

## **ФОРМУВАННЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ УМІНЬ ФОРМАЛІЗАЦІЇ ТА ІДЕАЛІЗАЦІЇ НА УРОКАХ БІОЛОГІЇ В 11 КЛАСІ**

**Анотація.** Розглядається методика вивчення закону рівноваги генних концентрацій (закон Харді – Вайнберга). Стверджується, що розвиток в учнів уміння використовувати формалізацію та ідеалізацію як методи пізнання в шкільному курсі біології тісно пов'язаний з проблемою формування основних видів знань, зокрема таких як факт, гіпотеза, теорія, закон.

**Ключові слова:** формалізація, ідеалізація, види знань, закон Харді – Вайнберга, методологічні та предметні знання.

**Елена КОМАРОВА**

Формирование межпредметных умений формализации и идеализации на уроках биологии в 11 классе

**Аннотация.** Рассматривается методика изучения закона равновесия генных концентраций (закон Харди – Вайнберга). Утверждается, что развитие у учащихся умения использовать формализацию и идеализацию как методы познания в школьном курсе биологии тесно связано с проблемой формирования основных видов знаний, в частности таких как факт, гипотеза, теория, закон.

**Ключевые слова:** формализация, идеализация, виды знаний, закон Харди - Вайнберга, методологические и предметные знания.

**Olena KOMAROVA**

«The formation of intersubject abilities of formalization and idealization at the lessons of biology in 11-th class»

**Summary.** The technique of studying the law of equilibrium concentrations of gene (the law of Hardy – Weinberg). It is alleged that the development in students the ability to use both idealization and formalization of learning methods in school biology course closely related to the problem of the main types of knowledge, in particular such as a fact, hypothesis, theory, law.

**Keywords:** formalization, idealization, types of knowledge, the law of Hardy - Weinberg, methodological and substantive knowledge.

Дана стаття є продовженням розмови про формування міжпредметних умінь формалізації та ідеалізації в учнів 11 класу [4]. Нижче будуть сформульовані методичні рекомендації по розвитку вищевказаних умінь в учнів під час навчання їх розв'язуванню задач з генетики популяцій.

Насамперед, необхідно відповісти на питання «Яке навчально – розвивальне значення задач з генетики популяцій у шкільному курсі біології?»

Розв'язання задач з популяційної генетики має бути спрямоване на те, щоб школярі могли «...наглядно уявити весь механізм різних форм природного добору, а за змінами частот генів у ряді послідовних поколінь вияснити напрям мінливості конкретної популяції» [3, 128]. Отже, основна мета таких задач – навчити учнів розуміти механізм дії факторів, що впливають на генетичну структуру популяції. Іншими словами, навчити визначати генетичну структуру популяції в реальному часі та моделювати її в наступних поколіннях за заданих умов.

Яким чином можна реалізувати цю мету?

По-перше, школярі повинні навчитися розв'язувати задачі на визначення генетичної структури популяцій, які за умовою слід вважати ідеальними. При цьому слід якомога різноманітніше варіювати відоме та шукане у задачах.

По-друге, учні повинні навчитися розв'язувати задачі, за даними яких на популяцію діють фактори, що впливають на її генетичну структуру. Іншими словами, вміти розв'язувати задачі на визначення генетичної структури реальних популяцій, які не відповідають умовам достовірності закону Харді – Вайнберга.

По-третє, одинадцятикласники мають розуміти закономірності в успадкуванні генів при панміксії та самоzapлідненні у популяціях, в яких за умовою вихідне співвідношення частот генотипів не відповідає рівнянню Харді – Вайнберга, і моделювати їх генетичну структуру в наступних поколіннях.

Особливого значення під час навчання учнів розв'язуванню задач на генетику популяцій набувають межі застосування закону, або умови, за яких він є достовірним. Недотримання останніх (за даними умови певної частини задач) дозволяє навчати учнів знаходити закономірності в успадкуванні генів у реальних популяціях, і описувати їх формалізованою мовою.

Нижче наведемо спрощену класифікацію задач із генетики популяцій, розв'язання яких, на нашу думку, сприятиме послідовній реалізації окресленої вище мети.

### **1. Задачі на застосування закону Харді – Вайнберга для ідеальних популяцій.**

1.1 На успадкування аутосомних двохалельних генів.

1.2 На успадкування аутосомних множинних генів.

### **2. Задачі на відхилення від закону Харді – Вайнберга.**

2.1 На визначення генетичної структури популяції за генами, що знаходяться в статевих хромосомах.

2.2 На визначення генетичної структури популяції при дії факторів, що впливають на останню.

### **3. Задачі, в яких за умовою вихідне співвідношення частот генотипів не відповідає рівнянню Харді – Вайнберга.**

Які опорні знання учнів слід актуалізувати для успішного розв'язання ними задач з генетики популяцій?

Основними опорними знаннями, а конкретніше опорними предметними знаннями є *поняття* про популяцію, ідеальну популяцію, природний відбір, мутації, міграції, панміксію, дрейф генів, аутосоми та статеві хромосоми, а також *закон* Харді – Вайнберга та рівняння, що його описують. Опорним **нормативним** знанням є уявлення про закон як методологічну категорію.

Зазначені опорні знання, як правило, актуалізуються в ході фронтальної бесіди з учнями перед розв'язанням задач.

Для опрацювання частини задач з генетики популяцій школярам необхідно користуватися нижченаведеними додатковими формулами [3, 128 - 133].

1. Формули на визначення генетичної структури популяцій при множинному успадкуванні генів:

1) Формула для визначення частот алелей

$$p + q + r = 1,$$

де  $p$ ,  $q$  та  $r$  – алельні гени;

2) Формула для визначення частот генотипів

$$p^2 + q^2 + r^2 + 2pq + 2pr + 2qr = 1$$

2. Формула на визначення генетичної структури популяцій у наступних поколіннях при самозапиленні рослин:

$$(2^n - 1) p^2 + 2pq + (2^n - 1) q^2 = 1,$$

де  $n$  – число поколінь

3. Формула для визначення частоти алеля в наступних поколіннях при наявності мутаційного процесу:

$$P_n = P (1 - U)^n,$$

де  $P$  – вихідна частота алеля  $A$ ,  $P_n$  – частота алеля  $A$  в  $n$  – поколінні,  $U^n$  – швидкість мутування алеля  $A$ ,  $n$  – число поколінь.

*Швидкість мутування гена* – кількість мутацій гена на геном на покоління.

4. Формула для визначення частоти алеля при змішуванні популяцій:

$$P_{\text{зміш}} = (\Pi_1 \times P_1 + \Pi_2 \times P_2) / N,$$

де  $P_{\text{зміш}}$  – частота алеля А у новій за складом популяції,  $P_1$  – частота алеля А у першій популяції,  $P_2$  – частота алеля А у групі прибульців,  $\Pi_1$  – кількість особин у першій популяції,  $\Pi_2$  – кількість особин у групі прибульців,  $N$  – число особин у змішаній популяції.

5. Формула для визначення частоти алеля в наступних поколіннях при наявності природного відбору:

$$g_1 = g (1 - g \times S) / (1 - g^2 \times S),$$

де  $g_1$  – частота алеля в наступному поколінні,  $g$  – вихідна частота алеля,  $S$  – коефіцієнт відбору.

*Коефіцієнт відбору* – інтенсивність елімінації. Значення коефіцієнту природного відбору варіює від 0 до 1. При  $S = 0$  відбір не відбувається, при  $S = 1$  елімінуються всі особини популяції, при  $S = 0,1$  елімінується 10%. Наприклад, якщо із 100 народжених особин 99 виживуть і народять потомство, то коефіцієнт відбору становитиме 0,01. У реальних популяціях коефіцієнт відбору не перевищує 0,1- 0,2.

6. Формули для визначення концентрації гамет з геном А ( $p$ ) від батьків з генотипами АА та Аа (1) та концентрації гамет з геном а ( $q$ ) від батьків з генотипами аа та Аа (2) в ідеальних популяціях у наступних поколіннях [5, 86 - 87]:

$$p = p^2 + 2pq / 2 \quad (1)$$

$$q = q^2 + 2pq / 2 \quad (2)$$

7. Формули для визначення концентрацій гамет з геном А ( $p$ ) від батьків з генотипами АА та Аа (1) та концентрації гамет з геном а ( $q$ ) від батьків з генотипами аа та Аа (2) в наступних поколіннях [2, 192]:

$$p = (D + 0,5H) / N \quad (1)$$

$$q = (R + 0,5H) / N \quad (2),$$

де  $D$  – кількість доміантних гомозигот;  $R$  – кількість рецесивних гомозигот;  $H$  – кількість гетерозигот;  $N$  – загальна кількість членів популяції.

Як відомо, частоти генів у популяції можуть змінюватися в силу самих різних причин, які можна розбити на три категорії: 1) міграція, тобто поява у популяції нових особин або вихід із популяції частини особин; 2) мутування, тобто безпосереднє біохімічне перетворення одних алелей в інші; 3) відбір, тобто будь-які невідповідні зміни частоти генів [6, III]. Формули 3, 4, 5 дозволяють розраховувати частоти генів для реальних популяцій, тобто у випадку, коли мають місце вищезазначені причини. Формула 2 також дозволяє розв'язувати задачі, в яких не дотримуються умови для ідеальних популяцій, а саме має місце самозапліднення.

Оскільки у статті розглядається проблема формування вмінь формалізації та ідеалізації, логічним є звернення до основних етапів формування умінь, а саме таких: введення прийому, виконання вправ за зразком (тренувальні вправи), закріплення прийому (творчі вправи).

На нашу думку, навчання учнів розв'язуванню задач з генетики популяцій має починатися із виведення математичних формул, що ілюструють *закон рівноваги генних концентрацій*. Крім того, саме на цьому етапі обґрунтовується необхідність введення літерних позначень алелей та генотипів.

На другому етапі розв'язуються різноманітні задачі на генетику популяцій, які за даними задачі вважаються ідеальними.

На третьому етапі школярі моделюють генетичну структуру популяцій, які за даними задачі не відповідають умовам ідеальності. На цьому ж етапі учням пропонуються задачі, в яких за умовою вихідна сума частот генотипів не відповідає закону Харді – Вайнберга. Нижче у статті буде описано методику їх опрацювання зі школярами, спрямовану на навчання останніх самостійному виведенню відповідних формул, а отже орієнтовану на

формування та закріплення вміння користуватися формалізованою мовою математики для вивчення біологічних об'єктів та процесів.

Розглянемо детальніше описані етапи.

Методику введення змінних  $p$  і  $q$  та виведення математичних формул, що ілюструють закон рівноваги генних концентрацій, було розглянуто у першій частині статті автора [4].

### **Обґрунтування введення літерних позначень алелей та генотипів.**

Під час фронтальної бесіди вчитель може запропонувати учням пояснити, чому вчені, описуючи і пояснюючи механізми процесів, що відбуваються в популяціях, так широко користуються математичною мовою. Керуючи обговоренням, вчитель підводить школярів до таких висновків:

- популяцію складає велика кількість об'єктів у реальному часі;
- у популяції здебільшого відбувається зростання кількості об'єктів у наступних поколіннях;
- особини в популяціях характеризуються великою кількістю ознак і на основі них можуть бути теоретично згруповані (стать, фенотип, покоління);
- успадкування генів під час розмноження членів популяції відбувається за єдиним механізмом.

Отже, численні об'єкти популяції характеризуються великою різноманітністю ознак, передача яких із покоління в покоління відбувається за єдиними законами спадковості. Таким чином, багаточисельність та різноманітність популяційних об'єктів обумовлюють необхідність, а можливість їх групування та підпорядкованість єдиним механізмам успадкування генів надають змогу описувати процеси, що відбуваються в популяції і пов'язані із передачею спадкової інформації, мовою математики.

Нижче розглянемо методичні особливості розв'язування деяких задач з генетики популяцій, труднощі, які можуть виникати в учнів та шляхи їх подолання. Зазначимо, що приклади задач, віднесені нами до п. 1.2 та 2.2

(див. вище) та методика їх розв'язання у статті наведені не будуть. З ними можна ознайомитися у методичній літературі [2, 3].

Задача № 1. У популяції безпорідних собак м. Донецька було виявлено 2457 тварин коротконогих та 243 з нормальними ногами. Коротконогість у собак – доміантна ознака, а нормальна довжина ніг – рецесивна. Виходячи із закону Харді – Вайнберга, визначте частоту доміантного гена у даній популяції (у %) [5, 88].

Задача № 2. У популяції людей Середньої Європи на 250 тис. людей зустрічається один альбінос (відсутність пігментації шкіри – рецесивна ознака). Виходячи із закону Харді – Вайнберга, визначте відсоткову частку гетерозигот за цим алелем через три покоління [5, 88].

Розв'язання першої задачі здійснюється за схемою:

1. Визначення загального розміру популяції:  $N = 2457 + 243 = 2700$  (особин собак);
2. Обчислення частоти рецесивних гомозигот:  $q^2 = 243 / 2700 = 0,09$  (9%);
3. Обчислення частоти рецесивного алеля:  $q = \sqrt{0,09} = 0,3$  (30%);
4. Обчислення частоти доміантного алеля:  $p = 1 - q = 1 - 0,3 = 0,7$  (70 %);

Які труднощі можуть виникнути в учнів при розв'язуванні цієї задачі? Як свідчить практика навчання, однією з основних є перехід від частот генотипів до частот генів і навпаки. Крім того, необхідно звернути увагу учнів на те, що фенотип коротконогості собак визначається двома генотипами – гомозиготним доміантним генотипом (AA) та гетерозиготним генотипом (Aa). Отже, основними ускладненнями в учнів, що мають місце при розв'язанні цієї задачі, є такі:

- починають розв'язання із другої дії, тобто одразу визначають частоту рецесивних гомозигот (знаходять співвідношення кількості собак з нормальними ногами до кількості собак з короткими ногами), забуваючи при цьому, що популяцію складають собаки з усіма можливими фенотипами;



- ототожнюють частоту генотипів із частотою алелей. При цьому учні забувають, що для визначення частоти домінантного (рецесивного) алеля необхідно знайти квадратний корінь із частоти домінантної (рецесивної) гомозиготи. І навпаки, для визначення частоти домінантної (рецесивної) гомозиготи необхідно частоту домінантного (рецесивного) алеля звести в квадратну ступінь;

- асоціюють закон Харді – Вайнберга тільки з формулою на вираження частот генотипів, забуваючи про формулу на вираження частот алелей в ідеальній популяції.

Розв'язання другої задачі відбувається за схемою:

1. Визначення частоти рецесивних гомозигот:  $q^2 = 1 / 250000 = 0,000004$  (0,0004 %).

2. Визначення частоти рецесивного алеля:  $q = \sqrt{0,000004} = 0,002$  (0,2 %).

3. Визначення частоти домінантного алеля:  $p = 1 - q = 1 - 0,002 = 0,998$  (99,8 %).

4. Визначення частоти гетерозигот в існуючій популяції:  $2pq = 2 \times 0,002 \times 0,998 = 0,004$  (0,4%).

5. Визначення частоти гетерозигот у популяції через три покоління.

При розв'язуванні другої задачі можуть виникнути такі труднощі:

- частота рецесивного алеля асоціюється з частотою рецесивних гомозигот. При цьому учні не виконують другу дію;

- при обчисленні частоти гетерозигот учні перемножують лише частоти домінантного та рецесивного алелей ( $p \times q$ ), забуваючи помножити цей добуток на 2;

- виникають проблеми при визначенні генетичної структури популяції через три покоління.

Стосовно останнього ускладнення слід відмітити, що часто під час визначення генетичної структури популяції в  $n$  - поколінні (яка за умовою є

ідеальною), учні починають виконувати певні математичні дії, забуваючи при цьому сутність закону Харді – Вайнберга.

Задачі № 1 та № 2 хоч і належать до одного типу – на визначення генетичної структури ідеальних популяцій за аутосомними двохалельними генами, разом з тим і відрізняються одна від одної відомим та шуканим. Так, у другій задачі йде мова про успадкування ознак у наступних поколіннях; у першій задачі потрібно знайти частоту гена, а в другій задачі – частоту генотипу. При розв'язанні обох задач мають місце схожі труднощі: ототожнення учнями частоти генотипів та частоти алелей; уявлення про те, що закон Харді – Вайнберга представлений одним рівнянням на вираження частот генотипів.

На основі аналізу методичної літератури можна констатувати, що задачі на визначення генетичної структури ідеальних популяцій за генами, що знаходяться в аутосомах, за змістом є варіативними. Не зважаючи на це, для розв'язання задач подібного типу школярам необхідно знати:

1. Визначення поняття «популяція». На перших уроках під час введення поняття слід наголошувати на тому, що популяцію складають *всі* особини даного виду, що мешкають на спільній території (здорові і хворі, старі і молоді, чоловічої та жіночої статі, чорні, білі, плямисті тощо). Якою б дивною не здавалася ця умова, практика навчання свідчить, що іноді під час визначення розміру популяції та на основі цього знаходження частот генотипів, учні припускаються першої помилки, описаної у переліку труднощів для задачі № 1.

2. Означення закону Харді – Вайнберга. Вчителю слід звернути увагу учнів на незмінність генетичної структури в поколіннях за умови ідеальної популяції.

3. Умови, за яких закон справедливий.

4. Два рівняння, що відображають закон Харді – Вайнберга.

Для розв'язання задач подібного типу необхідно вміти:

1. Користуватися генетичною символікою, а саме записувати генотипи об'єктів, про які йде мова у задачі.

2. Співвідносити дані задачі з умовами, за яких достовірний закон Харді – Вайнберга. Іншими словами, вміти визначати, чи є популяція ідеальною.

3. Вміти користуватися рівняннями, що ілюструють вищезгаданий закон.

Остання вимога включає в себе:

- розуміння значення змінних  $p$  та  $q$ ;  $p^2$ ,  $q^2$  та  $2pq$ ;

- чітке розрізнення двох рівнянь, що ілюструють закон Харді – Вайнберга;

- користування рівняннями і змінними не тільки у прямому порядку, тобто зведення у квадратну ступінь, знаходження суми, добутку, але й у зворотному - знаходження квадратного кореня, різниці, частки чисел.

Задача № 3. Частота кодомінантного, зчепленого зі статтю гена  $O$  (знаходиться тільки в  $X$  хромосомі кішок), що обумовлює руде забарвлення шерсті, складає у Лондоні  $0,19$ . Який відсоток повинні складати черепахові коти від всього котячого населення Лондона? А чорні коти? [1, 152]

Задача віднесена нами до задач на відхилення від закону Харді – Вайнберга, тому що необхідно визначити генетичну структуру популяції за генами, що знаходяться в статевих хромосомах (порушується одна з умов достовірності закону – наявність генів в аутосомах).

Задачі подібного типу, а нижче наведемо й інші приклади, представляють з одного боку методичний інтерес та мають навчальне значення, а з іншого викликають ряд труднощів при розв'язанні їх учнями та керуванні цим процесом з боку вчителя. Пояснимо чому.

По-перше, генетична структура популяції всіх котів Лондона, описується двома рівняннями. Перше описує генетичну структуру частини популяції, представлену тваринами жіночої статі, а друге рівняння – тваринами чоловічої статі:

$$p^2AA + 2pqAa + q^2aa = 1;$$

$$pA + qa = 1$$

Генетичну структуру всієї популяцію можна представити таким сумарним рівнянням [1, 155]:

$$\frac{1}{2} p^2AA + pqAa + \frac{1}{2} q^2aa + \frac{1}{2} pA + \frac{1}{2} qA = 1$$

$$\text{або } \frac{1}{2} p^200 + pq0+ + \frac{1}{2} q^2++ + \frac{1}{2} p0 + \frac{1}{2} q+ = 1$$

Звернемося до визначення поняття «ідеальна популяція». Згідно нього кількісне співвідношення статей дорівнює 1:1. Учням слід наголосити, що для того, щоб скористатися рівняннями Харді – Вайнберга, суму частот можливих генотипів чоловічої та жіночої статі разом слід прийняти за 1, або 100%, тоді сума частот можливих генотипів кожної статі окремо дорівнюватиме по 50%. В умові наведеної задачі не вказано співвідношення статей та відсутні дані по кількості особин обстеженої частини популяції.

Друга проблема, яка виникає при розв'язанні задач подібного типу, в тому, що однією з умов, за яких закон Харді – Вайнберга достовірний, є присутність генів в аутосомах. У наведеній задачі кодомінантні гени зчеплені зі статтю.

Таким чином, виникає закономірне питання: чи не суперечить зміст задачі та хід її розв'язання засвоєним учнями поняттю «ідеальна популяція» та закону Харді – Вайнберга, в тому числі умовам, за яких він достовірний. Адже навіть якщо навести ґрунтовне пояснення необхідності введення двох рівнянь (окремо для кожної статі) для відображення генетичної структури популяції з наступним їх об'єднанням в одне, відкритим залишиться питання про те, що гени локалізовані в статевих хромосомах, а не в аутосомах. І хоча розглянута задача призначена для аудиторної та самостійної роботи студентів, вона є показовою на предмет того, що її дані та пропонувані авторами хід розв'язання вступають у протиріччя із сутністю поняття «ідеальна популяція», законом Харді - Вайнберга, умовами достовірності закону, засвоєними суб'єктами навчального процесу.

Нижче наведемо алгоритм розв'язування задач на визначення генетичної структури популяцій за генами, що знаходяться у статевих хромосомах:

1. Розраховуються частоти алелей гена. Слід пам'ятати, що *якщо досліджуваний ген зчеплений з X-хромосомою, то частоти домінантного та рецесивного алелей дорівнюють частотам зустрічальності відповідних генотипів чоловічих особин.*

2. Записуються всі можливі генотипи особин жіночої статі: фенотипово різних, здорових, хворих, носіїв.

3. Записуються всі можливі генотипи особин чоловічої статі: фенотипово різних, здорових, хворих.

4. Складається рівняння генетичної структури жіночої частини популяції, сума частот можливих генотипів жіночої статі приймається за 100% або 1.

5. Складається рівняння генетичної структури чоловічої частини популяції, сума частот можливих генотипів чоловічої статі приймається за 100% або 1.

6. Складається сумарне рівняння, що відображає генетичну структуру всієї популяції. Для цього об'єднуються рівняння, складені в п.4-5, коефіцієнти, які стоять перед частотами генотипів, зменшуються вдвічі, сума частот усіх можливих генотипів приймається за 100% або 1.

7. За складеним сумарним рівнянням визначаються частоти генотипів.

8. Для самоперевірки: сума визначених частот генотипів чоловічих та жіночих особин за сумарним рівнянням повинна дорівнювати 100% (по 50% для кожної статі).

Розглянемо більш детально методику розв'язання іншої задачі, яка також відноситься до задач на визначення генетичної структури популяції за генами, що знаходяться в статевих хромосомах [1, 153] (зі змінами).

Задача № 4. Частота різної масті досліджених у Сінгапурі кішок була наступною:

	Неруді	Черепахові	Руді
Самки	63	55	12
Самці	74	-	38

Визначте частоту алелей 0 (кодомінантний, зчеплений із статтю ген рудої масті) та +. Чи були випадковими схрещування кішок по відношенню до цих алелей?

Визначення частоти алелей здійснюємо окремо за частотою генотипів самців та самок:

1. Записуємо всі можливі генотипи самців (самок):

$X^+Y$  – неруді самці,  $X^0Y$  – руді самці,  $X^+X^+$  - неруді кішки,  $X^0X^0$  – руді кішки,  $X^+X^0$  – черепахові кішки.

2. Визначаємо кількість самців (самок) у досліджуваній популяції:

$$N(\text{самців}) = 74 + 38 = 112$$

$$N(\text{самок}) = 63 + 55 + 12 = 130$$

3. Визначаємо частоту зустрічальності генотипів самців  $X^+Y$  (неруді),  $X^0Y$  (руді) серед усіх самців та генотипів самок - гомозигот, а саме  $X^+X^+$  (неруді),  $X^0X^0$  (руді) серед усіх самок:

$$X^+Y = 74 / 112 = 0,66 \text{ (66\%)}$$

$$X^0Y = 38 / 112 = 0,34 \text{ (34\%)}$$

$$X^+X^+ = 63 / 130 = 0,48 \text{ (48\%)}$$

$$X^0X^0 = 12 / 130 = 0,092 \text{ (9,2\%)}$$

4. Визначаємо частоту алеля  $X^+$  серед самців (самок):

$$X^+ = X^+Y \text{ (див. п.1 задачі № 3); } X^+ = 0,66;$$

$$X^+ = \sqrt{(X^+)^2}; X^+ = \sqrt{0,48} = 0,69$$

5. Визначаємо частоту алеля  $X^0$  серед самців (самок):

$$X^0 = X^0Y; X^0 = 0,34;$$

$$X^0 = \sqrt{(X^0)^2}; X^0 = \sqrt{0,092} = 0,3$$

Для пошуку відповіді на друге питання задачі вчитель організує дискусію, звертаючись до учнів: «Запропонуйте шляхи доведення чи спростування того, що схрещування по відношенню до цих алелей є випадковим». У разі виникнення труднощів під час обговорення, вчитель звертає увагу учнів на ті умови, за яких достовірними є закон Харді – Вайнберга і відповідні формули частот генотипів та алелей у популяціях. Адже однією з таких умов є те, що спарювання особин відбувається випадковим чином. При цьому, по-перше, частота алеля  $X^0$ , як і частота алеля  $X^+$  є однаковими для самців і самок; по-друге, частоти генотипи самців і самок є зрівноваженими, а частоти генотипів самок відповідають співвідношенню частот за рівнянням Харді - Вайнберга.

Таким чином, для того, щоб довести або спростувати випадковість схрещування необхідно:

1. Визначити частоту алеля  $X^+$  та алеля  $X^0$  для самців та самок (див. п.4-5 попереднього пояснення).

2. Порівняти частоти однойменних алелей між собою:

Для алеля  $X^+$  частота серед самців 0,66 ( $\approx 0,7$ ); серед самок 0,69 ( $\approx 0,7$ ).

Для алеля  $X^0$  частота серед самців 0,34 ( $\approx 0,3$ ); серед самок 0,3.

3. Визначити частоту зустрічальності генотипу  $X^+X^0$  за даними задачі:

$$X^+X^0 = 55 / 130 = 0,423 (\approx 0,42)$$

4. Визначити частоту зустрічальності генотипу  $X^+X^0$  за частотами алелів:

$$2X^+X^0 = 2 \times 0,7 \times 0,3 = 0,42.$$

5. Перевірити відповідність розрахованих за даними задачі частот генотипів самок співвідношенню частот за рівнянням Харді - Вайнберга (для самок):

$$0,48 + 0,42 + 0,092 = 0,99 (\approx 1)$$

Отже, частота алеля  $X^0$ , як і частота алеля  $X^+$  є однаковими для самців і самок; частоти генотипів самок відповідають співвідношенню частот за

рівнянням Харді - Вайнберга. Таким чином, схрещування кішок по відношенню до алелей  $X^0$  та  $X^+$  були випадковими.

Задача № 5. У військоматах міста М. юнаків обстежували на кольоросприйняття. Виявилось, що з кожної тисячі досліджених один страждає повним дальтонізмом (рецесивна, зчеплена зі статтю ознака). Визначте кількість людей, гетерозиготних за геном дальтонізму, якщо в місті проживає 1 млн. людей (популяцію вважати ідеальною) [5, 89].

Задача № 6. У популяції міста N (вважати ідеальною) з населенням 1 млн. жителів обстежено 10 тис. чоловіків. Виявилось, що серед них 100 осіб страждають на гемофілію (рецесивна, зчеплена зі статтю ознака). Визначте кількість гетерозиготних за цим геном людей у місті N [5, 90].

Наведені задачі мають такі риси подібності:

1. В обох з них мова йде про ознаку, яка визначається рецесивним геном, зчепленим із статтю.
2. Проявом наявності гена у гомозиготному стані є хвороба.
3. За умовами обох задач обстежується частина популяції (вибірка).
4. Вибірка складається тільки з представників чоловічої статі.
5. В обох задачах відомі такі дані: загальна чисельність популяції, кількість обстежених осіб (розмір вибірки), кількість хворих.
6. Шуканим у задачі є абсолютна кількість гетерозигот.
7. За умовою задач обидві популяції є ідеальними.

Належність наведених задач до одного типу, перелічена вище подібність відомого та шуканого обумовлює й єдину схему їх розв'язку:

1. Визначення частоти рецесивного чоловічого генотипу та частоти рецесивного алеля:

$$X^dY = 1/1000 = 0,001 (0,1\%); X^d = 0,001 (0,1\%)$$

$$X^hY = 100/10000 = 0,01 (1\%); X^h = 0,01 (1\%)$$

2. Визначення частоти домінантного алеля;

$$X^D = 1 - 0,001 = 0,999 (99,9\%)$$

$$X^H = 1 - 0,01 = 0,99 (99\%)$$



3. Визначення частоти гетерозиготного генотипу;

$$2X^D X^d = 2 \times 0,999 \times 0,001 = 0,001998 (0,19\%)$$

$$2X^H X^h = 2 \times 0,99 \times 0,01 = 0,0198 (1,98\%)$$

4. Визначення абсолютної кількості гетерозигот (див. далі).

Які труднощі можуть виникнути при розв'язуванні цих задач? Насамперед, це перехід від частоти рецесивного чоловічого генотипу до частоти рецесивного алеля. Дуже часто учні починають діяти за засвоєним раніше (під час розв'язування задач на генетику популяцій при аутосомному успадкуванні генів) алгоритмом, а саме знаходити квадратний корінь із значення частоти рецесивного чоловічого генотипу, забуваючи при цьому, що *якщо досліджуваний ген зчеплений з X-хромосомою, то частоти домінантного та рецесивного алелей дорівнюють частотам зустрічальності відповідних генотипів чоловічих особин.*

Друга трудність пов'язана із визначенням гетерозиготних генотипів. Іноді учні вважають гетерозиготами особин з генотипами  $X^D Y$ ,  $X^d Y$ ,  $X^H Y$  та  $X^h Y$  тому, що вони містять різні хромосоми. З метою попередження такої помилки вчитель організовує бесіду з повторення основних генетичних термінів і понять. Під час бесіди учні пригадують визначення «гетерозигота» - *зигота, яка об'єднує один рецесивний, а другий домінантний алельні гени.* Робиться висновок, що гетерозиготами є тільки жінки  $X^D X^d$ ,  $X^H X^h$ .

На наступному етапі роботи над задачею може виникнути ситуація, описана вище (у задачі № 2), коли при обчисленні частоти гетерозигот учні перемножують лише частоти домінантного та рецесивного алелей, забуваючи помножити цей добуток на 2. Однак із частотою гетерозигот, як і з частотою інших жіночих генотипів у наведених задачах, ситуація не така проста, як здається.

Найбільш складним для учнів етапом розв'язування задач цього типу є останній, а саме визначення абсолютної кількості гетерозигот. Помилка, яка робиться школярами практично завжди, полягає у перемноженні знайденої

частоти гетерозигот ( $2pq$ ) на загальну чисельність популяції. Пояснимо детальніше сутність цієї помилки.

У задачах мова йде про успадкування генів, зчеплених із статтю. Ця обставина не дає можливості користуватися рівнянням Харді - Вайнберга для визначення частот генотипів (пам'ятаємо про умови достовірності закону для ідеальних популяцій). Опис методики складання рівнянь, що відображають генетичну структуру популяцій за генами, що знаходяться в статевих хромосомах, подано вище (див. пояснення до задачі № 3). Таким чином, генетичну структуру популяції за геном дальтонізму (за умови ідеальної популяції, як вказано у задачі) можна представити у вигляді рівнянь:

$$X^D X^D + 2X^D X^d + X^d X^d = 1 \text{ – для жіночої частини популяції}$$

$$X^D Y + X^d Y = 1 \text{ – для чоловічої частини популяції}$$

$$\frac{1}{2} X^D X^D + X^D X^d + \frac{1}{2} X^d X^d + \frac{1}{2} X^D Y + \frac{1}{2} X^d Y = 1 \text{ – сумарне рівняння}$$

З останнього рівняння видно, що коефіцієнт перед добутком ( $p \times q$ ,  $X^D X^d$ ) відсутній, тому для обчислення абсолютної кількості гетерозигот за геном дальтонізму необхідно добуток ( $p \times q$ ) помножити на загальну чисельність популяції. Але ж у третій дії цей добуток збільшувався удвічі ( $2pq$ ,  $2X^D X^d$ )! Тоді слід збільшений удвічі добуток помножувати не на загальну чисельність популяції, а на чисельність тільки жінок. Виникає наступне питання: скільки жінок у популяції? Оскільки за умовами задачі популяцію слід вважати ідеальною, то, пам'ятаючи про співвідношення статей 1:1, розраховуємо кількість жінок:  $1000000/2 = 500000$ . Абсолютна кількість гетерозигот дорівнюватиме  $0,001998 \times 500000 = 999$ . Відповідь: кількість гетерозигот за геном дальтонізму 999 осіб.

При обчисленні кількості гетерозигот за геном гемофілії, якщо попередньо не розв'язувалися задачі на ген дальтонізму, школярі припускаються помилки, щойно описаної. Вважаємо, що при розв'язуванні задач на генетичну структуру популяції за генами, що знаходяться в статевих хромосомах, спочатку слід опрацювати задачі на дальтонізм, а потім на гемофілію. Пов'язано це із специфікою останнього захворювання, а це в

свою чергу впливає на методику розв'язування відповідних задач. Так, під час визначення можливих генотипів чоловіків і жінок, які є здоровими, хворими або носіями гену гемофілії, слід звернути увагу на те, що один із генотипів, а саме  $X^h X^h$  є нежиттєздатним.

На стадії утворення зигот частоти всіх можливих генотипів за геном гемофілії є зрівноваженими, тобто

$$X^H X^H + 2X^H X^h + X^h X^h = 1 - \text{для зародків жіночої статі (1)}$$

$$X^H Y + X^h Y = 1 - \text{для зародків чоловічої статі (2)}$$

$$\frac{1}{2} X^H X^H + X^H X^h + \frac{1}{2} X^h X^h + \frac{1}{2} X^H Y + \frac{1}{2} X^h Y = 1 - \text{сумарне рівняння (3)}$$

Вагітності, при яких зародок має генотип  $X^h X^h$ , закінчуються самовільними абортами, а дівчата, рецесивні гомозиготи за геном гемофілії, не народжуються.

Отже, генетичну структуру популяції за геном гемофілії (за умови ідеальної популяції, як вказано у задачі) для жіночої статі можна представити у вигляді рівняння

$$X^H X^H + 2X^H X^h = 1 \quad (4)$$

для всієї популяції

$$\frac{1}{2} X^H X^H + X^H X^h + \frac{1}{2} X^H Y + \frac{1}{2} X^h Y = 1 \quad (5)$$

Таким чином, генетична структура популяції за геном дальтонізму і геном гемофілії відрізняються одна від одної присутністю рецесивних гомозигот у першому випадку і повною їх відсутністю у другому. За цієї причини частоти домінантних гомозигот і гетерозигот за геном гемофілії обчислюються по-іншому, ніж відповідні частоти генотипів за геном дальтонізму. Здійснюється це за такою схемою:

1. Обчислення частоти домінантних гомозигот  $X^H X^H$ , гетерозигот  $X^H X^h$  та рецесивних гомозигот  $X^h X^h$  на стадії зиготи за рівнянням 1:

$$X^H X^H = (0,99)^2 = 0,9801 \quad (98,01\%)$$

$$X^h X^h = (0,01)^2 = 0,0001 \quad (0,01\%)$$

$$2X^H X^h = 2 \times 0,99 \times 0,01 = 0,0198 \quad (1,98\%)$$

2. Обчислення співвідношення частоти домінантних гомозигот та гетерозигот на стадії зиготи:

$$X^H X^H : 2X^H X^h = 0,9801 : 0,0198 \approx 49 : 1$$

3. Обчислення кількості рецесивних гомозигот, які були б членами популяції за умови їх життєздатності:

$$X^h X^h = 0,0001 \times 500000 = 50 \text{ (осіб)}$$

4. Обчислення реальних частот домінантних гомозигот та гетерозигот як життєздатних членів популяції (за рівнянням 4 або 5). При цьому:

- пам'ятаючи про те, що сума частот генотипів жіночих особин повинна дорівнювати 1 або 100% за рівнянням 4; у всій ідеальній популяції повинна дорівнювати 0,5 або 50% за рівнянням 5;

- враховуючи співвідношення частоти домінантних гомозигот та гетерозигот на стадії зиготи, яке зберігається на стадії народжених та дорослих членів популяції – 49 : 1;

- беручи до уваги той факт, що рецесивні гомозиготи нежиттєздатні, а їх місце за кількістю займають домінантні гомозиготи та гетерозиготи:

$$X^H X^H = 0,9801 + 0,0001 / 50 \times 49 = 0,980198 \text{ (98,0198\%)}$$

$$2X^H X^h = 0,0198 + 0,0001 / 50 \times 1 = 0,019802 \text{ (1,9802\%)}$$

5. Визначаємо кількість гетерозигот:

$$2X^H X^h = 0,019802 \times 500000 = 9901 \text{ (осіб)}$$

Відповідь: кількість гетерозигот за геном гемофілії у популяції складає 9901 особу.

Таким чином, незважаючи на належність задач № 5 та № 6 до одного типу, подібність відомого та шуканого, методики їх розв'язання мають багато спільного і водночас суттєво різняться. Різниця обумовлюється біологічним змістом задач, а саме особливостями фенотипового прояву генів, за якими визначається генетична структура популяцій. Отже, методика розв'язування задач з генетики популяцій залежить не тільки від зовнішньої

форми представлення даних, відомого та шуканого, а й від біологічного змісту. Можемо стверджувати, що стандартні (ті, які використовуються для типових задач) алгоритми у розв'язанні задач з генетики популяцій мають межу застосування. Одним із факторів обмеження використання алгоритмів є біологічний зміст умови. Приклад такої задачі був розглянутий вище.

Іншим фактором є дані задачі, коли вихідна сума частот генотипів не відповідає закону Харді – Вайнберга. Тобто має місце вихідна заданість частот генотипів, співвідношення яких у батьківському поколінні не описується законом рівноваги генних концентрацій. Розглянемо методику розв'язання таких задач.

Задача № 7. Штучно створена популяція складається з 20 особин з генотипом AA, однієї – aa та 40 – Aa. Визначте співвідношення генотипів у F<sub>4</sub> у випадку панміксії та при самозаплідненні [1, 152].

Задача віднесена нами до третього типу задач на генетику популяцій (див. вище).

Особливостями цієї задачі та відмінностями її від розглянутих вище є наступне: вихідні співвідношення частот генотипів та генів не відповідають закону Харді – Вайнберга; одне з шуканих у задачі передбачає самозапліднення особин. За цих причини скористатися рівняннями Харді – Вайнберга для визначення частот генів та генотипів не представляється можливим. Наведена задача та подібні до неї вимагають від учнів відступу від засвоєних раніше алгоритмів і передбачають формування вмінь розв'язування задач з генетики популяцій на творчому рівні. Крім того, як було вказано вище у статті, подібні задачі спрямовані на навчання учнів самостійному виведенню відповідних формул, а отже орієнтовані на формування та закріплення вміння школярів користуватися формалізованою мовою математики для вивчення біологічних об'єктів та процесів.

Розв'язування задачі починається із визначення частот алелей. Вчитель звертається до учнів із питанням: «Яким рівнянням слід користуватися для знаходження p та q за даними цієї задачі?» Іноді школярі відповідають, що це

добре відоме їм рівняння  $p + q = 1$ . У такому випадку вчителю варто організувати евристичну бесіду, спрямовану на підведення учнів до висновку, що користуватися жодним із рівнянь, що ілюструють закон рівноваги генних концентрацій не можна, оскільки вихідна популяція не відповідає умовам ідеальності. Хід евристичної бесіди може бути приблизно таким:

Вчитель: «Якою формулою користуватися для знаходження  $p$  та  $q$  за даними цієї задачі?»

Учні: «Слід скористатися рівнянням для частот алелей  $p + q = 1$ ».

Вчитель: «Якщо скористуємося цим рівнянням, то як же нам розрахувати, наприклад, частоту домінантного алеля  $p$ ?»

Учні: « $p = 1 - q$ ».

Вчитель: «Якщо будемо знаходити цю різницю, нам потрібно знати частоту рецесивного алеля  $q$ . Вона нам невідома. Як її розрахувати?»

Учні: «Необхідно знайти квадратний корінь із частоти рецесивних гомозигот  $q^2$ ».

Вчитель, завідомо знаючи, що цей шлях розв'язування є помилковим, погоджується з учнями, дозволяючи розраховувати частоти алелей пропонованим ними способом (за алгоритмом).

Учні здійснюють такі розрахунки:

- Кількість особин в популяції:  $N = 20 + 40 + 1 = 61$  (особина);
- Частота рецесивних гомозигот:  $q^2 (aa) = 1 / 61 = 0,0164$  (1,64%);
- Частота рецесивного алеля:  $q = \sqrt{0,0164} = 0,128$  (12,8%);
- Частота домінантного алеля:  $p = 1 - 0,128 = 0,872$  (87,2%).

Здійснивши розрахунки, школярі відповідають, що частота  $q = 0,128$ , частота  $p = 0,872$ .

Якщо евристична бесіда розгортається за описаною вище схемою, на наступному етапі вчитель пропонує школярам: «Перевірте правильність виконаних розрахунків, визначивши частоту домінантного алеля за частотою домінантних гомозигот». Для цього виконуються такі дії:  $p^2 = 20 / 61 = 0,328$ ;

$p = \sqrt{0,328} = 0,572$ . Отже, підсумовує вчитель, частоти алелей не збігаються, а учні припустилися помилки, розрахувавши частоти алелей за пропонованим ними способом.

Вчитель: «У чому причина помилки? Можливо, не були враховані деякі умови задачі? Чим відрізняється дана задача від тих, що розв'язувалися раніше?»

В результаті обговорення формулюється висновок, що на відміну від задач, що розв'язувалися раніше, у наведеній задачі мова йде, по-перше, про штучно створену популяцію, по-друге, про самозапліднення особин як один із способів їх розмноження.

Вчитель: «Чи можна було користуватися рівняннями Харді – Вайнберга для визначення частот алелей у батьківській популяції? Чому?»

Учні: «Користуватися рівняннями Харді – Вайнберга для визначення частот алелей не можна тому, що популяція не є ідеальною. За даними задачі не дотримано умови достовірності закону рівноваги генних концентрацій».

Вчитель: «Отже, обчислення частот алелей у батьківській популяції необхідно здійснювати за іншими формулами».

Вчитель записує їх (див. вище у статті додаткові формули для опрацювання частини задач з генетики популяцій, п.7), учні здійснюють відповідні розрахунки:

$$p = (D + 0,5H) / N; p = (20 + 0,5 \times 40) / 61 = 0,656 (65,6\%)$$

$$q = (R + 0,5H) / N; q = (1 + 0,5 \times 40) / 61 = 0,344 (34,4\%)$$

Наступним етапом розв'язування задачі є визначення частот генотипів у F<sub>4</sub>. Шукане задачі ускладнене, по-перше, тим, що передбачає два варіанти розмноження особин популяції – панміксію та самозапліднення; по-друге, вимагає визначення генетичної структури у четвертому поколінні. Як свідчить досвід навчання, на цьому етапі роботи над задачею у школярів виникають значні труднощі.

Вчитель запитує в учнів: «Чи збережеться вихідне співвідношення частот генотипів у наступних поколіннях?»

Учні утруднюються із відповіддю.

Вчитель: «У якому випадку вихідні частоти генотипів зберігаються у наступних поколіннях?»

Учні: «У випадку, якщо популяція відповідає умовам ідеальності».

Отже, підсумовує вчитель, вихідне співвідношення частот генотипів у наступних поколіннях не збережеться.

Вчитель: «Чи залишаться сталими частоти генів? Чому?»

Учні: «Частоти генів залишаться сталими тому, що в умові задачі не йде мова про вплив на популяцію таких факторів, як мутації, міграції, природній відбір».

Вчитель: «Після якого схрещування (в якому поколінні) популяція досягне стану рівноваги за умови панміксії?»

Учні: «У першому поколінні за умови панміксії популяція досягне стану рівноваги, частоти генотипів будуть зрівноваженими».

Вчитель: «Як знайти частоти генотипів у першому поколінні цієї популяції за умови панміксії?»

Учні: «За умови панміксії частоти генотипів можна обчислити за рівнянням Харді – Вайнберга».

Вчитель: «Як обчислити частоти генотипів у четвертому поколінні цієї популяції за умови панміксії?»

Учні: «За умови панміксії частоти генотипів у F<sub>4</sub> та F<sub>1</sub> будуть однаковими».

Учні обчислюють частоти генотипів за рівнянням Харді – Вайнберга:

$$p^2 (AA) = (0,656)^2 = 0,43 (43\%)$$

$$q^2 (aa) = (0,344)^2 = 0,12 (12\%)$$

$$2pq (2Aa) = 2 \times 0,656 \times 0,344 = 0,45 (45\%)$$

Відповідь: за умови панміксії частоти генотипів у F<sub>4</sub> будуть такими - 43% AA, 45% Aa, 12% aa; співвідношення частот генотипів відповідатиме рівнянню Харді – Вайнберга для частот генотипів.



Вчитель: «Знаючи частоти генів у батьківській популяції, чи можна обчислити частоти генотипів у наступних поколіннях за рівнянням Харді – Вайнберга за умови самоzapлiднення особин? Чому?»

Учні: «Такий спiсiб розмноження суперечить одній з умов достовiрностi закону рiвноваги генних концентрацiй, тому застосувати рiвняння Хардi – Вайнберга для обчислення частот генотипiв не можна».

Вчитель пропонує спочатку обчислити частоти генотипiв у першому поколiннi. Для цього слiд виконати наступнi розрахунки:

1. Обчислити вихiднi частоти кожного з генотипiв у батьківській популяції:

$p^2 (AA) = 0,328 (32,8\%)$ ,  $q^2 (aa) = 0,016 (1,6\%)$  - (розрахунки були виконанi учнями ранiше, див. вище),  $2pq (2Aa) = 40 / 61 = 0,656 (65,6\%)$ ;

2. Обчислити вiдсоток домiнантних i рецесивних гомозигот, а також гетерозигот, якi утворюються в  $F_1$  вiд схрещування  $Aa \times Aa$ , пам'ятаючи про другий закон Менделя.

Так, вiдсоток домiнантних та рецесивних гомозигот становитиме по 25%, вiдсоток гетерозигот становитиме 50%. Вiдповiдно, якщо вихiдна частота  $Aa$  – 65,6 %, то в  $F_1$  при умовi самоzapлiднення утвориться домiнантних гомозигот  $AA$  –  $\frac{1}{4} \times 65,6 \% = 16,4 \%$ , рецесивних гомозигот  $aa$  –  $\frac{1}{4} \times 65,6 = 16,4 \%$ , гетерозигот  $Aa$  –  $\frac{1}{2} \times 65,6 = 32,8 \%$ .

3. Обчислити вiдсоток домiнантних гомозигот, якi утворюються в  $F_1$  вiд схрещування  $AA \times AA$ .

Все потомство в  $F_1$  при такому схрещуваннi буде генотипово одноманiтним –  $AA$ . Якщо вихiдна частота  $AA$  в популяції – 32,8 %, то в  $F_1$  при умовi самоzapлiднення утвориться домiнантних гомозигот  $AA$  – 32,8 %.

4. Обчислити вiдсоток рецесивних гомозигот, якi утворюються в  $F_1$  вiд схрещування  $aa \times aa$ .

Все потомство в  $F_1$  при такому схрещуваннi буде генотипово одноманiтним –  $aa$ . Якщо вихiдна частота  $aa$  в популяції – 1,6 %, то в  $F_1$  при умовi самоzapлiднення утвориться рецесивних гомозигот  $aa$  – 1,6 %.

5. Обчислити відсоток всіх домінуючих гомозигот, які утворюються в  $F_1$ .

Для цього слід знайти суму домінуючих гомозигот, що утворилися в результаті самозапліднення гетерозигот  $Aa$  (п.2), та в результаті самозапліднення гомозигот  $AA$  (п.3):

$$AA = 16,4\% + 32,8\% = 49,2\%$$

6. Обчислити відсоток всіх рецесивних гомозигот, які утворюються в  $F_1$ .

Для цього слід знайти суму рецесивних гомозигот, що утворилися в результаті самозапліднення гетерозигот  $Aa$  (п.2), та в результаті самозапліднення гомозигот  $aa$  (п.4):

$$aa = 16,4\% + 1,6\% = 18\%$$

Отже, при самозаплідненні в  $F_1$  частоти генотипів будуть такими:  $AA$  - 49,2%,  $Aa$  - 32,8%,  $aa$  - 18%.

За наведеною схемою послідовно обчислюються частоти генотипів цієї популяції у  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $F_4$ . Наведемо їх нижче:

$$F_2: AA - 57,4\%, Aa - 16,4\%, aa - 26,2\%;$$

$$F_3: AA - 61,5\%, Aa - 8,2\%, aa - 30,3\%;$$

$$F_4: AA - 63,55\%, Aa - 4,1\%, aa - 32,35\%.$$

Відповідь: при самозаплідненні в  $F_4$  частоти генотипів будуть такими:  $AA$  - 63,55%,  $Aa$  - 4,1%,  $aa$  - 32,35%.

Вище у статті зазначалося, що на прикладі задач, подібних до розв'язаної вище, можна навчати школярів самостійному виведенню необхідних формул. Пояснимо це твердження.

Так, визначення генетичної структури популяції в поколіннях за умови самозапліднення її членів можна здійснювати двома способами, з яких перший - за схемою, поданою вище. При цьому на розрахунки витрачається багато часу на уроці, а якщо необхідно обчислити частоти генотипів, наприклад, у  $F_8$ , то розв'язування задачі займає весь урок. Другий спосіб полягає у виведенні та наступному використанні формул, за якими

розраховуються частоти гомозиготних і гетерозиготного генотипів у будь-якому поколінні популяції. Розглянемо виведення формул на прикладі поданої вище задачі.

Насамперед, необхідно розв'язати задачу першим способом, тобто здійснити всю розгорнуту послідовність розрахунків частот генотипів для  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $F_4$ .

На наступному етапі вчитель організовує бесіду з учнями.

Вчитель: «Чи простежується закономірність у зміні частот генотипів при самозаплідненні з покоління в покоління? В чому вона полягає?»

Учні: «Так, закономірність є. Суть її в тому, що частоти гомозиготних генотипів невпинно збільшуються, а частота гетерозиготного зменшується».

Вчитель: «Порівняйте частоти гетерозиготного генотипу в різних поколіннях і дайте відповідь, чи існує закономірність в зменшенні його частоти? У чому вона полягає?»

Учні: «Закономірність полягає в тому, що у кожному наступному поколінні частота гетерозигот зменшується вдвічі, порівняно з частотою у попередньому поколінні».

Вчитель: «Пропоную вихідну частоту гетерозигот позначити як  $H$ , а частоту гетерозигот в наступних поколіннях як  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$ ,  $H_4$ . Запишіть формулу, за якою можна знайти величину  $H_1$ , знаючи що вона вдвічі менша за  $H$ ».

Учні записують формулу -  $H_1 = H / 2$ .

Вчитель: «У скільки разів вихідна частота гетерозигот більша за частоту гетерозигот у  $H_2$ ?»

Учні: «У чотири рази».

Вчитель: «Запишіть формулу, за якою можна знайти величину  $H_2$ , знаючи що вона в чотири рази менша за  $H$ ».

Учні записують формулу –  $H_2 = H / 4$ .

Продовжуючи бесіду далі, вчитель пропонує учням записати формули для знаходження  $H_3$ ,  $H_4$ . Вони будуть наступними –  $H_3 = H / 8$ ;  $H_4 = H / 16$ .

Вчитель: «Як бачимо, чисельник у всіх формулах однаковий, а знаменник збільшується з покоління в покоління. Запишіть знаменник у кожній формулі у вигляді ступеня числа 2».

Учні записують  $H_1 = H / 2^1$ ,  $H_2 = H / 2^2$ ,  $H_3 = H / 2^3$ ;  $H_4 = H / 2^4$ .

Вчитель звертає увагу учнів на те, що ступінь числа 2 у кожній формулі відповідає поколінню, для якого розраховується частота.

Вчитель: «Запишіть одну універсальну формулу, в якій номер покоління та ступінь числа 2 будуть позначатися однією літерою».

Учні самостійно або за допомогою вчителя записують

$$H_n = H / 2^n,$$

де  $n$  – покоління за рахунком,  $H$  – вихідна частота гетерозигот,  $H_n$  – частота гетерозигот у  $n$  – поколінні за умови самоzapлiднення особин.

В ході такої бесіди учні під керівництвом вчителя вивели формулу для обчислення частоти гетерозигот в  $n$  – поколінні популяції при умові самоzapлiднення її членів.

Наступним кроком є виведення формул для обчислення частот гомозигот у  $n$  – поколінні популяції при умові самоzapлiднення її членів.

Вчитель: «Порівняйте частоти гомозиготного доміантного генотипу в різних поколіннях і дайте відповідь, чи існує закономірність у збільшенні його частоти? В чому вона полягає?»

Учні: «Закономірність полягає в тому, що у кожному наступному поколінні частота доміантних гомозигот збільшується на  $\frac{1}{4}$  частоти гетерозигот попереднього покоління».

Вчитель: «Пропоную вихідну частоту доміантних гомозигот позначити як  $D$ , а частоту в наступних поколіннях як  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$ . Запишіть формулу, за якою можна знайти величину  $D_1$ , знаючи, що частота доміантних гомозигот збільшиться на  $\frac{1}{4}$  частоти гетерозигот у батьківській популяції».

Школярі записують формулу

$$D_1 = D + \frac{1}{4}H$$

Вчитель: «Запишіть формулу, за якою можна знайти величину  $D_2$ , знаючи, що частота домінантних гомозигот у другому поколінні збільшиться на  $\frac{1}{4}$  частоти гетерозигот першого покоління».

Учні записують

$$D_2 = D_1 + \frac{1}{4}H_1$$

$$D_2 = D + \frac{1}{4}H + \frac{1}{4}H_1$$

Продовжуючи бесіду далі, вчитель пропонує учням записати формули для знаходження  $D_3$ ,  $D_4$ . Вони будуть такими:

$$D_3 = D_2 + \frac{1}{4}H_2$$

$$D_3 = D + \frac{1}{4}H + \frac{1}{4}H_1 + \frac{1}{4}H_2$$

$$D_4 = D_3 + \frac{1}{4}H_3$$

$$D_4 = D + \frac{1}{4}H + \frac{1}{4}H_1 + \frac{1}{4}H_2 + \frac{1}{4}H_3$$

$$D_4 = D + \frac{(H + H_1 + H_2 + H_3)}{4}$$

$$D_4 = D + \sum_{n=1}^4 \left( \frac{H}{2^{n-1}} \right) / 4$$

В узагальненому вигляді формула буде такою

$$D_n = D + \sum_{n=1}^n \left( \frac{H}{2^{n-1}} \right) / 4$$

де  $n$  – покоління за рахунком  $D_n$  - частота домінантних гомозигот у  $n$  – поколінні,  $D$  – частота домінантних гомозигот у батьківській популяції,  $H$  - частота гетерозигот у батьківській популяції.

Методика виведення формули для визначення частот рецесивних гомозигот аналогічна до описаної вище. Частоту рецесивних гомозигот у батьківській популяції можна позначити як  $R$ , відповідні частоти в поколіннях як  $R_1, R_2, R_3, R_4$ .

В узагальненому вигляді формула буде такою

$$R_n = R + \sum_{n=1}^n \left( \frac{H}{2^{n-1}} \right) / 4$$

де  $n$  – покоління за рахунком  $R_n$  - частота рецесивних гомозигот у  $n$  – поколінні,  $R$  – частота рецесивних гомозигот у батьківській популяції,  $H$  - частота гетерозигот у батьківській популяції.

Розглянемо приклади розв'язування задач із використанням виведених формул.

Задача № 8. Узято 4 рослини гороху червоноквіткових гетерозиготних з генотипом  $Aa$  та 1 червоноквіткову гомозиготну. Горох – самозапилювач. Визначте відсоток гетерозигот у четвертому поколінні [5, 91].

Задача розв'язується за такою схемою:

1. Обчислюємо частоту гетерозигот у батьківській популяції:

$$2pq (Aa) = 4 / 5 = 0,8 (80\%)$$

2. Визначаємо відсоток гетерозигот у четвертому поколінні за формулою  $H_n = H / 2^n$ :

$$H_4 = 0,8 / 2^4 = 0,05 (5\%)$$

Відповідь: у четвертому поколінні гетерозигот буде 5 %.

Задача № 9. Посівний матеріал складається із 50% горошин зеленого кольору та 50% жовтих гетерозиготних горошин. Скільки відсотків жовтих горошин теоретично буде в четвертому поколінні цієї популяції? (Горох – самозапилювач.) [5, 91]

Задача розв'язується за такою схемою:

1. Обчислюємо частоту жовтих гетерозиготних горошин у четвертому поколінні цієї популяції за формулою  $H_n = H / 2^n$ :

$$H_4 = 0,5 / 2^4 = 0,03125 (3,125\%)$$

2. Обчислюємо частоту жовтих гомозиготних горошин у четвертому поколінні цієї популяції за формулою

$$D_n = D + \sum_{n=1}^n \left( \frac{H}{2^{n-1}} \right) / 4$$

$$D_4 = D + (H / 2^{1-1} + H / 2^{2-1} + H / 2^{3-1} + H / 2^{4-1}) / 4$$

$$D_4 = 0 + (0,5 + 0,5 / 2 + 0,5 / 4 + 0,5 / 8) / 4 = 0,2344 \text{ (23,44 \%)}$$

3. Обчислюємо частоту жовтих горошин у четвертому поколінні популяції. Для цього знаходимо суму частот жовтих гетерозиготних та жовтих гомозиготних горошин  $N = H_4 + D_4$ :

$$N = 0,03125 + 0,2344 = 0,2656 \text{ (26,56\%)}$$

Відповідь: у четвертому поколінні цієї популяції теоретично буде 26,56% жовтих горошин.

При розв'язуванні задачі № 9 в учнів може виникнути наступне ускладнення: частота жовтих горошин в четвертому поколінні ними буде рахуватися за частотою гетерозиготних жовтих горошин в цьому ж поколінні. У такому випадку вчителю слід звернути увагу учнів на те, які генотипи визначають необхідний фенотип (жовтий колір горошин).

Отже, розв'язування задач із генетики популяцій є одним з ефективних прийомів оволодіння учнями формалізацією та ідеалізацією як навчальними вміннями, причому на різних етапах їх формування та розвитку. Водночас використання цього прийому пов'язано з рядом труднощів, частину яких описано у статті, а також окреслено шляхи їх подолання.

У статті розкрито лише незначну частину тих методичних особливостей, що мають місце при роботі із задачами на генетику популяцій. Наприклад, для розв'язання частини задач учні мають володіти поняттям «вибірка групи» і розуміти, чому статистичний розподіл частот генотипів та частот алелей, притаманні для вибірки, можна переносити на всю групу (популяцію). Засвоєння учнями поняття «вибірка» ґрунтується на використанні математичних методів в біологічних дослідженнях. Це, в свою чергу, передбачає ознайомлення школярів із такими поняттями як генеральна

сукупність, вибіркова сукупність, репрезентативність вибірки, стратегії побудови вибірки тощо.

Використання математичних методів, вивчення ідеальних об'єктів і перенесення встановлених для них закономірностей на реально існуючі біологічні об'єкти та процеси – прийоми, що сприяють у кінцевому результаті формуванню природничо – наукової картини світу у школярів.

Перспективи наукового пошуку ми вбачаємо в подальшому з'ясуванні місця та значення нормативних та предметних знань у структурі природничо-наукової картини світу, дослідженні їх взаємозв'язку та розробці методичних рекомендацій щодо формування цих видів знань в учнів старших класів під час вивчення ними шкільної біології.

#### Література:

1. Барабанщиков Б.И. Сборник задач по генетике / Б.И.Барабанщиков, Е.А.Сапаев. – Изд –во Казанского университета, 1988. – 192 с.
2. Барна І.В. Біологія. Задачі та розв'язки: навчальний посібник / Барна І.В., Барна М.М., Барна Л.С. – Тернопіль: Мандрівець, 2005. – 384 с.
3. Барна І.В. Методика розв'язування задач: навч. посіб. / Барна І.В. – Тернопіль: Мандрівець, 2009. - 216 с.
4. Комарова О.В. Формування міжпредметних умінь формалізації та ідеалізації на уроках біології в 11 класі / Комарова О.В. // Біологія і хімія в сучасній школі. – 2012. - № 1. – С. 16 – 20.
5. Овчинников С.А. Сборник задач и упражнений по общей биологии: учеб.пособ. / Овчинников С.А. – Донецк: Третье тысячелетие, 2002. – 128 с.
6. Уильямсон М. Анализ биологических популяций / Марк Уильямсон. – М.: Мир, 1975. – 272 с.

Кандидат педагогічних наук,  
доцент кафедри зоології  
Криворізького педагогічного інституту  
Криворізького національного університету  
Комарова Олена Володимирівна