

# **ГІДРАВЛІКА І ГІДРАВЛІЧНІ МАШИНИ**

**курс лекцій**

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	4
<b>1. Фізико - механічні властивості рідин.....</b>	<b>4</b>
<b>2. Основи гідростатики .....</b>	<b>9</b>
2.1. Гідростатичний тиск і його властивості .....	9
2.2. Основне рівняння гідростатики.....	10
2.3. Закон Паскаля.....	14
2.4. Тиск рідини на плоскі стінки .....	15
2.5 Тиск рідини на циліндричну стінку .....	18
2.6 Закон Архімеда.....	20
2.7. Приклади застосування законів гідростатики в техніці.....	23
<b>3 . Основи гідродинаміки .....</b>	<b>25</b>
3.1 Основні визначення кінематики рідини .....	25
3.2. Рівняння нерозривності потоку .....	26
3.3.Рівняння Бернуллі .....	28
3.4. Приклади використання рівняння Бернуллі в техніці.....	35
3.5. Режими руху рідини .....	37
3.5.1. Число Рейнольдса .....	37
3.5.2. Втрати напору .....	39
3.5.3. Поняття гідродинамічної подібності і моделювання.....	44
3.6. Витікання рідини через отвори і насадки.....	45
3.6.1. Види витікання рідини через отвори .....	45
3.6.2. Витікання рідини через насадки.....	48
3.6.3. Практичне використання явища витікання.....	54
3.6.4. Динамічний вплив струмини на тверді перешкоди .....	56
<b>4.Гідравлічні машини.....</b>	<b>58</b>
4.1 Насоси .....	58
4.2. Гідравлічні двигуни .....	64
<b>5.Гідроелектростанції.....</b>	<b>65</b>



## ВСТУП

Гідравліка - це наука про закони руху і рівновагу рідин.

На основах законів гідравліки вирішуються багато інженерних завдань при нафтовидобутку, водопостачанні, меліорації земель, в машинобудуванні.

Гідравліка зародилася в стародавній Греції. Першою науковою працею по гідравліці вважається робота Архімеда "Про плаваючі тіла", що містить відомий закон про рівновагу тіла, зануреного в рідину.

Основоположниками гідравліки як науки були члени Російської Академії наук : М. В. Ломоносов, Леонард Ейлер і Данііл Бернуллі.

Працями цих вчених був заложений початок теоретичної гідромеханіки. Проте застосування теоретичних методів до практичних завдань, які висувала бурхливо розвиваюча техніка, не завжди призводило до задовільних результатів. В зв'язку з цим з кінця XVIII століття вчені інженери (Шези, Дарсі, Базен, Вейсбах) вивчали рух води в різних окремих випадках досвідченим шляхом, внаслідок чого була отримана значна кількість емпіричних формул. Створившись таким шляхом чисто практична гідравліка все більше віддалялася від теоретичної гідродинаміки. Зближення між ними намітилося лише до кінця XIX століття.

Нині гідравліка і аеродинаміка бурхливо розвиваються, ґрунтуючись на синтезі теоретичних і експериментальних методів.

### **1. Фізико - механічні властивості рідин**

Рідиною називають фізичне тіло, яке легко змінює свою форму під дією самих незначних сил. Воно має властивість текучості, тобто великою рухливістю своїх часток і тому набуває форми посудини, в якій воно знаходиться.

За механічними властивостями рідини розділяють на два класи: *стискувані* (краплинні) і *мало стискувані* (газоподібні). Краплинні рідини

відрізняються тим, що в малих кількостях набувають сферичної форми, а у великих утворюють вільну поверхню. Гази ж здатні до дуже значного зменшення свого об'єму під дією тиску і до необмеженого розширення за відсутності тиску, тобто вони мають велику стисливість.

Рідини характеризуються фізичними властивостями, найважливішими з яких являються питома вага, щільність, стисливість, в'язкість, температурне розширення, пружність, випаровуваність.

Питомою вагою рідини називається вага одиниці її об'єму, тобто

$$\gamma = G/V,$$

де  $G$  - вага рідини;  $V$  - об'єм, зайнятий нею.

Питома вага вимірюється в системі СІ в ньютонах на кубічний метр (Н/м<sup>3</sup>).

Щільністю називається маса рідини, що знаходиться в одиниці об'єму. Щільність визначається по формулі

$$\rho = m/V, \text{ кг/м}^3.$$

Збільшення об'єму рідини при нагріванні необхідно враховувати при їх практичному застосуванні, оскільки рідини, що нагріваються, можуть переливатися через краї резервуару, руйнувати герметично закриті посудини, викликати погрішність в роботі приладів.

Температурне розширення залежить від фізичної природи рідини і характеризується коефіцієнтом об'ємного розширення, який показує відносну зміну об'єму рідини при збільшенні температури на 1 градус.

Якщо позначити зміну об'єму  $\Delta V = V - V_0$ , а зміна температури  $\Delta t = t - t_0$ , то коефіцієнт об'ємного розширення можна представити вираженням

$$\beta_t = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

Під стисливістю розуміють властивість рідини змінювати свій об'єм під дією тиску. Оскільки усі краплинні рідини мають незначну стисливість, то в гідравлічних розрахунках їх частіше усього називають нестискуваними.

Стисливість оцінюється коефіцієнтом об'ємного стискування, який показує відносну зміну об'єму рідини що приходить на одиницю зміни тиску:

$$\beta_p = - \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p} \quad \text{м}^2/\text{н}.$$

Знак мінус у формулі показує, що додатньому приросту тиску  $\Delta p$  відповідає від'ємний приріст (зменшення) об'єму  $\Delta V$ .

Під пружністю розуміють здатність рідини приймати свій колишній об'єм після зняття зовнішнього навантаження. Коефіцієнт пружності  $\varepsilon = 1 / \beta_p$ . Властивість пружності визначає використання рідини як робоче тіло у багатьох гідравлічних пристроях і машинах і характеризується модулем пружності  $K$  (Па).

Для краплинних рідин модуль пружності зростає зі збільшенням температури і тиску. Випаровуваність рідин залежить від температури і тиску. При зниженні тиску в рідині і при підвищенні температури пружність пари збільшується і рідина закипає.

У звичайних умовах (при нормальному атмосферному тиску) вода містить близько 2% розчиненого в ній повітря. Очевидно, що при підвищенні температури і пониженні тиску, разом з випаром рідини в ній почнуть виділятися бульбашки повітря. Поява у воді пароповітряних бульбашок називається кавітацією.

Рідина, що містить пароповітряну суміш, набуває властивість, відмітні від властивостей води: стисливість її значно зростає. Потрапляючи в зону підвищеного тиску, бульбашки пари конденсуються і переходять в рідкий стан, а повітря стискається або повністю змикається. Це явище відбувається миттєво і супроводжується сильними ударами з різким підвищенням тиску, в декілька тисяч разів більшого ніж атмосферний. Оскільки мікроудари

багаторазово повторюються на дуже малій площині, відбувається руйнування твердої поверхні. В результаті має місце так звана *кавітаційна ерозія*.

Явище кавітації зменшує пропускну спроможність трубопроводів, знижує подачу і ККД насосів. Кавітаційна ерозія призводить до руйнування лопатей гідравлічних турбін, насосів, грибних гвинтів і навіть бетонних гідротехнічних споруд.

В'язкістю називається властивість рідини, яка чинить опір зрушенню або ковзанню одних шарів рідини відносно інших, оскільки між шарами рідини виникають сили внутрішнього тертя і дотична напруга.

Уперше пропозицію про наявність сил внутрішнього тертя висловив І. Ньютон в 1886 р.

Згідно з гіпотезою І. Ньютона величина сил внутрішнього тертя між шарами не залежить від тиску, а залежить від роду рідини, площі зіткнення шарів і відносної швидкості переміщення. Щоб краще зрозуміти це твердження, розглянемо малюнок 1.



*Мал. 1. Розподіл швидкостей при течії в'язкої рідини уздовж стінки.*

При русі в'язкої рідини уздовж твердої стінки відбувається гальмування потоку за рахунок тертя часток об стінку. В результаті швидкості руху шарів буде зменшуватись по мірі наближення їх до стінки. Очевидно, що у

безпосередній близькості від стінки знаходиться загальмований елементарний шар, де швидкість близька до нуля.

Відмінність в швидкостях руху призводить до того, що відбувається прослизання сусідніх шарів і виникнення дотичної напруги :

$$\tau = \pm\mu(du/dy),$$

де  $\tau$  - напруга сил тертя, сусідніх шарів, що виникають на поверхні;

$\mu$  - коефіцієнт динамічної в'язкості, що характеризує властивості цієї рідини (іноді його називають коефіцієнтом абсолютної в'язкості), Па · с;

$du/dy$  - градієнт швидкості по нормалі, або швидкісна деформація.

Знак у формулі приймають залежно від знаку градієнта швидкості  $du/dy$ , який може бути і додатнім і від'ємним, тоді як напруга сил тертя має бути завжди додатньою.

Фізичний сенс коефіцієнта динамічної в'язкості  $\mu$  можна зрозуміти, прийнявши  $du/dy = 1$ . Тоді  $\tau = \pm\mu$ . Таким чином, коефіцієнт динамічної в'язкості можна розглядати як напругу внутрішнього тертя при градієнті швидкості, рівному одиниці. Значення  $\mu$  знаходять досвідченим шляхом за допомогою приладів, що називаються віскозиметрами.

Плинність рідин характеризується величиною, зворотною коефіцієнту динамічної в'язкості:  $1/\mu$  (1/ Па · с).

У гідравлічних розрахунках часто використовують *коефіцієнт кінематичної в'язкості*, рівний відношенню динамічної в'язкості до щільності рідини:

$$\nu = \mu/\rho.$$

Одиниця кінематичної в'язкості 1 Ст =  $1 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/з . У неї не входить одиниця сили, що і послужило приводом назвати цей коефіцієнт кінематичним у відмінності від динамічного.

В'язкість краплинних рідин значною мірою залежить від температури. Це пояснюється тим, що в рідинах молекули розташовані близько один до одного. Оскільки в'язкість обумовлена силами міжмолекулярного зчеплення,



а ці сили зі збільшенням температури рідини зменшуються, то і в'язкість її зменшується.

В'язкість грає істотну роль при перекачуванні рідини по трубах і при роботі різних машин. Особливо важлива залежність в'язкості змащувальних мастил від температури. Наприклад, значне зниження в'язкості автомобільних мастил при підвищенні температури може зробити їх занадто рідкотекучими. В результаті погіршуються їх робочі характеристики, що викликає передчасне зношення двигуна.

У гідравліці створена модель абстрактної, не існуючої в природі рідини, яка називається *ідеальною рідиною*. Для ідеальної рідини характерні наступні допущення:

абсолютна нестискуваність, тобто незмінність об'єму під дією зовнішніх сил і температури;

повна відсутність в'язкості, тобто унеможливлення виникнення сил внутрішнього тертя.

*Реальна рідина* відрізняється від ідеальної передусім тим, що при її русі виникає дотична напруга (внутрішнє тертя). У рідині, що знаходиться в стані спокою дотична напруга завжди відсутня, і тому в гідростатиці немає необхідності розрізняти реальну і ідеальну рідину.

У гідравліці прийнято ще одне допущення. Рідина розглядається як безперервне, суцільне середовище, що заповнює простір без порожнеч і проміжків

## 2. Основи гідростатики

### 2.1. Гідростатичний тиск і його властивості

*Гідростатика* - розділ гідравліки, що вивчає закони рівноваги рідин. Для викладу цих законів необхідно на початку розглянути сили, діючі на деякий об'єм рідини, яка знаходиться в стані спокою.

Зовнішні сили, діючі на цей об'єм можуть бути розділені на дві групи :

1) *Масові сили*, які пропорційні масі виділеного об'єму рідини і діють на усі частки середовища цього об'єму (сила тяжіння, відцентрова сила);

2) *Поверхневі сили*, яка діють на зовнішній поверхні виділеного об'єму рідини і пропорційні площі цієї поверхні (сили тиску поршня на рідину, тиску стінок посудини на рідину, атмосферного тиску на вільну поверхню рідини).

Під дією зовнішніх сил в кожній точці даного об'єму рідини, яка знаходиться в стані спокою, виникають внутрішні сили, які обумовлюють напружений стан рідини. Напружений стан в кожній точці рідини характеризується тиском.

*Гідростатичним тиском в точці називається межа відношення сили тисків до площі, на яку вона діє, при прагненні цієї площі до нуля, тобто при стяганні площини в точку:  $P = \lim \Delta P / \Delta \omega, \Delta \omega \rightarrow 0$ .*

Гідростатичний тиск можна відлічувати або з нуля, або від атмосферного тиску. Якщо тиск відлічувати від нуля, то його називають абсолютним, а якщо від атмосферного тиску - надмірним або манометричним. Отже, абсолютний тиск

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{а}} + P_{\text{надм.}}$$

За одиницю тиску в системі СІ прийнятий тиск, при якому на площу  $1\text{ м}^2$  діє сила  $1\text{ Н}$ . Ця одиниця називається Паскалем (Па). На ряду з цією одиницею на практиці широко використовується також позасистемна одиниця - технічна атмосфера (ат), рівна  $0,1\text{ МПа}$ .

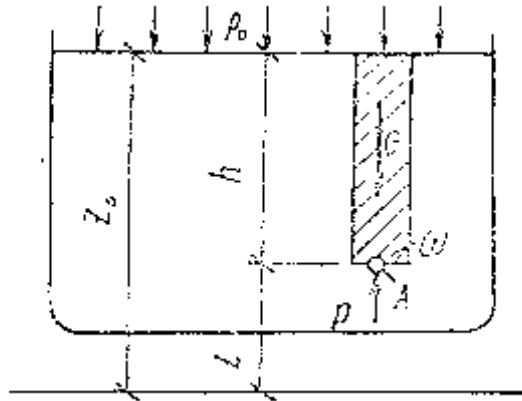
Гідростатичний тиск має дві важливі властивості:

1. *На поверхні рідини гідростатичний тиск завжди спрямований по нормалі всередину даного об'єму рідини;*
2. *У будь-якій точці усередині рідини гідростатичний тиск по усіх напрямках однаковий.*

## **2.2. Основне рівняння гідростатики**

Розглянемо рідину, що знаходиться в посудині в абсолютному спокої. Нехай на неї діє одна масова сила - сила тяжіння. Нехай тиск на вільній

поверхні дорівнює  $p_0$  (рис 2). Знайдемо гідростатичний тиск в точці  $A$ , розташованою на глибині  $h$  від вільної поверхні.



Мал. 2. Схема до виведення основного рівняння гідростатики

Виділимо навколо точки  $A$  горизонтальну площину  $\omega$  і побудуємо на ній вертикальний циліндричний об'єм заввишки  $h$ .

Оскільки даний об'єм знаходиться в рівновазі, то сума проєкцій усіх сил на вертикальну вісь повинна дорівнювати нулю.

На циліндричний об'єм діють наступні сили: 1) зверху вниз - сила тиску дорівнює  $p_0 \omega$  і усі рідини у вказаному об'ємі, рівна  $G = \gamma h \omega$ ; 2) від низу до верху - сила гідростатичного тиску на нижню площину  $\omega$ , рівна  $p \omega$ .

Отже:

$$p_0 \omega + \gamma h \omega - p \omega = 0.$$

Сили тиску, діючі на бічну поверхню циліндра, до рівняння не увійдуть, оскільки вони горизонтальні і проєкції на вертикальну вісь не дають.

Скоротивши на  $\omega$  і перегрупувавши члени, отримаємо

$$p = p_0 + \gamma h.$$

Це рівняння називають *основним рівнянням гідростатики*. Воно показує, що абсолютний тиск у будь-якій точці рідини, яка знаходиться в стані спокою, на глибині  $h$  складається з тиску на вільній поверхні  $p_0$  і тиску, створеного вагою стовпа рідини  $\gamma h$ . При відкритій посудині перший доданок в правій частині рівняння рівний атмосферному тиску, другий доданок  $\gamma h$

буде надмірним тиском. Для точок, розташованих на однаковій глибині під рівнем вільної поверхні, надмірний гідростатичний тиск буде однаковий. Сукупність точок з однаковими  $h$  утворюють поверхні з однаковими тисками, що називаються *поверхнями рівня*. В даному випадку поверхнями рівня є горизонтальні площини, а вільна поверхня є однією з поверхонь рівня.

Поверхні рівня володіють двома основними властивостями:

1. Дві поверхні рівня не торкаються між собою;
2. Рівнодійна масових сил направлена нормально до поверхні рівня.

Основному рівнянню гідростатики можна надати іншу форму запису. Візьмемо на довільній висоті горизонтальну площину порівняння, від якої вертикально вгору відлічуватимемо координати  $z$  (див. мал. 2). Позначимо через  $z$  координату точки А, а через  $z_0$  координату вільної поверхні рідини. Оскільки  $h = z_0 - z$  то отримаємо

$$p = p_0 + \gamma(z_0 - z).$$

Розділивши усі члени цієї рівності на  $\gamma$  і перегрупувавши їх, запишемо

$$z + p/\gamma = z_0 + p_0/\gamma.$$

Оскільки для будь-якої точки рідини координата вільної поверхні  $z_0$  і тиск  $p_0$  залишаються постійними, права частина цього рівняння є величина постійна, а тому можна стверджувати, що для усього даного об'єму рідини

$$z + p/\gamma = \text{const.}$$

Це - друга форма запису основного рівняння гідростатики.

Координата  $z$  називається геометричною висотою. Другий доданок  $p/\gamma$  має також лінійну розмірність і називається *п'єзометричною висотою*. П'єзометричну висоту, що відповідає надмірному тиску, можна спостерігати у відкритій згорі скляній трубці, яка називається *п'єзометром відкритого типу*.

Застосовуючи основне рівняння гідростатики до рідини, що знаходиться у відкритому п'єзометрі, отримуємо абсолютний тиск в рідині на рівні приєднання п'єзометра :

$$P_{абс} = P_a + \gamma h_{п},$$

де  $P_a$  - атмосферний тиск;  $h_n$  - висота підйому рідини в п'єзометрі.

Приведена висота  $h_{np}$  завжди буде більше ніж п'єзометрична висоти  $h_n$  на величину, рівну висоті стовпця рідини, що відповідає атмосферному тиску.

Часто тиск виражають у вигляді відповідної п'єзометричної формули

$$h_{п} = p_{надм} / \gamma.$$

Сума п'єзометричної  $h_n$  і геометричною  $z$  висот називається *п'єзометричним напором*  $H_n$  в цій точці рідини по відношенню до якої-небудь горизонтальної площини порівняння :

$$H_{п} = h_{п} + z.$$

Замінивши  $h_{п} = P_{надм} / \gamma$  після перетворення отримаємо:

$$H_{п} = z + p_{надм} / \gamma = z + p_{абс} / \gamma - p_a / \gamma.$$

Сума приведеної висоти тиску  $h_{np}$  і геометричної висоти положення  $z$  даної точки відносно довільної площини порівняння називається *гідростатичним напором* в цій точці рідини

$$H_{г} = h_{np} + z,$$

тобто можна записати

$$H_{г} = z + p_{абс} / \gamma = P_o / \gamma + h.$$

Оскільки тиск на вільній поверхні рідини в посудині  $p_o$  і сума висот  $z + h$  однакові для будь-якої точки рідини, то

$$H_{г} = p_o / \gamma + z + h = const,$$

тобто гідростатичний натиск для усіх точок рідини, яка знаходиться в стані спокою, є величина постійна.

Оскільки атмосферний тиск не залежить від положення даної точки в рідині, то можна зробити висновок, що і п'єзометричний натиск  $H_n$  рідини, що в усіх точках покоїться, однаковий, тобто

$$H_{п} = z + p_{абс} / \gamma - p_a / \gamma = const.$$

Звідси витікає, що і рівні п'єзометричних висот для усіх точок рідини, яка знаходиться в стані спокою, лежать в одній і тій же горизонтальній площині, яка називається площиною п'єзометричного напору.

Якщо абсолютний тиск в рідині менший за атмосферний, то говорять, що є розрідження, або вакуум. За розрідження, або вакуум, приймається недолік тиску до атмосферного:

$$P_{\text{вак}} = p_a - p_{\text{абс}},$$

або

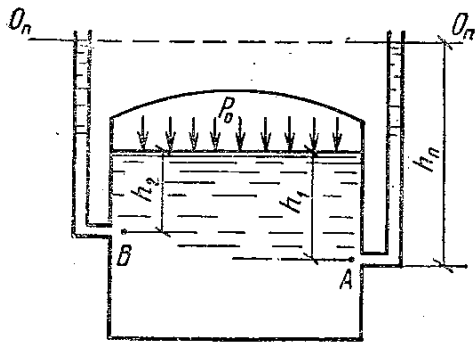
$$h_{\text{вак}} = \frac{P_{\text{вак}}}{\gamma} = \frac{P_a - P_{\text{абс}}}{\gamma}.$$

Вакуум рідини вимірюється за допомогою приладів які мають назву вакуумметрами. Для виміру тиску рідин окрім п'єзометрів використовують манометри, які діляться на рідинні і механічні.

Для виміру різниці тисків в двох точках служать диференціальні манометри, найпростішим з яких є U - образний манометр, заповнений ртуттю. Для виміру малих різниць тиску рідини застосовують мікроманометри. Для виміру тиску більше 0,2 - 0,3 МПа застосовують пружинні манометри.

### 2.3. Закон Паскаля

Основне рівняння гідростатики  $p = p_o + \gamma h$  показує, що тиск на поверхні рідини  $p_o$  передається у будь-яку точку усередині рідини без зміни. Дійсно, для точки  $A$ , розташованою на глибині  $h_1$  під вільною поверхнею рідини, гідростатичний тиск  $p_A = p_o + \gamma h_1$ , а для точки  $B$ , розташованої на глибині  $h_2$ ,  $p_B = p_o + \gamma h_2$  (мал. 3). Як бачимо, тиск  $p_o$  однаковий для цих двох точок. Так само тиск  $p_o$  є однаковим для усіх точок об'єму рідини. У зв'язку з цим, враховуючи другу властивість гідростатичного тиску, можна сформулювати закон Паскаля: *тиск, прикладений до зовнішньої поверхні рідини, передається усім точкам цієї рідини і по усіх напрямках однаково.*



Мал.3. Схема до доказу закону Паскаля

Мал. 4. Схема гідравлічного пресу

На використанні закону Паскаля заснована будова простих гідравлічних машин : гідравлічних пресів, домкратів, підйомників та ін.

На малюнку 4 показана принципова схема гідравлічного пресу, який складається з малого циліндра з поршнем площею  $\omega_1$ . Циліндри сполучені між собою трубопроводом. Якщо на поверхню рідини в малому циліндрі натиснути через поршень з силою  $P_1$ , то ця сила створить під поршнем тиск  $p_1 = P_1 / \omega_1$ . За законом Паскаля цей тиск передається в усі точки рідини. Отже на поршень з площею  $\omega_2$  передається теж тиск  $p_1$  і діє сила тиску  $P_2 = p_1 \cdot \omega_2$ . Підставивши в цей вираз значення  $p_1$  отримаємо

$$P_2 = P_1 \omega_2 / \omega_1.$$

Таким чином, на поршень з площею  $\omega_2$  через рідину передається сила  $P_2$ , в стільки разів більша сили тиску  $P_1$ , в скільки разів площа  $\omega_2$  більше площі  $\omega_1$ .

#### 2.4. Тиск рідини на плоскі стінки

На практиці часто необхідно визначити силу, з якою рідина давить на поверхню, що обмежує її. Розглянемо тиск рідини на плоску стінку, розташовану під деяким кутом  $\alpha$  до горизонту (мал. 5). Необхідно визначити силу тиску, її напрям і точки прикладення. Виберемо систему координат так, щоб вісь  $y$  проходила по її площині, а початок координат співпадав з лінією перетину площини стінки і вільної поверхні рідини.

Відомо, що гідростатичний тиск нормальний до площини, на яку він діє. Розбивши плоску стінку на елементи площини  $dS$  і враховується, що

гідростатичний тиск у будь-якій точці поверхні стінки визначається згідно з основним рівнянням  $p = p_o + \gamma h$ , можна виразити силу тиску на елементарну площину  $dS$  як

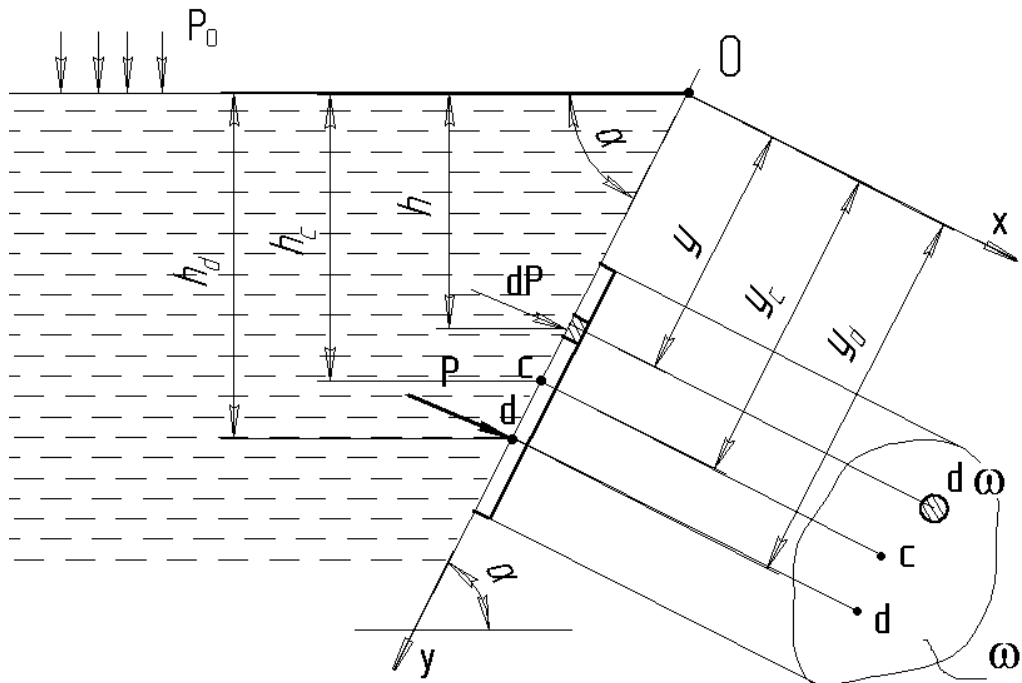
$$dP = p dS = (p_o + \gamma h) dS,$$

де  $h$  - глибина розташування площини  $dS$ .

Сила тиску на усю стінку визначається підсумовуванням елементарних сил  $dP$ :

$$P = \int_S p dS = \int_S p_o dS + \int_S \gamma h dS = p_o S + \gamma \sin \alpha \int_S y dS,$$

де  $y$  – координата центра площини  $dS$ , а  $h = y \sin \alpha$ .



Мал.5. До визначення сили тиску на плоску стінку.

Як відомо з курсу теоретичної механіки, вираження  $\int_S y dS$  є статичним моментом площини  $dS$  відносно  $Ox$  і дорівнює добутку площі  $S$  на координату її центра тяжіння  $y_c$ , тобто  $\int_S y dS = y_c S$ , но  $y_c \sin \alpha = h_c$  - глибина розташування центру тяжіння площі  $S$ .

Отже рівняння остаточно має вигляд:

$$P = p_o S + \gamma h_c S = (p_o + \gamma h_c) S = p_c S.$$



Таким чином, сила повного гідростатичного тиску рідини на плоску стінку дорівнює площі змоченої поверхні цієї стінки, помноженої на значення тиску в центрі тяжіння цієї поверхні. Коли  $p_0$  рівно атмосферному тиску і діє на обидві сторони однаково, то відбувається його компенсація. В цьому випадку в розрахунках його не враховують. Надмірний тиск, тобто тиск самої рідини на стінку:

$$P_{\text{надм.}} = \gamma h_c S.$$

Якщо стінка розташована вертикально і має прямокутну форму заввишки  $H$  і шириною  $b$ , а  $h_c = H/2$ , то рівняння матиме вигляд:

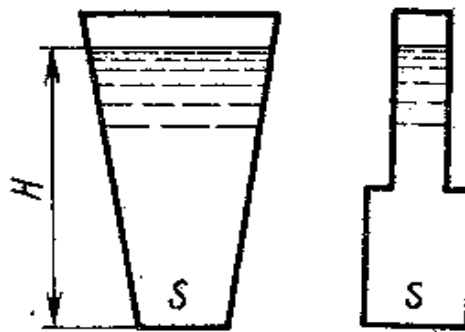
$$P_{\text{надм.}} = \gamma b H^2 / 2.$$

Якщо стінка розташована горизонтально (наприклад дно посудини), а рідина наповнює посудину на висоту  $H$ , то

$$P_{\text{надм.}} = \gamma H S.$$

З цього рівняння виходить, що тиск рідини на дно посудини залежить тільки від висоти його наповнення, площі дна і питомої ваги рідини.

Ця особливість для посудин різної форми відома під назвою гідростатичного парадоксу, див. Мал.6.



Мал.6. Ілюстрація гідростатичного парадокса.

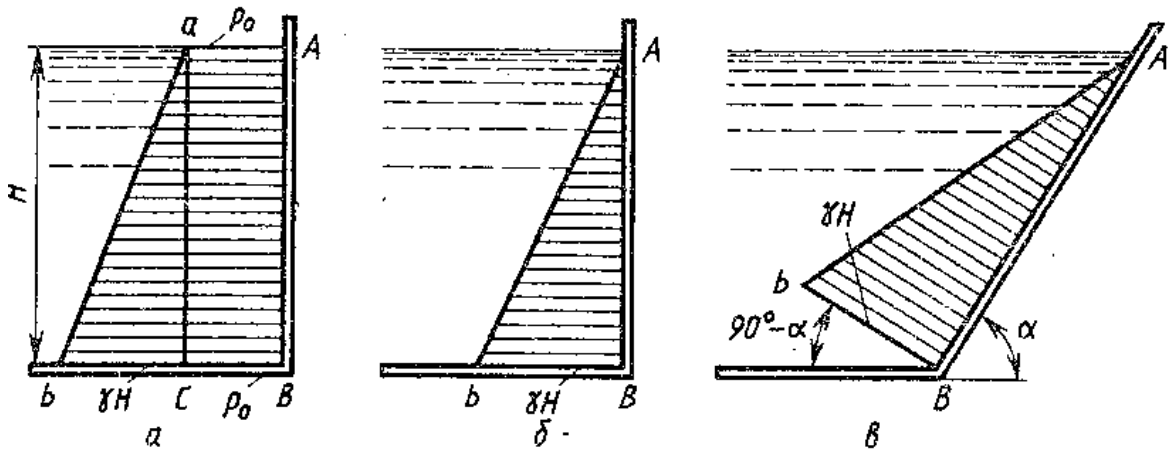
Часто для наочності будують діаграми розподілу тиску на змочену поверхню, що називаються епюрами тиску. Будують їх таким чином. У точці зіткнення вільної поверхні рідини із стінкою відновлюють перпендикуляр і на ньому відкладають в масштабі значення тиску  $p_0$ . З точки присічення стінки з дном відновлюють інший перпендикуляр і відкладають два відрізки,

рівні значенням  $p_0$  і  $\gamma H$ . З'єднавши відкладені відрізки, отримують епюру абсолютного (повного) тиску яка має форму трапеції  $AbaB$  (рис .7а).

Якщо тиск зовнішнього середовища не враховується, то епюру будують тільки для надмірного тиску; тоді манометричний тиск в точці  $A$  дорівнює нулю, а в точці  $B$  - значенню  $\gamma H$  і епюра матиме форму трикутника  $AbB$  (мал.7б).

Якщо стінка нахилена під кутом  $\alpha$  (Мал. 7в), то манометричний тиск  $\gamma H$  відкладається на перпендикулярі, відновленому з точки  $B$ .

Точку прикладення рівнодійної сили надмірного тиску рідини називають *центром тиску*.



Мал.7. Епюри гідростатичного тиску.

Доведено що координата центру тиску :

$$y_D = \frac{I_c}{S y_c} + y_c ,$$

де  $I_c$  - момент інерції змоченої фігури;

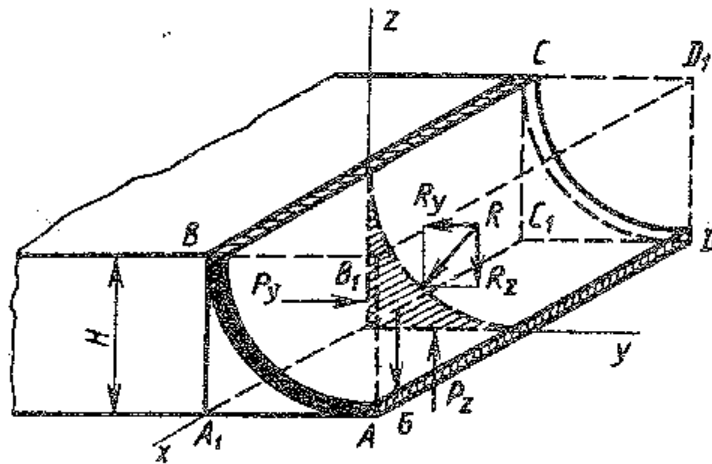
$S$  - площа змоченої поверхні стінки;

$y_c$  - координата центру тяжіння стінки.

## 2.5 Тиск рідини на циліндричну стінку

Широке застосування на практиці отримав розрахунок циліндричних поверхонь, схильних до тиску рідини (стінки циліндричних посудин і

трубопроводі). Тиск рідини в цих випадках зводиться до однієї рівнодійної, такої, що лежить в площині симетрії.



Мал. 8. До визначення сили тиску на циліндричну стінку.

Розглянемо деякий об'єм рідини, обмежений циліндричною опуклою поверхнею  $ABCD$  (мал. 8). Проведемо в об'ємі рідини вертикальну площину  $A_1BCC_1$  і дослідимо умову рівноваги об'єму рідини, обмеженого між циліндричною поверхнею  $ABCD$ , вертикальною площиною  $A_1BCC_1$  і горизонтальною площиною  $AA_1C_1D$ . Проведемо також тривимірну систему координат так, щоб початок координат співпадав з серединою ребра  $A_1C_1$ .

На досліджуваній об'єкт рідини діють наступні сили. З боку рідини: горизонтальна складова, чисельно рівна силі тиску на вертикальну стінку  $A_1BCC_1$

$$P_y = \gamma S_{A_1BCC_1} H/2;$$

і вертикальна складова сили тиску на горизонтальну площину  $AA_1C_1D$

$$P_y = \gamma S_{AA_1C_1D} H.$$

З боку циліндричної поверхні діє сила реакції цієї поверхні  $R$ , рівна за значенням і зворотна по напрямку шуканій силі тиску на циліндричну стінку. Цю силу можна розкласти на дві складові  $R_y$  і  $R_z$ .

Крім того, усередині досліджуваного об'єму рідини діє сила тяжіння  $G$ , прикладена в центрі тяжіння цього об'єму і спрямована вертикально вниз.

Під дією цих сил досліджуваній об'єм рідини знаходиться в рівновазі. Складемо рівняння рівноваги об'єму рідини в проекціях на координатні осі:

$$\Sigma Y = 0; P_y - R_y = 0, \text{ звідки } R_y = P_y;$$

$$\Sigma Z = 0; P_z - R_z - G = 0, \text{ звідки } R_z = P_z - G.$$

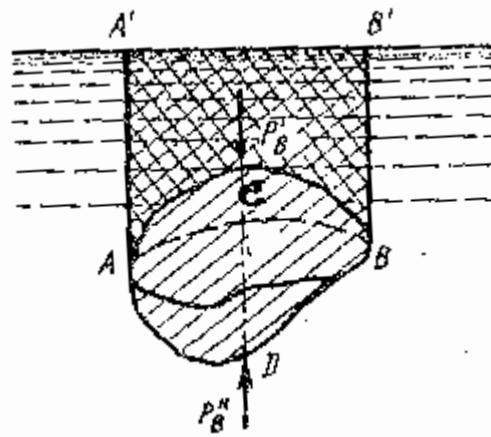
Рівнодійна сили тиску рідини на циліндричну стінку визначається по рівнянню

$$R = \sqrt{R_y^2 + R_z^2}.$$

Напрямок цієї рівнодійної сили визначиться по кутах її нахилу до осей координат:  $\cos(R, Y) = R_y/R$ ;  $\cos(R, Z) = R_z/R$ .

## 2.6 Закон Архімеда

Розглянемо умови плавання твердого тіла  $ACBD$  (мал. 9).



Мал. 9. Умови плавання тіла.

Проведемо на поверхню рідини проектуючі відрізки  $AA_1$  і  $BB_1$ . Між цими лініями, поверхнею твердого тіла  $ACB$  і проекцією твердого тіла на вільну поверхню рідини  $A_1B_1$  утворився замкнутий об'єм рідини  $AA_1B_1BCA$ , який чинить вплив на тверде тіло силою  $P'_B$ , направлений вертикально вниз. Вона чисельно дорівнює вазі рідини в об'ємі  $AA_1B_1BCA$ .

На нижню частину поверхні твердого тіла діє інша сила  $P''_B$ , спрямована вертикально вгору. Вона дорівнює вазі рідини в об'ємі  $AA_1B_1 BCDA$ . Рівнодійна сил тиску рідини на тверде тіло дорівнюватиме вазі рідини в об'ємі, рівному різниці розглянутих вище двох об'ємів, тобто в об'ємі тіла  $ABCD$ :

$$F = P''_B - P'_B = G_{ACBD} = \gamma V_{ACBD}.$$

Сила  $F$  називається архімедовою силою, а закон Архімеда формулюється таким чином: на будь-яке тіло, занурене в рідину, діє виштовхувальна сила, яка дорівнює вазі витісненої даним тілом рідини і за напрямом протилежна їй і прикладена у центрі мас витісненого об'єму рідини.

Таким чином, на тіло, занурене в рідину, діє дві сили: архімедова сила (підйомна)  $F$  і вага тіла  $P$ . Залежно від їх співвідношення можливі наступні три випадки:

1. Вага тіла і архімедова сила однакові. Тоді рівнодійна цих сил  $F - P$  дорівнює нулю і тіло знаходиться в стані рівноваги.

2. Вага тіла більше архімедової сили. Тоді їх рівнодійна  $F - P$  спрямована вниз і тіло тонутиме;

3. Вага тіла менше архімедової сили. Тоді рівнодійна  $F - P$  буде спрямована вгору. В цьому випадку занурене в рідину тіло спливатиме.

Для рівноваги плаваючого в рідині тіла недостатньо умови  $F = P$ . Необхідно також, щоб сума моментів сил дорівнювала нулю, тобто щоб лінії дії сил були спрямовані по одній прямій. Інакше сили  $F$  і  $P$  утворюють пару сил, під дією яких тіло обернеться в рідині і прийде в положення рівноваги лише тоді, коли точки прикладення обох сил будуть розташовані на одній вертикалі.

Теорія плавання тіл вивчається в спеціальному курсі теорії корабля. В курсі гідравліки найбільший інтерес представляє рівновага твердого тіла, зануреного в рідину частково. *Остійність* - це здатність плаваючого тіла, виведеного із стану рівноваги, повертатися знову в цей стан.

Розрізняють два види остійності корабля: поперечну і подовжню - здатність повертатися в стан рівноваги, якщо ніс судна знаходився вище за корму або навпаки.

Розглянемо поперечну остійність, оскільки вона найбільш важлива для життєзабезпечення корабля. Для цього введемо нове поняття - водотоннажність корабля. *Водотоннажністю* називають вагу рідини, узятої

в об'ємі зануреної частини корабля. Точка прикладення рівнодійної сили тиск рідини на судно є не що інше, як центр тиску, розглянутий нами раніше. В даному випадку він називається *центром водотоннажності* (точка  $d$ , Мал.10).

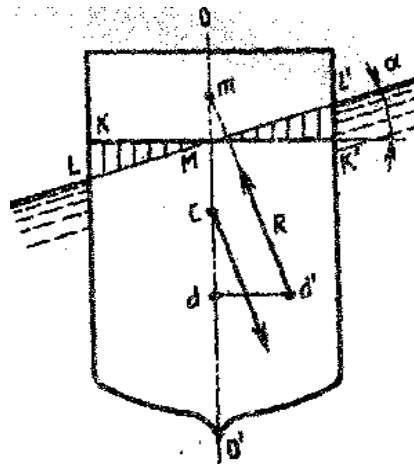
При нормальному положенні судна центр тяжіння " $c$ " співпадає з центром водотоннажності " $d$ ", ця точка лежить на вертикальній осі симетрії судна. Коли під дією зовнішніх сил (наприклад, шторму) судно відхиляється від вертикального положення на деякий кут  $a$ , частина  $LKM$  судна виходить на поверхню, а протилежна частина занурюється в рідину. В цьому випадку положення центру тяжіння  $c$  і водотоннажність залишаються незмінними, проте положення центру водотоннажності  $d$  зміститься і займе положення  $d'$ . Точка прикладення підйомної (архімедової) сили також зміститься в точку  $d'$ , а сила залишиться спрямована вертикально вгору. Якщо продовжувати лінію підйомної сили до перетину з віссю симетрії судна, то отримаємо точку  $m$ , яка називається *метацентром*. Відстань між метацентром  $m$  і центром тяжіння  $c$  називається *метацентричною висотою*  $h$ . Метацентрична висота буде додатньою, якщо метацентр лежить вище за центр тяжіння, і негативною, якщо метацентр виявиться нижчий центру тяжіння судна.

Від взаємного розташування метацентру і центру тяжіння судна залежить його остійність. Можливі три основних випадки рівноваги судна:

1. Метацентр і центр тяжіння співпадають. При цьому  $h = 0$ , судно знаходиться у байдужій рівновазі.

2. Метацентр розташований нижче центру тяжіння. В цьому випадку  $h < 0$ , і пара сил викликає подальше перекидання судна.

3. Метацентр знаходиться вище за центр тяжіння. При цьому  $h > 0$ . В цьому випадку пара сил повертає судно і вертає його в первинне положення.



Мал. 10. Остійність корабля.

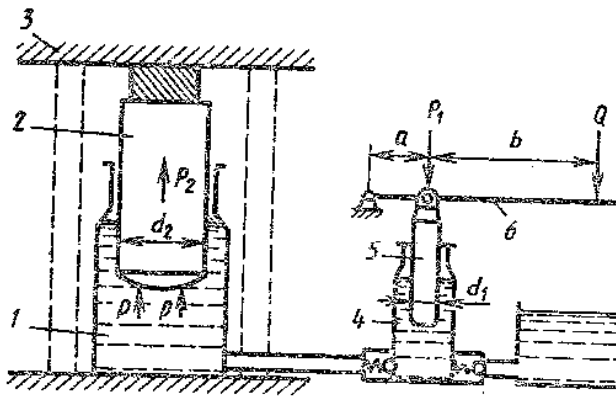
Отже, чим більше метацентрична висота  $h$  і чим нижче розташований центр тяжіння, тим більше остійність судна. Тому метацентрична висота є мірою остійності корабля.

## 2.7. Приклади застосування законів гідростатики в техніці

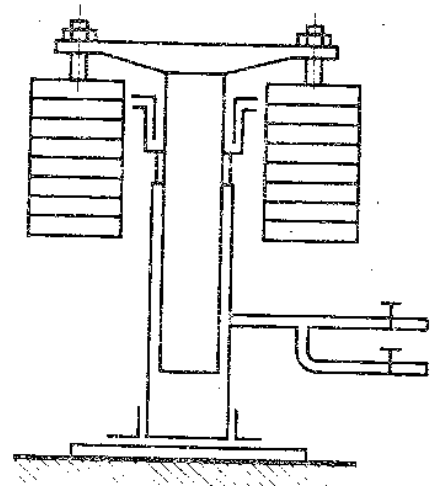
Розглянуті закони гідростатики лежать в основі принципу дії багатьох машин і механізмів. Ці машини мають різноманітну будову і призначення, але в їх роботі використовується один і той же гідравлічний принцип: тиск і енергія передаються за допомогою рідини. Розглянемо деякі з них.

**Гідравлічний прес.** Гідравлічний прес знаходить широке застосування у багатьох галузях народного господарства, де потрібно великі стискаючі зусилля: при обробці металів тиском (штампування, кування, пресування), при брикетуванні і пресуванні сипких матеріалів і пластичних мас, при проведенні досліджень зразків на стискування та ін.

Прес складається з двох циліндрів, сполучених між собою трубкою. У малому циліндрі є поршень, сполучений з важелем або насосом, а у великому циліндрі рух поршня обмежено платформою преса.



Мал.11. Схема гідравлічного пресу.



Мал. 12. Схема гідравлічного акумулятора.

Сила тиску може досягати скільки завгодно великих значень і залежить лише від співвідношення діаметрів циліндрів.

**Гідравлічний акумулятор.** Гідравлічний акумулятор призначається для накопичення в проміжках між робочими ходами гідравлічного пресу, що дозволяє застосовувати менш потужні насоси. Гідравлічний акумулятор складається з циліндра, усередині якого переміщається плунжер. Верхня частина плунжера сполучена з коромислом, на яке можна підвішувати вантаж різної маси. У циліндр акумулятора надходить під тиском рідина (мастило), яка піднімає плунжер з вантажем на певну висоту. Досягши верхнього крайнього положення гідравлічний насос автоматично відключається і рідина, що знаходиться під тиском в акумуляторі, підводиться по трубопроводу до гідравлічної машини, наприклад до насоса, що нагнітає рідину в прес. Цим забезпечується робота пресу з постійним навантаженням.



### 3 . Основи гідродинаміки

#### 3.1 Основні визначення кінематики рідини

Гідродинаміка розглядає закони руху нестискуваної рідини. Основним завданням гідродинаміки є визначення характеру руху рідини і параметрів цього руху : швидкості, тисків, дотичної напруги у будь-якій точці простору, сили дії рідини, що рухається, на різні тіла, що знаходяться в ній, а також на перешкоди.

Швидкість руху частки рідини, а також тиск в ній на кожен момент часу визначаються положенням її в потоці, тобто координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$  і часом  $t$ .

Рух рідини може бути сталим і несталим, рівномірним і нерівномірним, напірним і безнапірним.

*Сталий рух* - цей рух, при якому швидкість потоку і тиск у будь-якій його точці не змінюється в часі, а залежить тільки від положення в потоці.

*Несталим рухом* називають такий рух рідини, при якому швидкість і тиск в кожній точці потоку змінюються в часі.

*Рівномірним рухом* називається сталий рух рідини, при якому швидкості часток в подібних точках двох суміжних перерізів потоку рідини рівні між собою. Прикладом рівномірного руху є рух рідини в циліндричній трубі або в каналі постійного перерізу.

*Нерівномірний рух* - цей рух рідини, при якому швидкості часток у відповідних точках двох суміжних перерізів потоку неоднакові і міняються зі зміною цих перерізів. Приклад: рух рідини в трубі конічного перерізу.

*Напірний рух* - цей рух рідини в трубах, при якому потік не має вільної поверхні і повністю стикається з твердими стінками, що обмежують його, а тиск відрізняється від атмосферного. Приклад: рух рідини у водопровідних трубах.

*Безнапірний рух* - цей рух рідини, при якому потік має вільну поверхню, а тиск на неї рівний атмосферному. Прикладом безнапірного руху рідини є рух води в річках, каналах, дренажних і каналізаційних трубах.

Для дослідження характеру руху рідини в гідродинаміці введено поняття лінії току. *Лінією току* називається лінія, проведена через ряд точок усередині потоку рідини таким чином, що вектори швидкості часток рідини, що знаходяться в даний момент в цих точках, дотичні до лінії. При сталому русі рідини, лінія току співпадає з траєкторією руху часток рідини.

Якщо в рідині, що рухається, узяти нескінченно малий замкнутий контур і через усі його точки провести лінії току, то утворюється так звана трубка току. Вважається, що рідина не може ні витікати з неї, ні поступати в неї. Маса рідини, замкнута усередині трубки току, називається *елементарною струминкою*. Потік рідини складається з сукупності елементарних струминок, що рухаються з різними швидкостями.

При вивченні рідини, що рухається, вводиться ряд понять, гідравлічні і геометричні елементи потоку.

*Живим перерізом* елементарної струминки або потоку рідини називається площа перерізу, проведена нормально до напрямку лінії току тобто нормально до напрямку векторів швидкості елементарних струминок. Живий переріз може обмежуватися твердими стінками повністю або частково (у відкритих руслах).

Довжина частини периметра живого перерізу, по якій потік стикається із стінками, що обмежують його, називається *змоченим периметром*. При напірному русі змочений периметр співпадає з геометричним, при безнапірному - менше за геометричний, оскільки в останньому випадку вільна поверхня потоку рідини стикатиметься не із стінками, а з повітрям.

Відношення площі живого перерізу потоку до змоченого периметра називається гідравлічним радіусом.

### **3.2. Рівняння нерозривності потоку**

Витратою рідини називається кількість рідини, що протікає через живий переріз потоку за одиницю часу. Кількість протікаючої рідини можна вимірювати в різних одиницях: об'ємних, вагових і масових. У гідравліці

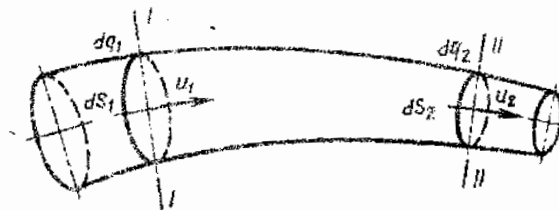
найчастіше доводиться мати справу з об'ємною витратою її називають просто витратою.

*Середньою швидкістю* потоку називається така умовна швидкість, з якою усі частинки рідини повинні були б проходити через живий переріз потоку, щоб забезпечити ту ж витрату, яка має місце при реальному розподілі швидкостей.

Витрата являє собою добутком середньої швидкості на живий переріз потоку :

$$Q = vS.$$

Поняття витрати рідини дозволяє вивести рівняння нерозривності руху елементарної струминки і потоку рідини, що має важливе значення при рішенні завдань гідродинаміки. Розглянемо елементарну струминку змінного перерізу при встановленому русі рідини (мал. 13). Виберемо два довільні перерізи *I - I* і *II - II* відповідно з площами перерізу  $dS_1$  і  $dS_2$  і швидкостями  $u_1$  і  $u_2$ . Для кожного з цих перерізів ми можемо написати рівняння елементарної



витрати рідини :  $dq_1 = u_1 dS_1$ ;  $dq_2 = u_2 dS_2$ .

Мал. 13. До висновку рівняння нерозривності потоку

Грунтуючись на законі збереження речовини і враховуючи прийняті раніше допущення про нестискуваність рідин, суцільності (нерозривності) її потоку, а також відсутність яких-небудь витоків через бічні поверхні, можна зробити висновки, що елементарні витрати в даних перерізах мають бути рівні між собою, тобто  $dq_1 = dq_2$  або  $u_1 dS_1 = u_2 dS_2$ .

Враховуючи, що перерізи були узяті нами довільно, рівняння можна переписати в загальному вигляді:

$$udS = const,$$

Яке називається рівнянням нерозривності для елементарної струминки. Переходячи від елементарної струминки до потоку рідини, шляхом аналогічних міркувань отримаємо рівняння нерозривності для потоку:

$$Q = vS = const,$$

яке формулюється так: витрата рідини для будь-якого перерізу потоку при встановленому русі, є величина постійна.

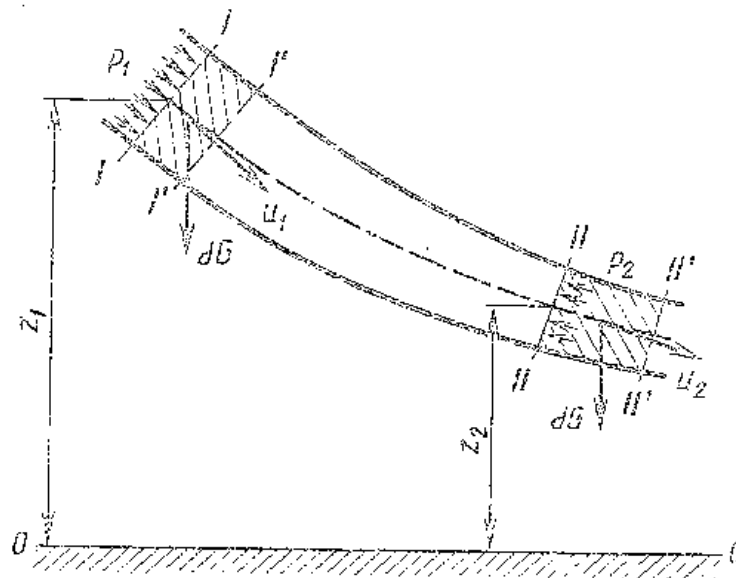
З рівняння нерозривності потоку виходить:

$$v_1 / v_2 = S_2 / S_1 .$$

Середні швидкості в поперечних перерізах потоку для нерозривного і нестискуваного руху рідини обернено пропорційні до площ цих перерізів.

### 3.3.Рівняння Бернуллі

Рівняння Бернуллі є основним рівнянням гідродинаміки. Для його виводу розглянемо рух ідеальної рідини, що встановився, плавно змінюється.



Мал.14. Схема руху струминки рідини.

Виділимо в потоці рідини елементарну струминку і визначимо питому енергію рідини в двох довільних перерізах: I - I і 2 - 2 див. мал.14.

Питома енергія - це енергія, віднесена до одиниці сили тяжіння рідини. Будь-яка частка рідини масою  $m$ , що займає в елементарній струминці об'єм  $\Delta V$ , має запас питомої енергії  $E$ , яка складається з питомої потенційної енергії  $E_{\text{п}}$  і питомої кінетичної енергії  $E_{\text{к}}$ , тобто

$$E = E_{\text{п}} + E_{\text{к}},$$

Запас питомої потенційної енергії часток рідини складається з питомих потенційних енергій положення  $E_{\text{п}}$  і питомої кінетичної енергії  $E_{\text{д}}$ . Враховуючи основне рівняння гідростатики

$$E_{\text{п}} = z + p/\gamma,$$

де  $z$  - питома потенційна енергія положення;  $p/\gamma$  - питома потенційна енергія тиску.

Частка рідини масою  $m$ , рушійна із швидкістю  $v$  має кінетичну енергію  $mv^2/2$  при цьому питома кінетична енергія буде рівна

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2mg} = \frac{v^2}{2g},$$

де  $g$  - прискорення вільного падіння.

Таким чином, повна питома енергія частки рідини

$$E = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}.$$

Нехай в перерізі 1-1 елементарної струминки швидкість руху рідини  $v_1$ , тиск  $p_1$ , а висота розташування центру тяжіння, відлічена від довільно горизонтальної площини порівняння  $z_1$ . У перерізі 2-2 відповідно нехай будуть  $v_2 p_2 z_2$ . Тоді повна питома енергія елементарної струминки в перерізах 1-1 і 2-2 рівна

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}; \\ E_2 &= z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}. \end{aligned} \right\}$$

При русі ідеальної рідини не виникає сил опору, тому на основі закону збереження енергії можна написати, що  $E_1 = E_2$  або

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Але оскільки перерізи 1-1 і 2-2 були узяті довільно, уздовж усієї довжини елементарної струминки ідеальної рідини

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{const.}$$

Це і є рівняння Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідини. Воно показує, що для елементарної струминки ідеальної рідини повна питома енергія, тобто сума питомої енергії положення, питомої енергії тиску і кінетичної питомої енергії, є величина постійна в усіх перерізах.

Члени рівняння Бернуллі вимірюються в одиницях довжини і носять наступні назви:

$z$  - геометрична висота, або геометричний натиск;

$p/\gamma$  - п'єзометрична висота,

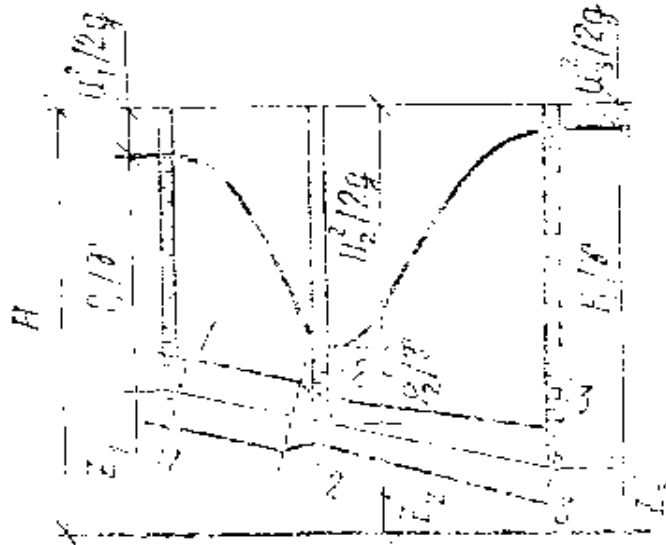
$\frac{v^2}{2g}$  - швидкісна висота або швидкісний натиск.

Тричлен виду

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = H$$

називається повним напором.

Геометричний сенс рівняння Бернуллі може бути пояснений на наступному прикладі. Розглянемо елементарну струминку рідини, поперечний переріз якої міняється уздовж її довжини (Мал.15). Виберемо три перерізи струминки:



Мал.15. Зміна геометричної, п'єзометричної і швидкісної висоти уздовж струминки ідеальної рідини.

1-1, 2-2, 3-3. Згідно з рівнянням Бернуллі, для кожного перерізу елементарної струминки величина повного напору  $H$  може бути представлена сукупністю відрізків  $z$ ,  $p/\gamma$ ,  $v^2 / 2g$ . З'єднавши між собою кінці відрізків  $H$ , отримаємо горизонтальну лінію, яка називається лінією повного напору. Лінія зміни п'єзометричних висот називається п'єзометричною лінією.

Отже, з геометричної точки зору рівняння Бернуллі показує, що для ідеальної рідини, що рухається, сума трьох висот - геометричної, п'єзометричної і швидкісної - є величина постійна уздовж струминки, тобто лінія повного напору є лінією, паралельною площині відліку.

Враховуючи, що з енергетичної точки зору :

$z$  - питома енергія положення;

$\frac{p}{\gamma}$  - питома енергія тиску;

$z + \frac{p}{\gamma}$  - питома потенційна енергія;

$\frac{v^2}{2g}$  - питома кінетична енергія,

можна бачити, що п'єзометрична лінія відділяє область зміни потенційної енергії від області зміни кінетичної енергії.

Енергетичний сенс рівняння Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідини полягає в постійності уздовж струминки повної питомої енергії рідини. Таким чином, рівняння Бернуллі є законом збереження механічної енергії при русі ідеальної рідини.

Рівняння Бернуллі часто пишуть і в іншому виді. Помноживши усі члени рівняння на питому вагу рідини  $\gamma$ , отримаємо

$$\gamma z + p + \rho v^2 / 2 = const.$$

Тепер члени рівняння Бернуллі вимірюються в одиницях тиску і називається так  $z$  - ваговий тиск,  $p$  - гідростатичний тиск або просто тиск,  $\rho v^2 / 2$  - динамічний тиск.

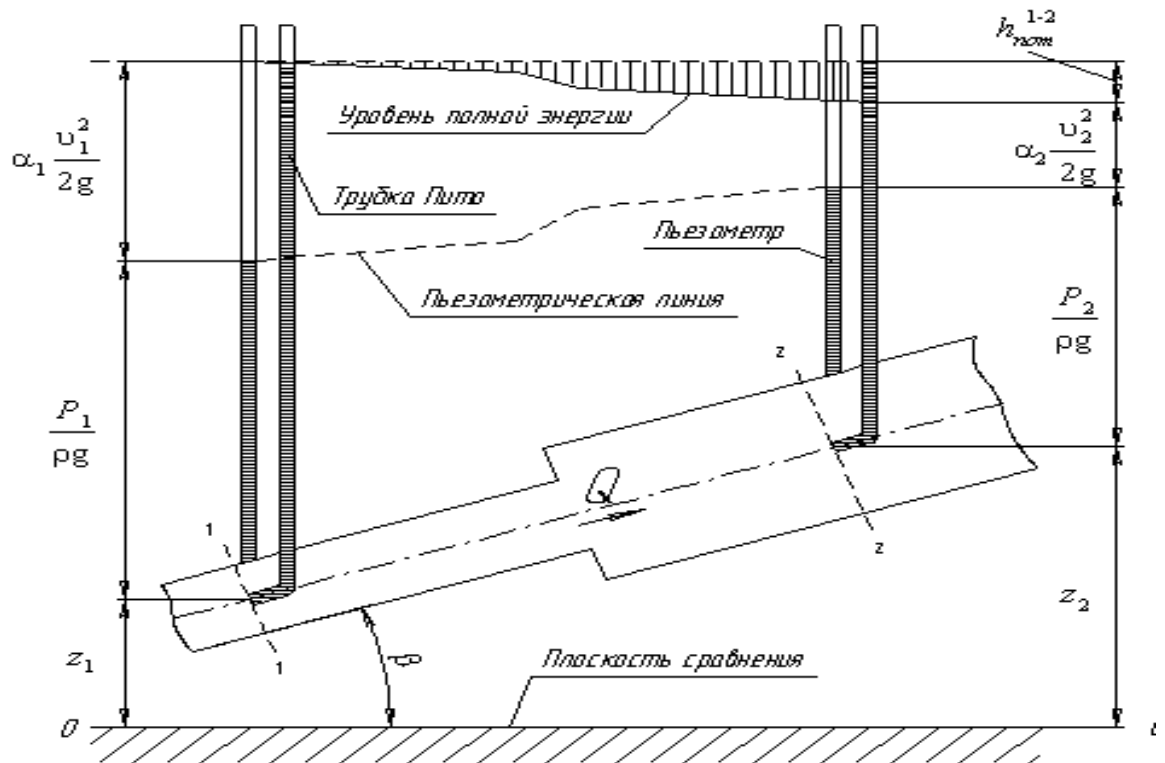
Якщо замість ідеальної рідини розглядати рідину реальну, то по довжині струминки повна питома енергія убуватиме, оскільки частина енергії витратиться на подолання опорів руху, обумовлених внутрішнім тертям в'язкої рідини. У зв'язку з цим для струминки реальної рідини повна питома енергія в перерізі 1-1 буде завжди більше, ніж повна питома енергія в тому, що йде за ним на деякій відстані перерізі 2-2, на величину вказаних втрат енергії. Позначимо ці втрати  $h_w$ . Тоді відповідно до закону збереження енергії можна написати, що  $E_1 = E_2 + h_w$ , і рівняння Бернуллі отримує вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_w.$$

Величина  $h_w$  також вимірюється в одиницях довжини і називається втраченим напором.

При переході від елементарної струминки до потоку реальної рідини необхідно врахувати нерівномірність розподілу швидкостей по перерізу, а також втрати енергії. Те і інше явище є наслідком в'язкості рідини. Втрати енергії, як і для струминки реальної рідини враховуються величиною  $h_w$ , а нерівномірність розподілу швидкостей по перерізу - введенням в розгляд середньої питомої енергії потоку в цьому перерізі  $E_{cp}$ .





Мал. 16. Схема до виведення рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини.

Вибравши довільно два перерізи потоку : 1-1 і 2-2 (рис.16) і розглядаючи в цих перерізах середню питому енергію потоку, відповідно до закону збереження енергії можна написати

$$E_{1cp} = E_{2cp} + h_w.$$

Повна середня питома енергія потоку, як і для елементарної струминки, з середньої питомої потенційної енергії  $E_{n,cp}$  і середньої питомої кінетичної енергії потоку  $E_{к,cp}$ , тобто

$$E_{cp} = E_{n,cp} + E_{к,cp}.$$

При встановленому русі рідини, гідростатичний натиск в межах перерізу це величина однакова для усіх точок цього перерізу, тобто в межах даних поперечних перерізів потоку справедливе основне рівняння гідростатики

$$z + p/\gamma = const.$$

Отже, при такому русі рідини питома потенційна енергія в усіх точках живого перерізу однакова, а тому

$$E_{n,cp} = z + p/\gamma.$$

Що стосується кінетичної енергії, то внаслідок різних значень кінетичної енергії окремих струминок в потоці можна при обчисленні  $E_{к.ср}$  в якості розрахункової брати середню швидкість потоку, а помилку яка при цьому виникає, скорегувати коефіцієнтом  $a$ . Тоді середня питома кінетична енергія потоку в цьому перерізі може бути записана у виді

$$E_{к.ср} = av^2 / 2g.$$

Тут  $a$  - коефіцієнт кінетичної енергії потоку (або коефіцієнт Коріоліса), що враховує нерівномірність розподілу швидкостей по перерізу потоку. Він є відношенням дійсної кінетичної енергії потоку і кінетичної енергії, вирахованої по середній швидкості. Цей коефіцієнт залежить від міри нерівномірності розподілу швидкостей в поперечному перерізі потоку і при рівномірному розподілі швидкостей дорівнює одиниці.

При рівномірному русі рідини в трубах і каналах  $a = 1,05 \dots 1,1$ , тому при розрахунку трубопроводів часто приймається  $a=1$ .

Складаючи середнє значення питомої потенційної і питомої кінетичної енергії потоку, отримаємо

$$E_{н.ср} = z + p/\gamma + av^2 / 2g,$$

а рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини остаточно запишеться у вигляді

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{a_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{a_2 v_2^2}{2g} + h_w$$

Члени цього рівняння мають той же геометричний і енергетичний сенс, що і члени рівняння Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідини. Втрачений натиск  $h_w$  постійно зростає уздовж потоку реальної рідини. Ця енергія, що втрачається рідиною, не зникає безслідно, а лише перетворюється на іншу форму - теплову.

Зменшення повної питомої енергії рідини уздовж потоку, що доводиться на одиницю його довжини, називається *гідралічним ухилом*  $i$ ,

$$\text{тобто } i_{1-2} = \frac{h_w}{l} = \frac{\left( z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{a_1 v_1^2}{2g} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{a_2 v_2^2}{2g} \right)}{l}.$$

Зміна потенційної енергії рідини, відносно одиниці довжини, називається *п'єзометричним ухилом*:

$$i_n = \frac{\left( z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right)}{l_{1-2}}.$$

П'єзометричний ухил може бути додатнім і від'ємним, а гідралічний ухил завжди додатній, оскільки напірна лінія постійно знижується.

### 3.4. Приклади використання рівняння Бернуллі в техніці

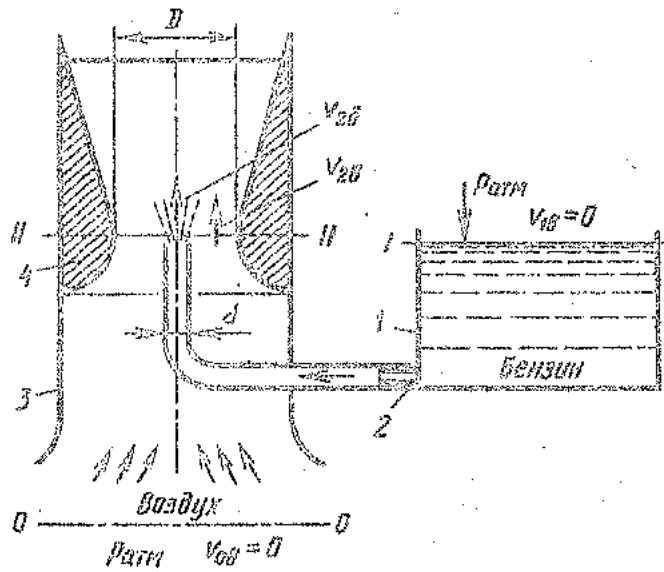
Рівняння Бернуллі знаходить широке застосування в техніці. Робота ряду пристроїв і приладів заснована на використанні цього найважливішого закону гідравліки. Розглянемо деякі з них.

**Карбюратор.** Пристрій призначений для утворення робочої суміші палива в поршневих двигунах внутрішнього згорання, тобто для підсосу бензину і змішання його з повітрям. Схема простого карбюратора показана на малюнку 17. Він складається з поплавкової камери 1, жиклера 2 і всмоктуючого патрубку 3 з дифузором 4. Потік повітря засмоктується двигуном через патрубок, під час проходження через частину (дифузор), що звужується, швидкість потоку збільшується. Із зростанням швидкості повітря і кінетичної енергії потоку  $v^2 / (2g)$  згідно із законом Бернуллі зменшується потенційна енергія  $p/\gamma$ , а отже, і тиск  $p$ , оскільки

$$z + p/\gamma + v^2 / (2g) = \text{const}.$$

Пониження тиску в області дифузора сприяє підсосу бензину з поплавкової камери через жиклер і його розпиленню. Повітряний потік

захоплює пари бензину і, утворюючи суміш, подає її в камеру згорання двигуна.



Мал. 17. Схема простого карбюратора.

**Струминний насос.** Цей пристрій знаходить широке застосування в техніці. Іноді його називають ежектором. Струминний насос, застосовується в побуті, відомий як *пультверизатор*. На малюнку 18 представлена схема струминного насоса. Він складається з двох насадків: збіжний 1, в якому відбувається стискування робочого потоку  $Q_1$  повітря або рідини і збільшення його швидкості, і поступово розширюваного насадка 2, що знаходяться в камері 3. Внаслідок збільшення швидкості потоку тиск в струмені і в усій камері згідно із законом Бернуллі зменшується.

У зв'язку з цим атмосферний тиск  $p_{атм}$ , який постійно впливає на вільну поверхню рідини, піднімає її (потік  $Q_2$ ) по патрубку 4 в камеру 3, де вона підхоплюється робочим потоком рідини (повітря) і спрямовується в розширений насадок. Тут швидкість поступово знижується, а тиск зростає до атмосферного. Струминні насоси застосовуються в рідинних реактивних двигунах.

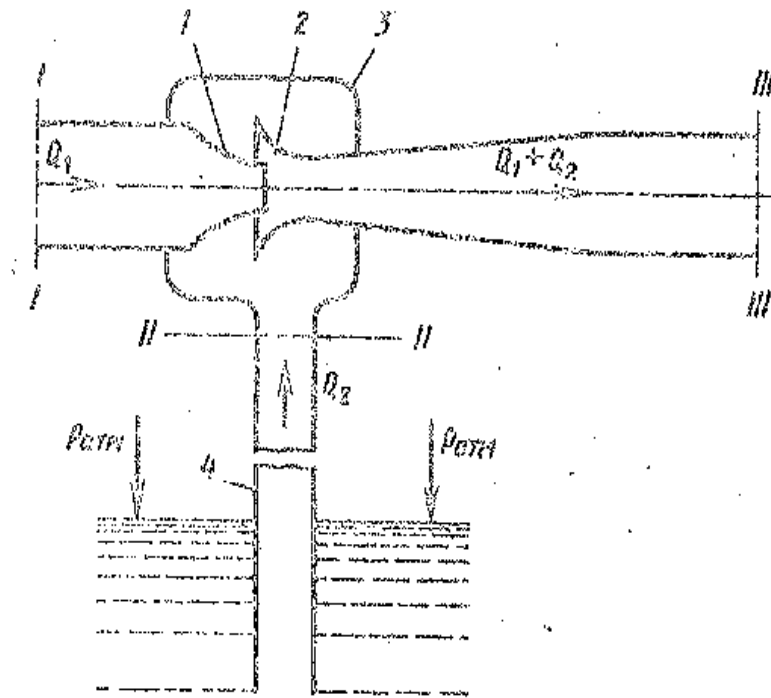


Рис.18. Схема струминного насоса.

### 3.5. Режими руху рідини

#### 3.5.1. Число Рейнольдса

Досліди показують, що можливі два режими або два види руху рідин і газів : *ламіна́рний* і *турбулентний*.

Ламінарний (паралельно струминний) рух характеризується інтенсивним переміщенням окремих часток без перемішування. Якщо в прямій трубі постійного перерізу протікає рідина в ламінарному режимі руху, то усі лінії току спрямовані паралельно осі труби, а поперечні переміщення рідини в процесі її течії відсутні. П'єзометр, приєднаний до труби з встановленим ламінарним рухом, показує незмінність тиску і швидкості в часі, відсутність пульсацій.

Турбулентний рух характеризується інтенсивним перемішуванням часток рідини і пульсаціями швидкостей і тисків.

Припущення про існування двох режимів руху було підтверджене експериментально англійським вченим Рейнольдсом.

Зміна режимів руху конкретної рідини в трубі відбувається при певній швидкості потоку, яку називають критичною швидкістю  $v_{кр}$ .

На підставі своїх дослідів Рейнольдс встановив, що значення критичної швидкості прямо пропорційно кінематичній в'язкості рідини  $\nu$  і обернено пропорційно до діаметру труби  $d$ , тобто

$$v_{кр} = k \nu / d.$$

Причому безрозмірний коефіцієнт пропорціональності  $k$  має універсальне значення, тобто однаковий для усіх рідин і газів, а також для будь-яких діаметрів труб. Це безрозмірне число називається *критичним числом Рейнольдса* і позначається

$$Re_{кр} = v_{кр} d / \nu.$$

При практичних розрахунках для круглих труб постійного діаметру приймається  $Re_{кр} = 2300$ .

Безрозмірний комплекс, що є добутком фактичної швидкості руху рідини на діаметр труби, ділене на кінематичну в'язкість рідини, є дуже зручним параметром для характеристики режимів руху рідини. Цей комплекс називається *критерієм* або *числом Рейнольдса*, і позначається

$$Re = v d / \nu,$$

Таким чином, при  $Re < Re_{кр}$  рух рідини відбувається в ламінарному режимі, а при  $Re > Re_{кр}$  – в турбулентному режимі.

Для трубопроводів і каналів не круглого перерізу число Рейнольдса визначається по відношенню до гідравлічного радіусу по формулі:

$$Re = v R / \nu.$$

Враховуючи, що  $R = d/4$ , для критичного числа Рейнольдса, вираженого через гідравлічний радіус, можна отримати

$$Re_{кр} = 2300/4 = 575.$$

Таким чином, якщо  $Re = v R / \nu < 575$  - режим ламінарний, якщо

$Re = v R / \nu > 575$  - режим турбулентний.

У трубопроводах систем опалювання, вентиляції, газопостачання, водопостачання рух, як правило, є турбулентним, оскільки рухаюче

середовище (вода, повітря, газ, пара) має малу в'язкість. Ламінарний режим зустрічається значно рідше. Він спостерігається, наприклад, при русі в трубах дуже в'язких рідин (мастило, нафта, гліцерин), при русі рідин в дуже вузьких трубах (капілярних) трубках, у водоносних пластах.

Як показують теоретичні і експериментальні дослідження, графік розподілу швидкостей в поперечному перерізі труби є параболоїдом обертання, а переріз параболоїда осьову площину - квадратичну параболу.

### 3.5.2. Втрати напору

При ламінарному русі в круглій трубі втрати напору по довжині пропорційні середній швидкості і не залежать від стану стінок трубопроводу:

$$h_l = \frac{64}{\text{Re}} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Отримана залежність добре підтверджується дослідами для ділянок труби з ламінарним режимом, коли здійснюється рівномірний рух рідини. На практиці ж доводиться зустрічатися з випадками нерівномірного руху, наприклад на початкових ділянках трубопроводів. Мінімумально можлива довжина початкової ділянки дорівнює 6 діаметрам трубопроводу. Опір на початковій ділянці труби більше ніж на основній ділянці, тому втрати напору визначаються з поправочним коефіцієнтом  $K$ :

$$h_l = K \frac{64}{\text{Re}} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Значення коефіцієнта  $K$  залежить від умов входу в трубу, числа Рейнольдса і можуть бути знайдені по гідравлічних довідниках. Механізм турбулентного потоку дуже складений і вивчений ще не повністю.

За схемою, створеною німецьким ученим Прандтлем, при турбулентному режимі велика частина потоку в трубі зайнята турбулентним ядром, а у стінок труби утворюється дуже тонкий так званий пограничний шар з ламінарним підшаром. В межах цього ламінарного підшару швидкість

різко наростає від нуля на стінці труби до деякої кінцевої величини на його межі.

Внаслідок наявності на стінці труби виступів шорсткості в пограничному шарі відбувається виникнення вихроутворень, проникаючих потім в ядро течії і поступово там затухаючих.

Частки рідини, що рухаються в ядрі течії в осьовому напрямі, одночасно під дією пульсації здійснюють переміщення і в поперечному напрямі, внаслідок чого відбувається перемішування рідини і вирівнювання усереднених швидкостей в ядрі потоку.

Основною розрахунковою формулою при визначенні втрат напору по довжині трубопроводу являється формула Дарсі - Вейсбаха, яка застосовується як при ламінарному, так і при турбулентному режимі:

$$h_e = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Основна відмінність при розрахунку втрат тиску полягає у визначенні значення коефіцієнта гідравлічного тертя  $\lambda$ .

Досліди показують, що якщо для ламінарного режиму коефіцієнт  $\lambda$  цілком визначається числом  $Re$ , то для турбулентного  $\lambda$  залежить ще і від шорсткості внутрішньої поверхні труби.

Відомо, що поверхня твердих стінок, що обмежують потік рідини, має ту або іншу шорсткість. Шорсткість характеризується величиною і формою різних, іноді самих не значних по розмірах, виступів і не рівностей, наявних на поверхні стінок, і залежить від матеріалу стінок і чистоти обробки їх поверхні.

В якості основної характеристики шорсткості служить так звана *абсолютна шорсткість*  $k$ , що є середнім розміром виступів і нерівностей.

Якщо розмір виступів шорсткості буде менше товщини ламінарного підшару, тобто  $k < \delta_{\text{л}}$  нерівності поверхні стінки будуть повністю занурені в нього, і шорсткість поверхні стінки не буде чинити ніякого впливу на коефіцієнт гідравлічного тертя  $\lambda$ . Ядро потоку стикатиметься не з



виступами шорсткості, а з ламінарним підшаром рідини, ковзаючи по його поверхні як по гладкій трубі. В цьому випадку труба називається *гідравлічно гладкою*, і коефіцієнт гідравлічного тертя  $\lambda$  залежатиме тільки від числа Рейнольдса.

Існує ряд емпіричних і напівемпіричних формул для визначення коефіцієнта  $\lambda$  гідравлічно гладких труб. Однією з найбільш зручних є формула Блазіуса:

$$\lambda = 0,3164 / \sqrt[4]{Re}.$$

Якщо ж розмір виступів перевищують товщину ламінарного підшару, тобто  $k < \delta_{л}$ , то нерівності поверхонь стінок виступатимуть в турбулентне ядро потоку, збільшуватимуть безладність руху істотним чином впливати на втрати енергії. Такі труби називають *гідравлічно шорсткими*.

Для гідравлічно шорстких труб коефіцієнт  $\lambda$  залежить як від числа  $Re$ , так і від шорсткості внутрішньої поверхні труби. При цьому важливий не абсолютний розмір  $k$  виступів шорсткості, а відношення цього розміру до радіусу або діаметру труби, тобто так звана *відносна шорсткість*  $k / r_0$  або  $k / d$ . В умовах турбулентного режиму можна виділити три області гідравлічного опору :

- 1) Область гідравлічно гладких труб  $\lambda = f(Re)$ .
- 2) Доквадратична область, де  $\lambda = (Re; k / r_0)$ .
- 3) Квадратична або автотомельна область, де  $\lambda = f(k / r_0)$ .

У цій області втрати напору по довжині пропорційні квадрату швидкості.

Труби, вживані на практиці, мають шорсткість неоднорідну і нерівномірну, тому для характеристики шорсткості, поверхні промислових труб при гідравлічних розрахунках зазвичай використовують поняття так званої *еквівалентної шорсткості*  $k_э$ . Ця шорсткість є виступами рівномірно розподіленої зернистої абсолютної шорсткості такого розміру, який дає при підрахунках однакові з дійсною шорсткістю втрати напору.

Значення еквівалентної шорсткості визначаються на підставі гідравлічних випробувань трубопроводів (таблиця.1).

Таблиця 1. Рекомендовані значення еквівалентної шорсткості  $k_s$  для труб.

Матеріал і вид труб	Стан труб	$k_s$ , мм
Із скла і кольорових металів тянуті	Нові, технічні гладкі	0 – 0,002
Сталеві безшовні	Нові і чисті, ретельно укладені Після декількох років експлуатації	0,01 – 0,02 0,15 – 0,3
Сталеві зварні	Нові і чисті Помірно заіржавіли Старі, що заіржавіли	0,03 – 0,1 0,3 – 0,7 0,8 – 1,5
Оцинковані сталеві	Нові і чисті Після декількох років експлуатації	0,1 – 0,2 0,4 – 0,7
Чавунні	Нові асфальтовані Нові без покриття Вживані Дуже старі	0 – 0,16 0,2 – 0,5 0,5 – 1,5 До 3
Азбестоцементні	Нові	0,05 – 0,1

Найбільш широке застосування для розрахунків трубопроводів різного призначення з природною шорсткістю отримала універсальна формула А.Д. Альштуля :

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_s}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}$$

При малих числах Рейнольдса ( $Re < 10 d / k_s$ ) ця формула переходить в приведену вище формулу Блазнуса для гідравлічно гладких труб, а при

великих ( $Re > 500 d / k_s$ ) звертається у формулу Шифринсона для шорстких труб, тобто для квадратичного закону опору:

$$\lambda = 0,11(k_s / d)^{0,25}.$$

Формула Альштуля має науково обґрунтовану структуру і зручна для розрахунків, тому вона рекомендується до широкого застосування в теплопостачанні і вентиляції для усіх областей гідравлічних опорів турбулентного режиму.

*Місцеві втрати напору* обумовлені місцевими зміна форми і розміром живого перерізу потоку, тобто деформацією потоку при протіканні через місцеві опори. Прикладами місцевих опорів можуть служити засувки, діафрагми, повороти, вентилі і інші пристрої, що встановлюються на трубопроводі.

Місцеві втрати напору не залежать від довжини потоку і тому визначаються по формулі таким чином:

$$h_m = \xi \frac{v^2}{2g},$$

де  $\xi$  - коефіцієнт місцевого опору.

Ця формула називається *формулою Вейсбаха*.

Загальні втрати напору дорівнюють сумі втрат напору після довжини і місцевих

$$h_w = h_l + h_m.$$

Якщо на цьому трубопроводі встановлені декілька місцевих опорів, то загальні втрати напору запишуться у виді

$$h_w = h_l + \sum h_m,$$

або

$$h_w = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \xi \frac{v^2}{2g}.$$

Знаходження коефіцієнтів  $\xi$  і  $\lambda$  є одним із завдань гідравліки.

### 3.5.3. Поняття гідродинамічної подібності і моделювання

Складність розрахунку гідравлічних процесів вимагали розробки лабораторних моделей споруд і обладнання для їх експериментального вивчення.

Щоб результати досліджень моделей можна було застосувати на натуральних об'єктах необхідно знати декілька важливих положень теорії подібності :

1. Існують критерії подібності, один з них число Рейнольдса;
2. Гідравлічні явища подібні, якщо рівні критерії подібності.

Гідравлічну подібність включає геометрична, кінематична і динамічна подібність.

Для геометричної подібності необхідно щоб відношення будь-яких лінійних розмірів, даних потоків мають бути рівні між собою.

Для кінематичної подібності необхідно, щоб потоки натурального об'єкту і моделі були подібні геометрично і час переміщення відповідних точок повинен мати постійне співвідношення. Умовою динамічної подібності, являється подібність сил, діючих у відповідних точках порівнюваних потоків, для яких вже дотримані умови геометричної і кінетичної подібності.

Для систем, де визначальною силою є сила внутрішнього тертя (в'язкі рідини) критерієм подібності служить число Рейнольдса. При моделюванні гідравлічних об'єктів знаходять також застосування критерія Ньютона ( $Ne$ ), критерій Фруда ( $Fr$ ) і критерій Вебера ( $We$ ).

При проектуванні нових гребель, гідроелектростанцій і розробці насосів будують моделі в певному масштабі. В процесі випробувань досліджують експлуатаційні характеристики і допрацьовують конструктивні елементи. Добившись параметрів, що відповідають технічному завданню і використовуючи принципи подібності, створюють нові об'єкти і машини натуральних розмірів.

### 3.6. Витікання рідини через отвори і насадки

#### 3.6.1. Види витікання рідини через отвори

Витікання рідини з баків, котлів і інших резервуарів через отвори і насадки - процес, характерний для багатьох технічних пристроїв. Наприклад, течії бензину через жиклери різних паливних систем двигунів внутрішнього згорання - це також витікання рідини через отвори і насадки.

Робота гідравлічних амортизаторів, широко використовуваних в різних конструкціях автомобілів, виконується в результаті витікання рідини через малі отвори.

Завдання про витікання рідини зводиться головним чином до визначення швидкості витікання і витрати рідини. Натиск або різниця рівнів можуть в процесі витікання залишатися постійними, а можуть змінюватися, що впливатиме на параметри витікання.

Розрізняють отвори малі і великі, а також отвори в тонкій і товстій стінці. Отвір називають малим, якщо його діаметр  $d$  (для круглих отворів) або висота  $a$  (для прямокутних) дуже малі в порівнянні зі значенням напору  $H$  тобто  $d \leq 0,1 H$ . Отвір вважають великим якщо  $d \geq 0,1 H$ .

Під *тонкою стінкою* мають на увазі стінку такої товщини, яка не чинить впливу на характер витікання. Дослідами встановлено, що товщина такої стінки не повинна перевищувати  $(1,5 - 3) d$  - діаметру отворів. В цьому випадку витікаюча з отвору струмина не торкається стінки в межах її товщини, а гострі краї стінки не роблять впливу на форму струменя і його гідравлічні характеристики.

При збільшенні товщини стінки більше  $3d$  ( $\delta > 3d$ ) характер витікання міняється і такий отвір починає працювати як *насадок*, де стінки роблять направляючий вплив на струмину. Таким чином, насадком називається коротка труба (патрубок), приєднана до отвору для зміни характеристик

витікання. Найбільш поширеними типами насадків є циліндричні, конічні і колоїдальні насадки криволінійного контуру, що повторюють форму стислої струмини.

В процесі витікання рідини з отворів і насадків на відстані  $l \cong (0,5-1) d$  від площини отвору утворюється так званий *стислий переріз струмини*. Це пояснюється тим, що струминки рідини усередині посудини підходять до отвору по плавних криволінійних траєкторіях і згідно з першим законом механіки прагнуть зберегти свої траєкторії надалі. В результаті частки рідини стикаються, дають одна на одну, викликаючи стислі струмини. Стискування характеризується коефіцієнтом, який є відношенням площі стислого перерізу струмини  $S_c$  до площі перерізу отвору  $S_o$ .

$$\varepsilon = S_c / S_o.$$

Розглянемо загальний випадок, коли рідина знаходиться в резервуарі, на вільну поверхню якої діє зовнішній тиск  $p_{атм}$ . У стінці резервуару є малий отвір круглої форми, розташований на достатньо великій глибині  $H$  від вільної поверхні і на достатньому віддаленні від інших стінок і днища. Теоретична швидкість витікання:

$$v_T = \sqrt{2gH}.$$

Дане рівняння називається формулою Торрічеллі. Відзначимо, що ця формула тотожна з відомою з теоретичної механіки й фізики формулою для визначення швидкості вільного падіння твердого тіла при початковій швидкості, рівній нулю, з висоти, відповідній до висоти напору рідини.

Коефіцієнтом швидкості є відношення дійсної швидкості витікання до теоретичної:

$$\varphi = v / v_1.$$

Витрата рідини при витіканні з отвору:

$$Q = vS_c = vS_o\varepsilon = \varepsilon S_o\varphi\sqrt{2gH}.$$

Добуток коефіцієнтів стиснення  $\varepsilon$  й швидкості  $\varphi$  являє собою коефіцієнт витрати, позначуваний  $\mu$ :

$$\mu = \varepsilon\varphi$$

Отже, формула витрати може бути представлена як

$$Q = \mu S_0 \sqrt{2gH}$$

Звідси коефіцієнт витрати можна представити як відношення дійсної витрати  $Q$  до теоретичного  $Q_1$ :

$$\mu = \frac{Q}{S_0 \sqrt{2gH}} = \frac{Q}{Q_1}$$

Коефіцієнти витікання  $\varepsilon$ ,  $\varphi$  і  $\mu$  для малого отвору в тонкій стінці залежать від значення числа Рейнольдса  $Re$ , яке можна визначити по теоретичній швидкості витікання:

$$Re = \frac{v_T d}{\nu} = \frac{d \sqrt{2gH}}{\nu}$$

При більших числах Рейнольдса, тобто при значеннях  $Re > 104$ , коефіцієнти витікання для малого отвору можна прийняти:

$$\varepsilon = 0,62 - 0,64; \varphi = 0,97; \mu = 0,60 - 0,62; \xi = 0,06.$$

В інженерній практиці часто доводиться зустрічатися з витіканням рідини не в атмосферу, а в простір, заповнений цією ж рідиною, рівень якого розташований вище отвору. Витікання такого характеру називається *витіканням під рівень* або *витіканням через заповнений отвір*. Такі випадки мають місце при випуску води через щитові вікна шлюзів або через затвори греблі.

Розглянемо витікання з малого затопленого отвору під рівень рідини при постійному напорі. Рівні в резервуарах по обидва боки стінки постійні, а тиск на вільні поверхні рівний атмосферному. Значення швидкості витікання під рівень буде дорівнювати:

$$v = \frac{1}{\sqrt{a + \xi}} \sqrt{2gz}$$

або

$$v = \varphi \sqrt{2gz}$$

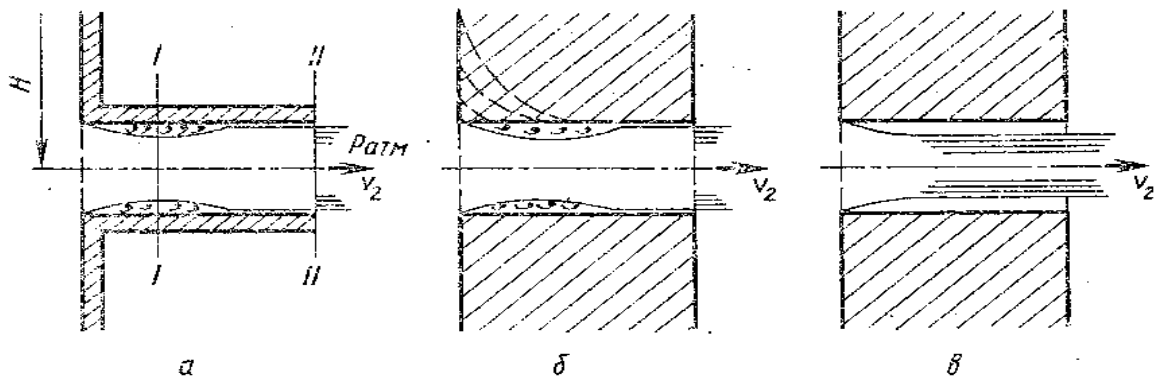
Як і при витіканні рідини в атмосферу, витрату можна виразити через площу струмини  $S_c = S_{o\varepsilon}$  й швидкість  $v$ :

$$Q = \varepsilon S_0 \varphi \sqrt{2gz} = \mu S_0 \sqrt{2gz}$$

Формули для визначення швидкості й витрати при витіканні рідини через затоплений отвір аналогічні формулам, отриманим для випадку витікання рідини в атмосферу. Відмінність полягає в тому, що замість напору  $H$  враховується різниця рівнів  $z$ .

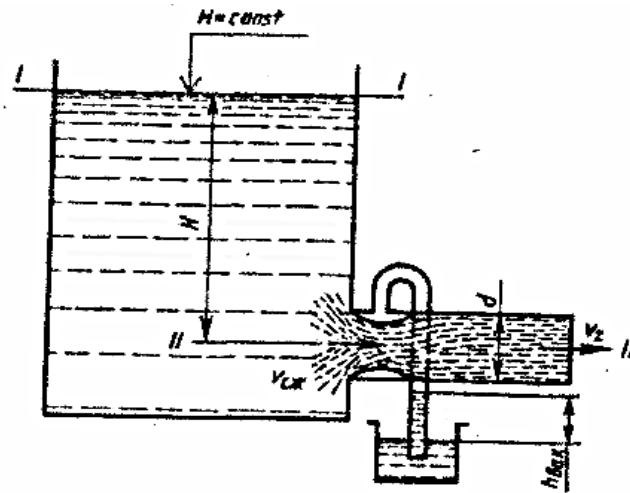
### 3.6.2. Витікання рідини через насадки

Розглянемо витікання рідини через циліндричний зовнішній насадок (мал. 19 *а, б*). Як і у випадку витікання з отвору, струмина на виході з посудини й на вході в насадок зазнає стиску, а потім поступово розширюється й заповнює всі перетини. З насадка струмина випливає, маючи повну площу перетину; тому коефіцієнт стиску на виході  $\varepsilon = 1$ , а коефіцієнт витрати  $\mu = \varphi$ .



Мал. 19 Витікання рідини через циліндричний зовнішній насадок (а), через товсту стінку як циліндричний насадок (б) і відрив струмини в циліндричному насадці(а).





Мал. 20. Утворення вакууму в циліндричному насадку.

Процеси стиску струмини в насадці і при витіканні з отвору відрізняються один від одного. Струмина у насадці обмежена твердими стінками, тому навколо стислої струмини утворюється зона «віджиму» або кільцевий «мертвий» простір. Цей простір періодично заповнюється рідиною, що перебуває у вихреподібному, коловоротному русі, і періодично рідина із цієї зони несеться основним потоком. Внаслідок цього тиск у «мертвому просторі» стає менше атмосферного і там створюється вакуум, що сприяє виділенню з рідини бульбашок повітря (явище кавітації). Повітря потім захоплюється протікаючою по насадку рідиною й несеться потоком.

Наявність вакууму пояснює збільшення витрати при витіканні з насадка в порівнянні з витіканням з отвору в тонкій стінці. Завдяки вакууму насадок працює як своєрідний насос, підсмоктуючи додаткову кількість рідини.

Швидкість витікання:

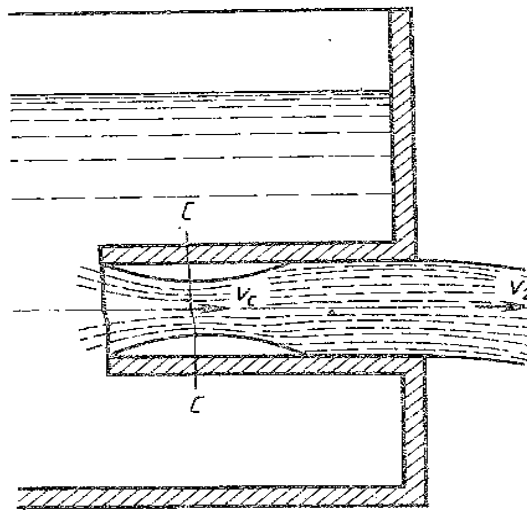
$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_n}} \sqrt{2gH} = \varphi_n \sqrt{2gH}$$

Витрата рідини для насадка:  $Q = S_0 v_2 = S_0 \varphi_n \sqrt{2gH}$ , але так як  $\mu_n = \varphi_n$ , витрати можна також виразити формулою

$$Q = \mu_n S_0 \sqrt{2gH}.$$

Коефіцієнт витрати для циліндричного насадка більше, ніж коефіцієнт витрати для малого отвору на 32%. Коефіцієнт швидкості для циліндричного насадка, навпаки виявляється менше коефіцієнта швидкості для малого отвору на 15%.

Таким чином, зовнішній циліндричний насадок збільшує витрату рідини й разом з тим суттєво знижує швидкість її витікання в порівнянні з малим отвором.



Мал. 21. Циліндричний внутрішній насадок.

**Циліндричний внутрішній насадок.** Через насадок цього типу рідина стікає також як через зовнішній (мал. 21). Однак, не дивлячись на те що коефіцієнт стиску в цьому випадку теж дорівнює одиниці ( $\varepsilon = 1$ ), коефіцієнт швидкості й витрати для заповненого внутрішнього насадка менше, ніж для зовнішнього:

$$\mu = \varphi = 0,71.$$

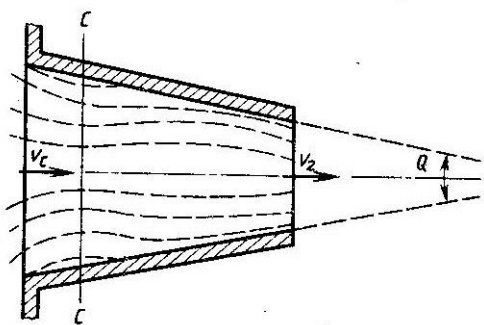
Це показує що гідравлічний опір циліндричного внутрішнього насадка більше, ніж зовнішнього. Крім того, в «мертвій» зоні внутрішнього насадка

ступінь вакууму менше, а отже, менше й витрата рідини. Тому зовнішні насадки, як правило, знаходять більш широке застосування, ніж внутрішні.

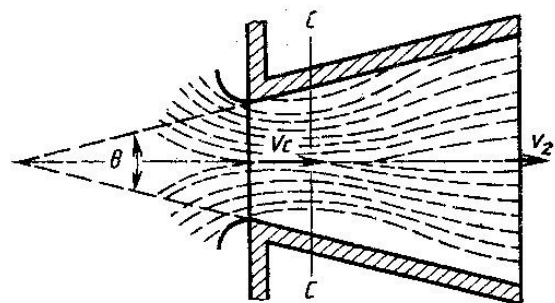
**Конічний розбіжний насадок.** Цей насадок являє собою усічений конус, менша основа якого приєднана до отвору в стінці посудини. Швидкість  $v_c$  струмини на вході в стислому перетині більше швидкості  $v^2$  на виході з насадка, а тиск згідно з рівнянням Бернуллі, навпаки, менше, тобто  $p_c < p_{\text{атм}}$ . Отже в конічному розбіжному насадку є вакуум, причому ступінь його більше, ніж у зовнішньому циліндричному. Це підтверджується також ступенем стиску струмини, яка досягає в насадці даного типу найбільшого значення. При куті конусності  $\gamma > 80$  відбувається відрив струмини від стінок насадки й він перестає працювати повним перетином. Витікання стає аналогічним витіканню струмини через малий отвір. Втрати енергії в розбіжному насадку більше, ніж у циліндричному через максимальний стиск і найбільшого розширення після стиску.

Значення коефіцієнтів швидкості  $\varphi$  й витрати  $\mu$  у конічному розбіжному насадці залежать від кута конусності й від оформлення входу в насадок. У середньому при кутах  $\theta = 5 - 7^\circ$  ці коефіцієнти щодо вихідного перетину слід ухвалювати

$$\varphi = \mu = 0,45.$$



Мал. 22. Конічний збіжний насадок



Мал. 23. Конічний розбіжний насадок

Таким чином, якщо до отвору в тонкій стінці приєднати конічний розбіжний насадок, то витрата рідини значно зросте: насадок як би «підсмоктує» додаткову кількість рідини.

**Конічний збіжний насадок.** Насадок являє собою усічений конус і приєднується до отвору в стінці посудини більшою основою (мал.22). У конічному збіжному насадку ступінь вакууму в стислому перетині менше, ніж у циліндричному й конічному розбіжному насадках.

У збіжному насадці швидкість максимальна в порівнянні із двома іншими типами насадків. Оскільки швидкість витікання рідини  $v$  з коефіцієнтом швидкості  $\varphi$  зв'язана прямою залежністю, то буде справедлива наступна нерівність:

$$\varphi_{cx} > \varphi_{\zeta} > \varphi_{расx}$$

На практиці коефіцієнт швидкості безупинно росте зі збільшенням кута конусності від  $0$  до  $50^{\circ}$ , а коефіцієнт витрати спочатку росте й досягає максимального значення  $\vartheta = 13^{\circ}$  ( $\mu = 0,95$ ), а потім починає зменшуватися й при  $\vartheta = 480^{\circ}$  ( $\mu = 0,85$ ). Експериментально встановлене співвідношення витрат рідин для розглянутих насадків:

$$Q_{cx} > Q_{\zeta} > Q_{расx}$$

**Коноідальний насадок (сопло).** Насадок має вході внутрішній обрис, близький за формою до природно стискальної струмини, а вихідна його ділянка циліндрична. Така форма насадка забезпечує безвідривність течії струмини на вході й паралельність у вихідному перетині. Втрати напору досить малі. Значення коефіцієнта опору  $\xi \cong 0,03 - 0,10$ , тому що внутрішній стиск тут мінімальний, а зовнішній відсутній ( $\epsilon = 1$ ).

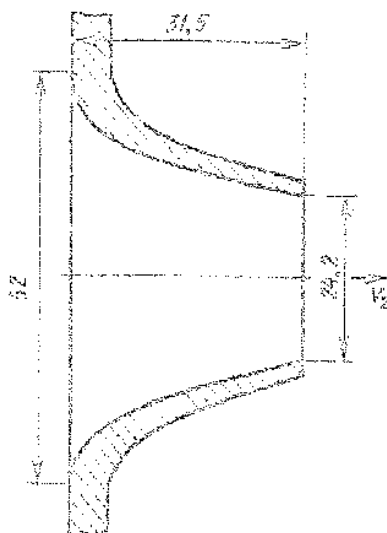


Рис. 23. Коноідальний насадок.

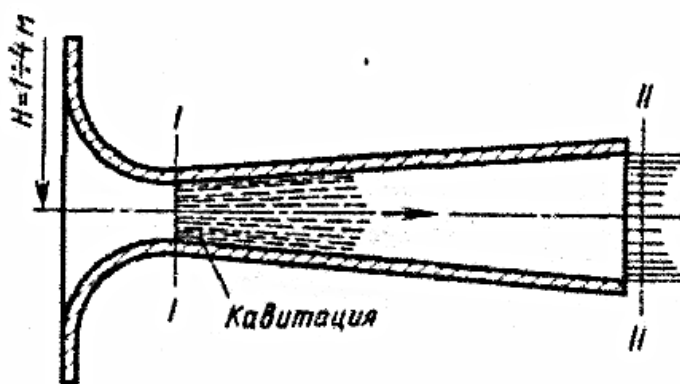


Рис. 24. Дифузорний насадок.

Отже, коефіцієнти швидкості й витрати рівні між собою й мають найбільше значення  $\varphi = \mu = 0,97$ , а при особливо ретельному виготовленні насадка і гладких стінках становлять 0,99.

**Дифузорний насадок.** Насадок являє собою комбінацію сопла й дифузора (мал. 24). Приставка дифузора дозволяє знизити тиск у найвужчому перетині насадка, а отже, згідно з рівнянням Бернуллі збільшити швидкість і витрати рідини. Без зміни діаметра сопла у найвужчому перерізі і при тому ж напорі дифузорна приставка дозволяє збільшити витрату в 2, 5 рази в порінні з витратою, яку забезпечує сопло.

Тому дифузорні насадки потрібні в тих випадках, коли треба отримати якомога більшу витрату. Однак їх застосування обмежується висотою напору  $H = 1-4\text{ м}$ . При великих напорах у вузькому розрізі сопла виникає кавітація рідини, у результаті якої витрата різко знижується.

### **3.6.3. Практичне використання явища витікання**

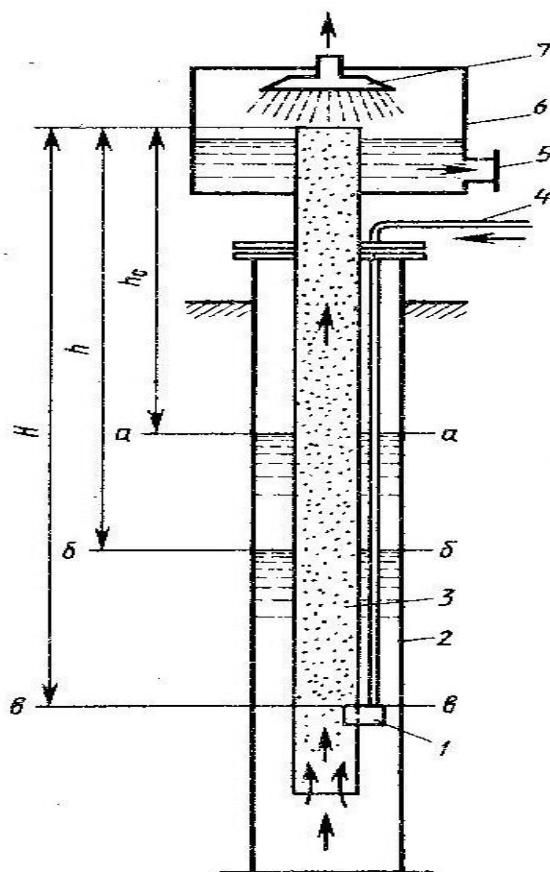
Явище витікання рідини з отворів і насадків різних типів широко використовується в техніці.

Так, невеликі калібровані отвори необхідні в тих пристроях, де потрібна точне дозування рідини: жиклери для подачі палива в карбюраторах, розпилювачі у форсунках дизельних двигунів та ін.

Робота гідравлічних амортизаторів, призначених для гасіння вертикальних коливань, заснована на перекачуванні рідини з однієї порожнини амортизатора в іншу через малі отвори й канали, що створюють опір протіканню в'язкої рідини та поглинаючи при цьому енергію коливань. Будова і робота автомобільних амортизаторів вивчається в курсі «Автомобіль».

Конічні розбіжні насадки використовуються для затримки плинущої рідини і відповідно збільшення їх тиску й витрати: у трубах під насипами, в ежекторних (струминних) насосах, у якості змішувачів двох рідин (елеватори).

Конічні збіжні насадки застосовуються в тих приладах і технічних пристроях, де потрібне одержання більших вихідних швидкостей рідин і збільшення сили й дальності польоту струмини: у пожежних брандспойтах, і форсунках для подачі палива, у фонтанних соплах, у соплах активних гідравлічних турбін. Особливо широке застосування збіжних насадків різних конструкцій у гідромоніторах, призначених для розмиву ґрунту й руйнування гірських порід.



Мал. 25 Схеми ерліфта

Для підйому рідин застосовуються ерліфти – пневмопідйомники, у яких повітря перемішується з рідиною, утворюючи емульсію з меншою питомою вагою, ніж у рідини. Схему ерліфта наведено на малюнку 25. У свердловину, укріплену обсадною трубою 2, на достатню глибину від рівня б – б опускається підймальна труба 3. Цей рівень встановлюється у свердловині при роботі ерліфта й називається *динамічним рівнем*  $h$  на відміну від *статистичного рівня*  $h_0$  (а – а), який був у свердловині до відкачки рідини.

До підймальної трубки повітря підводиться від компресора по повітропроводу 4 з форсункою 1. Тому що питома вага емульсії менше, ніж питома вага рідини, тому емульсія буде підніматися по трубці 3 і вилитися в прийомний бак – повітроохолоджувач 6 з патрубком 5. Повітря з бака віддаляється через відбійний конус 7. Ерліфти мають ряд переваг: простота конструкції (немає частин, що рухаються), надійність у роботі, можливість подавати воду, що містить дрібні тверді частки. Виходячи із цього, ерліфти

застосовують для подачі води й нафти із глибоких свердловин, для подачі кислот і інших хімічно активних рідин, а також сумішей із твердими частками. Недоліки ерліфтів: невисокий КПД (0,25 – 0,35).

#### 3.6.4. Динамічний вплив струмини на тверді перешкоди

Струмина, що вилітає з насадка, при дуже великих швидкостях набуває особливих властивостей, близьких до властивостей твердого тіла. Так при тиску 98 МПа (1000 атм) водяна струмина здатна розрізати сталеву пластину, при тиску 49 МПа (500 атм) вона може розрізати граніт. Тиск в 0,15 – 0,20 МПа достатньо, щоб зруйнувати струминами води різні ґрунти.

Розглянемо прямий удар струмини в перешкоду у вигляді пласкої поверхні (мал. 26). Припустимо, що напрямок струмини нормальний до площини. Після удару струмина ділиться на два потоки, спрямованих уздовж площини. Силу удару  $P$  можна визначити, використовуючи теорему про рівновагу імпульсу сили зміні кількості руху.

$$P = 2\rho gS \frac{v}{2g} = 2\gamma S \frac{v^2}{2g}$$

Сила удару може бути виражена через напір і гідростатичний тиск:

$$P = 2\gamma HS = 2pS.$$



Рис. 26. Прямий удар струмини в перешкоду.

З рівняння бачимо, що сила тиску струмини рідини, що витікає з отвору перетин якого  $S$  під напором  $H$ , нормальна до неї площина у два рази більша гідростатичного  $p=\gamma H$ .



Якщо перешкода розташована під деяким кутом  $a$  до осі струмини, то удар струмини в перешкоду називається косим (мал. 27). Сила тиску, направлена нормально до стінки, буде рівна:

$$P_N = 2\gamma HS \sin a.$$

Сила тиску в напрямку дії струмини визначиться як

$$P = 2\gamma HS \sin^2 a.$$

Ударяючись в круглу перешкоду порівняно невеликих розмірів (мал. 28), струмлячи обтікає її з двох сторін під деяким кутом  $\beta$ .

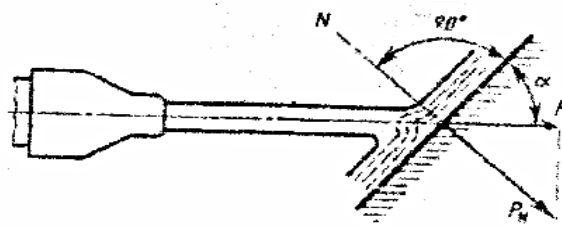


Рис. 27. Обтікання струминою криволінійної поверхні.

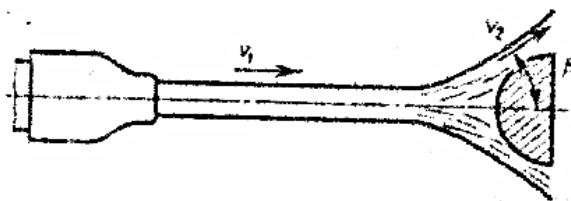


Рис. 28. Вплив струмини на ввігнуту поверхню.

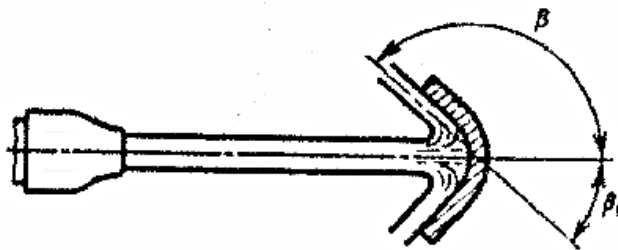


Рис. 29. Вплив струмини на похилу площину.

При розвороті струмини на  $180^0$  сила тиску на ввігнуту поверхню зростає в 2 рази, а гідростатичний тиск – в 4 рази.

Ця особливість взаємодії струмини з увігнутою поверхнею використовується в техніці. Форму лопаток активних гідравлічних турбін конструюють таким чином, щоб забезпечити розворот на  $180^{\circ}$  або наблизити до цього значення.

## 4. Гідравлічні машини

### 4.1 Насоси

Гідравлічні машини призначені для переміщення рідин і перетворення енергії потоку рідини в механічну енергію.

Найбільш численний клас гідравлічних машин становлять *насоси*.

Поршневий насос являє собою машину об'ємної дії. На малюнку представлена схема поршневого насоса. Зворотньо - поступальний рух поршня 5 забезпечується за допомогою кривошипно – шатунного механізму, до складу якого входять маховики із кривошипом 1, шатун 2, повзун 3 і шток 4. Осьові насоси мають велику подачу й малий напір. Їхніми перевагами є простота й компактність конструкції, а також можливість перекачування забруднених рідин. На малюнку показаний осьовий насос із жорстко закріпленими лопатами. Рідина надходить із всмоктувального трубопроводу в проточну частину насоса, у якій знаходиться робоче колесо, яке складається з ступиці 7 з нерухомими лопатками. Відвід рідини у відповідний трубопровід виконаний у вигляді коліна 3. Вал 9 обертається у двох підшипниках 2 і 5 і з'єднаний муфтою 1 з валом електродвигуна.

Теоретична подача осьового насоса ( $\text{м}^3 / \text{с}$ ):

$$Q = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) v_z,$$

де  $D$  – зовнішній діаметр робочого колеса, м;  $d$  – діаметр ступиці, м;

$v_z$  - осьова швидкість, м/с.

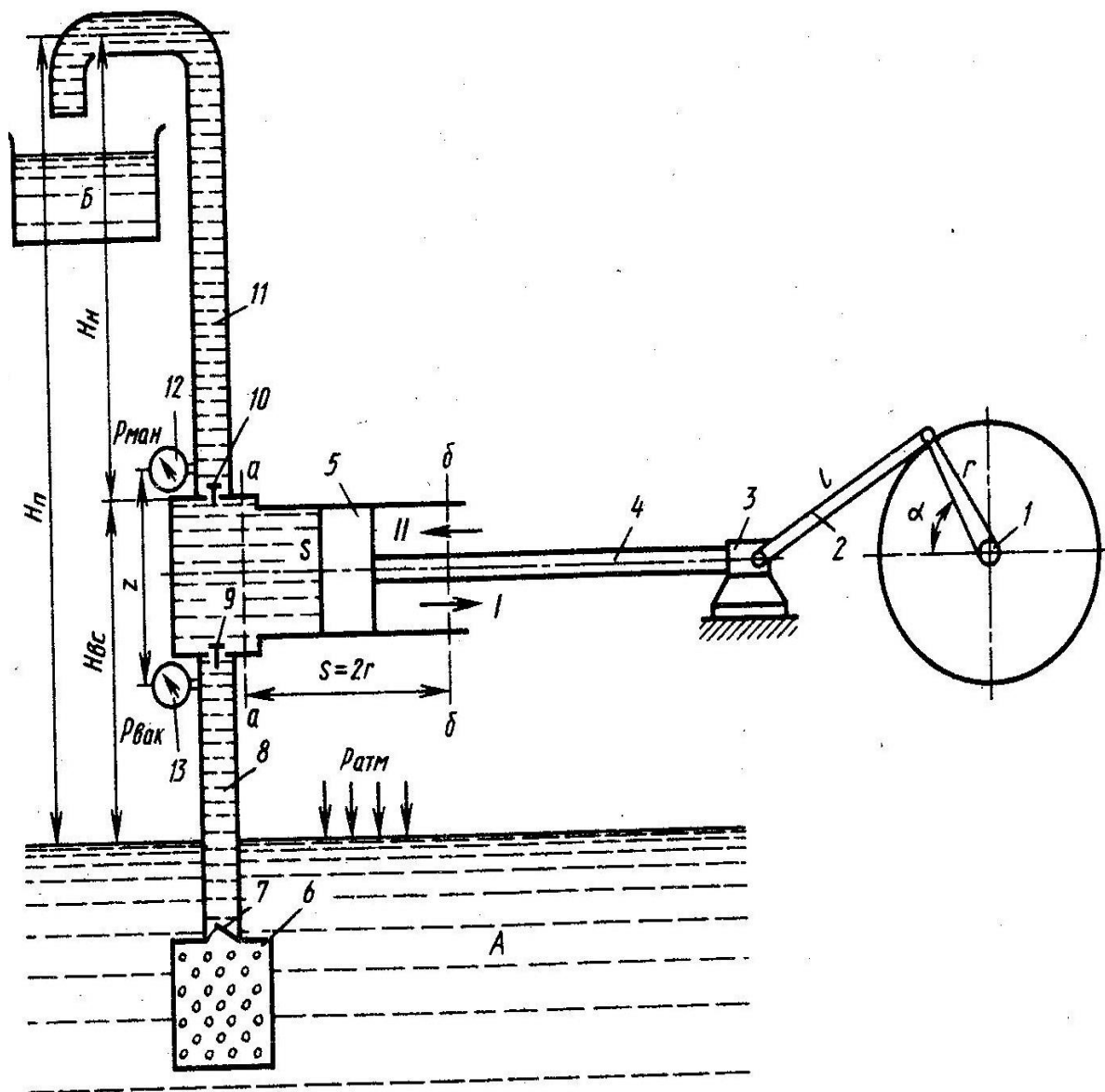


Рис.30. Схема поршневого насоса

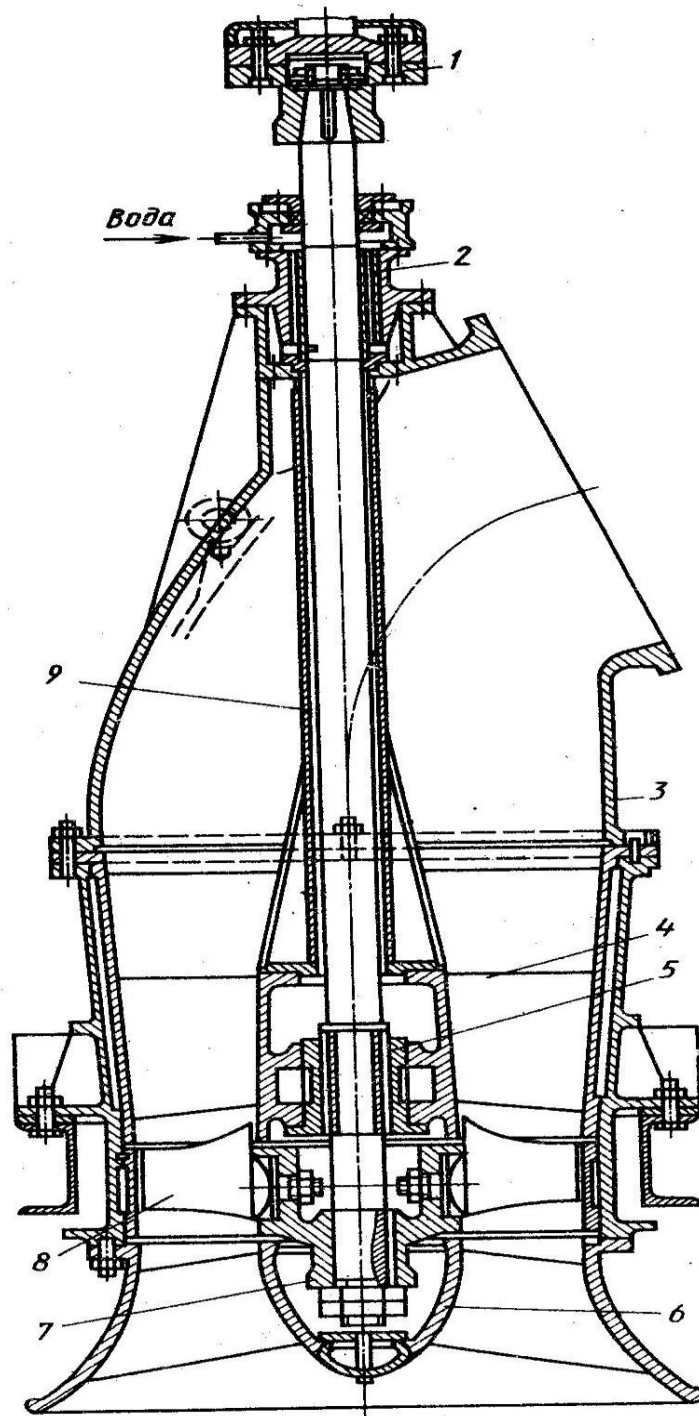


Рис. 31. Осьовий насос із жорстко закріпленими лопатами.

Корисна потужність відцентрового насоса визначається так само, як і для інших гідравлічних насосів, тобто це потужність, що віддається насосом рідини, що проходить через напірний патрубок:

$$N_{\text{пол}} = \rho g Q H_n$$

Споживана потужність  $N_{\text{потр}}$  – це потужність затрачувана двигуном на привод насоса. Вона враховується загальним КПД насоса  $\eta_n$ :

$$N_{\text{потр}} = N_{\text{пол}} / \eta_n.$$

Графік залежності напору, потужності й КПД від подачі насоса називаються його *зовнішніми* або *робочими характеристиками*, а графіки залежності напору, подачі й КПД від надмірного напору усмоктування  $H_{\text{вс.надм.}}$  називаються *кавітаційними характеристиками*.

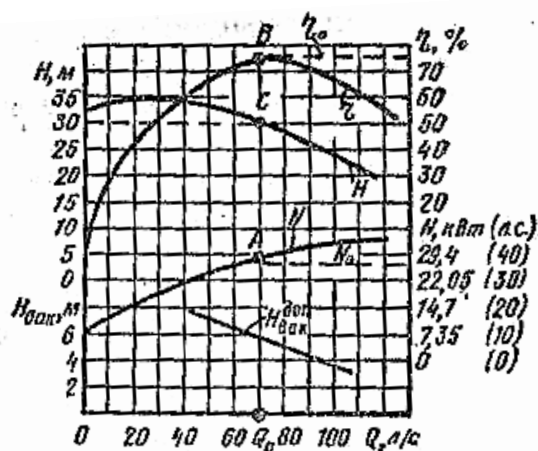


Рис. 32. Робоча характеристика відцентрового насоса.

На мал. 32 зображена типова робоча характеристика відцентрового насоса при постійній частоті обертання вала. Як бачимо на малюнку, залежності будують на одному графіку, причому подачу насоса відкладають по осі абсцис, а напір, вакуумметричну висоту, потужність і КПД – по осі ординат.

Головна мета підбору насосів – забезпечення їх експлуатації при оптимальному режимі, однак, враховуючи, що крива КПД має в зоні оптимальної точки пологий характер, на практиці користуються робочою частиною характеристики насоса (зона, що відповідає  $0,9\eta_{\text{max}}$ ), у межах якої, допускаються підбір і експлуатація насоса.

Кавітаційні характеристики необхідні для оцінки кавітаційних властивостей насосів і правильного вибору висоти всмоктування.

Шестеренний насос складається з пари однакових шестерень 4 ведучої і ведомої, які перебувають у зачепленні й поміщені у корпусі 1 насоса,

(див. мал. 33). Ведуча шестерня приводиться в обертання двигуном. При обертанні шестерень рідина, що заповнює западини між зубами, переміщається з порожнини 2 усмоктування в порожнину 3 нагнітання. Оскільки кришка корпусу насоса досить просто прилягає до торців шестерень, то рідина вижимается із западин, коли зуби входять у зачеплення на протилежній нагнітальній стороні насоса.

Витік рідини враховує об'ємний КПД  $\eta_0 = 0,80 - 0,95$ . Дійсна подача ( $\text{м}^3 / \text{с}$ ) при діаметрі шестерні  $D$  і числі зубів  $z$ :

$$Q = lbD^2n\eta_0 / (30z),$$

де  $b$  – товщина шестірни.

Шестеренні насоси реверсивні, тобто зміною напрямку обертання шестірень у них можна змінити напрямок руху потоку рідини в трубопроводах.

Шестеренні насоси застосовують у різних гідросистемах металорізальних верстатів, тракторів, будівничо – дорожніх машин, для в'язких нафтопродуктів.

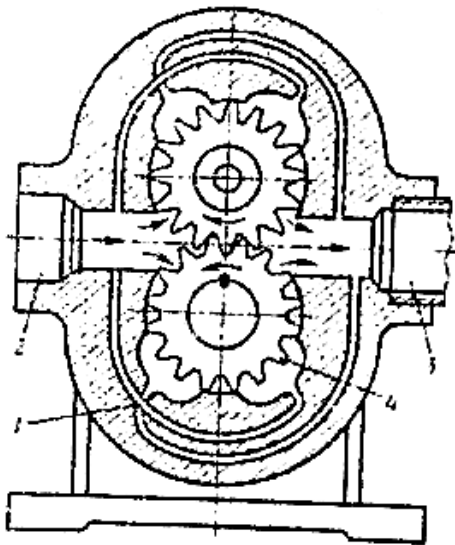


Рис. 33. Шестеренний насос із шестернями зовнішнього зачеплення.

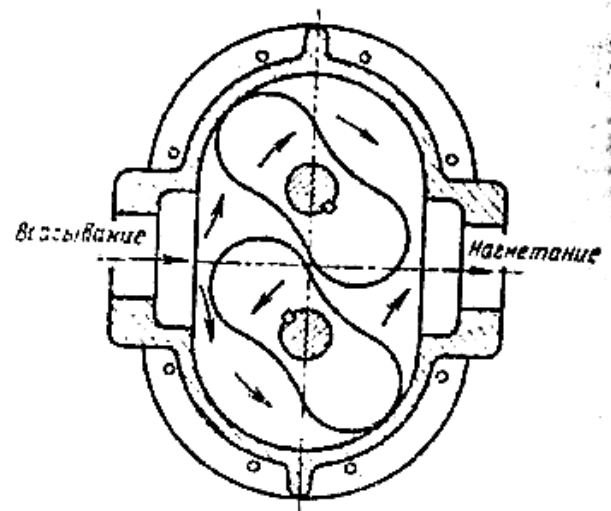


Рис. 34. Коловоротний насос.

Коловоротні насоси також можна вважати шестеренними, вони мають два або три зуби на кожному роторі. На малюнку 34 показаний коловоротний насос із двома зубами. Профілі зубів виконані таким чином, щоб вони щільно замикалися між собою і статором. При напрямку обертання роторів, зазначеному на малюнку стрілками, об'єм правої камери зменшується й рідина з неї витісняється, у лівій відбувається всмоктування. Оскільки ротори не можуть передавати крутний момент усередині статора, то вони з'єднані між собою шестеренною парою, яка розташована за межами корпусу насоса.

Коловоротні насоси застосовують для перекачування більших обсягів дуже в'язких рідин при невеликому тиску: кам'яновугільних смол, бітумів.

Лопатеві насоси відносять до класу динамічних машин. Залежно від напрямку потоку рідини вони діляться на відцентрові й осьові.

Дійсний напір відцентрового насоса:

$$H = \psi u_2^2 / 2g,$$

де  $u_2$  – окружна швидкість на виході з колеса,  $\psi$  - коефіцієнт напору;

$$\psi = 0,9 - 1,1.$$

Для визначення подачі скористаємося відомою формулою

$$Q = vS.$$

Площа живого перетину потоку може бути виражена як

$$S = \pi D_2 b_2,$$

де  $D_2$  - діаметр зовнішньої окружності робочого колеса;  $b_2$  – ширина каналу робочого колеса на виході.

Дійсна подача насоса визначається з вираження

$$Q_d = \pi D_2 b_2 v_2 \sin \alpha_2 \psi \eta_0,$$

Де  $\psi$  - коефіцієнт зсуву потоку лопатками,  $\psi = 0,90 - 0,95$ ;

$\eta_0$  – об'ємний КПД,  $\eta_0 \leq 0,85 - 0,95$ ; кут між векторами абсолютної й окружної швидкості  $\alpha_2$ . Робочими органами поршневого насоса є робоча камера, усередині якої розташовані всмоктувальний клапан 9 і напірний 10;

циліндр із поршнем 5; всмоктувальна 8 і напірна труби. У нижній зануреній частині всмоктувальної труби розташований фільтр 6 і прийомний клапан 7.

При русі поршня ліворуч праворуч у циліндрі за поршнем і в робочій камері створюється вакуум. Внаслідок різниці тисків в областях під всмоктувальним клапаном 9 і над ним клапан підіймається, і в всмоктувальній трубі 8 створюється розрідження. Діючою силою, що відкриває прийомний клапан, що й змушує рідину підніматися по усмоктувальній трубі 8, є різниця атмосферного тиску й розрідження в робочій камері при русі поршня вправо. При русі вліво поршень давить на рідину, що перебуває в циліндрі, підвищуючи тиск у робочій камері й закриваючи всмоктувальний клапан. У той момент, коли тиск у камері досягає деякого граничного значення, що перевищує вагу напірного клапана 10 і зусилля утримуючої його пружини, клапан відкривається й рідина витісняється в напірну трубу 11.

Висота, відлічувана від рівня рідини в приймачі до найвищої точки в циліндрі насоса називається *висотою всмоктування*  $H_{вс}$ . Висота, на яку піднімається потік рідини, називається *висотою нагнітання* ( $H_{н}$ ).

*Повна висота подачі рідини* ( $H_{п}$ ) являє собою суму висот всмоктування й нагнітання:

$$H_{п} = H_{вс} + H_{н}.$$

Роторні насоси, так само як і поршневі, відносяться до насосів об'ємного тиску, що працюють за принципом витіснення рідини. Із усіх роторних насосів шестеренні(зубчаті) мають найбільш просту конструкцію. Найбільше поширення отримали насоси із шестернями зовнішнього зачеплення (мал.33).

## 4.2. Гідравлічні двигуни

Гідравлічні турбіни відносяться до численного класу гідравлічних машин, які отримали назву *гідравлічні двигуни динамічної дії*. Турбіни



встановлюють на гідроелектричних станціях (ГЕС). Де вони служать для приводу електричних генераторів.

**Ковшова турбіна** являє собою робоче колесо, укріплене на валу вище рівня води. Колесо обертається в повітрі, і тільки частина лопаток взаємодіє з водою. Вода подається на робочі лопати по трубопроводу через сопло. Робоче колесо складається з диска, по окружності якого укріплені робочі лопати, за формою схожі на ковші (звідси назва ковшова).

В осьовій турбіні обертаюча частина (ротор) турбіни складається з робочого колеса з лопатами. Робоче колесо містить від 4 до 8 лопат.

## 5. Гідроелектростанції

Гідроелектростанції призначені для одержання електричної енергії, а також водопостачання, поліпшення умов судноплавства, захисту від повеней.

Потужність гідравлічного потоку залежить від витрати  $Q$  і напору  $H$ . Ефективне використання енергії водного потоку можливе при створенні перепаду тиску води на короткій ділянці ріки. Це досягається вибором місця розташування гідроелектростанції й створенням штучного перепаду. Часто перепад тиску концентрується шляхом підпору рівня ріки в результаті створення греблі (гребельна схема).

Іноді перепад тиску концентрується шляхом відводу води із природнього русла по штучному водогону (дериваційному каналу), що має менший гідравлічний ухил. Завдяки такій схемі рівень води наприкінці водогону виявляється вище рівня води в ріці.

При комбінованій схемі напір створюється за допомогою греблі й дериваційних споруджень. Дериваційний водогін у вигляді напірного тунелю або напірного трубопроводу з'єднує водоймище за греблею з турбінними трубопроводами.

Дериваційні й комбіновані схеми підведення води до турбін часто застосовуються при будівництві ГЕС на гірських озерах і руслах рік, що перебувають на порівняно не великій відстані одні від одних.

**Гідроакумлючі електростанції (ГАЕС).** Будівництво ГАЕС доцільне в тих районах, де гідроенергетичні ресурси вже в значній мірі використані й можливість будівництва нових ГЕС обмежена. ГАЕС можуть працювати при відносно невеликих обсягах водних басейнів: при цьому нерівномірність добового графіка завантаження енергосистеми усувається перерозподілом електроенергії, яка виробляється іншими електростанціями.

ГАЕС працює у двох режимах: насосному й турбінному, тому її обладнують зворотними гідромашинами, здатними працювати як у якості насосів, так і в якості двигунів. При роботі в насосному режимі вода з нижнього басейну перекачується у верхній, розташований на певній висоті. ГАЕС працює в насосному режимі, як правило, у нічному режимі, у нічний час, коли витрата електроенергії в енергосистемі мінімальний. У цьому режимі ГАЕС споживає електроенергію, вироблювану іншими електростанціями, включеними в енергосистему, а у верхньому басейні створюється запас гідравлічної енергії.

У турбінному режимі ГАЕС використовує для вироблення електроенергії запасену у верхньому басейні воду. ГАЕС працює в турбінному режимі в годинник «пік», коли навантаження енергосистеми зростає.

Для будівництва приливних електростанцій здатних виробляти дешеву електроенергію, необхідні сприятливі топографічні умови (глибокі затоки при невеликій ширині протоки) і більші амплітуди припливів. Таких місць дуже небагато, тому енергія припливів використовується ще недостатньо.