Міністерство освіти і науки України
Кривoрізький національний університет

# Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

*Збірник наукових праць*
*Випуск XI*

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ КМІ
2013

# РОЛЬ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ

Н. В. Богатинська, Т. М. Лущишина
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
lush_2011@mail.ru

Навчальні задачі є найважливішим засобом навчання математики. Задачі успішно використовуються в процесі формування нових понять, вивчення теоретичного матеріалу та його закріплення і подальшого застосування, при систематизації знань і умінь учнів з метою підвищення їх інтересу до вивчення математики і розвитку математичного мислення школярів. Використання шкільних математичних задач сприяє активізації навчальної діяльності учнів, так як готує їх до самостійного здобування знань.

Для методики навчання математики питання про ефективність задач у навчанні завжди було і залишається актуальним. Ю. М. Колягін зазначав, що задачі відіграють важливу роль у навчанні математики, оскільки за допомогою математичних задач школярі не тільки набувають математичні знання, а й долучаються до творчої роботи. «Тому питання теоретичного обґрунтування використання задач у шкільному навчанні математики досить актуальні» [3, 3].

Результати проведених теоретичних і експериментальних досліджень свідчать про те, що проблема постановки задач у шкільному навчанні математики і досі не має задовільного вирішення ні в змістовному, ні в методичному плані [3, 8].

Л. М. Фрідман зазначає, що розв’язування задач у навчанні математики виступає одночасно і як мета, і як засіб навчання. Повноцінне досягнення цілей навчання можливе лише в процесі розв’язування учнями системи навчальних математичних задач [6, 150].

Фахівці різних країн, які брали участь у Міжнародному симпозіумі в Будапешті з питань викладання математики, зазначили, що задачі відіграють важливу роль у процесі засвоєння школярами математичних ідей, і що необхідно вдосконалювати задачний матеріал шкільних підручників [2].

Аналіз праць провідних методистів минулого і сучасності Г. П. Бевза, П. М. Ерднієва, А. М. Колмогорова, Ю. М. Колягина, А. І. Маркушевича, О. В. Погорелова, Д. Пойа, З. І. Слєпкань, А. А. Столяра, Р. С. Черкасова дає можливість зробити висновок, що переважна більшість вітчизняних педагогів-математиків виступає за поступове вдосконалення навчання математики в школі, маючи на увазі наступне:

– навчання математики в загальноосвітній середній школі має відповідати вимогам сучасного суспільства, забезпечити міцне і свідоме засвоєння учнями знань і певний рівень розвитку умінь і навичок, потрібних для всіх членів суспільства;

– не можна зводити всю проблему математичної освіти до передачі учням тільки певної системи знань і розвитку певних умінь і навичок;

– найголовніше – це розвиток мислення учнів, їх здібностей до розумової діяльності та розв’язування завдань повсякденного життя;

– використання задач у навчанні математики в школі має величезне значення для досягнення цілей навчання математики;

– не можна обмежуватися розв’язанням типових задач; потрібно дивитись на задачі як на найважливіший засіб навчання;

– при правильній постановці задач можливо домогтися свідомого і міцного засвоєння учнями програмного матеріалу, розвитку та виховання, залучення їх до праці;

– проблема доцільного використання задач у навчанні математики ще недостатньо розв’язана;

– потрібно проводити спеціальні дослідження з метою удосконалення системи завдань підручників та методики їх використання;

– розв’язання задач приводить в дію математичне мислення; без цілеспрямованого використання задач неможна досягти значних успіхів у розвитку мислення учнів;

– обов’язково потрібно розвивати здібності учнів до самостійної роботи і самонавчання;

– щоб розвивати творчу активність учнів, треба частіше користуватися частково-пошуковим і дослідницьким методами навчання; математичні задачі дають можливість здійснювати такий підхід до навчання;

– невміння учнів застосовувати свої знання є ознакою формального засвоєння математичних понять, теорем тощо.

Навчити учнів розв’язувати математичні задачі, зокрема геометричні, завжди було і залишається одним із найважливіших завдань навчання математики.

Аналіз результатів зовнішнього незалежного оцінювання знань учнів з математики, свідчить про те, що більшість випускників середніх шкіл знає окремі означення, теореми, правила, але при цьому не знає загальних методів чи способів розв’язування задач, не володіє необхідними прийомами міркувань. Констатуючи недоліки в математичній підготовці випускників, слід наголосити на занадто слабких знаннях з геометрії. Значна частина школярів не розв’язує геометричну задачу і це стає тривожною традицією. Однією з причин цього, на наш погляд, є те, що в шкільній геометрії значно менше уваги приділяють навчанню учнів алгоритмам розв’язування задач. Адже будь-який алгоритм завжди є конкретним вираженням у послідовності дій (операцій) деякого методу розв'язування певного типу задач.

Учні не можуть самостійно вибирати знання для розв'язання геометричної задачі. У більшості випадків кожну наступну задачу вони розцінюють як абсолютно нову, не помічають того загального, що об'єднує раніше розв'язані задачі і розв'язувану задачу. Неможливо, звичайно, вказати такий загальний метод (алгоритм), за допомогою якого можна було б розв'язувати всі геометричні задачі. Проте можна виділити певні типи задач на побудову, доведення, обчислення і дослідження, розв'язування яких базуються на застосуванні відповідних алгоритмів, часто повторюваних прийомів міркувань. Висновки, що одержуються внаслідок розв'язування цих задач, є «ключами» до розв'язування багатьох інших задач. Такі задачі є «ключовими» при складанні циклів взаємозв'язаних задач, що пронизують весь шкільний курс геометрії.

Навчаючи учнів розв'язувати геометричні задачі, корисно не тільки повідомляти їм алгоритми розв'язування типових задач у готовому вигляді, а й так організовувати навчання, щоб учні могли самостійно відкривати відповідні алгоритми.

Навчання алгоритмів повинно розглядатись не тільки як засіб ефективного навчання, а і як спосіб формування деяких специфічних прийомів математичної діяльності учнів (уміння відкрити загальний метод розв'язування нового типу задач, підвести задачу під відомий алгоритм, подати результати розв'язування в зручній для сприймання формі тощо).

Навички формуються на основі осмислених знань і умінь шляхом багаторазового повторення операцій, дій, прийомів, алгоритмів, які складають предмет вивчення. А тому для формування навичок потрібна ретельно продумана система вправ і задач. У такій системі повинна бути вірно підібрана послідовність вправ з урахуванням індивідуальних особливостей і можливостей учнів і принципу «від простого до складного». Слід дотримуватись доцільної різноманітності вправ і задач у системі.

Добираючи систему вправ і задач, важливо, щоб вона задовольняла принципу повноти. «Система вправ задовольняє принципу повноти, якщо вона забезпечує добре засвоєння виучуваної теми, і дозволяє виключити можливість формування помилкових асоціацій» [1].

Слід вчити учнів розв'язувати задачі окремих типів. Навчити будького розв'язувати всі задачі не можна, а навчити розв'язувати задачі певних типів можна і треба.

Пропонована система вправ, що спрямована на засвоєння математичних понять, складається з трьох окремих блоків вправ [5, 362].

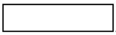
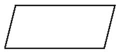
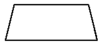
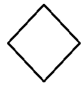
<u>І. Мотиваційно-підготовчий блок.</u>

Головні цілі вправ: актуалізація опорних знань, необхідних для введення поняття; формування в учнів особистої потреби в подальшій діяльності, пов'язаній з «відкриттям» поняття. Наприклад, введення суміжних, вертикальних кутів пояснюється тим, що в геометрії вивчаються не лише окремі фігури, а й їх об'єднання. Введення паралелограма, трапеції ілюструє існування окремих видів чотирикутників.

II. Операційно-пізнавальний блок.

Вправи на виявлення істотних властивостей поняття, що входять до означення.

*Приклад:* Ознайомлення з істотними властивостями паралелограма можливо за допомогою рисунка

а) ; б) ; в)  ;г)  .

Розглянувши рисунки, учні повинні дати відповідь на питання: «Які з даних чотирикутників мають спільні властивості?»

Учні помічають, що в прикладах а, б, г протилежні сторони попарно паралельні. Після цього їм повідомляється, що такий чотирикутник називається паралелограмом. Формулюється означення поняття.

III. Рефлексивно-оціночний блок.

Мета вправ цього блоку полягає в допомозі учням оволодіти способами і критеріями самоконтролю і самооцінки; визначити рівні засвоєння поняття, з'ясувати «білі плями» у засвоєнні поняття.

Ефективність формування математичних понять в учнів залежить не лише від вдало підібраної системи вправ, але й від рівня розвитку індивідуальних особливостей учнів, їх пізнавальних інтересів.

Зазвичай, робота з задачами на доведення викликає в учнів значні труднощі, особливо на початку вивчення курсу геометрії. Це пов'язане, насамперед, з несформованістю у частини школярів уміння виділяти в формулюванні завдання умови і вимоги, наповнювати певним геометричним змістом описову частину умови задачі, з нерозумінням того, навіщо загалом проводиться таке доведення. Тому особливої уваги з боку вчителя потребує робота по формуванню мотивації навчальної діяльності учнів при розв'язуванні задач такого типу. Організація дослідницької діяльності учнів на базі застосування педагогічних програмних засобів динамічної геометрії (DG, GRAN 2D), дозволяє створювати умови для подолання зазначених труднощів учнів. Покажемо зазначені положення на прикладі. Візьмемо, наприклад, задачу де застосування ППЗ на основі дослідницького підходу дозволяє значно урізноманітнити сюжет задачі, зробивши просту задачу на доведення дослідницькою і більш цікавою, як для учнів, так і для вчителів.

Задача. *Пряма, що перетинає середину основи рівнобедреного трикутника і проходить через протилежну вершину ділить цей трикутник* *на два. Доведіть, що радіуси кіл, описаних навколо цих трикутників, рівні* [4, 268].

Зазвичай розв’язування даної задачі базується на застосуванні формул. Рисунок при цьому відіграє другорядну функцію і використовується як звичайна наочна опора, яка може і не використовуватися. Отже, маємо просту задачу на відпрацювання знань, вмінь, навичок на добре відомому рівнобедреному трикутнику.

Виконаємо побудову рисунку до задачі у динамічному середовищі GRAN 2D. А саме, побудуємо рівнобедрений трикутник *ABD* і пряму *BC* так, щоб вона задовольняла вимогам задачі. Побудуємо також за допомогою ППЗ 2D центри кіл, описаних навколо $\Delta ADC$ і $\Delta DCB$ (рис. 1а). Можна побачити, що початкову умову задачі доцільно доповнити, зробивши її більш цікавою, наприклад, так:

*Пряма, що перетинає середину основи рівнобедреного трикутника і проходить через протилежну вершину ділить цей трикутник на два.*

*Доведіть, що радіуси кіл, описаних навколо цих трикутників, рівні.*

*Знайдіть відстань між центрами цих кіл, якщо у даному трикутнику відомі основа і кут при ній.*

Знову скористаємося «інструментами» ППЗ GRAN 2D і побудуємо радіуси кіл, описаних навколо $\Delta ADC$ і $\Delta DCB$. Виділені радіуси окреслюють нову фігуру *EDFC*. Вимірявши за допомогою GRAN 2D довжини сторін чотирикутника *EDFC* (рис. 1б), можна зробити припущення, що цей чотирикутник – ромб.

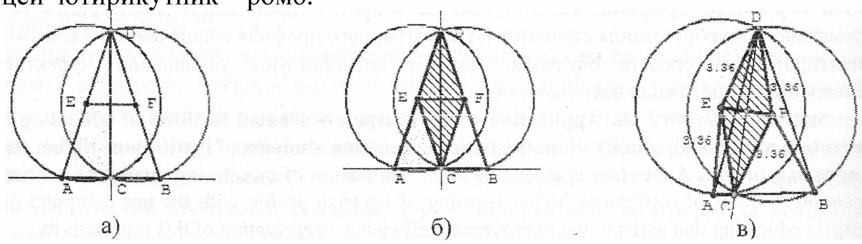


Рис. 1

Тоді умову задачі можна доповнити таким чином:

*Пряма, що перетинає середину основи AB рівнобедреного трикутника ADB у точці C проходить через протилежну вершину D ділить цей трикутник на два трикутники ADC та DCB.*

*Доведіть, що радіуси кіл, описаних навколо трикутників ADC та DC, рівні.*

*Знайдіть радіуси описаних кіл, якщо у трикутнику ABD відомі: кут γ при основі, довжина основи AB.*

*Доведіть, що чотирикутник EDFC – ромб (де E і F – центри кіл,* *описаних відповідно навколо трикутників ADC та DCB).*

За умовою задачі, точка *C* перетину прямої з основою $\Delta ABD$ лежить на середині сторони *AB*. Використовуючи динамічні можливості GRAN 2D, почнемо змінювати положення точки *C* на стороні *AB* наприклад, як показано на рис. 1в.

Виконане дослідження дозволяє висунути гіпотезу стосовно того, що властивості чотирикутника *CEDF* не змінюються, він залишається ромбом. Отже, дану задачу можна переформулювати таким чином, розглянувши таку особистісно орієнтовану педагогічну ситуацію, спрямовану на учня:

*Пряма, що перетинає основу AB (або її продовження) рівнобедреного трикутника ABD у точці C, проходить через протилежну вершину D ділить цей трикутник на два довільних трикутники ADC та DCB, За допомогою ППЗ GRAN 2D дослідіть і висуньте гіпотези: 1) щодо радіусів кіл, описаних навколо трикутників ADC та DCB; 2) щодо виду чотирикутника EDFC (де E і F – центри кіл, описаних відповідно навколо трикутників ADC та DCB). Доведіть сформульовані гіпотези.*

Як показує шкільна практика, подібні дослідження, сприяють підвищенню рівня розвитку узагальнених просторових уявлень і просторового мислення учнів, що є одним з основних показників математичного розвитку особистості. Застосування дослідницького підходу на базі ІКТ при розв’язуванні задач на доведення дає цілу низку переваг перед традиційним навчанням. Застосування ППЗ робить задачу на доведення більш цікавою для учнів; виникає можливість експериментувати, досліджувати об’єкт в новому ракурсі, відшукувати приховані властивості об’єкта, які майже неможливо побачити при традиційному зображенні їх у підручнику або у зошиті. Програмний засіб може бути використаний для пошуку закономірностей, на підставі яких можна висувати ґрунтовні гіпотези щодо цілого класу об’єктів, які пов’язані спільними геометричними, конструктивно-технічними особливостями. Графічне зображення об’єкта може відображати як загальний випадок, який відповідає умові задачі, так і частинний випадок, тобто не можна посилатися на рисунок, як на очевидний факт без доведення; виникає можливість побачити динамічні властивості об’єкта.

Список використаних джерел

1. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики / Я. И. Груденов. – М. : Просвещение, 1990. – 224 с. – (Библиотека учителя математики).

2. Заключение и рекомендации международного симпозиума в Будапеште по вопросам преподавания математики // На путях обновления

школьного курса математики [Текст] : сб. статей и материалов. Пособие для учителей / сост. : А. И. Маркушевич, Г. Г. Маслова, Р. С. Черкасов. – М. : Просвещение, 1978. – С. 196-206.

3. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике / Ю. М. Колягин. – Часть I. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М. : Просвещение, 1977. – 113 с.

4. Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З. І. Слєпкань : тези доповідей. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. – 352 с.

5. Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ КДПУ, 2001. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – 370 с.

6. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: учителю математики о педагогической психологии / Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.