Міністерство освіти та науки України
Національна металургійна академія України

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Збірник наукових праць
Випуск V

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ НМетАУ
2005

РОЛЬ СИСТЕМИ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ

Н.В. Богатинська, Л.О. Черних
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Розв'язування задач – творчий процес. Як показують спостереження, найважливішу роль при цьому відіграють практика, навички. "Але неправильно було б думати, що все залежить тільки від кількості розв'язаних задач. Багато значить і система пропонованих учням задач, і ті зауваження, якими супроводжує їх учитель, і загальні поради щодо пошуків розв'язань, складання планів, оформлення розв'язань і т. ін." [3].

Навички формуються на основі осмислених знань й умінь шляхом багаторазового повторення операцій, дій, прийомів, алгоритмів, які складають предмет вивчення. А тому для формування навичок потрібна ретельно продумана система вправ і задач. В такій системі має бути правильно підібрана послідовність вправ з урахуванням індивідуальних особливостей і можливостей учнів і принципу "від простого до складного". Слід дотримуватись *доцільної різноманітності* вправ і задач у системі. При цьому знання учнів з математики повинні удосконалюватись з розв'язанням кожної нової задачі. Слід домагатися, щоб умінь і навичок учні набували при найменших витратах часу. У процесі навчання стереометрії доцільно виділяти допоміжні, ключові задачі, які є основою (елементами) розв'язання інших задач. Такі задачі називають елементарними. Будь-яку складну задачу можна розчленувати на елементарні. Складні задачі – це різні комбінації обмеженої кількості елементарних задач і елементарних побудов. Так, наприклад, підзадачами багатьох стереометричних задач є задачі на побудови кута між прямою і площиною, лінійного кута двогранного кута та ін.

Навчання розв'язуванню задач може відбуватись двома шляхами. Перший шлях передбачає поступове засвоєння способів розв'язування елементарних задач в процесі розв'язування більш складних задач. Другий шлях передбачає вже на початку озброєння учнів алгоритмами розв'язування елементарних задач.

У багатьох випадках перевагу доцільно надавати другому способу, але для цього потрібно вміти складати відповідну систему вправ і задач.

Розглянемо приклад задачі з планіметрії.

<u>Задача</u>. Дано кут ABC і відрізок EF. Побудуйте геометричне місце точок площини, кожна з яких рівновіддалена від сторін кута і від кінців відрізка.

Дану задачу доцільно розбити на дві допоміжні підзадачі, послідовне розв'язування яких може скласти розв'язання даної задачі.

<u>Підзадача</u> <u>1</u>. Побудуйте геометричне місце точок площини, рівновіддалених від сторін кута.

Часто учні знаходять не всі розв'язки цієї підзадачі. Це пояснюється тим, що при розв'язанні даної задачі користуються неправильним твердженням: "Бісектриса кута є геометричне місце точок площини, однаково віддалених від сторін цього кута". Правильно сказати так: "Бісектриса кута є геометричне місце точок цього кута однаково віддалених від його сторін".

Отже шуканому геометричному місцю точок належить бісектриса ВК кута АВС (рис. 1). Проте це ще не остаточна відповідь. І саме тут важливою є система доцільно підібраних задач, яка дозволяє сформувати поняття відстані від точки площини до променя. Це поняття пов'язане з поняттям відстані від точки до фігури. Найпоширенішими фігурами є пряма, відрізок, промінь.

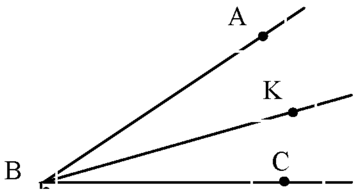

Рис. 1.

Відстанню від точки до прямої називають довжину перпендикуляра, проведеного з даної точки до прямої.

Іноді пояснюють, що за відстань від точки до відрізка приймають відстань від точки до прямої, якій належить відрізок. Так, вважають, що відстань від точки А до відрізка CD дорівнює довжині відрізка АМ (рис. 2).

"Таке тлумачення цього поняття суперечить і сучасній математиці, і життєвій практиці. Дійсно, якщо А – населений пункт, а D – кінцева зупинка шосе СД, далі вже траси немає, то зрозуміло, що село віддалене від шосе на відстань AD, а не на відстань АМ... Таким чином, за відстань від точки до відрізка (променя) приймають довжину найкоротшого з усіх відрізків, які сполучають дану точку з точками відрізка (променя)" [3].

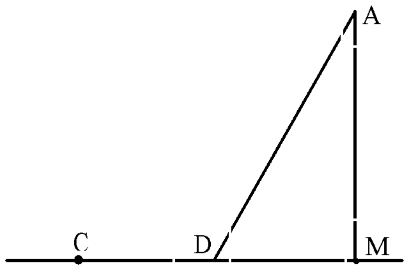

Рис. 2.

Повернемось до розв'язання *підзадачі* 1 (рис. 4).

Від сторін кута АВС рівновіддалена кожна точка променя ВМ, якщо $BM \perp BA$ (у відповідності з випадками д) і є), і кожна точка променя BL, при умові що $BD \perp BC$. Будь-яка точка Р внутрішньої області кута MBL теж рівновіддалена від сторін кута АВС.

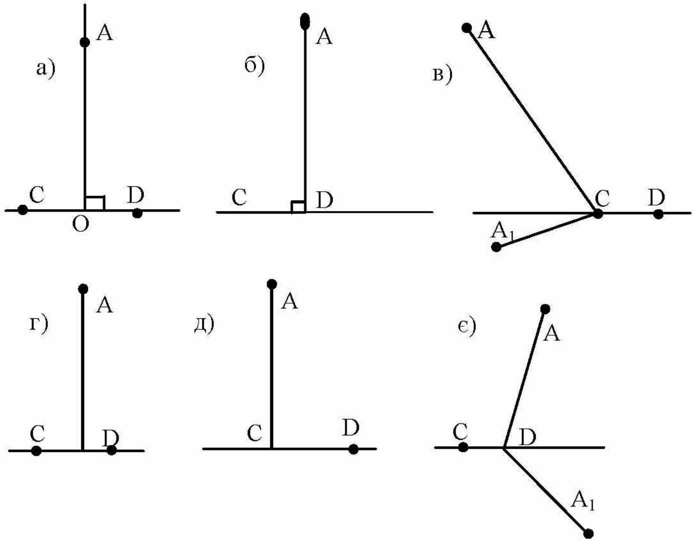

Рис. 3.

З метою формування поняття відстані від точки до відрізка (променя), можна запропонувати учням систему задач на побудову враховуючи різні розміщення точки відносно відрізка (променя) (рис. 3).

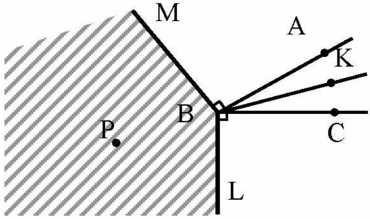

Рис. 4.

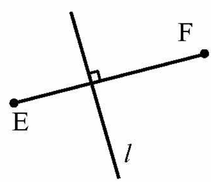

Рис. 5.

Відповідь підзадачі 1: геометричним місцем точок площини, рівновіддалених від сторін кута ABC, є бісектриса BK кута ABC і всі точки кута MBL.

Підзадача 2. Побудуйте геометричне місце точок площини, рівновіддалених від кінців відрізка.

Відповідь підзадачі 2 : пряма l, яка є віссю симетрії точок E і F (рис. 5).

Повернемось тепер до вихідної задачі. Її розв'язком є перетин розв'язків підзадач 1 і 2 (рис. 6).

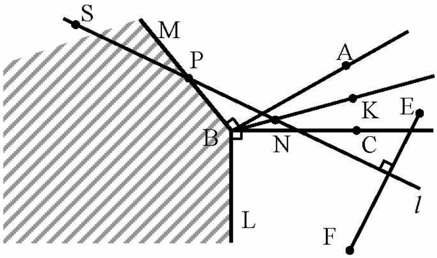

Рис. 6

Відповідь: точка N і промінь PS є шуканим геометричним місцем точок площини.

Підбираючи систему вправ і задач, слід подбати, щоб вона задовольняла принципу повноти. “Система вправ задовольняє принципу повноти, якщо вона забезпечує добре засвоєння теми, яка вивчається, і дозволяє виключити можливість формування помилкових асоціацій” [5].

Слід вчити учнів розв’язувати задачі окремих типів; навчити будь-кого розв’язувати всі задачі не можна, а навчити розв’язувати задачі певних типів можна і треба. Зрозуміло, якщо ми не розв’яжемо з учнями задач якогось типу, то вони і не навчаться їх розв’язувати. Проте порушення принципу повноти системи задач відбувається і в деяких інших випадках. Розглянемо приклад задачі.

Задача. В основі прямої призми лежить ромб зі стороною a. Діагональ призми дорівнює l і утворює з площиною основи кут α, а з бічною гранню – кут β. Знайти об’єм призми (рис. 7).

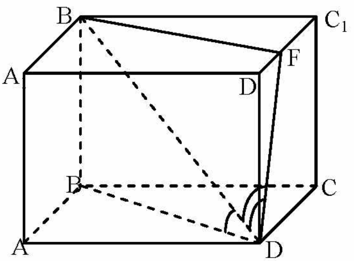

Рис. 7.

Помилкові розв’язання даної задачі пояснюються неправильною побудовою кута між діагоналлю призми і бічною гранню. Причина цього – порушення принципу повноти системи вправ і задач. Як правило в ній є задачі, при розв’язанні яких доводилось будувати кути між прямою і площиною за відомим алгоритмом, якщо пряма розташовувалась “зверху” від площини, і не зустрічались випадки, коли пряма розташована була б “ліворуч” чи “праворуч” від площини.

З аналогічною ситуацією ми маємо справу під час розв’язування задач на побудову лінійного кута двогранного кута. Якщо кожний раз пропонувати учням задачі на піраміди, в яких вимагається будувати лінійні кути двогранних кутів при сторонах основи піраміди, то учні виявляються безпорадними під час побудови лінійного кута двогранного кута при бічному ребрі піраміди (не вміють застосовувати відомий алгоритм в іншій ситуації розташування просторових об’єктів).

Звикаючи до одного розташування фігур, учні не впізнають їх в дещо незвичному положенні. Отже, підбираючи систему вправ і задач, необхідно передбачати всі можливі ситуації розташування фігур на площині і в просторі, зміну їх форм і позначень.

Свідомому засвоєнню алгоритму побудови лінійного кута двогранного кута може сприяти, наприклад, така система задач:

1. Побудуйте лінійний кут двогранного кута при стороні основи правильної трикутної піраміди.

2. Побудуйте лінійний кут двогранного кута при стороні основи правильної чотирикутної піраміди.

3. Через середини двох суміжних сторін основи правильної чотирикутної призми проведена площина так, що вона перетинає три бічних ребра. Побудуйте кут, який утворює площина перерізу з площиною основи призми (рис. 8).

4. Побудуйте лінійний кут двогранного кута при бічному ребрі правильної трикутної піраміди.

5. Побудуйте лінійний кут двогранного кута при бічному ребрі правильної чотирикутної піраміди.

6. Основою піраміди є прямокутник. Дві суміжні бічні грані перпендикулярні до площини основи. Побудуйте кути нахилу двох інших граней до площини основи (рис. 9).

7. Основою піраміди є ромб. Побудуйте лінійні кути двогранних кутів при сторонах основи, якщо вершина піраміди проектується в центр кола, вписаного в основу (Значна частина учнів помилково вважає кут MFO лінійним кутом двогранного кута при стороні основи DC піраміди (рис. 10).

8. Основою піраміди є ромб. Висота піраміди проходить через вершину гострого кута ромба. Побудуйте кути нахилу бічних граней піраміди до площини основи (рис. 11).

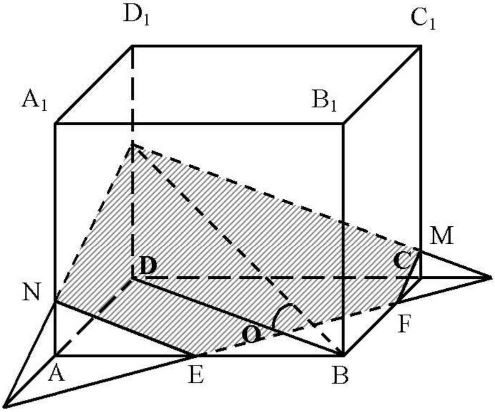

Рис. 8

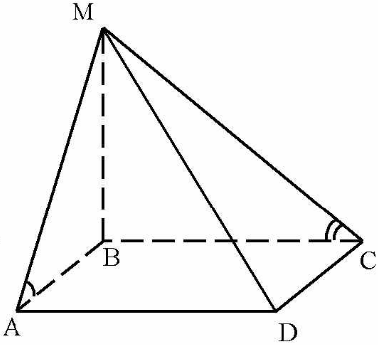

Рис. 9

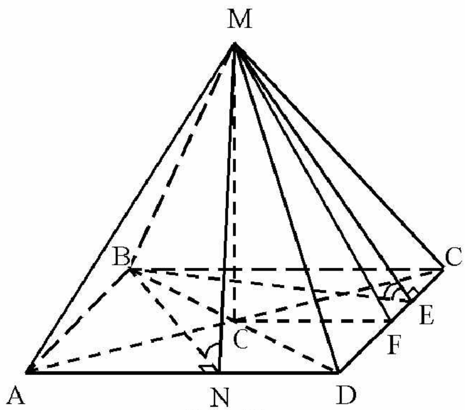

Рис. 10

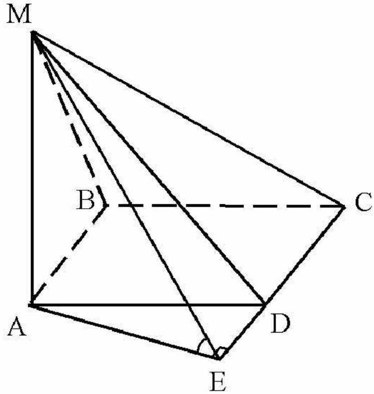

Рис. 11

Література:

1. Антоненко М.І. Розв'язування геометричних задач. – К.: Рад. шк., 1991 – 127 с.
2. Бевз Г.П. Геометрія тетраедра. – К.: Рад шк., 1977. – 375 с.
3. Бевз Г.П. Методика викладання математики. – К.: Вища школа., 1977. – 375 с.
4. Бевз Г.П.Методика розв'язування стереометричних задач. – К.: Рад. шк., 1988. – 191 с.
5. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.