Міністерство освіти та науки України
Національна металургійна академія України

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Збірник наукових праць
Випуск V

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ НМетАУ
2005

ДО ПИТАННЯ РОЗВИТКУ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ СТУДЕНТІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЛОГІЧНИХ ЗАДАЧ

О.В. Віхрова, К.В. Бабець
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Розвиток логічного мислення як учнів так і студентів – одне з важливих завдань сучасної освіти, і не лише математичної. Логічне мислення необхідне для сприйняття краси і витонченості суджень, чіткого, вичерпного, лаконічного висловлювання думок, упевненості в міркуваннях, формування вмінь абстрагуватися від конкретного змісту і зосереджуватися на структурі своєї думки, розвитку інтуїції тощо. Логічне мислення необхідне не лише математикам, а й працівникам інших сфер науки та техніки. Оволодівши навичками логічного мислення, майбутні фахівці зможуть краще висловлювати свої думки, виключаючи розпливчастість у діловій розмові, знаходити коротший і правильний шлях для розв'язування проблем і виправлення помилок.

Особливістю логічного мислення є те, що воно від істинних посилок завжди приводить до істинного висновку, не спираючись при цьому на досвід інтуїцію та інші зовнішні фактори. Але не лише вмінням використовувати строгу логіку обумовлена властивість мислення відкривати нові факти. Важливою умовою цього процесу виступає здатність мислення до інтуїтивних суджень.

Інтуїція представляє собою здатність досягнення істини шляхом прямого її розгляду без роз'яснення за допомогою логічно строгого доведення. Логіка та інтуїція, які є невід'ємними та нероздільними компонентами математичної творчості, займають своє місце і в математичній освіті.

Навчання математиці буде розвиваючим та більш ефективним, якщо воно забезпечить їх поєднання в учбовому процесі. На думку видатного французького математика А. Пуанкаре, інтуїція відіграє важливу роль не лише в науці, але й в освіті: “Нам потрібна властивість, яка б дозволяла бачити мету здалеку, а ця властивість є інтуїція. Вона необхідна досліднику у виборі шляху, вона не менш необхідна для того, хто йде за ним слідом, і бажає знати, чому він обрав цей шлях” [4, с. 166].

Розвитку логічного мислення та інтуїції сприяє розв'язування логічних задач. Логічними, як правило, називають нестандартні задачі, які дають змогу навчити учнів та студентів розмірковувати, критично мислити, знаходити правильне розв'язання проблеми, аналізувати задані умови, виділяючи з них зайві та суттєві, переносити відомі способи дій у нові ситуації. Атрибутом логічних задач є складність у пошуку засобів подання умов (у виборі адекватних математичних засобів), у пошуку основної ідеї та у складанні раціонального плану розв'язання задачі. Нестандартні задачі, до яких можна віднести і логічні, ініціюють пізнавальну активність студентів, але, спостереження свідчать, що в більшості складних випадків вони насамперед керуються інтуїцією, за допомогою якої намагаються доповнити нестачу потрібної інформації. При цьому у студентів стихійно формуються намагання вгадувати розв'язок там, де необхідно глибоко проаналізувати умову.

На наш погляд, важливіше, щоб студенти навчились охоплювати математично-логічну структуру задачі, її модель, ідею розв'язування.

Розв'язування будь-якої задачі, і логічної в тому числі, – це пошук шляхів подолання чи виходу із скрутної (проблемної) ситуації, штучно створеної у процесі навчання. Розв'язання задачі можна поділити на два етапи:

1) пошук ключової ідеї та плану розв'язування (процедури подолання перешкоди);

2) реалізація плану (виконання процедури);

Низька результативність у розв'язуванні логічних задач студентами, на нашу думку, свідчить про недоліки у постановці навчання. Основні з них такі:

– недостатня увага приділялась задачам нестандартного і творчого характеру у шкільному курсі математики;

– недостатня засвоюваність студентами основних пізнавальних процедур та розумових дій;

– слабка логічна підготовка випускників шкіл, які приходять навчатися до вищих закладів;

– занижена самооцінка своїх інтелектуальних можливостей у деяких студентів [3].

Логічні задачі, найчастіше, розв'язуються за допомогою специфічних логічних операцій і не вимагають трудомістких арифметичних, або алгебраїчних обчислень. Це означає, що, наприклад, у школі при розв'язанні однієї задачі можуть приймати участь учні різних класів, так як це не вимагає знань окремого програмного матеріалу; в вузі одну й ту саму логічну задачу можуть розв'язувати студенти різних факультетів.

На нашу думку, логічні задачі потрібно вивчати не лише у курсі математичної логіки на фізико-математичному факультеті, а також включати їх до програм з математики інших спеціальностей. Незалежно від того, на якому факультеті навчається студент – на фізико-математичному, природничому чи економічному, він повинен мислити логічно, а це вміння в більшій мірі формується в процесі розв'язування логічних задач.

Серед логічних задач можна виділити задачі двох класів. Перший клас – це задачі, розв'язування яких не потребує знань основних понять і законів математичної логіки, їх можна пропонувати студентам всіх спеціальностей, де вивчається математика. Другий клас включає логічні задачі, при розв'язуванні яких в значній мірі використовується апарат математичної логіки. Такі задачі слід пропонувати студентам фізико-математичного факультету, добре ознайомленим з основами математичної логіки.

Виходячи з цього пропонуємо наступну типізацію логічних задач, в основу якої покладено спосіб розв'язання.

Типи задач 1-го класу:

1. *Метод від супротивного*. Під час розв'язування задач методом від супротивного робимо припущення, протилежне тому, яке стверджує задача. Потім шляхом міркувань приходимо до твердження, що суперечить або умові задачі, або іншим відомим фактам. На цій основі робимо висновок, що наше припущення неправильне, а тому буде правильним твердження задачі. Цим самим реалізується закон виключеного третього [2].

2. *Парність*. Багато задач легко розв'язуються, якщо помітити, що деяка величина є числом парним (або непарним). З цього випливає, що ситуації, в яких вона непарна (або парна), неможливі. Іноді цю величину треба сконструювати. Для цього, наприклад, треба розглянути парність суми або добутку, розбити об'єкти на пари, помітити чергування ситуацій [2].

3. *Принцип Діріхле*. Цей принцип названо ім'ям німецького математика Петера Густава Лежена Діріхле (1805-1859), який успішно застосовував його для доведення арифметичних тверджень. Твердження, що називається принципом Діріхле, формулюється так: "Якщо $k \cdot n + 1$ об'єктів розмістити на k місцях, то знайдеться принаймні 1 місце, в якому лежить не менше, ніж $n + 1$ об'єкт". Головне при розв'язуванні задач на принцип Діріхле – зрозуміти, що в умові даної задачі є "об'єктами", а що – "місцями" [5].

4. *Пошук інваріанта*. Відмінною ознакою задач цього циклу являється опис в умові задачі певного способу дій і питання про те, чи може в результаті цих дій бути отриманий той чи інший ефект. Основним методом розв'язання є знаходження такої властивості вихідного об'єкта, яка не змінюється при виконанні дій, вказаних в умові задачі. Така властивість називається інваріантом. Якщо одержаний об'єкт, на відміну від вихідного, не володіє знайденою властивістю, то він, очевидно, не може бути результатом цих дій.

Типи задач 2-го класу:

1. *Сумісність та несуперечність множини висловлень*. При розв'язуванні задач цього типу даними відомими величинами є певні твердження, а їх логічний зв'язок виражається рівняннями алгебри висловлень або системами (логічним добутком) даних рівнянь. Маючи дані висловлення і знаючи їх логічний взаємозв'язок, у задачах даного класу відшукують нові висловлення, які відповідають на поставлене в логічній задачі питання (тобто шукають ті умови, при яких дана множина висловлювань буде несуперечливою).

2. *Матричний (табличний) спосіб*. При розв'язуванні логічних задач даного типу глибокому розумінню умови задачі сприятиме упорядкування заданих умов у вигляді таблиці. Ці записи дають змогу виключити з розгляду неможливі варіанти, тобто ті, які суперечать умові. Будь-який із напрямків по рядкам чи стовпцям називають входженням. Припускають, що в за-

дачі мова йде про дві множини і деякі пари, в кожній з яких один елемент належить одній множині, а другий – іншій. Якщо скласти таблицю, помістивши в першому входженні елементи однієї множини, а в другому – елементи іншої множини, то поле таблиці буде декартовим добутком цих множин. Якщо, у відповідності з умовою задачі, із таблиці викреслювати неможливі пари елементів, можна прийти до розв'язку задачі. Іноді потрібно складати таблиці з великою кількістю входжень або розглядати декілька таблиць.

3. <u>*Розв'язування задач за допомогою графів*</u>. Виділяючи із висловлень умови задачі головне – об'єкти і відношення між ними, графи представляють факти в наочній формі. Розв'язуючи задачі за допомогою графів, можна позбутися зайвих міркувань, зменшити навантаження на пам'ять. З одного боку, графи допомагають прослідкувати всі логічні можливості виучуваної ситуації, а з другого, (завдяки наочності) – допомагають аналізувати всі можливі варіанти та відкидати випадки, що не задовольняють умову. Розв'язування таких задач складається з двох етапів: встановлення базисної множини висловлень та представлення структури у вигляді графа. Такі задачі можна поділити на три підтипи:

1) умова формулюється за допомогою імплікації;

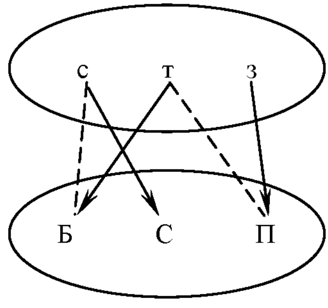
2) в умові задачі розглядається множина, що містить разом з базисною множиною висловлень ще й заперечення цих висловлень;

3) задачі своєю основою мають структуру, що представляє собою скінчену множину висловлень, поєднаних імплікацією, які містять базисні висловлення a, e, ..., їх заперечення $\bar{a}$, $\bar{e}$, ..., та всі кон'юнкції $\bar{a} \wedge \bar{e}$, $\bar{a} \wedge e$, $a \wedge e$, $a \wedge \bar{e}$.

За допомогою графів можна знайти більше, ніж один розв'язок та наявність зайвих даних в умові задачі (якщо такі є). Іноді граф може відігравати допоміжну роль у поєднанні з іншими методами розв'язування. Розглянемо приклад розв'язування задачі за допомогою графа [1].

<u>*Задача*</u>. На одному заводі працюють три друга: столяр, токар і зварювальник. Їх прізвища Борисов, Семенов, Петров. У столяра немає ні братів, ні сестер, він наймолодший з товаришів. Петров, одружений на сестрі Борисова, старший за токаря. Назвіть прізвища столяра, токаря та зварювальника.

<u>*Розв'язання*</u>. Побудуємо граф відношення, заданого в умові задачі. Для цього виділимо множину прізвищ (Б – Борисов, С – Семенов, П – Петров) та множину професій (с – столяр, т – токар, з – зварювальник), елементи яких будемо позначати точками. Якщо точці із однієї множини відповідає точка з другої, ми їх з'єднаємо стрілкою, а якщо не відповідає – штриховою лінією.



Таким чином, на графі цього рисунка

автоматично читаємо відповідь:

столяр – Семенов, токар – Борисов, зварювальник – Петров.

4. *Пошук мінімальних нормальних форм та зведення до досконалих нормальних форм.* Стосується формул алгебри висловлень, які логічно моделюють умови конкретної задачі. При розв'язуванні даного класу задач необхідна алгебра логіки, яка дозволяє перетворювати і спрощувати складні висловлювання, записані в символічній формі. Тому цей клас задач можна розглядати після систематичного вивчення у курсі математичної логіки алгебри висловлень.

Розв'язуючи різноманітні логічні задачі, можна помітити, що одну й ту саму задачу можна розв'язати декількома способами. Тому, для розвитку логічного мислення студентів необхідно не тільки пропонувати їм певний спосіб розв'язування задачі, а й рекомендувати пошук інших, можливо, більш раціональних способів розв'язання задач.

Література

1. Березина Л.Ю. Графы помогают решать логические задачи // Математика в школе. – 1972. – №2. – С. 62–64.
2. Бернацька Т.В. Логічні задачі // Математика. – 2001. – №27–28. – С. 1, 4, 5, 6.
3. Петров В.В., Коновалова Л.В. Спостереження та математичний експеримент під час розв'язування нестандартних задач // Математика в школі. – 2000. – №5. – С. 21–24.
4. Пуанкаре А. О науке. – М.: Наука, 1983. – 235 с.
5. Рожда Н. Решение логических задач // Математика. – 2002. – № 25–26. – С. 59–63.