

**МЕТОДИКА ОЗНАЙОМЛЕННЯ ШКОЛЯРІВ З ПОНЯТТЯМ ФАЗОВОГО ПРОСТОРУ В КУРСІ ФІЗИКИ**

Стаття присвячена методиці формування поняття фазового простору в курсі “Основи комп’ютерного моделювання з фізики” для учнів 9-11 класів технічного та фізико-математичного профілю.

The article is devoted to methodical teaching of phase space in course “Elements of computer modelling in physics” for pupils of 9-11 forms with profound studying of technical, physical and mathematical disciplines.

**1. Постановка проблеми. Досвід попередників**

В останні роки все більшу увагу методистів привертають питання, пов’язані з впровадженням у навчально-виховний процес із фізики засобів електронно-обчислювальної техніки [1; 3; 4; 8; 9]. У відповідних матеріалах здебільшого розглядаються комп’ютерні реалізації сучасного ефективного методу пізнання, що має назву математичне моделювання, тобто комп’ютерні моделі. При цьому зусилля фахівців, як правило, групуються, з одного боку, навколо розробки методик ознайомлення школярів з методологією й технологією самого методу моделювання і з його використанням для розв’язання практичних задач [3; 5; 6; 7]. З іншого боку, далекими від завершення поки що залишаються поодинокі спроби на основі інформаційних технологій модернізувати зміст факультативних курсів фізики, доповнити їх важливими й широкоживаними поняттями, що не знаходили свого відображення внаслідок складності їхньої реалізації традиційними засобами. Зазначимо, що в основному такі проблеми сьогодні ставляться на рівні обговорення.

Нами було проведено дослідження, спрямоване на з’ясування можливостей ознайомлення школярів і студентів молодших курсів з поняттям фазового простору при вивченні коливальних процесів різної фізичної природи. У основу його були покладені матеріали [1; 2; 10]. У [11] описано нашу методику вивчення механічних рухів на основі технології комп’ютерного моделювання. Оскільки згадане видання є широко доступним для викладачів фізики шкіл і педагогічних ВНЗ, то маємо можливість не відтворювати весь поданий там матеріал, а зробимо посилання на окремі його фрагменти. До того ж у [10] описані деякі теоретичні засади зазначеної технології.

**2. Мотивація та перше знайомство**

На заняттях факультативу означений матеріал доцільно розглядати наприкінці вивчення теми “Механічні коливання” (11 клас). На цей момент учні вже повинні вміти виконувати побудову й аналіз коливальних рухів, зокрема, будувати графіки незатухаючих і затухаючих коливань.

Звертаємо увагу на те, що, вивчаючи механічний рух довільної фізичної системи, ми можемо цікавитися тим, яким буде положення окремих її частин у деякий момент часу (головна задача механіки), або тим, коли система прийде у деяке певне положення. Саме так ставиться задача у сферичній астрономії при обчисленні наперед моментів настання затемнень Сонця або Місяця. Схожа задача розв’язується при проектуванні виробничого конвеєра.

Однак можна зацікавитися й іншим: загальним характером руху — тим, наприклад, є він періодичним, чи ні. Саме такий підхід є характерним для *теорії коливань*, на засадах якої буде проводитись весь подальший виклад. Для прикладу можна нагадати, що питання про те, чи може під дією поштовхів сильно розгойдатися міст, вирішується не тим, наскільки вони сильні, а тим, яким є ритм цих поштовхів і скільки часу вони тривають. Інакше кажучи, цікавим є питання про *характер руху, взятого в цілому*. Це означає, що ми бажаємо мати наочне графічне зображення всього руху коливальної фізичної системи, тобто зоб-

раження, що охоплює *усі значення часу  $t$* . Бажано, крім того, відобразити на одній діаграмі все розмаїття рухів, що їх може здійснювати така система.

Найпростішим прикладом механічної коливної системи є вантаж на пружині. Учням відомо, що в такій системі рух вантажу відбувається за законом

$$x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Пропонуємо показати на одній діаграмі  $x$ ,  $t$  всі можливі графіки цієї функції з урахуванням різних початкових умов ( $x_0$  і  $\varphi_0$ ). З *рис. 1* бачимо, що бажаної мети ми не досягаємо. Вийшло щось не зовсім розбірливе: графіки перетинаються між собою і, до того ж, на такій діаграмі можна показати лише кусок кожного графіка внаслідок вимушеного обмеження вісі  $t$  розмірами рисунка. При цьому зрозуміло, що збільшення значень часу  $t$  (продовження вісі абсцис) ніякої принципово нової інформації про процес не дасть, оскільки певні фрагменти графіків будуть всього лише повторюватись.

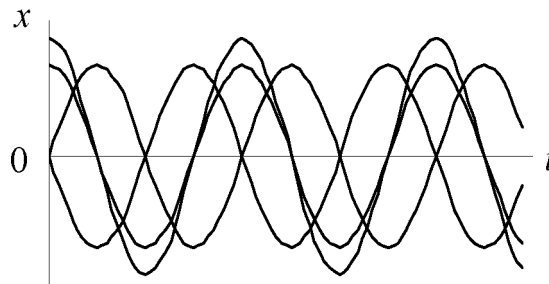


Рис. 1.

Проте ми отримаємо те, чого бажаємо, якщо скористаємось наступним прийомом. Візьмемо декартову систему координат і будемо відкладати на осі абсцис зміщення  $x$ , а на осі ординат — його похідну, тобто швидкість руху  $v$  (ще краще — пропорційну їй величину  $\frac{v}{\omega}$ ). Ці дві величини повністю характеризують

стан тіла, що здійснює коливання (адже за описаної постановки задачі момент часу та прискорення визначаються саме зміщенням  $x$ ). Тому будь-яка точка на площині змінних  $x$ ,  $\frac{v}{\omega}$  зображує стан системи. Таку точку називають *зображуючою точкою*. Оскільки стан системи іноді називають фазою, площину  $x$ ,  $\frac{v}{\omega}$  називають *фазовою площиною*. Коли вантаж на пружині здійснює коливання, його швидкість змінюється, зображуюча точка переміщується по фазовій площині.

Далі пропонуємо обчислити вираз  $\frac{v}{\omega}$ . Виконавши це завдання, учні отримають вираз  $\frac{v}{\omega} = -x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$ .

Розглянемо одночасно систему рівнянь  $x = x_0 \times \cos(\omega t + \varphi_0)$  і  $\frac{v}{\omega} = -x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$ . Вони є параметричними рівняннями лінії (траєкторії), вздовж якої переміщується зображуюча точка на фазовій площині, параметром є час  $t$ . Нагадуємо, що параметр легко

виключити, підносячи кожне з рівнянь до квадрату і далі додаючи їх. Це дає:

$$x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = x_0^2,$$

тобто отримуємо рівняння кола з радіусом, що дорівнює амплітуді  $x_0$  (рис. 2, а).

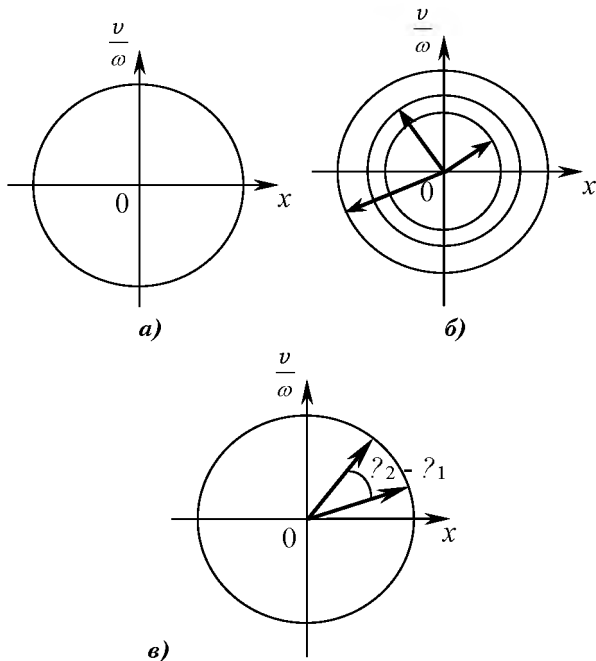


Рис. 2.

Далі проводимо аналіз інших можливих ситуацій. Коливанням з різними амплітудами відповідає сімейство концентричних кіл з центром у початку координат (рис. 2, б).

Коливанням з однаковими амплітудами, але з різними фазами відповідає рух зображуваних точок уздовж одного кола, але при цьому в однакові моменти часу зображуючі точки займають різні положення. Різниця фаз дорівнює кутів між відповідними радіусами-векторами зображуваних точок у однакові моменти часу (рис. 2, в).

Наш підхід у повній мірі відповідає головному принципу математичного моделювання — *принципу множинності математичних моделей*: оскільки при використанні будь-якої конкретної моделі пізнаються лише деякі сторони реальності, то для більш повного її вивчення необхідною виявляється сукупність моделей, що дозволяють з різних боків і з різним ступенем деталізації відображувати об'єкт дослідження.

Увагу учнів слід також звернути на той факт, що фазовий простір (у даному випадку двовимірний) не має нічого спільного з реальним простором (координатною площиною XOY). Так само траєкторія руху зображуваної точки (фазова траєкторія, фазовий портрет) не є траєкторією руху реального тіла. Тут має місце та сама учбова ситуація, що й при розгляді графіка руху  $x = x(t)$ , який також не є траєкторією руху.

### 3. Практичні реалізації фазових діаграм для вивчення коливальних процесів

Згідно з [11] у ролі робочого середовища обираємо електронні таблиці.

#### 3.1. Незатухаючі коливання

У відповідності з рис. 6 [11] спочатку створюємо електронну таблицю, але не на 8, а на 6 стовпців (стовпці E і F не будуть потрібні). Для побудови графіка залежності  $\frac{v}{\omega} = f(x)$  — фазової траєкторії — слід вра-

хувати, що  $\omega = \sqrt{k/m}$ . Тому після стовпця D таблиці вставимо допоміжний стовпець для значень  $\frac{v}{\omega}$ . Саме ж значення  $\omega$  помістимо в комірку G9, вміст якої становитиме таблична формула  $=(G6/G5)^{0.5}$ . Значення комірки E2 обчислимо за формулою  $=C2/G\$9$ , після чого її вміст скопіюємо у всі наступні комірки стовпця E.

Нижче наведено остаточний вигляд таблиці.

Таблиця 1

	A	B	C	D	E	F	G
1	t	$a_x$	$v_x$	x	$v_x/\omega$	Дано:	
2	0,0	-4,000	0,000	0,0100	0,000	$x_0, \text{м} =$	0,01
3	0,01	-4,000	-0,020	0,0098	-0,001	$v_{0x}, \text{м/с} =$	0
4	0,02	-3,920	-0,059	0,0092	-0,003	$\Delta t, \text{с} =$	0,01
5	0,03	-3,683	-0,096	0,0082	-0,005	m, кг =	0,1
6	0,04	-3,299	-0,129	0,0070	-0,006	k, Н/м =	40
7	0,05	-2,783	-0,157	0,0054	-0,008	r, кг/с =	0
8	0,06	-2,156	-0,178	0,0036	-0,009		
9	0,07	-1,442	-0,193	0,0017	-0,010	$\omega, \text{с}^{-1} =$	20
...	...	...	...	...	...		

Виділивши стовпці D і E, будемо відповідний

графік  $\frac{v}{\omega} = f(x)$ .

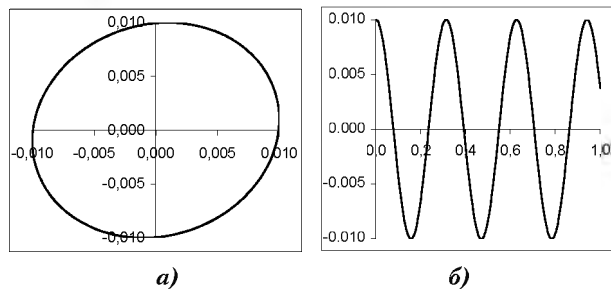


Рис. 3. а) графік залежності  $\frac{v}{\omega} = f(x)$  для незатухаючих коливаний; б) для порівняння — графік залежності  $x = x(t)$

#### 3.2. Коливання, що затухають при дії сили опору, пропорційної до швидкості руху

Весь необхідний тут матеріал розміщений у першій частині розділу 3 статті [11]. Залишається лише виконати процедуру, описану в п. 3.1 стосовно створення і заповнення стовпця E.

Відповідні діаграми подані на рис. 4.

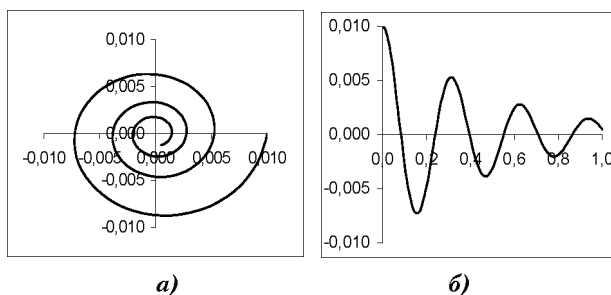
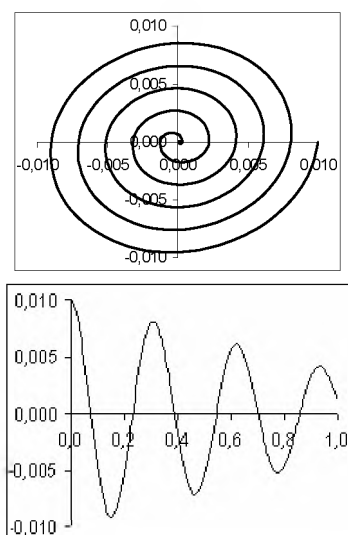


Рис. 4. а) фазовий портрет коливаний, що затухають при дії сили опору, пропорційної до швидкості руху; б) для порівняння — відповідний графік залежності  $x = x(t)$ .

#### 3.3. Коливання, що затухають при дії сили сухого (кулонівського) тертя

Всі побудови виконуються у відповідності з другою частиною розділу 3 із [11] і за аналогією з п. 3.2.



**Рис. 5.** Фазовий портрет коливань, що затухають при дії сили сухого тертя, для порівняння – відповідний графік залежності  $x = x(t)$ .

#### 4. Порівняльний аналіз результатів обчислювального експерименту (за рис. 3-5)

4.1. Ознакою незатухаючих коливань на фазовій площині є замкнута траєкторія руху зображуючої точки (рис. 3).

4.2. Якщо коливання відбуваються внаслідок дії сили опору, пропорційної до швидкості руху ( $F_{op} = -rv$ ), то, як відомо, послідовність значень амплітуди утворює спадаючу геометричну прогресію (рис. 4). Які точки перетинає фазова траєкторія після кожного повного коливання тіла?

**Відповідь.** Зображуюча точка починає переміщуватись на фазовій площині від вісі абсцис ( $x = x_0$ ,  $x > 0$ ). Наступний перетин фазової траєкторії з віссю абсцис в області  $x > 0$  відповідає черговому значенню амплітуди, тобто завершенню чергового періоду.

З обох графіків (а і б) тут видно, що рухоме тіло за час спостереження здійснило трохи більше, ніж три повних коливання.

4.3. При дії на коливне тіло сили сухого тертя ( $F_{тр} = -\mu N$ ) відбувається затухання коливань, причому, послідовність значень амплітуди утворює спадаючу арифметичну прогресію (рис. 5). Чи однакові кількості повних коливань, зображених на рисунках а) і б)? Чим це може бути зумовлено?

**Відповідь.** На фазовій площині зображено більшу кількість повних коливань, що відповідає більшому часові руху. При однакових значеннях інтервалу часу  $\Delta t$  рис. 5 а побудований для більшої кількості пар даних.

Чи зміниться розмір цього рисунка при збільшенні часу спостереження?

#### Висновки:

1. Дослідна перевірка запропонованої методики показала, що учні 11 класу, які систематично вивчали факультативний курс “Основи комп’ютерного моделювання з фізики”, свідомо й зацікавлено сприймають поданий вище навчальний матеріал і здатні застосовувати відповідний понятійний апарат для подальшого вивчення коливальних процесів.

2. Ми завжди наголошуємо на необхідності адекватного використання комп’ютера: лише у тих ситуаціях, де без нього неможливо або дуже погано обійтись. Значне заощадження навчального часу, можливість виконати дослідження математичної моделі фізичного явища шляхом обчислювального експерименту, швидка побудова графіків функціональної залежності – ось далеко неповний перелік переваг комп’ютерного навчання.

#### Список використаних джерел

1. Бугайов О.І., Коваль В.М. Комп’ютерна підтримка курсу фізики в середній школі: реальність і перспективи // Фізика та астрономія в школі. – 2001. – № 3. – С. 17.
2. Бугаєнко В.О., Триус Ю.В., Яришч Ю.О. Лінійні динамічні системи і їх комп’ютерне моделювання. / Зб. наук. праць: Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання / Ред. кол. – К.: “Комп’ютер у школі та сім’ї”. – 1998. – С. 62-70.
3. Верник А.Н. Моделирование фундаментальных физических опытов на ЭВМ // Фізика в школі. – 1987. – № 3. – С. 44.
4. Жук Ю.О. Викладання фізики і нові інформаційні технології навчання // Фізика та астрономія в школі. – 1997. – № 1. – С. 13-18.
5. Зеленський О. Комп’ютерне моделювання як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів // Фізика та астрономія в школі. – 2000. – № 1. – С. 8-10.
6. Кобель Г.П. Моделирование как засіб активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках фізики (на матеріалі молекулярної фізики): Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук. – К., 1995.
7. Островская Е.М. Моделирование на компьютере // Информатика и образование. – 1998. – № 8.
8. Сільвейстр А.М. Комп’ютер як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів // Фізика та астрономія в школі. – 2001. – № 3. – С. 10-12.
9. Сільвейстр А.М., Сумський В.І. Дидактична ефективність застосування ЕОМ під час вивчення нового матеріалу // Фізика та астрономія в школі. – 1998. – № 3. – С. 17.
10. Теплицький І.О. Факультативний курс “Основи комп’ютерного моделювання”. Зб. наук. праць Кам’янець-Подільського держ. пед. ун-ту: Серія педагогічна: Дидактики дисциплін фіз.-мат. освітніх галузей. – Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський держ. пед. ун-т, інформаційно-видавничий відділ, 2002. – Вип. 8. – С. 210-217.
11. Теплицький І.О., Семеріков С.О. Комп’ютерне моделювання механічних рухів у середовищі електронних таблиць. Частина 1. Механічні коливання // Фізика та астрономія в школі. – 2002. – № 5. – С. 40-46.