

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання

«Допущено до захисту»

Завідувач кафедри

_____ В.В.Корольський

«__» _____ 2018 р.

Реєстраційний № _____

«__» _____ 2018 р.

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА
ЕЛЕМЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ В ПРОФІЛЬНІЙ
ШКОЛІ З ВИКОРИСТАННЯМ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ

Кваліфікаційна робота
студентки фізико-математичного факультету
групи МІм-13

освітньо-кваліфікаційний рівень “магістр”
спеціальності: 014.04 середня освіта
(математика)

Безверхньої Олени Олегівни

Науковий керівник

кандидат педагогічних наук, доцент

Крамаренко Тетяна Григорівна

Оцінка:

Національна шкала _____

Шкала ECTS ____ Кількість балів _____

Голова ЕК _____

(підпис) (прізвище, ініціали)

Члени ЕК _____

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО - МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ НАВЧАННЯ СТОХАСТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ	6
1.1. Методичні особливості використання міжпредметних зв'язків у навчанні математики	6
1.2. Міжпредметні зв'язки стохастичної лінії з іншими розділами вищої математики	12
1.3. Міжпредметні зв'язки стохастичної лінії з економічною теорією і фізикою.....	17
Висновки до розділу 1.	27
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ СТОХАСТИКИ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ З ВИКОРИСТАННЯМ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ	28
2.1. Логіко-математичний аналіз теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики».....	28
2.2. Методичні основи навчання теорії ймовірностей та математичної статистики залежно від напрямку профілізації.	37
2.3.Методика використання STEM – освіти на засадах міжпредметних зв'язків на уроках з теорії ймовірностей та математичної статистики...	45
2.4.Конструювання систем задач та організація навчання в класах різних профілів на засадах міжпредметних зв'язків	55
Висновки до розділу 2	69
ВИСНОВКИ.....	70
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	72
ДОДАТКИ	82
Додаток А.....	82
Додаток Б	88

ВСТУП

На сьогоднішній день активно розвивається інформаційне суспільство, особистість повинна бути різносторонньо обізнаною, знання, які вона отримує, мають бути системними. Тому вбачаємо необхідність вивчення міжпредметних зв'язків, які забезпечують системне, узагальнене навчання.

Значна кількість наукових праць, пов'язана із вивченням міжпредметних зв'язків у навчанні математики. Теорія ймовірностей та математична статистика посідає важливе місце в прикладній діяльності сучасної людини, зокрема в діяльності спеціаліста в області математичної науки.

Актуальним напрямком навчання математики є навчання математики у профільній школі, зокрема стохастичної лінії.

Оскільки відсоток завдань цієї теми в ЗНО зовсім невеликий, то як показує досвід: вчителі не приділяють належної уваги вивчення цієї теми, але лінія продовжується у вищій школі, через це необхідно розглядати стохастичну лінію на високому рівні як у профільних класах, так і класах з академічним рівнем вивченням математики. Тому доцільно детальніше розглянути стохастичну лінію шкільного курсу математики, зокрема, використання міжпредметних зв'язків, недостатнє вивчення яких, взяли за проблематику нашого дослідження.

Проблема реалізації міжпредметних зв'язків і на сьогодні залишається актуальною. З переходом до Нової української школи, набули поширення інтегровані курси які забезпечують комплексне пізнання світу.

Мета роботи: дослідити методичні особливості використання міжпредметних зв'язків під час вивчення теорії ймовірностей на уроках математики в профільній школі, розробити систему задач для вивчення стохастичної лінії у різнопрофільних класах, використовуючи міжпредметні зв'язки.

Мета роботи конкретизувалась у таких **завданнях**:

1. визначити психолого-педагогічні та методичні основи використання міжпредметних зв'язків в організації навчання математики у профільній школі;
2. проаналізувати міжпредметні зв'язки стохастичної лінії з іншими розділами вищої математики, економічними теоріями і фізикою;
3. здійснити аналіз проблеми вивчення теорії ймовірностей та елементів математичної статистики у різнопрофільних класах;
4. розробити систему задач для вивчення стохастичної лінії з використанням міжпредметних зв'язків, STEM-підходів, та рекомендації щодо її використання.

Об'єктом є процес навчання стохастичної лінії у різнопрофільних класах.

Предмет дослідження – методичні особливості використання міжпредметних зв'язків під час вивчення теорії ймовірностей та елементів математичної статистики в профільній школі.

Під час роботи були використані такі **методи** педагогічного дослідження:

- *теоретичні*: аналіз навчально-методичної і психолого-педагогічної літератури з проблеми дослідження;
- *емпіричні*: спостереження, бесіди з викладачами та вчителями, вивчення і узагальнення педагогічного досвіду, анкетування.

Практичне значення дослідження: розроблена добірка завдань, складені таблиці, що демонструють міжпредметні зв'язки стохастички з іншими розділами математики, подано фрагменти розробок уроків. Розроблені матеріали можуть бути використані вчителями, студентами для проведення уроків з математики з тем, які пронизує стохастична лінія.

Структура та обсяг роботи: кваліфікаційна робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до розділів, загальних висновків, списку

використаних джерел 85, додатків 2. Загальний обсяг роботи – 91 сторінка, із них основний зміст – 71 сторінка.

Апробація результатів дослідження, участь у конференціях:

- Всеукраїнська науково-практична конференція «Фізико-математичні та комп'ютерні науки, технології, навчання: науково-практичні рішення та підходи молодих науковців», м. Кропивницький [12].
- III Міжнародна науково-методична конференція Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2018», м. Суми[13].

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО - МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ НАВЧАННЯ СТОХАСТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ

1.1. Методичні особливості використання міжпредметних зв'язків у навчанні математики

На сьогодні часто говорять про міжпредметні зв'язки, про їх використання під час проведення уроків, стало актуальним поєднувати різні уроки. Однією з причин стало тісне перекликання навчальних програм, що, в свою чергу, робить знання, отримані з інших предметів, фундаментом для подальшого засвоєння тем даного навчального предмету. Отже, детально розглянемо використання міжпредметних зв'язків на уроках математики.

З'ясуємо суть поняття «міжпредметні зв'язки». Міжпредметні зв'язки розглядали такі видатні педагоги як Й. Ф. Гербарт [23], К. Д. Ушинський [82], Й. Г. Песталоцці [65], Я. А. Коменський [49]. Вони відзначали, що неможливо навчити учнів, якщо останні вивчатимуть усі предмети окремо. К. Д. Ушинський розглядав види взаємозв'язків різних предметів та вважав, що не може бути цілісних знань, якщо немає зв'язків між навчальними предметами. Я. А. Коменський наголошував на важливості інтегрованого навчання, що необхідно вивчати разом те, що схоже. Й. Г. Песталоцці писав: «Приведи в своїй свідомості всі по суті взаємопов'язані між собою предмети в той саме зв'язок, в якому вони знаходяться в природі».

Поняття «міжпредметні зв'язки» використав відомий психолог Ю. А. Самарін, до цього його розглядали у контексті інтегрованого навчання [71].

М. М. Фіцула вбачає необхідність міжпредметних зв'язків у стимулюванні інтересу учнів, а самі уроки мають на меті об'єднати матеріал декількох предметів [83, с.167].

Поняття міжпредметні зв'язки не є однозначно визначеним поняттям, його розглядають і як виявлення принципу системності, і як дидактичну умову. Зокрема, О. І. Глобін визначає поняття «міжпредметні зв'язки» як структуру з трьох елементів:

- Знання та уміння з однієї предметної області;
- Знання та уміння з іншої предметної області;
- зв'язки цих знань, умінь в процесі навчання [25, с.16].

За О. І. Глобіним «міжпредметний (інтегрований) урок – це урок, який проводиться з метою розкриття загальних закономірностей, законів, ідей, теорій, відображених у різних науках і відповідних їм навчальних предметах» [25, с. 31]. Математика повинна розглядатись як апарат дослідження природних, соціальних, економічних явищ та об'єктів [25, с. 31].

Математика – універсальна наука, вона має місце у багатьох галузях знань як інструмент за допомогою якого можна вирішити ті чи інші питання. Математику можна інтегрувати з багатьма науками.

Використання міжпредметних зв'язків – це дидактична умова, яка сприяє підвищенню науковості та посильності навчання, значному посиленню пізнавальної діяльності учнів, поліпшенню якості їх знань [53].

Міжпредметні зв'язки обумовлюють:

- поглиблення та розширене сприйняття учнями фактичних даних;
- ефективне формування наукових поглядів;
- свідоме засвоєння теорії, яку вивчає кожна дисципліна.

Міжпредметні зв'язки реалізуються поєднанням інтеграції та координації знань, які взаємно доповнюються і сприяють формуванню в

учнів єдиної картини світу, наукового світогляду [53]. Тому доцільно з'ясувати, що розуміють під інтеграцією та координацією.

Інтеграція – це поєднання, взаємопроникнення. Процес об'єднання будь-яких елементів (частин) в одне ціле. Процес взаємозближення й утворення взаємозв'язків.

Координація знань – це погодження навчальних програм зі споріднених предметів з погляду єдиного підходу до трактування понять, ідей, методів, процесів, явищ, зокрема, у часі їх вивчення.

Теорія ймовірностей та математична статистика має прикладний характер, вона необхідна не лише для вивчення природничих наук, але й для наук гуманітарного, економічного та інших циклів. Стохастика лежить в основі багатьох досліджень, яка почала свій розвиток з азартних ігор, техніки та природознавства. Застосування інтеграції в навчанні математики, зокрема, теорії ймовірностей, актуальне питання, оскільки теорія ймовірностей, відносно, нова, сучасна наука, яка має практичне застосування в інших предметних галузях.

В історичних джерелах знаходимо слова, які приписують Платону, що «здатний до математики, витончений у всіх інших науках». Це говорить про причетність математики до інших наук, тому неможливо виключити міжпредметні зв'язки у навчанні математики.

О. В. Шаран та Ю. С. Бец зазначають, що уроки з використанням міжпредметних зв'язків можна проводити у будь-якому класі початкової школи, наводячи аналогії між поняттями та термінами з різних навчальних предметів, що й допомагає кращому усвідомленню нового матеріалу.

Вказують, що навчання математичним поняттям неможливе без пізнання навколишнього світу, тому необхідно формувати математичні навички поряд з іншими навичками. А тому у навчальному процесі необхідно розглядати міжпредметні зв'язки і надавати їм чималого значення [85, с. 125].

Ми вважаємо, що уроки з використанням міжпредметних зв'язків доречно використовувати як в початковій школі, так і в середній, старшій та у вищій школі. Більше того, при вивченні багатьох тем з математичної дисципліни, зокрема при вивченні тем, що стосуються стохастики.

На уроках статистики можемо використовувати статистичні дані інших предметів, що ще раз підкреслює необхідність вивчення стохастичної лінії в шкільному курсі математики. Ми навчаємо учнів переносити знання з одного виду діяльності на інший, формуючи навички орієнтації в суспільстві, що є необхідним з розвитком інформаційного середовища.

Цікаво, що досліджують міжпредметні зв'язки у математиці не тільки з природничими науками, а й з гуманітарними. Так, досліджують з літературою, історією, українською та іноземними мовами. Детальніше розглянемо особливості використання міжпредметних зв'язків математики з гуманітарними науками.

Знаходимо в художній літературі відголоски з теорії ймовірностей. У творах класиків ми можемо спостерігати приклади випадкових подій, стохастичних процесів. Так у творах Тараса Григоровича Шевченка ми знайшли приклади:

- попарно несумісних подій:
«Мені однаково, чи буду
Я жити в Україні, чи ні.
Чи хто згадає, чи забуде
Мене в снігу на чужині –
Однаковісінько мені...»;
- суми та добутку подій:
«Як умру, то поховайте мене на могилі...».

Ці приклади можемо використовувати на уроках математики, при поясненні теоретичного матеріалу для закріплення на конкретних завданнях.

Також доречно для учнів гуманітарного профілю навчання використовувати історичні відомості. Наприклад, зазначає О. І. Глобін, для запам'ятання числа e можемо використати наступне правило: два і сім, далі два рази записати рік народження Льва Толстого (1828).

О. В. Шаран, Ю. С. Бец пропонують використовувати на уроках міжпредметні зв'язки математики з англійською мовою. Для цього необхідно називати терміни як українською, так і англійською мовами, проговорювати назви дій, вирази двома мовами. Дослідники зупиняються на тому, що такі міжпредметні зв'язки краще використовувати на уроках повторення або закріплення вивченого матеріалу. Зокрема, у темі на повторення числівників, доцільно використати зв'язки з англійською, проговорювати числівники або арифметичні дії англійською мовою. А в темі на закріплення знань про геометричні фігури цікавим буде використати метод гри: вчитель тримає за спиною геометричну фігуру, описуючи її основні властивості українською мовою, а діти повинні здогадатись, яку фігуру тримає вчитель, та назвати її англійською мовою. Це дасть змогу учням розуміти тісний зв'язок між предметами і необхідність вивчення усіх предметів, запропонованих програмою.

О. І. Глобін визначає такі методичні прийоми використання міжпредметних зв'язків на уроках математики [25, с. 25]:

- застосування прикладів, наочностей;
- домашні завдання з тематикою інших предметів;
- проблемні запитання, розв'язування кросвордів;
- робота з підручниками кількох предметів на одному уроці;
- виконання самостійних робіт, які оцінюються вчителями з різних предметів;

- міжпредметні тести, групові завдання;
- проведення міжпредметних гуртків, конференцій, олімпіад.

Важливим є те, що використовувати міжпредметні зв'язки ми можемо на будь-якому етапі уроку, а головне, на уроці будь-якого типу. Проте, педагоги повинні пам'ятати про психологічні особливості дітей, форми сприйняття інформації, яка з півкуль головного мозку є домінуючою, про рівень знань, розвитку логічного мислення, абстрактного мислення, вміння використовувати отримані знання в практичній діяльності, в повсякденному житті, тощо. Всі ці фактори стають основою для розвитку особистості учня.

У школі учні звикли відокремлювати предмети один від одного, вивчати як окремі галузі знань, але паралельне вивчення математики з іншими предметами дозволяє розуміти необхідність створення математичних моделей, які описують процеси, що вивчаються в інших предметах. А це, в свою чергу, дозволить всебічно розуміти сутність понять, потребу в їх вивченні. Не завжди на уроці знання з одного предмету допоможуть вирішити проблемне питання. Так міжпредметні зв'язки будуть виступати рушійною силою в розв'язанні даного питання і допоможуть створити картину цілісності вивчення всіх навчальних предметів у шкільному курсі. Учні навчаються вирішувати завдання, що вимагають комплексного застосування знань, отриманих при вивченні предметів різного циклу, побачать конкретний зв'язок, та необхідність вивчення усіх предметів шкільного курсу.

Проте, теорія ймовірностей вивчається не лише у закладах загальної середньої освіти, не завершується на вивченні в одинадцятому класі, а має своє продовження у вищих навчальних закладах. Розглянемо детальніше міжпредметну лінію теорії ймовірностей та математичної статистики у вищих навчальних закладах.

1.2. Міжпредметні зв'язки стохастичної лінії з іншими розділами вищої математики

Для формування системного засвоєння вмінь, знань, навичок, доцільним є використання міжпредметних зв'язків у вищій школі, особливо, коли мова йде про майбутнього педагога, який повинен системно розуміти свою справу, бути обізнаним. Це підвищує компетентність, що визначає саморозвиток, погляд у майбутнє. Теорія ймовірностей та математична статистика з вищою математикою – споріднені предмети, тому інтеграція відбувається на першому та другому рівнях.

Так, інструментами математичного аналізу ми користуємось при вивченні багатьох тем теорії ймовірностей та математичної статистики. Апаратом для розв'язування задач стають такі поняття: похідна, інтегральне, диференціальне числення, функція, найбільше та найменше значення функції, наближене значення, границя функції, ряди, неперервність, нерівність Чебишева, центральна гранична теорема, теореми Хінчина, Маркова, Лапласа, Бернуллі.

Покажемо таку відповідність між стохастичними моделями і їх зв'язок із вищою математикою, використовуючи математичний аналіз, як інструмент, завдяки якому, ми можемо розв'язати задачу теорії ймовірностей.

Прикладом використання рядів, інтегралів, стає означення математичного сподівання: математичним сподіванням, або середнім значенням, MX випадкової величини, називається ряд $\sum x(i) p(i)$ (для дискретних випадкових величин) і інтеграл $\int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx$ (для неперервних випадкових величин), якщо вони абсолютно збіжні [6].

Прикладом використання нерівності Чебишева є оцінка ймовірностей того, що споживання електроенергії у травні поточного року перевищить 1 000 000 кВт. год., якщо середнє споживання електроенергії

протягом травня у місті дорівнює 360 000 кВт. год.: випадкова величина X — споживання електроенергії набуває невід’ємних значень. Математичне сподівання її дорівнює 360 000. Оцінимо ймовірність за допомогою першої форми нерівності Чебишева:

$$P(X \geq 1000000) \leq \frac{360\,000}{1\,000\,000} = 0,36$$

Прикладом використання функції Лапласа є розподіл Гауса. Його називають нормальним розподілом, функція розподілу ймовірностей якого визначається формулою: $F(x) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$, де $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ - функція Лапласа.

Прикладом використання подвійних інтегралів є формула ймовірностей потрапляння випадкової точки (x, y) у довільну область D :

$$P((x, y) \in D) = \iint_D f(x, y) dx dy$$

Інструментами *геометрії* для вирішення питань теорії ймовірностей є методи побудови графіків функції, побудова статистичних залежностей, відношень.

Використання інструментів геометрії розглянемо на прикладі наступної задачі.

Задача. На двох суміжних сторонах квадрата з довжиною сторони, що дорівнює 1, навмання взято по точці. Знайти ймовірність того, що відстань між цими точками не перевищить 0,5.

Розв’язання. Подія A — «відстань між двома навмання взятими точками не перевищить 0,5». Позначимо відстань від точок, узятих на сторонах квадрата, до його вершини, що є спільною для цих сторін, через x і y . Тоді відстань між зазначеними точками $d = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Множина значень для x і y незліченна, причому значення кожної з цих змінних рівноможливі на заданих відрізках. Для обчислення ймовірностей скористаємося геометричною інтерпретацією. Як

елементарну подію розглядаємо $\omega = \{x_i; y_i\}$. Якщо x і y змінюються в зазначених межах, то множина Ω є квадратом зі стороною 1. Щоб визначити множину точок для події A , проведемо лінію $\sqrt{x^2 + y^2} = 0,5$.

На рис. 1. зображено множину Ω , в якій заштриховано множину точок, що відповідають події A . Мірою кожної з розглянутих множин є відповідна площа, тому $P(A) = \frac{S_A}{S_\Omega} = \frac{0,25\pi}{1} = \frac{\pi}{4}$

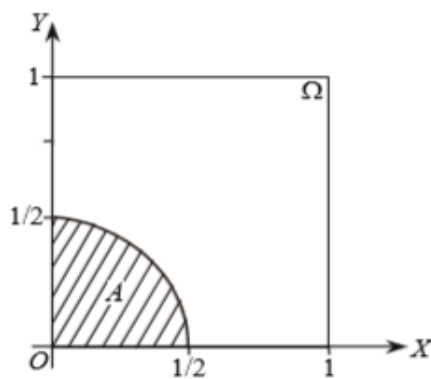


рис.1.

Інструментами *алгебри* для вирішення питань теорії ймовірностей є безпосереднє обчислення, поняття матриці, середнє квадратичне відхилення, простір подій.

Розглянемо застосування інструментів алгебри на прикладі задачі: партію виготовлених деталей перевіряли два контролери. Перший перевіряв 45 %, а другий — 55 % деталей. Імовірність припуститися помилки під час перевірки для першого контролера становить 0,15, для другого — 0,1. Після додаткової перевірки в партії прийнятих деталей виявлено браковану. Оцінити ймовірність помилки для кожного контролера.

Розв'язання. Розглянемо події: B_1 — «деталь перевіряв перший контролер»; B_2 — «деталь перевіряв другий контролер»; A — «виявлено браковану деталь». Події B_1 і B_2 несумісні й утворюють повну групу. Подія A відбулась одночасно з однією із цих подій, імовірності яких потрібно переоцінити. Застосуємо формулу Баяса.

$$P(B1/A) = \frac{P(B1)P(A/B1)}{\sum_{j=1}^2 P(Bj)P(A/Bj)} = \frac{0,45 \cdot 0,15}{0,45 \cdot 0,15 + 0,55 \cdot 0,1} = 0,551$$

$$P(B2/A) = 1 - P(B1/A) = 1 - 0,551 = 0,449$$

Отже, більш імовірно, що помилки припустився перший контролер

Розглянемо задачу на використання інструментів з вищої математики.

Задача. Тріщини всередині пластин листової сталі — відрізки прямої завдовжки a . Кут φ , утворюваний прямою, що проходить через тріщину, з прямою, яка перпендикулярна до сторони пластини, розподілений рівномірно на проміжку $(0; \pi]$. Знайти закон розподілу Y — ширини смуги, яка вирізається із бракованого металу.

Розв'язання. Для побудови графіка функції виконаємо рис. 2.

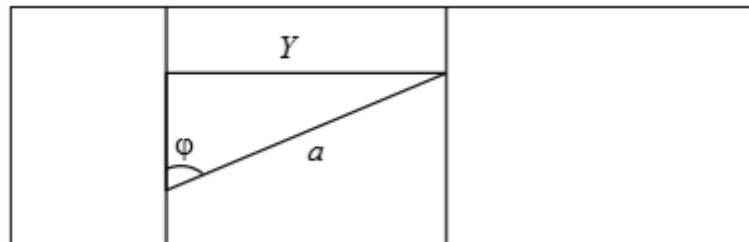


рис.2.

Бачимо, що $Y = a \sin \varphi$.

Досліджуємо функцію на монотонність:

Отже, функція не монотонна. На проміжку $(-\infty; \pi/2)$ зростає, на проміжку $(\pi/2; +\infty)$ спадає. На проміжку $(0; \pi]$ функція набуває значень від 0 до a . Побудуємо її графік:

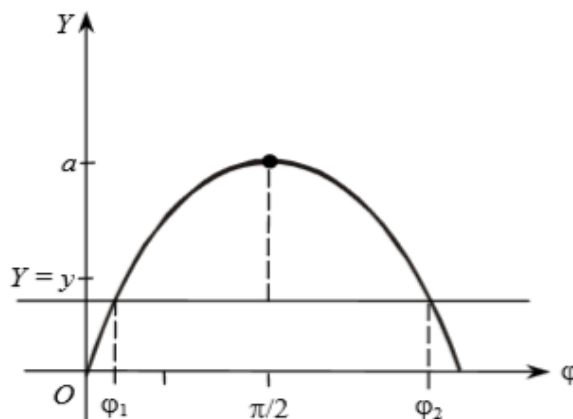


рис.3.

Проведемо пряму $y=0$ (це найменше значення функції) і уявимо, що вона переміщується в напрямі зростання y паралельно сама собі. При цьому пряма перетинає графік у двох точках. Тоді щільність розподілу $f(x)$ матиме єдиний аналітичний вираз, коли функція змінюється на проміжку $(0;a]$. Побудуємо функцію розподілу $F(y)$ при деякому значенні y , яке належить області зміни функції. Пряма $Y=y$ перетинає графік функції у точках $\varphi=\varphi_1$ і $\varphi=\varphi_2$. Звідси маємо:

$$F(y)=P(Y<y) = P(0 \leq \varphi < \varphi_1) + P(\varphi_2 \leq \varphi < \pi) = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{\pi} d\varphi + \int_{\varphi_2}^{\pi} \frac{1}{\pi} d\varphi.$$

Знайдемо значення φ_1 і φ_2 . Із рівняння $y= a \sin$ знаходимо:

$\varphi_1 = \arcsin \frac{y}{a}$, $\varphi_2 = \pi - \arcsin \frac{y}{a}$. Запишемо функцію розподілу $F(y)$, помінявши місцями у другому інтегралі межі інтегрування:

$$F(y)=\frac{1}{\pi} \int_0^{\arcsin \frac{y}{a}} d\varphi - \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{\pi - \arcsin \frac{y}{a}} d\varphi .$$

Знайдемо щільність розподілу $f(y)$ диференціюванням функції розподілу, застосувавши таку залежність: якщо $G(y)=\int_a^{\varphi(y)} f(x) dx$, то $G'(y)=f(\varphi(y))\varphi'(y)$.

$$f(y)=\frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{y^2}{a^2}}} \frac{1}{a} + \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{y^2}{a^2}}} \frac{1}{a} = \frac{2}{\pi \sqrt{a^2-y^2}}.$$

Підінтегральна функція в інтегралах дорівнювала одиниці, тому їхні похідні дорівнювали похідним за верхньою межею інтегрування. Остаточно шукана щільність розподілу функції набуває вигляду:

$$f(y) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } y \leq 0; \\ \frac{2}{\pi \sqrt{a^2 - y^2}}, & \text{якщо } 0 < y \leq a; \\ 0, & \text{якщо } y > a. \end{cases}$$

Як бачимо, стохастика, дійсно, застосовується для вивчення абсолютно різних тем із розділів вищої математики. Найчастіше, виступає

як інструмент. Тому важливо починати вивчення теорії ймовірностей та елементів математичної статистики ще у закладах загальної середньої освіти, і продовжувати вивчення у закладах вищої освіти з наголошенням на практичному значенні, фаховому спрямуванні. Більш того, на уроках стохастики можна використовувати реальні приклади з інших розділів вищої математики, за для реального прикладу використання теорії ймовірностей у інших темах, показувати її практичне, прикладне застосування.

Проте, стохастична лінія споріднена не лише з вищою математикою, а й з іншими науками математично-природничого циклу. Дослідимо детальніше зв'язок теорії ймовірностей та елементів математичної статистики з фізикою, економічними теоріями. Доведемо їх зв'язок на основі фахових задач фізичного та економічного змісту.

1.3. Міжпредметні зв'язки стохастичної лінії з економічною теорією і фізикою

Багато науковців розглядають міжпредметні зв'язки теорії ймовірностей та математичної статистики з економічними теоріями і фізикою. Основною причиною є тісний зв'язок даних наук й сам зміст курсу математики старшої (профільної) школи тісно пов'язаний зі змістом навчальних предметів природничо-наукового циклу.

Над проблемою як саме поєднати ці предмети і полегшити їх вивчення працювали такі математики: Т. А. Агекян [7], Г. В. Бібік [15], Н. М. Самарук [72], М. І. Парчук [64], Т. М. Задорожня [40] та інші. Автори пропонують розглядати теорію ймовірностей у руслі полегшення сприймання інформації для практичного застосування у необхідній галузі знань, будь то фізика чи економіка.

Звичайно, основні, загальні моменти залишаються незмінними, проте приклади, задачі, які обираються для засвоєння нового матеріалу добираються таким чином, щоб мала місце прикладна спрямованість. Тобто, якщо це задачі для студентів, що профільним предметом вивчають фізику, то умови задачі матимуть фізичний зміст, якщо для студентів, що вивчають профільним предметом економіку – економічний зміст.

В економіці, як і в інших галузях, постійно доводиться мати справу з подіями, які неможливо точно передбачити. Так, попит товару завжди змінюється, і ми не можемо його точно передбачити. Тому дуже важливо передбачати результат залежності від факторів, що на нього впливають. Більш того, у наш час постійно визначається ризик фінансових операцій, планування банківської діяльності, на чому наголошує І. М. Пістунов [66, с.5]. А це в свою чергу, доводить тісний зв'язок економіки та стохастики, й необхідність у використанні міжпредметних зв'язків при їх викладанні.

Т. М. Задорожня зазначає про те, що якісній підготовці спеціалістів економічно-фінансових спеціальностей сприяє прикладна спрямованість вивчення стохастики. Важливо, щоб прикладне спрямування відповідало потребам вивчення економічних дисциплін, щоб студенти набували компетентностей з розв'язування професійних задач математичними методами, чим і допоможе вивчення математичної статистики та теорії ймовірностей. Так, Т. М. Задорожня визначає 4 групи прикладних задач фінансово-економічного змісту, які можна розв'язати методами стохастики[40, с. 9]:

- задачі, які містять фінансово-економічну термінологію;
- задачі, що розв'язують питання страхування;
- задачі на визначення прибутку від вкладених інвестицій;
- задачі на статистичну обробку економічної інформації.

Зрозуміло, що фізику не можна вивчати окремо від математики. Лише системне вивчення і засвоєння матеріалу сприятиме повному його

усвідомленню і якісному формуванню компетентностей у тих, хто навчається. Більше того, у фізиці є окремий розділ «Статистична фізика», яку неможливо засвоїти без основних знань стохастичної лінії. Так, студентам пропонується розв'язувати задачі фахової спрямованості для кожної з тем. Завдання пропонують розв'язувати використовуючи електронні курси системи MOODLE, визначаючи необхідний рівень математичних компетентностей [50].

М.І. Парчук [64, с.39] у своїй статті розглядає поняття і закони статистичної фізики, які ґрунтуються на основних поняттях математичної статистики та теорії ймовірностей, наводить приклади розв'язування задач, в яких використовуються моделі теоретичної фізики. Це дозволить активізувати пізнавальний інтерес, підвищити професійну спрямованість навчання. При введенні нових понять, обґрунтуванні теоретичних фактів та розв'язуванні задач доцільно постійно акцентувати увагу студентів на відповідних поняттях з теорії ймовірностей та математичної статистики.

Розглянемо окремі задачі для студентів економічної і фізичної спеціальності за посібником Г.І. Кармелюк [46].

Задачі економічного змісту:

Задача 1 (компетентісна задача рівня міркувань) [46; с.30, 31].

При встановленні в механізм бракованої деталі і при перевірці її дієздатності весь механізм вийшов з ладу.

Визначити умову, при якій буде економічно вигідно проводити поштучний контроль вказаних деталей, якщо відомо, що вартість контролю кожної з них після їх виготовлення рівна M грн., вартість всього механізму N грн.;

Ймовірність виготовлення бракованої деталі - p і в механізм входить одна з цих деталей.

Чи буде економічно вигідно проводити поштучний контроль деталей, якщо собівартість механізму 2 грн., вартість контролю кожної деталі - 1 коп.,

а) ймовірність виготовлення бракованої деталі - 0,01;

б) ймовірність виготовлення бракованої деталі - 0,001 ?

Розв'язання.

Ймовірність бракованої деталі рівна $p = \frac{m}{n}$, де m - кількість бракованих деталей, n - кількість усіх деталей в механізмі. Отже, $n = \frac{m}{p}$, за умовою $m = 1$, отже, $n = \frac{1}{p}$.

Оскільки вартість контролю однієї деталі рівна M , то вартість перевірки всього механізму рівна $S = n \times M = \frac{1}{p} M$.

Умовою економічної доцільності проведення контролю є виконання нерівності:

$S < N$, або $p > \frac{M}{N}$. Підставивши необхідні дані отримаємо:

$$а) P = 0,01; M = 1; N = 200; 5 = \frac{1}{0,01} = 100 < 200.$$

Отже, контроль проводити вигідно;

$$б) P = 0,001; M = 1; N = 200; 5 = \frac{1}{0,001} = 1000 > 200.$$

Отже, контроль проводити не вигідно.

Відповідь: контроль проводити не вигідно.

Задача 2 (компетентнісна задача рівня встановлення зв'язків) [46, с.68] .

Обчислити імовірність неповернення позичальником кредиту банку (кредитний ризик щодо позичальника), якщо фахівцями банку було встановлено, що:

а) позичальник погасить узятую позику після її пролонгації і в терміні пролонгації в повному обсязі з імовірністю 0.17;

б) позика буде винесена на прострочення після того, як вона була пролонгована з імовірністю 0.06;

в) позика буде винесена на прострочення відразу після закінчення терміну дії кредитного договору, тобто без пролонгації з імовірністю 0.01.

Розв'язання

Позначимо через A подію, яка полягає в неповерненні позичальником кредиту банку; A_1 – позичальник погасить узятую позику після її пролонгації і в терміни пролонгації в повному обсязі; A_2 – позика буде винесена на прострочення після того, як вона була пролонгована; A_3 – позика буде винесена на прострочення відразу після закінчення терміну дії кредитного договору. Отже, $A = A_1 + A_2 + A_3$. Оскільки події A_1, A_2, A_3 є несумісними, то $P(A) = P(A_1 + A_2 + A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 0,17 + 0,06 + 0,01 = 0,24$.

Отже, кредитний ризик щодо позичальника становить 0,24.

Відповідь: кредитний ризик щодо позичальника становить 0,24.

Задача 3 (компетентнісна задача рівня встановлення зв'язків) [46, с.95].

Визначити умову, при якій буде економічно вигідно проводити поштучний контроль певних деталей, якщо в механізм (крім інших) встановлюється 2 такі деталі.

Вартість механізму - N грн., вартість поштучного контролю 1 деталі - M грн., ймовірність виготовлення бракованої деталі p . Механізм виходить з ладу, якщо в ньому буде хоча б одна бракована деталь.

Чи буде економічно вигідно проводити поштучний контроль деталей, якщо вартість механізму $N = 2$ грн., вартість контролю кожної деталі $M = 1$ коп., а ймовірність виготовлення бракованої деталі рівна:

а) 0,1;

б) 0,01;

в) 0,001?

Розв'язання.

Механізм вийде з ладу - подія A , якщо вийде з ладу хоч би одна з двох встановлених деталей. Отже, $P(A) = 1 - (1 - p)^2$.

З умови ймовірностей виходу механізму з ладу знаходимо число деталей n : $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{n}$, $n = \frac{2}{P(A)}$.

Оскільки вартість перевірки однієї деталі рівна M , то вартість перевірки всього механізму рівна:

$$S = n \times M = \frac{2}{1 - (1 - p)^2} M.$$

Умовою економічної доцільності проведення контролю є виконання нерівності: $S < N$:

$$\frac{2}{1 - (1 - p)^2} M < N, \text{ звідси } p > 1 - \sqrt{1 - \frac{2M}{N}} \text{ або } M < \frac{N}{2} [1 - (1 - p)^2].$$

Підставивши $N = 200$: $M = 1$, отримуємо $p > \sqrt{0,99} = 0,005$.

Отже, при: а) $p = 0,1$ - контроль проводити вигідно;

б) $p = 0,01$ - контроль проводити вигідно;

в) $p = 0,001$ - контроль проводити недоцільно.

Відповідь: а) $p = 0,1$ - контроль проводити вигідно;

б) $p = 0,01$ - контроль проводити вигідно;

в) $p = 0,001$ - контроль проводити недоцільно.

Задачі фізичного змісту:

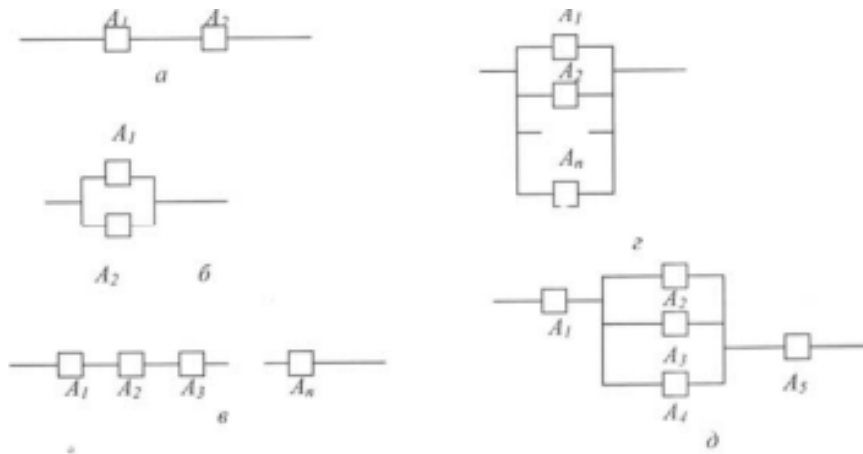
Задача 1 (компетентнісна задача рівня міркувань) [46, с.92].

Електричне коло зібране за схемою, поданою на рисунках а-д.

Нехай A_i - подія, яка полягає в тому, що за час T вийде i -й елемент кола;

$P(A_i) = p_i$. Різні елементи кола виходять з ладу незалежно один від одного.

Нехай A – подія, яка полягає в тому, що коло вийде з ладу за час T . Для кожної із схем (а-д) виразити подію A через події A_i і обчислити ймовірність події A .



Розв'язання:

Нехай A - подія, яка полягає в тому, що електричне коло вийде з ладу за час T ; A_i - подія, яка полягає в тому, що вийде з ладу i - елемент кола, ймовірностей виходу з ладу i -того елемента $P(A_i) = p_i$.

а) Послідовне сполучення. Коло вийде з ладу (подія A), якщо вийде з ладу хоч би один з елементів: A_1 - (подія A_1) чи A_2 (подія A_2), тобто:

$$P(A) = 1 - P(\overline{A_1} * \overline{A_2}) = 1 - P(\overline{A_1}) * P(\overline{A_2}) = 1 - (1 - p_1) * (1 - p_2).$$

б) Паралельне сполучення елементів. Коло вийде з ладу (подія A), якщо одночасно вийдуть з ладу елемент A_1 (подія A_1) і елемент A_2 (подія A_2), тобто подія A рівна добутку подій A_1 і A_2 ; $A = A_1 * A_2$.

Ймовірність $P(A) = P(A_1 * A_2) = P(A_1) * P(A_2) = p_1 * p_2$, оскільки події A_1 і A_2 незалежні.

в) Послідовне сполучення. Коло вийде з ладу (наступить подія A), якщо вийде з ладу хоч би один з елементів A_i , де $i = 1, 2, \dots, n$, тобто:

$$P(A) = 1 - P(\overline{A_1} * \overline{A_2} * \dots * \overline{A_i} * \dots * \overline{A_n}) = 1 - P(\overline{A_1}) * P(\overline{A_2}) * \dots * P(\overline{A_i}) * \dots * P(\overline{A_n}) = 1 - (1 - p_1) * (1 - p_2) * \dots * (1 - p_i) * \dots * (1 - p_n).$$

г) Паралельне сполучення елементів. Коло вийде з ладу, якщо вийдуть з ладу усі n елементів одночасно, тобто:

$$A = A_1 * A_2 * \dots * A_n.$$

Імовірність події A : $P(A) = P(A_1 * A_2 * \dots * A_n) = P(A_1) * P(A_2) * \dots * P(A_n) = p_1 * p_2 * \dots * p_n$ - оскільки події A_i , $i = 1, n$ - незалежні між собою.

д) Послідовне сполучення елемента A_1 , блоку B , в якому елементи A_2 , A_3 , A_4 сполучені паралельно і елемента A_5 .

Блок B вийде з ладу (подія B), якщо вийдуть з ладу всі елементи A_2 , A_3 , A_4 , тобто наступить подія $B = A_2 * A_3 * A_4$. Тоді $P(B) = P(A_2 * A_3 * A_4)$.

Електричне коло вийде з ладу (подія A), якщо вийде з ладу хоч би один з елементів A_1 (подія A_1), B (подія B) чи A_5 (подія A_5).

Отже, імовірність цієї події A рівна імовірності настання хоч би однієї з подій: $P(A) = 1 - P(\overline{A_1} * \overline{B} * \overline{A_5}) = 1 - (1 - p_1)$

Протилежною подією до події (наступлять всі події одночасно) є подія, яка полягає в тому, що не наступить хоч би одна з подій.

Отже, імовірність такої події:

$$P(\overline{A_2 A_3 A_4}) = 1 - P(\overline{A_2} \overline{A_3} \overline{A_4}) = 1 - (1 - p_2)(1 - p_3)(1 - p_4).$$

Остаточно,

$$P(A) = 1 - (1 - p_2)(1 - p_3)(1 - p_4) = 1 - (1 - p_2)(1 - p_3)(1 - p_4).$$

Задача 2 (компетентнісна задача рівня встановлення зв'язків) [46, с.94].

Багаторазово вимірюють деяку фізичну величину. Ймовірність того, що при зчитуванні показів приладу допущена помилка, рівна p . Знайти найменше число вимірювань, яке необхідно провести, щоб з ймовірністю $P > a$ можна було очікувати, що хоча б один результат вимірювань виявиться невірним.

Розв'язання.

Нехай подія A полягає у допущенні помилки хоч би у одному випробуванні. Імовірність допущення помилок в окремому випробуванні рівна p . Якщо випробувань є n , то ймовірність настання події A обчислюється згідно формули: $P(A) = 1 - (1 - p)^n$.

Звідси $(1 - p)^n = 1 - P(A)$. Але за умовою n повинно бути таким, щоб виконувалась нерівність $P(A) \geq a$, звідки $(1 - p)^n \leq 1 - a$. Прологарифмувавши ліву і праву частини і врахувавши те, що $\lg(1 - p) \leq 0$, отримаємо:

$$n \geq \frac{\log(1-a)}{\log(1-p)} = E \left[\frac{\log(1-a)}{\log(1-p)} \right] + 1, \text{ де } E[N] - \text{ціла частина числа } N.$$

Задача 3 (компетентнісна задача рівня міркувань) [46, с.98].

Електричне коло складене з елементів A_k , $k = 1, 2, \dots, 5$ за схемою, наведеною на рис. 2.1.5. При виході з ладу будь-якого елемента коло в місці ного вмикання розривається. Ймовірність виходу з ладу за даний період елемента A_k дорівнює pk , $k = 1, 2, \dots, 5$. Припускається, що елементи виходять або не виходять з ладу незалежно один від одного.

Знайти ймовірність події $C = \{ \text{за розглянутий період по колу може проходити струм} \}$.

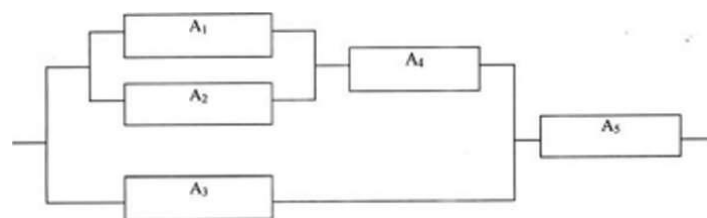


Рис. 2.1.5.

Розв'язання.

Позначимо через C подію, яка полягає в тому, що по колу може проходити струм. Введемо у розгляд події: B - струм проходить через I вітку, що містить елементи A_1, A_2, A_4 ; D - струм проходить через II вітку, що містить елемент A_3 .

Якщо імовірність виходу з ладу елемента A_k рівна p_k , де $k = 1, 2, \dots, 5$, то імовірність його роботи рівна $q_k = 1 - p_k$.

Для того, щоб струм проходив по I вітці (подія B), необхідно, щоб він проходив через елемент A_1 (подія A_1) або через елемент A_2 (подія A_2) або через обидва елементи разом (добуток подій $A_1 A_2$) і елемент A_4 . Оскільки проходження струму по одній з віток (відбуття однієї з подій) не заперечує проходження струму по іншій (відбуття другої події), то події сумісні. Отже, подія $B = (A_1 + A_2)A_4$, де $A_1 + A_2$ – сума сумісних подій. Тому $P(B) = P((A_1 + A_2)A_4) = P(A_1 + A_2)P(A_4)$, оскільки події $(A_1 + A_2)$ і A_4 , A_1 і A_2 – незалежні (елементи виходять з ладу чи працюють незалежно один від одного). Імовірність суми сумісних подій A_1 і A_2 рівна:

$P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1)P(A_2) = q_1 + p_1 q_2$. $P(A_4) = q_4$. Отже, $P(B) = q_4(q_1 + p_1 q_2)$.

Для того, щоб струм проходив по колу (подія C), необхідно, щоб він проходив через I вітку (подія B), або через II вітку (подія D), або через обидві вітки разом (BD), тобто маємо суму сумісних подій $(B + D)$ і через елемент A_5 (подія A_5). Отже, подія $C = (B + D)A_5$, і її імовірність $P(C) = P[(B + D)A_5] = P(B + D)P(A_5)$, оскільки події $B + D$ і A_5 – незалежні.

Імовірність $P(D) = P(A_3) = q_3$, імовірність суми сумісних подій B і D:

$P(B + D) = P(B) + P(D) - P(BD) = P(B) + P(D) - P(B)P(D) = q_4(q_1 + p_1 q_2) + q_3 - q_3 q_4(q_1 + p_1 q_2) = q_3 + q_4 [q_1 + p_1 q_2 - q_3(q_1 + p_1 q_2)] = q_3 + q_4 (q_1 + p_1 q_2)(1 - q_3) = q_3 + q_4(q_1 + p_1 q_2)p_3 = q_3 + p_3 q_4(q_1 + p_1 q_2)$.

Отже, $P(C) = q_5 [q_3 + p_3 q_4(q_1 + p_1 q_2)]$.

Бачимо, що теорія ймовірностей та математична статистика виступає інструментом для вивчення економічних теорій, фізики, що в свою чергу, формує компетентності студентів у розв'язанні задач, завдань професійної спрямованості.

Висновки до розділу 1.

Отже, міжпредметні зв'язки відіграють важливу роль в навчанні математики, тому необхідно використовувати на уроках інтегроване навчання. Вміле використання міжпредметних зв'язків сприятиме різносторонньому розвитку особистості. Поняття міжпредметні зв'язки не є однозначно визначеним поняттям, його розглядають і як виявлення принципу системності, і як дидактичну умову.

Міжпредметні зв'язки обумовлюють поглиблення та розширене сприйняття учнями фактичних даних, ефективне формування наукових поглядів, свідоме засвоєння теорії, яку вивчає кожна дисципліна.

Міжпредметні зв'язки реалізуються поєднанням інтеграції та координації знань, які взаємно доповнюються і сприяють формуванню в учнів єдиної картини світу, наукового світогляду

Математика повинна розглядатись як апарат дослідження природних, соціальних, економічних явищ та об'єктів.

Теорія ймовірностей та математична статистика має прикладне значення, вона необхідна не лише для вивчення природничих наук, але й для наук гуманітарного, економічного та інших циклів. Теорія ймовірностей та математична статистика вивчається у закладах загальної середньої освіти в 9, 11 класі, й має своє продовження у вищих навчальних закладах, а тому, має зв'язки з вищою математикою, фізикою, економічними теоріями.

Оскільки, лінія стохастики має велике прикладне значення, вбачається необхідність у використанні на уроках міжпредметних зв'язків, що допомагає активізувати навчальний інтерес, спонукає формуванню компетентностей у професіоналів.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ СТОХАСТИКИ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ З ВИКОРИСТАННЯМ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ

2.1. Логіко-математичний аналіз теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики»

У навчальній програмні загальноосвітньої школи з алгебри тему «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики» вивчають в 9 та 11 класі.

Таблиця 2.1

Зміст навчальної програми

Клас	Зміст навчального матеріалу	Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів
9 клас (8 год)	<p>Основи комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики:</p> <p>Основні правила комбінаторики.</p> <p>Частота та ймовірність випадкової події.</p> <p>Початкові відомості про статистику.</p> <p>Способи подання даних та їх обробки</p>	<p>Учень (учениця):</p> <p>наводить приклади: випадкових подій, подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків, застосування правил комбінаторики</p> <p>пояснює, що таке: частота випадкової події, ймовірність випадкової події</p> <p>знаходить, відбирає і впорядковує інформацію з доступних джерел</p> <p>розв'язує задачі, що передбачають: використання комбінаторних правил суми та добутку; знаходження ймовірності</p>

		випадкової події; обчислення частоти випадкової події; подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків
11 клас (базовий рівень – 12 год, профільний рівень 18 год.)	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики: Випадкова подія. Відносна частота події. Ймовірність події. Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку.	Учень (учениця): обчислює відносну частоту події; обчислює ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами; пояснює зміст середніх показників та характеристик вибірки; знаходить числові характеристики вибірки даних.

Проведемо порівняльну характеристику підручників з алгебри 11 класу поглибленого рівня. Для цього ми опрацювали підручник алгебра 11 клас з поглибленим вивченням математики, авторів: А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір та підручник алгебра академічного та профільного рівня Є.П. Нелін, О.Є. Долгова, але даний підручник може використовуватися для поглибленого вивчення.

Розглянемо детальніше на прикладі логіко-математичного аналізу.

Логіко-математичний аналіз теми за підручником: алгебра 11 клас з поглибленим вивченням математики, авторів: А.Г. Мерзляк та інші.

А) Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу

Нові поняття: перестановка, розміщення, комбінація, елементарний наслідок, простір елементарних наслідків, перетин, об'єднання та доповнення випадкових подій, несумісні події, незалежні події.

Факти: теорема про ймовірність об'єднання множин, теорема про ймовірність перерізу множин, формула бінома Ньютона, властивості ймовірностей.

Способи діяльності: підрахунок перестановок, розміщень, комбінацій, знаходження ймовірності випадкової події.

Базові поняття: частота, класична ймовірність, достовірна подія, неможлива подія, рівноймовірні випадкові події.

Способи діяльності: знаходження суми, різниці, добутку та відношення ймовірностей

Б) Логіко-математичний аналіз формулювань означень нових понять

Представимо означення нових понять, вказавши у дужках відповідний йому вид.

- **Перестановкою** скінченної множини M називають будь-який упорядкований набір, утворений з усіх елементів множини M (вид – через найближчий рід).
- **Розміщенням з n елементів по k** називається будь-який k -елементний упорядкований набір даної n -елементної множини (вид – через найближчий рід).
- **Комбінацією з n елементів по k** називається будь-яка k -елементна підмножина заданої n -елементної множини (вид – через найближчий рід).
- **Елементарний наслідок** – будь-який результат експерименту (вид – через найближчий рід).

- **Простір елементарних наслідків** – множина всіх елементарних наслідків (вид – через найближчий рід).

- Нехай A і B – випадкові події деякого випробування. Випадкову подію, яка відбувається лише тоді, коли відбуваються і випадкова подія A , і випадкова подія B , називають **перетином випадкових подій A і B** (вид – конструктивне).

- Нехай A і B – випадкові події деякого випробування. Випадкову подію, яка відбувається лише тоді, коли відбуваються принаймні одна з двох подій A або B , називають **об'єднанням випадкових подій A і B** (вид – конструктивне).

- Нехай A – випадкова подія деякого випробування. Випадкову подію, яка відбувається лише тоді, коли не відбувається подія A , називають **доповненням випадкової події** (вид – конструктивне).

- Якщо дві випадкові події A і B деякого випробування не перетинаються то їх називають **несумісні події** (вид – конструктивне).

- Нехай A і B – випадкові події деякого випробування. Якщо ймовірність події A не змінюється від того, що відбулася подія B , а ймовірність події B не змінюється від того, що відбулася подія A , то випадкові події A і B називають **незалежними подіями** (вид – конструктивне).

В) Орієнтована будова системи вправ для введення нового поняття

Таблиця 2.2

Орієнтована будова системи вправ для введення нового поняття

№	Види вправ	Номери завдань
1.	Вправи для створення мотивації та введення нового поняття	№ 31.1, № 32.3, № 32.7
2.	Вправи, що забезпечують активізацію та	№ 30.1, № 30.2,

	повторення базових знань та вмінь	№31.5, № 32.27
3.	Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів що мають ці властивості	№ 30.5, № 30.16, № 30.17
4.	Вправи на базі яких відбувається ілюстрація понять, що вводяться	№ 30.9, № 30.23, № 31.21
5.	Вправи для забезпечення розпізнавальних об'єктів, що входять до обсягу нового поняття	№ 30.10, № 30.31, № 30.48, № 31.16
6.	Вправи спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння тексту означень	№ 30.28, № 30.29, № 31.13

Г) Схема-орієнтир проведення логіко-математичного аналізу структури формулювання математичного твердження

Формулювання твердження:

1) Якщо A і B – випадкові події деякого випробування, то $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$;

2) Якщо A і B – випадкові події деякого випробування є незалежними, то $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$.

Встановлення виду твердження: обидва категоричного виду.

Виділення роз'яснювальної частини:

1) Ймовірність об'єднання;

2) Ймовірність перерізу.

Виділення умови:

1) Якщо A і B – випадкові події деякого випробування;

2) Якщо A і B – випадкові події деякого випробування є незалежними.

Виділення вимог:

1) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$;

$$2) \quad p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B).$$

Формулювання твердження рівносильного даному:

1) Кожна подія А і В це випадкові події деякого випробування, значить $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$;

2) Кожна подія А і В це випадкові події деякого випробування, що є незалежними, значить $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$.

Д) Логіко-математичний аналіз системи вправ підручника призначений для формування способу діяльності

Таблиця 2.3

Аналіз системи вправ підручника призначений для формування способу діяльності

Основний спосіб діяльності	Відпрацювання операцій, які формують спосіб діяльності	Відпрацювання послідовності операцій, які входять у спосіб діяльності	Застосування способу діяльності (різні рівні)
Знаходження кількості перестановок, розміщень та комбінацій	№ 30.3, №30.5, № 30.10, № 30.17	№ 30.19, № 30.26, № 30.29	№ 30.28, № 30.34, № 30.41
Знаходження ймовірності	№ 31.2, № 31.5, № 31.13	№ 31.18, № 31.21, № 31.25	№ 31.27, № 31.29
Виконання операцій над випадковими подіями	№ 33.5, № 33.7, № 33.14, № 33.16	№ 33.19, № 33.20, № 33.27, № 33.31	№ 33.33, № 33.36, № 33.44

У даному підручнику, який орієнтований на поглиблене вивчення, підібрано обширну та різноманітну кількість дидактичного матеріалу. Дібрана велика кількість задач, що дає можливість проводити рівневу диференціацію. Підручник, також вміщає задачі для математичних гуртків та факультативів.

Логіко-математичний аналіз теми: підручник алгебра академічного та профільного рівня, Є.П. Нелін, О.Є. Долгова (може бути використаний для поглибленого рівня).

А) Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу

Нові поняття: перестановка, розміщення, комбінація без повторень, елементарний наслідок, несумісні події, незалежні події.

Факти: формула бінома Ньютона, властивості ймовірностей.

Способи діяльності: підрахунок перестановок, розміщень, комбінацій.

Базові поняття: переріз, об'єднання, частота, неможлива подія, рівноймовірні випадкові події.

Способи діяльності: знаходження суми, різниці, добутку та відношення ймовірностей

Б) Логіко-математичний аналіз формулювань означень нових понять

Представимо означення нових понять, вказавши у дужках відповідний йому вид.

- **Перестанокою** з n елементів називають будь-яку впорядковану множину з n заданих елементів (вид – через найближчий рід).

- **Розміщенням** з n елементів по k називають будь-яку впорядковану множину з k елементів, складену з елементів заданої n -елементної множини (вид – через найближчий рід).

- **Комбінацією без повторень з n елементів по k** називають будь-яку k -елементну підмножину заданої n -елементної множини (вид – через найближчий рід).

В) Орієнтована будова системи вправ для введення нового поняття

Таблиця 2.4

Системи вправ для введення нового поняття

№	Види вправ	Номери завдань
1.	Вправи для створення мотивації та введення нового поняття	П. 21.1.1, № 1, № 5, № 6; П. 21.1.2, № 1, № 2; П. 21.1.3, № 1, № 2, П. 21.1.4, № 1
2.	Вправи, що забезпечують активізацію та повторення базових знань та вмінь	П. 21.1.1, № 3, № 4, № 9; П. 21.1.2, № 4, 6; П. 21.1.3, № 5; П. 21.1.4, № 4
3.	Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів що мають ці властивості	П. 21.1.1, № 7, № 10; П. 21.1.2, № 8; П. 21.1.3, № 10; П. 21.1.1, № 7
4.	Вправи на базі яких відбувається ілюстрація понять, що вводяться	П. 21.1.1, № 2, № 8; П. 21.1.2, № 9, П. 21.1.3, № 4
5.	Вправи для забезпечення розпізнавальних об'єктів, що входять до обсягу нового поняття	П. 21.1.1, № 11, № 12; П. 21.1.2, № 10, П. 21.1.3, № 11
6.	Вправи спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння тексту означень	–

**Г) Логіко-математичний аналіз системи вправ підручника
призначений для формування способу діяльності**

Таблиця 2.5

Аналіз системи вправ підручника призначений для формування
способу діяльності

Основний спосіб діяльності	Відпрацювання операцій, які формують спосіб діяльності	Відпрацювання послідовності операцій, які входять у спосіб діяльності	Застосування способу діяльності (різні рівні)
Знаходження кількості перестановок, розміщень та комбінацій	П. 21.1.1: № 3, №6 П. 21.1.2: № 3, № 8 П. 21.1.3: № 4	П. 21.1.1: № 5, №9 П. 21.1.2: № 4, № 10 П. 21.1.3: № 6, № 7	П. 21.1.1: № 10, №4 П. 21.1.2: № 7, № 9 П. 21.1.3: №2, № 3

Підручник з алгебри і початків аналізу спрямований на реалізацію основних положень концепції профільного навчання та організацію саме особистісно-орієнтованого навчання математики в загальноосвітніх навчальних закладах.

Матеріал відповідає чинній програмі з математики для класів академічного та профільного навчання, а також може використовуватися в класах з поглибленим вивченням математики.

Окрім цього додатково переглянувши та опрацювавши програмний засіб з алгебри 11 класу, можна сказати що, тема повністю відповідає академічному та профільному рівням, але для поглибленого вивчення не вистачає завдань рівня міркувань. Програмний засіб можна використовувати додатково, з використанням лише деяких задач.

2.2. Методичні основи навчання теорії ймовірностей та математичної статистики залежно від напрямку профілізації.

У першому розділі роботи зазначається, що теорія ймовірностей та математична статистика – навчальний предмет, який має застосування у будь-якій сфері життєдіяльності. Тому має місце методика вивчення стохастичної лінії не лише для учнів, що вивчають в більшій мірі науки природничого профілю, а й для учнів інших напрямків.

Спираючись на методику навчання теорії ймовірностей та математичної статистики взагалі, вирішили зупинитись на основах навчання для різних профілів, провести порівняльну характеристику у методах навчання.

Дисципліни математичного циклу слід розглядати, як фундаментальні дисципліни у формуванні практично будь-якого фахівця. Профіль навчання визначається з урахуванням інтересів та можливостей учнів, перспектив здобуття подальшої освіти і професійних перспектив учнівської молоді. Пізнавальна діяльність націлена на перетворення образів (понять, теорій, законів) об'єктів реального світу, що раніше склалися у свідомості учня, що досягається в процесі засвоєння нових знань і способів їх отримання.

У навчальній програмі загальноосвітньої школи з алгебри тему «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики» вивчають в 9, 11-му класі.

Основною метою вивчення даної теми є ознайомити учнів з: випадковими подіями; відносною частотою подій; елементами комбінаторики; комбінаторними правилами суми та добутку; вибірковими характеристиками розмаху вибірки, моди, медіани, середнього значення. Також необхідно навчати учнів обчислювати: відносну частоту подій; ймовірність події, користуючись її означенням і комбінаторними схемами

та знаходити числові характеристики вибірки даних; пояснювати зміст середніх показників та характеристик вибірки. Відмінності у вивченні даної теми в 11 класі на різних рівнях навчального стандарту є кількість годин, тобто на рівні стандарту учні вивчають 10 годин, на академічному – 12 годин та на профільному – 18 годин.

Навчання математики за математичним, фізичним та фізико-математичним профілями передбачає поглиблену, порівняно з академічним рівнем, підготовку учнів з математики в поєднанні з вивченням усіх природничих предметів, міжпредметну інтеграцію на основі застосування математичних методів, зокрема, методу математичного моделювання. При цьому математична та природничо-наукова підготовка в профільних математичних, фізичних і фізико-математичних класах має бути орієнтована як на обов'язкове засвоєння учнями конкретних знань, так і на формування вмінь моделювання реальних процесів. Необхідно враховувати, що при формуванні компетентностей в галузі природничих наук частина загальнонаукових, загально-навчальних та соціально-особистісних компетентностей формується за участі гуманітарних та соціально-економічних дисциплін.

З. І. Слєпкань [75, с. 51] зауважує, що недоліками традиційного і сучасного навчання математики є недостатня увага до знань другого роду. Часто учні, які добре знають означення математичних понять, не вміють застосовувати їх у доведенні теорем і розв'язуванні задач, у тому числі й прикладного змісту. Тому дії, адекватні знанням, зокрема поняття, мають стати не тільки засобом, але й предметом засвоєння. Саме в розвивальній математичній освіті ставиться завдання навчати не тільки знанням (знанням про поняття), але й знанням про способи їх одержання та застосування.

На основі аналізу джерела [60] ми прийшли до висновку, що міжпредметні зв'язки в навчанні можуть здійснюватися в таких основних напрямках:

- 1) подання фактів, теорій, законів, які є спільними для декількох наукових областей;
- 2) формування елементарних умінь, на яких базуються методи суміжних дисциплін;
- 3) формування знань, які стають основою для комплексного застосування у декількох дисциплінах.

Важливо пам'ятати, що навчання стохастичної лінії не завершується в 11 класі, а має місце при підготовці різнопрофільних спеціалістів.

Основною ланкою при вивченні стохастичної лінії – є звернення уваги на основні терміни і розуміння основних понять теорії ймовірностей. При навчанні теорії ймовірностей для якіснішого запам'ятовування теоретичного матеріалу пропонуємо використовувати міжпредметні зв'язки, проводити аналогії.

Чимало учнів не мають великого інтересу при вивченні нових тем, тому для того, щоб підвищити їх пізнавальний інтерес, пропонуємо приділити значну увагу мотиваційній складовій уроку. На нашу думку, доцільніше буде проводити мотивацію через прикладну спрямованість.

Оскільки теорія ймовірностей та математична статистика вивчається в більшій мірі у старшій та вищій школі, це означає, що учні вже професійно – спрямовані, хоча б переважна більшість, вже визначились із майбутньою професією. Вчителю доцільно демонструвати практичне значення через майбутню професійну діяльність учнів. Наприклад, при вивченні теми «Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення» варто наголосити на тому, що при проведенні соціологічного, психологічного або ж педагогічного дослідження, учні

використовуючи знання, отримані на уроці, зможуть опрацювати статистичні дані.

Причому, на уроці на етапі мотивації доречно буде навести приклади таких вибірок з огляду на профілізацію учнів (табл. 2.1). Кількість опитуваних повинна бути не менше 100.

Таблиця 2.6.

Тематика фахових досліджень

№ з/п	Професія	Приклад дослідження
1.	Медик	Яку кількість балів поставить опитуваний (від 1 до 10) новій медичній реформі? Чи задоволені громадяни сервісом в поліклініках(від 1 до 10)?
2.	Програміст	Програми якої платформи користується більшої уваги, та серед людей якого віку? Що стає причиною вибору професії: 1. Заробітна плата; 2. Творча складова; 3. Попит на спеціалістів.
3.	Юрист	Як багато разів на рік ви звертаєтесь до юридичної консультації?
4.	Філолог	Яку кількість книжок опитуваний читає за рік? Яку додаткову мову ви знаєте: 1. Англійську; 2. Російську; 3. Німецьку; 4. Французьку; 5. Знаю більше 2-х мов; 6. Знаю більше 3-х мов;
5.	Математик	Скільки разів із 10 ви порахуєте решту грошей в магазині?

Всі ці приклади опитування необхідні для пошуку помилок, чи моментів, на які необхідно звернути увагу спеціалістові. Так, провівши дослідження, спеціаліст вмітиме самостійно опрацювати дані, зробити висновки з отриманих даних, й надалі не допускати помилок, матиме змогу з'ясувати питання, яке необхідне в професійній діяльності.

Значно сприяє підвищенню ефективності діяльності як викладача, так і самих студентів використання таких засобів інформаційних технологій як навчаючі програми. Навчальні програми можуть стати в сучасному інформаційному світі невід'ємним елементом формування системи знань та вмінь. Ми живемо в інформаційному середовищі, тому необхідно орієнтуватись в інформаційних технологіях, а знання англійської та математики, безперечно, один з основних аспектів успіху в цій справі. Так, для того, щоб написати комп'ютерну програму необхідно знати англійську, оскільки, мови програмування спираються на її знання; а завдяки математиці будується логіка мови програмування, і багато алгоритмів зводяться до знання математичної теорії та вміння нею оперувати.

Використовувати міжпредметні зв'язки можемо як на будь-якому етапі уроку, так і на уроці будь-якого типу.

На прикладі декількох тем стохастики, розглянемо застосування знань англійської мови на уроках математики, про що й доповідали на конференції [12]. Ми обрали такі теми: «Випадкова подія. Відносна частота подій», «Перестановки, розміщення, комбінації», «Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення», у вищій школі «Закони розподілу і числові характеристики випадкових величин», «Розподіл Фішера» та ін. Детальніше зупинимось на фрагментах уроків, де доречно об'єднувати англійську та математику.

Тема уроку «Випадкова подія. Відносна частота подій», етап уроку: мотивація навчальної діяльності. Для мотивування учнів можемо

звернутися до історії розвитку теорії ймовірностей і при поясненні використовувати терміни англійською мовою. Тоді були дуже поширені gambling, тобто ігри, в яких результат залежить лише від випадку (азартні ігри-gambling). Для розв'язування таких задач було не достатньо знань з математичної теорії. Так і зародилась стохастика. First concept теорії ймовірностей, було поняття події-event (першим поняттям - first concept). При такому варіанті проведення уроку, використовуючи слова англійської мови, підвищується образне мислення, збільшується словниковий запас слів.

При вивченні теми «Перестановки, розміщення, комбінації» на етапі уроку «виконання навчальних завдань» учні при розв'язуванні задач проговорюють числівники і дії англійською мовою. Наприклад, пропонується задача «В класі 10 навчальних предметів і 5 різних уроків в день. Скількома способами можна розподілити уроки в день?» Всі можливі розподіли уроків в день, являють собою, всі можливі розміщення з 10(ten) елементів по 5(five), тому всіх способів розподілу повинно бути: число розміщень з 10 по 5, а це добуток чисел 10,9,8,7, що дорівнює 30240 (product чисел 10,9,8,7 equals 30240).

Вміння оперувати термінами англійською – це показник грамотності учня. Забезпечує розуміння літератури англійською мовою, й не тільки математичної, що дає доступ до багатьох корисних джерел іноземною мовою.

Тема уроку «Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення.», етап уроку: актуалізація опорних знань. Доречним буде проведення фронтального опитування або використати опорну схему.

- Пригадаємо, що ми називаємо середнім значенням?
- Сума всіх значень набору, поділена на кількість елементів набору.
- Що називаємо вибіркою?

Приклади зображуємо на схемі чи слайді англійською. Візуалізація – один із принципів використання міжпредметних зв'язків на уроках, дуже корисний для учнів-візуалів.

Тема уроку «Закони розподілу і числові характеристики випадкових величин», етап уроку: підведення підсумків. В підведенні підсумків пропонуємо рефлексію, де учні повинні відповідати на англійською, якщо достатньо знань – повністю, інакше – ввідну фразу: сьогодні я навчився (today i learned)...; мені сподобалося, що(I liked it, because)...; я дізнався, що(I learned because) ...; мені не сподобалось, тому що (I did not like it because)...; мене зацікавив той факт, що (I was interested in the fact that)...

Такий підхід розвиває мисленнєву діяльність, вміння аналізувати, застосовуючи одночасно знання зі стохастички та англійської мови.

Використання вчителем понять на англійській мові, та їх пояснення на українській забезпечує різностороннє запам'ятовування та розуміння нових понять. При такому навчанні задіяні обидві півкулі головного мозку, адже у людей домінує одна з півкуль: ліва – добре розвинуте аналітичне мислення, логіка, отже більше математичних здібностей; права – відповідає за образне мислення, творчість, отже мають гуманітарну напямленість. Проте, людина може розвивати здібності обох півкуль головного мозку. Спираючись на це, вчителі можуть допомогти дитині в цьому, активно використовуючи на уроках інтегроване навчання, поєднуючи дисципліни, які потребують одночасного використання аналітичного і образного мислення.

Нами складено словник основних термінів стохастички. Наведемо приклади, подаючи поряд з математичним терміном українською відповідник англійською. Статистика – statistics, кореляція – correlation, імовірність – probability, перестановки – permutations, комбінації – combinations, ймовірність події – probability of an event, частота – frequency, вибірка – sample, простір елементарних подій – space of

elementary events, група подій – group of events, протилежні події – opposite events, кількість – number, розмах вибірки – sampling rate, медіана – median, середнє значення – mean value та інші.

Отже, основними з методичних особливостей є приділення великої уваги доведенню до учнів особливостей використання термінології в процесі побудови математичних моделей при розв'язування прикладних текстових задач і надання методик застосування систем комп'ютерної математики при обчисленні числових характеристик випадкових величин та обробці статистичних даних. Орієнтація на професійну діяльність – виступає рушійною силою в основі методики викладання теорії ймовірностей та математичної статистики для учнів різних профілів.

Математика – універсальна наука. Дійсно, її вивчення – одна із основ становлення розвиненої особистості. Дуже важливо на кожному уроці мотивувати учнів і щоразу демонструвати її практичне значення, але, окрім використання на уроках математики міжпредметних зв'язків з іншими науками, можна на уроках з інших предметів використовувати математику.

Наприклад, на уроках географії діти, розв'язуючи завдання, часто звертаються за допомогою до математичного апарату. Пропонуємо наступну задачу: Якою буде подія: вірогідна, неможлива чи ймовірна: в цьому році 10 січня буде температура повітря -10 C , якщо в минулому і позаминулому роках була $+2\text{ C}$.

Для розв'язання даної задачі необхідно учням згадати теорію ймовірностей, пригадати які події називають ймовірними, які неможливими, а які вірогідними.

На уроках біології використовуємо математику, вивчаючи тему «Генетика». Пропонуємо задачу: за статистичними даними групу крові А мають 36,9% всіх європейців, групу В – 23,5%, групу АВ – 0,6%, групу О –

39%. Знайти ймовірність того, що у довільно взятого донора-європейця група крові А або В.

Використовуючи збірник задач Г. І. Кармелюк, доречно розв'язати наступні задачі:

- З множини всіх родин, які мають двох дітей, обрано одну родину. Всі елементарні події однаково ймовірні. Яка ймовірність того, що в цій родині два хлопчики, якщо відомо, що в ній є один хлопчик [46, с. 104].
- При переливанні крові треба врахувати групу крові донора і хворого. Людині, яка має четверту групу крові, можна перелити кров будь-якої групи, людині з другою або третьою групами крові можна перелити кров тієї ж групи, або першої, людині з першою групою можна перелити тільки кров першої групи. Серед населення 33,7% мають першу групу, 37,5% - другу, 20,9 – третю і 7,9% - четверту. Знайти ймовірність того, що переливання можна здійснювати якщо є: а) один донор; б) два донори [46, с. 104].

Як бачимо, учні не повинні бути пасивними на уроці, а навпаки, готові до пропонування свої ідеї, задач. Велике значення має мотивація учнів до навчальної діяльності, причому, рушійною силою повинно стати не саме навчання, а орієнтація на майбутнє, прикладний характер навчання.

2.3.Методика використання STEM – освіти на засадах міжпредметних зв'язків на уроках з теорії ймовірностей та математичної статистики

В усьому світі збільшується попит на STEM-професії. Так, фахівці будуть більш кваліфіковані, зможуть застосовувати отриманні знання у

своїй основній професії, більш того, STEM-освіта навчає креативності, творчого мислення, що робить співробітників ціннішими, кваліфікованішими.

STEM-освіта – відносно молодий напрям в освіті, який продовжує розвиватись з кожним роком. Було визначено 10 навичок, які будуть затребувані в 2020 році [22]:

1. Комплексне багаторівневе рішення проблем;
2. Критичне мислення;
3. Креативність в широкому сенсі;
4. Уміння управляти людьми;
5. Взаємодія з людьми;
6. Емоційний інтелект;
7. Формування власної думки та прийняття рішень;
8. Клієнтоорієнтованість;
9. Вміння вести переговори;
10. Гнучкість розуму.

Тому, вчителі, повинні покласти за основу мету, вже від сьогодні, розвивати в учнів вище перераховані навички. Використання міжпредметних зв'язків, прикладних вправ забезпечить розвиток даних навичок.

Особливою формою наскрізного STEM-навчання є інтегровані уроки/заняття, які спрямовані на встановлення міжпредметних зв'язків, що сприяють формуванню в учнів цілісного, системного світогляду, актуалізації особистісного ставлення до питань, що розглядаються на уроці.

Інтегровані уроки можуть проводитись двома шляхами:

- через об'єднання схожої тематики кількох навчальних предметів;

- через формування інтегрованих курсів або окремих спецкурсів шляхом об'єднання навчальних програм таких курсів/предметів.

Основою ефективності таких уроків/занять є чітке визначення мети і відповідне їх планування для забезпечення різнобічного розгляду учнями певного об'єкта, поняття, явища з використанням навчальних засобів різних предметів. Особливість планування і проведення інтегрованих, бінарних уроків полягає у тому, що вони можуть проводитись як одним учителем, який викладає предмети, що інтегруються, так і декількома. Через складність координації діяльності педагогів у другому випадку таких інтегрованих уроків проводиться необґрунтовано мало, тому необхідно планувати їх заздалегідь всіма вчителями паралелі. У випадках, коли програмовий матеріал різних навчальних предметів дозволяє інтегрувати його в межах одного навчального дня, можуть організовуватися «тематичні дні», коли всі уроки за розкладом спрямовують на реалізацію єдиної навчально-виховної мети, досягнення конкретного результату [58].

На уроках теорії ймовірностей та математичної статистики, й загалом математики, ми пропонуємо активно використовувати STEM-освіту. Вивчати математику через практику, тобто, відійти від звичних уроків, до уроків прикладного спрямування, а головне, що навчаючий матеріал подаватиметься системно, акцентуючи увагу не на вивченні теоретичного матеріалу, а на вмінні застосовувати знання для вирішення практичних життєвих задач. Вважається, що перехід до нестандартних уроків стане рушійною силою у вихованні професіоналів нового часу.

Велику увагу звертаємо на доречність використання систем комп'ютерної математики, при вивченні теорії ймовірностей та математичної статистики для учнів різних профілів.

Для творчого розвитку учнів і впровадження елементів STEM на уроках ми пропонуємо використовувати такі хмарні сервіси як LearningApps, Geogebra. Презентації до уроків краще готувати як за допомогою програмного засобу MS Office PowerPoint, так і використовувати Canva, Prezi. Особливу увагу звертаємо на використання методу дослідження [13].

Використання LearningApps дозволить провести урок нестандартно. Так в LearningApps учні можуть виконати домашнє завдання: розв'язати вправу розроблену вчителем або створити власну вправу на засвоєння даної теми. Коли LearningApps використовують учні самостійно, розробляючи вправи, вони навчаються використовувати отримані знання, чим розвивають власні творчі уміння і навички. Для створення вправ за допомогою даного засобу треба мислити креативно.

Розглянемо використання LearningApps на уроці алгебри з теми “Види подій”. Прикладом може бути наступна вправа: необхідно обрати якою є подія: вірогідною, випадковою чи неможливою.

Використовуючи систему динамічної математики Geogebra на уроках з теорії ймовірностей можемо побудувати гістограму відносних частот, отримати значення числових характеристик

Наприклад, доцільно запропонувати учням провести дослідження на визначення кількості прочитаних книжок за рік залежно від віку людини. Опрацьовуючи результати дослідження за допомогою Geogebra, учні можуть побудувати гістограму, обчислити математичне сподівання, моду, медіану. За допомогою Geogebra доречно перевіряти правильність розв'язування задачі.

Для розвитку креативності радимо учням самостійно складати задачі, розробляти динамічні наочності з використанням Geogebra. Доцільно пропонувати учням дослідницькі навчальні проекти. Наприклад,

для експериментальної перевірки закону великих чисел: стійкості вибіркового середнього та стійкості відносних частот.

Запровадження елементів STEM-освіти передбачає проведення інтегрованих занять, опору на міжпредметні зв'язки, розв'язування прикладних задач та задач практичного змісту.

Отже, використання елементів STEM-освіти на уроках математики дозволяє не лише якісно вивчати теоретичний матеріал, але й розвивати творчі здібності учнів.

На уроках математики ми пропонуємо активно використовувати комп'ютерну техніку і засобами комп'ютерного моделювання подавати задачі практичного спрямування, що в свою чергу допоможе розумінню теоретичної складової та сформує вміння практично застосувати теоретичні знання. Більш того, оскільки STEM-навчання передбачає виховання творчої особистості, ми вбачаємо необхідність використовувати такі методи навчання як проблемне, частково-пошукове, дослідницьке. Проте, постійно пам'ятаючи про міжпредметну складову, через що вивчати математику як інструмент для розв'язку реальних життєвих проблем та завдань. Якщо говорити про програмні засоби, то для навчання стохастичної лінії доречно використовувати такі програмні засоби як: MS Office Excel, Gran 1, Mathcad, Geogebra, Google Table.

При вивченні теми: «Використання формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій» доцільно провести урок з використанням STEM-технологій (див.додаток А). Метою може бути розвиток обчислювальних навичок ймовірності випадкових подій, використовуючи формули комбінаторики та класичне означення ймовірності, формування вмінь застосувати цей матеріал до розв'язування прикладних завдань; розвиток самостійного творчого мислення, пам'ять, увагу, уміння знаходити вихід із складної ситуації; виховання математичної культури, бережне ставлення до обладнання. Рекомендуємо обрати тип уроку:

застосування знань, умінь і навичок. Та використати обладнання: дошка, макет, комп'ютер, проектор, екран. Обрати основні елементи структури: актуалізація та мотивація знань, пояснення нового матеріалу, розв'язування вправ.

На етапі актуалізації доречним є проведення фронтального опитування. Наприклад, необхідно знайти відповідність:

А	Перестановка	1.	будь-яка k -елементна підмножина заданої n -елементної множини
Б	Розміщення	2.	будь-який k -елементний упорядкований набір даної n -елементної множини
В	Комбінація	3.	будь-який упорядкований набір, утворений з усіх елементів множини

Окрім опитування, для актуалізації вчитель пропонує розв'язати задачу: в будинку, який має кубічну форму, пофарбовані усі стіни, 1000 рівних квартир кубічної форми. Треба знайти ймовірність того, що навмання вибрана квартира має рівно дві пофарбовані стіни(грані).

На етапі мотивацію вчитель показує прикладне значення вивчення даної теми, наводить історичні відомості, створює робочу атмосферу.

В ході пояснення нового матеріалу та розв'язання вправ доцільно розглянути приклади розв'язування задач, з якими учні можуть зустрітись в реальному житті. При чому, вчитель показує реальний макет за допомогою комп'ютерних засобів. Створює матеріальні макети для того, щоб учні практичним способом могли перевірити Розв'язання даних задач. Дійсно, учні переконуються в тому, що практичним шляхом, прийти до правильного висновку складно, отже, необхідно скористатися формулами комбінаторики, які допоможуть заощадити час на знаходження відповіді до задачі:

- В ящику лежать 20 рулонів шпалер, з яких 12 білих, решта — чорні. З ящику навмання виймають три рулони. Яка ймовірність того, що серед вибраних рулонів два рулони білі?
- В ящику лежать 15 червоних, 9 синіх і 6 зелених банок з фарбою однакових на дотик. Навмання виймають 6 банок з фарбою. Яка ймовірність того, що вийнято: 1 зелену, 2 синіх і 3 червоних фарби?
- У ліфт 9-поверхового будинку на першому поверсі зайшли 6 чоловік. Знайдіть ймовірність того, що всі вийдуть на різних поверхах, якщо кожний з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі, і починаючи з другого.
- 9 пасажирів сідають у 3 вагони. Знайдіть ймовірність того, що: а) у кожний вагон сяде по три пасажирів; б) в один з вагонів сядуть 4, у другий — 3 і в третій — 2 пасажирів.
- У архітектурній компанії k науковців. Знайдіть ймовірність того, що принаймні два з них народилися в одному місяці.

На етапі підведення підсумків доцільно застосувати метод «відкритий мікрофон», кросворд, інтерактивні вправи в LearningApps.

На домашнє завдання учням, як працівникам архітектурної компанії, рекомендуємо, скласти власний проект(задачу), та з'ясувати шляхи його вирішення(розв'язати її). Подати дану задачу у вигляді учнівського сайту, або додати до свого блогу. Розв'язати проблемні питання за підручником (номери домашні з підручника).

Також, для впровадження STEAM-освіти пропонуємо проектну діяльність. Так, вчитель формулює для учнів тему проекту. Оскільки ми говоримо про міжпредметні зв'язки, то доречним буде розробити проект-дослідження, спираючись на актуальні питання іншої предметної діяльності. В процесі проектної діяльності важливо, що учні не лише розв'язують проблемні питання поставлені вчителем, а й самостійно

розробляють прикладні задачі, що вказуватиме на якісне володіння теоретичним матеріалом теми.

Ми пропонуємо розробити проект «Ймовірність події у моєму житті». Наприклад, об'єднати учнів класу у три групи. I група – учні-метеорологи (вони досліджуватимуть ймовірність опадів, сонячної погоди на кожен день тижня, роблячи висновки, який одяг одягати, як підготувати себе до настання події); II група – учні-господарі (досліджуватимуть ймовірності подій, які можуть виникати у справах по дому); III група – учні-робітники (досліджуватимуть ймовірності подій, які виникатимуть у виробничих процесах). Кожного уроку діти будуть моделювати життєву ситуацію, а учні інших груп, можуть розв'язувати проблеми, питання, які виникатимуть.

На кожному уроці учні моделюють власні життєві ситуації, планують свою діяльність, аналізують, роблять висновки. Це дає їм можливість бути більш впевненими у власних можливостях, навчитися йти до власної мети, долати перешкоди, перевіряти свою роботу багато разів, працювати в команді.

Проектно-дослідна діяльність сприятиме формуванню соціальних компетенцій, дозволяє пройти технологічний алгоритм від зародження інноваційної ідеї до створення комерційного продукту – стартапу, навчитися презентувати його потенційним інвесторам, сприяє зміні ціннісних пріоритетів та світоглядної позиції у молоді в бік формування відповідальної, соціально-активної, громадянсько-патріотичної поведінки [22].

Хорошим прикладом уроку прикладного спрямування виступатиме урок спостереження на природі. На такому уроці доречним буде розглядати задачі, перевіряти експериментально ймовірності, що пов'язані з навколишнім середовищем, з природою. Доречним буде провести інтегрований урок з вчителем біології або географії.

Задачі, проблемні запитання можуть бути наступні:

- Яка ймовірність того, що з дерева при пориві вітру відірветься 10 листків?
- Є декілька куп з листям, в якій більше елементів?
- Яка ймовірність того, що усі учні стануть в шеренгу саме таким чином?
- Яка ймовірність опадів в даний момент?
- Яка ймовірність того, що три пташки з п'яти перелетять на інше дерево?

Сучасний світ передбачає вміння людини швидко адаптуватись до нових умов, проектна діяльність, робота у команді, вміння досягати поставленої мети, застосовувати знання на практиці добре впливають не лише в процесі навчання, а й майбутньому дорослому житті.

Вчителеві необхідно показати, що лінія стохастики вивчається в школі не лише для вивчення самої математики, розуміння логіки і суті вивчення, а й для подальшого використання в різних сферах життя. Так, наприкінці теми кожен учень повинен скласти вправу за допомогою засобу LearningApps, а при узагальненні теми розподілимо завдання між учнями. При розподіленні можна розв'язати задачу: скількома способами можна розподілити вправи між усіма учнями? Розв'язуючи задачу, ще раз наголосимо на практичній значимості вивчення даної теми.

Окрім LearningApps, Geogebra, MS Office Excel, Google Table, Padlet, показати міжпредметний зв'язок з інформатикою можна за допомогою використання середовищ програмування: Python, Lazarus, Scratch. Для учнів дані середовища програмування не нові, вони вже вчилися в них працювати на уроках інформатики: Python, Lazarus – 8-11 класи, Scratch – 3-7 класи.

Так, на інтегрованому уроці математика + інформатика, вчитель з інформатики пояснює, як створити у Scratch гральний кубик. Далі учні

створюють його, після чого, використовуючи гральний кубик, складають задачі на визначення ймовірності з вчителем математики, використовуючи формули комбінаторики, розв'язують задачі, далі експериментально перевіряють правильність розв'язання задач.

Алгоритм створення грального кубика за допомогою програми Scratch, на основі уроку з www.youtube.com [20]:

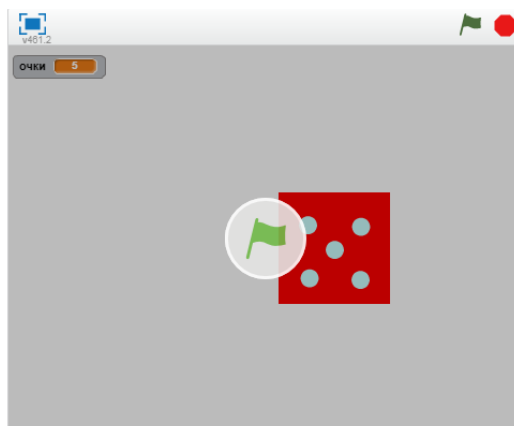


Рис.2.1

Зручним є те, що у середовищі програмуванні Scratch можна працювати онлайн, не завантажуючи програму на комп'ютер, а його інтерфейс інтуїтивно зрозумілий.

Найціннішим моментом є самостійне виведення учнями правильних наукових висновків на основі отриманих знань. А також розвиток здібностей дитини, активності, зацікавленості, ерудиції, творчого мислення та інші особисто значущі якості. В учнів формується відповідальне ставлення до власного життя, розширюється їх кругозір, учні залучаються до творчості, вчаться застосовувати знання на практиці.

Отже, використання STEM-освіти на уроках математики дозволяє не лише вивчати теоретичний матеріал, але і закріплювати знання за допомогою можливостей практичного застосування різноманітних завдань, які можуть бути настільки цікаві, що їх трудність не викликатиме неприйняття у учнів.

2.4.Конструювання систем задач та організація навчання в класах різних профілів на засадах міжпредметних зв'язків

Одним із завдань шкільної математики є формування в учнів свідомих та стійких обчислювальних навичок. Оскільки обчислювальна культура є тим необхідним запасом знань та вмінь, без якого неможливо розв'язати жодної математичної задачі, то вміння і навички швидко й точно виконувати обчислення є фундаментом вивчення математики та інших навчальних предметів. За їх допомогою учитель встановлює на уроці оперативний і ефективний зворотний зв'язок, який дозволяє своєчасно контролювати процес оволодіння учнями новими поняттями і вміннями. Такі вправи дають можливість без великих затрат часу багаторазово програвати типові ситуації і прийоми міркувань, систематично підвищувати рівень просторових уявлень учнів, проводити роботу з формування їх логічної і мовної культури. Крім того, обчислення активізують пам'ять, увагу учнів, їхні прагнення до раціональної організації діяльності та інші якості, що впливають на розвиток особистості.

Розглянули вивчення теорії ймовірностей на базі старшої школи двох профілів: фізико-математичного та філологічного. Оскільки за основу були взяті міжпредметні зв'язки, то і умови задач складали використовуючи засади міжпредметного навчання.

Домовились, що задачі будуть опиратися на один і той самий теоретичний матеріал, проте, матиме різне прикладне навантаження.

У вигляді таблиці представимо умови задач з різних тем для двох профілів: фізико-математичного та філологічного. Після таблиці представимо методику розв'язання даних задач.

Таблиця 2.7

Умови задач для різних профілів

Номер задачі	Навчальна тема	Фізико-математичний профіль	Філологічний профіль
1.	Елементи комбінаторики	У шаховому турнірі беруть участь 20 чоловік, які жеребкуванням розподіляються на дві групи по 10 чоловік. Знайдіть ймовірність того, що: 4 найсильніших гравці потраплять по два в різні групи.	У літературному вечорі беруть участь 20 чоловік, які жеребкуванням розподіляються на дві групи по 10 чоловік. Знайдіть ймовірність того, що: 4 найдосвідченіших поетів потраплять по два в різні групи.
2.	Випадкові події	У класі 30 учнів. З них 18 відвідують математичний гурток, 10 – фізичний, а 8 учнів не відвідують жодного. Скільки учнів відвідують математичний і фізичний гуртки? Скільки всього учнів відвідують лише математичний гурток?	У бібліотеці деяка кількість полиць. На кожній полиці є хоча б одна книжка. 6 книжок А.П.Чехова, 6 книжок Т.Г. Шевченка, 7 книжок – М.О. Булгакова, на чотирьох полицях містяться книги Чехова і Шевченка, на трьох полицях книги Шевченка і Булгакова,

			на двох – Булгакова и Чехова, на одній полиці книги трьох авторів. Скільки полиць із книжками у бібліотеці? На скількох полицях книжки Булгакова, Чехова і Шевченка окремо?
3.	Елементи комбінаторики	Скількома способами можна обрати послідовність розв'язання 6 задач?	Скількома способами можна обрати послідовність вивчення 6 віршів?
4.	Елементи комбінаторики	Скільки слів можна утворити переставляючи букви слова «математика»?	Скільки слів можна утворити переставляючи букви слова «література»?
5.	Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення.	Провести дослідження. За даними вибірки визначити розмах вибірки, моду, медіану, середнє значення. Дослідження проводити серед однолітків. Скільки разів із 10 ви порухуєте решту грошей в магазині?	Провести дослідження. За даними вибірки визначити розмах вибірки, моду, медіану, середнє значення. Дослідження проводити серед однолітків. Скільки книжок опитуваний читає за рік ?

Розв'яжемо дані задачі

1. Умова задачі:

У шаховому турнірі беруть участь 20 чоловік, які жеребкуванням розподіляються на дві групи по 10 чоловік. Знайдіть ймовірність того, що: 4 найсильніших гравці потраплять по два в різні групи.

Розв'язання:

$$\frac{c_4^2 \cdot c_{10}^8}{c_{20}^{10}} = \frac{135}{323}$$

Відповідь:

2. Умова задачі:

У класі 30 учнів. З них 18 відвідують математичний гурток, 11 – фізичний, а 8 учнів не відвідують жодного. Скільки учнів відвідують математичний і фізичний гуртки? Скільки всього учнів відвідують лише математичний гурток?

Розв'язання

Позначимо A і B – множини учнів, що відвідують відповідно математичний і фізичний гуртки, Ω - множина всіх учнів = 30.

Тоді, $N=30$, $N(A)=18$, $N(B)=11$, $N(\bar{A}\bar{B})=8$. Кількість учнів, що відвідують математичний та фізичний гуртки $N(AB)$, згідно формули «решета» рівна: $N(AB) = N(A) + N(B) + N(\bar{A}\bar{B}) - N = 18 + 11 + 8 - 30 = 7$.

Тоді кількість учнів, що відвідують лише математичний гурток $N(A\bar{B}) = 18 - 7 = 11$, лише фізичний гурток: $N(\bar{A}B) = 11 - 7 = 4$.

Відповідь:

Умова задачі:

У бібліотеці деяка кількість полиць. На кожній полиці є хоча б одна книжка. 6 книжок А.П.Чехова, 6 книжок – Т.Г. Шевченка, 7 книжок – М.О. Булгакова, на чотирьох полицях містяться книги Чехова і Шевченка, на трьох полицях книги Шевченка і Булгакова, на двох – Булгакова и Чехова, на одній полиці книги трьох авторів. Скільки полиць із книжками у

бібліотеці? На скількох полицях книжки Булгакова, Чехова і Шевченка окремо?

Розв'язання

Нехай A, B, C – множина всіх полиць, на яких стоять відповідно книжки Чехова, Булгакова, Шевченка. Тоді $N(A)=6$, $N(B)=6$, $N(C)=7$, $N(AB)=4$, $N(BC)=3$, $N(AC)=2$, $N(ABC)=1$, $N(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) = 0$. Для знаходження N використаємо формулу «решета»:

$$N = N(A) + N(B) + N(C) - N(AB) - N(BC) - N(AC) + N(ABC) + N(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) = 6 + 6 + 7 - 4 - 3 - 2 + 1 + 0 = 11.$$

Для того, щоб відповісти на питання, скільки полиць містять книжки лише одного автора, скористуємось діаграмами Ейлера-Венна. Зобразимо множину всіх полиць у вигляді квадрата Ω , а множини A, B, C у вигляді кругів, що лежать в цьому квадраті.

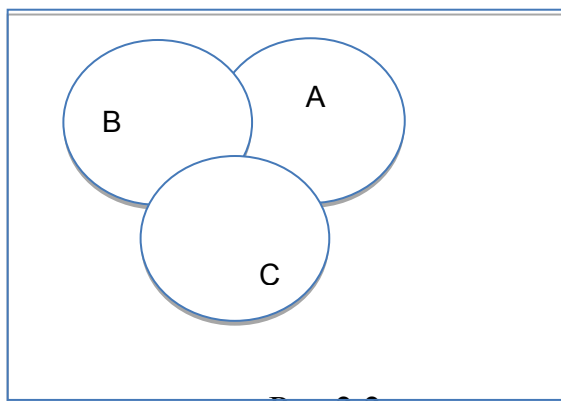


Рис 2.2.

Переріз множин A, B, C дає $N(ABC)=1$ – кількість полиць, на яких лежать книжки трьох авторів.

Переріз множин A і B без C дає $N(AB\bar{C})=N(AB)-N(ABC)=4-1=3$ – кількість полиць, які містять книжки Чехова і Шевченка.

Переріз множин B і C без A дає $N(\bar{A}BC)=N(BC)-N(ABC)=3-1=2$ – кількість полиць, які містять книжки Шевченка і Булгакова.

Переріз множин A і C без B дає $N(A\bar{B}C)=N(AC)-N(ABC)=2-1=1$ – кількість полиць, які містять книжки Чехова і Булгакова.

Тоді, кількість полиць, які містять лише книжки Чехова рівна $N(\overline{ABC})=6-(3+1+1)=1$.

Кількість полиць, які містять лише книжки Шевченка рівна $N(\overline{ACB})=6-(3+2+1)=0$.

Кількість полиць, які містять лише книжки Булгакова рівна $N(\overline{ABC})=7-(1+2+1)=3$

Відповідь: 3

3. Умова задачі:

Скількома способами можна обрати послідовність розв'язання 6 задач?

Розв'язання

Число елементів $n=6$:

$$n=6!=1*2*3*4*5*6=720$$

Відповідь: 720 способів.

Умова задачі:

Скількома способами можна обрати послідовність вивчення 6 віршів?

Розв'язання

Число елементів $n=6$. $n=6!=1*2*3*4*5*6=720$

Відповідь: 720 способів.

4. Умова задачі:

Скільки слів можна утворити переставляючи букви слова «математика»?

Розв'язання

У слові «математика» є десять букв, з них – буква «м» повторюється $n_1=2$ рази, «а»= $n_2=3$ рази, «т»= $n_3=2$ рази. Тоді загальна кількість слів, які можна утворити переставлянням букв рівна:

$$P_n=(n_1, n_2, \dots, n_k)=\frac{n!}{n_1!*n_2!* \dots *n_k!}$$

Підставимо необхідні дані:

$$P_{10}=(2,3,2)=\frac{10!}{2!*3!*2!}=151200.$$

Відповідь: 151200.

Умова задачі:

Скільки слів можна утворити переставляючи букви слова «література»?

Розв'язання

У слові «література» є десять букв, з них – буква «а» повторюється $n_1=2$ рази, «р»= $n_2=2$ рази, «т»= $n_3=2$ рази. Тоді загальна кількість слів, які можна утворити переставлянням букв рівна:

$$P_n=(n_1, n_2, \dots, n_k)=\frac{n!}{n_1!*n_2!*...*n_k!}.$$

Підставимо необхідні дані:

$$P_{10}=(2,2,2)=\frac{10!}{2!*2!*2!}=453600.$$

Відповідь: 453600.

5.Умова:

Провести дослідження. За даними вибірки визначити розмах вибірки, моду, медіану, середнє значення. Дослідження проводити серед однолітків. Скільки разів із 10 ви порахуєте решту грошей в магазині?

Розв'язання

№ з/п	Результат	Середнє значення	
1	6	5,6	
2	4		
3	10	Мода	
4	8	4	
5	3		
6	4	Медіана	
7	4	5	
8	8		
9	7	Розмах вибірки	
10	2	8	

Рис. 2.3

Відповідь: середнє значення: 5,6;

Мода:4;

медіана: 5;

розмах вибірки: 8.

Умова:

Провести дослідження. За даними вибірки визначити розмах вибірки, моду, медіану, середнє значення. Дослідження проводити серед однолітків. Скільки книжок опитуваний читає за рік?

Розв'язання

№ з/п	Результат	Середнє значення	
1	1	5,7	
2	12		
3	20	Мода	
4	2	1	
5	0		
6	1	Медіана	
7	4	3	
8	10		
9	5	Розмах вибірки	
10	2	20	

Рис. 2.4

Відповідь: середнє значення: 5,7;

Мода:1;

медіана: 3;

розмах вибірки: 20.

Представимо систему задач за трьома темами з програми 11го класу.

Тема: Випадкова подія. Відносна частота події. Ймовірність події.

1. Ви підкидаєте монету 50 разів. Знайдіть частоту випадкових подій А, В, С:

- А – випав герб;
 В – випала цифра;
 С – монета впала на ребро.



100 йен 1957 року(срібло)

2. Які події можуть відбутися внаслідок випробування:

- 1) Підкидання монети;
- 2) Пішов дощ, при прогнозі погоди: сонячно;
- 3) Народилась дитина з блакитними очима, у батьків з карими очима;
- 4) кінець світу у 2012 році.

3. У водоймі 26 видів рибок. Яка ймовірність того, що ви, пірнаючи, побачите 6 видів рибок? (види риб у водоймах України: <http://goldfishnet.km.ua/vidy-ryb/>)



4. Щеплення від краснухи зробило 200 людей з 300, яка ймовірність того, що захворіє 100 осіб?

5. У класі 30 учнів. З них 18 відвідують математичний гурток, 10 – фізичний, а 8 учнів не відвідують жодного. Скільки учнів відвідують математичний і фізичний гуртки? Скільки всього учнів відвідують лише математичний гурток?

6. У бібліотеці деяка кількість полиць. На кожній полиці є хоча б одна книжка. 6 книжок А.П.Чехова, 6 книжок- Т.Г. Шевченка, 7 книжок – М.О. Булгакова, на чотирьох полицях містяться книги Чехова і Шевченка, на трьох полицях книги Шевченка і Булгакова, на двох – Булгакова і Чехова, на одній полиці книги трьох авторів. Скільки полиць із книжками у бібліотеці? На скількох полицях книжки Булгакова, Чехова і Шевченка окремо?

7. Гральний кубик підкидають 2 рази, яка ймовірність того, що обидва рази випаде п'ятірка?

8. На дереві 15 яблук, яка ймовірність того, що впаде 4 яблука, коли подує вітер?

9. У машини відмовили гальма. Яка ймовірність, що вона зіткнеться з одною з трьох машин, що рухаються їй на зустріч?

10. На вулиці 30 мм. снігу, яка ймовірність того, що при температурі +2 розтане третина снігу?

11. Яка ймовірність того, що ви пройдете четверту частину сходинок потьомкінськими сходами?

12. Яка ймовірність того, що у батьків з карими очима народиться дитина з блакитними?

13. У прогнозі погоди було сказано: наступного дня ймовірність опадів дорівнює 0,75. Що це означає?

14. Яка ймовірність того, що при одному підкиданні грального кубика випаде число очок, що ділиться на 3?

15. З колоди 36 карт вибирається одна карта. Яка ймовірність появи карти пікової масті?

16. Кількість жителів деякої області збільшується щорічно на $\frac{1}{30}$ кількості людей, а спочатку область населяло 100000 людей. Питається, якою буде кількість людей через 100 років?

Тема: Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку.

1_м. Скількома способами можна обрати послідовність розв'язання 6 задач?

2_г. Скількома способами можна обрати послідовність вивчення 6 віршів?

3. У шаховому турнірі беруть участь 20 чоловік, які жеребкуванням розподіляються на дві групи по 10 чоловік. Знайдіть ймовірність того, що 4 найсильніших гравці потраплять по два в різні групи.

4. У літературному вечорі беруть участь 20 чоловік, які жеребкуванням розподіляються на дві групи по 10 чоловік. Знайдіть ймовірність того, що: 4 найдосвідченіших поетів потраплять по два в різні групи.

5. Скільки слів можна утворити переставляючи букви слова «математика»?

6. Скільки слів можна утворити переставляючи букви слова «література»?

7. Ймовірність того, що витрати електроенергії протягом доби не перевищують встановленої норми, дорівнює 0,75. Знайдіть ймовірність того, що в найближчі 6 діб витрати електроенергії впродовж 4 діб не перевищує норми.

8. 9 пасажирів сідають у 3 вагони. Знайдіть ймовірність того, що: а) у кожний вагон сяде по три пасажирів; б) в один з вагонів сядуть 4, у другий — 3 і в третій — 2 пасажирів.

9. В ящику лежать 20 рулонів шпалер, з яких 12 білих, решта — чорні. З ящика навмання виймають три рулони. Яка ймовірність того, що серед вибраних рулонів два рулони білі?

10. В будинку, який має кубічну форму, пофарбовані усі стіни, 1000 рівних квартир кубічної форми. Треба знайти ймовірність того, що навмання вибрана квартира має рівно дві пофарбовані стіни(грані).

11. В ящику лежать 15 червоних, 9 синіх і 6 зелених банок з фарбою однакових на дотик. Навмання виймають 6 банок з фарбою. Яка ймовірність того, що вийнято: 1 зелену, 2 синіх і 3 червоних фарби?

12. У ліфт 9-поверхового будинку на першому поверсі зайшли 6 чоловік. Знайдіть ймовірність того, що всі вийдуть на різних поверхах, якщо кожний з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі, і починаючи з другого.

13. У архітектурній компанії k науковців. Знайдіть ймовірність того, що принаймні два з них народилися в одному місяці.

Тема: Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення.

1. Визначте моду, медіану, середнє значення за даними таблиці 1.

Таблиця 1. Кількість осіб, які склали ЗНО з математики.

Рік	Кількість осіб, які взяли участь у тестуванні
2015	11487
2016	10003
2017	18172
2018	23767

2. За даними перепису населення в Україні – таблиця 2., визначте моду вікового складу населення України.

Таблиця 2.

Вік	Кількість населення(тис.осіб)
0-9	4533,3
10-19	7308,1
20-29	6891,6
30-39	6621,2
40-49	7298,7
50-59	5245,3
60-69	5522,2
70-79	3740,0
80+...	1060,8

3*. Провести дослідження. За даними вибірки визначити розмах вибірки, моду, медіану, середнє значення. Дослідження проводити серед однолітків. Скільки разів із 10 ви порахуєте решту грошей в магазині?

4*. Провести дослідження. За даними вибірки визначити розмах вибірки, моду, медіану, середнє значення. Дослідження проводити серед однолітків. Скільки книжок опитуваний читає за рік ?

Задачі, націлені створити проблемну ситуацію в різних областях знань.

Організація навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів передбачає реалізацію особистісно орієнтованої моделі навчання, першочергове завдання якої полягає в тому, щоб розпізнати та розвинути конкретні здібності, схильності, особливості мислення, потенціал кожного учня.

Щодо організації навчання у класах. Задля того, щоб кожен учень на уроці активно працював ми пропонуємо ділити клас на підгрупи. Вчителеві буде легше спланувати роботу у класі, кожен учень, на уроці, зможе себе проявити, відповісти на питання, взяти участь у обговоренні, розв'язанні задач, проблемних питань.

Окрім поділу на групи, у класах повинне бути необхідне матеріальне забезпечення. Під матеріальним забезпеченням ми розуміємо: комп'ютер, проектор, екран, дошка, вихід до мережі Інтернет, маркери, необхідні плакати. Причому, плакати, наочності мають пов'язувати міжпредметні зв'язки, тобто мають бути не лише математичної наповненості.

Щодо самого процесу навчання він залишається без зміни за класно-урочною системою, проте вводяться нестандартні уроки: екскурсії (на місця подальшого працевлаштування із розв'язанням проблемних питань, задач, ніби учні вже працюють), у середовищі, яке досліджують учні, інтегровані уроки.

Парти у класі пропонуємо поодиначні, які легко пересуваються, для того, щоб можна було з легкістю змінювати їх розташування в залежності від мети уроків. Так, якщо необхідно в процесі уроку проводити експериментальні дослідження, то в класі повинно бути в достатку вільного місця, а це можна забезпечити, за умови розставлення парт у формі півкола. Так усім буде видно мультимедійний екран, легко проводити обговорення, експерименти, дослідження.

Висновки до розділу 2

Одним із завдань шкільної математики є формування в учнів свідомих та стійких обчислювальних навичок. Оскільки обчислювальна культура є тим необхідним запасом знань та вмінь, без якого неможливо розв'язати жодної математичної задачі, то вміння і навички швидко й точно виконувати обчислення є фундаментом вивчення математики та інших навчальних предметів. Необхідно враховувати, що при формуванні компетентностей в галузі природничих наук частина загальнонаукових, загально-навчальних та соціально-особистісних компетентностей формується за участі гуманітарних та соціально-економічних дисциплін.

Використання STEM-освіти на уроках математики дозволяє не лише вивчати теоретичний матеріал, але і закріплювати знання за допомогою можливостей практичного застосування різноманітних завдань, які можуть бути настільки цікаві, що їх трудність не викликатиме неприйняття у учнів. STEM-навчання виступає активною формою роботи учнів, що розвиває творчість.

Дійсно, якщо вчитель буде добирати задачі, враховуючи профіль навчання, то міжпредметні зв'язки більше просліджуватимуться. Такий підхід формуватиме особистість, яка є більш впевненою у власних можливостях, людину, яка зможе застосовувати знання на практиці, досягати поставлених цілей, працювати у команді.

Організація навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів передбачає реалізацію особистісно орієнтованої моделі навчання, першочергове завдання якої полягає в тому, щоб розпізнати та розвинути конкретні здібності, схильності, особливості мислення, потенціал кожного учня.

ВИСНОВКИ

Згідно до поставленої мети та завдань було проаналізовано літературу з теми магістерської роботи та встановлено, що:

1. Формування міжпредметних зв'язків, вміле їх використання є важливим для розвитку гнучкості мислення в тих, хто навчається, для активізації процесу навчання й для посилення практичного і комунікативного спрямування у навчанні.

2. За допомогою міжпредметних зв'язків не тільки на якісно новому рівні вирішуються завдання навчання, розвитку учнів, але закладається фундамент для комплексного бачення, підходу і розв'язання складних проблем реальної дійсності.

У процесі написання кваліфікаційної роботи дослідили проблему реалізації міжпредметних зв'язків на уроках теорії ймовірностей та математичної статистики, причому, для класів різнопрофільного навчання, проаналізували принцип наступності у вивченні стохастичної лінії. Теорія ймовірностей починає вивчатися у школі, проте на цьому не зупиняється її вивчення, далі вивчається у вищій школі як окремий навчальний предмет або як інструмент для вивчення інших наук професійного спрямування.

У ході дослідження приділили увагу новому підходу до використання міжпредметних зв'язків через STEM-освіту, розглянули вивчення теорії ймовірностей на базі старшої школи двох профілів: фізико-математичного та філологічного. Оскільки за основу були взяті міжпредметні зв'язки, то і умови задач складала, використовуючи засади міжпредметного навчання.

Використали міжпредметні зв'язки у проектній діяльності, розробивши учнівський проект.

Запропонували підходи до використання міжпредметних зв'язків на уроках прикладного напрямлення, навели фрагменти уроків.

Досліджено методичні особливості використання міжпредметних зв'язків під час вивчення теорії ймовірностей на уроках математики в профільній школі. Визначено психолого-педагогічні та методичні основи використання міжпредметних зв'язків в організації навчання математики у профільній школі.

Нами проаналізовані міжпредметні зв'язки стохастичної лінії з іншими розділами вищої математики, економічними теоріями і фізикою, здійснено аналіз проблеми вивчення теорії ймовірностей та елементів математичної статистики у різнопрофільних класах.

Поставлена мета дослідження досягнута, всі завдання виконано.

Перспективу подальших досліджень вбачаємо у ґрунтовнішому вивченні міжпредметних зв'язків стохастики і вищої математики, орієнтуючись на досвід зарубіжних вчених, і забезпеченні наступності у підготовці вчителів математики та інформатики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. STEM у школі [Електронний ресурс] // YouTube. – Режим доступу: <https://www.youtube.com/watch?...> (дата перегляду: 26.02.2018).
2. STEM-освіта. Intel «Навчання для майбутнього». Веб-сайт програми [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://iteach.com.ua/news/mass-media/?...> (дата перегляду: 26.02.2018).
3. STEM-освіта: готувати до інновацій / Дмитро Шулікін // «Освіта України». Офіційне видання Міністерства освіти і науки України. – 2015 рік. – № 26. – С. 8 - 9.
4. STEM-програми. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://imzo.gov.ua/stem-osvita/programi-stem/> (дата перегляду: 23.11.2018).
5. STEM-центр. - [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://kafinf.tnpu.edu.ua/stem-центр/> (дата перегляду: 10.10.2018).
6. STEM-освіта: шляхи впровадження та перспективи / за заг. ред. О. І. Данилової, В. В. Сургаєвої. – Херсон : КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти», 2016. – 120 с.
7. Агемян Т. А. Теория вероятностей для астрономов и физиков / Т. А. Агемян. — М. : Наука, 1974. — 264 с.
8. Андрейчиков А.В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике /А.В. Андрейчиков, О.Н.Андрейчикова. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 368 с
9. Астахов В. М. Теорія ймовірностей і математична статистика : навчальний посібник / В. М. Астахов, Г.С.Буланов, В.О. Паламарчук. – Краматорськ : ДДМА, 2009. – 64 с.
10. Балик Н. Р., Шмигер Г. П., Василенко Я. П. Формування STEM-компетентностей у процесі підготовки майбутніх учителів до впровадження STEM-освіти. – 2017. [Електронний ресурс]. – Режим

- доступу: http://elar.fizmat.tnpu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/-1007/Balyk_Shmyger_Vasylenko_Stem.pdf?sequence=1
11. Барковський В.В. Теорія ймовірностей та математична статистика / В.В. Барковський, Н.В. Барковська, О.К. Лопатін. - Київ : ЦУЛ, 2002. - 448 с.
 12. Безверхня О. О. Міжпредметні зв'язки теорії ймовірності та математичної статистики з англійською мовою / О. О. Безверхня // Наукові записки молодих учених. – Кропивницький: РВВ ЦДПУ ім В. Винниченка [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/index>
 13. Безверхня О. О. Розвиток творчості учнів через впровадження елементів STEM-освіти на уроках теорії ймовірностей та математичної статистики / О. О. Безверхня // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс – 2018»: матеріали III Міжнародної науково-методичної конференції (8-9 листопада 2018 р., м. Суми) : у 2 томах. Т. 1 / упорядн. Чашечникова О. С. – Суми : ФОП Цьома С. П., 2018. – С.17-19.
 14. Биркгофф М. Математика и психология, - М.: Советское радио, 1977. – 96 с.
 15. Бібік Г.В. Міжпредметні зв'язки математики і фізики як засіб формування самоосвітньої компетентності учнів основної школи: матеріали Всеукр. наук.-практ. конференції [«Міжпредметні зв'язки в процесі викладання у школі і вищому навчальному закладі»], (м. Херсон 2002-2005). — Херсон, 2006. — С. 36–41.
 16. Бібік Г.В. Підвищення ефективності навчання математики учнів основної школи засобами міжпредметних зв'язків з фізикою / Г. В. Бібік // Вісник Чернігівського держ. пед. ун-ту імені

- Т. Г.Шевченка. — Чернігів, 2009. — Випуск 65. — С. 8–12. — (Серія «Педагогічні науки»).
- 17.Бобик О.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: підручник / О.І. Бобик, Г.І. Берегова, Б.І. Копитко. - К.:ВД «Професіонал», 2007. - 560 с.
- 18.Бродський Я. Вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірностей, статистики / Я. Бродський / Математика. – 2006. – №16. – С. 8-18.
- 19.Бродський Я. Імовірно-статистична змістова лінія в старшій школі / Я. Бродський, О. Павлов // Математика в школах України. – 2008. – №4. – С. 2-9.
- 20.Випадкові числа. Конструємо гральний кубик. [Електронний ресурс] /Режим доступу:
<https://www.youtube.com/watch?v=6jTIZ4JhGsI>.
- 21.Волощенко А.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навч.-метод. посібник [для самот. вивч. дисц.] / А.Б.Волощенко, І.А. Джалладова - К.: КНЕУ, 2003. - 256 с.
22. Всеукраїнська інтернет-конференція «Сучасні освітні тенденції: STEM, STEAM та учнівські проекти» [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://www.youtube.com/watch?v=A3uVVBVI0HQ>
23. Герbart И.Ф. Избранные педагогические сочинения Т.1. / И. Ф. Герbart. – М.: Учпедгиз, 1940. – 290 с.
- 24.Глобін О.І. Компетентісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: Метод. посібник / О.І.Глобін, М. І. Бурда, Д.В. Васильєва, В.В. Волошена, О.П. Вашуленко, Н. Д. Мацько, Т.М. Хмара. — К.: Педагогічна думка, 2015. – 245 с.
- 25.Глобін О.І. Міжпредметні зв'язки в умовах профільного навчання математики: методичний посібник для вчителів/ Глобін О. І. – К.: Педагогічна думка, 2012. – 88 с

26. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебн. Пособ. [для студ. вузов] / В. Е. Гмурман. - М.: Высш. шк., 2004. - 404 с.
27. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. - 9-е изд., стер. - М.: Высш. шк., 2003. -479с.
28. Гнеденко Б. В. и Хинчин А. Я., Элементарное введение в теорию вероятностей, 3 изд., К. - Л., 2008.
29. Грабарь М.И., Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. - М. - 1977.
30. Гудкова В.С. Пути повышения качества обучения математике студентов экономических специальностей / В.С. Гудкова, С. Н. Ячинова // Молодой ученый. – 2015. – № 6. – С.584-588.
31. Данилюк А. Я. Метаморфозы и перспективы интеграции в образовании / А.Я. Данилюк. // Педагогика. – № 2. – 1998. – С. 8 - 12.
32. Дзямко, В. Й. Формування стохастичної компетентності через реалізацію міжпредметних зв'язків / В. Й. Дзямко, Л. В. Месарош // Науковий вісник Ужгородського національного університету : серія: Педагогіка. Соціальна робота / голов. ред. І.В. Козубовська. – Ужгород, 2018. – Вип. 1 (42). – С. 59-63.
33. Думанська Т. В. Прикладні задачі економічного змісту у вивченні вищої математики студентами економічних спеціальностей // Педагогічна освіта: теорія і практика. – 2013. – № 13. – 230 с.
34. Єжов С.М. Теорія ймовірностей, математична статистика і випадкові процеси: Навчальний посібник / С.М. Єжов. - К.: ВПЦ "Київський університет", 2001. - 140 с.

35. Жалдак М.І. Збірник задач і вправ з теорії ймовірностей і математичної [для студ. ф.-м. спец. педаг. універс.] / М.І. Жалдак, Н.М. Кузьміна, Г. О. Михалін. – Полтава. «Довкілля-К», 2010. – 728 с.
36. Жалдак М.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: підручник [для студентів фізико-математичних спеціальностей педагогічних університетів]. – Вид. 2, перероб. і доп. / М.І. Жалдак, Н.М. Кузьміна, Г.О. Михалін. – Полтава: "Довкілля-К", 2009. – 500 с.
37. Жильцов О.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О. Б. Жильцов ; за ред. Г.О. Михаліна. — К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. – 336 с.
38. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. Посібник: У 2-х ч. – Ч.І. Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
39. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. Посібник: У 2-х ч. – Ч.ІІ. Математична статистика. – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с
40. Задорожня Т.М. Стохастика і фінансово-економічна освіта // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип.27. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2007. – С. 116 – 120.
41. Задорожня Т.М., Коляда Ю.В. Реалізація взаємозв'язків між фундаментальними та фаховими дисциплінами /Т.М.Задорожня, Ю.В.Коляда // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб. наук. пр. У 2-х част. – Ч. 2. / Редкол.: І. А. Зязюн (голова) та ін. – Київ- Вінниця: ДОВ Вінниця, 2002. – С. 241 – 246.

- 42.Зверев И.Д., Межпредметные связи в современной школе./ И.Д.Зверев, В.Н. Максимова М., 1981
- 43.Зорина Л. Я. Дидактические основы формирования системности знаний старшеклассников / Л. Я. Зорина– М. : «Педагогика», 1978. – 128 с.
44. Інститут модернізації змісту освіти. STEM-освіта [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://imzo.gov.ua/stem-osvita/>
- 45.К.Д.Ушинський. Твори в шести томах. – К.: Рад. школа, 1954. – Т. 2. – С. 72.
- 46.Кармелюк Г. І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язування задач : Навч. посібник. — К.: Центр учбової літератури, 2007 — 576 с.
- 47.Кармелюк Г. І. [Електронний ресурс] / Режим доступу: http://ebooktime.net/book_72_glava_72_Література.html
- 48.Кириченко О.Е. Межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом вузе как средство профессиональной подготовки студентов: дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 2003. – 170 с.
- 49.Коменский Я.А. Избранные сочинения / Я. А. Коменский. – М.: Просвещение, 1955. – 365 с.
- 50.Крамаренко Т. Г. Забезпечення компетентнісного підходу у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики майбутніх учителів фізики / Т. Г. Крамаренко // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць / Редрада. - Київ, 2018. - № 20(27). - С. 50-56.
- 51.Куимова К.А.. Профессиональная подготовка экономистов посредством решения оптимизационных задач / К.А. Куимова, Е.И. Куимова, С.Н. Ячинова // Молодой ученый. – 2014. – № 15. – С. 282-286.

52. Кулагин П.Г. Межпредметные связи в процессе обучения / П. Г. Кулагин. – М. : Просвещение, 1981. – 96 с.
53. Лекція методика навчання математики як наука і як навчальна дисципліна в педвузі [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://refdb.ru/look/2929516-pall.html>
54. Лопушанський Я. Збірник задач і запитань з медичної і біологічної фізики.: Навчальний посібник для ВМНЗ III-IV р.а. – Вінниця. Нова книга, 2010. – 584.с
55. Ляшенко Я.О., Хоменко О.В. Збірник задач з фізики з прикладами розв'язання: навч. посіб. – Суми: Сумський державний університет, 2013. – 224 с
56. Математика для економістів. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навчально-методичний посібник / Укл.: Пукальський І.Д., Лусте І.П. – Чернівці: Чернівецький національний університет, 2010. – 96 с.
57. Методичні вказівки для практичних, самостійних та контрольних робіт з теорії ймовірностей та математичної статистики [Електронний ресурс]//– Режим доступу: http://eprints.kname.edu.ua/11312/1/M_-Укр_Теор_Вер_Статист.pdf
58. Методичні рекомендації щодо впровадження STEM-освіти у загальноосвітніх та позашкільних навчальних закладах України на 2017/2018 навчальний рік [Електронний ресурс] // Лист ІМЗО № 21.1/10-1470 від 13.07.17 року – Режим доступу: https://osvita.ua/legislation/Ser_osv/56880/
59. Митина О. В. Математические методы в психологии: Практикум / О. В. Митина. – М.: Аспект Пресс, 2008. – 238 с.
60. Міжпредметні зв'язки в навчанні [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://ua-referat.com/Міжпредметні_зв%60язки_в_навчанні

61. Навчальні програми МОН (математика) [Електронний ресурс] // Інформаційний портал. – Режим доступу: <http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/navchalni-programy.html>. – Назва з екрану. – Мова укр.
62. Овчинников П.П. Вища математика : підручник у 2 ч. / П.П. Овчинников, Ф.П. Яремчик, В.М. Михайленко; за заг. ред. П.П. Овчинникова; пер. з рос. П.М. Юрченка. – 3-тє вид., випр. – К. : Техніка, 2003. – 600 с.: іл.
63. Партыка Т.Л., Попов И.И. Математические методы. – М.: ФОРУМ – ИНФРА-М, 2007. – 464 с.
64. Парчук М.І. Реалізація міжпредметних зв'язків з курсом " Теорія ймовірностей та математична статистика в процесі навчання теоретичної фізики студентів фізичних спеціальностей [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://seanewdim.com/uploads/3/2/1/3/3213611/parcuk_m.i._the_realization_of_interdisciplinary_connections_with_the_course_probability_theory_and_mathematical_statistics_in_learning_theoretical_physics_students_physical_specialities.pdf
65. Песталоцци. Корф: Биографические повествования / Сост., общ. ред. Н.Ф.Болдырева. – Челябинск: Урал, 1997. – 542 с.
66. Пістунів І.М., Лобова Н.В. Теорія ймовірностей та математична статистика для економістів. З елементами електронних таблиць: Навч. посібник. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2005. – 110 с.
67. Полякова Т.А. Значение стохастической линии в формировании представлений учащихся о прикладных возможностях математики/ Т.А. Полякова, Т.А. Ширшова// научно-методический электронный журнал «Концепт». -2016. - №5 (май). – 0,4 п.л.

68. Про структуру навчального року та навчальні плани загальноосвітніх навчальних закладів [Електронний ресурс] // Інформаційний портал. – Режим доступу: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/plany/list_struktura.pdf. – Назва з екрану. – Мова укр.
69. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. – Х. : Факт, 2005. — 360 с.
70. Руденко В.М. Математичні методи в психології : підручник / В.М.Руденко, Н.М.Руденко. - К. : Академвидав, 2009. - 384 с.
71. Самарин Ю.А. Очерки психологии ума. Особенности умственной деятельности школьников // Ю.А. Самарин/ М.: Изд-во Академии педагогических наук 1962г. – 504 с.
72. Самарук, Н. М. Професійна спрямованість навчання математичних дисциплін майбутніх економістів на основі міжпредметних зв'язків : автореф. дис. канд. пед. наук : 13.00.04 - теорія та методика проф. освіти / Н. М. Самарук ; ім.В.Гнатюка. – Тернопіль, 2008. – 21 с.
73. Свердан П.Л. Вища математика. Математичний аналіз і теорія ймовірностей: Підручник. –К: Знання, 2008. – 450 с.
74. Сидоренко Е.В. Методи математической обработки в психологии / Е.В. Сидоренко. - СПб., Речь, 2000. – 350 с.
75. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. — 2-ге вид., доп. і переробл. — К.: Вища школа, 2006. – 582 с.
76. Суходольський Г.В. Математические методы в психологии. – 3-е изд. испр. – Харьков: Гуманитарный центр, 2008. – 284 с.
77. Сухомлинський В.О. Підготовка учнів до трудової діяльності. – К.:Радянська школа, 1957. – С. 5.
78. Теорія ймовірностей: конспект лекцій [Електронний ресурс] //– Режим доступу: http://eprints.kname.edu.ua/15088/1/2009-_печ_188М_Лекции_ТВ____Было.pdf

- 79.Тичинська Л. М. Теорія ймовірностей. ч. 1. Історичні екскурси та основні теоретичні відомості : навчальний посібник / Л. М. Тичинська, А. А. Черепашук. - Вінниця : ВНТУ, 2010. - 112 с.
- 80.Тичинська Л.М. Теорія ймовірностей / Л.М. Тичинська, А. А. Черепашук. – [Електронний ресурс]//- Режим доступу: http://posibnyky.vntu.edu.ua/t_i/z.htm
81. Український проект «Якість освіти». Зимова сесія «WEB-STEM-школа-2018». [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://yakistosviti.com.ua/uk/web-stem-shkola-programa-2018>
- 82.Ушинский К.Д. Собрание сочинений: в 11 томах / К. Д. Ушинский. – М. Л., 1948. – Т. 8: Человек как предмет воспитания. – 1950
- 83.Фіцула М.М. Педагогіка: Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів освіти. – К.: Видавничий центр "Академія", 2002. – 528 с.
- 84.Чепиков М. Г. Интеграция наук / М. Г. Чепиков. – М.: Мысль, 1988. - 135 с.
- 85.Шаран О. В. Особливості використання міжпредметних зв'язків у навчанні молодших школярів математики та англійської мови/ О. В. Шаран, Ю. С. Бец// Фізико-математична освіта: науковий журнал. – 2017. – Випуск4(14).-с.124-127

ДОДАТКИ

Додаток А

Конспект уроку з використанням STEM – технологій.

Тема: «Використання формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій.»

Мета:

- розвивати обчислювальні навички ймовірності випадкових подій, використовуючи формули комбінаторики та класичне означення ймовірності, формувати вміння застосувати цей матеріал до розв'язування прикладних завдань;
- розвивати самостійне творче мислення, пам'ять, увагу, уміння знаходити вихід із складної ситуації;
- виховувати математичну культуру, бережне ставлення до обладнання.

Тип уроку: урок застосування знань, умінь і навичок;

Обладнання: дошка, макет, комп'ютер, проектор, екран.

Структура уроку:

I. Організаційний етап

II. Перевірка домашнього завдання

III. Актуалізація та мотивація знань

IV. Пояснення нового матеріалу

V. Розв'язування вправ

VI. Підведення підсумків. Повідомлення домашнього завдання.

I. Організація робочого місця, привітання. Для більшого відходження від стандартного уроку на першому етапі уроку повідомляємо учням, що вони науковці архітектурного центру і їм треба вирішити ряд проблем, пов'язаних з їхньою трудовою діяльністю.

II. Перевірка домашнього завдання.

На даному етапі вчитель перевіряє наявність домашнього завдання в зошитах, називаючи їх проектними журналами, правильність домашньої роботи учні перевіряють на слайді. До дошки запрошуються для «доповіді» перед «колективом науковців» 1-3 учні, які пояснюють виконання д/з, зупиняючись на основних моментах.

III. Актуалізація та мотивація

Фронтальне опитування:

Знайдіть відповідність:

А	Перестановка	1.	будь-яка k -елементна підмножина заданої n -елементної множини
Б	Розміщення	2.	будь-який k -елементний упорядкований набір даної n -елементної множини
В	Комбінація	3.	будь-який упорядкований набір, утворений з усіх елементів множини

Окрім опитування, для актуалізації вчитель пропонує розв'язати задачу. Так, шановні архітектори, в нас є проблема.

В будинку, який має кубічну форму, пофарбовані усі стіни, 1000 рівних квартир кубічної форми. Треба знайти ймовірність того, що навмання вибрана квартира має рівно дві пофарбовані стіни(грані).



Розв'язання:

Якщо будинок розділити на квартири кубічної форми, однакового розміру, то всі стіни(грані) будуть поділені на 100 квадратів.

Далі за умовою квартира повинна мати дві замальовані стіни(грані), які мають кубики по ребрах без вершин куба. На одному ребрі буде 8 таких кубиків. Всього в кубі 12 ребер, тому дві замальовані стіни(грані)

матимуть: $8 \cdot 12 = 96$ квартир(кубиків). А ймовірність витягнути їх серед 1000 всіх рівна: $P = 96/1000 = 0,096$.

Відповідь: 0,096.

Для того, щоб підвищити вашу заробітну плату в нашій компанії не достатньо лише цих знань, тому сьогодні, я, як ваш начальник проведу для вас курс підвищення кваліфікації і зупинимось ми сьогодні на формулах комбінаторики.

IV. Пояснення нового матеріалу

Безпосередній підрахунок ймовірностей подій значно спрощується, якщо використовувати формули комбінаторики. Правильність розв'язання проблемної задачі залежить від уміння визначити вид сполуки, що утворюються сукупністю подій, про які йдеться мова в умові. Тож, шановні науковці, розглянемо приклади розв'язування проблем, з якими ви можете зустрітись.

Завдання 1.

В ящику лежать 20 рулонів шпалер, з яких 12 білих, решта — чорні. З ящику навмання виймають три рулони. Яка ймовірність того, що серед вибраних рулонів два рулони білі?



Розв'язання:

Загальна кількість елементарних подій випробування (вийнято три кульки) дорівнює $n = C_{20}^3$.

Підрахуємо кількість елементарних подій, які сприяють події «серед трьох вибраних рулонів два білі». Два білі рулони із 12 білих рулонів можна вибрати C_{12}^2 способами, а один чорний рулон можна вибрати 8 способами, тоді події «серед трьох вибраних рулонів два білі» сприяють $m = C_{12}^2 \cdot 8$ елементарних подій.

Отже, якщо подія А — «серед трьох вибраних рулонів два білі», то

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_{12}^2 \cdot 8}{C_{20}^3} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 8}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{20 \cdot 19 \cdot 18} = \frac{44}{95}$$

Відповідь: $\frac{44}{95}$.

V. Розв'язування вправ

На цьому етапі вчитель пропонує розв'язати задачі прикладного характеру. При чому, показуючи реальний макет за допомогою комп'ютерних засобів. Створює матеріальні макети для того, щоб учні практичним способом могли перевірити Розв'язання даних задач. Дійсно, учні переконуються в тому, що практичним шляхом, прийти до правильного висновку складно, отже, необхідно скористатися формулами комбінаторики, які допоможуть заощадити час на знаходження відповіді до задачі.

Завдання 1.

В ящику лежать 15 червоних, 9 синіх і 6 зелених банок з фарбою однакових на дотик. Навмання виймають 6 банок з фарбою. Яка ймовірність того, що вийнято: 1 зелену, 2 синіх і 3 червоних фарби?



Розв'язання:

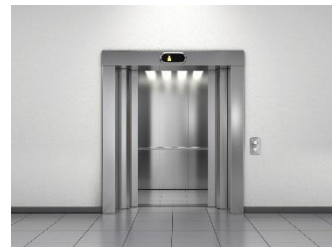
В цій задачі випробування полягає в тому, що із ящика виймають 6 банок з фарбою. Вийняти шість банок із $15 + 9 + 6 = 30$ банок можна $n = C_{30}^6$ способами. Нас цікавить ймовірність події А — «вийнято 1 зелену, 2 синіх і 3 червоних фарби». Одну зелену фарбу можна вийняти C_6^1 способами, 2 синіх фарби можна вийняти C_9^2 способами, 3 червоних фарби можна вийняти C_{15}^3 способами. Отже, події А сприяють $m = C_6^1 \cdot C_9^2 \cdot C_{15}^3$ елементарних подій. Тоді

$$P(A) = \frac{C_{15}^3 \cdot C_9^2 \cdot C_6^1}{C_{30}^6} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25} = \frac{24}{145}$$

$$\text{Відповідь: } \frac{24}{145}.$$

Завдання 2.

У ліфт 9-поверхового будинку на першому поверсі зайшли 6 чоловік. Знайдіть ймовірність того, що всі вийдуть на різних поверхах, якщо кожний з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі, і починаючи з другого.



$$\text{Відповідь: } \frac{A_8^6}{8^6}.$$

Завдання 3.

9 пасажирів сідають у 3 вагони. Знайдіть ймовірність того, що: а) у кожний вагон сяде по три пасажирі; б) в один з вагонів сядуть 4, у другий — 3 і в третій — 2 пасажирі.



Перед тим як розв'язати дану задачу, уявімо, що ряди у класі – це три вагони; учні – пасажирі. Учням необхідно довільним чином вибрати місця в класі за партами (місця фіксуються вчителем на дошці). Експеримент проводиться декілька разів. Гуртом (вчитель з учнями) робимо висновок, що можлива велика кількість комбінацій. Замість експериментальної перевірки, використовуємо для обчислень формули комбінаторики.

$$\text{Відповіді: а) } \frac{C_9^3 \cdot C_6^3}{3^9}; \quad \text{б) } \frac{C_9^4 \cdot C_5^3 \cdot 3!}{3^9}$$

Завдання 4.

У архітектурній компанії k науковців. Знайдіть ймовірність того, що принаймні два з них народилися в одному місяці.

Відповіді: $1 - \frac{A_{12}^k}{12^k}$, якщо $k \leq 12$; 1 , якщо $k > 12$.

VI. Підведення підсумків. Повідомлення домашнього завдання.

Учням, як працівникам архітектурної компанії пропонується скласти власний проект(задачу), та з'ясувати шляхи його вирішення(розв'язати її). Подати дану задачу у вигляді учнівського сайту, або додати до свого блогу. Розв'язати проблемні питання за підручником (номери домашні з підручника).

Додаток Б

Інтерактивні вправи LearningApps

1. <https://learningapps.org/2675138>

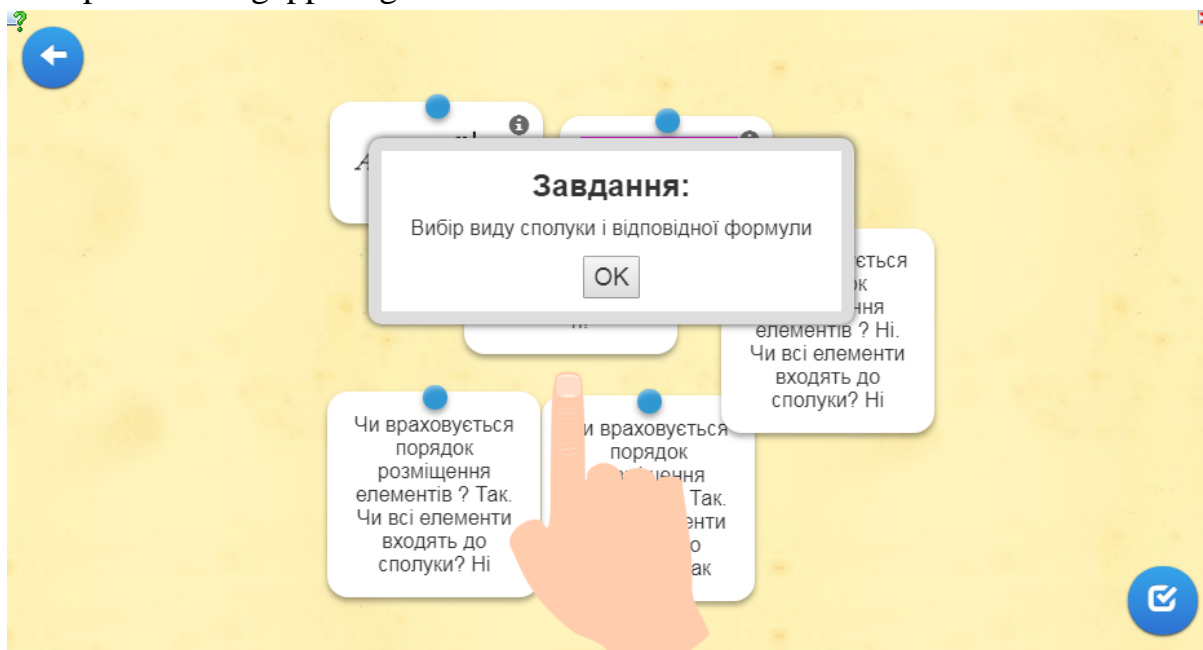


Рис.В.1

2. <https://learningapps.org/2095443>



Рис.В.2

3. <https://learningapps.org/2663799>

The screenshot shows a LearningApps interface with several probability formulas in boxes at the top: $P(A)=8/12=2/3$, $P(A) = 32/36 = 8/9$, $P = m/n = 6/36 = 1/6$, $P(B)=m/n=720/5814=0,1238$, and $P(C)=m/n=200/344$. Below these is a task dialog box with the following text:

Завдання:
 Перевір свої знання при розв'язуванні задач. Установи відповідності, перетягнувши картки верхнього ряду на відповідні картки, розташовані внизу. Успіхів!

Below the dialog box, there are several cards with text: "40 стандартних і 4 нестандартних деталей для контрол", "У ш...", "ор...", "урни, в якій 10 білих, 4 чорних та 5 синіх кульок ...", and "Із урни, в якій 10 білих, 4 чорних та 5 синіх кульок ...". An "OK" button is visible at the bottom of the dialog box.

Рис.В.3

4. <https://learningapps.org/3136100>

The screenshot shows a LearningApps interface with a question dialog box over a background of colorful dice. The question is:

1 / 5
 В одному пакеті було 43 мандарина, а в другому — 57 слив. Їх пересипали до одного пакету. Яка ймовірність того, що навмання витягнутий фрукт буде сливою?

Below the question are four multiple-choice options:

- 1
- 0,43
- 2,02
- 0,57

Рис.В.4

5. <https://learningapps.org/4813216>



Рис.В.5

6. <https://learningapps.org/2048831>

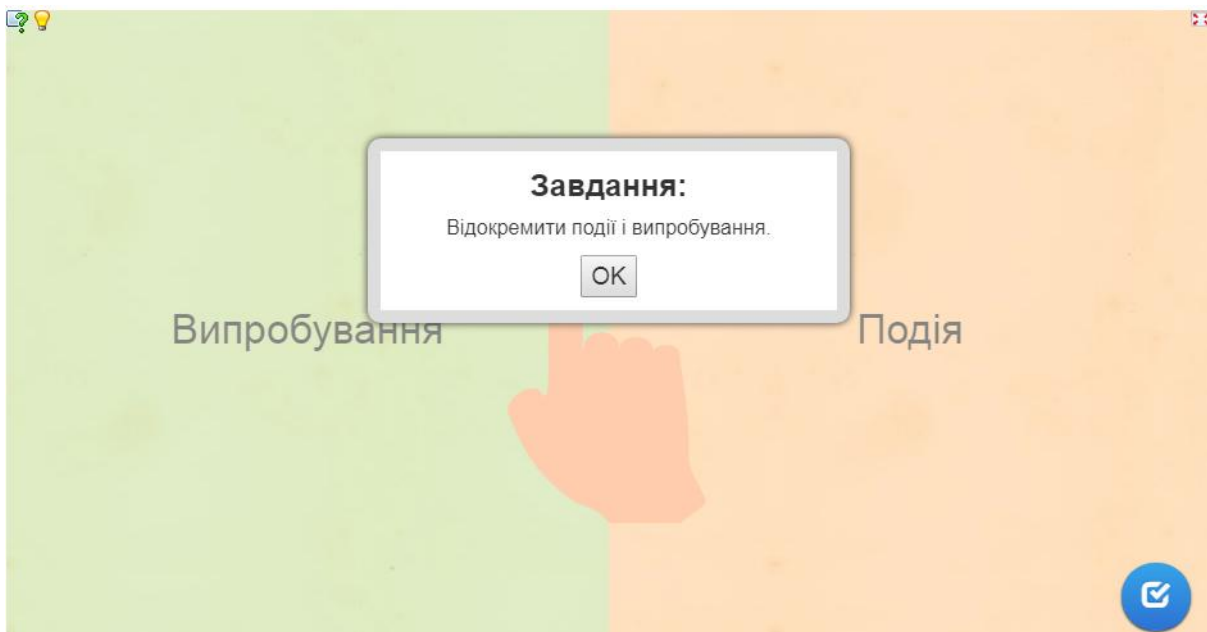


Рис.В.6

7. <https://learningapps.org/2674800>



Рис.В.7

8. <https://learningapps.org/2669044>

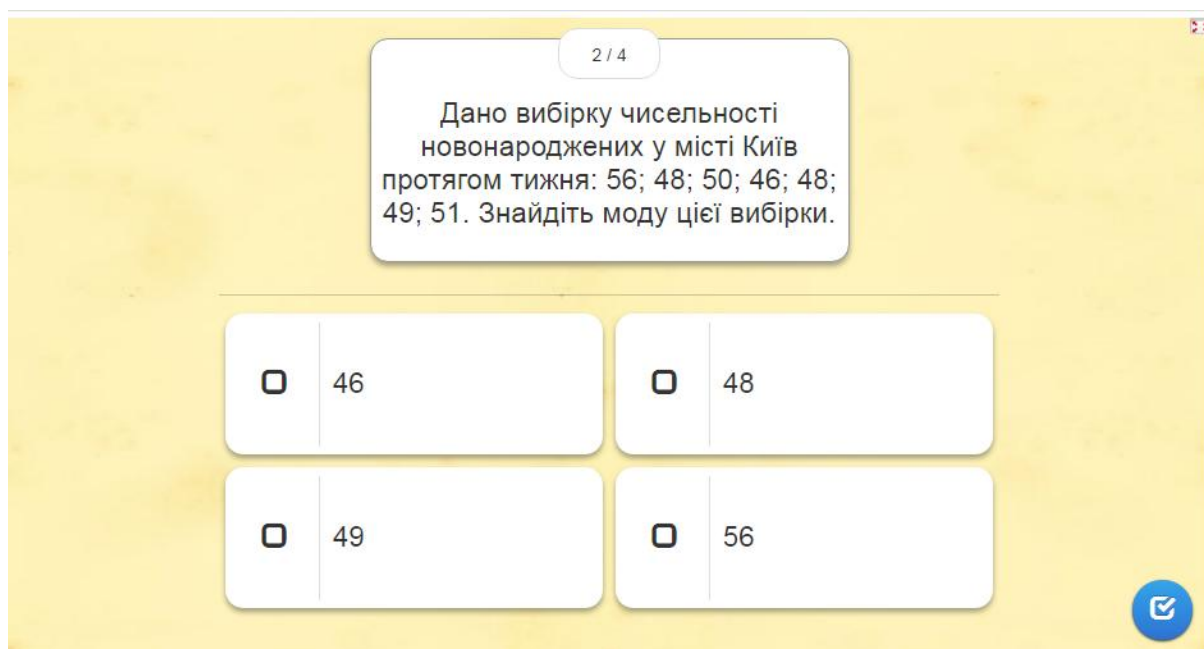


Рис.В.8