

Міністерство освіти та науки України  
Криворізький державний педагогічний університет

Теорія та методика  
навчання математики,  
фізики, інформатики

*Збірник наукових праць*

Том 1

Кривий Ріг  
Видавничий відділ КДПУ  
2001

# ПРО УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАТЬ УЧНІВ ПРОФІЛЬНИХ ШКІЛ З ЧИСЛОВОЇ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ КУРСУ АЛГЕБРИ

О.В. Бич

м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Поняття числа – одне з провідних понять курсу математики середньої школи. Це поняття послідовно розширюється та розвивається, змістовно та якісно збагачується.

За програмою шкільного курсу алгебри числові множини вивчаються у різних класах, причому їх вивчення розділене досить тривалим часовим інтервалом: натуральні та дробові числа знайомі учням ще з початкової школи, з від'ємними числами школярі зустрічаються у курсі математики VI класу, ірраціональні числа вивчаються у VIII класі, комплексні числа та операції над ними учні розглядають у XI класі. При цьому методика вивчення числових систем у шкільному курсі математики відображає історичну послідовність розвитку поняття числа.

Еволюція поняття числа нерозривно пов'язана з еволюцією поняття рівності чисел, операцій над числами. Розвиток цих понять у математиці часто зумовлює розвиток самого поняття числа. Змінюючи умови рівності чисел, їх суми та добутку, отримують нові числа. Потім, на певному етапі еволюції новий вид чисел, створений внаслідок розвитку понять рівності, суми, добутку чисел у застосуванні до відомих чисел, набуває у єдності з цими поняттями нового якісного змісту. Еволюція поняття рівності, суми та добутку у застосуванні до тільки що створених чисел приводить до нового етапу розвитку поняття числа. Така схема розвитку поняття числа у математичній науці, де пріоритетне значення мають не самі числа, а операції, які над ними виконуються.

У шкільному курсі математики традиційно предметом вивчення є самі числа, як об'єкти, а не означені у даній числовій множині операції та відношення, які визначають її структуру. Внаслідок такого підходу до вивчення чисел, учні досить часто присвоюють властивості операцій певним числам, не мають уяв-

лень про замкненість числових множин відносно операцій, тощо. Учні не сприймають числову змістову лінію шкільного курсу у цілому, не розуміють відношень між: різними класами чисел, ідею розширення поняття числа, не бачать можливостей переносу властивостей числових систем на нечислові об'єкти.

Натуральні числа є основою для інших числових множин: цілих, раціональних, дійсних, комплексних чисел. Кожна з цих множин містить попередню, тобто є її розширенням. У математиці можливі різні шляхи здійснення розширення числової системи. Перший шлях – будують множину  $B$  як нову множину чисел, а потім ототожнюють певну її підмножину з множиною  $A$ . Другий шлях, який використовується у шкільній практиці при розширенні числових множин полягає у такому: доповнюють відому числову множину  $A$  (наприклад, множину натуральних чисел і нуль) новими, вже відомими числами (у даному випадку від'ємними) і отримують розширену множину  $B$  (множину цілих чисел).

Для обох шляхів суттєвим є виконання наступних умов:

1. Числова множина  $A$  (відома) повинна увійти в розширену множину  $B$  як її частина і стати окремим випадком чисел нової природи;

2. Усі операції, які виконуються в  $A$  визначаються і в  $B$ , причому так, що застосування цих операцій до елементів з  $B$  дають ті ж самі результати, що й при виконанні цих операцій за правилами, означеними в  $A$ . Властивості операцій, які мали місце в  $A$  мають місце і в  $B$ .

3. У множині  $B$  є виконуваною операція, яка не виконувалась у  $A$ .

4. Множина  $B$  повинна бути мінімальною.

У традиційному навчанні майже не приділяється увага обґрунтуванню виконуваності даних вимог.

Фундаментальність поняття числа у світі математики потребує вдосконалення методики вивчення числової змістової лінії шкільного курсу, знаходження нових засобів її узагальнення, особливо у школах математичного профілю. Одним із шляхів вдосконалення методики формування вмінь узагальнювати навчальний матеріал, а також: орієнтації на зближення шкільних математичних курсів з сучасною математичною наукою є озна-

йомлення учнів з основними поняттями сучасної математики які виконують у ній узагальнюючі функції.

До таких понять належать поняття алгебраїчної операції, алгебраїчної структури, математичної моделі. Поняття математичної моделі широко застосовується у різних галузях. Визначальна роль математичного моделювання для сучасної науки висуває відповідні вимоги до математичної підготовки учнів. Доцільно, щоб вони якомога раніше усвідомили ідею математичного моделювання. Математична модель реальної ситуації в багатьох випадках являє собою математичну структуру певного типу. Об'єкти цієї структури трактуються як (ідеалізовані) реальні «речі» (або поняття), а абстрактні відношення між цими об'єктами – як конкретні зв'язки між елементами дійсності. Отже використання ідеї алгебраїчної структури дозволяє узагальнити знання учнів з числової змістової лінії шкільного курсу, сприяє інтеграції знань учнів у межах курсу алгебри.

При цьому доцільно забезпечити розуміння учнями:

- ідеї розширення числових множин і основаної на ній логічної схеми розвитку поняття числа;
- можливості переносу властивостей числових систем на інші об'єкти можливо і нечислової природи, тобто що обчислювальний апарат, розроблений для певної числової множини володіє властивістю переносу, при умові, що сукупність об'єктів, яка розглядається алгебраїчно побудована за типом відомої числової множини;
- ідеї про те, що при вивченні різних об'єктів засобами математики, суттєвою є не природа об'єктів, а відношення між ними.

Реалізувати ці завдання доцільно в умовах диференціації запропонованого змісту за трьома рівнями викладання.

Перший – ознайомлювальний рівень передбачає оглядове ознайомлення з метою дати учням уявлення, які поширюють їх математичний і загальнонауковий кругозір. Домінуючий метод викладання – оглядова лекція.

Другий – ідейно-узагальнюючий рівень: вивчення науково-ідейного змісту теми з ілюструванням окремих застосовувань. Основна форма проведення занять на цьому рівні – семінари, самостійне виконання індивідуальних творчих робіт.

Третій – операційний рівень – вивчення змісту з метою формування навичок та вмінь його застосовувати при розв'язуванні задач. Це досягається на практичних заняттях і уроках формування навичок та вмінь. При цьому процес навчання слід будувати так, щоб кожен школяр міг найбільш повно реалізувати свої можливості, задовольнити пізнавальні потреби та інтереси.

Рівень, на якому пропонується конкретний матеріал, визначається:

- необхідним ступенем засвоєння способів діяльності; системою диференційованих вимог до засвоєння понять та математичних фактів в рамках теми;
- відбором форм і методів контролю та оцінки знань учнів.

Так, матеріал, який розглядається на лекції (ознайомлювальний рівень) носить, в основному, інформативний характер. Тому усвідомлення нових понять і відповідних їм термінів (нейтральний елемент, кільце, група) відбувається з опорою на конкретні приклади, відомі учням із традиційного курсу математики. При цьому увага акцентується на узагальнюючих функціях даних понять. Відповідно від учнів не вимагається знання строгих формулювань означень основних понять. Достатньо, щоб вони мали уявлення про ці поняття, могли їх пояснити, розпізнати та навести приклади.

Детальніше вивчення узагальнюючих понять та систематизуючих ідей, ілюстрація їх відповідних функцій в сучасній науці та шкільній математиці рекомендується на семінарських заняттях (ідейно-узагальнюючий рівень). Домінуючим критерієм у відборі теоретичного матеріалу, який пропонується для вивчення на семінарі є доступність змісту для самостійного опрацювання учнями.

Закріплення та поглиблення теоретичного матеріалу, формування практичних навичок та вмінь проходить на практичних заняттях (операційний рівень). Цей напрямок реалізується шляхом виконання системи вправ, яка включає дві групи:

- а) вправи підготовчого характеру, які орієнтовані на усвідомлення основних понять та ідей розглядуваної теми;
- б) вправи, що передбачають використання точних математичних означень понять.

Завдання першої групи пропонуються учням для самостійного виконання при фронтальній роботі або індивідуально (у вигляді карток, програмуючих тестів та ін.). Завдання другої групи використовуються на етапі закріплення теоретичних знань, формування вмінь. Зразки розв'язання таких вправ вчитель демонструє на лекції. При подальшому вивченні теми вправи другого типу пропонуються учням на різних заняттях (семінарах, практикумах) з різними дидактичними цілями.

Таку систему вправ ми розглядаємо як засіб навчання, який повинен:

- задовольняти загальнодидактичним вимогам (науковість, системність, доступність, відповідність матеріалу віковим особливостям учнів);
- задовольняти основним вимогам педагогічного процесу (забезпечення активної самостійної роботи, оволодіння учнями навичками самоаналізу і самоконтролю);
- забезпечувати умови для найбільш раціонального формування оберненого зв'язку.

Організований таким чином процес узагальнення математичних знань учнів профільних шкіл з числової змістової лінії курсу алгебри передбачає, в основному, самостійну роботу учнів, що сприяє переорієнтації навчального процесу «навчання» на процес «учіння».