

Міністерство освіти та науки України
Національна металургійна академія України

Теорія та методика
навчання математики,
фізики, інформатики

*Збірник наукових праць
Випуск V*

Том 2

Кривий Ріг
Видавничий відділ НМетАУ
2005

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ “ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ”

Г.П. Половина, О.М. Пльонкіна
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

В наш час саме у середній школі закладаються основи наукового світогляду. Його формування – це процес складний і тривалий, він протікає одночасно і в єдності з процесом навчання. Під час вивчення фізики учні зустрічаються з цікавим методологічним фактом, а саме тим, що якісно різні фізичні явища й закономірності виражаються зовнішньо однаковими математичними формулами. Це, зокрема, поступальний і обертальний рухи, які описуються подібними законами й закономірностями.

Про актуальність і доцільність вивчення теми “Динаміка обертового руху” у загальноосвітній середній школі, а тим більше в спеціалізованих класах з поглибленим вивченням фізики, говориться в працях багатьох методистів. В роботі [1] Е.Е. Евенчик вважає, що розкриття значення таких величин, як енергія, імпульс, момент імпульсу та відповідних законів збереження, обов’язково має починатися в механіці і продовжуватися в усіх інших розділах фізики. Це дає змогу учням краще зрозуміти фізичні явища і процеси, розширює їхній науковий кругозір і світогляд.

В роботі [2] Ю.А. Туманьян рекомендує при вивченні теми “Обертвий рух тіла” провести лабораторне заняття з визначення моменту інерції куль малого радіуса. Він досить детально розробив відповідну роботу з урахуванням того, що потенціальна енергія кулі при скочуванні по жолобу перетворюється на кінетичні енергії поступального та обертового рухів і частково витрачається на роботу проти сил тертя.

Аналіз результатів конкурсних робіт й олімпіад за останні роки показав, що тема “Динаміка обертового руху” засвоюється учнями не на належному рівні. Для учасників олімпіад, які крім теоретичних задач розв’язують експериментальні, ми рекомендуємо виконати лабораторну роботу, яка сприятиме більш глибокому розумінню такого поняття, як момент інерції, а також закону збереження енергії при поступальному та обертовому русі.

Лабораторна робота № 1 [3]

Тема: Визначення моменту інерції полого циліндру.

Мета: Визначення моменту інерції полого циліндру, використовуючи закон збереження енергії, а також основні закони динаміки поступального та обертового рухів.

Обладнання: штатив, довга дошка, терези, гирі, штангенциркуль, лінійка, секундомір.

I. Використання закону збереження енергії для визначення моменту інерції полого циліндру.

Енергія обертання полого циліндру з зовнішнім радіусом R і внутрі-

$$\text{шнім радіусом } r. \quad \frac{I_1 \omega^2}{2} = \frac{I \omega^2}{2} + \frac{I_2 \omega^2}{2}, \quad (1)$$

де I_1 , I та I_2 – відповідно моменти інерції суцільного циліндру радіуса R , полого циліндру, циліндру радіуса r (отвір), ω – кутова швидкість. З рівняння (1) випливає, що момент інерції полого циліндру дорівнює

$$I = I_1 - I_2.$$

Моменти інерції циліндрів відомі: $I_1 = \frac{1}{2} m_1 R^2$, $I_2 = \frac{1}{2} m_2 r^2$, де m_1 , m_2 – маси циліндрів; $m_1 = \rho \pi R^2 d$, $m_2 = \rho \pi r^2 d$, де ρ – густина речовини, із якої складаються циліндри, d – висота циліндрів.

Враховуємо, що $\rho = \frac{m}{\pi(R^2 - r^2)d}$, де $m = (m_1 - m_2)$ – маса циліндру з отвором, одержимо:

$$I = \frac{1}{2} m_1 R^2 - \frac{1}{2} m_2 r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi d (R^4 - r^4) = \frac{m}{2} (R^2 + r^2). \quad (1')$$

Як видно з останньої формули для визначення моменту інерції потрібно виміряти масу циліндру та його внутрішній і зовнішній радіуси.

II. Використання основних законів динаміки обертального та поступального рухів для визначення моменту інерції полого циліндру.

Циліндр знаходиться в поступальному та обертальному русі.

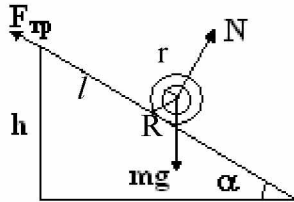


Рис. 1

Згідно з II законом Ньютона (рис. 1)

$$mg \sin \alpha - F_{mp} = ma, \quad (2)$$

де F_{mp} – сила тертя. Згідно з основним рівнянням динаміки обертального руху:

$$F_{mp} R = I \varepsilon, \quad (3)$$

де ε – кутове прискорення циліндру, I – потрібний момент інерції.

Розв'язуючи рівняння (2) і (3) разом, використовуємо співвідношення між лінійним a та кутовим ε прискоренням: $a = \varepsilon R$.

Отримаємо:

$$I = mR^2 \left(\frac{g \sin \alpha}{a} - 1 \right), \quad (5)$$

де $\sin \alpha = \frac{h}{l}$, h та l – потрібно виміряти. Для знаходження прискорення a

можна виміряти пройдений шлях і час руху t :

$$a = \frac{2S}{t^2} \quad (6).$$

Підставимо в формулу (5) значення (6), одержимо:

$$I = mR^2 \left(\frac{gt^2 \sin \alpha}{2S} - 1 \right) \quad (7).$$

Оцінюються похибки вимірювання моменту інерції та порівнюються результати, одержані різними методами.

Для більш глибокого засвоєння матеріалу на тему “Динаміка обертового руху” слід рекомендувати розв’язати наступні задачі.

Задача [4].

Супутник рухається по коловій орбіті в площині екватора на висоті, яка дорівнює радіусу Землі. З якою швидкістю повинен переміщуватися наземний спостерігач, щоб супутник з’являвся над ним кожні 5 годин? Напрямок руху супутника і обертання Землі співпадають.

Розв’язання.

На супутник, що рухається по коловій орбіті, діє сила тяжіння Землі $F = \gamma \frac{Mm}{r^2} = \gamma \frac{Mm}{4R^2}$, ($r = 2R$), де R – радіус Землі.

Поблизу поверхні Землі рівняння руху вільно падаючого тіла має вигляд: $mg_0 = \gamma \frac{Mm}{4R^2}$, звідси прискорення вільного падіння поблизу поверхні

Землі $g_0 = \gamma \frac{M}{R^2}$. Враховуючи це, перетворюємо вираз для сили тяжіння: $F =$

$$\gamma \frac{Mm}{4R^2} = g_0 \frac{m}{4}.$$

Так як супутник рухається по коловій орбіті з постійним прискоренням, то рівняння руху (2-й закон Ньютона) має вигляд: $m\omega^2 2R = g_0 \frac{m}{4}$.

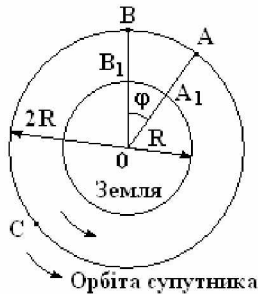


Рис. 2

Так як супутник переміщується в напрямку руху Землі (рис. 2), то за час $t = 5$ годин супутник проходить по своїй орбіті шлях $ABCA B = S = vt$ та попадає в точку B , яка знаходиться від точки A на відстані: $AB = vt - 2\pi r = r(\omega t - 2\pi) = 2R(\omega t - 2\pi)$.

Щоб супутник опинився над спостерігачем, останній повинен потрапити в точку B_1 за той же час, тобто пройти шлях A_1B_1 . Цей шлях він проходить зі швидкістю $v_1 + v_2$, де v_1 – швидкість спостерігача відносно землі, v_2 – швидкість Землі. Отже, $A_1B_1 = (v_1 + v_2)t$.

З рисунку видно, що за час t супутник і спостерігач проходять однакову куту відстань, тобто

$$\varphi_1 = \varphi_2, \varphi_1 = \frac{A_1B_1}{R}; \varphi_2 = \frac{AB}{2R} \text{ чи } \frac{(v_1 + v_2)t}{R} = \frac{2R(\omega t - 2\pi)}{2R}.$$

Враховуючи, що швидкість Землі $v_2 = \frac{2\pi R}{T}$, де $T = 24$ години – період обертання Землі, отримуємо

$$\frac{\left(v_1 + \frac{2\pi R}{T}\right)t}{R} = \omega t - 2\pi,$$

звідси

$$v_1 = \left(\omega - \frac{2\pi}{t} - \frac{2\pi}{T}\right)R = \left(\sqrt{\frac{g_0}{8R}} - \frac{2\pi}{t} - \frac{2\pi}{T}\right)R.$$

Підставляючи числові значення, одержимо: $v_1 = 111$ м/с.

Задача [5].

Полий циліндр з внутрішнім радіусом r та зовнішнім радіусом R котиться без проковзування з постійною швидкістю по горизонтальному столу. На внутрішній поверхні циліндру знаходиться невеличка шайба, коефіцієнт тертя ковзання якої по його поверхні дорівнює μ . При якій мінімальній швидкості циліндра шайба зможе знаходитися в спокої відносно нього (рис. 3).

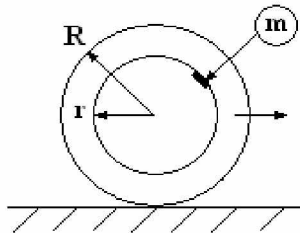


Рис. 3

Розв'язок.

Будемо розглядати сили, які діють на шайбу, коли її положення зада-

ється кутом α (рис.4). Ми поки що не знаємо, якому α відповідає мінімальна швидкість циліндра.

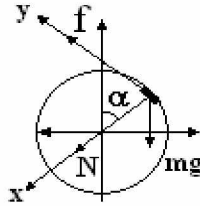


Рис. 4

За допомогою рис. 4 можна записати 2-й закон Ньютона:

$$m\omega^2 r = N + mg \cos \alpha$$

$$f = mg \sin \alpha \quad (1)$$

Умова не проковзування: $f \leq \mu N$

З системи (1) отримуємо:

$$m\omega^2 r \geq mg \cos \alpha + mg \frac{\sin \alpha}{\mu} = \frac{mg}{\mu} (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

Приймаючи до уваги, що

$$\sin \alpha + \mu \cos \alpha = \sqrt{1 + \mu^2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \sin \alpha + \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} \cos \alpha \right] = \sqrt{1 + \mu^2} \cos(\alpha - \phi)$$

де $\sin \phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$, $\cos \phi = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}$.

Так, як $\cos(\alpha - \phi) \leq 1$, то

$$m\omega^2 r \geq \frac{mg}{\mu} \sqrt{1 + \mu^2};$$

Оскільки $v = \omega R$, то $v^2 \geq \frac{R^2 g}{\mu r} \sqrt{1 + \mu^2}$.

Звідси отримуємо $\left[R^2 \frac{g}{r} \right] = [gr] = [v^2]$.

При $\mu=0$ шайба завжди буде ковзати вниз.

Відповідь: $v_{\min} = R \sqrt{\frac{g}{\mu r} (1 + \mu^2)^{1/4}}$.

Пропонуємо програму з вивчення динаміки обертového руху у фізико-математичних класах з поглибленим вивченням фізики, яку ми склали користуючись [6] та власним досвідом (табл. 1).

**Програма з вивчення динаміки обертового руху
в класах з поглибленим вивченням фізики**

Номер уроку	Тема уроку
1	Динаміка обертового руху матеріальної точки. Закон Ньютона. Додаткова сила.
2	Штучні супутники Землі. Космічні швидкості.
3	Розв'язування задач. Самостійна робота.
4	Динаміка обертового руху твердого тіла. Момент сили. Момент імпульсу. Основне рівняння динаміки обертового руху. Закон збереження моменту імпульсу.
5	Тверде тіло. Абсолютно тверде тіло. Кінематика руху абсолютно твердого тіла (теорема про проекції швидкостей).
6	Момент інерції твердого тіла. Взаємозв'язок між моментом імпульсу і моментом інерції. Основне рівняння динаміки обертового руху твердого тіла із закріпленою віссю обертання.
7	Моменти інерції твердих тіл правильної геометричної форми. Теорема Штейнера.
8	Лабораторна робота. Вимірювання моменту інерції пологого циліндру.
9	Кінетична енергія обертового й обертово-поступального рухів. Робота в обертовому русі.
10	Аналогія між поступальним і обертовим рухами. Розв'язування і складання задач.

Таким чином, діяльність учнів проходить на рівні розуміння й осмислення змістово-логічних зв'язків між різними видами знань та їх структурними компонентами. Цей метод навчання спрямований на розвиток мислення учнів, на застосування учнями знань, здобутих під час вивчення інших розділів механіки.

Література:

1. Эвенчик Э.Е. Модели центробежных механизмов в демонстрационных опытах // Физика в школе. – 1988. – № 4. – С. 58 – 63.
2. Туманьян Ю.А. Определение момента инерции шаров малого радиуса // Физика в школе. – 1990. – № 4. – С. 37 – 38.
3. Учебные задания для участников физических олимпиад. // АПНСССР. НИИ содержания и методов обучения. – М., 1989. – 82 с.
4. Прудников В.Н. Методические указания. Подготовительные курсы естественных факультетов МГУ. – М.: Издательство МГУ, 1976. – 16 с.
5. Троицкий С.В. Говорун Е.Н. Пособие по физике для 10 класса: Методические разработки для учащихся ВЗМШ. – М., 1992. – 48 с.
6. Попова Т.М. Динаміка обертального руху та його аналогія і подібність з поступальним рухом // Фізика та астрономія. – 2001. – №2. – С. 22-25.