розглянути й інший популярний сервіс — *Quizizz*, який також є потужним інструментом для проведення вікторин і тестів. Quizizz надає можливість проводити індивідуальні та командні змагання, що робить процес навчання більш інтерактивним та мотивуючим. Цей сервіс схожий на Kahoot за принципом, але відрізняється додатковими функціями. Завдяки можливості працювати у власному темпі, учні мають більше часу для обдуманого підходу до кожного запитання, що знижує рівень стресу і дозволяє глибше зрозуміти матеріал.

Quizizz надає широкий вибір інтерактивних елементів, таких як зображення, графіки та таймери, що дозволяють інтегрувати складні математичні задачі у формат вікторин. Однією з переваг цього сервісу є функція аналітики, яка надає вчителям дані про успішність кожного учня, допомагаючи виявити проблемні зони та адаптувати навчання відповідно до індивідуальних потреб.

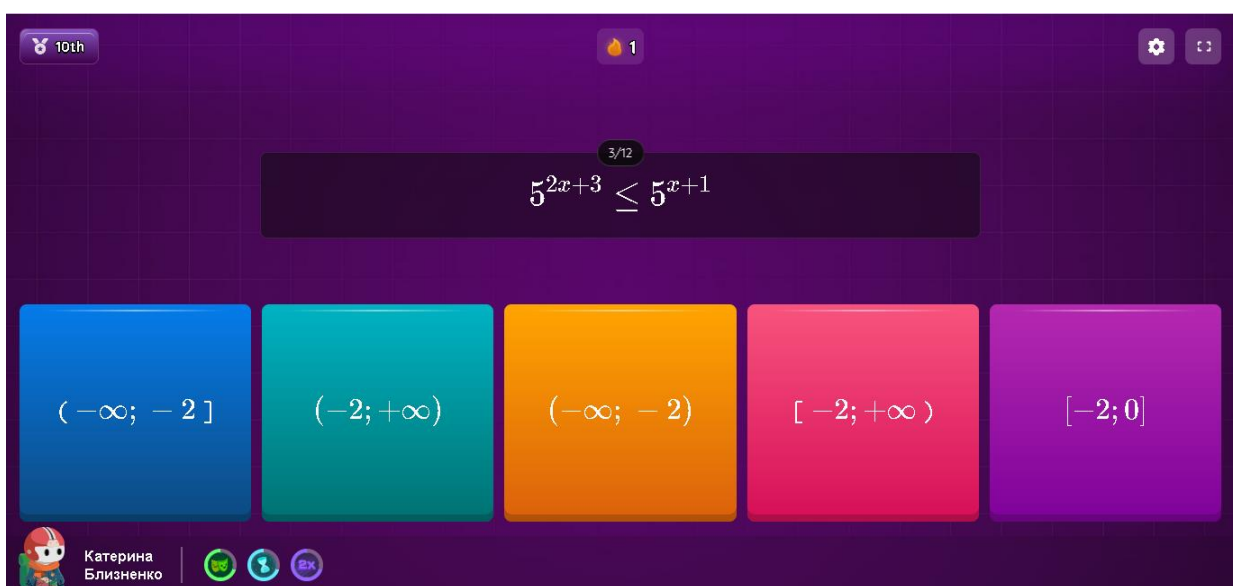


Рис. 2.5 Вправа на сервісі Quizizz

Для більш комплексного підходу до оцінювання знань та розвитку математичних компетентностей учнів важливим інструментом є *Classtime*. Ця платформа відрізняється від інших сервісів своєю орієнтацією не лише на тестування, а й на підтримку процесу спільного обговорення розв'язків і підходів до задач, що сприяє розвитку критичного мислення та аналітичних здібностей учнів.

Classtime пропонує різноманітні типи завдань: від запитань з відкритими відповідями та завдань на відповідність до задач, що потребують графічних і числових розрахунків. Це робить платформу зручною для роботи з темами, які потребують глибшого розуміння абстрактних понять, як-от показникові рівняння та нерівності. Завдяки можливостям автоматизованого оцінювання Classtime забезпечує миттєвий зворотний зв'язок, що дозволяє вчителю швидко виявити прогалини в знаннях учнів і коригувати освітній процес.

Здати роботу К

Питання 4

Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $2^x = \frac{1}{8}$?

А	Б	В	Г	Д
$[-6; -4]$	$[-4; -2]$	$[-2; 0]$	$(0; 2]$	$(2; 4]$

- / 1 балів

А
 Б
 В
 Г
 Д

Рис.2.6 Тестування на сервісі Classtime

Отже, використання програмних засобів у навчанні математики, зокрема при вивченні показникових рівнянь та нерівностей, виявляється ефективним інструментом для досягнення освітніх цілей і розвитку математичних

компетентностей учнів. Інструменти, такі як LearningApps, WordWall, GeoGebra, Desmos, Kahoot, Quizizz та Classtime, не лише стимулюють інтерес учнів і сприяють активному залученню до освітнього процесу, але й забезпечують наочне пояснення складних абстрактних понять.

За результатами опитування, більшість учителів позитивно оцінюють вплив програмних засобів на освітній процес, хоча й відзначають певні труднощі, а саме технічні проблеми та необхідність додаткової підготовки з боку педагогів. Таким чином, інтеграція цифрових інструментів у навчання математики дозволяє підвищити якість освітнього процесу, проте вимагає системної підтримки та професійного розвитку педагогів.

2.2. Методика формування дослідницької компетентності при навчанні учнів розв'язування показникових рівнянь та нерівностей з параметрами

Формування дослідницької компетентності є важливою частиною загальних математичних компетентностей учнів, які включають не лише здобуття теоретичних знань, а й уміння їх застосовувати в нових, нестандартних умовах, аналізувати, узагальнювати та критично осмислювати математичні явища. Як зазначає Г. П. Бевз, «дослідницький метод є способом організації пошукової, творчої діяльності учнів, що полягає в розв'язанні нових для них проблем. Вчитель пропонує учням проблему для самостійного дослідження, знаючи її результат і хід розв'язку, а також те, які риси творчої діяльності необхідно проявити під час цього процесу». Важливим є те, що вчитель при цьому не дає готових розв'язків, а створює умови для самостійного пошуку, аналізу і дослідження з використанням задач з параметрами. У таких задачах учні мають змогу спостерігати, як зміна параметра змінює результат, шукати закономірності і будувати математичні моделі для їх опису [1].

Загалом, дослідницький метод у навчанні полягає в залученні учнів до самостійних спостережень, на основі яких вони встановлюють зв'язки предметів і явищ дійсності, роблять висновки, пізнають закономірності.

Це визначення відображає сутність дослідницького підходу в навчанні, що ґрунтується на активному включенні учнів у процес пошуку нових знань, їх перевірки та узагальнення. Задачі з параметрами відповідають цій меті, оскільки вони заохочують учнів до самостійного мислення та дослідження математичних об'єктів, що в свою чергу забезпечує розвиток дослідницької компетентності.

Навчання розв'язуванню задач з параметрами має кілька важливих етапів. Першим етапом є усвідомлення ролі параметра в задачі та його впливу на розв'язок. Це дозволяє учням формулювати гіпотези щодо того, як зміна значення параметра може змінити структуру рівняння чи нерівності. На наступних етапах учні застосовують різні методи розв'язування рівнянь і нерівностей, здійснюють аналіз функцій, визначають методи побудови графіків, а також досліджують поведінку функцій при зміні параметрів. Задачі з параметрами вимагають від учнів гнучкість мислення і здатність до самостійного пошуку нестандартних розв'язків. Це дозволяє сформулювати у них такі вміння як, здійснювати математичний аналіз, порівнювати різні підходи до вирішення задач, узагальнювати отримані результати і формулювати нові припущення на основі проведеного дослідження.

Показникові рівняння та нерівності з параметрами є класичними прикладами задач, що сприяють розвитку дослідницької компетентності. Можуть бути різного рівня складності, але всі вони мають спільну рису — залежність розв'язку від параметра, який може змінюватися. Це дає учням можливість досліджувати, як зміни параметра впливають на структуру рівняння або нерівності, а також на розв'язок.

Розглянемо кілька прикладів, які доцільно запропонувати учням у процесі формування вмінь розв'язування показникових рівнянь та нерівностей з параметрами. Це дозволить більш глибоко проаналізувати, яким чином зміна параметра впливає на можливі розв'язки, а також розкриє важливість використання методів математичного дослідження для пошуку розв'язків у різних умовах.

Приклад 2.2.1 При яких значеннях параметра a рівняння $4^x - (a + 3) \cdot 2^x + 4a - 4 = 0$ має єдиний корінь?

Розв'язання: Нехай $2^x = t$. Маємо: $t^2 - (a + 3)t + 4a - 4 = 0$. Звідси $t_1 = 4, t_2 = a - 1$. Отже, початкове рівняння рівносильне сукупності:

$$\begin{cases} 2^x = 4, \\ 2^x = a - 1. \end{cases}$$

Перше рівняння сукупності має єдиний корінь $x = 2$. Друге рівняння сукупності при кожному значенні параметра a має один корінь або взагалі не має коренів.

Для виконання умови задачі друге рівняння сукупності повинно або не мати коренів, або мати єдиний корінь, який дорівнює 2.

Рівняння $2^x = a - 1$ не має коренів при $a - 1 \leq 0$, тобто при $a \leq 1$.

Число 2 є коренем другого рівняння сукупності, якщо $2^2 = a - 1$.

Звідси $a = 5$.

Відповідь: $a \leq 1$ або $a = 5$.

Приклад 2.2.2 При яких значеннях параметра a рівняння $4^x - (a + 1) \cdot 2^x + 2a - 2 = 0$ має два різних корені?

Розв'язання: $2^{2x} - (a + 1) \cdot 2^x + (2a - 2) = 0$

Нехай $2^x = t$. Маємо: $t^2 - (a + 1)t + (2a - 2) = 0$.

$$D = (a + 1)^2 - 4(2a - 2) = a^2 + 2a + 1 - 8a + 8 = a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2.$$

$t_1 = \frac{a+1-(a-3)}{2} = \frac{a+1-a+3}{2} = 2; t_2 = \frac{a+1+a-3}{2} = \frac{2a-2}{2} = a - 1$. Отже, початкове рівняння рівносильне сукупності:

$$\begin{cases} 2^x = 2, \\ 2^x = a - 1. \end{cases}$$

Перше рівняння сукупності має єдиний корінь $x = 1$. Щоб виконувалась умова задачі, необхідно, щоб друге рівняння мало розв'язки ($a - 1 > 0$), і вони

були б відмінні від 1 ($a - 1 \neq 2$): $\begin{cases} a - 1 > 0, \\ a - 1 \neq 2; \end{cases} \begin{cases} a > 1, \\ a \neq 3. \end{cases}$

Відповідь: $(1; 3) \cup (3; +\infty)$.

Приклад 2.2.3 Для всіх значень параметра a розв'язати нерівність $25^x - 5^x - a - a^2 < 0$.

Розв'язання: Нехай $5^x = t$, $t > 0$.

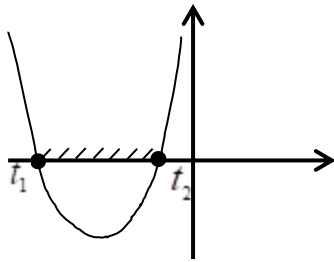
Рівняння приймає вигляд: $t^2 - t - a - a^2 < 0$;

$$D = (2a + 1)^2 > 0 \text{ при } a \neq -\frac{1}{2};$$

$$t_1 = a + 1, \quad t_2 = -a.$$

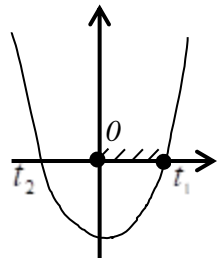
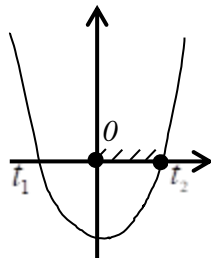
Наочно можна розглянути всі можливі випадки, використавши графік функції $f(t) = t^2 - t - a - a^2$.

1) Нерівність не має розв'язків:



$$\begin{cases} t_1 \leq 0, \\ t_2 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a + 1 \leq 0, \\ -a \leq 0. \end{cases} \quad a \in \emptyset.$$

2)

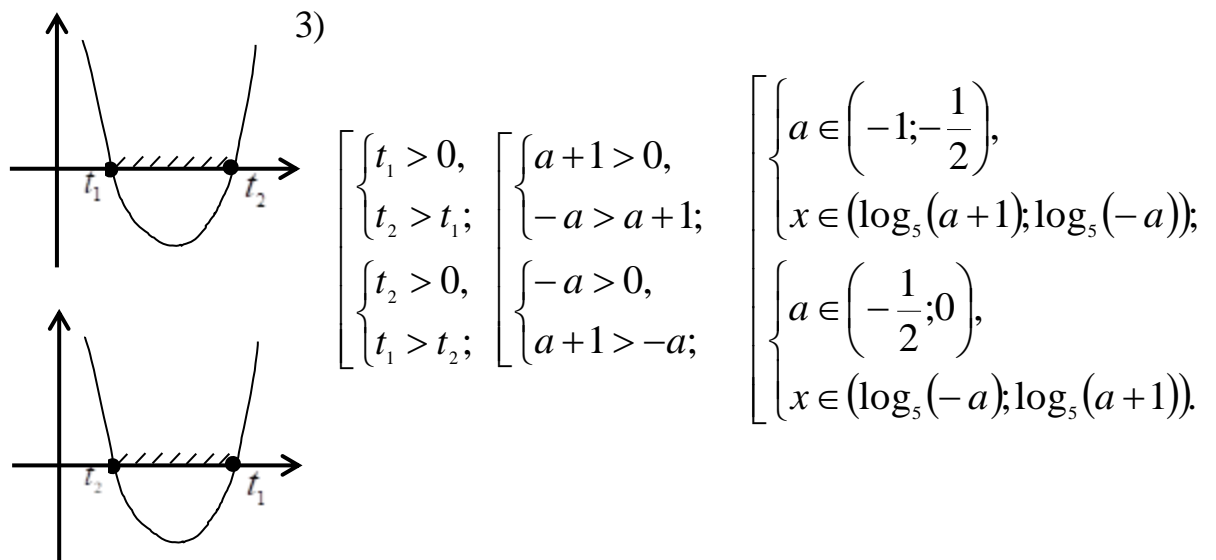


$$\left[\begin{cases} t_1 \leq 0, \\ t_2 > 0, \\ t < t_2; \end{cases} \quad \begin{cases} a + 1 \leq 0, \\ -a > 0, \\ 5^x < -a; \end{cases} \right.$$

$$\left[\begin{cases} t_1 > 0, \\ t_2 \leq 0, \\ t < t_1; \end{cases} \quad \begin{cases} a + 1 > 0, \\ -a \leq 0, \\ 5^x < a + 1; \end{cases} \right.$$

$$\left[\begin{cases} a \leq -1, \\ x < \log_5(-a); \end{cases} \right.$$

$$\left[\begin{cases} a \geq 0, \\ x < \log_5(a + 1). \end{cases} \right.$$



Відповідь: якщо $a \leq -1$, то $x < \log_5(-a)$;

якщо $a \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$, то $x \in (\log_5(a+1); \log_5(-a))$;

якщо $a \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$, то $x \in (\log_5(-a); \log_5(a+1))$;

якщо $a \in [0; \infty)$, то $x \in (-\infty; \log_5(a+1))$;

якщо $a = -\frac{1}{2}$, то розв'язків немає.

Приклад 2.2.4

Для всіх значень параметра a розв'язати нерівність
 $36^x - (a-4) \cdot 6^x - 2a^2 + 10a > 12$.

Розв'язання: Нехай $6^x = t$, $t > 0$.

Рівняння приймає вигляд: $t^2 - (a-4)t - 2a^2 + 10a - 12 > 0$;

$$D = (3a-8)^2 \geq 0, \quad a \in \mathbb{R};$$

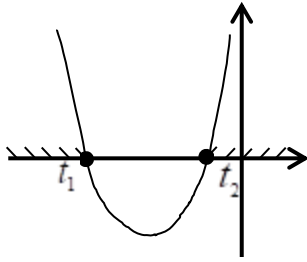
$$t_1 = 2a - 6, \quad t_2 = 2 - a.$$

Можна використати графік функції $f(t) = t^2 - (a-4)t - 2a^2 + 10a - 12$.

Можливі випадки:

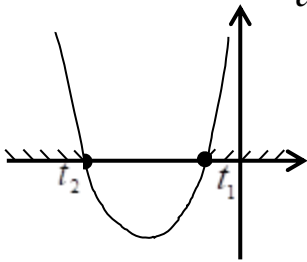
1) обидва корені квадратного рівняння недодатні:

:



$$\begin{cases} t_2 \leq 0, \\ t_1 < t_2, \\ t > t_2; \end{cases} \begin{cases} 2-a \leq 0, \\ 2a-6 < 2-a, \\ 6^x > 2-a; \end{cases} \begin{cases} a \geq 2, \\ a < \frac{8}{3}, \\ x \in \mathbb{R}; \end{cases}$$

$$a \in \left[2; 2\frac{2}{3} \right)$$

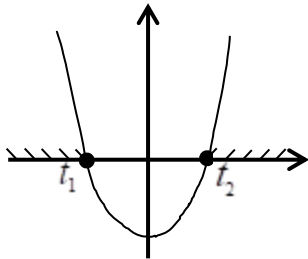


$$\begin{cases} t_1 \leq 0, \\ t_2 < t_1, \\ t > t_1; \end{cases} \begin{cases} 2a-6 \leq 0, \\ 2-a < 2a-6, \\ 6^x > 2a-6; \end{cases} \begin{cases} a \leq 3, \\ a > \frac{8}{3}, \\ x \in \mathbb{R}; \end{cases}$$

$$a \in \left(2\frac{2}{3}; 3 \right]$$

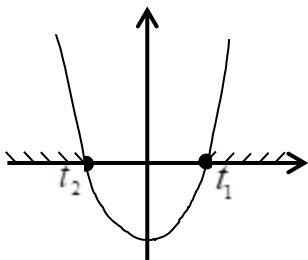
Якщо $a = \frac{8}{3}$, то $D = 0$, нерівність приймає вигляд $\left(t + \frac{2}{3}\right)^2 > 0$, яка виконується при всіх $t > 0$, а, значить, і при $x \in \mathbb{R}$.

2) корені квадратного рівняння мають рівні знаки:



$$\begin{cases} t_2 > t_1, \\ t_2 > 0, \\ t_1 < 0, \\ t > t_2; \end{cases} \begin{cases} a < \frac{8}{3}, \\ a < 2, \\ a < 3, \\ 6^x > 2-a; \end{cases}$$

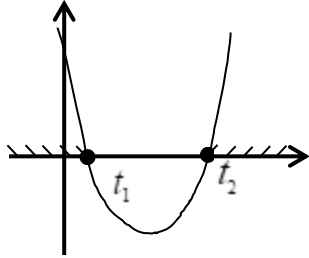
$$\begin{cases} a < 2, \\ x > \log_6(2-a). \end{cases}$$



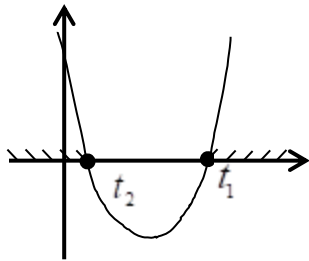
$$\begin{cases} t_2 < t_1, \\ t_1 > 0, \\ t_2 < 0, \\ t > t_1; \end{cases} \begin{cases} a > \frac{8}{3}, \\ a > 2, \\ a > 3, \\ 6^x > 2a-6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 3, \\ x > \log_6(2a - 6). \end{cases}$$

3) обидва корені квадратного рівняння додатні:



$$\begin{cases} t_2 > t_1, \\ t_1 > 0, \\ \begin{cases} t < t_1, \\ t > t_2; \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} a < \frac{8}{3}, \\ a > 3. \end{cases} \quad \emptyset$$



$$\begin{cases} t_1 > t_2, \\ t_2 > 0, \\ \begin{cases} t < t_2, \\ t > t_1; \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} a > \frac{8}{3}, \\ a < 2. \end{cases} \quad \emptyset$$

Відповідь: якщо $a \in (-\infty; 2)$, то $x \in (\log_6(2 - a); \infty)$;

якщо $a \in [2; 3]$, то $x \in R$;

якщо $a \in (3; \infty)$, то $x > \log_6(2a - 6)$

Зауваження.

Дві перші нерівності розв'язані стандартним способом, для застосування якого достатньо розуміти, що розв'язком нерівності виду $ax^2 + bx + c < 0$

($a > 0$) є проміжок $(x_1; x_2)$, а розв'язком нерівності виду $ax^2 + bx + c > 0$

($a > 0$) є проміжки $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; \infty)$.

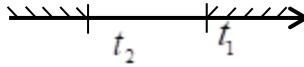
Крім цього, треба розуміти:

$a^x > b$, $b \leq 0$, $x \in R$ ($6^x > -1$, $x \in R$);

$a^x < b$, $b \leq 0$, $x \in \emptyset$ ($6^x < -1$, $x \in \emptyset$).

Ці нерівності можна розв'язувати, міркуючи послідовно, логічно.

Наприклад, для другої нерівності:

$$1) t_1 > t_2, a > \frac{8}{3};$$


Але якщо $a > \frac{8}{3}$, то $t_2 < 0$.

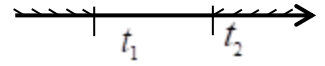
Якщо $t_1 \leq 0$, $2a - 6 \leq 0$, $a \leq 3$, то $x \in R$.

Якщо $t_1 > 0$, $a > 3$, то $x > \log_6(2a - 6)$.

$$2) t_1 = t_2, a = \frac{8}{3}; \left(t + \frac{2}{3}\right)^2 > 0 \quad \text{при } t > 0, x \in R.$$

$$3) t_1 < t_2, a < \frac{8}{3}; \quad t < t_1 \quad \text{або} \quad t > t_2$$

$$t < 2a - 6. \quad t > 2 - a.$$



Якщо $a < \frac{8}{3}$, то $2a - 6 < 0$ (а $t > 0$).

Приклад 2.2.5

Знайти всі значення параметра a , при яких нерівність $(a + 2) \cdot 4^{|x-1|} - 2a \cdot 2^{|x-1|} + 1 + 3a > 0$ виконується для всіх $x \in R$.

Розв'язання: Нехай $2^{|x-1|} = t$, $t \geq 1$ (бо $|x-1| \geq 0$).

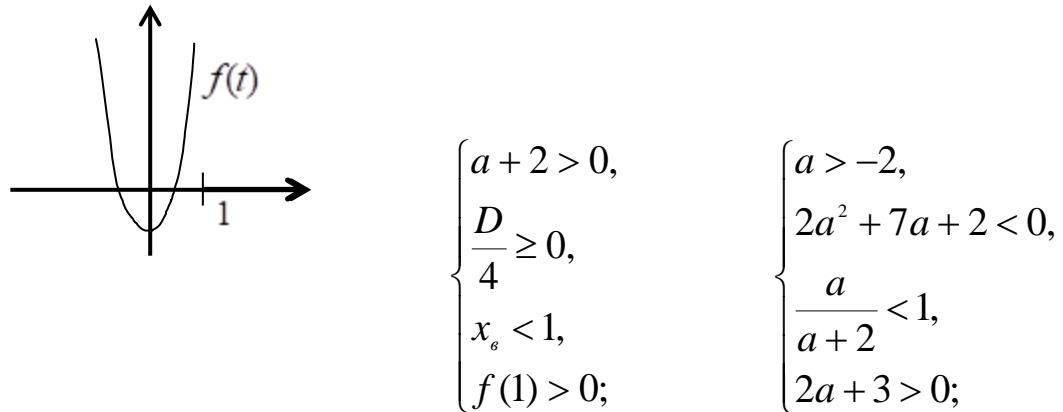
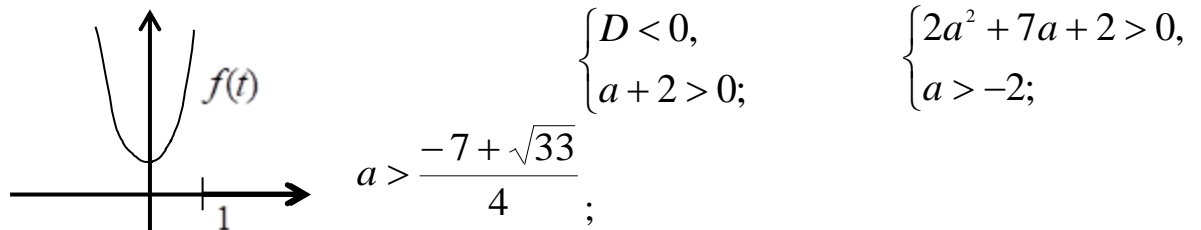
Розглянемо функцію $f(t) = (a + 2)t^2 - 2at + 1 + 3a$.

$$\frac{D}{4} = -2a^2 - 7a - 2;$$

$$x_s = \frac{a}{a + 2}, f(1) = 2a + 3.$$

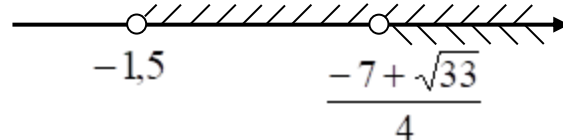
Сформулюємо задачу так: при яких значеннях параметра a $f(t) > 0$ при всіх $t \geq 1$.

Можливі випадки:



$$a > -1,5.$$

Об'єднаємо результати:



Відповідь: $a > -1,5$.

2.3. Дослідження завдань в НМТ та ЗНО

В умовах сучасної освіти України, зовнішнє незалежне оцінювання (ЗНО) та національне мультипредметне тестування (НМТ) відіграють важливу роль у забезпеченні об'єктивності та прозорості процесу вступу до вищих навчальних закладів. Відповідно, ці системи тестування стали невід'ємною частиною української освітньої реформи, покликаної підвищити рівень освіти та інтегрувати її в міжнародну освітню спільноту.

Математика є одним із основних предметів ЗНО та НМТ охоплює широкий спектр тем та розділів, зокрема, алгебру, геометрію, арифметику, теорію ймовірностей, що допомагає оцінити не лише знання учнів, а й їхню здатність до логічного мислення та аналізу. Показникові рівняння та нерівності

є однією з важливих тем алгебри, які сприяють розвитку логічного мислення та аналітичних здібностей абітурієнтів. З огляду на важливість цих тем для оцінки рівня математичної підготовки, їхнє місце у тестах ЗНО/НМТ заслуговує на особливу увагу. Тестування з математики є обов'язковим для всіх учасників, оскільки математика залишається важливим критерієм для вступу до більшості технічних спеціальностей в університетах.

З початку проведення ЗНО в Україні у 2004 році та пізніше, з введенням НМТ у 2022 році, завдання з математики постійно зазнавали змін, адаптуючись до нових освітніх реалій і технологічних можливостей. У цих змінах відображаються не тільки загальні тенденції в освіті, а й відповіді на сучасні виклики, зокрема воєнний стан та перехід до дистанційного навчання. Одним із завдань цих реформ було не лише збереження високих стандартів навчання, а й адаптація до нових форматів оцінювання, що стали невід'ємною частиною навчального процесу в Україні.

НМТ, яке замінило ЗНО стало більш компактним, по-перше зменшено обсяг матеріалу, по-друге змінено формат проведення тестів. Завдання з математики, як і в ЗНО, залишаються обов'язковими для всіх учасників, однак тепер вони зосереджені на перевірці базових математичних знань, здатності до вирішення прикладних задач і використання математики для розв'язування реальних проблем. Зміни, що відбулися у форматі завдань, є відображенням ширших освітніх змін, НМТ проводиться в онлайн-форматі, більшість завдань стали адаптованими до сучасних технологій, що дозволяє не лише оцінити математичні знання, але й розвивати в учнів навички роботи з сучасними інструментами для аналізу даних та вирішення задач.

Завданнях на розв'язування показникових рівнянь та нерівностей завжди були важливою складовою частиною завдань на ЗНО, оскільки вимагають від учнів не лише знання основних формул та властивостей степенів, а й уміння правильно застосовувати ці знання для розв'язання задач. У НМТ завдання на показникові рівняння та нерівності також зазнали змін: акцент був зроблений на більш простих та зрозумілих завданнях, що дозволяють перевірити базову

математичну грамотність, але без зниження вимог до рівня знань.

Після аналізу структури завдань НМТ та ЗНО, а також змін, що відбулися в цих системах тестування, зосередимо увагу на матеріалі, який учні можуть використовувати для ефективної підготовки до НМТ, зокрема щодо розв'язування показникових рівнянь та нерівностей.

Підготовка до складання НМТ потребує узагальнення знань та умінь учнів. Цей процес доцільно організувати у такий спосіб. Спочатку повторити з учнями означення показникового рівняння, основні типи рівнянь та способи їх розв'язування, а потім перейти до розв'язування завдань, які пропонувалися на НМТ/ЗНО у попередні роки.

Таблиця 2.1

Організація узагальнення знань та умінь учнів

Діяльність вчителя	Діяльність учнів
Питання: Яке рівняння називається показниковим? Наведіть приклади	Показниковим називають рівняння, яке містить змінні лише в показниках степенів. Наприклад, $4^x = 16$, $2^x + 8^x = 16$, $\frac{1}{3^{x+2}} = 3$.
Який алгоритм розв'язування показникових рівнянь?	1) Якщо рівняння не містить знаків «+» і «-», то ліву й праву частини подаємо у вигляді степенів з однаковою основою; 2) Опускаємо основи й прирівнюємо степені; 3) Розв'язуємо отримане рівняння; 4) Якщо рівняння містить знаки «+» і «-», то здійснюємо заміну й розв'язуємо отримане рівняння; 5) Записуємо відповідь.
Які методи розв'язування показникових рівнянь вам відомі?	I метод → перехід від рівняння $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ до рівняння $f(x) = g(x)$ II метод → розклад рівняння на множники III метод → використання заміни змінної

Вчитель пропонує учням завдання на застосування кожного методу, які розв'язуються з повторенням алгоритму, після цього учні розглядають завдання, що пропонувалися під час зовнішнього незалежного оцінювання.

Завдання на I метод \rightarrow перехід від рівняння $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ до рівняння $f(x) = g(x)$:

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $3^x = 27$.

Розв'язання: Зведемо обидві частини рівняння до однакової основи:

$$3^x = 3^3.$$

Опускаємо основи й прирівнюємо показники степеня (на основі монотонності показникової функції):

$$x = 3.$$

Відповідь: 3.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $\left(\frac{1}{8}\right)^{0,1x-1} = 4^3$.

Розв'язання: Зведемо обидві частини рівняння до однакової основи:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3(0,1x-1)} = 4^3$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{0,3x-3} = 2^6$$

$$(2)^{-(0,3x-3)} = 2^6$$

$$(2)^{-0,3x+3} = 2^6$$

Опускаємо основи й прирівнюємо показники степеня:

$$-0,3x + 3 = 6 \rightarrow -0,3x = 3 \rightarrow x = -10.$$

Відповідь: -10.

Завдання на II метод \rightarrow розклад рівняння на множники

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $2^{x+2} + 2^x = 10$.

Розв'язання:

$$2^x \cdot 2^2 + 2^x = 10$$

$$2^x(4 + 1) = 10$$

$$2^x \cdot 5 = 10$$

$$2^x = 10 : 5$$

$$2^x = 2^1$$

Опускаємо основи й прирівнюємо показники степеня:

$$x = 1.$$

Відповідь: 1.

Приклад 4. Розв'яжіть рівняння $5^{x-1} + 5^{x+1} = 130$.

Розв'язання: Зведемо обидві частини рівняння до однакової основи:

$$5^x \cdot 5^{-1} + 5^x \cdot 5^1 = 130$$

$$5^x \left(\frac{1}{5} + 5 \right) = 130$$

$$5^x \cdot \frac{26}{5} = 130$$

$$5^x = 130 \cdot \frac{5}{26}$$

$$5^x = 25 \rightarrow 5^x = 5^2.$$

Опускаємо основи й прирівнюємо показники степеня:

$$x = 2.$$

Відповідь: 2.

Завдання на III метод → використання методу заміни

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $4^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 10$.

Розв'язання: Заміна: $\begin{cases} 2^x = t > 0, \\ 4^x = (2)^{2x} = t^2; \end{cases} \rightarrow t^2 - 5t - 24 = 0.$

За теоремою Вієта:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 5, \\ t_1 \cdot t_2 = -24; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_1 = -3, t > 0, \\ t_2 = 8. \end{cases}$$

Повертаємось до заміни: $2^x = 8 \rightarrow 2^x = 2^3$.

Опускаємо основи й прирівнюємо степені:

$$x = 3.$$

Відповідь: 3.

Приклади завдань ЗНО/НМТ:

2.3.1 ЗНО 2017 (основна сесія) Розв'яжіть рівняння $2^{2x} = \frac{1}{2^3}$.

А	Б	В	Г	Д
-3	-2	-1,5	1,5	2

2.3.2 ЗНО 2016 (пробний тест) Якому проміжку належить корінь рівняння $5^{x+1} = 125$?

А	Б	В	Г	Д
[0; 3)	[3; 4)	[4; 10)	[10; 25)	[25; 625]

2.3.3 НМТ 2022 (демоваріант) Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 9$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1]$	$(-1; 0]$	$(0; 1]$	$(1; 2]$	$(2; +\infty]$

2.3.4 НМТ 2024 (2 сесія) Розв'яжіть рівняння $3^{x^2} = 81$. Якщо рівняння має один корінь, то вкажіть проміжок, якому він належить. Якщо рівняння має кілька коренів, то вкажіть проміжок, якому належить найменший з них.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -10)$	$[-10; -3)$	$[-3; -2)$	$[-2; 0)$	$[0; +\infty)$

2.3.5 ЗНО 2014 (додаткова сесія) Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $3^x = \frac{1}{27}$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -5]$	$(-5; -2]$	$(-2; 0]$	$(0; 2]$	$(2; +\infty)$

2.3.6 ЗНО 2008 (основна сесія) Розв'яжіть рівняння $3^x = \frac{2\sqrt{3}}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
рівняння не має коренів	$x = -1$	$x = -0,5$	$x = 0,5$	$x = 1$

2.3.7 ЗНО 2019 (основна сесія) Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $2^{x+1} - 3 \cdot 2^x = 10\sqrt{2}$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -5]$	$(-5; -2]$	$(-2; 0]$	$(0; 2]$	$(2; +\infty)$

2.3.8 ЗНО 2007 (основна сесія) Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{8^x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{5}$

2.3.9 ЗНО 2017 (пробний тест) Розв'яжіть рівняння $3^{x+4} = 27$.

А	Б	В	Г	Д
$x = -2$	$x = -1$	$x = 0$	$x = 3$	$x = 5$

2.3.10 ЗНО 2019 (пробний тест) Розв'яжіть рівняння $3^{7x} = 9$. Отриманий корінь рівняння округліть до десятих.

А	Б	В	Г	Д
0,2	0,29	0,3	0,4	3,5

Аналогічним чином вчитель організовує роботу з учнями при узагальненні способів діяльності при розв'язуванні показникових нерівностей. Повторивши

теоретичні відомості (означення показникової нерівності, основні типи показникових нерівностей, способи їх розв'язування), учні самостійно розглядають завдання, які пропонувалися під час зовнішнього оцінювання.

Нерівності виду $a^x > b$ або $a^x < b$ ($a^x \geq b$ або $a^x \leq b$), де x – змінна, a і b – деякі числа, такі, що $a > 0, a \neq 1, b \in R$ називають **показниковими нерівностями**.

Основний метод розв'язування показникових нерівностей – зведення лівої і правої частин нерівності до степеня з однаковою основою.

Нерівність	Умова	Рівносильна нерівність	Приклад
$a^{f(x)} > a^{g(x)}$, де $\begin{cases} a > 0, \\ a \neq 1. \end{cases}$ $f(x), g(x)$ – деякі функції	$a > 1$	$f(x) > g(x)$	$11^{x-5} < 11^{3x+1}$ $x - 5 < 3x + 1$ $x - 3x < 1 + 5$ $-2x < 6$ $x > -3$ $x \in (-3; +\infty)$
	$0 < a < 1$	$f(x) < g(x)$	$0,3^{4x-8} > 1$ $0,3^{4x-8} > 0,3^0$ $4x - 8 < 0$ $4x < 8$ $x < 2$ $x \in (-\infty; 2)$

І метод → зведення до однієї основи

Приклад 1. Розв'яжіть нерівність $10^x < 0,001$.

Розв'язання:

$$10^x < \frac{1}{1000}$$

$$10^x < \frac{1}{10^3}$$

$$10^x < 10^{-3}$$

$$x < -3.$$

$$x \in (-\infty; -3)$$

Відповідь: $x \in (-\infty; -3)$.

II метод → винесення спільного множника за дужки

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} > 56$.

Розв'язання:

$$2^x + 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^{-2} > 56$$

$$2^x \cdot (1 + 2^{-1} + 2^{-2}) > 56$$

$$2^x \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) > 56$$

$$2^x \cdot \frac{7}{4} > 56$$

$$2^x > 56 \cdot \frac{4}{7}$$

$$2^x > 32$$

$$2^x > 2^5$$

$$x > 5$$

$$x \in (5; +\infty)$$

Відповідь: $x \in (5; +\infty)$.

III метод → ділення обох частин нерівності на добуток степеня на числовий співмножник

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $7^{x+1} - 2 \cdot 7^x < 5^{x+3} - 118 \cdot 5^x$.

Розв'язання:

$$7^x \cdot 7^1 - 2 \cdot 7^x < 5^x \cdot 5^3 - 118 \cdot 5^x$$

$$7^x \cdot (7 - 2) < 5^x (125 - 118)$$

$$7^x \cdot 5 < 5^x \cdot 7$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^x < \frac{7}{5}$$

$$x < 1$$

$$x \in (-\infty; 1)$$

Відповідь: $x \in (-\infty; 1)$.

IV метод → зведення до квадратної нерівності шляхом заміни

Приклад 4. Розв'яжіть нерівність $0,25^x - 12 \cdot 0,5^x + 32 \geq 0$.

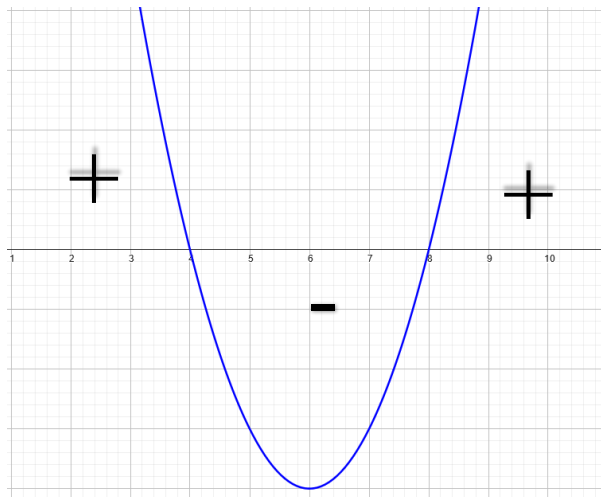
Розв'язання:

$$(0,5)^{2x} - 12 \cdot 0,5^x + 32 \geq 0$$

$$\text{Заміна: } \begin{cases} 0,5^x = t > 0, \\ 0,25^x = (0,5)^{2x} = t^2; \end{cases} \rightarrow t^2 - 12t + 35 = 0.$$

За теоремою Вієтта:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 12, \\ t_1 \cdot t_2 = 32; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_1 = 4, \\ t_2 = 8. \end{cases}$$



$$t \in (-\infty; 4] \cup [8; +\infty)$$

$$\text{Повертаємось до заміни: } \begin{cases} 0,5^x \leq 4 \\ 0,5^x \geq 8; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (\frac{1}{2})^x \leq 2^2, \\ (\frac{1}{2})^x \geq 2^3; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2^{-x} \leq 2^2, \\ 2^{-x} \geq 2^3; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x \leq 2, \\ -x \geq 3; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq -3. \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -3] \cup [-2; +\infty).$$

Відповідь: $x \in (-\infty; -3] \cup [-2; +\infty)$.

Приклади завдань ЗНО/НМТ:

2.3.11 ЗНО 2021 (додаткова сесія) Розв'яжіть нерівність $3^x < 27 \cdot 3^{-x}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \frac{2}{3})$	$(\frac{3}{2}; +\infty)$	$(-\infty; 3)$	$(\frac{2}{3}; +\infty)$	$(-\infty; \frac{3}{2})$

2.3.12 ЗНО 2015 (додаткова сесія) Розв'яжіть нерівність $6^x < \frac{1}{36}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-2; +\infty)$	$(-\infty; \frac{1}{6})$	$(-\infty; -2)$	$(\frac{1}{6}; +\infty)$	$(-\infty; \frac{1}{2})$

2.3.13 ЗНО 2010 (пробний тест) Розв'яжіть нерівність $(\frac{1}{3})^x > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(-\infty; 1)$	$(0; +\infty)$	$(1; +\infty)$	$(3; +\infty)$

2.3.14 ЗНО 2016 (додаткова сесія) Розв'яжіть нерівність $(\frac{3}{7})^{x-5} > \frac{3}{7}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 5)$	$(-\infty; 6)$	$(0; 2]$	$[2; +\infty)$	$[5; +\infty)$

2.3.15 ЗНО 2021 (пробний тест) Розв'яжіть нерівність $4 \cdot 3^x < 3^x + 6$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \log_9 6)$	$(-\infty; \log_2 3)$	$(-\infty; 2)$	$(-\infty; 1)$	$(-\infty; \log_3 2)$

2.3.16 ЗНО 2019 (додаткова сесія) Розв'яжіть нерівність $2^{4x-5} \geq 2$.

А	Б	В	Г	Д
$[1,5; +\infty)$	$[1,25; +\infty)$	$[-1; +\infty)$	$(-\infty; -1]$	$[\frac{2}{3}; +\infty)$

2.3.17 ЗНО 2017 (додаткова сесія) Яке з наведених чисел є розв'язком подвійної нерівності $5 \leq 3^x \leq 15$?

А	Б	В	Г	Д
5	4	3	2	1

2.3.18 ЗНО 2019 (основна сесія) Розв'яжіть нерівність $2^x + 2^{x+3} \geq 5$.

А	Б	В	Г	Д
1	0	2	-2	-1

2.3.19 ЗНО 2010 (2 сесія) Розв'яжіть нерівність $(\frac{1}{2})^{x^2-x} > 8^{x-5}$. У відповідь запишіть суму всіх цілих розв'язків цієї нерівності. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь напишіть число 100.

2.3.19 ЗНО 2011 (пробний тест) Розв'яжіть нерівність $3 \cdot 9^x - 2 \cdot 15^x - 5^{2x+1} > 0$. Якщо нерівність має цілі розв'язки то вкажіть найбільший з них. Якщо нерівність має розв'язки, але вказати найбільший цілий розв'язок неможливо, то у відповідь запишіть число 50. Якщо нерівність не має розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

Проведений аналіз завдань на показникові рівняння та нерівності в контексті ЗНО та НМТ дозволяє зробити кілька важливих висновків, що стосуються як змін у системах тестування, так і стратегій підготовки учнів. Важливо зазначити, що завдання орієнтовані на перевірку базових знань і навичок учнів, але водночас потребують уміння застосовувати теоретичні знання в умовах обмеженого часу, що є характерним для формату тесту. Це вимагає від абітурієнтів здатності швидко аналізувати завдання, правильно використовувати властивості степенів та логарифмів, а також застосовувати різні методи для розв'язування рівнянь та нерівностей.

Для успішної підготовки до НМТ важливо не лише добре засвоїти теоретичний матеріал, але й регулярно тренуватися на практичних завданнях, оскільки формат НМТ змінився, завдання стали більш стиснутими, але збережена необхідність чітко розуміти основи теми і вміти застосовувати їх до різних типів задач. Основними стратегіями підготовки є: розв'язування типових задач, що зустрічаються на тестах, усвідомлене освоєння методів вирішення показникових рівнянь, а також систематичне тренування на завданнях з логарифмами, які часто є частиною більш складних задач на показникові рівняння.

Висновки до 2 розділу

У дослідженні було детально проаналізовано методичні особливості формування математичних компетентностей учнів ліцеїв при вивченні показникових рівнянь та нерівностей. Зокрема, було розглянуто концептуальні та методологічні аспекти, що впливають на ефективність навчання цієї теми, а також визначено ключові фактори, які сприяють розвитку математичних компетентностей учнів у контексті сучасної освіти.

У процесі аналізу було встановлено, що формування математичних компетентностей учнів ліцеїв потребує комплексного підходу, який включає органічне поєднання традиційних методів викладання та інноваційних освітніх технологій. Особливу увагу було приділено таким методам навчання, як проблемно-орієнтовані завдання, диференційоване навчання, а також використанню інтерактивних технологій, що дозволяють створити умови для глибшого засвоєння матеріалу та розвитку критичного мислення учнів.

Проаналізовано методику формування дослідницької компетентності учнів при навчанні розв'язування показникових рівнянь та нерівностей з параметрами. Охарактеризовано основні етапи цього процесу важливість інтеграції дослідницьких завдань у навчальний процес, що сприяє розвитку в учнів умінь самостійно ставити і вирішувати математичні проблеми, аналізувати результати та робити обґрунтовані висновки.

Зазначено, що ефективність формування дослідницької компетентності залежить від вибору відповідних методів навчання, серед яких особливо важливими є проблемне навчання, використання творчих завдань та інтеграція інформаційно-комунікаційних технологій. Виявлено, що використання показникових рівнянь та нерівностей є вдалим прикладом для розвитку таких компетентностей, оскільки ці теми містять багатий потенціал для проведення досліджень, аналізу різних підходів до розв'язування задач і перевірки гіпотез.

ВИСНОВКИ

У цій кваліфікаційній роботі ми дійшли висновку, що формування математичних компетентностей учнів є одним із найважливіших завдань сучасної шкільної освіти. У контексті компетентнісного підходу, який став ключовим напрямом реформування освітніх систем у всьому світі, математична компетентність відіграє центральну роль, адже вона формує здатність особистості аналізувати, узагальнювати та використовувати кількісні й просторові відношення для вирішення життєвих і професійних задач. Особливе значення цей підхід має у процесі навчання математики, оскільки саме цей предмет є фундаментом для розвитку аналітичного мислення, формування здатності до структуризації інформації та її подальшого використання.

Проведене дослідження підтвердило, що математична компетентність — це не лише знання формул чи методів розв’язування задач. Вона включає комплексну інтеграцію знань, умінь і навичок, що дозволяє учням не тільки оперувати математичними поняттями, але й переносити ці знання на нові, незнайомі ситуації. Так, математична компетентність охоплює вміння будувати логічні висновки, працювати з моделями, здійснювати аналіз і синтез інформації, а також критично оцінювати отримані результати. Успішне формування таких навичок забезпечує не лише глибше засвоєння математики як навчальної дисципліни, але й сприяє загальному інтелектуальному розвитку особистості.

Підтверджено, що формування математичних компетентностей потребує чіткої методологічної основи, яка враховує вікові, психологічні та індивідуальні особливості учнів. Компетентнісний підхід у навчанні математики дозволяє реалізувати ці принципи, створюючи умови для активного навчання, розвитку самостійності та формування мотивації до пізнавальної діяльності. Зокрема, математична компетентність є одним із основних компонентів загальної компетентності, адже вона охоплює здатність до адаптації в умовах швидко змінного світу, вміння вирішувати проблеми, приймати обґрунтовані рішення та прогнозувати їх наслідки.

Результати проведеного дослідження підтвердили важливість розробки чіткої системи навчання, яка спрямована не лише на запам'ятовування теоретичних знань, але й на їх активне використання в різноманітних навчальних і практичних ситуаціях. Такий підхід дозволяє не тільки ефективніше формувати предметні знання, але й розвивати загальнонавчальні уміння, зокрема критичне мислення, здатність до аналізу та узагальнення. Таким чином, математична компетентність у сучасній школі стає основою для формування успішної, освіченої особистості, здатної до саморозвитку та самореалізації.

Аналіз науково-педагогічної літератури дозволив визначити математичну компетентність як інтегральну характеристику особистості, яка охоплює не лише знання математичних понять і методів, але й здатність до їх ефективного застосування у навчальних, професійних та життєвих ситуаціях. У дослідженні чітко виділено її складові: когнітивний компонент (знання і розуміння основних математичних понять, таких як функція, рівняння, нерівності, логарифми), діяльнісний компонент (уміння виконувати математичні дії, будувати графіки, розв'язувати задачі), мотиваційний компонент (зацікавленість і прагнення до поглиблення математичних знань), а також рефлексивний компонент (здатність аналізувати свою діяльність, оцінювати результати та усвідомлювати шляхи вдосконалення).

Особливу увагу було приділено зв'язку математичної компетентності із загальними компетенціями, такими як уміння працювати з інформацією, критичне мислення, креативність та здатність до прийняття рішень. Проведене дослідження підтвердило, що розвиток математичної компетентності сприяє формуванню в учнів стійких навичок роботи з абстрактними об'єктами, їхньої здатності будувати логічні ланцюжки та адаптувати знання до нових умов.

Виділено чотири основні етапи формування математичних компетентностей, які забезпечують послідовний розвиток здатності учнів до засвоєння та застосування знань.

1. Ознайомлення з базовими поняттями. На цьому етапі учні отримують

перші знання про ключові математичні поняття. Наприклад, у темі «Показникова функція» учні знайомляться з власне визначенням показникової функції, її властивостями та графічним поданням. Чітка презентація матеріалу, доповнена прикладами й ілюстраціями, сприяє формуванню міцної теоретичної основи.

2. Відпрацювання основних способів діяльності. Учні практикують базові дії: побудову графіків, розв'язання рівнянь і нерівностей, виконання перетворень. На цьому етапі важливо, щоб завдання поступово ускладнювалися, переходячи від стандартних до комбінованих. Це забезпечує формування стійких алгоритмічних навичок.
3. Інтеграція знань у більш складні системи. Цей етап передбачає використання набутих знань для вирішення нетипових задач. Наприклад, задачі на моделювання реальних процесів, таких як експоненціальне зростання чи спадання, допомагають учням усвідомити практичну цінність математичних знань і навичок.
4. Рефлексія та аналіз результатів. На завершальному етапі учні аналізують свої дії, оцінюють правильність рішень і шукають способи вдосконалення. Це сприяє розвитку критичного мислення, що є важливим для самостійного навчання.

Проведено логіко-математичний аналіз теми «Показникова функція. Показникові рівняння та нерівності». Аналіз дозволив виділити основні поняття теми, їхні характеристики, а також ключові закономірності, що лежать в основі цього розділу математики. Особливу увагу приділено взаємозв'язку теоретичного матеріалу з практичними завданнями, що дозволяє учням легше засвоювати складні математичні поняття.

Підручник «Алгебра і початки аналізу» О. С. Істера став основним джерелом для аналізу. Його структура, що включає розділення матеріалу на чіткі підпункти, використання графічних ілюстрацій і подання доведень теорем, сприяє створенню логічного й систематизованого освітнього процесу. У підручнику представлено як базові, так і складні задачі, що дозволяє працювати

з учнями різного рівня підготовки.

Матеріал теми структуровано у таблиці для систематизації понять, вправ і способів діяльності, які використовуються при вивченні теми. Це дозволило виділити ключові моменти навчання: розв'язування рівнянь виду $a^x = b$, побудову графіків функцій, спрощення показникових виразів та застосування заміни змінних.

Апробація запропонованих методик у освітньому процесі продемонструвала їхню ефективність. Учні, які навчалися із використанням інтерактивних і проблемних методів, показали вищий рівень зацікавленості, здатність до аналітичного мислення та глибше розуміння матеріалу.

На основі отриманих результатів запропоновано такі напрями для подальших досліджень:

- Впровадження новітніх цифрових технологій для побудови інтерактивних уроків, що поєднують візуалізацію, тестування та адаптивні елементи;
- Розробка навчальних програм, орієнтованих на міждисциплінарний підхід, щоб показати практичну цінність математики у природничих і суспільних науках;
- Створення методичних матеріалів для вчителів, які детально описують застосування компетентнісного підходу в навчанні;
- Вивчення впливу інтеграції математичних і гуманітарних дисциплін на формування системного мислення.

Досягнення поставленої мети підтверджує не лише виконання завдань дослідження, але й практичну цінність отриманих результатів, які можуть бути використані у навчально-методичній роботі вчителів, у підготовці навчальних посібників і вдосконаленні програм професійного розвитку педагогів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – К.: Вища школа, 2009. – 367 с.
2. Бібік Н. М. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: б-ка з освіт. політ. / Н. М. Бібік та ін. К. : К.І.С., 2004. 112 с.
3. Брончук Ю. В. Методика використання сервісу LearningApps для створення інтерактивних навчальних додатків/ Ю. В. Брончук. // Методичний вісник. Інформаційно-методичний збірник. – Рівне, 2017. – №1. – С. 40-46
4. Білецький П. В. Шляхи формування математичної компетентності учня. Математика в школах України. 2010. № 28 (жовт.). С. 2–5
5. Варій. М. Й. Загальна психологія: підручник [для студентів вищих навчальних закладів] / М. Й. Варій – [3-тє вид.]. – Київ : Центр учбової літератури, 2009. – 1007 с.
6. Гавриш І. В. Теоретико-методологічні основи формування готовності майбутніх учителів до інноваційної професійної діяльності : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра. пед. наук: 13.00.04. Луганськ, 2006. 44 с.
7. Головань М. С. Компетенція та компетентність: порівняльний аналіз понять / М. С. Головань // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. Науковий журнал. – Суми: СумДПУ ім. А С Макаренка, 2011. – № 8(18). – с. 224-234.
8. Головань М.С. Компетенція та компетентність: семантико-термінологічний дискурс / Микола Головань // Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей майбутнього фахівця. Матеріали II міжвузівської науково-практичної конференції 1-2 грудня 2011 р. – Суми : Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2011. – с. 22-23.

9. Головань М.С. Математичні компетентності чи математична компетентність? / М. С. Головань // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс – 20012» : матеріали міжнародної науково-методичної конференції (6-7 грудня 2012 р., м. Суми): У 3-х частинах. Частина 1 / Упорядник Чашечникова О. С. : Виробничо-видавниче підприємство «Мрія», 2012. – 36-38 с.
10. Головань М. С. Математична компетентність: сутність та структура. Науковий вісник Східноєвропейського національного університету. 2014. № 1. С. 35–39
11. Горошко Ю. В. Інформаційне моделювання у підготовці учителів математики та інформатики : монографія. Чернігів : Лозовий В. М., 2012. 367 с.
12. Даниленко Л. І. Педагогічні інновації та інноваційні педагогічні технології: сутність і структура. Нові технології навчання. – Київ : Наук.-метод. центр вищ. освіти, 2005. Вип. 40. С. 270–273
13. Дубасенюк О. А. Інновації в сучасній освіті. Інновації в освіті: інтеграція науки і практики : зб. наук.-метод. праць.– Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2014. С. 12–28
14. Державний стандарт базової середньої освіти : Постанова Кабінету Міністрів України; Стандарт, Вимоги від 30.09.2020 № 898 // База даних «Законодавство України» / Верховна Рада України. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/go/898-2020-%D0%BF> (дата звернення: 17.11.2024)
15. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. - К.: Техніка, 1997. – 304 с.
16. Зайцева Л. І. Елементарна математична компетентність. Дошкільне виховання. 2004. № 7. С. 12–15
17. Запорожченко Т. П. Використання інформаційно-комунікативних технологій як необхідна умова формування математичної

компетентності майбутнього вчителя початкових класів. Актуальні проблеми сучасної дошкільної та початкової освіти в умовах інноваційної перебудови. Чернігів : ЧНПУ, 2013. С 43–46

18. Запорожченко Т. П. Перспективи використання електронного методичного комплексу «Методика навчання математичної освітньої галузі» у процесі формування математичної компетентності майбутнього вчителя початкової школи. Теорія і практика використання системи навчанням Moodle : тези доп III Міжнар. наук.-практ. конф. [«MoodleMoot Ukraine 2015»], (Київ, 21-22 трав. 2015 р.) / Київ. нац. ун-т буд-ва і архітектури. Київ : КНУБА, 2015. С. 21
19. Зіненко І. М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. 2009. № 2. С. 165–174
20. Істер О.І. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 11-го кл. закл. заг. серед. освіти / Олександр Істер. Київ: Генеза, 2019. – 304 с.
21. Кириєвський В.В., Крамаренко Т.Г., Семеріков С.О., Шокалюк С.В. «Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики» / м. Кривий Ріг, вид-во Кириєвського, 2009. – 316 с.
22. Концепція реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти “Нова українська школа” на період до 2029 року: Розпорядження Кабінету Міністрів України від 14 грудня 2016 р. № 988-р. Офіційний вісник України. 2017. № 1. С. 84.
23. Костюк Г. С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості / Г. С. Костюк. – К.: Рад. школа, 1989. – 608 с.
24. Крамаренко Т. Г. Використання дистанційних технологій навчання у підготовці майбутнього вчителя математики. Педагогіка вищої та середньої школи : зб. наук. праць / гол. ред. проф. В. К. Буряк. Кривий Ріг : КДПУ, 2010. Вип. 27. С. 249–255
25. Локшина О. І. Тенденції розвитку змісту шкільної освіти в країнах

- Європейського Союзу : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра пед. наук : 13.00.01. Київ, 2011. 40 с.
26. Максименко С.Д., Соловієнко В.О. Загальна психологія : Навч. посібник. – К.: МАУП, 2000. – 256 с.
27. Нічуговська Л. І. Формування професійної компетентності в системі математичної підготовки студентів економічного профілю. Дидактика математики: проблеми і дослідження. Донецьк : Фірма ТЕАН, 2003. Вип. 20. С. 3–12
28. Овчарук О. В. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи : б-ка з освіт. політики / під. заг. ред. О. В. Овчарук. Київ : К.І.С., 2004. 112 с.
29. Овчарук О. В. Розвиток компетентнісного підходу : стратегічні орієнтири міжнародної спільноти. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи. К. : «К.І.С.», 2004. 112 с.
30. Пометун О. І. Дискусія українських педагогів навколо питань запровадження компетентнісного підходу в українській освіті / О. В. Овчарук // Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи / під заг. ред. О. В. Овчарук. – К. 2004. – 111 с.
31. Пометун О. І. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук.-метод, посібн. / О. І. Пометун, Л. В. Пироженко; За ред. О. І. Пометун. — К.: В.С.К., 2003. — 192 с.
32. Про освіту : Закон України від 05.09.2017 № 2145-VIII // База даних «Законодавство України» / Верховна Рада України. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/go/2145-19> (дата звернення: 17.11.2024)
33. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ : монографія / Раков С. А. – Х. : Факт, 2005. – 360 с.
34. Раков С.А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія освіти // Математика в школі. – 2007. – № 5. С. 2–8

35. Рекомендація 2006/962/ЄС Європейського Парламенту та Ради (ЄС) "Про основні компетенції для навчання протягом усього життя" від 18 грудня 2006 року : Рекомендації; Європейський Союз від 18.12.2006 № 2006/962/ЄС // База даних «Законодавство України» / Верховна Рада України. URL: https://zakon.rada.gov.ua/go/994_975 (дата звернення: 17.11.2024)
36. Савченко О. Я. Уміння вчитися – ключова компетентність молодшого школяра: посібник / О. Я. Савченко. – К.: Педагогічна думка, 2014. – 176 с.
37. Сафонова І. Я. Формування математичної компетентності у старшокласників / І. Я. Сафонова // Актуальні проблеми державного управління, педагогіки та психології. – 2013. – Вип. 2. – С. 397-402.
38. Слепкань З. І. Методика навчання математики. - К.: Зодіак-Еко, 2000. — 512 с.
39. Старша школа зарубіжжя: організація та зміст освіти / за ред. О. І. Локшиної. – К.: СПД Богданова А.М., 2006. —228 с.
40. Ткаченко О., Кожевнікова М. Формування компетентностей на уроках математики//Математика в школах України. – Х., 2014. – №6. – С.2-3
41. Требик О. С. Організація навчання математики як загальноосвітньої дисципліни студентів коледжів з використанням інформаційно-комунікаційних технологій : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : 13.00.02. Київ, 2015. 20 с.
42. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: монографія / Юрій Васильович Триус. — Черкаси: Брама-Україна, 2005. — 400 с.
43. Шинкаренко Л. В. Математична компетентність як результат математичної підготовки майбутніх соціологів : Науковий вісник ПНПУ ім. К. Д. Ушинського, 2012. № 9. — С.68-72

ДОДАТКИ

Додаток А

Приклади завдань для ілюстрації можливостей програмних засобів в контексті вивчення показникових рівнянь та нерівностей

1. Завдання на сервісі Word Wall:

Вікторина «Виграй або програй» — інтерактивне завдання, яке стимулює учнів до активної участі у навчальному процесі через елемент змагання. Кожен учасник має можливість зробити ставку на правильність своєї відповіді. Якщо учень відповідає правильно, він отримує бали, якщо відповідь неправильна — бали не нараховуються.

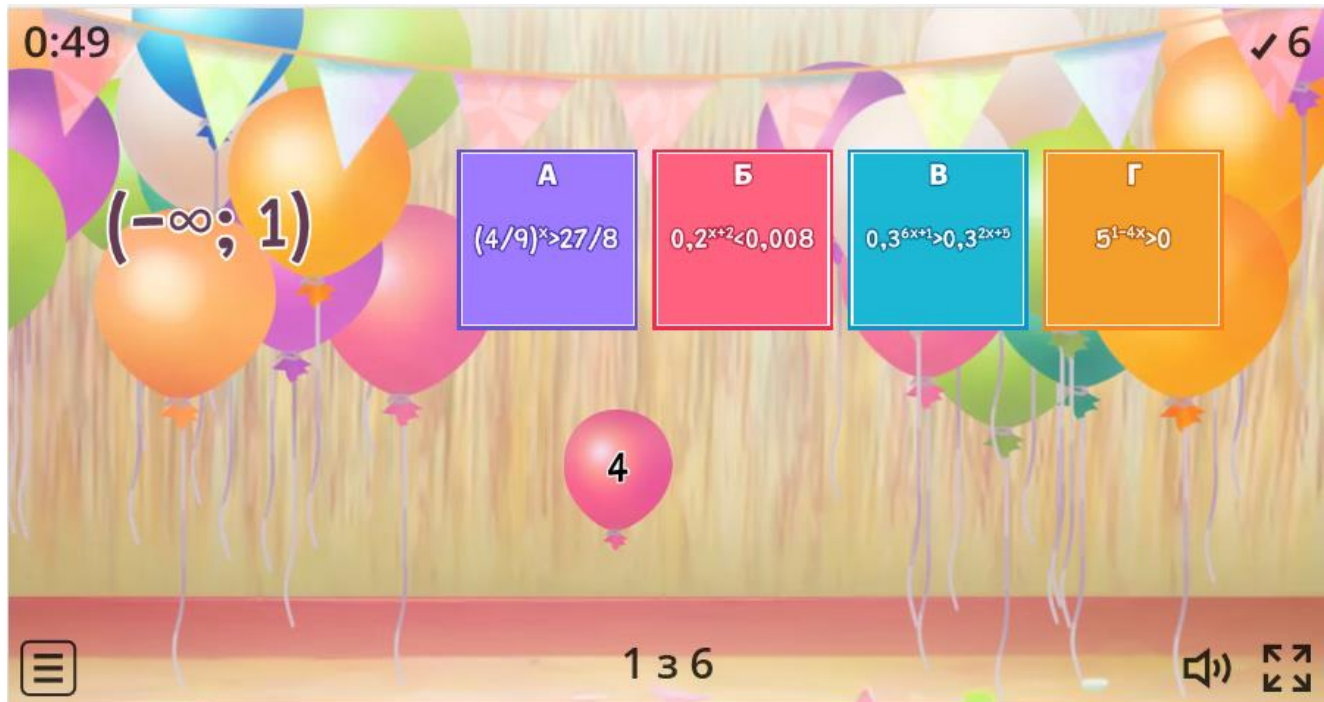


Рис. А.1 Вікторина «Виграй або програй»

QR-код для доступу:



Вправа «Випадкове колесо» — інтерактивна вправа, яка надає учням можливість розв'язувати різноманітні математичні нерівності через елемент випадковості. Користувач крутить колесо, яке генерує різні варіанти нерівностей, що потрібно розв'язати.



Рис. А.2 Вправа «Випадкове колесо»

QR-код для доступу:



Завдання «Знайдіть відповідність» — учні мають натискаючи на відповідні варіанти з'єднати показникові рівняння з правильними відповідями. Кожне рівняння або нерівність має свій варіант розв'язку, який учень повинен правильно вибрати та з'єднати, повторюючи поки всі варіанти не будуть використані.

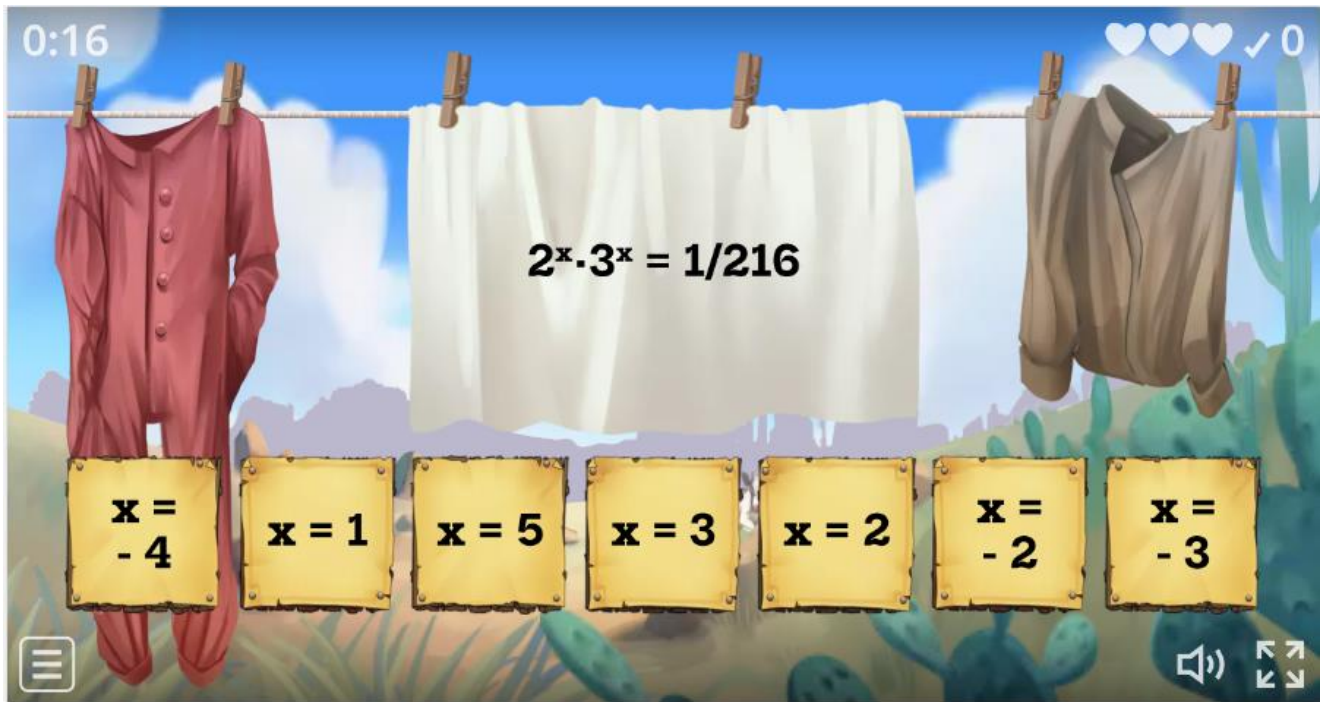


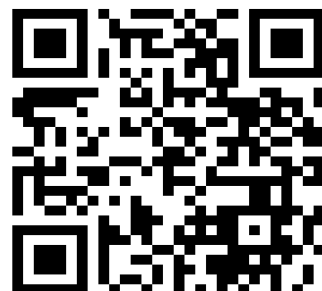
Рис. А.3 Завдання «Знайдіть відповідність»

QR-код для доступу:



Завдання «Флеш-карти» — учням надається набір флеш-карток, кожна з яких містить на лицьовій стороні математичне завдання а на зворотній — правильну відповідь або розв'язок. Учень має самостійно розв'язати задачу, потім перевірити себе, перевернувши картку для перегляду правильної відповіді.

QR-код для доступу:



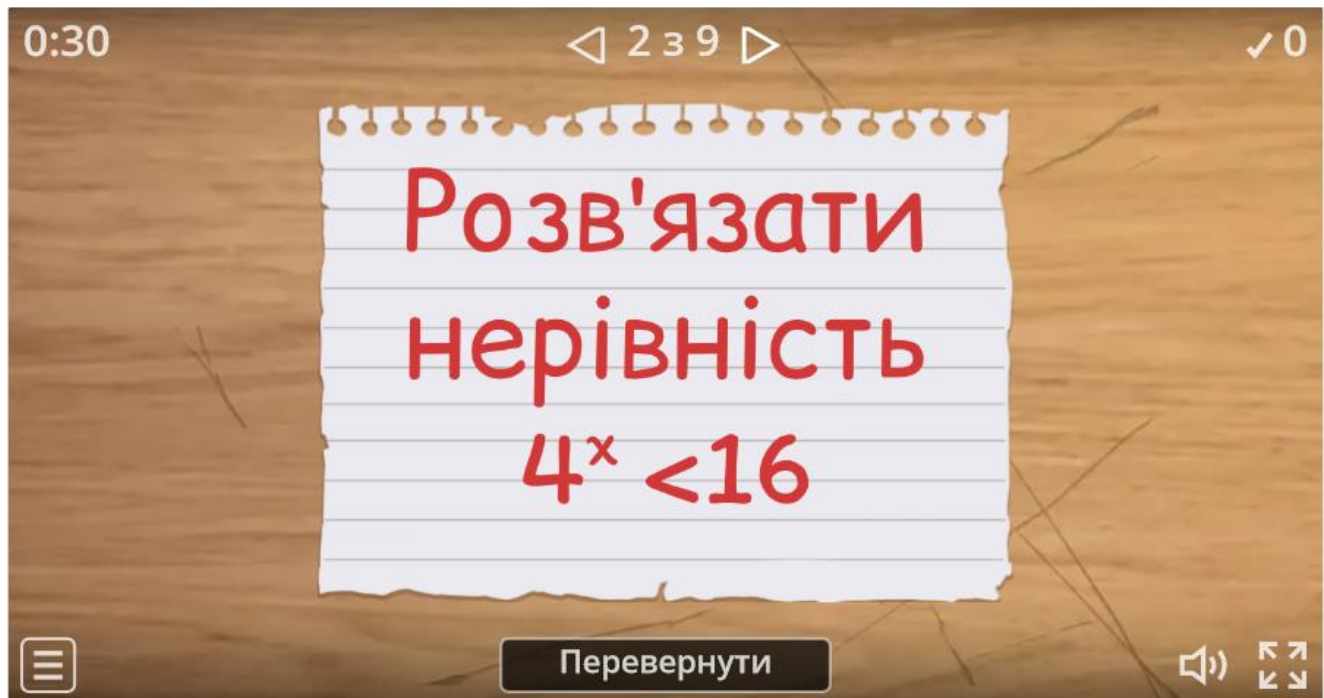


Рис. А.4 Завдання «Флеш карти»

Завдання «Ігрова вікторина з кількома варіантами відповіді» дозволяє учням перевірити свої знання з теми показникових рівнянь у форматі інтерактивної гри. Кожне питання має кілька варіантів відповіді, з яких потрібно вибрати правильний. Завдання ускладнюється обмеженням часу на відповідь та складається з кількох етапів, включаючи основну гру та бонусний раунд.



Рис. А.5 Завдання «Ігрова вікторина з кількома варіантами відповіді»

QR-код для доступу:



2. Завдання на сервісі Learning Apps:

Вправа «Вільна текстова відповідь» — інтерактивна вправа, яка дозволяє перевірити знання учнів типових випадків розв'язування показникових рівнянь, а також розвинути їх вміння правильно формулювати відповіді в текстовому форматі. Учні отримують кілька показникових рівнянь, для яких необхідно знайти розв'язок. Якщо рівняння має корінь, учень має ввести відповідне значення x у текстове поле. Якщо рівняння не має розв'язків, потрібно ввести знак "–".

The screenshot shows a digital workspace with seven sticky notes, each containing an exponential equation and a text input field for the answer:

- $2^{x-1} = 4$
- $2^x = \frac{1}{4}$
- $\pi^x = 0$
- $2^x = \sqrt[4]{2}$
- $2^x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
- $2^x = \frac{1}{8}$
- $2^{x-1} = 1$

Рис. А.6 Вправа «Вільна текстова відповідь»

QR-код для доступу:



Вправа «Знайти пару» — інтерактивна вправа, спрямована на перевірку вмінь учнів розв'язувати показникові нерівності та співвідносити їх з правильними відповідями. Учням пропонується кілька нерівностей, потрібно не лише розв'язати їх, а й знайти пару відповідних розв'язків серед запропонованих варіантів.

Завдання:
Розв'яжіть показникові нерівності та знайдіть їхні пари розв'язків.

OK

Visible mathematical expressions on the cards include:

- $9^{1-3x} \leq 0$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}$
- $(-1; +\infty)$
- $0,2^{x+2} < 0,008$
- $(-\infty; -1)$
- $[1, 5; +\infty)$
- $(-\infty; 2)$
- $[-2; +\infty)$
- $(2; +\infty)$
- $\left(\frac{\pi}{3}\right)^x \leq 1$
- $\left(\frac{4}{9}\right)^x \geq \frac{27}{8}$
- $(-\infty; 0)$
- $(-3; +\infty)$
- $2^x < 0,5$
- $0,4^{6x+1} \geq 0,4^{2x+5}$
- $11^{x-5} < 11^{3x+1}$
- \emptyset
- $(-\infty; -1)$

Рис. А.7 Вправа «Знайти пару»

QR-код для доступу:



Вправа «Класифікація» — інтерактивна вправа, має на меті перевірити вміння учнів правильно класифікувати розв'язки показникових рівнянь серед кількох запропонованих варіантів. Учням надаються різноманітні показникові рівняння, для кожного з яких потрібно обрати правильний розв'язок із чотирьох запропонованих варіантів. Після вибору відповіді, учень отримує зворотний зв'язок, що дозволяє перевірити правильність свого вибору.

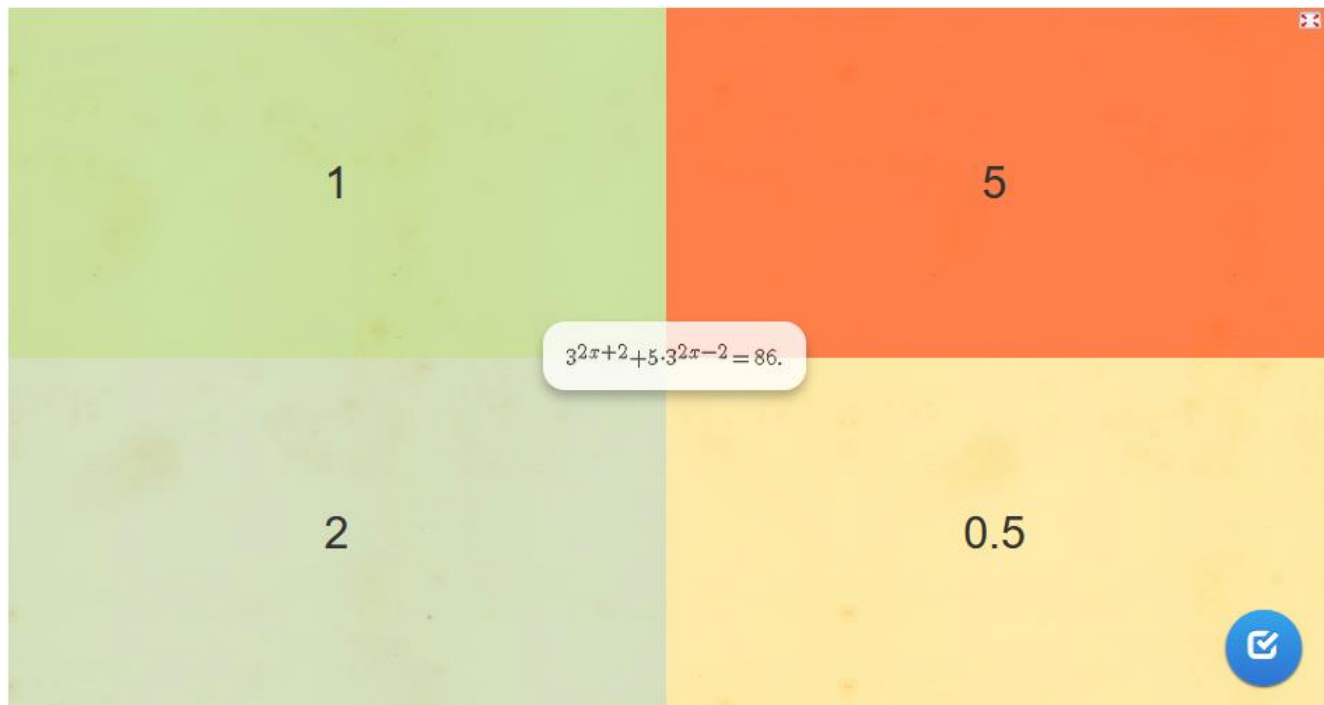


Рис. А.8 Вправа «Класифікація»

QR-код для доступу:



3. Тестування на сервісі Quizzzz:

Вікторина «Розв'язування показникових рівнянь» — тестове завдання перевіряє вміння учнів розв'язувати показникові рівняння. Кожне питання містить рівняння, яке потрібно розв'язати. Для кожного рівняння пропонується

кілька варіантів відповідей, з яких потрібно вибрати правильний.

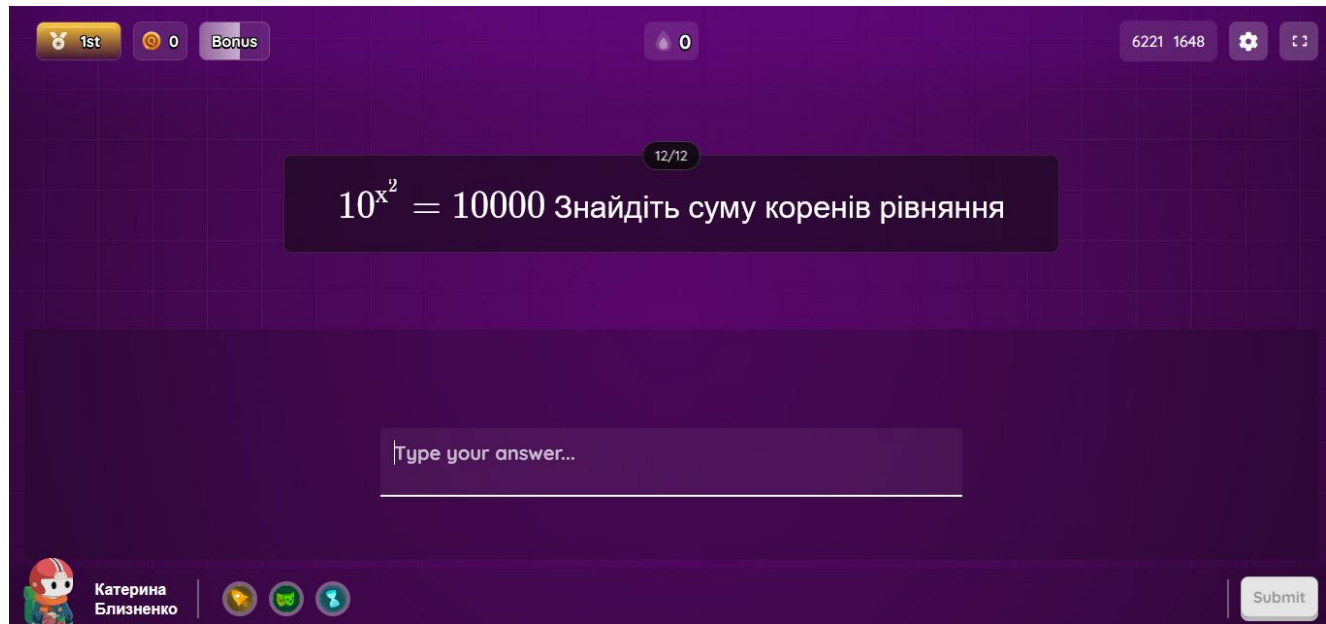


Рис. А.9 Вікторина «Розв'язування показникових рівнянь»

QR-код для доступу:



Вікторина «Показникові рівняння та нерівності» — призначена для перевірки знань учнів з теми показникових рівнянь і нерівностей. Вона включає різноманітні питання з вибором кількох варіантів відповіді. Питання охоплюють як прості рівняння, так і більш складні задачі з показниковими нерівностями.

Bonus

185 707

7/12

$$8^{\frac{2}{3}} - 2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Відповідь запишіть у вигляді десяткового дроби.

Type your answer...

Submit

Катерина
Близненко

Рис. А.10 Вікторина «Показникові рівняння та нерівності»

QR-код для доступу:

