

Міністерство освіти і науки України
Криворізький національний університет

Теорія та методика
навчання математики,
фізики, інформатики

*Збірник наукових праць
Випуск XI*

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ КМІ
2013

ВИКОРИСТАННЯ РІЗНИХ ВИДІВ НАОЧНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ АЛГЕБРИ ТА ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ

Л. О. Черних^α, А. А. Остапенко^β

Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет

^α laracher@pochta.ru

^β anaosta@yandex.ru

Перед педагогами та вчителями все частіше постає проблема: як саме подати новий матеріал, закріпити його та виробити в учнів уміння та навички, необхідні для розв'язання математичних задач з певної теми, в той час, коли шкільний курс математики стає все більше формалізованим?

За словами І. В. Кузнецова, «у сучасному курсі математики здійснюється невиправдано швидкий перехід від означень понять до знаків, які їх замінюють, без належного з'ясування змісту, без створення в мисленні повноцінного уявлюваного образу. Як наслідок, більшість учнів формально запам'ятовують означення математичних понять, їх властивості, та дії з ними. Відтак, вивчення математики стало для деяких учнів непосильним завданням» [3].

Досвід таких педагогів і математиків, як Л. М. Фрідман, К. Д. Ушинський, В. О. Сухомлинський, А. М. Колмогоров, Г. П. Бевз, І. М. Осмоловська, визначає як один зі шляхів вирішення вищезазначеної проблеми більш ефективне використання принципу наочності.

Формулювання сутності принципу наочності запропонував ще Я. А. Коменський, який назвав його «золотим правилом дидактики». Наочне навчання передбачає, що в процесі пізнання повинні застосовуватися різні відчуття, в тому числі зорове сприймання [1].

Незважаючи на те, що принцип наочності був сформульований ще в XVII ст., на сьогодні він не є повністю дослідженим. Про це свідчить той факт, що в літературі існують різні тлумачення і розуміння понять «наочність», «види наочності», «засоби наочності».

Наприклад, М. Б. Волович трактує наочність як ілюстрацію усного викладу матеріалу вчителем; Л. В. Занков характеризує наочність як дидактичний принцип; Л. М. Фрідман розглядає наочність як форму подання навчального матеріалу, як властивість навчальних моделей [5].

Дотримуючись думки Л. В. Занкова про те, що наочність – це дидактичний принцип, ми розумітимемо цей дидактичний принцип як орієнтацію на використання в процесі навчання різноманітних засобів наочного пред'явлення відповідної навчальної інформації. В літературі представлені різні класифікації видів наочності (І. М. Осмоловська,

С. В. Шемендюк, С. П. Баранов, Ю. К. Бабанський, Е. М. Кравченя)]. Зокрема, Е. М. Кравченя в [2] розкриває поняття наочності, характеризує її види, форми, засоби (рис. 1).

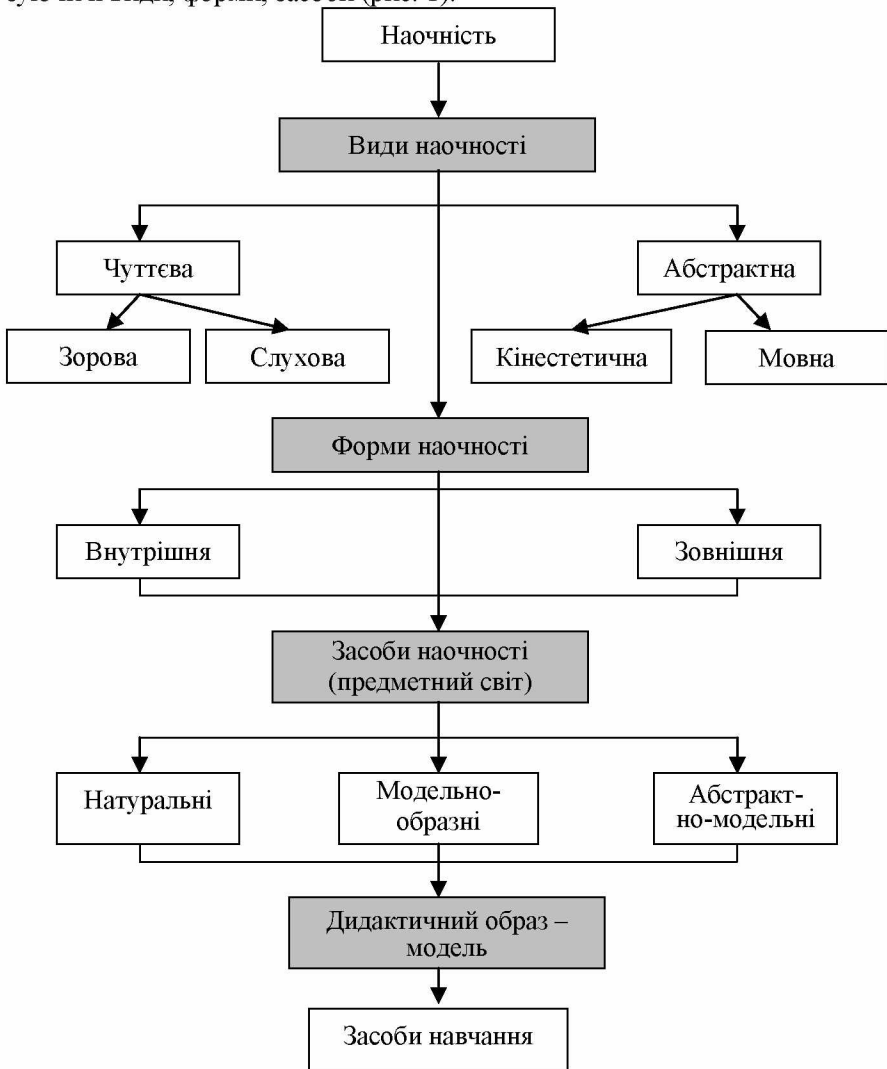


Рис. 1. Види, форми, засоби наочності

Розглянемо проблему врахування психолого-педагогічних та вікових особливостей учнів в процесі реалізації принципу наочності при вивченні алгебри та початків аналізу.

Предмет «Алгебра та початки аналізу» вивчається у старшій школі в період ранньої юності (старший шкільний вік). Якісні зміни в ранньому юнацькому віці відбуваються на основі становлення та розвитку особистості з усіх сторін психічної діяльності. Для когнітивного розвитку цього віку характерним є формально-логічне, формально-операційне мислення. А саме, абстрактне, теоретичне, гіпотетико-дедуктивне мислення, яке не пов'язане з ситуативно-конкретними умовами зовнішнього середовища [6]. Для учнів юнацького віку застосування різних видів наочності активізує чуттєвий досвід, що є опорою на раніше сформовані уявлення, конкретизує й ілюструє вивчені поняття. Також в цей період інтенсивно розвивається теоретичне мислення, воно дає змогу будувати гіпотези загальних понять, це свідчить про пріоритетний розвиток логічного мислення. У цьому віці предметна наочність повинна все більше поступатися місцем символічній, при цьому предметом особливої уваги вчителя має бути правильне розуміння сутності математичного поняття і його наочного представлення.

У старшокласників відбувається процес удосконалення володіння такими складними інтелектуальними операціями, як аналіз і синтез, теоретичне узагальнення й абстрагування, аргументування та доведення. Це пов'язано з появою в учнів періоду ранньої юності формального мислення, тобто виникнення здатності до широких узагальнень, нового підходу до розв'язання задач, спрямованих на групування й структурування фактів (комбінаторний аналіз), виділення та контроль змінних величин, формування гіпотез, їх логічне обґрунтування й доведення, стає притаманним для учнів встановлення причинно-наслідкових зв'язків, систематичність, стійкість, критичність мислення. Тому слід використовувати наочність не лише для ілюстрації, але і в якості самостійного джерела знань для створення проблемних ситуацій [6]. Графічно-символічний вид наочності (класифікація видів наочності за Ю. К. Бабанським) максимально сприяє суб'єктивній організації учнями запропонованої їм інформації з урахуванням їх індивідуального стилю діяльності. В результаті створюються сприятливі умови для розвитку самостійної розумової та творчої активності. Розвиток наочно-образного типу мислення учнів безпосередньо пов'язаний з побудовою та використанням відповідних методів навчання.

Так, при вивченні теми «Множини. Операції над множинами» в курсі алгебри та початків аналізу 10 класу доцільно використовувати графічно-символічну наочність (діаграми Ейлера-Венна). При розв'язанні вправ на закріплення навичок та умінь учні вже не матимуть потреби кожен раз зображати множини та виконувати різні операції над ними; учні матимуть сформовані образи у своїй уяві, де шляхом аналізу та за

допомогою розвинутого наочно-образного мислення зможуть надати правильну відповідь. Саме на цьому етапі працює опосередкований вид наочності.

Розглянемо для прикладу такі задачі.

Задача 1. В одній множині 40 різних елементів, а в другій – 30. Скільки елементів може бути в їх: 1) перерізі; 2) об'єднанні [4, 15].

Для розв'язання цієї задачі учень повинен володіти означеннями понять «об'єднання множин», «переріз множин» та мати наочні уявлення про можливі співвідношення між множинами (рис. 2).

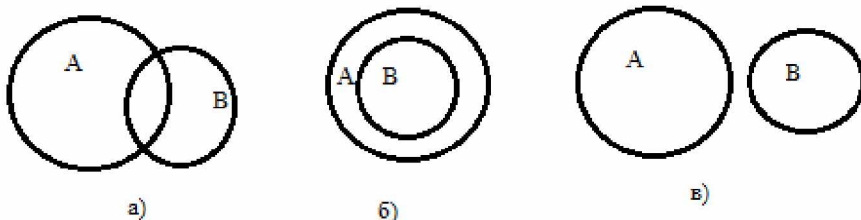


Рис. 2

Аналіз умови задачі та врахування співвідношень а), б), в) дозволяють зробити висновки:

- 1) у перерізі може бути від 0 до 30 елементів (випадки в, б);
- 2) в об'єднанні може бути від 40 до 70 елементів (випадки б, в).

Задача 2. Кожен житель міста розмовляє принаймні однією з двох мов: українською або російською. Частина жителів міста вміє розмовляти тільки українською мовою, частина – тільки російською, а частина – обома мовами. Українською мовою розмовляє 95 % жителів, а російською – 85 %. Скільки відсотків жителів міста розмовляє обома мовами? [4, 15]

Дана задача, взагалі кажучи, не потребує побудови діаграм Ейлера-Венна; на основі понять «об'єднання» та «різниця» для множин учні розмірковують таким чином:

- 1) $100\% - 95\% = 5\%$ жителів не розмовляють українською мовою;
- 2) $100\% - 85\% = 15\%$ жителів не розмовляють російською мовою;
- 3) $100\% - (5\% + 15\%) = 80\%$ жителів розмовляють обома мовами.

Якщо розв'язання цієї задачі викликає труднощі, то доцільно проілюструвати на кругах Ейлера ситуацію, описану в задачі (рис. 2а), та заштрихувати множину, одержану на кожному кроці розв'язання.

Важливою змістово-методичною лінією шкільного курсу математики є функціональна лінія; вона пронизує весь курс алгебри основної та старшої школи. Це пов'язано насамперед з фундаментальністю самого поняття «функція», що відображає різноманітні процеси та явища реалі-

льної дійсності.

Засвоєння поняття функції, видів функції, властивостей функцій тісно пов'язане із засвоєнням та використанням графіків функції. В основній школі властивості функцій встановлюються за їхніми графіками, тобто на основі наочного образу та наочних уявлень, і лише деякі властивості обґрунтовуються аналітично.

Вже в курсі алгебри та початків аналізу (старша школа) апарат дослідження функції набагато розширюється за допомогою вивчення таких понять, як похідна та інтеграл. Специфічним у дослідженні функції в старшій школі є те, що учні, не маючи наочного представлення про графік функції, повинні в результаті дослідження властивостей функції побудувати її графік, тобто створити її певне наочне представлення.

Тому вивчення в старшій школі теми «Функції, їх властивості і графіки» доцільно розпочати з повторення та систематизації матеріалу, який вивчався в основній школі. Саме на цьому етапі дуже важливо оперувати на наочному рівні такими поняттями, як аргумент функції, область визначення та область значень функції, нулі функції, проміжок знакосталості функції, зростання та спадання функції на множині, екстремуми функції, найбільше та найменше значення функції на множині, парність, непарність і т.д.

Для того, щоб актуалізувати та скоректувати наочні уявлення учнів про функції та їх властивості, вчитель може запропонувати таке завдання:

Дано графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 6]$. Користуючись графіком, знайдіть:

- $f(-3)$; $f(-1)$; $f(3)$;
- значення x , при яких $f(x) = -4$; $f(x) = -2$; $f(x) = 4$;
- область значень функції;
- нулі функції;
- проміжки знакосталості функції;
- точки екстремуму функції;
- проміжки зростання і проміжки спадання функції;
- найбільше і найменше значення функції на проміжку $[-4; 6]$.

Відповіді:

- $f(-3) = 3$; $f(-1) = -4$; $f(3) = 4$;
- якщо $f(x) = 4$, то $x = 3$;
- якщо $f(x) = 0$, то $x \in \{-4, -2, 1, 5\}$;
- якщо $f(x) = 3$, то $x \in \{-3, [2; 2,5], 4\}$;
- $E(f) = [-4; 4]$;
- $x = -4$, $x = -2$, $x = 1$, $x = 5$;
- якщо $f(x) > 0$, то $x \in (-4; -2) \cup (1; 5)$,

- якщо $f(x) < 0, x \in (-2; 1) \cup (5; 6]$;
- точки максимуму: $x = -3; x \in [2; 2,5), x = 3$;
- точки мінімуму: $x = -1; x \in (2; 2,5]$;
- $f(x)$ зростає на проміжках $[-4; -3], [-1; 2], [2,5; 3]$;
- $f(x)$ спадає на проміжках $[-3; -1], [3; 6]$;
- $\min_{[-4; 6]} f(x) = f(-1) = f(6) = -4; \max_{[-4; 6]} f(x) = f(3) = 4$.

При розв'язанні таких задач велику роль надають саме зоровому, графічно-символічному виду наочності. Наочне зображення (графік) постає опорним матеріалом, який несе в собі певну інформацію. При цьому формується важливе загальноосвітнє уміння – уміння «читати графік». Тільки спираючись на чіткі наочні уявлення учнів про основні властивості функцій, можна переходити до наступного етапу роботи – дослідження властивостей функцій за допомогою похідної (без попереднього графічного зображення).

Показчиком достатнього рівня відповідних умінь може бути повне дослідження такої функції $y = \frac{x^3}{3 - x^2}$ та побудови її графіка.

Розглянемо загальну схему дослідження функції:

- 1) знайти область визначення функції та множину її значень;
- 2) дослідити функцію на парність та непарність, періодичність;
- 3) знайти точки перетину графіка функції з осями системи координат, точки розриву, проміжки знакосталості функції;
- 4) дослідити поведінку функції біля точок розриву та на нескінченності, знайти асимптоти графіка (якщо вони є);
- 5) знайти нулі та точки розриву похідної, інтервали монотонності функції, точки екстремуму та екстремальні значення функції;
- 6) знайти нулі та точки розриву другої похідної, інтервали опуклості графіка функції, точки перегину та значення функції в цих точках;
- 7) для побудови графіка необхідно знайти достатню кількість контрольних точок, через які він проходить.

Особливої уваги заслуговує наступний етап роботи з даною функцією – побудова її графіка за результатами проведеного дослідження. Слід підкреслити, що остаточний графік з'являється поступово, на основі «ескізів» (наносяться асимптоти, фіксуються точки перетину графіка з осями координат, зображуються точки екстремумів тощо).

На цьому етапі графік функції виступає не як засіб формування певних наочних уявлень учнів, а як результат (продукт) їх розумової діяльності (рис. 3).

Аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури та наші спостереження свідчать про те, що проблема доцільності використання

різних видів наочності при вивченні курсу алгебри та початків аналізу потребує подальшого детального дослідження.

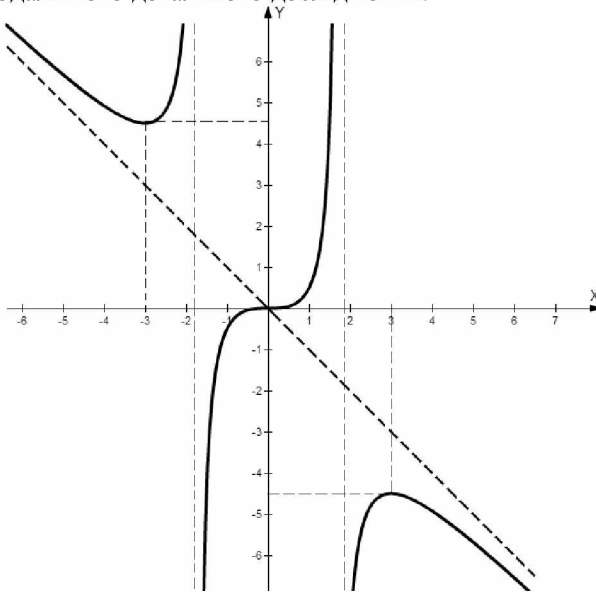


Рис. 3

Список використаних джерел

1. Вишневський О. І. Теоретичні основи сучасної української педагогіки : навч. посіб. / Омелян Вишневський. – 3-є вид., доопрац. і допов. – К. : Знання, 2008. – 566 с.
2. Кравченя Э. М. Использование средств наглядности в учебно-воспитательном процессе / Э. М. Кравченя // Адукацыя і выхаванне. – 2004. – № 8. – С. 9-14.
3. Кузнецов І. В. Проблеми реалізації принципу наочності при навчанні алгебри та основам математичного аналізу старшокласників / Кузнецов І. В. // Вісник Черкаського університету. – 2012. – Випуск 189. Частина 1. – С. 64-67.
4. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу: [підруч. для 10 кл. загал.-освіт. навч. закладів] / Є. П. Нелін. – Харків : Гімназія, 2010. – 416 с.
5. Рашковський П. О. Наочність як один із основних принципів навчання / Рашковський П. О. // Науковий вісник Мелітопольського держ. пед. ун-ту імені Богдана Хмельницького. – 2011. – № 6. – С. 332-337.
6. Скрипниченко О. В. Вікова та педагогічна психологія : [навч. посіб.] / О. В. Скрипниченко, Л. В. Долинська, З. В. Огороднійчук. – К.: Каравела, 2007. – 400 с.