

Університетська фізика

ЕЛЕКТРИКА



2024

SENIOR CONTRIBUTING AUTHORS
SAMUEL J. LING, TRUMAN STATE UNIVERSITY
JEFF SANNY, LOYOLA MARYMOUNT UNIVERSITY
WILLIAM MOEBS, FORMERLY OF LOYOLA MARYMOUNT
UNIVERSITY

<https://openstax.org/details/books/university-physics-volume-2>

Переклад з англійської
А. В. Здешиц

за редакцією
В. М. Здешиц

Кривий Ріг
КДПУ
2024

Університетська фізика. Електрика: навчальний посібник. Переклад з англійської А.В.Здещиц за редакцією В.М.Здещиц. Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний університет, 2024. 307 с.

Рецензенти:

М. Слюсаренко, кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри фізики та методики її навчання

Ю. Прихожа, доктор філософії PhD, ст. викл. кафедри фізики та методики її навчання

Викладено поняття і принципи електрики і магнетизма, застосування їх методів для визначення параметрів електромагнітного поля.

Посібник призначено для супроводу електронного навчального курсу дисципліни “Електрика і магнетизм” і використання під час самостійної роботи студентів педагогічних ВНЗ.

Навчальний посібник затверджено на засіданні кафедри фізики та методики її навчання

«28» травня 2024 р., протокол № 10.

Завідувач кафедри _____ Микола Слюсаренко

Зміст

Вступ	6
Розділ 1. Електричні заряди і поля	7
Введення	7
1.1 Електричний заряд	7
1.2 Провідники, ізолятори та індукційна зарядка	17
1.3 Закон Кулона	21
1.4 Електричне поле	28
1.5 Обчислення електричних полів розподілу заряду	36
1.6 Лінії електричного поля	45
1.7 Електричні диполі	50
Розділ 2. Закон Гаусса	53
Введення	53
2.1 Електричний потік	55
2.2 Пояснення закону Гаусса	65
2.3 Застосування закону Гаусса	73
2.4 Провідники в електростатичній рівновазі	90
Розділ 3. Електричний потенціал	102
Введення	102
3.1 Електрична потенційна енергія	103
3.2 Електричний потенціал і різниця потенціалів	112
3.3 Розрахунки електричного потенціалу	127
3.4 Визначення поля з потенціалу	140
3.5 Еквіпотенціальні поверхні та провідники	144
3.6 Застосування електростатики	156
Розділ 4. Ємності	161
Введення	161
4.1 Конденсатори і ємність	161
4.2 Конденсатори послідовно і паралельно	175
4.3 Енергія, що зберігається в конденсаторі	182
4.4 Конденсатор з діелектриком	187
4.5 Молекулярна модель діелектрика	191
Розділ 5. Струм і опір	200
Введення	200
5.1 Електричний струм	201
5.2 Модель провідності в металах	208
5.3 Питомий опір і опір	215
5.4 Закон Ома	226
5.5 Електрична енергія та електроенергія	231
5.6 Надпровідники	241
Розділ 6. Електричне коло постійного струму	248

Введення	249
6.1 Електрорушійна сила	249
6.2 Резистори послідовно і паралельно	258
6.3 Правила Кірхгофа	273
6.4 Електричні вимірювальні прилади	289
6.5 Радіокеровані схеми	293
6.6 Побутова електропроводка та електробезпека	301

Вступ

The OpenStax – некомерційна організація, що базується в Університеті Райса (США), місія якої — покращити доступ студентів до освіти. Підручники, створені OpenStax, є високоякісними навчальними матеріалами, які підтримують найвищі стандарти академічної вимогливості.

У перекладі тої частини книги “University Physics Volume 2”, яка стосується електромагнетизму, представлені його класичні ідеї та методи розв’язання задач. Саме у цій книзі розглядаються електричні явища.

Більшість тем починаються з спостережень, які вносять ясність у предмет навчання та визначеність у проявах законів електромагнетизму. Приклади та зображення, що відкривають розділи, є сучасними проявами повсякденного життя або сучасної науки та техніки, з якими студенти мають безпосередній стосунок: від смартфонів до Інтернету та пристроїв GPS.

Ключові історичні постаті, їх ідеї та фундаментальні експерименти обговорюються, з акцентом на їх вплив на розвиток розуміння фізичної картини Всесвіту.

Вправи в розділах зазвичай складаються з трьох частин: стратегія, розв’язок та обговорення, щоб підкреслити, як підійти до проблеми, як працювати з рівняннями та як перевірити й узагальнити результат. Щоб студенти зрозуміли важливі ідеї прикладів за ними йдуть запитання.

Для практики у окремому підручнику “Збірник задач з електромагнетизму” студентам надаються вправи для кожного розділу, які складаються з:

- Концептуальних запитань, які не вимагають розрахунків, але перевіряють засвоєння студентом ключових понять.
- Задач, які перевіряють навички студентів розв’язувати проблеми та здатність застосовувати ідеї до практичних ситуацій.
- Додаткових задач, для розв’язку яких застосовуються отримані знання, змушуючи студентів визначати, які концепції та рівняння підходять для розв’язання заданих задач. У разі отримання необґрунтованих результатів, студентам пропонується надати відповідь, чому умови задачі є некоректними та які зроблені припущення можуть бути неправильними.
- Проблемних завдань, які поширюють ідеї електромагнетизму на цікаві складні ситуації.

ЕЛЕКТРИЧНІ ЗАРЯДИ І ПОЛЯ

У цьому розділі вивчається електрична сила, яка діє на всі об'єкти з властивістю, яку називають зарядом. Це може бути сила притягання або сила відштовхування, що відрізняє її, наприклад, від сил гравітації. Електрична сила допомагає утримувати атоми разом, тому вона має принципове значення при вивченні матерії. Вона також керує більшістю повсякденних взаємодій, з якими ми маємо справу, від хімічних взаємодій до біологічних процесів.

1.1. Електричний заряд

Ви, напевно, стикалися з феноменом **статичної електрики**: коли ви дістаєте одяг із сушильної машини, багато (не всі) з нього злипаються; деякі тканини дуже важко відокремити. Інший приклад — якщо ви швидко знімете вовняний светр — ви можете відчути (і почути звук), як статична електрика тягне ваш одяг і навіть волосся. Пінопластові клаптики чомусь прилипають до хутряної шкірки kota (рис. 1. 1).



Рис. 1.1. Електричні заряди існують навколо нас. Вони можуть викликати відштовхування предметів один від одного або притягання один до одного

Якщо ви розчешете волосся в сухий день, а потім піднесете гребінець до тонкого струменя води, що виходить із крана, ви побачите, як струмінь води нахилиється до гребінця (рис. 1.2).

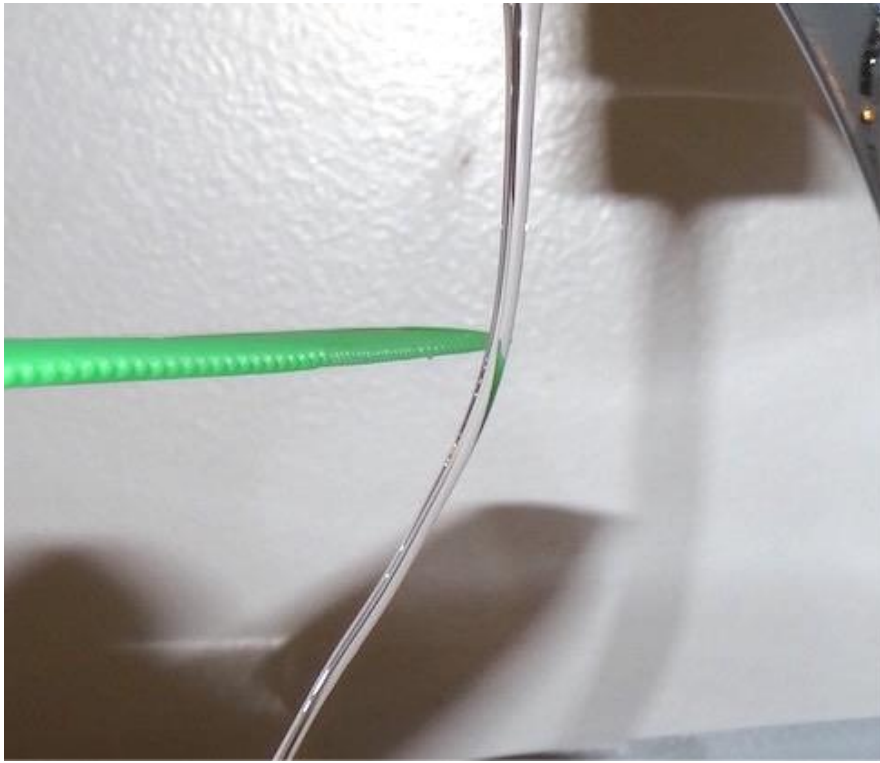


Рис. 1.2. Електрично заряджений гребінець притягує струмінь води

Коли ви підносите гребінець до маленьких смужок паперу, смужки паперу притягуються до гребінця і навіть чіпляються за нього (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Після розчісування волосся цей гребінець здалеку притягує маленькі смужки паперу без фізичного контакту. Дослідження цієї поведінки смужок паперу допомогло створити концепцію електричної сили

Якщо з рулону швидко знімати пластикову харчову плівку, вона буде прилипати до будь-якого неметалічного матеріалу (наприклад, пластику, скла чи їжі). Якщо потерти повітряну кульку об стіну кілька секунд, вона прилипне до стіни. Ймовірно, найнеприємнішим ефектом від статичної електрики є електричний удар від дверної ручки, або після човгання ногами по деяких типах килимів.

Багато з цих явищ відомі тисячоліттями. Давньогрецький філософ Фалес з Мілета (624–546 рр. до н. е.) записав, що коли бурштин (тверда напівпрозора скам'яніла смола з вимерлих дерев) енергійно потерти шматком хутра, утворюється сила, яка змушує хутро та бурштин притягуватися один до одного (рис. 1.4). Крім того, він виявив, що натертій бурштин не тільки притягує хутро, а хутро притягує бурштин, але вони обидва можуть впливати на інші (неметалічні) предмети, навіть якщо вони не контактують з цими предметами (рис. 1.5).



Рис. 1.4. Коли шматок бурштину потерти шматочком хутра, бурштин отримує більше електронів, що дає йому надлишковий негативний заряд. При цьому хутро, втративши електрони, заряджається позитивно

Англійський фізик Вільям Гілберт (1544–1603) також вивчав цю силу тяжіння, використовуючи різні речовини. Він працював з бурштином, а крім того, експериментував з гірським кришталем і різними дорогоцінними і напівдорогоцінними каменями. Він також експериментував з кількома металами. Гілберт виявив, що метали ніколи не виявляли такої сили, тоді як мінерали – виявляли. Крім того, хоча наелектризований бурштиновий стрижень притягував шматок хутра, він відштовхував інший наелектризований бурштиновий стрижень.

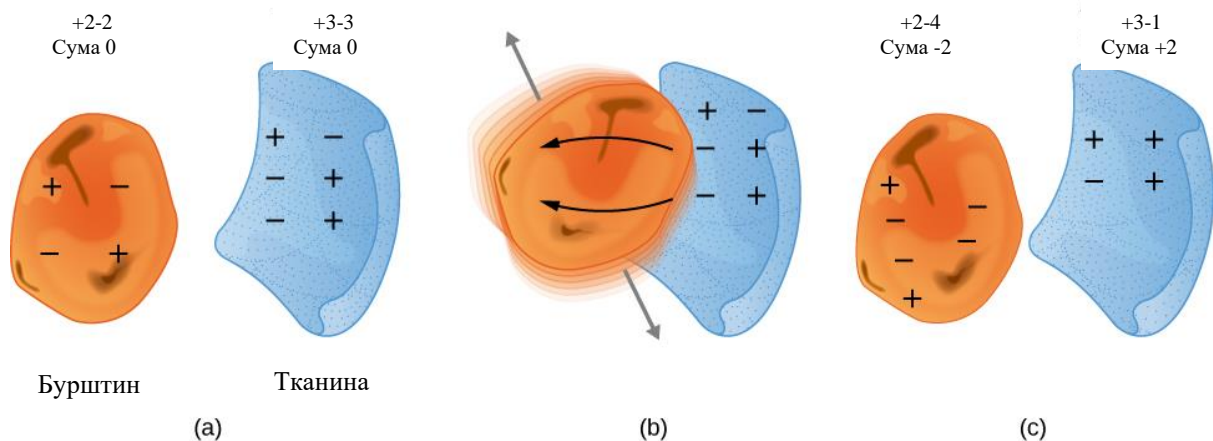


Рис. 1.5. Коли матеріали труться, заряди можуть розділятися, особливо якщо один матеріал має більшу спорідненість до електронів, ніж інший. (а) І бурштин, і тканина спочатку нейтральні, з рівними позитивними і негативним зарядами. Залучено лише крихітну частку зарядів, і лише деякі з них показані тут. (б) Під час тертя одного з іншим негативний заряд передається бурштині, залишаючи тканину з позитивним зарядом. (с) Після розділення бурштин і тканина мають надлишкові заряди, але абсолютне значення сумарних позитивних і негативних зарядів буде рівним

Так само два наелектризовані шматки хутра відштовхувалися один від одного. Це свідчить про те, що існує два типи електричної властивості. Цю властивість з часом стали називати **електричним зарядом**. Різниця між двома типами електричного заряду полягає в напрямках електричних сил, які спричиняє кожен тип заряду: ці сили є відштовхувальними, коли однаковий тип заряду існує на двох взаємодіючих об'єктах, і притягальними, коли заряди протилежних типів. Одиницею вимірювання електричного заряду в СІ є **кулон (Кл)**, на честь французького фізика Шарля-Огюстена де Кулона (1736–1806).

Найбільш незвичайним аспектом цієї сили є те, що вона не потребує фізичного контакту між двома об'єктами, щоб викликати прискорення. Це приклад так званої «далекодіючої» сили (або, як пізніше сформулював це Джеймс Клерк Максвелл, «дія на відстані»). За винятком сили тяжіння, усі інші сили, які вивчалися в механіці, діють лише тоді, коли два взаємодіючих об'єкти фактично торкаються один одного.

Зберегти заряд стало можливим завдяки винаходу «Лейденської банки», яка, по суті, є скляною банкою з двома листами металевої фольги, один всередині та один зовні, зі склом між ними (рис. 1.6). Цей винахід був здійснений незалежно німецьким священиком Енвальдом Георгом фон Клейстом 11 жовтня 1745 року та нідерландським вченим Пітером ван Мушенбруком з Лейдена у 1745-1746 роках. Поява Лейденської банки мала фундаментальне значення для всіх подальших досліджень в галузі електрики.

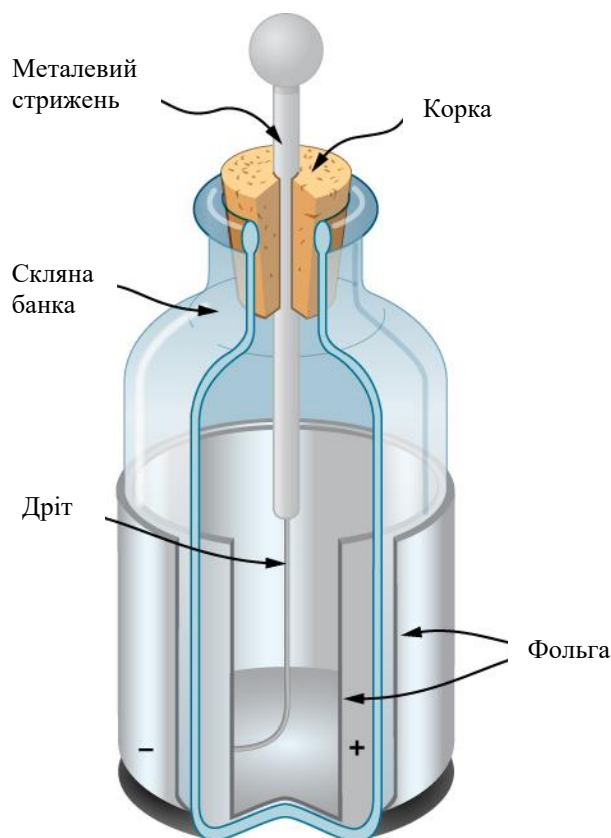


Рис. 1.6. Лейденська банка (рання версія того, що зараз називається конденсатором) дозволяла експериментаторам зберігати велику кількість електричного заряду. Бенджамін Франклін використав таку банку, щоб продемонструвати, що блискавка поведилася так само, як електрика, яку він отримував від обладнання у своїй лабораторії

Американський фізик Бенджамін Франклін (1706-1790), один із «батьків-засновників» США, пояснив принцип дії лейденської банки, встановивши, що головну роль у ній відіграє діелектрик (скло), що розділяє електропровідні обкладки. Він зазначив, що спостережувану поведінку зарядів можна пояснити, якщо припустити, що один із двох типів заряду залишається нерухомим, а інший тип заряду перетікає з одного шматка фольги на інший. Далі він запропонував назвати надлишок цієї «електричної рідини» «позитивною електрикою», а її дефіцит — «негативною електрикою». Його пропозиція з деякими незначними змінами є моделлю, яку ми використовуємо сьогодні. (З огляду на експерименти, які він зміг провести, це було чистим припущенням; він не мав можливості фактично визначити знак рухомого заряду. На жаль, він припустив неправильно; тепер ми знаємо, що заряди, які течуть, це ті, які Франклін позначив як негативні, а позитивні заряди залишаються в основному нерухомими. На щастя, як ми побачимо, немає ніякої практичної чи теоретичної різниці, який вибір ми зробимо, доки ми залишаємося послідовними зі своїм вибором).

Перерахуємо спостереження щодо цієї **електричної сили**:

- Сила діє без фізичного контакту між двома об'єктами.
- Сила може бути або притягальною, або відштовхувальною: якщо два взаємодіючі об'єкти несуть однаковий знак заряду, сила є відштовхуючою; якщо заряди мають протилежний знак, то сила є притягальною. Ці взаємодії називають відповідно **електростатичним відштовхуванням** і **електростатичним притяганням**.
- Не на всі об'єкти діє ця сила.
- Величина сили швидко зменшується зі збільшенням відстані між об'єктами.

Якщо бути більш точними, було виявлено експериментально, що величина сили зменшується зі збільшенням відстані між двома взаємодіючими об'єктами пропорційно оберненому квадрату відстані. Так, наприклад, коли відстань між двома взаємодіючими об'єктами подвоюється, сила між ними зменшується у чотири рази, ніж у вихідній системі. Ми також можемо помітити, що оточення заряджених об'єктів впливає на величину сили. Ми розглянемо це питання в наступному розділі.

Властивості електричного заряду

Крім існування двох типів заряду, було виявлено кілька інших властивостей заряду.

- **Заряд квантується.** Це означає, що електричний заряд виникає в дискретних кількостях, і існує найменша можлива кількість заряду, яку може мати об'єкт. У системі СІ це найменша кількість $e \equiv 1,602 \times 10^{-19}$ Кл. Жодна вільна частинка не може мати менший заряд ніж цей, і, отже, заряд будь-якого об'єкта — заряд усіх об'єктів — має бути цілим числом, кратним цій величині. Усі макроскопічні заряджені об'єкти мають заряд, оскільки електрони або додаються, або відбираються від них, що призводить до сумарного заряду.
- **Величина заряду не залежить від його типу.** Іншими словами, це найменший можливий позитивний заряд (до чотирьох значущих цифр) $+1,602 \times 10^{-19}$ Кл, а найменший можливий негативний заряд становить $-1,602 \times 10^{-19}$ Кл; ці значення абсолютно рівні. Такими виявилися закони фізики нашого Всесвіту.
- **Заряд зберігається.** Заряд не може бути ні створений, ні знищений; його можна лише переносити з місця на місце, з одного предмета на інший. Це означає, що якщо два об'єкти, які мають однакові та протилежні заряди, фізично близькі один до одного, тоді (протилежно спрямовані) сили, які вони прикладають до іншого зарядженого об'єкта, скасовуються, і сумарна сила дорівнює нулю. *Важливо:* заряди на об'єктах ні в якому разі не зникають. Сумарний заряд Всесвіту постійний.
- **У закритих системах заряд зберігається (закон збереження заряду).**

Джерело зарядів: будова атома

Як тільки стало зрозуміло, що вся матерія складається з частинок, які стали називати атомами, також швидко з'ясувалося, що до складу атома входять як позитивно, так і негативно заряджені частинки. Наступне питання полягало в тому, які фізичні властивості цих електрично заряджених частинок?

Першою була відкрита негативно заряджена частинка. У 1897 році англійський фізик Дж. Дж. Томсон вивчав те, що тоді було відомо як *катодні промені*. Кілька років тому англійський фізик Вільям Крукс показав, що ці «промені» були негативно заряджені, але його експерименти не змогли сказати більше, ніж це. (Той факт, що вони несли негативний електричний заряд, був переконливим доказом того, що це були зовсім не промені, а частинки.) Томсон підготував пучок цих частинок і послав їх крізь схрещені електричне та магнітне поля та відрегулював напруженість різних полів так, поки прогин траєкторії від сумарної дії двох полів не став нульовим. За допомогою цього експерименту він зміг визначити *відношення заряду до маси частинки*. Це співвідношення показало, що маса частинки була набагато меншою, ніж маса будь-якої іншої раніше відомої частинки — фактично в 1837 разів менша. Згодом цю частинку стали називати **електроном**.

Оскільки атом в цілому електрично нейтральний, наступним питанням було визначити, як позитивні та негативні заряди розподіляються в атомі. Сам Томсон уявляв, що його електрони вмонтовані в якусь позитивно заряджену пасту, розмазану по всьому об'єму атома. Однак у 1908 році новозеландський фізик Ернест Резерфорд показав, що позитивні заряди атома існували в крихітному ядрі — ядрі — яке займало дуже малу частку від загального об'єму атома, але зберігало понад 99 % маси. Крім того, він показав, що негативно заряджені електрони постійно обертаються навколо цього ядра, утворюючи щось на зразок електрично зарядженої хмари, яка оточує ядро (рис. 1.7). **Резерфорд дійшов висновку**, що ядро побудоване з маленьких масивних частинок, які він назвав **протонами**.

Оскільки було відомо, що різні атоми мають різну масу і що зазвичай атоми електрично нейтральні, було природно припустити, що різні атоми мають різну кількість протонів у своєму ядрі, з рівною кількістю негативно заряджених електронів, що обертаються навколо позитивно зарядженого ядра, таким чином роблячи атоми загалом електрично нейтральними. Проте незабаром було виявлено, що хоча найлегший атом, водень, справді мав один протон як ядро, наступний найважчий атом — гелій — має вдвічі більше протонів (два), але *вчетверо* більшу масу, ніж водень.

Ця таємниця була розкрита в 1932 році англійським фізиком Джеймсом Чедвіком, відкрившим **нейтрон**.



Рис. 1.7. Ця спрощена модель атома водню показує позитивно заряджене ядро (що у випадку водню складається з одного протона), оточене електронною «хмарою». Заряд електронної хмари дорівнює (і протилежний за знаком) заряду ядра, але електрон не має певного місця розташування в просторі; отже, його представлено тут у вигляді хмари. Нормальна макроскопічна кількість матерії містить величезну кількість атомів і молекул, а отже, ще більшу кількість індивідуальних негативних і позитивних зарядів

Нейтрон, по суті, є електрично нейтральним двійником протона без електричного заряду, але (майже) однаковою масою. Тому ядро гелію має два нейтрони разом із двома протонами. (Пізніші експерименти показали, що хоча нейтрон загалом електрично нейтральний, *він має* внутрішньо *структурований* позитивний і негативний заряд. Крім того, хоча маси нейтрона та протона *майже* рівні, вони не зовсім рівні: маса нейтрона трохи більша за масу протона. Це невеликий надлишок маси виявився дуже важливим. Однак це історія, яку доведеться почекати до вивчення сучасної ядерної фізики.

Таким чином, у 1932 році картина атома представляла собою маленьке, масивне ядро, побудоване з комбінації протонів і нейтронів, оточене набором електронів, спільний рух яких утворював щось на зразок негативно зарядженої «хмари» навколо ядра (рис. 1.8).

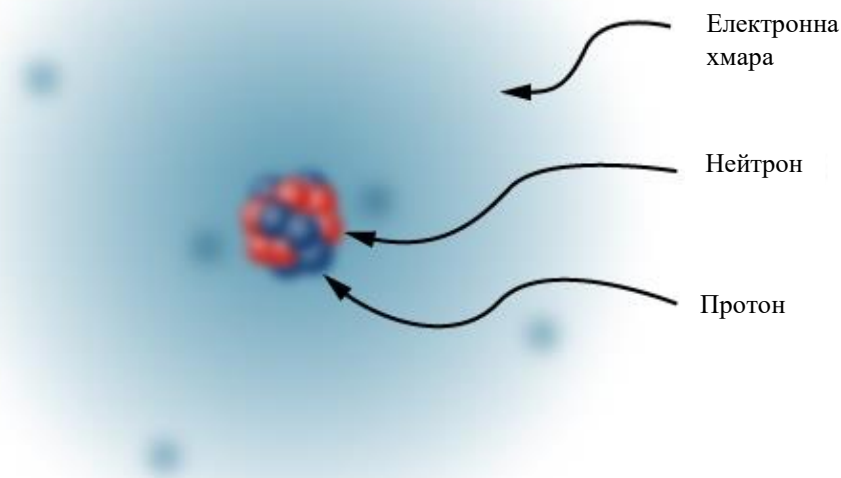


Рис. 1.8. Ядро атома Карбону складається з шести протонів і шести нейтронів. Як і у водню, навколишні шість електронів не мають певного розташування, тому їх можна вважати свого роду хмарою, що оточує ядро

В електрично нейтральному атомі загальний негативний заряд сукупності електронів дорівнює загальному позитивному заряду в ядрі. Електрони з дуже малою масою можуть бути більш-менш легко видалені або додані до атома, змінюючи сумарний заряд атома (хоча без зміни його типу). Атом, заряд якого змінено таким чином, називається **іоном**. У позитивних іонів було видалено електрони, тоді як у негативних іонів додано надлишок електронів. Ми також використовуємо цей термін для опису молекул, які не є електрично нейтральними.

Однак історія атома на цьому не закінчується. У другій половині двадцятого століття в ядрі атома було виявлено багато інших субатомних частинок: піони, нейтрино та кварки, серед інших. За винятком фотона, жодна з цих частинок не має прямого відношення до вивчення електромагнетизму, тому ми відкладаємо їх подальше обговорення до розділу про фізику елементарних частинок.

Примітка щодо термінології

Як зазначалося раніше, електричний заряд — це властивість, яку може мати об'єкт. Це подібно до того, як об'єкт може мати властивість, яку ми називаємо масою, властивість, яку ми називаємо густиною, властивість, яку ми називаємо температурою, і так далі. Технічно ми завжди повинні говорити щось на кшталт: «Припустімо, що у нас є частинка, яка несе заряд

3 мкКл». Однак натомість дуже часто кажуть: «Припустімо, у нас є 3 - х мкКл заряд». Так само ми часто говоримо щось на кшталт: «Шість зарядів розташовані у вершинах правильного шестикутника». Заряд не є частинкою; швидше, це *властивість* частинки. Тим не менш, ця термінологія надзвичайно поширена (і часто використовується в цій книзі). Отже, запам'ятайте, що ми насправді маємо на увазі, коли говоримо «технічною» мовою.

1.2. Провідники, ізолятори та індукований заряд

У попередньому розділі ми говорили, що вчені змогли створити електричний заряд лише на неметалевих матеріалах і ніколи на металах. Щоб зрозуміти, чому це так, вам потрібно більше зрозуміти природу та структуру атомів. У цьому розділі ми обговорюємо, як і чому електричні заряди переміщуються або не переміщуються через матеріали (рис. 1.9). Більш повний опис наведено в наступному розділі.



Рис. 1.9. Цей адаптер живлення використовує металеві дроти та з'єднувачі для проведення електрики від настінної розетки до комп'ютера. Провідні дроти дозволяють електронам вільно рухатися через кабелі, які екрановані гумою та пластиком. Ці матеріали діють як ізолятори, які не дозволяють електричному заряду виходити назовні

Провідники та ізолятори

Як обговорювалося в попередньому розділі, електрони оточують крихітне ядро у формі (порівняно) величезної хмари негативного заряду. Однак ця хмара має певну структуру. Розглянемо атом найпоширенішого провідника — міді. Існує зовнішній електрон, який слабо зв'язаний з

ядром атома. Його можна легко зняти; потім він переходить до сусіднього атома. У великій кількості атомів міді (наприклад, у мідному дроті чи листі міді) ця величезна кількість зовнішніх електронів (по одному на атом) переміщується від атома до атома, і саме вони рухаються, коли тече електрика. Ці блукаючі, або «вільні» електрони називають **електронами провідності**, і тому мідь є чудовим **провідником** електричного заряду. Усі провідні елементи мають подібне розташування своїх електронів, з одним або двома електронами провідності. Це стосується більшості металів.

Ізолятори, навпаки, виготовляються з матеріалів, у яких відсутні електрони провідності; заряд тече з великими труднощами, якщо взагалі тече. Навіть якщо до ізоляційного матеріалу додається надлишковий заряд, він не може рухатися, залишаючись на місці нескінченно довго. Ось чому ізоляційні матеріали демонструють сили електричного притягання та відштовхування, описані раніше, тоді як провідники цього не роблять; будь-який надлишковий заряд, розміщений на провіднику, миттєво втече (через взаємне відштовхування існуючих зарядів), не залишаючись навколо надлишкового заряду для створення сил. Заряд не може проходити вздовж або через **ізолятор**, тому його електричні сили залишаються протягом тривалого часу. (Заряд розсіюється від ізолятора за достатній час). Бурштин, хутро та більшість напівдорогоцінних каменів є ізоляторами, як і такі матеріали, як дерево, скло та пластик.

Зарядження за допомогою індукції

Розглянемо докладніше, що відбувається в провіднику, коли до нього наближається електрично заряджений предмет. Як уже згадувалося, електрони провідності в провіднику здатні рухатися з майже повною свободою. У результаті, коли заряджений ізолятор (наприклад, позитивно заряджена скляна паличка) наближається до провідника, загальний заряд ізолятора діє електрично на електрони провідності. Оскільки стрижень заряджений позитивно, електрони провідності (які самі заряджені негативно) притягуються, течучи до ізолятора до ближньої сторони провідника (рис. 1.10).

Тепер провідник все ще в цілому електрично нейтральний; електрони провідності змінили положення, але вони все ще знаходяться в провідному матеріалі. Однак тепер провідник має *розподіл* заряду; ближній кінець (частина провідника, найближча до ізолятора) тепер має більше негативного заряду, ніж позитивного, і навпаки, для кінця, найдалшого від ізолятора переміщення негативних зарядів на ближню сторону провідника призводить до загального позитивного заряду в частині провідника, найдалшого від ізолятора.

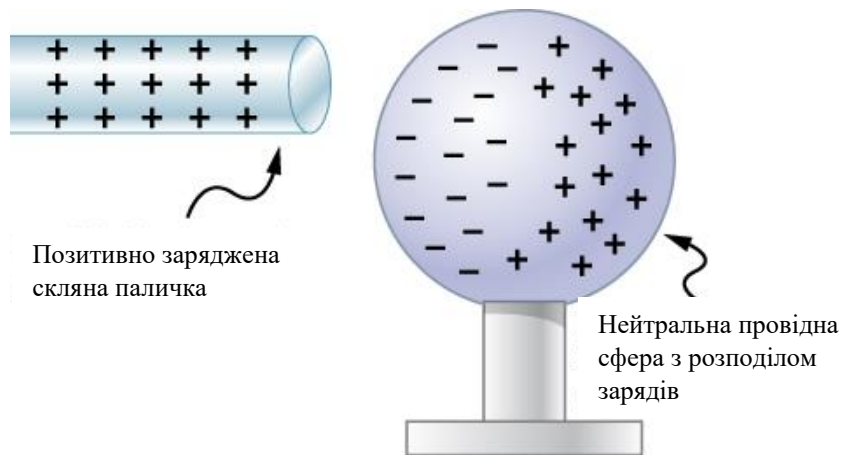


Рис. 1.10. Індукована поляризація. Позитивно заряджену скляну паличку підносять до лівої сторони провідної сфери, притягуючи негативний заряд і залишаючи іншу сторону сфери позитивно зарядженою. Хоча сфера в цілому все ще електрично нейтральна, тепер вона має розподіл зарядів, тому може чинити електричну силу на інші найближчі заряди. Крім того, розподіл такий, що вона буде притягуватися до скляної палички

Таким чином ми створили розподіл електричного заряду там, де його раніше не було. Цей процес називають *індукцією поляризації* — у цьому випадку поляризацією провідника. Результуюче розділення позитивного і негативного зарядів називають **поляризацією**, а матеріал або навіть молекулу, яка виявляє поляризацію, називають *поляризованою*. Подібна ситуація відбувається з негативно зарядженим ізолятором, але результуюча поляризація має протилежний напрямок. Результатом є утворення того, що називається електричним **диполем**, від латинської фрази, що означає «два кінці». Наявність електричних зарядів на ізоляторі та електричні сили, з якими вони діють на електрони провідності, створюють або «індукують» диполь у провіднику.

Нейтральні предмети можуть притягуватися до будь-якого зарядженого предмета. Наприклад, шматочки соломи, яких притягує полірований бурштин, нейтральні. Якщо ви проведете по волоссю пластиковим гребінцем, то заряджений гребінець може зібрати нейтральні клаптики паперу. На рис. 1. 11 показано, як поляризація атомів і молекул у нейтральних об'єктах призводить до їх притягання до зарядженого об'єкта.

Коли заряджений стрижень наближається до нейтральної речовини, в даному випадку ізолятора, розподіл заряду в атомах і молекулах трохи зміщується. Протилежний заряд притягується ближче до зовнішнього зарядженого стержня, а однотипний заряд відштовхується. Оскільки електростатична сила зменшується з відстанню, відштовхування однотипних зарядів слабше, ніж притягання різнотипних зарядів, тому існує сумарне притягання. Таким чином, позитивно заряджена скляна

паличка притягує нейтральні шматочки паперу, як і негативно заряджена гумова паличка.

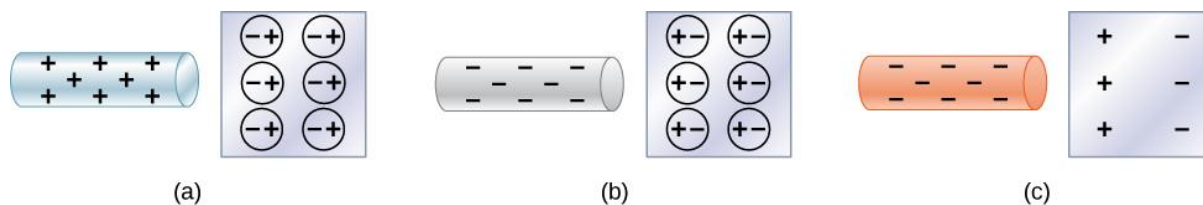


Рис. 1.11. І позитивні, і негативні об'єкти притягують нейтральний об'єкт, поляризуючи його молекули. (а) Позитивний об'єкт, піднесений до нейтрального ізолятора, поляризує його молекули. Існує невеликий зсув у розподілі електронів, що обертаються навколо молекули, з наближенням різних зарядів і віддаленням однакових зарядів. Оскільки електростатична сила зменшується з відстанню, виникає чисте притягання. (б) Негативний об'єкт створює протилежну поляризацію, але знову притягує нейтральний об'єкт. (с) Той самий ефект виникає для провідника; оскільки різні заряди ближче один до одного, існує чисте притягання

Деякі молекули, наприклад вода, є полярними молекулами. Полярні молекули мають природне розділення заряду, хоча загалом вони нейтральні. На полярні молекули особливо впливають інші заряджені об'єкти, і вони демонструють більший ефект поляризації, ніж молекули з природним рівномірним розподілом заряду.

Два кінці диполя можна роз'єднати. Цей метод **індукційного зарядження** можна використовувати для створення заряджених об'єктів без перенесення заряду (рис. 1.12). На рис. 1.12 ми бачимо дві нейтральні металеві сфери, які контактують одна з одною, але ізольовані від решти світу. Позитивно заряджений стрижень підносять до одної з них, притягуючи негативний заряд до одного боку, залишаючи іншу сферу позитивно зарядженою.

Інший спосіб індукційного зарядження показано на рис. 1.13. Нейтральна металева сфера поляризується, коли до неї наближається заряджений стрижень. Потім сферу заземлюють, тобто від сфери до землі протягують провідний дріт. Оскільки Земля велика і більша частина землі є хорошим провідником, вона може легко подавати або приймати надлишковий заряд. У цьому випадку електрони притягуються до сфери через дріт, який називають заземлюючим, оскільки він забезпечує провідний шлях до землі.

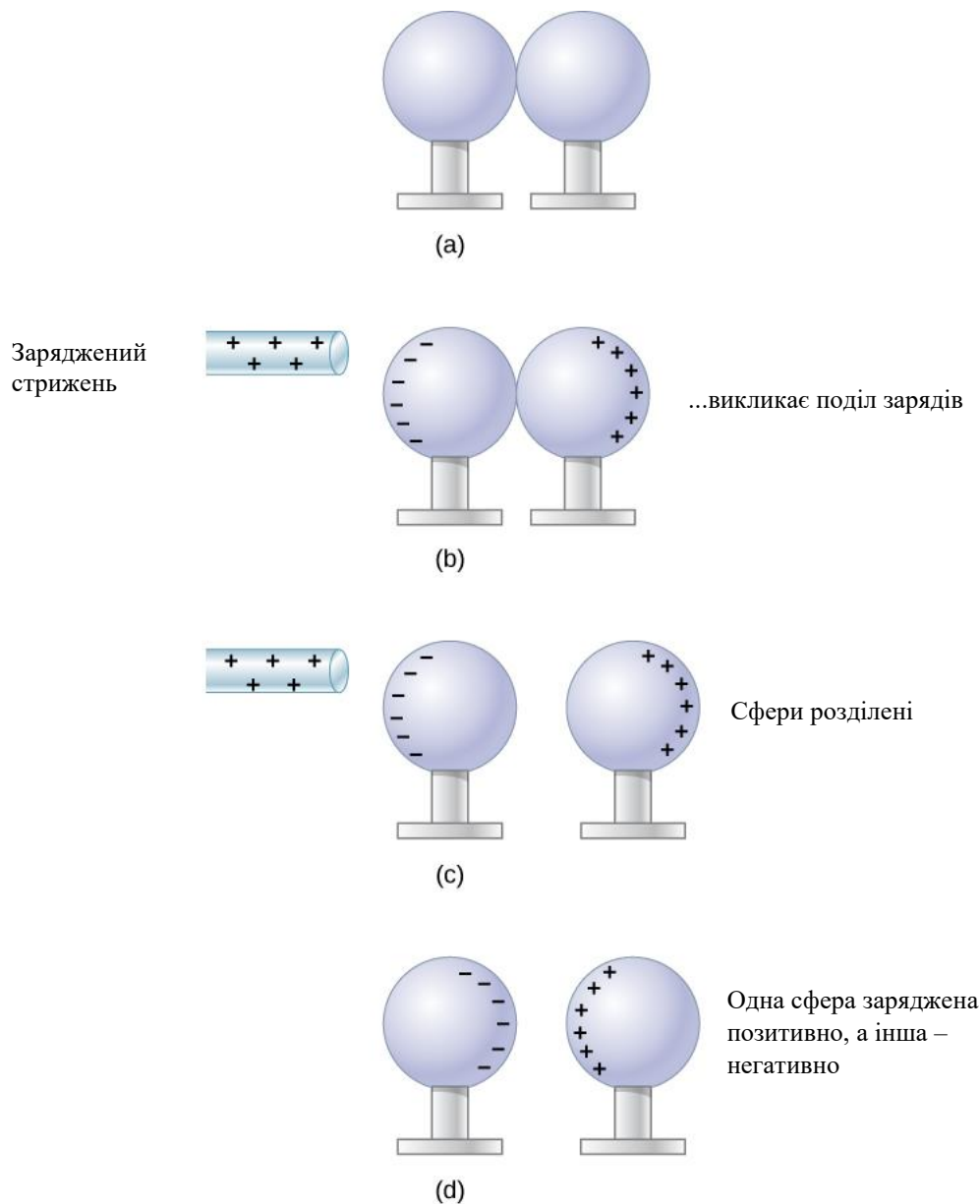


Рис. 1.12. Зарядження індукцією. (а) Дві незаряджені або нейтральні металеві сфери контактують одна з одною, але ізольовані від решти світу. (б) Позитивно заряджена скляна паличка підноситься до сфери зліва, притягуючи негативний заряд і залишаючи іншу сферу позитивно зарядженою. (с) Сфери розділяються перед видаленням стрижня, таким чином розділяючи негативні та позитивні заряди. (d) Сфери зберігають сумарні заряди після того, як індукційний стрижень видалено, і до них жодного разу не торкався заряджений предмет

З'єднання з землею розривається до того, як заряджений стрижень буде видалено, залишаючи сферу з надлишковим зарядом, протилежним заряду стрижня. Знову ж таки, під час індукційного зарядження досягається протилежний заряд, і заряджений стрижень не втрачає свого надлишкового заряду.

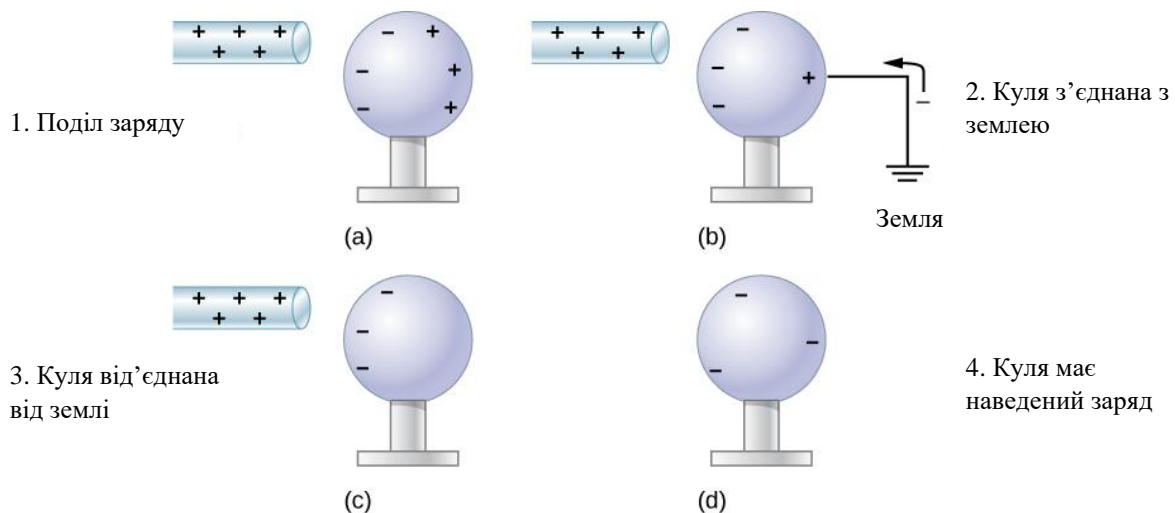


Рис. 1.13. Зарядження індукцією із заземленням. (а) Позитивно заряджений стрижень підносять до нейтральної металевої сфери, поляризуючи її. (б) Сфера заземлена, що дозволяє притягувати електрони у великої кількості з Землі. (с) Заземлення порушено. (д) Позитивний стрижень видаляється, залишаючи сферу з індуктованим негативним зарядом

1.3. Закон Кулона

Досліди з електричними зарядами показали, що якщо два об'єкти мають електричний заряд, то вони діють один на одного з електричною силою. Величина сили лінійно пропорційна сумарному заряду кожного об'єкта та обернено пропорційна квадрату відстані між ними. Напрямок вектора сили вздовж уявної лінії, що з'єднує два об'єкти, визначається знаками залучених зарядів.

Будемо позначати:

- \vec{F}_{12} = вектор сили, що діє зарядом 1 на заряд 2;
- \vec{r}_{12} = вектор зміщення від заряду q_1 до заряду q_2 .

Величина електричної сили \vec{F} на одному із зарядів пропорційна величині власного заряду і величині іншого заряду і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}.$$

Ця пропорційність перетворюється на рівність із введенням константи пропорційності. З причин, які стануть зрозумілими в наступному розділі, константа пропорційності, яку ми використовуємо, насправді є набором констант (ми обговоримо цю константу незабаром).

Закон Кулона:

Величина електричної сили (або **сили Кулона**) між двома електрично зарядженими частинками дорівнює:

$$|\vec{F}_{12}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2}. \quad (1.1)$$

Якщо заряди мають однаковий знак, сила діє в тому ж напрямку, що й \vec{r} демонструючи силу відштовхування. Якщо заряди мають різні знаки, сила діє протилежно \vec{r} демонструючи притягальну силу (рис. 1.14).

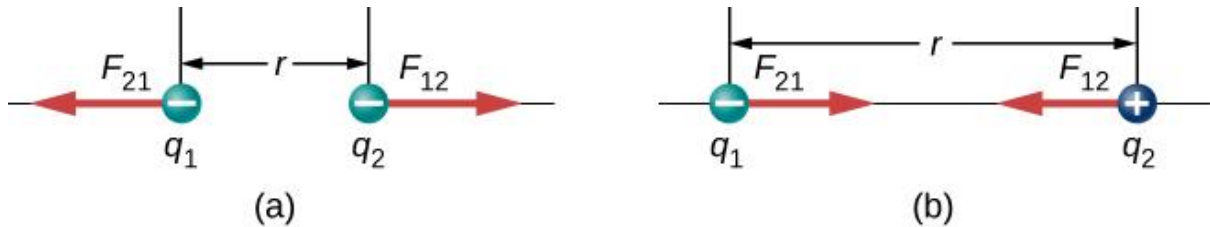


Рис. 1.14. Електростатична сила \vec{F} між точковими зарядами q_1 і q_2 на відстані r визначається законом Кулона. Зауважте, що третій закон Ньютона (кожна діюча сила створює рівнозначну протилежну силу) застосовується як зазвичай — сила, яка діє на q_1 дорівнює за величиною та протилежна за напрямком силі, яка діє на q_2 . (a) Заряди одного знаку; (b) Заряди протилежних знаків

Важливо відзначити, що електрична сила не є постійною; це функція відстані між двома зарядами. Якщо пробний заряд рухається, тоді \vec{r} змінюється, а також сила. Безпосереднім наслідком цього є те, що пряме застосування законів Ньютона з цією силою може бути математично складним, залежно від конкретної проблеми. Це (зазвичай) можна зробити, але ми майже завжди шукаємо простіші методи обчислення фізичної величини, яка нас цікавить (збереження енергії є найпоширенішим вибором).

Нову константу ϵ_0 в законі Кулона називають *діелектричною проникністю вільного простору* або (точніше) **діелектричною проникністю вакууму**. Вона має дуже важливе фізичне значення, яке ми обговоримо в наступному розділі; поки що це просто емпірична константа пропорційності. Її числове значення (з точністю до трьох значущих цифр) дорівнює:

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2).$$

Ці одиниці потрібні, щоб надати силі в законі Кулона правильні одиниці ньютонів. Зверніть увагу, що в законі Кулона діелектрична проникність вакууму є лише частиною постійної пропорційності. Для зручності ми часто визначаємо постійну Кулона так:

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

ПРИКЛАД 1.1. Сила, що діє на електрон у водні

Атом водню складається з одного протона й одного електрона. Протон має заряд $+e$, а електрон має $-e$. В «основному стані» атома

електрон обертається навколо протона на найбільш ймовірній відстані $5,29 \times 10^{-11} \text{ м}$ (рис. 1.15). Обчисліть електричну силу, що діє на електрон з боку протона.

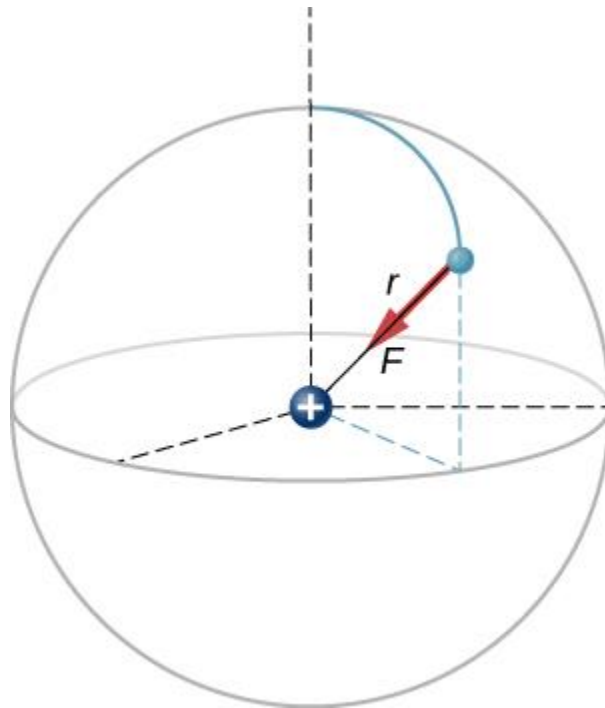


Рис. 1.15. Схематичне зображення атома водню, яке демонструє силу, що діє на електрон. Це зображення потрібно лише для того, щоб ми могли обчислити силу; атом водню насправді виглядає не так. Згадайте рис. 1.7

Стратегія

Ми розглядаємо електрон і протон як дві точкові частинки, кожна з яких має електричний заряд, і нам відома відстань між ними; нам потрібно обчислити силу, що діє на електрон. Для цього ми використовуємо закон Кулона.

Розв'язок

Величина двох зарядів та відстань між ними дорівнює:

$$q_1 = +e = +1,602 \times 10^{-19} \text{ Кл},$$

$$q_2 = -e = -1,602 \times 10^{-19} \text{ Кл},$$

$$r = 5,29 \times 10^{-11} \text{ м}.$$

Отже, величина сили, що діє на електрон, становить:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|e|^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi \left(8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \right)} \frac{(1,602 \times 10^{-19} \text{ Кл})^2}{(5,29 \times 10^{-11} \text{ м})^2} = 8,25 \times 10^{-8} \text{ Н}.$$

Що стосується напрямку, оскільки заряди двох частинок протилежні, – це сила притягання; сила, що діє на електрон, спрямована радіально прямо до протона всюди на орбіті електрона. Таким чином сила виражається так:

$$\vec{F} = (8,25 \times 10^{-8} \text{Н}) \hat{r}.$$

Обговорення

Це тривимірна система, тому електрон (i , отже, сила, що діє на нього) може бути де завгодно в уявній сферичній оболонці навколо протона. У цій «класичній» моделі атома водню електростатична сила, що діє на електрон, спрямована в доцентровому напрямку, таким чином зберігаючи орбіту електрона. Але зауважте, що квантово-механічна модель водню, яка обговорюється в квантовій механіці) зовсім інша.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 1.1

Що було б інакше, якби електрон також мав позитивний заряд?

Заряди з кількох джерел

Аналіз, який ми зробили для двох частинок, можна поширити на довільну кількість частинок. Зокрема, поставимо запитання: якщо задано N зарядів (які ми називаємо зарядом джерела), чому дорівнює сумарна електрична сила, з якою вони діють на інший точковий заряд (який ми називаємо пробним зарядом)? Зауважте, що ми використовуємо цей термін, оскільки пробний заряд використовується для перевірки сили, створеної джерелом зарядів.

Як і всі сили, які ми спостерігали досі, сумарна електрична сила на нашому пробному заряді є просто векторною сумою кожної окремої електричної сили, що діє на нього кожним зарядом джерела. Таким чином, ми можемо обчислити підсумкову силу, що діє на пробний заряд Q , обчисливши силу, що діє на нього, від кожного вихідного заряду, взятого по одному, а потім векторно додавши всі ці сили разом. Ця здатність додавати окремі сили таким чином називають **принципом суперпозиції** і є однією з найважливіших особливостей електричної сили. У математичній формі це виглядає так:

$$\vec{F}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i. \quad (1.2)$$

У цьому виразі Q є зарядом частинки, яка відчуває електричну силу \vec{F} , і знаходиться на відстані \vec{r} від N інших q_i -х зарядів, а вектори \vec{r}_i – зміщення від положення i -го заряду до положення заряду Q . Кожен з N одиничних векторів спрямований безпосередньо від пов'язаного з ним заряду джерела до пробного заряду. Все це зображено на рис. 1.16. Зверніть увагу, що немає фізичної різниці між Q і q_i ; різниця в мітках лише для того, щоб дозволити чітке обговорення, при цьому Q є зарядом, на якому ми визначаємо дію сили.

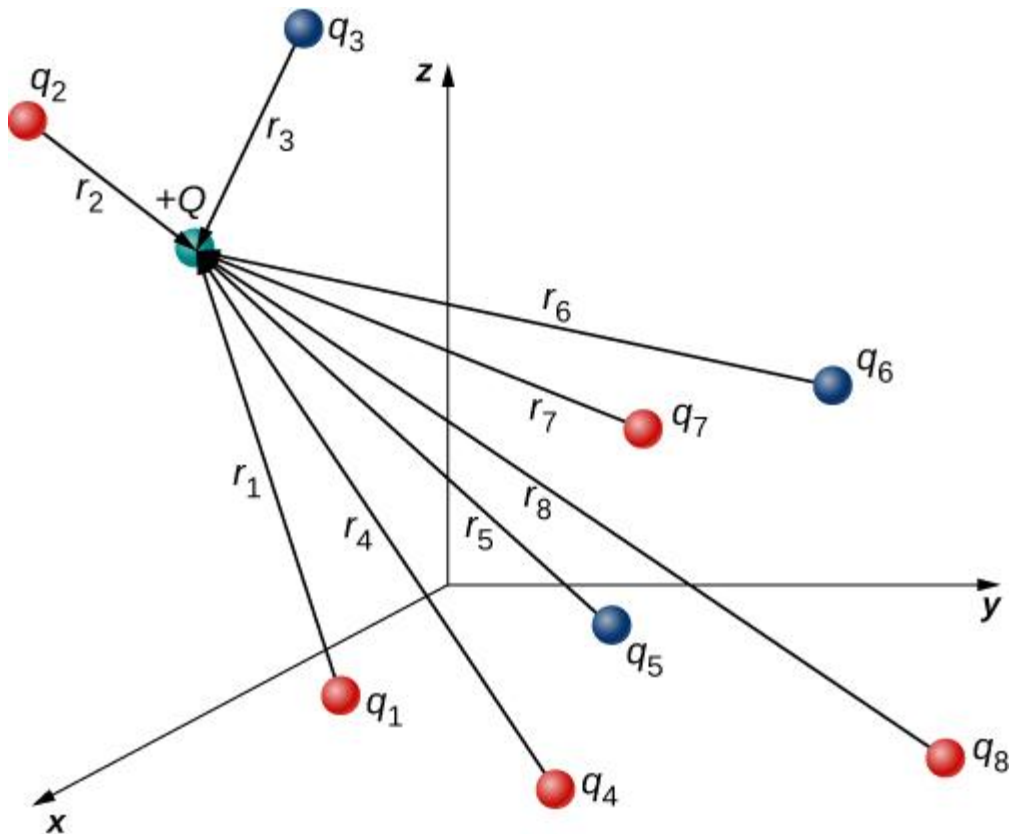


Рис. 1.16. Кожен з восьми зарядів прикладає силу до одного пробного заряду Q . Кожну силу можна розрахувати незалежно від інших семи сил. У цьому полягає суть принципу суперпозиції

Зверніть увагу, що вектор сили \vec{F}_i не обов'язково вказує в тому ж напрямку, що й одиничний вектор \vec{r}_i ; він може вказувати в протилежному напрямку, $-\vec{r}_i$. Знаки заряду джерела і пробного заряду визначають напрямок сили, що діє на пробний заряд.

Однак є ускладнення. Подібно до того, як заряди джерела діють на пробний заряд, так само (згідно з третім законом Ньютона) пробний заряд діє на кожен із зарядів джерела з рівною протилежною силою. Як наслідок, кожен заряд джерела змінить положення. Однак згідно з рівнянням 1.2 сила, що діє на пробний заряд, є функцією положення; таким чином, під час зміни положення зарядів джерела сумарна сила на пробному заряді обов'язково змінюється, що змінює силу, яка знову змінює положення зарядів. Таким чином, весь математичний аналіз швидко стає складним. Пізніше ми навчимося методу вирішення цієї проблеми, але поки що ми робимо спрощене припущення, що заряди джерела якимось чином закріплені на місці, так що їх положення є постійними в часі (пробний заряд може рухатися). З цим обмеженням аналіз зарядів відомий як **електростатика**, де «статика» стосується постійних (тобто статичних) положень джерел зарядів, а сила — як **електростатична сила**.

ПРИКЛАД 1.2. Сукупна сила від двох зарядів

Три різні, невеликі заряджені об'єкти розміщені так, як показано на рис. 1.17. Заряди q_1 і q_3 фіксуються на місці; q_2 може вільно пересуватися. Дано: $q_1 = 2e$, $q_2 = -3e$, $q_3 = -5e$, $d = 2,0 \times 10^{-7}$ м. Яка сумарна сила діє на середній заряд q_2 ?

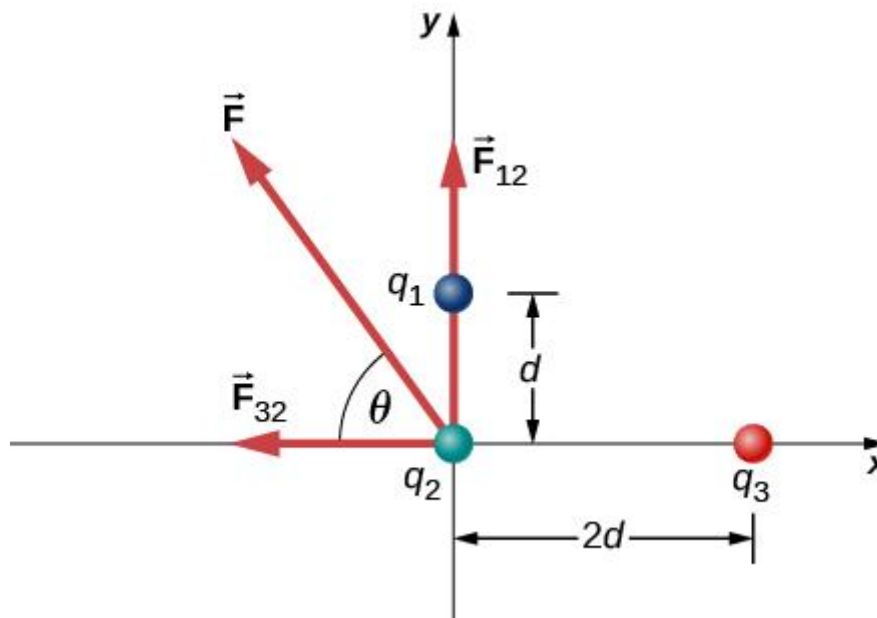


Рис. 1.17. Джерело зарядів q_1 і q_3 , кожен з яких прикладає силу до заряду q_2

Стратегія

Знову використовуємо закон Кулона, де q_2 – пробний заряд. Принцип суперпозиції вказує на те, що на силу, яка діє на q_2 від кожного з інших зарядів не впливає присутність іншого заряду. Тому запишемо силу, яка діє на q_2 від кожного заряду та додамо їх векторно разом.

Розв'язок

У нас є два джерела заряду (q_1 і q_3), пробний заряд (q_2), відстані (r_{12} і r_{32}) і треба знайти силу. За законом Кулона та суперпозицією двох сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_2 q_1}{r_{12}^2} \hat{j} + \left(-\frac{q_2 q_3}{r_{32}^2} \hat{i} \right) \right].$$

Ми не можемо додати ці сили скалярно, оскільки вони не діють в одному напрямку: \vec{F}_{32} діє в напрямку $-x$, тоді як \vec{F}_{12} діє в напрямку $+y$. Сумарну силу отримуємо із застосування теореми Піфагора до її компонентів F_x та F_y :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2},$$

де

$$\begin{aligned}
 F_x &= -F_{32} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{32}^2} = \\
 &= -\left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}\right) \frac{(4,806 \times 10^{-19} \text{Кл})(8,01 \times 10^{-19} \text{Кл})}{(4 \times 10^{-7} \text{м})^2} \\
 &= -2,16 \times 10^{-14} \text{Н}
 \end{aligned}$$

i

$$\begin{aligned}
 F_y &= F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_1}{r_{12}^2} = \\
 &= -\left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}\right) \frac{(4,806 \times 10^{-19} \text{Кл})(3,204 \times 10^{-19} \text{Кл})}{(2 \times 10^{-7} \text{м})^2} \\
 &= 3,46 \times 10^{-14} \text{Н}.
 \end{aligned}$$

Отже, результуюча сила дорівнює:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 4,08 \times 10^{-14} \text{Н},$$

яка діє під кутом:

$$\theta = \arctg\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \arctg\left(\frac{3,46 \times 10^{-14} \text{Н}}{-2,16 \times 10^{-14} \text{Н}}\right) = -58,0^\circ$$

тобто, під кутом 58° над віссю $-x$, як показано на схемі.

Обговорення

Зауважте, що коли ми замінили числові значення зарядів, ми не включили від'ємний знак q_2 або q_3 . Пам'ятайте, що від'ємні знаки на векторних величинах вказують на зміну напрямку відповідного вектора. Але для електричних сил напрямки сили визначається знаками обох взаємодіючих зарядів; ми визначаємо напрямки сил, розглядаючи, чи є знаки двох зарядів однаковими чи протилежними. Якщо під час заміни чисел ви також включите негативні знаки від негативних зарядів, ви ризикуєте математично змінити напрямки сили, яку ви обчислюєте. Таким чином, найбезпечніше обчислити лише величину сили, використовуючи абсолютні значення зарядів, і визначати напрямки фізично.

Варто також зазначити, що єдиною новою концепцією в цьому прикладі є те, як обчислити електричні сили; все інше (отримання результуючої сили з її компонентів, розбиття сил на компоненти, знаходження напрямку сумарної сили) те саме, що й задачі про силу, які ви вирішували раніше в механіці.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 1.2

Що було б інакше, якби q_1 був негативним?

1.4. Електричне поле. Напруженість електричного поля

Як ми показали в попередньому розділі, сумарна електрична сила, що діє на пробний заряд є векторною сумою всіх електричних сил, що діють на нього, від усіх джерел зарядів, розташованих у своїх різних положеннях. Але що буде, якщо ми використаємо інший пробний заряд, який має іншу величину чи знак? Або припустимо, що у нас є дюжина різних пробних зарядів, які ми хочемо розмістити в одному місці? Нам довелося б обчислювати суму сил з нуля. На щастя, можна визначити величину, яку називають **напруженістю електричного поля**, яка не залежить від пробного заряду. Вона дозволяє обчислити силу, яка діє на будь-який пробний заряд.

Визначення напруженості електричного поля

Припустимо, що ми маємо N зарядів: $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$, які прикладають N електростатичних сил до пробного заряду Q , при його віддалені від них на $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N$, відповідно. Сумарна сила, що діє на заряд Q , буде дорівнювати:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Qq_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{Qq_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{Qq_3}{r_3^2} \hat{r}_3 + \dots + \frac{Qq_N}{r_N^2} \hat{r}_N \right) = \\ &= Q \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3 + \dots + \frac{q_N}{r_N^2} \hat{r}_N \right) \right]\end{aligned}$$

Ми можемо переписати це так:

$$\vec{F} = Q\vec{E}, \quad (1.3)$$

де

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Qq_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{Qq_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{Qq_3}{r_3^2} \hat{r}_3 + \dots + \frac{Qq_N}{r_N^2} \hat{r}_N \right),$$

або, більш компактно,

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i. \quad (1.4)$$

Цей вираз називають **напруженістю електричного поля** у точці $P = P(x, y, z)$ N зарядів. Тут P – точка в просторі, де ви обчислюєте поле. Вектори \vec{r}_i є переміщеннями від кожного джерела до контрольної точки (рис. 1.18). Зауважте, що для розв'язування задач ми повинні застосувати систему координат. Зауважте також, що розрахунок електричного поля не містить посилання на пробний заряд.

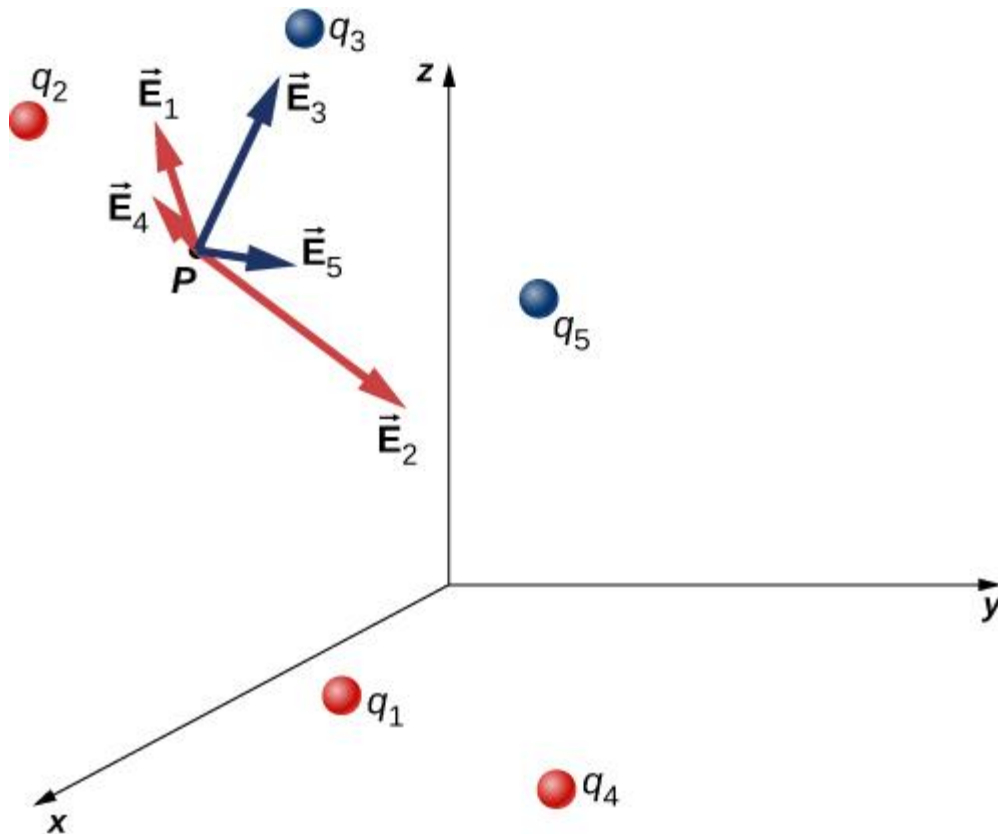


Рис. 1.18. Кожен із цих п'яти джерел зарядів створює власне електричне поле в кожній точці простору; тут показані вектори напруженості електричного поля в довільній точці P . Як і електрична сила, сумарна напруженість електричного поля підкоряється принципу суперпозиції

Таким чином, фізично корисний підхід полягає в тому, щоб обчислити напруженість електричного поля, а потім використати її значення для обчислення сили, яка діє на деякий пробний заряд. На різні пробні заряди діють різні сили (рівняння 1.3), але це те саме електричне поле (рівняння 1.4). *Напруженість електричного поля – є кількісною характеристикою електричного поля.* Пам'ятайте, що немає принципової різниці між пробним зарядом і зарядом джерела; це лише зручні мітки для системи, яка вас цікавить. Будь-який заряд створює електричне поле; однак так само, як на орбіту Землі не впливає власна гравітація Землі, заряд не піддається дії сили через електричне поле, яке він створює. *На заряди діють лише сили електричних полів інших зарядів.*

У цьому відношенні напруженість електричного поля \vec{E} точкового заряду подібна до напруженості поля тяжіння \vec{g} Землі; як тільки ми обчислили напруженість гравітаційного поля в певній точці простору, ми можемо використати її, коли захочемо обчислити результуючу силу, що діє на будь-яку масу, яку ми вирішимо помістити в цю точку. Насправді це саме те, що ми робимо, коли говоримо, що напруженість гравітаційного поля

Землі (біля поверхні Землі) має значення $9,81 \text{ м/с}^2$, а потім обчислюємо результуючу силу (тобто вагу), яка діє на різні маси. Крім того, загальний вираз для обчислення \vec{g} на довільних відстанях від центру Землі (тобто не тільки біля поверхні Землі) дуже схожий на вираз для \vec{E} :

$$\vec{g} = G \frac{M}{r^2} \hat{r},$$

де G — константа пропорційності, яка відіграє ту саму роль для \vec{g} як $k_e = 1/(4 \pi \epsilon_0)$ для \vec{E} . Значення \vec{g} обчислюється один раз, а потім використовується в нескінченній кількості задач.

Щоб продовжити аналогію, зверніть увагу на одиниці електричного поля: від $\vec{F} = Q\vec{E}$, одиницями E є ньютони на кулон, Н/Кл, тобто електричне поле прикладає силу до кожної одиниці заряду. Тепер зверніть увагу на одиниці g : від $w = m g$, одиницями g є ньютони на кілограм, Н/кг, тобто гравітаційне поле прикладає силу до кожної одиниці маси. Можна сказати, що гравітаційне поле Землі біля поверхні Землі має значення $9,81 \text{ Н/кг}$.

Значення слова «електричне поле»

Пригадайте зі своїх досліджень гравітації, що слово «поле» в цьому контексті має точне значення. *Поле у фізиці — це фізична величина, значення якої залежить від положення (є функцією) відносно джерела поля.* У випадку електричного поля рівняння 1.4 показує, що значення \vec{E} (як величина, так і напрямком) залежить від того, де в просторі знаходиться точка P , \vec{r}_i вимірюється від місць розміщення джерел зарядів q_i .

Крім того, оскільки напруженість електричного поля є векторною величиною, електричне поле називають *векторним полем* (гравітаційне поле також є векторним полем.) Навпаки, поле, яке має лише величину в кожній точці, є *скалярним полем*. Температура в кімнаті є прикладом скалярного поля. Це поле, оскільки температура, як правило, різна в різних місцях кімнати, і це скалярне поле, оскільки температура є скалярною величиною.

Крім того, як і з гравітаційним полем об'єкта з масою, ви повинні *уявити електричне поле об'єкта, що несе заряд* (джерело заряду), як *безперервну, нематеріальну речовину, яка оточує джерело заряду, заповнюючи весь простір — у принцип, до $\pm \infty$ у всіх напрямках*. Поле існує в кожній фізичній точці простору. Іншими словами, електричний заряд на об'єкті змінює простір навколо зарядженого об'єкта таким чином, що всі інші електрично заряджені об'єкти в просторі відчують електричну силу в результаті перебування в цьому полі. Отже, *електричне поле є механізмом, за допомогою якого електричні властивості джерела заряду передаються до решти Всесвіту та через нього*. (Знову ж таки, напруженість електричного поля — це кількісна характеристика

електричного поля. Тому в подальшому під терміном “напруженість електричного поля” маємо на увазі електричне поле і навпаки).

У наступних розділах ми побачимо, що швидкість, з якою поширюються електричні явища, така ж, як швидкість світла. Між електричним полем і світлом існує глибокий зв'язок.

Суперпозиція

Ще один експериментальний факт про електричне поле полягає в тому, що воно підкоряється принципу суперпозиції. У цьому контексті це означає, що ми можемо (в принципі) обчислити загальне електричне поле багатьох джерел зарядів, обчисливши електричне поле лише q_1 в точці P , потім обчисліть поле q_2 в точці P , причому — і це ключова ідея — ігноруючи поле і навіть існування q_1 . Ми можемо повторити цей процес, обчислюючи поле кожного окремого джерела заряду, незалежно від існування будь-яких інших зарядів. Таким чином, результуюче електричне поле є векторною сумою всіх цих полів (читай: напруженостей \vec{E}_i). Це, по суті, те, що відображає рівняння 1.4.

У наступному розділі ми опишемо, як визначити форму електричного поля для деякого розподілу зарядів джерел та як це замалювати.

Напрямок електричного поля

Рівняння 1.4 дозволяє нам визначити величину електричного поля, але нам також потрібен напрямок. Ми використовуємо угоду про те, що *напрямок будь-якого вектора електричного поля \vec{E}_i є таким самим, як напрямок вектора електричної сили, яку поле прикладе до позитивного пробного заряду, розміщеного в цьому полі.* Такий заряд буде відштовхуватися від позитивних зарядів джерела (сила, що діє на нього, буде спрямована вбік від позитивного заряду джерела), але притягуватиметься до негативних зарядів (сила спрямована в бік негативного джерела).

НАПРЯМОК ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

За домовленістю всі електричні поля \vec{E}_i спрямовуйте в сторону від позитивних зарядів джерела та спрямовуйте в бік негативних зарядів джерел.

ПРИКЛАД 1.3. Електричне поле атома

В іонізованому атомі гелію найбільш ймовірна відстань між ядром і електроном становить $r = 26,5 \times 10^{-12}$ м. Яка величина електричного поля, створеного ядром у місці знаходження електрона?

Стратегія

Зауважте, що хоча електрон згадується, він не використовується в жодному обчисленні. Визначаємо електричне поле, а не силу; отже, задіяний лише один заряд ядра, і проблема вимагає визначення електричного поля, утвореного ядром. Таким чином, електрон – це фантом; має значення лише його відстань. Крім того, оскільки відстань між двома протонами в ядрі набагато, набагато менша, ніж відстань електрона від ядра, ми можемо вважати два протони одним зарядом $+2e$ (рис. 1.19).

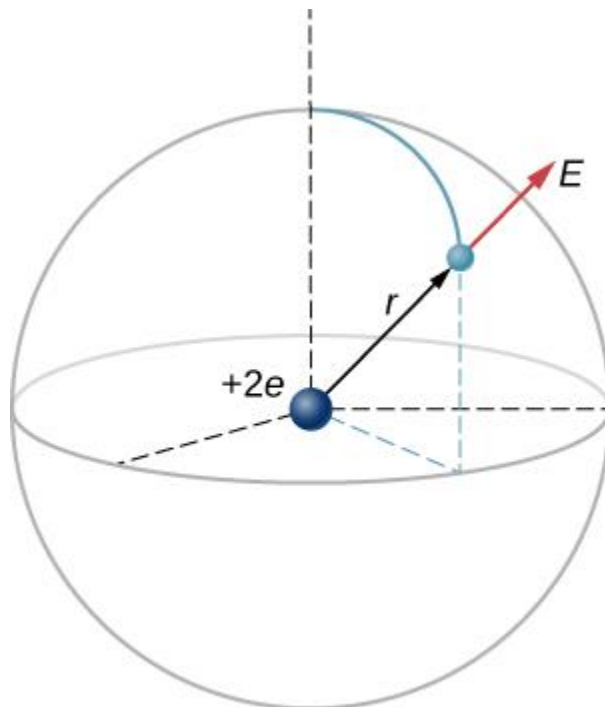


Рис. 1.19. Схематичне зображення атома гелію. Знову ж таки, гелій фізично виглядає зовсім не так, але така схема корисна для розрахунку електричного поля ядра

Розв'язок

Електричне поле розраховується за формулою:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i.$$

Оскільки існує лише одне джерело заряду (ядро), цей вираз спрощується до

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}.$$

Тут $q = 2e = 2(1.6 \times 10^{-19} \text{Кл})$ (оскільки є два протони) і дано r ; що дає:

$$\vec{E} = \left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \right) \frac{2(1,6 \times 10^{-19} \text{Кл})}{(26,5 \times 10^{-12} \text{м})^2} \hat{r} = 4,1 \times 10^{12} \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \hat{r}.$$

Напрямок \vec{E} радіально віддалений від ядра в усіх напрямках, оскільки позитивний пробний заряд, поміщений у це поле, прискорюватиметься

радіально від ядра (оскільки воно також є позитивно зарядженим), і знову ж таки, за домовленістю напрямок вектора електричного поля визначається напрямком сили, прикладеної до позитивного заряду.

ПРИКЛАД 1.4. Електричне поле двох рівних зарядів

(а) Знайдіть електричне поле (величину та напрямок) на відстані z вище середини двох рівних зарядів $+q$, які знаходяться на відстані d один від одного (рис. 1.20). Переконайтеся, що ваш результат відповідає очікуванням $z \gg d$.

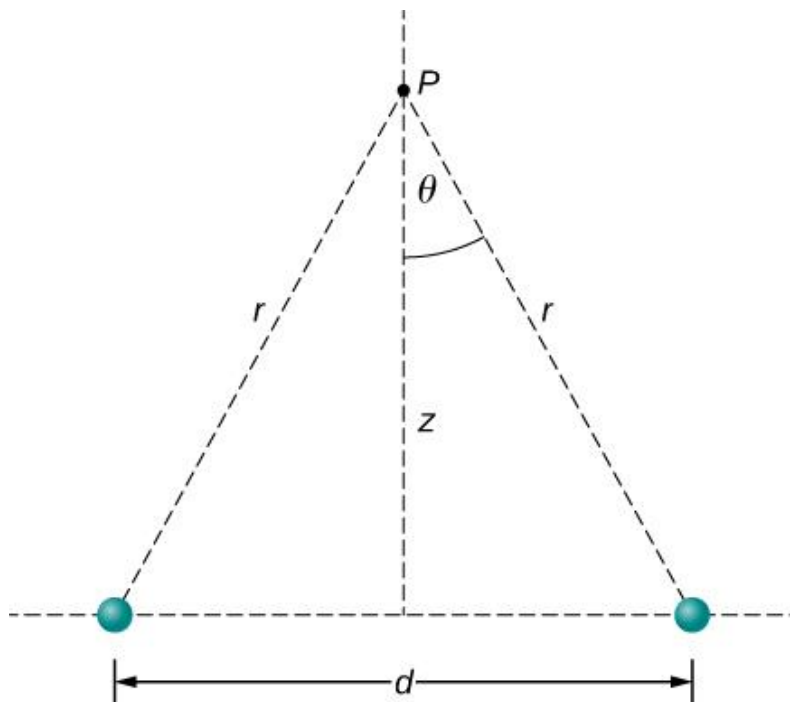


Рис. 1.20. Знаходження поля двох однакових зарядів у точці P . Завдяки симетрії сумарне поле в точці P буде вертикальним. (Зверніть увагу, що це не так, якщо віддалятися від середньої лінії між зарядами). (b) Те саме, що в частині (а), тільки цього разу зробіть правий заряд $-q$ замість $+q$

Стратегія

Ми додаємо два поля як вектори відповідно до рівняння 1.4. Зверніть увагу, що система (\vec{E} , отже, поле) симетрична відносно вертикальної осі; в результаті горизонтальні компоненти векторів поля скасовуються. Це спрощує математику. Крім того, ми дбаємо про те, щоб виразити нашу остаточну відповідь у термінах лише величин, які наведено в початковій постановці задачі: q , z , d та константи (π , ϵ_0).

Розв'язок

а. За симетрією горизонтальні (x)-компоненти \vec{E} скасовуються (рис. 1.21):

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \sin \theta - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \sin \theta = 0.$$

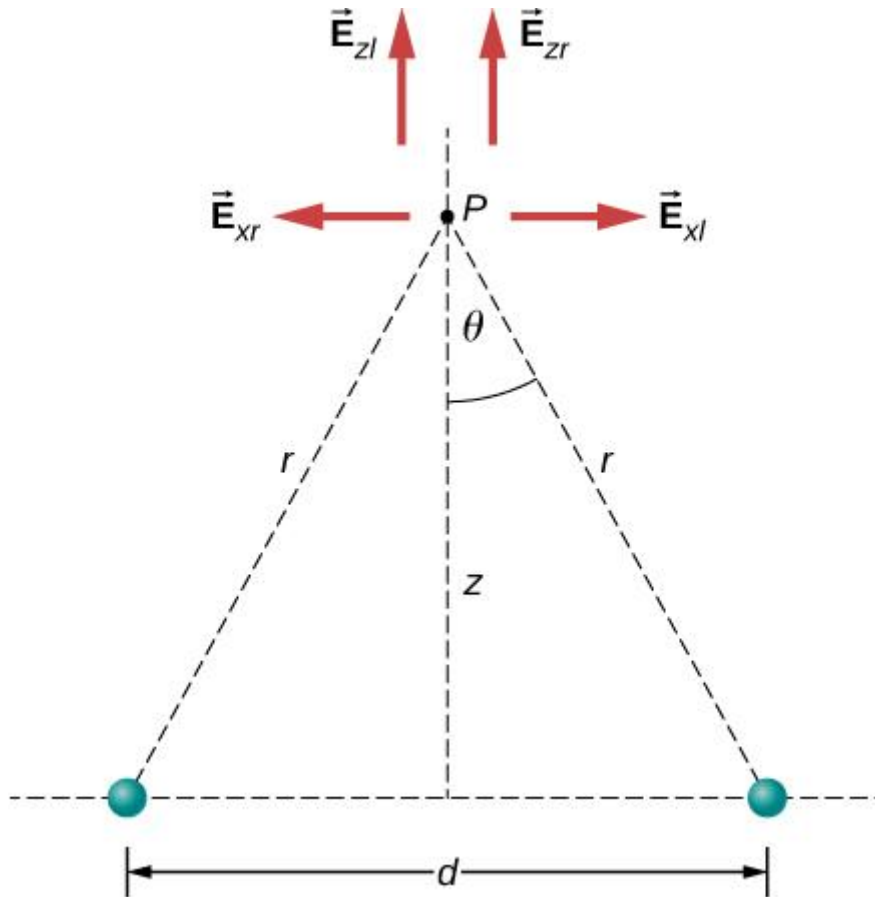


Рис. 1.21. Зауважте, що горизонтальні компоненти електричних полів від двох зарядів компенсують одна одну, тоді як вертикальні компоненти додаються

Вертикальна (z)-компонента \vec{E} визначається так:

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos \theta + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{r^2} \cos \theta.$$

Оскільки жоден з інших компонентів не існує, сумарне електричне поле направлено вздовж \hat{k} напрямку. Зауважте, що цей розрахунок використовує принцип **суперпозиції**; ми обчислюємо поля двох зарядів незалежно, а потім складаємо їх разом. Тепер ми хочемо замінити величини в цьому виразі, які ми не знаємо (наприклад, r) або не можемо виміряти (наприклад, $\cos \theta$) величини, які ми не знаємо або не можемо виміряти. У цьому випадку, за геометрією,

$$r^2 = z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

i

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}$$

Таким чином, отримуємо:

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} \hat{\mathbf{k}},$$

або

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}} \hat{\mathbf{k}}. \quad (1.5)$$

б. Якщо заряди джерела рівні і протилежні, вертикальні компоненти скасовуються, оскільки

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos \theta - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos \theta = 0.$$

і ми отримуємо для горизонтальної складової \vec{E} :

$$\begin{aligned} \vec{E}(z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \sin \theta \hat{\mathbf{i}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q}{r^2} \sin \theta \hat{\mathbf{i}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{r^2} \sin \theta \hat{\mathbf{i}} = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \frac{d/2}{\sqrt{z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} \hat{\mathbf{i}}. \end{aligned}$$

Тобто,

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}} \hat{\mathbf{i}}. \quad (1.6)$$

Обговорення

Дуже поширений і дуже корисний прийом у фізиці: щоб перевірити, чи ваша відповідь є розумною, її оцінюють в екстремальних випадках. У цьому прикладі ми повинні оцінити вирази поля для випадків $d = 0$, $z \gg d$, і $z \rightarrow \infty$, і підтвердити, що отримані вирази відповідають нашим фізичним очікуванням. Зробимо так:

почнемо з рівняння 1.5, поля двох однакових зарядів. Здалеку (тобто $z \gg d$), два заряди джерела повинні «злитися», і тоді ми повинні «побачити» поле лише одного заряду величиною $2q$. Отже, нехай $z \gg d$; тоді ми можемо знехтувати d^2 у рівнянні 1.5, щоб отримати:

$$\lim_{d \rightarrow 0} \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{[z^2]^{3/2}} \hat{\mathbf{k}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{z^3} \hat{\mathbf{k}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{z^2} \hat{\mathbf{k}},$$

що є правильним виразом для поля на відстані z від заряду $2q$.

Далі ми розглянемо поле рівних і протилежних зарядів, рівняння 1.6. Можна показати (через розширення Тейлора), що для $d \ll z \ll \infty$, це стає рівним:

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} \hat{i}, \quad (1.7)$$

яке є полем диполя, системи, яку ми вивчимо докладніше пізніше. (Зверніть увагу, що одиниці \vec{E} все ще правильні в цьому виразі, оскільки одиниці d у чисельнику скасовують одиницю «зайвого» z у знаменнику.) Якщо z дуже велике ($z \rightarrow \infty$), тоді $\vec{E} \rightarrow 0$, як наслідок; два заряди «зливаються» і таким чином скасовуються.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 1.3

Яка напруженість електричного поля, створеного окремою точковою зарядженою частинкою?

1.5. Розрахунок електричних полів розподілених зарядів

Розподіл зарядів, який ми бачили досі, був дискретним: складався з окремих точкових частинок. Це відрізняється від **безперервного розподілу заряду**, який має принаймні один ненульовий вимір. Якщо розподіл заряду неперервний, не дискретний, ми можемо узагальнити визначення електричного поля. Ми просто ділимо заряд на нескінченно малі частини і розглядаємо кожну частину як точковий заряд.

Зауважте, що оскільки заряд квантований, не існує такого поняття, як «дійсно» безперервний розподіл заряду. Однак у більшості практичних випадків загальний заряд, який створює поле, включає таку величезну кількість дискретних зарядів, що ми можемо сміливо ігнорувати дискретний характер заряду та вважати його безперервним. Це саме те наближення, яке ми робимо, коли розглядаємо відро води як суцільну рідину, а не сукупність H_2O молекул.

Нашим першим кроком є визначення густини заряду для розподілу заряду вздовж лінії, поверхні або в об'ємі, як показано на рис. 1.22.

Визначення густини заряду:

- $\lambda \equiv$ заряд на одиницю довжини (**лінійна густина заряду**); одиницями є кулони на метр (Кл/м)
- $\sigma \equiv$ заряд на одиницю площі (**поверхнева густина заряду**); одиницями є кулони на квадратний метр (Кл /м²)
- $\rho \equiv$ заряд на одиницю об'єму (**об'ємна густина заряду**); одиницями є кулони на кубічний метр (Кл /м³).

Тоді для лінійного заряду, поверхневого заряду та об'ємного заряду сума в рівнянні 1.4 стає інтегралом і q_i замінюється на $dq = \lambda dl$, $dq = \sigma dA$, $dq = \rho dV$.

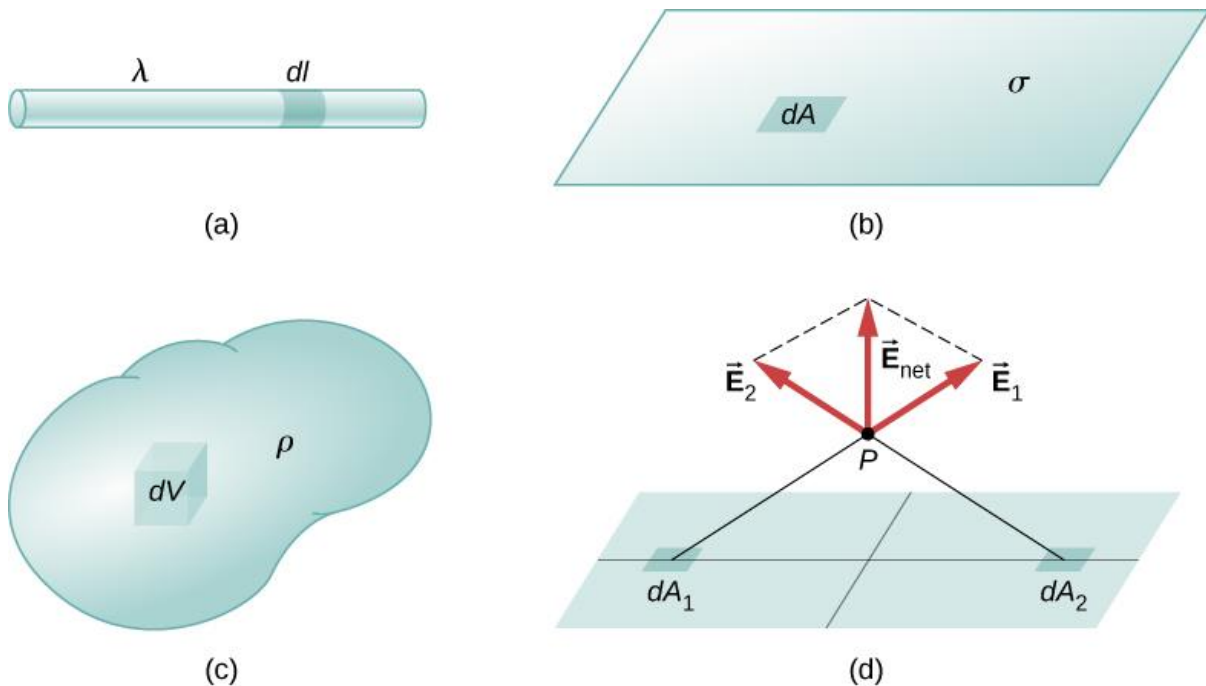


Рис. 1.22. Конфігурація диференціальних елементів заряду для (а) лінійного заряду, (b) шару заряду та (с) об'єму заряду. Також зауважте, що (d) деякі компоненти повного електричного поля компенсуються, а решта призводить до сумарного електричного поля

Відповідно:

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \left(\frac{q_i}{r^2} \right) \hat{r}. \quad (1.8)$$

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \left(\frac{\lambda dl}{r^2} \right) \hat{r}. \quad (1.9)$$

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \left(\frac{\sigma dA}{r^2} \right) \hat{r}. \quad (1.10)$$

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \left(\frac{\rho dV}{r^2} \right) \hat{r}. \quad (1.11)$$

Інтеграл є узагальненням виразу для поля точкового заряду. Вони неявно включають і передбачають принцип суперпозиції. «Хитрість» їх використання майже завжди полягає в тому, щоб знайти правильні вирази для dl , dA або dV , залежно від випадку, виражені через r , а також належним чином виразити функцію густини заряду. Густина заряду може бути постійною; а може залежати від місця розташування.

Зверніть увагу на значення r у цих рівняннях: це відстань від елемента заряду (q_i , λdl , σdA , ρdV) до точки $P(x, y, z)$ в просторі, де потрібно визначити поле. Однак не плутайте це зі значенням \hat{r} ; ми використовуємо його для векторного позначення \vec{E} , щоб записувати відразу три інтегралі. Тобто, рівняння 1.9 складається фактично з інтегралів:

$$E_x(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \left(\frac{\lambda dl}{r^2} \right)_x, \quad E_y(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \left(\frac{\lambda dl}{r^2} \right)_y, \quad E_z(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \left(\frac{\lambda dl}{r^2} \right)_z.$$

ПРИКЛАД 1.5. Електричне поле відрізка лінії

Знайдіть напруженість електричного поля на відстані z вище середини відрізка прямої лінії довжиною L , який несе однорідну лінійну густину заряду λ .

Стратегія

Оскільки це безперервний розподіл заряду, ми концептуально розбиваємо відрізок дроту на шматки довжиною dl , кожен з яких несе кількість заряду $dq = \lambda dl$. Потім ми обчислюємо диференціальне поле, створене двома симетрично розташованими шматками дроту, використовуючи симетрію установки для спрощення розрахунку (рис. 1.23). Нарешті, ми інтегруємо цей вираз диференціального поля по довжині дроту (насправді половину, як пояснюється нижче), щоб отримати вираз для сумарної напруженості електричного поля в точці P .

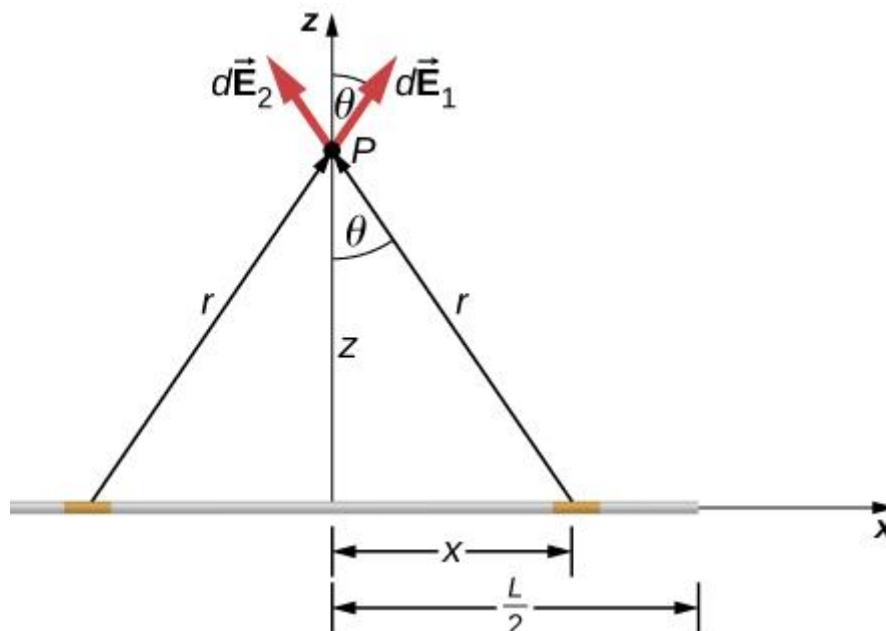


Рис. 1.23. Однорідно заряджений відрізок дроту. Електричне поле в точці P можна знайти, застосувавши принцип суперпозиції до симетрично розташованих елементів заряду

Розв'язок

Як поле буде «виглядати» здалеку? Оскільки це скінченний відрізок, здалеку він має виглядати як точковий заряд. Ми перевіримо потім отриманий вираз, щоб побачити, чи відповідає воно цьому очікуванню.

Електричне поле для лінійного заряду задається загальним виразом:

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \left(\frac{\lambda dl}{r^2} \right) \hat{r}.$$

Симетрія розміщення двох ідентичних диференціальних частин заряду передбачає, що горизонтальні (x)-компоненти поля \vec{E} компенсують один одного, так що сумарне поле вказує в напрямку z . Перевіримо цей висновок.

Загальне поле $\vec{E}(P)$ є векторною сумою полів від кожного з двох елементів заряду (назвемо їх \vec{E}_1 і \vec{E}_2):

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = E_{1x}\hat{i} + E_{1z}\hat{k} + E_{2x}(-\hat{i}) + E_{2z}\hat{k}.$$

Оскільки два елементи заряду ідентичні і знаходяться на однаковій відстані від точки P , де ми хочемо обчислити поле, $E_{1x} = E_{2x}$, тому ці компоненти скасовуються і

$$\vec{E}(P) = E_{1z}\hat{k} + E_{2z}\hat{k} = E_1 \cos \theta \hat{k} + E_2 \cos \theta \hat{k}.$$

Ці компоненти також рівні, тому маємо

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \cos \theta \hat{k} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \cos \theta \hat{k} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{2\lambda dx}{r^2} \cos \theta \hat{k},$$

де диференціальний елемент dl є dx у цьому прикладі, оскільки ми інтегруємо вздовж лінії заряду, яка лежить на осі x . (Межі інтегрування від 0 до $L/2$, а ні від $-L/2$ до $+L/2$, оскільки ми побудували сумісне поле з двох протилежних частин заряду dq . Якщо ми проінтегруємо по всій довжині, ми отримаємо помилковий коефіцієнт 2.)

В принципі, цього досить. Однак, щоб фактично обчислити цей інтеграл, нам потрібно усунути всі змінні, які не задані. У цьому випадку і r і θ будуть змінюватися, коли ми інтегруємо заряд назовні до кінця лінії, тому цих змінних потрібно позбутися. Ми можемо зробити це так само, як і для двох точкових зарядів, помітивши що

$$r^2 = z^2 + x^2$$

і

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{z^2 + x^2}}$$

Підставляючи ці вирази, отримуємо:

$$\begin{aligned} \vec{E}(P) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{2\lambda dx}{z^2 + x^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + x^2}} \hat{k} = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{2\lambda z dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} \hat{k} = \\ &= \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right] \Big|_0^{L/2} \hat{k} \end{aligned}$$

що спрощується до

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{z \sqrt{z^2 + \frac{L^2}{4}}} \hat{k}. \quad (1.12)$$

Обговорення

Ще раз зверніть увагу на використання симетрії для спрощення проблеми. Це дуже поширена стратегія розрахунку електричних полів.

Поля несиметричного розподілу заряду потрібно обробляти за допомогою кількох інтегралів і, можливо, потребуватиме чисельного розрахунку за допомогою комп'ютера.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 1.4.

Як зміниться використана вище стратегія для обчислення електричного поля в точці на відстані z над одним кінцем кінцевого відрізка?

ПРИКЛАД 1.6. Електричне поле нескінченної зарядженої лінії

Знайдіть електричне поле на відстані z вище середини нескінченної зарядженої лінії, яка несе рівномірну лінійну густину заряду λ .

Стратегія

Робимо так само, як у попередньому прикладі, за винятком обмежень інтеграції від $-\infty$ до $+\infty$.

Розв'язок

Знову ж таки, горизонтальні компоненти компенсуються, тому ми пишемо:

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda dx}{r^2} \cos \theta \hat{\mathbf{k}},$$

де наш диференціальний елемент dl є dx у цьому прикладі, оскільки ми інтегруємо вздовж лінії заряду, яка лежить на осі x . Підставляючи знову

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{z^2 + x^2}}$$

отримуємо

$$\begin{aligned} \vec{E}(P) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda dx}{z^2 + x^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + x^2}} \hat{\mathbf{k}} = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda z dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{k}} = \\ &= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right] \Big|_{-\infty}^{+\infty} \hat{\mathbf{k}} \end{aligned}$$

що спрощується до

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{z} \hat{\mathbf{k}}.$$

Обговорення

Наша стратегія роботи з безперервним розподілом зарядів також дає корисні результати для зарядів з нескінченною розмірністю.

У випадку скінченної зарядженої лінії зауважте, що для $z \gg L$, z^2 домінує над L у знаменнику, тому рівняння 1.12 спрощується до

$$\vec{E} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{z^2} \hat{\mathbf{k}}.$$

З огляду на те, що $\lambda L = q$ – загальний заряд на дроті, ми отримали вираз для поля точкового заряду, як і очікувалося.

В межі $L \rightarrow \infty$, з іншого боку, ми отримуємо поле нескінченного **прямого дроту**, довжина якого набагато, набагато більша за будь-який з інших його вимірів, а також набагато, набагато більша за відстань z , на якій поле обчислюється:

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{z} \hat{\mathbf{k}}. \quad (1.13)$$

Цікавим фактом цієї нескінченної межі є те, що ми втратили звичну $1/r^2$ залежність, до якої ми звикли. Це стане ще більш інтригуючим у випадку нескінченної площини.

ПРИКЛАД 1.7. Електричне поле зарядженого кільця

Кільце має рівномірну густину заряду λ , з одиницями кулон на одиницю дугового метра. Знайти напруженість електричного поля в точці на осі, що проходить через центр кільця.

Стратегія

Використовуємо ту ж процедуру, що і для зарядженого дроту. Відмінність тут полягає в тому, що заряд розподіляється по колу. Ми розбиваємо коло на нескінченно малі елементи у формі дуг на колі та використовуємо полярні координати, показані на рис. 1.24.

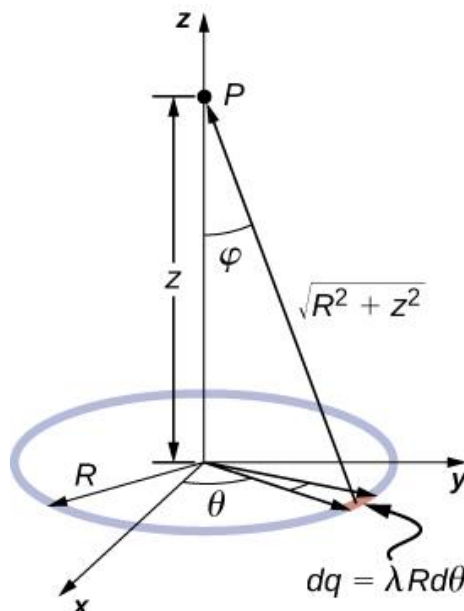


Рис. 1.24. Схема для обчислення електричного поля, викликаного кільцевим зарядом

Розв'язок

Електричне поле для лінійного заряду задається загальним виразом

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \left(\frac{\lambda dl}{r^2} \right) \hat{r}.$$

Загальний елемент дуги між кутом θ і $\theta + d\theta$ має довжину $R d\theta$ і тому містить заряд, що дорівнює $\lambda R d\theta$. Елемент знаходиться на відстані $r = \sqrt{z^2 + R^2}$ від P , кут визначається з виразу $\cos\varphi = \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$, а тому електричне поле дорівнює:

$$\begin{aligned} \vec{E}(P) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{\lambda R d\theta}{z^2 + R^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \hat{z} = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{z} \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi\lambda R z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{z} = \\ &= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{z}. \end{aligned}$$

Обговорення

Як завжди, симетрія спростила цю проблему, у цьому конкретному випадку призвела до тривіального інтегралу. Крім того, коли ми беремо ліміт $z \gg R$, ми знаходимо, що

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2} \hat{z},$$

як ми і очікували.

ПРИКЛАД 1.8. Поле зарядженого диска

Знайти напруженість електричного поля круглого тонкого диска радіуса R і рівномірної густини заряду на відстані z над центром диска (рис. 1.25).

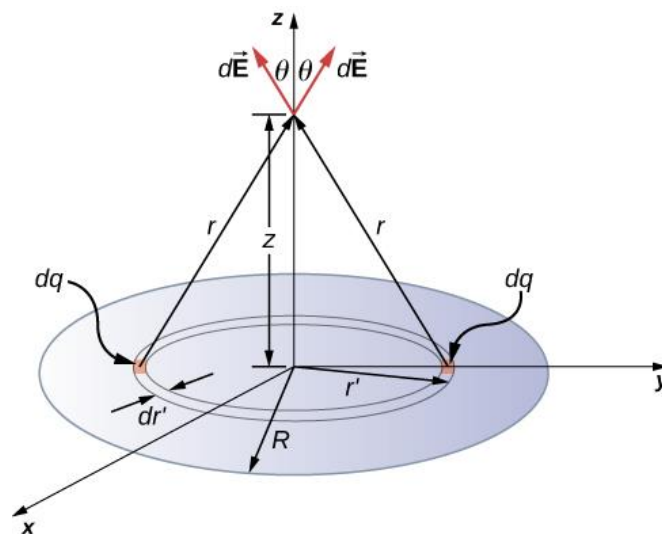


Рис. 1.25. Рівномірно заряджений диск. Як і в прикладі лінійного заряду, поле над центром цього диска можна розрахувати, використовуючи симетрію розподілу заряду

Стратегія

Електричне поле для поверхневого заряду визначається як

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \left(\frac{\sigma dA}{r^2} \right) \hat{r}.$$

Щоб розв'язати проблему, ми розбиваємо поверхню на симетричні диференціальні «смуги», які відповідають формі поверхні; тут ми будемо використовувати кільця, як показано на малюнку. Знову ж таки, через симетрію горизонтальні компоненти скасовуються, і поле повністю знаходиться у вертикальному \hat{k} напрямку. Вертикальна складова електричного поля виділяється множенням на $\cos \theta$:

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \left(\frac{\sigma dA}{r^2} \right) \cos \theta \hat{k}.$$

Як і раніше, нам потрібно переписати невідомі множники в підінтегральному виразі через задані величини. В цьому випадку,

$$\begin{aligned} dA &= 2\pi r' dr', \\ r^2 &= r'^2 + z^2, \\ \cos \theta &= \frac{z}{(r'^2 + z^2)^{1/2}}. \end{aligned}$$

(Зверніть увагу на два різних « r »: тут r — це відстань від диференціального заряду кільця до точки P , де ми хочемо визначити поле, тоді як r' — це відстань від центру диска до диференціального зарядженого кільця). Крім того, ми вже виконали інтегрування за полярним кутом, записавши площу диференціального кільця, як dA .

Розв'язок

Підставляючи все це, ми отримуємо:

$$\begin{aligned} \vec{E}(P) &= \vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \left(\frac{\sigma \cdot 2\pi r' dr' z}{(r'^2 + z^2)^{3/2}} \right) \hat{k} = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (2\pi\sigma z) \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) \hat{k}, \end{aligned}$$

або, простіше кажучи,

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(2\pi\sigma - \frac{2\pi\sigma z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) \hat{k}. \quad (1.14)$$

Обговорення

Знову ж таки, можна показати (через ряди Тейлора), що коли $z \gg R$, це зводиться до

$$\vec{E}(z) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma\pi R^2}{z^2} \hat{k},$$

що є виразом для точкового заряду $Q = \sigma\pi R^2$.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 1.5

Як зміниться результат, якщо замість диска буде рівномірно заряджений прямокутник?

Якщо $R \rightarrow \infty$ рівняння 1.14 зводиться до поля нескінченної **площини**, яка є плоским листом, площа якого набагато, набагато більша за його товщину, а також набагато, набагато більша за відстань, на якій має бути обчислене поле:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}. \quad (1.15)$$

Зверніть увагу, що це поле є постійним. Цей дивовижний результат знову ж таки є артефактом нашого обмеження, хоча ми будемо використовувати його неодноразово в майбутньому. Щоб зрозуміти, чому це відбувається, уявіть, що ви розміщені над нескінченною площиною постійного заряду. Чи виглядає літак якимось інакше, якщо змінювати висоту? Ні, ви все одно бачите, як літак летить у нескінченність, незалежно від того, наскільки далеко ви від нього. Важливо зазначити, що рівняння 1.15 є тому, що ми знаходимося над площиною. Якби ми були внизу, поле вказувало б на напрямок $-\hat{k}$.

ПРИКЛАД 1.9. Поле двох заряджених нескінченних площин

Знайдіть електричне поле, що виникає між двох нескінченних площин з однаковими, але протилежними густинами заряду (рис. 1.26).

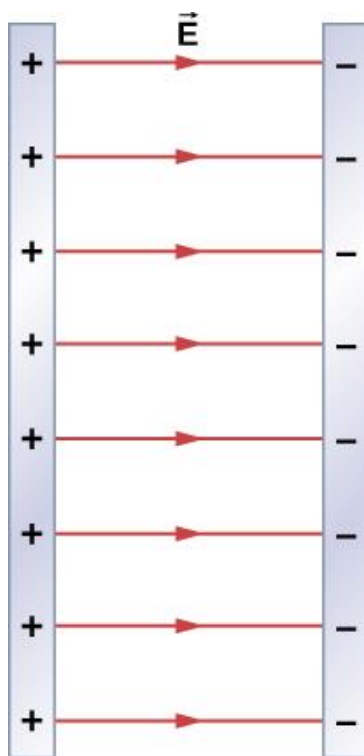


Рис. 1.26. Дві заряджені нескінченні площини. Зверніть увагу на напрям електричного поля

Стратегія

Ми вже знаємо електричне поле, що виникає від однієї нескінченної площині, тому ми можемо використовувати принцип суперпозиції, щоб знайти поле від двох площин.

Розв'язок

Електричне поле спрямоване від позитивно зарядженої площини до негативно зарядженої площини. Оскільки σ рівні та протилежні, це означає, що в області за межами двох площин електричні поля компенсують одне одного до нуля. Однак в області між площинами електричні поля додаються, і ми отримуємо:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{i}.$$

Напрямок вздовж \hat{i} тому, що на малюнку поле вказує в напрямку $+x$.

Обговорення

Системи, які можна вважати двома нескінченними площинами, є корисним засобом створення однорідних електричних полів.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 1.6

Як би виглядало електричне поле в системі з двома паралельними позитивно зарядженими площинами з однаковою густиною заряду?

1.6. Лінії електричного поля

Тепер, коли ми маємо певний досвід обчислення електричних полів, давайте спробуємо трохи зрозуміти геометрію електричних полів. Як згадувалося раніше, наша модель полягає в тому, що заряд на об'єкті (джерело заряду) змінює простір в області навколо нього таким чином, що коли інший заряджений об'єкт (пробний заряд) поміщається в цю область простору, цей пробний заряд відчуває електричну силу. Концепція **лінії електричного поля** і діаграм ліній електричного поля дає нам змогу візуалізувати, як змінюється простір, дозволяючи нам візуалізувати поле. Мета цього розділу — дати вам змогу створювати ескізи цієї геометрії, тому ми перерахуємо конкретні кроки та правила, пов'язані зі створенням точного та корисного ескізу електричного поля.

Важливо пам'ятати, що електричні поля є тривимірними. Хоча в цій книзі ми включаємо деякі псевдотривимірні зображення, деякі діаграми, які ви побачите (як тут, так і в наступних розділах), будуть двовимірними проєкціями або перерізами. Завжди майте на увазі, що насправді ви дивитесь на тривимірне явище.

Нашою відправною точкою є фізичний факт, що *електричне поле джерела заряду змушує пробний заряд у цьому полі відчувати силу*. За визначенням, вектори електричного поля вказують у тому самому напрямку, що й електрична сила, яку відчуває (гіпотетичний) позитивний пробний заряд, якщо його помістити в поле (рис. 1.27).

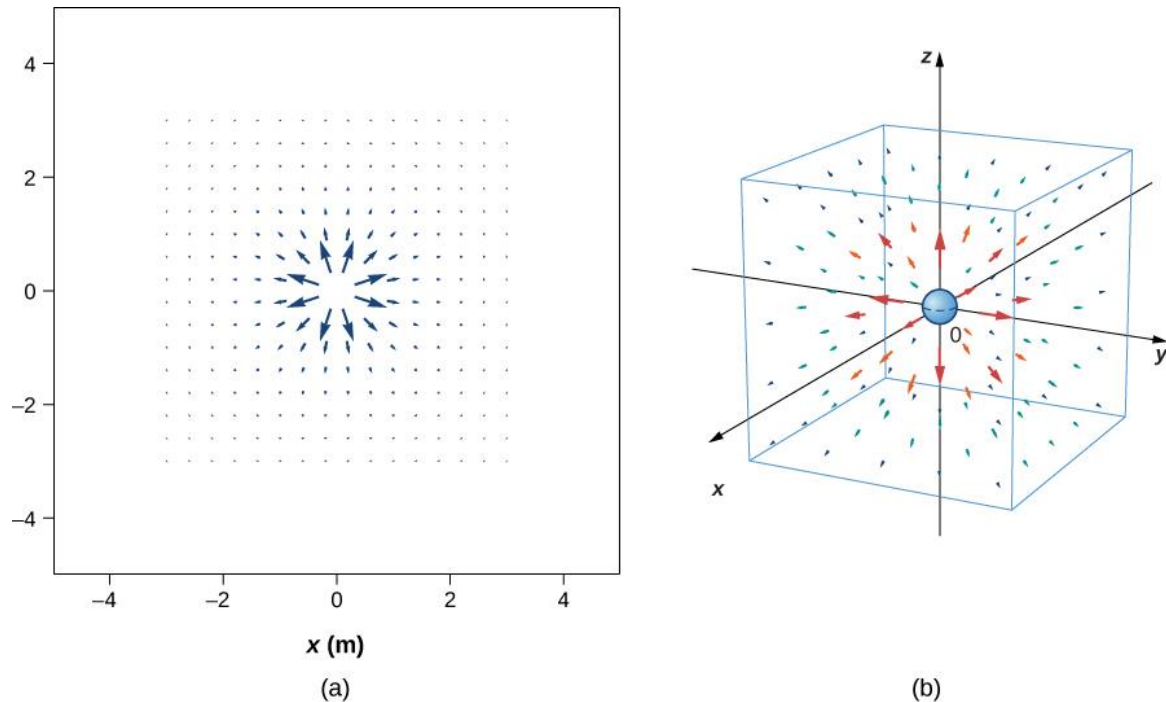


Рис. 1.27. Електричне поле позитивного точкового заряду. Показано велику кількість векторів поля. Як і всі векторні стрілки, довжина кожного вектора пропорційна величині поля в кожній точці. (a) Поле у двох вимірах; (b) поле в трьох вимірах

На малюнку ми намалювали багато векторів поля, які рівномірно розподілені навколо джерела заряду. Оскільки електричне поле є вектором, стрілки, які ми малюємо в кожній точці простору, відповідають як величині, так і напрямку поля в цій точці. Як завжди, довжина стрілки, яку ми малюємо, відповідає величині вектора поля в цій точці. Довжина вектора \vec{E} зменшується як квадрат відстані від заряду джерела. Крім того, напрямок вектора поля йде радіально від джерела заряду, оскільки напрямок електричного поля визначається напрямком сили, яку позитивний пробний заряд відчував би в цьому полі. (Знову ж таки, майте на увазі, що фактичне поле є тривимірним; є також лінії поля, що вказують назовні та всередину сторінки.)

Ця діаграма правильна, але вона стає менш корисною, оскільки розподіл заряду джерела стає складнішим. Для прикладу розглянемо діаграму векторного поля диполя (рис. 1.28).

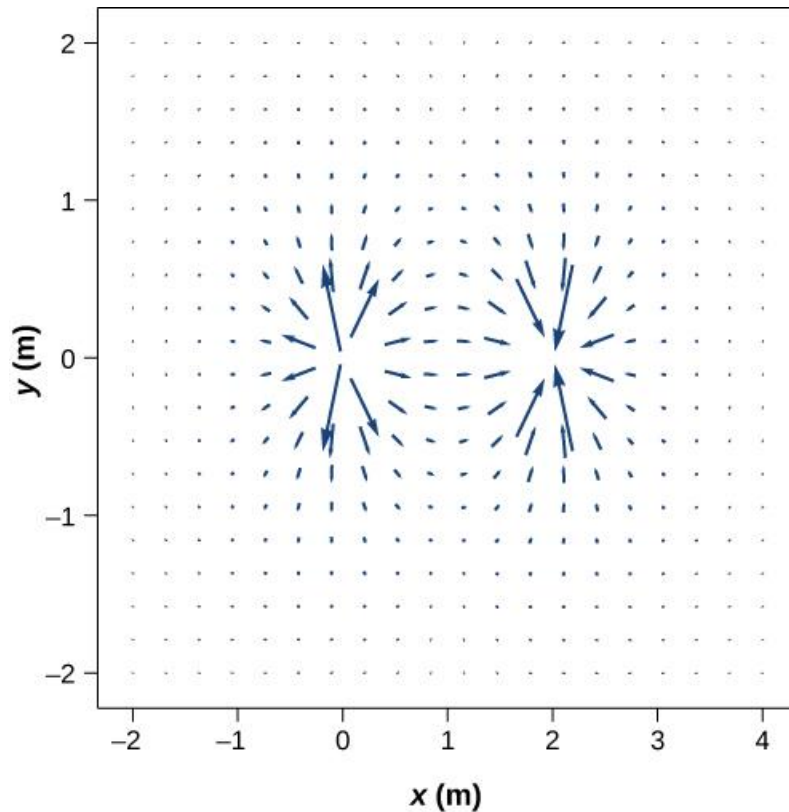


Рис. 1.28. Векторне поле диполя. Навіть маючи лише два ідентичні заряди, діаграму векторного поля стає важко зрозуміти

Є більш корисний спосіб представити ту саму інформацію. Замість того, щоб малювати велику кількість дедалі менших векторних стрілок, ми замість цього з'єднуємо їх усі разом, утворюючи безперервні лінії та криві, як показано на рис. 1.29.

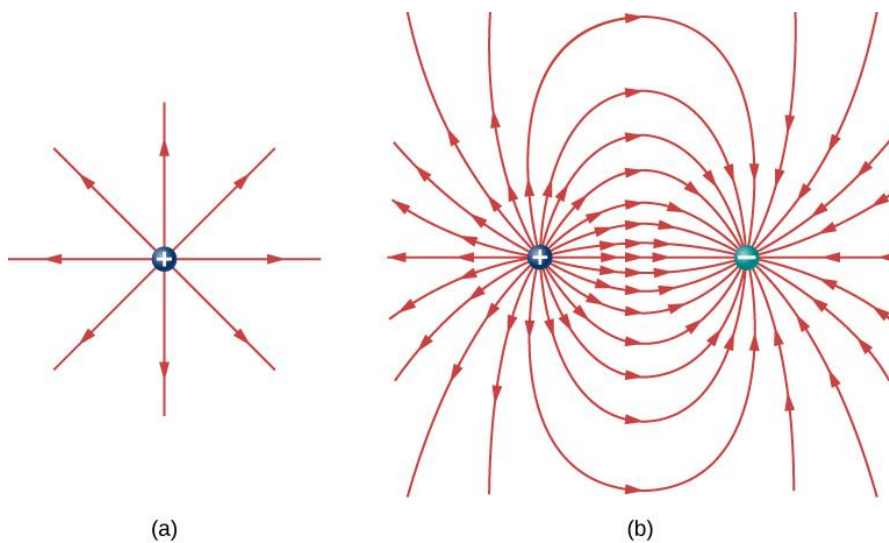


Рис. 1.29. (a) Лінійна діаграма електричного поля позитивного точкового заряду. (b) Силова діаграма диполя. На обох діаграмах величина поля позначається щільністю ліній поля. Вектори поля (тут не показані) скрізь дотичні до ліній поля

Хоча це може бути неочевидним на перший погляд, ці діаграми поля передають ту саму інформацію про електричне поле, що й векторні діаграми. По-перше, напрямок поля в кожній точці є напрямком вектора поля в тій самій точці. Іншими словами, у будь-якій точці простору вектор поля в кожній точці дотичний до лінії поля в тій же точці. Наконечник стрілки, розміщений на лінії поля, вказує її напрямок.

Що стосується величини поля, то вона визначається **густиною ліній поля**, тобто кількістю ліній поля на одиницю площі, що проходить через невелику площу поперечного перерізу, перпендикулярну електричному полю. Щільність лінії поля пропорційна величині поля в цьому поперечному перерізі. У результаті, якщо лінії поля розташовані близько одна до одної (тобто щільність ліній поля більша), це означає, що величина поля велика в цій точці. Якщо лінії поля розташовані далеко одна від одної в поперечному перерізі, це означає, що величина поля мала. На рис. 1.30 однакова кількість силових ліній проходить через обидві поверхні (S і S'), але поверхня S більша за поверхню S' . Тому щільність ліній поля (кількість ліній на одиницю площі) більша в місці розташування S' , що вказує на те, що електричне поле сильніше в місці розташування S' ніж у S .

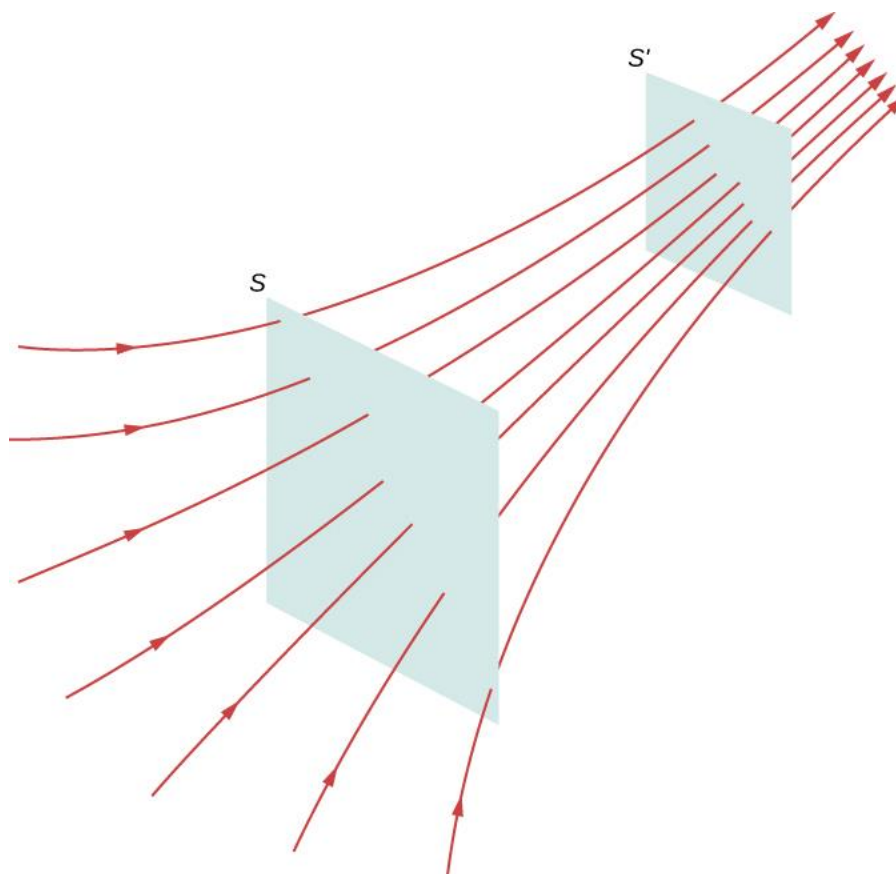


Рис. 1.30. Лінії електричного поля, що проходять через уявні площини. Оскільки кількість ліній, що проходять через кожну площину, однакова, але площа площин різна, щільність ліній поля різна. Це вказує на різні величини напруженості електричного поля в цих площинах

Правила креслення ліній електричного поля:

1. Лінії електричного поля або походять від позитивних зарядів, або виходять із нескінченності, і, або закінчуються на негативних зарядах, або простягаються до нескінченності.
2. Кількість силових ліній, що починаються або закінчуються на заряді, пропорційна величині цього заряду. Заряд $2q$ матиме вдвічі більше ліній, ніж заряд q .
3. У кожній точці простору вектор поля в цій точці дотичний до лінії поля в тій самій точці.
4. Щільність ліній поля в будь-якій точці простору пропорційна (і тому є репрезентативною) величині поля в цій точці простору.
5. Лінії поля ніколи не можуть перетинатися. Оскільки лінія поля представляє напрямок поля в даній точці, якщо дві лінії поля перетинаються в якійсь точці, це означатиме, що електричне поле спрямоване в двох різних напрямках в одній точці. Це, у свою чергу, припускає, що (результуюча) сила на пробному заряді, розміщеному в цій точці, буде вказувати у двох різних напрямках. Оскільки це, очевидно, неможливо, з цього випливає, що лінії поля ніколи не повинні перетинатися.

Завжди майте на увазі, що силові лінії служать лише зручним способом візуалізації електричного поля; вони не є фізичними об'єктами. Хоча напрямок і відносну інтенсивність електричного поля можна визначити з набору силових ліній, лінії також можуть вводити в оману. Наприклад, лінії поля, проведені для представлення електричного поля в просторі, повинні бути окремими. Однак фактичне електричне поле в цій області існує в кожній точці простору.

Лінії поля для трьох груп дискретних зарядів показано на рис. 1.31.

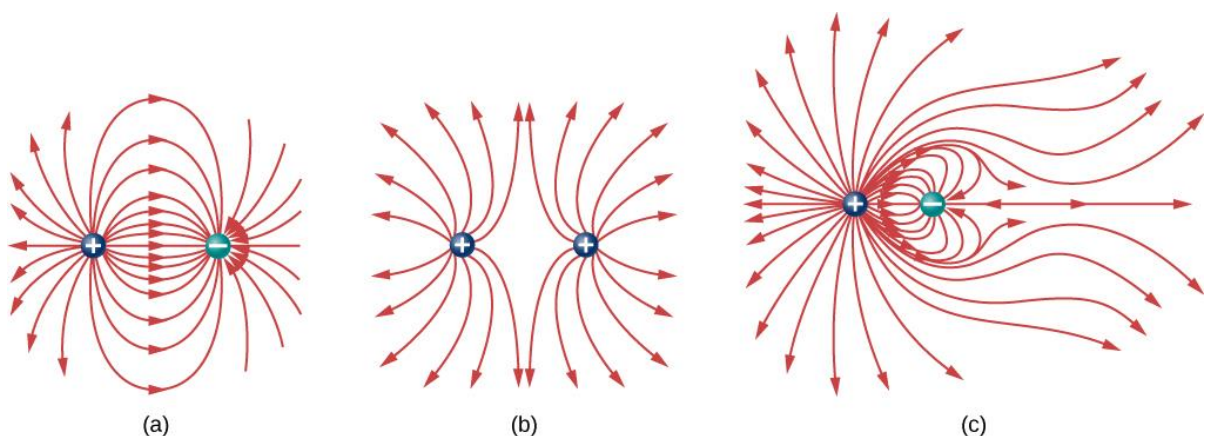


Рис. 1.31. Три типові діаграми електричного поля. (а) Диполь. б) Два однакові заряди. (с) Два заряди з протилежними знаками та різними величинами. Чи можете ви визначити за схемою, який заряд має більшу величину?

Оскільки заряди в частинах (а) і (б) мають однакову величину, показано однакову кількість силових ліній, що починаються або закінчуються на кожному заряді. У (с), однак, ми проводимо втричі більше ліній поля, що виходять з $+3q$ заряду, частина яких прямує в $-q$. Лінії поля, які не закінчуються на $-q$ витікають назовні до нескінченності.

Уміння будувати точну діаграму електричного поля є важливою, корисною навичкою; це значно полегшує оцінку, прогноз і, отже, обчислення електричного поля джерела заряду. Найкращий спосіб розвинути цю навичку – це програмне забезпечення, яке дозволяє розміщувати заряди джерела, а потім намалює результуюче поле за запитом. Ми настійно рекомендуємо вам пошукати програму в Інтернеті. Коли ви знайдете ту, яка вам подобається, запустіть кілька симуляцій, щоб отримати основні ідеї побудови діаграми поля. Потім попрактикуйтеся малювати діаграми полів і перевіряйте свої прогнози за допомогою комп'ютерних діаграм.

1.7. Електричні диполі

Раніше ми обговорювали і розраховували електричне поле диполя: двох рівних і протилежних зарядів, які знаходяться «близько» один до одного («близько» означає, що відстань d між двома зарядами набагато, набагато менша за відстань до точки P поля, де ви обчислюєте поле). Давайте тепер розглянемо, що відбувається з диполем, коли він розміщений у зовнішньому полі \vec{E} . Будемо вважати, що диполь є **постійним диполем**; він існує без поля і не розпадається в зовнішньому полі.

Обертання диполя під дією електричного поля

Поки що ми маємо справу лише з найпростішим випадком: зовнішнє поле є однорідним у просторі. Припустимо, ми маємо ситуацію, зображену на рис. 1.32, де ми позначаємо відстань між зарядами вектором \vec{d} , вказуючи напрямком від негативного заряду до позитивного. Сили, що діють на два заряди, рівні й протилежні, тому сумарна сила дорівнює нулю. Однак існує крутний момент приблизно посередині між двома зарядами:

$$\vec{\tau} = \left(\frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_+ \right) + \left(-\frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_- \right) = \left[\left(\frac{\vec{d}}{2} \right) \times (+q\vec{E}) + \left(-\frac{\vec{d}}{2} \right) \times (-q\vec{E}) \right] = q\vec{d} \times \vec{E}.$$

Величина $q\vec{d}$ – (величина кожного заряду, помножена на векторну відстань між ними) є властивістю диполя; його значення, як бачите, визначає крутний момент, який відчуває диполь у зовнішньому полі. Тому корисно визначити цей добуток як **дипольний момент** диполя:

$$\vec{p} \equiv q\vec{d}. \quad (1.16)$$

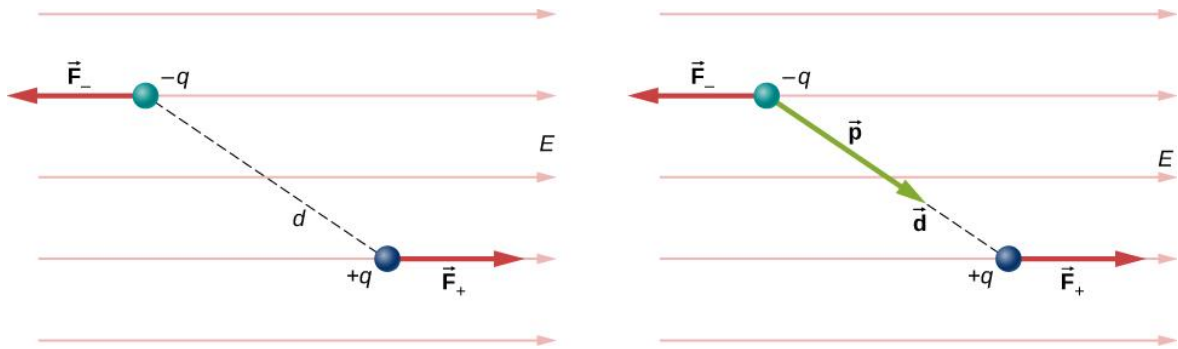


Рис. 1.32. Диполь у зовнішньому електричному полі. (а) Сукупна сила на диполі дорівнює нулю, а сумарний крутний момент – ні. В результаті диполь обертається, вирівнюючись із зовнішнім полем. (б) Дипольний момент є зручним способом охарактеризувати цей ефект. Параметр \vec{d} вказує в тому ж напрямку, що й дипольний момент \vec{p}

Отже, ми можемо писати:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}. \quad (1.17)$$

Нагадаємо, що крутний момент змінює кутову швидкість об'єкта, диполя, в даному випадку. У цій ситуації результатом є обертання диполя (тобто вирівнювання напрямку \vec{p}) так, щоб він був паралельний напрямку зовнішнього поля.

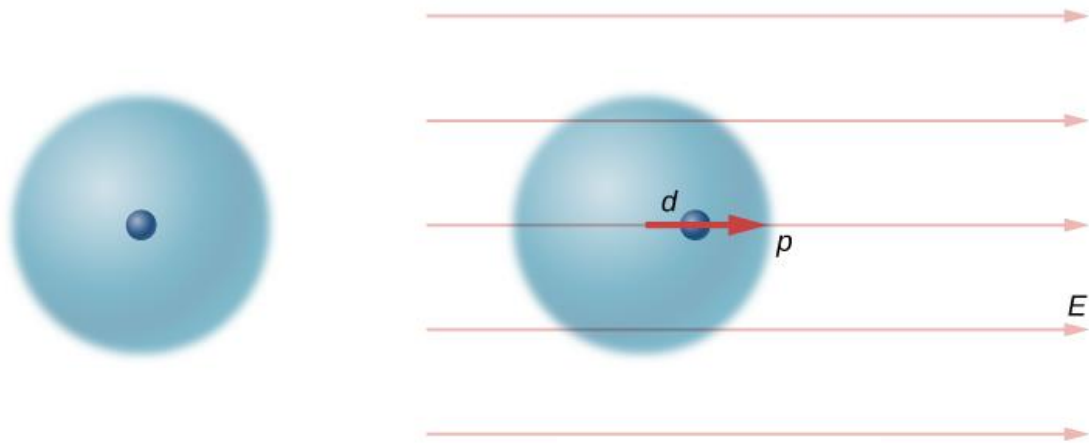
Індуковані диполі

Нейтральні атоми, за визначенням, є електрично нейтральними; вони мають рівну кількість позитивного і негативного заряду. Крім того, оскільки вони сферично симетричні, вони не мають «вбудованого» дипольного моменту, як більшість асиметричних молекул. Однак вони отримують його, коли їх поміщають у зовнішнє електричне поле, оскільки зовнішнє поле викликає протилежно спрямовані сили на позитивне ядро атома проти негативних електронів, які оточують ядро. Результатом є новий розподіл заряду атома, а отже, індукований дипольний момент (рис. 1.33).

Важливим фактом тут є те, що, як і для обертової полярної молекули, результатом є те, що індукований дипольний момент спочатку нейтрального атома вирівнюється паралельно зовнішньому електричному полю. Як правило, величина $\vec{E}_{\text{дип}}$ індукованого диполя набагато менша, ніж зовнішнього поля $\vec{E}_{\text{зовн}}$. Для обох типів диполів після завершення вирівнювання диполя (обертового або індукованого) результирующим ефектом є зменшення загального електричного поля:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{зовн}} + \vec{E}_{\text{дип}}$$

в областях всередині зарядів диполя (рис. 1.34). Під «всередині» ми маємо на увазі проміжок між зарядами.



Нейтральний атом

Індукований диполь

Рис. 1.33. У нейтральному атомі зовнішнім електричним полем індукується диполь. Індукований дипольний момент узгоджується із зовнішнім полем

Нагадаємо, що ми знайшли електричне поле диполя в рівнянні 1.7. Якщо ми перепишемо його через дипольний момент, то отримаємо:

$$\vec{E}(z) = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{z^3}.$$

Форма цього поля показана на рис. 1.34.

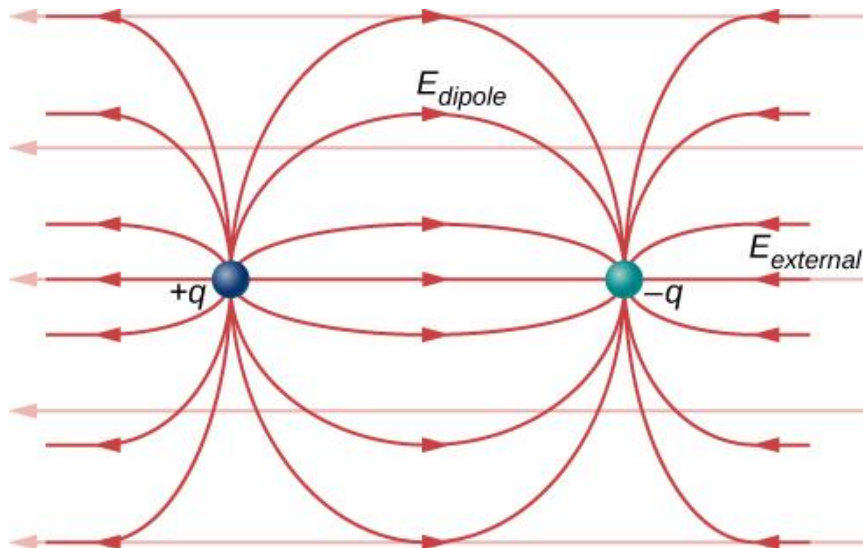


Рис. 1.34. Загальне електричне поле є векторною сумою поля диполя плюс зовнішнього поля

Зверніть увагу, що вздовж площини, перпендикулярної до осі диполя і посередині між зарядами, напрямок електричного поля протилежний напрямку диполя і стає слабшим, чим далі від осі. Подібним чином, на осі диполя (але поза ним) поле вказує в тому ж напрямку, що й диполь, знову стаючи слабшим, чим далі відходить від зарядів.

ЗАКОН ГАУССА



Рис. 2.1. У цьому розділі вводиться поняття потоку, яке пов'язує фізичну величину і площу, через яку він протікає. Хоча ми вводимо це поняття для електричного поля – це поняття може бути використане для багатьох інших величин, таких, наприклад, як потік рідини

Введення

Потік – це загальне і широко застосовне поняття у фізиці. Однак у цьому розділі ми зосередимося на потоці електричного поля. Це дозволяє ввести закон Гаусса, який особливо корисний для знаходження електричних полів розподілених зарядів, що демонструють просторову симетрію. Основні теми, які тут обговорюються:

1. **Електричний потік.** Ми визначаємо електричний потік як для відкритих, так і для закритих поверхонь.
2. **Закон Гаусса.** Виведемо закон Гаусса для довільного розподілу заряду і розглянемо роль електричного потоку в законі Гаусса.
3. **Обчислення електричних полів за законом Гаусса.** Основна увага цього розділу зосереджена на поясненні того, як використовувати закон Гаусса для знаходження електричних полів просторово-симетричного розподілу зарядів. Ми обговорюємо важливість вибору поверхні Гаусса та наводимо приклади, пов'язані із застосуванням закону Гаусса.
4. **Електричні поля в провідниках.** Закон Гаусса дає корисну інформацію про відсутність електричних полів у провідниках.

Ми з'ясували, що електростатичне поле починається і закінчується в точкових зарядах і що поле точкового заряду змінюється обернено пропорційно квадрату відстані від цього заряду. Ці характеристики електростатичного поля призводять до важливої математичної залежності, відомої як закон Гаусса. Цей закон названий на честь німецького математика і вченого Карла Фрідріха Гаусса (рис. 2.2). Закон Гаусса дає нам надзвичайно простий спосіб знаходження напруженості електричного поля, і, як ви побачите, він може бути набагато простішим у використанні, ніж метод інтегрування, описаний у попередньому розділі. Однак є одна заковика: закон Гаусса має обмеження в тому, що, хоча він завжди істинний, він може бути легко застосований тільки для розподілу зарядів з певними симетріями.



Рис. 2.2. Карл Фрідріх Гаусс (1777-1855) – легендарний математик XIX століття. Хоча його основний внесок був у галузі математики, він також виконував важливу роботу у фізиці та астрономії

2.1. Електричний потік

Поняття **потіку** описує, скільки чогось проходить через дану область. Більш формально, це скалярний добуток векторного поля (в даному розділі – напруженості електричного поля) на площу. Можна уявити собі потік електричного поля як кількість числа ліній електричного поля, що проходять через площу (рис. 2.3).

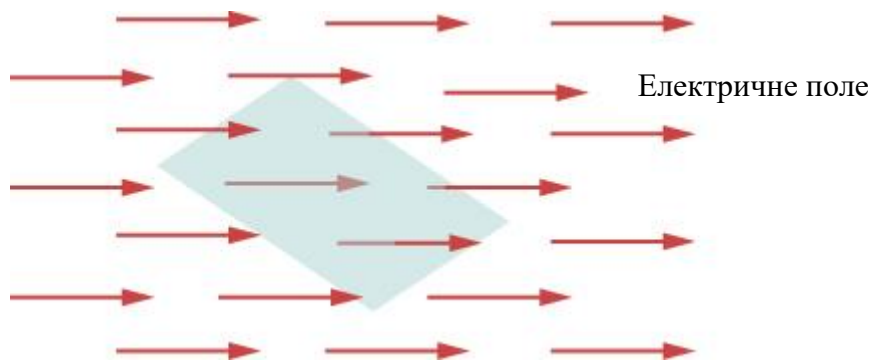


Рис. 2.3. Потік електричного поля через заштриховану область фіксує інформацію про «число» ліній електричного поля, що проходять через цю область. Числове значення електричного потоку залежить від величин електричного поля і площі, а також їх взаємної орієнтації щодо напрямку електричного поля

Чим більше площа, тим більше ліній поля проходить через неї і, отже, тим більше потік; Аналогічно, чим сильніше електричне поле (представлене більшою кількістю ліній), тим більше потік. З іншого боку, якщо область повернути так, щоб її площина була вирівняна з лініями поля, жодна з них не пройде і не буде потоку.

Макроскопічна аналогія, яка може допомогти вам уявити це, полягає в тому, щоб поставити хулахуп в річку, що тече. У міру того, як ви змінюєте кут нахилу обруча щодо напрямку течії, більша або менша частина потоку буде проходити через обруч. Так само величина потоку через обруч залежить від сили струму і розміру обруча. Знову ж таки, потік – це загальне поняття; ми також можемо використовувати його для опису кількості сонячного світла, що потрапляє на сонячну панель, або кількості енергії, яку телескоп отримує, наприклад, від далекої зірки.

Для кількісної оцінки цієї ідеї на рис. 2.4 (а) показана плоска поверхня S_1 площею A_1 , яка перпендикулярна однорідному електричному полю $\vec{E} = E\hat{u}$. Якщо N ліній поля проходить через S_1 , то з визначення ліній електричного поля ми знаємо, що $N / A_1 \propto E$, або $N \propto EA_1$.

Величина EA_1 – це **електричний потік** через S_1 . Ми позначаємо електричний потік через відкриту поверхню S_1 символом Φ . Електричний

потік є скалярною величиною і вимірюється в одиницях СІ як ньютон-метр у квадраті на кулон ($\text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}$). Зверніть увагу, що $N \propto EA_1$, що також може бути записано як $N \propto \Phi$, демонструючи, що *електричний потік є мірою кількості ліній поля, що перетинають поверхню*.

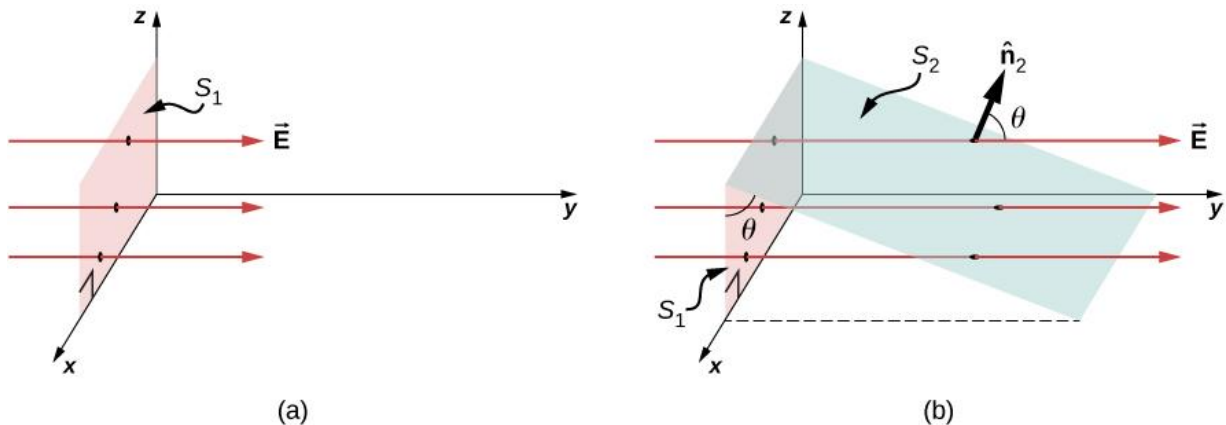


Рис. 2.4. а) плоска поверхня S_1 площею A_1 перпендикулярна електричному полю $\vec{E} = E\hat{y}$ з N ліній поля, б) поверхня S_2 площею A_2 , проекція якої на xz -площину є S_1 . Через кожну поверхню проходить однакова кількість ліній поля

Тепер розглянемо плоску поверхню, яка не перпендикулярна полю. Як би ми представили електричний потік? На рис. 2.4 (б) показана поверхня S_2 площею A_2 що нахилена під кутом θ до xz -площини і проекція якої в цій площині є S_1 (площа A_1). Области пов'язані між собою: $A_2 \cos \theta = A_1$. Тому що однакова кількість ліній поля перетинає S_1 і S_2 , потоки через обидві поверхні повинні бути однаковими. Потік через S_2 буде $\Phi = EA_1 = EA_2 \cos \theta$. Позначив \hat{n}_2 як одиничний вектор, нормальний до S_2 (див. рис. 2.4 б), отримаємо:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \hat{n}_2 A_2.$$

Вектор площі

Для обговорення потоку векторного поля корисно ввести вектор площі \vec{A} . Це дозволяє записати останнє рівняння в більш компактному вигляді. Якою має бути величина вектора площі? Яким має бути напрямок вектора площі? Які наслідки того, як ви відповісте на попереднє запитання?

Вектор площі плоскої поверхні площею A має наступну величину і напрямок:

- Модуль величини дорівнює площі (A)
- Напрямок – уздовж нормалі до поверхні (\hat{n}); тобто перпендикулярно поверхні.

Оскільки нормаль до плоскої поверхні може бути спрямована в будь-яку сторону від поверхні, то напрямок вектора площі відкритої поверхні потрібно вибрати так, як показано на рис. 2.5.

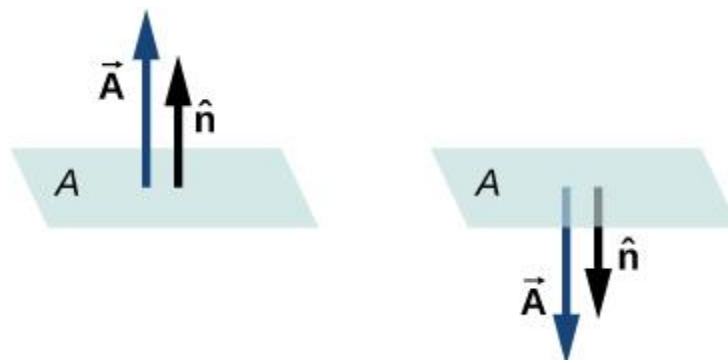


Рис. 2.5. Напрямок вектора площі відкритої поверхні може бути будь-який з двох випадків, показаних тут. Вектор площі частини замкнутої поверхні визначається як точка зсередини замкнутого простору назовні. Це правило дає унікальний напрямок

Вектор \hat{n} є одиницею нормалі до поверхні, він має два можливі напрямки в кожній точці цієї поверхні (рис. 2.6 а).

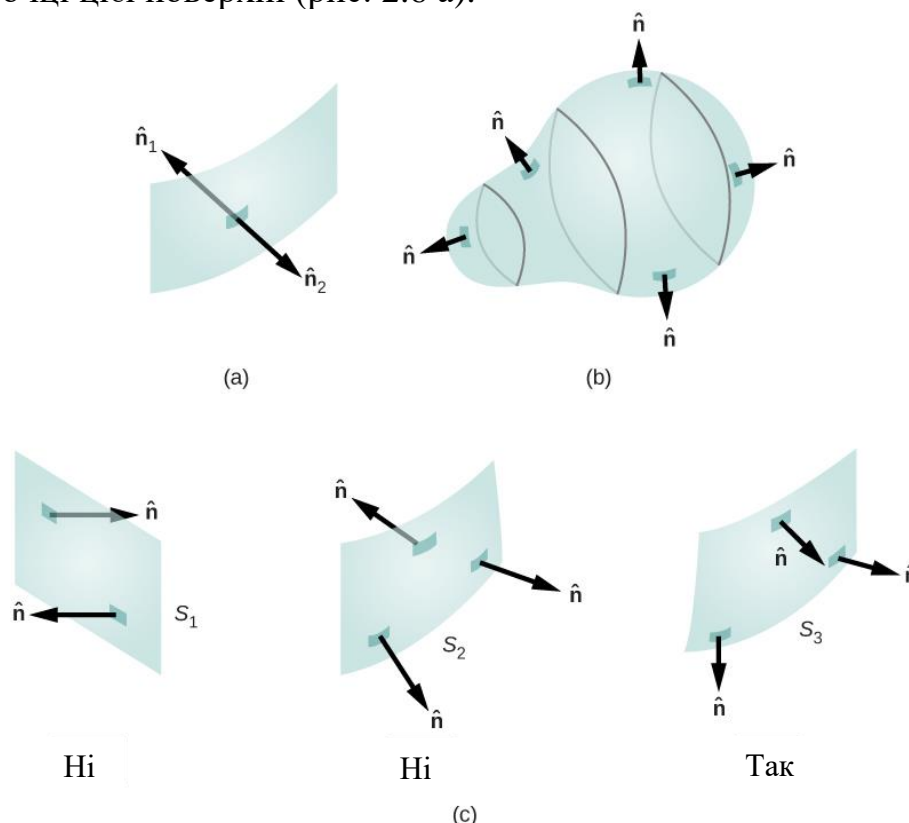


Рис. 2.6. а) У кожній точці поверхні можуть бути два нормальні вектори. б) Зовнішня нормаль використовується для обчислення потоку через замкнуту поверхню. (с) Тільки для S_3 дано несуперечливий набір нормальних векторів, що дозволяє визначити потік через поверхню

Для відкритої поверхні ми можемо використовувати будь-який напрямок, якщо ми рухаємося по всій поверхні. У частині (с) малюнка показано кілька випадків.

Однак, якщо поверхня замкнута, то поверхня охоплює об'єм. У цьому випадку напрямок нормального вектора в будь-якій точці поверхні вказує зсередини назовні. На замкнутій поверхні, такій як на рис. 2.6 (б), \hat{n} вибирається як зовнішня нормаль в кожній точці, щоб узгоджуватися зі знаком електричного заряду.

Електричний потік

Тепер ми можемо визначити електричний потік однорідного електричного поля через плоску площину як скалярний добуток напруженості електричного поля на вектор площі:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}. \quad (2.1)$$

На рис. 2.7 показано електричне поле протилежно зарядженої паралельної пластинчастої системи і уявної коробки між пластинами.

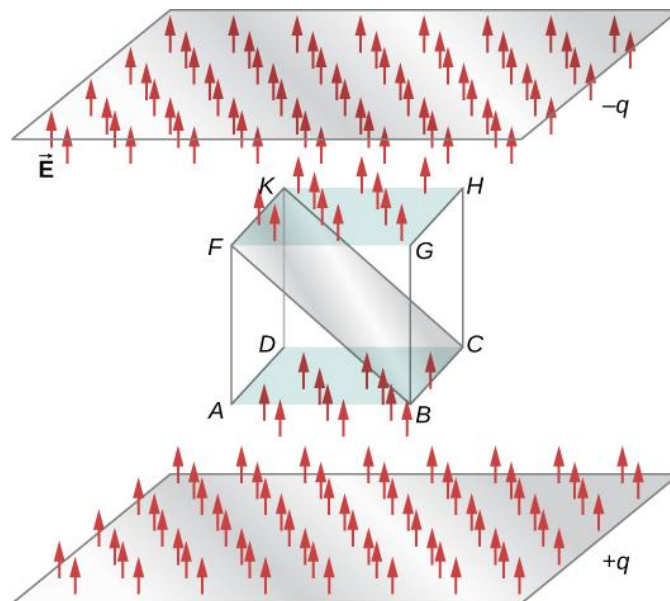


Рис. 2.7. Електричний потік через куб, поміщений між двома зарядженими пластинами. Електричний потік через нижню грань ($ABCD$) негативний, тому що \vec{E} напрямлений протилежно нормалі до поверхні. Електричний потік через верхню грань ($FGHK$) позитивний, тому що електричне поле і нормаль знаходяться в одному напрямку. Електричний потік через інші грані дорівнює нулю, оскільки електричне поле перпендикулярно до нормальних векторів цих граней. Сумарний електричний потік через куб є сумою потоків через шість граней, тобто, дорівнює нулю. Величина потоку через прямокутник $BCKF$ дорівнює величинам потоку через верхню і нижню грані

Електричне поле між пластинами рівномірне і спрямоване від позитивної пластини до негативної. Розрахунок потоку цього поля через різні грані коробки показує, що сумарний потік через коробку дорівнює нулю. Чому тут потік нівелюється? Причина в тому, що джерела електричного поля знаходяться поза гранями. Тому, якщо будь-яка лінія електричного поля входить в об'єм коробки, вона також повинна виходити кудись на поверхню, тому що всередині немає заряду, на який лінії можуть приземлитися. Тому, як правило, електричний потік через замкнуту поверхню дорівнює нулю, якщо всередині закритого об'єму немає джерел електричного поля, позитивних або негативних зарядів. У загальному випадку, коли лінії поля залишають (або «витікають») із замкнутої поверхні, Φ є позитивним; коли вони потрапляють (або «вливаються») на поверхню, Φ є від'ємним.

Будь-яка гладка, не плоска поверхня може бути замінена сукупністю крихітних, приблизно плоских поверхонь, як показано на рис. 2.8.

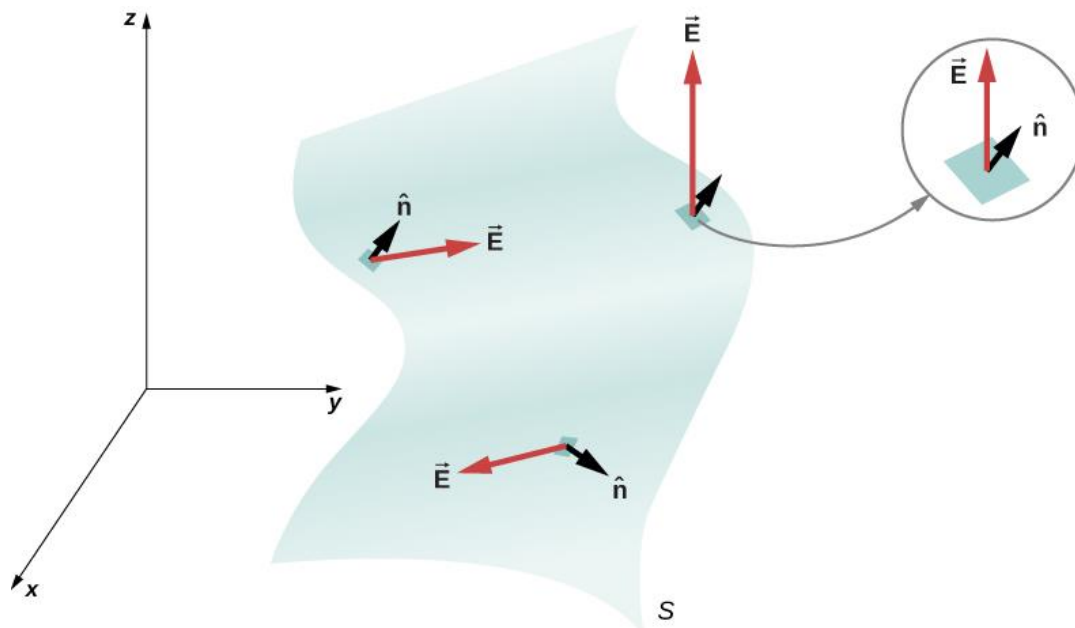


Рис. 2.8. Поверхня розділена на ділянки для знаходження потоку

Якщо ми розділимо поверхню S на невеликі ділянки, то помітимо, що в міру того, як плями стають меншими, їх можна апроксимувати плоскими поверхнями. Це схоже на те, як ми ставимося до поверхні Землі як до локально плоскої, хоча ми знаємо, що в глобальному масштабі вона приблизно сферична. Ми можемо пронумерувати ділянки поверхні (латки) від 1 до N . Тепер ми визначаємо вектор площі для кожної латки як площу латки, спрямовану в напрямку нормалі. Позначимо вектор площі для i -ї латки через $\delta \vec{A}_i$. (Ми використали цей символ δ щоб нагадати, що ця територія є як завгодно маленька). При досить малих ділянках ми можемо

апроксимувати електричне поле на будь-якій даній ділянці як однорідне. Позначимо середнє електричне поле в місці розташування i -ої ділянки через \vec{E}_i .

\vec{E}_i = Середнє електричне поле над i -ою латкою.

Тому можна записати електричний потік Φ_i через i -у латку, як

$$\Phi_i = \vec{E}_i \cdot \delta \vec{A}_i$$

Потік через кожен з окремих ділянок може бути побудований таким чином, а потім їх додаємо, щоб отримати оцінку сумарного потоку Φ через всю поверхню S :

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \Phi_i = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \cdot \delta \vec{A}_i$$

Ця оцінка потоку стає кращою в міру того, як ми зменшуємо розмір ділянок. Однак, коли ви використовуєте менші латки, вам потрібно більше їх, щоб покрити ту саму поверхню. У межах нескінченно малих ділянок їх можна вважати такими, що мають площу dA і одиничну нормаль \hat{n} . Оскільки елементи нескінченно малі, то їх можна вважати плоскими, а \vec{E}_i може прийматися як постійна над будь-яким елементом. Потім потік $d\Phi$ через площу dA задається формулою $d\Phi = \vec{E}_i \cdot \hat{n} dA$. Він позитивний, коли кут між \vec{E}_i і \hat{n} менше ніж 90° і від'ємний, коли кут більший за 90° . Сумарний потік – це сума нескінченно малих елементів потоку по всій поверхні. При нескінченно малих ділянках потрібно нескінченно багато ділянок, і границя суми стає поверхневим інтегралом:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \int_S \vec{E} \cdot d\hat{A} \quad (2.2)$$

Щоб відрізнити потік через відкриту поверхню, як на рис. 2.4 і потік через замкнуту поверхню (таку, що повністю обмежує деякий об'єм), зобразимо потік через замкнуту поверхню у вигляді:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \oint_S \vec{E} \cdot d\hat{A}, \quad (2.3)$$

де коло через символ інтеграла означає, що поверхня замкнута, і ми інтегруємо по всій площі. Якщо ви інтегруєте лише частину закритої поверхні, це означає, що ви розглядаєте її підмножину як відкриту поверхню.

ПРИКЛАД. 2.1. Потік рівномірного електричного поля

Постійне електричне поле величини E_0 напрямлено вздовж позитивної осі z (рис. 2.9). Чому дорівнює електричний потік через прямокутник зі сторонами a і b в (а) xy -площині і в (б) xz -площині?

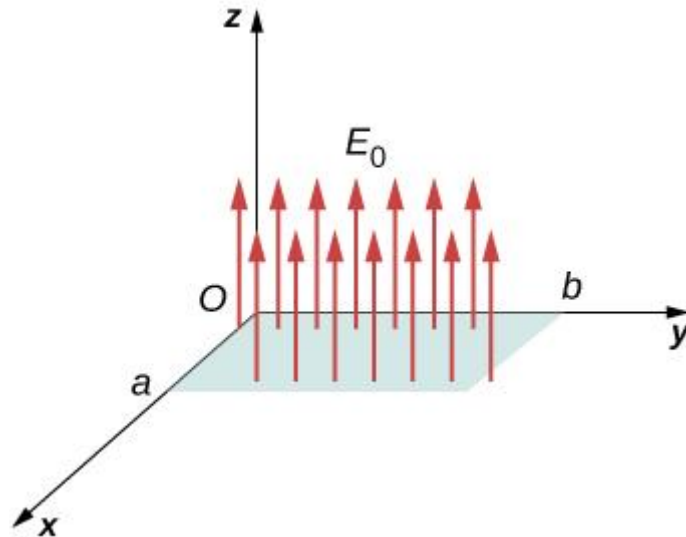


Рис. 2.9. Обчислення потоку E_0 через прямокутну поверхню

Стратегія

Застосовуємо визначення потоку: $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$, де визначення скалярного добутку має вирішальне значення.

Розв'язання

- У цьому випадку $\Phi = \vec{E}_0 \cdot \vec{A} = E_0 A = E_0 ab$.
- Тут напрямок вектора xz -площини або уздовж позитивної осі y , або уздовж негативної осі y . Отже, скалярний добуток електричного поля на вектор xz -площини дорівнює нулю, даючи нульовий потік.

Обговорення

Відносні напрямки електричного поля і площини можуть призвести до того, що потік через цю область дорівнюватиме нулю.

ПРИКЛАД 2.2. Потік рівномірного електричного поля через замкнуту поверхню

Постійне електричне поле величини E_0 напрямлено вздовж позитивної осі z (рис. 2.10). Який сумарний електричний потік проходить через куб?

Стратегія

Застосовуємо визначення потоку: $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$ відзначаючи, що замкнута поверхня усуває неоднозначність у напрямку вектора площі.

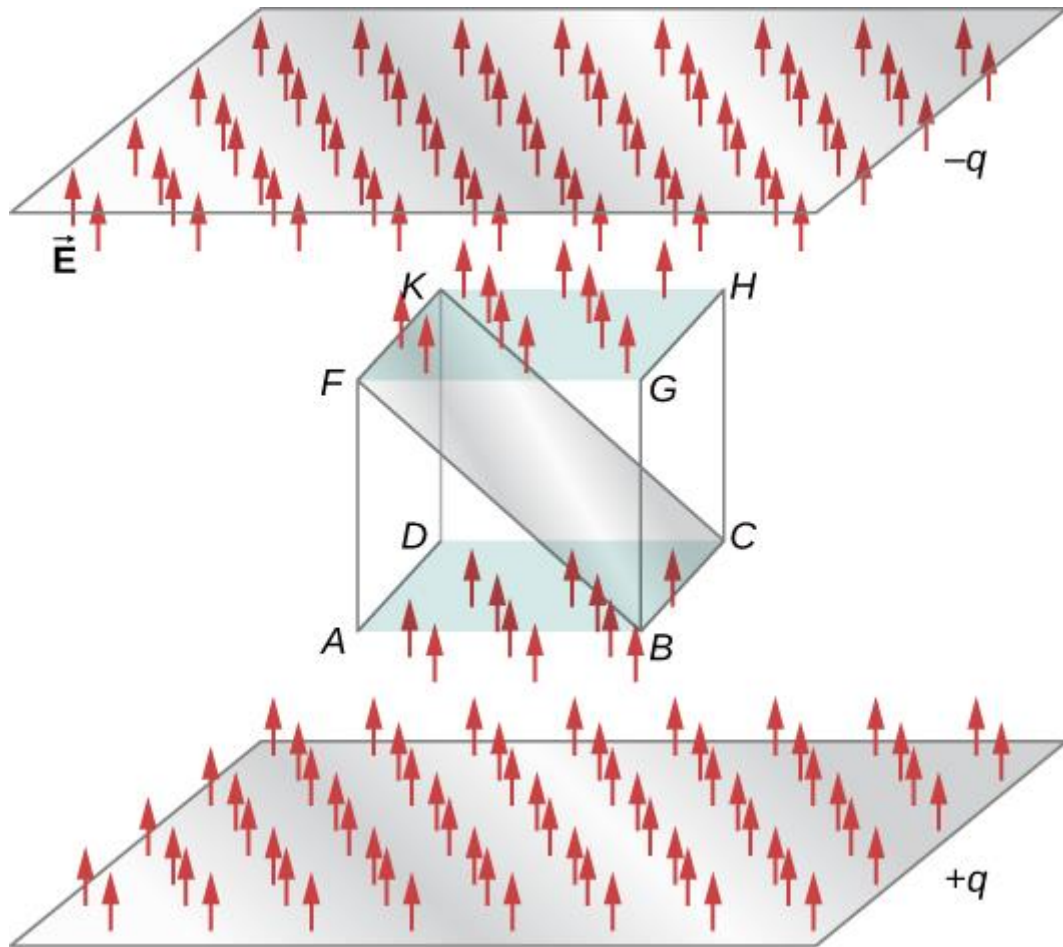


Рис. 2.10. Обчислення потоку E_0 через замкнуту кубічну поверхню

Розв'язок

Через верхню грань куба, $\Phi = \vec{E}_0 \cdot \vec{A} = E_0 A$. Через нижню грань куба, $\Phi = \vec{E}_0 \cdot \vec{A} = -E_0 A$, тому що вектор площі тут спрямований вниз.

Уздовж інших чотирьох сторін напрямок вектора площі перпендикулярний напрямку електричного поля. Отже, скалярний добуток електричного поля на вектор площі дорівнює нулю, даючи нульовий потік. Сумарний потік становить:

$$\Phi = E_0 A - E_0 A + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

Обговорення

Сумарний потік однорідного електричного поля через замкнуту поверхню дорівнює нулю.

ПРИКЛАД 2.3. Електричний потік через площину, інтегральний метод

Рівномірне електричне поле $E = 10$ Н/Кл спрямовано паралельно уз-площині під кутом 30° до ху-площини, як показано на рис. 2.11. Який електричний потік через плоску поверхню площею 6.0 м², яка знаходиться в хz-площині? Припустимо, що \hat{n} спрямовано в позитивному напрямку у.

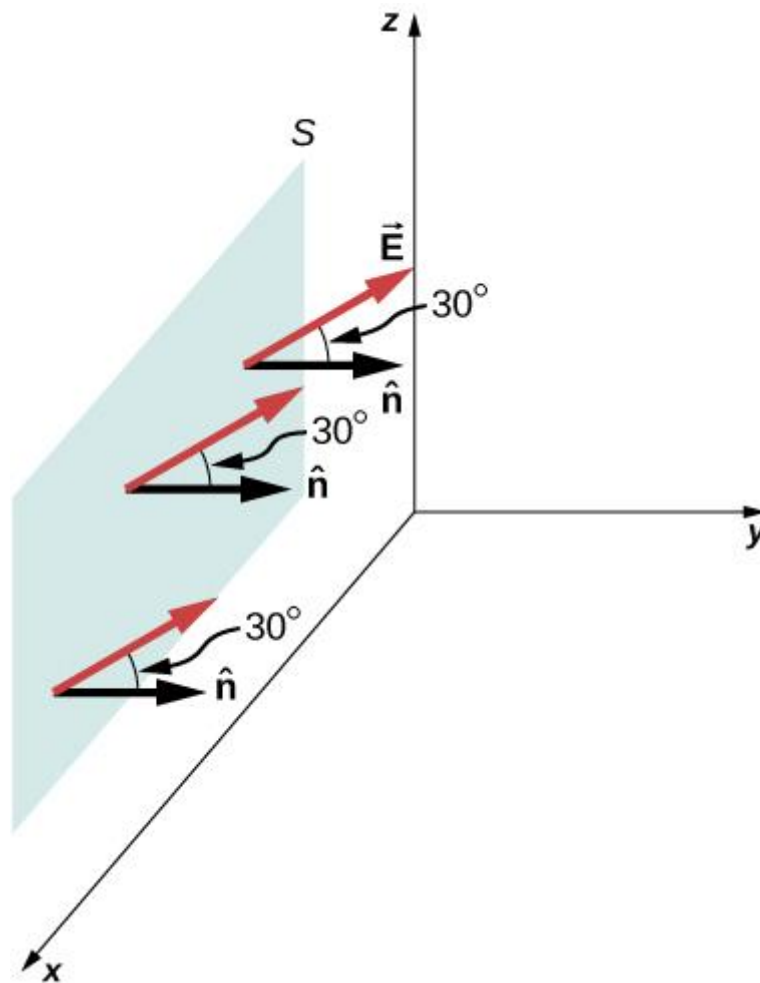


Рис. 2.11. Електричне поле створює електричний потік через поверхню S

Стратегія

Застосовуємо формулу $\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA$, де напрямок і величина електричного поля постійні.

Розв'язок

Кут між однорідним електричним полем \vec{E} і нормаллю \hat{n} дорівнює $\alpha = 30^\circ$. Оскільки і напрямок, і величина постійні, то E виходить за межі інтеграла. Все, що залишилося, це поверхневий інтеграл над dA , який дорівнює A . Отже, використовуючи рівняння відкритої поверхні, знаходимо, що електричний потік через поверхню S дорівнює:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = EA \cos \theta = (10 \text{ Н/Кл})(6 \text{ м}^2)(\cos 30^\circ) = 52 \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{Кл}}$$

Обговорення

Знову ж таки, відносні напрямки поля і площі мають значення і загальне рівняння з інтегралом спрощується до простого скалярного добутку площі і напруженості електричного поля.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 2.1

Який кут повинен бути між електричним полем і поверхнею, показаною на рис. 2.11 в попередньому прикладі, щоб електричний потік не проходив через поверхню?

ПРИКЛАД 2.4. Неоднорідне електричне поле

Чому дорівнює сумарний потік електричного поля $\vec{E} = cy^2\hat{k}$ через прямокутну поверхню, зображену на рис. 2.12?

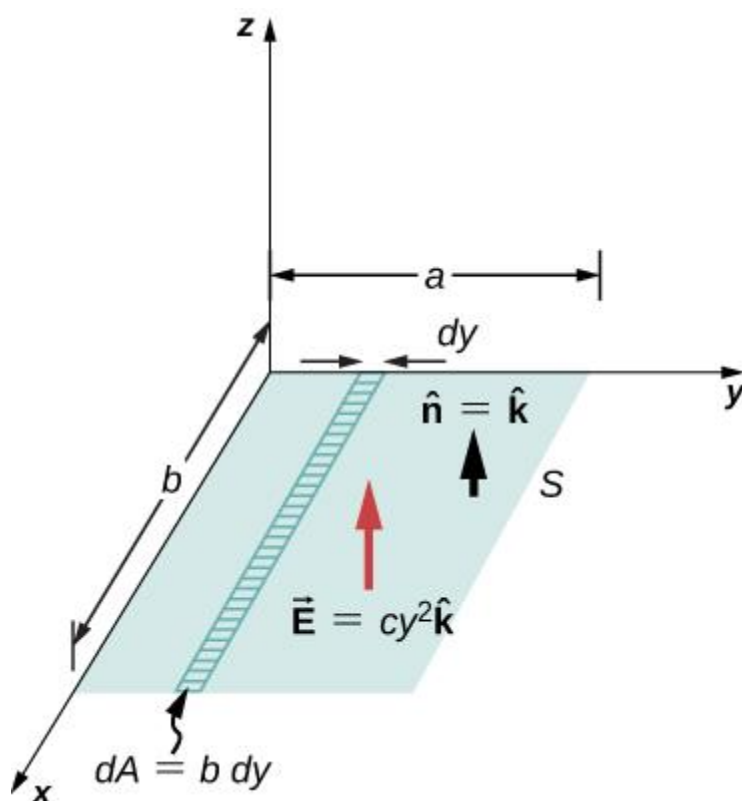


Рис. 2.12. Оскільки електричне поле не є постійним над поверхнею, то для визначення потоку необхідне інтегрування

Стратегія

Застосовуємо формулу $\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA$. Припустимо, що нормаль \hat{n} до заданих точок поверхні напрямлена в позитивному z -напрямку, тому $\hat{n} = \hat{k}$. Оскільки електричне поле неоднорідне по поверхні, необхідно розділити поверхню на нескінченно малі смуги, уздовж яких \vec{E} буде

постійна. Як показано на рис. 2.12, ці смуги паралельні осі x , і кожна смуга має площу $dA = bdy$.

Розв'язок

З інтеграла відкритої поверхні знаходимо, що сумарний потік через прямокутну поверхню дорівнює:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \int_0^a (cy^2 \vec{k}) \cdot \hat{k} (bdy) = cb \int_0^a y^2 dy = \frac{1}{3} a^3 bc.$$

Обговорення

Для непостійного електричного поля необхідний інтегральний метод.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 2.2

Якщо електричне поле в прикладі 2.4 дорівнює $\vec{E} = tx\hat{k}$, чому дорівнює потік через прямокутну площу?

2.2. Пояснення закону Гаусса

Тепер ми можемо визначити електричний потік через довільну замкнуту поверхню для довільного розподілу заряду. Ми з'ясували, що якщо замкнута поверхня не має заряду всередині, де може закінчуватися лінія електричного поля, тоді будь-яка лінія електричного поля, що входить на поверхню в одній точці, обов'язково повинна вийти в якійсь іншій точці поверхні. Тому, якщо замкнута поверхня не має ніяких зарядів всередині закритого об'єму, тоді електричний потік через поверхню дорівнює нулю. Що ж відбувається з електричним потоком, якщо всередині об'єму є якісь заряди? Закон Гаусса дає кількісну відповідь на це питання.

Щоб зрозуміти, чого очікувати, розрахуємо електричний потік через сферичну поверхню навколо позитивного точкового заряду q , оскільки електричне поле в такій ситуації ми вже знаємо. Нагадаємо, що коли ми розміщуємо точковий заряд на початку координатних осей, то електричне поле в точці P , що знаходиться на відстані r від заряду в початку координат, задається формулою:

$$\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r},$$

де \hat{r} – радіальний одиничний вектор від заряду в початку координат до точки P . За допомогою цього електричного поля можна знайти потік через сферичну поверхню радіуса R , як показано на рис. 2.13.

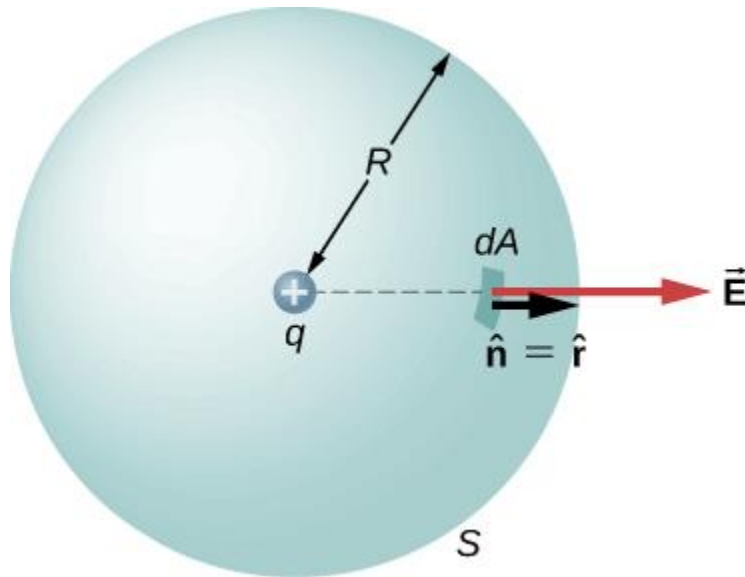


Рис. 2.13. Замкнута сферична поверхня Гаусса, що оточує точковий заряд q

Застосовуємо формулу $\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA$ до цієї системи і підставимо відомі значення. На сфері, $\hat{n} = \hat{r}$ і $r = R$, тому для нескінченно малої площі dA ,

$$d\Phi = \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} dA.$$

Тепер ми знаходимо сумарний потік, інтегруючи цей потік по поверхні сфери:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \oint_S dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} (4\pi R^2) = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

де загальна площа сферичної поверхні дорівнює $4\pi R^2$. Це дає потік через замкнуту сферичну поверхню при радіусі r у вигляді:

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (2.4)$$

Примітним фактом цього рівняння є те, що потік не залежить від величини сферичної поверхні. Це можна прямо пояснити тим, що електричне поле точкового заряду зменшується з відстанню, як $1/r^2$, що скасовує r^2 збільшення площі поверхні.

Розуміння потоку в термінах ліній поля

Альтернативний спосіб з'ясувати, чому потік через замкнуту сферичну поверхню не залежить від радіуса поверхні, полягає в тому, щоб подивитися на лінії електричного поля. Зауважимо, що кожна лінія поля від заряду q , яка пронизує поверхню на радіусі R_1 також проколоне поверхню сфери радіусом R_2 (рис. 2.14).

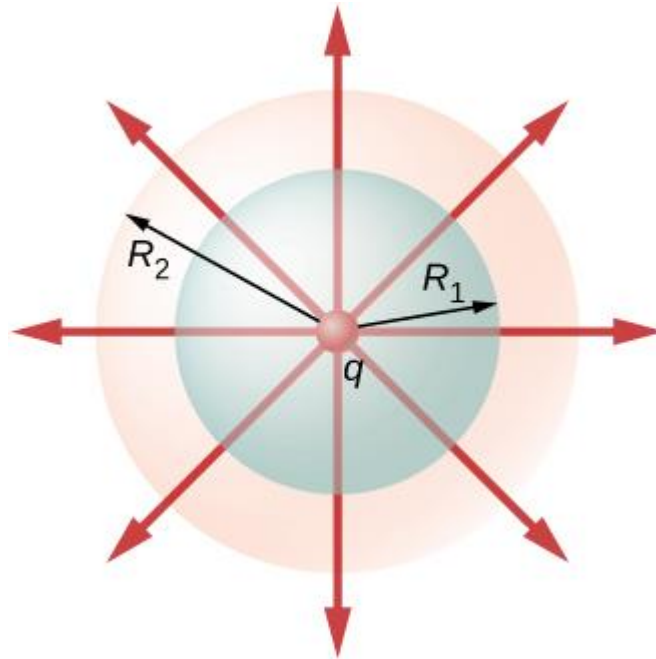


Рис. 2.14. Потік через сферичні поверхні радіусів R_1 і R_2 . Оболонка заряду q є рівною, незалежно від розміру поверхні, оскільки всі лінії E -поля, що пронизують одну поверхню зсередини назовні, також пронизують іншу поверхню в тому ж напрямку

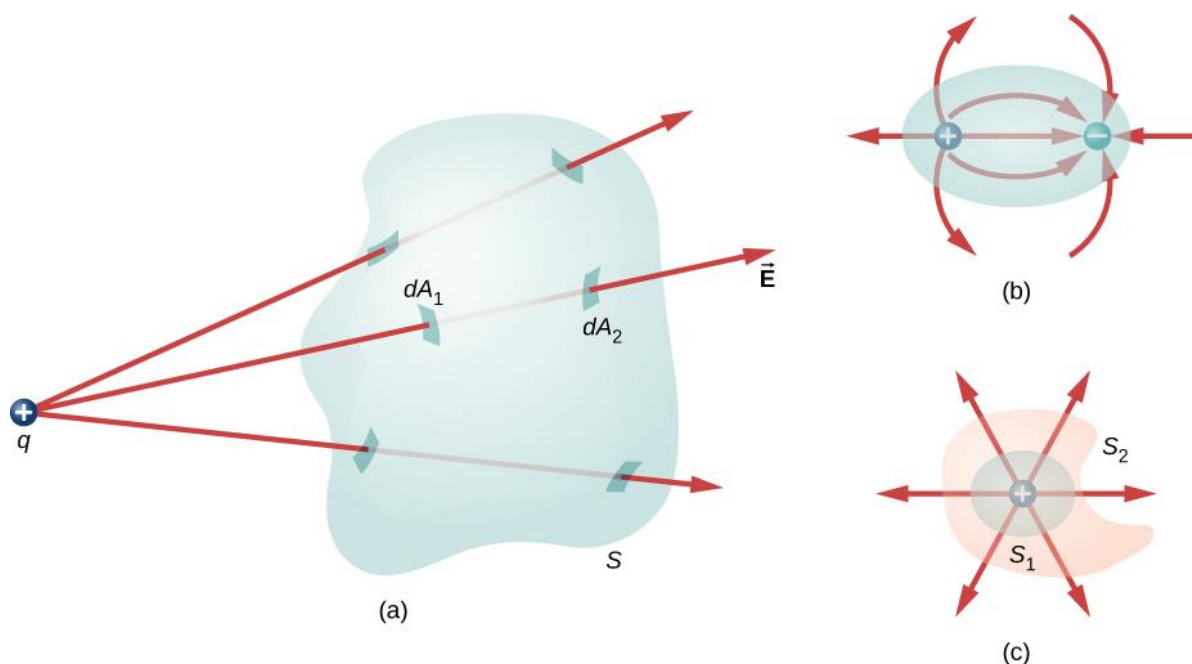


Рис. 2.15. Розуміння потоку в термінах ліній поля. а) Електричний потік через замкнуту поверхню, зумовлений зарядом поза цією поверхнею, дорівнює нулю. б) заряди є, але оскільки сумарний заряд дорівнює нулю, то сумарний потік через замкнуту поверхню також дорівнює нулю. с) Форма і розмір поверхонь, всередині яких є заряд, не мають значення, оскільки всі поверхні, що містять один і той же заряд, мають однаковий потік

Отже, сумарне число ліній електричного поля, що проходять через дві поверхні від внутрішнього до зовнішнього напрямку, однакове. Можна побачити, що якщо в замкнуту поверхню не входять заряди, то електричний потік через неї повинен дорівнювати нулю. Типова лінія поля виходить на поверхню при dA_1 і залишає на dA_2 . Кожна лінія, яка входить на поверхню, також повинна залишати цю поверхню. Отже, сумарний «потік» ліній поля на поверхню або з неї дорівнює нулю (рис. 2.15 (а)). Те ж саме відбувається, якщо заряди рівного і протилежного знака включені всередину замкнутої поверхні, так що сумарний заряд, що там розміщується, дорівнює нулю (частина (б)). Поверхня, що має всередині заряд, має однакову кількість ліній поля, що перетинають її, незалежно від форми або розміру поверхні, якщо поверхня охоплює однакову величину заряду (частина (с)).

Формулювання закону Гаусса

Закон Гаусса узагальнює цей результат на випадок будь-якого числа зарядів і будь-якого розташування зарядів у просторі всередині замкнутої поверхні. Відповідно до закону Гаусса, потік вектора напруженості електричного поля \vec{E} через будь-яку замкнуту поверхню S , яку називають **гауссовою поверхнею**, дорівнює алгебраїчній сумі зарядів (q_Σ), які є всередині поверхні S , поділеному на діелектричну проникність вакууму (ϵ_0):

$$\Phi = \frac{q_\Sigma}{\epsilon_0}.$$

Це рівняння справедливе для *зарядів будь-якого знака*, оскільки ми визначаємо вектор площі замкнутої поверхні, спрямований назовні. Якщо укладений заряд негативний (див.рис. 2.16 (б)), тоді потік через S або S' є від'ємним.

Поверхня Гаусса не обов'язково повинна відповідати реальному, фізичному об'єкту; це трапляється рідко. Це математична конструкція, яка може мати будь-яку форму за умови, що вона замкнута. Однак, оскільки наша мета полягає в тому, щоб інтегрувати потік через поверхню, ми вибираємо форми, які є симетричними.

Якщо заряди є дискретними точковими зарядами, тоді ми просто додаємо їх. Якщо заряд описується безперервним розподілом, то нам потрібно інтегрувати відповідним чином, щоб знайти загальний заряд, який знаходиться всередині укладеного об'єму. Наприклад, потік через поверхню Гаусса S на рис. 2.17 має вигляд:

$$\Phi = (q_1 - q_2 - q_5)/\epsilon_0.$$

Зазначимо, що q_Σ є алгебраїчною сумою точкових зарядів. Якби розподіл заряду був безперервним, нам потрібно було б інтегрувати відповідним чином, щоб обчислити загальний заряд під поверхнею Гаусса.

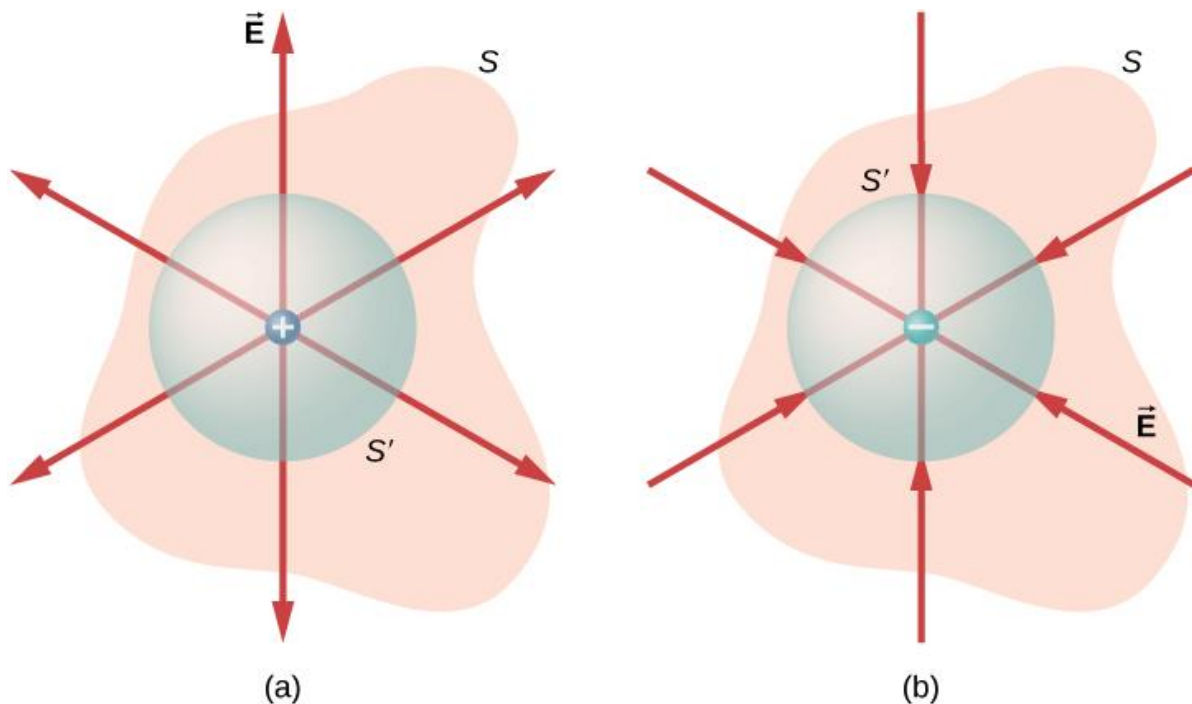


Рис. 2.16. Електричний потік через будь-яку замкнуту поверхню, що оточує точковий заряд q , задається законом Гаусса. (а) Заряд, що вкладається, є позитивний. (б) Заряд, що вкладається, є негативним

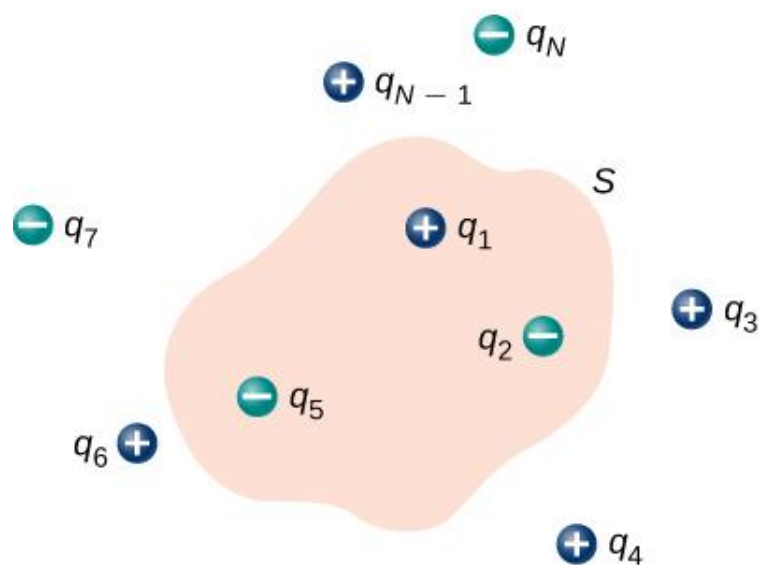


Рис. 2.17. Показаний потік через гауссову поверхню, обумовлений розподілом зарядів, дорівнює $\Phi = (q_1 - q_2 - q_5)/\epsilon_0$

Нагадаємо, що принцип суперпозиції справедливий для електричного поля. Отже, сумарне електричне поле в будь-якій точці, включаючи ті, що знаходяться на обраній поверхні Гаусса, є сумою всіх електричних полів, присутніх у цій точці. Це дозволяє записати закон Гаусса в термінах повного електричного поля.

ЗАКОН ГАУССА

Потік Φ вектора напруженості електричного поля \vec{E} через будь-яку замкнуту поверхню S (поверхня Гаусса) дорівнює алгебраїчній сумі зарядів (q_Σ), які знаходяться всередині поверхні, поділеної на діелектричну проникність вакууму (ϵ_0):

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{q_\Sigma}{\epsilon_0}. \quad (2.5)$$

Щоб ефективно використовувати закон Гаусса, ви повинні мати чітке уявлення про те, що являє собою кожен член рівняння. Поле \vec{E} — сумарне електричне поле в кожній точці поверхні Гауса. Це сумарне поле включає внески зарядів як всередині, так і зовні поверхні Гауса. Однак q_Σ — це заряд всередині поверхні Гауса.

Нарешті, поверхня Гаусса — це будь-яка замкнута поверхня в просторі. Ця поверхня може збігатися з фактичною поверхнею провідника, а може бути уявною геометричною поверхнею. Єдина вимога, що пред'являється до поверхні Гаусса, полягає в тому, щоб вона була замкнутою (рис. 2.18).



Рис. 2.18. Пляшка Кляйна, частково заповнена рідиною. Чи можна використовувати пляшку Кляйна як гауссову поверхню?

ПРИКЛАД 2.5. Електричний потік через поверхні Гаусса

Обчисліть електричний потік через кожен гауссову поверхню, показану на рис. 2.19.

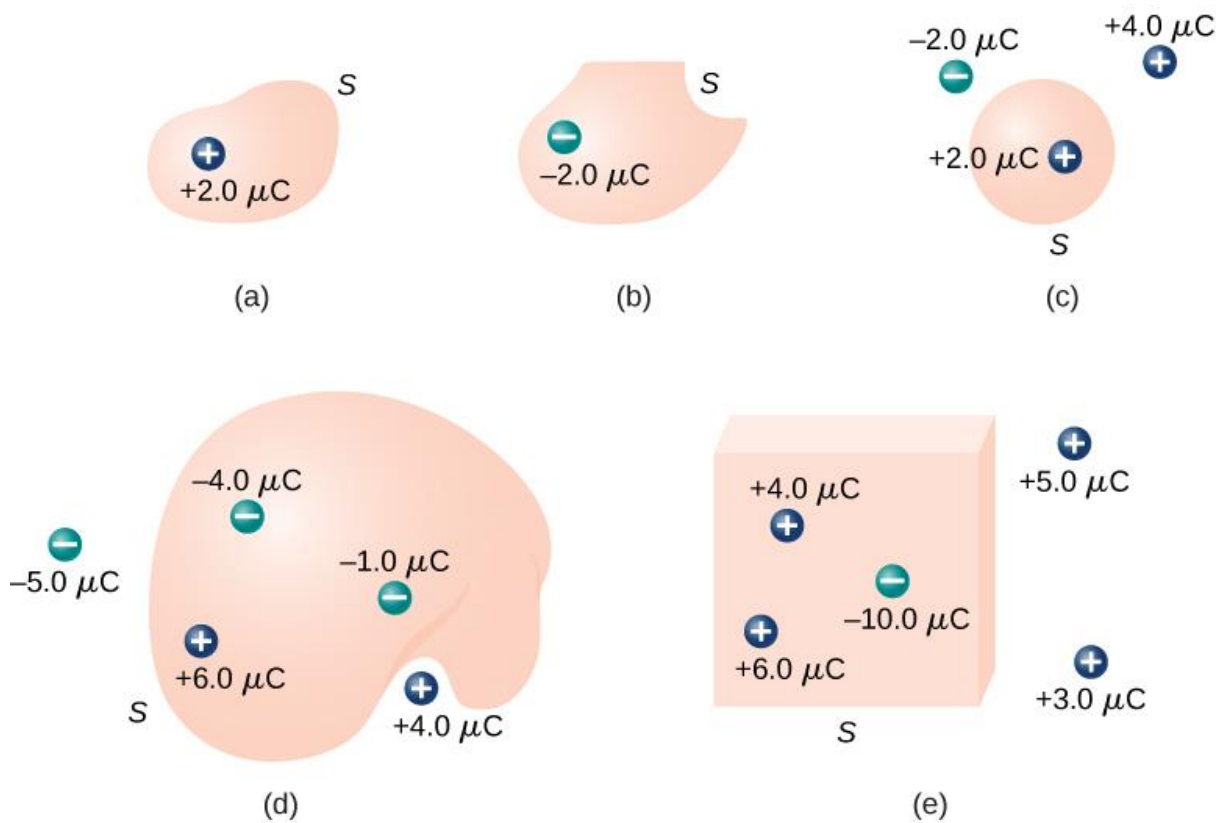


Рис. 2.19. Різні гауссові поверхні і заряди

Стратегія

За законом Гаусса потік через кожену поверхню задається формулою q_{Σ}/ϵ_0 , де q_{Σ} – це заряд, який розміщений всередині поверхні.

Розв'язок

Для показаних поверхонь і зарядів знаходимо:

$$a. \Phi = \frac{2,0 \text{ мкКл}}{\epsilon_0} = 2,3 \times 10^5 \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{Кл}}$$

$$b. \Phi = \frac{-2,0 \text{ мкКл}}{\epsilon_0} = -2,3 \times 10^5 \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{Кл}}$$

$$c. \Phi = \frac{2,0 \text{ мкКл}}{\epsilon_0} = 2,3 \times 10^5 \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{Кл}}$$

$$d. \Phi = \frac{-4,0 \text{ мкКл} + 6,0 \text{ мкКл} - 1,0 \text{ мкКл}}{\epsilon_0} = 1,1 \times 10^5 \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{Кл}}$$

$$e. \Phi = \frac{4,0 \text{ мкКл} + 6,0 \text{ мкКл} - 10,0 \text{ мкКл}}{\epsilon_0} = 0.$$

Обговорення

В окремому випадку замкнутої поверхні обчислення потоку визначається алгебраїчною сумою зарядів. У наступному розділі це дозволить нам працювати з більш складними системами.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 2.3

Розрахуйте електричний потік через замкнуту кубічну поверхню для кожного розподілу заряду, показаного на рис. 2.20.

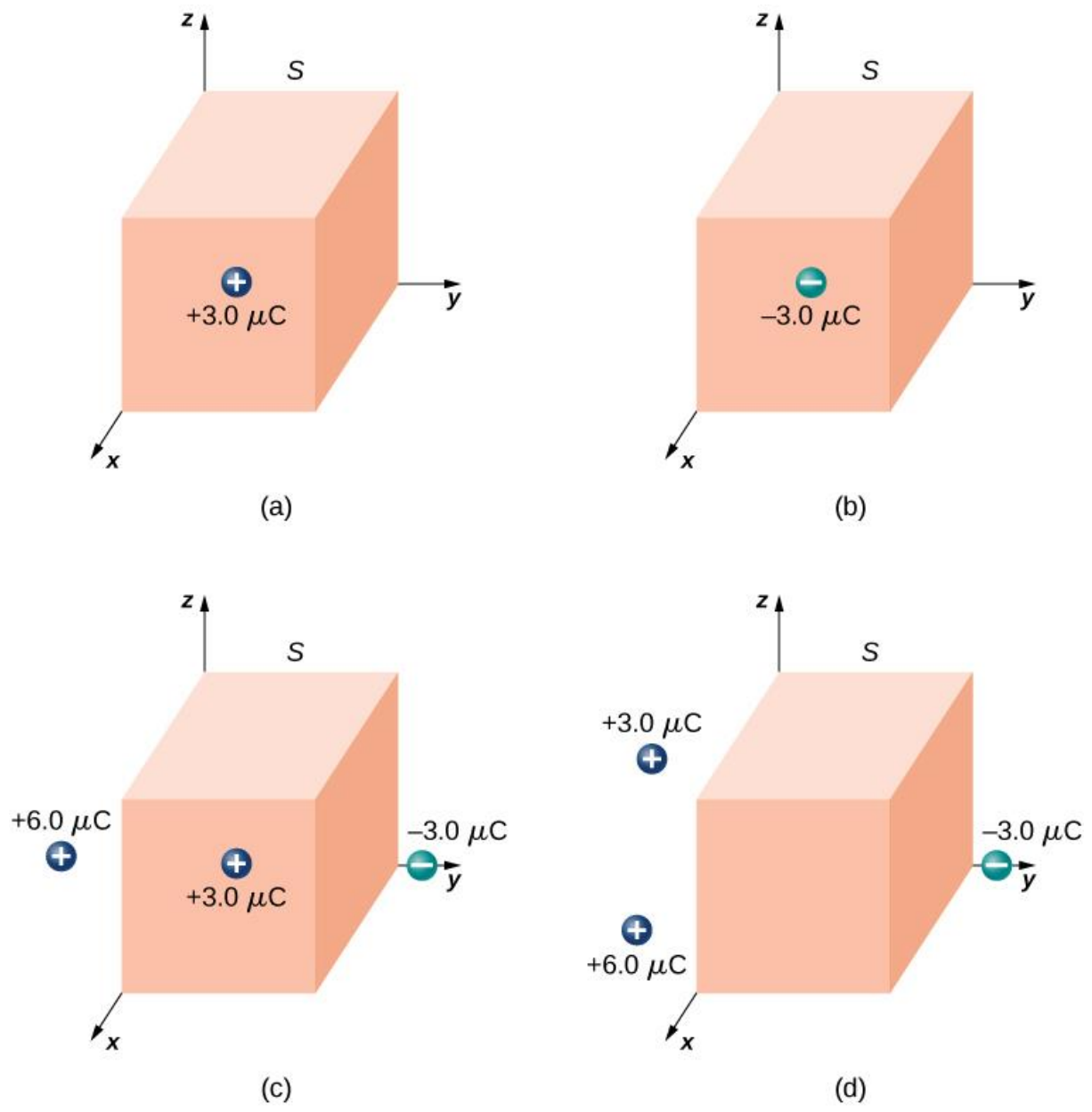


Рис. 2.20. Кубічна поверхня Гаусса з різним розподілом заряду

2.3. Застосування закону Гаусса

Закон Гаусса дуже корисний для визначення величини напруженості E електричного поля, хоча закон не стосується безпосередньо електричного поля; йдеться про електричний потік. Виявляється, що в ситуаціях, які мають певні симетрії (сферичну, циліндричну або плоску) в розподілі заряду, ми можемо визначити електричне поле на основі знань про електричний потік. У цих системах ми можемо знайти гауссову поверхню S , над якою електричне поле має постійну величину. Крім того, якщо \vec{E} є паралельною до \hat{n} скрізь на поверхні, то $\vec{E}\hat{n} = E$ (якщо \vec{E} і \hat{n} є антипаралельними скрізь на поверхні, тоді $\vec{E}\hat{n} = -E$). Тоді закон Гаусса спрощується до виразу:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E \int_S dA = EA = \frac{q_\Sigma}{\epsilon_0}. \quad (2.6)$$

де A – площа поверхні. Зауважимо, що ці симетрії призводять до перетворення інтеграла потоку в добуток величини електричного поля і відповідної площі. Коли ви використовуєте цей потік у виразі для закону Гаусса, ви отримуєте алгебраїчне рівняння, яке можна розв'язати для визначення величини електричного поля:

$$E = \frac{q_\Sigma}{\epsilon_0 A}.$$

Напрямок електричного поля в точці P виходить з симетрії розподілу заряду і виду заряду в розподілі. Тому закон Гаусса може бути використаний для визначення \vec{E} . Ось короткий виклад кроків, які ми виконуємо:

СТРАТЕГІЯ ВИРІШЕННЯ ПРОБЛЕМ

Закон Гаусса

1. *Визначте просторову симетрію розподілу зарядів.* Це важливий перший крок, який дозволяє нам вибрати відповідну гауссову поверхню. Наприклад, ізольований точковий заряд має сферичну симетрію, а нескінченна лінія заряду – циліндричну.
2. *Виберіть гауссову поверхню з такою ж симетрією, як і розподіл зарядів.* Зробивши такий вибір, $\vec{E}\hat{n}$ легко визначається над поверхнею Гаусса.
3. *Визначте інтеграл $\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA$ над поверхнею Гауса, т. е. обчисліть потік через поверхню.* Симетрія поверхні Гаусса дозволяє врахувати, що $\vec{E}\hat{n} = E$ поза інтегралом.
4. *Визначте величину заряду, всередині гауссової поверхні.* Це величина чисельника правої частини рівняння, що представляє закон Гаусса. Часто виникає необхідність виконати інтеграцію, щоб отримати сумарний вкладений заряд.
5. *Визначте напруженість електричного поля розподілених зарядів.*

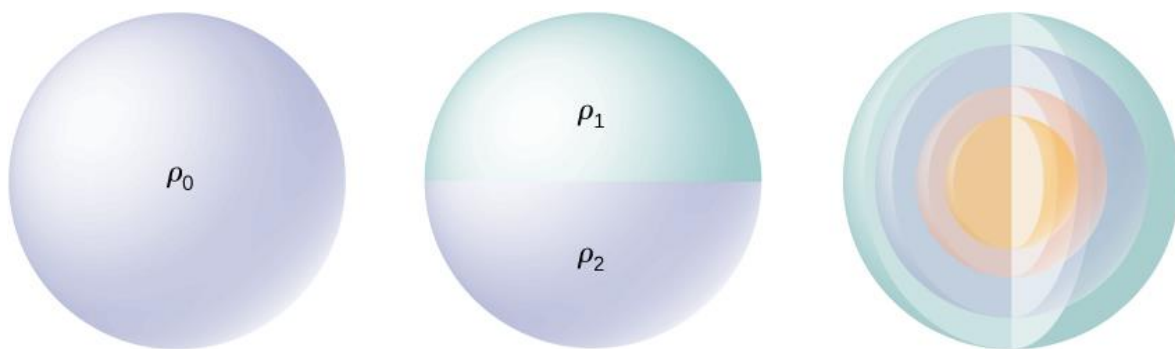
В основному, існує всього три типи симетрії, які дозволяють використовувати закон Гаусса для визначення електричного поля:

- Розподіл заряду зі сферичною симетрією;
- Розподіл заряду з циліндричною симетрією;
- Розподіл заряду з плоскою симетрією.

Щоб використати симетрію, ми виконуємо обчислення у відповідних системах координат і використовуємо правильний вид гауссової поверхні для цієї симетрії.

Розподіл заряду зі сферичною симетрією

Розподіл заряду має **сферичну симетрію**, якщо густина заряду залежить тільки від відстані від точки простору, а не від напрямку. Іншими словами, якщо ви обертаєте систему, вона не виглядає інакше. Наприклад, якщо сфера радіуса R рівномірно заряджена з густиною заряду ρ_0 , тоді розподіл має сферичну симетрію (рис. 2.21 (а)).



(а) Сферична симетрія (б) Немає сферичної симетрії (в) Сферична симетрія

Рис. 2.21. Ілюстрації сферично-симетричних і несиметричних систем. Різні відтінки вказують на різну густина заряду. Заряди на об'єктах сферичної форми не обов'язково означають, що заряди розподілені зі сферичною симетрією. Сферична симетрія виникає тільки тоді, коли густина заряду не залежить від напрямку. У (а) заряди рівномірно розподілені в сфері. У (б) верхня половина сфери має іншу густина заряду, ніж нижня; отже, (б) не має сферичної симетрії. У (в) заряди знаходяться в сферичних оболонках різної густини заряду, а це означає, що густина заряду є лише функцією радіальної відстані від центру; тому система має сферичну симетрію

З іншого боку, якщо сфера радіуса R заряджена так, що верхня половина сфери має рівномірну густина заряду ρ_1 а нижня половина має рівномірну густина заряду $\rho_2 \neq \rho_1$, тоді сфера не має сферичної симетрії, оскільки густина заряду залежить від напрямку (рис. 2.21 (б)). Таким

чином, не форма об'єкта, а форма розподілу зарядів визначає, чи має система сферичну симетрію.

На рис. 2.21 (в) показана сфера з чотирма різними оболонками, кожна з яких має свою рівномірну густину заряду. Хоча це ситуація, коли густина заряду в повній сфері нерівномірна, функція густини заряду залежить тільки від відстані від центру, а не від напрямку. Тому цей розподіл зарядів має сферичну симетрію.

Один з хороших способів визначити, чи має ваша задача сферичну симетрію, – це подивитися на функцію густини заряду в сферичних координатах, $\rho(r, \theta, \varphi)$. Якщо густина заряду є лише функцією від r , тобто $\rho = \rho(r)$, тоді у вас буде сферична симетрія. Якщо густина залежить від θ або φ , ви можете змінювати її обертянням; отже, у вас не буде сферичної симетрії.

Наслідки симетрії

У всіх сферично-симетричних випадках електричне поле в будь-якій точці має бути радіально спрямованим, тому що заряд, а отже, і поле повинні бути інваріантними при обертанні. Тому, використовуючи сферичні координати, початок яких знаходиться в центрі сферичного розподілу зарядів, можна записати очікувану форму електричного поля в точці P , розташованої на відстані r від центру:

$$\vec{E}_P = E_P(r)\hat{r}, \quad (2.7)$$

де \hat{r} — одиничний вектор, спрямований у напрямку від початку координат до точки поля P . Радіальна складова E_P електричного поля може бути позитивною або негативною. Коли $E_P > 0$, електричне поле в точці P напрямлено від початку координат, а коли $E_P < 0$, напрям електричного поля в точці P вказує на початок координат.

Розрахунки поверхні та потоки за Гауссом

Тепер ми можемо використовувати цю форму електричного поля для отримання потоку електричного поля через поверхню Гауса. Для сферичної симетрії поверхня Гауса є замкнутою сферичною поверхнею, яка має той самий центр, що й центр розподілу заряду. Таким чином, напрямок вектора площі елемента площі на поверхні Гауса в будь-якій точці паралельний напрямку електричного поля в цій точці, якщо припустити, що сумарний заряд позитивний, в результаті чого обидва вектори спрямовані радіально назовні (рис. 2.22). Якби сумарний заряд був від'ємним всередині поверхні Гауса, то електричне поле вказувало б антипаралельно вектору площі.

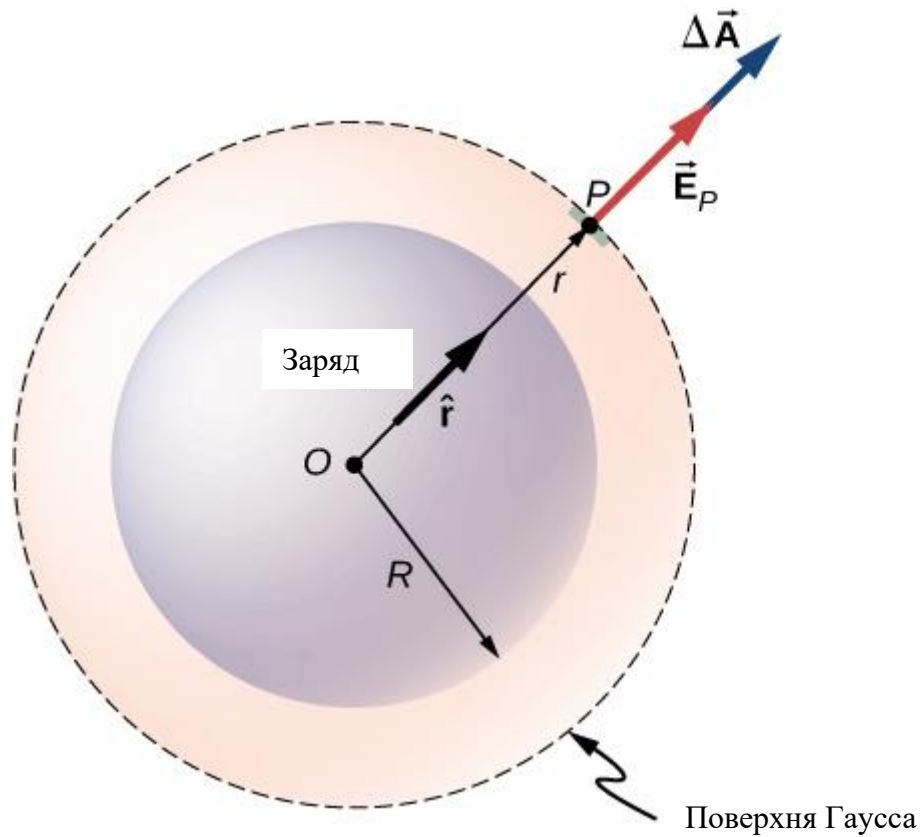


Рис. 2.22. Електричне поле в будь-якій точці сферичної поверхні Гаусса для сферично-симетричного розподілу заряду паралельне вектору елемента площі в цій точці, що дає потік як добуток величини напруженості електричного поля на величину площі. Зауважимо, що радіус R розподілу заряду і радіус r поверхні Гаусса є різними величинами

Величини електричного поля \vec{E} повинні бути скрізь однаковими на сферичній поверхні Гаусса, з концентричним розподілом заряду. Для сферичної поверхні радіусом r ,

$$\Phi = \oint_S \vec{E}_P \cdot \hat{n} dA = E_P \int_S dA = E_P 4\pi r^2.$$

Використання закону Гаусса

Відповідно до закону Гаусса, потік через замкнуту поверхню дорівнює загальному заряду, укладеному в замкнуту поверхню, поділеному на діелектричну проникність вакууму ϵ_0 . Якщо q_Σ — сумарний заряд, розподілений усередині сфери радіусом r , яка є гауссової сферичної поверхнею радіуса r , тоді за законом Гаусса:

$$4\pi r^2 E = \frac{q_\Sigma}{\epsilon_0}.$$

Отже, електричне поле в точці P , що знаходиться на відстані r від центру сферично-симетричного розподілу заряду, має наступну величину і напрямок:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\Sigma}}{r^2}. \quad (2.8)$$

Напрямок: радіальний від центру сфери O до P , або від P до точки O .

Напрямок поля в точці P залежить від того, позитивний або негативний заряд в сфері. Для сумарного позитивного заряду, укладеного в поверхню Гаусса, напрямок від O до P , а для сумарного негативного заряду буде від P до O . Це все, що нам потрібно для точкового заряду, і ви помітите, що результат, отриманий вище, ідентичний результату для точкового заряду. Однак закон Гаусса стає по-справжньому корисним у випадках, коли заряд займає кінцевий об'єм.

Обчислення вкладеного заряду

Більш цікавим є випадок, коли сферичний розподіл заряду займає деякий об'єм, і виникає питання про те, яке електричне поле всередині розподілу заряду. При цьому укладений заряд залежить від відстані r точки поля відносно радіуса розподілу заряду R , як показано на рис. 2.23.

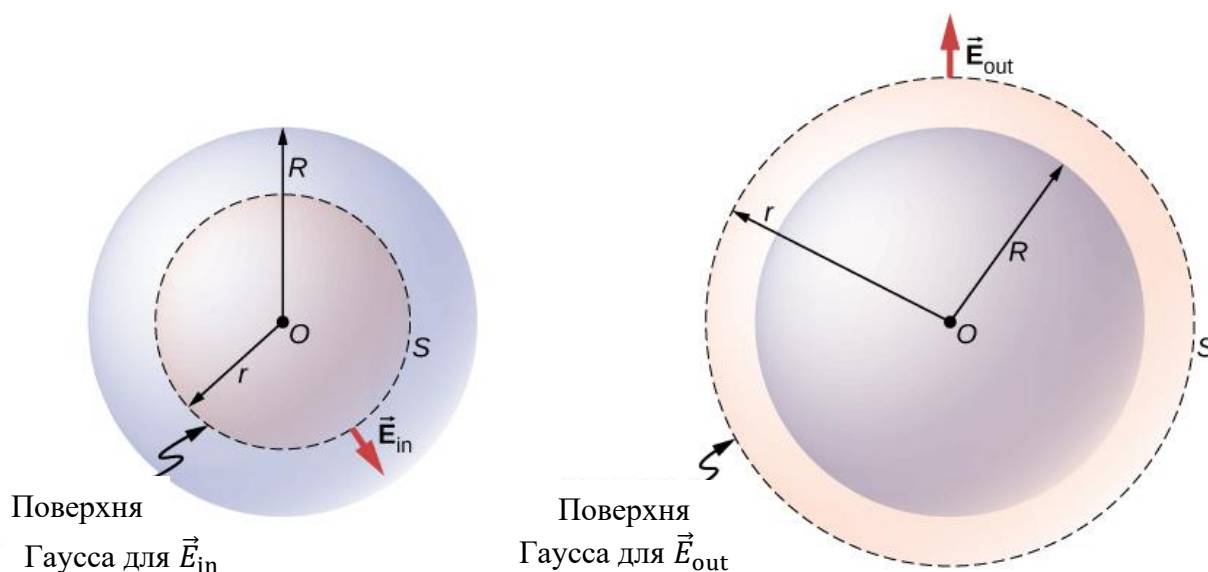


Рис. 2.23. Сферично-симетричний розподіл заряду і гауссова поверхня використовуються для знаходження поля (а) всередині і (б) поза розподілом

Якщо точка P розташована поза розподілом заряду, тобто якщо $r \geq R$ — тоді поверхня Гаусса, що містить P , охоплює всі заряди сфери. У цьому випадку q_{Σ} дорівнює загальному заряду в сфері Q . З іншого боку, якщо точка P знаходиться в межах сферичного розподілу зарядів, т. е. якщо

$r < R$, тоді поверхня Гаусса охоплює меншу сферу, ніж сфера розподілу заряду. У цьому випадку q_{Σ} менше, ніж сумарний заряд Q , присутній у сфері, тобто, q . Посилаючись на рис. 2.23, можна написати q_{Σ} як

$$q_{\Sigma} = \begin{cases} Q, & \text{якщо } r \geq R \\ q, & \text{якщо } r < R \end{cases}$$

Поле в точці, що знаходиться поза розподілом заряду, ще позначають \vec{E}_{out} , в точці всередині розподілу заряду – \vec{E}_{in} . Зосередившись на двох типах точок поля, як всередині, так і поза розподілом заряду, ми тепер можемо записати величину електричного поля так:

$$E_{\text{out}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}. \quad (2.9)$$

$$E_{\text{in}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (2.10)$$

Зауважимо, що електричне поле поза сферично-симетричним розподілом заряду ідентичне полю точкового заряду в центрі, який має заряд Q , рівний сумарному заряду сферичного розподілу заряду. Це примітно, оскільки заряди розташовані не тільки в центрі. Тепер ми розглянемо конкретні приклади сферичних розподілів зарядів, починаючи з випадку рівномірно зарядженої сфери.

ПРИКЛАД 2.6. Рівномірно заряджена сфера

Сфера радіуса R , подібна до тієї, що зображена на рис. 2.23, має рівномірну об'ємну густину заряду ρ_0 . Знайдіть електричне поле в точці поза сферою і в точці всередині сфери.

Стратегія

Застосуємо стратегію розв'язування задач за законом Гаусса, де ми вже розробили обчислення потоку.

Розв'язок

Заряд, укладений всередину гауссової поверхні, задається формулою:

$$q_{\Sigma} = \int \rho_0 dV = \int_0^r \rho_0 4\pi r'^2 dr' = \rho_0 \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right).$$

Відповідь на питання величини електричного поля може бути негайно записана для точки поза сферою, позначеної \vec{E}_{out} , і в точці всередині сфери, позначеної \vec{E}_{in} :

$$E_{\text{out}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \quad Q = \rho_0 \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right),$$

$$E_{\text{in}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \quad q = \rho_0 \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right),$$

Цікаво відзначити, що величина електричного поля збільшується всередині матеріалу в міру того, як ви виходите, оскільки величина заряду, укладеного гауссовою поверхнею, збільшується з об'ємом. Зокрема, заряд, що вкладається, зростає $\propto r^3$, тоді як поле від кожного нескінченно малого елемента заряду зменшується $\propto 1/r^2$. В результаті електричне поле всередині розподілу зростає лінійно зі збільшенням радіуса. Величина електричного поля поза сферою зменшується під час віддалення від зарядів, тому що заряд залишається незмінним, але відстань збільшується. На рис. 2.24 показана зміна величини електричного поля з відстанню від центру однорідно зарядженої сфери.

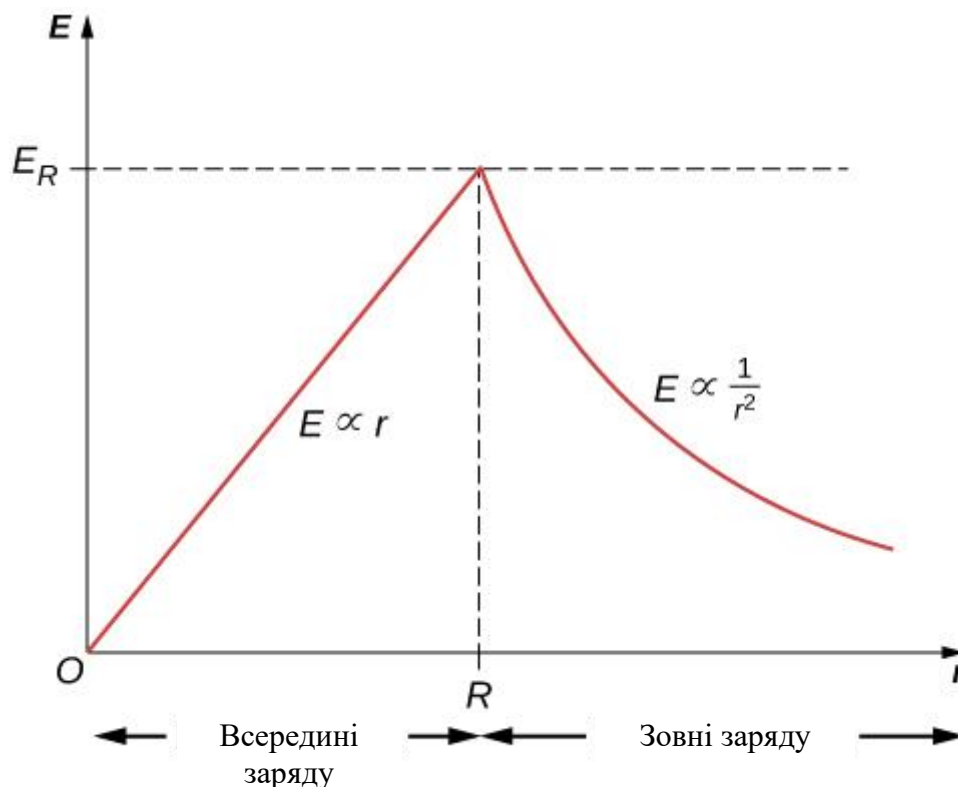


Рис. 2.24. Електричне поле однорідно зарядженої непровідної сфери збільшується всередині сфери до максимуму на поверхні, а потім зменшується за законом $\propto 1/r^2$. Тут $E_R = \frac{\rho_0 R}{3\epsilon_0}$. Електричне поле зумовлене сферичним розподілом заряду рівномірної густини заряду і сумарного заряду Q , як функції відстані від центру розподілу

Напрямок електричного поля в будь-якій точці P радіально назовні від початку координат, якщо ρ_0 є позитивним, а всередину (тобто до центру), якщо ρ_0 є від'ємним. Електричне поле в деяких репрезентативних просторових точках відображено на рис. 2.25, радіальні координати r яких дорівнюють $r = R/2$, $r = R$ і $r = 2R$.

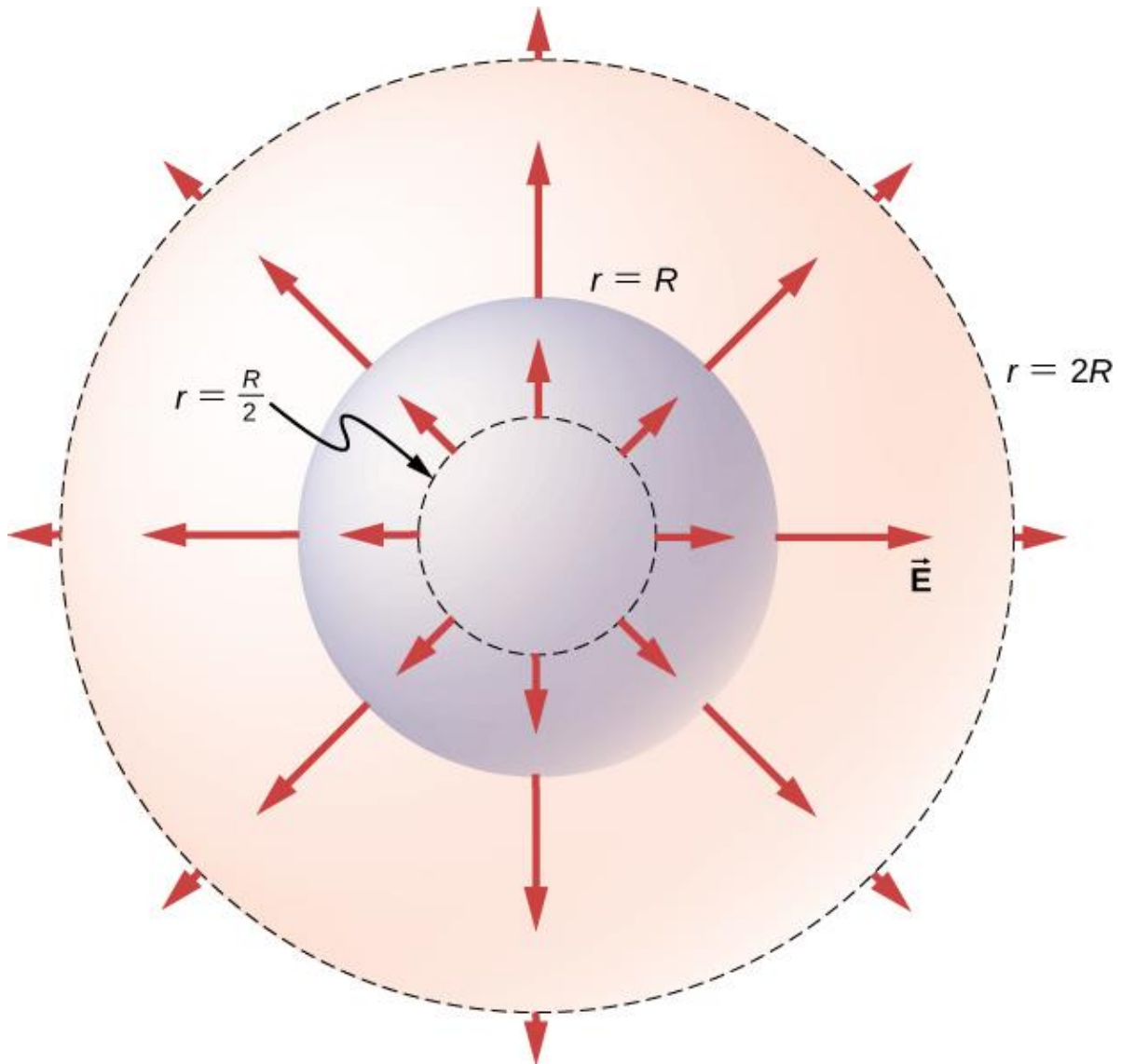


Рис. 2.25. Вектори електричного поля всередині і зовні однорідно зарядженої сфери

Обговорення

Зверніть увагу, що \vec{E}_{out} має той же вигляд, що і рівняння електричного поля ізольованого точкового заряду. Таким чином, визначаючи електричне поле рівномірного сферичного розподілу заряду, ми можемо припустити, що весь заряд всередині відповідної сферичної поверхні Гаусса розташований у центрі розподілу.

ПРИКЛАД 2.7. Неоднорідно заряджена сфера

Непровідна сфера радіуса R має неоднорідну густину заряду, яка змінюється з відстанню від її центру, як

$$\rho(r) = ar^n (r \leq R, n \geq 0),$$

де α – константа (рис. 2.26). Вважаємо $n \geq 0$, щоб густина заряду не була невизначеною коли $r = 0$. Знайдіть електричне поле в точці поза сферою і в точці всередині сфери.

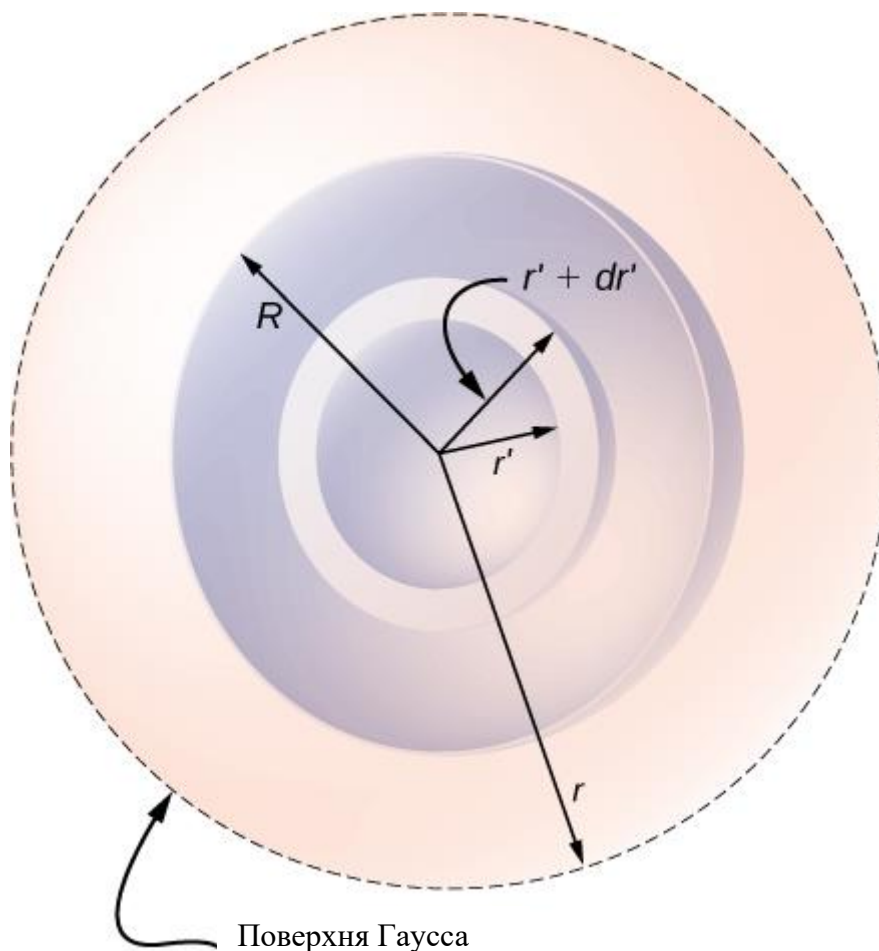


Рис. 2.26. Сферична симетрія з нерівномірним розподілом заряду. У цьому типі задач нам знадобляться чотири радіуси: R — радіус розподілу заряду, r — радіус поверхні Гаусса, r' — внутрішній радіус сферичної оболонки, а $r'+dr'$ — зовнішній радіус оболонки кулі. Сферична оболонка використовується для обчислення заряду, укладеного в поверхні Гаусса. Діапазон зміни для r' від 0 до r для поля в точці всередині розподілу заряду і від 0 до R для поля в точці поза розподілом заряду. Якщо $r > R$, тоді поверхня Гаусса охоплює більший об'єм, ніж розподіл заряду, але додатковий об'єм не впливає на q_{Σ} .

Стратегія

Застосуємо наведену вище стратегію закону Гаусса, де окремо обчислюємо вкладені зарядові інтеграли для випадків всередині і поза сферою.

Розв'язок

Оскільки дана функція густини заряду має тільки радіальну залежність і не залежить від напрямку, то маємо сферично-симетричну ситуацію. Тому величина електричного поля в будь-якій точці задана вище, а напрямок — радіальний. Потрібно знайти доданий заряд q_{Σ} , що залежить від місця розташування точки поля.

Примітка про символи: ми використовуємо r' для знаходження зарядів у розподілі зарядів і r для знаходження точки поля (точок) на поверхні Гауса. Буква R використовується для позначення радіуса розподілу заряду.

Оскільки густина заряду тут не постійна, нам потрібно інтегрувати функцію густини заряду в об'єм, укладений поверхнею Гауса. Тому ми ставимо задачу щодо визначення заряду в одній сферичній оболонці, скажімо, між r' і $r'+dr'$, як показано на рис. 2.26. Об'єм зарядів в оболонці нескінченно малої ширини дорівнює добутку площі поверхні $4\pi r'^2$ на товщину dr' . Множення об'єму на густину у цьому місці, яка становить $\alpha r'^n$, дає заряд в оболонці:

$$dq = \alpha r'^n 4\pi r'^2 dr'.$$

а) **Поле в точці, що знаходиться поза розподілом заряду.** У цьому випадку поверхня Гаусса, яка містить точку поля P , має радіус r , який більший за радіус R розподілу заряду, $r > R$. Тому всі заряди розподілу укладені в межах гауссової поверхні. Зауважте, що проміжок між $r' = R$ і $r' = r$ є вільним від зарядів і тому не вносить внеску в інтеграл над об'ємом, укладеним гауссовою поверхнею:

$$q_{\Sigma} = \int dq = \int_0^R \alpha r'^n 4\pi r'^2 dr' = \frac{4\pi\alpha}{n+3} R^{n+3}.$$

Це використовується в загальному результаті для \vec{E}_{out} , наведеному вище, щоб отримати електричне поле в точці, що знаходиться поза розподілом заряду:

$$\vec{E}_{\text{out}} = \left[\frac{\alpha R^{n+3}}{\epsilon_0 (n+3)} \right] \frac{1}{r^2} \hat{r},$$

де \hat{r} — одиничний вектор у напрямку від початку координат до точки поля на поверхні Гауса.

б) **Поле в точці всередині розподілу заряду.** Поверхня Гаусса тепер знаходиться всередині розподілу зарядів, з $r < R$. Тому враховуються тільки ті заряди в розподілі, які знаходяться на відстані r від центру сферичного розподілу зарядів q_{Σ} :

$$q_{\Sigma} = \int dq = \int_0^r \alpha r'^n 4\pi r'^2 dr' = \frac{4\pi\alpha}{n+3} r^{n+3}.$$

Тепер, використовуючи загальний результат, наведений вище, для \vec{E}_{in} , знаходимо електричне поле в точці, яка знаходиться на відстані r від центру і лежить в межах розподілу заряду у вигляді:

$$\vec{E}_{\text{in}} = \left[\frac{\alpha}{\epsilon_0(n+3)} \right] r^{n+3} \hat{r},$$

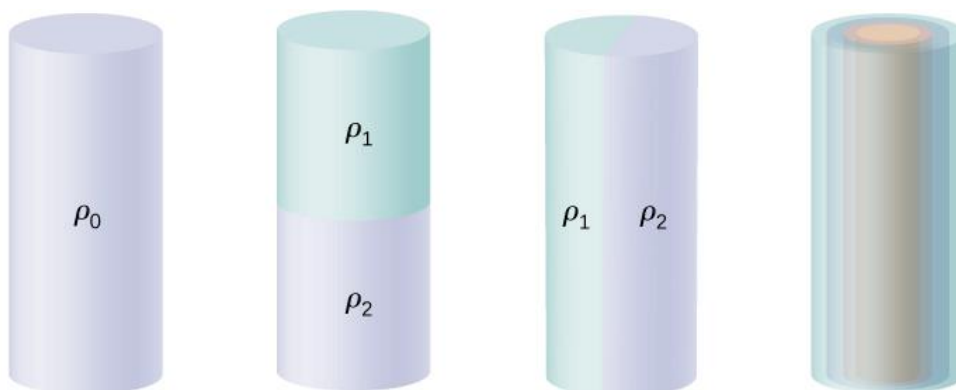
де інформація про напрямок включається за допомогою одиничного радіального вектора.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 2.4

Перевірте, чи зменшилися електричні поля сфери до значень для точкового заряду.

Розподіл заряду з циліндричною симетрією

Розподіл заряду має **циліндричну симетрію**, якщо густина заряду залежить тільки від відстані r від осі циліндра і не повинна змінюватися уздовж осі або з напрямком навколо осі. Іншими словами, якщо ваша система змінюється, якщо ви обертаєте її навколо осі, або зміщуєте її вздовж осі, у вас немає циліндричної симетрії. На рис. 2.27 показані чотири ситуації, при яких заряди розподіляються в циліндрі.



(а) Циліндрична симетрія є (б) Циліндричної симетрії немає (с) Циліндричної симетрії немає (d) Циліндрична симетрія є

Рис. 2.27. Щоб визначити, чи має даний розподіл зарядів циліндричну симетрію, подивіться на поперечний переріз циліндра «нескінченно довгого». Якщо густина заряду не залежить від полярного кута поперечного перерізу або по осі, то у вас циліндрична симетрія. а) густина заряду в циліндрі постійна; б) верхня половина циліндра має іншу густина заряду, ніж нижня; в) ліва половина циліндра має іншу густина заряду, ніж права половина; г) заряди постійні в різних циліндричних кільцях, але густина не залежить від полярного кута. Випадки (а) і (г) мають циліндричну симетрію, тоді як (б) і (в) – ні

Рівномірна густина заряду ρ_0 в нескінченному прямому дроті має циліндричну симетрію, так само як і нескінченно довгий циліндр з постійною густиною заряду ρ_0 . Нескінченно довгий циліндр, який має різну густина заряду по всій довжині, наприклад густина заряду ρ_1 для $z > 0$ і $\rho_2 \neq \rho_1$ для $z < 0$, не має придатної для використання циліндричної симетрії. Так само як і циліндр, в якому густина заряду змінюється в залежності від напрямку, наприклад, густини заряду ρ_1 для $0 \leq \theta < \pi$ і $\rho_2 \neq \rho_1$ для $\pi \leq \theta < 2\pi$. Система з концентричними циліндричними оболонками, кожна з яких має однакову густина заряду, хоча і різна в різних оболонках, як на рис. 2.27 (г), має циліндричну симетрію, якщо вони нескінченно довгі. Вимога нескінченної довжини обумовлена зміною густини заряду уздовж осі скінченного циліндра. У реальних системах ми не маємо нескінченних циліндрів; однак, якщо циліндричний об'єкт значно довший за радіус, який нас цікавить, то стає корисним наближення нескінченного циліндра.

Наслідки симетрії

У всіх циліндрично-симетричних випадках електричне поле \vec{E}_P в будь-якій точці P повинна також відображати циліндричну симетрію. Циліндрична симетрія:

$$\vec{E}_P = E_P(r) \hat{r},$$

де ми розглядаємо позитивний сумарний заряд всередині поверхні Гауса, r – відстань від осі і \hat{r} – одиничний вектор, спрямований перпендикулярно від осі (рис. 2.28).

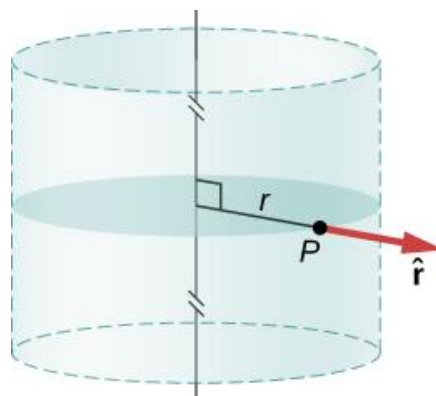


Рис. 2.28. Електричне поле в циліндрично-симетричній ситуації залежить тільки від відстані від осі. Напрямок електричного поля спрямований від осі для позитивних зарядів і до осі для негативних зарядів

Розрахунок поверхні та потоку Гауса

Для використання напрямку і функціональної залежності електричного поля вибираємо замкнуту гауссову поверхню у формі

циліндра з тією ж віссю, що і вісь розподілу заряду. Потік через цю поверхню радіуса s і висоти L легко обчислити, якщо розділити наше завдання на дві частини: а) потік через плоскі кінці і (б) потік через криволінійну поверхню (рис. 2.29).

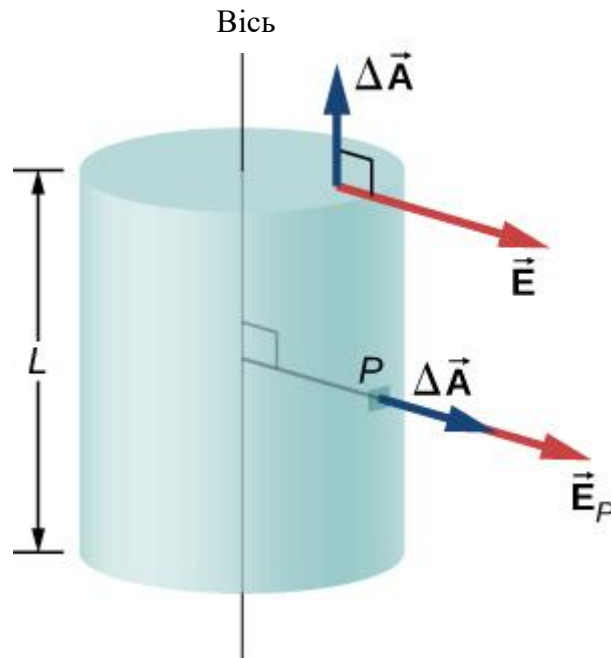


Рис. 2.29. Гауссова поверхня у випадку циліндричної симетрії. Електричне поле на ділянці паралельне або перпендикулярне до нормалі до ділянки поверхні Гаусса

Електричне поле перпендикулярне циліндричній стороні і паралельно плоским торцевим кришкам поверхні. Потік через циліндричну частину становить:

$$\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E \int_S dA = E(2\pi rL),$$

тоді як потік через торцеві кришки дорівнює нулю, тому що $\vec{E} \cdot \hat{n} = 0$. Таким чином, потік становить:

$$\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E(2\pi rL) + 0 + 0 = 2\pi rLE.$$

Використання закону Гаусса

Відповідно до закону Гаусса, потік повинен дорівнювати величині заряду в об'ємі, укладеному цією поверхнею, поділеному на діелектричну проникність вакууму. Коли ви робите розрахунок для циліндра довжиною L , ви знаходите, що заряд q_Σ за законом Гаусса прямо пропорційний L .

Запишемо його у вигляді заряду на одиницю довжини (λ_Σ) помноженому на довжину L :

$$q_\Sigma = \lambda_\Sigma L.$$

Отже, закон Гаусса для будь-якого циліндрично-симетричного розподілу заряду дає наступну величину електричного поля на відстані s від осі:

$$E(r) = \frac{\lambda_\Sigma}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}.$$

Заряд на одиницю довжини λ_Σ залежить від того, чи знаходиться точка поля всередині або зовні циліндра розподілу заряду, так само, як ми бачили для сферичного розподілу.

Обчислення вкладеного заряду

Нехай R – радіус циліндра, всередині якого циліндрично симетрично розподілені заряди. Нехай точка поля P знаходиться на відстані s від осі. (Сторона поверхні Гаусса включає точку поля P). Коли $r > R$ (тобто, коли P знаходиться поза розподілом заряду), поверхня Гаусса включає в себе весь заряд в циліндрі радіуса R і довжини L . Коли $r < R$ (P знаходиться всередині розподілу заряду), тоді тільки заряд в циліндрі радіуса s і довжини L укладений гауссовою поверхнею:

$$\lambda_\Sigma L = \begin{cases} Q \text{ (весь заряд в циліндрі), якщо } r \geq R, \\ q \text{ (заряд в межах } r < R), \text{ якщо } r < R. \end{cases}$$

ПРИКЛАД 2.8. Рівномірно заряджена циліндрична оболонка

Дуже довга непровідна циліндрична оболонка радіуса R має рівномірну поверхневу густину заряду σ_0 . Знайдіть електричне поле (а) в точці поза оболонкою і (б) в точці всередині оболонки.

Стратегія

Застосуємо стратегію закону Гаусса, наведену раніше, де ми розглядаємо випадки всередині і зовні оболонки окремо.

Розв'язок

а. **Електричне поле в точці поза оболонкою.** Для точки, що знаходиться поза циліндричною оболонкою, поверхня Гаусса є поверхнею циліндра радіуса $r > R$ і довжиною L , як показано на рис. 2.30. Заряд, укладений в циліндр Гауса, дорівнює заряду на циліндричній оболонці довжиною L . Тому λ_Σ задається формулою:

$$\lambda_\Sigma = \frac{\sigma_0 2\pi R L}{L} = 2\pi R \sigma_0.$$

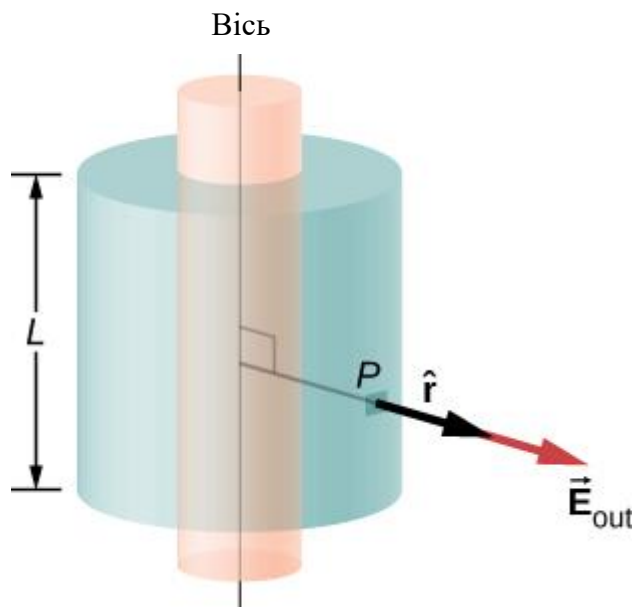


Рис. 2.30. Гауссова поверхня, що оточує циліндричну оболонку

Отже, електричне поле в точці P поза оболонкою на відстані r від осі дорівнює

$$\vec{E} = \frac{2\pi R\sigma_0}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \hat{r} = \frac{R\sigma_0}{\epsilon_0} \frac{1}{r} \hat{r} \quad (r > R),$$

де \hat{r} – одиничний вектор, перпендикулярний осі і спрямований від неї, як показано на малюнку. Електричне поле в точці P вказує в напрямку \hat{r} , як наведено на рис. 2.30, якщо $\sigma_0 > 0$ і в протилежному напрямку до \hat{r} , якщо $\sigma_0 < 0$.

б. **Електричне поле в точці всередині оболонки.** Для точки всередині циліндричної оболонки поверхнею Гауса є циліндр, радіус r якого менше R (рис. 2.31). Це означає, що заряди не включені всередину поверхні Гауса:

$$\lambda_{\Sigma} = 0.$$

Звідси випливає наступне рівняння для визначення величини електричного поля \vec{E}_{in} в точці P , r якої менше R оболонки зарядів:

$$E_{in} 2\pi r L = 0 \quad (r < R).$$

Це дає нам

$$E_{in} = 0 \quad (r < R).$$

Обговорення

Зверніть увагу, що результат всередині оболонки саме такий, якого ми повинні очікувати: відсутність укладеного заряду означає нульове електричне поле. Поза поверхнею результат стає ідентичним дроту з рівномірним зарядом λ_0 .

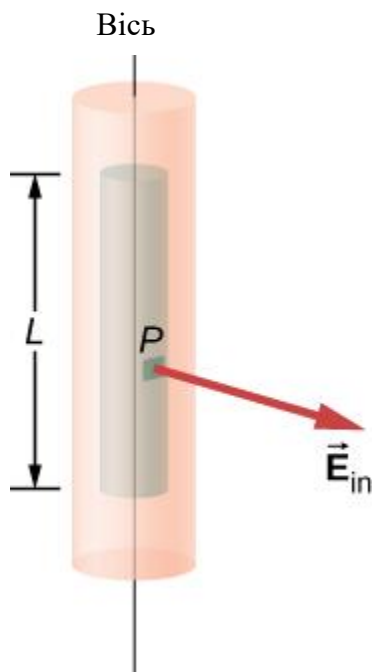


Рис. 2.31. Поверхня Гаусса в циліндричній оболонці

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 2.5

Тонкий прямий дріт має рівномірну лінійну густину заряду λ_0 . Знайдіть електричне поле на відстані d від дроту, де d значно менше довжини дроту.

Розподіл заряду з плоскою симетрією

Плоска симетрія густини заряду виходить при рівномірному розподілі зарядів по великій плоскій поверхні. У плоскій симетрії всі точки площини, паралельної площині заряду, однакові щодо зарядів.

Наслідки симетрії

Приймемо площину розподілу заряду за xy -площину і знайдемо електричне поле в точці P з координатами (x, y, z) . Оскільки густина заряду однакова у всіх (x, y) -координат в $z = 0$ площині, за симетрією, електричне поле в точці P не може залежати від координат x або y точки P , як показано на рис. 2.32. Тому електричне поле в точці P може залежати тільки від відстані від площини і має напрямок або до площини, або від площини. Тобто електричне поле в точці P має тільки ненульову z -складову:

$$\vec{\mathbf{E}} = E(z)\hat{\mathbf{z}}$$

де z — відстань від площини, а $\hat{\mathbf{z}}$ — одиничний вектор, нормальний до площини. Зауважимо, що в цій системі $E(z) = E(-z)$, хоча, звичайно, вони вказують в протилежні сторони.

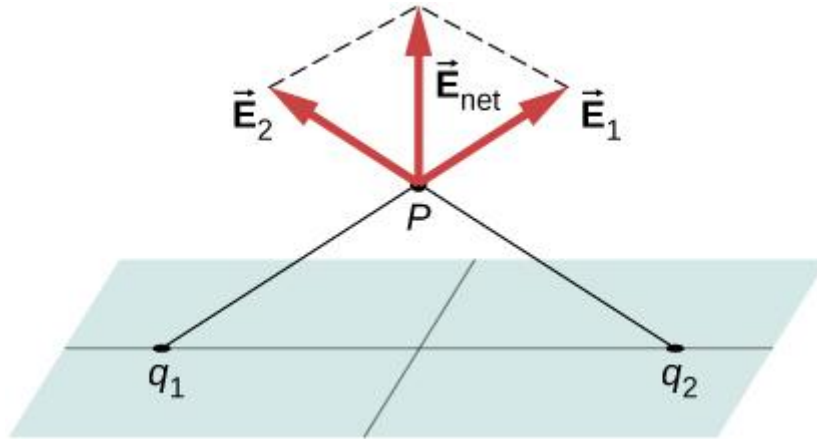


Рис. 2.32. Складові електричного поля, паралельні площині зарядів, компенсують два заряди, розташовані симетрично від точки поля P . Тому поле в будь-якій точці спрямоване вертикально від площини зарядів. Для будь-якої точки P і заряду q_1 ми завжди можемо знайти q_2 з таким ефектом

Розрахунок потоку за законом Гаусса

У даному випадку зручною гауссовою поверхнею є коробка, оскільки очікуване електричне поле вказує тільки в одному напрямку. Щоб гауссова коробка залишалася симетричною відносно площини зарядів, візьмемо її такою, що одна грань, що містить точку поля P , взята паралельно площині зарядів. На рис. 2.33 заштриховані сторони I і II поверхні Гаусса (коробка), паралельні нескінченній площині. Вони є єдиними поверхнями, які породжують ненульовий потік, оскільки електричне поле і вектори площин інших граней перпендикулярні один одному.

Нехай A — площа заштрихованої поверхні з кожного боку площини і E_P — величина електричного поля в точці P . Оскільки грані I і II знаходяться на однаковій відстані від площини, то електричне поле має однакову величину в точках цих площин, хоча напрямки електричного поля в цих точках двох площин протилежні один одному. Якщо заряд на площині позитивний, то напрямки електричного поля і вектори площі такі, як показано на рис. 2.33. Тому знаходимо потік електричного поля через коробку так:

$$\Phi = \int_S \vec{E}_P \cdot \hat{n} dA = E_P A + E_P A + 0 + 0 + 0 + 0 = 2E_P A, \quad (2.11)$$

де нулі – це потік через бічні сторони коробки. Якщо заряд на площині негативний, то напрямки векторів електричного поля і площі для площин I і II протилежні один одному, і ми отримаємо негативний знак потоку.

Відповідно до закону Гаусса, потік повинен дорівнювати q_Σ/ϵ_0 . З рис. 2.33 ми бачимо, що заряди всередині об'єму, укладеного гауссовою коробкою, знаходяться на площі величиною A xy -площини. Тому

$$q_\Sigma = \sigma_0 A. \quad (2.12)$$

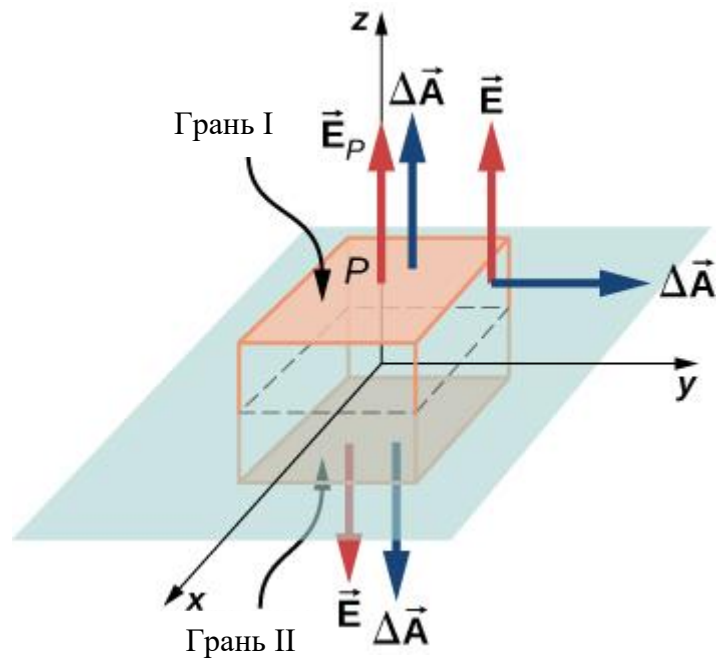


Рис. 2.33. Тонкий заряджений лист і гауссова коробка для знаходження електричного поля в точці поля P . Нормаль для кожної грані коробки знаходиться зсередини коробки назовні. На двох гранях коробки електричні поля паралельні векторам площі, а на інших чотирьох гранях електричні поля перпендикулярні векторам площі

Використовуючи рівняння для потоку і укладеного заряду в законі Гаусса, можна визначити електричне поле в точці P на висоті z від рівномірно зарядженої xy -площини:

$$\vec{E}_P = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \hat{n}.$$

Напрямок поля залежить від знака заряду на площині і сторони площини, де розташована точка поля P . Зверніть увагу, що над площиною $\hat{n} = +\hat{z}$, але під площиною $\hat{n} = -\hat{z}$.

Ви можете бути здивовані, помітивши, що електричне поле насправді не залежить від відстані від площини; це наслідок припущення, що площина нескінченна. З практичної точки зору, результат, наведений вище, все ще є корисним наближенням для скінченних площин поблизу центру.

2.4. Провідники в електростатичній рівновазі

До сих пір ми, як правило, працювали з зарядами, що займають об'єм в ізоляторі. Тепер ми вивчимо, що відбувається, коли на провідник кладуть заряди. Як правило, при наявності (як правило, зовнішнього) електричного поля вільний заряд в провіднику перерозподіляється і дуже швидко досягає електростатичної рівноваги. Результуючий розподіл заряду і його

електричне поле мають багато цікавих властивостей, які ми можемо дослідити за допомогою закону Гаусса.

Електричне поле всередині провідника зникає

Якщо електричне поле присутнє всередині провідника, воно діє на **вільні електрони** (електрони провідності), які не пов'язані з атомами. Ці вільні електрони прискорюються. Однак рухомі заряди за визначенням означають нестатичні умови, всупереч нашому припущенню. Тому при досягненні електростатичної рівноваги заряд розподіляється таким чином, що електричне поле всередині провідника зникає.

Якщо помістити шматок металу поблизу позитивного заряду, то вільні електрони в металі притягуються до зовнішнього позитивного заряду і вільно мігрують до цієї області. Область, в яку рухаються електрони, має надлишок електронів над протонами в атомах, а область, з якої мігрували електрони, має більше протонів, ніж електронів. Отже, метал має негативну область біля заряду і позитивну область на дальньому кінці (рис. 2.34). Як ми бачили в попередньому розділі, цей поділ однакової величини і протилежного типу електричного заряду називається поляризацією. Якщо прибрати зовнішній заряд, електрони мігрують назад і нейтралізують позитивну область.

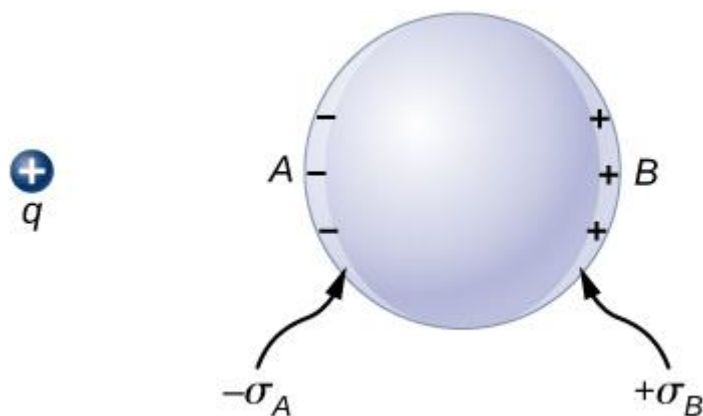


Рис. 2.34. Поляризація металевої сфери зовнішнім точковим зарядом $+q$. Ближня сторона металу має протилежний поверхневий заряд в порівнянні з дальньою стороною металу. Кажуть, що сфера поляризована. При знятті зовнішнього заряду зникає і поляризація металу

Поляризація металу відбувається тільки в присутності зовнішніх зарядів. Ви можете розглядати це в термінах електричних полів. Зовнішній заряд створює зовнішнє електричне поле. Коли метал поміщається в область цього електричного поля, на електрони і протони металу діють електричні сили, обумовлені цим зовнішнім електричним полем, але тільки електрони провідності можуть вільно переміщатися в металі на

макроскопічні відстані. Рух електронів провідності призводить до поляризації, яка створює крім зовнішнього електричного поля індуковане електричне поле (рис. 2.35). Сумарне електричне поле є векторною сумою полів заряду $+q$ і поверхневого заряду густиною $-\sigma_A$ і $+\sigma_B$. Це означає, що результуюче поле всередині провідника відрізняється від поля зовні провідника.

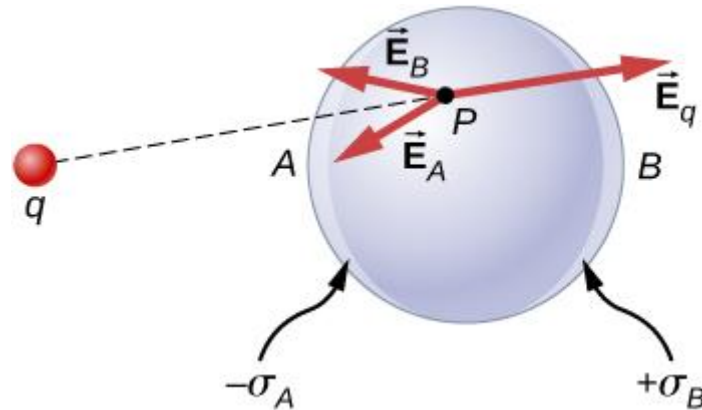


Рис. 2.35. При наявності зовнішнього заряду q заряди в металі перерозподіляються. Електричне поле в будь-якій точці має три внески, від $+q$ і індукованих зарядів $-\sigma_A$ і $+\sigma_B$. Зауважимо, що розподіл поверхневого заряду в цьому випадку не буде рівномірним

Перерозподіл зарядів такий, що сума трьох внесків в будь-якій точці P всередині провідника дорівнює:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_q + \vec{E}_B + \vec{E}_A = 0.$$

Тепер, завдяки закону Гаусса, ми знаємо, що всередині гауссової поверхні, яка знаходиться виключно в межах об'єму провідника в стані рівноваги, не існує чистого заряду. Тобто $q_\Sigma = 0$, а отже,

$$\vec{E} = \vec{0} \text{ (у точках всередині провідника).} \quad (2.13)$$

Заряд на провіднику

Цікава властивість провідника в статичній рівновазі полягає в тому, що додаткові заряди на провіднику потрапляють на зовнішню поверхню провідника, незалежно від того, звідки вони виникають. На рис. 2.36 зображена система, в якій ми вводимо зовнішній позитивний заряд всередину порожнини металу, а потім торкаємося ним до внутрішньої поверхні. Спочатку негативно заряджається внутрішня поверхня порожнини, а позитивно – зовнішня поверхня провідника. Коли ми торкаємося внутрішньої поверхні порожнини, індукований заряд нейтралізується, залишаючи зовнішню поверхню і весь метал зарядженим чистим позитивним зарядом.

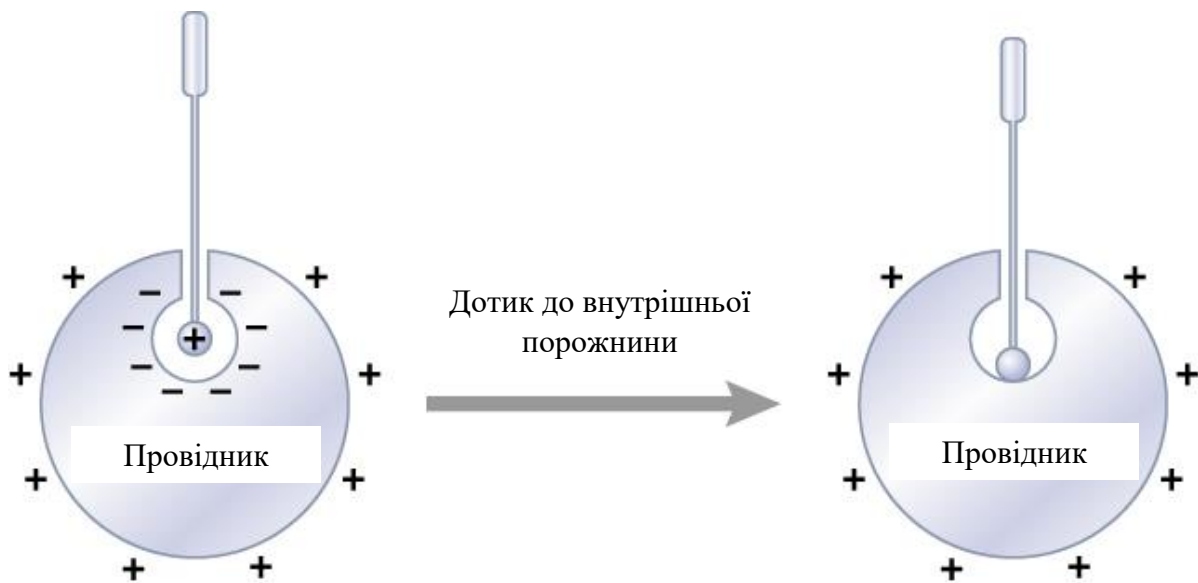


Рис. 2.36. Електричні заряди на провіднику мігрують на зовнішню поверхню незалежно від того, куди ви їх поклали спочатку

Щоб зрозуміти, чому це відбувається, зверніть увагу, що поверхня Гаусса на рис. 2.37 (пунктирна лінія) повторює контур фактичної поверхні провідника і розташована в його межах на нескінченно малій відстані.

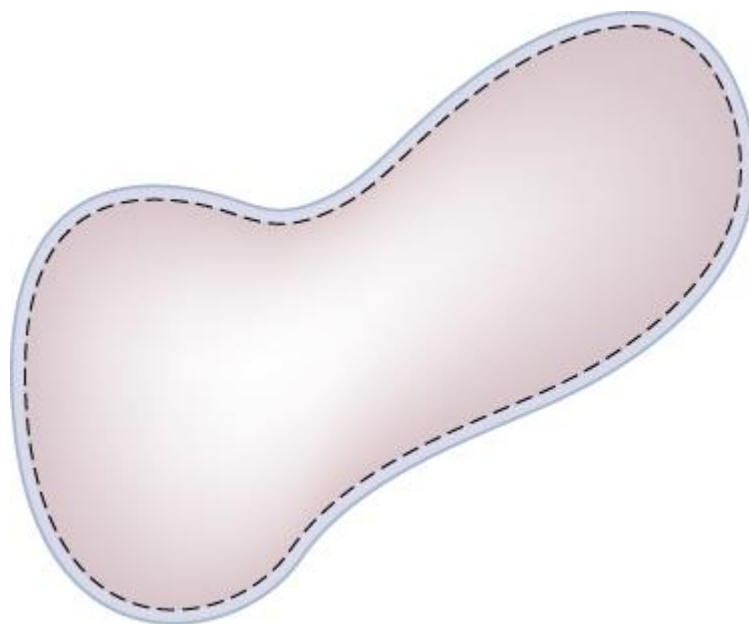


Рис. 2.37. Пунктирна лінія є гауссовою поверхнею, яка знаходиться безпосередньо під фактичною поверхнею провідника

Оскільки $E = 0$ скрізь усередині провідника,

$$\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = 0.$$

Таким чином, за законом Гаусса всередині поверхні Гаусса немає заряду. Але поверхня Гаусса лежить трохи нижче фактичної поверхні провідника; Отже, всередині провідника немає заряду. Будь-який надлишок заряду повинен лежати на його поверхні. Саме ця властивість провідників лежить в основі надзвичайно точного методу, розробленого Плімптоном і Лоутоном в 1936 р для перевірки закону Гаусса і, відповідно, закону Кулона. Ескіз їх апарату показаний на рис. 2.38.

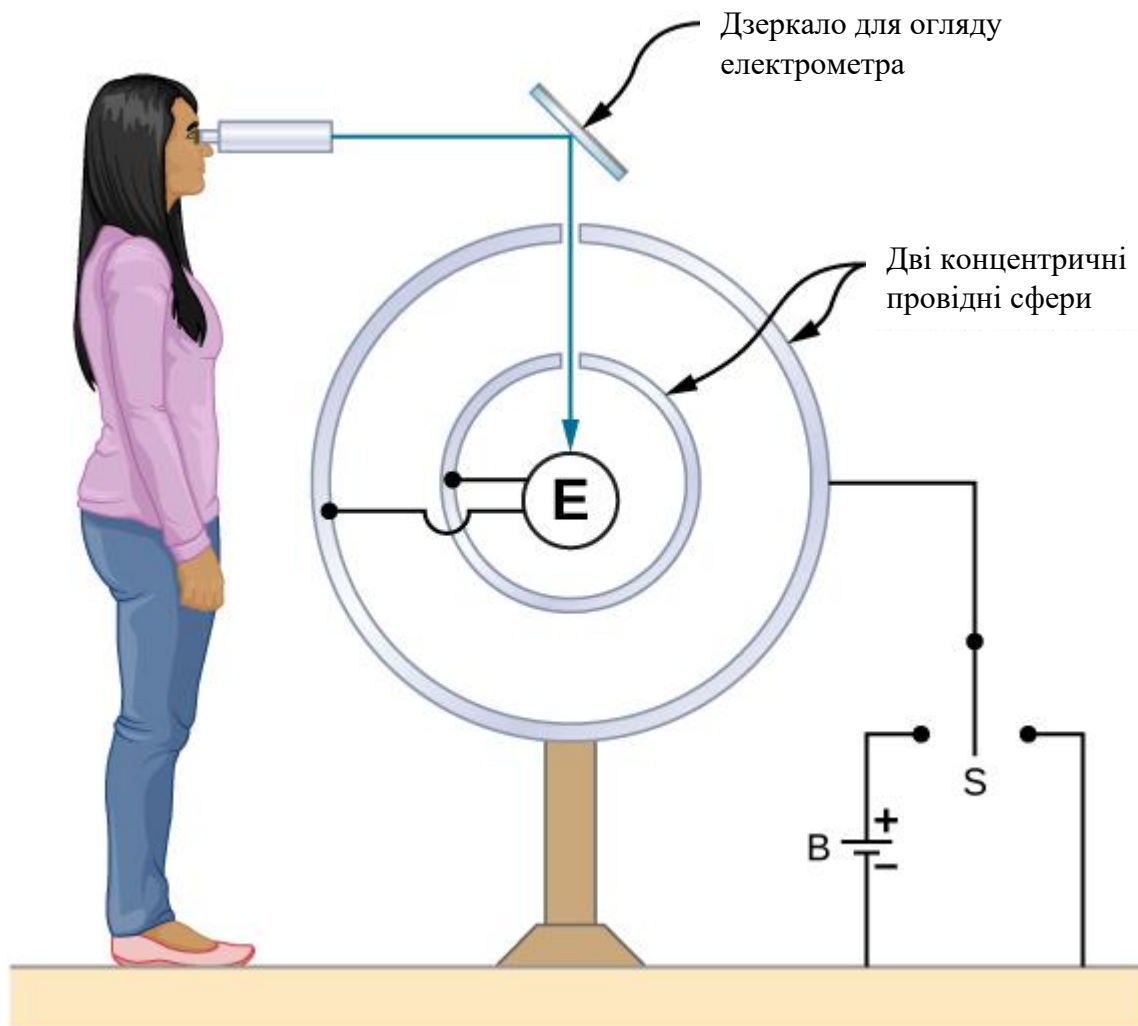


Рис. 2.38. Зображення апарату, що використовувався Плімптоном і Лоутоном. Будь-яка передача заряду між сферами фіксується електрометром E

Дві сферичні оболонки з'єднані між собою за допомогою електрометра E , приладу, який може виявляти дуже незначну кількість заряду, що перетікає з однієї оболонки в іншу. Коли перемикач S відкинуто вліво, заряд акумулятора B розміщується на зовнішній оболонці. Чи буде надходити заряд через електрометр на внутрішню оболонку? Ні. Це означало б порушення закону Гаусса. Плімптон і Лоутон не виявили ніякого

поток i , знаючи чутливість свого електрометра, прийшли до висновку, що якщо радіальна залежність в законі Кулона дорівнює $1/r^{(2+\delta)}$, δ буде меншим, ніж 2×10^{-9} . Більш пізні виміри δ дали величину меншу ніж 3×10^{-16} , число настільки мало, що справедливість закону Кулона здається незаперечною.

Електричне поле на поверхні провідника

Якби електричне поле мало компоненту, паралельну поверхні провідника, вільні заряди на поверхні переміщалися б, що суперечило б припущенню про електростатичну рівновагу. Тому електричне поле завжди перпендикулярне поверхні провідника.

У будь-якій точці, розташованій безпосередньо над поверхнею провідника, поверхнева густина заряду σ і величина електричного поля E пов'язані між собою:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (2.14)$$

Щоб переконатися в цьому, розглянемо нескінченно малий гауссовий циліндр, який оточує точку на поверхні провідника, як на рис. 2.39.

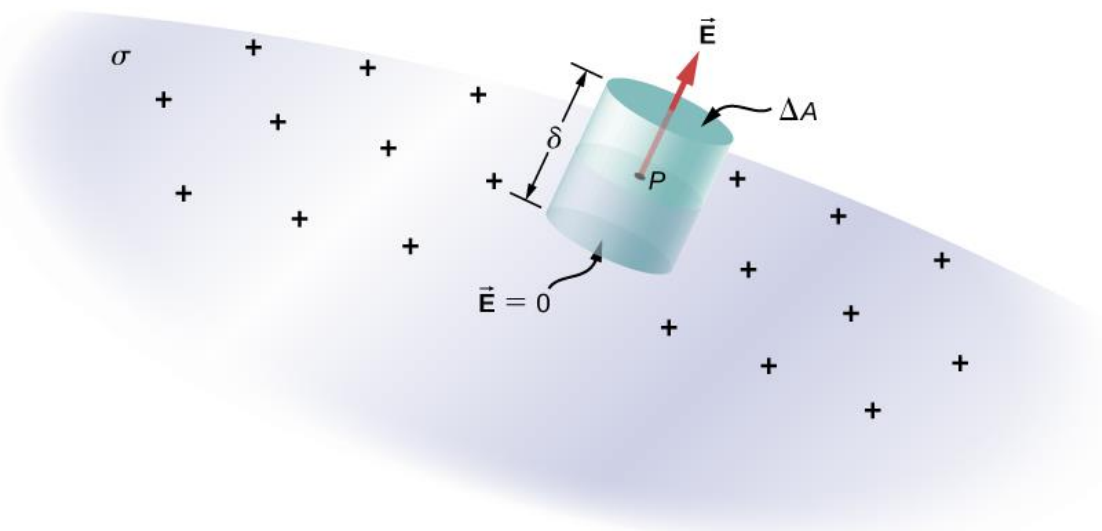


Рис. 2.39. Нескінченно мала циліндрична поверхня Гаусса оточує точку P , яка знаходиться на поверхні провідника. Поле \vec{E} перпендикулярно поверхні провідника поза провідником і зникає в ньому

Циліндр має один торець всередині і один торець зовні поверхні. Висота і площа поперечного перерізу циліндра δ і ΔA відповідно. Сторони циліндра перпендикулярні поверхні провідника, а його торці паралельні поверхні. Оскільки циліндр нескінченно малий, густина заряду σ по суті є постійною на поверхні, тому сумарний заряд усередині гауссового циліндра дорівнює

$\sigma\Delta A$. Тепер E перпендикулярна поверхні провідника поза провідником і зникає всередині нього, тому що в іншому випадку заряди розганялися б, і вони не перебували б у рівновазі. Таким чином, електричний потік перетинає тільки зовнішній торець поверхні Гаусса і може бути записаний як $E\Delta A$, оскільки передбачається, що циліндр досить малий, щоб E була приблизно постійною на цій площі. За законом Гаусса,

$$E\Delta A = \frac{\sigma\Delta A}{\epsilon_0}.$$

Таким чином?

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

ПРИКЛАД 2.9. Електричне поле провідної пластини

Нескінченна провідна пластина на рис. 2.40 має рівномірну поверхневу густину заряду σ . Використайте закон Гаусса, щоб знайти електричне поле поза пластиною. Порівняйте цей результат з раніше обчисленим.

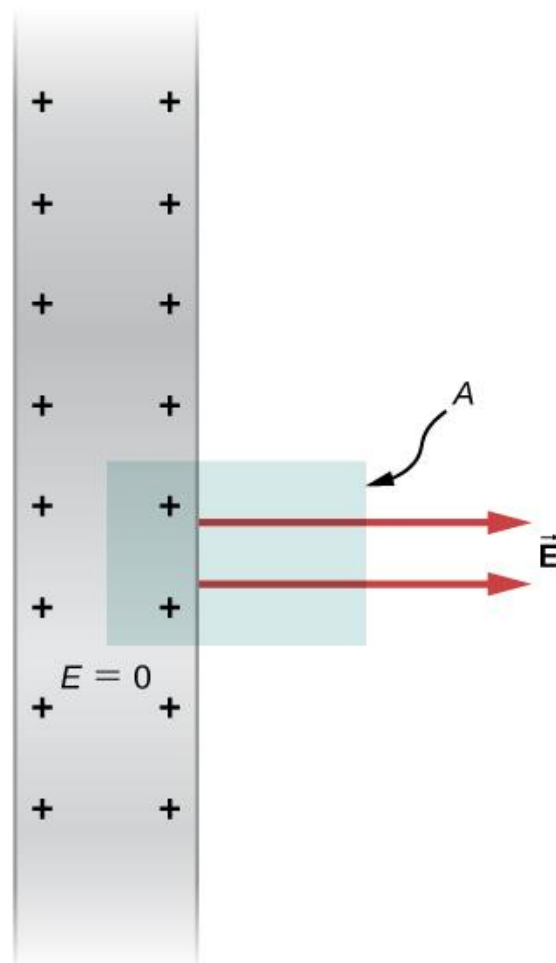


Рис. 2.40. Вид збоку на нескінченну провідну пластину і гауссовий циліндр з площею поперечного перерізу A

Стратегія

Для цього випадку ми використовуємо циліндричну поверхню Гауса, вид якої показаний збоку.

Розв'язок

Розрахунок потоку аналогічний розрахунку для нескінченного шару заряду з попереднього розділу, за одним істотним винятком: ліва грань гауссової поверхні знаходиться всередині провідника, де $E = 0$. Таким чином, сумарний потік через поверхню Гауса дорівнює EA , а не $2EA$. Тоді за законом Гауса,

$$E\Delta A = \frac{\sigma\Delta A}{\epsilon_0}.$$

а електричне поле поза пластиною

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Обговорення

Цей результат узгоджується з результатом попереднього розділу і узгоджується з правилом, викладеним вище.

ПРИКЛАД 2.10

Електричне поле між протилежно зарядженими паралельними пластинами. Дві великі провідні пластини несуть рівні і протилежні заряди з поверхневою густиною заряду σ величини $6,81 \times 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$, як показано на рис. 2.41. Відстань між пластинами становить $l = 6,50 \text{ мм}$. Яке електричне поле між пластинами?

Стратегія

Зауважимо, що електричне поле на поверхні однієї пластини залежить тільки від заряду на цій пластині. Таким чином, застосуємо $E = \sigma/\epsilon_0$ із заданими значеннями.

Розв'язок

Електричне поле спрямоване від позитивної до негативної пластини, як показано на малюнку, а його величина задається формулою:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{6,81 \times 10^{-7} \text{ Кл/м}^2}{8,85 \times 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2)} = 7,69 \times 10^4 \text{ Н/Кл.}$$

Обговорення

Ця формула застосовна не тільки до протилежно заряджених паралельних пластин. Двопластинчасті системи будуть розглядатися пізніше.

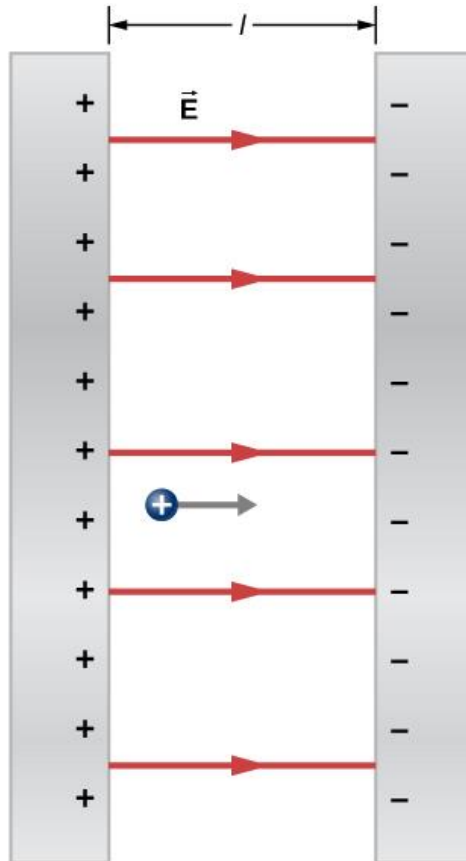


Рис. 2.41. Електричне поле між протилежно зарядженими паралельними пластинами. На позитивній пластині виділяється пробний заряд

ПРИКЛАД 2.11. Провідна сфера

Ізольована провідна сфера (рис. 2.42) має радіус R і надлишковий заряд q . Визначити електричне поле як всередині, так і зовні сфери.

Стратегія

Сфера ізольована, тому розподіл змін її поверхні та електричне поле цього розподілу сферично симетричні. Таким чином, ми можемо представити поле як $\vec{E} = E(r)\hat{r}$. Для обчислення $E(r)$ застосуємо закон Гаусса до замкнутої сферичної поверхні S радіуса r , яка є концентричною до провідної сфери.

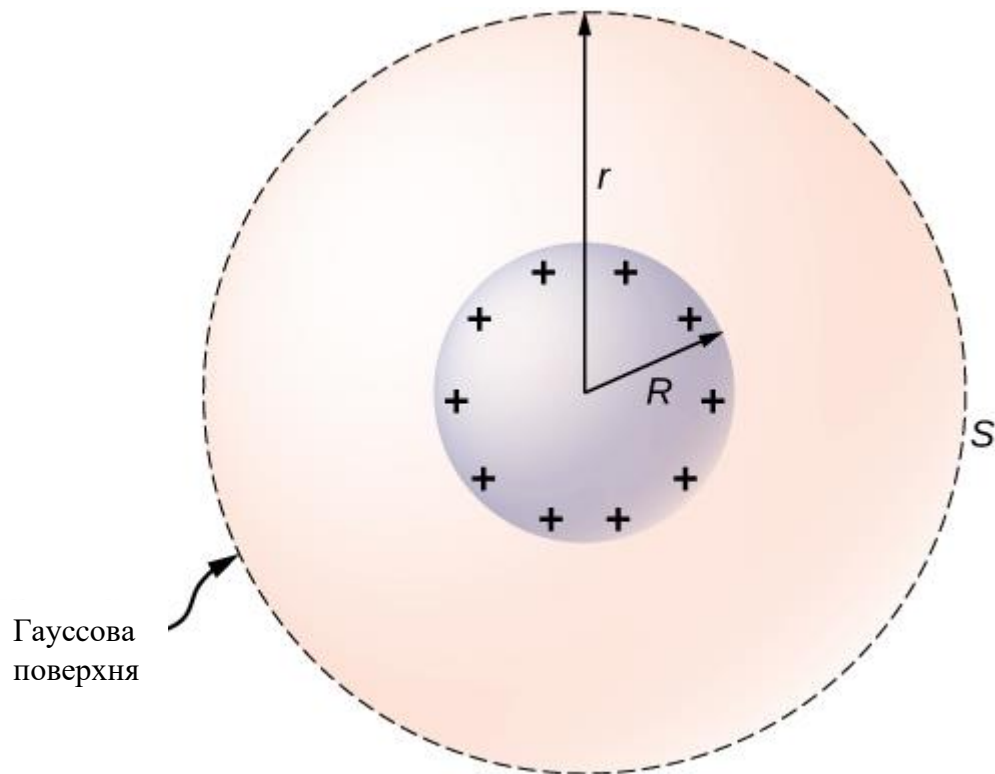


Рис. 2.42. Ізольована провідна сфера

Розв'язок

Оскільки r є константою і $\hat{n} = \hat{r}$ на сфері,

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E(r) \oint_S dA = E(r) 4\pi r^2.$$

Для $r < R$, S знаходиться всередині провідника, тому $q_\Sigma = 0$, і за законом Гаусса:

$$E(r) = 0,$$

як і має бути всередині провідника. Якщо $r > R$, S охоплює провідник таким чином, $q_\Sigma = q$. За законом Гаусса,

$$E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Тому електричне поле сфери можна записати у вигляді:

$$\vec{E} = \vec{0} \quad (r < R),$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (r \geq R).$$

Обговорення

Зверніть увагу, що в області $r \geq R$, електричне поле за рахунок заряду q , розміщеного на ізольованій провідній сфері радіуса R , ідентичне електричному полю точкового заряду q , розташованого в центрі сфери. Різниця між зарядженим металом і точковим зарядом виникає тільки в

точках простору всередині провідника. Для точкового заряду, розміщеного в центрі сфери, електричне поле не дорівнює нулю в точках простору, зайнятих сферою, а провідник з такою ж величиною заряду має в цих точках нульове електричне поле (рис. 2.43). Однак немає відмінностей у зовнішніх точках простору, де $r > R$, і ми можемо замінити ізольований заряджений сферичний провідник точковим зарядом у його центрі.

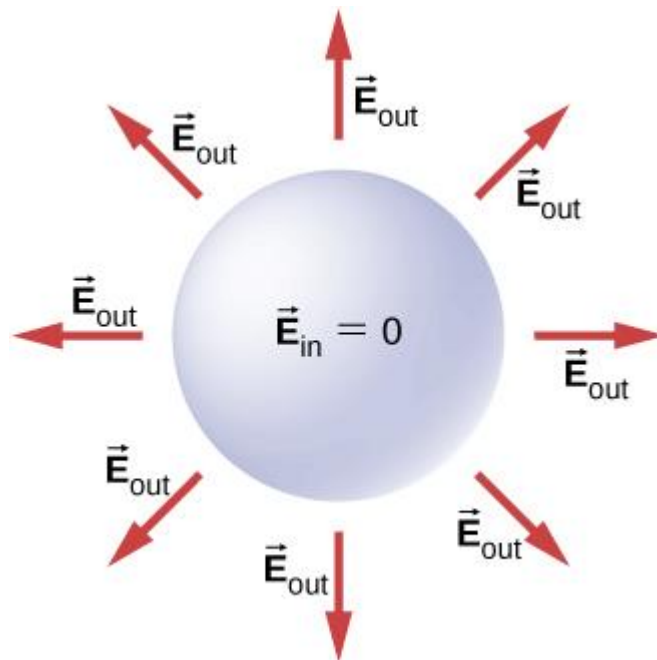


Рис. 2.43. Електричне поле позитивно зарядженої металевої кулі. Електричне поле всередині дорівнює нулю, а електричне поле зовні таке ж, як і електричне поле точкового заряду в центрі, хоча заряд металевої сфери знаходиться на поверхні

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 2.6

Як зміниться наведена вище система, якщо з'являться заряджені об'єкти, зовнішні по відношенню до сфери?

Для провідника з порожниною, якщо ми поставимо заряд $+q$ всередині порожнини, то в провіднику відбувається поділ заряду, з $-q$ кількість заряду на внутрішній поверхні і $+q$ величина заряду на зовнішній поверхні (рис. 2.44 (а)). Для того ж провідника із зарядом $+q$ зовні на внутрішній поверхні немає надлишкового заряду; як позитивні, так і негативні індуковані заряди знаходяться на зовнішній поверхні (рис. 2.44 (б)).

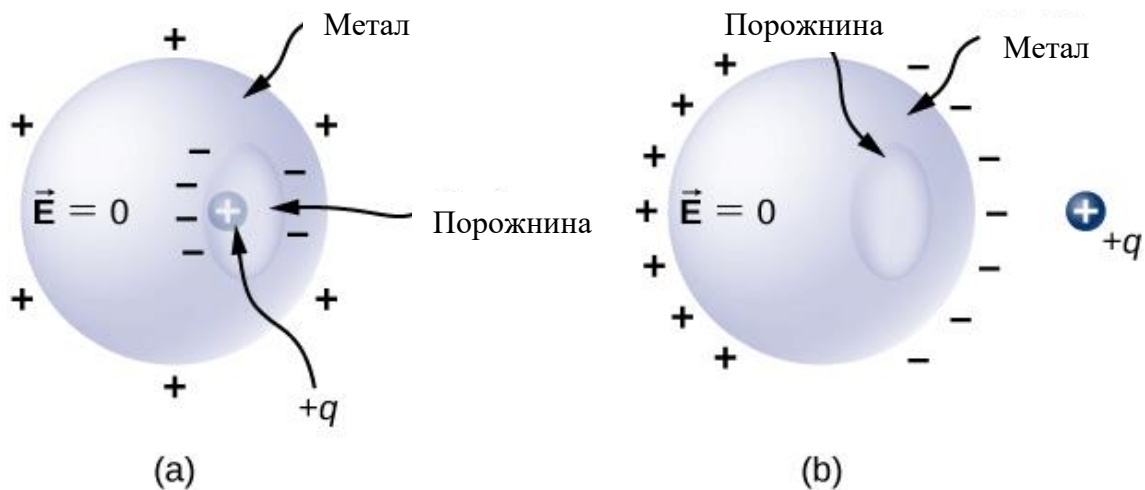


Рис. 2.44. (а) Заряд всередині порожнини в металі. Розподіл зарядів на зовнішній поверхні не залежить від того, як заряди розподіляються на внутрішній поверхні, оскільки E -поле всередині тіла металу дорівнює нулю. Однак величина заряду на зовнішній поверхні залежить від величини заряду всередині. б) заряд поза провідником, що містить внутрішню порожнину. Порожнина залишається порожньою. Поляризація зарядів на провіднику відбувається на поверхні

Якщо провідник має дві порожнини, одна з них має заряд $+q_a$ всередині нього, а інший заряд $-q_b$. Поляризація провідника призводить до $-q_a$ на внутрішній поверхні порожнини A , $+q_b$ на внутрішній поверхні порожнини B , а $q_a - q_b$ на зовнішній поверхні (рис. 2.45). Заряди на поверхнях можуть бути розподілені нерівномірно; їх розподіл залежить від геометрії. Єдине правило, якого дотримуються, полягає в тому, що при досягненні рівноваги розподіл заряду в провіднику такий, що електричне поле при розподілі заряду в провіднику скасовує електричне поле зовнішніх зарядів у всіх точках простору всередині тіла провідника.

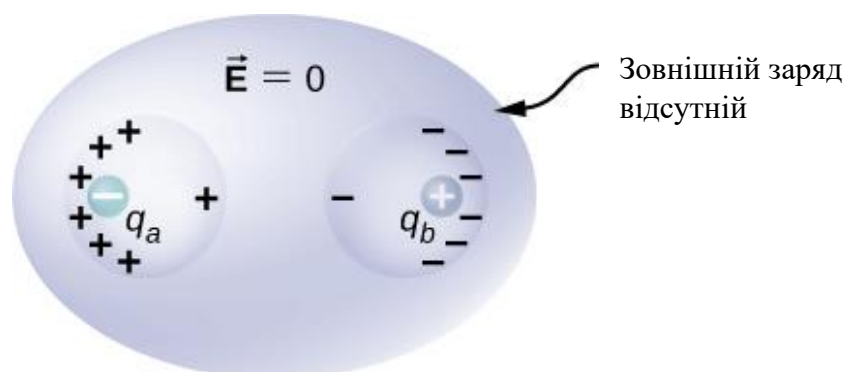


Рис. 2.45. Заряди, індуковані двома рівними і протилежними зарядами в двох окремих порожнинах провідника. Якщо сумарний заряд на порожнині ненульовий, то зовнішня поверхня заряджається до величини сумарного заряду



Рис. 3.1. Енергія, що виділяється при ударі блискавки, є чудовою ілюстрацією величезної кількості енергії, яка може накопичуватися і вивільнятися при різниці електричних потенціалів. У цьому розділі ми обчислюємо, скільки енергії може бути вивільнено під час удару блискавки і як це змінюється залежно від висоти хмар від землі

Введення

Два терміни, які зазвичай використовуються для опису електрики, – це її енергія і напруга, які, як ми покажемо в цьому розділі, безпосередньо пов'язані з потенційною енергією в системі.

Ми знаємо, наприклад, що велика кількість електричної енергії може зберігатися в батареях, передаватися через лінії електропередач і може стрибати з хмар. Аналогічним чином на молекулярному рівні іони перетинають клітинні мембрани і передають інформацію.

Ми також знаємо про напругу, пов'язану з електрикою. Батареї зазвичай мають напругу в кілька вольт, розетки у вашому домі виробляють 220 вольт, а лінії електропередач можуть досягати сотень тисяч вольт. Але енергія і напруга – це не одне і те ж. Мотоциклетний акумулятор, наприклад, маленький, і він не дуже годиться для заміни набагато більшого автомобільного акумулятора, але при цьому кожен з них має однакову напругу. У цьому розділі ми розглянемо взаємозв'язок між напругою та електричною енергією та почнемо досліджувати деякі з багатьох застосувань електрики.

3.1. Електрична потенціальна енергія

Коли вільний позитивний заряд q прискорюється електричним полем, йому надається кінетична енергія (рис. 3.2). Цей процес аналогічний прискоренню об'єкта гравітаційним полем, якщо б заряд спускався вниз по електричному пагорбу, де його електрична потенціальна енергія перетворюється в кінетичну енергію, хоча, звичайно, джерела сил дуже різні. Розглянемо роботу, виконану над зарядом q електричним полем в цьому процесі, щоб можна було отримати визначення електричної потенційної енергії.

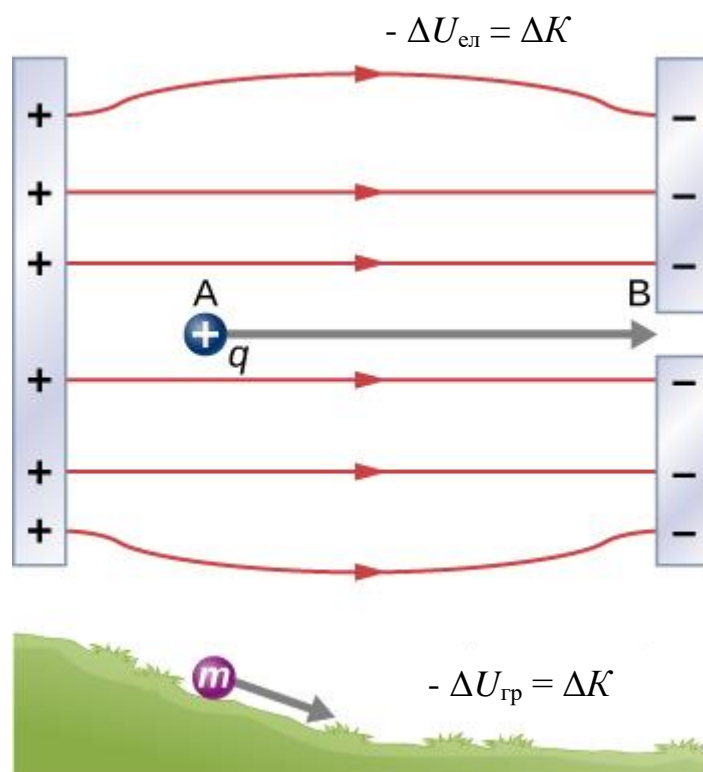


Рис. 3.2. Заряд, прискорений електричним полем, аналогічний масі, що спускається з пагорба. В обох випадках потенціальна енергія зменшується зі збільшенням кінетичної енергії: $-\Delta U = \Delta K$. Робота W виконується силою, але оскільки ця сила консервативна, ми можемо написати $W = -\Delta U$

Електростатична або кулонівська сила є консервативною, що означає, що робота, виконана над q , не залежить від пройденого шляху, як ми покажемо далі. Це в точності аналогічно гравітаційній силі. Коли сила консервативна, можна визначити потенційну енергію, пов'язану з силою. Зазвичай простіше працювати з потенційною енергією (адже вона залежить тільки від положення), ніж розраховувати роботу безпосередньо.

Щоб показати це наочно, розглянемо електричний заряд $+q$, який фіксуємо на початку координат, і переміщуємо інший заряд $+Q$ до q таким

чином, щоб у кожен момент часу прикладена сила \vec{F} точно врівноважувала електричну силу \vec{F}_e на Q (рис. 3.3). Робота, виконана прикладеною силою \vec{F} над зарядом Q , змінює потенційну енергію заряду Q . Ми називаємо цю потенціальну енергію **електричною потенційною енергією** заряду Q .

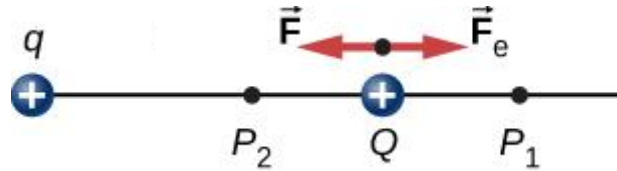


Рис. 3.3. Зміщення «пробного» заряду Q при наявності фіксованого «вихідного» заряду q

Робота W_{12} , яка здійснюється прикладеною силою \vec{F} коли частинка рухається від P_1 до P_2 , може бути обчислена за формулою:

$$W_{12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Оскільки прикладена сила \vec{F} врівноважує електричну силу \vec{F}_e , яка діє на Q , дві сили мають однакову величину і протилежні напрямки. Отже, прикладена сила дорівнює:

$$\vec{F} = -\vec{F}_e = -\frac{k_e Q}{r^2} \hat{r},$$

де ми визначили, що вектор \vec{F} вказує на початок координат, а r – це відстань від початку координат. Напрямки як переміщення, так і прикладеної сили на рис. 3.3 паралельні, і тому робота, виконана над системою, є позитивною.

Для позначення електричної потенційної енергії використовуємо букву U , яка має одиниці джоулів (Дж). Коли консервативна сила виконує негативну роботу, система отримує потенційну енергію. Коли консервативна сила виконує позитивну роботу, система втрачає потенційну енергію: $\Delta U = -W$. У схемі, зображеній на рис. 3.3, кулонівська сила діє в напрямку, протилежному переміщенню; тому робота негативна. Однак ми збільшили потенційну енергію в двухзарядній системі.

ПРИКЛАД 3.1. Кінетична енергія зарядженої частинки

- а. Заряд $Q = +3$ нКл спочатку знаходиться в спокої на відстані 10 см (r_1) від заряду $q = +5$ нКл, закріпленого на початку координат (рис. 3.4). Природно, що кулонівська сила прискорює Q від q , досягаючи в кінцевому підсумку 15 см (r_2). Чому дорівнює робота, яку виконує електричне поле між r_1 і r_2 ? Яку кінетичну енергію має Q при r_2 ?

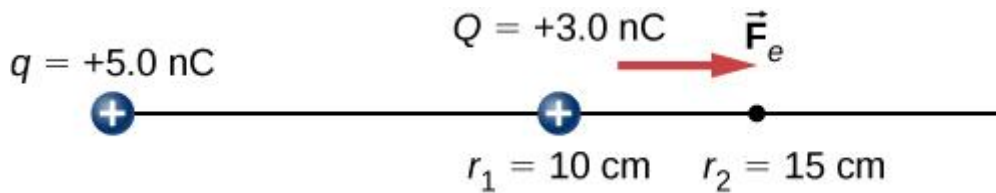


Рис. 3.4. Заряд Q відштовхується від q , здійснюючи над ним роботу і отримуючи кінетичну енергію

Стратегія

Розрахуйте роботу за визначенням. Оскільки Q почав рухатися зі стану спокою, то робота дорівнює кінетичної енергії.

Розв'язок

Інтегруючи скалярний добуток сили на відстань, отримаємо:

$$\begin{aligned}
 W_{12} &= \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{k_e q Q}{r^2} \cdot d\vec{r} = \left[-\frac{k_e q Q}{r} \right]_{r_1}^{r_2} = k_e q Q \left[\frac{-1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \right] = \\
 &= (8,99 \times 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2) (5 \times 10^{-9} \text{ Кл}) (3 \times 10^{-9} \text{ Кл}) \left[\frac{-1}{0,15 \text{ м}} + \frac{1}{0,1 \text{ м}} \right] = \\
 &= 4,5 \times 10^{-7} \text{ Дж}.
 \end{aligned}$$

Це також дорівнює кінетичної енергії при r_2 .

Обговорення

Заряд Q спочатку перебував у стані спокою; електричне поле q діяло на Q , тому тепер Q має кінетичну енергію, рівну роботі, виконаній електричним полем.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.1

Якщо Q має масу 4,00 мкг, яка швидкість Q при r_2 ?

У цьому прикладі робота W , виконана для прискорення позитивного заряду зі стану спокою, є позитивною і є результатом втрати потенціальної енергії U , або негативного ΔU . Значення U можна знайти в будь-якій точці, взявши одну точку як відлік нуля і обчисливши роботу, необхідну для переміщення заряду в іншу точку.

ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОТЕНЦІАЛУ

Робота W , виконана для прискорення позитивного заряду зі стану спокою, є позитивною і є результатом втрати потенціальної енергії U , або негативного ΔU . Математично це виглядає так:

$$W = -\Delta U. \quad (3.1)$$

Гравітаційна потенційна енергія і енергія електричного потенціалу цілком аналогічні. Потенційна енергія враховує роботу, виконану консервативною силою, і дає додаткове уявлення про енергію та енергетичні перетворення без необхідності мати справу з силою безпосередньо. Набагато частіше, наприклад, використовується концепція електричної потенційної енергії, ніж безпосередньо кулонівська сила в реальних додатках.

У полярних координатах з q на початку координат і Q , розташованим на відстані r , вектор елементарного зміщення дорівнює $d\vec{l} = \hat{r}dr$ і таким чином робота визначається так:

$$W_{12} = k_e qQ \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr = -k_e qQ \frac{1}{r_2} + k_e qQ \frac{1}{r_1}.$$

Зауважте, що цей результат залежить лише від кінцевих точок, а в іншому не залежить від обраного шляху. Щоб дослідити це питання далі, порівняйте шлях від точки P_1 до P_2 з контуром $P_1P_3P_4P_2$ на рис. 3.5.

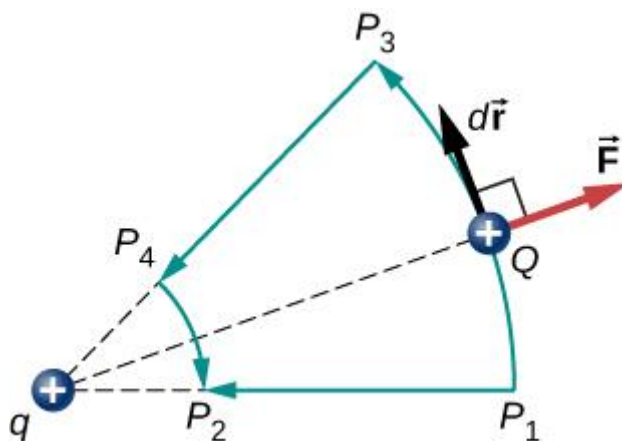


Рис. 3.5. Два шляхи для руху від P_1 до P_2 . Робота вздовж контура $P_1P_3P_4P_2$ дорівнює нулю через те, що електрична сила перпендикулярна зміщенню на цих шляхах. Тому роботи вздовж доріжок P_1P_2 і $P_1P_3P_4P_2$ є рівними

Контури P_1P_3 і P_4P_2 – це дуги кіл з центром в точці q . Оскільки сила, що діє на Q спрямована або в бік q , або в бік від q , то робота не виконується, оскільки сила перпендикулярна переміщенню уздовж цих дуг. Тому робота виконується уздовж відрізка P_3P_4 та P_1P_2 .

Одним із наслідків цього розрахунку роботи є те, що якби ми пройшли шлях $P_1P_3P_4P_2P_1$, то сумарна робота дорівнюватиме нулю (рис. 3.6). Нагадаємо, що саме так ми визначаємо, консервативна сила чи ні. Звідси випливає, що електрична сила пов'язана з електричним полем співвідношенням $\vec{F} = q\vec{E}$. Електричне поле саме по собі консервативне. Тобто,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Зауважимо, що Q є константою.

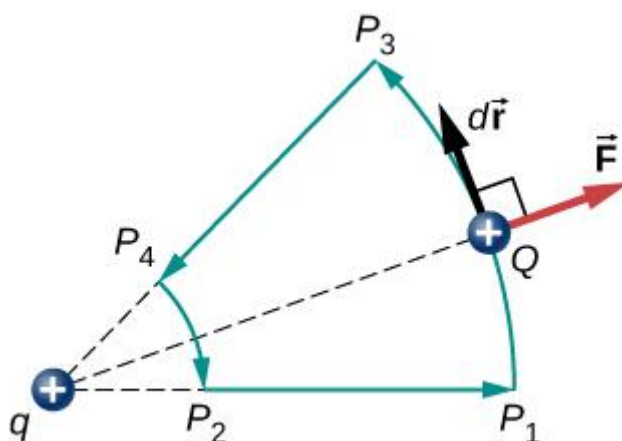


Рис. 3.6. Замкнена траєкторія в електричному полі. Сумарна робота вздовж цього шляху дорівнює нулю

Інший висновок полягає в тому, що ми можемо визначити електричну потенціальну енергію. Нагадаємо, що робота, виконана консервативною силою, також виражається як різниця потенціальної енергії, відповідної цій силі. Тому роботу W_{ref} , яка виконується, щоб довести заряд від контрольної точки до точки, що цікавить, можна записати як

$$W_{ref} = \int_{r_{ref}}^r \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

і, за рівнянням 3.1, різниця потенціальної енергії ($U_2 - U_1$) для пробного заряду Q між двома точками дорівнює:

$$\Delta U = - \int_{r_{ref}}^r \vec{F} \cdot d\vec{l}.$$

Тому можна записати загальний вираз для потенційної енергії двох точкових зарядів (в сферичних координатах):

$$\Delta U = -k_e qQ \int_{r_{ref}}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = - \left[-k_e qQ \frac{1}{r} \right]_{r_{ref}}^r = k_e qQ \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_{ref}} \right].$$

Другий доданок можна прийняти за довільний постійний опорний рівень, який служить нульовим відліком:

$$U(r) = \frac{k_e qQ}{r} - U_{ref}.$$

Зручний вибір нульового відліку, який спирається на здоровий глузд, полягає в тому, що коли два заряди знаходяться нескінченно далеко один від одного, між ними немає ніякої взаємодії. Якщо прийняти потенційну енергію цього стану за нуль, то доданок зникає з рівняння (так само, як і тоді, коли ми говоримо, що земля має нульову потенційну енергію в задачі з гравітаційною потенційною енергією), а потенційна енергія Q , коли вона відокремлена від q відстанню r , набуває вигляду:

$$U(r) = k_e \frac{qQ}{r}. \quad (3.2)$$

Ця формула симетрична відносно q і Q , тому її найкраще описати як потенційну енергію двухзарядної системи.

ПРИКЛАД 3.2. Потенційна енергія зарядженої частинки

Заряд $Q = +3$ нКл спочатку знаходиться в спокої на відстані 10 см (r_1). Заряд $q = 5$ нКл закріплений на початку координат (рис. 3.7). Природно, що кулонівська сила прискорює заряд Q у напрямку від q , досягаючи в кінцевому підсумку 15 см (r_2). Чому дорівнює зміна потенціальної енергії двухзарядної системи при русі заряду Q від r_1 до r_2 ?

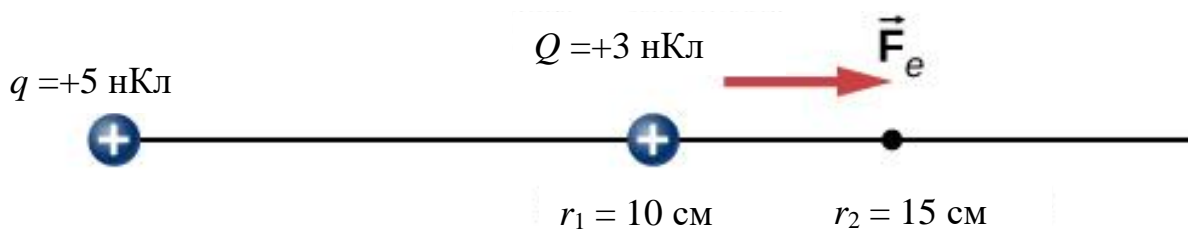


Рис. 3.7. Заряд Q відштовхується від q , при цьому робота над ним здійснюється за рахунок втрати потенціальної енергії

Стратегія

Розрахуйте потенціальну енергію за визначенням, наведеним вище: $\Delta U_{12} = - \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Оскільки Q почав рух зі стану спокою, то цей вираз дорівнює кінетичній енергії.

Розв'язок

Ми маємо:

$$\begin{aligned} \Delta U_{12} &= -k_e qQ \int_{r_{\text{ref}}}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = - \left[-k_e qQ \frac{1}{r} \right]_{r_{\text{ref}}}^{r_2} = k_e qQ \left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right] = \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2) (5 \times 10^{-9} \text{ Кл}) (3 \times 10^{-9} \text{ Кл}) \left[\frac{1}{0,15 \text{ м}} - \frac{1}{0,1 \text{ м}} \right] = \\ &= -4,5 \times 10^{-7} \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Обговорення

Зміна потенційної енергії, як і очікувалося, негативна і за величиною дорівнює зміні кінетичної енергії в цій системі. Згадаймо з прикладу 3.1, що зміна кінетичної енергії була позитивною.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.2

Чому дорівнює потенціальна енергія заряду Q відносно нульового відліку на нескінченності в точці r_2 у наведеному вище прикладі?

За законом Кулона сили, зумовлені множинними зарядами, накладаються на пробний заряд Q ; вони можуть бути розраховані окремо, а потім додані. Звідси випливає, що інтеграли роботи, а отже, і результуючі потенційні енергії демонструють однакову поведінку. Щоб продемонструвати це, розглянемо приклад складання системи з чотирьох зарядів.

ПРИКЛАД 3.3. Система чотирьох позитивних зарядів

Знайдіть роботу, яку повинен виконати зовнішній агент під час розміщення чотирьох зарядів $+2.0$ мкКл, $+3.0$ мкКл, $+4.0$ мкКл, і $+5.0$ мкКл у вершинах квадрата зі стороною $1,0$ см, переміщаючи кожен заряд з нескінченності (рис. 3.8).

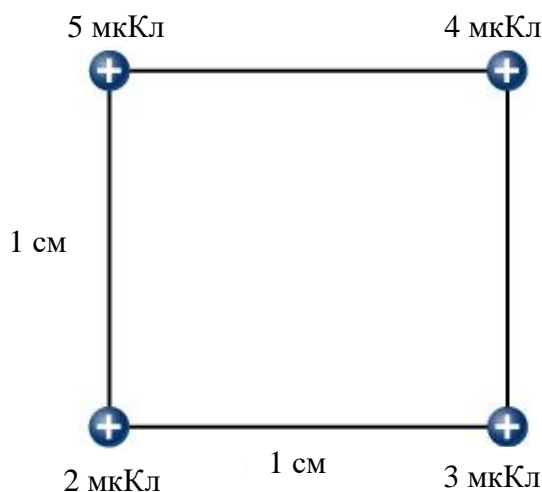


Рис. 3.8. Яку роботу потрібно виконати, щоб зібрати цю конфігурацію зарядів?

Стратегія

Ми вносимо заряди по одному, даючи їм початкові локації на нескінченності та обчислюючи роботу, щоб довести їх від нескінченності до кінцевого місця. Робимо це в порядку збільшення заряду.

Розв'язок

Крок 1. Спочатку принесіть $+2,0$ мкКл заряд до його місця в квадраті. Оскільки ще немає інших зарядів, то ніякої роботи по переміщенню його з нескінченності не виконується, $W_1 = 0$.

Крок 2. Зберігаючи $+2,0$ мкКл заряд, закріплений в вершині квадрата, переносимо заряд $+3,0$ мкКл до точки з координатами $(x, y, z) = (1 \text{ см}, 0, 0)$ (рис. 3.9). Тепер прикладена сила повинна виконувати роботу проти сили, що діє на $+2,0$ мкКл заряд. Виконана робота дорівнює зміні потенційної енергії заряду $+3,0$ мкКл:

$$W_2 = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} = (8,99 \times 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2) \frac{(2 \times 10^{-6} \text{ Кл})(3 \times 10^{-6} \text{ Кл})}{1 \times 10^{-2} \text{ м}} = 5,4 \text{ Дж.}$$

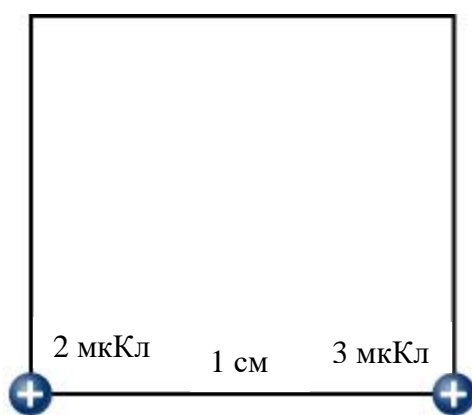


Рис. 3.9. *Крок 2.* Визначаємо роботу W_2 по переміщенню $+3,0$ мкКл заряду з нескінченності

Крок 3. Зберігаючи заряди $+2,0$ мкКл і $+3,0$ мкКл закріпленими на своїх місцях, переносимо заряд $+4,0$ мкКл до точки з координатами $(x, y, z) = (1 \text{ см}, 1 \text{ см}, 0)$ (рис. 3.10).

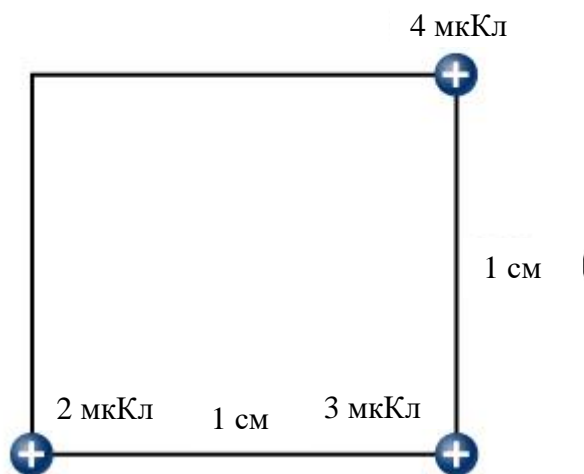


Рис. 3.10. *Крок 3.* Визначаємо роботу W_3 по переміщенню $+4,0$ мкКл заряду з нескінченності

Робота, виконана на цьому етапі, дорівнює:

$$W_3 = k_e \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k_e \frac{q_2 q_3}{r_{23}} =$$

$$= (8,99 \times 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2) \left[\frac{(2 \times 10^{-6} \text{ Кл})(4 \times 10^{-6} \text{ Кл})}{\sqrt{2} \times 10^{-2} \text{ м}} + \frac{(3 \times 10^{-6} \text{ Кл})(4 \times 10^{-6} \text{ Кл})}{1 \times 10^{-2} \text{ м}} \right] =$$

$$= 15,9 \text{ Дж.}$$

Крок 4. Нарешті, зберігаючи перші три заряди на своїх місцях, переносимо $+5,0$ мкКл заряд до точки з координатами $(x, y, z) = (0, 1 \text{ см}, 0)$ (рис. 3.11). Тут виконана робота дорівнює:

$$W_4 = k_e q_4 \left[\frac{q_1}{r_{14}} + \frac{q_2}{r_{24}} + \frac{q_3}{r_{34}} \right],$$

$$= \left(9,0 \times 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \right) (5,0 \times 10^{-6} \text{ Кл}) \left[\frac{(2,0 \times 10^{-6} \text{ Кл})}{1,0 \times 10^{-2} \text{ м}} + \frac{(3,0 \times 10^{-6} \text{ Кл})}{\sqrt{2} \times 10^{-2} \text{ м}} + \frac{(4,0 \times 10^{-6} \text{ Кл})}{1,0 \times 10^{-2} \text{ м}} \right] = 36,5 \text{ Дж.}$$

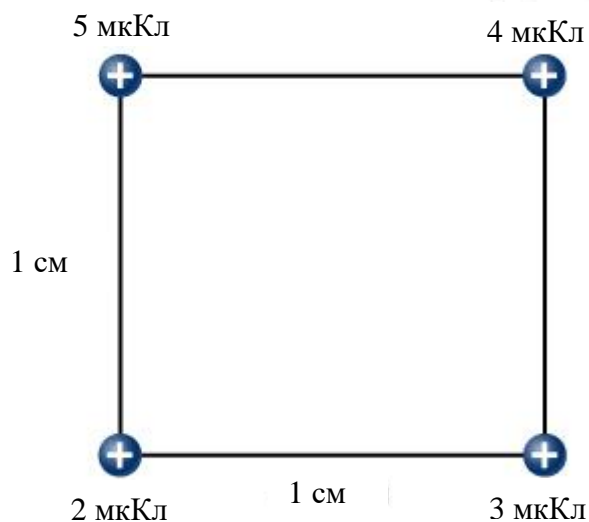


Рис. 3.11. *Крок 4.* Визначаємо роботу W_4 по переміщенню $+5,0$ мкКл заряду з нескінченності

Звідси випливає, що загальна робота W , виконана прикладеною силою при переміщенні чотирьох зарядів, дорівнює сумі роботи по переміщенню кожного заряду від нескінченності до його кінцевого положення:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 0 + 5,4 \text{ Дж} + 15,9 \text{ Дж} + 36,5 \text{ Дж} = 57,8 \text{ Дж.}$$

Обговорення

Робота по переміщенню кожного заряду залежить тільки від його попарної взаємодії з іншими зарядами. Не потрібно розглядати більш складні взаємодії; робота по переміщенню третього заряду залежить тільки від його взаємодії з першим і другим зарядами, взаємодія між першим і другим зарядом не впливає на третій.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.3

Електрична потенціальна енергія двох точкових зарядів позитивна чи негативна, якщо заряди мають однаковий знак? Протилежні знаки? Як це пов'язано з роботою, необхідною для переміщення зарядів від нескінченності?

Зауважимо, що електрична потенційна енергія позитивна, якщо два заряди одного типу, позитивні або негативні, і негативна, якщо два заряди протилежного типу. Це має сенс, якщо подумати про зміну потенційної енергії ΔU , коли ви наближаєте два заряди або віддаляєте їх один від одного. Залежно від відносних типів, можливо, вам доведеться працювати над системою або система виконає роботу над вами, тобто ваша робота або позитивна, або негативна. Якщо доводиться виконувати позитивну роботу над системою (фактично підштовхувати заряди ближче), то енергія системи повинна збільшуватися. Якщо наблизити два позитивних або два негативних заряди, то доводиться виконувати позитивну роботу над системою, що підвищує їх потенційну енергію. Оскільки потенціальна енергія пропорційна $1/r$, то потенціальна енергія зростає, коли r зменшується між двома позитивними або двома негативними зарядами.

З іншого боку, якщо ви наближаєте позитивний і негативний заряд, вам доводиться робити негативну роботу над системою (заряди тягнуть вас), а це означає, що ви забираєте енергію у системи. Це зменшує потенційну енергію. Оскільки в разі позитивної і негативної пари зарядів енергія потенціалу негативна, то збільшення на $1/r$ робить потенційну енергію більш негативною, що те ж саме, що і зменшення потенційної енергії.

Результат з прикладу 3.3 може бути поширений на системи з будь-яким довільним числом зарядів. В цьому випадку найзручніше записати формулу так:

$$W_{12\dots N} = \frac{k_e}{2} \sum_i^N \sum_j^N \frac{q_i q_j}{r_{ij}}, \text{ коли } i \neq j. \quad (3.3)$$

Коефіцієнт $1/2$ враховує додавання кожної пари зарядів двічі.

3.2. Електричний потенціал і різниця потенціалів

Нагадаємо, що раніше ми визначали напруженість електричного поля як величину, незалежну від пробного заряду в даній системі, що, тим не менш, дозволило нам обчислити силу, що діє на пробний заряд. (За замовчуванням за відсутності іншої інформації припускається, що пробний заряд позитивний). Ми коротко визначили поле для гравітації, але гравітація завжди притягує, тоді як електрична сила може бути як притягальною, так і відштовхуючою. Тому, хоча потенційна енергія цілком визначена в гравітаційній системі, зручно визначити параметр, який

дозволяв би обчислити роботу під час переміщення заряду незалежно від величини заряду. Розрахунок безпосередньо роботи може викликати труднощі, оскільки $W = \vec{F} \vec{d}$ і треба враховувати напрямок і величину \vec{F} , що може бути складним завданням при наявності декількох зарядів, для об'єктів несиметричної форми та вздовж довільних траєкторій. Але ми знаємо, що $\vec{F} = q\vec{E}$, а отже, і ΔU , пропорційна пробному заряду q . Щоб мати фізичну величину, яка не залежить від пробного заряду, визначимо **електричний потенціал** V (або просто потенціал) як потенційну енергію одиниці заряду:

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ПОТЕНЦІАЛ

Електрична потенційна енергія одиниці заряду дорівнює:

$$V = \frac{U}{q}. \quad (3.4)$$

Оскільки U пропорційна q , то залежність від q скасовується. Таким чином, V не залежить від q . Зміна потенційної енергії ΔU має вирішальне значення, тому ми працюємо з різницею потенціалів ΔV між двома точками, де

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q}.$$

ЕЛЕКТРИЧНА РІЗНИЦЯ ПОТЕНЦІАЛІВ

Різниця електричних потенціалів між точками A і B , $V_B - V_A$, визначається як зміна потенційної енергії заряду q , що переміщується від A до B , поділена на заряд. Одиницями різниці потенціалів є джоулі на кулон, що отримали назву вольт (В) на честь Алессандро Вольта.

$$1 \text{ В} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}.$$

Відомий термін **напруга** є загальною назвою електричної різниці потенціалів. Майте на увазі, що всякий раз, коли вказується напруга, під ним розуміють різницю потенціалів між двома точками. Наприклад, кожна батарея має дві клеми, а її напруга – це різниця потенціалів між ними. Більш фундаментально, точка, яку ви вибираєте як нуль вольт, є довільною. Це аналогічно тому, що гравітаційна потенційна енергія має довільний нуль, наприклад, рівень моря або, можливо, підлога лекційної аудиторії. Варто підкреслити різницю між різницею потенціалів і електричною потенційною енергією.

РІЗНИЦЯ ПОТЕНЦІАЛІВ І ЕЛЕКТРИЧНА ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ

Зв'язок між різницею потенціалів (або напругою) і електричною потенційною енергією задається формулою

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}, \text{ або } \Delta U = q\Delta V. \quad (3.5)$$

Напруга – це не те саме, що енергія. Напруга – це енергія одиниці заряду. Таким чином, мотоциклетний акумулятор і автомобільний акумулятор можуть мати однакову напругу (точніше, однакову різницю потенціалів між клемми акумулятора), але при цьому один зберігає набагато більше енергії, ніж інший, тому що $\Delta U = q\Delta V$. Автомобільний акумулятор може переміщати більше заряду, ніж акумулятор мотоцикла, хоча обидва акумулятори на 12 В.

ПРИКЛАД 3.4. Обчислення енергії

У вас є акумулятор для мотоцикла 12,0 В, який може переміщати 5000 Кл заряду, і автомобільний акумулятор 12,0 В, який може переміщати 60000 Кл заряду. Скільки енергії дає кожен? (Припустимо, що числове значення кожного заряду точно до трьох значущих цифр).

Стратегія

Сказати, що у нас акумулятор 12,0 В, означає, що його клемми мають різницю потенціалів 12,0 В. Коли така батарея переміщує заряд, вона передає заряд через різницю потенціалів 12,0 В, і зміна потенційної енергії, дорівнює $\Delta U = q\Delta V$. Щоб знайти вихідну енергію, помножимо заряд, що рухається, на різницю потенціалів.

Розв'язок

Для мотоциклетного акумулятора $q = 5000$ Кл і $\Delta V = 12,0$ В. Загальна енергія, що видається акумулятором мотоцикла, становить:

$$\Delta U = (5000 \text{ Кл})(12 \text{ В}) = (5000 \text{ Кл}) \left(12 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \right) = 6 \times 10^4 \text{ Дж.}$$

Аналогічно для автомобільного акумулятора $q = 60000$ Кл і

$$\Delta U = (60000 \text{ Кл})(12 \text{ В}) = 7,2 \times 10^5 \text{ Дж.}$$

Обговорення

Напруга та енергія пов'язані, але це не одне й те саме. Напруги батарей однакові, але енергія, що подається кожною, різна. Автомобільний акумулятор для запуску двигуна, має набагато більшу енергію ніж мотоциклетний. Зауважте також, що коли акумулятор розряджається,

частина його енергії використовується всередині, а напруга на клеммах падає, наприклад, коли світло фар тьмяніє через розряджений автомобільний акумулятор. Енергія, що подається батареєю, як і раніше, розраховується, як і в цьому прикладі, але не вся енергія доступна для зовнішнього використання.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.4

Скільки енергії має батарея 1,5 В ААА, яка може переміщати 100 Кл?

Зауважимо, що енергії, обчислені в попередньому прикладі, є абсолютними величинами. Зміна потенційної енергії для акумулятора негативна, оскільки він втрачає енергію. Ці батареї, як і багато електричних систем, фактично переміщують негативний заряд, зокрема електрони. Батареї відштовхують електрони від своїх негативних клем (A) через будь-яку схему і притягують їх до позитивних клем (B), як показано на рис. 3.12.

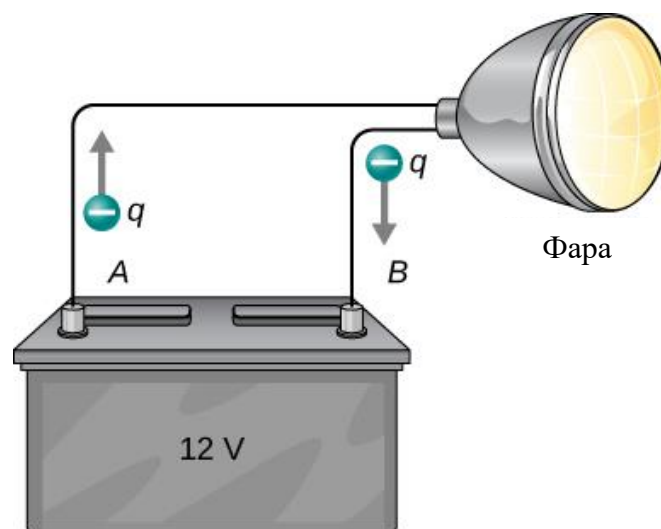


Рис. 3.12. Акумулятор переміщує негативний заряд від негативної клемми через фару до позитивної клемми. Відповідні комбінації хімічних речовин в акумуляторі розділяють заряди таким чином, що мінусова клемма має надлишок негативного заряду, який відштовхується нею і притягується до надлишкового позитивного заряду на іншій клемі. З точки зору потенціалу, позитивна клемма знаходиться під більш високою напругою, ніж негативна. Усередині акумулятора рухаються як позитивні, так і негативні заряди

Зміна потенціалу становить $\Delta V = V_B - V_A = +12 \text{ В}$, а заряд q негативний, так що $\Delta U = q\Delta V$ є від'ємною, тобто потенційна енергія батареї зменшилася, коли q перемістився з A в B .

ПРИКЛАД 3.5. Скільки електронів проходить через фару щосекунди?

Коли автомобільний акумулятор 12,0 В живить одну фару потужністю 30,0 Вт, скільки електронів проходить через неї щосекунди?

Стратегія

Щоб знайти число електронів, ми повинні спочатку знайти заряд, який рухається за 1,00 с. Заряд, що переміщується, пов'язаний з напругою та енергією рівнянням $\Delta U = q\Delta V$. Лампа потужністю 30,0 Вт споживає 30,0 джоулів на секунду. Батарея втрачає енергію, оскільки електрони йдуть від негативної клеми до позитивної. Ми маємо $\Delta U = -30$ Дж, $\Delta V = +12,0$ В.

Розв'язок

Щоб знайти заряд q , що рухається, розв'яжемо рівняння $\Delta U = q\Delta V$ відносно заряду: $q = \Delta U / \Delta V$. Ввівши значення для ΔU і ΔV , отримуємо:

$$q = \frac{-30 \text{ Дж}}{+12 \text{ В}} = \frac{-30 \text{ Дж}}{+12 \text{ Дж/Кл}} = -2,5 \text{ Кл.}$$

Кількість електронів n_e – це загальний заряд, поділений на заряд електрона. Тобто,

$$n_e = \frac{-2,5 \text{ Кл}}{-1,6 \times 10^{-19} \text{ Кл/}e^-} = 1,5610^{-19} \text{ електрон.}$$

Обговорення

Це дуже велика кількість. Не дивно, що ми зазвичай не спостерігаємо окремих електронів, а в звичайних системах їх так багато. Насправді, електрика використовувалася протягом багатьох десятиліть, перш ніж було встановлено, що рухомі заряди за багатьох обставин були негативними. Позитивний заряд, що рухається в напрямку, протилежному негативному, часто викликає ідентичні ефекти; це ускладнює визначення того, що рухається, чи рухаються обидва заряди.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.5

Скільки електронів щосекунди проходить через лампу потужністю 24,0 Вт від 12-вольтового автомобільного акумулятора?

Електрон-вольт

Енергія, що припадає на електрон дуже мала в макроскопічних ситуаціях, подібних до тієї, що була в попередньому прикладі – крихітна частка джоуля. Але в субмікроскопічному масштабі така енергія на частинку (електрон, протон або іон) може мати велике значення. Наприклад, навіть крихітна частка джоуля може бути достатньо великою, щоб ці частинки зруйнували органічні молекули та завдали шкоди живій

тканині. Частинка може завдати шкоди прямим зіткненням, або вона може створити шкідливі рентгенівські промені, які також можуть завдати шкоди. Корисно мати енергетичну одиницю, пов'язану з субмікроскопічними ефектами.

На рис. 3.13 показана ситуація, пов'язана з визначенням такої одиниці енергії.

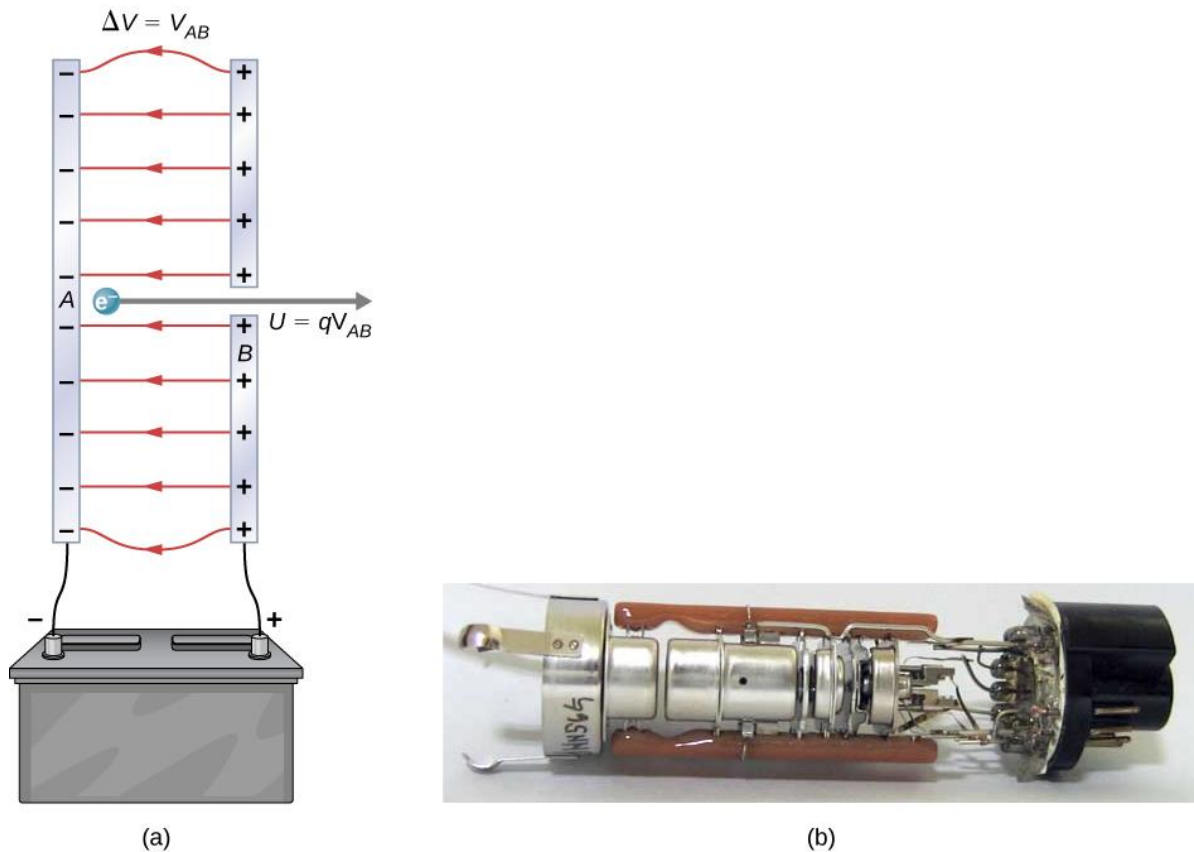


Рис. 3.13. Типова електронна гармата прискорює електрони, використовуючи різницю потенціалів між двома відокремленими металевими пластинами. При збереженні енергії кінетична енергія повинна дорівнювати зміні потенційної енергії, тому $K_E = qV$. Енергія електрона в електрон-вольтах чисельно дорівнює напрузі між пластинами. Наприклад, різниця потенціалів 5000 В дає 5000 еВ. Концептуальна конструкція, а саме дві паралельні пластины з отвором в одній, показана в (а), а реальна електронна гармата показана в (б)

Електрон прискорюється між двома зарядженими металевими пластинами, як це може бути в телевізійній трубці старого зразка або осцилографі. Електрон отримує кінетичну енергію, яка пізніше перетворюється в іншу форму – наприклад, світло в телевізійній трубці. (Зауважимо, що з точки зору енергії, «вниз» для електрона означає «вгору»)

для позитивного заряду.) Оскільки енергія пов'язана з напругою рівнянням $\Delta U = q\Delta V$, ми можемо розглядати джоуль як кулон-вольт.

ЕЛЕКТРОН-ВОЛЬТ

На субмікроскопічному масштабі зручніше визначати одиницю енергії, яку називають **електрон-вольтом** (eV), яка є енергією, що віддається основному заряду, прискореному за рахунок різниці потенціалів в 1 В. У формі рівняння це визначається так:

$$1 \text{ eV} = (1,6 \times 10^{-19} \text{ Кл})(1 \text{ В}) = (1,6 \times 10^{-19} \text{ Кл}) \left(1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\right) = 1,6 \times 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Електрону, прискореному за рахунок різниці потенціалів 1 В, надається енергія 1 eV. Звідси випливає, що електрон, прискорений 50 В, отримує енергію 50 eV. Різниця потенціалів 100000 В (100 кВ) дає енергію електрона 100000 eV (100 кеВ) і так далі. Аналогічно іон з подвійним позитивним зарядом, прискорений 100 В, отримує 200 eV енергії. Ці прості зв'язки між прискорювальною напругою і зарядами частинок роблять електрон-вольт простою і зручною одиницею енергії в таких умовах.

Електрон-вольт зазвичай використовується в субмікроскопічних процесах — хімічні енергії валентності, енергії молекулярного та ядерного зв'язку є одними з величин, які часто виражаються в електрон-вольтах. Наприклад, для розщеплення певних органічних молекул потрібно близько 5 eV енергії. Якщо протон розігнати зі стану спокою різницею потенціалів 30 кВ, він набуває енергії 30 кеВ (30 000 eV) і може розбити до 6000 таких молекул. Енергія ядерного розпаду становить близько 1 МеВ (1 000 000 eV) на подію і, таким чином, може завдати значної біологічної шкоди.

Збереження енергії

Загальна енергія системи зберігається, якщо немає додавання (або віднімання) внаслідок роботи або теплопередачі. Для консервативних сил, таких як електростатична сила, закон збереження енергії стверджує, що механічна енергія є константою.

Механічна енергія – це сума кінетичної енергії і потенційної енергії системи; Тобто $K + U = \text{константа}$. Втрата U для зарядженої частинки стає збільшенням її енергії K . Закон збереження енергії виражається у вигляді рівняння так:

$$K + U = \text{constant}$$

або

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2,$$

де 1 і 2 – початкові і кінцеві умови. Як ми вже неодноразово переконувалися, розгляд закону збереження енергії може дати нам розуміння та полегшити вирішення проблем.

ПРИКЛАД 3.6. Електрична потенційна енергія, перетворена в кінетичну енергію

Обчисліть кінцеву швидкість вільного електрона, прискореного зі стану спокою різницею потенціалів 100 В. (Припустимо, що це числове значення з точністю до трьох значущих цифр).

Стратегія

У нас система, в якій є лише консервативні сили. Якщо припустити, що електрон прискорюється у вакуумі і нехтувати гравітаційною силою (ми перевіримо це припущення пізніше), то вся електрична потенційна енергія перетворюється в кінетичну енергію. Ми можемо визначити початкову і кінцеву форми енергії, які повинні бути:

$$K_1 = 0; K_2 = \frac{mv^2}{2}; U_1 = qV; U_2 = 0.$$

Розв'язок

За законом збереження енергії:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

Зайшовши в формули, зазначені вище, ми отримуємо

$$qV = \frac{mv^2}{2}.$$

Розв'яжемо це для v :

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}.$$

Введення значень для q , V і m дає:

$$v = \sqrt{\frac{2(-1,6 \times 10^{-19} \text{Кл})(-100 \text{Дж/Кл})}{9,11 \times 10^{-31} \text{кг}}} = 5,93 \times 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Обговорення

Зверніть увагу, що і заряд, і початкова напруга негативні (рис. 3.13). Електростатичні сили на малих відстанях, як правило, дуже великі порівняно з гравітаційною силою. Велика кінцева швидкість підтверджує, що гравітаційна сила тут дійсно незначна. Велика швидкість також вказує на те, наскільки легко розігнати електрони малою напругою через їх дуже малу масу. Напруги набагато вище 100 В в цій задачі зазвичай використовуються в електронних гарматах. Ці вищі напруги призводять до того, що швидкість електронів настільки велика, що ефекти спеціальної теорії відносності повинні бути враховані. Саме тому в даному прикладі ми розглянемо низьку напругу.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.6

Як зміниться цей приклад з позитроном? Позитрон ідентичний електрону, за винятком того, що заряд позитивний.

Напруга та електричне поле

До сих пір ми досліджували взаємозв'язок між напругою і енергією. Тепер ми хочемо дослідити взаємозв'язок між напругою та напруженістю електричного поля. Нагадаємо, що загальна формула потенційної енергії пробного заряду q в точці P відносно опорної точки R має вигляд:

$$U_P = - \int_R^P \vec{F} \cdot d\vec{l}.$$

Коли ми підставляємо визначення електричного поля ($\vec{E} = \vec{F}/q$), тоді отимуємо:

$$U_P = -q \int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Застосовуємо наше визначення потенціалу ($V = U/q$) до цієї потенційної енергії:

$$V_P = - \int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (3.6)$$

З нашого попереднього обговорення потенційної енергії заряду в електричному полі результат не залежить від обраного шляху, а отже, ми можемо вибрати інтегральний шлях, який є найбільш зручним.

Розглянемо окремий випадок позитивного точкового заряду q на початку координат. Щоб обчислити потенціал, викликаний q на відстані r від початку координат відносно відліку 0 на нескінченності (нагадаємо, що ми зробили те ж саме для потенційної енергії), нехай

$$P = r, R = \infty, d\vec{l} = d\vec{r} = \hat{r} dr \text{ та } \vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r}.$$

коли ми оцінюємо інтеграл:

$$V_P = - \int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Отже, для цієї системи ми маємо:

$$V_P = - \int_{\infty}^r \frac{k_e q}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr,$$

що спрощується до

$$V_P = - \int_{\infty}^r \frac{k_e q}{r^2} dr = \frac{k_e q}{r} - \frac{k_e q}{\infty} = \frac{k_e q}{r}.$$

Такий результат,

$$V_r = \frac{k_e q}{r}$$

є стандартною формою потенціалу точкового заряду. Це питання буде розглянуто далі в наступному розділі.

Щоб розглянути ще один цікавий окремий випадок, припустимо, що однорідне електричне поле \vec{E} виробляється шляхом розміщення різниці потенціалів (або напруги) ΔV на двох паралельних металевих пластинах, позначених A і B (рис. 3.14). Вивчення цієї ситуації покаже нам, яка напруга потрібна для створення певної напруженості електричного поля. Це також виявить більш фундаментальний зв'язок між електричним потенціалом і електричним полем.

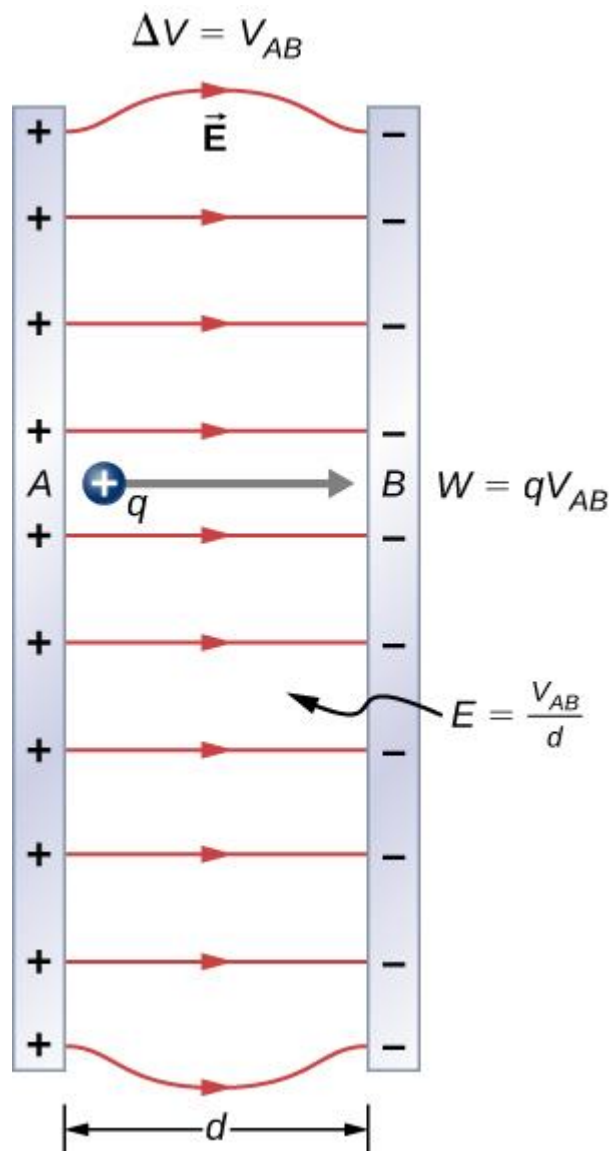


Рис. 3.14. Зв'язок між V і E для паралельних провідних пластин дорівнює $E = -\Delta V/d$. Поле вказує на менший потенціал V

З точки зору фізика, або ΔV або \vec{E} може використовуватися для опису будь-якої взаємодії між зарядами. Однак ΔV є скалярною величиною і не має напрямку, тоді як \vec{E} є векторною величиною, що має як величину, так і напрямок. (Зауважимо, що скалярна величина електричного поля позначається E). Взаємозв'язок між ΔV і \vec{E} виявляється обчисленням роботи, виконаної електричною силою при переміщенні заряду з точки A в точку B . Але, як зазначалося раніше, довільний розподіл зарядів вимагає обчислення. Тому ми розглядаємо однорідне електричне поле як цікавий окремий випадок.

Робота, виконана електричним полем (рис. 3.14) для переміщення позитивного заряду q від A , позитивної пластини вищого потенціалу, до B , негативної пластини меншого потенціалу, дорівнює:

$$W = -\Delta U = -q\Delta V = -V_{AB}.$$

Робота – це $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \theta$; тут $\cos \theta = 1$, оскільки шлях паралельний полю. Таким чином, $W = Fd$. З $F = qE$, ми бачимо, що $W = qEd$. Підставляючи цей вираз для роботи в попереднє рівняння, отримаємо:

$$qEd = -qV_{AB}.$$

Заряд скасовується, тому отримуємо напругу між точками A і B :

$$\left. \begin{aligned} qV_{AB} &= -Ed \\ E &= -\frac{V_{AB}}{d} \end{aligned} \right\} \left(\begin{array}{l} \text{тільки для} \\ \text{однорідного поля} \end{array} \right)$$

де d – відстань від A до B , або відстань між пластинами (рис. 3.14).

Зауважимо, що з цього рівняння випливає, що одиницями вимірювання електричного поля є вольти на метр. Ми вже знаємо, що одиницями електричного поля є ньютони на кулон; Таким чином, справедливим є наступне співвідношення між одиницями:

$$1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = 1 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Крім того, ми можемо поширити це на інтегральну форму. Підставивши в наше визначення рівняння 3.6 різницю потенціалів між точками A і B , отримаємо:

$$V_{AB} = V_B - V_A = - \int_R^B \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_R^A \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

що спрощується до

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Різниця потенціалів негативна (V нижче при B , ніж при A), коли зміщення йде в тому ж напрямку, що і поле. Іншими словами, електричне поле вказує на зниження електричного потенціалу. Нас часто цікавить лише величина електричного поля, і в цьому випадку ви можете побачити $\Delta V = Ed$ замість $|\Delta V| = |Ed|$. Мається на увазі, що всі змінні в рівнянні представляють значення величин. Як наочність, виходячи з цього, можна обчислити

різницю потенціалів між двома точками (A і B), рівновіддаленими від точкового заряду q на початку координат, як показано на рис. 3.15.

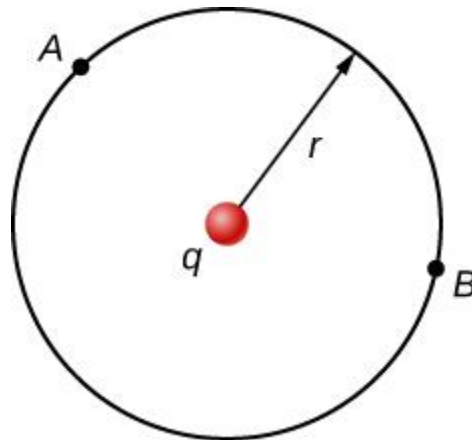


Рис. 3.15. Дуга для обчислення різниці потенціалів між двома точками, рівновіддаленими від точкового заряду в початку координат

Для цього інтегруємо навколо дуги кола постійного радіуса r між A і B , що означає, що ми використаємо співвідношення $d\vec{l} = r\hat{\phi}d\phi$, у виразі $\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$. Таким чином

$$\Delta V_{AB} = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad (3.7)$$

та

$$\Delta V_{AB} = V_B - V_A = - \int_A^B \frac{k_e q}{r^2} \hat{r} \cdot r \hat{\phi} d\phi.$$

Однак $\hat{r} \cdot \hat{\phi} = 0$ і тому

$$V_B - V_A = 0.$$

Цей результат, що немає різниці потенціалів уздовж постійного радіуса від точкового заряду, стане в нагоді при відображенні потенціалів.

ПРИКЛАД 3.7. Яка максимальна напруга можлива між двома пластинами?

Сухе повітря може підтримувати максимальну напруженість електричного поля близько $3,0 \times 10^6$ В/м. Вище цього значення поле створює достатню іонізацію в повітрі, щоб зробити повітря провідником. Це дозволяє отримати розряд або іскру, яка зменшує поле. Яка ж тоді максимальна напруга між двома паралельними провідними пластинами, розділеними 2,5 см сухого повітря?

Стратегія

Дано максимальне електричне поле E між пластинами і відстань d між ними. Можна скористатися рівнянням $\Delta V = Ed$ (нагадаємо, що це модулі величин) для обчислення максимальної напруги.

Розв'язок

Різниця потенціалів або напруга між пластинами становить $\Delta V = Ed$. Введення заданих значень для E і d дає:

$$\Delta V = \left(3 \times 10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}}\right) (0,025 \text{ м}) = 7,5 \times 10^4 \text{ В} = 75 \text{ кВ}.$$

Обговорення

Одним із наслідків цього результату є те, що для створення іскри через проміжок 2,5 см потрібно близько 75 кВ, або 150 кВ для 5-сантиметрової іскри. Це обмежує напругу, яка може існувати між провідниками на лінії електропередачі. Менша напруга може викликати іскру, якщо на поверхні є шипи, оскільки гострі поверхні мають більшу напруженість поля, ніж гладкі поверхні. Вологе повітря руйнується при меншій напруженості поля, а це означає, що менша напруга змусить іскру проскочити через вологе повітря. Найбільші напруги можуть створюватися за допомогою статичної електрики в сухі дні (рис. 3.16).

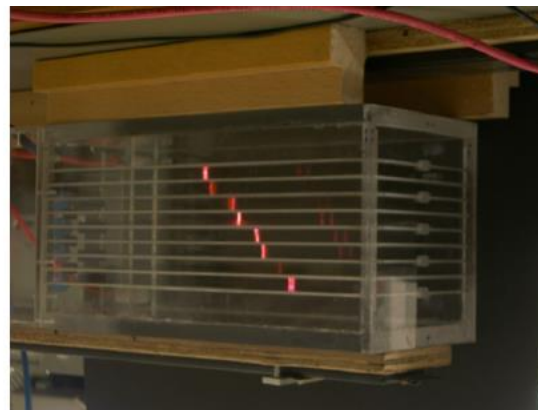


Рис. 3.16. Іскрова камера використовується для відстеження шляхів високоенергетичних частинок. Іонізація, створювана частинками, коли вони проходять через газ між пластинами, дозволяє іскрі стрибати. Іскри розташовуються перпендикулярно пластинам, слідуючи лініям електричного поля між ними. Різниця потенціалів між сусідніми пластинами недостатньо велика, щоб викликати іскри без іонізації, виробленої частинками з експериментів з прискорювачами (або космічними променями). Ця форма детектора зараз архаїчна і більше не використовується, за винятком демонстраційних цілей

ПРИКЛАД 3.8. Поле і сила всередині електронної гармати

Електронна гармата (рис. 3.13) має паралельні пластини, розділені 4,00 см і віддає електронам 25,0 кеВ енергії. а) Яка напруженість електричного поля між пластинами? б) з якою силою це поле діятиме на шматок пластмаси з 0,500 мкКл зарядом, який потрапляє між пластинами?

Стратегія

Оскільки дано напругу і відстань між пластинами, то напруженість електричного поля може бути обчислена безпосередньо з виразу $E = \Delta V/d$. Дізнавшись напруженість електричного поля, ми можемо знайти силу, що діє на заряд, використовуючи $\vec{F} = q\vec{E}$. Оскільки електричне поле напрямлене тільки в одному напрямку, то можна записати це рівняння через скалярні величини: $F = qE$.

Розв'язок

- а. Вираз величини електричного поля між двома однорідними металевими пластинами має вигляд

$$E = \Delta V/d.$$

Оскільки електрон є одиничним зарядом і йому дано 25,0 кеВ енергії, то різниця потенціалів повинна становити 25,0 кВ. Введення цього значення для V_{AB} і відстані $d = 0,0400$ м, дає:

$$E = \frac{25000 \text{ В}}{0,04 \text{ м}} = 6,25 \times 10^5 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

- б. Величина сили, що діє на заряд в електричному полі, виходить з рівняння:

$$F = qE.$$

Підстановка відомих значень дає:

$$(0,5 \times 10^{-6} \text{ Кл}) \left(6,25 \times 10^5 \frac{\text{В}}{\text{м}} \right) = 0,313 \text{ Н}.$$

Обговорення

Зауважимо, що одиницями виміру є ньютони, оскільки $1 \text{ В/м} = 1 \text{ Н/Кл}$. Оскільки електричне поле між пластинами рівномірне, то сила, що діє на заряд, однакова незалежно від того, де заряд розташований між пластинами.

ПРИКЛАД 3.9. Обчислення потенціалу точкового заряду

Дається точковий заряд $q = +2.0$ нК на початку координат. Обчислити різницю потенціалів між точками P_1 на дистанції $a = 4.0$ см від q і P_2 на дистанції $b = 12.0$ см від q , де дві точки мають кут $\varphi = 24^\circ$ між ними (рис. 3.17).

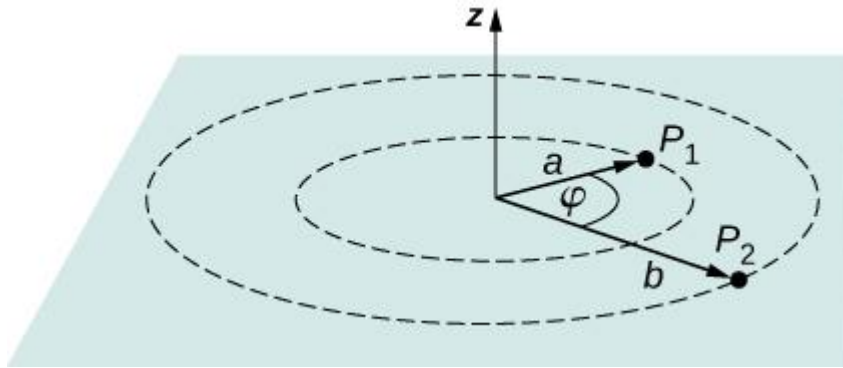


Рис. 3.17. Знайдіть різницю потенціалів між P_1 і P_2

Стратегія

Робіть це потрібно в два прийоми. Насамперед необхідно використовувати формулу $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ і нехай $A = a = 4,0$ см і $B = b = 12,0$ см, $d\vec{l} = d\vec{r} = \hat{r} dr$, $E = \frac{k_e q}{r^2} \hat{r}$. Потім інтегруємо. Другим кроком є інтеграція $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ навколо дуги постійного радіуса r , що означає, що ми використаємо $d\vec{l} = r \hat{\phi} d\phi$ з межами $0 \leq \phi \leq 24^\circ$ та $E = \frac{k_e q}{r^2} \hat{r}$ з лімітами $0 \leq \phi \leq 24$, все ще використовуючи $E = \frac{k_e q}{r^2} \hat{r}$. Потім складіть два результати разом.

Розв'язок

Для першої частини $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_a^b \frac{k_e q}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr$. Після інтегрування отримуємо:

$$\begin{aligned} \Delta V &= - \int_a^b \frac{k_e q}{r^2} dr = k_e q \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right] = \\ &= \left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{Нм}^2}{\text{Кл}^2} \right) (2 \times 10^{-9} \text{Кл}) \left[\frac{1}{0,04\text{м}} - \frac{1}{0,12\text{м}} \right] = 300 \text{ В}. \end{aligned}$$

Для другого кроку,

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_0^{24^\circ} \frac{k_e q}{r^2} \hat{r} \cdot r \hat{\phi} d\phi = 0,$$

оскільки $\hat{r} \cdot \hat{\phi} = 0$.

Склавши дві частини разом, отримаємо 300 В.

Обговорення

Продемонстровано використання інтегральної форми різниці потенціалів для отримання чисельного результату.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.7

Як змінюється енергія удару блискавки залежно від висоти хмар від землі? Розгляньте систему хмара-земля як дві паралельні пластини.

3.3. Розрахунки електричного потенціалу

Точкові заряди, такі як електрони, є одними з основних будівельних блоків матерії. Крім того, сферичний розподіл заряду (наприклад, заряд на металевій сфері) створює зовнішні електричні поля точно так само, як точковий заряд. Таким чином, електричний потенціал, зумовлений точковим зарядом, є випадком, який нам потрібно розглянути.

Ми можемо використовувати обчислення, щоб знайти роботу, необхідну для переміщення пробного заряду q з великої відстані на відстань r від точкового заряду q . Відзначаючи зв'язок між роботою і потенціалом $W = -q\Delta V$, як і в попередньому розділі, ми можемо отримати наступний результат.

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ПОТЕНЦІАЛ V ТОЧКОВОГО ЗАРЯДУ

Електричний потенціал V точкового заряду задається формулою:

$$V = \frac{k_e q}{r}, \quad (3.8)$$

де k – константа, рівна $8,99 \times 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$.

Потенціал на нескінченності вибирається рівним нулю. Таким чином, V для точкового заряду зменшується з відстанню, тоді як \vec{E} для точкового заряду зменшується з відстанню в квадраті:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{k_e q}{r^2}.$$

Нагадаємо, що різниця електричних потенціалів V є скалярною величиною і не має напрямку, тоді як електричне поле \vec{E} є вектором. Щоб знайти напругу, зумовлену комбінацією точкових зарядів, заданих нульовою напругою на нескінченно великій відстані, потрібно скласти окремі напруги у вигляді чисел. До кінця цієї глави ми будемо вважати, що нульова напруга вимірюється нескінченно далеко. Щоб знайти сумарне електричне поле, необхідно скласти окремі поля у вигляді векторів з урахуванням величини і напрямку. Це узгоджується з тим, що V тісно пов'язана з енергією, скалярна, тоді як \vec{E} тісно пов'язана з силою, вектором.

ПРИКЛАД 3.10. Яку напругу має невеликий заряд на металевій сфері?

Заряди в статичній електриці, як правило, знаходяться в діапазоні від нанокулонів (нКл) до мікрокулонів (мкКл). Яка напруга на відстані 5,00 см від центру твердої металевої сфери діаметром 1 см, яка має статичний заряд $-3,00$ нКл?

Стратегія

Як ми обговорювали в розділі «Електричні заряди і поля», заряд на металевій кулі розподіляється рівномірно і створює поле, подібне до поля точкового заряду, розташованого в його центрі. Таким чином, ми можемо знайти напругу за допомогою рівняння $V = \frac{k_e q}{r}$.

Розв'язок

Ввівши відомі значення у вираз для потенціалу точкового заряду, отримуємо:

$$V = k_e \frac{q}{r} = \left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{Нм}^2}{\text{Кл}^2}\right) \left(\frac{-3 \times 10^{-9} \text{Кл}}{5 \times 10^{-2} \text{м}}\right) = -539 \text{ В.}$$

Обговорення

Від'ємне значення напруги означає, що позитивний заряд буде притягуватися з більшої відстані, оскільки потенціал нижчий (більш негативний), ніж на більших відстанях. І навпаки, негативний заряд буде відштовхуватися, як і очікувалося.

ПРИКЛАД 3.11. Який надлишок заряду на генераторі Ван де Граафа?

Демонстраційний генератор Ван де Граафа має металеву сферу діаметром 25,0 см, яка виробляє напругу 100 кВ біля її поверхні (рис. 3.18). Який надлишок заряду знаходиться на сфері? (Припустимо, що кожне числове значення тут показано трьома значущими цифрами.)

Стратегія

Потенціал на поверхні такий самий, як і потенціал точкового заряду в центрі сфери, на відстані 12,5 см. (Радіус кулі дорівнює 12,5 см.) Таким чином, ми можемо визначити надлишковий заряд за допомогою рівняння:

$$V = \frac{k_e q}{r}$$

Розв'язок

Розв'язування для q і введення відомих значень дає:

$$q = \frac{rV}{k_e} = \frac{(0,125 \text{ м})(100 \times 10^3 \text{ В})}{8,99 \times 10^9 \frac{\text{Нм}^2}{\text{Кл}^2}} = 1,39 \times 10^{-6} \text{ Кл} = 1,39 \text{ мкКл.}$$

Обговорення

Це відносно невеликий заряд, але він видає досить велику напругу. Тут ми маємо ще одну вказівку на те, що важко зберігати ізольовані заряди.

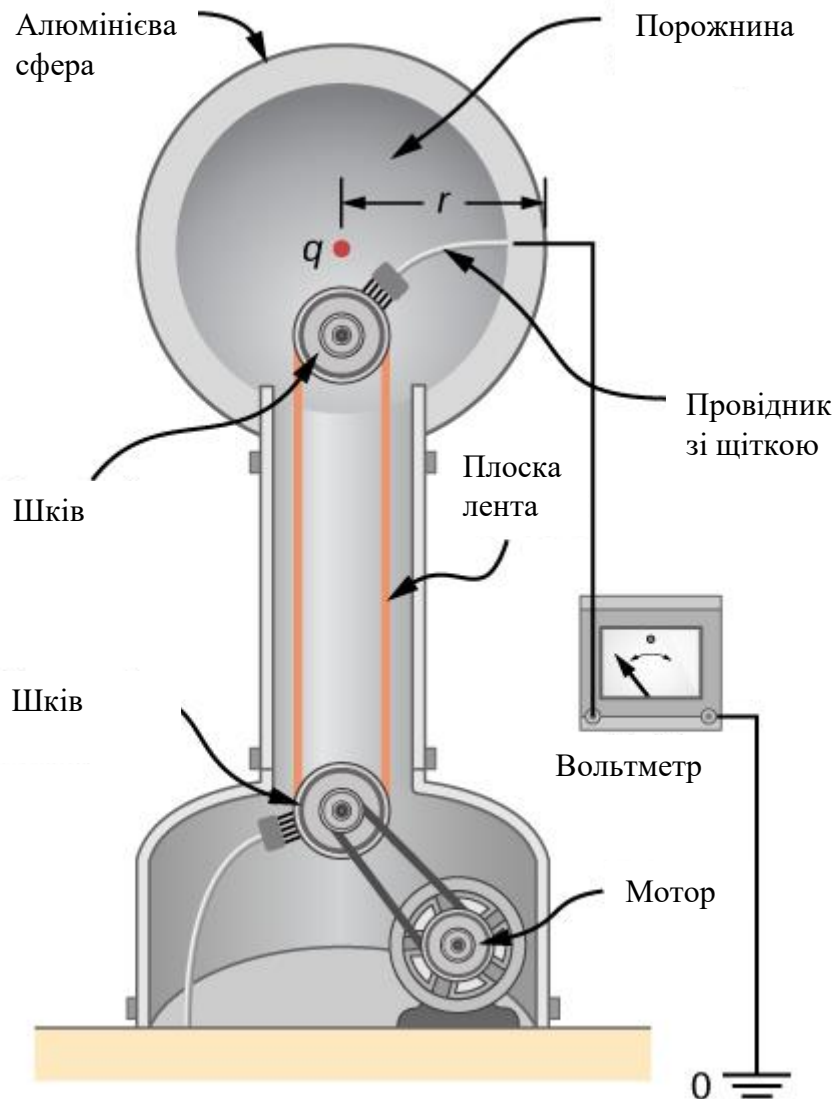


Рис. 3.18. Напруга цього демонстраційного генератора Ван де Граафа вимірюється між зарядженою сферою і землею. Потенціал Землі приймається рівним нулю як еталон. Потенціал зарядженої провідної сфери такий самий, як і потенціал заряду в її центрі

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.8

Який потенціал всередині металеві сфери в прикладі 3.10?

Напруги в обох цих прикладах можна виміряти за допомогою лічильника, який порівнює вимірний потенціал з потенціалом землі. Потенціал землі часто приймається рівним нулю (замість того, щоб приймати потенціал на нескінченності рівним нулю). Саме різниця потенціалів між двома точками має важливе значення, і дуже часто існує мовчазне припущення, що якась точка відліку, наприклад, Земля або дуже віддалена точка, знаходиться на нульовому потенціалі. Як зазначалося

раніше, це аналогічно прийняттю рівня моря як $h = 0$ при розгляді гравітаційної потенційної енергії $U_g = mgh$.

Системи багатоточкових зарядів

Подібно до того, як електричне поле підкоряється принципу суперпозиції, так і електричний потенціал підкоряється цьому принципу. Розглянемо систему, що складається з N зарядів q_1, q_2, \dots, q_N . Чому дорівнює сумарний електричний потенціал V в точці P від цих зарядів? Кожен з цих зарядів є зарядом джерела, який створює свій власний електричний потенціал в точці P , незалежно від будь-яких інших змін. Припустимо, що V_1, V_2, \dots, V_N – електричні потенціали в точці P , що утворюються зарядами q_1, q_2, \dots, q_N , відповідно. Тоді сумарний електричний потенціал V_P у цій точці дорівнює сума цих окремих електричних потенціалів. Це можна легко показати, обчисливши потенційну енергію пробного заряду, коли ви перенесете пробний заряд від контрольної точки на нескінченності до точки P :

$$V_P = V_1 + V_2 + \dots + V_N = \sum_1^N V_i.$$

Зауважимо, що електричний потенціал підпорядковується тому ж принципу суперпозиції, що і електричне поле і електрична потенційна енергія. Щоб показати це більш явно, зауважте, що пробний заряд q_0 в точці P знаходиться на відстані r_1, r_2, \dots, r_N від N зарядів, зафіксованих у просторі, як показано на рис. 3.19.

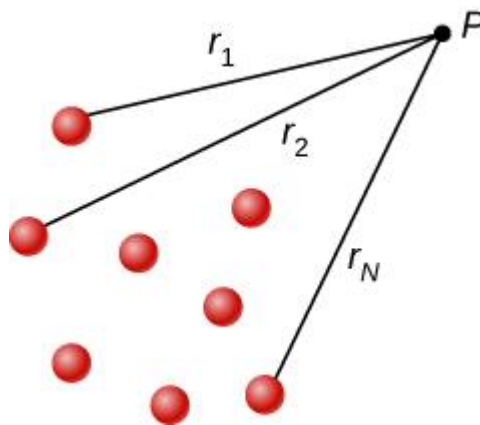


Рис. 3.19. Позначення відстаней від зарядів до точки P

Використовуючи нашу формулу потенціалу точкового заряду для кожного з цих (прийнятих як точкових) зарядів, знаходимо, що

$$V_P = \sum_1^N k_e \frac{q_i}{r_i} = k_e \sum_1^N \frac{q_i}{r_i}. \quad (3.9)$$

Отже, електрична потенційна енергія пробного заряду дорівнює:

$$U_P = q_0 V_P = q_0 k_e \sum_1^N \frac{q_i}{r_i}.$$

Це те ж саме, що і робота по введенню пробного заряду в систему, як це було знайдено раніше.

Електричний диполь

Електричний диполь – це система двох рівних, але протилежних зарядів на фіксованій відстані один від одного. Ця система використовується для моделювання багатьох реальних систем, включаючи атомні та молекулярні взаємодії. Однією з таких систем є молекула води, при певних обставинах. Ці обставини спостерігаються всередині мікрохвильової печі, де електричні поля з змінними напрямками змушують молекули води змінювати орієнтацію. Під час вібрації виділяється теплота, яка нагріває воду.

ПРИКЛАД 3.12. Електричний потенціал диполя

Розглянемо диполь на рис. 3.20 з величиною заряду $q = 3.0$ нКл і відстанню між ними $d = 4.0$ см. Який потенціал у наступних точках простору? а) $(0, 0, 1,0$ см); б) $(0, 0, -5,0$ см); в) $(3,0$ см, $0, 2,0$ см).

Стратегія

Застосовувати $V_P = k_e \sum_1^N \frac{q_i}{r_i}$ до кожного з цих трьох пунктів.

Розв'язок

$$a. V_P = k_e \sum_1^N \frac{q_i}{r_i} = \left(9 \times 10^9 \frac{\text{Нм}^2}{\text{Кл}^2}\right) \left[\frac{3 \text{ нКл}}{0,01\text{м}} - \frac{3 \text{ нКл}}{0,03\text{м}}\right] = 1800 \text{ В.}$$

$$b. V_P = k_e \sum_1^N \frac{q_i}{r_i} = \left(9 \times 10^9 \frac{\text{Нм}^2}{\text{Кл}^2}\right) \left[\frac{3 \text{ нКл}}{0,07\text{м}} - \frac{3 \text{ нКл}}{0,03\text{м}}\right] = -510 \text{ В.}$$

$$c. V_P = k_e \sum_1^N \frac{q_i}{r_i} = \left(9 \times 10^9 \frac{\text{Нм}^2}{\text{Кл}^2}\right) \left[\frac{3 \text{ нКл}}{0,03\text{м}} - \frac{3 \text{ нКл}}{0,05\text{м}}\right] = 360 \text{ В.}$$

Обговорення

Зауважимо, що обчислення потенціалу значно простіше ніж обчислення напруженості електричного поля, оскільки потенціал є скаляром, а не вектором.

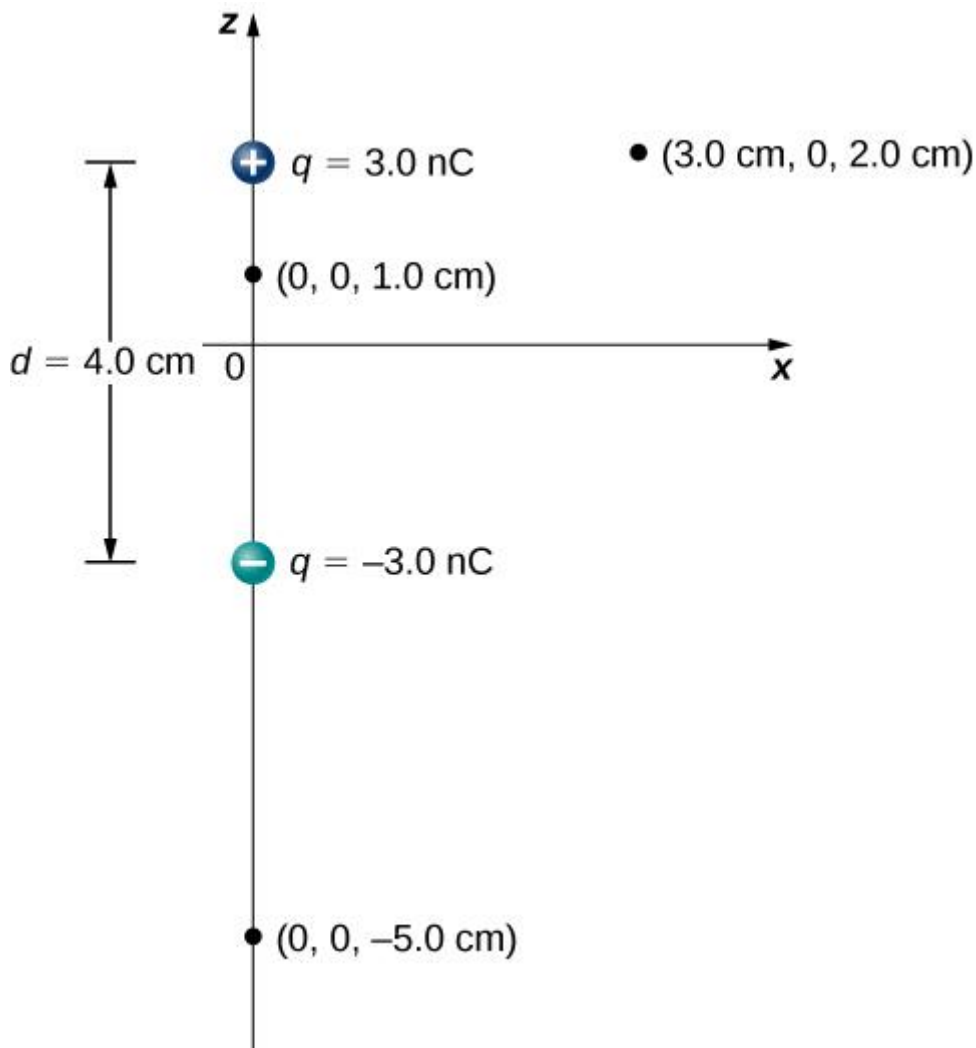


Рис. 3.20. Загальна схема електричного диполя і позначення відстаней від окремих зарядів до точки P

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.9

Який потенціал на осі x ? Вісі z ?

Тепер розглянемо окремий випадок, коли відстань точки P від диполя набагато більше, ніж відстань між зарядами в диполі $r \gg d$; наприклад, коли нас цікавить електричний потенціал за рахунок поляризованої молекули, наприклад, молекули води. Це не так далеко (нескінченність), щоб ми могли просто розглядати потенціал як нуль, але відстань досить велика, щоб ми могли спростити наші розрахунки щодо попереднього прикладу (рис. 3.21). Почнемо з того, що на рис. 3.21 потенціал задається формулою:

$$V_P = V_+ + V_- = k_e \left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-} \right),$$

де

$$r_{\pm} = \sqrt{x^2 + \left(z \mp \frac{d}{2} \right)^2}.$$

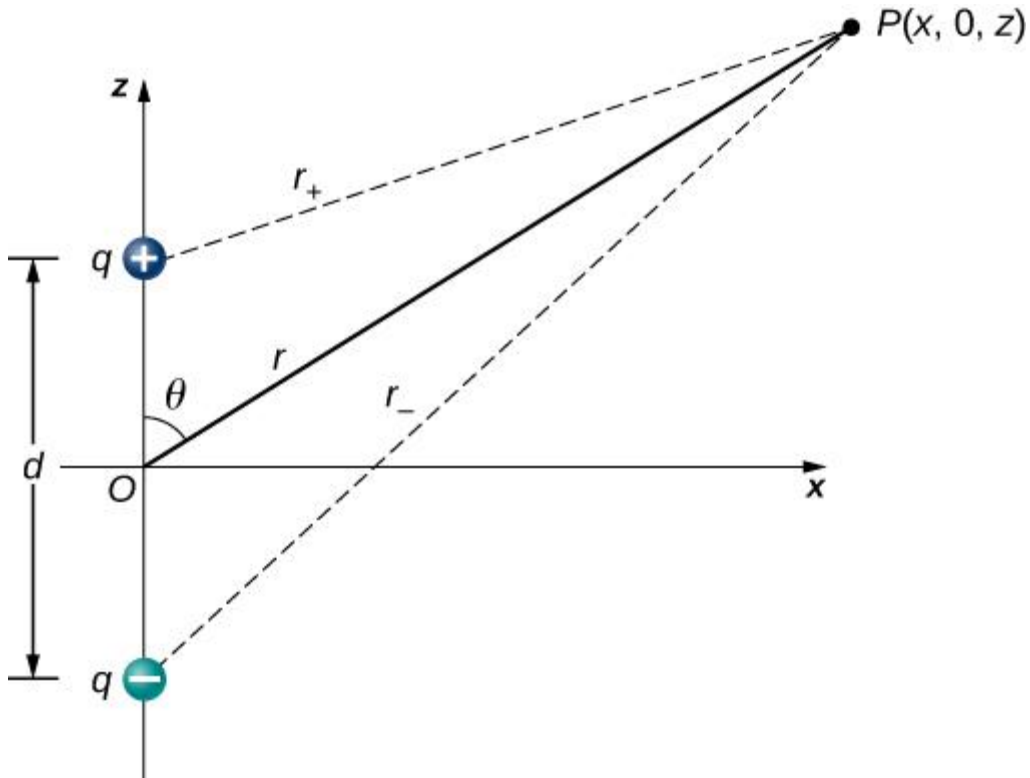


Рис. 3.21. Загальна схема електричного диполя і позначення відстаней від окремих зарядів до точки P

Це все ще точна формула. Щоб скористатися тим, що $r \gg d$, запишемо параметри через полярні координати: $x = r \sin \theta$ і $z = r \cos \theta$. Це дає нам:

$$r_{\pm} = \sqrt{r^2 \sin^2 \theta + \left(r \cos \theta \mp \frac{d}{2} \right)^2}$$

Спростити цей вираз можна, витягнувши r з кореня:

$$r_{\pm} = r \sqrt{\sin^2 \theta + \left(\cos \theta \mp \frac{d}{2r} \right)^2}$$

а після розкриття дужок отримуємо:

$$r_{\pm} = r \sqrt{1 \mp \frac{d}{r} \cos \theta + \left(\frac{d}{2r} \right)^2}$$

Останній доданок в корені досить малий, щоб його враховувати (пам'ятаємо $r \gg d$, а отже $(d/r)^2$ є надзвичайно малим, фактично нульовим до рівня, який ми, ймовірно, вимірюватимемо), залишаючи нам:

$$r_{\pm} = r \sqrt{1 \mp \frac{d}{r} \cos \theta}.$$

Використовуємо біноміальне наближення (стандартний результат з математики рядів, коли α невелика).

$$\frac{1}{\sqrt{1 \mp \alpha}} \approx 1 \pm \frac{\alpha}{2}$$

і підставляємо це в формулу для V_P :

$$V_P = k_e \left[\frac{q}{r} \left(1 + \frac{d \cos \theta}{2r} \right) - \frac{q}{r} \left(1 - \frac{d \cos \theta}{2r} \right) \right] = k_e \frac{q d \cos \theta}{r^2}.$$

Це можна записати зручніше, якщо ми визначимо нову величину, **електричний дипольний момент**:

$$\vec{p} = q\vec{d}, \quad (3.10)$$

де ці вектори вказують від негативного до позитивного заряду. Зауважимо, що це має величину qd . Ця величина дозволяє записати потенціал в точці P через диполь на початку координат у вигляді:

$$V_P = k_e \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2}. \quad (3.11)$$

Схема застосування цієї формули наведена на рис. 3.22.

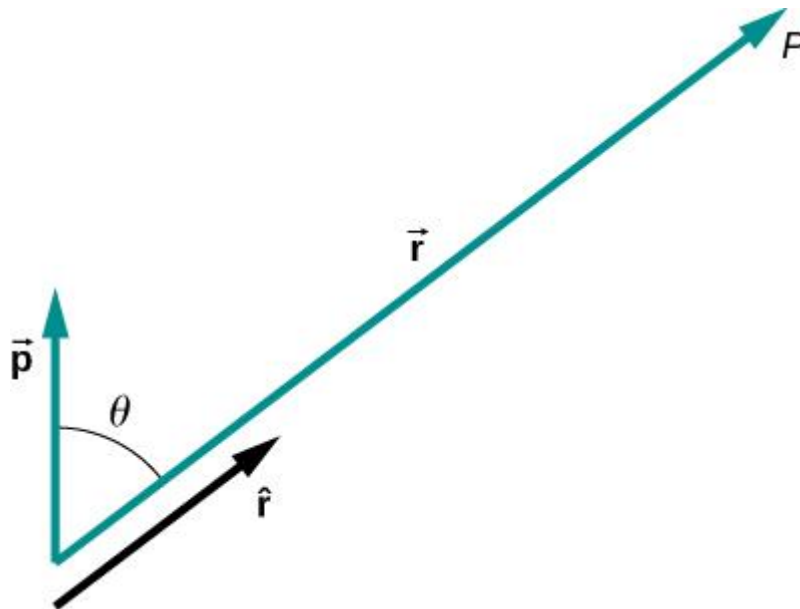


Рис. 3.22. Геометрія для застосування потенціалу диполя

Існують також моменти вищого порядку, для квадруполів, октуполів і так далі. Ви побачите їх у наступних розділах.

Потенціал неперервних розподілів заряду

Ми багато працюємо з точковими зарядами, але як щодо безперервного розподілу заряду? Нагадаємо, що з рівняння 3.9 випливає:

$$V_P = k_e \sum_1^N \frac{q_i}{r_i}.$$

Безперервний розподіл заряду можна розглядати як сукупність нескінченно малих окремих точок. Це дає інтеграл:

$$V_P = k_e \int \frac{dq}{r} \quad (3.12)$$

для потенціалу в точці P . Зауважимо, що r – відстань від кожної окремої точки в розподілі заряду до точки P . Як ми бачили в розділі «Електричні заряди і поля», нескінченно малі заряди задаються формулою:

$$dq = \begin{cases} \lambda dl \\ \sigma dA \\ \rho dV \end{cases}$$

де λ – лінійна густина заряду, σ – поверхнева густина заряду, а ρ – об'ємна густина заряду.

ПРИКЛАД 3.13. Потенціал лінійного заряду

Знайти електричний потенціал рівномірно зарядженого непровідного дроту з лінійною густиною λ (кулон/метр) і довжиною L в точці, яка лежить на лінії, що розділяє дріт на дві рівні частини.

Стратегія

Щоб розв'язати задачу, ми вибираємо декартові координати таким чином, щоб максимально використати симетрію в задачі. Розміщуємо початок координат в центрі дроту і орієнтуємо вісь Y уздовж дроту так, щоб кінці дроту були на $y = \pm L/2$. Точка поля P знаходиться в x -площині і оскільки вибір осей залишається за нами, то вибираємо вісь x для проходження через точку поля P , як показано на рис. 3.23.

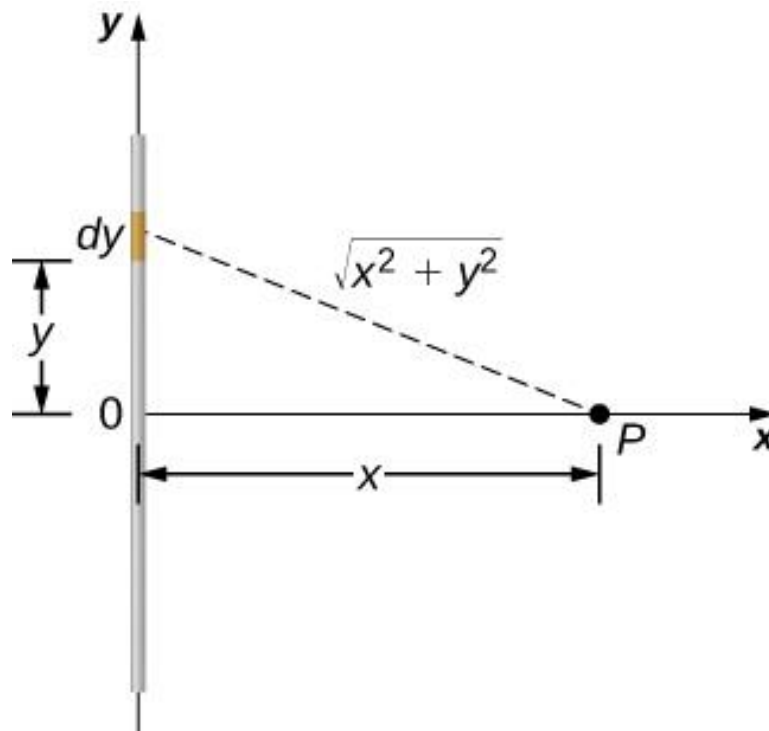


Рис. 3.23. Розрахувати електричний потенціал лінійного заряду

Розв'язок

Розглянемо невеликий елемент розподілу заряду між y і $y + d$. Заряд в цій комірці становить $dq = \lambda dy$, а відстань від комірочки до точки поля P дорівнює $\sqrt{x^2 + y^2}$. Тому потенціал дорівнює:

$$\begin{aligned} V_P &= k_e \int \frac{dq}{r} = k_e \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\lambda dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = k_e \lambda \left[\ln \left(y + \sqrt{y^2 + x^2} \right) \right]_{-L/2}^{L/2} = \\ &= k_e \lambda \left[\ln \left(\frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + x^2} \right) - \ln \left(-\frac{L}{2} + \sqrt{\left(-\frac{L}{2}\right)^2 + x^2} \right) \right] = \\ &= k_e \lambda \ln \left(\frac{L + \sqrt{L^2 + 4x^2}}{-L + \sqrt{L^2 + 4x^2}} \right). \end{aligned}$$

Обговорення

Зауважимо, що це було простіше, ніж еквівалентна задача для електричного поля, через використання скалярних величин. Нагадаємо, що ми очікуємо, що нульовий рівень потенціалу буде на нескінченності, коли у нас є скінченний заряд. Щоб дослідити це, ми візьмемо границю наведеного вище потенціалу, коли x наближається до нескінченності; у цьому випадку доданки всередині натурального логарифма наближаються до одиниці, а отже, потенціал наближається до нуля в цій межі. Зауважимо, що ми могли б розв'язати цю задачу еквівалентно в циліндричних координатах; єдиним наслідком буде заміна R на X , а Z на Y .

ПРИКЛАД 3.14. Потенціал кільцевого заряду

Кільце має рівномірну густину заряду λ , з одиницями кулон на одиницю метра дуги. Знайдіть електричний потенціал в точці осі, що проходить через центр кільця.

Стратегія

Використовуємо той же порядок дій, що і для зарядженого проводу. Відмінність тут полягає в тому, що заряд розподіляється по колу. Ділимо коло на нескінченно малі елементи, що мають форму дуг на колі і використовуємо циліндричні координати, показані на рис. 3.24.

Розв'язок

Загальний елемент дуги між θ і $\theta + d\theta$ має довжину $Rd\theta$ і, отже, містить заряд, рівний $\lambda Rd\theta$. Елемент знаходиться на відстані $\sqrt{z^2 + R^2}$ від точки P , а отже, потенціал дорівнює:

$$V_P = k_e \int \frac{dq}{r} = k_e \int_0^{2\pi} \frac{\lambda Rd\theta}{\sqrt{z^2 + R^2}} =$$

$$= \frac{k_e \lambda R}{\sqrt{z^2 + R^2}} \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\pi k_e \lambda R}{\sqrt{z^2 + R^2}} = k_e \frac{q}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

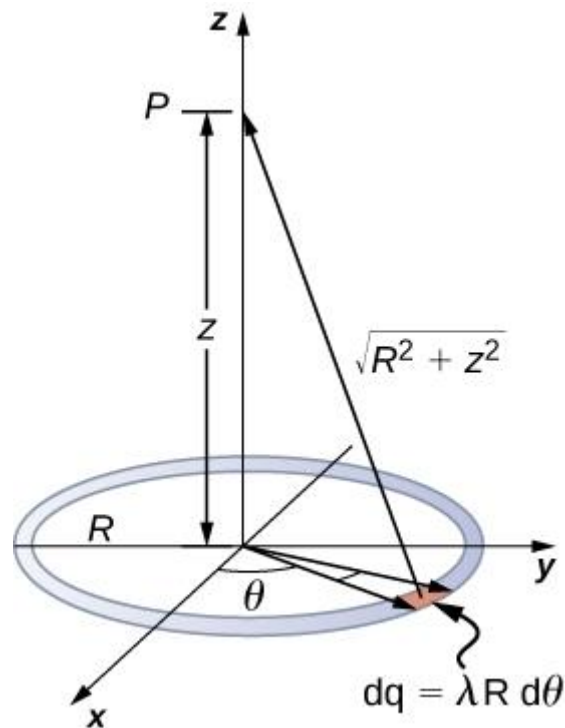


Рис. 3.24. Розрахування електричного потенціалу від кільцевого заряду

Обговорення

Такий результат очікуваний, тому що кожен елемент кільця знаходиться на однаковій відстані від точки P . Сумарний потенціал в точці P дорівнює сумарному заряду, розміщеному на загальній відстані, $\sqrt{z^2 + R^2}$.

ПРИКЛАД 3.15. Потенціал рівномірно зарядженого диска

Диск радіуса R має рівномірну густину заряду σ , з одиницями кулон на метр в квадраті. Знайдіть електричний потенціал в будь-якій точці осі, що проходить через центр диска.

Стратегія

Ми ділимо диск на кільцеподібні комірки і використовуємо результат для кільця, розробленого в попередньому прикладі, а потім інтегруємо через r на додаток до θ . Це показано на рис. 3.25.

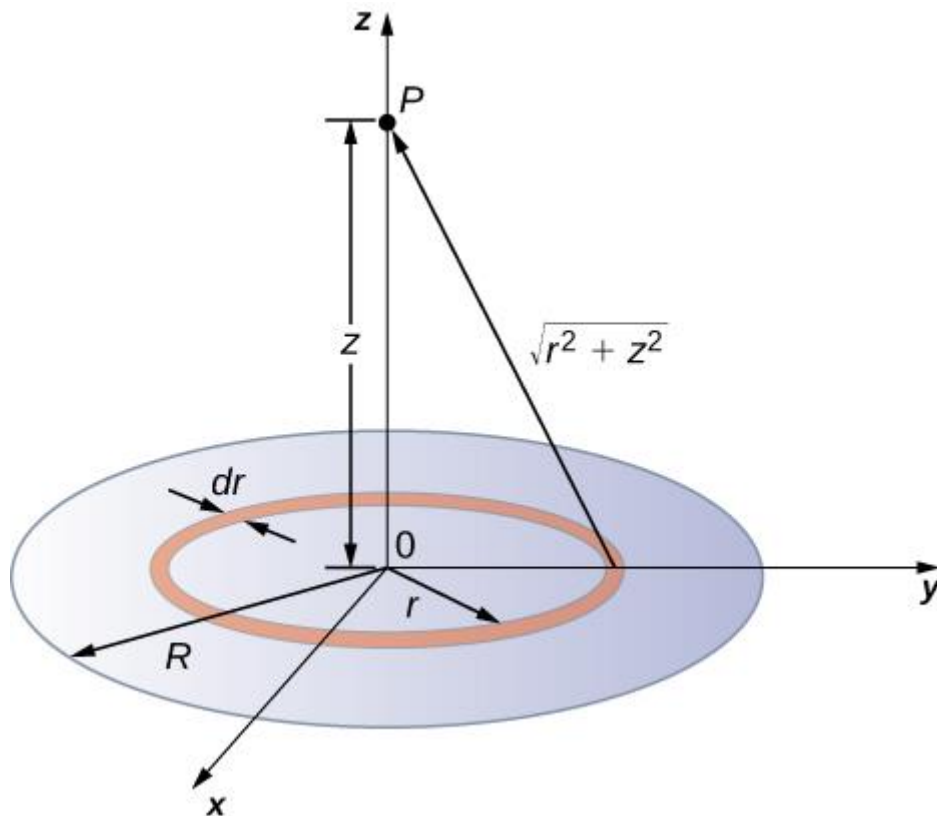


Рис. 3.25. Схема для обчислення електричного потенціалу зарядженого диска

Розв'язок

На рис. 3.25 зображено комірка нескінченно малої ширини між циліндричними координатами r і $r+dr$. Це – заряджене кільце, електричний потенціал якого dV_P в точці P поля має наступний вираз:

$$dV_P = k_e \frac{dq}{\sqrt{z^2 + r^2}},$$

де

$$dq = \sigma \cdot 2\pi r dr.$$

Суперпозиція потенціалу всіх нескінченно малих кілець, з яких складається диск, дає сумарний потенціал в точці P . Це досягається шляхом інтеграції від $r = 0$ до $r = R$:

$$V_P = \int dV_P = k_e 2\pi\sigma \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{z^2 + r^2}} = k_e 2\pi\sigma (\sqrt{z^2 + R^2} - \sqrt{z^2}).$$

Обговорення

Основна процедура для обчислення потенціалу від зарядженого диска полягає в тому, щоб спочатку інтегрувати по θ , а потім по r . Це було продемонстровано для рівномірної (постійної) густини заряду. Часто густина заряду змінюється з r , і тоді останній інтеграл буде давати різні результати.

ПРИКЛАД 3.16. Потенціал від нескінченного зарядженого дроту

Знайдіть електричний потенціал від нескінченно довгого рівномірно зарядженого дроту.

Стратегія

Оскільки ми вже розглянули потенціал скінченного дроту довжиною L у прикладі 3.7, ми можемо задатися питанням, а що буде, якщо $L \rightarrow \infty$. У нашому попередньому результаті є формула:

$$V_P = \lim_{L \rightarrow \infty} k_e \lambda \ln \left(\frac{L + \sqrt{L^2 + 4x^2}}{-L + \sqrt{L^2 + 4x^2}} \right).$$

Однак цього обмеження не існує, оскільки аргумент логарифма дорівнює $[2/0]$ коли $L \rightarrow \infty$, тому цей спосіб знаходження V нескінченного дроту не працює. Причина цієї проблеми може бути пов'язана з тим, що заряди не локалізуються в деякому просторі, а продовжуються до нескінченності в напрямку дроту. Отже, наше (негласне) припущення про те, що нульовий потенціал повинен знаходитися на нескінченній відстані від дроту, більше не є дійсним.

Щоб уникнути цієї складності при обчисленні меж, скористаємося визначенням потенціалу шляхом інтегрування електричного поля з попереднього розділу і величини електричного поля з даної конфігурації заряду з попереднього розділу.

Розв'язок

Використовуємо інтеграл

$$V_P = - \int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

де R – кінцева відстань від лінії заряду, як показано на рис. 3.26.

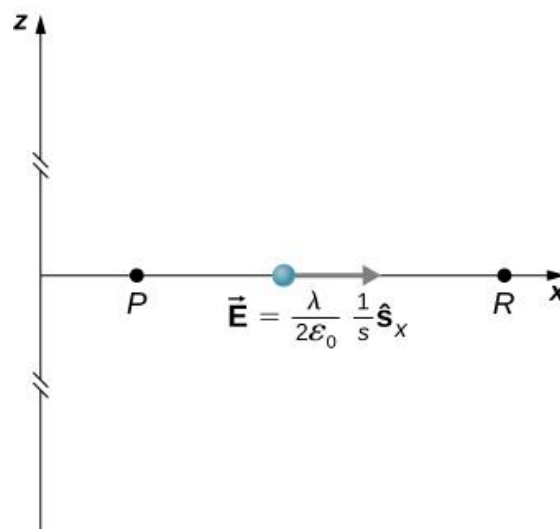


Рис. 3.26. Цікаві точки для обчислення потенціалу нескінченної зарядженої лінії

При такому налаштуванні ми використовуємо:

$$\vec{E}_P = 2k_e \lambda \frac{1}{s} \hat{S} \text{ та } d\vec{l} = d\vec{s}$$

для отримання значення:

$$V_P - V_R = - \int_R^P 2k_e \lambda \frac{1}{s} ds = -2k_e \lambda \ln \frac{s_P}{s_R}.$$

Тепер, якщо ми визначимо еталонний потенціал $V_R = 0$ при $s_R = 1\text{м}$, це спрощує вираз:

$$V_P = -2k_e \lambda \ln s_P.$$

Зауважимо, що ця форма потенціалу цілком придатна для використання; він дорівнює 0 на 1 м і є невизначеним на нескінченності, тому ми не могли використовувати останній як еталон.

Обговорення

Хоча прямий розрахунок потенціалу може бути досить зручним, ми щойно знайшли систему, для якої ця стратегія погано працює. У таких випадках повернення до визначення потенціалу в термінах електричного поля може запропонувати шлях вперед.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.10

Чому дорівнює потенціал на осі неоднорідно зарядженого кільця, де густина заряду $\lambda(\theta) = \lambda \cos \theta$?

3.4. Визначення напруженості поля від потенціалу

Нагадаємо, що в деяких системах ми змогли обчислити потенціал шляхом інтегрування напруженості електричного поля. Як ви вже могли здогадатися, це означає, що ми можемо обчислити напруженість електричного поля, взявши похідні потенціалу, хоча перехід від скалярної до векторної величини вносить деякі цікаві деталі. Існують системи, в яких корисно обчислити V , а потім знайти \vec{E} з нього.

У загальному випадку, незалежно від того, чи є електричне поле однорідним, воно вказує в напрямку зменшення потенціалу, тому що сила, яка діє на позитивний заряд знаходиться в напрямку \vec{E} , а також у напрямку нижчого потенціалу V . Крім того, величина \vec{E} дорівнює швидкості зменшення V з відстанню. Чим швидше V зменшується на відстані, тим більше електричне поле. Це дає нам наступний результат.

ЗВ'ЯЗОК МІЖ НАПРУГОЮ І РІВНОМІРНИМ ЕЛЕКТРИЧНИМ ПОЛЕМ

У формі рівняння зв'язок між напругою і рівномірним електричним полем має вигляд:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s},$$

де Δs – це відстань, на якій відбувається зміна потенціалу ΔV . Знак мінус говорить нам про те, що E вказує в бік спадного потенціалу. Кажуть, що *напруженість електричного поля – це градієнт електричного потенціалу*.

Для потенціалів, що постійно змінюються, ΔV і Δs стають нескінченно малими, і нам знадобиться диференціальне числення для визначення електричного поля (рис. 3.27):

$$E_s = -\frac{dV}{ds}.$$

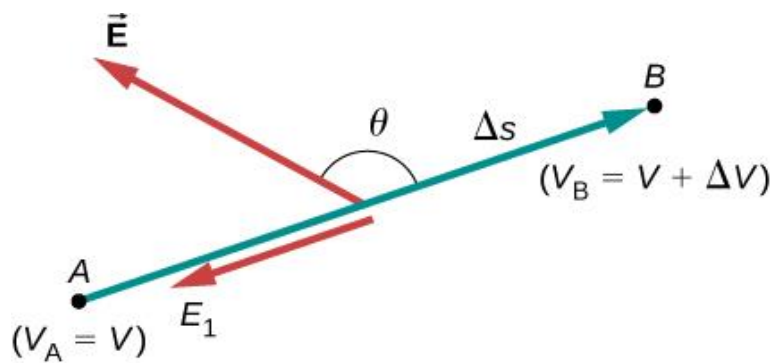


Рис. 3.27. Складова електричного поля E_1 , уздовж зміщення Δs задається: $E = -\Delta V/\Delta s$. Зауважимо, що A і B вважаються настільки близькими один до одного, що поле є постійним уздовж Δs

Отже, складові електричного поля в декартових напрямках задаються формулою:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \quad (3.13)$$

Це дозволяє нам визначити векторний оператор «градієнт» або «набла». У декартових координатах він набуває вигляду:

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (3.14)$$

За допомогою цього позначення ми можемо обчислити напруженість електричного поля з потенціалу за допомогою формули:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V. \quad (3.15)$$

Процес, який ми називаємо *обчисленням градієнта потенціалу*.

Якщо у нас є система з циліндричною або сферичною симетрією, нам потрібно лише використовувати оператор набла у відповідних координатах:

$$\text{циліндричні: } \vec{\nabla} = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (3.16)$$

$$\text{сферичні: } \vec{\nabla} = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}. \quad (3.17)$$

ПРИКЛАД 3.17. Електричне поле точкового заряду

Обчисліть напруженість електричного поля точкового заряду від потенціалу.

Стратегія

Відомо, що потенціал $V = k_e q / r$ має сферичну симетрію. Тому у формулі використовуємо сферичний оператор $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$.

Розв'язок

Виконуючи цей розрахунок, ми отримуємо

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\left(\hat{r}\frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} + \hat{\phi}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\right)k_e\frac{q}{r} = \\ &= -k_eq\left(\hat{r}\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{r} + \hat{\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{1}{r} + \hat{\phi}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\frac{1}{r}\right).\end{aligned}$$

Це рівняння спрощується до

$$\vec{E} = -k_eq\left(\hat{r}\frac{-1}{r^2} + \hat{\theta}0 + \hat{\phi}0\right) = k_e\frac{q}{r^2}\hat{r},$$

як і очікувалося.

Обговорення

Ми не тільки отримали рівняння електричного поля точкової частинки, яке ми бачили раніше, але й продемонстрували, що \vec{E} вказує в напрямку спадного потенціалу, як показано на рис. 3.28.

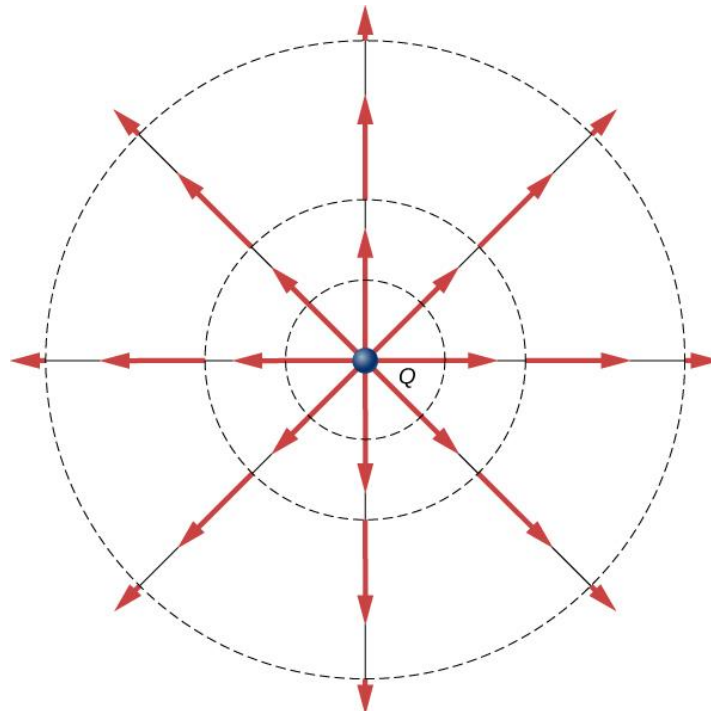


Рис. 3.28. Вектори електричного поля всередині і зовні однорідно зарядженої сфери

ПРИКЛАД 3.18. Електричне поле зарядженого кільця

Використайте потенціал, знайдений у прикладі 3.14, щоб обчислити напруженість електричного поля вздовж осі зарядженого кільця (рис. 3.29).

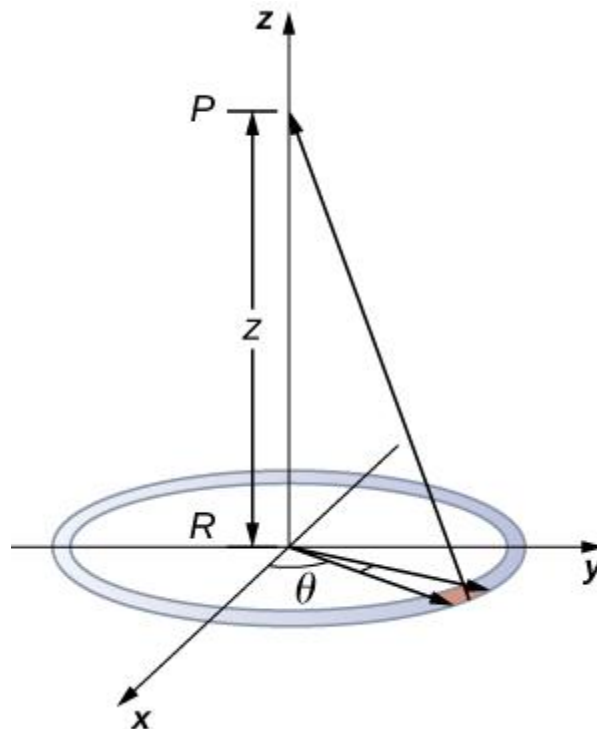


Рис. 3.29. Схема розрахунку напруженості електричного поля за електричним потенціалом, від кільцевого заряду

Стратегія

У цьому випадку нас цікавить лише один вимір – вісь z . Тому ми використаємо $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$ з потенціалом у вигляді $V = k_e \frac{q}{\sqrt{z^2 + R^2}}$, який знайшли раніше.

Розв'язок

Візьмемо похідну від потенціалу:

$$E_z = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{k_e q}{\sqrt{z^2 + R^2}} = \frac{k_e q}{(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Обговорення

Знову ж таки, це збігається з рівнянням електричного поля, знайденим раніше. Це також демонструє систему, в якій використання оператора набла не є обов'язковим.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.11

Яку систему координат ви б використали для обчислення електричного поля диполя?

3.5. Еквіпотенціальні поверхні та провідники

Ми можемо зобразити електричні потенціали (напруги) образно, так само, як ми малювали малюнки для ілюстрації електричних полів. Це не дивно, оскільки ці два поняття пов'язані між собою. Розглянемо рис. 3.30, на якому зображений ізольований позитивний точковий заряд і лінії його електричного поля, які випромінюються позитивним зарядом і закінчуються на негативних зарядах.

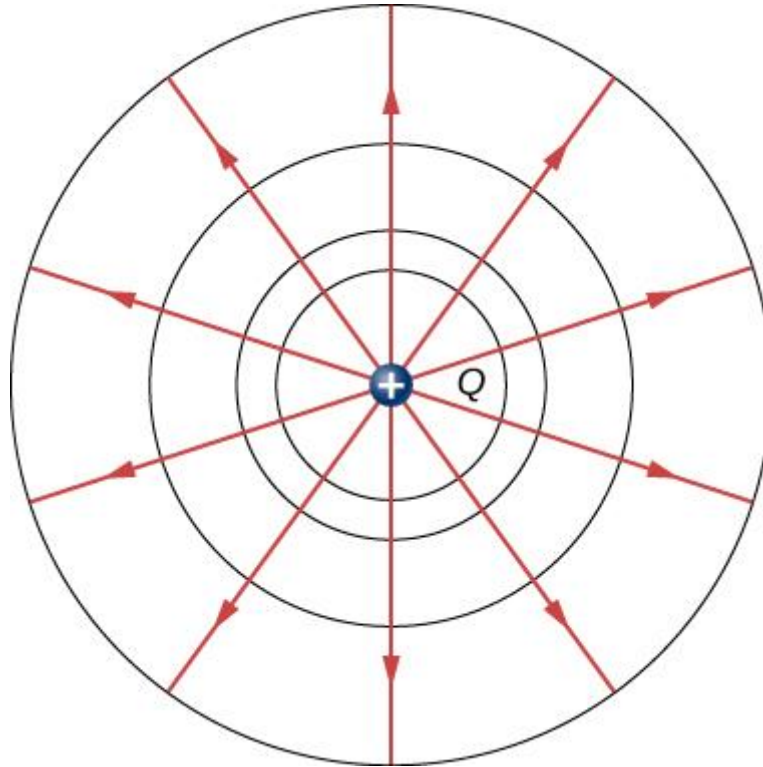


Рис. 3.30. Ізольований точковий заряд Q з лініями електричного поля червоного кольору, а еквіпотенціальними лініями – чорними. Потенціал однаковий уздовж кожної еквіпотенціальної лінії, а це означає, що для переміщення заряду куди-небудь по одній з цих ліній не потрібно ніяких зусиль. Робота потрібна, щоб перемістити заряд з однієї еквіпотенціальної лінії на іншу. Еквіпотенціальні лінії в кожному випадку перпендикулярні лініям електричного поля

Ми використовуємо червоні стрілки для позначення величини та напрямку електричного поля, а чорні лінії використовуємо для позначення місць, де електричний потенціал постійний. Вони називаються **еквіпотенціальними поверхнями** у трьох вимірах, або **еквіпотенціальними лініями** у двох вимірах. Термін «еквіпотенціал» також використовується як іменник, маючи на увазі еквіпотенціальну лінію або поверхню. Потенціал точкового заряду однаковий у будь-якій точці уявної сфери радіусом r , що оточує заряд. Це вірно, тому що потенціал

точкового заряду задається формулою $V = kq/r$ і, таким чином, має однакове значення в будь-якій точці, яка знаходиться на даній відстані r від заряду. Еквіпотенціальна сфера – це коло в двовимірному вигляді на рис. 3.30. Оскільки лінії електричного поля спрямовані радіально від заряду, вони перпендикулярні до еквіпотенціальних ліній.

Важливо відзначити, що *еквіпотенціальні лінії завжди перпендикулярні лініям електричного поля*. Для переміщення заряду по еквіпотенціалу не потрібно ніяких зусиль, оскільки $\Delta V = 0$. Таким чином, робота полягає в тому, що

$$W = -\Delta U = -q\Delta V = 0.$$

Робота дорівнює нулю, якщо напрямок сили перпендикулярний переміщенню. Сила знаходиться в тому ж напрямку, що і E , тому рух по еквіпотенціалу має бути перпендикулярним E . Точніше, робота пов'язана з електричним полем за допомогою рівняння:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = q\vec{E} \cdot \vec{d} = qEd\cos\theta = 0.$$

Зауважимо, що в цьому рівнянні E і F символізують величини електричного поля і сили відповідно. Ні q , ні E не дорівнюють нулю; d також не дорівнює нулю. Так що, $\cos\theta$ має дорівнювати 0, тобто θ має бути 90° . Іншими словами, рух по еквіпотенціалу перпендикулярний E .

Одне з правил статичних електричних полів і провідників полягає в тому, що електричне поле має бути перпендикулярним поверхні будь-якого провідника. Звідси випливає, що *провідник є еквіпотенціальною поверхнею в статичних ситуаціях*. Не може бути різниці напруг по поверхні провідника, інакше будуть надходити заряди. Одне з застосувань цього факту полягає в тому, що провідник можна закріпити на тому, що ми вважаємо нулем вольт, з'єднавши його з землею за допомогою хорошого провідника — цей процес називається **заземленням**. Заземлення може бути корисним інструментом безпеки. Наприклад, заземлення металевого корпусу електроприладу гарантує, що він знаходиться на нульовій напрузі вольт відносно землі.

Оскільки провідник є еквіпотенціалом, він може замінити будь-яку еквіпотенціальну поверхню. Наприклад, на 3.30 заряджений сферичний провідник може замінити точковий заряд, а електричне поле і потенційні поверхні поза ним будуть незмінними, що підтверджує твердження про те, що сферичний розподіл заряду еквівалентно точковому заряду в його центрі.

На рис. 3.31 показано електричне поле і рівнопотенціальні лінії для двох рівних і протилежних зарядів. З огляду на лінії електричного поля, еквіпотенціальні лінії можна провести, просто зробивши їх перпендикулярними лініям електричного поля.

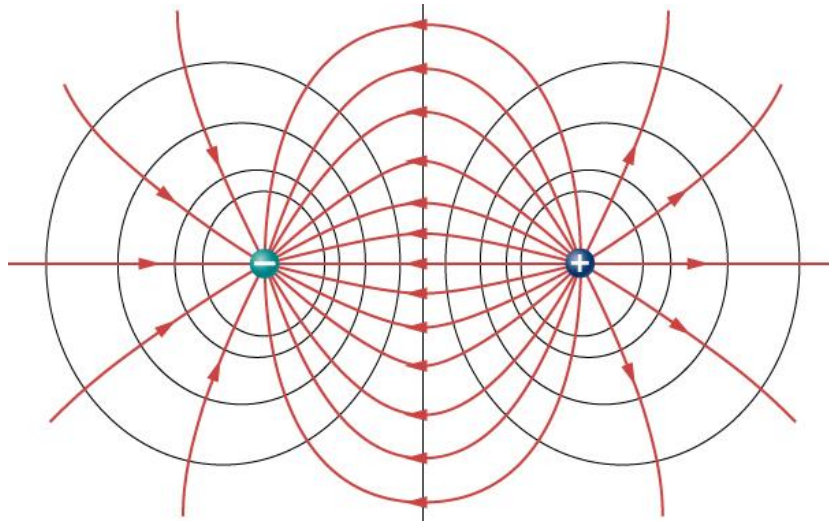


Рис. 3.31. Лінії електричного поля і екіпотенціальні лінії для двох рівних, але протилежних зарядів. Екіпотенціальні лінії можна провести, зробивши їх перпендикулярними лініям електричного поля, якщо вони відомі. Зауважимо, що потенціал найбільший (найбільш позитивний) поблизу позитивного заряду і найменший (найбільш негативний) поблизу негативного заряду

І навпаки, при наявності екіпотенціальних ліній, як на рис. 3.32 (а), лінії електричного поля можна провести, зробивши їх перпендикулярними до екіпотенціалів, як на рис. 3.32 (б).

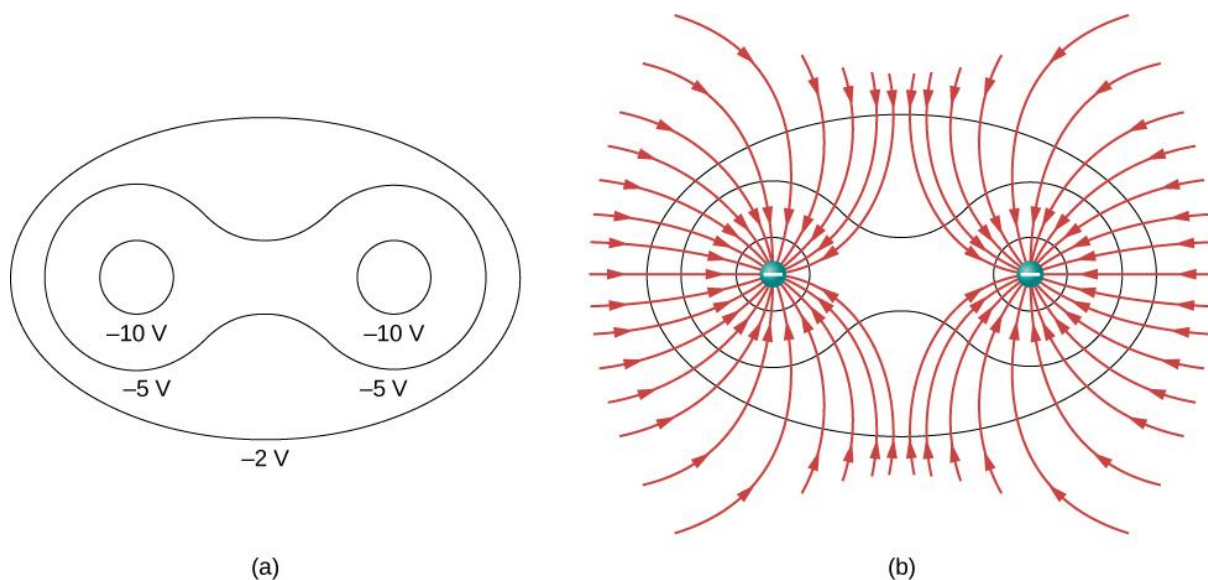


Рис. 3.32 (а) Ці екіпотенціальні лінії можуть бути виміряні вольтметром в лабораторному експерименті. б) відповідні лінії електричного поля знаходять шляхом проведення їх перпендикулярно до екіпотенціалів. Зауважимо, що ці поля узгоджуються з двома рівними від'ємними зарядами

Щоб поліпшити вашу інтуїцію, ми покажемо тривимірний варіант потенціалу в системі з двома протилежними зарядами. На рис. 3.33 представлена тривимірна карта електричного потенціалу, де лінії на карті призначені для екіпотенціальних поверхонь.

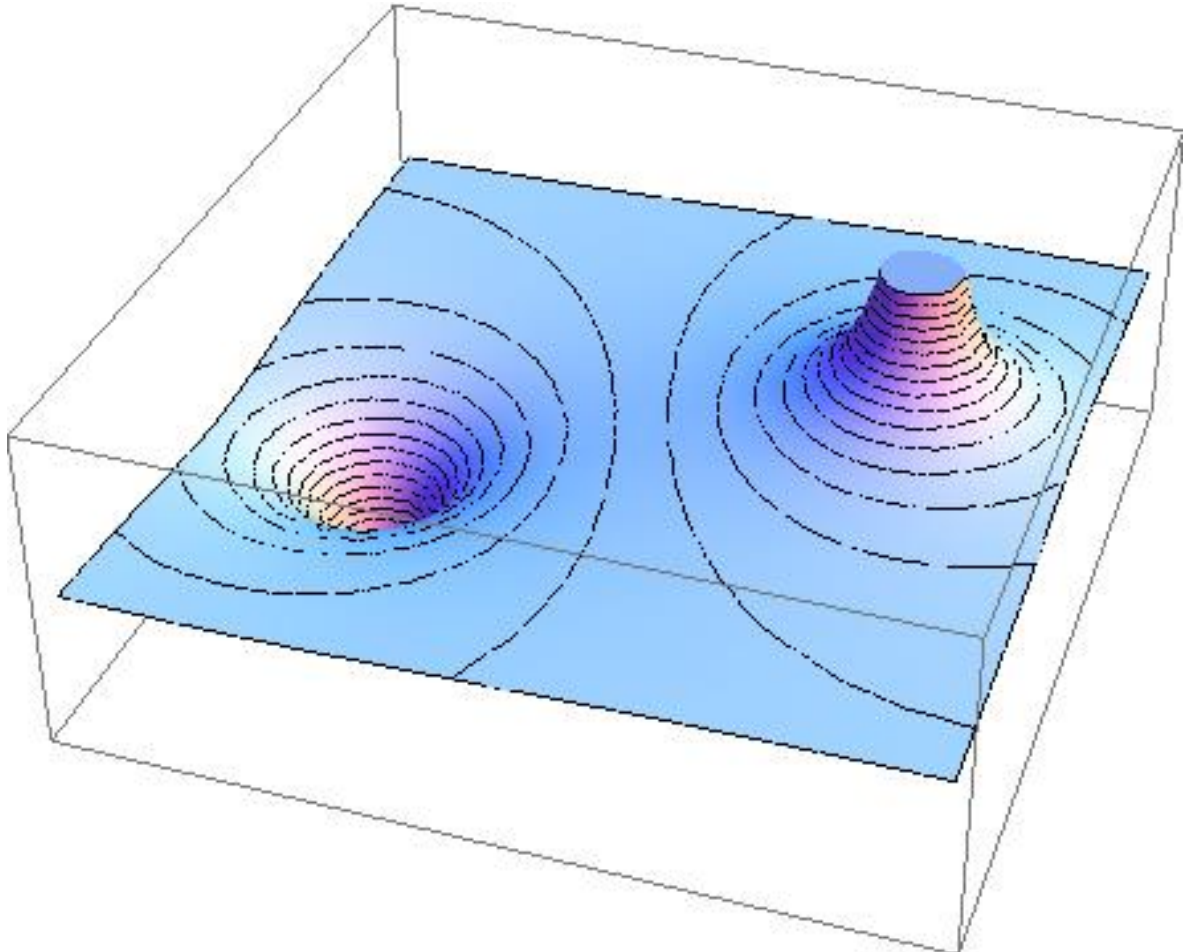


Рис. 3.33. Карта електричних потенціалів двох протилежних зарядів однакової величини на провідних сферах. Потенціал біля негативного заряду негативний, а біля позитивного – позитивний

Пагорб знаходиться на позитивному заряді, а жолоб – на негативному. Потенціал дорівнює нулю далеко від зарядів. Зауважимо, що відсічення при певному потенціалі означає, що заряди знаходяться на провідних сферах зі скінченим радіусом.

Двовимірна карта площини поперечного перерізу, що містить обидва заряди, показана на рис. 3.34. Пряма, рівновіддалена від двох протилежних зарядів, відповідає нульовому потенціалу, оскільки в точках на лінії позитивний потенціал від позитивного заряду скасовує негативний потенціал від негативного. Екіпотенціальні лінії в площині поперечного перерізу є замкнутими контурами, які не обов'язково є колами, оскільки в кожній точці сумарний потенціал є сумою потенціалів від кожного заряду.

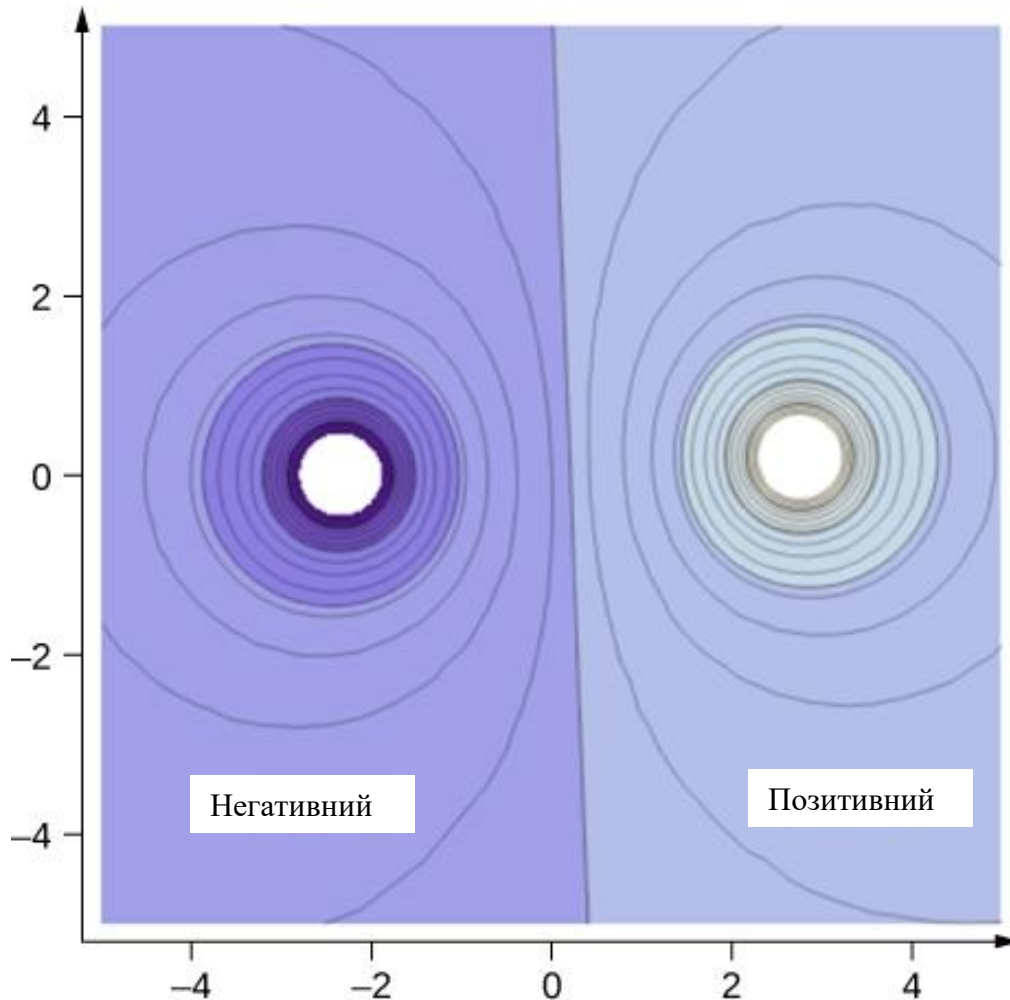


Рис. 3.34. Поперечний переріз карти електричних потенціалів двох протилежних зарядів однакової величини. Потенціал біля негативного заряду негативний, а біля позитивного – позитивний

Одним з найважливіших випадків є знайомі паралельні провідні пластини, показані на рис. 3.35. Між пластинами екіпотенціали розташовані рівномірно і паралельно. Те ж саме поле можна підтримувати, розміщуючи провідні пластини на екіпотенціальних лініях на показаних потенціалах.

Розглянемо паралельні пластини на рис. 3.2. Вони мають екіпотенціальні лінії, які паралельні пластинам у просторі між ними та рівномірно розташовані. Приклад цього (з вибірковими значеннями) наведено на рис. 3.35. Аналогічний набір екіпотенціальних ізоліній для гравітації на пагорбі показаний на рис. 3.2. Якщо пагорб має будь-яку протяжність під одним і тим же схилом, то ізолінії уздовж цієї довжини будуть паралельні одна одній. Крім того, в областях з постійним нахилом ізолінії будуть розташовані рівномірно.

Приклад реальних топографічних ліній наведено на рис. 3.36.

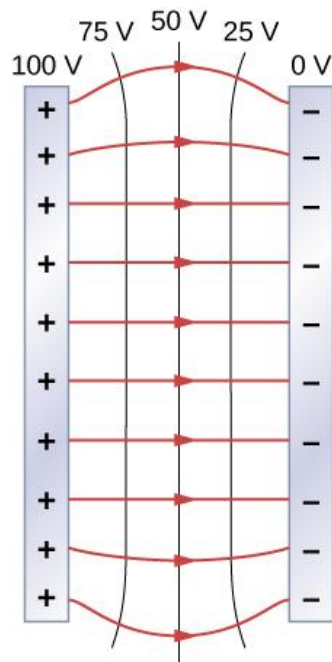
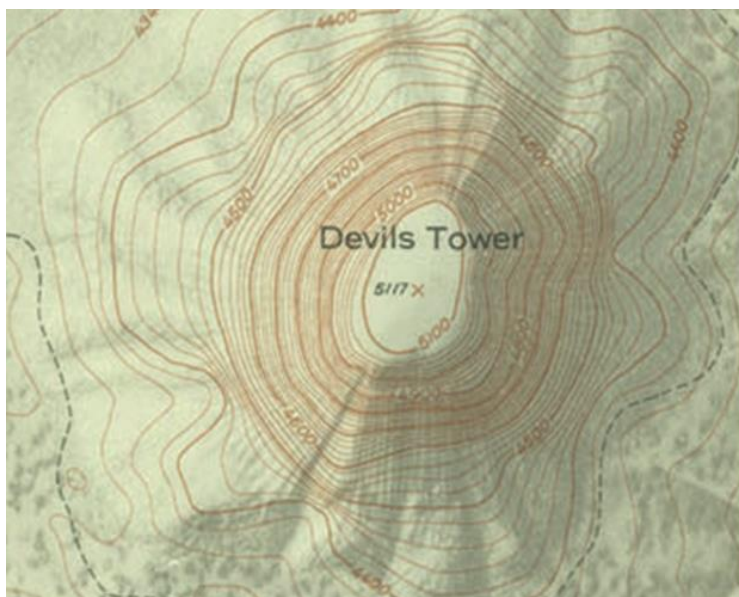
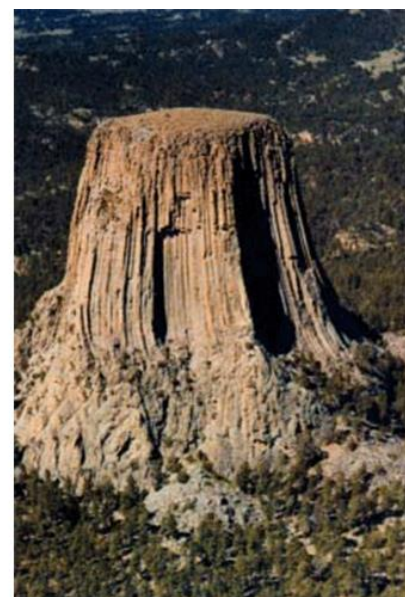


Рис. 3.35. Електричне поле і екіпотенціальні лінії між двома металевими пластинами. Зауважимо, що електричне поле перпендикулярне екіпотенціалам і, отже, нормальне по відношенню до пластин на їх поверхні, а також в центральній області між ними



(a)



(b)

Рис. 3.36. Топографічна карта уздовж хребта має приблизно паралельні лінії рельєфу, аналогічні екіпотенціальним лініям на рис. 3.35. а) Топографічна карта Вежі Диявола, штат Вайомінг США. Лінії, які знаходяться близько одна до одної, вказують на дуже крутий рельєф. б) Перспективна фотографія Вежі Диявола показує, наскільки круті її боки. Зверніть увагу, що вершина вежі має таку ж форму, як і центр топографічної карти

ПРИКЛАД 3.19. Обчислення еквіпотенціальних ліній

Еквіпотенціальні лінії точкового заряду ви бачили на рис. 3.30. Як ми їх обчислюємо? Наприклад, якщо у нас є заряд $+10$ нКл в початку координат, які еквіпотенціальні поверхні, на яких потенціал дорівнює: а) 100 В, б) 50 В, в) 20 В і г) 10 В?

Стратегія

Задайте рівняння потенціалу точкового заряду, рівного константі, і розв'яжіть для решти змінних. Потім обчисліть значення за потреби.

Розв'язок

У формулі $V = kq/r$, нехай V – константа. Єдиною змінною, що залишилася, є r ; отже $r = kq/V$ – константа. Таким чином, еквіпотенціальні поверхні є сферами навколо початку координат. Їх місця розташування:

$$a. r = k_e \frac{q}{V} = (8,99 \times 10^9 \text{ Нм}^2/\text{Кл}^2) \frac{10^{-9} \text{ Кл}}{100 \text{ В}} = 0,9 \text{ м};$$

$$b. r = k_e \frac{q}{V} = (8,99 \times 10^9 \text{ Нм}^2/\text{Кл}^2) \frac{10^{-9} \text{ Кл}}{50 \text{ В}} = 1,8 \text{ м};$$

$$c. r = k_e \frac{q}{V} = (8,99 \times 10^9 \text{ Нм}^2/\text{Кл}^2) \frac{10 \times 10^{-9} \text{ Кл}}{20 \text{ В}} = 4,5 \text{ м};$$

$$d. r = k_e \frac{q}{V} = (8,99 \times 10^9 \text{ Нм}^2/\text{Кл}^2) \frac{10 \times 10^{-9} \text{ Кл}}{10 \text{ В}} = 9,0 \text{ м};$$

Обговорення

Це означає, що еквіпотенціальні поверхні навколо точкового заряду є сферами постійного радіуса, як було показано раніше, з чітко визначеними місцями.

ПРИКЛАД 3.20. Різниця потенціалів між протилежно зарядженими паралельними пластинами

Дві великі провідні пластини несуть рівні і протилежні заряди з поверхневою густиною заряду $\sigma = 6.81 \times 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$, як показано на рис. 3.37. Відстань між пластинами становить $l = 6.50$ мм. а) Яке електричне поле між пластинами? б) Яка різниця потенціалів між пластинами? в) Яка відстань між еквіпотенціальними площинами, що відрізняються на 100 В?

Стратегія

а) Оскільки пластини описані як «великі», а відстань між ними ні, то ми наблизимо кожну з них до нескінченної площини і застосуємо результат із закону Гаусса в попередньому розділі.

(b) Використаємо формулу $\Delta V_{AB} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$.

с) Оскільки електричне поле постійне, знайдемо відношення 100 В до повної різниці потенціалів; потім обчислимо цю частку відстані.

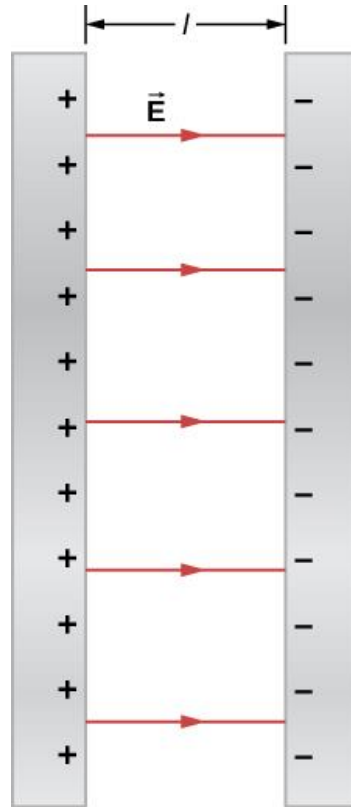


Рис. 3.37. Електричне поле між протилежно зарядженими паралельними пластинами. З позитивної пластини виходить вектор \vec{E}

Розв'язок

а. Електричне поле спрямоване від позитивної до негативної пластини, як показано на малюнку, а його величина задається формулою:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{6,81 \times 10^{-7} \text{ Кл/м}^2}{8,85 \times 10^{-12} \text{ Кл}^2/\text{Н} \cdot \text{м}^2} = 7,69 \times 10^4 \text{ В/м.}$$

б. Знайдемо різницю потенціалів ΔV між пластинами, використавши шлях від негативної до позитивної пластини, який спрямований проти поля. Вектор переміщення $d\vec{l}$ і електричне поле \vec{E} є антипаралельними, тому $\vec{E}d\vec{l} = -Edl$ Різниця потенціалів між позитивною і негативною пластинами становить:

$$\Delta V = - \int E dl = E \int dl = El = (7,69 \times 10^4 \text{ В/м})(6,5 \times 10^{-3} \text{ м}) = 500 \text{ В.}$$

с. Сумарна різниця потенціалів становить 500 В, тому 1/5 відстані між пластинами буде відстанню між 100-В різницею потенціалів. Відстань між пластинами становить 6,5 мм, тому між різницею потенціалів 100 В буде 1,3 мм.

Обговорення

Тепер ви бачили чисельний розрахунок розташування екіпотенціалів між двома зарядженими паралельними пластинами.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 3.12

Які екіпотенціальні поверхні для нескінченного лінійного заряду?

Розподіл зарядів на провідниках

У прикладі 3.19 з точковим зарядом ми виявили, що екіпотенціальні поверхні мають форму сфер, з точковим зарядом у центрі. Враховуючи, що провідна сфера в електростатичній рівновазі є сферичною екіпотенціальною поверхнею, слід очікувати, що ми можемо замінити одну з поверхонь у прикладі 3.19 провідною сферою і отримати ідентичний розподіл поза сферою. Однак всередині все буде зовсім інакше. Щоб дослідити це, розглянемо ізольовану провідну сферу на рис. 3.38, яка має радіус R і надлишковий заряд q .

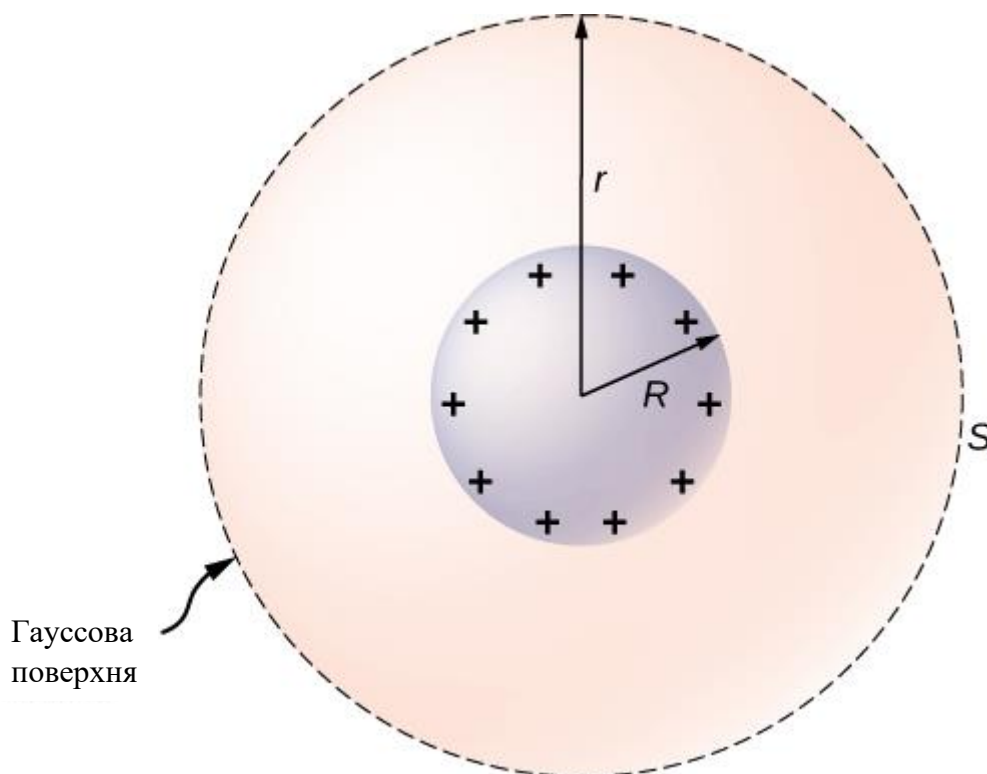


Рис. 3.38. Ізольована провідна сфера

Щоб знайти електричне поле як всередині, так і зовні сфери, зверніть увагу, що сфера ізольована, тому розподіл змін її поверхні та електричне поле цього розподілу сферично симетричні. Таким чином, ми можемо представити поле так: $\vec{E} = E(r)\hat{r}$.

Для обчислення $E(r)$ застосуємо закон Гаусса до замкнутої сферичної поверхні S радіуса r , яка є концентричною до провідної сфери. Оскільки r є константою і $\hat{n} = \hat{r}$ на сфері, тоді

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} da = E(r) \oint da = E(r) 4\pi r^2.$$

Для $r < R$, S знаходиться всередині провідника, тому згадаємо з нашого попереднього дослідження закону Гаусса, що $q_\Sigma = 0$ і закон Гаусса дає $E(r) = 0$, як і очікувалося всередині провідника в стані рівноваги. Якщо $r > R$, S охоплює провідник таким чином, що $q_\Sigma = q$. Тоді за законом Гаусса:

$$E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Тому електричне поле сфери можна записати у вигляді

$$E = 0, \quad (r < R);$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}, \quad (r \geq R).$$

Як і очікувалося, в області $r \geq R$, електричне поле за рахунок заряду q , розміщеного на ізольованій провідній сфері радіусом R , ідентичне електричному полю точкового заряду q , розташованого в центрі сфери.

Щоб знайти електричний потенціал всередині і зовні сфери, зауважимо, що для $r \geq R$, потенціал повинен бути таким же, як і у ізольованого точкового заряду q , розташованого в точці $r = 0$,

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}, \quad (r \geq R)$$

просто через схожість електричного поля.

Для $r < R$, $E = 0$, отже, $V(r)$ є постійною в цій області. З формули

$$V(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

отримуємо:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}, \quad (r < R).$$

Ми будемо використовувати цей результат, щоб показати, що

$$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2,$$

для двох провідних сфер радіусів R_1 і R_2 , з поверхневою густиною заряду σ_1 і σ_2 , відповідно, які з'єднані тонким дротом, як показано на рис. 3.39. Сфери достатньо відокремлені, щоб до кожної можна було ставитися так, ніби вона ізольована (крім дроту). Врахуйте, що з'єднання проводом означає, що вся ця система повинна бути екіпотенціальною.

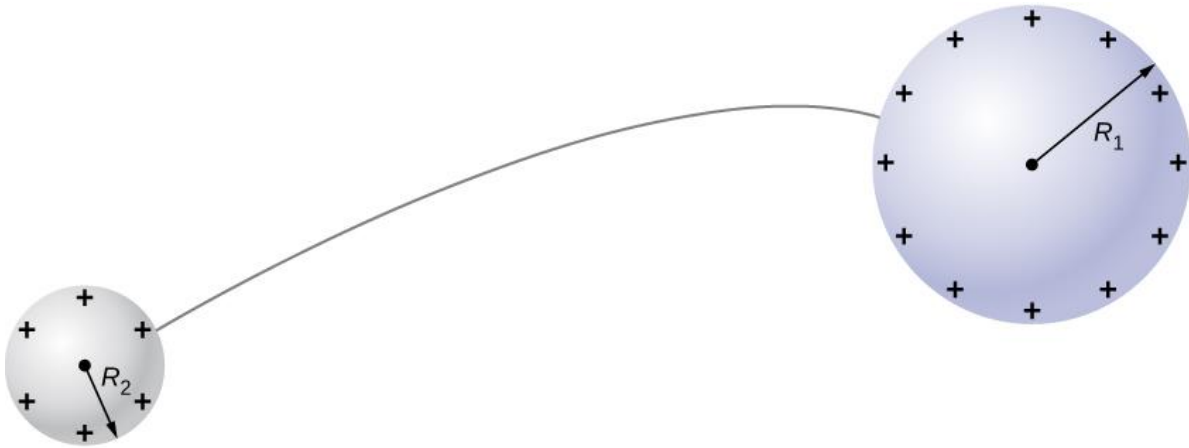


Рис. 3.39. Дві провідні сфери з'єднані тонким провідним дротом

Ми щойно побачили, що електричний потенціал на поверхні ізольованої зарядженої провідної сфери радіуса R дорівнює:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}.$$

Тепер сфери з'єднані провідником і, отже, мають однаковий потенціал:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R_2}.$$

Тобто

$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2}.$$

Сумарний заряд на провідній сфері і густина її поверхневого заряду пов'язані співвідношенням $q = \sigma(4\pi R^2)$. Підставляючи це рівняння в попереднє, знаходимо:

$$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2.$$

Очевидно, що дві сфери, з'єднані тонким дротом, не складають типового провідника зі змінним радіусом кривизни. Тим не менш, цей результат принаймні дає якісне уявлення про те, як змінюється густина заряду по поверхні провідника. Рівняння вказує на те, що там, де радіус кривизни великий (точки B і D на рис. 3.40), σ і E – невеликі.

Аналогічно, заряди, як правило, більш щільні там, де кривизна поверхні більше, про що свідчить розподіл зарядів на металі незвичайної форми (рис. 3.40). Поверхнева густина заряду вище в місцях з малим радіусом кривизни, ніж в місцях з великим радіусом кривизни.

Практичним застосуванням цього явища є громовідвід, який є просто заземлений металевий стрижень з гострим кінцем, спрямованим вгору. У міру того, як позитивний заряд накопичується в землі через негативно заряджену хмару над головою, електричне поле навколо гострої точки стає дуже великим. Коли поле досягає значення приблизно 3.0×10^6 Н/Кл (діелектрична міцність повітря), вільні іони в повітрі розганяються до таких високих енергій, що їх зіткнення з молекулами повітря фактично іонізують

молекули. Потім вільні електрони, що утворюються в повітрі, протікають через стрижень на Землю, тим самим нейтралізуючи частину позитивного заряду. Це утримує електричне поле між хмарою і землею від того, щоб воно стало достатньо великим, щоб створити блискавку в області навколо стрижня.

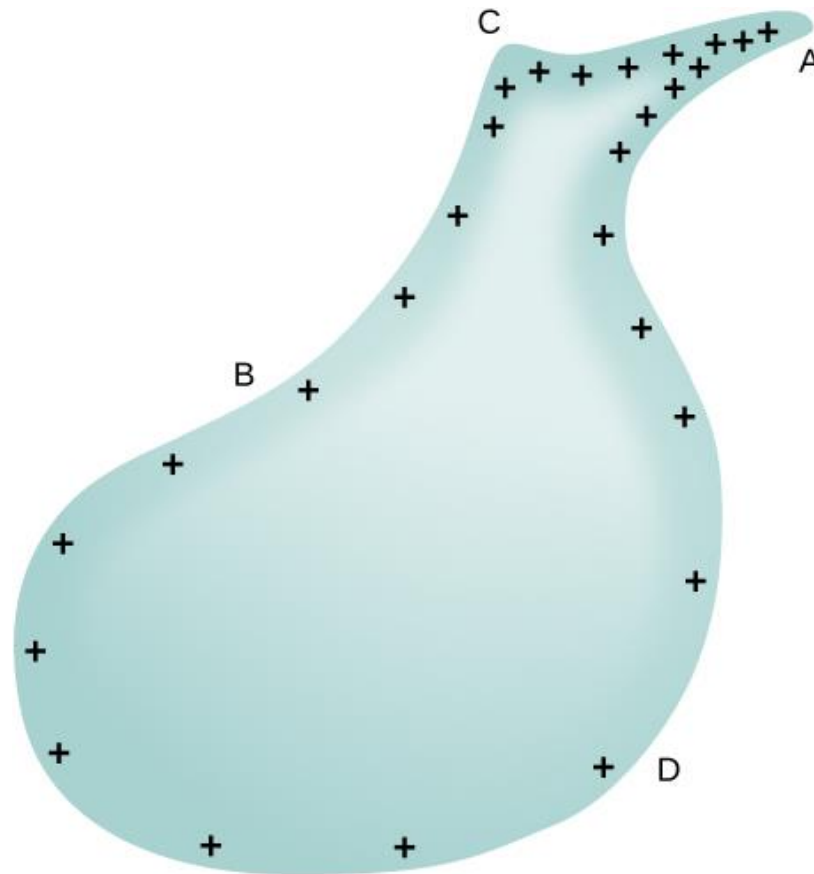


Рис. 3.40. Поверхнева густина заряду і електричне поле провідника більше в областях з меншими радіусами кривизни

Важливе застосування електричних полів і екіпотенціальних ліній пов'язане з серцем. Серце покладається на електричні сигнали, щоб підтримувати свій ритм. Надходження електричних сигналів змушує камери серця скорочуватися і розслаблятися. Коли у людини трапляється серцевий напад, рух цих електричних сигналів може бути порушено. Штучний водій ритму і дефібрилятор можуть використовуватися для ініціації ритму електричних сигналів. Екіпотенціальні лінії навколо серця, грудного відділу та осі серця є корисними способами моніторингу структури та функцій серця. Електрокардіограма (ЕКГ) вимірює невеликі електричні сигнали, що генеруються під час діяльності серця.

3.6. Застосування електростатики

Генератор Ван де Граафа

Генератори Ван де Граафа – це не тільки ефектні пристрої, які використовуються для демонстрації високої напруги за рахунок статичної електрики, вони також використовуються для серйозних досліджень. На рис. 3.41 представлена схема великого дослідницького варіанту.

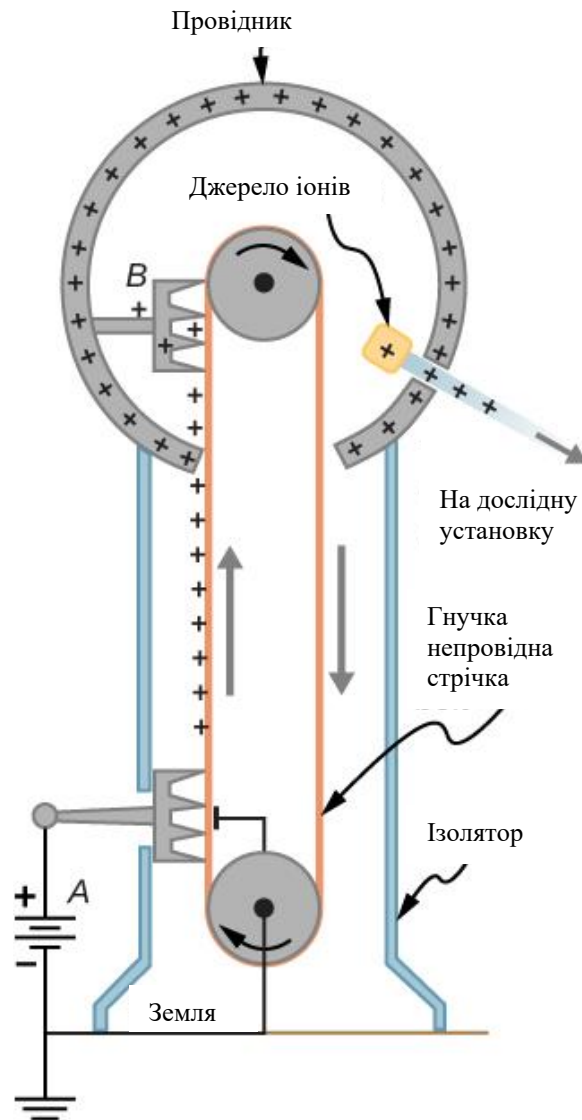


Рис. 3.41. Схема генератора Ван де Граафа. Батарея (А) подає надлишковий позитивний заряд на загострений провідник, точки якого розпилюють заряд на рухому ізоляційну стрічку біля нижньої частини. Загострений провідник (В) зверху у великій сфері вловлює заряд. Це можливо тому, що заряд не залишається всередині провідної сфери, а переміщується на її зовнішню поверхню. Джерело іонів всередині сфери виробляє позитивні іони, які прискорюються від позитивної сфери до високих швидкостей

Перший пристрій був побудований Робертом Ван де Грааффом в 1931 році (на основі оригінальних пропозицій лорда Кельвіна) для використання в дослідженнях ядерної фізики.

Ван де Грааффи використовують як гладкі, так і загострені поверхні, а також провідники та ізолятори для генерації великих статичних зарядів і, отже, великих напруг.

На сферу може відкладатися дуже великий надлишок заряду, оскільки він швидко переміщається на зовнішню поверхню. Практичні обмеження виникають тому, що великі електричні поля поляризують і в кінцевому підсумку іонізують навколишні матеріали, створюючи вільні заряди, які нейтралізують надлишковий заряд або дозволяють йому виходити. Тим не менш, напруга в 15 мільйонів вольт знаходиться в практичних межах.

Ксерографія

Більшість копіювальних апаратів використовують електростатичний процес, який називається **ксерографією** — слово, що походить від грецьких слів *xeros* — сухий і *graphos* — письмо. Суть процесу в спрощеному вигляді показана на рис. 3.42.

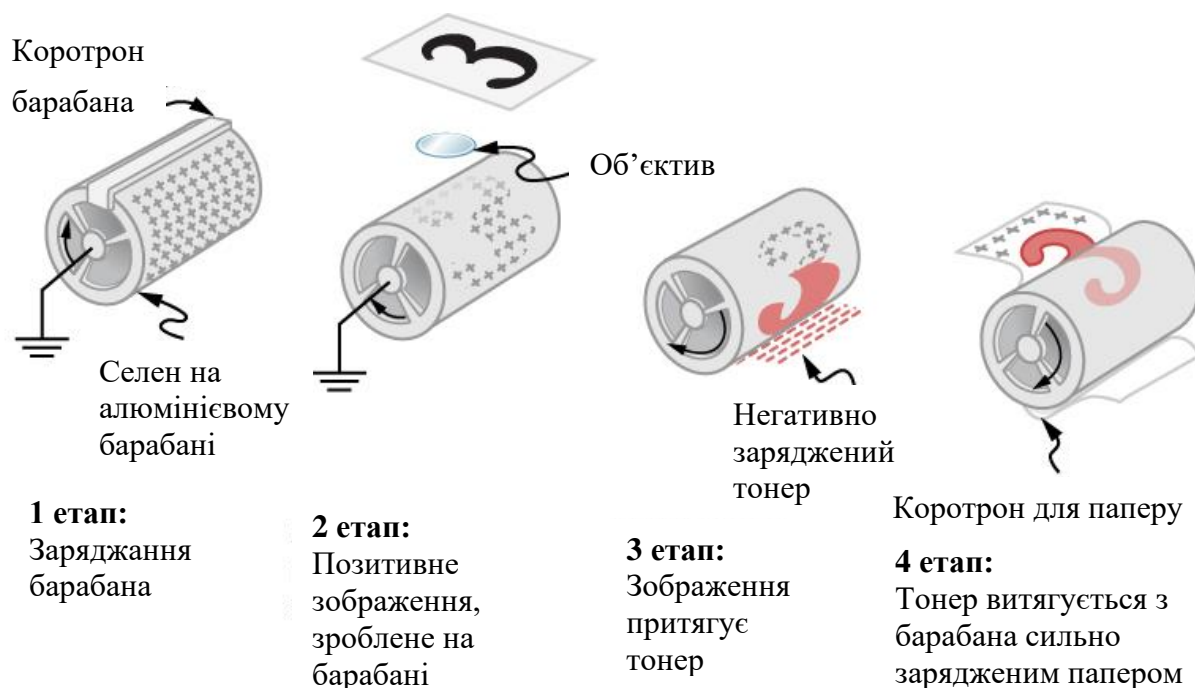


Рис. 3.42. Ксерографія – це процес сухого копіювання, заснований на електростатиці. Основними етапами процесу є зарядка фотопровідного барабана, передача зображення, створення дублікату позитивного заряду, притягання тонера до заряджених частин барабана і перенесення тонера на папір. Не показані термічна обробка паперу і очищення барабана для наступного примірника

На алюмінієвий барабан з селеновим покриттям розпорошується позитивний заряд з точок на пристрої, який називають **коротроном**. Селен — речовина з цікавою властивістю — це **фотопровідник**. Тобто селен є ізолятором у темряві та провідником під впливом світла.

На першому етапі процесу ксерографії провідний алюмінієвий барабан заземлюють так, щоб під тонким шаром рівномірно позитивно зарядженого селену індукувався негативний заряд. На другому етапі поверхня барабана піддається зображенню того, що підлягає копіюванню. У місцях, де зображення світле, селен стає провідним, а позитивний заряд нейтралізується. На темних ділянках позитивний заряд залишається, тому зображення було перенесено на барабан.

На третьому етапі беремо сухий димний порошок, який називають **тонером**, і розпорошуємо на його негативний заряд так, щоб він притягувався до позитивних областей барабана. Далі чистому аркушу паперу дають більший позитивний заряд, ніж на барабані, щоб він витягнув тонер з барабана. Нарешті, папір і електростатичний тонер пропускаються через нагріті притискні ролики, які розплавляють і постійно приклеюють тонер до волокон паперу.

Лазерні принтери

Лазерні принтери використовують ксерографічний процес для отримання високоякісних зображень на папері, використовуючи лазер для отримання зображення на фотопровідному барабані, як показано на рис. 3.43.

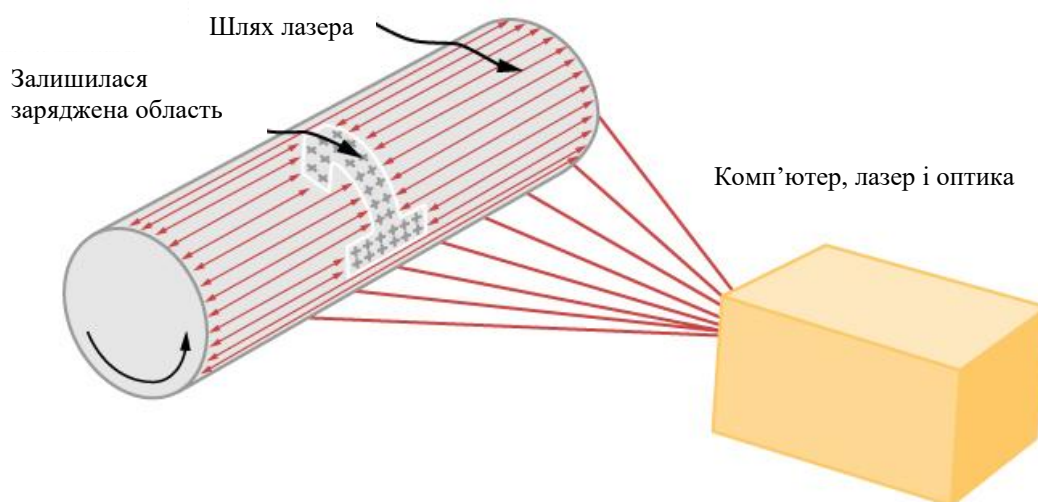


Рис. 3.43. У лазерному принтері лазерний промінь сканує фотопровідний барабан, залишаючи позитивно заряджене зображення. Інші кроки для зарядки барабана і перенесення зображення на папір такі ж, як і в ксерографії. Лазерне світло можна дуже точно контролювати, що дозволяє лазерним принтерам отримувати високоякісні зображення

У своєму найпоширенішому застосуванні лазерний принтер отримує вихідні дані з комп'ютера, і він може досягти високоякісного результату завдяки точності, з якою можна керувати лазерним світлом. Багато лазерних принтерів виконують значну обробку інформації, наприклад, створюють складні літери або шрифти, і в минулому могли містити комп'ютер, потужніший за той, який надавав їм необроблені дані для друку.

Струменеві принтери та електростатичне фарбування

Струменевий принтер, який зазвичай використовується для друку комп'ютерного тексту та графіки, також використовує електростатику. Сопло робить дрібнодисперсне розпилення дрібних крапель чорнила, яким потім надається електростатичний заряд (рис. 3.44).

Після зарядження краплі можна спрямовувати за допомогою пар заряджених пластин з великою точністю для формування літер і зображень на папері. Струменеві принтери можуть створювати кольорові зображення за допомогою чорного струменя та трьох інших струменів з основними кольорами, зазвичай блакитним, пурпуровим і жовтим, подібно до того, як кольоровий телевізор створює колір. (Це складніше за ксерографію, бо вимагає декількох барабанів і тонерів).

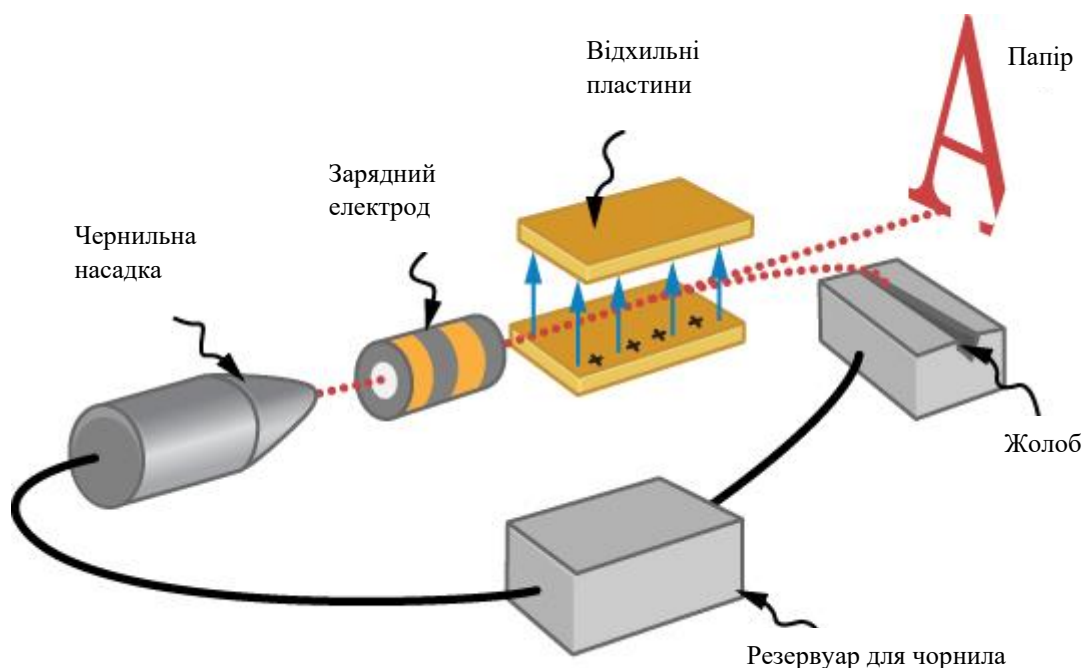


Рис. 3.44. Сопло струменевого принтера утворює дрібні краплі чорнила, які розпоршуюються електростатичним зарядом. Потім використовуються різні комп'ютерні пристрої, щоб направити краплі в правильні позиції на сторінці

Електростатичне фарбування використовує електростатичний заряд для розпилення фарби на поверхні дивної форми. Взаємне відштовхування однотипних зарядів призводить до того, що фарба відлітає від свого джерела. Поверхневий натяг утворює краплі, які потім притягуються різними зарядами до поверхні, що фарбується. Електростатичне фарбування може досягати важкодоступних місць, контрольовано наносячи рівномірний шар. Якщо об'єкт є провідником, то електричне поле перпендикулярне поверхні, прагне наблизити краплі перпендикулярно. Кути і точки на провідниках отримують додаткову фарбу.

Димові фільтри та електростатичне очищення повітря

Ще одне важливе застосування електростатики зустрічається в очищувачах повітря, як великих, так і маленьких. Електростатична частина процесу надає надлишковий (зазвичай позитивний) заряд диму, пилку та іншим частинкам у повітрі, а потім пропускає повітря через протилежно заряджену сітку, яка притягує та утримує заряджені частинки (рис. 3.45)

Великі **електрофільтри** використовуються в промисловості для видалення понад 99% частинок від викидів газу, пов'язаних зі спалюванням вугілля і нафти. Побутові фільтри, часто в поєднанні з системою опалення та кондиціонування будинку, дуже ефективно видаляють забруднюючі частинки, подразники та алергени.

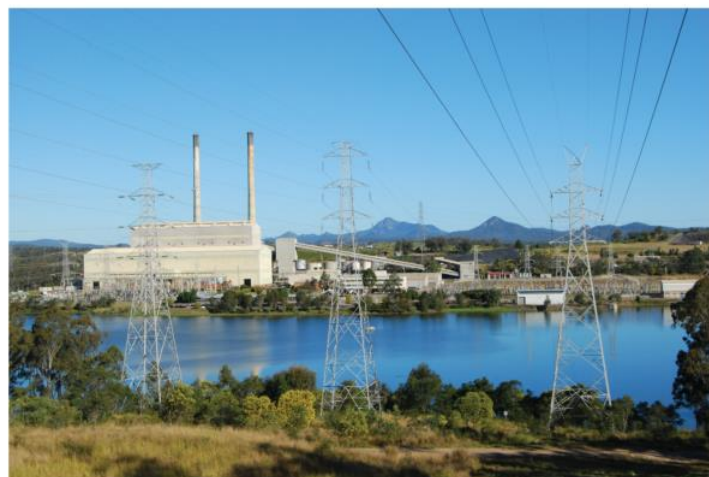
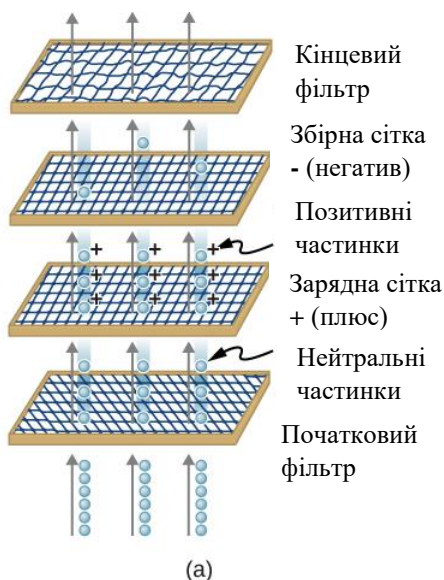


Рис. 3.45. (a) Схема електрофільтра. Повітря пропускається через сітки протилежного заряду. Перша сітка заряджає частинки, що переносяться повітрям, а друга притягує і збирає їх. (b) Ефект електрофільтрів проявляється у відсутності диму від цієї теплової електростанції

ЕЛЕКТРИЧНА ЄМНІСТЬ

Введення



Рис. 4.1. Деревоподібні візерунки гілок у цьому прозорому блоці оргскла відомі як фігура Ліхтенберга, названа на честь німецького фізика Георга Крістофа Ліхтенберга (1742–1799), який першим вивчив ці закономірності. «Гілки» створюються в результаті діелектричного пробою, викликаного сильним електричним полем

Конденсатори є важливими компонентами електричних кіл у багатьох електронних пристроях, включаючи кардіостимулятори, мобільні телефони та комп'ютери. У цьому розділі ми вивчаємо їх властивості, а в наступних кількох розділах розглянемо їх функцію в поєднанні з іншими елементами схеми. Самі по собі конденсатори часто використовуються для накопичення електричної енергії та її вивільнення при необхідності; з іншими компонентами схеми конденсатори часто виступають як частина фільтра, який пропускає одні електричні сигнали, блокуючи інші. Можна зрозуміти, чому конденсатори вважаються одним з основних компонентів електричних кіл.

4.1. Конденсатори і ємність

Конденсатор – це пристрій, який використовується для зберігання електричного заряду та електричної енергії. Конденсатори, як правило, мають два електричні провідники, розділені відстанню. (Зауважте, що такі

електричні провідники іноді називають «електродами», але правильніше — «пластинами конденсаторів»). Простір між конденсаторами може бути вакуумований, і в цьому випадку конденсатор тоді відомий як «вакуумний конденсатор». Зазвичай простір заповнюють ізоляційним матеріалом, відомим як **діелектрик**. Обсяг накопичувача в конденсаторі визначається властивістю, яку називають *ємністю*.

Конденсатори мають широке застосування: від фільтрації статичної електрики під час радіоприйому до зберігання енергії в серцевих дефібриляторах. Як правило, конденсатори мають дві провідні частини, розташовані близько одна до одної, але не торкаються, як на рис. 4.2.

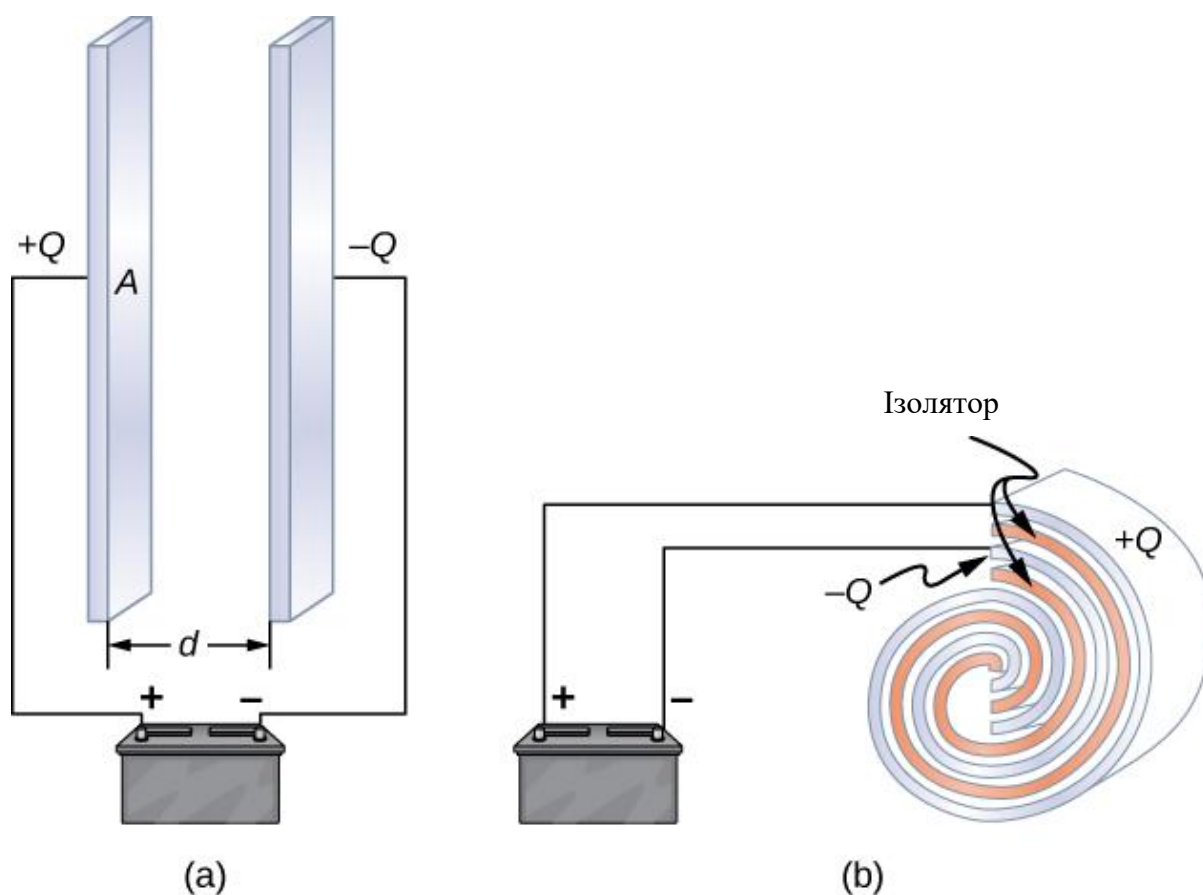


Рис. 4.2. Обидва конденсатори, показані тут, спочатку були незаряджені, перш ніж бути підключеними до акумулятора. Потім їм надали заряд величиною $+Q$ і $-Q$ (відповідно) на обкладки. а) Конденсатор складається з двох паралельних пластин протилежного заряду з площею A , розділених відстанню d . б) Циліндричний конденсатор має діелектричний матеріал між двома провідними пластинами

У більшості випадків між двома пластинами використовується діелектрик. При підключенні клем акумулятора до спочатку незарядженого конденсатора потенціал батареї переміщує невелику величину заряду Q з позитивної пластини на негативну. Конденсатор в цілому залишається

нейтральним, але з зарядами $+Q$ і $-Q$, що знаходяться на протилежних пластинах.

Систему, що складається з двох однакових паралельних провідних пластин, розділених відстанню, називають **паралельно-пластинчастим конденсатором** (рис. 4.3). Величина електричного поля в просторі між паралельними пластинами дорівнює $E = \sigma / \epsilon_0$, де σ позначає поверхневу густину заряду на одній пластині (нагадаємо, що σ – заряд Q на поверхні площею A). Таким чином, величина поля прямо пропорційна Q .

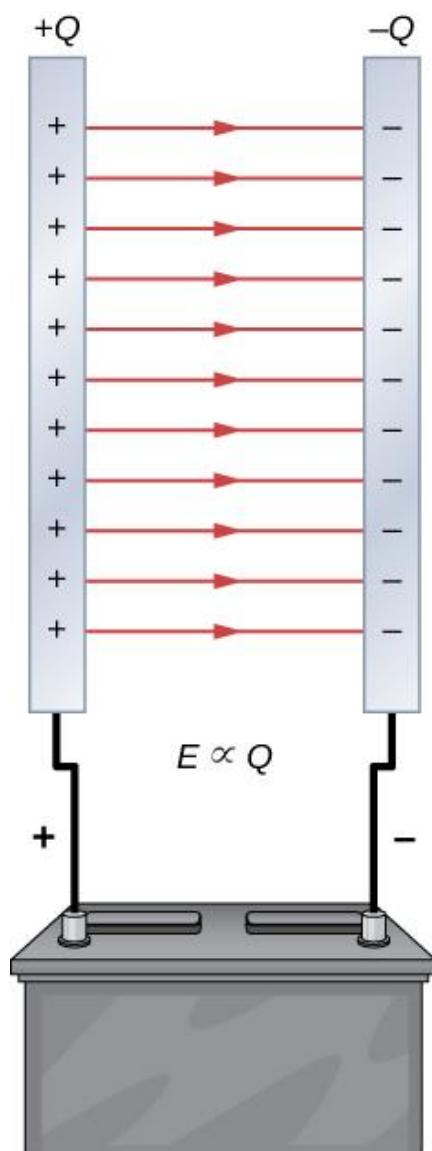


Рис. 4.3. Поділ заряду в конденсаторі показує, що заряди залишаються на поверхнях пластин конденсатора. Лінії електричного поля в паралельнопластинчастому конденсаторі починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних. Величина електричного поля в просторі між пластинами знаходиться в прямій залежності від величини заряду конденсатора

Конденсатори з різними фізичними характеристиками (наприклад, форма і розмір їх пластин) зберігають різну кількість заряду при однаковій прикладеній напрузі V на своїх пластинах. **Ємність** C конденсатора визначається як відношення максимального заряду Q , який може зберігатися в конденсаторі, до прикладеної напруги V на його пластинах. Іншими словами, ємність C – це найбільша кількість заряду на вольт, яка може зберігатися на пристрої:

$$C = \frac{Q}{V}. \quad (4.1)$$

Зауважимо, що в рівнянні 4.1 V є різницею потенціалів між пластинами конденсатора, а не потенціал в якійсь одній точці. Хоча було б точніше записати його як ΔV , практика використання простого V у цьому контексті є майже універсальною.

Одиницею ємності в СІ є фарад (Ф), названий на честь Майкла Фарадея (1791—1867). Оскільки ємність – це заряд одиниці напруги, то один фарад – це один кулон на один вольт, або

$$1\text{Ф} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}}.$$

За визначенням, конденсатор 1,0 Ф здатний накопичувати 1,0 Кл заряду (дуже велика кількість заряду), коли різниця потенціалів між його пластинами становить лише 1,0 В. Отже, один фарад – це дуже велика ємність. Типові значення ємності варіюються від пікофарад (1 Пф = 10^{-12} Ф) до міліфарад (1 мФ = 10^{-3} Ф), до цього діапазону також належать мікрофаради (1 мкФ = 10^{-6} Ф). Конденсатори можуть випускатися різних форм і розмірів (рис. 4.4).

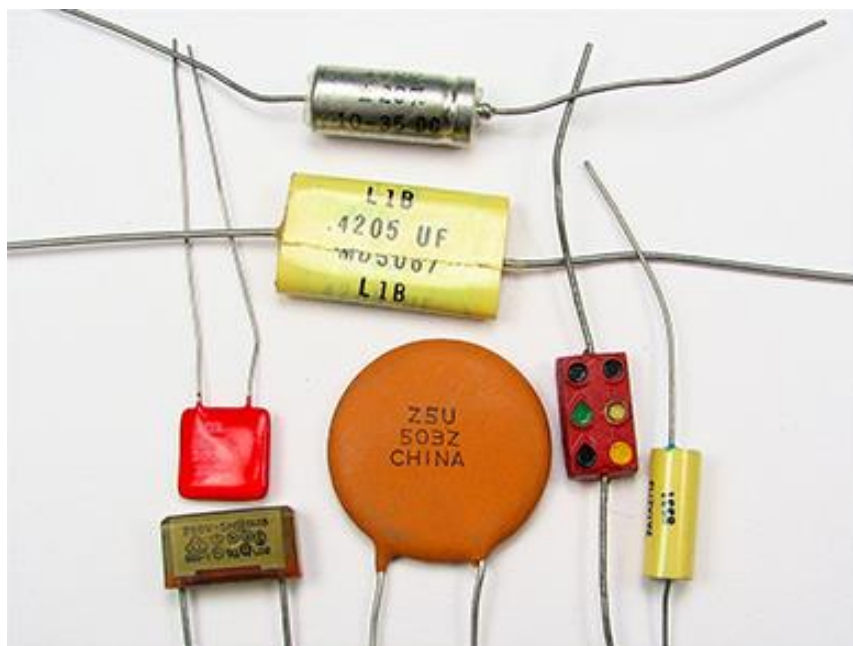


Рис. 4.4. Деякі типові конденсатори, що використовуються в електронних пристроях. Розмір конденсатора не обов'язково пов'язаний зі значенням його ємності

Розрахунок ємності

Ми можемо розрахувати ємність пари провідників за допомогою стандартного підходу, який наведений нижче.

СТРАТЕГІЯ ВИРІШЕННЯ ПРОБЛЕМ

Розрахунок ємності

1. Припустимо, що конденсатор має заряд Q .
2. Визначаємо електричне поле \vec{E} між провідниками. Якщо в розташуванні провідників присутня симетрія, то для цього обчислення можна використовувати закон Гаусса.
3. Знайдіть різницю потенціалів між провідниками за формулою:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad (4.2)$$

де шлях інтеграції веде від одного провідника до іншого. Тоді величина різниці потенціалів дорівнює $V = |V_B - V_A|$.

4. Якщо V відомий, отримаємо ємність безпосередньо з рівняння 4.1.

Щоб показати, як працює ця процедура, ми обчислимо ємності паралельно-пластинних, сферичних і циліндричних конденсаторів. У всіх випадках ми припускаємо вакуумні конденсатори (порожні конденсатори) без діелектричної речовини в просторі між провідниками.

Конденсатор з паралельними пластинами

Конденсатор з паралельними пластинами (рис. 4.5) має дві однакові провідні пластини, кожна з яких має площу поверхні A , розділену відстанню d . Коли на конденсатор подається напруга V , він зберігає заряд Q , як показано на малюнку. Ми можемо побачити, як може залежати його ємність від A і d , розглянувши характеристики кулонівської сили. Ми знаємо, що сила між зарядами зростає зі збільшенням значень заряду і зменшується зі збільшенням відстані між ними. Слід очікувати, що чим більші пластини, тим більше заряду вони можуть зберігати. Таким чином, C має бути більшим для більшого значення A . Аналогічно, чим ближче пластини один до одного, тим більше тяжіння протилежних зарядів на них. Тому C має бути більшим для меншого d .

Визначаємо густину поверхневого заряду σ на пластинах так:

$$\sigma = \frac{Q}{A}.$$

З попередніх розділів ми знаємо, що коли d маленьке, електричне поле між пластинами досить однорідне (без урахування крайових ефектів) і що його величина задається формулою:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0},$$

де константа ϵ_0 – діелектрична проникність вакууму, $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{Ф/м}$.

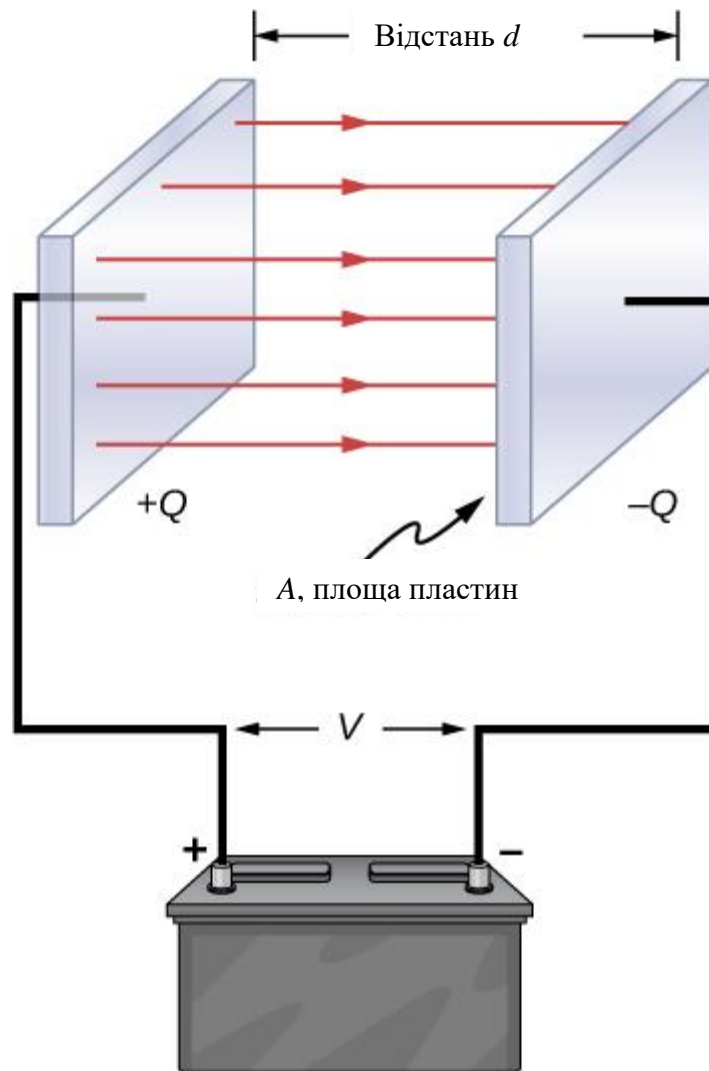


Рис. 4.5. У конденсаторі з паралельними пластинами, розділеними відстанню d , кожна пластина має однакову площу поверхні A

Одиниця СІ Ф/м еквівалентна $\text{Кл}^2/\text{Н} \cdot \text{м}^2$. Оскільки електричне поле \vec{E} між пластинами рівномірно, різниця потенціалів між пластинами становить

$$V = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}.$$

Тому рівняння 4.1 дає ємність паралельно-пластинчастого конденсатора як

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A} = \epsilon_0 \frac{A}{d}. \quad (4.3)$$

З цього рівняння випливає, що ємність є функцією *тільки геометрії* і того, який матеріал заповнює простір між пластинами (в даному випадку вакуум) цього конденсатора. Насправді це справедливо не тільки для паралельно-пластинчастого конденсатора, але і для всіх конденсаторів: ємність не

залежить від Q або V . Якщо заряд змінюється, потенціал змінюється відповідно так, що Q/V залишається постійним.

ПРИКЛАД 4.1. Ємність і заряд, що зберігаються в паралельно-пластинчастому конденсаторі

а) Яка ємність порожнього конденсатора з паралельними металевими пластинами, кожна з яких має площу $1,00 \text{ м}^2$, розділених $1,00 \text{ мм}$? б) скільки заряду зберігається в цьому конденсаторі, якщо напруга на ньому $3,00 \times 10^3 \text{ В}$?

Стратегія

Знаходження ємності C є простим застосуванням рівняння 4.3. Знайшовши C , ми можемо знайти накопичений заряд за допомогою рівняння 4.1.

Розв'язок

а. Введення заданих значень у рівняння 4.3 дає:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \left(8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \right) \frac{1 \text{ м}^2}{1 \times 10^{-3} \text{ м}} = 8,85 \times 10^{-9} \text{ Ф} = 8,85 \text{ нФ}.$$

Таке маленьке значення ємності говорить про те, наскільки складно виготовити прилад з великою ємністю.

б. Перевернувши рівняння 4.1 і ввівши в це рівняння відомі значення, отримаємо:

$$Q = CV = (8,85 \times 10^{-9} \text{ Ф})(3 \times 10^3 \text{ В}) = 26,6 \text{ мкКл}.$$

Обговорення

Цей заряд лише трохи більший, ніж під час типових застосувань статичної електрики. Оскільки повітря пробивається (стає провідним) при напруженості електричного поля близько $3,0 \text{ МВ/м}$, то при збільшенні напруги на цьому конденсаторі більше не можна накопичувати заряд.

ПРИКЛАД 4.2. 1-Ф паралельно-пластинчастий конденсатор

Припустимо, ви хочете сконструювати плоский конденсатор ємністю $1,0 \text{ Ф}$. Яку площу повинна мати кожна пластина, якщо вони розділені відстанню $1,0 \text{ мм}$?

Розв'язок

Переставляючи рівняння 4.3, отримаємо:

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(1\Phi)(1 \times 10^{-3}\text{м})}{8,85 \times 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}} = 1,1 \times 10^8 \text{м}^2.$$

Кожна квадратна пластина повинна бути 10 км в поперечнику. Раніше було звичайною витівкою просити студента піти на склад лабораторії і попросити 1- Φ конденсатор з паралельними пластинами, поки обслуговуючий персонал не втомлювався від жарту.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 4.1

Ємність паралельно-пластинчастого конденсатора становить 2,0 пФ. Якщо площа кожної пластини дорівнює 2.4 см², яка відстань між пластинами?

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 4.2

Переконайтеся, що σ / V і ϵ_0 / d мають однакові фізичні одиниці.

Сферичний конденсатор

Сферичний конденсатор – це ще один набір провідників, ємність яких можна легко визначити (рис. 4.6).

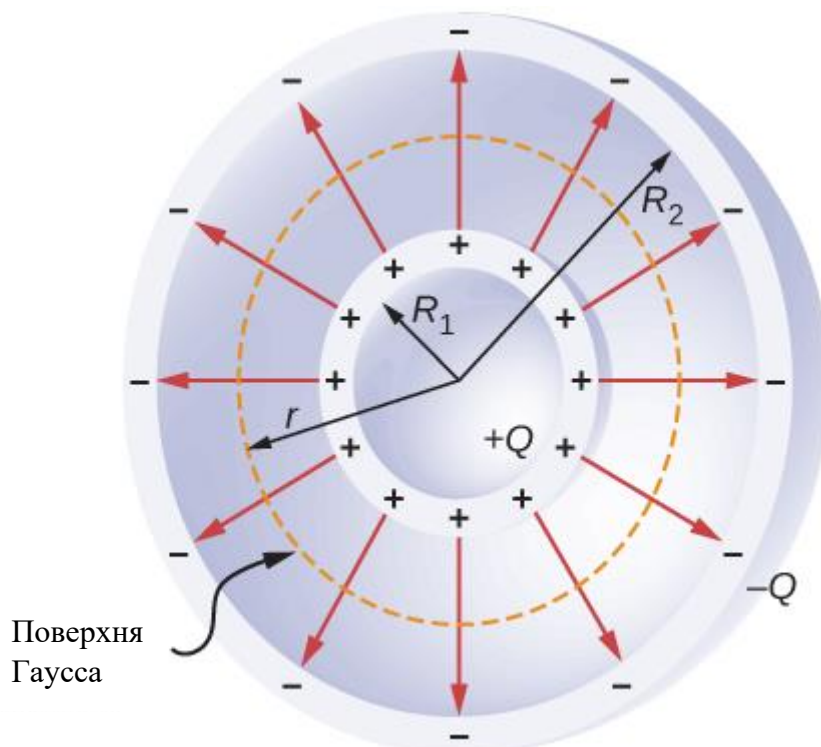


Рис. 4.6. Сферичний конденсатор складається з двох концентричних провідних сфер. Зверніть увагу, що заряди провідника знаходяться на його поверхні

Конденсатор складається з двох концентричних провідних сферичних оболонок радіусів R_1 (внутрішня оболонка) і R_2 (зовнішня оболонка). Сферам дають рівні і протилежні заряди $+Q$ і $-Q$, відповідно. Від симетрії електричне поле між оболонками спрямоване радіально назовні. Величину поля можна отримати, застосувавши закон Гаусса до сферичної гауссової поверхні радіуса r , концентричної з оболонками. Заряд на внутрішній сфері $+Q$; тому маємо:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Таким чином, електричне поле між провідниками дорівнює:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}.$$

Підставляємо це \vec{E} в рівняння 4.2 і інтегруємо по радіальній траєкторії між оболонками. Оскільки, як зазначалося в стратегії розв'язання задачі, V у рівнянні 4.1 є різницею потенціалів, шлях інтегрування повинен бути проти напрямку електричного поля, від R_2 до R_1 :

$$V = - \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \right) \cdot (-\hat{r} dr) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right).$$

Підставляємо цей результат в рівняння 4.1, щоб знайти ємність сферичного конденсатора:

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (4.4)$$

ПРИКЛАД 4.3. Ємність ізолюваної сфери

Обчислити ємність однієї ізолюваної провідної сфери радіуса R_1 і порівняйте її з рівнянням 4.4, коли $R_2 \rightarrow \infty$.

Стратегія

Ми припускаємо, що заряд на сфері дорівнює Q , і тому виконуємо чотири кроки, описані раніше. Ми також припускаємо, що інший провідник є концентричною порожнистою сферою нескінченного радіуса.

Розв'язок

На зовнішній стороні ізолюваної провідної сфери електричне поле задається рівнянням 4.2. Величина різниці потенціалів між поверхнею ізолюваної сфери і нескінченністю дорівнює:

$$V = - \oint_{R_1}^{+\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \oint_{R_1}^{+\infty} \frac{1}{r^2} \cdot (\hat{r} dr) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{+\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1}.$$

Таким чином, ємність ізольованої сфери дорівнює:

$$C = \frac{Q}{V} = Q \frac{4\pi\epsilon_0 R_1}{Q} = 4\pi\epsilon_0 R_1.$$

Обговорення

Той же результат можна отримати, взявши границю рівняння 4.4 у вигляді $R_2 \rightarrow \infty$. Таким чином, одна ізольована сфера еквівалентна сферичному конденсатору, зовнішня оболонка якого має нескінченно великий радіус.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 4.3

Радіус зовнішньої сфери сферичного конденсатора в п'ять разів перевищує радіус його внутрішньої оболонки. Які розміри цього конденсатора, якщо його ємність становить 5,00 пФ?

Циліндричний конденсатор

Циліндричний конденсатор складається з двох концентричних провідних циліндрів (рис. 4.7).

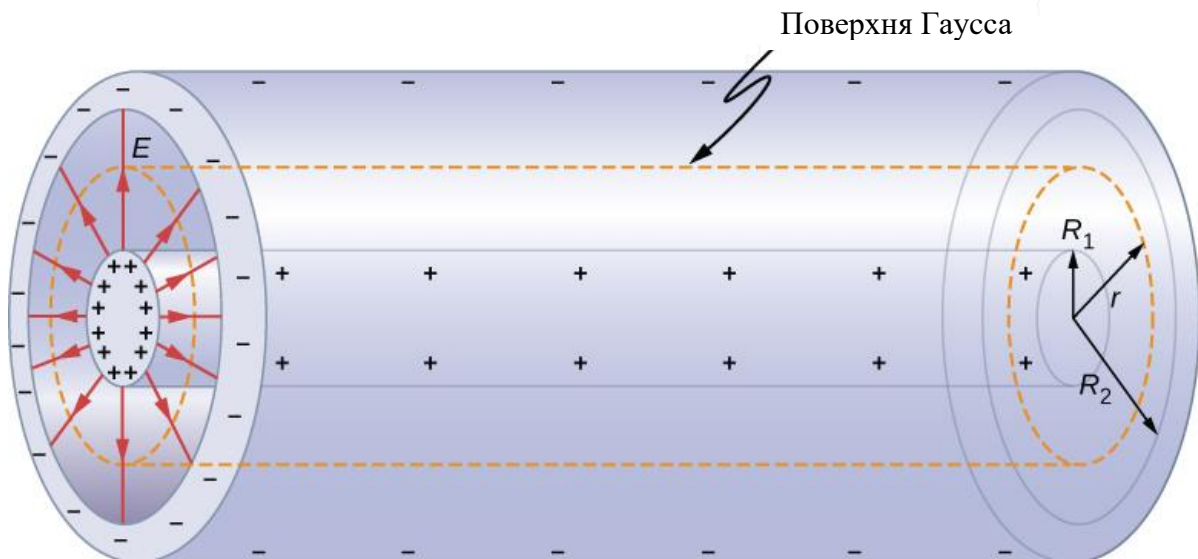


Рис. 4.7. Циліндричний конденсатор складається з двох концентричних провідних циліндрів. Тут заряд на зовнішній поверхні внутрішнього циліндра позитивний (позначається +), а заряд на внутрішній поверхні зовнішнього циліндра негативний (позначається -)

Внутрішній циліндр радіусом R_1 , може бути як оболонкою, так і бути повністю суцільним. Зовнішній циліндр є оболонкою внутрішнього радіуса R_2 . Ми припускаємо, що довжина кожного циліндра дорівнює l і що надлишкові заряди $+Q$ і $-Q$ розташовуються на внутрішньому і зовнішньому циліндрах відповідно.

При ігноруванні крайових ефектів електричне поле між провідниками спрямоване радіально назовні від загальної осі циліндрів. Використовуючи гаусову поверхню, зображену на рис. 4.7, маємо:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E(2\pi r l) = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Отже, електричне поле між циліндрами дорівнює:

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r l} \hat{r}. \quad (4.5)$$

Тут \hat{r} – одиничний радіальний вектор уздовж радіуса циліндра. Можна підставити в рівняння 4.2 і знайти різницю потенціалів між циліндрами:

$$\begin{aligned} V &= - \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} \hat{r} \cdot (\hat{r} dr) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln r \Big|_{R_1}^{R_2} = \\ &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{R_2}{R_1}. \end{aligned}$$

Таким чином, ємність циліндричного конденсатора дорівнює:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}. \quad (4.6)$$

Як і в інших випадках, ця ємність залежить тільки від геометрії провідника. Важливим застосуванням рівняння 4.6 є визначення ємності на одиницю довжини *коаксіального кабелю*, який зазвичай використовується для передачі електричних сигналів, що змінюються в часі. Коаксіальний кабель складається з двох концентричних циліндричних провідників, розділених ізоляційним матеріалом. (Тут ми припускаємо вакуум між провідниками, але фізика якісно майже однакова, коли простір між провідниками заповнений діелектриком.) Ця конфігурація захищає електричний сигнал, що поширюється по внутрішньому провіднику, від блукаючих електричних полів, зовнішніх по відношенню до кабелю. Струм тече в протилежних напрямках у внутрішньому і зовнішньому провідниках, причому зовнішній провідник зазвичай заземлений. З рівняння 4.6, ємність на одиницю довжини коаксіального кабелю задається формулою:

$$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}}.$$

У практичному застосуванні важливо підбирати конкретні значення C/l . Це може бути досягнуто при правильному виборі радіусів провідників і ізоляційного матеріалу між ними.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 4.4

Коли циліндричному конденсатору дають заряд $0,500 \text{ нК}$, між циліндрами вимірюють різницю потенціалів $20,0 \text{ В}$. а) Яка ємність цієї системи? б) Якщо циліндри мають довжину $1,0 \text{ м}$, то яке відношення їх радіусів?

Кілька типів конденсаторів показані на рис. 4.4. Звичайні конденсатори часто виготовляються з двох невеликих шматків металевої фольги, розділених двома невеликими шматками ізоляції (див. рис. 4.2 (б)). Металева фольга та ізоляція укладені в захисне покриття, а два металеві виводи використовуються для підключення фольги до зовнішнього електричного кола. Деякі поширені ізоляційні матеріали – це слюдяне, керамічне, паперове та тефлонове антипригарне покриття.

Ще одним популярним типом конденсаторів є **електролітичний конденсатор**. Він складається з окисленого металу в струмопровідній пасті. Основною перевагою електролітичного конденсатора є його висока ємність щодо інших поширених типів конденсаторів. Наприклад, ємність алюмінієвого електролітичного конденсатора може досягати 1 Ф . Однак ви повинні бути обережними, використовуючи електролітичний конденсатор у схемі, оскільки він функціонує правильно лише тоді, коли металева фольга має більший потенціал, ніж провідна паста. Коли відбувається зворотна поляризація, електролітична дія руйнує оксидну плівку. Цей тип конденсатора не може бути підключений до джерела змінного струму, оскільки в половині випадків змінна напруга матиме неправильну полярність, оскільки змінний струм змінює свою полярність на протилежну.

Конденсатор змінної ємності (рис. 4.8) має два набори паралельних пластин. Один комплект пластин закріплений (позначається як «статор»), а інший набір пластин прикріплений до валу, який можна обертати (позначається як «ротор»). Повертаючи вал, можна змінювати площу поперечного перерізу в перекритті пластин; тому ємність цієї системи можна налаштувати на потрібне значення. Підстроювання конденсаторів має застосування в будь-якому типі радіопередачі і при прийомі радіосигналів від електронних пристроїв. Щоразу, коли ви налаштовуєте автомагнітолу на улюблену станцію, подумайте про ємність.

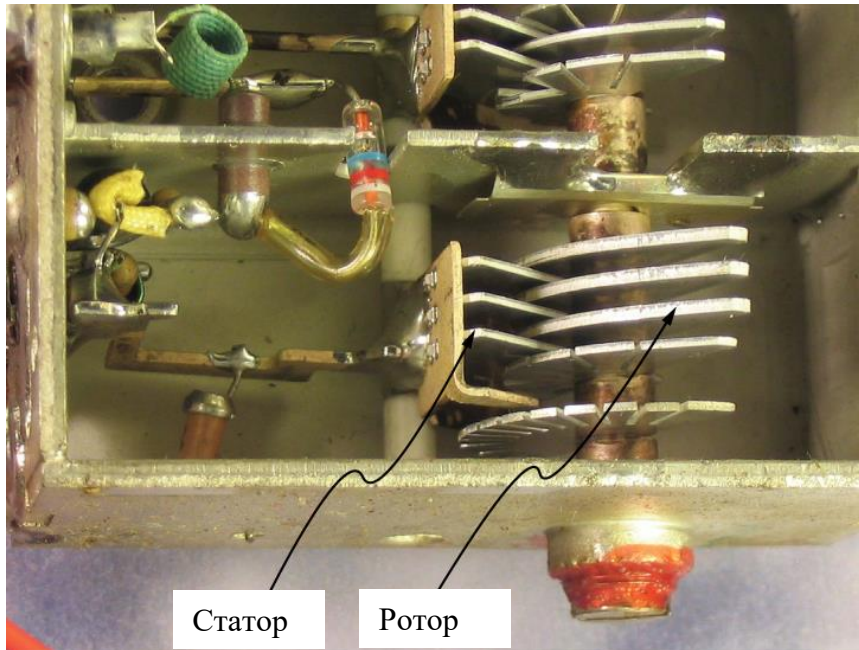


Рис. 4.8. У змінному конденсаторі ємність можна налаштувати, змінюючи ефективну площу пластин

Символи, зображені на рис. 4.9, є схемними зображеннями різних типів конденсаторів. Зазвичай ми використовуємо символ, показаний на рис. 4.9 (а). Символ на рис. 4.9 (с) позначає конденсатор зі змінною ємністю. Зверніть увагу на схожість цих символів з симетрією паралельно-пластинчастого конденсатора. Електролітичний конденсатор представлений символом на рис. 4.9 (b), де вигнута пластина вказує на негативну клему.

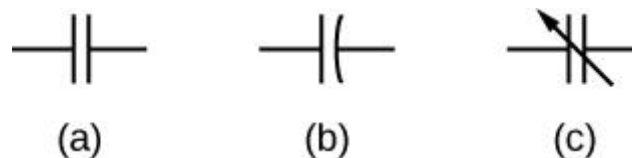


Рис. 4.9. Тут показані три різних схеми представлення конденсаторів. Символ в (а) є найбільш часто використовуваним. Символ в (b) позначає електролітичний конденсатор. Символ в (с) позначає конденсатор зі змінною ємністю

Цікавий приклад моделі конденсатора походить з клітинної біології і має справу з електричним потенціалом в плазматичній мембрані живої клітини (рис. 4.10). Клітинні мембрани відокремлюють клітини від навколишнього середовища, але дозволяють деяким вибраним іонам проходити всередину клітини або з неї. Різниця потенціалів на мембрані становить близько 70 мВ. Клітинна мембрана може мати товщину від 7 до 10 нм. Розглядаючи клітинну мембрану як нанорозмірний конденсатор,

оцінка найменшої напруженості електричного поля на її «пластинах» дає значення:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{70 \times 10^{-3} \text{В}}{10 \times 10^{-9} \text{м}} = 7 \times 10^6 \text{В/м} > 3 \text{МВ/м.}$$

Ця величина електричного поля досить велика, щоб створити електричну іскру в повітрі.

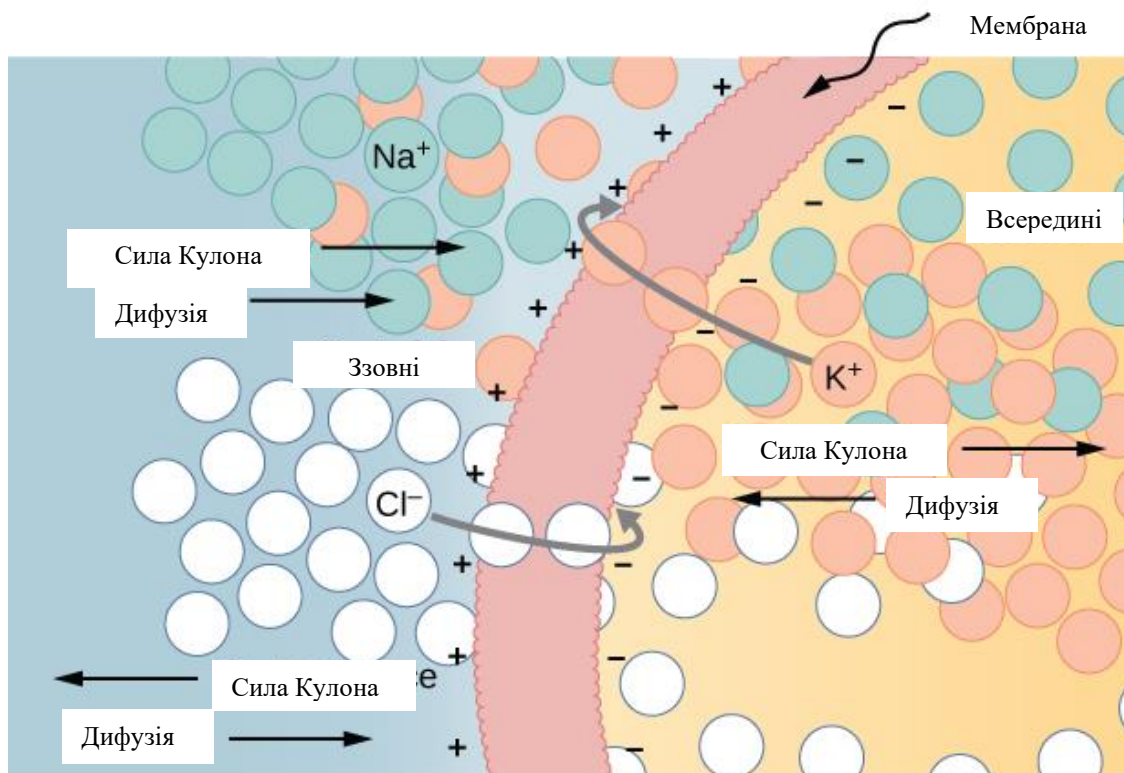


Рис. 4.10. Напівпроникна мембрана біологічної клітини має різну концентрацію іонів на внутрішній поверхні та на зовнішній. Дифузія переміщує K^+ (калій) і Cl^- (хлор) іони у показаних напрямках, доки кулонівська сила не припинить подальше перенесення. Таким чином, зовнішня частина мембрани набуває позитивного заряду, а її внутрішня поверхня набуває негативного заряду, створюючи різницю потенціалів поперек мембрани. Мембрана в нормі непроникна для Na^+ (іонів натрію)

Електричні заряди, пов'язані з клітинною мембраною, призводять до критичних біологічних процесів. Ернест Еверетт Джаст, чий досвід у розумінні та поводженні з яйцеклітинами призвів до низки великих відкриттів, досліджував роль клітинної мембрани в репродуктивному заплідненні. В одному з ключових експериментів Джаст встановив, що яйцеклітинна мембрана піддається деполаризуючій «хвилі негативу» в той момент, коли вона зливається зі сперматозоїдом. Ця зміна заряду тепер відома як «швидкий блок», який гарантує, що лише один сперматозоїд зливається з яйцеклітиною, що має вирішальне значення для ембріонального розвитку.

4.2. Послідовне та паралельне з'єднання конденсаторів

Кілька конденсаторів можна з'єднати разом для використання в різних сферах застосування. Кілька з'єднань конденсаторів поводяться як один еквівалентний конденсатор. Загальна ємність цього еквівалентного одинарного конденсатора залежить як від окремих конденсаторів, так і від способу їх підключення. Конденсатори можуть бути розташовані в двох простих і поширених типах з'єднань, відомих як *послідовні* та *паралельні*, для яких ми можемо легко обчислити загальну ємність. Ці дві основні комбінації, послідовна і паралельна, також можуть бути використані в складі більш складних зв'язків.

Послідовна комбінація конденсаторів

На рис. 4.11 зображена послідовна комбінація з трьох конденсаторів, розташованих в ряд всередині схеми.

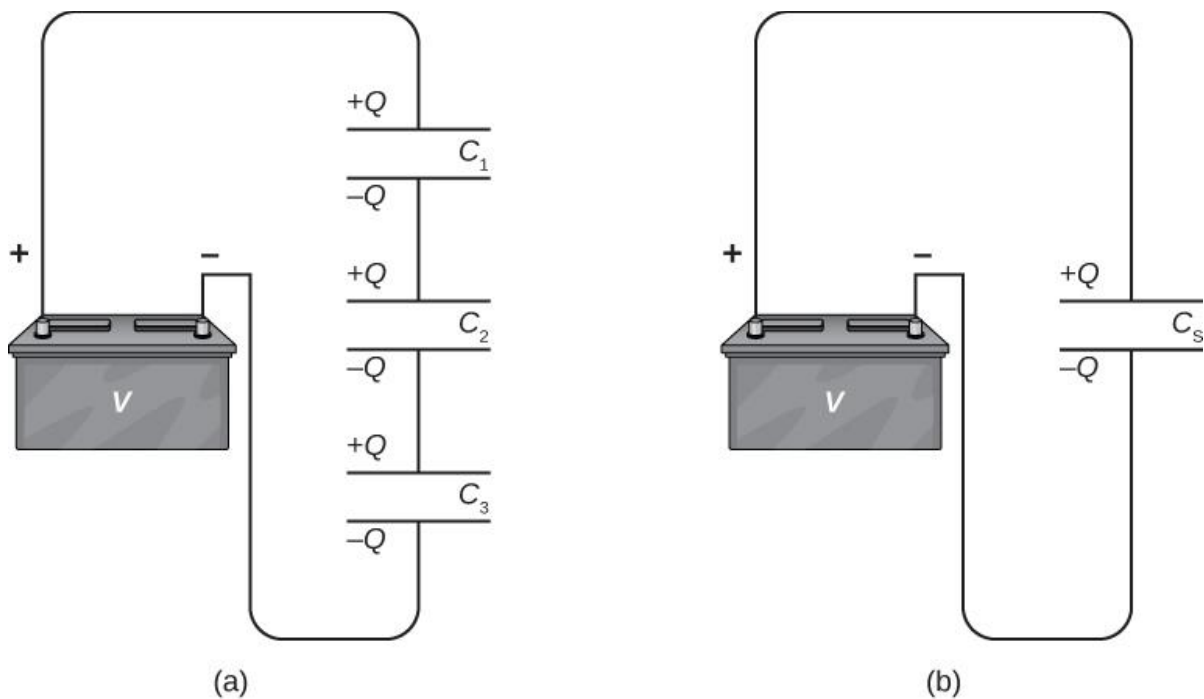


Рис. 4.11. (а) Три конденсатори з'єднані послідовно. Величина заряду на кожній пластині дорівнює Q . а) Мережа конденсаторів; в (b) еквівалентна одному конденсатору, який має меншу ємність, ніж будь-яка з окремих ємностей в (а), а заряд на його пластинах дорівнює Q

Як і для будь-якого конденсатора, ємність комбінації пов'язана із зарядом і напругою за допомогою рівняння 4.1. При підключенні цієї послідовної комбінації до акумулятора з напругою V кожен з конденсаторів набуває однаковий заряд Q . Для пояснення спочатку зверніть увагу, що

заряд на пластині, з'єднаній з плюсовою клемою акумулятора, становить $+Q$, а заряд на пластині, підключеній до мінусової клеми, становить $-Q$. Потім заряди індукуються на інших пластинах так, що сума зарядів на всіх пластинах і сума зарядів на будь-якій парі пластин конденсатора дорівнює нулю. Однак падіння напруги $V_1 = Q/C_1$ на одному конденсаторі може відрізнятись від падіння напруги $V_2 = Q/C_2$ на іншому конденсаторі, оскільки, як правило, конденсатори можуть мати різну ємність. Послідовна комбінація з двох або трьох конденсаторів нагадує один конденсатор з меншою ємністю. Як правило, будь-яка кількість конденсаторів, з'єднаних послідовно, еквівалентна одному конденсатору, ємність якого (еквівалентна ємність) менша, ніж найменша з ємностей у послідовній комбінації. Заряд на цьому еквівалентному конденсаторі такий же, як і заряд на будь-якому конденсаторі в послідовній комбінації: тобто *всі конденсатори послідовної комбінації мають однаковий заряд*. Це відбувається за рахунок збереження заряду в колі. При знятті заряду Q в послідовному колі з пластини першого конденсатора (який позначимо як $-Q$), його потрібно помістити на пластину другого конденсатора (який позначимо як $+Q$), і так далі.

Ми можемо знайти вираз для загальної (еквівалентної) ємності, розглянувши напруги на окремих конденсаторах. Потенціали на конденсаторах 1, 2 і 3 дорівнюють відповідно, $V_1 = Q/C_1$, $V_2 = Q/C_2$ і $V_3 = Q/C_3$. Ці потенціали повинні підсумовуватися до напруги акумулятора, даючи наступний баланс потенціалів:

$$V = V_1 + V_2 + V_3.$$

Потенціал V вимірюється на еквівалентному конденсаторі, який утримує заряд Q і має еквівалентну ємність $C_{\text{екв}}$. Після введення виразів для V_1 , V_2 і V_3 , отримуємо:

$$\frac{Q}{C_{\text{екв}}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}.$$

Скасувавши заряд Q , отримаємо вираз, що містить еквівалентну ємність, $C_{\text{екв}}$, з трьох конденсаторів, з'єднаних послідовно:

$$\frac{1}{C_{\text{екв}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Цей вираз можна узагальнити на будь-яке число конденсаторів послідовної мережі.

КОМБІНАЦІЯ СЕРІЙ

Для конденсаторів, з'єднаних **послідовно**, величина, зворотна еквівалентній ємності, дорівнює сумі обернених величин окремих ємностей:

$$\frac{1}{C_{\text{екв}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (4.7)$$

ПРИКЛАД 4.4. Еквівалентна ємність послідовної мережі

Знайдіть сумарну ємність трьох конденсаторів, з'єднаних послідовно, враховуючи, що їх окремі ємності дорівнюють 1 мкФ, 5 мкФ і 8 мкФ.

Стратегія

Оскільки в цій мережі всього три конденсатори, ми можемо знайти еквівалентну ємність, використовуючи рівняння 4.7 з трьома доданками.

Розв'язок

Введемо задані ємності в рівняння 4.7:

$$\frac{1}{C_{\text{екв}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{1 \text{ мкФ}} + \frac{1}{5 \text{ мкФ}} + \frac{1}{8 \text{ мкФ}} = 1,325 \frac{1}{\text{мкФ}}.$$

Тепер інвертуємо цей результат і отримуємо $C_{\text{екв}} = \frac{\text{мкФ}}{1,325} = 0,755 \text{ мкФ}$.

Обговорення

Зауважимо, що в послідовній мережі конденсаторів еквівалентна ємність завжди менше найменшої окремої ємності в мережі.

Паралельне з'єднання конденсаторів

Паралельна комбінація трьох конденсаторів проілюстрована на рис. 4.12 (а). Оскільки конденсатори з'єднані паралельно, *всі вони мають однакову напругу V на своїх пластинах*. Однак кожен конденсатор в паралельній мережі може накопичувати різний заряд. Щоб знайти еквівалентну ємність $C_{\text{екв}}$ паралельної мережі треба розуміти, що сумарний заряд Q , що зберігається мережею, є сумою всіх окремих зарядів:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

У лівій частині цього рівняння скористаємося співвідношенням $Q = C_{\text{екв}}V$, що діє для всієї мережі. У правій частині рівняння скористаємося співвідношеннями $Q_1 = C_1V$, $Q_2 = C_2V$, і $Q_3 = C_3V$ для трьох конденсаторів в мережі. Таким чином ми отримуємо:

$$C_{\text{екв}}V = C_1V + C_2V + C_3V.$$

Це рівняння при спрощенні є виразом для еквівалентної ємності паралельної мережі трьох конденсаторів:

$$C_{\text{екв}} = C_1 + C_2 + C_3.$$

Цей вираз легко узагальнити на будь-яку кількість конденсаторів, паралельно з'єднаних в мережі.

ПАРАЛЕЛЬНЕ З'ЄДНАННЯ

Для конденсаторів, з'єднаних в паралельній комбінації, еквівалентна ємність – це сума всіх окремих ємностей в мережі,

$$C_{\text{екв}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (4.8)$$

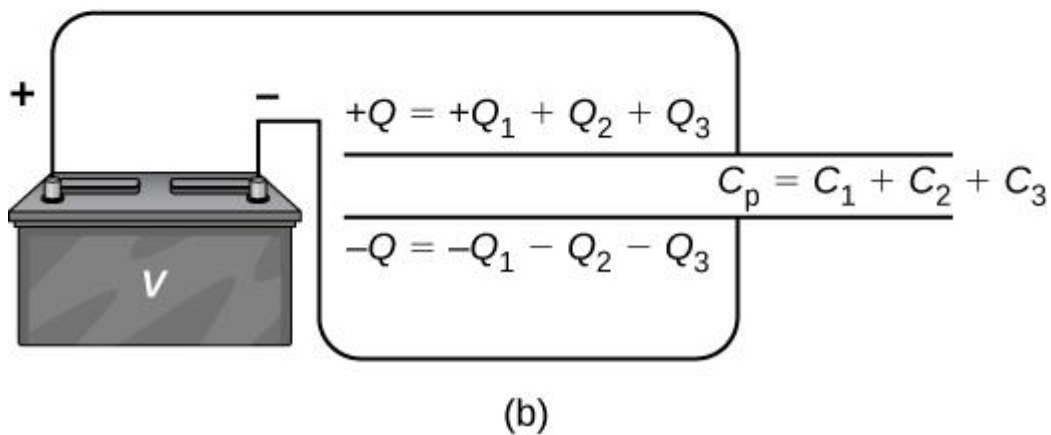
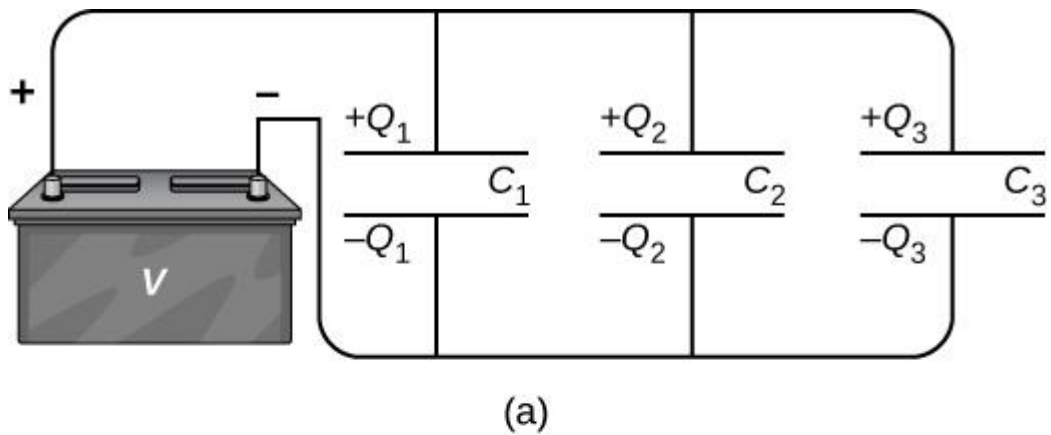


Рис. 4.12. (а) Три конденсатори з'єднані паралельно. Кожен конденсатор підключається безпосередньо до акумулятора. б) Заряд еквівалентного конденсатора є сумою зарядів на окремих конденсаторах

ПРИКЛАД 4.5. Еквівалентна ємність паралельної мережі

Знайдіть сумарну ємність для трьох конденсаторів, з'єднаних паралельно, враховуючи, що їх окремі ємності дорівнюють 1 мкФ, 5 мкФ і 8 мкФ.

Стратегія

Оскільки в цій мережі всього три конденсатори, ми можемо знайти еквівалентну ємність, використовуючи рівняння 4.8 з трьома доданками.

Розв'язок

Ввівши задані ємності в рівняння 4.8, отримаємо:

$$C_{\text{екв}} = C_1 + C_2 + C_3 = 1 \text{ мкФ} + 5 \text{ мкФ} + 8 \text{ мкФ} = 14 \text{ мкФ}.$$

Обговорення

Відзначимо, що в паралельній мережі конденсаторів еквівалентна ємність завжди більше, ніж будь-яка з окремих ємностей в мережі.

Конденсаторні мережі, як правило, є деякою комбінацією послідовних і паралельних з'єднань, як показано на рис.4 13. Для знаходження сумарної ємності таких комбінацій визначаємо частини, які містять тільки послідовні або тільки паралельні зв'язки, і знаходимо їх еквівалентні ємності. Повторюємо цей процес до тих пір, поки не зможемо визначити еквівалентну ємність всієї мережі. Наступний приклад ілюструє цей процес.

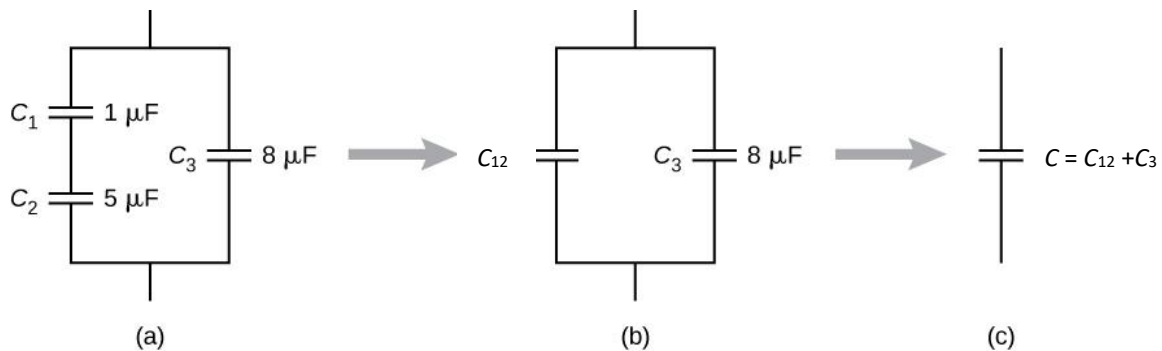


Рис. 4.13. а) Ця схема містить як послідовні, так і паралельні з'єднання конденсаторів. б) C_1 і C_2 знаходяться в серіях; їх еквівалентна ємність дорівнює C_{12} . (с) Еквівалентна ємність C_{12} з'єднана паралельно з C_3 . Таким чином, еквівалентна ємність всієї мережі дорівнює сумі C_{12} і C_3

ПРИКЛАД 4.6. Еквівалентна ємність мережі

Знайдіть сумарну ємність комбінації конденсаторів, зображену на рис. 4.13. Припустимо, що ємності відомі з точністю до трьох знаків після коми ($C_1 = 1.000$ мкФ, $C_2 = 5.000$ мкФ, $C_3 = 8.000$ мкФ). Округліть відповідь до трьох знаків після коми.

Стратегія

Спочатку визначимо, які конденсатори розташовані послідовно, а які паралельно. Конденсатори C_1 і C_2 з'єднані послідовно, а C_3 – паралельно еквівалентному конденсатору C_{12} .

Розв'язок

Оскільки C_1 і C_2 з'єднані послідовно, їх еквівалентну ємність C_{12} отримуємо за допомогою рівняння 4.7:

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{1 \text{ мкФ}} + \frac{1}{5 \text{ мкФ}} = 1,2 \frac{1}{\text{мкФ}}.$$

$$C_{12} = 0,833 \text{ мкФ}.$$

Ємність C_s підключається паралельно третій ємності C_3 , тому використовуємо рівняння 4.8 для знаходження еквівалентної ємності C всієї мережі:

$$C = C_{12} + C_3 = 0,833 \text{ мкФ} + 8 \text{ мкФ} = 8,833 \text{ мкФ}.$$

ПРИКЛАД 4.7. Мережа конденсаторів

Визначте сумарну ємність C комбінації конденсаторів, показану на рис. 4.14, коли ємності $C_1 = 12,0 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2,0 \text{ мкФ}$, і $C_3 = 4,0 \text{ мкФ}$. При збереженні різниці потенціалів $12,0 \text{ В}$ по всій комбінації знайдіть заряд і напругу на кожному конденсаторі.

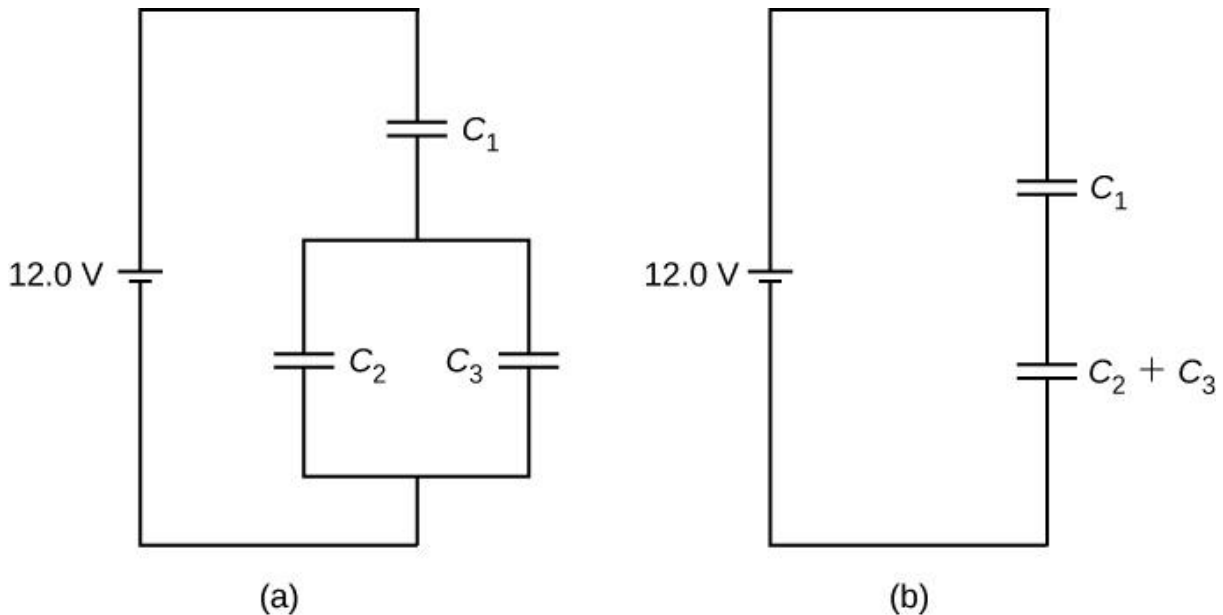


Рис. 4.14. (а) Комбінація конденсаторів. б) еквівалентна комбінація з двох конденсаторів

Стратегія

Спочатку обчислюємо сумарну ємність C_{23} паралельного з'єднання C_2 і C_3 . Тоді C – сумарна ємність послідовного з'єднання C_1 і C_{23} . Використовуємо відношення $C = Q/V$, щоб знайти заряд пластин Q_1 , Q_2 і Q_3 , і напруги V_1 , V_2 і V_3 , на конденсаторах 1, 2 і 3 відповідно.

Розв'язок

Еквівалентна ємність для C_2 і C_3 дорівнює:

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 2,0 \text{ мкФ} + 4,0 \text{ мкФ} = 6,0 \text{ мкФ}.$$

Вся комбінація трьох конденсаторів еквівалентна двом конденсаторам, розташованим послідовно:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{12 \text{ мкФ}} + \frac{1}{6 \text{ мкФ}} = \frac{1}{4 \text{ мкФ}}. \quad C = 4 \text{ мкФ}.$$

Розглянемо еквівалентну комбінацію двох конденсаторів на рис. 4.14 (б). Оскільки конденсатори розташовані послідовно, то заряд у них однаковий, $Q_1 = Q_{23}$. Крім того, конденсатори мають різницю потенціалів $12,0 \text{ В}$, тому

$$12 \text{ В} = V_1 + V_{23} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_{23}}{C_{23}} = \frac{Q_1}{12 \text{ мкФ}} + \frac{Q_1}{6 \text{ мкФ}} \Rightarrow Q_1 = 48 \text{ мкКл.}$$

Тепер різниця потенціалів на конденсаторі 1 дорівнює:

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{48 \text{ мкКл}}{12 \text{ мкФ}} = 4 \text{ В.}$$

Оскільки конденсатори 2 і 3 з'єднані паралельно, вони мають однакову різницю потенціалів:

$$V_1 = V_2 = 12 \text{ В} - 4 \text{ В} = 8 \text{ В.}$$

Отже, заряди на цих двох конденсаторах становлять, відповідно,

$$Q_2 = C_2 V_2 = (2 \text{ мкФ})(8 \text{ В}) = 16 \text{ мкКл,}$$

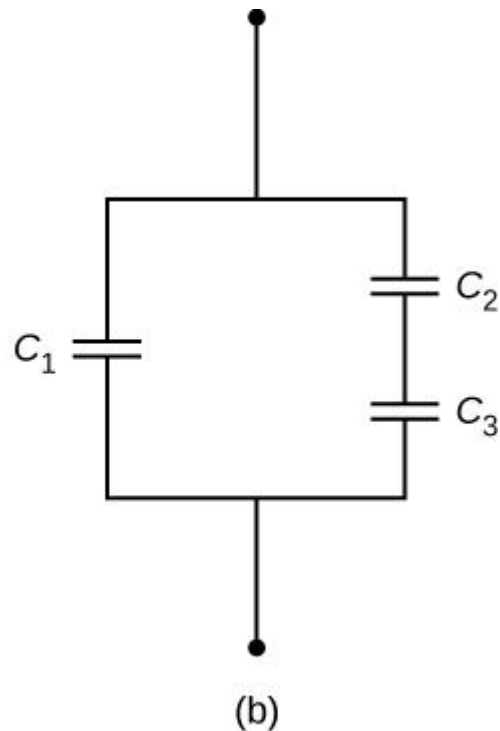
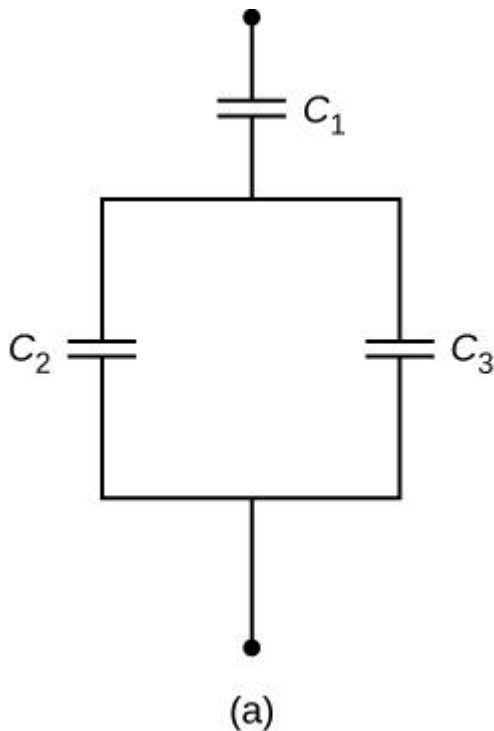
$$Q_3 = C_3 V_3 = (4 \text{ мкФ})(8 \text{ В}) = 32 \text{ мкКл.}$$

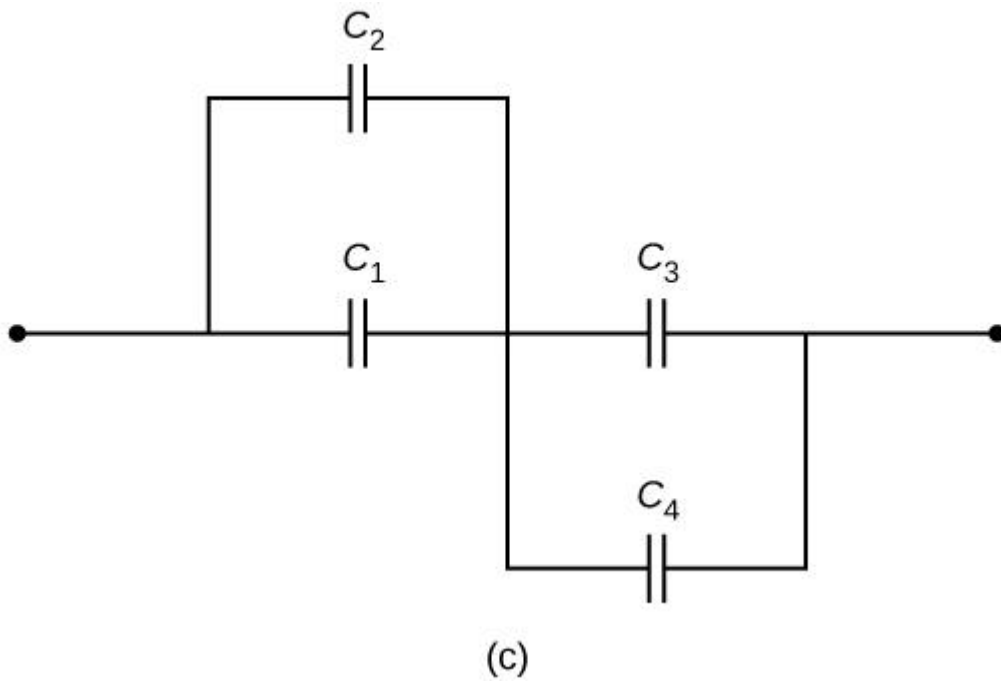
Обговорення

Як і очікувалося, сумарний заряд при паралельній комбінації C_2 і C_3 є $Q_{23} = Q_2 + Q_3 = 48.0 \text{ мкКл.}$

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 4.5

Визначте сумарну ємність C кожної мережі конденсаторів, показаних нижче. Припустимо, що $C_1 = 1,0 \text{ пФ}$, $C_2 = 2,0 \text{ пФ}$, $C_3 = 4,0 \text{ пФ}$ і $C_4 = 5,0 \text{ пФ}$. Знайдіть заряд на кожному конденсаторі, припускаючи, що різниця потенціалів становить $12,0 \text{ В}$ у кожній мережі.





4.3. Енергія, що зберігається в конденсаторі

Більшість з нас бачили сцену, коли медичний персонал використовує дефібрилятор для пропускання електричного струму через серце пацієнта, щоб змусити його нормально битися. Часто людина, яка застосовує шок, наказує іншій людині «цього разу зробити 400 джоулів». Енергія, що подається дефібрилятором, зберігається в конденсаторі і може бути відрегульована відповідно до ситуації. Часто використовуються одиниці СІ в джоулях. Менш драматичним є використання конденсаторів в мікроелектроніці для забезпечення енергією при заряді акумуляторів (рис. 4.15). Конденсатори також використовуються для живлення ламп спалаху на камерах.

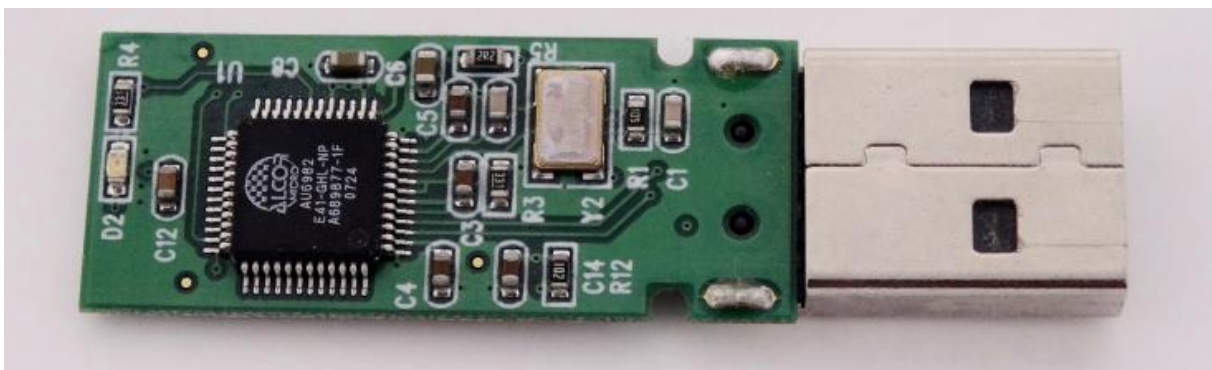


Рис. 4.15. Конденсатори на друкованій платі електронного пристрою відповідають умовам маркування, які ідентифікують кожен з них кодом, що починається з літери «С»

Енергія U_C , що зберігається у конденсаторі – електростатична потенціальна енергія і, таким чином, пов'язана із зарядом Q і напругою V між пластинами конденсатора. Заряджений конденсатор накопичує енергію в електричному полі між своїми пластинами. Коли конденсатор заряджається, електричне поле наростає. Коли заряджений конденсатор від'єднується від акумулятора, його енергія залишається в полі в просторі між його пластинами.

Щоб зрозуміти, як ця енергія може бути виражена (в термінах Q і V), розглянемо заряджений вакуумний паралельно-пластинчастий конденсатор; тобто конденсатор без діелектрика, але з вакуумом між пластинами. Простір між його пластинами має об'єм Ad , і він заповнений однорідним електростатичним полем E . Повна енергія конденсатора, що міститься в цьому просторі – U_C . **Густина енергії** u_E в цьому просторі – U_C поділити на об'єм Ad . Якщо ми знаємо густину енергії, то енергію можна знайти як $U_C = u_E(Ad)$. У розділі «Електромагнітні хвилі» (після завершення вивчення рівнянь Максвелла) ми дізнаємося, що густина енергії u_E в області вільного простору, зайнятого електричним полем E , залежить тільки від величини поля і дорівнює:

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2. \quad (4.9)$$

Якщо помножити густину енергії на об'єм між пластинами, то отримаємо кількість енергії, запасеної між пластинами конденсатора з паралельними пластинами:

$$U_C = u_E(Ad) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 Ad = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{V^2}{d^2} Ad = \frac{1}{2} \varepsilon_0 V^2 \frac{A}{d} = \frac{1}{2} V^2 C.$$

У цьому виведенні ми використовували той факт, що електричне поле між пластинами рівномірне, щоб $E = V/d$ і $C = \varepsilon_0 A/d$. Тому що $C = Q/V$, ми можемо виразити цей результат в інших еквівалентних формах:

$$U_C = \frac{1}{2} V^2 C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QV. \quad (4.10)$$

Вираз у рівнянні 4.10 для енергії, накопиченої в конденсаторі з паралельними пластинами, загалом справедливий для всіх типів конденсаторів. Щоб переконатися в цьому, розглянемо будь-який незаряджений конденсатор (не обов'язково паралельно-пластинчастого типу). У якийсь момент ми з'єднуємо його через батарею, надаючи йому різницю потенціалів $V = q/C$ між його пластинами. Спочатку заряд на пластині становить $Q = 0$. Під час зарядки конденсатора заряд поступово збільшується на його пластині, і через деякий час досягає значення Q . Щоб перемістити нескінченно малий заряд dq з негативної пластини на позитивну (від нижчого до вищого потенціалу), величина роботи dW , яку необхідно виконати над dq , дорівнює $dW = Vdq = (q/C)dq$.

Ця робота стає енергією, запасеною в електричному полі конденсатора. Для того, щоб зарядити конденсатор до заряду Q , загальна кількість необхідних робіт становить:

$$W = \int_0^{w(Q)} dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

Оскільки геометрія конденсатора не вказана, це рівняння справедливе для будь-якого типу конденсатора. Сумарна робота W , необхідна для зарядки конденсатора, є електричною потенційною енергією U_C , що зберігається в ньому, або $U_C = W$. Коли заряд виражається в кулонах, потенціал виражається у вольтах, а ємність виражається у фарадах, це співвідношення дає енергію в джоулях.

Знаючи, що енергія, запасена в конденсаторі, становить $U_C = Q^2/(2C)$, ми можемо знайти густину енергії u_C , що зберігається у вакуумі між пластинами зарядженого паралельнопластинчастого конденсатора. Для цього потрібно розділити U_C на об'єм Ad простору між його пластинами і врахувати, що для паралельно-пластинчастого конденсатора $E = \sigma/\epsilon_0$ і $C = \epsilon_0 A/d$. Тому отримуємо:

$$u_E = \frac{U_C}{Ad} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \frac{1}{Ad} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 A/d Ad} = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{Q}{A}\right)^2 = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = \frac{(E\epsilon_0)^2}{2\epsilon_0} = \frac{\epsilon_0}{2} E^2.$$

Цей вираз для густини енергії, запасеної в паралельному пластинчастому конденсаторі, відповідає рівнянню 4.9. Можна повторити цей розрахунок або для сферичного конденсатора, або для циліндричного конденсатора, або для інших конденсаторів, і у всіх випадках ми отримаємо загальне співвідношення, задане рівнянням 4.9.

ПРИКЛАД 4.8. Енергія, що зберігається в конденсаторі

Розрахуйте енергію, накопичену в конденсаторній мережі, на рис. 4.14 (а), коли конденсатори повністю заряджені і коли ємності $C_1 = 12,0$ мкФ, $C_2 = 2,0$ мкФ, і $C_3 = 4,0$ мкФ, відповідно.

Стратегія

Використовуємо рівняння 4.10 для знаходження енергії U_1 , U_2 і U_3 , що зберігається в конденсаторах 1, 2 і 3 відповідно. Повна енергія є сумою всіх цих енергій.

Розв'язок

Ми ідентифікуємо $C_1 = 12,0$ мкФ і $V_1 = 4,0$ В, $C_2 = 2,0$ мкФ і $V_2 = 8,0$ В, $C_3 = 4,0$ мкФ і $V_3 = 8,0$ В. Енергії, що зберігаються в цих конденсаторах, є

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} (12 \text{ мкФ})(4 \text{ В})^2 = 96 \text{ мкДж},$$

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} (2 \text{ мкФ})(8 \text{ В})^2 = 64 \text{ мкДж},$$

$$U_3 = \frac{1}{2} C_3 V_3^2 = \frac{1}{2} (4 \text{ мкФ})(8 \text{ В})^2 = 130 \text{ мкДж},$$

Загальна кількість енергії, що зберігається в цій мережі, становить:

$$U_C = U_1 + U_2 + U_3 = 96 \text{ мкДж} + 64 \text{ мкДж} + 130 \text{ мкДж} = 0,29 \text{ мДж}$$

Обговорення

Можемо перевірити цей результат, обчисливши енергію, накопичену в одиничному 4,0 мкФ конденсатор, який виявляється еквівалентним всій мережі. Напряга по мережі становить 12,0 В. Отримана таким чином повна енергія узгоджується з отриманим нами раніше результатом,

$$U_C = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} (4 \text{ мкФ})(12 \text{ В})^2 = 0,29 \text{ мДж}.$$

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 4.6

Різниця потенціалів конденсатора 5,0 пФ становить 0,40 В. а) Яка енергія зберігається в цьому конденсаторі? б) Тепер різниця потенціалів збільшена до 1,20 В. На скільки збільшується накопичена енергія?

У невідкладній кардіологічній ситуації портативний електронний пристрій, відомий як автоматичний зовнішній дефібрилятор (АЗД), може стати порятунком. **Дефібрилятор** (рис. 4.16) подає великий заряд коротким імпульсом або ударом до серця людини для корекції аномального серцевого ритму (аритмії).

Серцевий напад може виникнути через початок швидкого, нерегулярного биття серця, яке називається фібриляцією серця або шлуночків. Застосування великого удару електричної енергії може припинити аритмію і дозволити природному кардіостимулятору організму відновити свій нормальний ритм. Сьогодні машини швидкої допомоги часто перевозять АЗД. АЗД також зустрічаються в багатьох громадських місцях. Вони призначені для використання непрофесіоналами. Апарат автоматично діагностує серцевий ритм пацієнта, а потім застосовує удар з відповідною енергією та формою хвилі. Серцево-легенева реанімація рекомендується в багатьох випадках перед використанням дефібрилятора.



Рис. 4.16. Автоматичні зовнішні дефібрилятори зустрічаються в багатьох громадських місцях. Разом з портативними апаратами надаються інструкції щодо їх використання в перші хвилини для людини, яка перенесла серцевий напад

ПРИКЛАД 4.9. Ємність серцевого дефібрилятора

Серцевий дефібрилятор доставляє $4,00 \times 10^2$ Дж енергії шляхом розрядки конденсатора спочатку при $1,00 \times 10^4$ В. Яка його ємність?

Стратегія

Нам дано U_C і V , і нам пропонується знайти ємність C . Розв'язуємо рівняння 4.10 відносно C і підставляємо значення.

Розв'язок

Розв'язання цього виразу для C і введення заданих значень дає:

$$C = 2 \frac{U_C}{V^2} = 2 \cdot \frac{400 \text{ Дж}}{(1 \times 10^4 \text{ В})^2} = 8 \text{ мкФ.}$$

4.4. Конденсатор з діелектриком

Як ми вже говорили раніше, ізоляційний матеріал, поміщений між пластинами конденсатора, називається діелектриком. Введення діелектрика між пластинами конденсатора впливає на його ємність. Щоб зрозуміти чому, розглянемо експеримент, описаний на рис. 4.17.

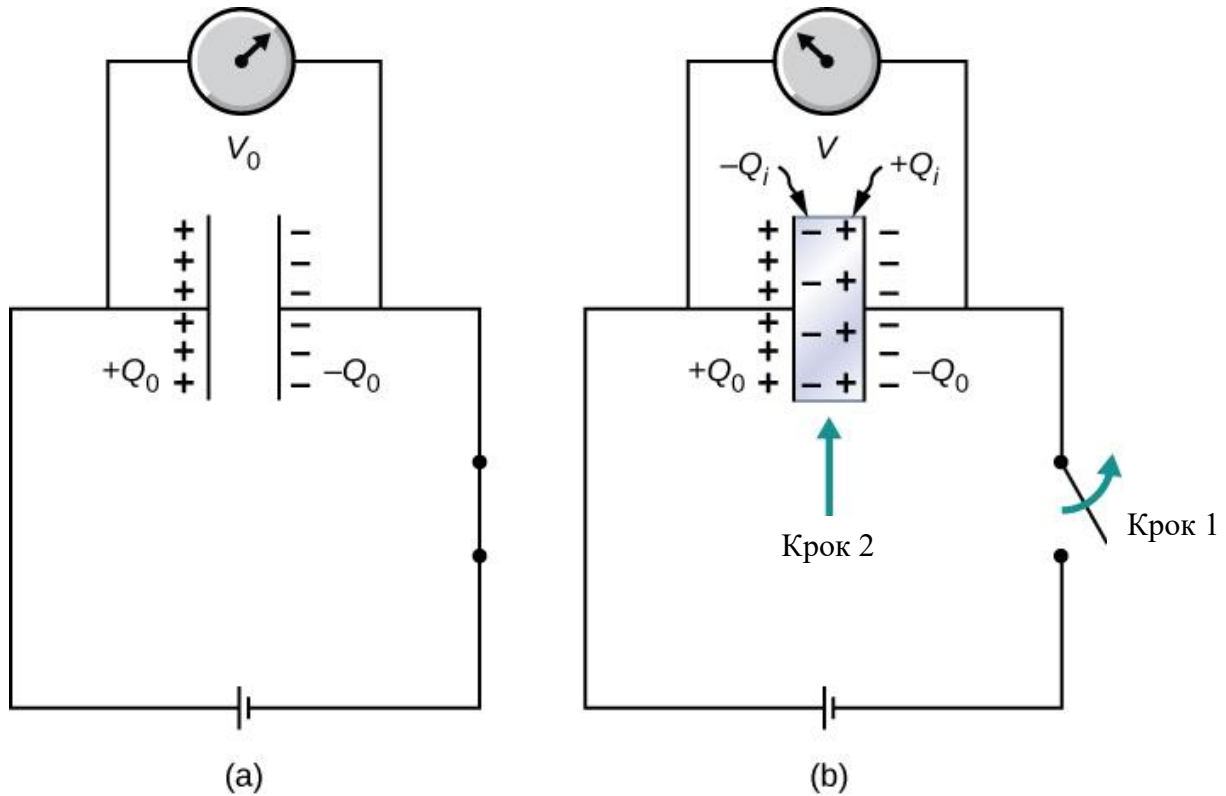


Рис. 4.17. (а) При повному заряді вакуумний конденсатор має напругу V_0 і заряд Q_0 (Заряди залишаються на внутрішніх поверхнях пластини; на схемі вказано знак заряду на кожній пластині). (б) На кроці 1 акумулятор від'єднано. Потім, на кроці 2, діелектрик (електрично нейтральний) вставляється в заряджений конденсатор. При вимірюванні напруги на конденсаторі виявляється, що значення напруги зменшилося до $V = V_0/\epsilon$. Схема вказує на знак індукованого заряду, який зараз присутній на поверхнях діелектричного матеріалу між пластинами

Спочатку це конденсатор з ємністю C_0 . При наявності повітря між його пластинами заряджається акумулятор до напруги V_0 . Коли конденсатор повністю заряджений, акумулятор від'єднується. Заряд Q_0 потім знаходиться на пластині, і різниця потенціалів між пластинами вимірюється як V_0 . Тепер припустимо, що ми вставляємо діелектрик, який *повністю* заповнює зазор між пластинами. Якщо ми простежимо за напругою, то виявимо, що показання вольтметра впали до *меншого*

значення V . Запишемо це нове значення напруги як частку від початкової напруги V_0 , з додатним числом ε , $\varepsilon > 1$:

$$V = \frac{1}{\varepsilon} V_0.$$

Константа ε у цьому рівнянні називається **діелектрична проникність** матеріалу між пластинами, а її величина характерна для даного матеріалу. Детальне пояснення того, чому діелектрик знижує напругу, наведено в наступному розділі. Різні матеріали мають різні діелектричні проникності (таблиця значень типових матеріалів наведена в наступному розділі). Після того, як батарея від'єднується, немає шляху для надходження заряду до батареї з пластин конденсатора. Вставка діелектрика не впливає на заряд Q_0 на пластині. Отже, знаходимо, що ємність конденсатора з діелектриком дорівнює:

$$C = \frac{Q_0}{V} = \frac{Q_0}{\frac{V_0}{\varepsilon}} = \varepsilon \frac{Q_0}{V_0} = \varepsilon C_0. \quad (4.11)$$

Це рівняння вказує нам на те, що *ємність C_0 порожнього (вакуумного) конденсатора може бути збільшена в ε раз. Коли ми вставляємо діелектричний матеріал, він повністю заповнює простір між його пластинами*. Зауважимо, що рівняння 4.11 також можна використовувати для порожнього конденсатора, встановивши $\varepsilon = 1$. Іншими словами, можна сказати, що діелектрична проникність вакууму дорівнює 1, що є еталонною величиною.

Принцип, виражений рівнянням 4.11, широко використовується в будівельній галузі (рис. 4.18). Металеві пластини в електронному шукачі дерев'яних брусків ефективно виконують роль конденсатора. Ви кладете шукач дерев'яних брусків плоскою стороною на стіну і постійно переміщуєте його в горизонтальному напрямку. Коли шукач переміщується по дерев'яному бруску, ємність його пластин змінюється, тому що деревина має іншу діелектричну проникність, ніж гіпсокартонна стіна. Ця зміна викликає сигнал у колі, і таким чином дерев'яний брусок виявляється.

На електричну енергію, накопичену конденсатором, також впливає наявність діелектрика. Коли енергія, накопичена в порожньому конденсаторі, становить U_0 , енергія U , запасена в конденсаторі з діелектриком, менша в ε разів:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{\varepsilon C_0} = \frac{1}{\varepsilon} U_0. \quad (4.12)$$

Коли зразок діелектричного матеріалу підноситься до порожнього зарядженого конденсатора, зразок реагує на електричне поле зарядів на пластинах конденсатора. Подібно до того, як ми дізналися в розділі «Електричні заряди і поля», на поверхні зразка будуть існувати індуковані заряди; однак вони не є вільними зарядами, як у провіднику, тому що ідеальний ізолятор не має зарядів, що вільно рухаються.

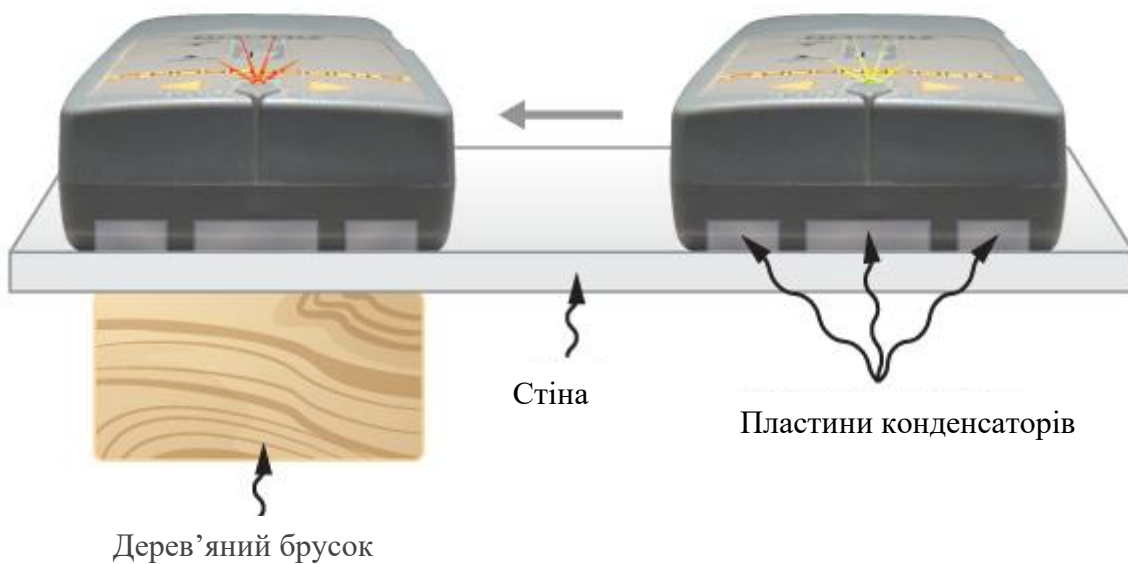


Рис. 4.18. Електронний шукач дерев'яних брусків використовується для їх виявлення за гіпсокартоном

Ці індуковані заряди на поверхні діелектрика мають знак, протилежний вільним зарядам на пластинах конденсатора, і тому вони притягуються вільними зарядами на пластинах. Отже, діелектрик «втягується» в щілину, а робота по поляризації діелектричного матеріалу між пластинами виконується за рахунок накопиченої електричної енергії, яка зменшується, відповідно до рівняння 4.12.

ПРИКЛАД 4.10. Вставка діелектрика в ізолюваний конденсатор

Порожній конденсатор 20,0 пФ заряджається до різниці потенціалів 40,0 В. Потім зарядну батарею від'єднують, і вставляють шматок тефлону™ з діелектричною проникністю $\epsilon = 2,1$, щоб повністю заповнити простір між пластинами конденсатора (див. рис. 4.17). Які значення (а) ємності, (б) заряду пластини, (с) різниці потенціалів між пластинами і (д) енергії, запасеної в конденсаторі з діелектриком і без нього?

Стратегія

Визначаємо вихідну ємність $C_0 = 20,0$ пФ і початкову різницю потенціалів $V_0 = 40,0$ В між пластинами. Поєднуємо рівняння 4.11 з іншими співвідношеннями, пов'язаними з ємністю.

Розв'язок

- a. Ємність збільшується до

$$C = \epsilon C_0 = 2,1(20,0 \text{ пФ}) = 42,0 \text{ пФ}.$$

- b. Без діелектрика заряд на пластинах становить:

$$Q_0 = C_0 V_0 = (20,0 \text{ пФ})(40,0 \text{ В}) = 0,8 \text{ нКл}.$$

Оскільки батарея від'єднується до того, як буде вставлений діелектрик, заряд пластини не піддається впливу діелектрика і залишається на рівні 0,8 нКл.

- c. З діелектриком різниця потенціалів дорівнює:

$$V = \frac{1}{\kappa} V_0 = \frac{1}{2,1} 40,0 \text{ В} = 19,0 \text{ В}.$$

- d. Накопичена енергія без діелектрика дорівнює:

$$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = \frac{1}{2} (20,0 \text{ пФ})(40,0 \text{ В})^2 = 16,0 \text{ нДж}.$$

Вставивши діелектрик, ми використовуємо рівняння 4.12, щоб знайти, що накопичена енергія зменшується до

$$U = \frac{1}{\epsilon} U_0 = \frac{1}{2,1} 16 \text{ нДж} = 7,6 \text{ нДж}.$$

Обговорення

Зауважимо, що вплив діелектрика на ємність конденсатора полягає в різкому збільшенні його ємності. Цей ефект набагато глибший, ніж проста зміна геометрії конденсатора.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 8.7

При вставці діелектрика в ізолюваний і заряджений конденсатор накопичена енергія зменшується до 33% від початкового значення. а) Яка діелектрична проникність? б) Як змінюється ємність?

4.5. Молекулярна модель діелектрика

Ми можемо зрозуміти вплив діелектрика на ємність, подивившись на його поведінку на молекулярному рівні. Як ми бачили в попередніх розділах, загалом усі молекули можна класифікувати як *полярні* або *неполярні*. В ізольованій полярній молекулі відбувається розділення позитивних і негативних зарядів, тоді як в ізольованій неполярній молекулі немає поділу зарядів (рис. 4.19). Іншими словами, полярні молекули мають постійні *дипольні електричні моменти*, а неполярні – ні. Наприклад, молекула води полярна, а молекула кисню неполярна. Неполярні молекули можуть ставати полярними в присутності зовнішнього електричного поля, що називають *індукованою поляризацією*.

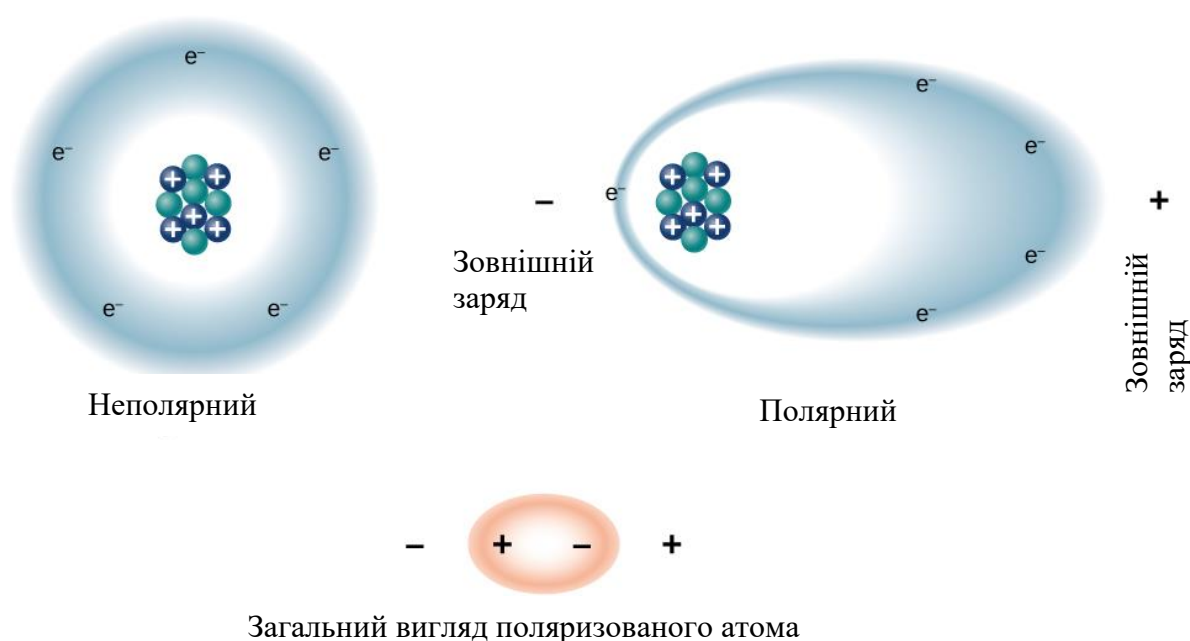


Рис. 4.19. Поняття поляризації: У неполяризованому атомі або молекулі негативно заряджена електронна хмара рівномірно розподілена навколо позитивно заряджених центрів, тоді як поляризований атом або молекула має надлишок негативного заряду з одного боку, так що інша сторона має надлишок позитивного заряду. Однак вся система залишається електрично нейтральною. Поляризація заряду може бути викликана зовнішнім електричним полем. Деякі молекули і атоми постійно поляризовані (електричні диполі) навіть при відсутності зовнішнього електричного поля (полярні молекули і атоми)

Розглянемо спочатку діелектрик, що складається з полярних молекул. При відсутності зовнішнього електричного поля електричні диполі орієнтовані хаотично, як показано на рис. 4.20 (а). Однак, якщо діелектрик

помістити в зовнішнє електричне поле \vec{E}_0 , полярні молекули вирівнюються із зовнішнім полем, як показано в частині (b) малюнка. Протилежні заряди на сусідніх диполях в межах об'єму діелектрика нейтралізують один одного, тому чистого заряду всередині діелектрика немає (див. пунктирні кола в частині (b)). Однак це не дуже близько до верхньої та нижньої поверхонь, які межують з діелектриком (область, оточена пунктирними прямокутниками в частині (b)), де вирівнювання створює чистий заряд. Оскільки зовнішнє електричне поле лише вирівнює диполі, то діелектрик в цілому нейтральний, а поверхневі заряди, індуковані на його протилежних гранях, рівні і протилежні. Ці **індуковані поверхневі заряди** $+Q_i$ і $-Q_i$ створюють додаткове електричне поле \vec{E}_i (**індуковане електричне поле**), яке *протистоїть* зовнішньому полю \vec{E}_0 , як показано в частині (c).

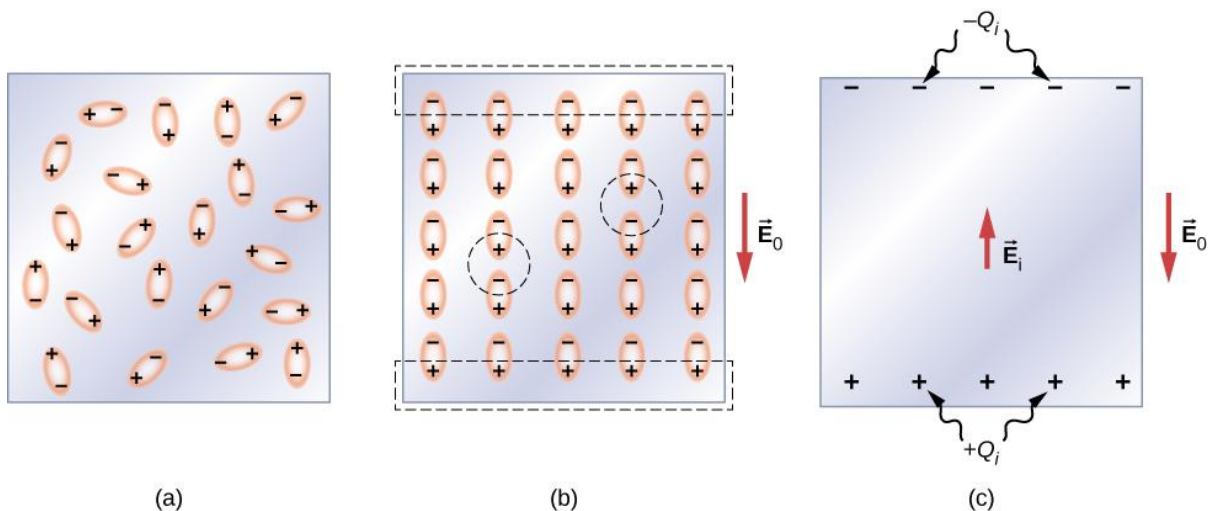


Рис. 4.20. Діелектрик з полярними молекулами: а) за відсутності зовнішнього електричного поля; б) у присутності зовнішнього електричного поля \vec{E}_0 . Пунктирними лініями позначені області, безпосередньо прилеглі до пластин конденсатора. в) Індуковане електричне поле \vec{E}_i всередині діелектрика, що утворюється за рахунок індукованого поверхневого заряду Q_i діелектрика. Зауважимо, що насправді окремі молекули не ідеально вирівняні із зовнішнім полем через теплові флуктуації; однак *середнє* вирівнювання розташоване вздовж ліній поля, як показано на малюнку

Такий же ефект виникає, коли молекули діелектрика неполярні. У цьому випадку неполярна молекула набуває **індукованого дипольного електричного моменту**, оскільки зовнішнє поле \vec{E}_0 спричиняє поділ між його позитивними і негативними зарядами. Індуковані диполі неполярних молекул вирівнюються з \vec{E}_0 так само, як вирівнюються постійні диполі полярних молекул (показано в частині (b)). Отже, електричне поле

всередині діелектрика послаблюється незалежно від того, полярні чи неполярні його молекули.

Тому, коли область між паралельними пластинами зарядженого конденсатора, як показано на рис. 4.21 (а), заповнена діелектриком, всередині діелектрика виникає електричне поле завдяки *вільним зарядам* Q_0 на пластинах конденсатора і електричному полі \vec{E}_i за рахунок індукованого заряду Q_i на поверхнях діелектрика. Їх векторна сума дає сумарне електричне поле \vec{E} у діелектрику між пластинами конденсатора (показано в частині (b) малюнка):

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i. \quad (4.13)$$

Це результуюче поле можна розглядати як поле, створене *ефективним зарядом* $Q_0 - Q_i$ на конденсаторі.

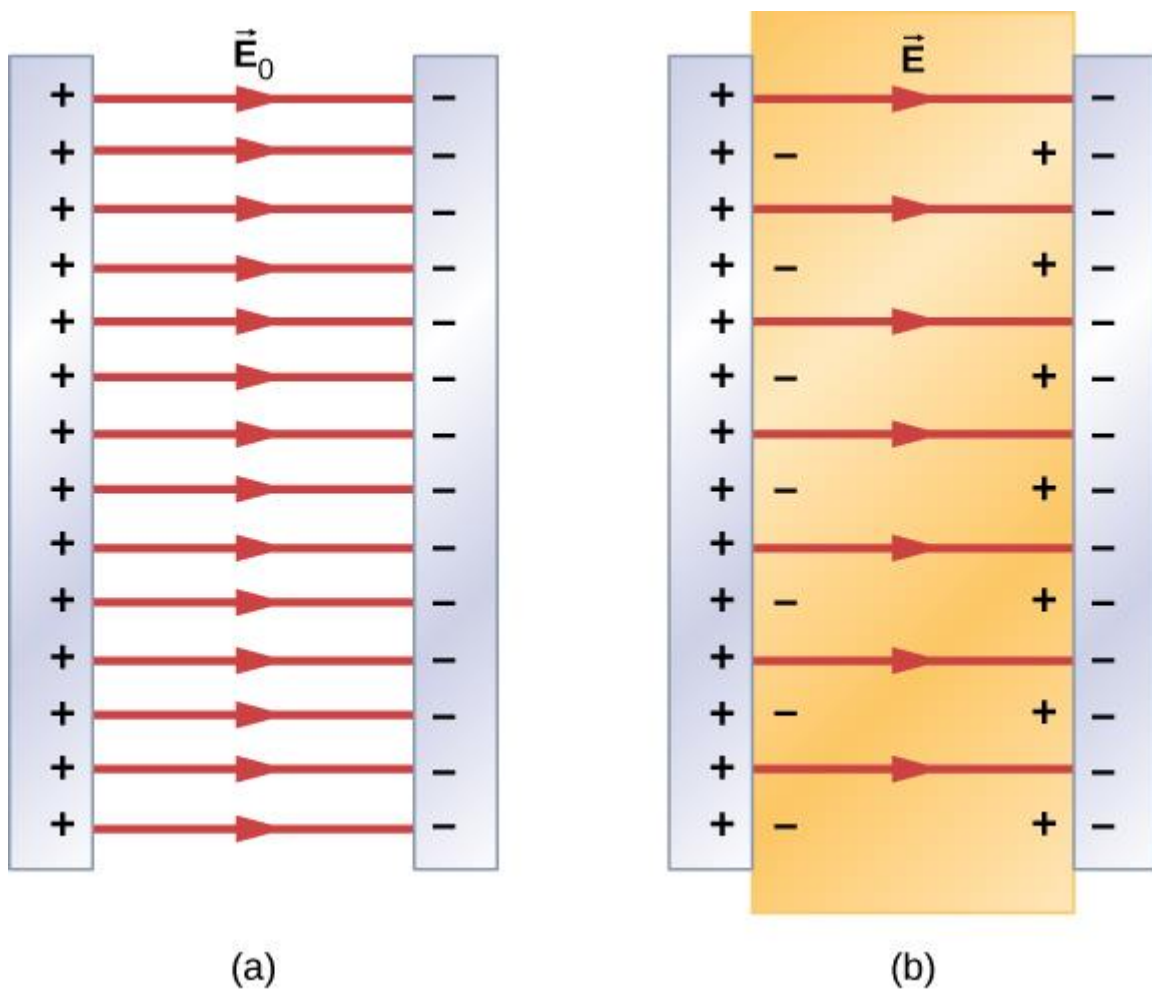


Рис. 4.21. Електричне поле: (а) У порожньому конденсаторі електричне поле \vec{E}_0 . б) У конденсаторі, заповненому діелектриком, електричне поле \vec{E}

У більшості діелектриків результуюче електричне поле \vec{E}_0 пропорційне полю \vec{E}_i . З точки зору цих двох електричних полів діелектрична проникність ε матеріалу визначається так:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}. \quad (4.14)$$

Величина E менша за величину E_0 і тому $\varepsilon > 1$. Об'єднання рівняння 4.14 з рівнянням 4.13 і перестановка доданків дає наступний вираз для індукованого електричного поля в діелектрику:

$$\vec{E}_i = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right) \vec{E}_0. \quad (4.15)$$

Коли величина зовнішнього електричного поля стає занадто великою, молекули діелектричного матеріалу починають іонізуватися. Молекула або атом іонізується, коли один або кілька електронів видаляються з них і стають вільними електронами, більше не пов'язаними з молекулярною або атомною структурою. Коли це відбувається, матеріал може проводити, тим самим дозволяючи заряду переміщатися через діелектрик від однієї пластини конденсатора до іншої. Це явище називається **діелектричним пробоем**. (На рис. 4.1 показані типові схеми випадкового проходження електричного розряду при пробі діелектрика). Критичне значення, E_c , електричного поля, при якому іонізуються молекули ізолятора, називається **діелектричною міцністю** матеріалу. Електрична міцність діелектрика накладає обмеження на напругу, яка може бути прикладена для даної відстані між пластинами в конденсаторі. Наприклад, діелектрична міцність повітря дорівнює $E_c = 3,0$ МВ/м. Тому для заповненого повітрям конденсатора з $d = 1,00$ мм, межа різниці потенціалів, яка може бути безпечно прикладена до його пластин, не викликаючи діелектричного пробую, становить:

$$V = E_c d = (3 \times 10^6 \text{ В/м})(1 \times 10^{-3} \text{ м}) = 3 \text{ кВ}.$$

Однак ця межа стає 60,0 кВ при заповненні того ж конденсатора тефлономTM, діелектрична міцність якого становить близько 60,0 МВ/м. Через цю межу, що накладається на електричну міцність, кількість заряду, яку може накопичити заповнений повітрям конденсатор, становить лише $Q_0 = \varepsilon_{\text{повітря}} C_0 (3,0 \text{ кВ})$, а заряд, що зберігається на тому ж конденсаторі, заповненому тефлономTM, може становити:

$$Q = \varepsilon_{\text{тефлон}} C_0 (60 \text{ кВ}) = \varepsilon_{\text{тефлон}} \cdot \frac{Q_0 (60 \text{ кВ})}{\varepsilon_{\text{повітря}} (3 \text{ кВ})} = 20 \cdot \frac{2,1}{1,00059} Q_0 \cong 42 Q_0,$$

що приблизно в 42 рази більше, ніж заряд, що зберігається на конденсаторі, заповненому повітрям. Типові значення діелектричної проникності і діелектричних міцностей для різних матеріалів наведені в таблиці 4.1. Зверніть увагу, що діелектрична проникність ε рівно 1,0 для вакууму (порожній простір служить еталоном) і дуже близький до 1,0 для повітря в нормальних умовах (нормальний тиск при кімнатній температурі). Ці дві

величини настільки близькі, що, по суті, властивості конденсатора, заповненого повітрям, по суті, такі ж, як і у порожнього конденсатора.

Таблиця 4.1

Репрезентативні значення діелектричної проникності і діелектричних міцностей різних матеріалів при кімнатній температурі

Матеріал	Діелектрична проникність ϵ	Діелектрична міцність $E_c[\times 10^6 \text{В/м}]$
Вакуум	1	∞
Сухе повітря (1 атм)	1,00059	3,0
Тефлон™	2,1	від 60 до 173
Парафін	2,3	11
Кремнієве масло	2,5	від 10 до 15
Полістирол	2,56	19,7
Нейлон	3,4	14
Папір	3,7	16
Плавлений кварц	3,78	8
Склянка	від 4 до 6	від 9,8 до 13,8
Бетон	4,5	–
Бакеліт	4,9	24
Діамант	5,5	2,000
Скло пірекс	5,6	14
Бітум	6,0	118

Матеріал	Діелектрична проникність ϵ	Діелектрична міцність $E_c[\times 10^6 \text{В/м}]$
Неопренова гума	6,7	від 15,7 до 26,7
Вода	80	—
Сірчана кислота	від 84 до 100	—
Діоксид титану	від 86 до 173	—
Титанат стронцію	310	8
Титанат барію	від 1 200 до 10 000	—
Титанат кальцію міді	> 250 000	—

Не всі речовини, перераховані в таблиці, є хорошими ізоляторами, незважаючи на їх високі діелектричні проникності. Вода, наприклад, складається з полярних молекул і має велику діелектричну проникність близько 80. У молекулі води електрони частіше знаходяться навколо ядра кисню, ніж навколо ядер водню. Це робить кисневий кінець молекули злегка негативним і залишає кінець водню злегка позитивним, що дозволяє легко вирівняти молекулу вздовж зовнішнього електричного поля, і, таким чином, вода має велику діелектричну проникність. Однак полярна природа молекул води також робить воду хорошим розчинником для багатьох речовин, що викликає небажані ефекти, оскільки будь-яка концентрація вільних іонів у воді проводить електрику.

ПРИКЛАД 4.11. Електричне поле та індукований поверхневий заряд

Припустимо, що відстань між пластинами конденсатора в прикладі 4.10 дорівнює 2,0 мм, а площа кожної пластини дорівнює $4,5 \times 10^{-3} \text{ м}^2$. Визначте: (а) електричне поле між пластинами до і після введення тефлону™, і (б) поверхневий заряд, індукований на тефлонових™ поверхнях.

Стратегія

У частині (а) ми знаємо, що напруга на порожньому конденсаторі дорівнює $V_0 = 40$ В, тому для знаходження електричних полів скористаємося співвідношенням $V = Ed$ і рівнянням 4.14. У частині (б), знаючи величину електричного поля, використовуємо вираз для величини електричного поля поблизу зарядженої пластини $E = \sigma/\epsilon_0$, де σ — однорідна поверхнева густина заряду, зумовлена поверхневим зарядом. Ми використовуємо значення $Q_0 = 8,0 \times 10^{-10}$ Кл, яке отримано в прикладі 4.10.

Розв'язок

а. Електричне поле E_0 між пластинами порожнього конденсатора дорівнює:

$$E_0 = \frac{V_0}{d} = \frac{40 \text{ В}}{2 \times 10^{-3} \text{ м}} = 2 \times 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Електричне поле E з тефлоном™ дорівнює:

$$E = \frac{1}{\epsilon} E_0 = \frac{1}{2,1} \cdot 2 \times 10^4 \text{ В/м} = 9,5 \times 10^3 \text{ В/м}.$$

б. Ефективний заряд на конденсаторі — це різниця між вільним зарядом Q_0 і індукований заряд Q_i . Електричне поле в тефлоні™ обумовлено цим ефективним зарядом. Таким чином,

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q_0 - Q_i}{A}.$$

Перевернемо це рівняння, щоб отримати Q_i :

$$\begin{aligned} Q_i &= Q_0 - \epsilon_0 A E = \\ &= 8 \times 10^{-10} \text{ Кл} - \left(8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \right) (4,5 \times 10^{-3} \text{ м}^2) \left(9,5 \times 10^3 \frac{\text{В}}{\text{м}} \right) = \\ &= 4,2 \times 10^{-10} \text{ Кл} = 0,42 \text{ нКл}. \end{aligned}$$

ПРИКЛАД 4.12. Вставка діелектрика в конденсатор, підключений до акумулятора

Коли батарея напруги V_0 підключається через порожній конденсатор ємності C_0 , заряд на його пластинах становить Q_0 , а електричне поле між його пластинами дорівнює E_0 . Діелектрик діелектричної проникності ϵ вставляється між пластинами, поки батарея залишається на місці, як показано на рис. 4.22. (а) Знайдіть ємність C , напругу V на конденсаторі та електричне поле E між пластинами після вставки діелектрика. б) Отримати вираз для вільного заряду Q на пластинах заповненого конденсатора і індукованого заряду Q_i на поверхні діелектрика, коли початковий заряд пластини Q_0 .

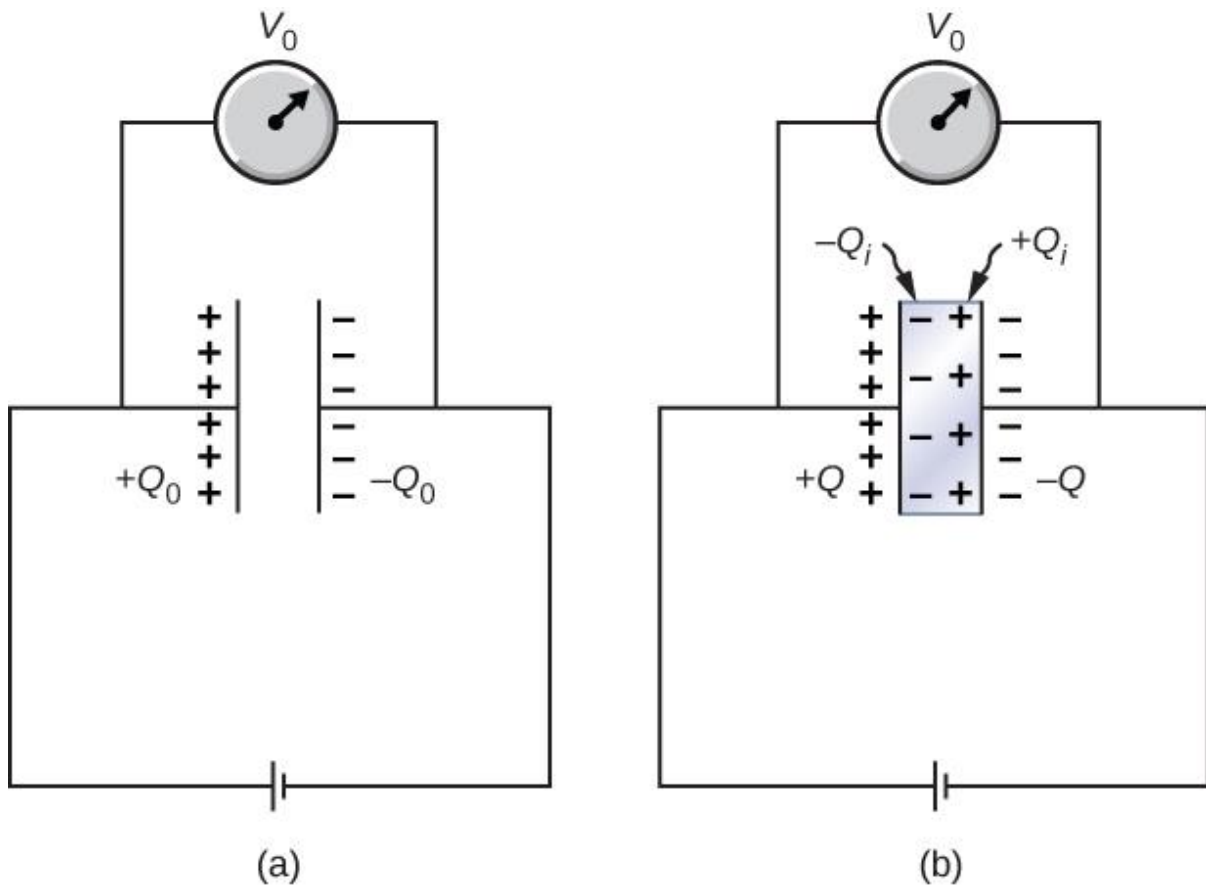


Рис. 4.22. У заряджений конденсатор вставляється діелектрик, при цьому конденсатор залишається підключеним до акумулятора

Стратегія

Виявляємо відомі значення: V_0 , C_0 , E_0 , ε і Q_0 . Наше завдання полягає в тому, щоб виразити невідомі величини в термінах цих відомих значень.

Розв'язок

(а) Ємність заповненого конденсатора становить $C = \varepsilon C_0$. Оскільки батарея завжди підключена до пластин конденсатора, різниця потенціалів між ними не змінюється; отже $V = V_0$. Через це електричне поле в заповненому конденсаторі таке ж, як і поле в порожньому конденсаторі, тому ми можемо отримати безпосередньо це:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V_0}{d} = E_0.$$

(б) Для заповненого конденсатора вільний заряд на пластинках становить:

$$Q = CV = (\varepsilon C_0)V_0 = \varepsilon(C_0V_0) = \varepsilon Q_0.$$

Електричне поле E в заповненому конденсаторі обумовлено ефективним зарядом $Q - Q_i$ (рис. 4.22 (б)). З $E = E_0$ ми маємо:

$$\frac{Q - Q_i}{\varepsilon_0 A} = \frac{Q_0}{\varepsilon_0 A}.$$

Розв'язав це рівняння для Q_i , отримаємо для індукованого заряду:

$$Q_i = Q - Q_0 = \varepsilon Q_0 - Q_0 = (\varepsilon - 1)Q_0.$$

Обговорення

Зауважимо, що для матеріалів з діелектричною проникністю більше 2 (див. табл. 4.1) індукований заряд на поверхні діелектрика більше, ніж заряд на пластинах вакуумного конденсатора. Протилежна ситуація справедлива для таких газів, як повітря, діелектрична проникність якого менше 2.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 4.8

Продовжуючи приклад 4.12, покажіть, що при підключенні батареї до пластин енергія, накопичена в конденсаторі, заповненому діелектриком, становить $U = \varepsilon U_0$ (більше, ніж енергія U_0 порожнього конденсатора, що зберігається при тій самій напрузі). Порівняйте цей результат з результатом $U = U_0/\varepsilon$ знайдений раніше для ізольованого, зарядженого конденсатора.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 4.9

Повторіть розрахунки прикладу 4.10 для випадку, коли батарея залишається підключеною, поки діелектрик поміщений в конденсатор.

СТРУМ І ОПІР

Введення



Рис. 5.1. Магнітно-резонансна томографія (МРТ) використовує надпровідні магніти та створює зображення високої роздільної здатності без небезпеки радіації. На зображенні ліворуч показано відстань між хребцями вздовж хребта людини, а коло вказує, де хребці розташовані занадто близько через розрив диска. Праворуч зображено апарат МРТ, який оточує пацієнта з усіх боків. Для роботи електромагнітів потрібні великі електричні струми

У цьому розділі ми вивчаємо проходження електричного струму через матеріал, де електричний струм розглядається як потік зарядів. Ми також вивчаємо характеристику матеріалів, відому як **опір**. Опір – це міра того, наскільки матеріал перешкоджає потоку заряду, і буде показано, що опір залежить від температури. Загалом хороший провідник, такий як мідь, золото чи срібло, має дуже низький опір. Деякі матеріали, які називають надпровідниками, мають нульовий опір при дуже низьких температурах.

Для роботи електромагнітів потрібні великі струми. Надпровідники можна використовувати для виготовлення електромагнітів, які в 10 разів сильніші за найсильніші звичайні електромагніти. Ці надпровідні магніти використовуються для створення пристроїв для магнітно-резонансної томографії (МРТ), які можна використовувати для отримання зображень людського тіла з високою роздільною здатністю. На малюнку, що відкриває розділ, показано МРТ-зображення хребців людини та сам пристрій МРТ. Надпровідні магніти мають багато інших застосувань. Наприклад, надпровідні магніти використовуються у Великому адронному колайдері (ЛНС) для викривлення шляху протонів у кільці.

5.1. Електричний струм

Досі ми розглядали в основному статичні заряди. Коли заряди рухалися, вони прискорювалися у відповідь на електричне поле, створене різницею потенціалів. Заряди втрачали потенційну енергію та отримували кінетичну енергію, коли проходили через різницю потенціалів, де електричне поле діяло на заряд. Хоча заряди не потребують обов'язкового проходження матеріального середовища, більша частина цього розділу стосується розуміння руху зарядів через матеріал. Швидкість, з якою заряди проходять через певне місце, тобто **кількість заряду за одиницю часу, називають електричним струмом**. Коли заряди протікають через середовище, сила струму залежить від прикладеної напруги, матеріалу, через який проходять заряди, і стану матеріалу. Особливий інтерес представляє рух зарядів у провіднику.

У цьому розділі ми обговорюємо ситуацію коли сили, що створюються електричним полем у провіднику, діють на заряди, досягаючи їх постійної швидкості, відомої як «**швидкість дрейфу**». Це аналогічно падінню об'єкта через атмосферу та втраті кінетичної енергії в повітрі, досягаючи постійної кінцевої швидкості.

Якщо ви коли-небудь проходили курс з надання першої допомоги чи техніки безпеки, ви, можливо, чули, що у випадку ураження електричним струмом струм, а не напруга, є важливим фактором для визначення тяжкості ураження та розміру пошкодження тіла людини. Струм вимірюється в одиницях, які називаються амперами; ви могли помітити, що автоматичні вимикачі у вашому домі та запобіжники у автомобілі розраховані на амperi. Але що таке ампер і що він вимірює?

Визначення сили струму та ампера

Електричний струм визначається як швидкість, з якою тече заряд. Коли присутній великий струм, такий як той, який використовується для роботи холодильника, велика кількість заряду рухається через дріт за невеликий проміжок часу. Якщо сила струму невелика, наприклад, для роботи кишенькового калькулятора, невелика кількість заряду рухається по електричному колу протягом тривалого періоду часу.

Електричний струм

Середній електричний струм I – це швидкість, з якою тече заряд:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad (5.1)$$

де ΔQ – величина сумарного заряду, що проходить через задану площу поперечного перерізу за час Δt (рис. 5.2).

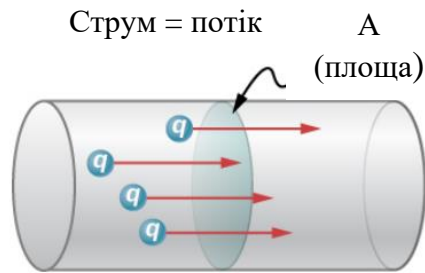


Рис. 5.2. Швидкість потоку зарядів є струмом. Ампер – це потік одного кулона заряду через площу за одну секунду. Струм в один ампер буде результатом протікання електронів через область A щосекунди

Одиницею вимірювання струму в СІ є ампер (А), названий на честь французького фізика Андре-Марі Ампера (1775–1836). Оскільки $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, ми бачимо, що ампер визначається як один кулон заряду, що проходить через дану область за секунду:

$$1\text{А} \equiv 1 \frac{\text{Кл}}{\text{с}}. \quad (5.2)$$

Миттєвий електричний струм, або просто електричний струм, є похідною за часом від заряду, який протікає, і визначається як межа середнього електричного струму, коли $\Delta t \rightarrow 0$:

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}. \quad (5.3)$$

Більшість електричних приладів мають номінали в амперах, необхідних для належної роботи, як і запобіжники та автоматичні вимикачі.

ПРИКЛАД 5.1. Розрахунок середнього струму

Основне призначення акумуляторної батареї в легковому або вантажному автомобілі — запустити електричний стартер, який запускає двигун. Для запуску автомобіля потрібен великий струм від акумулятора. Після запуску двигуна пристрій, який називається генератором змінного струму, бере на себе постачання електроенергії, необхідної для роботи автомобіля та заряджання акумулятора. (а) Яка середня сила струму, коли акумулятор вантажівки приводить в рух 720 Кл за 4,00 с під час запуску двигуна? (б) Скільки часу потрібно, щоб отримати 1,00 Кл від батареї?

Стратегія

Ми можемо використовувати визначення середнього струму в рівнянні $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, щоб знайти середній струм у частині (а), оскільки дано заряд і час. Для частини (б), коли ми знаємо середній струм, ми можемо його визначити з $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ та знайти час, необхідний для витікання 1,00 Кл заряду з батареї.

Розв'язок

а. Введення заданих значень заряду та часу у визначення струму дає:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{720 \text{ Кл}}{4,00 \text{ с}} = 180 \text{ А.}$$

б. З рівняння $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ для часу Δt після введення відомих значень заряду та струму отримуємо:

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{I} = \frac{1,00 \text{ Кл}}{180 \text{ Кл/с}} = 5,56 \times 10^{-3} \text{ с} = 5,56 \text{ мс.}$$

Обговорення

а. Таке велике значення струму ілюструє той факт, що великий заряд переміщується за малий проміжок часу. Струми в цих «стартерах» досить великі, щоб подолати інерцію двигуна.

б. Великий струм вимагає короткого часу для забезпечення проходження великої кількості заряду. Цей великий струм необхідний для забезпечення великої кількості енергії, необхідної для запуску двигуна.

ПРИКЛАД 5.2. Розрахунок миттєвих струмів

Розглянемо заряд, що рухається через поперечний переріз дроту, де заряд залежить від часу як $Q(t) = Q_M(1 - e^{-t/\tau})$. Тут Q_M , це заряд після тривалого часу, коли час наближається до нескінченності, в одиницях кулонів, і τ – є постійною часу в одиницях секунд (див. рис. 5.3). Яка сила струму в дроті?

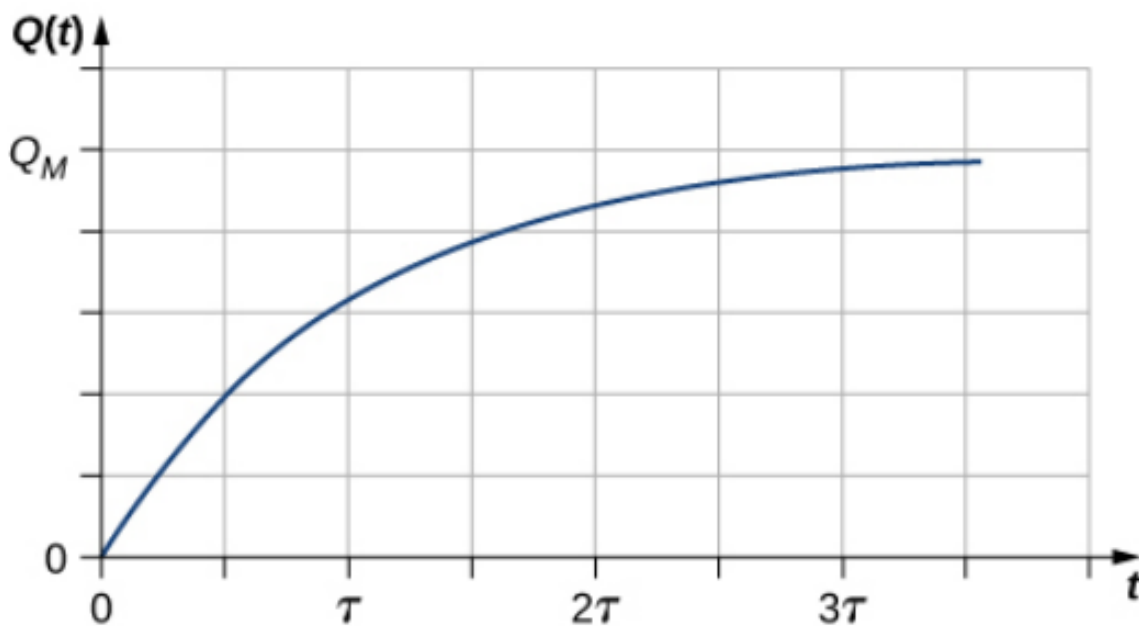


Рис. 5.3. Графік руху заряду через поперечний переріз дроту в залежності від часу

Стратегія

Силу струму через поперечний переріз можна знайти за допомогою рівняння $I = \frac{dQ}{dt}$. Зверніть увагу на те, що зі збільшенням часу заряд зростає до Q_M , а похідна зменшується, наближаючись до нуля (рис. 5.4).

Розв'язання

Похідну можна знайти за допомогою виразу:

$$\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}.$$
$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} [Q_M (1 - e^{-t/\tau})] = \frac{Q_M}{\tau} e^{-t/\tau}.$$

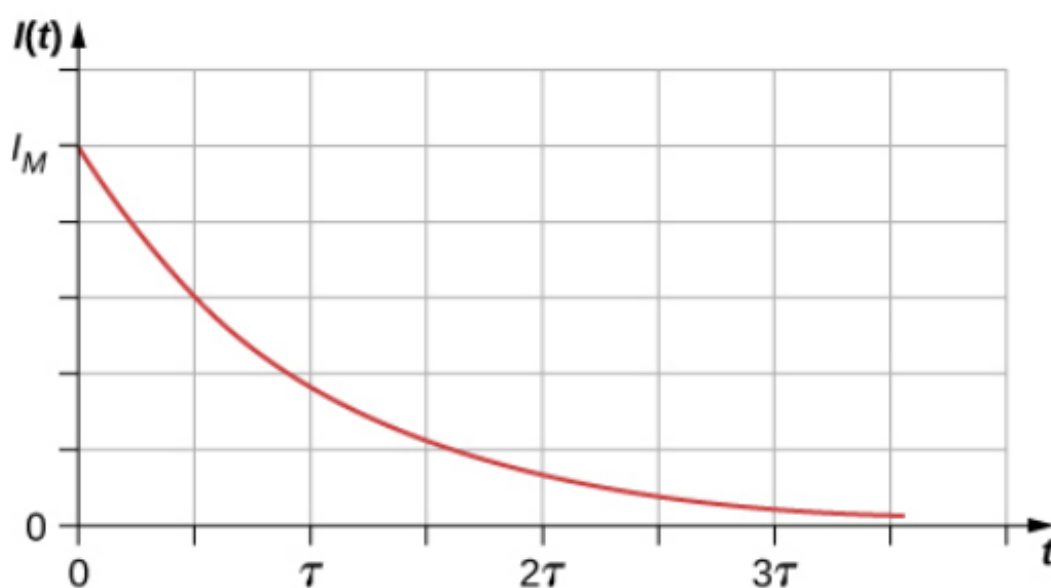


Рис. 5.4. Графік залежності сили струму, що протікає по дроту, від часу

Обговорення

Струм через відповідний дріт зменшується експоненціально, як показано на рис. 5.4. У наступних розділах буде показано, що подібний струм (залежний від часу) виникає, коли конденсатор заряджається або розряджається через резистор. Нагадаємо, що конденсатор – це пристрій, який накопичує заряд. Ви дізнаєтесь про резистор під час вивчення провідності металів.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 5.1

Портативні калькулятори часто використовують маленькі сонячні батареї для забезпечення енергією, необхідною для виконання обчислень, необхідних для складання наступного іспиту з фізики. Сила струму, необхідна для роботи калькулятора, може становити лише 0,30 мА. Скільки часу знадобиться, щоб 1,00 Кл заряду витік із сонячних батарей? Чи можна використовувати сонячні батареї замість батарей для запуску традиційних

двигунів внутрішнього згоряння, які зараз використовуються в більшості легкових і вантажних автомобілів?

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 5.2

Автоматичні вимикачі в будинку розраховуються в амперах, зазвичай у діапазоні від 10 ампер до 30 ампер, і використовуються для захисту мешканців від шкоди, а їхні прилади від пошкодження через сильні струми. Один автоматичний вимикач на 15 А можна використовувати для захисту кількох розеток у вітальні, тоді як один автоматичний вимикач на 20 А можна використовувати для захисту холодильника на кухні. Який висновок ви можете зробити щодо струму, який використовують різні прилади?

Струм у електричному колі

У попередніх параграфах ми визначили струм як заряд, який протікає через площу поперечного перерізу за одиницю часу. Для того, щоб заряд проходив через такий прилад, як фара, показаний на рис. 5.5, повинен існувати шлях (або ланцюг) від позитивної клеми до негативної.

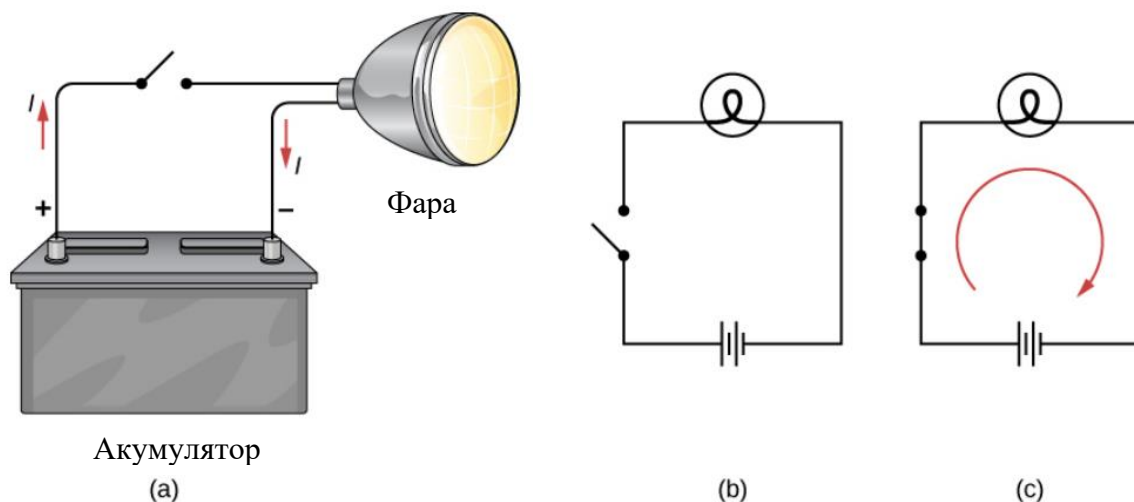


Рис. 5.5 (а) Проста електрична схема фари (лампи), батареї та вимикача. Коли перемикач замкнутий, безперервний шлях для проходження струму забезпечується провідними дротами, що з'єднують навантаження з клемми акумулятора. (б) На цій схемі батарея представлена паралельними лініями, які нагадують пластини оригінальної конструкції батареї. Довші лінії вказують на плюсову клему. Струмopровідні дроти показані суцільними лініями. Перемикач показаний у розімкненому положенні у вигляді двох клем з лінією, що представляє провідну смугу, яка може контактувати між двома клемми. Лампа представлена колом, що охоплює нитку розжарювання, як це можна побачити в лампі розжарювання. (в) Коли вимикач замкнутий, ланцюг замкнено, і струм тече від позитивної клеми до негативної клеми батареї

Розглянемо просту схему автомобільного акумулятора, вимикача, лампи-фари та проводів, які забезпечують шлях струму між компонентами. Щоб лампа засвітилася, має бути повний шлях для струму. Іншими словами, заряд повинен залишати позитивну клему батареї, проходити через компонент електричного кола і повертатися до негативної клеми батареї. Перемикач призначений для керування електричним колом. Частина (а) малюнка показує просту схему автомобільного акумулятора, вимикача, провідної доріжки та лампи-фари. Також показана електрична схема [частина (b)]. Електрична схема — це графічне зображення схеми з'єднання елементів, яка дуже корисна для візуалізації основних характеристик схеми. На схемах використовуються стандартизовані символи для представлення компонентів у електричних колах і суцільні лінії для зображення проводів, що з'єднують компоненти. Батарея показана у вигляді паралельних довгих і коротких ліній, що представляють історичний вольтовий стовбчик. Лампа зображена у вигляді кола з петлею всередині, що представляє собою нитку лампи розжарювання. Перемикач зображено у вигляді двох точок із провідною смугою для з'єднання двох точок, а дроти, що з'єднують компоненти, показані суцільними лініями. Схема в частині (с) показує напрямок потоку струму, коли вимикач замкнутий.

Коли перемикач замкнутий на рис. 5.5(с), існує повний шлях для проходження зарядів від позитивної клеми батареї, через вимикач, потім через фару до негативної клеми батареї. Зверніть увагу, **що напрямок течії струму — від позитивного до негативного**. Напрямок звичайного струму завжди відображається в тому напрямку, в якому буде текти позитивний заряд, від позитивної клеми до негативної. Звичайний струм протікає від позитивної клеми до негативної, але залежно від фактичної ситуації позитивні заряди, негативні заряди або обидва можуть рухатися. У металевих дротах, наприклад, струм переноситься електронами, тобто переміщуються негативні заряди. В іонних розчинах, наприклад у солоній воді, рухаються як позитивні, так і негативні заряди. Це також справедливо для нервових клітин.

Генератор Ван де Граафа, який використовується для ядерних досліджень, може виробляти струм чистих позитивних зарядів, таких як протони. У прискорювачі Tevatron у Fermilab, перш ніж його закрили в 2011 році, пучки протонів і антипротонів, рухалися в протилежних напрямках до зіткнення. Протони позитивні, тому їхній струм має той самий напрямок, у якому вони рухаються. Антипротони заряджені негативно, тому їхній струм має протилежний напрямок руху частинок. Детальніше про струм, що протікає по дроту, показано на рис. 5.6. На малюнку зображено рух заряджених частинок, які утворюють струм.

Чому напрям струму приймається в тому напрямку, в якому тече позитивний заряд?

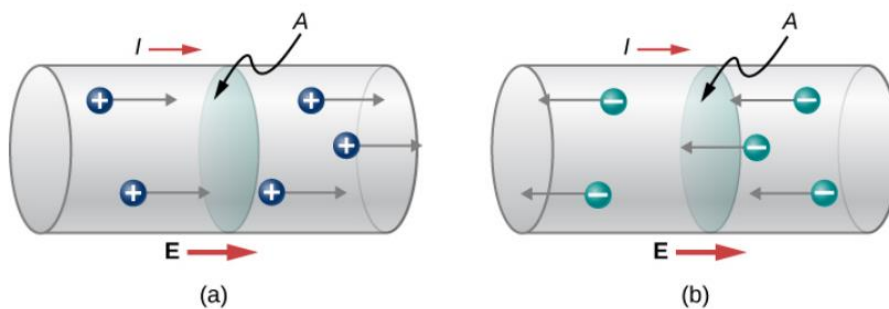


Рис. 5.6. Струм I — це швидкість, з якою заряд рухається через площу A , таку як поперечний переріз дроту. Звичайний струм рухається в напрямку електричного поля. (а) Позитивні заряди рухаються в напрямку електричного поля, яке є тим самим напрямком, що й звичайний струм. б) Негативні заряди рухаються в напрямку, протилежному електричному полю. Звичайний струм має напрямок, протилежний руху негативного заряду. Потік електронів іноді називають електронним потоком

Американський вчений та державний діяч Бенджамін Франклін в 1700-х роках, не маючи знання про частинки, з яких складається атом (а саме протон, електрон і нейтрон), вважав, що електричний струм тече від матеріалу, який має більше «електричної рідини», до матеріалу, який має менше «електричної рідини». Він ввів термін «позитивний» для матеріалу, який містить більше цієї електричної рідини, і негативний для матеріалу, у якому бракує електричної рідини. Франклін назвав цей напрямок струму позитивним струмом. Це була досить передова думка для людини, яка нічого не знала про атом. Тепер ми знаємо, що матеріал позитивний, якщо в ньому більше протонів, ніж електронів, і негативний, якщо він має більшу кількість електронів, ніж протонів. У провідному металі потік струму зумовлений головним чином електронами, що течуть від негативного матеріалу до позитивного, але з історичних причин ми розглядаємо позитивний струм, і показуємо, що струм тече від позитивного полюсу батареї до негативної клеми. **Важливо розуміти, що електричне поле присутнє в провідниках і відповідає за утворення струму (рис. 5.6).**

У попередніх розділах ми розглядали статичний електричний випадок, коли заряди в провіднику швидко перерозподіляються на поверхні провідника, щоб компенсувати зовнішнє електричне поле та відновити рівновагу. У випадку електричного кола заряди не можуть досягти рівноваги через зовнішнє джерело електричного потенціалу, наприклад акумулятор. Енергія, необхідна для переміщення заряду, забезпечується електричним потенціалом батареї. Хоча електричне поле відповідає за рух зарядів у провіднику, робота, що виконується над зарядами електричним полем, не збільшує кінетичну енергію зарядів. Ми покажемо, що електричне поле відповідає за те, щоб електричні заряди рухалися зі «швидкістю дрейфу».

5.2. Провідність в металах

Коли електрони рухаються по провідному дроту, вони не рухаються з постійною швидкістю, тобто електрони не рухаються прямолінійно з постійною швидкістю. Навпаки, вони взаємодіють і стикаються з атомами та іншими вільними електронами в провіднику. Таким чином, електрони рухаються зигзагоподібно і дрейфують по дроту. Слід також зазначити, що обговорювати напрямок струму не зручно тому, що струм є скалярною величиною. Говорячи про швидкість руху зарядів у струмі, доцільніше говорити про **густину струму**. Ми повернемося до цієї ідеї в кінці цього розділу.

Швидкість дрейфу

Електричні сигнали переміщуються дуже швидко. Телефонні розмови, що передаються струмами в проводах, долають великі відстані без помітних затримок. Світло вмикається, як тільки вимикач світла переміщується в положення «ввімкнено». Більшість електричних сигналів, що передаються струмом, поширюються зі швидкістю порядку 10^8 м/с, що становить значну частку швидкості світла. Цікаво, що окремі заряди, які утворюють струм, рухаються в середньому набагато повільніше, зазвичай дрейфуючи зі швидкістю порядку 10^{-4} м/с. Як узгодити ці дві швидкості, і що це говорить нам про стандартні провідники? Висока швидкість електричних сигналів є результатом того, що сила між зарядами діє швидко на відстані. Таким чином, коли вільний заряд втягується в дріт, як показано на рис. 5.7, вхідний заряд штовхає інші заряди попереду себе завдяки силі відштовхування між подібними зарядами.

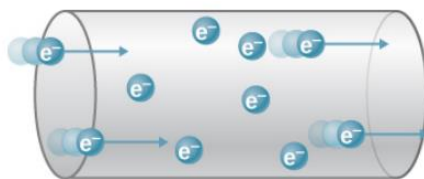


Рис. 5.7. Коли заряджені частинки потрапляють у цей об'єм провідника, така ж кількість швидко змушена їх покинути. Відштовхування між однаковими зарядами ускладнює збільшення кількості зарядів в об'ємі. Таким чином, коли один заряд входить, інший майже відразу виходить, швидко переносячи сигнал вперед.

Ці рухомі заряди штовхають заряди, розташовані далі по лінії. Густина заряду в системі не можна легко збільшити, тому сигнал передається швидко. Отримана електрична ударна хвиля рухається

системою зі швидкістю майже світла. Якщо бути точним, цей швидкоплинний сигнал, або ударна хвиля, є зміною електричного поля, що швидко поширюється.

Хороші провідники мають велику кількість вільних зарядів. У металах вільними зарядами є вільні електрони. (Насправді хороші електричні провідники також часто є хорошими провідниками тепла, оскільки велика кількість вільних електронів може переносити теплову енергію, а також переносити електричний струм). На рис. 5.8 показано, як вільні електрони рухаються звичайним провідником.

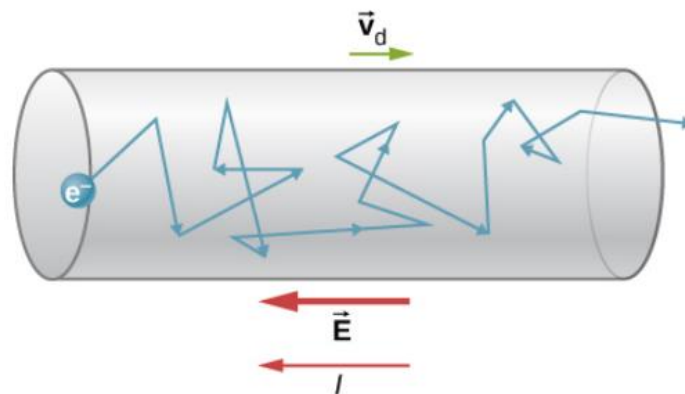


Рис. 5.8. Вільні електрони, що рухаються в провіднику, здійснюють багато зіткнень з іншими електронами та іншими частинками. Показано типовий шлях одного електрона. Середня швидкість вільних зарядів називається швидкістю дрейфу, і для електронів вона напрямлена в напрямку, протилежному електричному полю. Зіткнення зазвичай передають енергію провіднику, вимагаючи постійної подачі енергії для підтримки постійного струму

Відстань, на яку може перемістити окремий електрон між зіткненнями з атомами або іншими електронами, досить мала. Шляхи електронів, таким чином, виглядають майже випадковими, як рух атомів у газі. Але в провіднику існує електричне поле, яке змушує електрони дрейфувати у показаному напрямку (протилежного до поля, оскільки вони негативні). Швидкість дрейфу – це середня швидкість вільних зарядів. Швидкість дрейфу досить мала, оскільки вільних зарядів багато. Якщо ми маємо оцінку густини вільних електронів у провіднику, ми можемо розрахувати швидкість дрейфу для даного струму. Чим більша густина, тим менша швидкість потрібна для даного струму.

Під час зіткнення вільні електрони передають енергію атомам провідника. Електричне поле виконує роботу з переміщення електронів на відстань, але ця робота не збільшує кінетичну енергію (ані швидкість) електронів. Робота, як еквівалент енергії, передається атомам провідника,

підвищуючи його температуру. Таким чином, необхідна безперервна вхідна потужність, щоб підтримувати струм. (Виняток становлять надпровідники, з причин, які ми розглянемо в наступному розділі. Надпровідники можуть мати постійний струм без постійної подачі енергії — це велика економія енергії). Для провідника, який не є надпровідником, подача енергії може бути корисно, як у нитці розжарювання лампи розжарювання (рис. 5.9). Подача енергії необхідна для підвищення температури вольфрамової нитки, щоб нитка світилася.

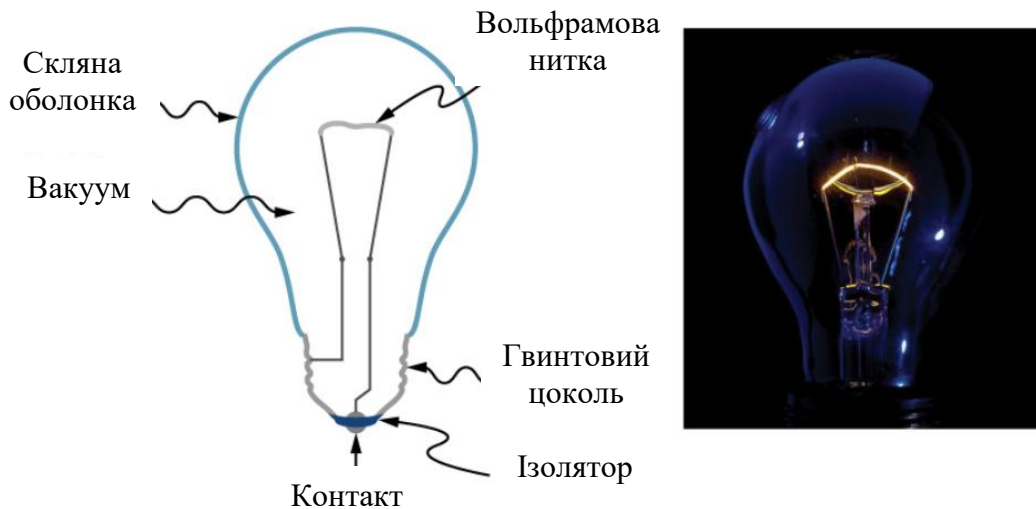


Рис. 5.9. Лампа розжарювання має просту конструкцію. Вольфрамову нитку поміщають у скляну оболонку з частковим вакуумом. Один кінець нитки прикріплений до гвинтової основи, яка виготовлена з провідного матеріалу. Другий кінець нитки прикріплений до другого контакту в основі лампочки. Два контакти розділені ізоляційним матеріалом. Струм протікає через нитку розжарення, і температура нитки розжарювання стає достатньо високою, щоб змусити нитку світитися та випромінювати світло. Однак ці лампи не надто енергоефективні, що видно з тепла, що надходить від лампи. У 2012 році більшість країн почали поступову відмову від ламп розжарювання на користь більш енергоефективних ламп, таких як світлодіодні (LED) лампи та компактні люмінесцентні лампи (CFL)

Ми можемо отримати вираз для співвідношення між струмом і швидкістю дрейфу, розглядаючи кількість вільних зарядів у сегменті дроту, як показано на рис. 5.10. Кількість вільних зарядів на одиницю об'єму або концентрація вільних зарядів позначається символом n , де $n = \frac{\text{кількість зарядів}}{\text{об'єм}}$. Значення n залежить від матеріалу.

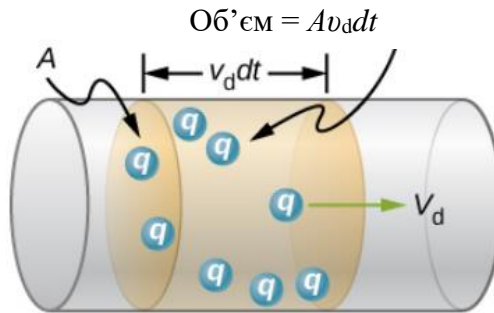


Рис. 5.10. Усі заряди в заштрихованому об'ємі цього дроту виходять за час dt , маючи дрейфову швидкість величиною v_d .

Заштрихований сегмент має об'єм $Av_d dt$, так що кількість зарядів в об'ємі становить $nAv_d dt$. Заряд dQ у цьому сегменті таким чином буде дорівнювати $qnAv_d dt$, де q це заряд кожного носія. (Величина заряду електронів дорівнює $q = 1.6 \times 10^{-19}$ Кл)..

Струм – це заряд, що переміщується за одиницю часу; таким чином, якщо всі початкові заряди виходять з цього сегменту за час dt , тоді струм дорівнює:

$$I = \frac{dQ}{dt} = qnAv_d.$$

З цього рівняння отримуємо:

$$v_d = \frac{I}{nqA}, \quad (5.4)$$

де v_d – дрейфова швидкість, n – концентрація вільного заряду, A – площа поперечного перерізу дроту, I – сила струму в дроті. Кожен з носіїв струму має заряд q і рухається зі швидкістю дрейфу величиною v_d .

Зауважте, що проста швидкість дрейфу — це ще не все. Швидкість електрона інколи значно перевищує його дрейфову швидкість. Крім того, не всі електрони в провіднику можуть вільно рухатися, а ті, які рухаються, можуть рухатися дещо швидше або повільніше, ніж швидкість дрейфу. Отже, що ми маємо на увазі під вільними електронами? Атоми в металевому провіднику упаковані у вигляді решітки. Деякі електрони знаходяться досить далеко від атомних ядер, тому вони не відчувають притягання ядер так сильно, як внутрішні електрони. Це вільні електрони. Вони не пов'язані з одним атомом, а можуть вільно переміщатися між атомами в «морі» електронів. Коли прикладається електричне поле, ці вільні електрони відповідають прискоренням. Рухаючись, вони стикаються з атомами в решітці та іншими електронами, виробляючи теплову енергію, і провідник нагрівається. В ізоляторі організація атомів і структура не допускають таких вільних електронів. Як відомо, електроенергія зазвичай подається до обладнання та приладів через круглі дроти з провідного матеріалу (мідь, алюміній, срібло або золото), які є багатожильними або суцільними.

Діаметр дроту визначає здатність проводити струм — чим більший діаметр, тим більша здатність до проведення великого струму. Незважаючи на те, що пропускна здатність по струму визначається діаметром, дріт зазвичай не характеризується діаметром безпосередньо. Натомість дріт зазвичай продається в одиниці вимірювання діаметра, відомої як «калібр».

Дріт виготовляється шляхом пропускання матеріалу через круглі отвори, які називаються «волочильними штампами». Для того, щоб виготовити тонші дроти, виробники протягують дроти через кілька матриць послідовно меншого діаметру. Історично розмір дроту пов'язувався з кількістю процесів волочіння, необхідних для виготовлення дроту. З цієї причини, чим більший калібр, тим менший діаметр. У Сполучених Штатах для стандартизації системи був розроблений американський калібр проводів (AWG). Побутова електропроводка зазвичай складається з дроту калібру 10 (діаметр 2,588 мм) до 14 калібру (діаметр 1,628 мм). Прилад, який використовується для вимірювання діаметру дроту, показаний на рис. 5.11.



Рис. 5.11. Прилад для вимірювання діаметру електричного дроту. Як бачите, більші значення калібру вказують на більш тонкі дроти

ПРИКЛАД 5.3. Розрахунок швидкості дрейфу в дроті

Обчисліть швидкість дрейфу електронів у мідному дроті діаметром 2,053 мм (12-го калібру), через який протікає струм 20,0 А, враховуючи, що на атом міді припадає один вільний електрон. (Побутова електропроводка часто містить мідний дріт калібру 12, і максимальний дозволений струм у такому дроті зазвичай становить 20,0 А). Густина міді становить $8,80 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$, а атомна маса міді становить 63,54 г/моль.

Стратегія

Ми можемо розрахувати швидкість дрейфу за допомогою рівняння $I = nqAv_d$. Струм $I = 20,00$ А і $q = 1,6 \times 10^{-19}$ Кл – це заряд електрона. Розрахувати площу поперечного перерізу дроту можна за формулою $A = \pi r^2$, де r – половина діаметра. Даний діаметр дорівнює 2,053 мм, тому r дорівнює 1,0265 мм. Нам дана густина міді, $8,80 \times 10^3$ кг/м³, а атомна маса міді становить 63,54 г/моль. Ми можемо використовувати ці дві величини разом із числом Авогадро, $6,02 \times 10^{23}$ атом/моль, щоб визначити n , кількість вільних електронів на кубічний метр.

Розв'язок

Спочатку обчислимо густину вільних електронів у міді. На один атом міді припадає один вільний електрон. Отже, кількість вільних електронів дорівнює кількості атомів міді на моль. Тепер ми можемо знайти n наступним чином:

$$n = \frac{1e^-}{\text{атом}} \times \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ атомів}}{\text{моль}} \times \frac{1 \text{ моль}}{63,54 \text{ г}} \times \frac{1000 \text{ г}}{\text{кг}} \times \frac{8,80 \times 10^3 \text{ кг}}{1 \text{ м}^3} =$$
$$= 8,34 \times \frac{10^{28} e^-}{\text{м}^3}.$$

Площа поперечного перерізу дроту дорівнює:

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{2,05 \times 10^{-3}}{2} \right)^2 = 3,3 \times 10^{-6} \text{ м}^2.$$

З рівняння $I = nqAv_d$ отримуємо швидкість дрейфу:

$$v_d = \frac{I}{nqA} = \frac{20 \text{ А}}{8,34 \times 10^{28} \times (-1,6 \times 10^{-19}) (3,3 \times 10^{-6})} = - 4,54 \times 10^{-4} \text{ м / с}.$$

Обговорення

Знак мінус вказує на те, що негативні заряди рухаються в напрямку, протилежному звичайному струму. Невелике значення дрейфової швидкості підтверджує, що електромагнітний сигнал рухається на порядки разів швидше.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 5.3

У прикладі 5.3 швидкість дрейфу була розрахована для мідного дроту діаметром 2,053 мм (12 калібру), по якому проходить струм 20 ампер. Чи зміниться швидкість дрейфу для дроту діаметром 1,628 мм (калібру 14), по якому проходить той самий струм 20 ампер?

Густина струму

Хоча часто зручно додавати негативний або позитивний знак, щоб вказати загальний напрямок руху зарядів, струм є скалярною величиною,

$I = \frac{dQ}{dt}$. Часто доводиться обговорювати деталі руху заряду замість того, щоб обговорювати загальний рух зарядів. У таких випадках необхідно обговорити густину струму, \vec{J} , векторну величину. Густина струму – це потік заряду через нескінченно малу площу, поділений на площу. Густина струму повинна враховувати локальну величину і напрямок потоку заряду, який змінюється від точки до точки. Одиницею густини струму є ампер, поділений на квадратний метр, а напрямок визначається як напрям потоку позитивних зарядів через площу. Залежність між струмом і густиною струму можна побачити на рис. 5.12.

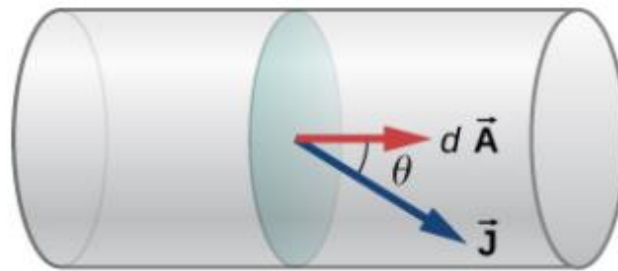


Рис. 5.12. Густина струму визначається як струм, що проходить через нескінченно малу площу поперечного перерізу, поділений на площу. Напрямок густини струму є напрямком сумарного потоку позитивних зарядів, а величина дорівнює струму, поділеному на нескінченно малу площу

Диференціальний струм, що протікає через область $d\vec{A}$ знайдемо як:

$$dI = \vec{J} \cdot d\vec{A} = J dA \cos \theta,$$

де θ – кут між вектором площі та густиною струму. Загальний струм, що проходить через площу $d\vec{A}$ можна знайти шляхом інтегрування по площі,

$$I = \int_{\text{площа}} \vec{J} \cdot d\vec{A}. \quad (5.5)$$

Розглянемо величину густини струму, яка дорівнює струму, поділеному на площу:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{n|q|Av_d}{A} = n|q|v_d.$$

Таким чином, густина струму становить $\vec{J} = nq\vec{v}_d$. Якщо q додатне, \vec{v}_d має той самий напрямок, що й електричне поле \vec{E} . Якщо q від'ємне, \vec{v}_d напрямлене протилежно напрямку \vec{E} . У будь-якому випадку, напрямок густини струму \vec{J} співпадає з напрямком електричного поля \vec{E} .

ПРИКЛАД 5.4. Розрахунок густини струму в дроті

Сила струму, що підводиться до лампочки 100 Вт, становить 0,87 ампера. Для підключення лампи використовується мідний дріт діаметром 2,588 мм (10 калібру). Знайти величину густини струму.

Стратегія

Густина струму – це струм, що рухається через нескінченно малу площу поперечного перерізу, поділений на площу. Ми можемо розрахувати величину густини струму за допомогою формули $J = \frac{I}{A}$. Сила струму задається як 0,87 А. Площа поперечного перерізу може бути розрахована як $A = 5.26 \text{ мм}^2$.

Розв'язок

Обчислимо густину струму за даним струмом $I = 0.87 \text{ А}$ і площею $A = 5.26 \text{ мм}^2$:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{0.87 \text{ А}}{5.26 \times 10^{-6} \text{ м}^2} = 1.65 \times 10^5 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

Обговорення

Густина струму в провідному дроті залежить від сили струму в провідному дроті та площі поперечного перерізу дроту. При даному струмі зі збільшенням діаметра дроту густина заряду зменшується.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 5.4

Густина струму пропорційна силі і обернено пропорційна площі. Якщо густина струму в провідному дроті збільшиться, що станеться зі швидкістю дрейфу зарядів у дроті? Яке значення має густина струму?

Густина струму пропорційна силі струму, а струм – це кількість зарядів, які проходять через площу поперечного перерізу за секунду. Заряди рухаються по провіднику, прискорені електричною силою, створюваною електричним полем. Електричне поле створюється, коли до провідника прикладається напруга. У законі Ома ми будемо використовувати цей зв'язок між густиною струму та електричним полем, щоб дослідити зв'язок між струмом, що тече через провідник і прикладеною напругою.

5.3. Питомий опір і опір

Що генерує струм? Ми можемо думати про різні пристрої, такі як батареї, генератори, розетки тощо, які необхідні для підтримки струму. Усі такі пристрої створюють різницю потенціалів і називаються **джерелами напруги**. Коли джерело напруги підключено до провідника, воно прикладає до нього різницю потенціалів V , що створює електричне поле. Електричне

поле, у свою чергу, діє на вільні заряди, викликаючи струм. Величина струму залежить не тільки від величини напруги, але й від характеристик матеріалу, через який протікає струм. Матеріал може чинити опір потоку зарядів, і міра того, наскільки матеріал чинить опір потоку зарядів, відома як **питомий опір**. Цей питомий опір приблизно аналогічний третю між двома матеріалами, що чинять опір руху.

Питомий опір

Коли до провідника прикладається напруга, створюється електричне поле \vec{E} , і заряди в провіднику відчувають силу електричного поля. Густина струму \vec{J} , що виникає, залежить від електричного поля та властивостей матеріалу. Ця залежність може бути дуже складною. У деяких матеріалах, включаючи метали, при даній температурі густина струму приблизно пропорційна електричному полю. У цих випадках густину струму можна записати так:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}.$$

де σ – електропровідність. **Електропровідність** аналогічна теплопровідності та є мірою здатності матеріалу проводити або пропускати електрику. Провідники мають вищу електропровідність, ніж ізолятори. Оскільки електропровідність дорівнює $\sigma = \frac{J}{E}$, одиниці вимірювання є такими:

$$\sigma = \frac{[J]}{[E]} = \frac{A/m^2}{V/m} = \frac{A}{V \cdot m}.$$

Тут ми визначаємо одиницю під назвою Ω із грецьким символом омега. Одиниця названа на честь Георга Саймона Ома, про якого ми поговоримо пізніше в цій главі. Символ Ω використовується, щоб уникнути плутанини з числом 0. Один Ом дорівнює одному вольту, поділеному на ампер: $1 \Omega = 1 V/A$. Тому одиницями електропровідності є $(\Omega \cdot m)^{-1}$ або $(Om \cdot m)^{-1}$. Провідність є внутрішньою властивістю матеріалу. Іншою внутрішньою властивістю матеріалу є **питомий опір**, або **питомий електричний опір**. Питомий опір матеріалу – це міра того, наскільки сильно матеріал протистоїть потоку електричного струму. Символ питомого опору — це мала грецька літера ρ (rho), а питомий опір — величина, зворотна електропровідності:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}.$$

Одиницею питомого опору в одиницях СІ є ом-метр (Om·m). Ми можемо визначити питомий опір через електричне поле та густину струму:

$$\rho = \frac{E}{J}. \quad (5.6)$$

Чим більший питомий опір, тим більше поле необхідно для створення даної густини струму. Чим менший питомий опір, тим більша густина струму,

створювана даним електричним полем. Хороші провідники мають високу провідність і низький питомий опір. Хороші ізолятори мають низьку провідність і високий питомий опір. У таблиці 5.1 наведено значення питомого опору та електропровідності для різних матеріалів.

Таблиця 5.1

Питомий опір і провідність різних матеріалів при 20°C. Значення сильно залежать від кількості та типу домішок.

Матеріал	Електропровідність, σ , (Ом·м) ⁻¹	Питомий опір, ρ , (Ом·м)	Температурний коефіцієнт, α , (°C) ⁻¹
Провідники			
Срібло	6.29×10^7	1.59×10^{-8}	0.0038
Мідь	5.95×10^7	1.68×10^{-8}	0.0039
Золото	4.10×10^7	2.44×10^{-8}	0.0034
Алюміній	3.77×10^7	2.65×10^{-8}	0.0039
Вольфрам	1.79×10^7	5.60×10^{-8}	0.0045
Залізо	1.03×10^7	9.71×10^{-8}	0.0065
Платина	0.94×10^7	10.60×10^{-8}	0.0039
Сталь	0.50×10^7	20.00×10^{-8}	
Свинець	0.45×10^7	22.00×10^{-8}	
Манганін (сплав Cu, Mn, Ni)	0.21×10^7	48.20×10^{-8}	0.000002
Константан (сплав Cu, Ni)	0.20×10^7	49.00×10^{-8}	0.00003
Ртуть	0.10×10^7	98.00×10^{-8}	0.0009
Ніхром (сплав Ni, Fe, Cr)	0.10×10^7	100.00×10^{-8}	0.0004
Напівпровідники			
Вуглець (чистий)	2.86×10^4	3.50×10^{-5}	-0.0005
Карбон	$(2.86 - 1.67) \times 10^{-6}$	$(3.5 - 60) \times 10^{-5}$	-0.0005
Германій (чистий)		600×10^{-3}	-0.048
Германій		$(1 - 600) \times 10^{-3}$	-0.050

Кремній (чистий)		2300	-0.075
Кремній		0.1 – 2300	-0.07
Ізолятори			
Бурштин	2.00×10^{-15}	5×10^{14}	
Скло	$10^{-9} - 10^{-14}$	$10^9 - 10^{14}$	
Люцит	$<10^{-13}$	$>10^{13}$	
Слюда	$10^{-11} - 10^{-15}$	$10^{11} - 10^{15}$	
Кварц (плавлений)	1.33×10^{-18}	75×10^{16}	
Гума (тверда)	$10^{-13} - 10^{-16}$	$10^{13} - 10^{16}$	
Сірка	10^{-15}	10^{15}	
Тефлон	$<10^{-13}$	$>10^{13}$	
Деревина	$10^{-8} - 10^{-11}$	$10^8 - 10^{11}$	

Матеріали, перелічені в таблиці, розділені на категорії провідників, напівпровідників та ізоляторів на основі широких груп за питомим опором. Найменший питомий опір мають провідники, а найбільший — ізолятори; напівпровідники мають проміжний питомий опір. Провідники мають різну, але велику густину вільного заряду, тоді як більшість зарядів в ізоляторах пов'язані з атомами і не можуть вільно рухатися. Напівпровідники є проміжними, мають набагато менше вільних зарядів, ніж провідники, але мають властивості, через які кількість вільних зарядів сильно залежить від типу та кількості домішок у напівпровіднику. Ці унікальні властивості напівпровідників використовуються в сучасній електроніці, як ми розглянемо в наступних розділах.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 5.5

Мідні дроти зазвичай використовуються для подовжувачів і домашньої проводки з кількох причин. Мідь має найвищий показник електропровідності, а отже, найнижчий показник питомого опору з усіх недорогоцінних металів. Також важливою є міцність на розтяг, де міцність на розрив є мірою сили, необхідної для того, щоб витягнути об'єкт до точки, де він розламається. Міцність на розрив матеріалу — це максимальна величина напруження на розтяг, яку він може прийняти до розриву. Мідь має

високу міцність на розрив, $2 \times 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$. Третьою важливою характеристикою є пластичність. Пластичність є показником здатності матеріалу втягуватися в дроти та мірою гнучкості матеріалу, а мідь має високу пластичність. Підсумовуючи, для того, щоб провідник був придатним кандидатом для виготовлення дроту, є принаймні три важливі характеристики: низький питомий опір, висока міцність на розрив і висока пластичність. Які ще матеріали використовуються для електропроводки і які переваги і недоліки?

Температурна залежність питомого опору

Повернувшись до таблиці 5.1, ви побачите стовпець із написом «Температурний коефіцієнт». Питомий опір деяких матеріалів сильно залежить від температури. У деяких матеріалів, таких як мідь, питомий опір зростає з підвищенням температури. Справді, у більшості провідних металів питомий опір зростає з підвищенням температури. Підвищення температури викликає посилені коливання атомів у структурі решітки металів, які перешкоджають руху електронів. В інших матеріалах, таких як вуглець, питомий опір зменшується з підвищенням температури. У багатьох матеріалах залежність приблизно лінійна і може бути змодельована за допомогою лінійного рівняння:

$$\rho \approx \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)], \quad (5.7)$$

де ρ — питомий опір матеріалу при температурі T , α — температурний коефіцієнт матеріалу, а ρ_0 — питомий опір при температурі T_0 , зазвичай приймається як $T_0 = 20,00^\circ\text{C}$. Зауважте також, що для **напівпровідників, перелічених у таблиці 9.1, температурний коефіцієнт є від'ємним**, тобто їхній питомий опір зменшується зі збільшенням температури. Вони стають кращими провідниками при вищій температурі, оскільки посилене теплове перемішування збільшує кількість вільних зарядів, доступних для перенесення струму. Ця властивість питомого опору зменшуватися з температурою також пов'язана з типом і кількістю домішок, присутніх у напівпровідниках.

Опір

Тепер ми розглянемо опір дроту як елемента електричної схеми. Опір – це міра того, наскільки важко пропускати струм через дріт або елемент. Опір залежить від питомого опору. Питомий опір є характеристикою матеріалу, який використовується для виготовлення дроту або іншого електричного елемента, тоді як опір є характеристикою дроту або елемента.

Для розрахунку опору розглянемо ділянку провідника з площею поперечного перерізу A , довжиною L і питомим опором ρ . До провідника

під'єднана батарея, що забезпечує на ньому різницю потенціалів ΔV (рис. 5.13). Різниця потенціалів створює електричне поле, пропорційне густині струму: $\vec{E} = \rho \vec{J}$.

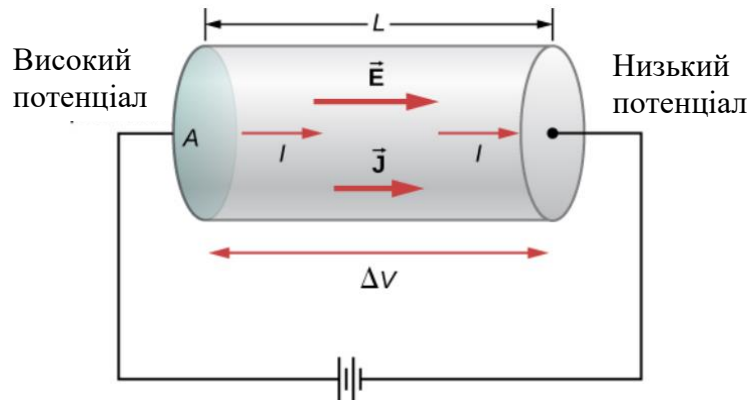


Рис. 5.13. Потенціал, створений акумулятором, прикладено до сегмента провідника з площею поперечного перерізу A і довжиною L

Величина електричного поля на ділянці провідника дорівнює напрузі, поділеній на довжину, $E = V/L$, а величина густини струму дорівнює силі струму, поділеній на площу поперечного перерізу, $J = I/A$. Використовуючи цю інформацію та нагадуючи, що електричне поле пропорційне питомому опору та густині струму, ми можемо побачити, що напруга пропорційна струму:

$$\begin{aligned} E &= \rho J, \\ \frac{V}{L} &= \rho \frac{I}{A}, \\ V &= \left(\rho \frac{L}{A} \right) I. \end{aligned}$$

Опір

Відношення напруги до сили струму визначається як опір R :

$$R \equiv \frac{V}{I}. \quad (5.8)$$

Опір циліндричного елемента провідника дорівнює питомому опору матеріалу, помноженому на довжину, поділену на площу:

$$R \equiv \frac{V}{I} = \rho \frac{L}{A}. \quad (5.9)$$

Одиницею опору є Ом. Для $V = \text{const}$, чим вищий опір, тим менший струм.

Резистори

Поширеним компонентом електронних схем є резистор. Резистор можна використовувати для зменшення потоку струму або забезпечення

падіння напруги. На рис. 5.14 показано символи, які використовуються для позначення резистора на принципових схемах кола. Американським національним інститутом стандартів (ANSI, вимовляється як «AN-see») і Міжнародною електротехнічною комісією (ІЕС) надано два стандарти для електричних схем, які зазвичай використовуються. Обидві системи широко використовуються. У цьому тексті ми використовуємо стандарт ANSI для його візуального розпізнавання, але зауважимо, що для більших і складніших схем стандарт ІЕС може мати чіткішу презентацію, що полегшує читання.

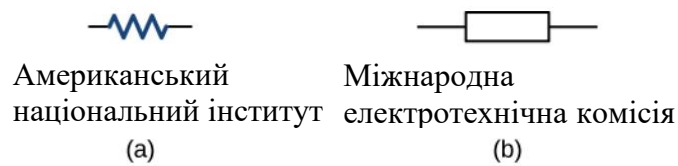


Рис. 5.14 Умовні позначення резистора, які використовуються на схемах. (a) символ ANSI; (b) символ ІЕС

Залежність опору від матеріалу та форми

Резистор можна змоделювати у вигляді циліндра з площею поперечного перерізу A і довжиною L , виготовленого з матеріалу з питомим опором ρ (рис. 5.15). Опір резистора становить $R = \rho \frac{L}{A}$.

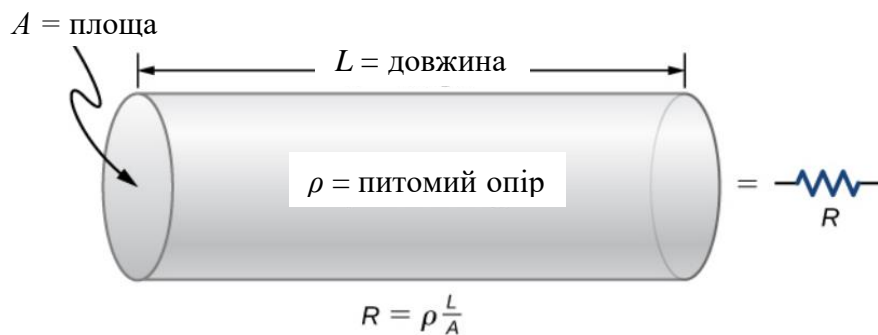


Рис. 5.15 Модель резистора у вигляді однорідного циліндра довжини L і площі поперечного перерізу A . Його опір течії струму аналогічний опору труби течії рідини. Чим довший циліндр, тим більший його опір. Чим більша площа його поперечного перерізу A , тим менший його опір

Найпоширенішим матеріалом для виготовлення резистора є вуглець. Карбонова доріжка обгорнута навколо керамічного сердечника та приєднані два мідні дроти. Другий тип резистора — це резистор з металевою плівкою, який також має керамічний сердечник. Доріжка виготовлена з металооксидного матеріалу, який має напівпровідникові властивості, подібні до вуглецю. В кінці резистора також вставлені мідні

дроти. Потім резистор фарбують і маркують для ідентифікації. Резистор має чотири кольорові смуги, як показано на рис. 5.16.

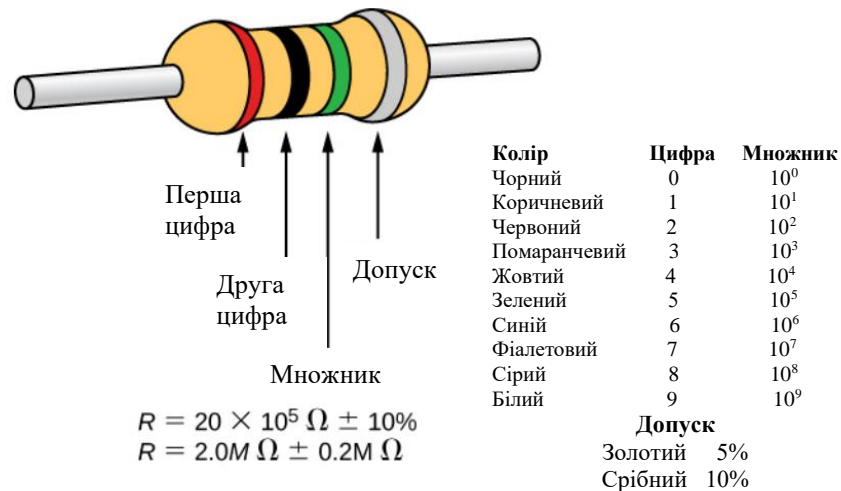


Рис. 5.16. Багато резисторів нагадують малюнок, показаний вище. Чотири смуги використовуються для ідентифікації резистора. Перші дві кольорові смуги представляють перші дві цифри опору резистора. Третій колір – множник. Четвертий колір представляє допуск резистора. Показаний резистор має опір $20 \times 10^5 \text{ Ом} \pm 10\%$.

Опір змінюється на багато порядків. Деякі керамічні ізолятори, наприклад ті, що використовуються для опор ліній електропередач, мають опір 10^{12} Ом або більше. Людина може мати опір сухих рук та ніг 10^5 Ом , тоді як опір людського серця становить приблизно 10^3 Ом . Метровий шматок мідного дроту великого діаметру може мати опір 10^{-5} Ом , а надпровідники взагалі не мають опору за низьких температур. Отже, опір пов'язаний із формою предмета та матеріалом, з якого він складається.

ПРИКЛАД 5.5. Густина струму, струм, опір і електричне поле для дроту зі струмом

Обчисліть густину струму, опір і електричне поле мідного дроту довжиною 5 м діаметром 2,053 мм (12 калібру), по якому тече струм $I = 10 \text{ мА}$.

Стратегія

Ми можемо обчислити густину струму, спочатку знайшовши площу поперечного перерізу дроту, яка становить $A = 3.31 \text{ мм}^2$ і визначити густину струму $J = \frac{I}{A}$. Опір можна знайти, використовуючи довжину дроту $L = 5.00 \text{ м}$, площу та питомий опір міді $\rho = 1.68 \times 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, де $R = \rho \frac{L}{A}$. Питомий опір і густину струму можна використовувати для визначення електричного поля.

Розв'язок

Спочатку обчислюємо густину струму:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{10 \times 10^{-3} \text{ А}}{3,33 \times 10^{-6} \text{ м}^2} = 3,02 \times 10^3 \frac{\text{ А}}{\text{ м}^2}.$$

Опір дроту становить:

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1,68 \times 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{ м}) \frac{5 \text{ м}}{3,31 \times 10^{-6} \text{ м}^2} = 0,025 \text{ Ом}.$$

Нарешті ми можемо знайти електричне поле:

$$E = \rho J = (1,68 \times 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{ м}) \left(3,02 \times 10^3 \frac{\text{ А}}{\text{ м}^2} \right) = 5,07 \times 10^{-5} \frac{\text{ В}}{\text{ м}}.$$

Обговорення

З цих результатів стає зрозумілим чому мідь використовується для дротів для перенесення струму: опір міді досить малий. Зверніть увагу, що густина струму та електричне поле не залежать від довжини дроту, але падіння напруги залежить від довжини.

Опір об'єкта також залежить від температури, оскільки R_0 прямо пропорційний ρ . Для циліндра ми знаємо, що $R = \rho L / A$, отже, якщо L і A не сильно змінюються з температурою, R має таку ж температурну залежність, як ρ (Дослідження коефіцієнтів лінійного розширення показує, що вони приблизно на два порядки менше, ніж типові температурні коефіцієнти питомого опору, тому вплив температури на L і A приблизно на два порядки менше, ніж на ρ). Таким чином,

$$R = R_0(1 + \alpha \Delta T) \quad (5.10)$$

— температурна залежність опору об'єкта, де R_0 — вихідний опір (зазвичай приймається рівним опору при $20,0^\circ\text{C}$), а R — опір після зміни температури на ΔT . Кольоровий код позначає опір резистора при температурі $T = 20,0^\circ\text{C}$. Численні термометри засновані на впливі температури на опір (рис. 5.17).

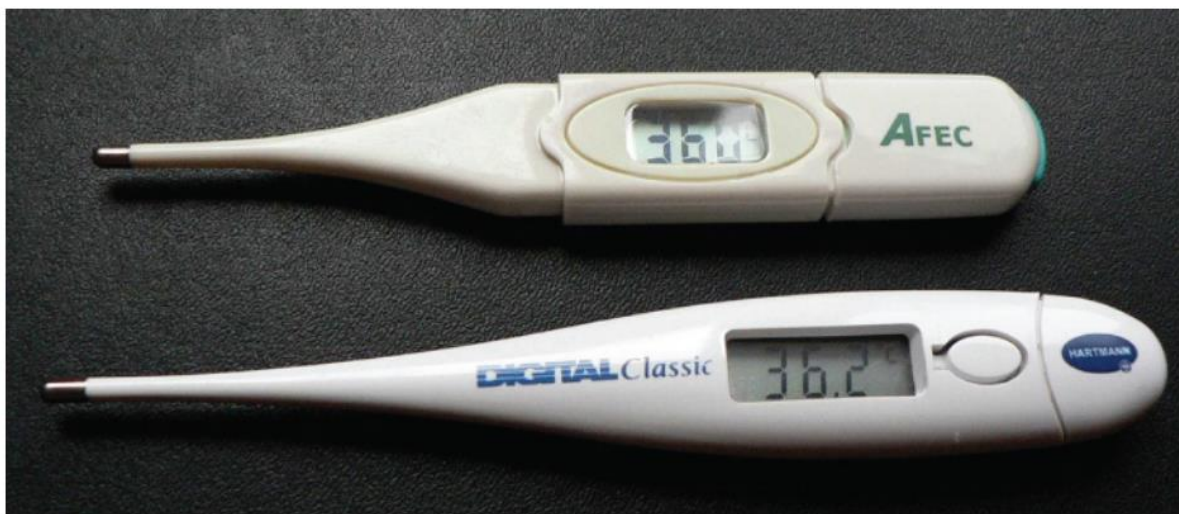


Рис. 5.17. Ці знайомі термометри засновані на автоматизованому вимірюванні опору терморезистора, який залежить від температури

Один із найпоширеніших термометрів заснований на термісторі, напівпровідниковому кристалі з сильною температурною залежністю, опір якого вимірюється для визначення його температури. Пристрій невеликий, тому швидко приходить в теплову рівновагу з тією частиною людини, до якої торкається.

ПРИКЛАД 5.6. Розрахунок опору

Хоча слід бути обережним при застосуванні формул $\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T)$ і $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$ для температурних змін понад 100°C , для вольфраму рівняння працюють достатньо добре для дуже великих температурних змін. Вольфрамова нитка при 20°C має опір $0,350\ \text{Ом}$. Яким буде опір, якщо температуру підвищити до 2850°C ?

Стратегія

Це пряме застосування формули $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$, оскільки вихідний опір нитки розжарювання заданий як $R_0 = 0,350\ \text{Ом}$, а зміна температури становить $\Delta T = 2850^\circ\text{C}$.

Розв'язок

Опір більш гарячої нитки розжарювання R визначається введенням відомих значень у наведене вище рівняння:

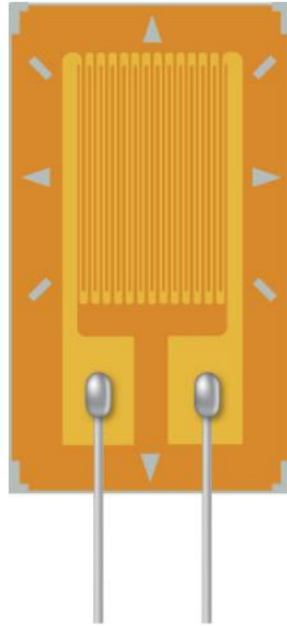
$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T) = (0,35\ \text{Ом}) \left[1 + \left(\frac{4,5 \times 10^{-3}}{^\circ\text{C}} \right) (2830^\circ\text{C}) \right] = 4,8\ \text{Ом}.$$

Обговорення

Зауважте, що опір змінюється більш ніж у 10 разів, коли нитка розжарювання нагрівається до високої температури, а струм через нитку розжарювання залежить від опору нитки розжарювання та прикладеної напруги. Якщо нитка розжарювання використовується в лампі розжарювання, початковий струм, що проходить через нитку під час першого ввімкнення лампи, буде вищим, ніж струм після того, як нитка досягне робочої температури.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 5.6

Тензодатчик — це електричний пристрій для вимірювання деформації, як показано нижче. Він складається з гнучкої ізоляційної основи, яка підтримує структуру електропровідної фольги. Опір фольги змінюється під час розтягування основи. Як змінюється тензометричний опір? Чи впливають на тензодатчик зміни температури?



ПРИКЛАД 5.7. Опір коаксіального кабелю

Довгі кабелі іноді можуть працювати як антени, вловлюючи електронні шуми, які є сигналами від іншого обладнання та приладів. Коаксіальні кабелі використовуються для багатьох застосувань, які потребують усунення цього шуму. Наприклад, їх можна знайти вдома в з'єднаннях кабельного телебачення чи інших аудіовізуальних з'єднаннях. Коаксіальні кабелі складаються з внутрішнього провідника малого радіуса, оточеного другим, зовнішнім концентричним провідником більшого радіуса (рис. 5.18). Простір між ними зазвичай заповнюється ізолятором, таким як поліетилен. Між двома провідниками виникає невеликий струм радіального витоку. Визначити опір коаксіального кабелю довжиною L .

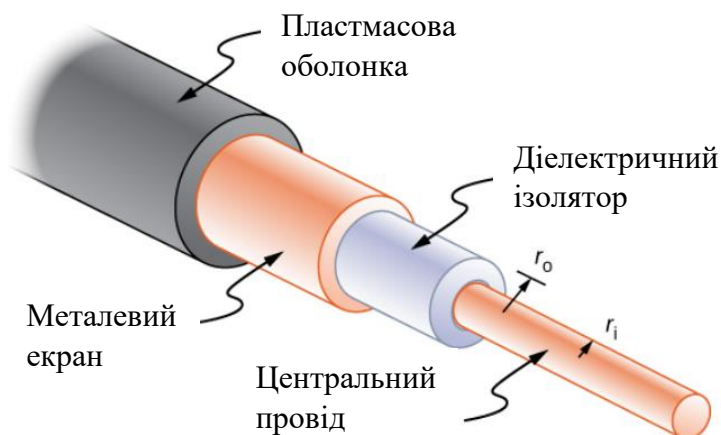


Рис. 5.18 Коаксіальні кабелі складаються з двох концентричних провідників, розділених ізоляцією. Вони часто використовуються в кабельному телебаченні або інших аудіовізуальних з'єднаннях

Стратегія

Ми не можемо використовувати рівняння $R = \rho L / A$ безпосередньо. Замість цього ми розглядаємо концентричні циліндричні оболонки з товщиною dr та інтегруємо.

Розв'язок

Спочатку ми знаходимо вираз для dR , а потім інтегруємо від r_i до r_0 :

$$dR = \frac{\rho}{A} dr = \frac{\rho}{2\pi r L} dr,$$
$$R = \int_{r_i}^{r_0} dR = \int_{r_i}^{r_0} \frac{\rho}{2\pi r L} dr = \frac{\rho}{2\pi L} \int_{r_i}^{r_0} \frac{1}{r} dr = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{r_0}{r_i}.$$

Обговорення

Опір коаксіального кабелю залежить від його довжини, внутрішнього і зовнішнього радіусів, а також питомого опору матеріалу, що розділяє два провідники. Оскільки цей опір не є нескінченним, між двома провідниками виникає невеликий струм витоку. Цей струм витоку призводить до ослаблення (або загасання) сигналу, що надсилається через кабель.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 5.7

Опір між двома провідниками коаксіального кабелю залежить від питомого опору матеріалу, що розділяє два провідники, довжини кабелю та внутрішнього та зовнішнього радіусів двох провідників. Якщо ви розробляєте коаксіальний кабель, як опір між двома провідниками залежить від цих змінних?

5.4. Закон Ома

У цьому розділі ми обговорюємо три електричні властивості: струм, напругу та опір. Виявляється, багато матеріалів демонструють просту залежність між значеннями цих властивостей, відому як **закон Ома**. Багато інших матеріалів не демонструють цього зв'язку, тому, незважаючи на те, що його називають законом Ома, він не вважається законом природи, як закони Ньютона чи закони термодинаміки. Але це дуже корисно для розрахунків із матеріалами, які підкоряються закону Ома.

Опис закону Ома

Сила струму, що протікає через більшість речовин, прямо пропорційна прикладеній до нього напрузі V . Німецький фізик Георг Симон Ом (1787–1854) першим експериментально продемонстрував, що сила струму в металевому дроті прямо пропорційна прикладеній напрузі:

$$I \propto V.$$

Це важливе співвідношення є основою для закону Ома. Це можна розглядати як причинно-наслідковий зв'язок, де напруга є причиною, а струм – наслідком. Це емпіричний закон, тобто експериментально спостережуване явище, як тертя. Такий лінійний зв'язок має місце не завжди. Будь-який матеріал, компонент або пристрій, який підкоряється закону Ома, де струм через пристрій пропорційний прикладеній напрузі, відомий як **омічний матеріал** або **омічний компонент**. Будь-який матеріал або компонент, який не підкоряється закону Ома, відомий як **неомічний матеріал** або **неомічний компонент**.

Дослід Ома

У статті, опублікованій у 1827 році, Георг Ом описав експеримент, у якому він вимірював напругу та струм у різних простих електричних колах, що містять дроти різної довжини. Подібний експеримент показано на рис. 5.19.

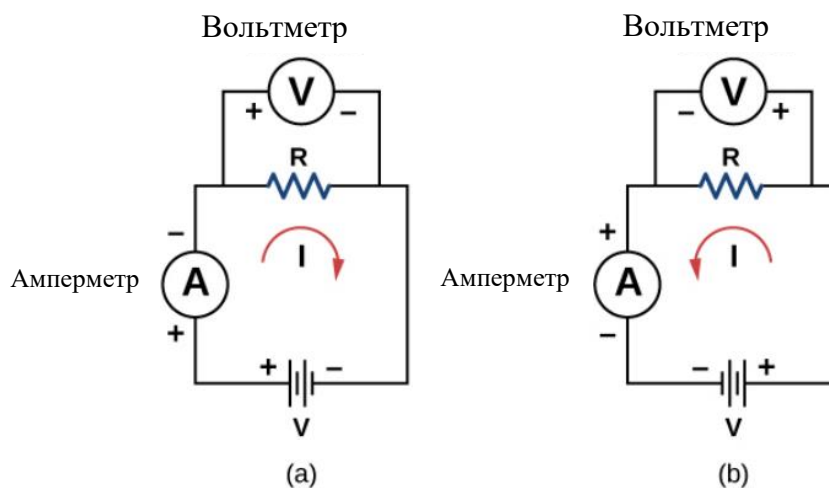


Рис. 5.19. Експериментальна установка, використана для визначення того, чи є резистор омічним чи неомічним пристроєм. (а) Коли акумулятор приєднано, струм тече за годинниковою стрілкою, а вольтметр і амперметр мають позитивні показання. (б) Коли проводи батареї перемикаються, струм тече проти годинникової стрілки, а вольтметр і амперметр мають негативні показання

Цей експеримент використовується для спостереження струму через резистор, який є результатом прикладеної напруги. У цій простій схемі резистор з'єднаний послідовно з батареєю. Напруга вимірюється вольтметром, який необхідно поставити паралельно резистору. Силу струму вимірюють амперметром, який повинен бути на одній лінії з

резистором (послідовно з резистором). У цій оновленій версії оригінального експерименту Ома було зроблено кілька вимірювань струму для кількох різних напруг. Коли батарею під'єднали, як показано на рис. 5.19, а, струм йшов за годинниковою стрілкою, а показання вольтметра й амперметра були позитивними. Чи зміниться поведінка струму, якщо струм тече в протилежному напрямку? Щоб змусити струм текти в протилежному напрямку, проводи батареї можна поміняти. При перемиканні проводів батареї показання вольтметра й амперметра були від'ємними, оскільки струм протікав у протилежному напрямку, у даному випадку проти годинникової стрілки. Результати подібного експерименту наведено на рисунку 5.20.

$I(A)$	$V(B)$
-2.74	-10.00
-2.25	-9.00
-2.00	-8.00
-1.75	-7.00
-1.50	-6.00
-1.49	-5.00
-1.00	-4.00
-0.51	-3.00
-0.74	-2.00
-0.49	-1.00
+0.00	+0.00
+0.49	+1.00
+0.50	+2.00
+0.99	+3.00
+0.76	+4.00
+1.01	+5.00
+1.74	+6.00
+1.75	+7.00
+2.00	+8.00
+2.49	+9.00
+2.50	+10.00

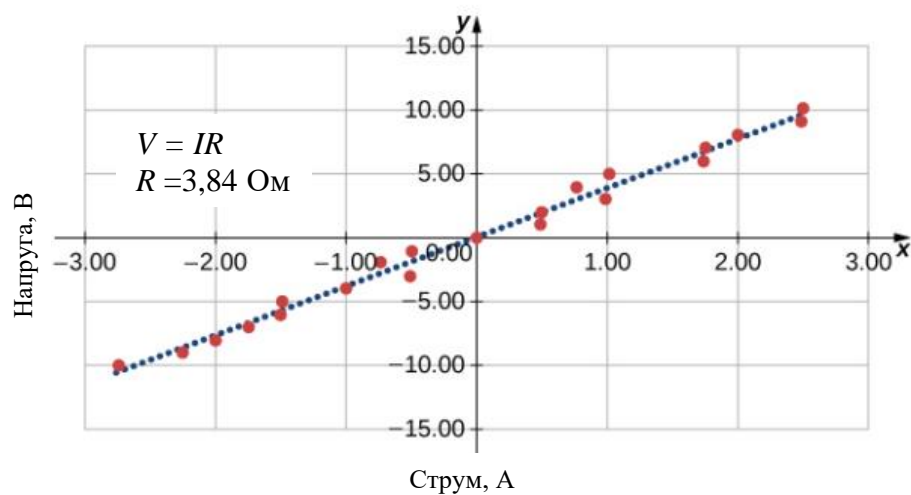


Рис. 5.20. Резистор включено в коло з акумулятором. Прикладена напруга змінюється від $-10,00$ В до $+10,00$ В із збільшенням з кроком $1,00$ В. Діаграма показує типові значення напруги та струму

У цьому експерименті напруга, прикладена до резистора, змінюється від $-10,00$ до $+10,00$ В з кроком $1,00$ В. Вимірюється струм через резистор і напруга на резисторі. Будується графік залежності напруги від струму, і результат є приблизно лінійним. Нахил лінії – це опір, або напруга, поділена на силу струму. Цей результат відомий як **закон Ома**:

$$V = IR, \quad (5.11)$$

де V — напруга, виміряна у вольтах на досліджуваному об'єкті, I — струм, виміряний через резистор в амперах, а R — опір в одиницях Ом. Як зазначалося раніше, будь-який пристрій, який показує лінійну залежність між напругою та струмом, відомий як омичний пристрій. Отже, резистор є омичним пристроєм.

ПРИКЛАД 5.8. Вимірювання опору

Вугільний резистор при кімнатній температурі приєднаний до батареї 9,00 В, а струм, виміряний через резистор, становить 3,00 мА. (а) Який опір резистора? (б) Яка сила струму, що протікає через резистор, якщо температура резистора підвищується до 60°C шляхом нагрівання резистора?

Стратегія

(а) Опір можна знайти за допомогою закону Ома. Закон Ома стверджує, що $V = IR$, тому опір можна знайти за допомогою $R = V/I$.

(б) По-перше, опір залежить від температури, тому новий опір після нагрівання резистора можна визначити за допомогою формули $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$. Силу струму можна знайти за допомогою закону Ома у формі:

$$I = \frac{V}{R}.$$

Розв'язок

- а. Використовуючи закон Ома та обчислюючи опір, ви отримаєте опір при кімнатній температурі:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{9 \text{ В}}{3 \times 10^{-3} \text{ А}} = 3 \times 10^3 \text{ Ом} = 3 \text{ кОм}.$$

б. Опір при 60°C можна знайти за допомогою $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$, де температурний коефіцієнт для вуглецю становить $\alpha = -0,0005$:

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T) = 3,00 \times 10^3(1 - 0,0005(60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})) = 2,94 \text{ кОм}.$$

Сила струму через нагрітий резистор становить:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{9 \text{ В}}{2,94 \times 10^3 \text{ Ом}} = 3,06 \times 10^{-3} \text{ А} = 3,06 \text{ мА}.$$

Обговорення

Зміна температури на 40°C призвела до зміни струму на 2,00%. Це може здатися не дуже великою зміною, але зміна електричних характеристик може сильно вплинути на характеристики схеми. З цієї причини багато електронних приладів, таких як комп'ютери, містять вентилятори для видалення тепла, що розсіюється компонентами в електричних колах.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 5.8

Напруга, що подається у ваш будинок, змінюється як

$$V(t) = V_{\max} \sin(2\pi f / t).$$

Якщо до цієї напруги підключити резистор, закон Ома $V = IR$ все ще буде дійсним?

Неомічні пристрої не виявляють лінійної залежності між напругою та струмом. Одним із таких пристроїв є напівпровідниковий елемент схеми, відомий як діод. Діод – це пристрій, який пропускає струм тільки в одному напрямку. Схема простого кола, що складається з батареї, діода та резистора, зображена на рис. 5.21. Хоча ми не розглядаємо теорію діода в цьому розділі, діод можна перевірити, щоб визначити, чи є він омичним чи неомічним пристроєм.

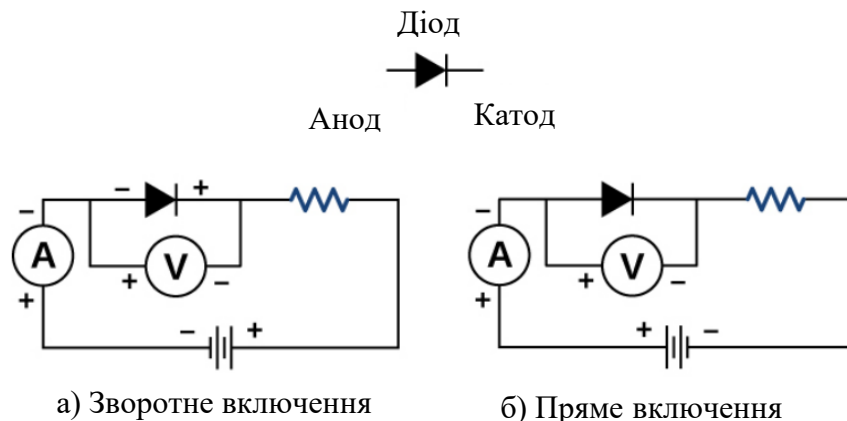


Рис. 5.21. Діод — це напівпровідниковий прилад, який пропускає струм лише за умови прямого зміщення діода, що означає, що анод є позитивним, а катод — негативним

Графік залежності струму від напруги показаний на рис. 5.22.

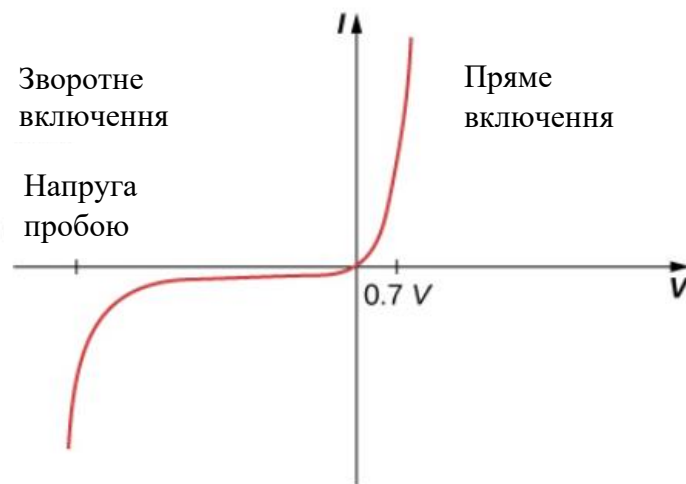


Рис. 5.22 Коли напруга на діоді від’ємна і мала, струм через діод протікає дуже малий. Коли напруга досягає напруги пробою, діод проводить. Коли напруга на діоді позитивна і перевищує 0,7 В (дійсне значення напруги залежить від типу діода), діод проводить. Зі збільшенням прикладеної напруги струм через діод збільшується, але напруга на діоді залишається приблизно 0,7 В.

Зауважте, що поведінка діода показана як залежність струму від напруги, тоді як робота резистора показана як залежність напруги від струму. Діод складається з анода і катода. Коли анод має негативний потенціал, а катод має позитивний потенціал, як показано в частині (а), діод, як кажуть, має зворотне зміщення. При зворотному зміщенні діод має надзвичайно великий опір, і через діод і резистор протікає дуже малий струм — фактично нульовий струм. Коли напруга, що прикладається до кола, зростає, струм залишається фактично нульовим, доки напруга не досягне напруги пробоя, і діод не почне проводити струм, як показано на рис. 5.22. Коли потенціал на діоді змінюються, роблячи анод позитивним, а катод негативним, діод проводить і струм протікає через діод, якщо напруга перевищує 0,7 В. Опір діода близький до нуля. (Це є причиною включення резистора в електричне коло; якби його не було, сила струму була б дуже великою.) З графіка на рис. 5.22 ви можете бачити, що напруга та сила струму не мають лінійної залежності. Таким чином, діод є прикладом неомічного пристрою.

Закон Ома зазвичай описують як $V = IR$, але спочатку він був викладений як мікроскопічний погляд з точки зору густини струму, провідності та електричного поля. Цей мікроскопічний погляд припускає, що пропорційність $V \propto I$ походить від швидкості дрейфу вільних електронів у металі, що є результатом прикладеного електричного поля. Як було зазначено раніше, густина струму пропорційна прикладеному електричному полю. Переформулювання закону Ома приписують Густаву Кірхгофу, ім'я якого ми знову побачимо в наступному розділі.

5.5. Електрична енергія та потужність

В електричному колі електрична енергія безперервно перетворюється в інші форми енергії. Наприклад, коли в провіднику протікає струм, електрична енергія в провіднику перетворюється на теплову. Електричне поле, створене джерелом напруги, прискорює вільні електрони, підвищуючи на короткий час їх кінетичну енергію. Ця збільшена кінетична енергія перетворюється в теплову енергію через зіткнення з іонами гратчастої структури провідника. Ми можемо визначити потужність, яка вимірюється у ватах, як швидкість, з якою робота виконується силою. Потужність також можна визначити як швидкість передачі енергії. У цьому розділі ми обговорюємо швидкість передачі енергії, або потужності, в електричному колі.

Сила в електричних колах

Сила струму багатьох людей асоціюється з електрикою. Можуть прийти на думку лінії електропередач. Ми також розглядаємо лампочки з

точки зору їхньої потужності у ватах. Який вираз для електричної потужності? Порівняємо лампочку на 25 Вт з лампочкою на 60 Вт (рис. 5.23(a)). Лампочка на 60 Вт світить яскравіше, ніж на 25 Вт. Хоча це не показано, лампочка на 60 Вт також тепліша за лампочку на 25 Вт. Тепло і світло виробляються в результаті перетворення електричної енергії. Кінетична енергія, втрачена електронами при зіткненнях, перетворюється на внутрішню енергію провідника і випромінювання. Як напруга, струм і опір пов'язані з електричною силою?

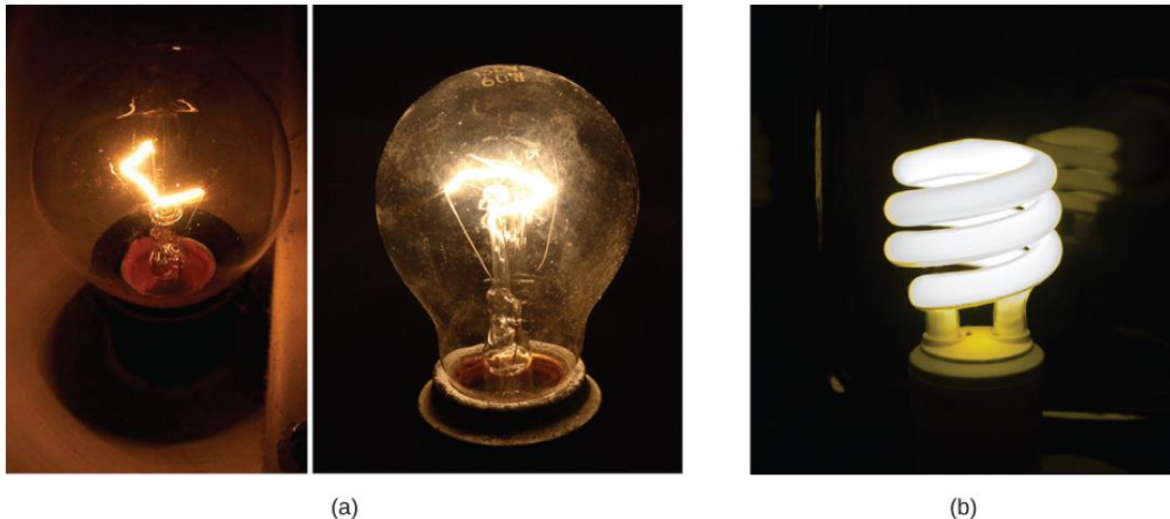


Рис. 5.23. (a) На зображенні вище дві лампи розжарювання: лампа на 25 Вт (ліворуч) і лампа на 60 Вт (праворуч). Лампа на 60 Вт забезпечує більшу інтенсивність світла, ніж лампа на 25 Вт. Електрична енергія, що надходить до лампочок, перетворюється на тепло і світло. (b) Ця компактна люмінесцентна лампа (CFL) випромінює таку саму інтенсивність світла, що й лампа на 60 Вт, але з 1/4 до 1/10 вхідної потужності

Щоб обчислити електричну потужність, розглянемо різницю напруг на ділянці довжиною ΔL (рис. 9.24). Електричний потенціал V_1 вищий за електричний потенціал V_2 , а різниця напруг від'ємна $\Delta V = V_1 - V_2$. Як обговорювалося в розділі «Електричний потенціал», між двома потенціалами існує електричне поле, яке спрямоване від вищого потенціалу до нижчого. Нагадаємо, що електричний потенціал V визначається як потенціальна енергія U заряду: $V = \Delta U / q$, і заряд ΔQ втрачає потенціальну енергію, переходячи через різницю потенціалів. Якщо заряд позитивний, на нього діє сила електричного поля:

$$\vec{F} = m\vec{a} = \Delta Q\vec{E}.$$

Ця сила необхідна для підтримки руху заряду. Ця сила не діє для прискорення заряду на всій відстані ΔL через взаємодію заряду з атомами та вільними електронами в матеріалі.

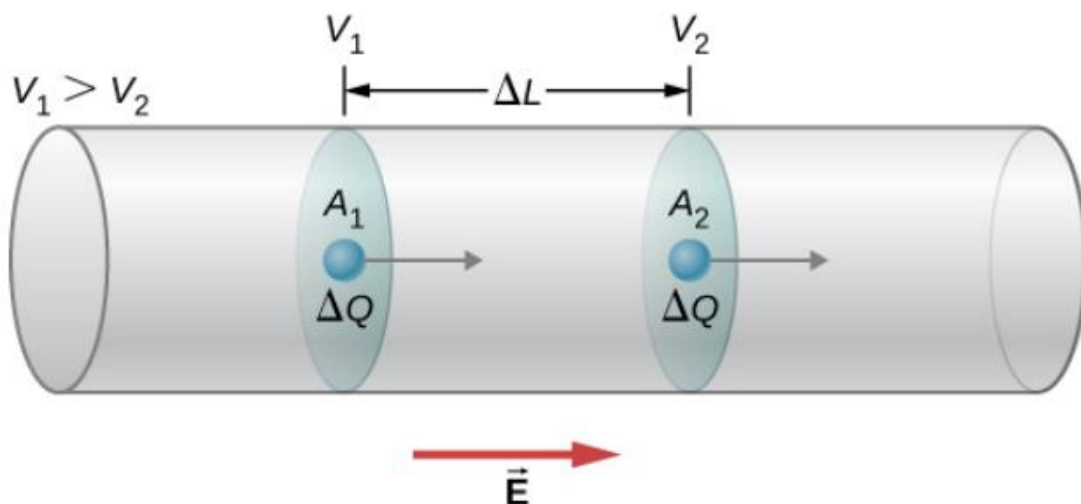


Рис. 5.24. Коли в провіднику існує різниця потенціалів, існує електричне поле, яке вказує в напрямку від вищого потенціалу до нижчого

Швидкість i , отже, кінетична енергія заряду не збільшуються протягом усієї подорожі через ΔL , і заряд, що проходить через площу A_1 , має таку саму швидкість дрейфу, що й заряд, який проходить через площу A_2 . Однак над зарядом виконується робота електричного поля, яке змінює потенціальну енергію. Оскільки зміна електричної різниці потенціалів негативна, електричне поле дорівнює:

$$E = -\frac{V_2 - V_1}{\Delta L} = \frac{V}{\Delta L}.$$

Робота над зарядом дорівнює електричній силі, помноженій на довжину, на яку прикладена сила,

$$W = F\Delta L = \Delta QE\Delta L = \left(\Delta Q \frac{V}{\Delta L}\right)\Delta L = \Delta QV = \Delta U.$$

Заряд рухається зі швидкістю дрейфу, тому робота над зарядом призводить до втрати потенціальної енергії, але середня кінетична енергія залишається постійною. Втрачена електрична потенціальна енергія проявляється як теплова енергія в матеріалі. У мікроскопічному масштабі передача енергії відбувається внаслідок зіткнень між зарядом і молекулами матеріалу, що призводить до підвищення температури в матеріалі. Втрата потенційної енергії призводить до підвищення температури матеріалу, яка розсіюється у вигляді випромінювання. У резисторі він розсіюється у вигляді тепла, а в лампочці – у вигляді тепла та світла. Потужність, що розсіюється матеріалом у вигляді тепла і світла, дорівнює швидкості зміни роботи в часі:

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{\Delta QV}{\Delta t} = IV.$$

За допомогою резистора падіння напруги на резисторі розсіюється у вигляді тепла. Закон Ома стверджує, що напруга на резисторі дорівнює струму, помноженому на опір. Тому потужність, що розсіюється резистором, дорівнює:

$$P = IV = I(IR) = I^2R$$

або

$$P = IV = \left(\frac{V}{R}\right)V = \frac{V^2}{R}.$$

Якщо резистор підключено до батареї, потужність, що розсіюється як випромінювана енергія дротами та резистором, дорівнює:

$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R}.$$

Потужність, що подається від батареї, дорівнює струму, помноженому на напругу:

$$P = IV.$$

Електрична енергія

Електрична потужність, отримана або втрачена будь-яким пристроєм, визначається так:

$$P = IV \tag{5.12}$$

Потужність, що розсіюється резистором, має вигляд:

$$P = I^2R = \frac{V^2}{R}. \tag{5.13}$$

З трьох різних виразів для електричної енергії можна отримати різні ідеї. Наприклад, у формулі $P = \frac{V^2}{R}$ мається на увазі, що чим менший опір, підключений до даного джерела напруги, тим більша потужність. Крім того, оскільки напруга зведена в квадрат в формулі $P = \frac{V^2}{R}$, ефект застосування більшої напруги, буде ще більшим. Таким чином, коли напруга на 25 Вт лампочці подвоюється, її потужність майже вчетверо збільшується приблизно до 100 Вт, і вона згорає. Якби опір лампочки залишався постійним, її потужність була б рівно 100 Вт, але при більш високій температурі її опір теж вищий.

ПРИКЛАД 5.9. Розрахунок потужності електричних пристроїв

Двигун лебідки постійного струму має номінальний струм 20 А з напругою 115 В. Коли двигун працює на максимальній потужності, він може підняти об'єкт вагою 4900 Н на відстань 10 м, за 30 с, з постійною швидкістю. (а) Яку потужність споживає двигун? (б) Яка сила використовується для підняття об'єкта? Нехтуйте опором повітря. (с) Припускаючи, що різниця між потужністю споживаною двигуном, і потужністю, яка використовується для підняття об'єкта, розсіюється у вигляді тепла опором двигуна, оцініть опір двигуна.

Стратегія

(а) Потужність, яку споживає двигун, можна знайти за допомогою формули $P = IV$.

(б) Потужність, використану для підйому об'єкта з постійною швидкістю, можна знайти за допомогою $P = Fv$, де швидкість v — це відстань, поділена на час. Сила, спрямована вгору від двигуна, дорівнює вазі об'єкта, оскільки прискорення дорівнює нулю. (с) Опір двигуна можна знайти за допомогою формули $P = I^2R$.

Розв'язок

а. Потужність, споживана двигуном, дорівнює $P = IV$, сила струму становить 20 А, а напруга — 115 В. Тоді потужність двигуна дорівнює:

$$P = IV = (20 \text{ А})(115 \text{ В}) = 2300 \text{ Вт.}$$

б. Потужність, використана для підйому об'єкта, дорівнює $P = Fv$, де сила дорівнює вазі об'єкта (4900 Н), а величина швидкості дорівнює:

$$v = \frac{10 \text{ м}}{30 \text{ с}} = 0,33 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$P = Fv = (4900 \text{ Н}) \left(0,33 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right) = 1663,33 \text{ Вт.}$$

Різниця в потужності дорівнює $2300,00 \text{ Вт} - 1663,33 \text{ Вт} = 636,67 \text{ Вт}$, а опір можна знайти за допомогою формули $P = I^2R$ так:

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{636,67 \text{ Вт}}{(20 \text{ А})^2} = 1,59 \text{ Ом.}$$

Обговорення

Опір двигуна досить малий. Опір двигуна обумовлений безліччю обмоток мідного дроту. Потужність, що розсіюється двигуном, може бути значною, оскільки теплова потужність, що розсіюється двигуном, пропорційна квадрату струму ($P = I^2R$).

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 5.9

Електродвигуни мають досить високий ККД. Двигун потужністю 100 к.с. може мати ККД 90%, а двигун потужністю 1 к.с. — 80%. Чому важливо використовувати високопродуктивні двигуни?

Запобіжник (рис. 5.25) — це пристрій, що захищає електричне коло від надто великих струмів. Запобіжник — це, по суті, короткий шматок дроту між двома контактами. Як ми бачили, коли струм проходить по провіднику, кінетична енергія носіїв заряду перетворюється в теплову енергію в провіднику. Шматок дроту в запобіжнику знаходиться під напругою і має низьку температуру плавлення. Провід розрахований на нагрів і розрив при номінальному струмі. Коли запобіжник зруйнований, його необхідно замінити, але в робочому стані він захищає решту елементів електричного

кола. Запобіжники спрацьовують швидко, але є невелика затримка в часі, поки провід нагрівається і обривається.



Рис. 5.25. Запобіжник складається з шматка дроту між двома контактами. Коли по дроту проходить струм, більший за номінальний, дріт плавиться, розриваючи з'єднання. На зображенні «перегорів» запобіжник, де обірвався дріт, що захищає електричне коло від пошкодження

Автоматичні вимикачі також розраховані на максимальний струм і розмикаються для захисту кола, але їх роботу можна відновити. Автоматичні вимикачі реагують набагато швидше. Робота автоматичних вимикачів не входить до розгляду в цьому розділі і буде обговорюватися в наступних розділах.

Іншим методом захисту обладнання та людей є автоматичний вимикач при замиканні на землю (GFCI), який широко використовується у ванних кімнатах і на кухнях. Розетки GFCI дуже швидко реагують на зміни струму. Ці розетки відкриваються, коли відбувається зміна магнітного поля, створеного струмопровідними провідниками.

Вартість електроенергії

Чим більше електроприладів ви використовуєте і чим довше вони залишаються ввімкненими, тим вищий ваш рахунок за електроенергію. Цей відомий факт базується на взаємозв'язку між енергією та силою струму. Ви платите за використану енергію E . Оскільки $P = dE/dt$, тоді

$$E = \int P dt.$$

Це енергія, яка використовується пристроєм потужністю P протягом інтервалу часу t . Якщо потужність подається з постійною швидкістю, то енергію можна знайти за формулою $E = Pt$. Наприклад, чим більше горить лампочок, тим більше P використовується; чим довше вони увімкнені, тим більше t . Одиницею енергії в рахунках за електроенергію є кіловат-година (кВт·год) відповідно до співвідношення $E = Pt$. Легко оцінити витрати на експлуатацію електроприладів, якщо ви маєте певне уявлення про їх споживану потужність у ватах або кіловатах, час їх роботи в годинах і вартість кіловат-години для вашої електричної мережі. Кіловат-години, як і

всі інші спеціальні одиниці вимірювання енергії, такі як калорії, можна перетворити на джоулі: $1\text{кВт}\cdot\text{год} = 3,6 \cdot 10^6 \text{Дж}$. Ви можете собі це довести.

Споживану електричну енергію (E) можна зменшити шляхом скорочення часу використання або зменшення споживання електроенергії цим приладом. Це не тільки зменшує вартість, але й зменшує вплив на навколишнє середовище. Покращення освітлення є одним із найшвидших способів зменшити споживання електроенергії в будинку чи на підприємстві. Приблизно 20% споживання енергії в домі йде на освітлення, а для комерційних закладів цей показник наближається до 40%. Флуоресцентні лампи приблизно в чотири рази ефективніші за лампи розжарювання — це стосується як довгих трубок, так і компактних люмінесцентних ламп (КЛЛ). (див. рис. 5.23(b).) Таким чином лампу розжарювання потужністю 60 Вт можна замінити КЛЛ потужністю 15 Вт, яка має таку ж яскравість і колір світла. КЛЛ мають зігнуту трубку всередині скляної сфери або спіралеподібну трубку, усі з'єднані зі стандартною гвинтовою основою, яка підходить до стандартних патронів лампи розжарювання. (Початкові проблеми з кольором світла, мерехтінням, формою та великими початковими інвестиціями для КЛЛ були вирішені в останні роки). Передача тепла від цих КЛЛ менша, і вони служать у 10 разів довше, ніж лампи розжарювання. Значення інвестицій у такі лампочки розглядається в наступному прикладі. Нові білі світлодіодні ліхтарі (які є кластерами маленьких світлодіодних лампочок) навіть ефективніші (удвічі, ніж КЛЛ) і служать у п'ять разів довше, ніж КЛЛ.

ПРИКЛАД 5.10. Розрахунок економічної ефективності світлодіодної лампи

Типовою заміною лампи розжарювання на 100 Вт є світлодіодна лампа на 20 Вт. Світлодіодна лампа потужністю 20 Вт може забезпечити таку ж кількість світла, як і лампа розжарювання потужністю 100 Вт. Яка економія коштів за використання світлодіодної лампи замість лампи розжарювання протягом одного року, якщо припустити, що 0,10 дол. США за кіловат-годину є середнім тарифом електроенергії, що стягується енергетичною компанією? Припустимо, що лампочка включена три години на добу.

Стратегія

(а) Обчисліть енергію, використану протягом року для кожної лампочки, використовуючи $E = Pt$. (б) Помножте енергію на вартість.

Розв'язок.

а. Розрахуйте енерговитрати кожної лампочки на протязі року:

$$E_{\text{лампа розжарювання}} = Pt = 100\text{Вт} \left(\frac{3 \text{ години}}{\text{доба}} \right) (365 \text{ діб}) = 109,5\text{кВт} \cdot \text{год},$$

$$E_{LED} = Pt = 20\text{Вт} \left(\frac{3 \text{ години}}{\text{доба}} \right) (365 \text{ діб}) = 21,9 \text{ кВт} \cdot \text{год.}$$

б. Розрахуйте вартість кожного приладу:

$$\text{Вартість}_{\text{лампа розжарювання}} = 109,5 \text{ кВт} \cdot \text{год} \cdot \left(\frac{0,10\$}{\text{кВт} \cdot \text{год}} \right) = 10,95\$,$$

$$\text{Вартість}_{LED} = 21,90 \text{ кВт} \cdot \text{год} \cdot \left(\frac{0,10\$}{\text{кВт} \cdot \text{год}} \right) = 2,19\$.$$

Обговорення

Світлодіодна лампа споживає на 80% менше енергії, ніж лампа розжарювання, заощаджуючи 8,76 доларів США в порівнянні з лампою розжарювання за один рік. Світлодіодна лампа може коштувати 20 доларів США, а лампа розжарювання потужністю 100 Вт може коштувати 0,75 доларів США, що має бути враховано під час розрахунку. Типовий термін служби лампи розжарювання становить 1200 годин і 50 000 годин для світлодіодної лампи. Лампа розжарювання пропрацює 1,08 року при 3 годинах на добу, а світлодіодна лампа – 45,66 років. Початкова вартість світлодіодної лампи висока, але вартість для власника будинку становитиме 0,69 долара за лампи розжарювання проти 0,44 долара за світлодіодні лампи на рік. (Зауважте, що світлодіодні лампи падають у ціні.) Річна економія становить приблизно 8,50 доларів США, і це лише за одну лампочку.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 5.10

Чи ефективність різних лампочок є єдиним критерієм під час порівняння різних лампочок?

Заміна ламп розжарювання на КЛЛ або світлодіодні лампи є простим способом зменшити споживання енергії в будинках і на комерційних об'єктах. Лампочки CFL працюють за механізмом, який значно відрізняється від ламп розжарювання. Механізм складний і виходить за рамки цього розділу, але дамо дуже загальний опис механізму. Лампи CFL містять аргон і пари ртуті, розміщені всередині спіральної трубки. Лампочки CFL використовують «баласт», який підвищує напругу, що використовується лампою CFL. Баласт створює електричний струм, який проходить через газову суміш і збуджує молекули газу. Збуджені молекули газу виробляють ультрафіолетове (УФ) світло, яке, у свою чергу, стимулює флуоресцентне покриття на внутрішній частині трубки. Це покриття флуоресцює у видимому спектрі, випромінюючи видиме світло. Традиційні люмінесцентні лампи та лампи CFL мали коротку часову затримку до кількох секунд, поки суміш «розігрівалася», а молекули досягали збудженого стану. Слід зазначити, що ці лампочки дійсно містять ртуть, яка є отруйною, але якщо лампочку не розбити, ртуть ніколи не

виділяється. Навіть якщо лампочка розбита, ртуть, як правило, залишається у люмінесцентному покритті. Кількість також досить мала, і переваги економії енергії можуть переважити недоліки використання ртуті. Лампочки CFL замінюються на світлодіодні лампочки, де LED означає «світлодіод». Діод коротко обговорювався як неомний пристрій, виготовлений з напівпровідникового матеріалу, який, по суті, дозволяє струму протікати в одному напрямку. Світлодіоди — це особливий тип діода, виготовленого з напівпровідникових матеріалів, доповнених домішками в комбінаціях і концентраціях, які дозволяють перетворювати додаткову енергію від руху електронів під час електричного збудження у видиме світло. Напівпровідникові пристрої будуть пояснені більш детально пізніше. Комерційні світлодіоди швидко стають стандартом для комерційного та житлового освітлення, замінюючи лампи розжарювання та CFL. Вони розроблені для видимого спектра та виготовлені з галію, легованого атомами миш'яку та фосфору. Колір світла, який випромінює світлодіод, залежить від матеріалів, які використовуються в напівпровіднику, і від сили струму. У перші роки розробки світлодіодів маленькі світлодіоди на друкованих платах були червоними, зеленими та жовтими, але тепер світлодіодні лампи можна запрограмувати на випромінювання мільйонів кольорів світла, а також багато різних відтінків білого світла.

Порівняння ламп розжарювання, КЛЛ і світлодіодних ламп

Економія енергії може бути значною, якщо замінити лампу розжарювання або КЛЛ на світлодіодну. Лампочки оцінюються за кількістю споживаної електроенергії, а кількість світлового потоку вимірюється в люменах. Люмен (лм) є похідною одиницею світлового потоку в СІ та є мірою загальної кількості видимого світла, випромінюваного джерелом. Лампу розжарювання потужністю 60 Вт можна замінити CFL-лампю потужністю 13-15 Вт або світлодіодною лампою потужністю 6-8 Вт, усі три з яких мають світловий потік приблизно 800 лм. У таблиці 5.2 наведено характеристики світловіддачі для деяких лампочок, які зазвичай використовуються. Тривалість життя трьох типів ламп значно відрізняється. Термін служби світлодіодної лампи становить 50 000 годин, тоді як CFL має термін служби 8000 годин, а лампа розжарювання працює лише 1200 годин. Світлодіодна лампа є найміцнішою, легко витримує грубе поводження, таке як удари та поштовхи. Лампочка розжарювання не дуже стійка до такої обробки, оскільки нитка розжарювання та скло можуть легко розбитися. Лампа CFL також менш довговічна, ніж світлодіодна лампа, через її скляну конструкцію. Кількість випромінюваного тепла становить 1 Вт для світлодіодної лампи 8 Вт, 25 Вт для лампи розжарювання 60 Вт і 8,8 Вт для

CFL лампи. Як згадувалося раніше, основним недоліком лампи CFL є те, що вона містить ртуть, нейротоксин, і її потрібно утилізувати як небезпечні відходи. З цих даних легко зрозуміти, чому світлодіодні лампи швидко стають стандартом освітлення.

Таблиця 5.2

Світлова потужність світлодіодних ламп, ламп розжарювання та CFL

Світловий потік (люмен)	Світлодіодні лампочки (ват)	Лампи розжарювання (ват)	Лампочки CFL (ват)
450	4–5	40	9–13
800	6–8	60	13–15
1100	9–13	75	18–25
1600	16–20	100	23–30
2600	25–28	150	30–55

Підсумок взаємозв'язків

У цьому розділі ми обговорили зв'язки між напругою, струмом, опором і потужністю. На рис. 5.26 показано зв'язки між цими вимірюваними величинами для омичних пристроїв. (Пам'ятайте, що омичні пристрої дотримуються закону Ома $V = IR$)

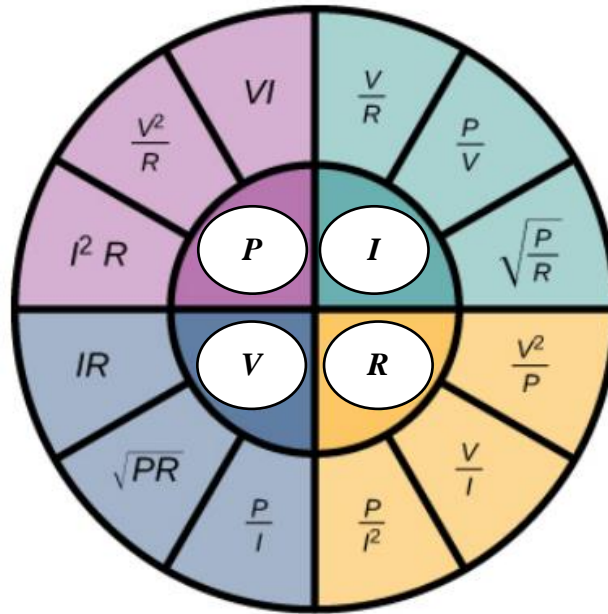
Наприклад, якщо вам потрібно обчислити потужність, використовуйте рожеву секцію, яка показує, що

$$P = IV,$$

$$P = \frac{V^2}{R},$$

$$P = I^2R.$$

Яке рівняння ви використовуєте, залежить від того, які значення вам надано або вимірюєте. Наприклад, якщо вам задано силу струму та опір, використовуйте $P = I^2R$. Хоча всі можливі комбінації можуть здатися величезними, не забувайте, що всі вони є комбінаціями лише двох рівнянь: закону Ома $V = IR$ та потужності $P = IV$.



P = потужність I = струм
 V = Напряга R = Опір

Рис. 5.26. У цьому колі показано зведення рівнянь для взаємозв'язків між потужністю, струмом, напругою та опором

5.6. Надпровідники

Торкніться джерела живлення вашого портативного комп'ютера або іншого пристрою. Ймовірно, він трохи теплий. Це тепло є небажаним побічним продуктом процесу перетворення побутової електроенергії в струм, який може використовувати ваш пристрій. Хоча електроенергія досить ефективна, з нею пов'язані інші втрати. Як обговорювалося в розділі про потужність та енергетику, передача електроенергії спричиняє втрати I^2R в лінії. Ці втрати в лінії існують незалежно від того, чи виробляється електроенергія на звичайних електростанціях (використовують вугілля, нафту або газ), атомних станціях, сонячних станціях, гідроелектростанціях або вітрових електростанціях. Ці втрати можна зменшити, але не усунути, шляхом передачі з використанням вищої напруги. Було б чудово, якби ці втрати в лінії можна було усунути, але для цього знадобляться лінії електропередачі з нульовим опором. У світі, який має глобальні інтереси не витратити енергію, зменшення або усунення цієї небажаної теплової енергії було б значним досягненням. Хіба це можливо?

Опір ртуті

У 1911 році Хайке Камерлінг Оннес з Лейденського університету, голландський фізик, досліджував температурну залежність опору елемента ртуті. Він охолодив зразок ртуті і помітив знайому поведінку лінійної залежності опору від температури; зі зниженням температури опір зменшувався. Камерлінг Оннес продовжив охолоджувати зразок ртуті, використовуючи рідкий гелій. Коли температура наближалася до 4,2 К ($-269,2^{\circ}\text{C}$), опір різко став нульовим (рис. 5.27). Ця температура відома як **критична температура** для ртуті. Зразок ртуті увійшов у фазу, де опір був абсолютно нульовим. Це явище відоме як **надпровідність**. (Примітка: якщо під'єднати проводи тризначного омметра до провідника, показання зазвичай відображатимуться як 0,00 Ом. Опір провідника насправді не дорівнює нулю, а менше ніж 0,01 Ом). Існують різні методи вимірювання дуже малого опору, наприклад метод чотирьох точок, але омметр не є прийнятним методом для тестування опору в надпровідності.

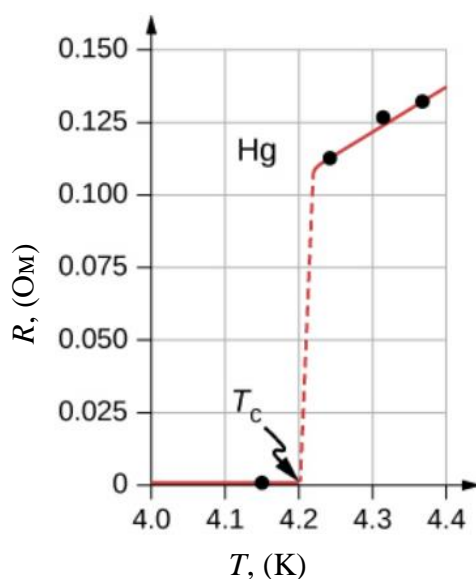


Рис. 5.27. Опір зразка ртуті дорівнює нулю при дуже низьких температурах — вона є надпровідником до температури приблизно 4,2 К. Вище цієї критичної температури її опір різко стрибає, а потім зростає майже лінійно з температурою

Інші надпровідні матеріали

У ході досліджень було виявлено, що кілька інших матеріалів переходять у надпровідну фазу, коли температура досягає абсолютного нуля. У 1941 році було знайдено сплав нітриду ніобію, який міг стати надпровідним при $T_c = 16$ К (-257°C) а в 1953 році було виявлено, що ванадій-кремній став надпровідним при $T_c = 17,5$ К ($-255,7^{\circ}\text{C}$). Температури

переходу в надпровідність повільно підвищувалися. Дивно, але багато матеріалів, з яких роблять хороші провідники, наприклад, мідь, срібло та золото, не виявляють надпровідності. Уявіть собі економію енергії, якби лінії електропередач для електростанцій могли бути надпровідними при температурах, близьких до кімнатної! Опір нуль Ом означає відсутність втрат $I^2 R$ і суттєвий стимул до зниження споживання енергії. Проблема в тому, перехід в надпровідний стан знаходиться в діапазоні температур рідкого гелію. При цій температурі передача електричної енергії є нерентабельною через потреби в охолодженні. Великий стрибок стався у 1986 році, коли група дослідників на чолі з доктором Чінг Ву Чу з Х'юстонського університету виготовила крихку керамічну суміш з температурою переходу $T_C = 92 \text{ K}$ (-181°C). Керамічний матеріал, що складається з оксиду ітрію, барію, міді (YBCO), був ізолятором при кімнатній температурі. Хоча ця температура все ще здається досить низькою, вона близька до точки кипіння рідкого азоту, рідини, яка зазвичай використовується в холодильних установках. Можливо, ви помітили вантажівки-рефрижератори, що їдуть по шосе з позначкою «Охолодження рідким азотом».

Кераміка YBCO є матеріалом, який може бути корисним для передачі електричної енергії, оскільки економія витрат на зменшення втрат $I^2 R$ є більшою, ніж вартість охолодження надпровідного кабелю, що робить її фінансово доцільною. Було і є багато інженерних проблем, які необхідно було подолати. Наприклад, на відміну від традиційних електричних кабелів, які є гнучкими та мають пристойну міцність на розрив, кераміка є крихкою і швидше ламається, ніж розтягується під тиском. Процеси, які досить прості з використанням традиційних кабелів, наприклад підключення, ускладнюються під час роботи з керамікою. Проблеми важкі та складні, і вчені-матеріалознавці та інженери пропонують інноваційні рішення. Цікавим наслідком переходу опору до нуля є те, що коли в надпровіднику виникає струм, він зберігається без прикладеного джерела напруги. Було встановлено петлі струму в надпровіднику, і спостерігалось, що петлі струму зберігаються протягом багатьох років без розпаду.

Нульовий опір — не єдине цікаве явище, яке виникає, коли матеріали досягають своїх температур переходу. Другим ефектом є виключення магнітних полів. Це відоме як **ефект Мейснера** (рис. 5.28). Легкий постійний магніт, розміщений над надпровідним зразком, левітуватиме в стабільному положенні над надпровідником. Було розроблено високошвидкісні поїзди, які літають на сильних надпровідних магнітах, усуваючи тертя, яке зазвичай виникає між поїздом і коліями. В Японії тестова лінія Yamanashi Maglev була відкрита 3 квітня 1997 року. У квітні 2015 року тестовий автомобіль MLX01 розігнався до 374 603 км/год.

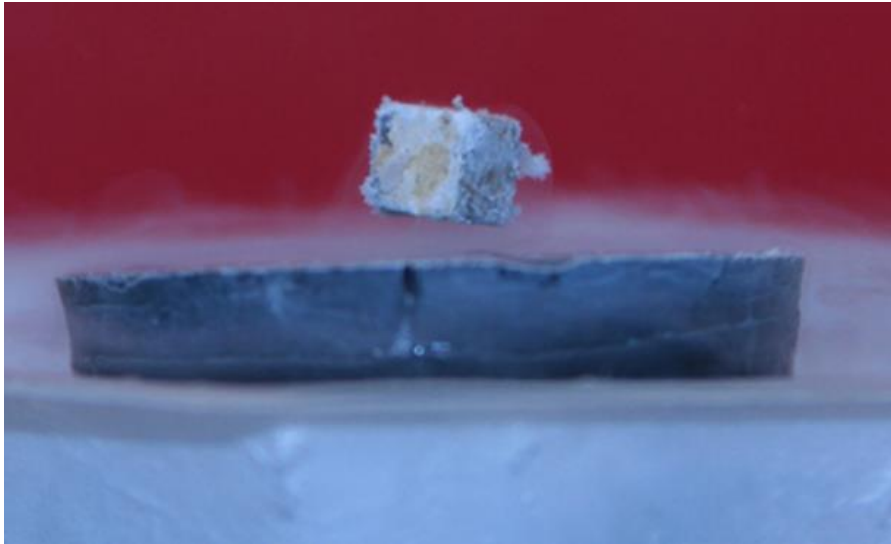


Рис. 5.28. Невеликий сильний магніт парить над надпровідником, охолодженим до температури рідкого азоту. Магніт левітує, оскільки надпровідник виключає магнітні поля

У таблиці 5.3 наведено список елементів, сполук і високотемпературних надпровідників разом із критичними температурами, за яких вони стають надпровідними.

Кожен розділ сортується від найвищої критичної температури до найнижчої. Також зазначено критичне магнітне поле для деяких матеріалів. Це сила магнітного поля, яке руйнує надпровідність. Нарешті, вказано тип надпровідника. Існує два типи надпровідників. Існує 30 чистих металів, які демонструють нульовий питомий опір нижче критичної температури та демонструють ефект Мейснера, властивість виключати магнітні поля з внутрішньої частини надпровідника, коли надпровідник знаходиться при температурі нижче критичної температури. Ці метали називають надпровідниками I типу. Надпровідність існує лише нижче їх критичних температур і нижче критичної напруженості магнітного поля. Надпровідники типу I добре описуються теорією БКШ (описано далі). Надпровідники типу I мають обмежене практичне застосування, оскільки сила критичного магнітного поля, необхідного для руйнування надпровідності, досить низька.

Встановлено, що надпровідники II типу мають набагато вищі критичні магнітні поля і, отже, можуть переносити набагато вищі густини струму, залишаючись у надпровідному стані. Колекція різноманітної кераміки, що містить оксид барію-міді, має значно вищі критичні температури для переходу в надпровідний стан. Надпровідні матеріали, які належать до цієї підкатегорії надпровідників II типу, часто відносять до категорії високотемпературних надпровідників.

Таблиця 5.3

Критичні температури надпровідників

Матеріал	Символ або формула	Критична температура, T_c (К)	Критичне магнітне поле, B_c (Тл)	Тип
Елементи				
Плюмбум	Pb	7.19	0.08	I
Лантан	La	(α) 4.90 – (β) 6.30		I
Тантал	Ta	4.48	0.09	I
Ртуть	Hg	(α) 4.15 – (β) 3.95	0.04	I
Олово	Sn	3.72	0.03	I
Індій	In	3.40	0.03	I
Талій	Tl	2.39	0.03	I
Реній	Re	2.40	0.03	I
Торій	Th	1.37	0.013	I
Протактиній	Pa	1.40		I
Алюміній	Al	1.20	0.01	I
Галій	Ga	1.10	0.005	I
Цинк	Zn	0.86	0.014	I
Титан	Ti	0.39	0.01	I
Уран	U	(α) 0.68 – (β) 1.80		I
Кадмій	Cd	11.4	4.00	I
Сполуки				
Ніобій-германій	Nb ₃ Ge	23.20	37.00	II
Ніобій-олово	Nb ₃ Sn	18.30	30.00	II
Ніобій-нітрид	NbN	16.00		II
Ніобій-титан	NbTi	10.00	15.00	II
Високотемпературні оксиди				
	HgBa ₂ CaCu ₂ O ₈	134.00		II
	Tl ₂ Ba ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	125.00		II
	YBa ₂ Cu ₃ O ₇	92.00	120.00	II

Вступ до теорії BCS

Надпровідники I типу, а також деякі надпровідники II типу, можна моделювати за допомогою теорії BCS, запропонованої Джоном Бардіном, Леоном Купером і Робертом Шріффером. Хоча ця теорія виходить за рамки цього розділу, тут надається короткий виклад теорії. (Більш детальну інформацію можна знайти у розділі «Фізика конденсованих середовищ».) Теорія розглядає пари електронів і те, як вони з'єднуються між собою через взаємодію коливань ґратки. Через взаємодію з кристалічною решіткою електрони поблизу енергетичного рівня Фермі відчувають невелику силу тяжіння та утворюють пари (пари Купера), а зв'язок відомий як фононна взаємодія. Поодинокі електрони – це ферміони, які є частинками, які підкоряються принципу виключення Паулі. Принцип виключення Паулі в квантовій механіці стверджує, що два ідентичні ферміони (частинки з напівцілим спіном) не можуть перебувати в одному квантовому стані одночасно. Кожен електрон має чотири квантових числа. Головне квантове число (n) описує енергію електрона, квантове число орбітального кутового моменту (l) вказує на найбільш імовірну відстань від ядра, магнітне квантове число (m) описує енергетичні рівні в підоболонці, а квантове число спіна електрона (s) описує орієнтацію спіна електрона вгору або вниз. Коли матеріал переходить у надпровідний стан, пари електронів діють більше як бозони, які можуть конденсуватися на той самий енергетичний рівень і не повинні підкорятися принципу виключення Паулі. Електронні пари мають трохи нижчу енергію і залишають над собою енергетичний проміжок порядку 0,001 еВ. Цей енергетичний розрив гальмує взаємодії зіткнень, які призводять до звичайного питомого опору. Коли температура матеріалу нижче критичної, теплова енергія менша за ширину забороненої зони, і матеріал демонструє нульовий питомий опір.

Застосування надпровідників

Надпровідники можна використовувати для виготовлення надпровідних магнітів. Ці магніти в 10 разів сильніші за найсильніші електромагніти. Ці магніти зараз використовуються в магнітно-резонансній томографії (МРТ), яка створює високоякісні зображення внутрішньої частини тіла без небезпечного випромінювання. Іншим цікавим застосуванням надпровідності є SQUID (надпровідний квантовий інтерференційний пристрій). SQUID — це дуже чутливий магнітометр, який використовується для вимірювання надзвичайно тонких магнітних полів. Робота SQUID заснована на надпровідних контурах, що містять **джозефсонівські переходи**. Джозефсонівські з'єднання є результатом теоретичного передбачення, зробленого Б. Д. Джозефсоном у статті, опублікованій у 1962 році. У статті Джозефсон описав, як надструм може

протікати між двома частинами надпровідника, розділеними тонким шаром ізолятора. Це явище тепер називають ефектом Джозефсона. SQUID складається з надпровідної петлі струму, що містить два переходи Джозефсона, як показано на рис. 5.29. Коли петлю поміщають навіть у дуже слабе магнітне поле, виникає ефект інтерференції, який залежить від сили магнітного поля.

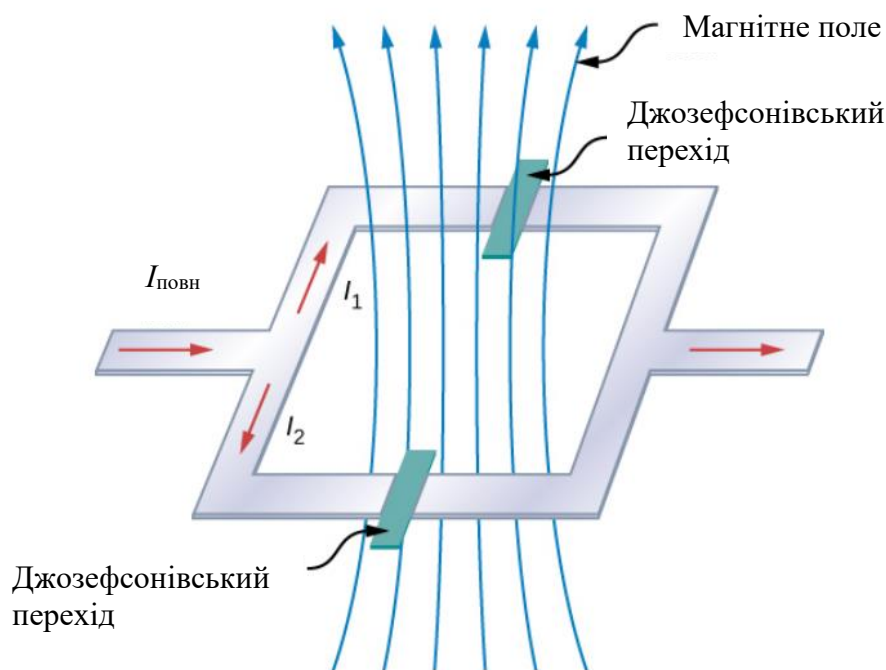


Рис. 5.29. SQUID (надпровідний квантовий інтерференційний пристрій) використовує надпровідну петлю струму та два переходи Джозефсона для виявлення невеликих за величиною магнітних полів порядку 10^{-14} Тл (магнітне поле Землі має порядок 30 мкТл)

Надпровідність – захоплююче і корисне явище. При критичних температурах поблизу температури кипіння рідкого азоту надпровідність має спеціальні застосування в МРТ, прискорювачах частинок і високошвидкісних поїздах. Чи досягнемо ми стану, коли ми зможемо змусити матеріали увійти в надпровідну фазу при температурах, близьких до кімнатної? Це здається далеко, але якби в 1911 році вчених запитали, чи зможемо ми досягти температури рідкого азоту за допомогою кераміки, вони могли б подумати, що це неправдоподібно.

КОЛО ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

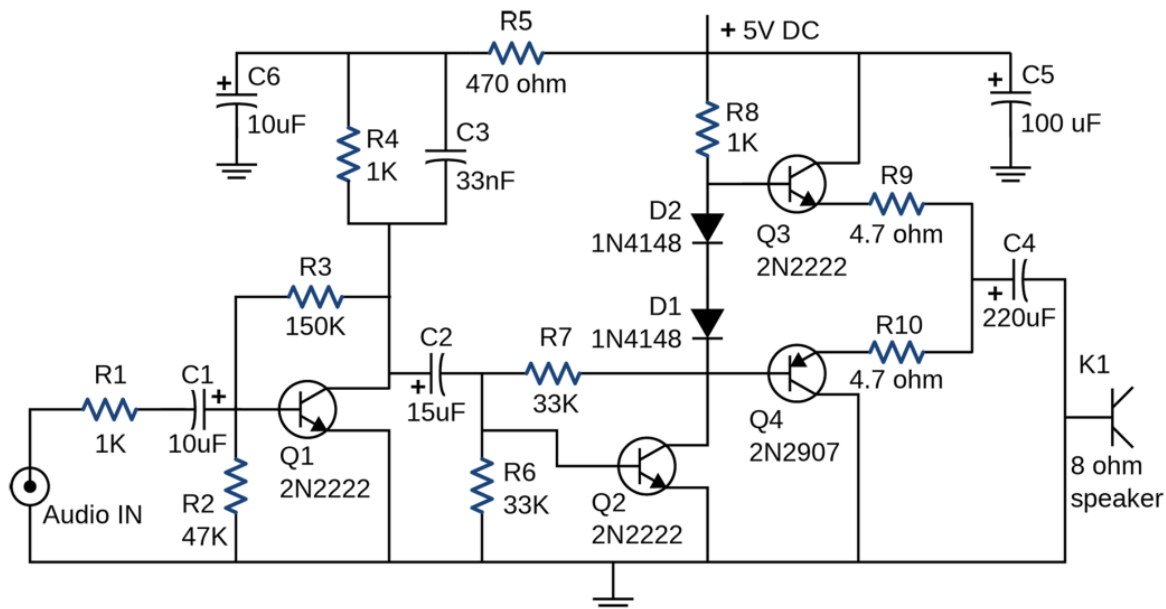


Рис. 6.1. Ця схема використовується для посилення слабких сигналів і живлення динаміків навушників, підключених до стільникового телефону. Компоненти цієї схеми включають резистори, конденсатори та діоди, усі з яких були розглянуті в попередніх розділах, а також транзистори, які є напівпровідниковими пристроями, розглянутими у фізиці конденсованого середовища. Схеми, що використовують подібні компоненти, зустрічаються в усіх типах обладнання та приладів, які ви зустрічаєте в повсякденному житті, наприклад, будильники, телевізори, комп'ютери та холодильники

Введення

У кількох попередніх розділах ми обговорювали електричні компоненти, включаючи конденсатори, резистори та діоди. У цьому розділі ми використовуємо ці електричні компоненти в схемах. Схема — це сукупність електричних компонентів, з'єднаних для виконання певного завдання. На рис. 6.1 показано схему підсилювача, яка приймає сигнал малої амплітуди та підсилює його для живлення динаміків у навушниках. Хоча схема виглядає складною, насправді вона складається з набору послідовних, паралельних і послідовно-паралельних схем. Другий розділ цієї глави охоплює аналіз послідовних і паралельних контурів, які складаються з резисторів. Далі в цьому розділі ми представимо основні рівняння та методи аналізу будь-якої схеми, включно з тими, які не можна звести шляхом спрощення паралельних і послідовних елементів. Але спочатку нам потрібно зрозуміти, як жити схемою.

6.1. Електрорушійна сила

Якщо ви забули вимкнути фари автомобіля, вони повільно тьмяніють, коли акумулятор розряджається. Чому вони раптово не блимають, коли заряд батареї розряджається? Їх поступове затемнення означає, що вихідна напруга батареї зменшується, коли батарея розряджається. Причина зниження вихідної напруги для розряджених батарей полягає в тому, що всі джерела напруги мають дві основні частини — джерело електричної енергії та внутрішній опір. У цьому розділі ми розглянемо джерело енергії та внутрішній опір.

Вступ до електрорушійної сили

Джерел напруги багато, деякі з яких показано на рис. 6.2. Усі подібні пристрої створюють **різницю потенціалів** і можуть подавати струм, якщо їх підключити до електричного кола. Особливий тип різниці потенціалів відомий як **електрорушійна сила** (ЕРС). ЕРС взагалі не є силою, але термін «електрорушійна сила» використовується з історичних причин. Він був винайдений Алессандро Вольтою в 1800-х роках, коли він винайшов першу батарею, також відому як батарею Вольта. Оскільки електрорушійна сила не є силою, прийнято називати ці джерела просто джерелами ЕРС (вимовляється буквами «е-ре-ес»), а не як джерела електрорушійної сили. Якщо електрорушійна сила взагалі не є силою, то що таке ЕРС і що є джерелом ЕРС?



Рис. 6.2. Різноманітність джерел напруги. (а) Вітряна електростанція; (b) гребля; (c) сонячна електростанція; (d) група нікель-метал-гідридних батарей. Вихідна напруга кожного пристрою залежить від його конструкції та навантаження. Вихідна напруга дорівнює ЕРС лише за відсутності навантаження

Щоб відповісти на ці запитання, розглянемо просту схему лампи на 12 В, підключеної до акумулятора на 12 В, як показано на рис. 6.3.

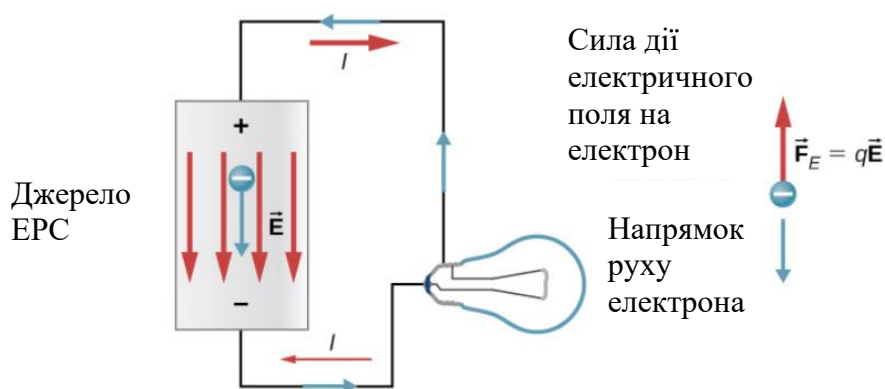


Рис. 6.3. Джерело ЕРС підтримує на одному виводі вищий електричний потенціал, ніж на іншому виводі, діючи як джерело струму в колі

Акумулятор можна змоделювати як пристрій із двома полюсами, який підтримує електричний потенціал на одному з полюсів вищий, ніж на

другому. Вищий електричний потенціал іноді називають позитивним полюсом і позначають знаком плюс. Клему з нижчим потенціалом іноді називають негативним полюсом та позначають знаком мінус. Це джерело ЕРС. Коли джерело ЕРС не під'єднано до лампи, в джерелі ЕРС немає чистого потоку заряду. Коли батарею під'єднано до лампи, заряди протікають від однієї клеми батареї через лампу (примушуючи світити лампу) і назад до іншої клеми батареї. Якщо ми розглядаємо позитивний (звичайний) струм, то позитивні заряди залишають позитивну клему, проходять через лампу та потрапляють на негативну клему. Позитивний струм корисний для більшості аналізів електричних контурів у цьому розділі, але в металевих дротах і резисторах електрони роблять найбільший внесок у струм, течучи в напрямку, протилежному позитивному струму. Тому реалістичніше розглядати рух електронів для аналізу схеми на рис. 6.3. Електрони залишають негативний полюс, проходять через лампу та повертаються до позитивного полюсу. Щоб джерело ЕРС підтримувало різницю потенціалів між двома полюсами, негативні заряди (електрони) повинні бути переміщені від позитивного до негативного. Джерело ЕРС діє як зарядовий насос, переміщуючи негативні заряди від позитивного полюсу до негативного, щоб підтримувати різницю потенціалів. Це збільшує потенціальну енергію зарядів, а отже, і електричний потенціал зарядів. Сила, яка діє на негативний заряд від електричного поля, є протилежною до електричного поля, як показано на рис. 6.3. Для того, щоб негативні заряди перемістилися до негативної клеми, необхідно виконати роботу над негативними зарядами. Для цього потрібна енергія, яка надходить від хімічних реакцій в акумуляторі. Потенціал підтримується високим на позитивній клемі та низьким на негативній, щоб підтримувати різницю потенціалів $\varepsilon = \frac{dW}{dq}$ між двома клемами. ЕРС дорівнює роботі над зарядом на одиницю заряду, коли струм не тече. Оскільки одиницею роботи є джоуль, а одиницею заряду є кулон, одиницею ЕРС є вольт ($1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/Кл}$).

Напруга на клемі батареї $V_{\text{полюс}}$ – це напруга, виміряна на клемі батареї. **Ідеальна батарея** – це джерело ЕРС, яке підтримує постійну напругу на клемі незалежно від струму між двома клемами. Ідеальна батарея не має внутрішнього опору, а напруга на клемі дорівнює ЕРС батареї. У наступному розділі ми покажемо, що справжня батарея має внутрішній опір і напруга на клемі завжди менша за ЕРС батареї.

Походження потенціалу батареї

Комбінація хімічних речовин і склад клем батареї визначають її ЕРС. Свинцево-кислотна батарея, яка використовується в автомобілях та інших транспортних засобах, є однією з найпоширеніших комбінацій хімікатів. На рис. 6.4 показаний один елемент (один із шести) цієї батареї. Катодний

(позитивний) полюс елемента з'єднаний із пластиною оксиду свинцю, тоді як анодний (негативний) полюс з'єднаний зі свинцевою пластиною. Обидві пластини занурені в сірчану кислоту, електроліт для системи.

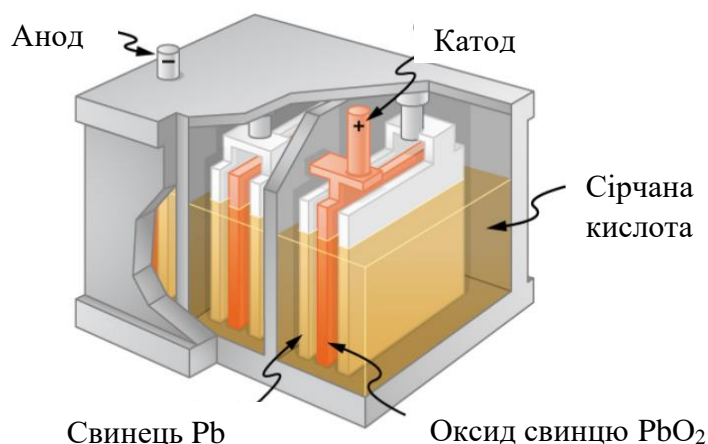


Рис. 6.4. Хімічні реакції в свинцево-кислотному елементі відокремлюють заряд, посилаючи негативний заряд на анод, який з'єднаний зі свинцевими пластинами. Пластини з оксиду свинцю підключаються до позитивного або катодного виводу елемента. Сірчана кислота проводить заряд, а також бере участь у хімічній реакції

Трохи знаючи, як взаємодіють хімічні речовини в свинцево-кислотній батареї, можна зрозуміти походження потенціалу, створений батареєю. На рис. 6.5 зображено результат однієї хімічної реакції.

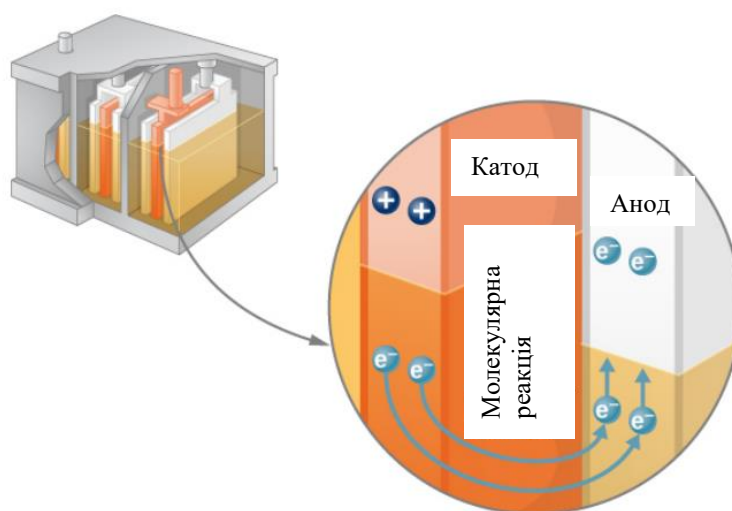


Рис. 6.5. У свинцево-кислотній батареї два електрони витісняються на анод елемента, а два електрони видаляються з катода елемента. Хімічна реакція в свинцево-кислотній батареї поміщає два електрони на анод і видаляє два з катода. Для цього потрібен замкнутий контур, оскільки два електрони повинні бути подані на катод

Два електрони розміщені на аноді, роблячи його негативним, за умови, що катод постачає два електрони. Це залишає катод позитивно зарядженим, оскільки він втратив два електрони. Коротше кажучи, розділення заряду було викликано хімічною реакцією. Зауважте, що реакція не відбувається, якщо немає повної схеми, яка дозволяє двом електронам подаватись на катод. За багатьох обставин ці електрони виходять з анода, проходять через опір і повертаються на катод. Зауважте також, що оскільки в хімічних реакціях беруть участь речовини з опором, неможливо створити ЕРС без внутрішнього опору.

Внутрішній опір і напруга на клеммах

Величину опору струму в джерелі напруги називають **внутрішнім опором**. Внутрішній опір r батареї може змінюватися складно. Як правило, він збільшується, коли батарея розряджається, через окислення пластин або зниження кислотності електроліту. Однак внутрішній опір також може залежати від величини та напрямку струму через джерело напруги, його температури та навіть його історії. Внутрішній опір перезаряджуваних нікель-кадмієвих елементів, наприклад, залежить від того, скільки разів і наскільки глибоко вони були розряджені. Проста модель батареї складається з ідеалізованого джерела ЕРС і внутрішнього опору r (рис. 6.6).

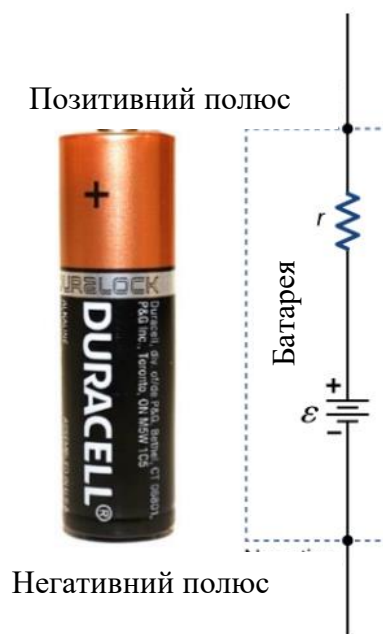


Рис. 6.6. Акумулятор можна змодельовати як ідеалізовану ЕРС із внутрішнім опором (r). Напруга на клеммах акумулятора становить $V_{\text{полюс}} = \varepsilon - Ir$

Припустимо, зовнішній резистор, відомий як опір навантаження R , підключений до джерела напруги, такого як батарея, як показано на рис. 6.7.

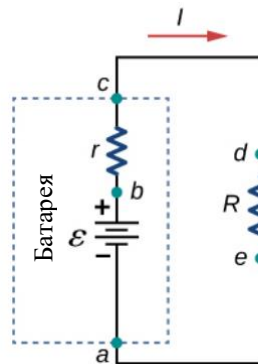


Рис. 6.7. Схема джерела напруги з навантажувальним резистором R . Оскільки внутрішній опір r включений послідовно з навантаженням, він може суттєво впливати на напругу на клемі і струм, що подається до навантаження

На малюнку зображено модель батареї з ЕРС, внутрішнім опором r і навантажувальним резистором R , підключеними до її клем. Використовуючи звичайний струм, позитивні заряди виходять з позитивної клемі батареї, проходять через резистор і повертаються до негативної клемі батареї. Напруга на клемі батареї залежить від ЕРС, внутрішнього опору та сили струму і дорівнює:

$$V_{\text{полюс}} = \varepsilon - Ir. \quad 6.1$$

Для даної ЕРС і внутрішнього опору напруга на клемі зменшується зі збільшенням струму через падіння потенціалу Ir внутрішнього опору.

Графік різниці потенціалів на кожному елементі схеми показано на рис. 6.8. По контуру проходить струм I , а падіння потенціалу на внутрішньому резисторі дорівнює Ir . Напруга на клемі дорівнює $\varepsilon - Ir$, що дорівнює **падінню потенціалу** на резисторі навантаження

$$IR = \varepsilon - Ir.$$

Як і у випадку з потенційною енергією, важливою є зміна напруги. Коли використовується термін «напруга», ми припускаємо, що це насправді зміна потенціалу, або ΔV . Однак Δ часто опускається для зручності.

Струм через навантажувальний резистор становить:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}.$$

З цього виразу ми бачимо, що чим менший внутрішній опір r , тим більший струм джерело напруги постачає на навантаження R . Коли батареї розряджаються, r збільшується. Якщо r стає значною частиною опору навантаження, тоді струм значно зменшується, як показано в наступному прикладі.

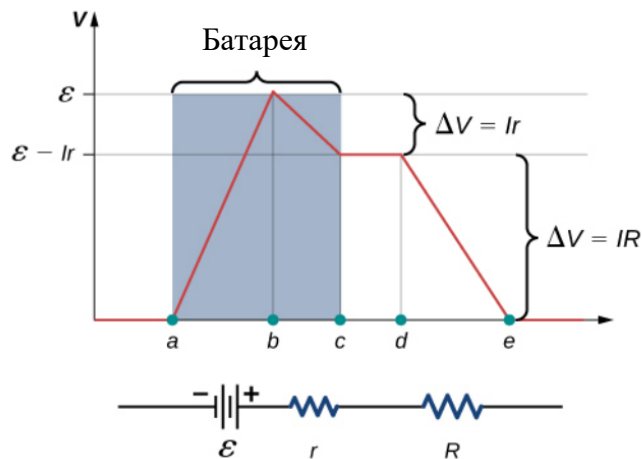


Рис. 6.8. Графік залежності напруги в контурі батареї та опору навантаження. Електричний потенціал збільшує ЕРС батареї внаслідок хімічних реакцій, що виконують роботу над зарядами. Відбувається зниження електричного потенціалу в акумуляторі через внутрішній опір ($-Ir$). Потенціал зменшується через внутрішній опір, роблячи напругу на клемі батареї рівною ($\varepsilon - Ir$). Потім напруга зменшується на (IR). Струм дорівнює $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$

ПРИКЛАД 6.1. Аналіз схеми з батареєю та навантаженням

Батарея має ЕРС = 12,00 В і внутрішній опір 0,1 Ом. (а) Обчисліть його напругу на клемі при підключенні до навантаження 10 Ом. (б) Яка напруга на клемі при підключенні до навантаження 0,5 Ом? (с) Яку потужність розсіює навантаження 0,5 Ом? (д) Якщо внутрішній опір зростає до 0,5 Ом, знайдіть струм, напругу на клемі і потужність, що розсіюється навантаженням 0,5 Ом.

Стратегія

Наведений вище аналіз дав вираз для струму з урахуванням внутрішнього опору. Коли струм знайдено, напругу на клемі можна обчислити за допомогою рівняння $V_{\text{полюс}} = \varepsilon - Ir$. Коли струм знайдено, ми також можемо знайти потужність, що розсіюється резистором.

Розв'язок

а. Введення наведених значень ЕРС, опору навантаження та внутрішнього опору у вираз вище дає результат:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12,00 \text{ В}}{10,10 \text{ Ом}} = 1,188 \text{ А.}$$

Введіть відомі значення в рівняння $V_{\text{полюс}} = \varepsilon - Ir$, щоб отримати напругу на клемі:

$$V_{\text{полюс}} = \varepsilon - Ir = 12,00 \text{ В} - (1,188 \text{ А})(0,100 \text{ Ом}) = 11,90 \text{ В.}$$

Напруга на клемі тут лише трохи нижча за ЕРС, що означає, що навантаження не є значним.

в. Аналогічно, оскільки $R = 0,5 \text{ Ом}$, струм дорівнює:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12,00 \text{ В}}{0,600 \text{ Ом}} = 20,00 \text{ А.}$$

Напруга на клемі дорівнює:

$$V_{\text{поллюс}} = \varepsilon - Ir = 12,00 \text{ В} - (20,00 \text{ А})(0,100 \text{ Ом}) = 10,00 \text{ В.}$$

Напруга на клемі демонструє більш значне зниження порівняно з ЕРС, що означає велике навантаження $0,5 \text{ Ом}$ для цієї батареї. «Велике навантаження» означає більше споживання струму від джерела, але не більший опір.

с. Потужність, що розсіюється навантаженням $0,5 \text{ Ом}$, можна знайти за формулою $P = I^2 R$. Введення відомих значень дає значення:

$$P = I^2 R = (20,0 \text{ А})^2 (0,500 \text{ Ом}) = 2,00 \times 10^2 \text{ Вт.}$$

Зауважте, що цю потужність також можна отримати за допомогою виразу $\frac{V^2}{R}$, або IV , де V — напруга на клемі (у цьому випадку $10,0 \text{ В}$).

д. Тут внутрішній опір збільшився, можливо, через виснаження батареї, до точки, коли він такий же великий, як опір навантаження. Як і раніше, ми спочатку знаходимо струм, вводючи відомі значення у вираз:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12,00 \text{ В}}{1,00 \text{ Ом}} = 12,00 \text{ А.}$$

Тепер напруга на клемі дорівнює:

$$V_{\text{поллюс}} = \varepsilon - Ir = 12,00 \text{ В} - (12,00 \text{ А})(0,500 \text{ Ом}) = 6,00 \text{ В,}$$

а потужність, що розсіюється навантаженням, дорівнює:

$$P = I^2 R = (12,0 \text{ А})^2 (0,500 \text{ Ом}) = 72,00 \text{ Вт.}$$

Ми бачимо, що збільшення внутрішнього опору значно зменшило напругу на клемі, струм і потужність, що постачається до навантаження.

Обговорення

Внутрішній опір акумулятора може збільшуватися з багатьох причин. Наприклад, внутрішній опір акумуляторної батареї зростає зі збільшенням кількості зарядок батареї. Підвищений внутрішній опір може мати два впливи на акумулятор. По-перше, напруга на клемі зменшиться. По-друге, акумулятор може перегріватися через збільшення потужності, що розсіюється внутрішнім опором.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 6.1

Якщо прокласти дрiт безпосередньо між двох клем акумулятора, фактично замкнувши клему, акумулятор почне нагріватися. Як ви думаєте, чому це відбувається?

Тестери батарей

Тестери батарей, такі як ті, що на рис. 6.9, використовують невеликі навантажувальні резистори, щоб навмисно споживати струм, щоб визначити, чи потенціал клеми падає нижче прийнятного рівня. Хоча важко виміряти внутрішній опір батареї, тестери батарей можуть забезпечити вимірювання внутрішнього опору батареї. Якщо внутрішній опір високий, батарея слабка, про що свідчить низька напруга на її клеммах.



(a)



(b)

Рис. 6.9. Тестери акумуляторів вимірюють напругу на клеммах під навантаженням, щоб визначити стан акумулятора. (a) Технік з електроніки використовує тестер батарей для перевірки великих батарей на борту авіаносця. Тестер акумулятора, який вона використовує, має невеликий опір, який може розсіювати велику кількість енергії. (b) Показаний невеликий пристрій використовується на маленьких батареях і має цифровий дисплей для вказівки допустимої напруги на клемі

Деякі батареї можна перезаряджати, пропускаючи через них струм у напрямку, протилежному струму, який вони подають до приладу. Це робиться регулярно в автомобілях і в акумуляторах для невеликих електроприладів і електронних пристроїв (рис. 6.10). Вихідна напруга зарядного пристрою батареї має бути більшою, ніж ЕРС батареї, щоб змінити струм через неї. Це призводить до того, що напруга на клеммах батареї буде більшою за ЕРС, оскільки $V = \varepsilon - Ir$ і I тепер негативне.

Важливо розуміти наслідки внутрішнього опору джерел ЕРС, таких як батареї та сонячні батареї, але часто аналіз контурів виконується з напругою на клеммах батареї, як ми робили в попередніх розділах. Напруга на клемі називається просто V , опускаючи індекс «полус». Це тому, що внутрішній опір батареї важко виміряти безпосередньо, і він може змінюватися з часом.

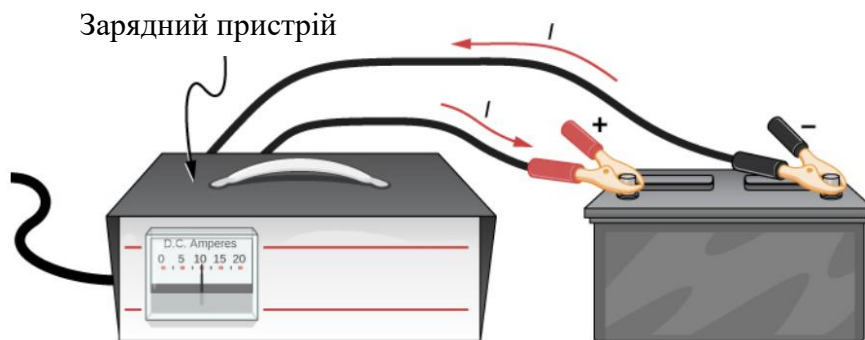
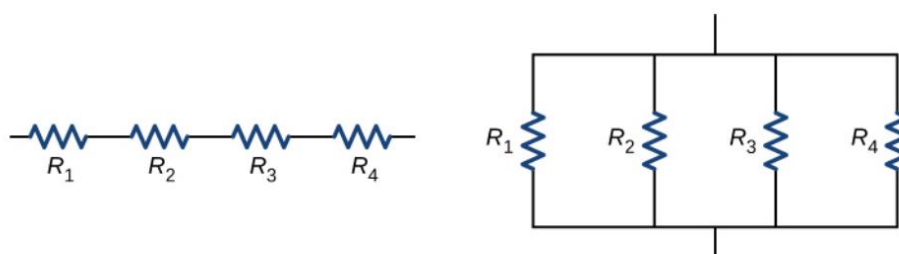


Рис. 6.10. Зарядний пристрій автомобільного акумулятора змінює звичайний напрямок струму через батарею, змінюючи її хімічну реакцію та поповнюючи її хімічний потенціал

6.2. Послідовні та паралельні резистори

У розділі «Струм і опір» ми описали термін «опір» і пояснили основну конструкцію резистора. По суті, резистор обмежує потік заряду в контурі та є омичним пристроєм, де $V = IR$. Більшість схем мають більше одного резистора. Якщо кілька резисторів з'єднати разом і підключити до батареї, струм, що постачається батареєю, залежить від **еквівалентного опору** контуру. Еквівалентний опір комбінації резисторів залежить як від їх індивідуальних значень, так і від способу їх підключення. Найпростішими комбінаціями резисторів є послідовне і паралельне з'єднання (рис. 6.11). У послідовному колі вихідний струм першого резистора надходить на вхід другого резистора; тому сила струму в кожному резисторі однакова. У паралельній схемі всі виводи резисторів з одного боку резисторів з'єднані разом, а всі виводи з іншого боку з'єднані разом. У випадку паралельної конфігурації кожен резистор має однакове падіння потенціалу на ньому, а струми через кожен резистор можуть бути різними залежно від резистора. Сума окремих струмів дорівнює струму, який протікає в паралельних з'єднаннях.



(a) послідовне з'єднання резисторів (b) паралельне з'єднання резисторів

Рис. 6.11. (a) Для послідовного з'єднання резисторів сила струму однакова в кожному резисторі. (b) Для паралельного з'єднання резисторів напруга однакова на кожному резисторі

Послідовні резистори

Резистори називаються послідовними, коли струм протікає через резистори послідовно. Розглянемо рис. 6.12, на якому зображено три послідовно з'єднаних резистора з прикладеною напругою, яка дорівнює V_{ab} . Оскільки існує лише один шлях для проходження зарядів, струм через кожен резистор однаковий. Еквівалентний опір набору резисторів у послідовному з'єднанні дорівнює алгебраїчній сумі окремих опорів.

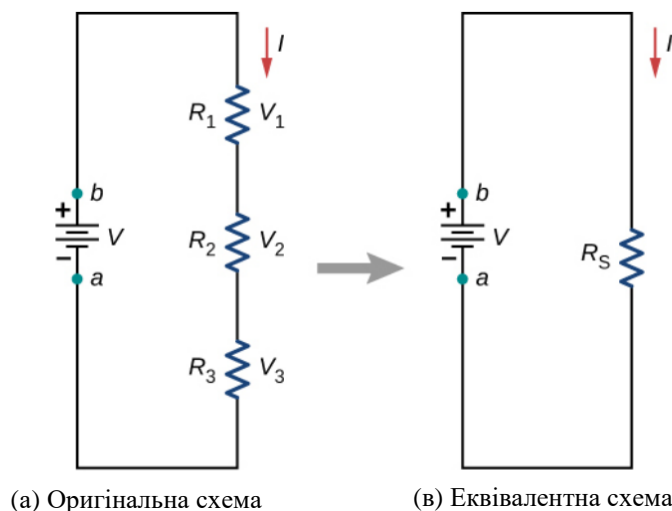


Рис. 6.12. (а) Три резистори, з'єднані послідовно з джерелом напруги. (б) Початкова схема зведена до еквівалентного опору та джерела напруги

На рис. 6.12 струм, що надходить від джерела напруги, протікає через кожен резистор, тому сила струму через кожен резистор є однаковою. Сила струму в колі залежить від напруги, що подається джерелом напруги, і опору резисторів. На кожному резисторі відбувається падіння потенціалу, яке дорівнює втраті електричної потенціальної енергії під час проходження струму через кожен резистор. Згідно із законом Ома, падіння потенціалу V на резисторі, коли через нього протікає струм, обчислюється за допомогою рівняння $V = IR$, де I — сила струму в амперах (А), а R — опір в Омах. Оскільки енергія зберігається, а напруга дорівнює потенційній енергії, поділеної на заряд, сума напруги, прикладеної до кола джерелом, і падіння потенціалу на окремих резисторах навколо контуру має дорівнювати нулю:

$$\sum_{i=1}^N V_i = 0.$$

Це рівняння часто називають законом Кірхгофа, який ми будемо використовувати більш детально далі в цьому розділі. На рис. 6.12 сума падіння потенціалу кожного резистора та напруги, що подається джерелом напруги, має дорівнювати нулю:

$$V - V_1 - V_2 - V_3 = 0.$$

Оскільки струм через кожен компонент однаковий, рівність можна спростити до еквівалентного опору, який є просто сумою опорів окремих резисторів:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3,$$

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{V}{R_\Sigma},$$

Послідовно можна з'єднати будь-яку кількість резисторів. Якщо N резисторів з'єднати послідовно, еквівалентний опір дорівнює:

$$R_\Sigma = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_{N-1} + R_N = \sum_{i=1}^N R_i. \quad (6.2)$$

Одним із результатів послідовного з'єднання компонентів є те, що якщо щось трапиться з одним компонентом, це вплине на всі інші компоненти. Наприклад, якщо кілька ламп з'єднати послідовно і одна лампочка перегорить, всі інші лампи гаснуть.

ПРИКЛАД 6.2 Еквівалентний опір, струм і потужність у послідовному контурі

Батарея з напругою на клемі 9 В з'єднана з колом, що складається з 5 резисторів, з'єднаних послідовно (рис. 6.13). Припустимо, що акумулятор має незначний внутрішній опір. (а) Обчисліть еквівалентний опір кола. (б) Обчисліть силу струму через кожен резистор. (с) Обчисліть падіння потенціалу на кожному резисторі. (д) Визначте загальну потужність, що розсіюється резисторами, і потужність, що постачається акумулятором.

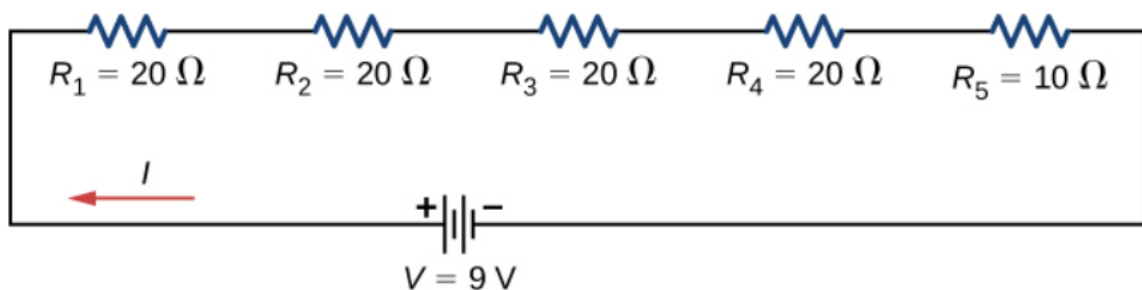


Рис. 6.13. Проста послідовна схема з п'ятьма резисторами

Стратегія

У послідовному колі еквівалентний опір є алгебраїчною сумою опорів. Силу струму в колі можна знайти за законом Ома: він дорівнює напрузі, поділеній на еквівалентний опір. Падіння потенціалу на кожному резисторі можна знайти за допомогою закону Ома. Потужність, що розсіюється кожним резистором, можна знайти за допомогою $P = I^2 R$, а загальна потужність, що розсіюється резисторами, дорівнює сумі потужностей, що розсіюється кожним резистором. Потужність, яку забезпечує акумулятор, можна знайти за допомогою $P = I\varepsilon$.

Розв'язок

а. Еквівалентний опір є алгебраїчною сумою опорів:

$$R_{\Sigma} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 20 \text{ Ом} + 20 \text{ Ом} + 20 \text{ Ом} + 20 \text{ Ом} + 10 \text{ Ом} = 90 \text{ Ом}.$$

б. Струм однаковий для кожного резистора в послідовному колі та дорівнює прикладеній напрузі, поділеній на еквівалентний опір:

$$I = \frac{V}{R_{\Sigma}} = \frac{9 \text{ В}}{90 \text{ Ом}} = 0,1 \text{ А}.$$

с. Падіння потенціалу на кожному резисторі можна знайти за допомогою закону Ома:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = (0,1 \text{ А})(20 \text{ Ом}) = 2 \text{ В},$$

$$V_5 = (0,1 \text{ А})(10 \text{ Ом}) = 1 \text{ В},$$

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = 9 \text{ В}.$$

Зверніть увагу, що сума падінь потенціалу на кожному резисторі дорівнює напрузі, що подається від батареї.

д. Потужність, що розсіюється резистором, дорівнює $P = I^2R$, а потужність, що постачається батареєю, дорівнює $P = I\varepsilon$:

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = (0,1 \text{ А})^2(20 \text{ Ом}) = 0,2 \text{ Вт},$$

$$P_5 = (0,1 \text{ А})^2(10 \text{ Ом}) = 0,1 \text{ Вт},$$

$$P_{\text{втрат}} = 0,2 \text{ Вт} + 0,2 \text{ Вт} + 0,2 \text{ Вт} + 0,2 \text{ Вт} + 0,1 \text{ Вт} = 0,9 \text{ Вт},$$

$$P_{\text{джерела}} = I\varepsilon = (0,1 \text{ А})(9 \text{ В}) = 0,9 \text{ Вт}.$$

Обговорення

Є кілька причин, чому ми використовуємо кілька резисторів замість одного резистора з опором, рівним еквівалентному опору електричного контура. Можливо, немає резистора необхідного номіналу, або нам потрібно відвести тепло, що виділяється, або ми хочемо мінімізувати вартість резисторів. Кожен резистор може коштувати від кількох центів до кількох доларів, але якщо помножити на тисячі одиниць, економія коштів може бути відчутною.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 6.2

Деякі ланцюжки мініатюрних святкових вогнів зроблені таким чином, щоб замикаючи, коли перегорає лампочка. Пристрій, який викликає коротке замикання, називається **шунтом**, який дозволяє струму протікати по розімкненому контуру. «Коротке замикання» — це те саме, що покласти шматок дроту на компонент. Лампочки зазвичай згруповані в ряди з дев'яти лампочек. Якщо перегорає занадто багато лампочок, шунти з часом відкриваються. Що спричиняє це?

Давайте коротко резюмуємо основні особливості послідовно з'єднаних резисторів:

1. Послідовні опори додають разом, щоб отримати еквівалентний опір:

$$R_{\Sigma} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_{N-1} + R_N = \sum_{i=1}^N R_i.$$

2. Через кожен резистор послідовно протікає однаковий струм.

3. Окремі резистори, підключені послідовно, не отримують загальної напруги джерела, а ділять її. Загальне падіння потенціалу на послідовній конфігурації резисторів дорівнює сумі падінь потенціалу на кожному резисторі.

Паралельне з'єднання резисторів

На рис. 6.14 показано паралельно з'єднані резистори, підключені до джерела напруги. Резистори є паралельними, коли один кінець усіх резисторів з'єднаний суцільним дротом з незначним опором, а інший кінець усіх резисторів також з'єднаний один з одним безперервним дротом з незначним опором. Падіння потенціалу на кожному резисторі однакове. Струм через кожен резистор можна знайти за допомогою закону Ома $I = \frac{V}{R}$, де напруга на кожному резисторі постійна. Наприклад, автомобільні фари, радіо та інші системи з'єднані паралельно, так що кожна підсистема використовує повну напругу джерела та може працювати повністю незалежно. Те саме стосується електропроводки у вашому будинку чи будь-якій іншій будівлі.

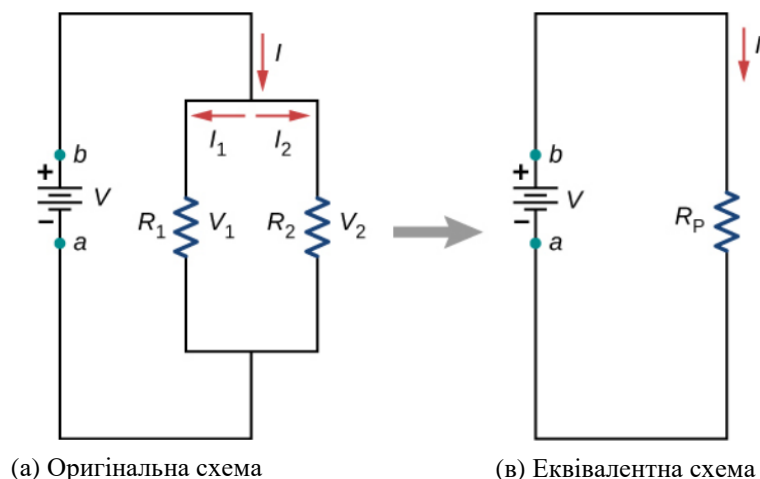


Рис. 6.14. (а) Два резистори, з'єднані паралельно джерелу напруги. (б) Початкова схема зведена до еквівалентного опору та джерела напруги

Струм, що витікає з джерела напруги на рис. 6.14, залежить від напруги, що подається джерелом напруги, та еквівалентного опору кола. У цьому випадку струм витікає з джерела напруги і потрапляє в перехід або

вузол, де ланцюг розривається, протікаючи через резистори R_1 і R_2 . Коли заряди витікають з батареї, частина проходить через резистор R_1 , а частина — через резистор R_2 . Сума струмів, що входять у з'єднання компонентів електричного кола, має дорівнювати сумі струмів, що витікають із з'єднання:

$$\sum I_{\text{in}} = \sum I_{\text{out}}.$$

Це рівняння називається **правилом з'єднання Кірхгофа** і буде детально розглянуто в наступному розділі. На рис. 6.14 правило з'єднання дає $I = I_1 + I_2$. У цій схемі є два контури, що призводить до рівнянь $V = I_1 R_1$ і $I_1 R_1 = I_2 R_2$. Зауважте, що напруга на паралельних резисторах однакова ($V = V_1 = V_2$), а струм є адитивним:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V}{R_{\Sigma}}.$$

$$R_{\Sigma} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}.$$

Узагальнюючи будь-яку кількість N резисторів, еквівалентний опір паралельного з'єднання співвідноситься з окремими опорами як

$$R_{\Sigma} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_{N-1}} + \frac{1}{R_N} \right)^{-1} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \right)^{-1}. \quad (6.3)$$

Це співвідношення призводить до еквівалентного опору, який є меншим за найменший з окремих опорів. Коли резистори з'єднані паралельно, від джерела тече більше струму, ніж тече для будь-якого з них окремо, тому загальний опір нижчий.

ПРИКЛАД 6.3. Аналіз паралельного з'єднання резисторів

Три резистори $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом і $R_3 = 2$ Ом з'єднані паралельно. Паралельне з'єднання підключається до джерела напруги $V = 3$ В. (а) Який еквівалентний опір? (б) Знайдіть силу струму, що подається джерелом у паралельне коло. (с) Обчисліть струми в кожному резисторі та покажіть, що вони разом дорівнюють струму на виході джерела. (д) Обчисліть потужність, що розсіюється кожним резистором. (е) Знайдіть вихідну потужність джерела та покажіть, що вона дорівнює загальній потужності, що розсіюється резисторами.

Стратегія

(а) Загальний опір для паралельної комбінації резисторів визначається за допомогою $R_{\Sigma} = \left(\sum_i \frac{1}{R_i} \right)^{-1}$.

(Зверніть увагу, що в цих обчисленнях кожна проміжна відповідь відображається додатковою цифрою.)

(b) Струм, який постачає джерело, можна знайти за законом Ома, замінивши опір на загальний опір R_{Σ} , тоді $I = \frac{V}{R_{\Sigma}}$

(c) Окремі струми легко обчислити за допомогою закону Ома ($I_i = \frac{V_i}{R_i}$), оскільки кожен резистор отримує повну напругу. Загальний струм є сумою окремих струмів: $I = \sum_i I_i$

(d) Потужність, що розсіюється кожним резистором, можна знайти за допомогою будь-якого з рівнянь, що пов'язують потужність зі струмом, напругою та опором, оскільки всі три величини відомі. Давайте використовувати $P_i = \frac{V^2}{R_i}$, оскільки кожен резистор отримує повну напругу.

(e) Загальну потужність також можна обчислити кількома способами, скористайтеся $P = IV$.

Розв'язок

а. Загальний опір для паралельної комбінації резисторів визначається за рівнянням 10.3. Введення відомих значень дає

$$R_{\Sigma} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{1,00 \text{ Ом}} + \frac{1}{2,00 \text{ Ом}} + \frac{1}{2,00 \text{ Ом}} \right)^{-1} = 0,50 \text{ Ом.}$$

Загальний опір із правильною кількістю значущих цифр, як передбачувано, є меншим за найменший індивідуальний опір.

б. Загальний струм можна знайти за законом Ома, замінивши загальний опір $R_{\Sigma} = 0,50 \text{ Ом}$. Це дає струм:

$$I = \frac{V}{R_{\Sigma}} = \frac{3,00 \text{ В}}{0,50 \text{ Ом}} = 6,00 \text{ А.}$$

Струм I для кожного резистора набагато більший, ніж для тих самих резисторів, з'єднаних послідовно (див. попередній приклад). Схема з паралельним з'єднанням має менший загальний опір, ніж резистори, з'єднані послідовно.

с. Окремі струми легко обчислити за законом Ома, оскільки кожен резистор отримує повну напругу. Таким чином,

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{3,00 \text{ В}}{1,00 \text{ Ом}} = 3,00 \text{ А.}$$

аналогічно,

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{3,00 \text{ В}}{2,00 \text{ Ом}} = 1,50 \text{ А.}$$

і

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{3,00 \text{ В}}{2,00 \text{ Ом}} = 1,50 \text{ А.}$$

Загальний струм є сумою окремих струмів:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 6,00 \text{ А.}$$

d. Потужність, що розсіюється кожним резистором, можна знайти за допомогою будь-якого з рівнянь, що пов'язують потужність зі струмом, напругою та опором, оскільки всі три величини відомі. Давайте використовувати $P = \frac{V^2}{R}$, оскільки кожен резистор отримує повну напругу. Таким чином,

$$P_1 = \frac{V^2}{R_1} = \frac{(3,00 \text{ В})^2}{1,00 \text{ Ом}} = 9,00 \text{ Вт.}$$

аналогічно

$$P_2 = \frac{V^2}{R_2} = \frac{(3,00 \text{ В})^2}{2,00 \text{ Ом}} = 4,50 \text{ Вт,}$$

та

$$P_3 = \frac{V^2}{R_3} = \frac{(3,00 \text{ В})^2}{2,00 \text{ Ом}} = 4,50 \text{ Вт.}$$

e. Загальну потужність також можна розрахувати кількома способами. Вибір $P = IV$ і введення загального струму дає значення.

$$P = IV = (6,00 \text{ А})(3,00 \text{ В}) = 18,00 \text{ Вт.}$$

Обговорення

Загальна потужність, що розсіюється резисторами, також становить 18,00 Вт:

$$P_1 + P_2 + P_3 = 9,00 \text{ Вт} + 4,50 \text{ Вт} + 4,50 \text{ Вт} = 18,00 \text{ Вт.}$$

Зауважте, що загальна потужність, що розсіюється резисторами, дорівнює потужності, що подається від джерела.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 6.3

Розгляньте однакову різницю потенціалів ($V = 3 \text{ В}$), прикладену до тих самих трьох резисторів, з'єднаних послідовно. Чи буде еквівалентний опір послідовного ланцюга вищим, меншим або дорівнюватиме рівню трьох паралельних резисторів? Чи буде струм у послідовному ланцюзі вищим, нижчим або дорівнює струму, що забезпечується такою самою напругою, прикладеною до паралельного ланцюга? Як порівняти потужність, що розсіюється резисторами, з'єднаними послідовно, з потужністю, що розсіюється паралельно з'єднаними резисторами?

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 6.4

Як би ви використали річку та два водоспади для моделювання паралельної конфігурації двох резисторів? Як руйнується ця аналогія?

Давайте узагальнимо основні характеристики паралельних резисторів:

1. Еквівалентний опір визначається з рівняння:

$$R_{\Sigma} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_{N-1}} + \frac{1}{R_N} \right)^{-1} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \right)^{-1}$$

і є меншим за будь-який окремий опір у комбінації.

2. Падіння потенціалу на кожному паралельному резисторі однакове.

3. Паралельні резистори не отримують загальний струм; вони ділять його. Струм, що проходить через паралельну комбінацію резисторів, дорівнює сумі струму, який проходить через кожен паралельний резистор.

У цьому розділі ми представили еквівалентний опір резисторів, з'єднаних послідовно, і резисторів, з'єднаних паралельно. Ви, мабуть, пам'ятаєте, що в розділі «Ємність» ми ввели еквівалентну ємність конденсаторів, з'єднаних послідовно та паралельно. Схеми часто містять як конденсатори, так і резистори. Таблиця 6.1 підсумовує рівняння, що використовуються для еквівалентного опору та еквівалентної ємності для послідовного та паралельного з'єднання.

Таблиця 6.1.

Формули для еквівалентного опору та ємності в послідовних і паралельних комбінаціях

	Послідовна комбінація	Паралельна комбінація
Еквівалентна ємність	$\frac{1}{C_{\Sigma}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$	$C_{\Sigma} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$
Еквівалентний опір	$R_{\Sigma} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots = \sum_{i=1}^N R_i$	$\frac{1}{R_{\Sigma}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$

Комбінації послідовного та паралельного з'єднання

Більш складні з'єднання резисторів часто є лише комбінаціями послідовного та паралельного з'єднання. Такі комбінації поширені, особливо коли враховується опір дроту. У цьому випадку опір дроту розміщується послідовно з іншими опорами, які можуть бути паралельними. Комбінації послідовного та паралельного з'єднання можна звести до одного еквівалентного опору за допомогою техніки, зображеної на рис. 6.15. Різні частини можуть бути ідентифіковані як послідовні або паралельні з'єднання, зменшені до їх еквівалентних опорів, а потім ще зменшені, поки не залишиться один еквівалентний опір. Процес більше трудомісткий, ніж складний. Тут ми зазначаємо еквівалентний опір як R_{eq} .

Зверніть увагу, що резистори R_3 і R_4 з'єднані послідовно. Їх можна об'єднати в один еквівалентний опір. Одним із методів відстеження процесу є включення резисторів до нижнього індексу. Тут еквівалентний опір R_3 і R_4 дорівнює:

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 6 \text{ Ом} + 4 \text{ Ом} = 10 \text{ Ом}.$$

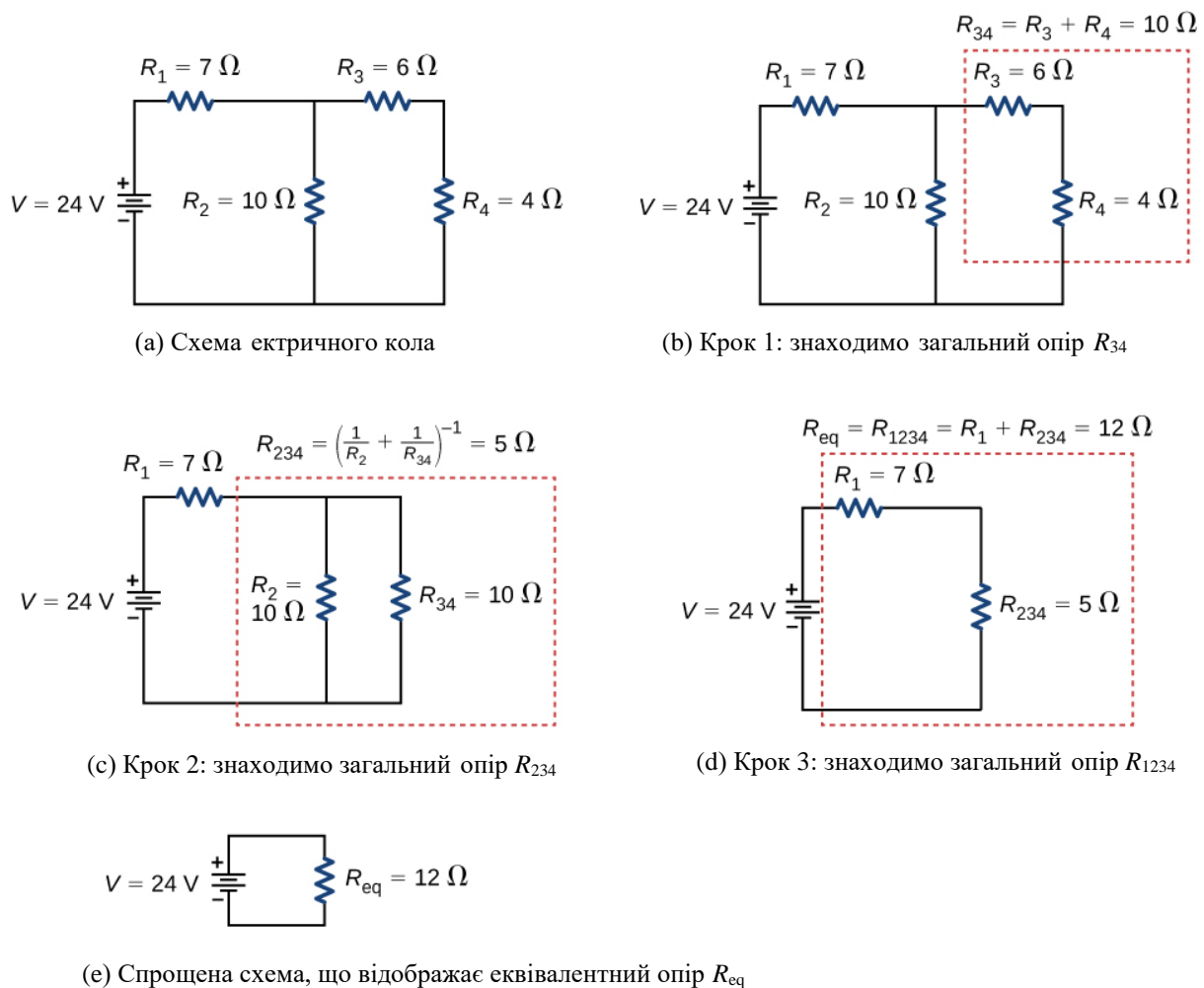


Рис. 6.15. (a) Оригінальна схема з чотирьох резисторів. (b) Крок 1: Резистори R_3 та R_4 з'єднані послідовно, а еквівалентний опір дорівнює $R_{34} = 10$ Ом (c) Крок 2: Зменшена схема показує, що резистори R_2 та R_{34} з'єднані паралельно, з еквівалентним опором $R_{234} = 5$ Ом (d) Крок 3: Зменшена схема показує, що R_1 та R_{234} є послідовними з еквівалентним опором $R_{1234} = 12$ Ом, який є еквівалентним опором R_{eq} (e) Зменшене коло з джерелом напруги $V = 24$ В з еквівалентним опором $R_{eq} = 12$ Ом. Це призводить до струму $I = 2$ А з джерела напруги

Тепер схема зменшується до трьох резисторів, як показано на рис. 6.15(c). Перемальовуючи, ми тепер бачимо, що резистори R_2 і R_{34} утворюють паралельну схему. Ці два резистори можна зменшити до еквівалентного опору:

$$R_{234} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{34}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{10 \text{ Ом}} + \frac{1}{10 \text{ Ом}} \right)^{-1} = 5 \text{ Ом.}$$

цей крок зменшує схему до двох резисторів, як показано на рис. 6.15(d). Тут схема зводиться до двох резисторів, які в даному випадку включені послідовно. Ці два резистори можна зменшити до еквівалентного опору, який є еквівалентним опором електричного кола:

$$R_{\text{eq}} = R_{1234} = R_1 + R_{234} = 7 \text{ Ом} + 5 \text{ Ом} = 12 \text{ Ом}.$$

Основна мета цього аналізу досягнуто, і тепер електрична схема скорочена до одного резистора та одного джерела напруги. Тепер ми можемо проаналізувати схему. Струм, що забезпечується джерелом напруги, дорівнює:

$$I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{24 \text{ В}}{12 \text{ Ом}} = 2 \text{ А}.$$

Цей струм проходить через резистор R_1 і позначається як I_1 . Падіння потенціалу на R_1 можна знайти за допомогою закону Ома:

$$V_1 = I_1 R_1 = (2 \text{ А})(7 \text{ Ом}) = 14 \text{ В}.$$

Дивлячись на рис. 6.15(с), це дає $24 \text{ В} - 14 \text{ В} = 10 \text{ В}$ падіння напруги через паралельну комбінацію R_2 та R_{34} . Струм через R_2 можна знайти за законом Ома:

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{10 \text{ В}}{10 \text{ Ом}} = 1 \text{ А}.$$

Резистори R_3 і R_4 з'єднані послідовно, тому струми I_3 і I_4 дорівнюють:

$$I_3 = I_4 = I - I_2 = 2 \text{ А} - 1 \text{ А} = 1 \text{ А}.$$

Використовуючи закон Ома, ми можемо знайти падіння потенціалу на останніх двох резисторах. Падіння потенціалу є $V_3 = I_3 R_3 = 6 \text{ В}$ і $V_4 = I_4 R_4 = 4 \text{ В}$.

Остаточний аналіз полягає в тому, щоб подивитися на потужність, що подається джерелом напруги, і потужність, що розсіюється резисторами. Потужність, що розсіюється резисторами, становить:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = (2 \text{ А})^2 (7 \text{ Ом}) = 28 \text{ Вт}.$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (1 \text{ А})^2 (10 \text{ Ом}) = 10 \text{ Вт}.$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = (1 \text{ А})^2 (6 \text{ Ом}) = 6 \text{ Вт}.$$

$$P_4 = I_4^2 R_4 = (1 \text{ А})^2 (4 \text{ Ом}) = 4 \text{ Вт}.$$

$$P_{\text{втрат}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 48 \text{ Вт}.$$

Загальна енергія постійна в будь-якому процесі. Таким чином, потужність, що подається джерелом напруги, є $P_{\text{ЕРС}} = IV = (2 \text{ А})(24 \text{ В}) = 48 \text{ Вт}$. Аналіз потужності, що подається на схему, і потужності, що розсіюється резисторами $P_{\text{втрат}}$ є хорошою перевіркою достовірності аналізу; вони повинні бути рівними.

ПРИКЛАД 6.4. Поєднання послідовного та паралельного ланцюгів опорів

На рис. 6.16 показано резистори, з'єднані послідовно та паралельно. Ми можемо вважати R_1 опором проводів, що ведуть до R_2 і R_3 (а) Знайти еквівалентний опір кола. (б) Яке падіння потенціалу V_1 на резисторі R_1 ? (с) Знайдіть силу струму I_2 через резистор R_2 . (д) Яка потужність розсіюється R_2 ?

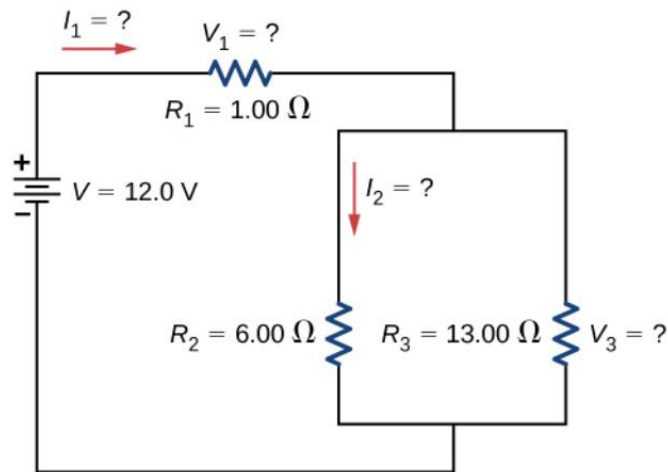


Рис. 6.16 Ці три резистори підключені до джерела напруги таким чином, що R_2 і R_3 розташовані паралельно один одному, а ця комбінація — послідовно опору R_1

Стратегія

(а) Щоб знайти еквівалентний опір, спочатку знайдіть еквівалентний опір паралельного з'єднання R_2 і R_3 , а потім використовуйте цей результат, щоб знайти еквівалентний опір послідовного з'єднання з R_1 .

(б) Струм, що проходить через R_1 можна знайти за допомогою закону Ома та прикладеної напруги. Струм, що проходить через R_1 дорівнює струму, що проходить в акумуляторі. Падіння потенціалу V_1 на резисторі R_1 (який представляє опір з'єднувальних проводів) можна знайти за допомогою закону Ома.

(с) Струм, що проходить через R_2 можна знайти за допомогою закону Ома $I_2 = \frac{V_2}{R_2}$. Напругу можна знайти за допомогою $V_2 = V - V_1$.

(d) За допомогою закону Ома ($V_2 = I_2 R_2$) потужність, що розсіюється резистором, також можна знайти за допомогою $P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{V_2^2}{R_2}$.

Розв'язок

а. Щоб знайти еквівалентний опір ланцюга, зауважте, що паралельне з'єднання R_2 і R_3 є послідовним з R_1 , тому еквівалентний опір дорівнює:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = 1,00 \text{ Ом} + \left(\frac{1}{6,00 \text{ Ом}} + \frac{1}{13,00 \text{ Ом}} \right)^{-1} = 5,10 \text{ Ом}.$$

Загальний опір цієї комбінації є проміжним між чистими послідовними та чистими паралельними значеннями (20 Ом і 0,804 Ом, відповідно).

б. Струм, що проходить через R_1 дорівнює струму, що подається від батареї:

$$I_1 + I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{12,0 \text{ В}}{5,10 \text{ Ом}} = 2,35 \text{ А}.$$

Падіння напруги на R_1 дорівнює:

$$V_1 = I_1 R_1 = (2,35 \text{ A})(1 \text{ Ом}) = 2,35 \text{ В.}$$

Напруга, що прикладається до R_2 і R_3 менша за напругу, що подається від батареї, на величину V_1 . Коли опір дроту великий, це може суттєво вплинути на роботу зображених пристроїв від R_2 і R_3 .

с. Щоб знайти силу струму через R_2 , ми повинні спочатку знайти прикладену до нього напругу. Напруга на двох паралельних резисторах однакова:

$$V_2 = V_3 = V - V_1 = 12,0 \text{ В} - 2,35 \text{ В} = 9,65 \text{ В.}$$

Тепер ми можемо знайти силу струму I_2 через опір R_2 за допомогою закону Ома:

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{9,65 \text{ В}}{6,00 \text{ Ом}} = 1,61 \text{ А.}$$

Сила струму менша за 2,00 А, яка протікала через R_2 , коли він був підключений паралельно до батареї в попередньому прикладі паралельного кола. Потужність, що розсіюється R_2 , визначається значенням:

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (1,61 \text{ А})^2 (6,00 \text{ Ом}) = 15,5 \text{ Вт.}$$

d. Аналіз складних схем часто можна спростити, зменшивши схему до джерела напруги та еквівалентного опору. Навіть якщо всю схему неможливо звести до одного джерела напруги та одного еквівалентного опору, частини схеми можуть бути зменшені, що значно спрощує аналіз.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 6.5

Розгляньте електричні кола у вашому домі. Наведіть принаймні два приклади схем, які повинні використовувати комбінацію послідовних і паралельних схем для ефективної роботи.

Практичні наслідки

Одним із наслідків цього останнього прикладу є те, що опір у дротах зменшує струм і потужність, що подається на резистор. Якщо опір дроту відносно великий, як у зношеного (або дуже довгого) подовжувача, то ця втрата може бути значною. Якщо споживається великий струм, падіння напруги IR в проводах також може бути значним і виявлятися через тепло, що виділяється в шнурі. Наприклад, коли ви нишпорите в холодильнику і включається мотор, світло холодильника на мить гасне. Подібним чином ви можете побачити, що освітлення салону тьмяніє, коли ви запускаєте двигун автомобіля (хоча це може бути пов'язано з опором всередині самої батареї). Що відбувається в таких ситуаціях із сильним струмом, показано на рис. 6.17. Представлений пристрій має дуже низький опір R_3 , тому при його включенні протікає великий струм. Цей підвищений струм спричиняє більший спад IR у проводах, представлених символом R_1 , зменшуючи напругу на лампочці (яка становить R_2), яка потім помітно тьмяніє.

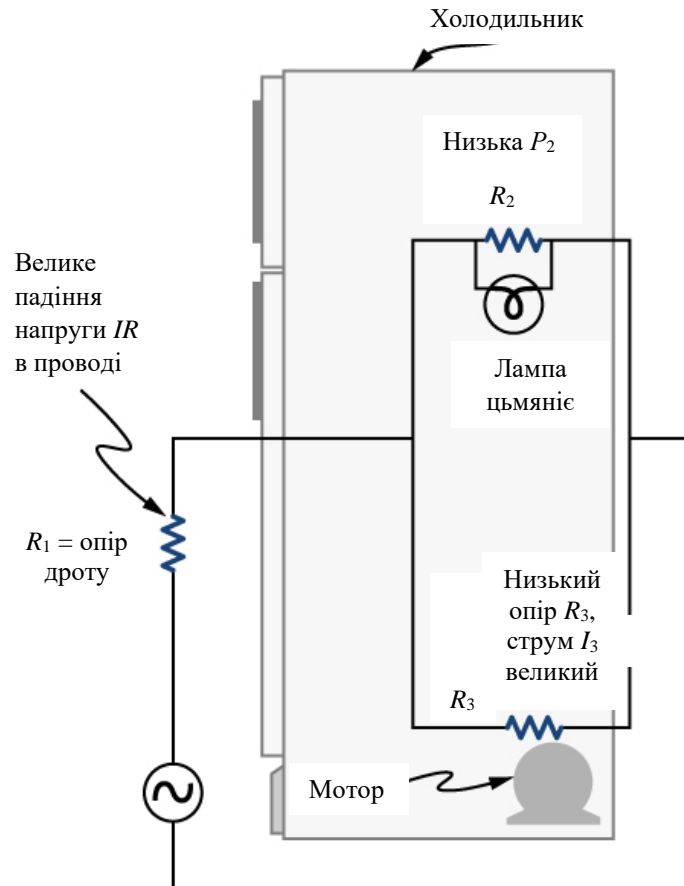


Рис. 6.17. Чому світло тьмяніє, коли вмикається потужний прилад? Відповідь полягає в тому, що великий струм, який споживає двигун приладу, спричиняє значне падіння напруги IR у проводах і зменшує напругу на світловипромінювачі

СТРАТЕГІЯ ВИРІШЕННЯ ПРОБЛЕМ

Послідовні та паралельні резистори

1. Накресліть чітку схему, позначивши всі резистори та джерела напруги. Цей крок містить список відомих значень для задачі, оскільки вони позначені на схемі.

2. Визначте, що саме потрібно визначити в задачі (визначте невідомі). Письмовий список корисний.

3. Визначте, чи є резистори послідовною, паралельною чи комбінацією послідовного та паралельного кола. Перегляньте електричну схему, щоб зробити цю оцінку. Резистори є послідовними, якщо через них послідовно повинен проходити однаковий струм.

4. Використовуйте відповідний список основних законів для послідовного або паралельного з'єднання, щоб знайти невідомі. Існує один список для послідовних та інший для паралельних з'єднань.

5. Перевірте, чи обґрунтовані та послідовні відповіді.

ПРИКЛАД 6.5. Комбінування послідовних і паралельних кіл

Два резистори, з'єднані послідовно (R_1 , R_2), з'єднані з двома резисторами, з'єднаними паралельно (R_3 , R_4). Послідовно-паралельна комбінація підключається до батареї. Кожен резистор має опір 10,00 Ом. Дроти, що з'єднують резистори і акумулятор, мають незначний опір. Через резистор проходить струм силою 2,00 А. Яку напругу подає джерело напруги?

Стратегія

Використовуйте кроки з попередньої стратегії вирішення проблеми, щоб знайти розв'язок для цього прикладу.

Розв'язок

1. Накресліть наочну електричну схему (рис. 6.18).

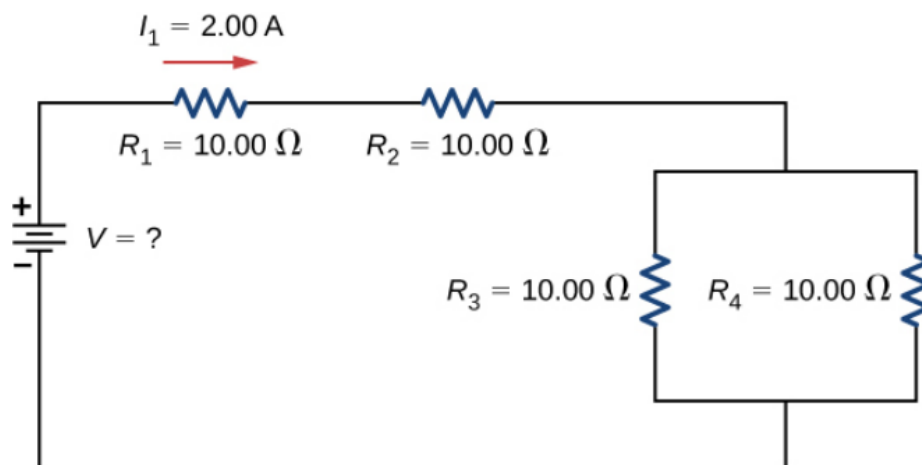


Рис. 6.18. Щоб знайти невідому напругу, спочатку потрібно знайти еквівалентний опір кола

2. Невідомим є напруга батареї. Щоб знайти напругу, яку постачає батарея, необхідно знайти еквівалентний опір.

3. У цій схемі ми вже знаємо, що резистори R_1 і R_2 включені послідовно, а резистори R_3 і R_4 — паралельно. Еквівалентний опір паралельної конфігурації резисторів R_3 і R_4 розміщується послідовно з послідовною конфігурацією резисторів R_1 і R_2 .

4. Напругу, яку постачає батарея, можна знайти, помноживши силу струму від батареї на еквівалентний опір кола. Сила струму від батареї дорівнює струму через R_1 і дорівнює 2,00 А. Треба знайти еквівалентний опір, скоротивши коло. Щоб скоротити коло, спочатку розглянемо два резистора паралельно. Еквівалентний опір дорівнює:

$$R_{34} = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{10,00 \text{ Ом}} + \frac{1}{10,00 \text{ Ом}} \right)^{-1} = 5,00 \text{ Ом.}$$

Ця паралельна комбінація включена послідовно з двома іншими резисторами, тому еквівалентний опір ланцюга дорівнює:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_{34} = 25,00 \text{ Ом.}$$

Таким чином, напруга, що подається від батареї, дорівнює

$$V = IR_{\text{eq}} = 2,00 \text{ А} (25,00 \text{ }\Omega) = 50,00 \text{ В.}$$

5. Один із способів перевірити узгодженість ваших результатів — обчислити потужність, що подається від акумулятор і потужність, що розсіюється резисторами. Потужність, що подається від батареї, дорівнює:

$$P_{\text{бат}} = IV = 100,0 \text{ Вт.}$$

Оскільки вони з'єднані послідовно, струм через R_2 дорівнює струму через R_1 . Оскільки $R_3 = R_4$, струм через кожний резистор становитиме 1,00 А. Потужність, що розсіюється резисторами, дорівнює сумі потужності, що розсіюється кожним резистором:

$$\begin{aligned} P &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = \\ &= 40,00 \text{ Вт} + 40,00 \text{ Вт} + 10,00 \text{ Вт} + 10,00 \text{ Вт} = 100,00 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Оскільки потужність, що розсіюється резисторами, дорівнює потужності, що подається від батареї, наш розв'язок виглядає послідовним.

Обговорення

Якщо схема містить послідовне та паралельне з'єднання, як у цьому прикладі, її можна зменшити поетапно, використовуючи попередню стратегію вирішення проблеми та розглядаючи окремі групи послідовних або паралельних з'єднань. При знаходженні опору паралельного з'єднання слід уважно ставитися до визначення загального опору. Крім того, одиниці вимірювання та числові результати мають бути обґрунтованими. Наприклад, еквівалентний послідовний опір R_{eq} при послідовному з'єднанні має бути більшим більшого опору, тоді як еквівалентний опір при паралельному з'єднанні має бути меншим меншого опору. Потужність повинна бути більшою для одних і тих же пристроїв при паралельному з'єднанні, ніж послідовному, і так далі.

6.3. Правила Кірхгофа

Ми щойно бачили, що деякі схеми можна аналізувати, зводячи схему до єдиного джерела напруги та еквівалентного опору. Багато складних схем неможливо проаналізувати за допомогою послідовно-паралельних методів, розроблених у попередніх розділах.

У цьому розділі ми детально розглянемо використання **правил Кірхгофа** для аналізу складніших схем. Наприклад, схема на рис. 6.19 відома як багатоконтурна схема, яка складається з з'єднань.

З'єднання, також відоме як **вузол**, — це з'єднання трьох або більше проводів. У цій схемі не можна використовувати попередні методи, оскільки не всі резистори мають чітку послідовну або паралельну

конфігурацію, яку можна зменшити. Проаналізуємо цю схему. Резистори R_1 і R_2 з'єднані послідовно і можуть бути зменшені до еквівалентного опору. Те саме стосується резисторів R_4 і R_5 . Але що далі робити?

Незважаючи на те, що цю схему неможливо проаналізувати за допомогою вже вивчених методів, два правила аналізу схеми можна використовувати для аналізу будь-якої схеми, простої чи складної. Правила відомі як **правила Кірхгофа**, на честь їхнього винахідника Густава Кірхгофа (1824–1887).

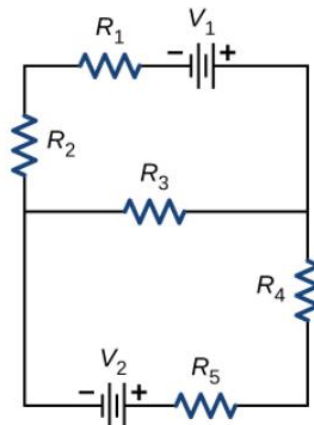


Рис. 6.19. Ця схема не може бути зведена до комбінації послідовного та паралельного з'єднання. Однак ми можемо використовувати правила Кірхгофа для його аналізу

Правила Кірхгофа

- Перше правило Кірхгофа — правило з'єднання. Сума всіх струмів, що входять у вузол, повинна дорівнювати сумі всіх струмів, що виходять із спаю:

$$\sum I_{\text{in}} = \sum I_{\text{out}} \quad (6.4)$$

- Друге правило Кірхгофа — правило контурів. Алгебраїчна сума змін потенціалу вздовж будь-якого замкнутого контуру (петлі) має дорівнювати нулю:

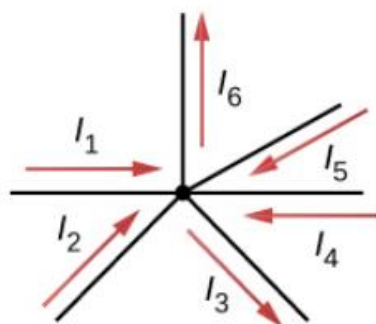
$$\sum V = 0. \quad (6.5)$$

Зараз ми надамо пояснення цих двох правил, а також підказки щодо вирішення проблем щодо їх застосування та робочий приклад їх використання.

Перше правило Кірхгофа

Перше правило Кірхгофа (правило вузлів) застосовується до заряду, який входить у вузол та виходить із нього (рис. 6.20). Як було сказано раніше, з'єднання або вузол – це з'єднання трьох або більше проводів. Струм

– це потік заряду, і заряд зберігається; таким чином, будь-який заряд, що надходить до вузла, повинен витікати.



$$\sum I_{in} = \sum I_{out}$$

$$I_1 + I_2 + I_4 + I_5 = I_3 + I_6$$

Рис. 6.20. Заряд має бути збережений, тому сума струмів у вузлі має дорівнювати сумі струмів із вузла

Хоча це надмірне спрощення, можна провести аналогію з водопровідними трубами, підключеними до водопровідного з'єднання. Якщо дроти на рис. 6.20 замінити водопровідними трубами, а вода є нестисливою, об'єм води, що надходить у з'єднання, має дорівнювати об'єму води, що витікає з з'єднання.

Друге правило Кірхгофа

Друге правило Кірхгофа (правило петлі) застосовується до різниці потенціалів. Правило контуру формулюється в термінах потенціалу V , а не потенційної енергії, але вони пов'язані, оскільки в замкнутому контурі будь-яка енергія, що надходить від джерела напруги, має бути переведена в інші форми пристроями в контурі, оскільки немає інших шляхів, якими енергія може бути передана в електричне коло або з нього. Правило петлі Кірхгофа стверджує, що алгебраїчна сума різниць потенціалів, включаючи напругу, що постачається джерелами напруги та резистивними елементами, у будь-якій петлі має дорівнювати нулю. Наприклад, розглянемо просту петлю без з'єднань, як на рис 6.21.

Схема складається з джерела напруги і трьох зовнішніх резисторів навантаження. Мітки a , b , c і d служать посиленнями і не мають іншого значення. Корисність цих міток незабаром стане очевидною. Петля позначена $abcd$, а мітки допомагають відстежувати різницю напруги під час подорожі по контуру. Стартуємо в точці a і рухаємося до точки b . Напруга джерела напруги додається до рівняння, а падіння потенціалу на резисторі R_1 віднімається. Від точки b до c віднімається падіння потенціалу

на R_2 . Від c до d віднімається падіння потенціалу на R_3 . Від точок d до a нічого не робиться, тому що немає компонентів.

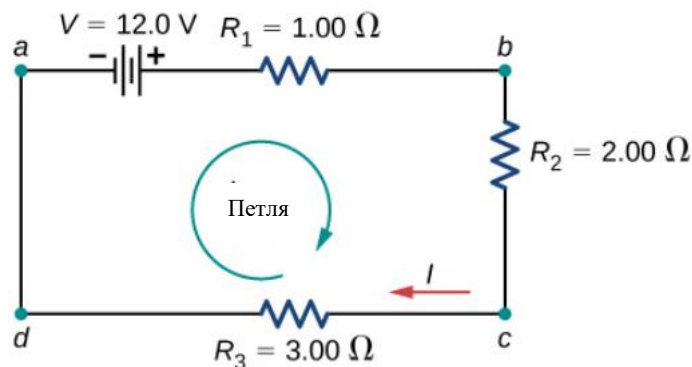


Рис. 6.21. Проста петля без з'єднань. Правило петлі Кірхгофа стверджує, що алгебраїчна сума різниць напруг дорівнює нулю

На рис. 6.22 показано графік напруги під час руху по контуру. Напряга зростає, коли ми проходимо через батарею, тоді як напруга зменшується, коли ми проходимо через резистор. Падіння потенціалу або зміна електричного потенціалу дорівнює струму через резистор, помноженому на опір резистора. Оскільки дроти мають незначний опір, напруга залишається постійною, коли ми перетинаємо дроти, що з'єднують компоненти.

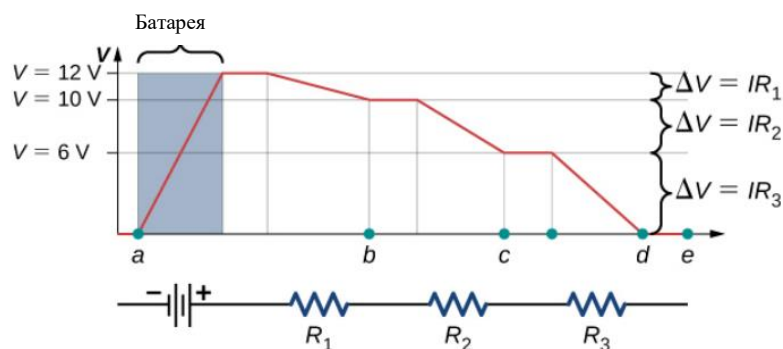


Рис. 6.22. Графік напруги під час подорожі по електричному колу. Напруга зростає, коли ми перетинаємо батарею, і зменшується, коли ми перетинаємо кожен резистор. Оскільки опір дроту досить малий, ми припускаємо, що напруга залишається постійною, коли ми перетинаємо дроти, що з'єднують компоненти

Тоді правило контуру Кірхгофа стверджує:

$$V - IR_1 - IR_2 - IR_3 = 0.$$

Рівняння контуру можна використовувати для визначення струму через контур:

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12,00 \text{ В}}{1,00 \text{ Ом} + 2,00 \text{ Ом} + 3,00 \text{ Ом}} = 2,00 \text{ А.}$$

цей контур можна було проаналізувати за допомогою попередніх методів, але ми продемонструємо силу методу Кірхгофа в наступному розділі.

Застосування правил Кірхгофа

Застосовуючи правила Кірхгофа, ми створюємо набір лінійних рівнянь, які дозволяють нам знаходити невідомі значення в схемах. Це можуть бути струми, напруги або опори. Щоразу, коли застосовується правило, воно створює рівняння. Якщо незалежних рівнянь стільки, скільки невідомих, то задачу можна розв'язати. Використання методу Кірхгофа вимагає виконання кількох кроків, як зазначено в наведеній нижче процедурі.

СТРАТЕГІЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОБЛЕМ

Правила Кірхгофа

1. Позначте точки на електричній схемі малими літерами a, b, c, \dots . Ці мітки допомагають зорієнтуватися.
2. Знайдіть місця з'єднання в електричному контурі. З'єднання – це точки з'єднання трьох або більше проводів. Позначте кожне перехрестя течіями та напрямками, що входять і виходять з них. Переконайтеся, що принаймні один струм вказує на з'єднання, а принаймні один – поза з'єднання.
3. Виберіть контури в ланцюзі. Кожен компонент повинен міститися принаймні в одному контурі, але компонент може міститися в більш ніж одному контурі.
4. Застосуйте правило з'єднання. Знову ж таки, деякі з'єднання не слід включати в аналіз. Вам потрібно використовувати лише стільки вузлів, щоб включити кожен струм.
5. Застосуйте правило петлі. Скористайтеся картою на рис. 6.23.

Давайте детальніше розглянемо деякі етапи цієї процедури. Визначаючи місця з'єднання в колі, не турбуйтеся про напрямки струмів. Якщо напрямки струму неочевидний, вибір будь-якого напрямку є достатнім, якщо принаймні один струм вказує на з'єднання і принаймні один струм вказує поза з'єднанням. Якщо стрілка спрямована в напрямку, протилежному звичайному струму, результат для поточного струму буде негативним, але відповідь все одно буде правильною.

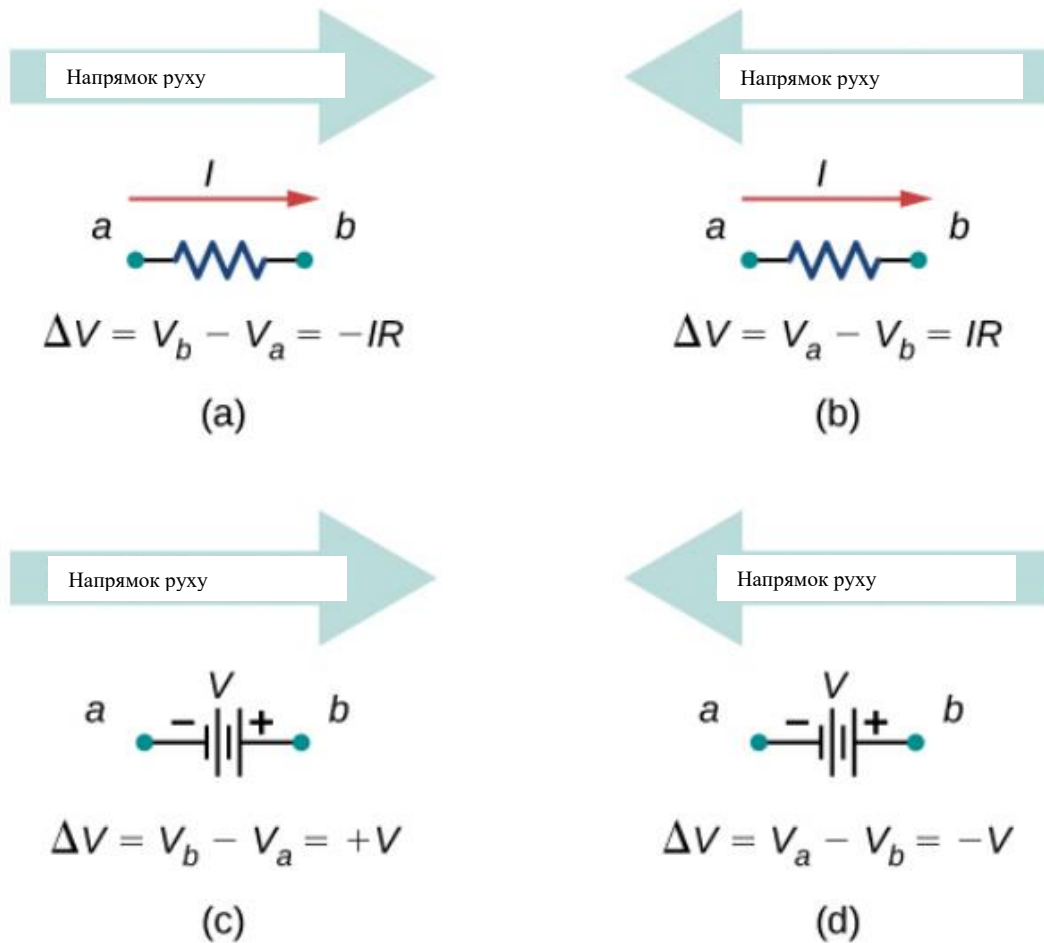


Рис. 6.23. Кожен із цих резисторів і джерел напруги проходить від a до b . (а) Під час руху через резистор у тому ж напрямку, що й струм, відніміть падіння потенціалу. (б) Під час руху через резистор у протилежному напрямку течії струму додайте падіння потенціалу. (с) Під час переміщення через джерело напруги від негативної клеми до позитивної, додайте падіння потенціалу. (д) Під час руху через джерело напруги від позитивної клеми до негативної клеми відніміть падіння потенціалу

Кількість вузлів залежить від схеми. Кожен струм має бути включений у вузол i , таким чином, включений принаймні в одне рівняння з'єднання. Не включайте вузли, які не є лінійно незалежними, тобто вузли, які містять однакову інформацію.

Розгляньте рис. 6.24. У цьому колі є два з'єднання: з'єднання b і з'єднання e . Точки a , c , d і f не є вузлами, тому що вузли повинні мати три або більше з'єднань. Рівняння для вузла b є $I_1 = I_2 + I_3$, а рівняння для вузла e є $I_1 = I_2 + I_3$. Це еквівалентні рівняння, тому необхідно зберегти лише одне з них.

Вибираючи контури в схемі, потрібно стільки петель, щоб кожна складова проходила один раз, без повторення петель.

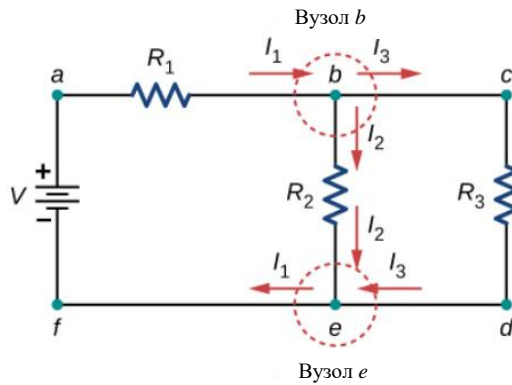


Рис. 6.24. На перший погляд, ця схема містить два з'єднання, з'єднання b і з'єднання e , але слід враховувати лише одне, оскільки їх рівняння з'єднання еквівалентні

На рис. 6.25 показано чотири варіанти контурів для розв'язання зразка схеми; варіанти (a), (b) і (c) мають достатню кількість контурів для повного розв'язання схеми. Варіант (d) відображає більше петель, ніж необхідно для розв'язання схеми.

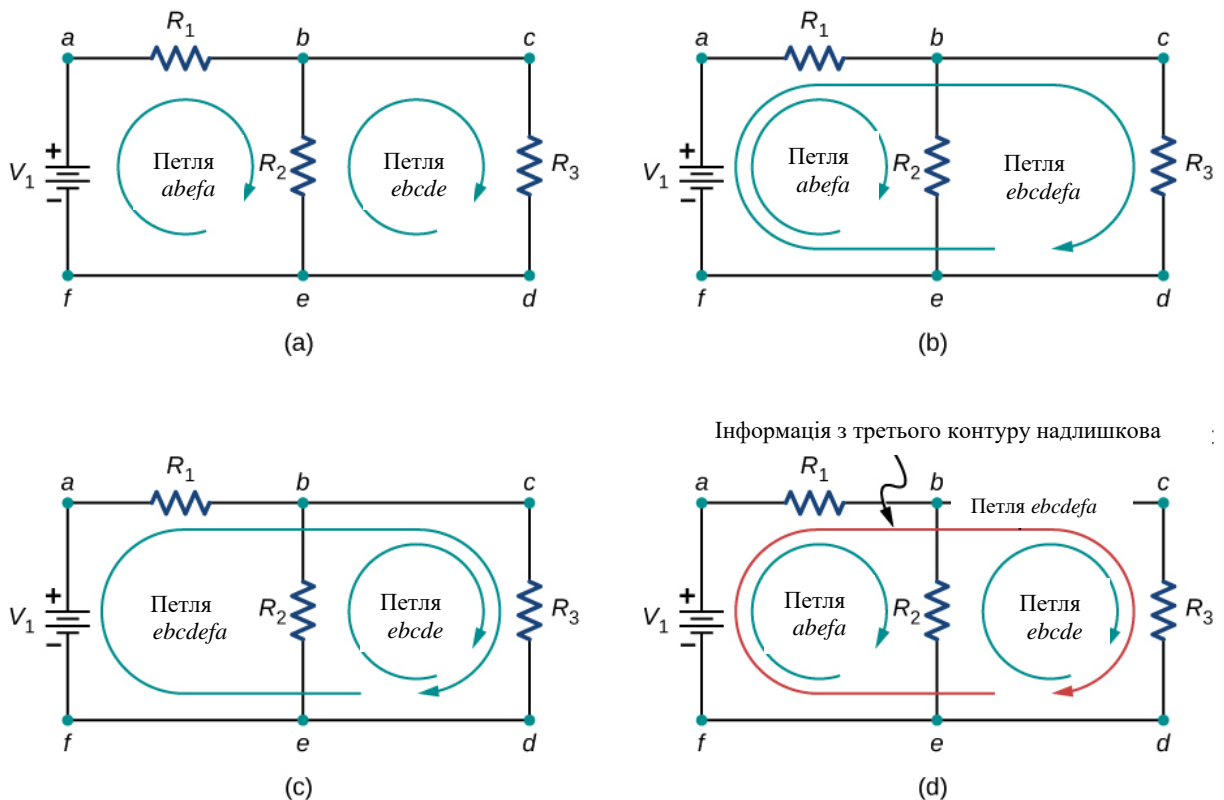


Рис. 6.25. Панелі (a)–(c) достатні для аналізу схеми. У кожному випадку два показані контури (петлі) містять усі елементи схеми, необхідні для повного розв'язку схеми. На панелі (d) показано три використані петлі, що більше, ніж необхідно. Будь-які два контури в системі міститимуть всю інформацію, необхідну для розв'язку схеми. Додавання третього контуру забезпечує надлишкову інформацію

Розглянемо схему на рис. 6.26(a). Проаналізуємо цю схему, щоб знайти силу струму через кожен резистор. Спочатку позначте схему, як показано в частині (b).

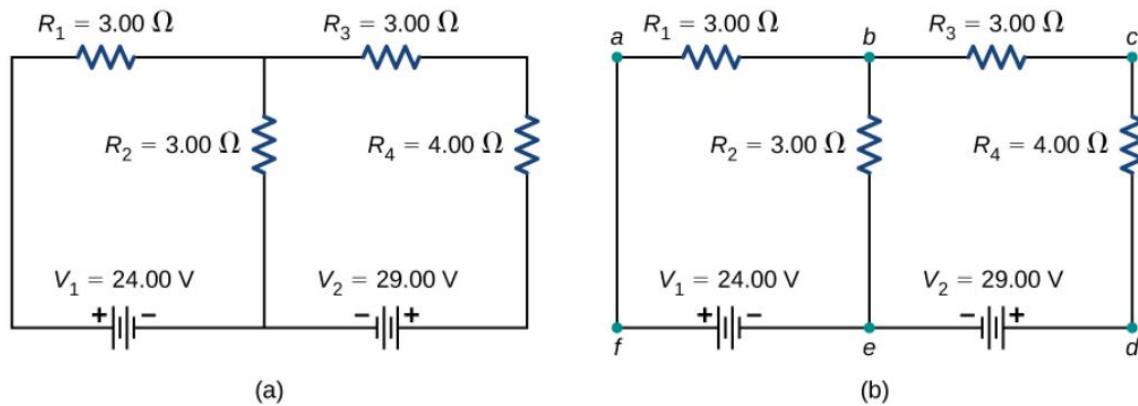


Рис. 6.26. (a) Багатоконтурне коло. (b) Позначаємо схему, щоб допомогти з орієнтацією

Далі визначаємо місця з'єднання. У цьому ланцюзі точки *b* і *e* мають по три з'єднанні дроти, утворюючи вузол. Почнемо застосовувати правило вузлів Кірхгофа $\sum I_{in} = \sum I_{out}$, малюючи стрілки, що представляють струми, і позначаючи кожну стрілку, як показано на рис. 6.27(b). Вузол *b* показує $I_1 = I_2 + I_3$, як і вузол *e* показує, що $I_1 = I_2 + I_3$. Оскільки вузол *e* дає ту саму інформацію, що й вузол *b*, його можна не враховувати. Ця схема має три невідомі, тому для її аналізу нам потрібні три лінійно незалежні рівняння.

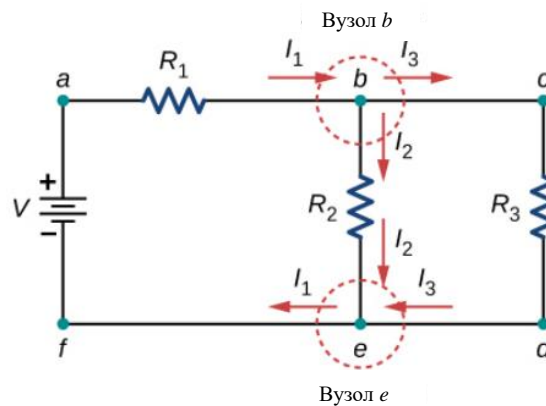


Рис. 6.27. (a) Ця схема має два вузла, позначені *b* і *e*, але в аналізі використовується лише вузол *b*. (b) Позначені стрілки представляють струми, що входять і виходять із вузла

Далі нам потрібно вибрати петлі. На рис. 6.28 контур *abefa* включає джерело напруги V_1 , резистори R_1 та R_2 . Петля починається в точці *a*, потім проходить через точки *b*, *e* і *f*, а потім повертається до точки *a*. Другий

контур $ebcde$, починається в точці e і включає резистори R_2 , R_3 , R_4 та джерело напруги V_2 .

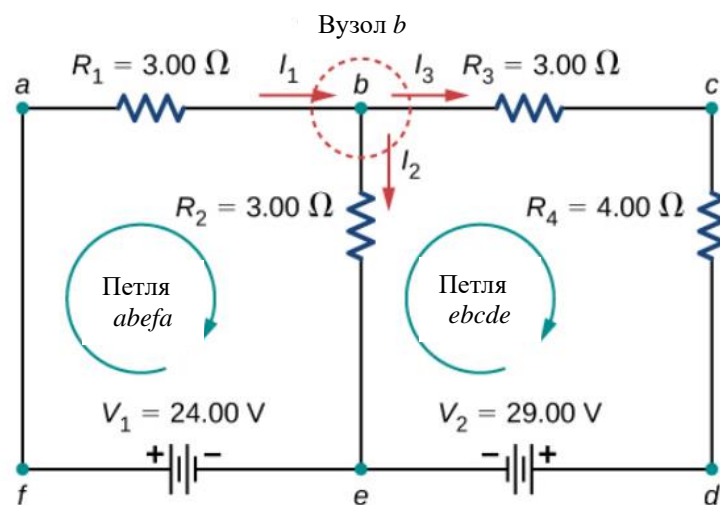


Рис. 6.28. Вибір контурів (петлі) в електричній схемі

Тепер ми можемо застосувати правило контурів Кірхгофа, використовуючи карту на рис. 6.23. Починаючи з точки a і рухаючись до точки b , резистор R_1 перетинається в тому ж напрямку, що й струм I_1 , тому падіння потенціалу $I_1 R_1$ віднімається. Рухаючись від точки b до точки e , резистор R_2 перетинається в тому ж напрямку, що й струм I_2 , тому падіння потенціалу $I_2 R_2$ віднімається. Переміщаючись від точки e до точки f , джерело напруги V_1 переходить від мінусової клеми до позитивної, тому V_1 додається. Між точками f і a немає складових. Сума різниць напруг повинна дорівнювати нулю:

$$\text{Контур } abefa: -I_1 R_1 - I_2 R_2 + V_1 = 0,$$

або

$$V_1 = I_1 R_1 + I_2 R_2.$$

Нарешті, ми перевіряємо петлю $ebcde$. Ми починаємо з точки e і рухаємося до точки b , перетинаючи R_2 у протилежному напрямку до течії струму I_2 . Падіння потенціалу $I_2 R_2$ додається. Далі ми перетинаємо R_3 і R_4 в тому ж напрямку, що й тече струм I_3 , і віднімаємо падіння потенціалу $I_3 R_3$ та $I_4 R_4$. Зауважте, що струм однаковий через резистори R_3 і R_4 , оскільки вони з'єднані послідовно. Нарешті, джерело напруги переходить від позитивної клеми до негативної, і джерело напруги V_2 віднімається. Сума цих різниць напруг дорівнює нулю і дає рівняння контуру:

$$\text{Контур } ebcde: I_2 R_2 - I_3 (R_3 + R_4) - V_2 = 0.$$

Тепер ми маємо три рівняння, які ми можемо розв'язати для трьох невідомих.

- (1) Вузол b : $I_1 - I_2 - I_3 = 0$,
- (2) Контур $abefa$: $I_1 R_1 + I_2 R_2 = V_1$,
- (3) Контур $ebcde$: $I_2 R_2 - I_3 (R_3 + R_4) = V_2$.

Щоб розв'язати три рівняння для трьох невідомих струмів, почніть із усунення струму I_2 . Спочатку додайте рівняння (1), попередньо помноживши його на R_2 , до рівняння (2). Результат позначається як рівняння (4):

$$I_1(R_1 + R_2) - I_3R_2 = V_1.$$

$$(4) \quad I_1 \cdot 6 \text{ Ом} - I_3 \cdot 3 \text{ Ом} = 24 \text{ В.}$$

Далі відніміть рівняння (3) з рівняння (2). Результат позначається як рівняння (5):

$$I_1R_1 + I_3(R_3 + R_4) = V_1 - V_2.$$

$$(5) \quad I_1 \cdot 3 \text{ Ом} + I_3 \cdot 7 \text{ Ом} = -5 \text{ В.}$$

Ми можемо розв'язати рівняння (4) і (5) для струму I_1 . Додавши семикратне рівняння (4) і тричі рівняння (5) отримуємо: $51 I_1 = 153$, або $I_1 = 3 \text{ А}$. Використання рівняння (4) призводить до $I_3 = -2 \text{ А}$ та до $I_2 = I_1 - I_3 = 5 \text{ А}$. Один із способів перевірити узгодженість рішень — це перевірити потужність, що подається від джерел напруги, і потужність, що розсіюється резисторами:

$$P_{\text{in}} = I_1V_1 + I_3V_2 = 130 \text{ Вт},$$

$$P_{\text{out}} = I_1^2R_1 + I_2^2R_2 + I_3^2R_3 + I_4^2R_4 = 130 \text{ Вт}.$$

Зауважте, що розв'язок для струму I_3 є від'ємним. Це правильна відповідь, але припускає, що стрілка, спочатку намальована в аналізі з'єднання, має напрямок, протилежний звичайному струму. Потужність другого джерела напруги дорівнює 58 Вт , а не -58 Вт .

ПРИКЛАД 6.6. Обчислення сили струму за правилами Кірхгофа

Знайдіть струми, що протікають у електричному колі на рис. 6.29.

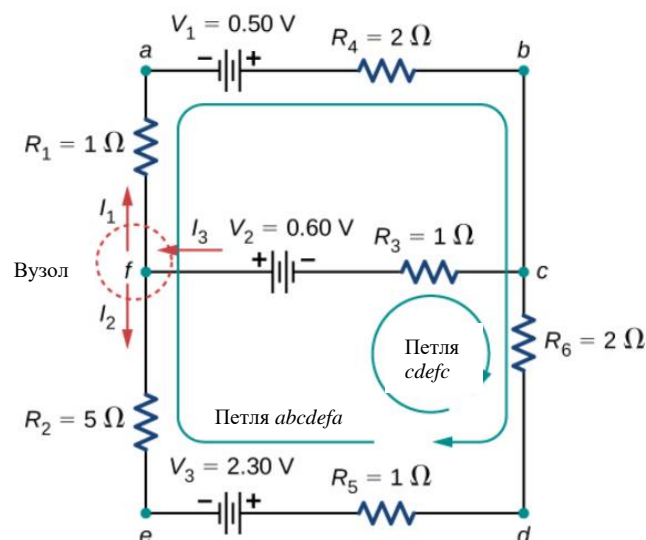


Рис. 6.29. Ця схема є комбінацією послідовної та паралельної конфігурацій резисторів і джерел напруги. Цю схему неможливо проаналізувати за допомогою методів, розглянутих у розділі «Електрорушійна сила», але можна проаналізувати за правилами Кірхгофа

Стратегія

Ця схема є достатньо складною, тому струми неможливо знайти за допомогою закону Ома та послідовно-паралельних методів — необхідно використовувати правила Кірхгофа. На малюнку позначені струми та зроблено припущення щодо їх напрямків. Місця на схемі позначені літерами від *a* до *f*. У розв'язанні ми застосовуємо правила вузлів та петлі, шукаючи три незалежні рівняння, що дозволить нам знайти величини трьох невідомих струмів.

Розв'язання

Застосування правил для вузлів та петлі дає наступні три рівняння. У нас є три невідомі, тому потрібні три рівняння:

- (1) Вузол *c*: $I_1 + I_2 = I_3$,
(2) Контур *abcdefa*: $I_1(R_1 + R_4) - I_2(R_2 + R_5 + R_6) = V_1 - V_3$,
(3) Контур *cdefc*: $I_2(R_2 + R_5 + R_6) + I_3R_3 = V_2 + V_3$.

Спростимо рівняння, розмістивши невідомі з одного боку рівнянь.

$$\begin{aligned}\text{Вузол } c: I_1 + I_2 - I_3 &= 0, \\ \text{Контур } abcdefa: I_1(3 \text{ Ом}) - I_2(8 \text{ Ом}) &= 0,5 \text{ В} - 2,3 \text{ В}, \\ \text{Контур } cdefc: I_2(8 \text{ Ом}) + I_3(1 \text{ Ом}) &= 0,6 \text{ В} + 2,3 \text{ В}.\end{aligned}$$

Спростіть рівняння. Перше рівняння циклу можна спростити, поділивши обидві частини на 3,00. Друге рівняння циклу можна спростити, поділивши обидві частини на 6,00.

$$\begin{aligned}\text{Junction } c: I_1 + I_2 - I_3 &= 0. \\ \text{Loop } abcdefa: I_1(3 \Omega) - I_2(8 \Omega) &= -1.8 \text{ V}. \\ \text{Loop } cdefc: I_2(8 \Omega) + I_3(1 \Omega) &= 2.9 \text{ V}.\end{aligned}$$

Результатом є

$$I_1 = 0,2 \text{ A}, I_2 = 0,3 \text{ A}, I_3 = 0,5 \text{ A}.$$

Обговорення

Метод перевірки розрахунків полягає в обчисленні потужності, що розсіюється резисторами, і потужності, що подається джерелами напруги:

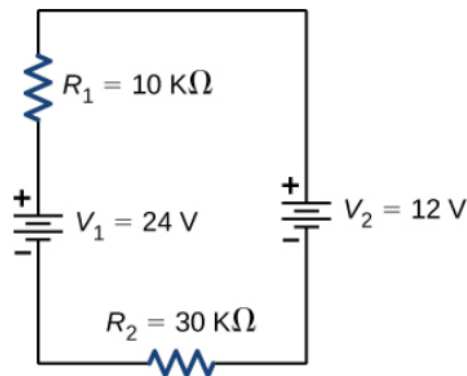
$$\begin{aligned}P_{R_1} &= I_1^2 R_1 = 0,04 \text{ Вт}. \\ P_{R_2} &= I_2^2 R_2 = 0,45 \text{ Вт}. \\ P_{R_3} &= I_3^2 R_3 = 0,25 \text{ Вт}. \\ P_{R_5} &= I_2^2 R_5 = 0,09 \text{ Вт}. \\ P_{R_6} &= I_2^2 R_6 = 0,18 \text{ Вт}. \\ P_{\text{втрат}} &= 1,09 \text{ Вт}.\end{aligned}$$

$$P_{\text{джерело}} = I_1 V_1 + I_2 V_2 + I_3 V_3 = 0,10 \text{ Вт} + 0,69 \text{ Вт} + 0,30 \text{ Вт} = 1,09 \text{ Вт}.$$

Отже, потужність, що подається, дорівнює потужності, що розсіюється резисторами.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 6.6

Розглядаючи наступну схему та потужність, що подається та споживається електричним колом, джерело напруги завжди забезпечуватиме живлення кола, чи джерело напруги може споживати електроенергію?



ПРИКЛАД 6.7. Обчислення сили струму за правилами Кірхгофа

Знайдіть силу струму, що протікає в колі на рис. 6.30.

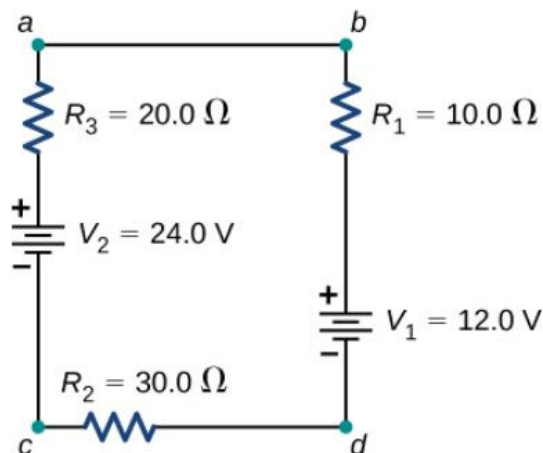


Рис. 6.30. Ця схема складається з трьох резисторів і двох батарей, з'єднаних послідовно. Зверніть увагу, що батареї підключені з протилежною полярністю

Стратегія

Цю схему можна проаналізувати за допомогою правил Кірхгофа. Є тільки одна петля і немає вузлів. Виберіть напрямок течії струму. Для цього прикладу ми будемо використовувати напрямок за годинниковою стрілкою від точки a до точки b . Розглянемо контур $abcd$ і скористаємося рис. 6.23, щоб написати рівняння циклу. Зауважте, що згідно з рис. 6.23 акумулятор V_1 буде додано, а акумулятор V_2 віднімається.

Розв'язання

Застосування правила з'єднання дає наступні три рівняння. У нас є одне невідоме, тому потрібно одне рівняння: спростіть рівняння, розмістивши невідомі з одного боку рівнянь. Використовуйте значення, наведені на малюнку. Значення потужності, що розсіюється або споживається контуром, дорівнює потужності, що подається до контура, але зауважте, що струм в батареї проходить через батарею від позитивної клеми до негативної клеми та споживає енергію. Потужність, що надходить, дорівнює потужності, що розсіюється резисторами та споживається батареєю.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 6.7

Використовуючи закони Кірхгофа, вам потрібно вирішити, які петлі використовувати та напрямок струму, що протікає через кожну петлю. При аналізі схеми в прикладі 6.7 напрямок потоку струму було вибрано за годинниковою стрілкою, від точки *a* до точки *b*. Як зміниться результат, якщо напрямок струму буде обрано проти годинникової стрілки, від точки *b* до точки *a*?

Кілька джерел напруги

Для багатьох пристроїв потрібно більше однієї батареї. Кілька джерел напруги, таких як батареї, можна з'єднувати послідовно, паралельно або поєднувати обидві схеми.

При послідовному з'єднанні плюсова клема однієї батареї з'єднана з мінусовою клемою іншої батареї. Будь-яку кількість джерел напруги, включаючи батареї, можна з'єднати послідовно. Дві послідовно з'єднані батареї зображено на рис. 6.31. Використання правила петлі Кірхгофа для схеми в частині (b) дає результат:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 - Ir_1 + \varepsilon_2 - Ir_2 - IR &= 0, \\ (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - I(r_1 + r_2) - IR &= 0.\end{aligned}$$

Коли джерела напруги з'єднані послідовно, їхні внутрішні опори можна скласти разом, а також їх ЕДС, щоб отримати загальні значення. Послідовне з'єднання джерел напруги поширене, наприклад, у ліхтариках, іграшках та інших приладах. Зазвичай комірки розташовані послідовно, щоб створити більшу загальну ЕРС. На рис. 6.31 напруга на клемі дорівнює:

$$V_{\text{клема}} = \varepsilon_1 - Ir_1 + \varepsilon_2 - Ir_2 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - I(r_1 + r_2) = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - Ir_{eq}.$$

Зауважте, що однаковий струм *I* виявляється в кожній батареї, оскільки вони з'єднані послідовно. Недоліком послідовного з'єднання батарей є те, що їхні внутрішні опори адитивні. Батареї з'єднані послідовно для збільшення напруги, що подається в коло.

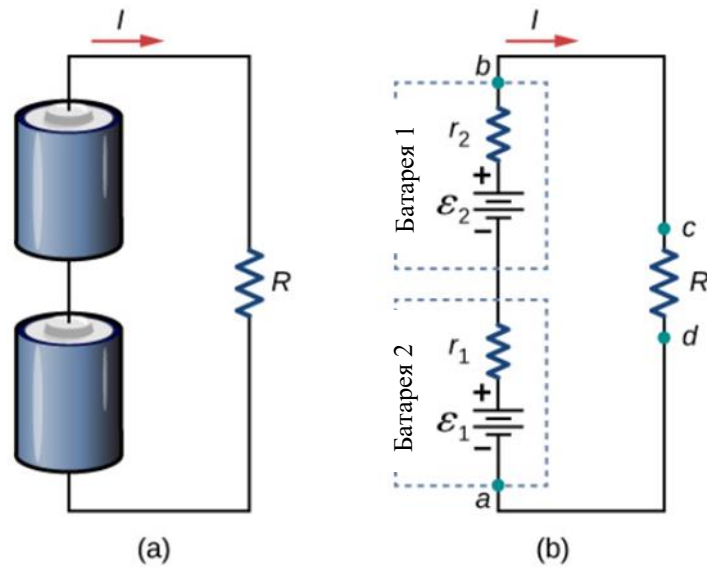


Рис. 6.31. (а) Дві батареї, з'єднані послідовно за допомогою резистора навантаження. (б) Схема двох батарей і резистора навантаження, кожна батарея змодельована як ідеалізоване джерело ЕРС і внутрішній опір

Наприклад, світлодіодний ліхтарик може мати дві батареї типу ААА, кожна з напругою на клеммах 1,5 В, щоб забезпечити 3,0 В для ліхтарика. Послідовно можна з'єднати будь-яку кількість батарей. Для N батарей, з'єднаних послідовно, напруга на клеммах дорівнює:

$$\begin{aligned} V_{\text{клемма}} &= (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_{N-1} + \varepsilon_N) - I(r_1 + r_2 + \dots + r_{N-1} + r_N) = \\ &= \sum_{i=1}^N \varepsilon_i - I r_{eq} \end{aligned} \quad (6.6)$$

де еквівалентний опір

$$r_{eq} = \sum_{i=1}^N r_i.$$

Коли навантаження підключено до джерел напруги послідовно, як показано на рис. 6.32, ми можемо знайти силу струму:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 - I r_1 + \varepsilon_2 - I r_2 &= I R, \\ I r_1 + I r_2 + I R &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \\ I &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R}. \end{aligned}$$

Як і очікувалося, внутрішні опори збільшують еквівалентний опір.

Джерела напруги, наприклад батареї, також можна підключати паралельно. На рис. 6.33 зображено дві батареї з однаковими ЕРС, з'єднані паралельно та підключені до опору навантаження. Коли батареї з'єднані паралельно, позитивні клеми з'єднані разом, а негативні – разом, а опір навантаження з'єднаний з позитивною та негативною клеммами. Як правило, паралельні джерела напруги мають однакову ЕРС. У цьому простому випадку, оскільки джерела напруги працюють паралельно, загальна ЕРС така ж, як і індивідуальні ЕРС кожної батареї.

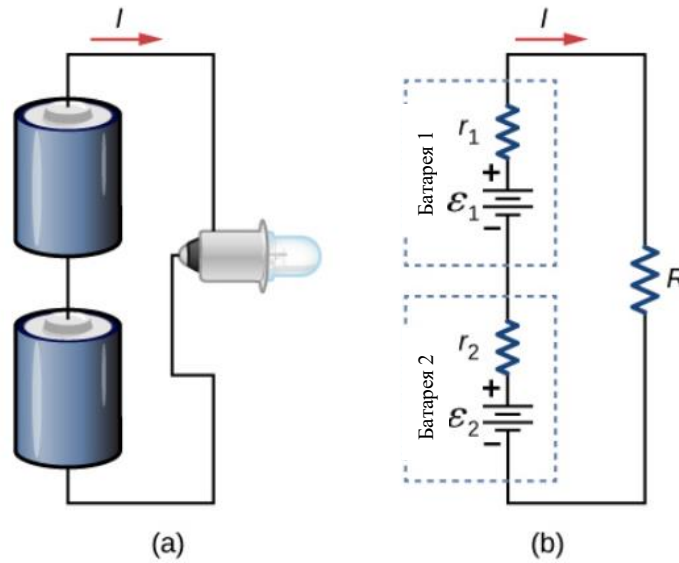


Рис. 6.32. Дві батареї послідовно підключаються до світлодіодної лампочки, як у ліхтарика

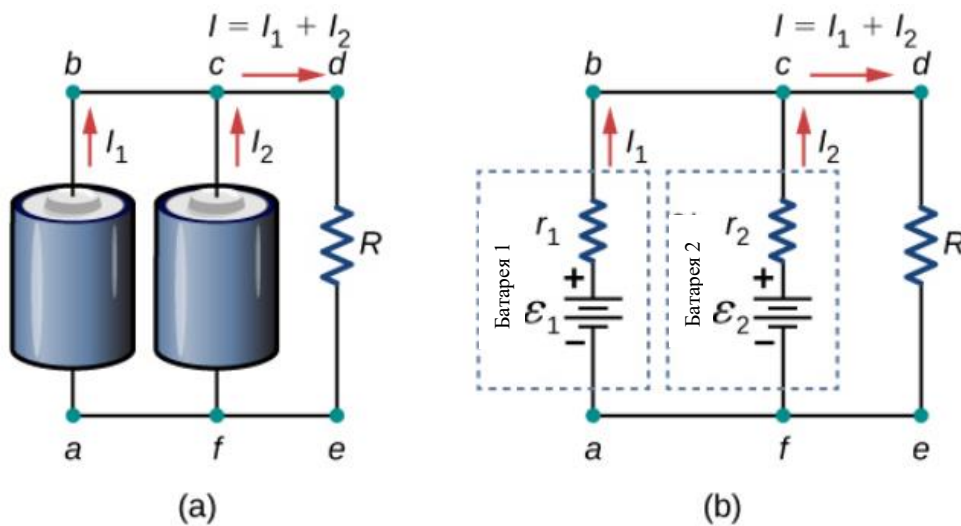


Рис. 6.33. (а) Дві батареї підключені паралельно до резистора навантаження. (б) На електричній схемі показана батарея як джерело ЕРС і внутрішній резистор. Два джерела ЕРС мають ідентичні ЕРС (кожне позначено ε), з'єднані паралельно, що створює однакову ЕРС

Розглянемо схему на рис. 6.33(б). Є дві петлі і вузол у точці c :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2.$$

$$\text{Вузол } c: I_1 + I_2 - I = 0.$$

$$\text{Петля } abcfa: \begin{cases} \varepsilon - I_1 r_1 + I_2 r_2 - \varepsilon = 0, \\ I_1 r_1 = I_2 r_2. \end{cases}$$

$$\text{Петля } fcdef: \begin{cases} \varepsilon_2 - I_2 r_2 - IR = 0, \\ \varepsilon - I_2 r_2 - IR = 0. \end{cases}$$

Результат визначення струму через резистор навантаження:

$$I = \frac{\varepsilon}{r_{eq} + R},$$

де

$$r_{eq} = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)^{-1}.$$

Напруга на клемі дорівнює падінню потенціалу на резисторі навантаження

$$IR = \frac{\varepsilon R}{r_{eq} + R}.$$

Паралельне з'єднання зменшує внутрішній опір і, таким чином, може виробляти більший струм.

Паралельно можна з'єднати будь-яку кількість батарей. Для N батарей, з'єднаних паралельно, напруга на клемі дорівнює:

$$V_{\text{клемі}} = \varepsilon - I \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_{N-1}} + \frac{1}{r_N} \right)^{-1} = \varepsilon - Ir_{eq}. \quad (6.7)$$

де еквівалентний опір

$$r_{eq} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i} \right)^{-1}.$$

Наприклад, деякі дизельні вантажівки використовують дві батареї 12 В паралельно; вони створюють загальну ЕРС 12 В, але можуть забезпечити більший струм, необхідний для запуску дизельного двигуна.

Підсумовуючи, напруга на клемі послідовно з'єднаних батарей дорівнює сумі індивідуальних ЕДС мінус сума внутрішніх опорів, помножена на струм. Коли батареї з'єднані паралельно, вони зазвичай мають однакові ЕРС, а напруга на клемі дорівнює ЕРС мінус еквівалентний внутрішній опір, помножений на струм, де еквівалентний внутрішній опір менший, ніж окремі внутрішні опори. Батареї підключаються послідовно для збільшення напруги на клемі навантаження. Батареї підключаються паралельно для збільшення струму навантаження.

Іншим прикладом роботи з декількома джерелами напруги є комбінації сонячних батарей, з'єднаних як послідовними, так і паралельними комбінаціями для отримання бажаної напруги та струму.

Фотоелектрична генерація, тобто перетворення сонячного світла безпосередньо в електрику, заснована на фотоелектричному ефекті. Фотоелектричний ефект виходить за рамки цього розділу та розглядається в розділі «Фотони та хвилі матерії», але загалом фотони, що потрапляють на поверхню сонячної батареї, створюють у ній електричний струм. Більшість сонячних батарей виготовлені з чистого кремнію. Більшість одиночних елементів мають вихідну напругу приблизно 0,5 В, тоді як вихідний струм залежить від кількості сонячного світла, що падає на елемент (падаюча сонячна радіація, відома як інсоляція). Під яскравим

полуденним сонячним світлом типові монокристалічні елементи виробляють струм на одиницю площі приблизно $100 \text{ mA} / \text{cm}^2$.

Індивідуальні сонячні батареї з'єднані електрично в модулі для задоволення потреб в електроенергії. Вони можуть бути з'єднані разом послідовно або паралельно, як батареї, про які йшлося раніше. Матриця або модуль сонячних батарей зазвичай складається з 36–72 елементів із вихідною потужністю від 50 Вт до 140 Вт. Сонячні батареї, як і батареї, забезпечують напругу постійного струму (DC). Струм від джерела постійної напруги є односпрямованим. Більшість побутових приладів потребують напруги змінного струму (AC).

6.4. Електровимірювальні прилади

Закон Ома і метод Кірхгофа корисні для аналізу і проектування електричних кіл, надаючи вам напругу, струм через опір і інші компоненти, з яких складається коло. Для вимірювання цих параметрів потрібні прилади, і ці прилади описані в цьому підрозділі.

Вольтметри та амперметри постійного струму

У той час як **вольтметри** вимірюють напругу, **амперметри** вимірюють струм. Деякі з лічильників в автомобільних приладових панелях, цифрових фотоапаратах, стільникових телефонах і тюнерах-підсилювачах насправді є вольтметрами або амперметрами (рис. 6.34).



Рис. 6.34. Показчики палива і температури (крайній правий і крайній лівий відповідно)– це вольтметри, які реєструють вихідну напругу «відправних» блоків. Ці одиниці пропорційні кількості бензину в баку і температурі двигуна

Внутрішня конструкція найпростіших з цих лічильників і те, як вони підключені до системи, яку вони контролюють, дають додаткове уявлення про застосування послідовних і паралельних з'єднань.

Вимірювання струму амперметром

Для вимірювання струму через прилад або компонент амперметр розміщують послідовно з приладом або компонентом. Послідовне з'єднання використовується тому, що об'єкти, розташовані послідовно, мають однаковий струм, що проходить через них. (див. рис. 6.35, де амперметр представлений символом А).

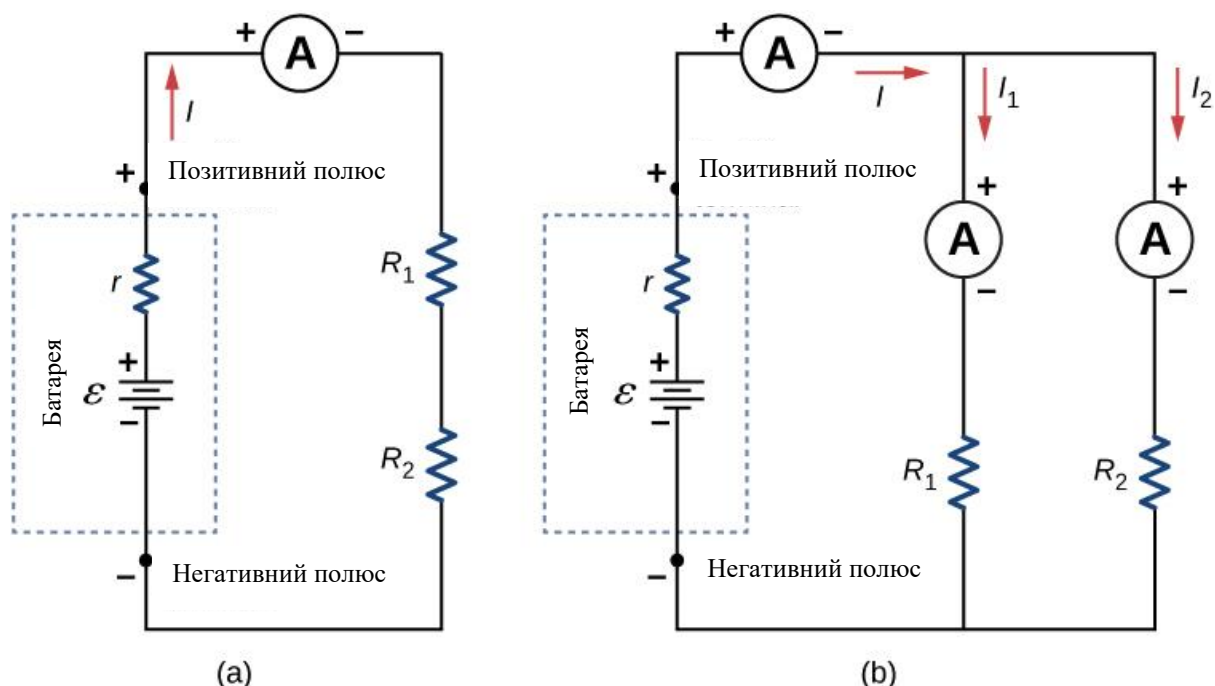


Рис. 6.35 (а) Коли амперметр використовується для вимірювання струму через два резистори, з'єднані послідовно з батареєю, один амперметр розміщується послідовно з двома резисторами, оскільки струм однаковий через два резистори, що знаходяться послідовно. (б) Коли два резистори з'єднані паралельно з батареєю, для вимірювання струму від батареї та через кожен резистор необхідні три метри або три окремі показання амперметра. Амперметр з'єднується послідовно з розглянутим компонентом

Амперметри повинні мати дуже низький опір, частки міліома. Якщо опір не є незначним, розміщення амперметра в контурі змінить його еквівалентний опір і змінить струм, який вимірюється. Оскільки струм у колі проходить через лічильник, амперметри зазвичай містять запобіжник для захисту лічильника від пошкодження занадто високими струмами.

Вимірювання напруги вольтметром

Вольтметр підключається паралельно з будь-яким приладом, який він вимірює. Паралельне з'єднання використовується тому, що об'єкти, що знаходяться паралельно, мають однакову різницю потенціалів. (див. рис. 6.36, де вольтметр представлений символом V.)

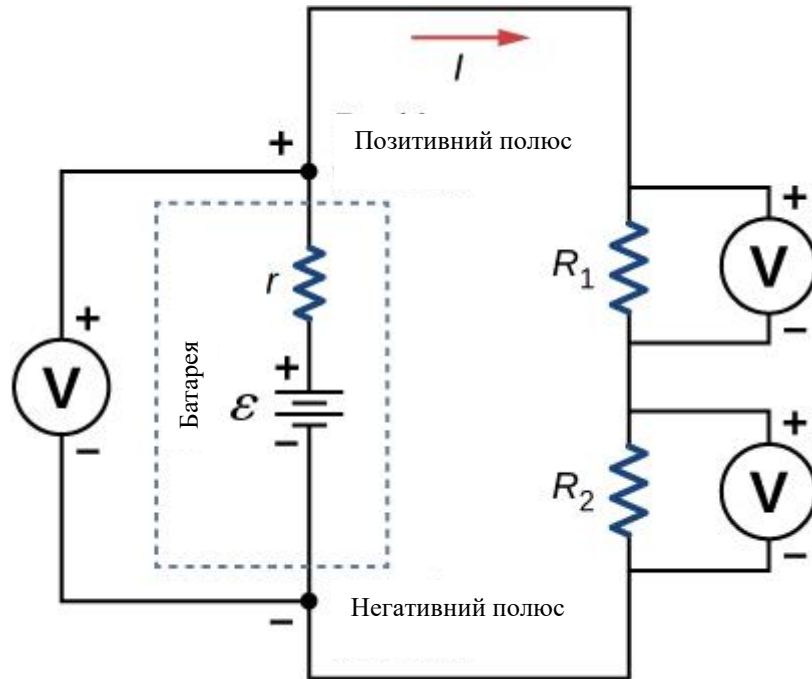


Рис. 6.36. Для вимірювання різниці потенціалів у цьому послідовному колі вольтметр (V) розмішують паралельно джерелу напруги або будь-якому з резисторів. Зверніть увагу, що напруга на клеммах вимірюється між позитивною клемою та негативною клемою акумулятора або джерела напруги. Підключити вольтметр безпосередньо до ЕРС без включення внутрішнього опору r акумулятора неможливо

Оскільки вольтметри підключаються паралельно, то вольтметр повинен мати дуже великий опір. Цифрові вольтметри перетворюють аналогову напругу в цифрове значення для відображення на цифровому табло (рис. 6.37). Недорогі вольтметри мають опори порядку $R_M = 10 \text{ МОм}$, тоді як високоточні вольтметри мають опір порядку $R_M = 10 \text{ ГОм}$. Величина опору може змінюватися, в залежності від того, яка шкала використовується на лічильнику.



(a)



(b)

Рис. 6.37. (a) Аналоговий вольтметр використовує гальванометр для вимірювання напруги. (b) Цифрові лічильники використовують аналого-цифровий перетворювач для вимірювання напруги

Аналогові та цифрові лічильники

У фізичній лабораторії можна зустріти два типи лічильників: аналогові та цифрові. Термін «аналоговий» відноситься до сигналів або інформації, представлені безперервно змінною фізичною величиною, такою як напруга або струм. Аналоговий вимірювач використовує гальванометр, який, по суті, є котушкою дроту з невеликим опором, в магнітному полі, з прикріпленим покажчиком, який вказує на шкалу. Струм протікає через котушку, змушуючи котушку обертатися. Для використання гальванометра в якості амперметра паралельно котушці розміщують невеликий опір. У вольтметра великий опір розміщується послідовно з котушкою. У цифровому лічильнику використовується компонент, який називають аналого-цифровим перетворювачем (А в D), який виражає струм або напругу у вигляді послідовності цифр 0 і 1, які використовуються для запуску цифрового дисплея. Більшість аналогових лічильників були замінені цифровими.

ПЕРЕВІРТЕ СВОЄ РОЗУМІННЯ 6.8

Цифрові лічильники здатні виявляти менші струми, ніж аналогові лічильники, що використовують гальванометри. Чим пояснити їх здатність вимірювати напругу і струм більш точно, ніж аналогові лічильники?

Омметри

Омметр – це прилад, який використовується для вимірювання опору компонента або пристрою. Робота омметра заснована на законі Ома. Традиційні омметри містили внутрішнє джерело напруги (наприклад, батарею), яке підключалося до компонента, що перевіряється, виробляючи струм через компонент. Потім для вимірювання струму використовували гальванометр, а опір виводили за допомогою закону Ома. Сучасні цифрові лічильники використовують джерело постійного струму для пропускання струму через компонент, і вимірюється різниця напруг на компоненті. У будь-якому випадку опір вимірюється за допомогою закону Ома ($R = V/I$), де відома напруга і вимірюється струм, або струм відомий, а напруга вимірюється.

Компонент, що цікавить, повинен бути ізольований від схеми; в іншому випадку ви будете вимірювати еквівалентний опір кола. Омметр ніколи не повинен бути підключений до кола під напругою, з підключеним до нього джерелом напруги і струмом, що проходить через нього. Це може пошкодити омметр.

10.4. Радіокеровані схеми

Коли ви використовуєте камеру зі спалахом, заряджання конденсатора, який живить спалах, займає кілька секунд. Світловий спалах розряджає конденсатор за крихітні частки секунди. Чому заряджання займає більше часу, ніж розряджання? Це питання і ряд інших явищ, пов'язаних із зарядкою і розрядкою конденсаторів, розглядаються в цьому модулі.

Схеми з опором і ємністю

RC-коло – це контур, що містить опір і ємність. Як представлено в розділі 5, конденсатор – це електричний компонент, який накопичує електричний заряд, накопичуючи енергію в електричному полі.

На рис. 6.38 (а) показана проста RC-схема, в якій використовується джерело напруги постійного струму E , резистор R , конденсатор C і двопозиційний перемикач. Схема дозволяє заряджати або розряджати конденсатор в залежності від положення перемикача. Коли перемикач переводиться в положення A , конденсатор заряджається. При переведенні перемикача в положення B конденсатор розряджається через резистор.

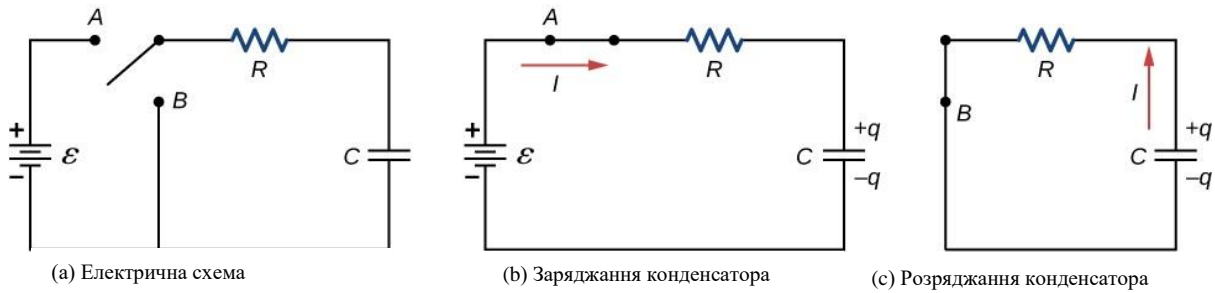


Рис. 6.38 (а) Радіокерована схема з двополюсним вимикачем, за допомогою якої можна заряджати і розряджати конденсатор. (б) Коли перемикач переводиться в положення *A*, схема зводиться до простого послідовного з'єднання джерела напруги, резистора, конденсатора і перемикача. (с) Коли перемикач переводиться в положення *B*, схема зводиться до простого послідовного з'єднання резистора, конденсатора та перемикача. Джерело напруги видаляється з кола

Заряджання конденсатора

Ми можемо використовувати правило петлі Кірхгофа, щоб зрозуміти зарядку конденсатора. В результаті виходить рівняння $\varepsilon - V_R - V_C = 0$. Це рівняння можна використовувати для моделювання заряду як функції часу заряджання конденсатора. Ємність визначається як $C = q/V$, отже, напруга на конденсаторі дорівнює $V_C = q/C$. Використовуючи закон Ома, падіння потенціалу на резисторі дорівнює $V_R = IR$, а струм визначається як $I = dq/dt$.

$$\begin{aligned} \varepsilon - V_R - V_C &= 0, \\ \varepsilon - IR - \frac{q}{C} &= 0, \\ \varepsilon - R \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} &= 0. \end{aligned}$$

Це диференціальне рівняння можна інтегрувати для знаходження рівняння заряду на конденсаторі як функції часу:

$$\begin{aligned} \varepsilon - R \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} &= 0, \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{\varepsilon C - q}{RC}, \\ \int_0^q \frac{dq}{\varepsilon C - q} &= \frac{1}{RC} \int_0^t dt. \end{aligned}$$

Якщо замінити $u = \varepsilon C - q$, тоді $du = -dq$. В результаті виходить

$$- \int_{\varepsilon C}^{\varepsilon C - u} \frac{du}{u} = \frac{1}{RC} \int_0^t dt.$$

$$\ln\left(\frac{\varepsilon C - u}{\varepsilon C}\right) = -\frac{1}{RC}t,$$

$$\frac{\varepsilon C - q}{\varepsilon C} = e^{-t/RC}.$$

Спрощення призводить до рівняння заряду конденсатора як функції часу:

$$q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}) = Q(1 - e^{-t/\tau}). \quad (6.8)$$

Графік залежності заряду конденсатора від часу наведено на рис. 6.39 (а).

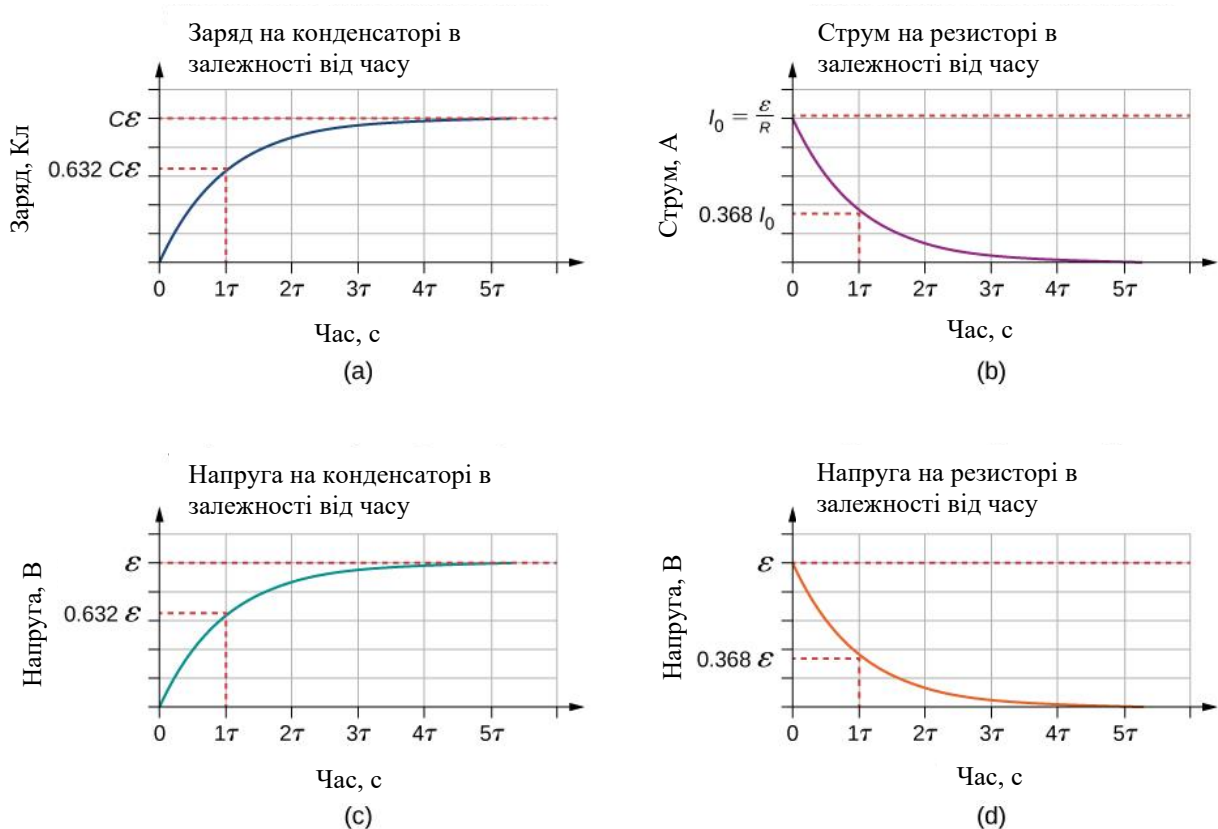


Рис. 6.39. (а) Заряд конденсатора в залежності від часу заряджання конденсатора. б) Струм через резистор в залежності від часу. (с) Різниця напруги на конденсаторі. (д) Різниця напруги на резисторі

По-перше, зверніть увагу, що з наближенням часу до нескінченності експонента йде до нуля, тому заряд наближається до максимального заряду $Q = \varepsilon C$ і має одиниці кулонів. Одиницями RC є секунди, одиниці часу. Ця величина відома як постійна часу:

$$\tau = RC. \quad (6.9)$$

На час $t = \tau = RC$, заряд дорівнює $1 - e^{-1} = 1 - 0.368 = 0.632$ від максимального заряду $Q = \varepsilon C$. Зауважимо, що зміна швидкості заряду за часом – це нахил графіка залежності заряду від часу. Нахил графіка найбільший коли $t = 0.0$ с і наближається до нуля зі збільшенням часу.

Зі збільшенням заряду конденсатора струм через резистор зменшується, як показано на рис. 6.39 (б). Струм через резистор можна знайти, взявши похідну за часом від заряду:

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}[C\varepsilon(1 - e^{-t/RC})], \\ I(t) &= C\varepsilon \frac{1}{RC} e^{-t/RC} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC}, \\ I(t) &= I_0 e^{-t/\tau}. \end{aligned} \quad (6.10)$$

На час $t = 0.00$ с, струм через резистор становить $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$. Коли час наближається до нескінченності, струм наближається до нуля. На час $t = \tau$, струм через резистор дорівнює

$$I(t = \tau) = I_0 e^{-1} = 0,368I_0.$$

На рис. 6.39 (с) і на рис. 6.39 (d) показані різниці напруги на конденсаторі і резисторі відповідно. Зі збільшенням заряду конденсатора струм зменшується, як і різниця напруги на резисторі

$$V_R(t) = (I_0 R) e^{-t/\tau} = \varepsilon e^{-t/\tau}.$$

Різниця напруги на конденсаторі зростає зі збільшенням часу:

$$V_C(t) = \varepsilon(1 - e^{-t/\tau}).$$

Розрядка конденсатора

Коли перемикач на рис. 6.38 (а) переводиться в положення B , коло зводиться до кола в частині (b), і зарядженому конденсатору дають розрядитися через резистор. Графік заряду конденсатора в залежності від часу показаний на рис. 6.40 (а). Використання правила петлі Кірхгофа для аналізу схеми при розрядах конденсатора призводить до рівняння $-V_R - V_C = 0$, що спрощується до $IR + q/C = 0$. Використання визначення струму $\frac{dq}{dt} R = -\frac{q}{C}$ та інтегрування рівняння по контуру дає рівняння заряду на конденсаторі в залежності від часу:

$$q(t) = Q e^{-t/\tau}. \quad (6.11)$$

Тут Q – початковий заряд конденсатора і $\tau = RC$ – постійна часу кола. Як показано на графіку, заряд експоненціально зменшується від початкового заряду, наближаючись до нуля з наближенням часу до нескінченності.

Струм як функцію часу можна знайти, взявши похідну за часом від заряду:

$$I(t) = -\frac{Q}{RC} e^{-t/\tau}. \quad (6.12)$$

Негативний знак показує, що струм тече в напрямку, протилежному струму, знайденому при зарядці конденсатора. На рис. 6.40 (b) показаний приклад графіка залежності заряду від часу і струму від часу. Графік різниці напруги на конденсаторі і різниці напруги на резисторі в залежності від часу

показаний в частинах (с) і (d) малюнка. Зауважимо, що величини заряду, струму та напруги зменшуються експоненціально, наближаючись до нуля зі збільшенням часу.

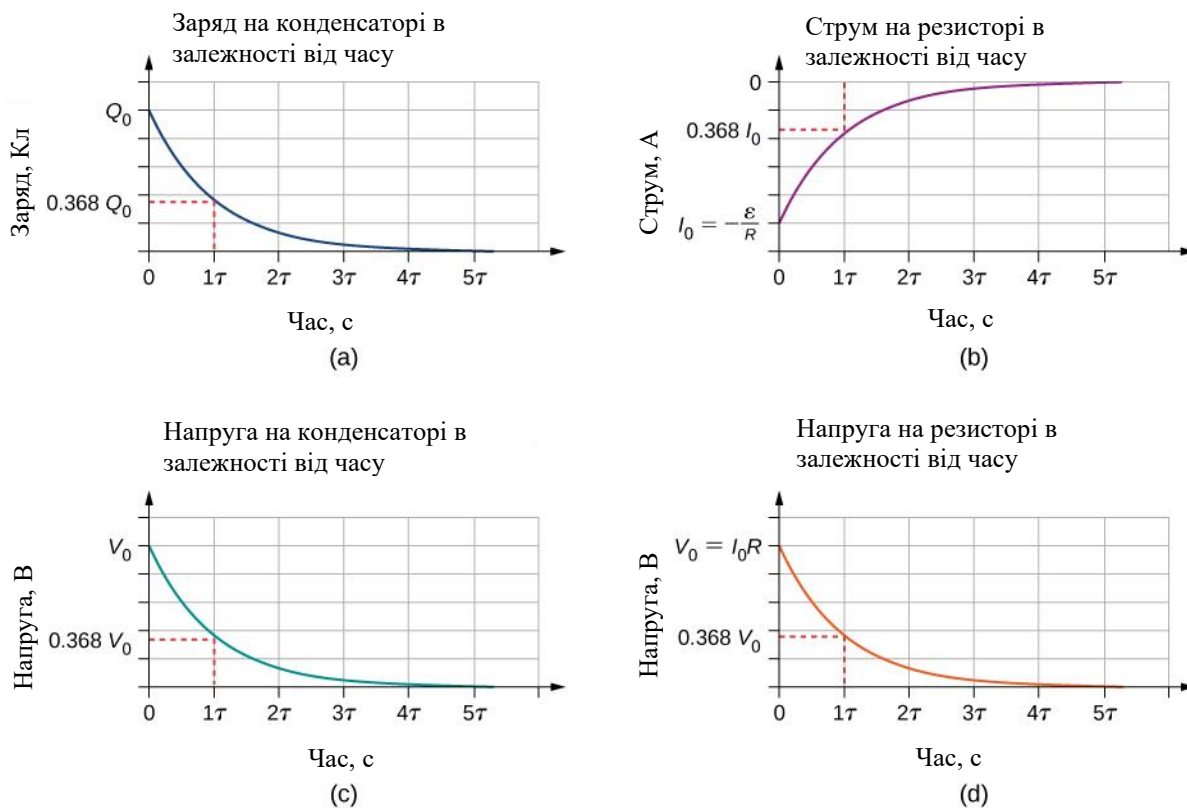


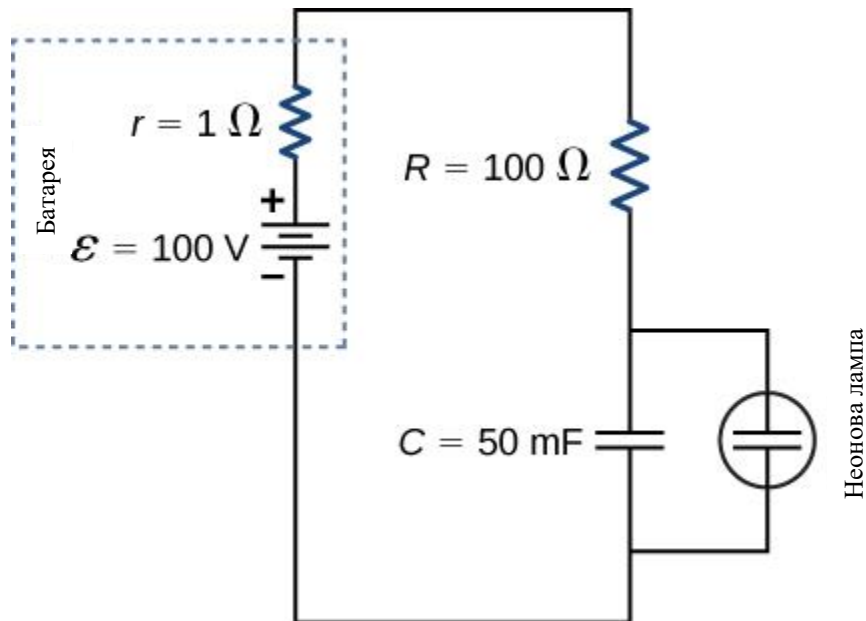
Рис. 6.40 (а) Заряд конденсатора залежить від часу, коли конденсатор розряджається. (b) Струм через резистор в залежності від часу. (с) Різниця напруги на конденсаторі. (d) Різниця напруги на резисторі

Тепер ми можемо пояснити, чому камера зі спалахом, згадана на початку цього розділу, заряджається набагато довше, ніж розряджається: опір під час заряджання значно більший, ніж під час розряджання. На внутрішній опір акумулятора припадає більша частина опору під час заряджання. У міру старіння акумулятора зростаючий внутрішній опір робить процес заряджання ще повільнішим.

ПРИКЛАД 6.8. Релаксаційний осцилятор

Одним із застосувань RC -схеми є релаксаційний генератор, як показано нижче. Релаксаційний генератор складається з джерела напруги, резистора, конденсатора і неонові лампи. Неонова лампа діє як розімкнуте коло (нескінченний опір), поки різниця потенціалів на неоновій лампі не досягне певної напруги. При такій напрузі лампа діє як коротке замикання (нульовий опір), а конденсатор розряджається через неонову лампу і виробляє світло. У зображеному релаксаційному генераторі джерело напруги заряджає конденсатор до тих пір, поки напруга на конденсаторі не

досягне 80 В. Коли це відбувається, неон в лампі пробивається і дозволяє конденсатору розряджатися через лампу, виробляючи яскравий спалах. Після того, як конденсатор повністю розрядиться через неонову лампу, він знову починає заряджатися, і процес повторюється. Якщо припустити, що час, необхідний конденсатору для розрядки, мізерно малий, який проміжок часу між спалахами?



Стратегія

Часовий проміжок можна дізнатися, розглянувши рівняння $V_C(t) = \varepsilon(1 - e^{-t/\tau})$, де $\tau = (R+r)C$.

Розв'язок

Неонова лампа блимає, коли напруга на конденсаторі досягає 80 В. Постійна часу RC дорівнює $\tau = (R+r)C = (101 \text{ Ом})(50 \times 10^{-3} \text{ Ф}) = 5,05 \text{ с}$. Ми можемо розв'язати рівняння залежності напруги від часу, необхідного конденсатору для досягнення 80 В:

$$V_C(t) = \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right),$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{V_C(t)}{\varepsilon},$$

$$\ln\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \ln\left(1 - \frac{V_C(t)}{\varepsilon}\right),$$

$$t = -\tau \ln\left(1 - \frac{V_C(t)}{\varepsilon}\right) = -5,05 \text{ с} \cdot \ln\left(1 - \frac{80 \text{ В}}{100 \text{ В}}\right) = 8,13 \text{ с}.$$

Обговорення

Одним із застосувань релаксаційного генератора є керування світловими індикаторами, які блимають з частотою, визначеною значеннями R і C . У цьому прикладі неонова лампа буде блимати кожні 8,13 секунди, частота $f = 1/T = 1/8,13 \text{ с} = 0,123 \text{ Гц}$.

Релаксаційний осцилятор має багато інших практичних застосувань. Він часто використовується в електронних схемах, де неонові лампи замінюються транзистором або пристроєм, відомим як тунельний діод. Опис транзистора і тунельного діода виходить за рамки цієї глави, але ви можете думати про них як про перемикачі з управлінням напругою. Зазвичай це розімкнуті вимикачі, але при подачі потрібної напруги вимикач замикається і проводить струм. «Вимикач» можна використовувати для включення іншого кола, включення світла або запуску невеликого моторчика. Релаксаційний генератор можна використовувати, щоб змусити покажчики повороту вашого автомобіля блимати або вібрувати ваш мобільний телефон.

Радіокеровані схеми мають безліч застосувань. Їх можна ефективно використовувати як таймери для таких застосувань, як переривчасті склоочисники, кардіостимулятори та стробоскопи. У деяких моделях склоочисників використовується змінний резистор для регулювання інтервалу між розгортками склоочисника. Збільшення опору збільшує постійну часу RC , що збільшує час між роботою двірників.

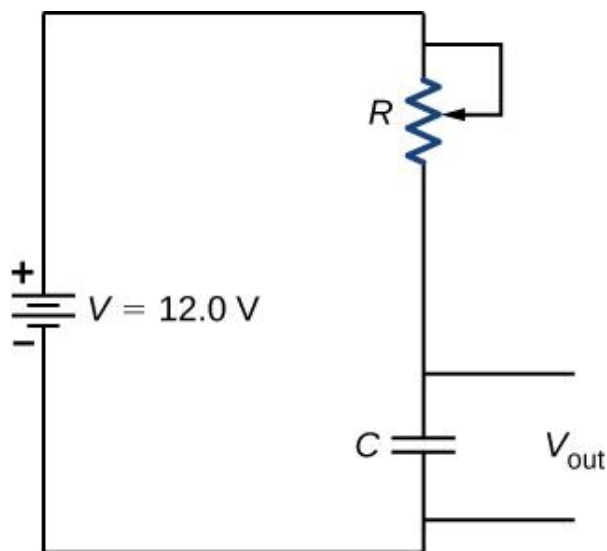
Ще одне застосування – кардіостимулятор. Частота серцевих скорочень зазвичай контролюється електричними сигналами, які змушують м'язи серця скорочуватися і перекачувати кров. Коли серцевий ритм ненормальний (серцебиття занадто високе або занадто низьке), для корекції цієї аномалії можна використовувати кардіостимулятори. Кардіостимулятори мають датчики, які виявляють рухи тіла та дихання, щоб збільшити частоту серцевих скорочень під час фізичних навантажень, таким чином задовольняючи підвищену потребу в крові та кисні, а для контролю часу між сигналами напруги до серця можна використовувати RC -схему.

Забігаючи наперед до вивчення кіл змінного струму, можна сказати, що напруга змінного струму змінюється як синусоїдальні функції з певними частотами. Періодичні коливання напруги, або електричних сигналів, часто фіксуються вченими. Ці сигнали напруги можуть надходити від музики, записаної мікрофоном, або атмосферних даних, зібраних радаром. Іноді ці сигнали можуть містити небажані частоти, відомі як «шум». *RC-фільтри* можна використовувати для фільтрації небажаних частот.

При вивченні електроніки популярний пристрій, відомий як таймер 555, забезпечує імпульси напруги за часом. Час між імпульсами регулюється *RC-схемою*. Це лише деякі з незліченних застосувань *RC-схем*.

ПРИКЛАД 6.9. Переривчасті склоочисники

Релаксаційний генератор використовується для управління парою склоочисників. Релаксаційний генератор складається з конденсатора ємністю 10,00 мФ і 10,00 кОм змінний резистор, відомий як реостат. Ручка, з'єднана зі змінним резистором, дозволяє регулювати опір від 0,00 Ом до 10,00 кОм. Вихід конденсатора використовується для управління перемикачем, керованим напругою. Перемикач нормально розімкнутий, але коли вихідна напруга досягає 10,00 В, вимикач замикається, подаючи напругу на електродвигун і розряджаючи конденсатор. Двигун змушує склоочисники один раз проноситися по лобовому склу, і конденсатор знову починає заряджатися. На який опір слід відрегулювати реостат, щоб період роботи щіток склоочисника становив 10,00 секунд?



Стратегія

Опір враховує рівняння $V_{\text{out}}(t) = V(1 - e^{-t/\tau})$, де $\tau = RC$. Наводиться ємність, вихідна напруга та напруга акумулятора. Нам потрібно розв'язати це рівняння відносно опору.

Розв'язок

Вихідна напруга становитиме 10,00 В, а напруга акумулятора – 12,00 В. Ємність вказана як 10,00 мФ. Розв'язуємо задачу відносно R :

$$V_{\text{out}}(t) = V(1 - e^{-t/\tau}),$$
$$e^{-t/RC} = 1 - \frac{V_{\text{out}}(t)}{V},$$

$$\ln(e^{-t/RC}) = \ln\left(1 - \frac{V_{\text{out}}(t)}{V}\right),$$

$$-\frac{t}{RC} = \ln\left(1 - \frac{V_C(t)}{V}\right),$$

$$R = \frac{-t}{C \ln\left(1 - \frac{V_C(t)}{V}\right)} = \frac{-10 \text{ с}}{10 \times 10^{-3} \text{ Ф} \cdot \ln\left(1 - \frac{10 \text{ В}}{12 \text{ В}}\right)} = 558,11 \text{ Ом}.$$

Обговорення

Збільшення опору збільшує часову затримку між спрацьовуваннями склоочисників. Коли опір дорівнює нулю, склоочисники працюють безперервно. При максимальному опорі період експлуатації двірників становить:

$$t = -RC \ln\left(1 - \frac{V_{\text{out}}(t)}{V}\right) = -(10 \times 10^{-3} \text{ Ф})(10 \times 10^3 \text{ Ом}) \cdot \ln\left(1 - \frac{10 \text{ В}}{12 \text{ В}}\right) = 179,18 \text{ с} = 2,98 \text{ хв}.$$

Схема RC має тисячі застосувань і є дуже важливою схемою для вивчення. Її можна використовувати не тільки для синхронізації кіл, але також можна використовувати для фільтрації небажаних частот у електричному колі та використовувати в джерелах живлення, як-от для вашого комп'ютера, щоб допомогти перетворити змінну напругу на постійну.

6.6. Побутова електропроводка та електробезпека

Електрика має дві відомі небезпеки: теплову та ураження електричним струмом. **Теплова небезпека** – це та, при якій надмірний електричний струм викликає небажані теплові ефекти, наприклад, розпалювання пожежі в стіні будинку. **Небезпека ураження електричним струмом** виникає, коли через людину проходить електричний струм. Потраєння варіюються за ступенем тяжкості від болісних, але в іншому нешкідливих, до смертельних, що зупиняють серце. У цьому розділі ми розглянемо ці небезпеки та різні фактори, що впливають на них, кількісно. Ми також перевіримо системи та пристрої для запобігання небезпеці ураження електричним струмом.

Теплові небезпеки

Електрична енергія спричиняє небажані ефекти нагрівання, коли електрична енергія перетворюється на теплову енергію швидше, ніж вона може бути безпечно розсіяна. Класичним прикладом цього є коротке замикання, шлях низького опору між клемми джерела напруги. Приклад

короткого замикання наведено на рис. 6.41. Тостер підключається до загальної побутової електричної розетки. Ізоляція на проводах, що ведуть до приладу, зношена, що дозволило двом проводам зіткнутися або «замкнутися». В результаті тепла енергія може швидко підвищити температуру навколишніх матеріалів, розплавивши ізоляцію і, можливо, спричинивши пожежу.

На схемі електричного кола зображений символ, який складається з синусоїди, укладеної в коло. Цей символ позначає джерело напруги змінного струму (АС). У джерелі змінної напруги напруга коливається між позитивною і негативною максимальною амплітудою. До сих пір ми розглядали джерела напруги постійного струму (DC), але багато з тих же концепцій застосовні і до кіл змінного струму.

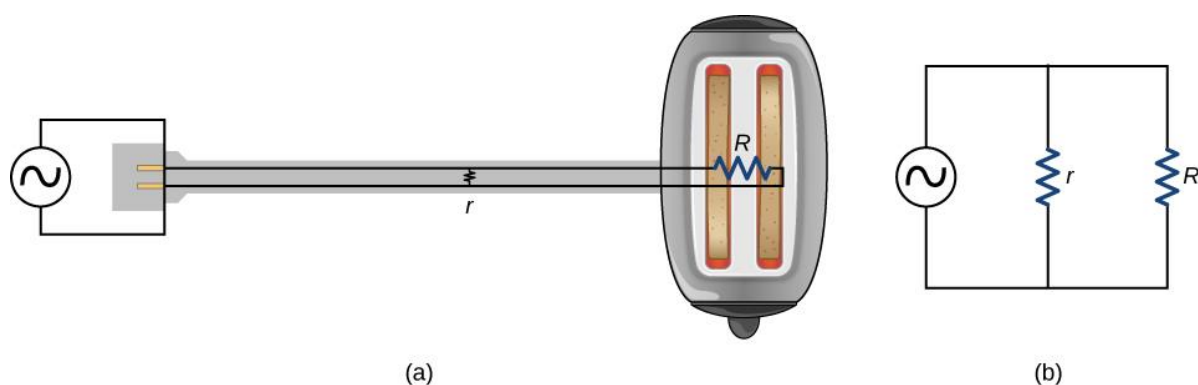


Рис. 6.41. Коротке замикання – це небажаний шлях низького опору через джерело напруги. (а) Зношена ізоляція на проводах тостера дозволяє їм контактувати з низьким опором r . Оскільки $P = V^2/r$ тепла потужність створюється настільки швидко, що шнур плавиться або згорає. (б) схема короткого замикання

Ще одна серйозна тепла небезпека виникає, коли дроти, що живлять прилад, перевантажені. Електричні дроти та прилади часто розраховані на максимальний струм, з якими вони можуть безпечно працювати. Термін «перевантажений» відноситься до стану, коли струм перевищує номінальний максимальний струм. Оскільки струм протікає по дроту, потужність, що розсіюється в проводах живлення, становить $P = I^2 R_w$, де R_w – опір проводів, а I – струм, що протікає по проводах. Якщо або I , або R_w занадто великі, дроти перегріваються. Запобіжники та автоматичні вимикачі використовуються для обмеження надмірних струмів.

Небезпека ураження електричним струмом

Ураження електричним струмом – це фізіологічна реакція або травма, викликана зовнішнім електричним струмом, що проходить через тіло.

Ефект від ураження електричним струмом може бути негативним або позитивним. При проходженні струму амплітудою вище 300 мА через серце може наступити смерть. Більшість смертельних випадків від ураження електричним струмом відбувається через те, що струм викликає фібриляцію шлуночків, масове нерегулярне і часто смертельне биття серця. З іншого боку, потерпілого від інфаркту, серце якого знаходиться у фібриляції, може врятувати удар електричним струмом від дефібрилятора.

Наслідки небажаного ураження електричним струмом можуть відрізнятися за ступенем тяжкості: незначне відчуття в місці контакту, біль, втрата довільного контролю над м'язами, утруднене дихання, фібриляція серця і, можливо, смерть. Втрата довільного контролю над м'язами може призвести до того, що потерпілий не зможе відпустити джерело струму.

Основними факторами, від яких залежить тяжкість наслідків ураження електричним струмом, є:

1. Величина струму I
2. Шлях, пройдений струмом
3. Тривалість шоку
4. Частота f струму ($f = 0$ для DC).

Наше тіло є відносно хорошим провідником електричного струму завдяки вмісту води в організмі. Небезпечний стан виникає при контакті тіла з джерелом напруги і «землею». Під терміном «земля» мається на увазі великий поглинач або джерело електронів, наприклад, земля (звідси і назва). Коли є прямий шлях до землі, великі струми будуть проходити через частини тіла з найменшим опором і прямим шляхом до землі. Технікою безпеки, якою користуються багато професій, є носіння утепленого взуття. Утеплене взуття перешкоджає шляху до землі електронів через стопи, забезпечуючи великий опір. Під час роботи з потужними інструментами або будь-яким електричним колом переконайтеся, що ви не забезпечуєте шлях для протікання струму (особливо через серце). Поширеним заходом безпеки є робота однією рукою, що зменшує можливість забезпечення шляху струму через серце.

Дуже маленькі струми проходять через тіло нешкідливо і невідчутно. Це відбувається з вами регулярно без вашого відома. Поріг відчуття становить всього 1 мА і, хоча і неприємні, поштовхи, мабуть, нешкідливі для струмів менше 5 мА. Велика кількість правил безпеки приймає значення 5 мА за максимально допустимий удар. При напрузі 5-30 мА і вище струм може стимулювати тривалі м'язові скорочення, подібно до того, як це роблять звичайні нервові імпульси (рис. 6.42). Дуже великі струми (вище 300 мА) змушують серце і діафрагму легенів скорочуватися на час удару. Зупиняється і серце, і дихання. І те, і інше часто повертається до нормального стану після шоку.

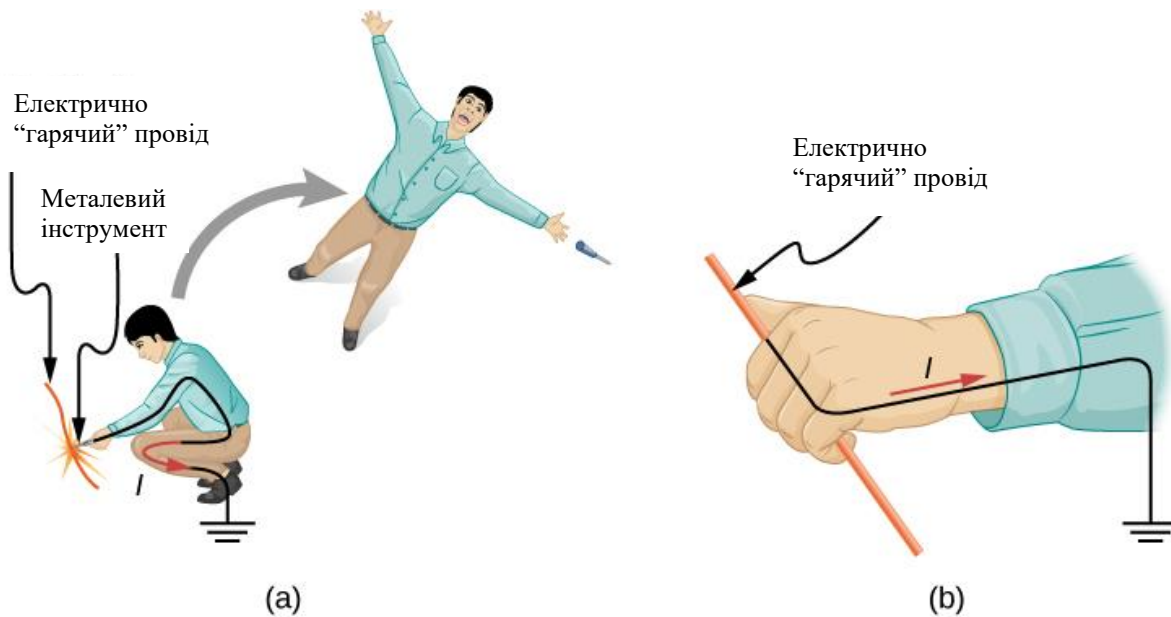


Рис. 6.42. Електричний струм може викликати м'язові скорочення з різним ефектом. (a) потерпілого «відкидає» назад мимовільними скороченнями м'язів, які розгинають ноги і тулуб. (b) потерпілий не може відпустити дріт, який стимулює всі м'язи руки. Ті, що змикають пальці, сильніші за ті, що їх відкривають

Струм є основним фактором, що визначає тяжкість шоку. Більша напруга більш небезпечна, але оскільки $I = V/R$, тяжкість удару залежить від поєднання напруги та опору. Наприклад, людина з сухою шкірою має резистентність близько 200 кОм. Якщо він контактує з напругою змінного струму 120 В, струм буде дорівнювати:

$$I = \frac{120 \text{ В}}{200 \text{ кОм}} = 0,6 \text{ мА}$$

і проходить через нього нешкідливо. Одна і та ж людина, яка є мокрою, може мати опір 10,0 кОм і ті ж 120 В будуть виробляти струм в 12 мА — вище порогу, коли «не можна відпустити» провід і потенційно небезпечний.

Електробезпека: системи та пристрої

На рис. 6.43 (a) показана схема простого кола змінного струму без захисних елементів.

На практиці все розподіляється інакше. Сучасна побутова та промислова електропроводка вимагає **трипровідної системи**, схематично показаної в частині (b), яка має кілька функцій безпеки, з проводами під напругою, нейтраллю та заземленням. По-перше, це знайомий автоматичний вимикач (або запобіжник) для запобігання теплового перевантаження. По-друге, це захисний чохол навколо приладу, наприклад, тостер або холодильник. Функція безпеки чохла полягає в тому, що він

запобігає торканню людиною оголених проводів і електричному контакту зі схемою, допомагаючи запобігти ударам.

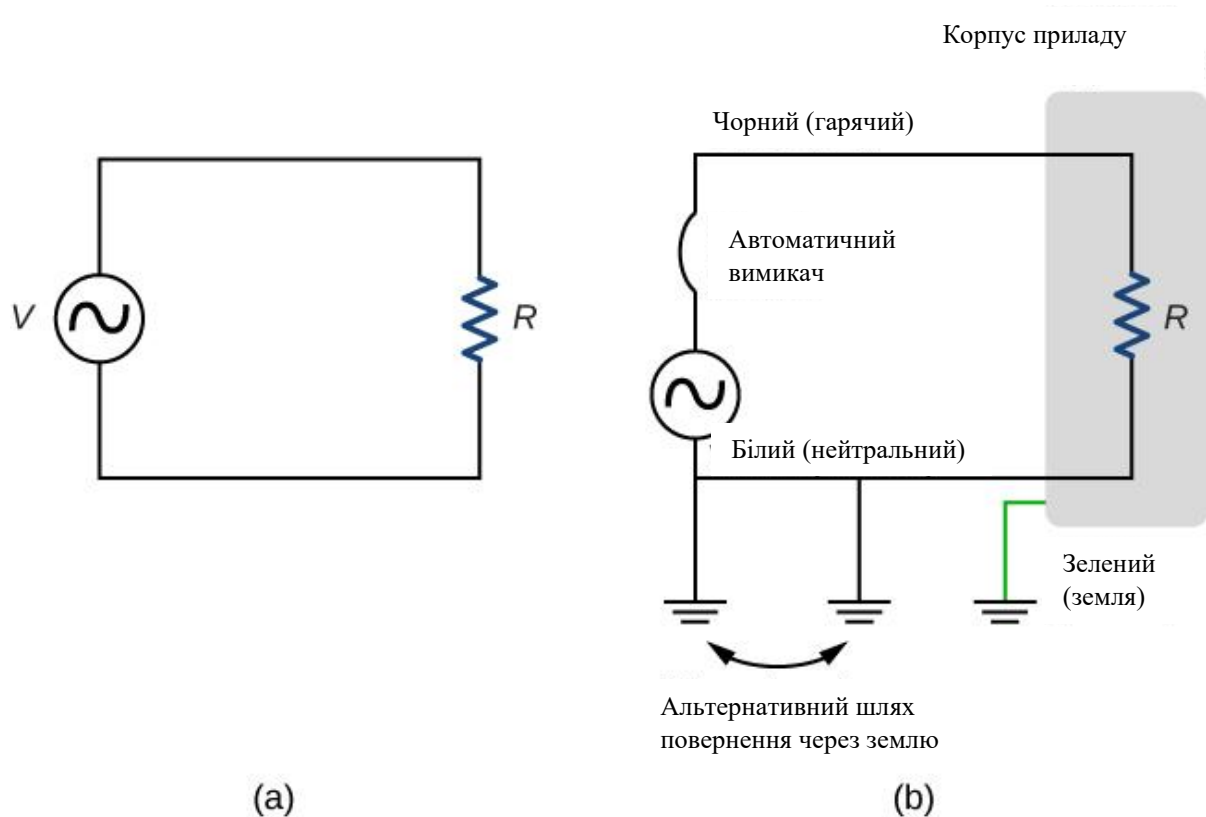


Рис. 6.43. (а) Схема простого кола змінного струму з джерелом напруги і одним приладом, представленим опором R . У цій схемі відсутні захисні елементи. (б) Трипровідна система з'єднує нульовий провід із землею в джерелі напруги та місці розташування користувача, змушуючи його перебувати на нульовій напрузі та подаючи альтернативний шлях повернення струму через землю. Також заземлений на нуль вольт корпус приладу. Автоматичний вимикач або запобіжник захищає від теплового перевантаження і знаходиться послідовно на активному (під напругою/гарячому) проводі

Є три з'єднання із землею, показані на рис. 6.43 (b). Нагадаємо, що заземлення – це шлях з низьким опором безпосередньо до землі. Два з'єднання заземлення на нульовому проводі змушують його знаходитися на нулі вольт відносно землі, що дало назву дроту. Тому до цього дроту безпечно торкатися, навіть якщо його ізоляція, як правило, білого кольору, відсутня. Нульовий провід – це зворотний шлях для струму, який повинен пройти для замикання кола. Крім того, два заземлення забезпечують альтернативний шлях через землю (хороший провідник) для завершення кола. Заземлення, найближче до джерела живлення, може бути на генеруючій установці, тоді як інше – на місці розташування користувача.

Третє заземлення – до корпусу приладу через зелений провід заземлення, змушуючи корпус також бути на нуль вольт. Дріт під напругою або “гарячий” (далі – «під напругою/гарячим») подає напругу та струм для роботи приладу. На рис. 6.44 показана більш наочна версія того, як трипровідна система підключається через триконтактну вилку до приладу.

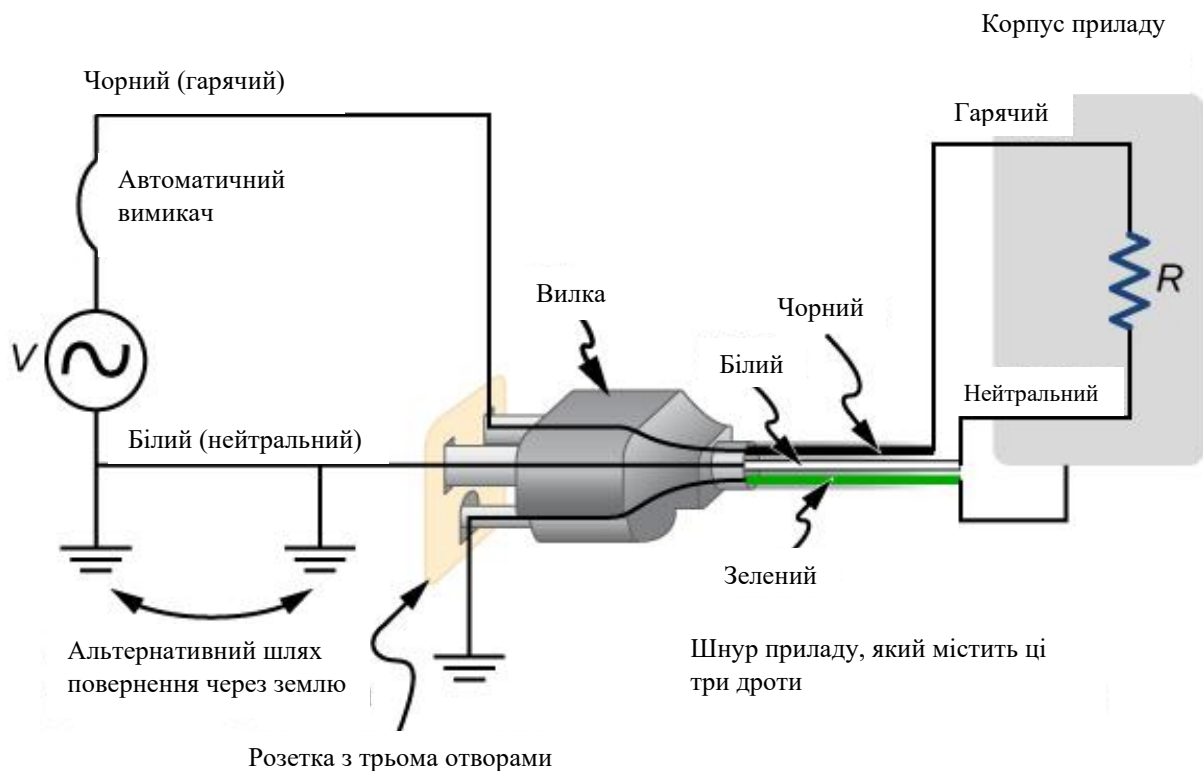


Рис. 6.44. Стандартний триконтактний штекер можна вставити лише одним способом, щоб забезпечити належне функціонування трипровідної системи

Ізоляційний пластик має кольорове маркування для ідентифікації проводів під напругою, нейтралі та заземлення, але ці коди відрізняються в різних країнах світу. Важливо визначити колірний код у вашому регіоні. Смугасті покриття використовуються для тих, хто страждає на дальтонізм.

Заземлення корпусу вирішує не одну проблему. Найпростішою проблемою є зношена ізоляція на проводі під напругою/гарячим, що дозволяє йому контактувати з корпусом, як показано на рис. 6.45. При відсутності заземлення можливий сильний удар. Це особливо небезпечно на кухні, де хороше з'єднання з землею доступне через воду на підлозі або водопровідний кран. При непошкодженому заземленні автоматичний вимикач спрацює, що не змусить ремонтувати прилад.

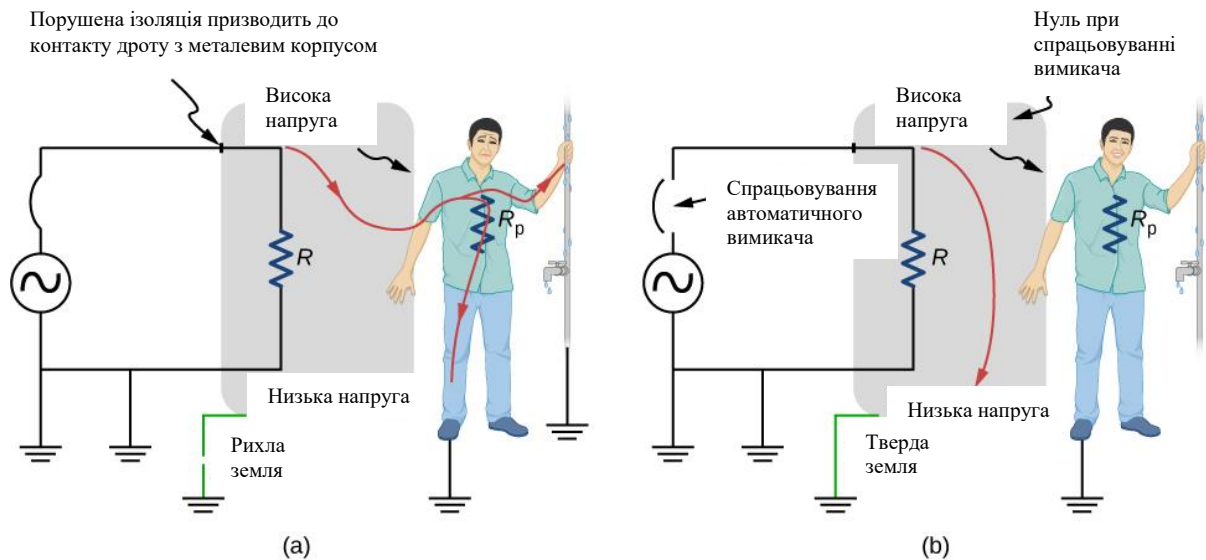


Рис. 6.45 Зношена ізоляція дозволяє дроту під напругою/гарячому проводу безпосередньо контактувати з металевим корпусом цього приладу. (a) При розриві заземлення особа отримує сильний струм. У цій ситуації прилад може працювати нормально. (b) При належному заземленні автоматичний вимикач спрацьовує, що не змушує ремонтувати прилад

Вимикач замикання на землю (GFCI) — це захисний пристрій, який використовується в проводці кухні та ванної кімнати, який працює на основі електромагнітної індукції. GFCI порівнюють струми в проводах під напругою та нульовою напругою. Коли струми під напругою та нейтраль не рівні, це майже завжди відбувається тому, що струм у нейтралі менший, ніж у дроті під напругою. Тоді частина струму, звана струмом витoku, повертається до джерела напруги іншим шляхом, ніж через нульовий провід. Цей шлях становить небезпеку. GFCI зазвичай встановлюються на переривання кола, якщо струм витoku перевищує 5 мА, що є прийнятним максимальним нешкідливим ударом. Навіть якщо струм витoku безпечно піде на землю через непошкоджений провід заземлення, GFCI спрацює, змусивши усунути витік.