

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання

«Допущено до захисту»

Завідувач кафедри

_____ В.В. Корольський
(підпис)

« ____ » _____ 2018 р.

Реєстраційний № _____

« ____ » _____ 2018р.

ПРИКЛАДНА СПРЯМОВАНІСТЬ НАВЧАННЯ УЧНІВ
РОЗВ'ЯЗУВАННЮ ЗАДАЧ НА ВІДСОТКИ

Кваліфікаційна робота студентки
групи МІм-13

ступінь вищої освіти магістр

спеціальності: 014.04 середня освіта
(математика)

Мельниченко Юлії Анатоліївни

Керівник: канд. пед. наук, доцент

Черних Лариса Олександрівна

Оцінка:

Національна шкала _____

Шкала ECTS _____ Кількість балів _____

Голова ЕК _____

(підпис) (прізвище, ініціали)

Члени ЕК _____

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП	3
<p style="text-align: center;">РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ВІДСОТКИ» В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ..... 6</p>	
1.1. Реалізація прикладної спрямованості математики.....	6
1.2. Психолого-педагогічні та дидактичні особливості реалізації прикладної спрямованості навчання при вивченні теми «Відсотки»	14
1.3. Логіко-дидактичний аналіз теми «Відсотки» у шкільному курсі математики.....	17
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1	26
<p style="text-align: center;">РОЗДІЛ II. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ НА ВІДСОТКИ..... 27</p>	
2.1. Основні типи задач на відсотки та методи їх розв'язання	27
2.2.Методика навчання учнів розв'язування задач на змішування та природний спад	43
2.3. Методика навчання учнів розв'язування фінансових задач.....	55
2.4. Розробка факультативного курсу з фінансової математики для учнів старших класів.....	67
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2	76
ВИСНОВКИ.....	77
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	79
ДОДАТКИ.....	85

ВСТУП

Актуальність теми. На сучасному етапі розвитку суспільства неможливо уявити процес наукового пізнання без застосування математичного апарату, саме тому одним з головних завдань математичної освіти є забезпечення математичної грамотності школярів, тобто забезпечення готовності і здатності учнів вирішувати життєві завдання за допомогою математики. В епоху розквіту різноманітних фінансових інструментів не лише бізнесмени та економісти, але і просто освічені громадяни повинні мати можливість у доступній формі ознайомитися з основами техніки порівняння вигод та втрат від фінансових операцій. Наприклад, ми дуже часто чуємо такі поняття як, знижка становить 20%; банк нараховує 10% річних; рівень інфляції становить 8% на рік; комісія від оплати 3% та ін.

Відсотки – це одне з математичних понять, які часто зустрічаються в повсякденному житті. Вони з'явилися в світі через практичну необхідність при розв'язуванні деяких задач, в основному економічних. Ще в давнину доводилось рахувати борги у відсотках.

Отже, на сьогодні розуміння відсотків і вміння їх обчислювати необхідні кожній людині, це сприяє «входженню» в сучасне інформаційно-економічне середовище, тому що ця тема торкається всіх сторін нашого життя: наукової, господарської, економічної, фінансової, демографічної та інших.

Тема «Відсотки» є частиною однієї з найважливіших методичних ліній шкільного курсу математики – числової лінії. Саме під час вивчення відсотків можна вдосконалити розуміння учнями поняття числа з теоретичної точки зору і довести до певного рівня їх практичні обчислювальні вміння.

Проаналізувавши в шкільних підручниках задачі на відсотки, можна стверджувати, що вони майже всі є змістовними (прикладними). І їх розв'язування дає можливість вчителю формувати в учнів математичні компетентності та допомагає їм засвоювати факти суміжних предметів.

Прикладні задачі на відсотки демонструють практичне застосування математичних ідей і методів. Отже при вивченні теми «Відсотки» надається можливість реалізації прикладної спрямованості математики.

Проблемою прикладної спрямованості навчання математики займалися В.А.Швець, В.В. Коваль, З.І. Слєпкань, П.П.Чернецький та ін.

В шкільному курсі математики відсотки вивчають в 5 (знаходження відсотків від числа та знаходження числа за його відсотком) і 6 (знаходження відсоткового відношення двох чисел) класах. Систематизація знань і вмінь учнів, пов'язаних з розв'язанням різних типів задач на відсотки відбувається перед вивченням складних відсотків на етапі повторення в 9 класі.

Як свідчить досвід, в силу вікових особливостей учнів 5-6 класів, більшість з них не можуть повністю освоїти тему «Відсотки», а перерва в 2 роки (7-8 клас) сприяє забуванню учнями вивченого матеріалу. Дана тема вважається досить важкою та проблемною для учнів і «страшною» для вступників у ВНЗ. Навіть у вищій школі часто виявляється, що, стикаючись з відсотками, багато студентів почуваються невпевнено.

Отже на сьогодні має місце наступна проблема: з одного боку розширюється сфера застосувань відсотків, а з іншого — знижується рівень знань та вмінь школярів з даної теми.

Мета дослідження. Дослідити методичні особливості вивчення теми «Відсотки» в шкільному курсі математики та розробити дидактичне забезпечення прикладної спрямованості курсу.

Предмет дослідження. Методика навчання учнів розв'язуванню задач на відсотки.

Об'єкт дослідження. Процес навчання математики в основній та старшій школі.

Для досягнення поставленої мети було визначено такі **завдання**:

- 1) проаналізувати стан дослідженості проблеми прикладної спрямованості навчання математики у психолого-педагогічній, методичній та навчальній літературі;

- 2) розкрити роль математичного моделювання для формування наукового світогляду учнів;
- 3) здійснити логіко-дидактичний аналіз теми «Відсотки» за чинними підручниками;
- 4) систематизувати відомості про основні типи задач на відсотки у шкільному курсі математики, методи їх розв'язання та скласти систему прикладних задач для вивчення кожного з типів задач;
- 5) розробити методичку навчання учнів розв'язанню задач на відсотки, зокрема, задач на змішування, природній спад та фінансових задач;
- б) розробити проект з теми «Відсоткові розрахунки».

Результати дослідження представлені у таких публікаціях:

1. Навчання учнів розв'язуванню задач на відсотки з використанням пропорцій / Ю.А.Мельниченко, Л.О. Черних// Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики». – Вінниця, 2018р. – С.277-280 [30].
2. Прикладні задачі як засіб формування математичних компетентностей при вивченні теми “Відсоткові розрахунки”/Ю.А.Мельниченко, Л.О.Черних// Вісник міжнародного дослідного центру «Людина: мова, культура, пізнання». – Кривий Ріг, 2018 р. – №42. – С. 239-245 [31].

Структура роботи: вступ, два розділи, висновки з розділів, загальні висновки, список використаних джерел (60 позицій), два додатки. Загальний обсяг роботи – 96 с.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ВІДСОТКИ» В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

1.1. Реалізація прикладної спрямованості математики

Теорія та практика навчання математики беззаперечно підтверджує, що прикладна спрямованість шкільного курсу математики сприяє формуванню в учнів стійких мотивів до навчання, посилює інтерес до вивчення математики, підвищує рівень пізнавальної активності та самостійності учнів, а відповідно забезпечує активізацію пізнавальної діяльності учнів у процесі навчання математики.

Як зазначено в Навчальній програмі [37], реалізація прикладної спрямованості в процесі навчання математики означає:

- 1) створення запасу математичних моделей, які описують реальні явища й процеси, мають загальнокультурну значущість, а також вивчаються в суміжних предметах;
- 2) формування в учнів знань та вмінь, які необхідні для дослідження цих математичних моделей;
- 3) навчання учнів побудові й дослідженню найпростіших математичних моделей реальних явищ і процесів.

У дослідженні В.О.Швеця [55] подано наступне означення прикладної спрямованості шкільного курсу математики. Прикладна спрямованість ШКМ – це орієнтація цілей, змісту та засобів навчання математики у напрямку набуття учнями в процесі математичного моделювання знань, умінь та навичок, які використовуватимуться ними в різних сферах життя.

В педагогічних дослідженнях прикладну спрямованість математики розуміють як змістовний і методологічний зв'язок шкільного курсу з практикою.

Терешин М.А. [49] розглядає прикладну спрямованість шкільного курсу математики з точки зору двох найважливіших взаємопов'язаних, але цілком

самостійних функцій, які вона може реалізовувати: світоглядної та соціально-педагогічної.

Світоглядна функція реалізується при використанні математики в інших шкільних навчальних предметах, ознайомленні з історією виникнення та еволюції математичних понять тощо, а соціально-педагогічна функція реалізується під час професійної орієнтації школярів.

Ми в своїй роботі під *прикладною спрямованістю математики* будемо розуміти змістовний та методологічний зв'язок шкільного курсу з практикою, що передбачає формування в учнів умінь, необхідних для розв'язування засобами математики практичних задач.

Прикладна спрямованість навчання математики включає його політехнічну спрямованість, реалізацію зв'язків з курсами фізики, хімії, географії, креслення, трудового навчання; широке використання електронно-обчислювальної техніки і забезпечення «комп'ютерної грамотності», формування математичного стилю мислення та діяльності. Отже реалізація прикладної спрямованості навчання в кожній шкільній дисципліні є одним із шляхів забезпечення цілісності навчання.

На уроках математики потрібно забезпечувати органічний зв'язок теоретичного і практичного матеріалу. Навчання слід організовувати так, щоб воно було корисним і захоплюючим, цікавим. А це можливо шляхом подолання надмірної абстракції, через розкриття ролі математики в пізнанні навколишнього світу, через інтеграцію з іншими шкільними предметами та формування цілісного, гармонійного світосприйняття дитини.

Закріплення теоретичних знань треба здійснювати в ході розв'язування задач. Оскільки саме при розв'язуванні задач створюються передумови активного застосування математичних знань, формуються універсальні якості особистості: звичка до систематичної праці, сумлінного ставлення до справи, прагнення до вдосконалення навиків, потреби в самоконтролі, вміння працювати з літературою та інші [14]. Правильно підібрані задачі допомагають учням збагнути цінність вивченого матеріалу.

У методичній літературі поняття прикладної задачі трактується по різному, а саме:

- задача, що потребує перекладу з природньої мови на математичну;
- задача, яка близька за формулюванням і методами розв'язування до задач, що виникають на практиці;
- сюжетна задача, сформульована у вигляді задачі-проблеми.

Наприклад, Г.П.Бевз прикладною називає задачу про реальні, матеріальні об'єкти та зв'язки між ними, а за М.А.Терешиним: прикладна задача – задача, поставлена за межами математики, яка може бути розв'язана математичними методами [49].

Важливо розрізнити практичні і прикладні задачі.

Практична – це задача, в якій ставиться лише питання, дані слід знайти самостійно. Іноді може вказуватись метод (подібні трикутники, формули площ, теорема косинусів тощо). Всі дані учні повинні визначити самостійно (виміряти, зважити, порахувати).

Прикладна – задача, в якій ми маємо справу з готовими даними і зводиться вона, зазвичай, лише до побудови математичної моделі.

Підсумовуючи, треба сказати, що завдання з практичним змістом - це математична задача, яка розкриває міжпредметні зв'язки і тільки знайомить нас зі сферами людської діяльності, в яких вона може використовуватися. Недарма І.М. Шапіро, даючи означення, визначає завдання з практичним змістом через фабулу і називає його завданням прикладного характеру. Прикладна задача - це все-таки завдання не математичне. Вона може бути поставлена в будь-якій сфері людської діяльності, це може бути як інженерія, так і текстильне виробництво. Але так як і завдання з практичним змістом, прикладна задача розв'язується математичними засобами, спираючись при цьому на математичні правила і формули [54].

В сучасній методичній та психологічній літературі існують різні **класифікації прикладних задач:**

За змістом — конкретні; абстрактні; міжпредметні; історичні; тематичні.

За дидактичною метою — тренувальні; творчі; дослідницькі; контрольні.

За способом подання умови — текстові; графічні; задачі-малюнки (фотографії).

За ступенем складності — прості; середньої і підвищеної складності; складні.

За вимогою — знаходження невідомого; доведення; конструювання.

За способом розв'язування — експериментальні; обчислювальні; графічні.

Розглянуту класифікацію задач не можна вважати повною, адже одна й та ж задача може належати до різних груп.

А.В.Прус [42] усі прикладні задачі об'єднує в три групи:

1. Прикладні задачі практичного характеру – це задачі, розв'язування яких передбачає використання реального предмета, проведення експерименту, відповідних вимірювальних робіт тощо.

2. Прикладні задачі теоретичного характеру – це задачі, розв'язання яких не пов'язане з роботою з реальними об'єктами чи їх моделями.

3. Якісні прикладні задачі – це задачі з вимогою пояснити, дослідити або обґрунтувати певний факт, при цьому виконання обчислень чи побудов є необов'язковим.

Отже, прикладні задачі виконують:

- ✓ *освітню функцію*, тому що їх використання спрямоване на формування у школярів системи знань, умінь та навичок на різних етапах навчання;
- ✓ *розвиваючу функцію*, тому що робота з ними розвиває вміння осмислювати зміст понять, застосовувати здобуті знання на практиці, аналізувати результати, робити відповідні узагальнення, порівняння, висновки, розширює кругозір;

- ✓ *виховну функцію*, тому що саме в прикладних задачах найкраще прослідковується міжпредметний зв'язок.

Сформулюємо основні вимоги до прикладних задач, які використовуються у навчанні математики:

1. Задачі повинні мати реальний зміст, який забезпечує ілюстрацію практичної цінності і значущості набутих математичних знань.
2. Задачі повинні відповідати шкільним програмам і підручникам за формулюванням і змістом методів і фактів, які будуть використовувати в процесі їх розв'язування.
3. Задачі повинні бути сформульовані доступною і зрозумілою мовою, не містити термінів, з якими учні не зустрічалися і які вимагатимуть додаткових пояснень.
4. Числові дані в прикладних задачах повинні бути реальними, відповідати існуючим в практиці.
5. У змісті задачі по можливості повинен бути відображений особистий досвід учнів, місцевий матеріал, який дозволяє ефективно показати використання математичних знань і викликати в учнів пізнавальний інтерес.
6. Прикладні задачі повинні відображати ситуації промислового і сільськогосподарського виробництва, економіки, торгівлі, ілюструвати застосування математичних знань у конкретних професіях людей.
7. У прикладних задачах числові дані, як правило, мають бути наближеними, а при їх розв'язуванні можна використовувати обчислювальні засоби, зокрема, комп'ютер.

Прикладні задачі є одним із типів навчальних задач. Відомо, що до основних етапів розв'язування задач належать:

- 1) аналіз формулювання задачі;
- 2) пошук плану розв'язування;
- 3) здійснення плану, перевірка і дослідження знайденого розв'язку;

4) обговорення (аналіз) знайденого способу розв'язування з метою з'ясування його раціональності, можливості розв'язування задачі іншим методом чи способом [7].

У процесі розв'язування саме прикладних задач здійснюється навчання учнів елементам математичного моделювання, адже найбільш відповідальним і складним етапом розв'язування прикладної задачі є побудова її математичної моделі. Реалізація цього етапу вимагає від учнів багатьох умінь: виділяти істотні фактори, що визначають досліджуване явище (процес); вибирати математичний апарат для побудови моделі; виділяти фактори, що викликають похибку при побудові моделі.

Взагалі слово «модель» утворилося від латинського слова, що означає «міра», «образ», «засіб». Ми використовуємо модель як образ (зразок) чогось, за її допомогою ми маємо можливість щось досліджувати. Тоді моделювання можна розуміти як «створення образу» і його «дослідження», «вивчення» [48].

Метод математичного моделювання є сучасним потужним пізнавальним методом та ефективним засобом розв'язування прикладних задач. Він ґрунтується на застосуванні математичної моделі як засобу дослідження реальних об'єктів, процесів чи явищ і полягає у здійсненні певної послідовності етапів. Етапи математичного моделювання за суттю в усіх дослідників схожі й досить широко висвітлені в науковій та навчальній літературі. Для прикладу, В. О. Швець виділяє такі етапи розв'язування прикладної задачі у школі методом математичного моделювання [56]:

1. Створення математичної моделі – переклад задачі з природної мови тієї галузі, де вона виникла, мовою математики.

2. Дослідження математичної моделі – розв'язування отриманої математичної задачі.

3. Інтерпретація розв'язків отриманих результатів, тобто переклад розв'язку математичної задачі з мови математики мовою тієї галузі, де вона виникла.

Як свідчить досвід, найбільш складним для учнів є перший етап. Математизація прикладної задачі та побудова математичної моделі є досить серйозною проблемою для учнів, оскільки вони недостатньою мірою вміють:

- декодувати інформацію, закладену в умові прикладної задачі;
- абстрагуватись від неістотних властивостей об'єктів, що досліджуються в задачі;
- виявляти та правильно інтерпретувати взаємозв'язки між об'єктами, що розглядаються в умові задачі;
- формалізувати запитання задачі, виразивши шукані величини через відомі та введені змінні.

Для того, щоб переформулювати зміст задачі мовою математики, учням необхідно ретельно вивчити і правильно тлумачити задачу, формалізувати запитання в ній, виразивши шукані величини за допомогою відомих та введених змінних. На цьому етапі в учнів виникають різноманітні за характером проблеми. Іноді вони пов'язані з нерозумінням фізичних, хімічних, економічних термінів, законів, залежностей. Так, далеко не всі чітко усвідомлюють співвідношення між відстанню, швидкістю і часом в умовах рівномірного та нерівномірного руху, між концентрацією речовини і її часткою у сумішах, між обсягом виконаної роботи і продуктивністю праці тощо. Учні відчувають труднощі у визначенні швидкості зближення об'єктів при русі назустріч або в одному напрямку, незначною мірою орієнтуються в русі по колу, затрудняються у виборі розмірності в розв'язуванні задач на спільну роботу. Також у процесі складання математичної моделі учні відволікаються на несуттєві для конкретної задачі властивості об'єктів, на другорядні умови, що не впливають на розв'язок задачі.

Тому, як зазначає Т.І. Війчук, під час розв'язування задач прикладного змісту в ході створення математичної моделі доцільно дотримуватися такої послідовності дій:

1. За допомогою допоміжних моделей виділити взаємозв'язки та істотні властивості об'єктів, що досліджуються в умові задачі.

2. За допомогою знаково-символічних моделей створити неформальну модель (неформальна модель – це нестрогий опис процесу, у якому пояснюються виділені залежності між об'єктами, але, у той же час, не дано можливості з точністю перевірити ступінь логічного взаємозв'язку його властивостей).

3. Засобами математичної мови створити математичну модель прикладної задачі [12].

Отже піднесення престижу навчання завжди було і залишається, особливо сьогодні, актуальним для школи. В цьому зв'язку одним з важливих завдань, які повинен використовувати в своїй роботі вчитель математики, є виховання в учнів інтересу до математики. Завдання вчителя — показати учням, що математичні знання, скільки б вони не були абстрактними, своїм корінням входять у практичну діяльність. Одним із засобів вирішення цього завдання є продумане використання на уроках математики прикладних задач, до розв'язання яких, як показує досвід роботи, учні мають більший потяг, ніж до більшості задач із шкільних підручників.

Розв'язуючи прикладні задачі, учні не тільки засвоюють найважливіші математичні поняття, опановують метод математичного моделювання, вчать наводити доведення і т. д., але й відчують взаємозв'язок теорії з практикою, усвідомлюють значущість і необхідність вивчення теми, набувають навичок у розв'язанні проблемних ситуацій, що виникають у повсякденному житті. У процесі розв'язування таких задач в учнів формуються навички розумової діяльності, а також важливі риси вдачі: наполегливість, увага, зосередженість.

1.2. Психолого-педагогічні та дидактичні особливості реалізації прикладної спрямованості навчання при вивченні теми «Відсотки»

Прикладна спрямованість навчання при вивченні теми «Відсотки» передбачає безпосередній вплив на цілі, зміст і засоби навчання, а отже, опосередкований вплив і на весь процес навчання, що в свою чергу, зумовлює очікувані якісні зміни в діяльності суб'єктів навчання – вчителя та учнів. Розглянемо вихідні умови – те підґрунтя, на якому має здійснюватися прикладна спрямованість, тобто зупинимось на психолого-педагогічній характеристиці процесу та розглянемо особливості діяльності учня як повноправної діючої особи в процесі навчання.

Важливим для визначення психолого-педагогічних особливостей реалізації прикладної спрямованості є врахування особистісно зумовленого характеру засвоєння нового. Це означає, що якість засвоєння матеріалу, залежить від того, як учень ставиться до навчання, навчального матеріалу, як сам процес засвоєння впливає на формування мотивів його діяльності, цілей навчання тощо[7].

Тему «Відсотки» за чинною програмою вивчають в 5, 6 та 9 класах. Для кожного віку характерний певний провідний вид діяльності. В основній та старшій школі в учнів домінує учіння, проте змінюється його мотивація – з'являється особистісний смисл учіння. А як свідчать дослідження, починаючи з 9 класу пізнавальні інтереси старшокласників стають вибірковішими, набувають активного та сталого характеру. Широке коло пізнавальних інтересів, зростання свідомого ставлення до навчальної діяльності стимулює у них розвиток довільної уваги. Спостереження стає цілеспрямованішим і систематичнішим, збільшується роль абстрактного, словесно-логічного запам'ятовування. В учнів виникає інтерес і потреба у причинно-наслідкових поясненнях явищ, розвиваються вміння аргументувати судження, з'являється критичність мислення [51].

Перелічені якості вказують на необхідність здійснення прикладної спрямованості навчальних предметів, в результаті якої отриманні знання, уміння та навички будуть застосовними у різних сферах життя. А відомо, що важливими ознаками юнацького віку є потреба у самореалізації та розвиткові власного «Я», виборі професії, тощо.

Інтерес до навчального предмету в учнів визначається не лише цікавим викладом матеріалу, а ще й тим, якою мірою вчитель пов'язує цей предмет із життям. Потрібно переконати школяра в практичній значимості предмета. Як свідчать психологи, свої розумові вміння учні застосовують вибірково і лише у тих сферах діяльності, що для них значимі та цікаві. А для старшокласників ще є характерним виникнення мотиваційного бар'єру, що з'являється тоді, коли висловлювані твердження не зачіпають їх власних потреб, не спонукають до дії, пізнання нового. Прикладна спрямованість здатна усунути такі перешкоди на шляху вивчення математики [14].

Реалізація прикладної спрямованості навчання в кожній дисципліні є одним з ефективних форм інтеграції змісту навчальних предметів, а також науки, виробництва і життєвого досвіду. Забезпечення прикладної спрямованості є найбільш складним на рівні реалізації. Передусім йдеться про готовність вчителів і адміністрації навчальних закладів до неї (психологічну, педагогічну, змістовну). Всі прийоми і засоби навчання, які вчитель використовує в ході уроку, а також цільові функції кожного уроку повинні бути зорієнтовані на реалізацію прикладної спрямованості навчання у всіх її проявах.

На початковій стадії реалізації прикладної спрямованості навчання при вивченні теми «Відсотки» найважливішим є активне залучення *мотиваційного фактора*. Як відомо, успіх у будь-якій, зокрема і навчальній діяльності, залежить від активності суб'єкта діяльності. У свою чергу, для її забезпечення разом зі здібностями, знаннями та навичками *мотивація* виступає одним із найважливіших чинників. Тому важливо здійснити *прикладну орієнтацію цілей* навчання. Для цього варто ознайомити учнів з

переліком якостей і вмінь, що можуть бути сформовані в них у процесі вивчення відсоткових розрахунків, таких як здатність здійснювати математичний підхід до аналізу явищ, навички дослідження математичних моделей, уміння мислити, пам'ять, увага тощо. Набуття перелічених якостей повинно стати внутрішньою потребою більшості учнів. Це вимагає систематичної роз'яснювальної роботи серед них. Тому у 9 класі в темі «Елементи прикладної математики» треба приділити увагу ідеї та методу математики – моделюванню, а потім вже переходити до вивчення складного відсотка та фінансових задач.

Рівень та якість мотивації залежить від сили мотиву та ситуативних факторів. Серед психологічних механізмів розвитку мотивації, що активізує прикладну спрямованість, А. Прус виділяє два: мотиваційне переключення та мотиваційне зумовлення.

Мотиваційне переключення спрацьовує, коли в учнів сформоване позитивне ставлення, інтерес до вивчення відсотків через розгляд реальних життєвих процесів. *Мотиваційне зумовлення* визначають як надання емоційного значення та змісту певному предмету шляхом установаження зв'язків з відповідною емоцією (позитивною або негативною) [42].

Серед методів активізації уваги учнів найдоцільнішими щодо вивчення відсотків в школі є методи мотивації учіння, збудження інтересу та метод проблемних ситуацій. На етапі викладу нового матеріалу доцільно надати перевагу контречно-індуктивному (на етапі введення понять) та дослідницькому (здебільшого для класів природничо-математичного циклу) методам. Таким чином продемонструвавши відразу область застосування матеріалу, вчитель організовує довільну увагу учнів та створює передумови для активного застосування здобутих знань.

Заключна стадія реалізації прикладної спрямованості пов'язана з контролем результатів навчання, тобто контролем умінь учні застосовувати набуті знання.

1.3. Логіко-дидактичний аналіз теми «Відсотки» у шкільному курсі математики

Освітні і виховні цілі вивчення теми «Відсотки»

1. Продовжити розкриття змісту теми «Дробові числа»:
 - систематизувати знання, вміння та навички учнів з теми;
 - розвивати логічне мислення, увагу, вміння порівнювати, узагальнювати, формулювати висновки;
 - розвивати обчислювальні навички;
 - виховувати культуру мислення, математичної мови та записів.
2. Ввести поняття про відсотки як форму запису числа. Навчити учнів розв'язувати три основні задачі на відсотки (у тому числі і пов'язані з продуктивністю праці, ринковою економікою тощо).
3. Продемонструвати практичне застосування теорії, що вивчається в даній темі [37].

Тема «Відсотки» є дуже важливою темою ШКМ, оскільки вона поєднує точні та природничі науки, побутові та виробничі сфери життя, а саме поняття «відсоток» сьогодні зустрічається буквально кожного дня.

Поняття «відсоток» вводиться у 5 класі в розділі «Звичайні дроби». Тому до успішного засвоєння і подальшого застосування цього поняття призводять попередньо сформовані навички перетворення звичайних дробів, десяткових дробів і цілих чисел. Далі розв'язують задачі за трьома основними групами: знаходження відсотків від числа (5 клас), знаходження числа за його відсотком (5 клас), знаходження відсоткового відношення двох чисел (6 клас). В старшій школі вводять поняття складних відсотків (9 клас) та, після вивчення логарифмічних рівнянь, розв'язують деякі фінансові задачі на знаходження терміну вкладу (11 клас).

Основним навчальним завданням теми є формування розуміння поняття відсотка, як форми запису цілих і дробових чисел та вміння застосовувати набуті знання на практиці.

Логіко-дидактичний аналіз теми за підручником Математика 5 клас / А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонський, М.С.Якір, 2013р. [34]

Тема «Відсотки. Знаходження відсотків від числа. Знаходження числа за його відсотками» вивчається в параграфі «Звичайні дроби».

Таблиця 1.1

Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу параграфу

Поняття	Факти	Способи діяльності
Нові		
Десяткова форма запису дробів. Десяткові дроби. Наближене значення числа. Відсоток.	Правило порівняння десятих дробів. Властивість десятих дробів.	Переведення звичайного дроби з знаменниками 10, 100 і т.д. в десятковий. Запис натурального числа у вигляді десятичного дроби. Додавання, віднімання, множення, ділення десятих дробів. Округлення чисел. Знаходження відсотків від числа. Знаходження числа за його відсотком.
Базові		
Натуральні числа. Дробові числа. Звичайні дроби. Чисельник. Знаменник. Правильні і неправильні дроби.	Правила порівняння звичайних дробів. Правила додавання і віднімання звичайних дробів з однаковими знаменниками.	Запис натурального числа у вигляді звичайного дроби.

Таблиця 1.2

Логіко-математичний аналіз формулювання означень нових понять теми

Поняття	Формулювання означення	Вид означення, характеристичні властивості
Десяткова форма запису дробів	Для дробів, знаменники яких дорівнюють 10, 100, 1000 і т.д. існує десяткова («одноповерхова») форма запису: $\frac{1}{10} = 0,1$; $\frac{2}{100} = 0,02$; $\frac{7}{1000} = 0,007$; тощо.	Остенсивне означення (означення через демонстрацію об'єктів)
Десяткові дробі	Дробі, записані в десятковій формі називають десятковими.	Конструктивне означення. Характеристичні властивості: дробі, записані в десятковій формі.
Наближене значення числа	Нехай ширина земельної ділянки прямокутної форми дорівнює 17 м, а довжина 36 м. Тоді її площа — 612м^2 або 6,12 сотки. Але в повсякденному житті кажуть, що площа цієї ділянки приблизно дорівнює 6 соток. У таких випадках число 6 називають наближеним значенням числа 6,12.	Контекстуальне означення (означення через аналіз конкретної ситуації).
Відсоток	Соту частину числа називають один відсоток.	Конструктивне означення. Характеристичні властивості: сота частина числа.

Логіко-математичний аналіз структури формулювання математичного твердження

Таблиця 1.3

Порівняння десяткових дробів

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Із двох десяткових дробів більший той, у якого ціла частина більша.
2. Встановлення виду твердження	Категорична форма, просте твердження.
3. Виділення роз'яснювальної частини	Десяткові дроби
4. Виділення умови	У одного десяткового дроби ціла частина більша ніж у іншого (проста умова).
5. Виділення вимоги	Цей дріб є більшим за інший (проста вимога).
6. Формулювання твердження, рівносильного даному	Якщо у одного десяткового дроби ціла частина більша ніж у іншого, то цей дріб є більшим.

Таблиця 1.4

Властивість десяткових дробів

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Якщо до десяткового дроби справа приписати будь-яку кількість нулів, то отримаємо дріб, який рівний даному.
2. Встановлення виду твердження	Умовна форма, просте твердження.
3. Виділення роз'яснювальної частини	Довільні десяткові дроби
4. Виділення умови	До десяткового дроби справа приписати будь-яку кількість нулів (проста умова)
5. Виділення вимоги	отримаємо дріб, який рівний даному (проста вимога).
6. Формулювання твердження, рівносильного даному	До десяткового дроби можна справа приписати довільну кількість нулів і його значення не зміниться.

**Логіко-дидактичний аналіз теми за підручником Математика 6 клас /
А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонський, М.С.Якір, 2014р. [35]**

Тема «Відсоткове відношення двох чисел» знаходиться в параграфі «Відношення і пропорції».

Таблиця 1.5

Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу параграфу

Поняття	Факти	Способи діяльності
Нові		
Відношення двох чисел. Пропорція. Відсоткове відношення двох чисел.	Основна властивість відношення. Основна властивість пропорції.	Знаходження невідомого члена пропорції. Знаходження відсоткового відношення двох чисел. Розв'язування задач на відсотки з допомогою пропорції.
Базові		
Звичайні дробі. Десяткові дробі. Відсотки.	Правила порівняння звичайних дробів. Правила додавання, віднімання, множення та ділення звичайних дробів. Основна властивість дроби.	Приведення дробів до спільного знаменника. Знаходження відсотка від числа. Знаходження числа за його відсотком.

Таблиця 1.6

Логіко-математичний аналіз формулювання означень нових понять теми

Поняття	Формулювання означення	Вид означення, характеристичні властивості
Відношення двох чисел	Частку двох чисел a і b , відмінних від нуля, називають відношенням чисел a і b або відношенням числа a до числа b .	Конструктивне означення. Характеристичні властивості: частка двох чисел.

Продовження таблиці 1.6

Пропорція	Якщо відношення $a:b$ дорівнює відношенню $c:d$, то рівність $a:b=c:d$ називають пропорцією.	Конструктивне означення. Характеристичні властивості: рівність двох відношень
Відсоткове відношення двох чисел	Відсоткове відношення двох чисел — це їхнє відношення, виражене у відсотках.	Означення через найближчий рід і вид. Характеристичні властивості: відношення, виражене у відсотках.

Логіко-математичний аналіз структури формулювання математичного твердження

Таблиця 1.7

Основна властивість відношення

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Відношення не зміниться, якщо його члени помножити або поділити на одне й те саме число, яке не дорівнює нулю.
2. Встановлення виду твердження	Умовна форма; складне, диз'юнктивне твердження.
3. Виділення роз'яснювальної частини	Відношення двох чисел
4. Виділення умови	Члени відношення помножили або поділили на одне й те саме, відмінне від нуля, число (складна, диз'юнктивна форма).
5. Виділення вимоги	Відношення не зміниться (проста вимога).
6. Формулювання твердження, рівносильного даному	Множення або ділення обох членів відношення на одне й те саме, відмінне від нуля, число не змінює значення відношення.

Таблиця 1.8

Властивість десяткових дробів.

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.
2. Встановлення виду твердження	Категорична форма, просте твердження.
3. Виділення роз'яснювальної частини	Довільні відношення чисел
4. Виділення умови	Два відношення рівні між собою (проста умова)
5. Виділення вимоги	Добуток крайніх членів дорівнює добутку середніх членів (проста вимога).
6. Формулювання твердження, рівносильного даному	Якщо дано пропорцію, то добуток її крайніх членів дорівнює добутку середніх членів.

Логіко-дидактичний аналіз теми за підручником Алгебра 9 клас (поглиблене вивчення) / А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонський, М.С.Якір, 2017р. [32]

Тема «Відсоткові розрахунки» вивчається в параграфі «Елементи прикладної математики».

Таблиця 1.9

Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу параграфу

Поняття	Способи діяльності
Нові	
Математична модель. Математичне моделювання. Складні відсотки.	Складання математичної моделі. Розв'язання прикладної задачі. Розв'язання задач з використанням формули складних відсотків.
Базові	
Пропорції. Відношення. Відсотки.	Знаходження відсотка від числа. Знаходження числа за його відсотком. Знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Таблиця 1.10

Логіко-математичний аналіз формулювання означень нових понять теми

Поняття	Формулювання означення	Вид означення, характеристичні властивості
Математична модель	Формулювання задач із різних галузей знань містять нематематичні поняття. Якщо математик бере участь у розв'язуванні такої задачі, то він насамперед прагне перекласти її своєю «рідною» математичною мовою, тобто мовою виразів, формул, рівнянь, нерівностей, функцій, графіків тощо. Результат такого перекладу називають математичною моделлю.	Контекстуальне означення (означення через аналіз конкретної ситуації).
Математичне моделювання	Галузь математики, яка займається побудовою та вивченням математичних моделей, називають математичним моделюванням.	Означення через найближчий рід і вид. Характеристичні властивості: галузь математики, яка займається побудовою та вивченням математичних моделей.
Складні відсотки	Розглянемо задачу, коли початковий капітал, який дорівнює a_0 , поклали в банк під $p\%$ річних. У кінці першого року початковий капітал збільшиться на $\frac{a_0 \cdot p}{100}$ і дорівнюватиме: $a_1 = a_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right),$ тобто збільшиться в $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ разів.	Контекстуальне означення (означення через аналіз конкретної ситуації).

Продовження таблиці 1.10

	<p>Зрозуміло, що в кінці другого року сума знову зросте в $(1 + \frac{p}{100})$ разів і дорівнюватиме:</p> $a_2 = a_1 \left(1 + \frac{p}{100}\right) =$ $= a_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2,$ <p>Отже, у кінці n-го року матимемо:</p> $a_n = a_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ <p>Отриману формулу називають формулою складних відсотків.</p>	
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Контролювати та оцінювати при вивченні відсотків будемо наступне:

- ✓ означення відсотка;
- ✓ вміння перетворювати десяткові, звичайні дроби і цілі числа у відсотки та навпаки;
- ✓ володіння методами розв'язування задач таких видів: знаходження відсотка від числа, знаходження числа за його відсотком, знаходження відсоткового відношення двох чисел, складні відсотки, зокрема фінансові задачі;
- ✓ вміння застосовувати знання про відсотки до розв'язування задач міжпредметного, виробничого та економічного змісту.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

Підготовка учнів до самореалізації і соціальної адаптації, формування їхніх професійних намірів і здібностей потребує прикладної спрямованості навчання кожного предмета, зокрема математики. Способи та засоби реалізації прикладної спрямованості, які вже були розроблені раніше, у нових суспільних умовах та вимогах сьогодення до рівня, якості та характеру математичної освіти набувають актуальності за умови модернізації, уточнення та розширення.

Прикладна спрямованість математики містить потенціал формування продуктивного мислення, гуманізації навчання (за рахунок диференціації навчання і посилення мотивації), гуманітаризації навчання (залучення учня до творчої діяльності, наприклад, складання прикладних задач; озброєння учнів методом наукового пізнання – методом математичного моделювання; здійснення міжпредметних зв'язків, поповнення інтелектуального багажу старшокласника суспільно значимими знаннями про оточуючий світ) [14].

Прикладне значення теми «Відсотки» дуже велике, оскільки вона є універсальною, в тому сенсі, що дана тема зв'язує між собою багато точних та природничих наук, побутові та виробничі сфери життя людини. В багатьох професіях використовуються знання відсотків і навіть в повсякденному житті люди часто зіштовхуються з відсотками: у школі, на роботі, при оформленні кредитів. Тому вміння грамотно та швидко проводити елементарні відсоткові розрахунки повинен кожен сучасний учень.

З проведеного логіко-дидактичного аналізу теми «Відсотки» в шкільному курсі математики можна зробити висновок, що на її вивчення відведено недостатньо часу, хоч вона є досить складною для сприймання учнями. Також здійснений аналіз дозволяє з'ясувати можливі форми і засоби для вивчення даної теми.

Розглянуті положення є теоретичною основою для розроблення методики вивчення теми «Відсотки» з урахуванням її прикладної спрямованості в сучасній школі.

РОЗДІЛ II. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ НА ВІДСОТКИ

2.1. Основні типи задач на відсотки та методи їх розв'язання

Відсоткові розрахунки виникли ще в давнину у зв'язку з потребами комерційних операцій (визначення процентних грошей капіталу або часу, за яким капітал дає певний прибуток). Пізніше відсотками почали послуговуватися, обчислюючи інші змінні величини (зміна населення, родючості землі та ін.). У ХІХ ст. проценти вже широко застосовували у статистиці, техніці, економіці, хімії, метеорології, сільському господарстві, у виробництві. Наприклад, за допомогою відсотків позначають різні допуски під час виготовлення продукції, коефіцієнти корисної дії механізмів, втрати енергії, витрати на експлуатацію, амортизацію, частку виконання завдання, склад хімічних сполук, сумішей, сплавів, частку в суспільстві різних категорій населення, вологість повітря, схожість насіння.

Оскільки спочатку проценти використовували у комерційних розрахунках, то й означення відсотка впливали із цього. Наприклад, у підручнику К. Фербера «Арифметика» (1925 р.) наводилося таке означення: під процентом розуміють ту винагороду, яку видають за користування грошовою сумою, позичкою, взятою на певний строк[39].

У сучасній навчально-методичній літературі є різні означення відсотка:

- відсотком називають одну соту частину (тут використовують аналогію з тим, що одну другу називають половиною, одну третю - третиною, одну четверту - четвертю);
- відсотком називають дріб із знаменником 100;
- відсотком числа називають одну соту частину цього числа.

Вміння усно розв'язувати задачі, що містять відсотки, базується на вмінні працювати з числами, звичайними та десятковими дробами. Тому для успішного застосування відсотків до розв'язування задач важливо

попередньо сформувати навички перетворення дробів і цілих чисел на відсотки та навпаки. Систему вправ при цьому слід будувати відповідно до дидактичного принципу «від простого до складного». Починати потрібно з десяткових дробів, які мають два десяткових знаки (наприклад $0,64 = 64\%$), потім три і більшу кількість ($0,728 = 72,8\%$) і наприкінці переходити до завдань з одним десятковим знаком ($0,8 = 80\%$). Для того щоб в останньому прикладі уникнути помилок на зразок $0,8 = 8\%$, доцільно у перших вправах спочатку перетворювати десяті частини на соті: $0,8 = 0,80 = 80\%$. Завершити цей набір вправ потрібно прикладами на запис у вигляді відсотків десяткових дробів, що мають цілу частину, і цілих чисел. Слід звернути увагу учнів, які зазнають труднощів у перетворенні цілих чисел, на те, що ціле число можна представити як десятковий дріб, який у дробовій частині має безліч нулів. Наприклад, $2 = 2,0000\dots = 200\%$; $42 = 42,000\dots = 4200\%$.

Усі випадки доцільно узагальнити, запропонувавши таке правило-орієнтир: щоб перетворити десятковий дріб на відсотки, потрібно перенести кому на два розряди вправо і після нього поставити знак %.

Оскільки розв'язування задач на відсоткове відношення ґрунтується на перетворенні звичайних дробів на відсотки, слід спочатку сформувати навички такого перетворення. В цьому разі можна відразу дати учням правило (а потім закріпити його системою вправ): щоб перетворити звичайний дріб на проценти, потрібно спочатку перетворити звичайний дріб на десятковий, а потім десятковий - на відсотки. Якщо звичайний дріб не перетворюється на скінченний десятковий, слід виконати округлення з потрібною точністю.

Також доцільно запропонувати задачі прикладного змісту на переведення відсотка в звичайний чи десятковий дріб і навпаки. Наведемо приклади таких задач:

1. Четверту частину сімейного бюджету витрачають на оплату комунальних послуг. Скільки це у відсотках?
2. У магазині знижки 50%. Яку частину становить нова ціна від старої?

3. Житом засіяли 0,3 поля. Скільки відсотків поля засіяно житом?
4. Денис виконав $\frac{1}{3}$ частину домашнього завдання, а Сергій – 30%. Хто з хлопців виконав більше домашнього завдання?
5. Студент витрачає на похід в кіно 10% стипендії. Яку частину стипендії він витрачає?

Важливо навчити дітей прийомам швидкого розв'язання задач на відсотки в умі. Наведемо декілька прийомів усного рахунку, що використовуються при розв'язанні задач на відсотки:

1. Щоб знайти 99% від числа, треба знайти 1% (поділивши число на 100) та відняти від заданого числа знайдене. Наприклад, знайдемо 99% від 2000:
 - 1) $1\% = \frac{2000}{100} = 20$;
 - 2) $2000 - 20 = 1980$.
2. Оскільки 50% складають половину числа, то щоб знайти 50% від числа, треба дане число поділити на 2 (помножити на $\frac{1}{2}$ або 0,5).
3. Оскільки 25% складають четверту частину числа, то щоб знайти 25% від числа, треба дане число поділити на 4.
4. Щоб знайти число, якщо дано його 25%, треба дане число помножити на 4.
5. Щоб знайти 32%, 26%, 48% тощо від числа А, можна знаходити А% від чисел 32, 26, 48. Зокрема, коли А=10, 25,50 цей прийом значно полегшить обчислення.
6. Щоб знайти 15% від числа, треба спочатку знайти 10% (поділивши число на 10), отримані 10% розділити на 2 — знайдемо 5%. Потім знайдені 10% і 5% додати.

Наведені прийоми можна використовувати як на уроках, так і в реальному житті. Розглянемо наступну ситуацію.

При відвідинах ресторану встає питання про суму чайових, які по «етикету» треба заплатити офіціантові за послуги. Фахівці з етикету порадять

вам стандартні 15% від вартості замовлення. Отже, як же обчислити ці 15% від вартості замовлення в думці? Можна помножити в думці суму замовлення на 0,15, але це часто важко і віднімає багато часу. А можна скористатись одним із наведених вище прийомів.

Нехай ваш рахунок складе 39 гривень 65 копійок. Округлимо його до 40 гривень, щоб полегшити визначення чайових. Для 40 визначимо спочатку 10%, що не важко визначити, що вони складають 4 гривні, а, отже 5% складає половину цих 10%, тобто 2 гривні. Тепер легко визначити, що чайові можуть скласти $4 + 2 = 6$ гривень.

В підручниках з математики для 5, 6, 9 класів [34,35,32] розглядають такі основні типи задач на відсотки:

- знаходження відсотків від числа;
- знаходження числа за його відсотками;
- знаходження відсоткового відношення;
- знаходження складних відсотків.

Найкращим методичним прийомом навчання учнів розв'язуванню задач на відсотки є поступове ознайомлення їх з різними способами розв'язування того самого типу задач у процесі вивчення шкільного курсу математики.

У 5 класі, коли вводиться поняття відсотка, учні розв'язують задачі на знаходження відсотка від числа і числа за його відомими відсотками, використовуючи спосіб зведення до одиниці.

В 6 класі після того, як учні навчилися знаходити дріб від числа, ці задачі розв'язуються шляхом зведення до дробів. Природним є ознайомлення учнів із задачею про відсоткове відношення чисел при введенні поняття відношення. Розв'язання всіх трьох типів рівнянь методом пропорції слід навести під час вивчення пропорцій. Цей метод необхідно довести до свідомого розуміння хоч би тому, що вчителі хімії і фізики надалі використовують його при розв'язуванні задач зі свого предмету. Особливості ознайомлення учнів з даним способом розглянемо на таких прикладах задач.

Задача 1. Бюджет сім'ї на місяць складає 10000 грн. На оплату комунальних послуг щомісяця витрачають 18%. Скільки гривень витрачають на оплату комунальних послуг щомісяця?

Вчитель пояснює що на початку слід з'ясувати, яку величину необхідно прийняти за 100% (або яка величина складає 100%). Зокрема, в даній задачі за 100% слід прийняти весь бюджет сім'ї, а шукану величину позначити через x .

Найважливішим моментом нового методу розв'язання задачі на відсотки є коректне складання співвідношення між величинами, про які йдеться в задачі та їх відсотковим вмістом. Зокрема, в цій задачі можна записати такі співвідношення:

10000 грн складають (становлять) 100%

x грн складають (становлять) 18%

Слід наголосити, що в даному співвідношення гривні слід записувати під гривнями, а відсотки під відсотками.

Це співвідношення є основою для складання різних пропорцій:

$$1) \frac{10000}{100} = \frac{x}{18} \text{ або } 2) \frac{10000}{x} = \frac{100}{18} \text{ або } 3) \frac{18}{x} = \frac{100}{10000} \text{ або } 4) \frac{x}{10000} = \frac{18}{100}.$$

Можна запропонувати учням скласти формулу для розв'язання кожної з цих пропорцій за допомогою її основної властивості:

1) За основною властивістю пропорції :

$$10000 \cdot 18 = x \cdot 100, \text{ тоді } x = \frac{10000 \cdot 18}{100};$$

2) За основною властивістю пропорції :

$$10000 \cdot 18 = 100 \cdot x, \text{ тоді } x = \frac{10000 \cdot 18}{100};$$

3) За основною властивістю пропорції :

$$18 \cdot 10000 = 100 \cdot x, \text{ тоді } x = \frac{18 \cdot 10000}{100};$$

4) За основною властивістю пропорції :

$$x \cdot 100 = 18 \cdot 10000, \text{ тоді } x = \frac{18 \cdot 10000}{100}.$$

Після цього слід звернути увагу на те, що в кожному з цих випадків відповідь одержиться за однією і тією ж формулою. А саме:

$$x = \frac{10000 \cdot 18}{100} = 1800 \text{ (грн).}$$

Відповідь: на комунальні послуги сім'я витрачає 1800 грн.

В подальшому домовитись з учнями, що для розв'язання задачі достатньо обрати одну структуру пропорції, яку вони розуміють найкраще.

У наступних задачах, можна повідомити учням, що для економії часу, записуючи співвідношення, зазвичай, опускають слово «складають» і просто ставлять тире.

Задача 2. У Києві 60 мостів, а це 15% від кількості мостів у Венеції. Скільки мостів у Венеції?

Нехай y — кількість мостів у Венеції. Тоді:

$$y \text{ мос. — } 100\%$$

$$60 \text{ мос. — } 15\%$$

Складаємо пропорцію: $\frac{y}{60} = \frac{100}{15}$.

За основною властивістю пропорції: $y \cdot 15 = 100 \cdot 60$.

Тоді $y = \frac{100 \cdot 60}{15} = 400$ (мостів).

Відповідь: у Венеції 400 мостів.

В результаті набутого досвіду використання ідеї пропорції в задачах на відсотки рівень відповідних умінь в учнів повинен бути доведеним до алгоритмічного. В подальших задачах слід поступово:

- а) скласти співвідношення, побудувати пропорцію і, не фіксуючи «перехресного» множення, скласти формулу для знаходження невідомої величини безпосередньо з пропорції;
- б) скласти співвідношення і, не фіксуючи пропорцію, скласти формулу для знаходження невідомої величини безпосередньо з самого співвідношення.

Такий підхід, маючи алгоритмічний характер, є трохи формальним, але в багатьох випадках він економить час і є зручним при розв'язуванні задач. Тому в подальшому в основній школі, коли розглядають більш складні задачі на відсотки (задачі на сплави, розчини, усушку тощо), учні оформлюють їх розв'язання з використанням ідеї пропорції (з використанням співвідношення), що полегшує процес розв'язування відповідних задач.

Отже задачі на відсотки можна розв'язувати кількома способами:

- 1) зведенням до одиниці;
- 2) зведенням до дробів;
- 3) способом пропорцій;
- 4) за допомогою рівнянь;
- 5) за формулою.

Задача (знаходження відсотків від числа). До овочевого магазину завезли 800 кг яблук, причому 62% з них першого сорту. Скільки кілограмів яблук першого сорту завезли до магазину?

Розв'язання

I спосіб (зведення до одиниці). Знайдемо спочатку, скільки кілограмів відповідає одному відсоткові, тобто соту частину всіх яблук:

$$800:100=8 \text{ кг.}$$

Щоб знайти 62% треба виконати множення: $8 \cdot 62=496$ кг.

II спосіб (зведення до дробів). Подамо відсотки у вигляді десяткового дробу і знайдемо дріб від числа 800:

$$62\% = \frac{62}{100} = 0,62;$$

$$800 \cdot 0,62=496 \text{ кг.}$$

III спосіб (спосіб пропорцій).

800 кг становлять 100% ,

x кг становлять 62%.

Складаємо пропорцію : $\frac{800}{x} = \frac{100}{62}$.

За основною властивістю пропорції: $x = \frac{800 \cdot 62}{100} = 496$ кг.

IV спосіб (за допомогою рівнянь). Нехай x кг – кількість яблук першого сорту. Тоді $\frac{x \cdot 100}{800} = 62$;

$$\text{Слідє } x = 62 \cdot 8 = 496 \text{ кг.}$$

V спосіб (за формулою).

$b = \frac{a \cdot p}{100}$, де b – шукане число, a – дане число, p – кількість відсотків, які треба знайти від числа a .

$$\text{Отже : } b = \frac{800 \cdot 62}{100} = 496 \text{ кг.}$$

Відповідь: 496 кг яблук першого сорту завезли до магазину.

Задача (знаходження числа за його відсотками) При виготовленні вершкового морозива витрачено 35 кг цукру, що становить 14% всієї маси морозива. Скільки кілограмів морозива виготовлено?

Розв'язання

I спосіб (зведення до одиниці). Знайдемо спочатку, скільки кілограмів морозива припадає на 1%:

$$35 : 14 = 2,5 \text{ кг.}$$

Оскільки вся маса морозива становить 100%, то $2,5 \cdot 100 = 250$ кг.

II спосіб (зведення до дробів). За умовою задачі, 35 кг становлять 14%, тобто 0,14 всієї маси морозива. Щоб визначити, скільки кілограмів морозива виготовлено, треба знайти число за відомим його дробом, тобто виконати ділення:

$$35 : 0,14 = 250 \text{ кг.}$$

III спосіб (спосіб пропорцій).

35 кг становлять 14% ,

x кг становлять 100%.

Складаємо пропорцію : $\frac{35}{x} = \frac{14}{100}$.

За основною властивістю пропорції: $x = \frac{35 \cdot 100}{14} = 250$ кг.

IV спосіб (за допомогою рівнянь). Нехай виготовлено x кг морозива. Тоді 1% морозива становить $\frac{x}{100} = 0,01x$ кг.

14% становлять $0,01x \cdot 14 = 0,14x$ кг.

Використовуючи умову задачі, маємо рівняння:

$$0,14x = 35;$$

$$x = 35 : 0,14;$$

$$x = 250 \text{ кг.}$$

V спосіб (за формулою).

$a = \frac{b \cdot 100}{p}$, де b – число, яке становить $p\%$ від числа a ;

Отже : $a = \frac{35 \cdot 100}{14} = 250$ кг.

Відповідь: 250 кг морозива було виготовлено.

Добре, коли учні можуть розв'язати задачу різними способами, але їх ознайомлення з тим чи іншим варіантом розв'язання залежить від того чи засвоїли вони необхідну теоретичну базу і чи вміють виконувати ті складові операції, які входять до структури способу розв'язування. Часто учнів збиває не тільки складність міркувань, але і різний запис короткої умови. Між тим задачі можна розв'язувати за одним зразком. Для розв'язування задач складемо таблицю, форма якої не змінюватиметься:

Кількість	%
	100

Наведемо декілька прикладів прикладних задач, для кожного з перерахованих вище типів, в яких у QR-кодах зашифровані посилання на відео до задач, що допомагають зрозуміти умову задачі або детальніше дізнатись про ситуацію, що описана в задачі.

Задачі на знаходження відсотків від числа

Задача 1. За місяць сім'я витрачає на електроенергію 250 грн. Розрахунок вартості електроенергії відбувається так: перші 100 кВт коштують 90 грн, а далі 1 кВт – 1,60 грн. Скільки кіловат енергії витрачає сім'я за місяць? А якщо економно використовувати світло (вимикати лампочки, які горять без потреби, не залишати зарядні пристрої в розетці), то можна заощадити 20% енергії. Скільки гривень витрачається марно за місяць?



Розв'язання

1) Спочатку визначемо скільки кіловат енергії сім'я витрачає за місяць:

$$250 - 90 = 160 \text{ грн};$$

$$160 : 1,60 = 100 \text{ кВт.}$$

Отже за місяць сім'я витрачає $100 + 100 = 200$ кВт енергії.

2) Знайдемо скільки гривень можна зекономити

Кількість	%
200 кВт	100
x кВт	20

В старших класах завдання виконують за допомогою пропорції, а учням 5-го класу можна запропонувати наступне правило: з'єднаємо по діагоналі стрілкою клітинки, в яких відомі обидві частини. Ці два числа перемножимо один на одного, а потім поділимо на відоме число, що залишилося:

$$x = \frac{200 \cdot 20}{100} = 40 \text{ кВт}$$

3) Знайдемо скільки гривень витрачається марно за місяць:

$$40 \cdot 1,60 = 64 \text{ грн}$$

Відповідь: 64 грн.

Мотивацією для розв'язання даної задачі може стати прагнення учнів допомогти своїм батькам або навчитись самостійно економити сімейний бюджет.

Задача 2. Відомо, що ліси відіграють дуже важливу роль у нашому житті, їхнє значення важко переоцінити. Нині загальна площа лісового фонду України становить близько 10 млн. гектарів, у тому числі вкрито лісом — 8,6 млн. гектарів. Але темпи відтворення лісів сповільнилися. Так, з 1991 р. площа лісових масивів в Україні зросла всього на 1,4 %. Скільки це становить у гектарах?



Розв'язання

Кількість	%
8,6 млн. га	100
x млн. га	1,4%

$$x = \frac{8,6 \cdot 1,4}{100} = 0,12 \text{ млн. га}$$

Відповідь: з 1991 р. площа лісових масивів в Україні зросла всього на 0,12 млн.га.

В задачі 2 постає проблема екології, а саме, зменшення лісових масивів. Її розв'язання сприяє екологічній свідомості учнів і демонструє зв'язок математики і навколишнього світу.

Задача 3. Андрію потрібно поповнити рахунок мобільного телефону на 60 грн. Платіжний термінал утримує комісію 3% від внесеної суми. Яку суму грошей Андрію необхідно внести до платіжного терміналу?



Розв'язання

1) знайдемо суму комісії:

Кількість	%
60 грн	100
x грн	3%

$$x = \frac{3 \cdot 60}{100} = 1,8 \text{ грн}$$

2) Знайдемо суму, яку треба внести до платіжного терміналу:

$$60 + 1,8 = 61,8 \text{ грн.}$$

Відповідь: 61,8 грн Андрій має внести до платіжного терміналу.

Проблема, що описана в цій задачі є досить актуальною для сучасної молоді. Розв'язавши її один раз на уроці, учні матимуть змогу застосовувати отриманий результат на практиці.

Задача 4. У кафедральній скарбниці на Вавелі у Кракові (Польща) зберігається золотий хрест часів княжої України, увесь покритий орнаментом. Серед того чарівного орнаменту є самоцвіти і перли. Перлів – 100. Скільки самоцвітів має цей хрест, якщо їх 60% від кількості перлів?



Розв'язання

Кількість	%
100	100
x	60%

$$x = \frac{60 \cdot 100}{100} = 60$$

Відповідь: золотий хрест містить 60 самоцвітів.

Дана задача разом з запропонованим відео, сприяють розширенню кругозору учнів та демонструють зв'язок математики та історії.

Задачі на знаходження числа за його відсотками

Задача 5. Для того щоб створити імпровізований мікроскоп і роздивитись найдрібніші об'єкти, що містяться у воді, Сергій одним сірником переносив воду на інший, утворюючи висячу краплю. На сірник він переніс 3 мг води, що становить 6% від всієї кількості води в посудині. Скільки води залишилось в посудині?



Розв'язання

1) знайдемо скільки води було в посудині спочатку

Кількість	%
X	100
3 мг	6%

$$x = \frac{3 \cdot 100}{6} = 50 \text{ мг}$$

2) знайдемо скільки води залишилось:

$$50 - 3 = 47 \text{ мг.}$$

Відповідь: після експерименту в посудині залишилось 47 мг води.

Відео до цієї задачі, зашифроване в QR коді, демонструє цікавий експеримент, що описаний в умові і сприяє підвищенню інтересу учнів до математики та експериментальної діяльності.

Задача 6. На отриману стипендію Дмитро планував купити спортивний костюм, кросівки і м'яч. Але на костюм він витратив 70% стипендії, на м'яч 80% решти. Після цього в нього залишилось лише 60 грн і не вистачило на кросівки. Яку стипендію отримав Дмитро?

Розв'язання

1) $100\% - 80\% = 20\%$ — стипендії залишилось у Дмитра після купівлі костюма і м'яча

2)

Кількість	%
x грн	100
60 грн	20%

$$x = \frac{60 \cdot 100}{20} = 300 \text{ грн} \text{ — було у Дмитра до купівлі м'яча}$$

3) $100\% - 70\% = 30\%$ — стипендії залишилось у Дмитра після купівлі костюма

4)

Кількість	%
x грн	100
300 грн	30%

$$x = \frac{300 \cdot 100}{30} = 1000 \text{ грн}$$

Відповідь: стипендія Дмитра становить 1000 грн.

Розв'язавши цю задачу, учні мають зрозуміти, наскільки важливим є правильний розподіл своїх коштів.

Задача 7. У будинку 10 дерев'яних вікон. Заміна 1 вікна збереже 2% тепла, а в разі заміни всіх вікон, плата за теплопостачання скоротиться на 50 грн. Скільки родина платить за теплопостачання зараз і скільки буде платити в разі заміни всіх вікон?

Розв'язання

1) Знайдемо скільки відсотків тепла збереже заміна всіх вікон:

$$2 \cdot 10 = 20\%.$$

2)

Кількість	%
x грн	100
50 грн	20%

$$x = \frac{50 \cdot 100}{20} = 250 \text{ грн} \text{ — платить сім'я за теплопостачання зараз}$$

3) $250 - 50 = 200$ грн — платитиме сім'я за теплопостачання в разі заміни всіх вікон.

Відповідь: 250 грн, 200 грн.

Важливою проблемою сьогодення є збереження теплоносіїв, плата за які невпинно зростає і б'є по гаманцям споживачів. Тому доцільно запропонувати учням задачу щодо вирішення проблеми заощадження сімейного бюджету.

Задачі на знаходження відсоткового відношення

Задача 8. За даними Державної служби статистики станом на 1 січня 2012 року в Україні постійно проживало 42,5 млн людей, із них 31,1 млн — жителі міст. Скільки відсотків усього населення в Україні становить міське населення? Відповідь округліть до десятих.

*Розв'язання*

Кількість	%
42,5 млн	100
31,1 млн	x%

$$x = \frac{31,1 \cdot 100}{42,5} = 73,2 \%$$

Відповідь: 73,2% всього населення в Україні проживає в місті.

В задачі 7 описано рівень урбанізації в Україні. Після її розв'язання доцільно було б обговорити з учнями отриманий результат та, по можливості, навести історичну довідку про зменшення чисельності населення села і розповісти чим це може загрожувати країні. Також можна зазначати, що в сучасних умовах населення України зменшується і за рахунок того, що певний відсоток українців їде закордон. Це сприятиме національній свідомості учнів.

Задача 9. Відомо, що 280 г першого розчину містять 98 г солі, а 220 г другого розчину — 88 г солі. У якому розчині, першому чи другому, вищий відсотковий вміст солі?

Розв'язання

1) Знайдемо відсотковий вміст солі в першому розчині:

Кількість	%
280 г	100
98 г	x%

$$x = \frac{98 \cdot 100}{280} = 35 \%$$

2) Знайдемо відсотковий вміст солі в другому розчині:

Кількість	%
220 г	100
88 г	x%

$$x = \frac{88 \cdot 100}{220} = 40 \%$$

Відповідь: в другому розчині відсотковий вміст солі більший.

Задача 8 ілюструє зв'язок математики з хімією. Починати розв'язування такої задачі доцільно з того, щоб з'ясувати наскільки розуміють учні поняття «розчин», «сплав» та ін.

Задача 10. Для проведення експерименту в домашніх умовах для створення «гарячого льоду» учень готував розчин так: на 100 г оцту брав 98 г соди і 20 г води. Підрахуйте відсотковий вміст соди в розчині.



Розв'язання

1) Знайдемо масу розчину: $100+98+20=218$ г.

2) Знайдемо відсотковий вміст соди

Кількість	%
218 г	100
98 г	x%

$$x = \frac{98 \cdot 100}{218} = 45 \%$$

Відповідь: 45% вміст соди в розчині.

Задача 10 буде дуже цікавою для учнів, оскільки учні зможуть не просто розв'язати її, а й, переглянувши відео, спробувати вдома провести цей експеримент.

2.2.Методика навчання учнів розв'язування задач на змішування та природний спад

Крім трьох згаданих основних видів задач у школі бажано розв'язувати і більш складні задачі на відсотки. В цьому пункті ми розглянемо математичні задачі на суміші, розчини, сплави, концентрації, пробу і т.д., які Сисоєнко В.М. об'єднує у *задачі на змішування* [46]. Такі задачі сприяють кращому розумінню учнями фізичних явищ, технічних проблем та сфер застосування відсотків в житті.

Уточнимо основну термінологію, що використовується під час розв'язування задач.

Суміш – однорідна речовина, що складається з декількох з'єднаних речовин, не пов'язаних між собою постійними співвідношеннями. Наприклад, морська вода – суміш води та розчинених в ній солей.

Розчини – однорідні суміші змінного складу двох або більшого числа компонентів. Можуть бути газовими, рідкими і твердими. До газових розчинів відносять повітря, природні горючі гази тощо. Найбільше значення мають рідкі розчини, наприклад річки, озера, моря, нафта і величезне число розчинів, з якими доводиться мати справу на практиці. До твердих розчинів відносяться багато *сплавів*. Всякий розчин складається з розчиненої речовини (наприклад, сіль) і розчинника (наприклад, вода), тобто середовища, в якому ця речовина рівномірно розподілена.

Сплави – тіла, що утворилися в результаті твердіння розчинів, що складаються з двох або декількох компонентів. Металеві сплави можуть складатися або тільки з металів (латунь – сплав міді і цинку), або з металів і неметалів (сталь – сплав заліза з вуглецем). Неметалічні сплави складаються з неметалічних речовин, наприклад, силікати природні (граніт, базальт) і штучні (скло, шлаки) тощо.

Відсотковою концентрацією розчину називають виражене у відсотках відношення маси розчиненої речовини до маси всього розчину. Звернемо

увагу на те, що тут мова йде про масу, а не об'єм. Наприклад, 10%-им розчином кислоти називають такий розчин, на кожні 100 г якого припадає 10 г чистої безводної кислоти (а не на 100 л розчину 10 л безводної кислоти). Якщо йдеться про відсотки об'єму, то часто вживають термін «міцність». Наприклад, якщо на 10 л розчину припадає 4 л чистого безводного спирту, то говорять, що міцність цього спирту дорівнює 40 градусів. Зауважимо, що 40%-й спирт і 40-градусний спирт — не те саме.

Проба благородних металів – вміст золота, срібла, платини або металів платинової групи в сплаві, з якого виготовляють ювелірні вироби. За метричною системою позначення проби, прийняте в більшості країн, виражається числом грамів благородного металу в 1000 г сплаву, причому чистому металу відповідає 1000-а проба.

На нашу думку, учням буде цікаво дізнатися, що $\frac{1}{1000}$ частина дістала спеціальну назву і позначення. Вона зветься «проміле» і позначається $\frac{1}{1000} = 0/00$. Проба виробів гарантується постановкою на них державного клейма. Сплав n -ної проби – це сплав з $(0,1n)\%$ вмістом цього металу. Наприклад, золота каблучка має 585 пробу – це означає, що в 1000 г сплаву 585 г золота, тобто відсотковий вміст: $\frac{585}{1000} \cdot 100\% = 58,5\%$.

У задачах на змішування завжди йдеться про маси m_1, m_2, \dots, m_n змішувальних компонентів, їх відсоткові концентрації p_1, p_2, \dots, p_n , а також про масу і відсоткову концентрацію p утвореної суміші. При цьому правильним є співвідношення:

$$m_1 p_1 + m_2 p_2 + \dots + m_n p_n = (m_1 + m_2 + \dots + m_n) p.$$

Як правило, у шкільному курсі математики розглядають найпростіший випадок, коли змішують два компоненти. У цьому випадку:

$$m_1 p_1 + m_2 p_2 = (m_1 + m_2) p.$$

Задачі на вищезгадані поняття зводяться до розв'язання задач трьох основних видів, а саме:

а) знаходження відсотка від числа;

- б) знаходження числа за його відсотком;
- в) знаходження відсоткового відношення.

Процес розв'язання задач на змішування залежить від правильно складеної таблиці, але сам етап складання таблиці є найскладнішим для учнів.

Для того щоб навчити учнів коректно складати і використовувати таблиці, перед тим як переходити до розв'язання задач на змішування доцільним є запропонувати їм систему різнопланових задач, що потребують лише складання таблиці.

Почати варто з демонстрації процесу аналізу умови задачі і складання таблиці. Вчитель разом з учнями читають задачу, далі педагог аналізує задачу і складає форму таблиці, а учні заповнюють її.

Розглянемо приклад.

Задача 2.1. Змішали 7 л води температурою 45° і 8 л води, температурою 60° . Скласти таблицю для визначення температури суміші?

Розв'язання

(вчитель проводить аналіз задачі)

В умові задачі йдеться про воду температурою 45° та 60° . Тоді можемо сказати що ми маємо 2 розчини, що складаються з гарячої та холодної води. Згідно умови задачі, якщо I розчин має температуру 45° , то можна стверджувати, що він містить 45% гарячої води. Тоді, аналогічно, II розчин містить 60% гарячої води. Нам треба знайти температуру суміші, тобто відсотковий вміст гарячої води. Отже таблиця буде мати наступний вигляд:

Складаємо таблицю:

	Розчин		Гаряча вода		Холодна вода	
	m	%	m	%	m	%
I						
II						
Суміш						

(вчитель пропонує учням ще раз прочитати задачу і заповнити таблицю)

	Розчин		Гаряча вода		Холодна вода	
	m	%	m	%	m	%
I	7 л	100		45		
II	8 л	100		60		
Суміш	15 л	100		?		

На даному етапі розв'язувати задачу до кінця не потрібно, достатньо лише складання таблиці, а в подальшому до цієї задачі можна повернутись і завершити її розв'язання.

В наступних задачах учні самі проводять аналіз задачі, формують та заповнюють таблицю і складають план розв'язання задачі.

Наведемо приклад.

Задача 2.2. У 2 л 10% розчину оцтової кислоти додали 8 л чистої води. Скласти таблицю для визначення відсоткового вмісту оцтової кислоти в отриманому розчині та написати план розв'язання.

Розв'язання

(учні самостійно аналізують задачу та складають таблицю).

В задачі мова йде про розчин, що містить оцтову кислоту та воду. Складаємо таблицю і заповнюємо її відповідно до умови задачі.

	Розчин		Оцтова кислота		Вода	
	m	%	m	%	M	%
Було	2 л	100		10		
Стало	10 л	100		?		

План розв'язання задачі

1) Знайти скільки оцтової кислоти було в розчині (задача знаходження відсотка від числа).

2) Записати отримане значення в таблицю, звернувши увагу на те, що кількість оцтової кислоти не змінюється.

3) Знайти відсотковий вміст оцтової кислоти в отриманому розчині (задача знаходження відсоткового відношення).

4) Записати відповідь.

Оскільки в системі задач для вироблення навичок складання таблиць (3-4 задачі) не обов'язково проводити розрахунки, вона економить час та допомагає учням навчитись проводити повний аналіз задачі та коректно складати таблицю.

Після того, як учні навчаться правильно складати таблиця до задач варто перейти до повного розв'язання задач на змішування. Для цього доцільно повідомити учням *алгоритм розв'язання задач*:

1. Виділити умову та вимогу задачі.
2. Уточнити зміст понять, про які йдеться в задачі, та визначити з яких компонентів ці поняття складаються.
3. Побудувати таблицю, яка за формою відображає ситуацію, описану в задачі.
4. Дослідити, які компоненти не змінюються.
5. Заповнити таблицю.
6. Скласти відповідне рівняння (або сформулювати низку питань).
7. Розв'язати рівняння (або послідовно відповісти на задані питання).
8. Отриманий розв'язок узгодити зі змістом задачі.
9. Записати відповідь.

Методику розв'язання задач на змішування продемонструємо на наступних задачах.

Задача 2.3. Скільки води треба додати до 50 г 35% розчину солі, щоб отримати 10% розчин?

Розв'язання

У задачі йдеться про розчин, до якого доливають воду. Отже доцільно уточнити учням, що був розчин 1, після доливання одержали розчин 2, тобто

отримали два різних розчина, що містять воду і сіль. Тоді можна скласти таблицю:

	Розчин		Сіль		Вода	
	М	%	м	%	м	%
Було						
Стало						

Далі варто запропонувати учням, читаючи умову, спробувати заповнити таблицю:

	Розчин		Сіль		Вода	
	м	%	м	%	м	%
Було	50 г	100		35		
Стало	?	100		10		

З таблиці для першого розчину можна знайти масу солі.

$$1) 50 \cdot 0,35 = 17,5 \text{ (г)} - \text{ солі було в розчині 1.}$$

Дуже важливо, щоб діти зрозуміли, що кількість солі не змінюється, тому що доливають воду. Тоді в новому розчині солі буде теж 17,5 г.

	Розчин		Сіль		Вода	
	м	%	м	%	м	%
Було	50 г	100	17,5	35		
Стало	?	100	17,5	10		

Далі варто ще раз звернути увагу учнів на таблицю та сказати, що щоб знайти масу нового розчину, треба розв'язати вже відому їм задачу (задача знаходження числа за його відсотком).

$$2) \frac{17,5 \cdot 100}{10} = 175 \text{ (г)} - \text{розчину отримали після того, як додали воду.}$$

Отже було 50 г розчину, стало 175 г розчину.

$$3) 175 - 50 = 125 \text{ (г)} - \text{ додали води.}$$

Відповідь: 125 г.

При розв'язуванні подальших задач варто домовитись з учнями про те, що можна складати лише одну таблицю і заповнювати її в ході розв'язання.

Задача 2.4. Є два різні сплави срібла: перший, масою 25 кг, містить 84% срібла; масою 12,5 кг, містить 72% срібла. Який відсоток срібла вийде, якщо з'єднати ці два сплави?

Розв'язання

Складаємо таблицю:

	Сплав		Срібло		Домішки	
	m	%	M	%	m	%
I	25 кг	100	21 кг	84		
II	12,5 кг	100	9 кг	72		
Суміш	37,5 кг	100	30 кг	?		

1) Знайдемо скільки срібла в

$$\text{I сплаві: } 25 \cdot 0,84 = 21 \text{ (кг);}$$

$$\text{II сплаві: } 12,5 \cdot 0,72 = 9 \text{ (кг);}$$

$$\text{Суміші: } 21 + 9 = 30 \text{ (кг).}$$

2) Знайдемо масу обох сплавів разом: $25 + 12,5 = 37,5$ (кг)

3) Знайдемо відсоток срібла в обох сплавах разом: $\frac{30}{37,5} \cdot 100\% = 80\%$.

Відповідь: 80%.

Задача 2.5. Є два сплави, в одному з яких міститься 20%, а в другому – 30% олова. Скільки потрібно взяти першого і скільки другого сплавів, щоб отримати з них 10 кг нового сплаву, який містить 27% олова?

Розв'язання

Щоб розв'язати задачу, потрібно за x приймати величину, в якій більший відсотковий вміст компонента. Отже позначимо як x масу другого сплаву, яку треба взяти щоб отримати з них 10 кг нового сплаву, що містить 27% олова. Тоді маса першого сплаву, яку треба взяти, — $(10-x)$ кг.

Складемо таблицю.

	Сплав		Олово	
	m	%	m	%
I	$(10-x)$ кг	100	$2 - 0,2x$	20
II	x кг	100	$0,3x$	30
Суміш	10 кг	100	$2,7$	27

- 1) Знайдемо скільки олова в II сплаві: $x \cdot 0,3 = 0,3x$ (кг).
- 2) Знайдемо скільки олова в I сплаві: $(10 - x) \cdot 0,2 = 2 - 0,2x$ (кг).
- 3) Знайдемо скільки олова в суміші: $10 \cdot 0,27 = 2,7$ (кг).
- 4) Записуємо отримані дані у таблицю і складаємо рівняння:

$$2 - 0,2x + 0,3x = 2,7$$

$$0,1x = 0,7$$

$$x = 7$$

Отже потрібно взяти 7 кг II сплаву і 3 кг I сплаву.

Відповідь: 3 кг і 7 кг.

Задача 2.6. Сплавили 2 кг срібла 600-ї проби, 4 кг срібла 750-ї проби і 6 кг срібла 900-ї проби. Якої проби одержано сплав?

Розв'язання

Усі три сплави складаються зі срібла і домішок. Тому складаємо наступну таблицю.

	Сплав		Срібло		Домішки	
	m	%	m	%	m	%
I	2 кг	100	1,2 кг	60		
II	4 кг	100	3 кг	75		
III	6 кг	100	5,4 кг	90		
Суміш	12 кг	100	9,6 кг	?		

- 1) Знайдемо скільки срібла в I сплаві: $2 \cdot 0,6 = 1,2$ (кг).
- 2) Знайдемо скільки срібла в II сплаві: $4 \cdot 0,75 = 3$ (кг).

3) Знайдемо скільки срібла в III сплаві: $6 \cdot 0,9 = 5,4$ (кг).

4) Знайдемо скільки срібла в суміші: $1,2 + 3 + 5,4 = 9,6$ (кг).

Записуємо дані в таблицю.

5) Знайдемо який відсотковий вміст срібла в суміші: $\frac{9,6}{12} \cdot 100\% = 80\%$.

Відповідь: 80%.

Дуже цікавими та своєрідними є задачі на кількісні природні втрати. Алгоритм розв'язування таких задач подібний до алгоритму розв'язування задач на змішування, але їх особливість в тому, що процеси, описані в умовах задач здебільшого є природніми, тому часто учням важко побудувати математичну модель задачі.

Природний спад — це кількісні втрати, викликані процесами, які притаманні товарам і відбуваються при їх транспортуванні і зберіганні.

Причинами цього є: випаровування води, або усушка; утруска (розпилення); розлив (розмазування) та інші.

Усушка — найбільш поширена причина природного спаду товарів, що містять воду навіть у невеликих кількостях.

Утруска відбувається за рахунок зникнення частини продукту у вигляді легких пилоподібних частинок при фасуванні і зважуванні. Утруска найбільш характерна для борошна, крохмалю, цукрової пудри, кухонної солі, круп тощо.

Розлив (розмазування) — це кількісні втрати рідких і в'язких продуктів за рахунок прилипання часток до стінок тари, а також до допоміжного інвентарю переміщення товару з однієї тари в іншу.

Розглянемо приклади задач на природній спад.

Задача 2.5. Вологість свіжоскошеної трави 60%, а сіна – 20%. Скільки сіна можна отримати з 1 т свіжоскошеної трави?

Розв'язання

Мова йде про траву висушену і свіжу, яка складається з трав'яної маси і води. Отже таблиця буде мати наступний вигляд:

	Трава		Трав'яна маса		Вода	
	m	%	m	%	m	%
Свіжа						
Сіно						

Читаючи задачу, заповнюємо таблицю:

	Трава		Трав'яна маса		Вода	
	m	%	m	%	m	%
Свіжа	1 т	100		40		60
Сіно		100		80		20

Далі розв'язуємо задачу, не звертаючи увагу на компонент, величина якого змінюється, тобто на воду.

Знайдемо скільки тон трав'яної маси в свіжій траві.

$$1 \cdot 0,4 = 0,4 \text{ (т)}$$

Вносимо це число в таблицю, враховуючи, що при сушінні трави вода випаровується, кількість трав'яної маси не змінюється.

	Трава		Трав'яна маса		Вода	
	m	%	m	%	m	%
Свіжа	1 т	100	0,4 т	40		60
Сіно	?	100	0,4 т	80		20

Знайдемо скільки тон сіна вийде (отримали задачу знаходження числа за його відсотком):

$$\frac{0,4 \cdot 100}{80} = 0,5 \text{ (т)} = 500 \text{ (кг)}.$$

Відповідь: 500 кг.

Задача 2.6. Свіжий кавун масою 10 кг містить 98% вологи. Після усушки волога знизилась до 96%. Яка маса кавуна після усушки?

Розв'язання

В задачі мова йде про кавун, що складається з сухої речовини та вологи. Тому варто запропонувати учням наступну таблицю:

	Кавун		Суша речовина		Волога	
	m	%	m	%	m	%
Свіжий	10 кг	100		2		98
Після усушки	?	100		4		96

За умовою, свіжий кавун містить 98% вологи, тоді:

1) $100\% - 98\% = 2\%$ – сухої речовини в свіжому кавуні.

Варто звернути увагу учнів на те, що знаходження маси сухої речовини в свіжому кавуні – це задача знаходження відсотків від числа.

2) $0,02 \cdot 10 = 0,2$ (кг) – маса сухої речовини в свіжому кавуні.

Маса сухої речовини під час усушки не змінюється.

	Кавун		Суша речовина		Волога	
	m	%	m	%	m	%
Свіжий	10 кг	100	0,2 кг	2		98
Після усушки	?	100	0,2 кг	4		96

Щоб знайти масу кавуна після усушки, треба розв'язати задачу знаходження числа за його відсотками.

$$3) \frac{0,2 \cdot 100}{4} = \frac{20}{4} = 5 \text{ (кг)} - \text{ маса кавуна після усушки.}$$

Відповідь: 5 кг.

Задача 2.7. Під час перевезення борошна, в результаті утриски, його маса зменшилась на 5% і стала 7,6 кг. Яка маса борошна була спочатку?

Розв'язання

Перед розв'язанням даної задачі слід пояснити учням що таке утриска. Далі треба звернути увагу, що якщо маса борошна зменшилась на 5% і стала 7,6 кг, то можна сказати: 7,6 кг становить 95% від початкової маси борошна. Тому можна скласти таблицю:

Кількість	%
x кг	100
7,6 кг	95%

Щоб знайти x , треба розв'язати задачу знаходження числа за його відсотком.

$$x = \frac{7,6 \cdot 100}{95} = 8 \text{ (кг)} - \text{початкова маса борошна.}$$

Відповідь: 8 кг.

Задачі на змішування та природній спад часто є складними для учнів, але в той же час, вони цікаві та корисні, оскільки в них відображені реальні процеси. Система таких задач представлена в додатку А.

2.3. Методика навчання учнів розв'язування фінансових задач

Створення ринкової економіки, утворення спільних підприємств, відкриття банків і фірм, випуск акцій і цінних паперів, розвиток орендних відносин стало на сьогодні одним із важливих досягнень людства. Ринкова система постійно розширюється та вдосконалюється, тому сучасна людина повинна вміти аналізувати життєві фінансові проблеми і ситуації, встановлювати системні зв'язки, виявляти проблеми, знаходити способи їх розв'язування, прогнозувати події тощо.

Сьогодні звідусіль лунають розмови про інвестиції, позики, депозити, кредити, фонди тощо. Тож треба бути обізнаними в цих поняттях та розуміти, як вигідніше дати чи взяти гроші під відсоток, на який термін, який банк обрати та інше. Отже наше майбутнє дуже важко уявити без якісної математично-економічної освіти.

Задачі з фінансовим змістом сприяють формуванню практичних умінь і навичок, необхідних у повсякденному житті: вміння осмислювати зміст понять, аналізувати результати, робити відповідні узагальнення, порівняння, висновки.

Базовим є обчислення простих відсотків, яке найчастіше використовується у фінансових операціях. Та розв'язувати з учнями подібні задачі можна тільки після ознайомлення їх з основними фінансовими поняттями, формами і залежностями, що будуть використовуватись під час розв'язування задач.

А. ВІДСОТКОВІ СТАВКИ ТА ЇХ ВИДИ

Відсотки або відсоткові гроші – це абсолютна величина доходу від надання грошей у борг у будь-якій його формі (видача позики, продаж товару в кредит, купівля облігації, переміщення грошей на депозитний рахунок тощо).

При фінансовій угоді кредитор і позичальник домовляються про обсяг відсоткової ставки. За визначенням К.М.Березької, **відсоткова ставка** – це

відносна величина доходу за фіксований проміжок часу (відношення доходу або відсоткових грошей до суми боргу) [3].

Період нарахування – це часовий інтервал, до якого прив'язана відсоткова ставка. Періодом нарахування може бути рік, півріччя, квартал, місяць, день. Найчастіше на практиці мають справу з річними ставками.

Нараховані відсотки відповідно до домовленості між кредитором і позичальником можуть виплачуватися в міру їхнього нарахування або приєднуватися до основної суми боргу.

Нарощення – це процес збільшення суми грошей у часі у зв'язку з приєднанням відсотків до суми боргу.

Залежно від умов контрактів існують різні способи нарахування відсотків і, відповідно, різні види відсоткових ставок. Можна виокремити ознаки, за якими розрізняються відсоткові ставки:

- за базою нарахування;

База – сума, отримана на попередньому етапі нарощення чи дисконтування. База може бути постійною або змінною. У першому випадку використовують *прости*, у другому – *складні* відсоткові ставки.

- за принципом розрахунку відсоткових грошей;

Принципів розрахунків є два – від сьогодні до майбутнього і, навпаки, від майбутнього до сьогодні. Відповідно застосовують *ставки нарощення* і *дисконтні (облікові) ставки*.

Крім цього основного поділу, відсоткові ставки потрібно розрізняти:

- за стабільністю обсягу відсоткових ставок;

Відсоткові ставки можуть бути фіксованими чи плаваючими. У другому випадку вказується не сама ставка, а база, що змінюється в часі, (базова ставка) і обсяг надбавки до неї – маржа.

- за принципом погашення заборгованості;

Відсоткова ставка може застосовуватися до фактичної суми боргу (та сума, яка враховує послідовні його погашення) або прости

відсотки нараховуються відразу на всю суму боргу без обліку послідовного його погашення (наприклад, застосування в споживчому кредиті).

- відсотки бувають *дискретні*, тобто ті, що нараховуються за фіксовані інтервали часу (рік, півріччя і т. д.), і *неперервні*, коли нарощення чи дисконтування відбувається безупинно [3].

Б. ПРОСТІ ВІДСОТКИ

Як уже зазначалося, залежно від постійної або змінної бази нарахування відсотків використовується проста або складна відсоткова ставка. Розглянемо випадок перший – база нарахування відсотків не змінюється, відсотки не приєднуються до суми боргу, а періодично виплачуються. Тут відсоткова ставка – проста.

Нарощена сума позики (боргу, депозиту, інших видів виданих у чи борг інвестованих грошей) – це первісна (початкова) сума з нарахованими відсотками до кінця терміну нарахування. Визначається вона як добуток первісної суми боргу на множник нарощення. Множник нарощення показує, у скільки разів нарощена сума більша за первісну

Введемо наступні позначення:

P – первісна сума або капітал;

I – величина прибутку з капіталу у грошових одиницях;

S – нарощена сума, тобто сума наприкінці терміну;

i – ставка відсотка за рік;

n – термін позики.

За один рік відсотки становитимуть Pi . Відповідно за n років, тобто за весь термін, відсотки становитимуть $I = Pni$. (1)

Тоді нарощена сума дорівнюватиме $S = P + I = P + Pni = P(1 + ni)$. (2)
Формулу (2) називають *формулою нарощення за простими відсотками* чи *формулою простих відсотків*. Множник $(1 + ni)$ – множник нарощення простих відсотків. Множник нарощення однаково залежить як від відсоткової

ставки, так і від терміну. Якщо збільшити один із цих показників у k разів, то множник збільшиться у $\frac{1+kn_i}{1+n_i}$ разів.

Наведені формули (1) і (2) та наслідки з них дають змогу обчислювати прибуток з капіталу, загальну суму (майбутню, завершену вартість) та основну суму (поточну вартість).

Слід зауважити, що прості відсотки використовуються переважно у короткочасних фінансових операціях.

Для розв'язування задач, що містять поняття простих відсотків, зазвичай, достатньо знати формулу та правильно визначити її складові, згідно умови задачі.

Розглянемо приклади задач на прості відсотки.

Задача 3.1. Позику 1000 грн. було взято на термін 5 років. Відсотки прості за ставкою 20% річних. Необхідно визначити суму заборгованості. У скільки разів збільшиться нарощена сума боргу, якщо термін взяття позики зріс у 2 рази?

Розв'язання

Згідно умови задачі та введених раніше позначень можемо записати:

$P=1000$ грн – первісна сума;

$n=5$ років – термін позики;

$i=20\%$ – річна відсоткова ставка.

1) Суму боргу порахуємо за формулою $S = P(1 + ni)$.

$$S = 1000(1 + 5 \cdot 0,2) = 1000 \cdot 2 = 2000 \text{ грн.},$$

2) Якщо термін взяття позики збільшився у 2 рази, то множник нарощування і відповідно сума боргу зросте у $\frac{1+2 \cdot 5 \cdot 0,2}{1+5 \cdot 0,2} = 1,5$ рази.

Графічно процес нарощення за простими відсотками має вигляд, зображений на рис. 3.1.

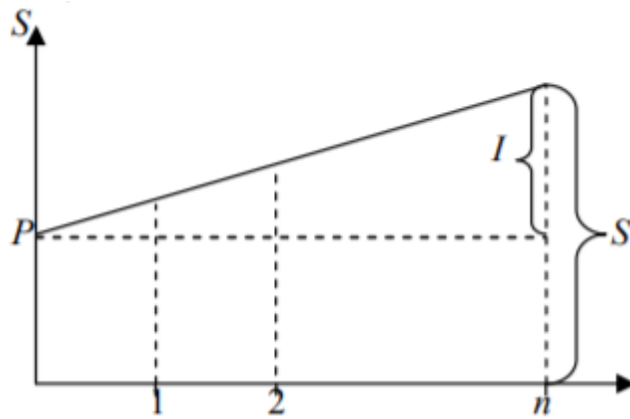


Рис. 3.1. Процес нарощення за простими відсотками

Відповідь: сума заборгованості 2000 грн, нарощена сума боргу збільшиться у 1,5 рази.

Задача 3.2. Дехто інвестував 30000 грн під 9% річних:

а) записати формулу для визначення загальної суми S грошей як функції від часу n (у роках);

б) на скільки зросте загальна сума грошей за один рік?

Розв'язання

За умовою $P=30000$ грн., $i=0,09$.

а) $S=P(1+in)$, тоді $S=30000(1+0,09n)$, де $n \geq 0$ – формула визначення загальної суми S грошей як функції від часу n .

б) $I=Pni$.

Якщо $n=1$, то $I=30000 \cdot 0,09=2700$ (грн).

Відповідь: а) $S=30000(1+0,09n)$, б) щороку загальна сума зростає на 2700 грн.

Такі задачі можна пропонувати учням 6-9 класів. Їх розв'язання сприяє підвищенню фінансової грамотності школярів та формуванню практичних умінь і навичок, необхідних у повсякденному житті.

В. СКЛАДНІ ВІДСОТКИ

У середньо- і довготермінових кредитно-фінансових операціях, якщо відсотки не виплачуються зразу після їхнього нарахування, а приєднуються (капіталізуються) до суми боргу, застосовують складні відсотки. База нарахування відсотків змінюється, а саме: збільшується.

Нарощення за складними відсотками нагадує послідовне реінвестування засобів вкладених під прості відсотки на один період нарахування. Знайдемо формулу нарощеної суми за складними відсотками за умови, що відсотки нараховуються і капіталізуються один раз у рік.

Формулу складних відсотків доцільно виводити разом з учнями на прикладі задачі.

Задача 3.3. Вкладник поклав у банк 100000 грн під 10% річних. Яка сума буде на його рахунку через 7 років за умови, що вкладник протягом цього строку не знімає гроші з рахунку?

Розв'язання

Нехай a_0 – початковий капітал вкладника, тобто $a_0 = 100000$ грн.

Позначемо через a_1, a_2, \dots, a_7 кількість грошей на рахунку відповідно в кінці першого, другого, ..., сьомого років.

У кінці першого року початковий капітал a_0 зріс на 10%. Отже, число a_1 становить 110% від початкового капіталу a_0 . Тоді

$$a_1 = a_0 \cdot 1,1 = 100000 \cdot 1,1 = 110000 \text{ (грн)}.$$

У кінці другого року число a_1 , у свою чергу, збільшиться на 10%. Отже число a_2 становить 110% від числа a_1 . Тоді

$$a_2 = a_1 \cdot 1,1 = a_0 \cdot 1,1^2 = 100000 \cdot 1,1^2 = 121000 \text{ (грн)}.$$

У кінці третього року число a_2 збільшиться на 10%. Отже число a_3 становить 110% від числа a_2 . Тоді

$$a_3 = a_2 \cdot 1,1 = a_0 \cdot 1,1^3 = 100000 \cdot 1,1^3 = 133100 \text{ (грн)}.$$

Очевидним є наступне:

$$a_7 = a_0 \cdot 1,1^7 = 100000 \cdot 1,1^7 = 194871,71 \text{ (грн)}.$$

Відповідь: 194871,71 (грн).

Для запису задачі в загальному вигляді позначення з попереднього пункту:

P – первісна сума або капітал;

I – величина прибутку з капіталу у грошових одиницях;

S – нарощена сума, тобто сума наприкінці терміну;

i – ставка відсотка за рік;

n – термін позики.

Тоді за перший рік початковий капітал збільшиться на Pi і дорівнюватиме:

$$S_1 = P + Pi = P(1 + i).$$

Тобто початковий капітал за перший рік збільшився в $(1 + i)$ разів.

Зрозуміло, що в кінці другого року сума знову зросте в $(1 + i)$ разів і дорівнюватиме:

$$S_2 = S_1 (1 + i) = P(1 + i)^2.$$

Отже що за n років, тобто за весь термін, нарощена сума буде дорівнювати:

$$S = P(1 + i)^n \quad (7)$$

Формулу (7) називають *формулою нарощення за складними відсотками* чи *формулою складних відсотків*.

Множник $(1 + i)^n$ – *множник нарощення складних відсотків*. Він показує, у скільки разів нарощена сума більша від первісної. При великих термінах він різко зростає навіть при невеликій ставці. Невелика зміна ставки при великому терміні зумовлює значне збільшення множника нарощення.

Зростання за складними відсотками нагадує геометричну прогресію, для якої перший член $b_1 = P$, знаменник – $q = 1 + i$.

Графічно зростання за складними відсотками показано на рис. 3.2.

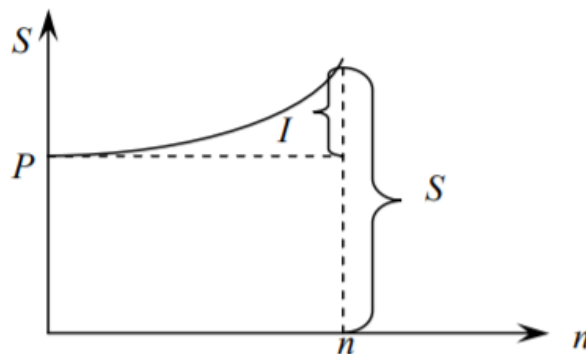


Рис. 3.2. Зростання за складними відсотками

Задача 3.4. Позику 1000 грн. було взято на термін 5 років. Відсотки складні за ставкою 20% річних. Необхідно визначити суму заборгованості.

Розв'язання

1) Маємо $P=1000$ грн, $n=5$, $i=20\%$.

Суму боргу знаходимо за формулою (7):

$$S = 1000(1 + 0,2)^5 = 2488,32 \text{ грн.}$$

Відповідь: 2488,32 грн.

Якщо порівняти отримані результати з результатами задачі 3.1, знайденими для таких же умов, але за простими відсотками ($S = 2000$), то бачимо, що нарощена сума при складних відсотках є більшою.

Задачі, у яких йдеться про зміну відсоткових ставок можуть викликати певні ускладнення. Наприклад, розглянемо наступну задачу:

Вкладник поклав у банк 4000 грн. За перший рік йому було нараховано певний відсоток річних, а другого року банківський відсоток було збільшено на 4 %. На кінець другого року на рахунку стало 4664 грн. Скільки відсотків становила банківська ставка у перший рік?

В цій задачі йдеться про збільшення «банківського відсотка». Доцільно наголосити учням, що відсоткова ставка – така сама величина, як інші змінні величини: швидкість, відстань, ціна тощо і єдина відмінність полягає в тому, що ця сама ця величина виражена також у відсотках. Тому ситуація, коли доводиться говорити про зміни цієї величини, припускає неоднозначне тлумачення. Порівняємо:

Підвищення суми x	Підвищення відсоткової ставки x	Математична модель, що описує нове значення
Сума зросла на 10 грн	Відсоткова ставка підвищилась на 10%	$x+10$
Сума зросла на 10%	Відсоткова ставка підвищилась на 10%	$1,1x$

У випадку відсоткової ставки словесний опис для різних математичних моделей виявився однаковим.

Щоб уникнути цієї неоднозначності, в економіці та інших областях, де широко застосовують відсоткові розрахунки, використовують поняття «відсоткові пункти». Пояснюючи учням особливості цього поняття, можна навести наступний приклад.

У дев'ятих класах навчається 100 дітей, з яких 20 % на початок навчального року були відмінниками.

Якщо ми скажемо, що на кінець року кількість відмінників зросла на 5%, то ця фраза означає, що кількість відмінників (виражена кількістю людей) збільшилася на 5 % від цієї величини.

Кількість відмінників у цьому прикладі становила 20 осіб; коли ця кількість зросла на 5 %, то вже становила 21 особу.

Якщо ж ми хочемо сказати, що показник «20 %» збільшився й тепер дорівнює «25%», то потрібно вживати слова «відсоткових пунктів»: «на кінець року кількість відмінників збільшилася на 5 відсоткових пунктів». За такого формулювання кількість відмінників на кінець року становитиме 25 осіб.

Відсоткові (процентні) пункти часто позначають так: «п. п.».

Наостанок, варто запропонувати учням переформулювати поставлену задачу так, щоб уникнути хибного тлумачення. Наприклад:

Вкладник поклав у банк 4000 грн. За перший рік йому було нараховано певний відсоток річних, а другого року банківський відсоток було збільшено на 4 процентних пункти. На кінець другого року на рахунок стало 4664 грн. Скільки відсотків становила банківська ставка в перший рік?

Задачі на складні відсотки можна розв'язувати з учнями старшої школи під час вивчення геометричної прогресії, показникової функції та логарифмів.

Г. НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЕКТ «ГРОШІ ПОРОДЖУЮТЬ ГРОШІ»

Під час вивчення теми «Елементи прикладної математики. Відсоткові розрахунки» в 9 класі доцільно використати метод проектів.

Метод проектів - педагогічна технологія, зорієнтована не на інтеграцію фактичних знань, а на їх застосування і набуття нових (часто шляхом самоосвіти). Активне включення учнів у зміст тих або інших проектів дає можливість засвоїти нові способи людської діяльності в соціокультурному середовищі.

Перевагою проектної діяльності є вміння, які набувають учні, а саме:

- ✓ планувати свою роботу, попередньо прораховуючи можливі результати;
- ✓ використовувати багато джерел інформації;
- ✓ самостійно збирати і накопичувати матеріал;
- ✓ аналізувати, співставляти факти, аргументувати свою думку;
- ✓ приймати рішення;
- ✓ установлювати соціальні контакти (розподіляти обов'язки, взаємодіяти один з одним);
- ✓ створювати "кінцевий продукт" - матеріальний носій проектної діяльності (доповідь, реферат, фільм, календар, журнал, проспект, сценарій);
- ✓ підготувати цикл занять з тем, які зацікавили б учнів середніх класів;
- ✓ представляти створене перед аудиторією;
- ✓ оцінювати себе та інших.

Проектна діяльність передбачає роботу в колективі. Великий інформаційний і технологічний обсяг багатьох проектів примушує учнів об'єднуватися у групи. Така ситуація сприяє становленню, формує соціалізовану особистість, працюючи у команді діти вчаться взаємодіяти один з одним, вирішувати можливі конфлікти, набувати навичок етичного міжособистісного спілкування, брати відповідальність за вибір рішення, аналізувати результати діяльності [18].

Наведемо приклад навчального проекту під назвою «Гроші породжують гроші». В ньому учні, працюючи в групах, збирають, систематизують та

узагальнюють інформацію щодо відсоткових ставок по депозитах в різних банках рідного міста. За допомогою побудованої математичної моделі вони розраховують кількість отриманого прибутку у відповідних банках, аналізують отримані прибутки та роблять висновок, в якому банку їхнього міста необхідно розмістити депозит, щоб отримати максимальний прибуток, який вони зможуть використати для придбання необхідного обладнання для класу. Свої здобутки учні демонструють у формі презентації та інформаційного бюлетня.

Детальний план проекту представлений у додатку Б.

Основні запитання до проекту:

- ❖ ключове запитання : що треба для щастя?
- ❖ тематичні запитання:
 - як стати успішним?
 - де беруться гроші?
 - де краще зберігати кошти?
 - чи знадобиться мені математика в житті?
- ❖ змістові запитання:
 - що таке відсоток?
 - які види відсотків ви знаєте?
 - як нараховуються складні відсотки?
 - що таке депозит і кредит?
 - що називають номінальною і ефективною ставками?

Під час роботи в проекті учні об'єднуються у групи:

- Журналісти
- Науковці
- Аналітики
- Видавці

Журналісти працюючи в групі створюють опитувальник, збирають, систематизують та узагальнюють інформацію щодо відсоткових ставок по депозитах в різних банках рідного міста.

Науковці за допомогою побудованої математичної моделі розраховують кількість отриманого прибутку у відповідних банках використавши інструкцію до електронної таблиці.

Аналітики аналізують отримані прибутки та роблять висновок, в якому банку їхнього міста необхідно розмістити депозит, щоб отримати максимальний прибуток, який вони зможуть використати для придбання необхідного обладнання для класу.

Видавці оформлюють результати у формі презентації та інформаційного бюлетня.

В результаті роботи над проектом учні вдосконалять свої вміння розв'язувати задачі на складні відсотки, навчаться досліджувати відсоткові ставки банків, будувати математичні моделі нарахування коштів в банку, аналізувати отримані прибутки. Також в них будуть формуватися навички створення презентацій, які будуть переконливими для учнівського колективу та збирання даних кількома способами.

2.4. Розробка факультативного курсу з фінансової математики для учнів старших класів

На сьогодні, дуже важливим є фінансова грамотність людей, тому доцільно ще в школі приділяти увагу цьому питанню, але, на жаль, в чинній навчальній програмі з математики розв'язанню фінансових задач приділено мало часу. Тому доцільним є запропонувати учням факультативний курс фінансової математики.

Курс за вибором доповнює і розширює коло задач економічного змісту, дає можливість ознайомитися з прийомами застосування математичних знань до розв'язування задач прикладного характеру у сфері фінансів, бізнесу та економіки.

Метою курсу є ознайомлення учнів з можливими методами застосування шкільного курсу математики до розв'язання прикладних задач у сфері фінансів, бізнесу та економіки.

Основними завданнями курсу є:

- формування знань про найважливіші категорії фінансової математики, такі як *відсоток, дисконт, вексель, номінальна та ефективна ставки* тощо;
- формування умінь розраховувати банківські проценти та платежі, складати графік періодичних виплат по кредиту;
- приймати обґрунтовані рішення про вигідність вкладення грошей або одержання кредиту;
- формування уявлення про етапи розв'язування задач економічного характеру, про можливості математики в цьому процесі.

Даний факультативний курс розрахований для проведення 1 год на тиждень протягом семестру.

Таблиця 2.1

Орієнтовне календарно-тематичне планування курсу

Номер заняття	Дата	Тема заняття
I. Вступ в економіко-математичне моделювання (2 год)		
1		Математика в бізнесі, економіці. Класифікація економіко-математичних моделей.
2		Структурні моделі економіки. Модель статистичної рівноваги ринку. Модель міжвідомчого балансу
II. Прості відсотки та дисконт (4 год)		
3		Початкова вартість, прості відсотки. Формула нарощення за простими відсотками.
4		Часова база нарахування відсотків. Варіанти розрахунку простих відсотків.
5		Математичне дисконтування, банківський облік (облік векселів)
6		Розв'язування задач з теми «Прості відсотки та дисконт»
III. Складні відсотки (6 год)		
6		Постановка задачі на складні відсотки. Конверсійний період та відсоткова ставка. Формула складних відсотків.
7		Еквівалентна ставка та рівняння для визначення еквівалентної відсоткової ставки. Ефективна ставка.
8		Датовані суми. Серії датованих сум. Еквівалентні серії платежів
9-10		Розв'язування задач з теми «Складні відсотки»
IV.Потоки платежів. Рента (4 год)		
11		Види потоків платежів
12-13		Фінансова рента (ануїтет). Прямий метод розрахунку нарощеної суми
14		Розв'язування задач з теми «Фінансова рента»
15-16		Узагальнення і систематизація знань

Розглянемо детальніше поняття, що вивчатимуться у даному факультативі.

В реальному житті можлива ситуація коли відсоткова ставка річна, а термін позики менший року або коли термін позики менший періоду нарахування. Тому важливо розповісти учням про часову базу нарахування відсотків.

Термін позики n подамо у вигляді:

$$n = \frac{t}{K} \quad (3)$$

де t – число днів позики, K – число днів у році.

Показник K називають **часовою базою нарахування відсотків**.

Існують дві часові бази:

- 1) $K = 360$ днів (припускають, що місяць має 30 днів, отже, 12 місяців \times 30 днів = 360 днів);
- 2) $K = 365, 366$ днів (залежно від того, чи рік високосний).

Якщо $K = 360$, то одержують звичайні чи комерційні відсотки, а при використанні дійсної тривалості року (365, 366 днів) розраховують точні відсотки.

Число днів позики також можна визначати приблизно (тривалість позики визначається за умови, що будь-який місяць дорівнює 30 дням) і точно (підрахунок числа днів між датою видачі позички і датою її погашення). День видачі і день погашення вважають за один день.

Відповідно до того, що є різні часові бази і різний підрахунок днів позики, на практиці застосовують три варіанти розрахунку простих відсотків.

1. *Точні відсотки з точним числом днів позики.* Цей спосіб застосовують центральні банки багатьох країн і великих комерційних банків, наприклад у Великобританії, США. У комерційних документах він позначається як 365/365 чи АСТ/АСТ. Цей варіант дає найточніші результати.

2. *Звичайні відсотки з точним числом днів позики.* Цей метод іноді називають банківським. Спосіб поширений у позикових операціях комерційних банків між країнами, та всередині країн Бельгії, Франції,

Швейцарії. Він позначається як 365/360 чи АСТ/360. Цей варіант дає трохи більший результат, ніж застосування точних відсотків.

3. *Звичайні відсотки з наближеним числом днів позики.* Такий метод застосовують тоді, коли не потрібно великої точності, наприклад, для проміжних розрахунків. Його практикують комерційні банки Німеччини, Швеції, Данії. Метод умовно позначається як 360/360 [3].

Варіант розрахунку з точними відсотками і наближеним числом днів позички не існує.

Задача 4.1. Позику 1000 грн. було взято з 5 січня по 20 листопада 2017 р. за ставкою 22% річних. Яку суму повинен заплатити боржник наприкінці терміну при нарахуванні простих відсотків? Розрахунок зробити для трьох методів.

Розв'язання

Визначимо число днів позики:

точне – 319;

наближене – $30 \cdot (11-1) + (20 - 5) = 315$

1) Точні відсотки з точним числом днів позики (365/365):

$$S = 1000 \left(1 + \frac{319}{365} \cdot 0,22 \right) = 1000 \cdot 1,192274 = 1192,274 \text{ грн}$$

2) Звичайні відсотки з точним числом днів позики (365/360):

$$S = 1000 \left(1 + \frac{319}{360} \cdot 0,22 \right) = 1000 \cdot 1,194944 = 1194,944 \text{ грн}$$

3) Звичайні відсотки з наближеним числом днів позики (360/360):

$$S = 1000 \left(1 + \frac{315}{365} \cdot 0,22 \right) = 1000 \cdot 1,1925 = 1192,5 \text{ грн}$$

Відповідь: 1192,274 грн, 1194,944 грн, 1192,5 грн.

Термін позики при нарахуванні за складними відсотками найчастіше вимірюється як АСТ/АСТ.

У фінансовій практиці часто виникає задача: за заданою сумою S , яку треба оплатити через деякий час n , визначити суму позики P . Така ситуація виникає при розробці умов контракту або ж коли відсотки з суми S отримуються безпосередньо при видачі кредиту. У цих випадках кажуть, що

сума S дисконтується, процес нарахування і отримання відсотків називається обліком, отримані відсотки – дисконтом або скидкою.

Величина P , знайдена за допомогою дисконтування, – це сучасна вартість (величина) майбутнього платежу S .

Розрізняють математичне дисконтування і банківський (комерційний) облік.

Математичне дисконтування – це процес розв’язування задачі, оберненої до нарощення початкової суми позики. Задача формулюється так: яку початкову суму позички треба дати в борг, щоб отримати після закінчення терміну суму S , за умови, що на борг нараховуються відсотки за ставкою i . З формули (2) $S = P(1 + ni)$, нарощення за простими відсотками знаходимо: $P = \frac{S}{1+ni}$ [6].

Різниця $S-P$ вважається відсотками, нарахованими на P або дисконтом із суми S .

Задача 4.2. Через 150 днів після підписання договору боржник сплатить 2 тис. грн. Кредит видано під 17% річних. Яка початкова сума боргу, якщо часова база $K = 365$ днів?

Розв’язання

Використовуємо формулу $P = \frac{S}{1+ni}$.

$$\text{Тоді } P = \frac{2000}{1 + \frac{150}{365} \cdot 0,17} = \frac{2000}{1,07} \approx 1869 \text{ грн.}$$

Відповідь: 1869 грн.

Банківський облік (облік векселів).

Суть операції така: банк (фінансова установа) до настання терміну платежу за векселем або іншим платіжним зобов’язанням купує його у власника за ціною, яка менша за суму, що вказана на векселі, тобто купує його з дисконтом. Отримавши при настанні терміну векселя гроші, банк реалізує відсотковий дохід у вигляді дисконту. Відповідно, власник векселя за допомогою його обліку має можливість отримати гроші не в повному обсязі, проте раніше вказаного на ньому терміну.

При обліку векселя застосовується банківський або комерційний облік. Відсотки за користування позикою у вигляді дисконту нараховуються на суму, яку треба сплатити в кінці терміну. При цьому застосовується облікова ставка d [3].

Простий дисконт $D = Snd$ (4), де d – річна облікова ставка, n – роки.

Облік за обліковою ставкою найчастіше проводиться при часовій базі $K=360$ днів, число днів позички найчастіше точне, тобто відсотки $\frac{ACT}{360}$.

Задача 4.3. Дехто взяв позику на 9 місяців і видав банку дисконтний вексель на 1000 гривень. Ставка дисконту дорівнює 8%. Обчислити простий дисконт.

Розв'язання

Маємо $S=1000$ грн., $d=0,08$, $n = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ року.

За формулою (4), $D = 1000 \cdot 0,08 \cdot \frac{3}{4} = 60$ грн.

Відповідь: 60 грн.

Оскільки вексель складений відносно завершеної вартості у 1000 грн., то ця людина отримає $1000-60=940$ грн. Ця сума називається *вирученою сумою векселя*, або *виручкою*, і позначається літерою V .

$$V = S - D, \quad (5)$$

Для того, щоб знайти виручку, потрібно спочатку підрахувати дисконт за формулою $D = Snd$, а потім визначити виручену суму використовуючи формулу (5). Це двокрокова процедура. Цю ж величину можна отримати за допомогою однокрокової процедури.

$$\text{Дійсно, } V = S - D = S - Snd = S(1 - nd). \quad (6)$$

Узагальнюючи, запишемо:

$V = S - D$ або $V = S(1 - nd)$, де S – завершена вартість, d – ставка дисконту, n – час у роках, V – виручена сума або виручка.

Задача 4.4. Завершена вартість дисконтного векселя становить 90000 грн., ставка дисконту – 8%, час – 9 місяців. Визначити виручену суму векселя.

Розв'язання

За умовою $S=90000$ грн., $n = 9$ міс. $= \frac{3}{4}$ року, $d=8\%=0,08$.

За формулою (6) $B = S(1 - nd)$, маємо:

$$B = 90000 \left(1 - \frac{3}{4} \cdot 0,08\right) = 84600 \text{ грн.}$$

Відповідь: 84600 грн.

Різноманітність форм кредитування та інвестування обумовлює необхідність знаходження критеріїв найвигіднішого розміщення капіталу.

Нарахування складних відсотків можна здійснювати щомісяця (12 раз на рік), щоквартально (4 рази на рік), кожного півріччя (2 рази на рік) тощо. Їх називають, відповідно, *щомісячним, кварталним, піврічним компаундами*.

Проміжок часу між двома послідовними підрахунками вартості грошей називають *конверсійним періодом*.

Введемо позначення:

j – щорічна ставка відсотка;

i – ставка відсотка за конверсійний період;

m – кількість конверсійних періодів.

$$i = \frac{j}{m} \quad (8)$$

Щоразу відсотки нараховуються за ставкою $\frac{j}{m}$, тоді j називають **номінальною ставкою**. Ставка j потрібна для того, щоб знати, яке число потрібно розділити на кількість періодів у році, щоб одержати ставку за період.

Формула нарощення буде мати такий вигляд:

$$S = P \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} = P(1 + i)^N, \quad (9)$$

де N – загальна кількість періодів нарахувань, $N=m \cdot n$; $i = \frac{j}{m}$.

Задача 4.5. Дехто позичив у банку 10000 грн. Банк призначив ставку прибутку 8% при щоквартальному компаунді. Через 10 років боржник сплатив позику одноразовою сумою. Знайти суму одноразової плати та прибуток банку.

Розв'язання

Оскільки $j=8\%$, $m=4$, то за формулою (8): $i = \frac{0.08}{4} = 0,02$.

Загальна кількість конверсійних періодів: $N=10 \cdot 4=40$.

Тоді $S = 10000 \cdot (1 + 0,02)^{40} = 10000 \cdot 1,02^{40} = 10000 \cdot 2,20804 = 22080,4$ грн., що й становить суму одноразової сплати.

Тоді прибуток дорівнює: $I=S-P$, $I=22080,4-10000=12080,4$ грн.

Відповідь: 22080,4 грн., 12080,4 грн.

Ефективна (дійсна) ставка вимірює той реальний відносний дохід, який отримують загалом за рік. Або **ефективна ставка** – це річна ставка складних відсотків, яка дає той самий результат, що й m -разове нарахування відсотків за ставкою $\frac{j}{m}$. Позначається ефективна ставка буквою i .

За означенням множники $(1 + \frac{j}{m})^{mn}$ і $(1 + i)^n$ рівні, тобто

$$(1 + \frac{j}{m})^{mn} = (1 + i)^n$$

$$(1 + \frac{j}{m})^m = 1 + i.$$

Звідси можна знайти номінальну ставку через ефективну i , навпаки, ефективну через номінальну:

$$j = m(\sqrt[m]{1 + i} - 1) \quad (10)$$

$$i = (1 + \frac{j}{m})^m - 1 \quad (11)$$

Обидві ставки еквівалентні у фінансовому відношенні. Звідси випливає, що різні за величиною номінальні ставки будуть **еквівалентними**, якщо відповідні їм ефективні ставки мають одну величину [10].

Задача 4.6. Яка величина ефективної ставки, якщо номінальна ставка 25% при щомісячному нарахуванні відсотків?

Розв'язання

Використаємо формулу (11):

$$i = (1 + \frac{0.25}{12})^{12} - 1 = 0.2807.$$

Відповідь: 28.07%.

Отже, для сторін не має значення, яку ставку використовувати: 25% при щомісячному нарахуванні відсотків чи ефективну (річну) 28,07%.

Сучасні фінансово-банківські операції мають не окремі чи разові платежі, а деяку послідовність у часі [12]. Наприклад, погашення заборгованості в кредит, періодичне надходження доходів від інвестицій, виплати пенсій і т. д. Такі послідовності називають **потоким платежів**.

Класифікація потоків:

- регулярні (обсяги платежів постійні, або через рівні інтервали);
- нерегулярні.

Платежі можуть бути додатними (надходження) або від'ємними (виплати).

Потік платежів, всі платежі якого додатні величини з однаковими часовими інтервалами, називається **фінансовою рентою**, або **рентою**, або **ануїтетом**. Наприклад, платіж за споживчим кредитом, отримання відсотків за облігації.

Факультативний курс фінансової математики допоможе учням дізнатись основні принципи та механізм функціонування банківської системи. Від того, як глибоко будуть засвоєні знання, в значній мірі залежатиме їх успіх і дохід в житті.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

В курсі математики середньої школи учні знайомляться з поняттям відсотка в 5 класі і продовжують використовувати набуті знання впродовж наступних років навчання. На вивчення теми «Відсотки» відводиться замало часу і в старших класах до розв'язування задач на відсотки повертаються рідко. Більшість учнів сприймають відсотки дещо ізольовано, не зв'язують отримані відомості про дроби та відсотки. Все це пояснює невміння старшокласників та студентів розв'язувати задачі, пов'язані з відсотками.

Тому нами було розроблено методику розв'язування базових задач на відсотки, починаючи з найпростіших завдань: перехід від дробів (звичайних і десяткових) до відсотків і навпаки. Такі завдання демонструють учням зв'язок між дробами і відсотками та свідчать про те, що відсотки є продовженням числової лінії.

Як свідчить досвід, складні задачі, що потребують відсоткових розрахунків, зазвичай, розв'язують саме з використанням пропорцій. Тому в роботі було продемонстровано як можна вводити поняття пропорції на прикладах задач. Слід зазначити, що вміння складати пропорції в задачах на відсотки повинно бути сформоване в учнів як алгоритмічне вміння, щоб при розв'язанні складних задач етапи знаходження відсотка від числа, числа за відсотком чи відсоткового відношення не викликали труднощів.

Також в розділі було розроблено методику розв'язування задач на змішування, природній спад та складних фінансових задач.

Під час вивчення відсотків можна вдосконалити розуміння учнями поняття числа з теоретичної точки зору і довести до певного рівня їх практичні обчислювальні уміння, тобто сприяти набуттю учнями процедурної та логічної компетентностей.

ВИСНОВКИ

Прикладна спрямованість шкільного курсу математики демонструє зв'язок між математикою та повсякденним життям; це сприяє посиленню інтересу до навчання і підвищує рівень пізнавальної активності та самостійності учнів.

Завданням вчителя при реалізації прикладної спрямованості навчання стає добір таких засобів, методів, організаційних форм навчання, використання яких дозволяє не лише успішно оволодівати знаннями, а й вчити самостійно їх здобувати, формувати критичне і творче мислення, розкрити творчий потенціал учня, його інтелектуальні здібності.

Велике практичне значення має вміння розв'язувати задачі на відсотки, оскільки поняття відсотка широко використовується в різних сферах діяльності людей. Тому розв'язування прикладних задач при вивченні теми «Відсоткові розрахунки» дає можливість вчителю формувати в учнів математичні компетентності та допомагає їм засвоювати факти суміжних предметів.

В ході дослідження були розв'язані його головні завдання:

- ✓ проаналізовано стан дослідженості проблеми прикладної спрямованості навчання математики у психолого-педагогічній, методичній та навчальній літературі; з'ясовано, що дана проблема в літературі представлена досить ґрунтовно, а от реалізація прикладної спрямованості при вивченні теми «Відсотки» недостатньо досліджена;
- ✓ здійснено логіко-дидактичний аналіз теми «Відсотки» за чинними підручниками; встановлено, що на її вивчення відведено недостатньо часу, хоч вона є досить складною для сприймання учнями;
- ✓ систематизовано відомості про основні типи задач на відсотки у шкільному курсі математики, методи їх розв'язання та складено систему прикладних задач для вивчення кожного з типів задач;

- ✓ розроблено методику навчання учнів розв'язанню задач на відсотки, зокрема, задач на змішування, природній спад та фінансових задач;
- ✓ розроблено проект з теми «Відсоткові розрахунки» для учнів 9 класу на тему «Гроші роблять гроші», метою якого є: навчання учнів розв'язувати задачі на складні відсотки, досліджувати відсоткові ставки банків, будувати математичні моделі нарахування коштів в банку, аналізувати отримані прибутки; формування та вдосконалення навичок створення презентацій, збирання та аналізу даних.

Навчальний проект «Гроші роблять гроші» не лише демонструє зв'язок математики і повсякденного життя, а й сприяє становленню соціалізованої особистості, оскільки працюючи у команді, учні вчать взаємодіяти один з одним, розподіляти обов'язки, брати на себе відповідальність за прийняте рішення, знаходити компроміс у разі виникнення конфлікту, аналізувати та оцінювати результати своєї діяльності.

Як було зазначено, проведений аналіз теми «Відсотки» в шкільних підручниках і чинних програмах свідчить про те, що на її вивчення відведено недостатньо часу. Тому в роботі було розроблено орієнтовне календарно-тематичне планування факультативного курсу з фінансової математики для учнів старшої школи. Даний факультатив розширює коло задач фінансового змісту, дає можливість ознайомитися з прийомами застосування математичних знань до розв'язування задач прикладного характеру у сфері фінансів, бізнесу та економіки.

Отже прикладні задачі досить вдало доповнюють систему задач шкільного курсу математики і можуть використовуватися на різних етапах уроку та реалізовувати різні навчальні цілі. Наприклад, використовуючи прикладні задачі, можна готувати учнів до вивчення нової теми або розпочинати її, сприяти поглибленню знань у процесі вивчення теми та застосуванню отриманих знань в житті.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абросимова Г. Задачи на проценты 5 класс / Г.Абросимова // Математика.–2005.– №23.– С.6-7.
2. Балк М.Б. О математизации задач, возникающих на практике / М.Б. Балк, В.А. Петров // Математика в школе. – 1986. – №3. – С. 55.
3. Березька К.М. Фінансова математика: навчальний посібник / К.М.Березька , В.М.Неміш. – Тернопіль: ТНЕУ, 2010. – 201 с.
4. Борисенко О.Д. Збірник задач з фінансової математики / О.Д.Борисенко, Ю.С.Мішура, В.М.Радченко, Г.М.Шевченко. – Київ: Редакційно-видавничий центр КНУ, 2007. – 255с.
5. Боровских А. Что такое процент? / А. Боровских, Н. Розов // Математика.– 2012.– №1. – С.23-25.
6. Бочаров П.П.Финансовая математика/ П.П. Бочаров, Ю.Ф. Касимов. – М.: Физматлит, 2005. – 223 с.
7. Бродський Я. Про прикладну спрямованість навчання математики / Я. Бродський // Рідна школа. – 2006.–№2.– С.60-63.
8. Вайнтрауб М.А., Стрельченко О.С., Стрельченко І.Г. Фінансова математика: Навчальний посібник. – Київ: ТОВ “Арт-програми”, 2002. – 120 с.
9. Василевский А.Б. Обучение решению задач: уч. пособие для студентов пед. институтов по спец. «Математика»/А.Б.Василевский. – Минск: Вышэйша школа, 1988. – 255 с.
10. Васильченко І.П. Фінансова математика / І.П.Васильченко, З.М. Васильченко. – Київ.: Кондор, 2007. – 184 с.
11. Винокуров Е.Ф. Школьное экономическое образование и учитель математики / Е.Ф. Винокуров // Математика в школе.– 2001.–№2.– С. 23- 27.

12. Війчук Т.І. Навчання учнів створенню математичних моделей у процесі розв'язування прикладних задач у 5-9 класах/ Т.І.Війчук // Народна освіта. – 2013р. - №1(19). – С.6-8.
13. Возняк Г.М. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики / Г.М. Возняк, М.П. Маланюк – Київ: Радянська школа, 1989.– 127 с.
14. Возняк Г.М. Прикладные задачи в мотивации обучения //Математика в школе. – 1990. - №2. – С.9-11.
15. Дорофеев Г.В. Постановка текстовых задач как один из способов повышения интереса учащихся к математике / Г.В.Дорофеев, О.В. Тараканова // Математика в школе. –1988. – №5. – С. 25.
16. Дорофеев Г.В.Вивчення відсотків в основній школі /Г.В.Дорофеев, Л.В. Кузнецова, С.С. Мінаєва// Математика в школі. – 2002. – № 1. – С. 19-24.
17. Дубовик О.В. Старовинні життєві бізнес-задачі /О.В.Дубовик //У світі математики. –2001. –№1.– С.24-29.
18. Ісаєва Г. Метод проектів - ефективна технологія навчання [Електронний ресурс] /Г. Ісаєва //Методика і технологія. – 2005. Режим доступу: <http://ru.osvita.ua/school/method/technol/1415/>
19. Кайдаш В.В. Елементи прикладної математики: 9 кл. /В.В. Кайдаш //Все для вчителя. – 2002. –№3. – С.4-5.
20. Колягин Ю.М. О прикладной и практической направленности обучения математике/ Ю.М. Колягин, В.В. – Математика в школе. –1985. – №6. – С. 27.
21. Кушнір В. Особливості творчості у розв'язуванні задач / В. Кушнір, Г. Кушнір // Математика в школі. – 2010. – № 10. – С. 8-17.
22. Лавринчук В.П. Математика для економістів: теорія та застосування: Підручник. / В.П. Лавринчук, Т.І. Готинчан, В.С. Дронь, О.С. Кондур. – Київ: Кондор, 2007. – 596 с.

23. Лебедев В. Анализ и решение текстовых задач /В. Лебедев // Математика в школе. – 2002. – №11. – С. 8.
24. Левітас Г.Г. Об алгебраическом решении текстовых задач/ Г.Г.Левітас // Математика в школе. – 2000. - №8. - С. 13.
25. Лисенко В.І. Економічні задачі у загальноосвітній школі /В.І.Лисенко // Математики. – 2003. – №21. – С.13-19.
26. Медведев Г.А. Начальный курс финансовой математики. Учебное пособие/Г.А.Медведев. – Москва: Острожье, 2000. – 280 с.
27. Межейнікова Л.С. Математичні задачі на сімейний бюджет в основній школі/ Л.С.Межейнікова // Дидактика математики: проблеми і дослідження. –2004.– №21.– С.62-68.
28. Межейнікова Л.С. Математичні задачі на сімейний бюджет в основній школі // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 21. – Донецьк: фірма ТЕАН, 2004. – С.62-68.
29. Межейнікова Л.С.Математичні задачі з фінансовим змістом в основній школі / Л.С Межейнікова., В.О. Швець. – Харків.:ВГ "Основа", 2005. – 94 с.
30. Мельниченко Ю.А. Навчання учнів розв'язуванню задач на відсотки з використанням пропорцій / Ю.А.Мельниченко, Л.О. Черних// Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики». – Вінниця, 2018.– С.277-280.
31. Мельниченко Ю.А. Прикладні задачі як засіб формування математичних компетентностей при вивченні теми “Відсоткові розрахунки”/Ю.А.Мельниченко, Л.О.Черних// Вісник міжнародного дослідного центру «Людина: мова, культура, пізнання». – Кривий Ріг, 2018. – №42. – С. 239-245.
32. Мерзляк А.Г. Алгебра 9 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики/

- А.Г.Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С.Якір. – Харків: Гімназія, 2017. – 416 с.
33. Мерзляк А.Г. Збірник задач і завдань для математичного оцінювання / А.Г.Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С.Якір. - Харків: Гімназія, 2001. – 127 с.
34. Мерзляк А.Г. Математика 5 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів / А.Г.Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С.Якір. – Харків: Гімназія, 2013. – 352 с.
35. Мерзляк А.Г. Математика 6 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів / А.Г.Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С.Якір. – Харків: Гімназія, 2014. – 397 с.
36. Мицкевич А.А.Сборник заданий по экономике с решениями: Пособие для преподавателей: В 3 кн. /А.А.Мицкевич. - Москва.: Вита-Пресс, 2001. –592 с.
37. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів: Математика 5-9 класи. [Електронний ресурс]. – 2017. Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas>.
38. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів: Математика 10-11 класи. [Електронний ресурс]. – 2017. Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.
39. Петриненко Г.А. Методика розв'язування задач на відсотки, розчини і сплави /Г.А.Петриненко //Математика в школах України. – 2004. – №16. – С.17-20.
40. Петров В.А. Элементы финансовой математики на уроках /В.А.Петров // Математика в школе. – 2002.–№8.– С.38-42.
41. Пометун О.І. Реалізація компетентнісного і діяльнісного підходів/ О. І. Пометун // Педагогічні інновації: ідеї, реалії, перспективи. – 2004. – №1 – С.146-157.

42. Прус А. Прикладна спрямованість стереометрії / А.Прус, В.Швець. – Київ: Шкільний світ, 2007. – 128 с.
43. Раков С. А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти / С.А. Раков // Математика в школі. – 2005. – №5. – С. 2-8.
44. Рахматов Н.Х. Иллюстрация математических методов на прикладных задачах /Н.Х.Рахматов// Математика в школе. – 1989. – №2. – С. 30.
45. Симонов С.Б. Проценты и банковские расчеты/ С.Б.Симонов // Математика в школе. – 1998. – №4. – С. 37-44.
46. Сисоєнко В.М. Розв'язування задач на відсотки /В.М.Сисоєнко // Математика в школах України. – 2006. –№10.– С.22-27.
47. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підручник.-2-ге вид., допов. і переробл. / З.І.Слепкань – Київ.: Вища шк., 2006. – 582 с.
48. Сухіна Л. Застосування моделювання під час вивчення відсотків / Л.Сухіна // Математика в школі. – 2000.– №5. – С.33-34.
49. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Книга для учителя /Н.А.Терешин – Москва: Просвещение, 1990. – 96 с.
50. Фоминых Ю. Одну задачу несколькими методами /Ю.Фоминых // Математика в школе. – 2004. - №20. - С. 17.
51. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе: Учителю математики о пед. психологии / Л.М. Фридман.– Москва: Просвещение, 1983. – 159 с.
52. Черватюк О.Г. Елементи цікавої математики на уроках математики. Посібник для вчителів /О.Г.Черватюк, Г.Д.Шиманська. – Київ: Радянська школа, 1968. – 320 с.
53. Четыркин Е.М. Финансовая математика / Е.М.Четыркин. – Москва: Дело, 2001. – 400 с.

54. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Книга для учителя / И.М.Шапиро – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
55. Швець В.О. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії/ В.О.Швець, А.В.Прус. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім.Франка, 2007. – 156с.
56. Швець В.О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики / В.О.Швець // Дидактика математики : проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009. – № 32. – С. 16-23.
57. Шевкин А.В. Еще раз об изучении процентов / А.В.Шевкин // Математика в школе. – 1993. – №1.– С.20-22.
58. Шоферовська Л.С. До проблеми введення елементів фінансової математики в школу /Л.С. Шоферовська// Неперервна професійна освіта: теорія і практика. –2002. –№4 – С. 80 – 86.
59. Шоферовська Л.С. Задачі про податки в курсі математики основної школи /Л.С. Шоферовська // Дидактика математики: проблеми та дослідження. – Випуск 20. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003.– С. 18-21.
60. Шоферовська Л.С. Фінансові задачі в шкільному курсі математики / Л.С. Шоферовська // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики.: Збірник наукових праць, Т.1. – Кривий Ріг: Видавничий відділ Нац. Мет. АУ, 2002. – С.41-42.

ДОДАТКИ

Додаток А

Задачі на змішування та природній спад

1. Свіжі гриби містять по масі 90% води, а сухі – 12% води. Скільки одержимо сухих грибів з 22 кг свіжих?
2. Свіжі фрукти містять 72% води, а сухі – 20% води. Скільки сухих фруктів одержимо з 20 кг свіжих?
3. Скільки 9% оцту можна отримати з 90 г 80% оцтової есенції?
4. Скільки води потрібно додати до 20л 5% розчину солі, щоб отримати 4% розчин?
5. Сплав олова з міддю містить 45% міді. Скільки чистого олова потрібно додати, щоб отримати сплав, що містить 40% міді?
6. Скільки кілограмів води потрібно випарувати з 0,5 т целюлозної маси, що містить 85% води, щоб отримати 75% води?
7. З двох шматків, які містять відповідно 60% і 80% міді, потрібно отримати сплав 40 кг, що містить 75% міді. Скільки кілограмів потрібно взяти від кожного з цих шматків?
8. Є два розчини кислоти. Перший містить 20% кислоти, другий – 60%. З'єднали 5 л першого розчину, 10 л води і деяку кількість другого розчину і одержали 40% розчин кислоти. Скільки літрів другого розчину було взято?
9. Для технічних цілей змішали 3 л 40-градусного спирту, 8 л 50-градусного і 4 л 65-градусного. Якої міцності отримали суміш?
10. Змішали воду з трьох ємкостей. З першої взяли 2 л води, температурою 45°, з другої – 3 л води, температурою 60°, з третьої – 15 л води, температурою 25°. Яка буде температура суміші?
11. Змішали 8,5 л води, температурою 50° та 3,25 л води, температурою 28°. Яка буде температура суміші?
12. Змішали 3,25 л окропу з 6,5 л води, температурою 26°. Яка температура суміші?

13. Вода надходить у бак з двох труб: з однієї труби надходить вода, температурою 20° , а з другої надходить в 4 рази більше води, температурою 20° . Визначити температуру води в баку.
14. Змішали 3 л води і 1 л 95-градусного спирту. Визначити міцність суміші.
15. Морська вода містить 5% солі. Скільки прісної води треба долити до 60 кг морської, щоб одержати 3% розчин солі?
16. Змішали спирт 60-градусний з 95-градусним і отримали 14 л суміші. 60-градусного спирту взяли у 2,5 рази більше, ніж 95-градусного. Визначити міцність суміші.
17. Нектар містить 70% води, а одержаний з нього мед – 17%. Яку кількість нектару повинні переробити бджоли для одержання 1 кг меду?
18. Змішали 340 л спирту міцністю 60° , 52° і 42° . Спирту, міцністю 52° взяли $\frac{3}{5}$ від кількості 60-градусного, а спирту міцністю 42° , взяли в 3 рази більше, ніж 52-градусного. Якої міцності отримали спирт?
18. Сплав міді з оловом вагою 12 кг містить 45% міді. Скільки чистого олова необхідно додати до цього сплаву, щоб одержати сплав, що містить 40% міді?
19. Є сталь двох сортів з вмістом нікелю 5% і 40%. Скільки сталі обох сортів треба взяти, щоб після переплавки одержати 140 тонн сталі з вмістом нікелю 30%?
20. Із посуду ємністю 54 л, наповненого кислотою, відлили декілька літрів і долили води, потім знову відлили стільки ж літрів суміші. У залишку виявилось 24 літри чистої кислоти. Скільки кислоти вилили першого разу?

План проекту «Гроші породжують гроші»

Автор	
Ім'я, по-батькові та прізвище	Мельниченко Юлія Анатоліївна
Назва навчального закладу	студентка Криворізького державного педагогічного університету
Місто, село, район, область	м. Кривий Ріг, Дніпропетровської області.
Опис навчальної теми	
Назва	
<i>Гроші породжують гроші</i>	
Стислий опис	
<p>Під час вивчення теми «Елементи прикладної математики» пропонується розглянути тему «Відсоткові розрахунки. Формула складних відсотків» та здійснити проект «Гроші породжують гроші». Працюючи в групах учні збирають, систематизують та узагальнюють інформацію щодо відсоткових ставок по депозитах в різних банках рідного міста. За допомогою побудованої математичної моделі вони розраховують кількість отриманого прибутку у відповідних банках, аналізують отримані прибутки та роблять висновок, в якому банку їхнього міста необхідно розмістити депозит, щоб отримати максимальний прибуток, який вони зможуть використати для придбання необхідного обладнання для класу. Учні демонструють свої знання у формі презентації та інформаційного бюлетня. Результати дослідження представляють батьківському комітету класу на батьківських зборах.</p>	
Предмет, навчальна тема	
<p>Основний навчальний предмет – математика. Тема «Елементи прикладної математики», профільний рівень вивчення математики. Учні використовують навчальні компетентності з інформатики, економіки, історії, технологій.</p>	
Клас (вікова категорія)	
<i>9 клас, 14-15 років</i>	
Приблизний час вивчення теми	
<i>1 тиждень</i>	

Освітні засади
Державні освітні стандарти
V. Освітня галузь “Математика”
<ul style="list-style-type: none"> • розкриття ролі та можливостей математики у пізнанні та описанні реальних процесів і явищ дійсності, забезпечення усвідомлення математики як універсальної мови природничих наук та органічної складової загальної людської культури; • розвиток логічного, критичного і творчого мислення учнів, здатності чітко та аргументовано формулювати і висловлювати свої судження; • забезпечення оволодіння учнями математичною мовою, розуміння ними математичної символіки, математичних формул і моделей як таких, що дають змогу описувати загальні властивості об’єктів, процесів та явищ; • формування здатності логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи у процесі розв’язування навчальних і практичних задач, використовувати математичні знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів.
Навчальні програми
<p>Тема 3. ЕЛЕМЕНТИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ Учень/учениця:</p> <ul style="list-style-type: none"> • наводить приклади: математичних моделей реальних ситуацій, випадкових подій; подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків. • описує поняття: випадкова подія; ймовірність випадкової події, частота, середнє значення статистичних вимірювань. • розв’язує задачі, що передбачають: виконання відсоткових розрахунків; знаходження ймовірності випадкової події; подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків; знаходження середнього значення.
Навчальні цілі та очікувані результати навчання учнів
<p>Учні навчаться розв’язувати задачі на складні відсотки, досліджувати відсоткові ставки банків, будувати математичні моделі нарахування коштів в банку, аналізувати отримані прибутки.</p> <p>В учнів будуть формуватися навички створення презентацій, які будуть переконливими для учнівського колективу.</p> <p>В учнів будуть вдосконалюватися навички збирання даних кількома способами, аналізу, впорядкування, осмислення.</p> <p>Учні навчаться переконливо демонструвати відомості про результати дослідження, добираючи відповідні типи за допомогою графіків чи діаграм або інших засобів візуалізації даних</p>

<p>У ході реалізації проекту в учнів будуть формуватися наступні навички XXI ст.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Здатність оригінальності та інноваційності в діяльності • Ефективне формулювання думок та ідей шляхом їх чіткого та зрозумілого висловлення та написання • Вміння швидко та ефективно шукати інформацію, критично та компетентно оцінювати інформацію, вміння вірно та творчо використовувати дані для вирішення проблем. • Належне використання цифрових технологій, інструментів та/або комунікаційних мереж для доступу, управління, інтегрування, оцінювання та створення інформаційних даних для успішного функціонування в суспільстві економіки знань. • Використання комп'ютерних технологій • Належна та продуктивна праця разом з іншими. 					
Основні запитання					
Ключове запитання		<i>Що треба для щастя?</i>			
Тематичні запитання		<i>Як стати успішним? Де беруться гроші? Чи знадобиться мені математика у житті? Де краще зберігати кошти?</i>			
Змістові запитання		<i>Що таке відсоток? Які види відсотків ви знаєте? Як нараховуються складні відсотки? Що таке депозит і кредит?</i>			
План оцінювання					
Графік оцінювання					
На початку проекту		Впродовж роботи над проектом		Наприкінці роботи над проектом	
<i>Методи</i>	<i>Інструменти</i>	<i>Методи</i>	<i>Інструменти</i>	<i>Методи</i>	<i>Інструменти</i>
<i>Використовують такі методи оцінювання як опитування; перегляд та обговорення презентації вчителя;</i>	<u><i>Таблиця З-Х-Д</i></u> <u><i>Опитувальник до проекту з навчальної теми "</i></u> <u><i>Відсоткові розрахунки"</i></u>	<i>Використовують для оцінювання учнів наступні методи:</i> <ul style="list-style-type: none"> • консультації (on-line); • продовження роботи з 	<u><i>Таблиця З-Х-Д</i></u> <u><i>Загальні критерії оцінювання проекту</i></u>	<i>Використовують такі методи оцінювання як демонстрація (захист проекту); робота з таблицями; анкетування</i>	<u><i>Таблиця З-Х-Д</i></u> <u><i>Презентація основних питань проекту</i></u>

<p>робота з таблицями. Визначення попередніх знань учнів щодо теми та того, що саме вони знають, відбувається при заповненні ними опитувальників та таблиці З-Х-Д. Учні знайомляться з презентацією основних питань, над якими потрібно буде працювати під час вивчення теми</p>	<p><u>Опитувальник (форма) до проекту з навчальної теми " Відсоткові розрахунки".</u></p> <p><u>Презентація основних питань проекту</u></p>	<p>таблицями ЗХД;</p> <ul style="list-style-type: none"> самостійну роботу учнів з листами оцінювання проекту та кінцевого продукту проекту (само- і взаємооцінювання); робота з опитувальниками до теми. <p>Учні також використовують Форму оцінювання самоспрямування власного навчання та навчання у групі; листи оцінювання проекту та кінцевого продукту проекту (само- і взаємооцінювання). Результати роботи подають онлайн-таблиця оцінювання роботи над проектом.</p>	<p><u>Контрольний список для вікі-сайту</u></p> <p><u>Контрольний список запитань до рефлексії</u></p> <p><u>Контрольний список мультимедійної презентації до проекту</u></p> <p><u>Контрольний список щодо готовності до критичного мислення.</u></p> <p><u>Онлайн-таблиця оцінювання учнів</u></p>	<p>; аналіз онлайн-таблиці та листів оцінювання. Учні разом з учителем переглядають таблицю З-Х-Д оцінюють та самооцінюють, наскільки записи у колонках 2 і 3 можна співставити. Під час виступу з презентацією використовують форму для оцінювання презентації, призначену для учнів, які дають зворотній зв'язок на виступ однолітків з демонстрацією їх проектної групової роботи з математик.</p> <p>Використовують Форму оцінювання проекту з балами для підсумкового оцінювання та лист-контроль оцінювання навичок спільної діяльності</p>	<p><u>Навички 21 століття</u></p> <p><u>Контрольний список для вікі-сайту</u></p> <p><u>Контрольний список запитань до рефлексії</u></p> <p><u>Контрольний список мультимедійної презентації до проекту</u></p> <p><u>Контрольний список щодо готовності до критичного мислення.</u></p> <p><u>Середні класи</u></p> <p><u>Презентація учнів звіту над проектом</u></p> <p><u>Онлайн-таблиця оцінювання учнів</u></p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

				<p><i>роботи в групі та вклад, який зробив кожен учень в роботу групи і наскільки його вклад був цінним. Учні здійснюють рефлексію щодо формування навичок у 21 ст.</i></p>	
--	--	--	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Стислий опис оцінювання

Вчитель планує оцінювання роботи учнів так, щоб:

- використовувати різноманітні стратегії та засоби оцінювання;
- вести оцінювання упродовж всього навчального циклу;
- надавати можливість кількісно оцінювати важливі навчальні цілі для теми;
- залучати учнів до процесу оцінювання.

З метою залучення учнів до процесу оцінювання вчитель має забезпечити учнів наступним:

- чіткими критеріями оцінювання до початку виконання проектів;
- моделями та інструкціями для високоякісної роботи;
- можливостями для здійснення моніторингу (відслідковування ходу) власного просування учнів у навчанні;
- засобами надання конструктивного зворотного зв'язку іншим учням та можливостями отримання оціночної інформації від інших учнів для того, щоб покращити свою виконану роботу і діяльність;
- підтримкою для формування учнями власних нових завдань для їх майбутнього навчання.

На початку проекту використовуються такі методи оцінювання як опитування; перегляд та обговорення презентації вчителя; робота з таблицями.

Інструменти оцінювання:

1. Таблиця З-Х-Д
2. Опитувальник до проекту з навчальної теми " Відсоткові розрахунки"
3. Опитувальник (форма) до проекту з навчальної теми " Відсоткові розрахунки"
4. Презентація основних питань проекту

Впродовж роботи над проектом використовують для оцінювання учнів наступні методи:

- консультації (online);
- продовження роботи з таблицями ЗХД;
- самостійну роботу учнів з листами оцінювання проекту та кінцевого продукту проекту (само-взаємооцінювання);
- робота з опитувальниками до теми.

Учні також використовують Форму оцінювання самоспрямування власного навчання та навчання у групі; листи оцінювання проекту та кінцевого продукту проекту).

Результати роботи подають в онлайн-таблиці для контролю роботи над проектом.

Інструменти оцінювання:

1. Таблиця З-Х-Д
2. Загальні критерії оцінювання проекту
3. Контрольний список для вікі-сайту
4. Контрольний список запитань до рефлексії
5. Контрольний список мультимедійної презентації до проекту
6. Контрольний список щодо готовності до критичного мислення. Середні класи
7. Онлайн-таблиця оцінювання учнів

Наприкінці роботи над проектом використовують такі методи оцінювання як демонстрація (захист проекту); робота з таблицями; анкетування; аналіз онлайн-таблиці та листів оцінювання.

Періодичний перегляд та читання записів та коментарів учнів на сайті чи в групі проекту дозволяє оцінити розуміння учнів і, при необхідності, скеровувати їх навчання в потрібному напрямку.

Інструменти оцінювання:

1. Таблиця З-Х-Д
2. Презентація основних питань проекту
3. Навички 21 століття
4. Контрольний список для вікі-сайту
5. Контрольний список запитань до рефлексії
6. Контрольний список мультимедійної презентації до проекту
7. Контрольний список щодо готовності до критичного мислення. Середні класи
8. Презентація учнів звіту над проектом
9. Онлайн-таблиця оцінювання учнів

Попередні знання та навички

Учні мають знати основні поняття теми «Елементи прикладної математики. Відсоткові розрахунки», вміти розв'язувати задачі з даної теми.

Також мають вміти працювати з публікаціями і презентаціями, і знати основні відомості для роботи з мережею Інтернет, спілкуватися з використанням сервісів мережного навчання; мати навички спільної роботи в команді; володіти основами проведення навчальних досліджень.

Діяльність учнів та вчителя

I етап – підготовчий

Перед початком роботи над проектом вчитель

- створює Презентацію основних питань проекту, де висвітлюються посилання на корисні джерела інформації та інтернет-ресурси, закладки на сайти, які будуть використовуватися в проекті;
- передбачає сторінку для On-line консультацій учнів.

До початку роботи над проектом вчителю потрібно:

- разом з учнями переглянути публікацію "Для чого нам потрібні навчальні проекти?" (частина 1), ;перелік навичок 21 століття;
- розглянути основні терміни та основні поняття до теми, що вивчається;
- перевірити, чи учні знають, як шукати відомості в мережі Інтернет, зберігати її та документувати; здійснити роботу з учнями щодо пошуку та оцінювання ними веб-ресурсів та дотримання законів про авторське право;
- переконатися, що учні попередньо мають відповідні навички роботи з MS Word, MS PowerPoint, MS Publisher, пошуковими серверами, інформацією в Інтернеті (збереження, пошук, перегляд), мають навички створювати блоги, сайти та забезпечити можливості навчання тих, хто таких навичок не має. При потребі можна використати Опитувальник до проекту з навчальної теми " Відсоткові розрахунки" та Опитувальник (форма) до проекту з навчальної теми " Відсоткові розрахунки"

II етап – мотиваційний.

- Перед учнями ставиться ключове питання: Що треба для щастя?. Під час проведення мозкового штурму відбувається його обговорення.
- Визначаються можливі напрями, які могли б дати відповідні набори даних. Обговорюються та оцінюються ідеї учнів, які вони пропонують.
- Вчитель пропонує учням тематичні та змістові питання, які допоможуть учням зрозуміти тему та мету даного проекту.
- Щоб перевірити рівень володіння учнями записами основних математичних понять, а учні усвідомили і оцінили свої попередні знання та з'ясувати, що саме вони знають з теми проект «Гроші породжують гроші», всім класом заповнюють дві перші колонки Таблиці З-Х-Д (знаю – хочу дізнатися).
- Учні формують 4 групи, обирають одну з тем для дослідження; обирають спосіб представлення результату своєї роботи.
- Використовуючи публікацію "Для чого нам потрібні навчальні проекти?" (частина 1), (частина 2), учні пригадують разом з

учителем основні етапи здійснення навчального дослідження: визначення проблеми, формулювання дослідницьких завдань, висунення гіпотез, визначення методів дослідження, проведення дослідження, аналіз отриманих даних, оформлення висновків та кінцевих результатів.

- Вчитель повідомляє, що використовує доступну учням Онлайн-таблиця оцінювання, в якій відображається результат просування кожної групи над дослідженням.
- Проводиться міні-лекція "Авторські права в мережі Інтернет".
- Для оцінювання роботи в групі та вкладу, який вніс кожен учень в роботу групи і наскільки його вклад був цінним, керівники груп отримують лист-контроль «Оцінювання навичок спільної діяльності».

III етап – Конструктивний.

Перший тиждень

Учні, ознайомившись зі своїми тематичними питаннями, протягом першого тижня займаються

пошуком відомостей,

складають план діяльності для впровадження своїх планів,

визначаються зі способом представлення результату роботи та використовують Форми оцінювання самоспрямування у навчанні.

Після цього вчитель проводить рефлексію з учнями та індивідуальні консультації з кожною групою, в тому числі через сайт проекту, коригує їх діяльність, надає певні рекомендації та спрямовує роботу над питанням.

Другий тиждень

Учні працюють над створенням презентацій, веб-сторінок.

I група - Журналісти працюючи в групі створюють опитувальник, збирають, систематизують та узагальнюють інформацію щодо відсоткових ставок по депозитах в різних банках рідного міста.

II група - Науковці за допомогою побудованої математичної моделі розраховують кількість отриманого прибутку у відповідних банках використавши інструкцію до електронної таблиці.

III група - Аналітики аналізують отримані прибутки та роблять висновок, в якому банку їхнього міста необхідно розмістити депозит, щоб отримати максимальний прибуток, який вони зможуть використати для придбання необхідного обладнання для класу.

IV група - Видавці оформлюють результати у формі презентації та інформаційного бюлетня.

Вчитель роздає учням документ Контрольний список мультимедійної презентації до проекту.

Попередньо відбувається обговорення цих форм з керівниками груп, щоб переконатися, що вони розуміють критерії оцінювання перед початком роботи.

Рефлексія та консультації, взаємооцінювання відбувається протягом всієї роботи.

Одним із документів фасилітації є Презентація основних питань проекту.

Учитель у роботі дотримується стратегій фасилітації.

Для забезпечення диференційованого підходу у навчанні вчитель використовує у роботі

доцільні стратегії навчання і оцінювання обдарованих учнів та учнів з обмеженими

можливостями.

IV етап – захист проекту

Перед завершенням роботи учні, використовуючи Критерії оцінювання проекту та кінцевого продукту проекту, перевіряють свою роботу та коригують навчальні потреби.

Кожна група здає вчителю лист-контроль оцінювання самоспрямування роботи у групі; оцінювання навичок спільної діяльності.

У призначений вчителем день захисту проекту під час виступу з презентацією

Використовують форму оцінювання презентації.

Щоб перевірити рівень володіння учнями навчальним матеріалом, відбувається підсумкове оцінювання вмінь і навичок та заповнюється і обговорюється третя колонка таблиці З-Х- Д.

Учні пишуть підсумкову письмову роботу

Диференціація навчання

Учні, що мають проблеми у навчанні	Учням з обмеженими можливостями буде надано додатковий час для виконання окремих завдань, змінені та уточнені цілі навчання, модифіковані завдання, об'єднання в групи за особливими критеріями, календарі із термінами на виконання завдань, адаптовані до їх потреб, спеціальні методи чи технології.
-------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Обдаровані учні	Отримують складніші завдання, що потребують поглибленого вивчення, продовження дослідження споріднених тем на вибір учня, а також довготривалі завдання чи проекти, завдання на синтез, аналіз. Також учні матимуть додаткові завдання, включаючи самостійні дослідження, незалежне самостійне вивчення, різноманітні варіанти.
------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Матеріали та ресурси

Друковані матеріали	1. Мерзляк А.Г. Алгебра 9 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики/ А.Г.Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С.Якір. – Харків: Гімназія, 2017. – 416 с.
----------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	2. Березька К.М. Фінансова математика навчальний посібник / К.М.Березька , В.М.Неміш. – Тернопіль: ТНЕУ, 2010. – 201 с.
Обладнання та канцтовари	Програмне забезпечення, планшети
Інтернет ресурси	1. https://minfin.com.ua/deposits/krivoyrog/ Сайт міністерства фінансів/ Депозити в банках Кривого Рогу https://www.oschadbank.ua/ua/private/deposit/ Депозитний калькулятор
Інші ресурси	Запрошені експерти, учні інших класів, батьки

Посилання на електронний варіант плану роботи над проектом і презентацію основних питань зашифровані в QR-кодах і подані нижче.



План проекту



Презентація основних питань