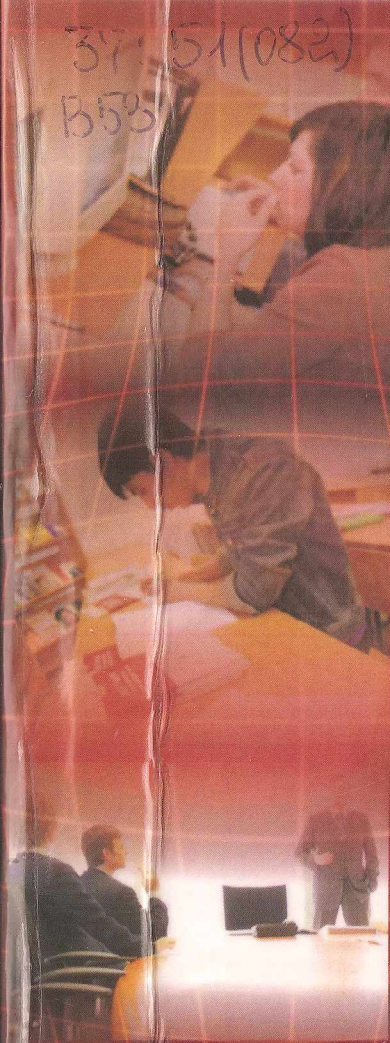


37.51(082)
B53



ВІСНИК

МІЖНАРОДНОГО
ДОСЛІДНОГО
ЦЕНТРУ

“ЛЮДИНА: МОВА,
КУЛЬТУРА, ПІЗНАННЯ”

ТОМ 42
2018

УДК 373.5.016:514]:159.955

УСНІ ЗАДАЧІ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ТІЛ ОБЕРТАННЯ

В статті розкриваються методичні особливості застосування усних задач з теми «Комбінації геометричних тіл» для розвитку просторової уяви учнів.

Ключові слова. Просторове мислення, просторова уява, уява, уявлення, комбінація геометричних тіл, усні задачі.

The article reveals the methodical features of the application of oral problems on the topic "Combinations of geometric bodies" for the development of spatial imagination of students.

Key words. Spatial thinking, spatial imagination, imagination, representation, combination of geometric bodies, oral tasks.

Постановка проблеми. Повсякденне життя людини, побут, професійна діяльність і вся навколишня природа пов'язані з просторовими об'єктами, ідеальними образами яких є геометричні тіла: призми, піраміди, конуси, циліндри, кулі та їх комбінації. Часто виникає практична необхідність визначати об'єм і площу поверхні об'єктів природи, побуту, виробництва, досліджувати їх розміри, взаємне розташування тощо. З погляду на це процес вивчення стереометрії, зокрема, вивчення комбінацій геометричних тіл, потрібно найперше розглядати як надбання учнями необхідних ключових компетентностей, загальнолюдських знань і цінностей.

Тема «Комбінації геометричних тіл» посідає особливе місце в шкільному курсі стереометрії. Успішне вивчення цієї теми передбачає, що учні:

- мають певний рівень розвитку просторової уяви;
- знайомі з методом зображення просторових тіл в паралельних проекціях;
- мають досвід побудови відповідних зображень;
- вміють лаконічно, правильно і послідовно обґрунтовувати хід розв'язання задач.

Вивчення даної теми є певним узагальненням усіх знань, умінь і навичок з планіметрії, стереометрії та тригонометрії, скульмінацією вивчення геометрії в школі.

Засвоєння системи понять, умінь, алгоритмів даної теми відбувається в процесі розв'язування задач, серед яких слід виділити так звані усні задачі. Вважається, що для їх розв'язання потрібний додатковий час на уроці. На нашу думку, з цим не можна погодитися, оскільки саме в процесі розв'язування усних задач, зокрема, при вивченні стереометрії:

- активізується просторова уява учнів;
- засвоюються базові поняття певної теми та співвідношення між ними;
- економиться навчальний час в процесі уроку;
- відбувається підготовка учнів до розв'язування певних типів завдань ЗНО.

Аналіз актуальних досліджень. Різні аспекти проблеми вивчення геометричних тіл знайшли відображення в історії розвитку передових ідей у методиці геометрії (М.В. Остроградський, А.Ю. Давидов, О.М. Астряб, О.С. Дубинчук, І.Є. Шиманський, І.Ф. Тесленко, І.А. Сверчевська та ін.). Зміст, форми і методи навчання геометрії, зокрема стереометрії, досліджували О.Д. Александров, Г.П. Бевз, М.І. Бурда, А.П. Кисельов, І.Г. Ленчук, О.В. Погорелов, Г.І. Саранцев, З.І. Слєпкань, Л.Г. Філон та ін. Науково-методичне забезпечення процесу навчання стереометрії розробляли Л.С. Атанасян, В.Г. Бевз, М.І. Бурда, Г.М. Литвиненко, З.А. Скопєць, Н.А. Тарасєнкова та ін. Методи розв'язування стереометричних задач та особливості їх вивчення у школі розглядалися у роботах В.Г. Бевз, Г.П. Бєвза, А.В. Грохольської, Я.М. Жовніра, І.А. Кушніра, О.І. Скафи, В.О. Швеця та ін. Проблему розвитку мислення і уяви відображено в книгах А.М. Леушина, І.С. Якиманської. Із зазначених математиків-методистів проблему використання усних задач при вивченні стереометрії досліджували: М.В. Остроградський, І.А. Сверчевська, В.Г. Бєвз, Г.П. Бєвза.

Мета даної статті полягає в тому, щоб показати роль усних задач для розвитку просторової уяви і просторового мислення учнів при вивченні теми «Комбінації геометричних тіл».

Виклад основного матеріалу. Одним з основних завдань вивчення стереометрії в сучасній школі є розвиток просторового мислення учнів.

В психолого-педагогічній літературі розглядаються такі взаємопов'язані поняття: «просторова уява», «просторове уявлення», «просторове мислення». С. Максименко визначає уяву як «психологічний процес відображення людиною предметів і явищ в цілому, в сукупності всіх їх якостей і властивостей [3]. М. Варій зазначає, що «уява — це відтворення у психіці людини предметів та явищ, які вона сприймала коли-небудь раніше, а також створення нових образів, предметів та явищ» [6]. Отже, уява виступає як результат перетворення наших уявлень, отриманих з реальної дійсності.

Просторова уява є вид розумової діяльності, що забезпечує створення просторових образів і оперування ними в процесі вирішення різних практичних і теоретичних завдань; це психологічне утворення, що формується у різних видах діяльності (практичної і теоретичної).

Формування просторових уявлень має такі структурні компоненти: сприйняття інформації про об'єкти, їх форму, кількісну характеристику, розміри (довжина, ширина, висота, площа, об'єм), розташування у просторі та на певній відстані один від одного; осмислення здобутої інформації у процесі утворення нового образу; закріплення його у пам'яті та оперування ним у процесі розв'язування задач.

Зазначимо, що просторове уявлення та просторова уява є передумовами формування просторового мислення особистості, які забезпечуються різними психічними процесами, а саме: сприйняттям, увагою, пам'яттю та уявою.

Розвиток просторового мислення відбувається у процесі накопичення зорових образів, понять, термінології; вироблення вмінь оперувати зоровими образами в найрізноманітніших ситуаціях; конструювання нових образів на основі усвідомлених і вже сформованих; формування просторової картини світу.

Зв'язок між поняттями «просторова уява», «просторове уявлення», «просторове мислення» встановлено в роботах І.С. Якиманської (рис.1).

Основним засобом розвитку просторового мислення учнів є розв'язування стереометричних задач, зокрема, з теми «Комбінації геометричних тіл». Дана тема вивчається після розділів «Многогранні кути. Многогранники» та «Тіла обертання». Задачі на комбінацію тіл дають можливість покращити в учнів прос-

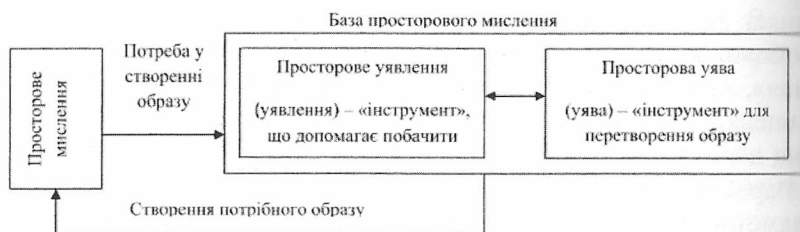


Рис.1. Зв'язок між просторовим мисленням, просторовим уявленням і просторовою уявою

торову уяву та просторове мислення, поглибити їх знання та уміння з попередніх розділів курсу стереометрії. Особливе місце серед цих задач займають задачі, що розв'язуються усно та напівусно, так звані «усні задачі».

У більшості випадків задачі, що розв'язуються на уроках стереометрії оформлюються на дошці та в зошитах учнів письмово: виконуються відповідний рисунок, записується розв'язання (хід міркувань), формулюється відповідь. При цьому роль усних задач недооцінюють.

Взагалі, усні задачі, активізують розумову діяльність учнів, уяву, увагу, спостережливість, пам'ять, швидкість реакції, підвищують інтерес до навчального матеріалу.

Усні задачі, що розв'язуються на початку уроку, допомагають учням швидко включитися в роботу, в середині або наприкінці уроку служать своєрідною розрядкою після напруги і втоми, викликаних письмовою або практичною роботою.

За формою сприйняття усні задачі поділяються на такі що:

- 1) виконуються учнями з використанням зорової опори (готові рисунки, моделі);
- 2) виконуються учнями без зорової опори.

Сформулюємо деякі загальні методичні рекомендації щодо організації навчальної діяльності учнів, пов'язаної з розв'язуванням усних задач.

1. Починати краще з усних задач, в яких пропонуються готові рисунки або моделі. Рисунки можуть бути пред'явлені в підручнику, на дошці або плакатах, на мультимедійній дошці.

2. Запропоновані рисунки повинні містити максимальну інформацію, задану в умові задачі (прямі кути, паралельність, перпендикулярність, довжини відрізків, рівні відрізки, тощо).

3. При розв'язуванні деяких усних задач дозволяється робити певні записи та письмові обчислення. При цьому не слід вимагати від учнів переносити рисунок в зошит, писати «дано», «знайти» або «довести».

4. В подальшому учням пропонується самостійно виконувати рисунки (ескізи) за умовою усної задачі, сформульованої вчителем.

5. Якщо передбачається, що учні будуть виконувати усну задачу без зорової опори, то пред'явити її можна або у вигляді письмового тексту, або прочитати в голос, при цьому чітко, повільно, з необхідними акцентами.

Розв'язання усних задач з теми «Комбінації геометричних тіл» базується на поняттях, що характеризують певні бінарні відношення, а саме: «тіло, вписане в інше тіло» і «тіло, описане навколо іншого тіла». Нагадаємо, що куля називається вписаною у многогранник, якщо вона дотикається до кожної грані многогранника. Многогранник називається вписаним у сферу, якщо всі його вершини лежать на сфері. Аналогічні означення можна сформулювати і для інших фігур, вписаних одна в одну. Але слід мати на увазі, що такі загальні означення не гарантують однозначного розміщення вписаних фігур. Для однозначного завдання комбінацій розглядуваних тіл слід уточнити, як саме вписано одне з них у друге. Для пар «призма – циліндр» і «піраміда – конус» прийнято домовленість, яку виражають такими означеннями: «Призма називається вписаною у циліндр, якщо основи призми вписані в кола основ циліндра. Піраміда називається вписаною в конус, якщо їхні вершини збігаються, а основу піраміди вписано в коло основи конуса. Якщо одне тіло вписане в інше, друге тіло називають описаним навколо першого» [4, с.209].

Розглянемо приклади усних задач, коли за одним готовим рисунком формулюється декілька завдань.

І. Усні задачі за готовим рисунком

1. Сфера вписана в циліндр, твірна якого дорівнює 10 см (рис. 1). Визначити:

- 1.1. радіус основи циліндра (5 см);
- 1.2. площу основи циліндра (25π см²);
- 1.3. площу осьового перерізу циліндра (100 см²);
- 1.4. площу бічної поверхні циліндра (100π см²);
- 1.5. площу повної поверхні циліндра (150π см²);
- 1.6. площу поверхні сфери (100π см²).

2. В циліндр вписана правильна шестикутна призма, висота якої дорівнює 12 см (рис. 2). Радіус основи циліндра дорівнює половині висоти призми.

- 2.1. Чому дорівнює діагональ AD ? (12 см)
- 2.2. Чому дорівнює сторона основи призми? (6 см)
- 2.3. Яка фігура є осьовим перерізом циліндра? (Квадрат)
- 2.4. Чому дорівнює площа осьового перерізу циліндра? (144 см²)
- 2.5. Чому дорівнює площа основи циліндра? (36π см²)
- 2.6. Чому дорівнює діагональ AC (розглянути трикутник ACD)? ($6\sqrt{3}$ см)

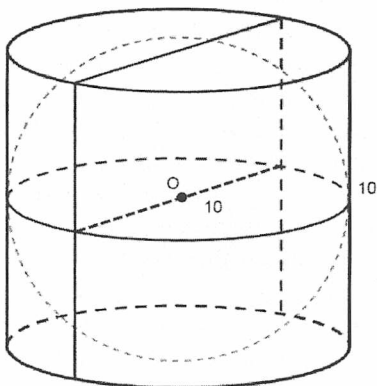


Рис. 1

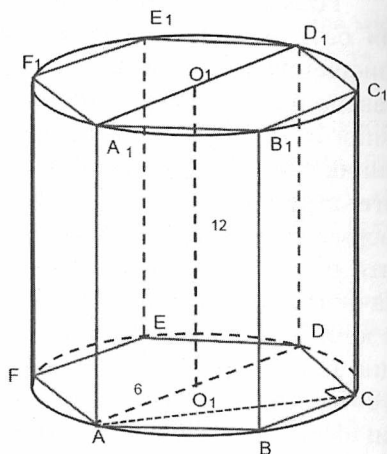


Рис. 2

3. У циліндр вписано трикутну призму, де $AC = 12$ см, $BC = 16$ см, AB проходить через центр основи циліндра. Висота призми дорівнює 10 см (рис. 3). Знайти:

- 3.1. радіус основи циліндра (10 см);
- 3.2. площу основи циліндра (100π см²);
- 3.3. площу основи призми (96 см²);
- 3.4. площу бічної поверхні циліндра (200π см²);
- 3.5. площу бічної поверхні призми (480 см²);
- 3.6. площу повної поверхні циліндра (400π см²);
- 3.7. площу повної поверхні призми (672 см²).

4. Піраміду $SABC$ вписано в конус. $AC = BC = 8$ см, $SO = 16$ см (рис. 4).

4.1. Встановити вид трикутника ABC (прямокутний рівнобедрений трикутник).

4.2. Знайти радіус основи конуса. ($4\sqrt{2}$ см)

4.3. Знайти площу основи піраміди. (32 см²)

4.4. Знайти площу основи конуса. (32π см²)

4.5. Знайти бічна ребра піраміди. ($12\sqrt{2}$ см)

4.6. Знайти площу осового перерізу конуса. ($64\sqrt{2}$ см²)

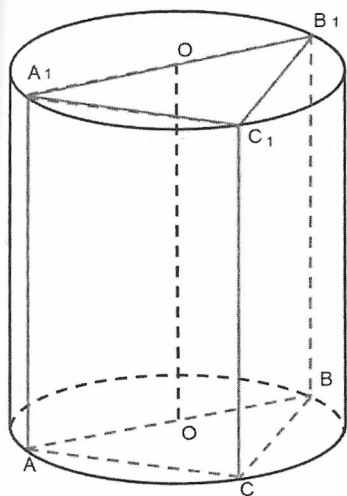


Рис. 3

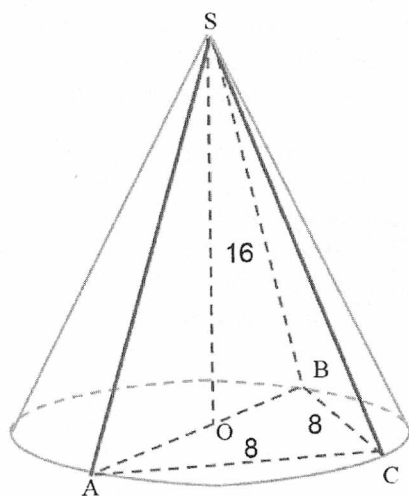


Рис. 4

Наведемо приклади усних задач на дослідження та обчислення, в яких не пропонується готовий рисунок.

II. Усні задачі без готового рисунка

1. Назвіть тіла, утворені обертанням:

1.1. прямокутника навколо своєї сторони (циліндр);

1.2. прямокутного трикутника навколо свого катета (конус);

1.3. прямокутного трикутника навколо гіпотенузи (комбінація конусів із спільною основою);

1.4. рівнобічної трапеції навколо осі симетрії (зрізаний конус);

- 1.5. кола навколо діаметра (сфера);
 1.6. круга навколо діаметра (куля);
 1.7. кола навколо прямої, яка його не перетинає і лежить в площині цього кола (тор).

2. Чи можна вписати:

- 2.1. будь-який конус в кулю? (Можна)
 2.2. кулю в конус? (Можна)
 2.3. у циліндр пряму призму, в основі якої лежить квадрат? (Можна)
 2.4. у циліндр пряму призму, в основі якої лежить ромб? (Не можна)
 2.5. у циліндр пряму трикутну призму? (Можна)

3. Чи можна в перерізі конуса площиною отримати:

а) чотирикутник; б) нерівнобедрений трикутник; в) правильний трикутник?

4. Чи завжди висота конуса, вписаного в трикутну піраміду, є і висотою піраміди? (Завжди)

5. Знайдіть радіус кулі, вписаної в куб з ребром a см.
 ($\frac{a}{2}$ см)

6. Чому дорівнює висота зрізаного конуса, у який вписано кулю радіуса R см. ($2R$ см)

7. Осьовим перерізом конуса є рівносторонній трикутник зі стороною a . Чому дорівнює висота піраміди, вписаної у цей конус? ($\frac{a\sqrt{3}}{2}$ см)

Під час розв'язування усних задач учням із початковим рівнем навчальних досягнень можна запропонувати повторити алгоритм розв'язання задачі. Такий диференційований підхід сприяє мобілізації уваги, формує і покращує основи просторового мислення й спонукає до активної участі в роботі не тільки сильних, але й слабких, неуважних учнів.

Задачі, які ми запропонували з даної теми, доцільно використовувати як перед поясненням нового матеріалу (їх можна вважати підготовкою до сприйняття теоретичного матеріалу), так і після пояснення нового матеріалу (для перевірки глибини засвоєння нового матеріалу).

Розв'язування усних задач з теми «Комбінації геометричних тіл» сприяє досягненню наступних цілей:

- удосконалюється уявлення про фігуру, яка обертається;
- розкриваються властивості тіл обертання;
- виробляється в учнів вміння знаходити і формулювати стереометричні задачі, аналогічні до раніше розв'язаних, або відомих результатів планіметрії;
- удосконалюється просторове мислення;
- виробляється в учнів вміння знаходити нестандартні шляхи до розв'язання усних задач.

Висновки. Все вищевикладене обґрунтовує роль і місце усних задач з теми «Комбінації геометричних тіл» для розвитку просторового мислення учнів.

Список використаних джерел

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: навч. посібник / Г.П. Бевз. – К.: Вища школа, 1989.
2. Василевский А.Б. Устные упражнения по геометрии: пособие для учителя / А.Б. Василевский. – Мн.: Нар. асвета, 1983.
3. Гордієнко І.В. Формування просторових уявлень в учнів під час навчання стереометрії / І.В. Гордієнко // Математика в сучасній школі. – 2013. – № 10. – С. 7-12.
4. Геометрія: 1 кл.: підруч. для загальноосвіт. навч. закл.: академ. рівень, профіл. рівень / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова, В.М. Владіміров. – К.: Генеза, 2011.
5. Четверухін М.Ф. Рисунки просторових фігур / М.Ф. Четверухін. – К.: Рад. шк., 1953.
6. Шемякин Ф.Н. Некоторые теоретические проблемы исследования пространственных восприятий и представлений / Ф.Н. Шемякин // Вопросы психологии. – 1968. – №4. – С. 1-28.
7. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников / И.С. Якиманская. – М.: Педагогика, 1980.