Міністерство освіти і науки України
Криворізький національний університет

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Збірник наукових праць
Випуск XI

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ КМІ
2013

УДК 372.851:[378+373]

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць. Випуск XI : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ КМІ, 2013. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – 200 с.

Збірник містить статті з різних аспектів дидактики математики і проблем її викладання у ВНЗ та школі. Значну увагу приділено питанням розвитку методичних систем навчання математики, застосування інноваційних технологій навчання математики, формування предметних математичних компетентностей майбутніх фахівців.

Для студентів вищих навчальних закладів, аспірантів, наукових та педагогічних працівників.

Друкується згідно з рішенням ученої ради Криворізького металургійного інституту ДВНЗ «Криворізький національний університет», протокол №6 від 21 лютого 2013 р.

КОМПОНЕНТИ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ ЕВРИСТИЧНОГО ФОРМУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПОНЯТЬ

О. В. Амброзяк
м. Черкаси, Черкаський національний університет
ім. Богдана Хмельницького
Olga27_1989@ukr.net

Основною ідеєю реформування освіти національної школи України є гуманізація і демократизація навчально-виховного процесу, основа яких – розвиток особистості учня, його здібностей, можливостей та інтересів, залучення школярів до творчої діяльності та розвиток її в процесі навчання математики. Орієнтація навчання на особистий розвиток, варіативність та відкритість школи потребують переосмислення всіх факторів, від яких залежить якість навчально-виховного процесу, в тому числі змісту, методів, форм та засобів навчання.

Пріоритетним завданням базової математичної освіти є розвиток мислення школярів до рівня, який би допоміг їм стати компетентними фахівцями у відповідній галузі, оволодіти вміннями використовувати отримані знання для здобуття вищої освіти, для самостійного інтелектуального збагачення, узагальнення й систематизації знань, для вирішення практичних проблем у реальному житті. Важливою умовою розв’язання цих завдань є формування в учнів евристичних умінь.

Проблемі розвитку творчого мислення учнів присвячені дисертації О. К. Артемова, С. Є. Яценко, Д. В. Клименченко, Е. Е. Жумаєва, Л. Я. Федченко, І. Я. Василенко, Й. Н. Іванова, Л. З. Кареліна, Т. М. Міракової, Н. А. Тарасенкової та інших.

Різні аспекти розвитку продуктивного мислення учнів у процесі навчання математики досліджували Т. В. Пивоварчук, С. П. Семенець, О. С. Чашечникова, В. І. Таточенко та інші.

Проблемі створення системи задач для розвитку творчого мислення учнів основної школи присвячені дисертації Е. Е. Жумаєва, Й. Н. Іванова, Л. З. Кареліна, Т. М. Міракової, А. Ю. Карлащук, І. А. Горчакової та інших.

Зазначена проблема розробляється і зарубіжними дослідниками, зокрема, С. Папертом, Л. Терманом, Л. Холлінвесом, Р. Стренгом, П. Уітті, Т. Уістоном, Ф. Уілсоном, Н. Маршаллом, К. Бешером, Е. Райбісом та іншими.

Дослідженню проблеми формування та розвитку математичних понять, зокрема геометричних, присвятили свої праці З. І. Слєпкань, Н. А. Тарасенкова, Б. І. Аргунов, О. В. Кужель, І. Н. Антіпов, Л. О. Черних, Л. С. Шварцбурд, В. В. Нікітін, А. А. Єфімчук, Т. В. Автомонова, Г. П. Бевз, Н. Д. Мацько, А. Я. Чебикін та ін.

Незважаючи на велику кількість досліджень, залишається поза увагою науковців проблема формування саме геометричних понять як специфічної форми мислення шляхом впровадження евристичної діяльності.

У дослідженнях науковці вказують на необхідність використання евристичних прийомів, методів, схем під час навчання геометрії. Віддаючи належне напрацюванням, здійсненим у галузі математики, слід зауважити, що проблема формування геометричних понять шляхом організації евристичної діяльності досліджена недостатньо. Традиційна технологія процесу формування геометричних понять заснована на методиці навчання математики, де досить добре досліджено і виділено етапи формування понять. Але вказаний процес не може бути алгоритмізованим в усіх деталях. Він потребує творчого підходу, реалізації за допомогою задач, розв'язування яких базується на використанні різноманітних евристик.

Крім того, необхідність розробки даної проблеми зумовлена відсутністю розробленої методики використання евристичних прийомів при вивченні геометрії для формування геометричних понять, складністю для сприйняття та усвідомлення учнями геометричних понять як специфічної форми мислення, можливістю розвитку творчої, нестандартно мислячої особистості за рахунок використання евристичної діяльності в процесі формування геометричних понять, можливістю забезпечення наступності при вивченні геометрії.

Реалізацію означеної мети ми вбачаємо в створенні такої методики, яка б дала можливість учителям організовувати евристичну діяльність учнів у процесі формування геометричних понять, яка, у свою чергу, забезпечує формування евристичних умінь школярів та розвиток творчої особистості. Тобто, необхідно показати вчителю, як давати учням не тільки деякий компонент геометричних фактів (готові означення, властивості, ознаки поняття), але й організовувати самостійний пошук нових закономірностей, керувати розвитком їхньої математичної інтуїції, знайомити з евристичними прийомами самостійного цілеспрямованого пошуку та відкриття нових геометричних понять та їх властивостей, тобто з прийомами, що не залежать від того, до якого розділу шкільної програми та якого типу вони належать.

Відправною точкою у процесі побудови нашої методичної системи є визначення цілей навчання формуванню геометричних понять. Ми вважаємо, що поряд з цілями засвоєння учнями змісту геометричних знань варто виділяти цілі, що передбачають засвоєння ними способів дій

– оволодіння евристичною діяльністю в процесі формування геометричних понять та організаційних якостей – планування навчального процесу, здійснення самоконтролю та регуляції своєї діяльності.

Отже, система цілей евристичної діяльності під час формування геометричних понять визначається її компонентами: мотиваційними, змістовними, організаційними та методичними. На основі перерахованих складових визначимо систему дидактичних цілей, що містить у собі:

– засвоєння учнями елементів математичних знань, зокрема геометричних понять, теорій;

– розвиток математичного мислення;

– оволодіння навчальними евристичними вміннями;

– формування позитивних мотивів евристичної діяльності;

– ознайомлення з методологією геометрії як науки і науковими методами пізнання;

– формування високого рівня самоорганізації учнів;

– формування умінь виконувати обробку інформації;

– розвиток основних розумових операцій шляхом вивчення геометричних понять;

– розвиток умінь здійснювати експериментально-дослідницьку діяльність;

– озброєння учнів методами засвоєння навчального матеріалу;

– формування умінь приймати оптимальне рішення, орієнтуватися у складних ситуаціях;

– розвиток інтелектуальних рис особистості та її творчих якостей.

Іншими словами, методична система спрямована на формування та розвиток особистості учня, особливо його творчих здібностей та здатність жити в сучасному динамічному суспільстві.

У процесі побудови методичної системи спираємося на вимоги до змісту математичної освіти, запропонованої М. І. Бурдою [1], зокрема на пріоритетність розвивальної функції навчання, що здійснюється шляхом реалізації діяльнісного підходу й сприяє інтенсифікації навчального процесу. Так, створення педагогічних ситуацій, які стимулюють самостійне відкриття учнями математичних фактів та геометричних понять замінюють використання готових знань та змінюють зміст навчання шляхом вибору та генерації власних освітніх продуктів.

У зміст навчання геометрії ми включаємо систему евристично орієнтованих задач, визначених Ю. О. Палантом [2], метою якої є сприяння процесу управління формуванням евристичної діяльності учнів. В основі побудови, запропонованої нами системи, лежать набори загальних і спеціальних евристик за класифікацією О. І. Скафи [4].

Ця система задовольняє наступним вимогам:

– повноти представлення евристик;

– доцільності співвідношення між евристичними та логічними компонентами на кожному етапі навчання;

– можливого осмислення головних математичних ідей шляхом виведення інтуїтивних міркувань на рівень осмислених логічних процесів за схемою «передзнання» – формалізація – «післязнання», забезпечення мотивації цього переходу;

– забезпечення широти орієнтовної діяльності;

– спрямуванню на «відкриття».

Зміст навчання детермінує методи навчання (як навчати). Оскільки в процесі цілепокладання ми робимо акцент на формуванні і розвитку в учнів творчого, евристичного мислення, тому і методи мають відповідати певним критеріям, тобто методи навчання мають розвивати математичну інтуїцію, прищеплювати навички самостійного пошуку нових знань, ознайомлювати із загальними підходами самостійної цілеспрямованої генерації нових знань.

Спиратимемося на діяльнісний підхід, що передбачає активізацію евристичної діяльності учнів, тому за основу візьмемо класифікацію методів навчання, запропоновану І. Я. Лернером та М. М. Скаткіним [3], вибравши ті, які більшою мірою сприяють організації евристичного формування геометричних понять:

– пояснювально-ілюстративний;

– репродуктивний;

– проблемне викладання навчального матеріалу;

– частково-пошуковий або евристична бесіда;

– дослідницький метод.

Пояснювально-ілюстративний метод полягає в тому, що вчитель повідомляє готову інформацію різними способами, а учні сприймають, усвідомлюють та фіксують її в пам’яті. До цього методу науковці відносять розповідь, лекцію, пояснення, бесіду, роботу з підручником, демонстрацію кіно та діафільмів тощо. Важливою методичною вимогою до вказаного методу є забезпечення саме активного усвідомленого сприйняття інформації вже на початковому етапі засвоєння знань. Так, учитель за допомогою вміло поставлених запитань спонукає учнів до активного відтворення викладеного матеріалу з метою більш глибокого його осмислення та засвоєння. Учні повинні бути активними співучасниками пояснення, розповіді, лекції вчителя, саме це говорить про їхню активну розумову діяльність. Уже на першому етапі засвоєння знань потрібно навчати порівнювати нову інформацію із раніше засвоєною, виділяти в ній головне, істотне, аналізувати. Метод передбачає активне залучення в навчальний процес наочності, а це є важливою умовою розвитку евристичного мислення учнів на першому рівні. Знання, одержані в результаті застосування пояснювально-ілюстративного методу, необхідні для наступних дій в організації та управлінні евристичною діяльністю.

Репродуктивний метод навчання передбачає відтворення й повторення способу діяльності за завданням вчителя. Цей метод стає у нагоді учням на етапі засвоєння означення поняття, у момент, коли вони співвідносять об'єкт, заданий за умовою задачі, з тими, про який іде мова на уроці. Крім того, під час формування понять, що відносяться до одного роду, учні самостійно відкривають нові поняття, користуючись вказаним методом.

Варто підкреслити, що репродуктивний метод навчання є необхідним навіть тоді, коли за головну мету ставиться розвиток творчих здібностей учнів, їхнього евристичного мислення, адже він забезпечує необхідний мінімум знань та способів дій, а також деяку автоматизацію головних операцій під час вивчення програмового матеріалу.

Необхідно, щоб повідомлення учням нової інформації було жвавим і захоплюючим. Особливого значення для підвищення ефективності навчання репродуктивними методами в розвитку евристичного мислення учнів набуває організація самостійної роботи учнів за підручником та науково-пошуковою літературою, у процесі якої вони мають усвідомити не тільки логічні та пізнавальні зв'язки в новому матеріалі, але й евристичні прийоми, які використовуються під час самостійного здобування знань: індукція та дедукція, аналіз і синтез, порівняння, узагальнення, класифікація. Головним є те, що репродуктивний метод повинен сприяти засвоєнню способів діяльності учнів, а не тільки змісту навчання.

Охарактеризовані методи найчастіше використовуються в практиці сучасної класичної школи, оскільки вони розкривають перед учнями знання, формують в них навички та уміння, закладають та розвивають основні розумові операції. Таким чином, ми можемо констатувати, що пояснювально-ілюстративний та репродуктивний методи є підґрунтям для здійснення евристичної діяльності, тобто є її необхідною складовою. Але в той же час, вони є недостатніми, оскільки лише їх можливості не дають змоги розвивати творчий потенціал учнів на належному рівні, формувати математичне та евристичне мислення, що і є нашою головною метою. У зв'язку з цим виникає потреба використовувати методи проблемного навчання, зокрема проблемний виклад матеріалу. Цей метод характеризується тим, що вчитель ставить проблему, сам її вирішує, але при цьому вказує шлях розв'язання в реальних або доступних учням суперечностях, в організації евристичної діяльності учнів у процесі формування геометричних понять Наприклад, вчитель може сформулювати учням задачу, розв'язання якої зводитиметься до використання властивостей невідомої раніше геометричної фігури та її властивостей. Зрозуміло, що учні не можуть самостійно впоратись із таким завданням, але в них відбувається активізація пізнавальної діяльності за рахунок підвищення інтересу перед невідомим. Вчитель пояснює і формує поняття фігури, ставлячи при цьому певні проблемні запитання учням з метою їх зацікавлення, глибшого розуміння та усвідомлення методу наукового пошуку. Таким чином, вчитель показує зразки наукового пізнання формування поняття, а учні слідкують за його логікою, засвоюють етапи та прийоми такого формування.

Особливістю цього методу є здобування й аналіз ряду додаткових знань, придбання навичок зі збору, впорядкування, аналізу та передачі інформації.

Корисними є завдання із завершеного дослідження об'єкта, самостійно знаходити й обґрунтувати властивості або ознаки поняття. Така діяльність спонукає учнів викладати свої думки, виражати сумніви, мотивувати їх, критично ставитись до суджень, критикувати варіанти думок, будувати власну логіку міркувань. Виконання такої діяльності готує учнів до активного запровадження евристичної діяльності та сприяє більш легкому її сприйняттю.

Отже, передбачаючи в наступному перехід до евристичної діяльності, виконання самостійних досліджень, учитель у процесі реалізації проблемного викладу обов'язково повинен акцентувати увагу учнів на тих чи інших методах доведень, методах діяльності, прийомах і готових схемах дій, з метою їх усвідомленого сприйняття учнями та активного використання в подальшому вивченні предмета.

Проблемний метод навчання шляхом озброєння окремими методами наукового дослідження готує учнів до здійснення самостійних пошуків. Але в цей час в учнів виникають утруднення з вибором необхідного методу та процесом розчленування та виділення етапів дослідження. Таким чином, для залучення учнів до самостійного введення та дослідження геометричних понять, спершу їх необхідно навчити виконувати окремі кроки розв'язування – етапи дослідження та доведення. Для реалізації цих завдань найкраще використовувати частково-пошуковий метод або евристичну бесіду.

Вона навчає учнів бачити проблему, ставити запитання, робити висновки із фактів, висувати гіпотези, будувати план розв'язання. Метод передбачає поділ складної задачі на серію доступних підзадач, що наближає розв'язання основної задачі, побудову евристичної бесіди, що містить взаємопов'язані запитання, кожне з яких є кроком на шляху до вирішення проблеми й більшість яких вимагають від учнів не тільки відтворення набутих знань, але й здійснення невеликого пошуку. Метод евристичної бесіди безпосередньо націлює учнів на активну самостійну евристичну діяльність, активізує наявні знання, навчає здійснювати самоконтроль у процесі виконання деякого кроку розв'язання, а отже, і безпосередньо впливає на продуктивність евристичної діяльності та визначає її.

Оскільки евристична діяльність передбачає пізнавальну та творчу діяльність, в результаті якої учні самостійно оволодівають знаннями, тому зрозумілим стає активне використання дослідницького методу навчання в процесі евристичного формування геометричних понять. Головне мета цього методу полягає в самостійному оволодінні учнем знаннями, уміннями досліджувати предмет чи явище, робити висновки, а одержані самостійно знання й навички вміти застосовувати на практиці. Сутність дослідницького методу можна визначити як спосіб організації пошукової евристичної діяльності під час вирішення нових проблем та самостійної постановки проблем учнем. Серед найважливіших етапів, якими мають оволодіти учні можна виділити спостереження та вивчення фактів, виявлення незрозумілих явищ, що підлягають дослідженню (постановка проблеми), висунення гіпотез, побудова плану дослідження, реалізація плану, перевірка розв'язання, практичні висновки про можливість та необхідність застосування одержаних знань. Методичною вимогою під час застосування дослідницького методу є побудова таких завдань, які забезпечили б творче застосування учнями основних знань (ідей, понять, методів пізнання) у процесі розв'язування основних, доступних їм проблем курсу, оволодіння методами творчої діяльності, поступове зростання складності розв'язуваних учнями проблем. Завдання вчителя – спонукати учнів самостійно формулювати означення, висновки, правила із наступним колективним виправленням недоліків і помилок. Такий навчальний процес виховує гнучкість мислення, здатність учня відходити від уготованих шляхів, від шаблону в міркуваннях і висновках, отже, більшою мірою сприяє евристичній діяльності, у ході якої необхідно досягати самостійності учнів під час виконання ними дослідницьких завдань.

Евристичний метод навчання полягає у тому. що учитель підводить учнів до самостійного відкриття знань, самостійного формування означень, властивостей, ознак, замість готового повідомлення знань.

У своїй методичній системі ми будемо використовувати такі евристичні методи, як: 1) метод суттєвого, символьного та образного бачення, 2) метод евристичних питань, 3) метод фактів, 4) метод евристичного дослідження, 5) метод конструктивних понять, 6) метод конструювання теорій, 7) метод «мозкового штурму», 8) метод морфологічного ящика.

Метод евристичного дослідження полягає в тому, що обирається об’єкт дослідження (наприклад, рівнобедрений трикутник). Учням пропонується самостійно дослідити заданий об’єкт за наступним планом: мета дослідження (визначити властивості рівнобедреного трикутника) – план роботи – факти про об’єкт – досліди, моделі дослідів, нові факти – виниклі питання й проблеми – версії дослідів, гіпотези – рефлексивні судження й результати – висновки.

Метод евристичного спостереження. Водночас з отриманою від учителя інформацією багато учнів у процесі спостереження бачать й інші особливості спостережуваного об’єкта, тобто добувають нову інформацію та констатують нові знання (наприклад, спостерігаючи за розв’язанням задачі про площину многокутника та точку, яка їй не належать, рівновіддалену від сторін або вершин многокутників, в 10-ому класі, учні бачать піраміду, вершина якої має властивості, зазначені в задачі, вони готові до виведення цілого ряду наслідків для піраміди, яка вивчається в 11-ому класі).

Метод А. Ф. Осборна колективної «мозкової атаки» або «метод мозкового штурму». Основна задача методу – зібрати якнайбільше різноманітних ідей. Принципи й правила цього методу: абсолютна заборона критики ідей, запропонованих учасниками, схвалення всіх можливих реплік, ідей, аналіз проблемних ситуацій і оцінка ідей, генерації контрідей.

Метод морфологічного ящика. Знаходження (виведення) нових, оригінальних ідей (наслідків) шляхом співставлення різних комбінацій відомих та невідомих елементів (наприклад, співставлення різних комбінацій елементів паралелограма та паралелепіпеда при вивченні теми «Призма»).

Особливу увагу в процесі евристичного формування геометричних понять слід відвести евристичним підказкам, які надаються учням всередині процесу розв’язання в момент найбільшого розумового напруження. Вчитель повинен контролювати цей стан учнів та надавати навідні підказки лише після того, як учні попрацювали над проблемою, не знайшли способу її вирішення, але ще не втратили бажання закінчити завдання. Такі орієнтири допомагають учням творчо розвиватися, максимально активно залучатися до розв’язання поставленої проблеми. Спираючись на систему евристичних прийомів, які будемо використовувати при формуванні геометричних понять, у своєму дослідженні будемо застосовувати такі евристичні «підказування», до складу яких входять як загальні, так і спеціальні евристики:

– загальні евристичні орієнтири (правила-орієнтири; правила-поради; евристичні схеми, стратегії і т. ін.);

– специфічні евристичні орієнтири (досліджуй по частинах, перебери можливі варіанти, нарисуй картинку, формулюй еквівалентну проблему, модифікуй, скористайся симетрією, підрозділяй на випадки, узагальнюй і т. ін.);

– евристичні приписи (евристичні питання, евристичні поради, евристичні вказівки-поради);

– діалогічні концентри (розвиток сократівського діалогу та інші).

У процесі формування геометричних понять досить ефективним є метод гіпотез, який полягає в тому, що учням пропонується сконструювати версії відповідей на поставлене питання або проблему, наприклад, сформулювати означення певного невідомого раніше об'єкта, визначити його властивості. Для цього формулюються вихідні позиції або точки зору на проблему, засвоюється різнонауковий підхід до конструювання гіпотез. Після цього учні намагаються повно й чітко, а головне, аргументовано, формулювати варіанти своїх відповідей.

Звичайно, як учнівський контингент, так і вчитель у процесі здійснення евристичної діяльності під час висування різноманітних гіпотез не можуть бути впевненими в їх достовірності. Тому особливої ролі набуває метод помилок, який передбачає зміну негативного ставлення до помилок, заміну його на конструктивне використання помилок для поглиблення освітніх процесів. Так, будь-яка гіпотеза має право на існування незалежно від того, істинна вона чи хибна. У багатьох випадках розгляд неправильних означень, контрприкладів та їх розбір допомагають значно краще усвідомити матеріал, внутрішні зв'язки в ньому, ніж набір правильних теорій та тверджень. Така ситуація обумовлена тим, що увага до помилки може акцентуватися не тільки з метою її виправлення, але й для з'ясування причин зробленої помилки, способів її усунення. Відшукання взаємозв'язків помилки з «правильністю» стимулює евристичну діяльність учнів, приводить їх до розуміння відносності та варіативності будь-яких знань.

Під час формування понять слід використовувати сукупність перелічених методів навчання, оскільки вчитель пам'ятає, що учень має власний життєвий досвід з приводу того чи іншого поняття, відкидання якого може призвести до утворення складних помилок. Так, під час уведення поняття учні усвідомлюють об'єкт, його місце в навколишньому світі, внаслідок чого відбувається зв'язок геометрії як науки з матеріальним світом. Отримані на цьому етапі знання про поняття є досить міцними, оскільки вони спираються на власний життєвий досвід з одного боку, а з іншого боку – ці знання здобуті в результаті власної освітньої діяльності, тобто праці. Тому особливу увагу слід приділити практичній значимості відомостей, проблемних завдань, зробити їх цікавими для школярів, наповнити актуальним змістом. Ефективним засобом організації розв’язання таких евристичних задач ми вважаємо усну роботу з використанням евристичної бесіди. На уроках геометрії це може бути розв’язування задач за готовими рисунками з аналізом умови й вимог задачі або складання опису геометричних понять за загальними чи окремими основними характеристиками. Організація усного обговорення достатніх характеристик, за якими можна визначити поняття, дає можливість кожній дитині висловитися, коли в результаті вільної дискусії народжується визначення, ознака.

Отже, побудована таким чином методична система евристичного формування геометричних понять дає змогу вчителеві розвивати творчість особистості та його високий інтелектуальний рівень, готувати учня до життя в сучасному динамічному суспільстві. Формування геометричних понять через призму евристичного навчання допомагає школярам оволодівати знанням не лише геометричних фактів, але і загальними способами пізнання навколишнього світу, озброює учнів прийомами основних розумових дій, які можна використовувати у будь-якій галузі людської діяльності. Отже, евристичне навчання відкриває величезні можливості для сучасної системи освіти.

Список використаних джерел

1. Бурда М. І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти / М. І. Бурда // Педагогіка і психологія. – 1996. – № 1. – С. 40–45.

2. Палант Ю. О. Евристичні лінії у шкільному компоненті / Ю. О. Палант, О. В. Хорольська, А. Ю. Карлащук // Евристики та дидактика точних наук. – 1998. – Вип. 9. – С. 4–6.

3. Скаткин М. Н. О методах обучения / М. Н. Скаткин, И. Я. Лернер // Советская педагогика. – 1965. – № 3. – С. 32.

4. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология : монография / Е. И. Скафа. – Донецк : ДонНУ, 2004.– 439.

ЕЛЕКТИВНІ КУРСИ В СИСТЕМІ ПІДГОТОВКИ УЧНІВ У КЛАСАХ З ПОГЛИБЛЕНИМ ВИВЧЕННЯМ МАТЕМАТИКИ

В. В. Ачкан[α], К. І. Семенова[β]
Україна, м. Бердянськ, Бердянський державний педагогічний університет
[α] v_achkan@ukr.net
[β] kat_semenova@inbox.ru

Постановка проблеми. Сучасний етап розвитку суспільства зумовлює необхідність переходу школи до нової освітньої парадигми, де на перший план виходять інтереси учня, розвиток його здібностей і потенціалу, задоволення індивідуальних запитів і освітніх потреб. Сьогоднішня реформа школи, викликана інформатизацією суспільства, спрямована на гуманізацію освіти, ставить перед школою основне завдання – підготувати школяра до повсякденного життя в сучасному інформаційному суспільстві.

Поглиблене вивчення математики знаходить своє відображення в загальноосвітньому курсі вивчення цього предмету в процесі поглиблення, розширення, застосування отриманих знань на практиці. Елективні курси є успішним і доцільним способом реалізації такої діяльності. Усе вищезазначене робить актуальною проблему впровадження елективних курсів у класах з поглибленим вивченням математики.

Аналіз публікацій. Елективні заняття в теоретичному плані стали об'єктом дослідження багатьох учених, але змістове наповнення факультативних занять у старшій школі в класах з поглибленим вивченням математики залишається недосконалим і невпорядкованим.

Мета статті: розкрити деякі методичні аспекти проведення елективних курсів у класах з поглибленим вивченням математики; запропонувати орієнтовне планування двох елективних курсів.

Виклад основного матеріалу. Профільне навчання покликане забезпечити поглиблену підготовку старшокласників з обраних дисциплін, полегшити орієнтацію у виборі профілю навчання, сприяти соціалізації випускників, дотримуючись принципу індивідуалізації, тобто розширити можливості учня з метою максимальної професійної реалізації його в майбутньому.

У загальній структурі профільного навчання в старших класах можна виділити три основних змістових блоки: базовий (загальноосвітній стандарт), профільний (профільний освітній стандарт) та елективний (курси за вибором). Важливим елементом профільного навчання стають елективні курси, які порівняно з профільними предметами мають більшу варіативність змісту, посилюють практичну і дослідницьку складову профільного навчання [1].

На виконання Закону України «Про загальну середню освіту» та Концепції профільного навчання впроваджуються елективні курси (курси за вибором) для учнів 9-11 класів [3]. Інтегровані елективні курси, що поєднують риси предметних і міжпредметних курсів, в основі викладання яких лежить використання міжпредметного й компетентнісного підходів до навчання, відіграють особливо важливу роль у підготовці учнів. Елективні курси – обов’язкові для відвідування заняття на вибір учнів, що входять до складу профілю навчання на старшому щаблі школи. При цьому реалізація цих підходів сприяє самовизначенню школярем сфери своїх наукових, технічних, професійних інтересів. Реалізація компетентнісного підходу відбувається за рахунок надання кожному учневі, що визначився у виборі елективного курсу, права працювати на заняттях курсу в рамках модулів, що його цікавлять.

Елективні курси реалізуються за рахунок шкільного компонента навчального плану й виконують дві функції. По-перше, «підтримують» вивчення основних профільних курсів на рівні, заданому профільним стандартом. По-друге, слугують для внутрішньо профільної спеціалізації навчання й для побудови індивідуальних освітніх траєкторій. За обсягом елективні курси короткотермінові (від 9 до 17 годин). Метою вивчення елективних курсів є орієнтація учнів на індивідуалізацію навчання і соціалізацію; на підготовку до усвідомленого і відповідального вибору сфери майбутньої професійної діяльності. Основними завданнями елективних курсів є:

– сприяння у самовизначенні учнів у виборі подальшої професійної діяльності;

– створення позитивної мотивації навчання на обраному профілі;

– ознайомлення учнів з основними видами діяльності обраного профілю;

– активізація пізнавальної діяльності школярів;

– підвищення інформаційної та комунікативної компетентності учнів [3].

Теми елективних курсів переважно відповідають навчальній програмі, проте в деяких випадках значно виходять за її межі. Зокрема, в методичних рекомендаціях щодо вивчення математики в 2012-2013 н. р. запропоновано такі теми курсів для класів з поглибленим вивченням математики: «Ціла й дробова частини числа» (Г. В. Апостолова), «Вища математика» (О. В. Морозов), «Вступ до фрактального аналізу» (В. В. Цибко), «Елементи стохастики» (Г. В. Лиходєєва), «Комплексні числа та їх застосування» (О. В. Шаран) [2].

Наша увага спрямована на розроблення елективних курсів «Основи математичної логіки» й «Елементи теорії рядів». Нами розробляється змістове наповнення вище наведених елективних курсів, до яких входять завдання для аудиторної роботи, контролю та перевірки знань, самостійного опрацювання, додаткові завдання підвищеної складності.

Метою вивчення елективного курсу «Основи математичної логіки» є формування уміння виконувати логічні операції та розвиток математичної культури за допомогою оволодіння відповідною математичною символікою, вдосконалення здібностей узагальнювати і конкретизувати, розвиток логічного мислення учнів. Елективний курс «Основи математичної логіки» розрахований на 16 годин для 10-х класів з поглибленим вивченням математики. До нього доцільно включити такі теми: формули алгебри висловлень, таблиці істинності формул, булеві функції, тавтології, рівносильність формул алгебри висловлень. Орієнтовне тематичне планування представлене в таблиці 1.

Після вивчення елективного курсу «Основи математичної логіки» учні повинні:

– *знати:* поняття математичної логіки; поняття висловлень; поняття булевої функції; поняття тавтології; поняття логічного слідування;

– *вміти*: будувати таблиці істинності; здійснювати логічний аналіз міркувань; здійснювати формалізацію математичних тверджень; доводити рівносильність формул алгебри висловлень.

Таблиця 1

Тематичне планування елективного курсу «Основи математичної логіки»

Номер теми	Назва теми	Кількість годин
1	Формули алгебри висловлень	2
2	Таблиці істинності формул	3
3	Булеві функції	2
4	Тавтології	3
5	Рівносильність формул алгебри висловлень	3
6	Систематизація та узагальнення	3
	Разом	16

Метою вивчення елективного курсу «Елементи теорії рядів» є ознайомлення учнів з основними положеннями теорії рядів, розвиток вміння описувати способи задавання рядів та виділяти їх основні класи, формування вмінь застосування основних теорем до розв’язування практичних завдань та формування стійкого інтересу до математики. Елективний курс «Елементи теорія рядів» розрахований на 16 годин для 11-го класу з поглибленим вивченням математики. До нього доцільно включити такі теми: числові ряди, збіжність та сума ряду, основні властивості збіжних рядів, знакододатні ряди, знакозмінні ряди, функціональні ряди. Орієнтовне тематичне планування наведене в таблиці 2.

Після вивчення елективного курсу «Елементи теорії рядів» учні повинні:

– *знати*: поняття числового ряду; поняття знакододатнього ряду; поняття знакозмінного ряду; поняття функціонального ряду;

– *вміти*: знаходити суму ряду; досліджувати ряд на збіжність; застосовувати властивості рядів для розв'язування практичних завдань.

Таблиця 2

Тематичне планування елективного курсу
«Елементи теорії рядів»

Номер теми	**Назва теми**	**Кількість годин**
1	Числові ряди	2
2	Збіжність та сума ряду	2
3	Основні властивості збіжних рядів	2
4	Знакододатні ряди	2
5	Знакозмінні ряди	3
6	Функціональні ряди	3
7	Систематизація та узагальнення	2
	Разом	16

Першу годину з кожної теми ми пропонуємо провести у формі лекції. Метою такого заняття є ознайомлення учнів з темою. Необхідно дати учням основні поняття з теми, формули, правила та інше. Доцільним буде занотувати їх у зошити. Другу годину (та третю, якщо вона передбачена плануванням) необхідно виділити для розв'язування практичних завдань, роботи в групах або в парах, самостійної роботи, роботи біля дошки тощо. Також на цих заняттях потрібно відповісти на питання, які будуть виникати в учнів в ході розв'язування завдань. На таких заняттях учні більш детально познайомляться з темою та навчаться застосовувати теоретичні знання на практиці. Години систематизації та узагальнення пропонуємо присвятити контролю знань у формі написання письмових контрольних робіт та проведення роботи над помилками.

Для організації елективних занять доцільно використовувати методи проблемного навчання: проблемний виклад, евристичні бесіди, дослідницький метод. При цьому кількість, обсяг та складність завдань для самостійного опрацювання повинна поступово збільшуватись впродовж вивчення факультативів. Система оцінювання знань учнів має бути достатньо гнучкою. Потрібно заохочувати учнів, використовувати оцінювання з метою мотивації до вивчення математики [4].

Висновки. Загалом, елективні курси з математики відіграють важливу роль у системі профільного навчання на старшому ступені загальної середньої освіти. Саме вони і є важливим засобом реалізації компетентнісного підходу до навчання, тому що найбільш пов'язані з вибором кожним учнем змісту освіти залежно від його інтересів, здібностей, подальших життєвих планів. Запропоновані у даній статті елективні курси «Основи математичної логіки» та «Елементи теорії рядів» доповнюють існуючий перелік елективних курсів для класів з поглибленим вивченням математики, ознайомлюють учнів з важливими для їх подальшої освіти та професійного самовизначення розділами математики, розширюють їхній математичних кругозір, сприяють формуванню стійкого інтересу до математики.

Список використаних першоджерел

1. Липова Л. Елективні курси як змістовий блок профільного навчання / Л. Липова // Рідна школа. – 2006. – № 3. – С. 18-20.

2. Методичні рекомендації щодо вивчення математики у 2012-2013 навчальному році [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://mon.gov.ua/ua/activity/education/56/general-secondary-education/metodichni-rekomendatsiji/.

3. Положення «Про елективні курси допрофільної підготовки та профільного навчання учнів» від 20.03.2007 р. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://yarmolrmk.at.ua/doc/elektuvn_kyrsu.doc

4. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : підручник для студентів математичних спеціальностей вищих педагогічних навчальних закладів / З. І. Слєпкань. – К. : Вища школа, 2006. – 582 с.

КУРС ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ: МОТИВАЦІЙНИЙ ПІДХІД

О. І. Баліна[1], Ю. П. Буценко[2]
[1] Україна, м. Київ, Київський національний університет будівництва та архітектури
[2] Україна, м. Київ, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»
armchairdoc@yandex.ua

Процес навчання завжди має двоїстий характер. З одного боку, це трудовий процес, який потребує винагороди (оцінки, стипендії, різні форми морального та матеріального заохочення). З іншого ж боку, він являє собою процес інвестиційний, спрямований на отримання переваг на ринку праці, самовдосконалення. Тільки врахування обох цих аспектів дозволяє зробити навчальний процес ефективним.

При вивченні студентом різних навчальних курсів вказані складові мають різну вагу, що визначається рівнем предмету в навчальному плані (вплив на стипендію, середній бал), курсом, на якому предмет вивчається (істотно відрізняється усвідомлення студентами значення предмету), спрямування курсу (фундаментальна, загально технічна, гуманітарна або професійна підготовка). Очевидно, що з точки зору усвідомлення студентами інвестиційної цінності курсу дисципліни фундаментальної підготовки (математика, фізика, хімія) знаходяться не в найкращому становищі. Якщо додати до цього пропедевтичний аспект (істотну залежність від рівня шкільної підготовки), високий рівень внутрішньої інтеграції (необхідність підтримати на належному рівня засвоєння різних розділів програми одночасно), різноманітність застосувань (використання методів та моделей у різних областях знань), то можна зробити висновок про критичну в цьому випадку регуляторної функції саме трудового процесу. При цьому, зрозуміло, мають максимально використовуватися традиційні форми навчально-виховної роботи: роз'яснення важливості всіх предметів навчального плану, зв'язків між ними та перспектив використання набутих знань при вивчення наступних дисциплін.

Що стосується стимулів, які безпосередньо пов'язані з участю студентів у навчальному процесі, то, на наш погляд, перш за все слід звернути увагу на методи морального та матеріального (за можливістю) заохочення «успішних» студентів. Сучасна психологія вказує, що заохочення є більш дієвим при навчанні та виховання, ніж різноманітні форми покарання. Ясно, що викладачу важко утриматись від звичних та (на жаль) неминучих «розпікань» нерадивих студентів, але психологічні дослідження стверджують, що вони малоефективні! Недарма ж у деяких країнах студент має можливість в таких випадках звернутись до суду з позовом до викладача. Доведено, що публічне заохочення кращих створює стимул для гірших. Крім простої похвали викладача, надання додаткових рейтингових балів, демонстрації заслуженої довіри у вигляді надання можливості заміняти викладача – роз'яснювати окремі питання теорії та задачі, оцінювати роботи інших студентів, консультувати їх, наш досвід вказує на важливість студентських олімпіад, виступи на яких «дають шанс» навіть студентам, не схильним до систематичної роботи, проявити свої інтелектуальні здібності, а кращим – підтвердити, що вони дійсно глибоко засвоїли предмет. Зрозуміло, що все вищезгадане ефективно працює лише за умови об'єктивного та систематичного контролю знань студентів, створення для них всіх можливостей для засвоєння предмета, і безсумнівно, жорсткого підходу до тих, хто не хоче або не здатний його засвоїти.

Розглянемо детальніше різновиди мотивацій навчальної діяльності. Основними з них є: 1) спрямованість на отримання знань; 2) спрямованість на отримання професії (кваліфікації); 3) спрямованість на отримання документу про освіту.

Існують також інші мотиви для навчання (невизначеність життєвої орієнтації, прагнення до отримання матеріальної підтримки та ін.), але найістотнішим мотивом до високоефективної учбової діяльності виявляється потреба в отриманні знань. При цьому слід зауважити, що:

1) найкраще «спрацьовує» цей фактор у випадку його поєднання з високим рівнем прагнення до особистого успіху у конкретного студента;

2) не можна нехтувати впливом на інтенсивність роботи із засвоєння конкретних навчальних дисциплін (маючи на ,увазі в нашому випадку, дисципліни фундаментальної підготовки) мотивації до отримання професії, хоча її вплив слабший.

В останньому випадку необхідна системна та наполеглива робота викладачів фундаментальних дисциплін у взаємодії з профільною кафедрою, спрямована на досягнення спільної цілі – усвідомлення студентами нерозривності зв'язку між якісною базовою (пов'язаною, перш за все, з природничими науками та математикою) підготовкою та рівнем професійної компетенції.

Відомо, що «симптомами» мотивації «на професію» є, перш за все, відбірковість підходу студента до навчальних курсів (проявляється у відвідування занять, активності роботи на них, виконання домашніх завдань та ін.), відповідна орієнтація «на диплом» проявляється в нерозбірливості у методах отримання рейтингів та оцінок на заліках та іспитах (і є, між іншим, однією з рушійних сил корупції), не кажучи вже про руйнівний її вплив на особисту дисципліну студента. Вияснення «симптоматики» діє можливість звернутись до відомого правила медиків: лікуй симптоми – хвороба зникне. Принципове ставлення адміністрації та викладачів (усіх предметів!) до пропусків навчальних занять, порушень графіку навчального процесу, незадовільних атестацій, використання заборонених джерел на контрольних роботах, заліках, екзаменах веде до усунення хибних типів мотивації у студентів, цілеспрямовані роз'яснювальна робота дозволяє «замістити» їх найадекватнішою мотивації на отримання знань як гарантію майбутньої високої конкурентоспроможності у професії, підтвердженої формально документом про освіту.

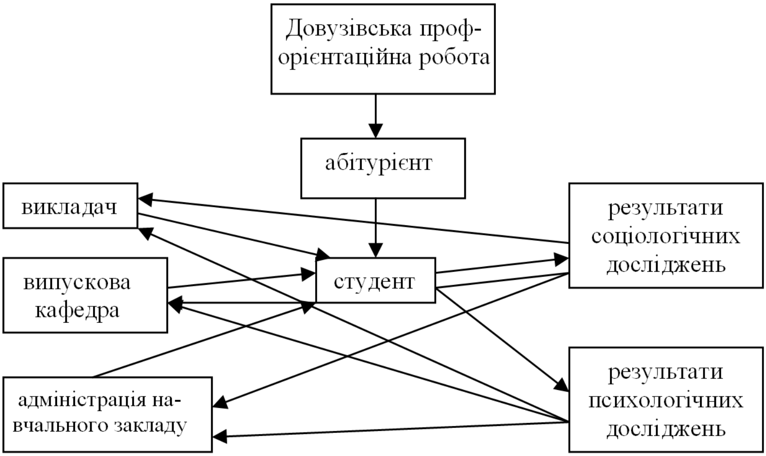
Слід також зазначити, що саме поняття мотивації для багатьох студентів-першокурсників (а саме з ними першими вступають у контакт викладачі математики, фізики, хімії) є незнайомим – більшість з них діють за інерцією: школа, ВНЗ, далі – як вийде. У такій ситуації вкрай важливо створити (або замінити неясні перед-мотиви) чітким і правильним мотивом, що ґрунтується на виробленні суспільством та усвідомлений особисто студентом системі цінностей.

Переходячи до більш загального огляду основних мотивів навчальної діяльності, вкажемо на наступне. В роботі [1] виокремлюються, наприклад, мотиви загально-соціальні (ґрунтуються на усвідомлення потреб суспільства, його цінностей та спрямувань), науково-пізнавальні (пов'язані з бажанням пізнання взагалі та поглиблення розуміння процесів у вибраному напрямку), професійні (спрямовані на досягнення кваліфікаційного рівня), самоствердження (усвідомлення та прояв особистих здібностей), утилітарні (спрямовані на досягнення особистого благополуччя). При цьому, кожен з цих основних мотивів у своїх особистісних проявах може демонструвати тяжіння «до знань», «до професії» або «до диплома», прояви яких описувалися вище. Розкриття «первинного характеру мотивації» для кожного конкретного студента так само важливе, як для лікаря знання глибинних механізмів хвороби, що викликає наявні хворого симптоми. Апеляція у процесі роз'яснювальної та виховної роботи до цих первинних стимулів та пояснення важливості тих, які не приймалися до уваги студентом, є серйозним ресурсом підвищення мотивації до навчання. Як приклад, наведемо ситуацію, добре відому викладачам вищої математики. Студент не проявляє зацікавленості до вивчення математичних курсів. Наявні всі згадані вище ознаки нехтування: нерегулярне відвідування, пасивність на заняттях, невиконання домашніх завдань, списування, несамостійність у роботі. Це може виявитись наслідком або «вузькопрофесійної» орієнтації (зацікавленості у оволодіння професією, як це розуміє студент) або орієнтацією «на корочки» (прагнення отримати диплом у сподіванні на наступне «автоматичне» набуття бажаного соціального статусу та матеріального достатку). Ясно, що ці ситуації є принципово різними і вимагають ледь не діаметрально протилежних підходів до виховної роботи зі студентом.

Дослідження останнього часу найкраще висвітлюють рівень мотивації абітурієнтів. Як відмічено у [1], лише 15% з них мають мотивацію до учбової діяльності (простіше кажучи, навчання, як його розуміють викладачі). У роботах [2; 3] досліджувались відмінності у мотивації студентів різних курсів. Роботи [4; 5] пов'язані безпосередньо з підвищенням зацікавленості студентів у вивчення математики, що відповідає особистим інтересам автора. Традиційно констатується низький рівень зацікавленості в оволодінні знаннями (приблизно рівний йому ж у абітурієнтів, що й не дивно) вказується на істотну роль особистості викладача, обраною ним манери викладання та спілкування зі студентами. Цікавим є порівняння рекомендацій, що містять [6] та [7], оскільки вони дозволяють порівняти підходи до мотивації студентів на пострадянському просторі та у західному університетському світі. Якщо в першому випадку пропонується заходи, спрямовані на: полегшення положення студента (пропедевтичні заходи, роз'яснення учбових програм); заохочення та зацікавленість (олімпіади, використання комп'ютерних технологій, демонстрація майбутніх застосувань, «живий» стиль викладання); контролювання повсякденної навчальної роботи студентів (система завдань для самостійної роботи, моніторингові заходи), то західні колеги (імовірно, зважаючи на існуючи відмінності в організації учбового процесу) зосереджують увагу на стилі викладання, виокремлюючи такі вимоги до нього, як:

– невимушеність та безпосередність;
– вибір найцікавіших для слухачів супутніх тем (спорт, кіно, ...);
– обговорення розвитку математики в історичному аспекті;
– зосередження на можливих застосуваннях;
– проблемний стиль викладу;
– надання студентам можливостей для вільного вибору тем самостійних досліджень.

Резюмуючи вище сказане, дозволимо собі стверджувати, що робота, спрямована на підвищення мотивації студентів, має включати в себе, перш за все, виявлення типу наявної у них мотивації (а також, чи присутня вона взагалі!), для чого необхідним видається створення методик індивідуальних психологічних досліджень, що дозволить персоналізувати підходи до студентів. Що ж стосується конкретної проблеми підвищення мотивації вивчення фундаментальних дисциплін, то можливості впливу на студентів в цьому напрямку можуть бути відображень наступною схемою:



Список використаних джерел

1. Демонстрационная версия продукта «1С-Битрикс: Управление сайтом» [Электронный ресурс]. – 2009. – Режим доступа : http://znaniya.org

2. Горгодзе Т. А. Мотивация учебной деятельности студентов [Электронный ресурс] / Горгодзе Т. А., Ильницкая Л. А. // Актуальні проблеми сучасної психології : матеріали Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції 26-28 квітня 2012 року, м. Одеса. – 3 с. – Режим доступа : http://psy-pdpu.com/conference/Gorgodze_Teymuraz.doc

3. Петров А. Е. Систематический анализ мотивации студентов в интересах усовершенствования процесса обучения [Электронный ресурс] / А. Е. Петров, Е. А. Лифшиц // Устойчивое инновационное развитие, проектирование и управление. – 2012. – №2 (15). – С. 32-43. – Режим доступа : www.rypravlenie.ru/wp-content/uploads/2012/07/2-Petrov-Lifshic-8_15.pdf

4. Mueller M. Sense making as motivation in Doing Mathematics / Mary Mueller, Dina Yankelewitz, & Carolyn Maher // The Mathematics Educator. – 2011. – Vol. 20. – No. 2. – P. 33-43.

5. Малинаускас Р. К. Мотивация студентов разных периодов обучения / Р. К. Малинаускас // Социологический исследования. – 2005. – №2. – С. 134-138.

6. Кравченко Ю. О. К проблеме формирования учебной мотивации студентов / Ю. О. Кравченко // Психология в России и за рубежом : материалы междунар. заоч. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, октябрь 2011 г.). – СПб. : Реноме, 2011. – С. 104-106.

7. Сальникова М. Г. О проблемах мотивации студентов технического университета к изучению высшей математики [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.t21.rgups.ru/archive/doc2010/3/06.doc

ПРОЕКТУВАННЯ СИСТЕМИ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ЕКОНОМІЧНОГО ЗМІСТУ В КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

С. В. Бас
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
Bass.7575@mail.ru

Вища математика є класичною фундаментальною дисципліною в економічному ВНЗ з чітко визначеними цілями та завданнями. В основу її методичної системи навчання покладено модель, запропоновану А. М. Пишкало, в якій використовується системний підхід стосовно компонентів процесу навчання (всі компоненти утворюють єдине ціле із визначеними внутрішніми зв’язками). Згідно з цією моделлю, методична система навчання – це сукупність ієрархічно пов’язаних компонентів: цілей навчання, змісту, методів, засобів і форм організації навчання, що утворюють єдину цілісну функціональну структуру, орієнтовану на досягнення цілей навчання.

Удосконалення методів керування господарською діяльністю в багатьох випадках пов’язане із застосуванням математичних методів дослідження в економічній науці та практиці.

Мета курсу вищої математики у системі формування економіста – формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ математичного апарату, основних методів кількісного вимірювання випадковості дії факторів, що впливають будь-які процеси, засад математичної статистики, яка використовується під час планування, організації та управління виробництвом, оцінювання якості продукції, системного аналізу економічних структур та технологічних процесів.

Предметом дисципліни є теоретичні засади математичного апарату, закони, що діють у сфері масових випадкових подій та явищ, методи систематизації, опрацювання і аналізу масових статистичних даних.

Викладання курсу вищої математики має завдання:

– познайомити студентів з основами загального математичного апарату, призначеного для розв’язування теоретичних та практичних задач економіки;

– виробити навички математичного дослідження прикладних задач, зокрема побудови економіко-математичних моделей;

– сформувати вміння самостійно вивчати літературу з математики та її прикладних питань;

– дати необхідну математичну підготовку та знання для вивчення інших дисциплін математичного циклу та деяких дисциплін за фахом;

– сформувати необхідний рівень математичної культури;

– розвинути логічне мислення.

Знання з вищої математики будуть використані студентами під час вивчення таких дисциплін: теорія ймовірностей та математична статистика; дослідження операцій; економетрія; економіка підприємств; економічний аналіз; стратегічне управління; планування діяльності підприємств; аналіз моделювання і управління ризиком; моделювання економіки; математичні основи кібернетики тощо.

Тому доцільно спроектувати систему прикладних задач економічного змісту таким чином, щоб у кожному з розділів вищої математики, що вивчаються були розглянуті задачі відповідного змісту. Так, при вивченні модуля «Лінійна алгебра» доречно показати застосування знань з цієї теми не лише до розв'язування стандартних прикладів, а і для розв'язування задач економічного змісту за допомогою визначників, матриць та систем рівнянь. Наприклад:

Задача №1. Підприємство випускає продукцію двох видів, використовуючи при цьому сировину трьох типів. Витрати сировини на виробництво продукції задаються матрицею $S=(s_{ij})$, де s_{ij} – кількість одиниць сировини i-го типу, що використовується на виготовлення одиниці продукції j-го виду. План щоденного випуску продукції передбачає 90 одиниць продукції першого виду і 120 одиниць продукції другого виду. Вартість одиниці кожного типу сировини відповідно дорівнює 8, 5 і 10 грн. Визначити загальні витрати сировини V, необхідні для щоденного випуску продукції, а також загальну вартість C цієї сировини [3].

Зауважимо, що застосування матриць в цій задачі приведе до унаочнення, спрощення та компактності обчислень.

Задача №2. У цеху підприємства виготовляють дві моделі жіночого одягу. На виготовлення першої моделі витрачають два метра тканини, на виготовлення другої – 3 м. При цьому витрати робочого часу на виробництво цих моделей становлять відповідно 4 та 5 год. Відомо, що тижневий запас тканини – 100 м, робочий час обмежено 1909 год. Скласти такий план тижневого виготовлення цих моделей одягу, при якому повністю використовують ресурси (тканину і робочий час).

Ця задача розв'язується складанням системи рівнянь. Зазначимо, що при розв'язуванні економічних задач зручно використовувати матричний спосіб. Обчисливши один раз обернену матрицю та змінюючи обмеження на ресурси (щотижневі, щомісячні, щорічні тощо), діставатимемо кожного разу відповідний план випуску продукції.

При вивченні модуля «Аналітична геометрія» слід наголосити, що поняття прямої та площини належать до первинних понять у математиці. У цьому розділі розглядаються різні види рівняння прямої та площини, визначаються взаємне розміщення прямих і кут між ними. Вивчаються різні види рівнянь площини та прямої у просторі, особливості їх застосування. Це дає можливість виконувати геометричну інтерпретацію економічних понять та їх взаємозв'язків.

Задача №3. Попит та пропозиція на деякий товар на ринку описується лінійними залежностями виду $D(P)=a-b\cdot P$, $S(P)=d\cdot P+c$. Визначити рівноважну ціну, встановити графічним способом, чи є модель павутинного ринку такою, що «зкручується», якщо a=19, b=2, c=3, d=2 [5].

Задача №4. Нехай бюджет сім'ї, який становить p грн., витрачається на придбання товару двох видів: A – за ціною a_1 грн. за одиницю і B – за ціною b_1 грн. за одиницю. В яких кількостях можна придбати ці товари? [1]

При вивченні розділу «Числова послідовність та функція однієї змінної» треба звернути увагу студентів на те, що арифметична та геометрична прогресії часто використовуються у банківських розрахунках, при обчисленні позик вкладів тощо, а поняття функції використовується в економічних дослідженнях давно і ефективно. Найпершим розглянуто існування функціональної залежності попиту на товар від його ціни. Зауважимо, що залежності між ціною продукції та попитом на неї, а також між ціною і кількістю виробленої продукції – це одне з центральних питань економетрії. Не завжди такі залежності є однозначними. Це пов'язано з тим, що названі залежності мають стохастичний характер і залежать від ряду випадкових факторів.

Функцією однієї змінної часто користуються в мікро- й макроекономіці для визначення точок рівноваги пов'язаних між собою процесів. Наприклад, одним з найважливіших завдань аналізу ринкової економіки є дослідження рівноваги між попитом та пропозицією. При цьому попит і пропозиція на продукцію визначаються їх виробництвом і споживанням, за якими в свою чергу, стоять індивідуальні шляхи споживання та виробництва продукції.

Задача №5. Для двох міст із кількістю жителів 150 та 100 тис., розташованих відповідно на 10-му та 18-му км автостради, планується побудувати медичний заклад. Визначити місце розташування цього закладу, якщо за критерій вибору взяти мінімум виразу $f=d_1^2+d_2^2$, де d_i (i=1, 2) – відстань міст від медичного закладу. [1]

Задача №6. Потреба ринку у продукції фірми залежить від ціни. Було визначено, що тижневий дохід R є функцією ціни р, причому $R=f(p)=(-50p^2+500p)$ грн. Визначити ціну, яку потрібно призначити на продукцію фірми, щоб максимізувати загальний дохід [1].

Під час вивчення теми «Диференціальне числення функції однієї змінної» слід обов'язково розглянути економічний зміст похідної та її застосування до розв'язування задач економічного змісту, тому що ця тема знайшла найбільше застосування в економіці. Її знання необхідне для знаходження граничних показників у мікроекономіці, для знаходження умов максимізації прибутку, при розгляданні закону спадної ефективності виробництва, при розв'язуванні задач про маргінальні вартість, дохід, прибуток, при введенні поняття еластичності попиту. Продемонструвати це надають можливість такі задачі.

Задача №7. Знайти максимум прибутку, якщо прибуток та затрати виражаються наступними формулами:

$$R(Q)=100Q-Q^2,\ C(Q)=Q^3-37Q^2+169Q+4000\ [5]\ .$$

Задача №8. Мале підприємство може виготовити та продати кожну одиницю виробу з прибутком 10 гривень. Якщо підприємство витрачає x гривень на рекламу виробів, тоді кількість проданих виробів дорівнює $1000\cdot(1-e^{-0,001x})-x$. Знайти швидкість зміни прибутку, відносно зміни витрат на рекламу при x=1000 та x=3000 [5].

Для прикладних питань економіки має значення розгляд функції двох або трьох незалежних змінних, тому надалі більше уваги звертатимемо на ці функції.

Наведемо приклади функції двох змінних.

1. Площа прямокутної ділянки землі S залежить від довжин її сторін a b. Відповідна функція має вид $S=ab$.
2. В результаті дослідів при годуванні свиней для обчислення збільшення ваги тварини y (кг) в залежності від двох видів використовуваних кормів – зерна кукурудзи C (кг) та сойових жмихів P (кг) отримана формула $y=1,243C^{0,547}P^{0,289}$ [4].
3. Витратами на виробництво даного виробу при даній техніці виробництва є функція матеріальних витрат x і витрат на оплату робочої сили y: $z=f(x, y)$. Це є функція витрат виробництва.

У цих прикладах має місце відповідність між впорядкованою парою чисел з одного боку та одним числом – з іншого. Такі задачі доцільно запропонувати студентам перед введенням поняття функції кількох змінних. Історично склалося так, що однією з перших функцій двох змінних, яка привернула увагу економістів, булла степенева функція

$$Y=AK^{\alpha}L^{\beta} \tag{1}$$

названа функцією Кобба-Дугласа на честь американських вчених математика-економіста Ч. У. Кобба та економіста П. Х. Дугласа, які вперше застосували її як виробничу функцію для економічного аналізу.

У формулі (1) Y – вартість виробленої продукції, K – вартість основного капіталу, L – вартість витрат праці, A, α, β – числові невід'ємні параметри, на які накладається додаткова умова $\alpha+\beta=1$.

Слід зауважити, що для функції багатьох змінних справедливими є багато понять і тверджень, які стосуються функції однієї змінної. Якщо зафіксувати деяке значення $z=z_0$, то отримаємо функцію однієї змінної x, з параметром z_0. Криві, які задовольняють умову $f(x, y)=C=\text{const}$ називають лініями рівня. Для функції Кобба-Дугласа лінії рівня

$$AK^{\alpha}L^{\beta}=C$$

графічно зображено на рис. 1.

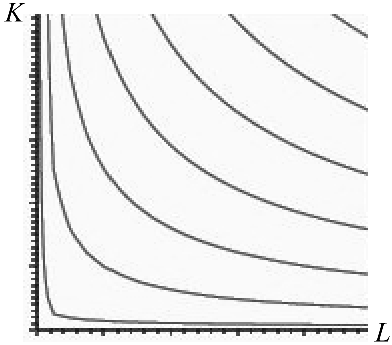


Рис. 1. Лінії рівня функції Кобба-Дугласа

Криві на рис. 1 дають таку наочну економічну інтерпретацію: вони вказують вартість основного капіталу на витрати праці, які забезпечують одну й ту саму вартість виробленої продукції. Наприклад, якщо вартість валової продукції становить C_1 одиниць, то її можна досягти з витратами основного капіталу K_1 і витратами праці L_1. При витратах праці $L_2>L_1$ потрібно витратити основного капіталу в кількості $K_2<K_1$. Будь-яка точка характеризує випуск продукції вартістю C_1 [1]

Як правило, маючи таку економічну інтерпретацію матеріалу, що вивчається, мотивація до навчання значно зростає і математика сприймається як інструмент для майбутньої професійної діяльності.

Задача №9. Підприємство, що випускає одяг, рекламує жіночий одяг за допомогою телебачення і радіо. Очікуваний від реклами додатковий прибуток (у гривнях) $z=50000x+40000y-10x^2-20y^2-10xy$, де x – кількість телепередач, а y – радіопередач. Накреслити рисунок і виконати граничний аналіз. Який буде результат, якщо давати рекламу тільки: по радіо? По телебаченню?

Задача №10. Фабрика випускає два види продукції (А і В). Функції попиту на них задаються лінійними функціями

$$q_1=150-2p_1-p_2,\ q_2=200-p_1-p_2,$$

де p_1, p_2 – ціни одиниці продукції А та В; q_1, q_2 – кількість продукції, що буде продана на ринку за цими цінами.

Функція виручки фабрики від реалізації продукції $R(p, q)=p_1q_1+p_2q_2$.

Визначити максимальний прибуток, виконати граничний аналіз і накреслити рисунок.

Задача №11. Перевірте, чи відповідає виробнича функція (Кобба-Дугласа) припущенням: а) перші похідні додатні; б) похідні другого порядку від'ємні; в) мішані похідні зникають.

Задача №12. Задано функцію прибутку $P=6\cdot(K^{0,75}+L^{0,25})-1,5K-0,6L$. Обчислити попит на робочу силу, інвестиційний попит і товарну пропозицію за умови, що початковий капітал K_0 дорівнює 16.

Задача №13. Нехай реальний грошовий попит народного господарства описується рівнянням $M/P=\exp(-\alpha\pi^e)$, де $\alpha>0$, $\alpha=\text{const}$, π^e – очікуваний індекс інфляції. При цьому реальний грошовий обіг при зростаючий інфляції знижується, оскільки з інфляцією зростають можливі витрати грошей. Фактичний індекс інфляції $\pi=\left(\frac{dp}{dt}\right):P$ (при цьому реальні прибутки передбачаються незмінними). Чи збігається він з темпом зростання грошової маси (використати логарифмічне диференціювання за часом) [2]?

При організації навчального процесу необхідно мати на меті, щоб навчальні дисципліни були не лише джерелом навчальних відомостей, але й засобом формування професійних компетентностей майбутнього фахівця. Завдання викладача вищої школи полягає в тому, щоб перекласти програмний матеріал дисциплін, що вивчаються, на рівень особистісного досвіду студентів, сформувати ціннісне ставлення до знання через розкриття сутності наукових понять спираючись на їх життєвий досвід, через оволодіння процесуальною стороною навчальної інформації шляхом розв'язання прикладних задач і розвитку мислення студентів.

Список використаних джерел

1. Бугір М. К. Математика для економістів : посібник. / М. К. Бугір. – К. : Академія, 2003. – 520 с.

2. Вища математика : навч.-метод. посібник для самостійного вивчення дисципліни / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова, О. І. Лютий, О. І. Макаренко, В. Г. Овсієнко. – Вид. 2-ге перероб. і доп. – К. : КНЕУ, 2002. – 606 с.

3. Дюженкова Л. І. Вища математика: Приклади і задачі : посібник / Л. І. Дюженкова, О. Ю. Дюженкова, Г. О. Михалін. – К. : Академія, 2002. – 624 с.

4. Зайцев И. А. Высшая математика : учеб. для неинж. спец. / И. А. Зайцев. – М. : Высшая школа, 1991. – 400 с.

5. Макаренко В. О. Практикум з курсу «Вища математика для економістів». Частина 1 : навчальний посібник / Макаренко В. О., Бех О. В. – Кривий Ріг : СПД Залозний В. В., 2011. – 361 с.

РОЛЬ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ

Н. В. Богатинська, Т. М. Лущишина
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
lush_2011@mail.ru

Навчальні задачі є найважливішим засобом навчання математики. Задачі успішно використовуються в процесі формування нових понять, вивчення теоретичного матеріалу та його закріплення і подальшого застосування, при систематизації знань і умінь учнів з метою підвищення їх інтересу до вивчення математики і розвитку математичного мислення школярів. Використання шкільних математичних задач сприяє активізації навчальної діяльності учнів, так як готує їх до самостійного здобування знань.

Для методики навчання математики питання про ефективність задач у навчанні завжди було і залишається актуальним. Ю. М. Колягін зазначав, що задачі відіграють важливу роль у навчанні математики, оскільки за допомогою математичних задач школярі не тільки набувають математичні знання, а й долучаються до творчої роботи. «Тому питання теоретичного обґрунтування використання задач у шкільному навчанні математики досить актуальні» [3, 3].

Результати проведених теоретичних і експериментальних досліджень свідчать про те, що проблема постановки задач у шкільному навчанні математики і досі не має задовільного вирішення ні в змістовному, ні в методичному плані [3, 8].

Л. М. Фрідман зазначає, що розв’язування задач у навчанні математики виступає одночасно і як мета, і як засіб навчання. Повноцінне досягнення цілей навчання можливе лише в процесі розв’язування учнями системи навчальних математичних задач [6, 150].

Фахівці різних країн, які брали участь у Міжнародному симпозіумі в Будапешті з питань викладання математики, зазначили, що задачі відіграють важливу роль у процесі засвоєння школярами математичних ідей, і що необхідно вдосконалювати задачний матеріал шкільних підручників [2].

Аналіз праць провідних методистів минулого і сучасності Г. П. Бевза, П. М. Ерднієва, А. М. Колмогорова, Ю. М. Колягина, А. І. Маркушевича, О. В. Погорелова, Д. Пойа, З. І. Слєпкань, А. А. Столяра, Р. С. Черкасова дає можливість зробити висновок, що переважна більшість вітчизняних педагогів-математиків виступає за поступове вдосконалення навчання математики в школі, маючи на увазі наступне:

– навчання математики в загальноосвітній середній школі має відповідати вимогам сучасного суспільства, забезпечити міцне і свідоме засвоєння учнями знань і певний рівень розвитку умінь і навичок, потрібних для всіх членів суспільства;

– не можна зводити всю проблему математичної освіти до передачі учням тільки певної системи знань і розвитку певних умінь і навичок;

– найголовніше – це розвиток мислення учнів, їх здібностей до розумової діяльності та розв'язування завдань повсякденного життя;

– використання задач у навчанні математики в школі має величезне значення для досягнення цілей навчання математики;

– не можна обмежуватися розв'язанням типових задач; потрібно дивитись на задачі як на найважливіший засіб навчання;

– при правильній постановці задач можливо домогтися свідомого і міцного засвоєння учнями програмного матеріалу, розвитку та виховання, залучення їх до праці;

– проблема доцільного використання задач у навчанні математики ще недостатньо розв'язана;

– потрібно проводити спеціальні дослідження з метою удосконалення системи завдань підручників та методики їх використання;

– розв'язання задач приводить в дію математичне мислення; без цілеспрямованого використання задач неможна досягти значних успіхів у розвитку мислення учнів;

– обов'язково потрібно розвивати здібності учнів до самостійної роботи і самонавчання;

– щоб розвивати творчу активність учнів, треба частіше користуватися частково-пошуковим і дослідницьким методами навчання; математичні задачі дають можливість здійснювати такий підхід до навчання;

– невміння учнів застосовувати свої знання є ознакою формального засвоєння математичних понять, теорем тощо.

Навчити учнів розв'язувати математичні задачі, зокрема геометричні, завжди було і залишається одним із найважливіших завдань навчання математики.

Аналіз результатів зовнішнього незалежного оцінювання знань учнів з математики, свідчить про те, що більшість випускників середніх шкіл знає окремі означення, теореми, правила, але при цьому не знає загальних методів чи способів розв'язування задач, не володіє необхідними прийомами міркувань. Констатуючи недоліки в математичній підготовці випускників, слід наголосити на занадто слабких знаннях з геометрії. Значна частина школярів не розв'язує геометричну задачу і це стає тривожною традицією. Однією з причин цього, на наш погляд, є те, що в шкільній геометрії значно менше уваги приділяють навчанню учнів алгоритмам розв'язування задач. Адже будь-який алгоритм завжди є конкретним вираженням у послідовності дій (операцій) деякого методу розв’язування певного типу задач.

Учні не можуть самостійно вибирати знання для розв’язання геометричної задачі. У більшості випадків кожну наступну задачу вони розцінюють як абсолютно нову, не помічають того загального, що об’єднує раніше розв’язані задачі і розв’язувану задачу. Неможливо, звичайно, вказати такий загальний метод (алгоритм), за допомогою якого можна було б розв’язувати всі геометричні задачі. Проте можна виділити певні типи задач на побудову, доведення, обчислення і дослідження, розв’язування яких базуються на застосуванні відповідних алгоритмів, часто повторюваних прийомів міркувань. Висновки, що одержуються внаслідок розв’язування цих задач, є «ключами» до розв’язування багатьох інших задач. Такі задачі є «ключовими» при складанні циклів взаємозв’язаних задач, що пронизують весь шкільний курс геометрії.

Навчаючи учнів розв’язувати геометричні задачі, корисно не тільки повідомляти їм алгоритми розв’язування типових задач у готовому вигляді, а й так організовувати навчання, щоб учні могли самостійно відкривати відповідні алгоритми.

Навчання алгоритмів повинно розглядатись не тільки як засіб ефективного навчання, а і як спосіб формування деяких специфічних прийомів математичної діяльності учнів (уміння відкрити загальний метод розв’язування нового типу задач, підвести задачу під відомий алгоритм, подати результати розв’язування в зручній для сприймання формі тощо).

Навички формуються на основі осмислених знань і умінь шляхом багаторазового повторення операцій, дій, прийомів, алгоритмів, які складають предмет вивчення. А тому для формування навичок потрібна ретельно продумана система вправ і задач. У такій системі повинна бути вірно підібрана послідовність вправ з урахуванням індивідуальних особливостей і можливостей учнів і принципу «від простого до складного». Слід дотримуватись доцільної різноманітності вправ і задач у системі.

Добираючи систему вправ і задач, важливо, щоб вона задовольняла принципу повноти. «Система вправ задовольняє принципу повноти, якщо вона забезпечує добре засвоєння виучуваної теми, і дозволяє виключити можливість формування помилкових асоціацій» [1].

Слід вчити учнів розв’язувати задачі окремих типів. Навчити будь-кого розв’язувати всі задачі не можна, а навчити розв’язувати задачі певних типів можна і треба.

Пропонована система вправ, що спрямована на засвоєння математичних понять, складається з трьох окремих блоків вправ [5, 362].

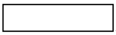
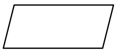
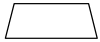
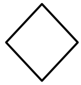
<u>І. Мотиваційно-підготовчий блок.</u>

Головні цілі вправ: актуалізація опорних знань, необхідних для введення поняття; формування в учнів особистої потреби в подальшій діяльності, пов'язаній з «відкриттям» поняття. Наприклад, введення суміжних, вертикальних кутів пояснюється тим, що в геометрії вивчаються не лише окремі фігури, а й їх об'єднання. Введення паралелограма, трапеції ілюструє існування окремих видів чотирикутників.

II. Операційно-пізнавальний блок.

Вправи на виявлення істотних властивостей поняття, що входять до означення.

Приклад: Ознайомлення з істотними властивостями паралелограма можливо за допомогою рисунка

а) ; б) ; в)  ;г)  .

Розглянувши рисунки, учні повинні дати відповідь на питання: «Які з даних чотирикутників мають спільні властивості?»

Учні помічають, що в прикладах а, б, г протилежні сторони попарно паралельні. Після цього їм повідомляється, що такий чотирикутник називається паралелограмом. Формулюється означення поняття.

III. Рефлексивно-оціночний блок.

Мета вправ цього блоку полягає в допомозі учням оволодіти способами і критеріями самоконтролю і самооцінки; визначити рівні засвоєння поняття, з'ясувати «білі плями» у засвоєнні поняття.

Ефективність формування математичних понять в учнів залежить не лише від вдало підібраної системи вправ, але й від рівня розвитку індивідуальних особливостей учнів, їх пізнавальних інтересів.

Зазвичай, робота з задачами на доведення викликає в учнів значні труднощі, особливо на початку вивчення курсу геометрії. Це пов'язане, насамперед, з несформованістю у частини школярів уміння виділяти в формулюванні завдання умови і вимоги, наповнювати певним геометричним змістом описову частину умови задачі, з нерозумінням того, навіщо загалом проводиться таке доведення. Тому особливої уваги з боку вчителя потребує робота по формуванню мотивації навчальної діяльності учнів при розв'язуванні задач такого типу. Організація дослідницької діяльності учнів на базі застосування педагогічних програмних засобів динамічної геометрії (DG, GRAN 2D), дозволяє створювати умови для подолання зазначених труднощів учнів. Покажемо зазначені положення на прикладі. Візьмемо, наприклад, задачу де застосування ППЗ на основі дослідницького підходу дозволяє значно урізноманітнити сюжет задачі, зробивши просту задачу на доведення дослідницькою і більш цікавою, як для учнів, так і для вчителів.

Задача. *Пряма, що перетинає середину основи рівнобедреного трикутника і проходить через протилежну вершину ділить цей трикутник* *на два. Доведіть, що радіуси кіл, описаних навколо цих трикутників, рівні* [4, 268].

Зазвичай розв’язування даної задачі базується на застосуванні формул. Рисунок при цьому відіграє другорядну функцію і використовується як звичайна наочна опора, яка може і не використовуватися. Отже, маємо просту задачу на відпрацювання знань, вмінь, навичок на добре відомому рівнобедреному трикутнику.

Виконаємо побудову рисунку до задачі у динамічному середовищі GRAN 2D. А саме, побудуємо рівнобедрений трикутник *ABD* і пряму *BC* так, щоб вона задовольняла вимогам задачі. Побудуємо також за допомогою ППЗ 2D центри кіл, описаних навколо ΔADC і ΔDCB (рис. 1а). Можна побачити, що початкову умову задачі доцільно доповнити, зробивши її більш цікавою, наприклад, так:

Пряма, що перетинає середину основи рівнобедреного трикутника і проходить через протилежну вершину ділить цей трикутник на два.

Доведіть, що радіуси кіл, описаних навколо цих трикутників, рівні.

Знайдіть відстань між центрами цих кіл, якщо у даному трикутнику відомі основа і кут при ній.

Знову скористаємося «інструментами» ППЗ GRAN 2D і побудуємо радіуси кіл, описаних навколо ΔADC і ΔDCB. Виділені радіуси окреслюють нову фігуру *EDFC*. Вимірявши за допомогою GRAN 2D довжини сторін чотирикутника *EDFC* (рис. 1б), можна зробити припущення, що цей чотирикутник – ромб.

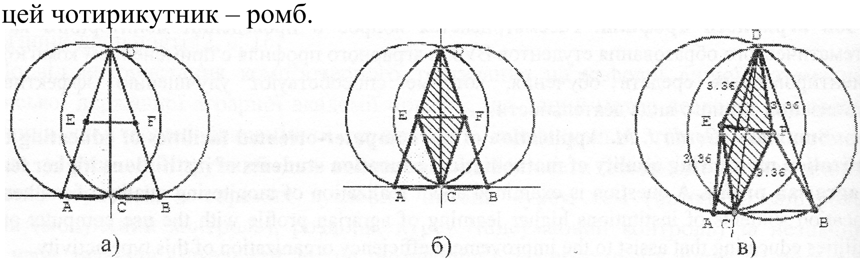


Рис. 1

Тоді умову задачі можна доповнити таким чином:

Пряма, що перетинає середину основи AB рівнобедреного трикутника ADB у точці C проходить через протилежну вершину D ділить цей трикутник на два трикутники ADC та DCB.

Доведіть, що радіуси кіл, описаних навколо трикутників ADC та DC, рівні.

Знайдіть радіуси описаних кіл, якщо у трикутнику ABD відомі: кут γ при основі, довжина основи AB.

Доведіть, що чотирикутник EDFC – ромб (де E і F – центри кіл, *описаних відповідно навколо трикутників ADC та DCB).*

За умовою задачі, точка C перетину прямої з основою ΔABD лежить на середині сторони AB. Використовуючи динамічні можливості GRAN 2D, почнемо змінювати положення точки C на стороні AB наприклад, як показано на рис. 1в.

Виконане дослідження дозволяє висунути гіпотезу стосовно того, що властивості чотирикутника $CEDF$ не змінюються, він залишається ромбом. Отже, дану задачу можна переформулювати таким чином, розглянувши таку особистісно орієнтовану педагогічну ситуацію, спрямовану на учня:

Пряма, що перетинає основу AB (або її продовження) рівнобедреного трикутника ABD у точці C, проходить через протилежну вершину D ділить цей трикутник на два довільних трикутники ADC та DCB, За допомогою ППЗ GRAN 2D дослідіть і висуньте гіпотези: 1) щодо радіусів кіл, описаних навколо трикутників ADC та DCB; 2) щодо виду чотирикутника EDFC (де E і F – центри кіл, описаних відповідно навколо трикутників ADC та DCB). Доведіть сформульовані гіпотези.

Як показує шкільна практика, подібні дослідження, сприяють підвищенню рівня розвитку узагальнених просторових уявлень і просторового мислення учнів, що є одним з основних показників математичного розвитку особистості. Застосування дослідницького підходу на базі ІКТ при розв’язуванні задач на доведення дає цілу низку переваг перед традиційним навчанням. Застосування ППЗ робить задачу на доведення більш цікавою для учнів; виникає можливість експериментувати, досліджувати об’єкт в новому ракурсі, відшукувати приховані властивості об’єкта, які майже неможливо побачити при традиційному зображенні їх у підручнику або у зошиті. Програмний засіб може бути використаний для пошуку закономірностей, на підставі яких можна висувати ґрунтовні гіпотези щодо цілого класу об’єктів, які пов’язані спільними геометричними, конструктивно-технічними особливостями. Графічне зображення об’єкта може відображати як загальний випадок, який відповідає умові задачі, так і частинний випадок, тобто не можна посилатися на рисунок, як на очевидний факт без доведення; виникає можливість побачити динамічні властивості об’єкта.

Список використаних джерел

1. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики / Я. И. Груденов. – М. : Просвещение, 1990. – 224 с. – (Библиотека учителя математики).

2. Заключение и рекомендации международного симпозиума в Будапеште по вопросам преподавания математики // На путях обновления

школьного курса математики [Текст] : сб. статей и материалов. Пособие для учителей / сост. : А. И. Маркушевич, Г. Г. Маслова, Р. С. Черкасов. – М. : Просвещение, 1978. – С. 196-206.

3. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике / Ю. М. Колягин. – Часть I. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М. : Просвещение, 1977. – 113 с.

4. Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З. І. Слєпкань : тези доповідей. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. – 352 с.

5. Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць : в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ КДПУ, 2001. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – 370 с.

6. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: учителю математики о педагогической психологии / Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.

ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ УМІНЬ УЧНІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ

Н. В. Богатинська, А. О. Шевченко
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
anashe@meta.ua

Задачі, розв'язування яких пов'язане з пошуком нової ідеї, відіграють важливу роль у розвитку учнів, оскільки розвивають сміливість мислення, примушують ламати певні психологічні бар'єри та підвищують інтерес до вивчення математики. Розвинений інтелект потрібен кожній людині, у якій би галузі вона не працювала. За словами О. І. Маркушевича, «знання з часом забуваються, а розвиток залишається». Процес розв'язування таких задач може зафіксуватись у підсвідомості учня і, можливо, навіть через багато років за сприятливих умов активізуватись. Саме тоді може настати та мить, яка має назву «Еврика!» [1].

Нові технології навчання, виховання та розвитку учнів мають забезпечити не лише достатній рівень теоретичної та практичної підготовки, а й методологічну переорієнтацію освіти на особистість, пріоритет соціально-мотиваційних чинників у процесі навчання, а також створювати умови для досягнення кожним учнем відповідного рівня знань, навичок та умінь [3].

Під час проведення різних дослідницьких форм роботи важливим етапом є застосування методики, яка дозволяє розвивати мислення дітей як на вербальному, так і на невербальному рівні, просторову уяву, кмітливість та винахідливість. Особлива увага приділяється таким аспектам мислення, як його логічність, комбінаторність, евристичність, здатність до аналізу та синтезу, здатність узагальнювати та конкретизувати, мислити за аналогією, бачити відмінності та закономірності, а також шукати нестандартні підходи [5].

Сучасні програми з математики, нова концепція математичної освіти вимагають удосконалення методів та форм організації навчального процесу. А тому учнів необхідно ознайомлювати з методами наукових досліджень, залучати до різних форм дослідницької діяльності, в процесі якої вони оволодівають такими способами і прийомами розумової діяльності, як спостереження і дослід, аналіз і синтез, конкретизація, узагальнення і систематизація знань та вмінь, експериментування, збирання і зіставлення матеріалу, використання аналогій, пошук способу розв'язання задач тощо.

Творча діяльність учнів дає їм можливість глибше проникнути в сутність матеріалу, що вивчається, створює умови для його засвоєння і практичного застосування здобутих знань, сприяє розвитку самостійності та пізнавальних здібностей. В результаті такої діяльності процес засвоєння стає для учня процесом «відкриття» нових знань.

Пізнання на уроці в принципі може складатися з тих самих етапів, що й наукове пізнання: а) постановка мети дослідження (проблеми) та усвідомлення її учнями; б) мисленнєвий аналіз можливих шляхів, способів і засобів здійснення дослідження; в) висунення гіпотези; г) перевірка гіпотези; д) застосування здобутих знань у процесі подальшого дослідження при вивченні нового теоретичного матеріалу та розв'язуванні задач.

Саме такі етапи є складовими проблемного навчання. Від того, наскільки активно учень бере участь на кожному з цих етапів, залежить ступінь самостійності його мислення. Він найвищий тоді, коли учень сам ставить проблему, розв'язує та перевіряє її. Але на практиці немає можливості кожного разу реалізовувати зазначені етапи. Тому вчителі математики часто обмежуються створенням проблемної ситуації, постановкою проблемних задач тощо [4].

У процесі розв'язування задач шкільного курсу математики, зокрема тригонометричних рівнянь, створюються сприятливі умови для розвитку дослідницьких умінь учнів. Тригонометричні рівняння займають одне з центральних місць в курсі математики середньої школи як за змістом навчального матеріалу, так і за способами навчально-пізнавальної діяльності, які можуть і повинні бути сформовані при їх вивченні та застосовані до розв'язування значної кількості завдань дослідницького характеру.

Навчаючи учнів розв'язувати тригонометричні рівняння, треба мати на увазі, що формування дослідницьких умінь базується на уміннях, які утворюють цілий комплекс, до складу якого входять уміння: 1) провести аналіз запропонованого рівняння з метою його віднесення до одного з відомих видів; 2) здійснити обґрунтований вибір способу розв'язання; 3) розв'язувати прості тригонометричні рівняння та ілюструвати розв'язання за допомогою графіка, тригонометричного кола; 4) застосовувати властивості тригонометричних функцій при розв'язуванні тригонометричних рівнянь; 5) виконувати перетворення тригонометричних виразів; 6) розв'язувати алгебраїчні рівняння різних видів, до яких можуть зводитись тригонометричні рівняння тощо.

Так, при розв'язуванні тригонометричних рівнянь доводиться перетворювати вирази, що входять до їх складу. Внаслідок таких перетворень може одержатись рівняння нерівносильне даному. Відсутність чіткого уявлення про рівносильність рівнянь часто приводить в процесі їх розв'язання до загублення коренів або до одержання сторонніх.

Розв'язуючи тригонометричні рівняння, учні виконують перетворення тригонометричних виразів формально, не замислюючись над тим, до якого кінцевого результату вони можуть привести. Наприклад, розв'язуючи рівняння $\cos x \cdot \mathrm{tg}\ x = 1$, як правило, намагаються замінити вираз у лівій частині більш простим. Внаслідок такого перетворення одержується рівняння $\sin x = 1$, яке нерівносильне даному внаслідок зміни області визначення. Розв'язок останнього рівняння не є розв'язком даного, оскільки за умови $\sin x = 1$ функція $\mathrm{tg}\ x$ не має змісту. Щоб запобігти таких грубих помилок важливим є питання заміни розв'язуваного рівняння рівносильною мішаною системою: $\begin{cases} \cos x \neq 0, \\ \sin x = 1. \end{cases}$

Подальші міркування дають можливість зробити висновок, що дана система не має розв'язків, а отже й дане рівняння не має коренів.

Щоб запобігти помилок при розв'язуванні тригонометричних рівнянь, необхідно разом з учнями зробити наступні теоретичні узагальнення.

Нехай рівняння

$$f(x) = g(x) \qquad (1)$$

розв'язуване рівняння, яке має область визначення M, а перетворене рівняння

$$f_1(x) = g_1(x) \qquad (2)$$

має область визначення N. Тоді в процесі розв'язання рівняння (1) можливі наступні випадки.

1. $M = N$ – область визначення вихідного рівняння не змінюється, тому дане і перетворене рівняння рівносильні.

2. $M \subset N$ – перетворення рівняння (1) розширює його область визначення; серед розв'язків рівняння (2) можуть бути розв'язки, сторонні для рівняння (1).

3. $N \subset M$ – перетворення рівняння (1) звужує його область визначення; тому до розв'язків рівняння (2) можуть не увійти розв'язки рівняння (1).

M, з одного боку, збагачується новими значеннями, а з другого боку, втрачає деякі з них. Внаслідок таких перетворень можуть одержатись сторонні корені для рівняння (1), в силу розширення його області визначення, і в той же час можуть бути загублені корені рівняння (1) в наслідок звуження його області визначення.

Для прикладу розглянемо рівняння

$$\mathrm{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 2\,\mathrm{ctg}\,x - 1 \qquad (1)$$

$$M: x \neq \pi n, \quad x \neq \frac{\pi}{4} + \pi n, \; n \in Z .$$

Перетворимо рівняння (1) до виду (2):

$$\frac{\operatorname{tg} x + 1}{1 - \operatorname{tg} x} = \frac{2}{\operatorname{tg} x} - 1 \qquad (2)$$

$$N_1: x \neq \pi n, \quad x \neq \frac{\pi}{4} + \pi n, \; x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \; n \in Z$$

N_1 вужче, ніж M, а тому якщо трапиться втрата коренів рівняння (1), то відбудеться це лише за рахунок значень змінних $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ і тому це значення x обов'язково слід буде перевірити відносно рівняння (1).

Помножимо обидві частини рівняння (2) на вираз $(1–\operatorname{tg} x)\cdot\operatorname{tg} x$:

$$\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x = 2 - 3\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x \qquad (3)$$

$$N_2: x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in Z$$

N_2 не співпадає з M: $x = pn$, $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$ не належать N_1, у той же час належать N_2 і тому можна чекати появи сторонніх коренів.

Рівняння (3) має таку множину розв'язків: $x = \operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \pi n, \; n \in Z$.

I. Перевіримо, чи не є $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ загубленим коренем рівняння (1):

$$\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \pi n + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = -\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} = -1 .$$

–1=–1, тобто $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$ – корінь рівняння.

II. Перевіримо, чи не являється $x = \operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \pi n$ стороннім коренем рівняння (1).

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \pi n + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right) + \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}}{1 - \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2}\cdot 1} = 3$$

3=3, тобто $x = \operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \pi n, \; n \in Z$ є коренем.

Відповідь: $x=\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in Z$; $x=\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\pi n$, $n\in Z$.

Учні вважають, що етап перевірки є важливим тільки для ірраціональних, дробових, логарифмічних рівнянь, а над перевіркою одержаних розв'язків тригонометричних рівнянь вони навіть не замислюються. Наведений приклад яскраво ілюструє той факт, що недостатнє володіння питаннями рівносильності рівнянь може привести не лише до неправильної відповіді, а й до невірного всього процесу розв'язування тригонометричного рівняння.

Зазначимо, що значну кількість дослідницьких завдань не вдається розв'язати безпосереднім обчисленням (або такі обчислення є дуже громіздкими). Тому часто доводиться спочатку обґрунтовувати якусь властивість заданого рівняння, а потім, користуючись цією властивістю, давати відповідь на запитання задачі. До таких завдань можна віднести і задачі з параметрами.

Мабуть, ніхто не заперечуватиме, що задачі з параметрами є одним із найпотужніших засобів формування в учнів гнучкості, критичності мислення, розвитку дослідницьких здібностей. Дійсно, будь-яке рівняння, нерівність, системи рівнянь або нерівностей, мішані системи, що містять один чи кілька параметрів, разом з вимогою завдання вимагають і відповідної організації математичної діяльності [4].

Розглянемо наступне завдання: визначте, при яких значеннях параметра a рівняння $\cos^2 x+(2a+6)\cos x+(2a-7)(1-4a)=0$ має розв'язки.

Розв'язання. Розглянемо дане рівняння як квадратне відносно $\cos x$. Звідси $\left[\begin{array}{l}\cos x=2a-7,\\ \cos x=1-4a.\end{array}\right.$ Тоді шукані значення параметра a – це розв'язки сукупності $\left[\begin{array}{l}-1\le 2a-7\le 1,\\ -1\le 1-4a\le 1.\end{array}\right.$ Звідси $\left[\begin{array}{l}3\le a\le 4,\\ 0\le a\le \frac{1}{2}.\end{array}\right.$

Також цікавими і дієвими є завдання на знаходження розв'язків тригонометричних рівнянь та їх систем за певними умовами. Наприклад, розв'язки повинні бути обов'язково додатні чи від'ємні, задовольняти певну нерівність тощо. Щоб розв'язати тригонометричні рівняння з додатковими умовами, треба розв'язати їх не враховуючи цих умов із множини всіх розв'язків вибрати ті, які задовольняють додаткові умови.

Для прикладу розглянемо наступне завдання: визначте, скільки розв'язків має рівняння $\sin^2 x+\cos x=\frac{1}{4}$ на інтервалі $(-\pi;\,2\pi)$.

Розв'язання. Знаходимо спочатку загальний розв'язок рівняння

$\sin^2 x+\cos x=\frac{1}{4}$: $1-\cos^2 x+\cos x-\frac{1}{4}=0$, $4\cos^2 x-4\cos x-3=0$, звідки маємо: 1) $\cos x=-\frac{1}{2}$ і 2) $\cos x=\frac{3}{2}$, що неможливо. Тоді $x=\pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+2k\pi$, або $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2k\pi,\ k\in Z$.

Перейдемо тепер до виконання умови, а саме, щоб розв'язки лежали в інтервалі $(-\pi;\ 2\pi)$. Знайдемо значення k з множини цілих чисел: 0; ±1; ±2; ... Підставивши ці значення в загальний розв'язок, простежимо, щоб частинні розв'язки не виходили за межі названого інтервалу. При $k=0$ маємо $x_{1,2}=\pm\frac{2\pi}{3}$ – ці корені задовольняють умову. При $k=1$ маємо $x_3=-\frac{2\pi}{3}+2\pi=\frac{4\pi}{3}$. Цей корінь задовольняє умову. Корінь $x_4=\frac{2\pi}{3}+2\pi$ умову не задовольняє. Отже, дане рівняння при заданій умові має три корені.

Відомо, що багато рівнянь допускають декілька різних способів їх розв'язання. Уміння знайти найбільш раціональне, нестандартне, «красиве», оригінальне розв'язання багато в чому залежить від рівня сформованості дослідницьких умінь учнів.

Список використаних джерел

1. Бурляй М. Ф. Задачі, розв'язування яких пов'язане з пошуком нової ідеї / М. Ф. Бурляй // Математика в школах України, – № 4 (340) – лютий 2012 р. – С. 8–9.

2. Гетманцев В. Д. Математика. Тригонометрія : посібник для слухачів підготовчих відділень, вступників до вищих навчальних закладів, студентів педагогічних інститутів / В. Д. Гетманцев, О. Ф. Саушкін. – К. : Либідь, 1994. – 144 с.

3. Мадзігон В. М. Проблеми і завдання педагогічної науки в умовах розбудови національної школи (до 70-річчя Інституту педагогіки АПН України) / Мадзігон В. М., Бурда М. І. // Педагогіка і психологія. – 1996. – № 3. – С. 3-9.

4. Повстемська В. І. Технологія розвитку дослідницьких здібностей учнів / В. І. Повстемська // Математика в школах України. – 2005. – №2. – С. 2-5.

5. Яцкова Т. Про розвиток евристичного мислення школярів / Т. Яцкова // Математика в школі. – 2001. №1. – С. 53.

ОСВІТНІ Й СВІТОГЛЯДНІ АСПЕКТИ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ

І. М. Васильків
Україна, м. Львів, Львівська державна фінансова академія
Ivan280158@mail.ru

Розвиток і поглиблена інтерпретація принципів навчання – невід’ємна риса поступу педагогічної науки. Принцип фундаменталізації навчання – один із найбільш важливих у системі загальнодидактичних принципів. Його роль особливо зростає в умовах стрімкого збільшення обсягів наукової інформації і швидкого старіння знань і полягає, насамперед, у тому, щоб оптимізувати навчальний процес та подолати проблему надмірного завантаження студентів. Згідно з принципом фундаменталізації студенти мають одержати з кожної дисципліни фундаментальну підготовку, по суті сукупність методологічних, системоутворювальних знань, які, крім усього іншого, суттєво використовуються під час вивчення інших дисциплін.

Фундаментальна складова освіти передбачає надання базових, універсальних, відносно інваріантних і довготривалих знань, умінь і навичок. Фундаментальні знання є основою професійного розвитку індивіда в подальшій діяльності. Зокрема, саме фундаментальні знання роблять можливим успішне продовження навчання в майбутньому, а відтак забезпечують готовність до виконання нових професійних функцій у довготерміновій перспективі.

Цілком природно, що коли йдеться про фундаменталізацію освіти, акцент робиться насамперед на якостях, що безпосередньо або опосередковано пов’язані з професійною підготовкою майбутнього фахівця. А між тим реалізація принципу фундаменталізації дозволяє паралельно розв’язувати й інші завдання, з-поміж яких і завдання виховання та всебічного розвитку особистості, подолання роз’єднаності двох компонент культури: природничо-наукової і гуманітарної. Останнє особливо актуально сьогодні, в епоху змін та викликів, що їх несе з собою глобалізація.

Пошук цілісної культури стає нагальною необхідністю. Не цілком переконливим видається твердження про те, що відповідальність за розрив між двома складовими педагогічного процесу – освітою і вихованням – «лежить …на гуманітарному мисленні, бо саме гуманітарна компонента культури не встигає за її технічною складовою» [6, 48]. Річ у тім, що як тільки стати на позицію чіткого розмежування «двох способів мислення», то об’єктивно завжди гуманітарна складова культури приречена «наздоганяти» природничо-наукову. Це пов’язано з тим, що таке розмежування за замовчуванням передбачає домінуючу роль раціонального мислення (точних наук) у пізнанні світу. (При цьому раціональне пізнання зазвичай ототожнюється з осягненням.) А позаяк сучасні природничі науки характеризуються високим рівнем математизації, то потрібний час, упродовж якого новітні досягнення цих наук «перекладаються» на доступну неспеціалістові мову. Учасниками процесу такого перекладу (адаптації-розгорнення) виступають і представники точних наук («популяризатори») і гуманітарії («філософи»). Упродовж цього часу відповідні наукові терміни й поняття інтенсивно залучаються до обігу в інформаційному просторі, починають сприйматися все ширшим загалом і набувають глибшого, а відтак доступнішого смислового значення. Отже, коли йдеться про подолання роздвоєння, розриву між «двома способами мислення», то мову треба вести радше про відшукання шляхів і методів творення (виявлення) цілісної культури, і в цьому процесі мають бути однаковою мірою задіяні представники і точних і гуманітарних наук. Власне сам процес популяризації досягнень природничих наук (у сенсі подання їх у вигляді, зрозумілому нефахівцеві) не можливий без участі фахівців, і ця участь, тою чи іншою мірою, обов'язково супроводжується актами «гуманітарного мислення». Нова культура має творитися так, щоб подолати роздвоєність мислення через виявлення його єдності і цілісності. Природна основа такого виявлення – цілісна природа нашої свідомості, а підстава і база для цього – єдність світу.

Основи науки єдині. «Наука являє собою внутрішньо єдине ціле. Її поділ на окремі області зумовлений не стільки природою речей, скільки обмеженістю здібностей людського пізнання. Насправді ж існує неперервний ланцюг від фізики і хімії через біологію й антропологію до соціальних наук… Велику внутрішню подібність мають також і методи дослідження…». На перший погляд може здатися, що автор цих думок – представник «гуманітарного мислення», а насправді вони висловлені німецьким фізиком, лауреатом Нобелівської премії М. Планком [5, 183]. Проблема виявлення органічної єдності двох способів мислення тотожна проблемі гармонізації стосунків людини з природою через освоєння сучасної картини світу. Ця проблема розв'язується на основі органічної єдності природничо-наукової і гуманітарної складових освіти. В іншому разі важко говорити про дидактичні аспекти, які можуть слугувати основою фундаменталізації навчання стосовно гуманітарної освіти.

Тільки шляхом інтеграції природничих та гуманітарних знань, виявленням органічної їх цілісності можна підготувати людину до життя в насиченому інформаційному середовищі і забезпечити гарантії неперервної успішної самоосвіти. При цьому важливо скерувати індивіда на здобуття не тільки чисто професійних знань, але й на якісно новий рівень перебування в інформаційному середовищі, що характеризується осягненням універсальних і узагальнених знань, котрі становлять глибинний пласт культури, де духовне й матеріальне є гранями єдиного цілого. Саме такі знання є базою формування «глобального менталітету» і запорукою гармонійних стосунків індивіда зі світом (як внутрішнім, так і зовнішнім).

Формування цілісної особистості – одне з найважливіших завдань педагогіки. Це завдання не може бути пріоритетом лише якоїсь однієї навчальної дисципліни чи групи дисциплін. До того ж мову про його розв'язання не можна вести в рамках тільки змістової компоненти освіти.

Багато дослідників одним із головних недоліків сучасної освіти вважають той факт, що вона не дає цілісної картини світу. Так склалося, що кожна дисципліна використовує свою систему класифікації понять і явищ, тому картина, що формується в процесі навчання, розмежована на предметні області. При цьому знання пов'язуються мимовільно, несистемно, не утворюють єдиної структури через недостатньо повну обґрунтованість і стійкість зв'язків між інформаційними фрагментами. На все це накладає свій відбиток інтенсивний розвиток науки і надмірна прагматизація, а відтак і дегуманізація та десуб'єктивація освіти. У такому «диференційованому» світі особистість почуває себе некомфортно, невпевнено, тривожно.

Формування картини світу належить до первинних потреб людини і в той чи інший спосіб вона розв'язувалася впродовж усього часу існування людства. Ця потреба – це насамперед потреба пізнання загадковості світу, позаяк ця загадковість «так важко переноситься людиною, що вона готова надати світові міфічне, фантастичне пояснення, аби позбутися тягаря нерозуміння, навіть якщо це нерозуміння не загрожує їй безпосередньо ні голодом, ні небезпекою для життя» [7, 76–77].

Як уже мовилося, проблема донесення новітніх наукових знань до широкого загалу нефахівців далеко непроста, насамперед через високий рівень абстракції і математизації цих знань. Без математики неможливе осягнення новітніх знань про природу, а відтак неможливе неперервне введення в освітній процес досягнень фундаментальних наук. Тому природно, що серед популяризаторів науки завжди були математики. І тут одним із перших можна згадати Л. Ойлера. У трьох томах «Листів до німецької принцеси» він дав ясний і блискучий виклад природознавства свого часу. «Листи» виявилися дуже популярними, і за життя Л. Ойлера їх було видано понад 20 разів майже всіма європейськими мовами.

У процесі навчання математики викладач має широкі можливості для того, щоби безпосередньо долучитися до формування наукової картини світу студента. Мова, звісно, не йде про підміну змісту заняття чи обмеження кількості матеріалу, який подається на занятті. Маються на увазі, зокрема, короткі, наперед заплановані і добре обдумані «експромти» під час вивчення тієї чи іншої теми. Такі міні-бесіди не тільки розкривають великі можливості математики у пізнанні природи, але й сприяють зацікавленню і виникненню глибинної, самоціннісної, а не чисто прагматичної мотивації до її вивчення.

Приводи для таких бесід можуть бути різні, але завжди так чи інакше вони пов'язані з матеріалом, що розглядається на занятті. Наприклад, під час вивчення теми «Криві другого порядку» обов'язково вводять канонічні рівняння кривих. При цьому зазвичай наголошують, що ці рівняння – найпростіші за виглядом рівняння кривих, і ця простота досягається шляхом спеціального вибору системи координат. Однак, якщо йдеться, приміром, про гіперболу, то студентові важко зрозуміти, чому рівняння $x^2–y^2=1$ слід вважати простішим, аніж рівняння $y=1/x$. Звичайно ж, викладач знає пояснення: перше з рівнянь має більшу кількість симетрій – крива, яка йому відповідає, характеризується вісьовою і центральною симетріями, а крива, яка відповідає другому рівнянню, характеризується тільки центральною симетрією.

Власне симетрія лежить в основі побудови канонічних рівнянь кривих. Але поняття симетрії – це не чисто геометричне поняття, не просто синонім слів «правильний» чи «красивий». Як фундаментальна ідея, це поняття прийшло в математику з алгебри (а не з геометрії), і безпосередньо пов'язане з добре відомою проблемою відшукання розв'язків алгебричних рівнянь у радикалах. Найбільший внесок у розв'язання цієї задачі зробили Ж. Лагранж, Г. Абель, П. Руффіні і Е. Галуа. Саме завдяки теорії груп, створеній Е. Галуа, «математика перестала бути наукою про числа і форми – арифметикою, геометрією. Вона стала наукою про структури. Те, що було дослідженням речей, стало дослідженням процесів» [8, 174].

Імена Ж. Лагранжа й Г. Абеля обов'язково згадуються у класичному курсі вищої математики для нематематиків (метод множників Лагранжа і метод варіації сталих, теорема Абеля про степеневі ряди). Тому до обговорення симетрії можна звернутися й при згадуванні імен цих вчених.

Поняття симетрії давно з чисто математичного перетворилося на загальнонаукове. Зокрема, у 1963 р. американський фізик-теоретик Ю. Вігнер за відкриття та застосування фундаментальних принципів симетрії для опису взаємодій елементарних часток дістав Нобелівську премію. Можна сказати, що новітні концепції сучасного природознавства базуються на понятті симетрії. Ідея симетрії «серйозно розширена і вдосконалена, лежить в основі того, як сучасна наука розуміє всесвіт та його походження» [8, 12]. Закони природи симетричні, і рівняння, що їх описують, відображають цю симетрію. Протиставлення «раціональної (наукової) і нераціональної або ірраціональної сфер людського пізнання… призвело до збіднення науки і наукової методології» [1, 146]. Таке протиставлення ігнорує ту обставину, що «поняття «наукова картина світу» є метафоричним виразом, який несе в собі значне образно-емоційне навантаження, а тому … в уявленні про «наукову картину світу» природно й органічно сплавляються два … рівні взаємодії суб'єкта пізнання з пізнаваним світом, яким би ми не уявляли при цьому суб'єкт і пізнаваний світ» [3, 179]. Отже, будь-яка чисто раціональна наукова картина світу є неповна, бліда, «холодна» порівняно з реальністю. Тепер ситуація змінюється. Загальновизнаною стає концепція особистісного характеру пізнання, етичного підходу до осягнення сутності світу і буття. При цьому «замість «холодної» картини світу створюється й аналізується «тепла» картина світу. Ця нова ноологічна картина світу органічно включає в свою цілісність людину…» [1, 148]. Тільки така, етично забарвлена картина світу сповнена образами гармонії, завершеності, рівноваги.

Дискутувати про потрібність чи непотрібність фундаментальних світоглядних знань, а тим більше про їх застосовність у практичній діяльності – означає не тільки невиправдано звужувати і примітизувати завдання освіти, але й нехтувати увагою до внутрішнього світу студента. Такі знання важливі принаймні тому, що допомагають виразити індивідуальний погляд на світ і виявити тим самим свою унікальність.

Не слід забувати також, що зміст навчання завжди супроводжується, доповнюється суб'єктивним, буденним змістом. Саме це є базою для переживання виучуваного знання особистісними структурами свідомості студентів, що, своєю чергою, сприяє формуванню стійких мотивів та інтересів і трансформації їх у внутрішню потребу навчатися.

Зрозуміло, що проблема формування картини світу навряд чи може бути розв'язана поза межами емоційно-евристично-інтуїтивної сфери діяльності студента і викладача, поза межами нелінійних технологій навчання. Ефективність роботи педагога прямо залежить від рівня його компетентності, від методів інтелектуальної діяльності і методологічної культури. Можливо, не весь матеріал можна зробити до кінця зрозумілим для слухачів, котрі недостатньо підготовлені. Та тут, як у поезії, важливі стиль і форма подання матеріалу, а також стан душі самого викладача. Його ораторська майстерність, ерудованість, духовна «заангажованість» неминуче передаються аудиторії, налаштовують її на глибинне, творче сприйняття того, що обговорюється, допомагають зробити сприйняття легким і «посіяти ілюзію повного розуміння» в головах слухачів. При цьому «важливо не спотворювати точну наукову інформацію, а вміло вставляти її у виразніші контексти за допомогою образів, метафор, символів» [4, 54]. Слід зважувати кожне слово і пам’ятати, що в процесі спілкування як «розвивальної взаємодії одномоментно може відбутися обмін не лише знаннями, а й нормами, цінностями, виникати взаємне порозуміння, розгортатися смислове взаємне збагачення» [2, 81]. Тому треба діяти достатньо м’яко, виважено, мудро, не нав’язуючи остаточних варіантів, залишаючи простір для неминучого доповнення, доосмислення, суб’єктивації кінцевої картини кожним студентів і викладачем.

Список використаних джерел

1. Васянович Г. П. Ноологія особистості : навчальний посібник / Г. П. Васянович, В. Д. Онищенко. – Львів : Сполом, 2007. – 217 с.

2. Гуменюк О. Освітнє спілкування як інформаційний, діловий, психосмисловий і самосенсовий різновиди обміну / О. Гуменюк // Психологія і суспільство. – 2005. – № 3. – С. 73-94.

3. Киященко Л. П. Современная картина мира и синергетика художественных языков / Киященко Л. П., Киященко Н. И. // Практична філософія. – 2005. – № 1 (15). – С. 179-195.

4. Клепиков В. Н. Интеграция гуманитарных и естественно-математических знаний / В. Н. Клепиков // Педагогика. – 2010. – № 4. – С. 48-54.

5. Планк М. Единство физической картины мира : сборник статей / Макс Планк ; Академия наук СССР. – М. : Наука, 1966. – 285 с.

6. Ротенфельд Ю. Новый подход к философии образования и воспитания. Кризис гуманитарного мышления / Ротенфельд Ю. // Практична філософія. – 2004. – №2 (12). – С. 44–53.

7. Сачков Ю. В. Фундаментальные науки как стратегический ресурс развития / Ю. В. Сачков // Вопросы философии. – 2007. – № 3. – С. 76–89.

8. Стюарт И. Истина и красота: Всемирная история симметрии / Иэн Стюарт. – М. : Астрель, 2010. – 464 с.

КОНСТРУИРОВАНИЕ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ ДИДАКТИЧЕСКИХ ИГР ПО ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

О. Н. Володина
Украина, г. Донецк, Донецкий национальный университет
olgav0406@mail.ru

Современный этап развития общества требует новых подходов к организации обучения и воспитания, которые бы способствовали развитию студента, его способностей, быстрой адаптации при изменении жизненных обстоятельств. Высшее учебное заведение должно быть сориентировано на использование таких педагогических технологий, которые предусматривают обучение и воспитание активной, образованной, творческой личности.

В системе учебных занятий в вузе широкое применение находят эффективные методы и приемы организации обучения студентов, которые способствуют формированию их познавательной активности.

В отечественной и зарубежной литературе есть немало научных трудов, в той или иной мере рассматривающих вопросы активизации обучения и развития познавательной активности студентов. Основы теории активизации обучения были заложены в начале 70-х годов прошлого века в исследованиях И. Я. Лернера, А. М. Матюшкина, В. Оконя, М. Н. Скаткина и др. В настоящее время акцент исследователей делается на интерактивные средства формирования познавательной активности, среди которых находятся мультимедийные дидактические игры (МДИ). Разработкой дидактических игр по математике занимались такие исследователи, как В. М. Букатов, В. Г. Коваленко, Б. А. Кордемский, Л. С. Сухарева, Л. В. Тополя, П. М. Щербань и др. Однако проблема исследования дидактических игр для студентов-математиков классических университетов исследована недостаточно. Особое значение в современных условиях приобретает вопрос о внедрении компьютерных технологий в практику работы вуза. В этой связи актуальной является разработка и внедрение МДИ. Для ее решения нами выбран курс «История математики». Особенности истории математики как области науки В. Г. Бевз [1] раскрывает через отдельные характеристики науки вообще: а) наука – это система знаний, которая постоянно развивается; б) наука – специфический вид духовного производства; в) наука – социальный институт.

Структура и программа курса истории математики, как отмечает В. Г. Бевз, определяется спецификой университета и будущей специальностью студентов. Анализ рабочих программ показывает, что изложение материала строится в основном на хронологической основе с расширением отдельных вопросов за счет историко-географического и концептульно-логического способов с применением традиционных средств обучения. Что касается использования и разработки мультимедийных средств для управления деятельностью студентов по данному курсу, то эта проблема остается открытой.

Простым и удобным в пользовании средством для создания МДИ является MS PowerPoint, являющийся универсальной системой подготовки презентаций и слайд-фильмов. PowerPoint объединяет в себе два типа программ – графический редактор и инструмент для слайд-шоу. Подобных программ множество, но отличие PowerPoint состоит в том, что его графические возможности ориентированы именно на составление презентации, то есть не только картинок, но и сопроводительного текста и многочисленных дополнений для оживления показа. Важно, что PowerPoint формирует очень экономный, малый по размеру файл, который легко открывать и пересылать по электронной почте [2].

Обучение в процессе игры происходит на высоком эмоциональном уровне, который способствует большей мотивации и уменьшению утомляемости студентов в процессе обучения, а, следовательно, более полному усвоению изучаемого материала. Особенностью таких игр является то, что они содержат задания как открытого, так и закрытого типа.

С целью формирования познавательной активности при изучении курса «История математики» нами разработаны МДИ для студентов-математиков по темам «История арифметики», «История геометрии», «История алгебры», «История математического анализа». Каждая тема содержит игры на распознавание портретов ученых, на повторение и обобщение изученного материала, обучающие и контролирующие игры.

По количеству игроков МДИ можно разделить на коллективные, групповые и индивидуальные. Например, игра «Раскраска» (тема «История геометрии», вопрос «История Александрийской эпохи») предназначена для индивидуального использования. Ее рекомендуется проводить в конце занятия, на котором рассматривался данный вопрос. После выполнения заданий игры на слайде будет видно, как студенты справились с заданиями: в случае правильного ответа – цветная часть картинки, в противном случае – черно-белая (рис. 1).

В состав МДИ, способствующих развитию познавательной активности студентов на занятиях по истории математики, входят следующие типы заданий: 1) с одним правильным ответом; 2) на сопоставление; 3) открытого типа с вписыванием правильного ответа с клавиатуры компьютера.

Опишем каждый тип задания МДИ.

Задание с одним правильным ответом. Пример такого задания показан на рис. 2, 3 (фрагмент МДИ «Галерея» по теме «История арифметики» (вопрос «Возникновение и основные этапы развития дробей»). С помощью триггеров – средства анимации, позволяющего задать действие выделенному элементу, анимация запускается по щелчку – удалось значительно улучшить обратную связь, обеспечить более комфортные условия и добиться большей динамики во время проведения дидактической игры. Если студент правильно ответил на поставленный вопрос, то появляется фигура с надписью «Правильно!» и кнопка «Вперед» (рис. 2), в противном случае появляется фигура с надписью «Неправильно!» (рис. 3).

Рис. 1

Задание на сопоставление выполняется с помощью макроса DragAndDrop. Любой объект, размещенный на слайде (текст, картинка, фигура и др.) в процессе демонстрации перемещается после нажатия на него. Например, для выполнения задания, которое предложено на рис. 4, необходимо в МДИ «Дартс» по теме «История арифметики» (вопрос «Расширение понятия числа») сопоставить происходящие события и страны, в которых эти события происходили. Принцип работы при запуске следующий. Щелкните левой кнопкой по необходимому объекту и после отпускания кнопки следует вести объект в необходимое место.

Следующим щелчком левой кнопки мыши оставляем объект (рис. 5).

Рис. 2

Рис. 3

Рис. 4

Рис. 5

Задание открытого типа с вписыванием правильного ответа с клавиатуры компьютера можно продемонстрировать на примере МДИ «Дартс» по теме «История арифметики» (вопрос «Расширение понятия числа»). Для проверки ответа используются возможности встроенного в Power Point редактора Visual Basic for Applications (VBA). Если с клавиатуры вводится правильный ответ (рис. 6), то студенту предоставляется возможность продвигаться дальше, в противном случае можно нажать кнопку «Очистить», вписать другой ответ и проверить его (рис. 7).

Для проверки уровня усвоения знаний студентов разработан конструктор для создания контролирующего теста в среде PowerPoint [3]. С помощью этого шаблона можно создавать различные виды слайдов (рис. 8). Таким образом, МДИ, используемые в учебном процессе, способствуют формированию познавательной активности студентов, поскольку их применение не только развивает творческое мышление, но и делает процесс обучения интересным и занимательным, облегчает преодоление трудностей в усвоении изучаемого материала. Разнообразные игровые действия, при помощи которых решается та или иная задача, поддерживают и усиливают интерес студентов к учебному предмету, вырабатывается привычка сосредоточиваться, мыслить самостоятельно, развивается внимание, стремление к знаниям. Увлекшись, студенты не замечают, что учатся: познают, запоминают новое, ориентируются в необычных ситуациях, пополняют запас представлений, понятий, развивают фантазию и творческое мышление.

Рис. 6

Рис. 7

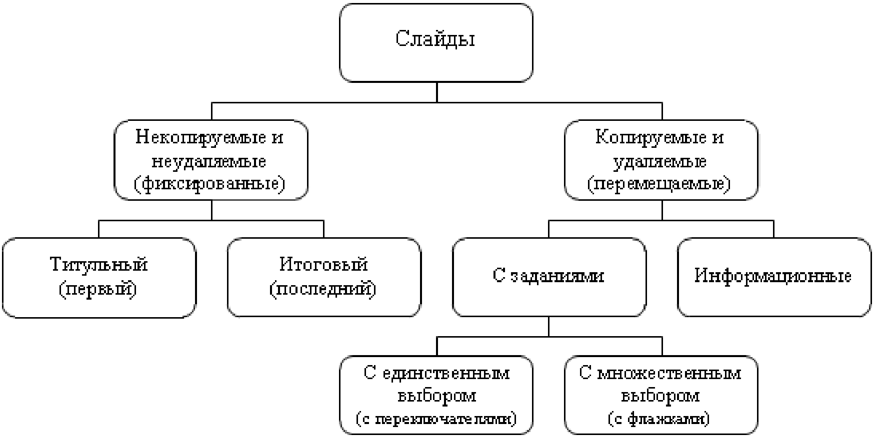


Рис. 8. Виды слайдов в тестах

Список использованных источников

1. Бевз В. Г. Історія математики як інтеграційна основа навчання предметів математичного циклу у фаховій підготовці майбутніх вчителів / В. Г. Бевз. – К. : Тираж, 2006. – 483 с.

2. Лазарев Д. Презентация: Лучше один раз увидеть! / Дмитрий Лазарев – М. : Альпина Паблишер, 2011. – 142 с.

3. Тесты MS PowerPoint [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.rosinka.vrn.ru/pp/index.htm

ЗМІСТ І ЗНАЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ СИМВОЛІКИ

К. В. Григоренко
Україна, м. Черкаси, Академія пожежної безпеки ім. Героїв Чорнобиля
grigkos1974@gmail.com

Поняття математики, а, отже, термінологія, символіка народжуються не відразу. І незважаючи на те, що математика сама створює свої «елементарні частинки» – основні початкові поняття, а тому здавалося б, маючи таку перевагу, вона не повинна мати труднощів при конструюванні своїх домінантних положень. Якщо ж впритул подивитися на ці речі, то можна помітити, що і при формуванні понять і відповідної символіки (вона має бути простою, зручною, доступною в використанні) виникає багато суперечливих суджень, виникають суперечки, але істина завжди народжується. Цей процес проходить інколи довго і складно в своєму розвитку. При цьому удосконалюється символіка, відшліфовується термінологія. Поняття знаходить своє застосування, встановлюються зв'язки з іншими поняттями. В результаті воно знаходить свою природну легкість, зручність, надзвичайну оперативність. Крім того, якщо ми хочемо узнати все про яку-небудь математичну теорію, нам слід іти по довгому ланцюжку ідей, методів, теорем і всього того, що її складає, від першовідкривачів до їх послідовників з тим, аби побачити реально реалізацію методів теорії, процес її становлення в розвитку і динаміці. Зрозуміло, що для розуміння цього необхідне початкове знання теорії. Познайомившись з її основними поняттями, її розбудовою, з розширенням і поглибленням, прийде розуміння теорії в цілому, що принесе, звичайно, користь для ґрунтовного її оволодіння.

Ми прагнемо до активізації пізнавальної діяльності учнів і студентів, до поглиблення і розширення знань з математики, підвищення зацікавленості предметом, розширення історико-математичного кругозору і підвищення математичної культури. Це – спроба дати в руки студенту матеріал, який би допоміг йому конкретно супроводжувати вивчення курсу математики оглядом її теоретичних конструктів, мотивів, концепцій, інструментарію, логікою її розбудови, фрагментами її історичного розвитку. Знайомство з розвитком математики в синтезі з органічним зв'язком, із систематичним вивченням програмного матеріалу, на нашу думку, сприятиме процесу розумового визрівання і свідомого засвоєння матеріалу. Координування вивчення математики з історичними коментарями і математичною генеалогією підвищить потяг і до математики та до свідомого її засвоєння.

Студент має з перших же днів навчання оволодіти правилами і прийомами логічних міркувань з тим, аби вміти проводити доведення теорем. У зв'язку з цим важливими є питання, пов'язані із структурою теореми, видами теорем, формулюванням, методами їх доведення тощо. Щоб продуктивно і цілеспрямовано вивчати математику, студент має володіти специфікою основних математичних конструктів, які лежать в її основі: поняття, означення, неперервність, дискретність, та головним методом її розбудови – доведенням. Важливими для студента є також і висвітлення світоглядних і історичних питань математики, які прискорять розуміння математичних курсів у цілому.

Поширені підручники і посібники такого важливого матеріалу майже не містять, оскільки обмежуються в основному логічними побудовами. Але студент має отримати цільну систему понять, конструкцій, які б перебували в динаміці свого творення, оскільки генезис їх, зародження їх, становлення мають важливе значення для усвідомлення їх значення в розбудові всієї математики, надаючи студенту «орієнтацію в просторі і в часі». Знання походження математичних термінів прояснює розуміння їх математичної суті, змісту, часу впровадження тощо. Для цього необхідні історичні екскурси і коментарі, з тим, аби познайомитися з зародженням і розвитком теорій, з їх витоками, з предметами становлення, які, звичайно ж, виникають у процесі життя кожного математичного конструкту. Одержані уявлення про теорію в динаміці усіх її зв'язків допоможуть інакше подивитися на фактичний матеріал, який вже добре відпрацьований. Крім того, важливо з'ясувати зв'язки з іншими розділами курсу, аби з'явилося уявлення про єдність курсу, органічну його зв'язаність і зв'язність.

Ми ставимо задачу показати в динаміці процес створення математичних теорій, їх понять, термінології і символіки. Зазначимо, що геометричні поняття, а, значить, і їх термінологія та символіка, мають більш давню історію, ніж алгебраїчні чи поняття математичного аналізу. Останні з'явилися в результаті наукової революції, яка прийшла в математику після занепаду стародавньої математики. Вона стала настільки вузькою, що в ній не можна було далі розвивати математику, яка отримувала складні задачі практики – це стало першочерговим завданням у XVII ст., коли природознавство стало вимагати нових моделей. Символічна математика стала просто необхідною, адже символіка чудовим чином скорочує роботу думки. Математика спочатку була риторичною (грецьк. *ритор* – промовець). Наприклад, в алгебрі алгебраїчні залежності виражалися словесно, це приводило до громіздкості запису і ускладнення міркувань, тому вона була замінена синкопічною (грецьк. *синкопа* – зріз). При цьому вживалися скорочення слів, якими виражали поняття і їх зв'язки, наприклад, Діофант (III ст.) Зазначимо, що дослідження Діофанта в термінах синкопічної алгебри стали відправним пунктом чи точкою відліку назви багатьох теоретико-числових і алгебраїчних досліджень, настільки прискорювався та інтенсифікувався процес міркувань. Ще пізніше в процесі свого розвитку вона стала символічною (грецьк. *символ* – знак, прикмета, ознака). В результаті математика здобула силу і крила.

Процес цей ішов надзвичайно довго, аж поки не була вироблена зручна символіка, в термінах якої було просто оперувати різними математичними поняттями і їх відношеннями. Створення і розвиток математичної символіки – тривалий процес, який тісно пов'язаний з розвитком математичної науки. Розвиток останньої породив нові розділи математики, у зв'язку з чим виникла потреба в нових символах, які, як правило, не завжди входили до загального вжитку. Часто вони були різними, проходили еволюцію, відторгнення і визнання, набували нових форм і займали своє місце. Повчальним з цього приводу є символіка для знаку множення. Наприклад, ще у XVII ст., коли спілкування математиків досягло вже порівняно високого рівня, для нього існувало багато позначень, серед яких були: *, ×, ·, ∘.

Початок пожвавленого етапу встановлення символіки треба шукати в XIV-XVI ст., коли у зв'язку з розвитком природознавства змінилося відношення до математики і вона набула новий статус – домінуючої науки серед наук. Необхідним став аналітичний апарат, який вимагав уніфікації символіки.

Створення математичної символіки і термінології значною мірою пов'язане з творчістю математиків або авторів перших підручників. Велику роль в утворенні геометричної термінології і символіки відіграли коментатори Евкліда і тому вони мають грецьке походження. Пізніше в освіті відбувався процес латинізації, то багато термінів і символів є скороченням латинських слів. Такі знаки, як довжина, периметр, висота та інші своїм виникненням зобов'язані філологічним факторам. Наприклад, l – довжина відрізка, – початкова буква латинського слова *longitado* (довжина), d – символ відстані між точками, – є початкова буква слова *distantia* (відстань), h – символ висоти, – є початкова буква латинського слова *hirpas* (висота), m – символ медіани, – є початкова буква латинського слова *mediam* (середина), P – символ периметра, – початкова буква латинського слова *perimetras*; символ поверхні s є початкова буква латинського слова *superfecies* (поверхня), символи N і n походить від латинського слова *numerus* (число) і т.д.

В алгебрі першим зробив спробу її символізувати арабський математик Аль-Каласаді (1485). Однак його символіка була, по-перше, непростою, а, по-друге, співпала в часі з періодом вигнання арабів з Піренейського півострова, а тому була швидко забута. Тому першим відомим символізатором алгебри став Ф. Вієт (1591). Дещо пізніше Р. Декарт (1637) удосконалив символіку. З виникненням сучасної алгебри (XIX ст.) вона суттєво поповнилась. В зв'язку з цим математика стала зручною і оперативною.

Символіка математичного аналізу створена в період його творення в кінці XVII ст. і бурхливого його розвитку XVIII-XIX ст.

Символіка і термінологія математики пройшли довгий шлях становлення і утвердження. Процес цей йшов від складнішого до простішого. Слід зазначити, що важливий внесок в становлення термінології в 20-30-ті роки XX століття здійснив великий український вчений-математик зі світовим ім'ям, академік М. П. Кравчук (1892-1942).

Історія математики показує, що її логічна структура, розбудова і застосування стали залежними від використання символіки і її удосконалення. При побудові математичних моделей практичних задач не можна обійтися самою розмовною мовою. Моделювання – це переклад на логіко-математичну мову задач практики.

Цей процес прискорився з введенням позиційної десяткової системи числення. Вона відкрила широкі перспективи розбудови математичних теорій і їх застосування. Алгебра і аналітична геометрія зобов'язані Вієту і Декарту за розробку основ алгебраїчного числення. Введені Лейбніцем позначення похідної та інтеграла допомогли розвинути диференціальне та інтегральне числення; задачі на обчислення площ, об'ємів, роботи, сили, знаходження дотичних і т. д., розв'язування яких раніше було доступне тільки першокласним математикам, стали розв'язуватися майже автоматично. Завдяки позначенням Лейбніца математичний аналіз став дієвим знаряддям досліджень прикладних задач. За допомогою зручної символіки (символи – не тільки зображення думки, але і плодотворний інструмент її спонукання і появи нових зв'язків процесу, який вивчається) точно описується задача, яка досліджується. Математичні знаки (символи) дозволяють записати в компактній і легко оглядовій формі моделі практичних задач. Це сприяє більш глибокому усвідомленню їх змісту, залежностей, полегшує їх запам'ятовування. При цьому зміст задачі моделюється формулами, що досліджуються математично в чистому вигляді. Задача записана символічно у вигляді моделі одержує ніби силу і крила та розкриває свої глибинні зв'язки і взаємозалежності, оскільки при цьому є змога розвинути в них системне числення і алгоритми: це вже дозволяє розробляти потужні методи математики.

Сукупність математичних знаків (символів) утворює математичну мову.

Математична символіка є специфічною формою позначень у математиці понять або процесів. Вона має:

а) забезпечити в стислій формі можливість записування понять або процесів;

б) бути засобом для створення математичного апарату, в якому умовиводи заміняються символічними викладками за певними формальними операціями;

в) створити апарат математичного дослідження.

Зручна символіка інтенсифікує роботу думки, тому тенденція до уніфікації символіки проходить через всю історію математики.

Математична символіка складається з:

1) знаків об'єктів і чисел, кутів, векторів, послідовностей, функцій матриць,множин, висловлювань і т. д.;

2) знаків відношень між об'єктами – «більше», «менше», «дорівнює», «лежить правіше», «паралельність», «перпендикулярність», «колінеарність» і т. д.;

3) знаків алгебраїчних і функціональних операцій та відношень: додавання, множення, об'єднання, перерізу, диз'юнкції, диференціювання, інтегрування, добування кореня і т.д.;

4) допоміжних знаків – дужки.

Систему або сукупність логіко-математичних знаків у сучасній математиці називають її *символікою*.

Символіка математики – це підмножина множини тих знаків, які становлять зміст сучасної математичної мови. Знаки є вихідним «матеріалом», з якого будуються за певними правилами мовні вирази – аналоги слів і тверджень звичайної (наприклад, російської чи української) мови. Математичний вираз – це скінченна послідовність знаків в алфавіті математичної мови. Правила його побудови розглядаються в синтаксисі – граматиці математичної мови. Зауважимо, що не кожна послідовність є математичним виразом аналогічно до того, як не кожна послідовність букв українського алфавіту є словом. Тому в процесі вивчення математичної мови важливу роль відіграє семантичний (змістовий) підхід, який дає змогу виділяти серед різноманітних скінченних послідовностей математичних знаків ті, що мають певний зміст.

Вивчаючи математичну мову, слід приділяти велику увагу семантиці – розумінню студентами змісту математичних виразів – і синтаксису – вмінню користуватися формальним математичним апаратом (правильно виконувати тотожні перетворення математичних виразів).

Математичні вирази можна з'єднувати знаком певного відношення. У результаті вийде речення зі змінною або висловлення. Символи повідомляються з допомогою словника, в якому дається значення кожного знаку;вони запам'ятовуються і використовуються, стають зрозумілі кожному, хто займається математикою. Математика – це інтернаціональна мова і носить не лише допоміжний характер. В щоденній практиці застосування символіки дозволяє формулювати закони математичних теорій (алгебри, геометрії, математичного аналізу та інших) в загальному вигляді. Зазначимо, що з допомогою символів можна будувати і математичні доведення, які одержуються з допомогою законів логіки і правил логічного виведення. Стане зрозуміло кожному, хто займається математикою: математика – це інтернаціональна мова, хоча вона і носить допоміжний характер.

Теоретична математика має грецьке походження. Слово «математика» походить від стародавнього слова $\mu\alpha\tau\varepsilon\mu\alpha\tau\alpha$ – наука, знання, а це слово походить від дієслова $\mu\alpha\theta\alpha\upsilon\omega$, початкове значення якого «вчусь через розмірковування». Звідси слідує, що шлях минулого досвіду несприйнятний при вивченні математики. Навчання математики можливе лише шляхом власного досвіду через розмірковування. Головним в математиці є доведення. Вони введені в математику вперше Фалесом. З часів стародавніх греків VI-IV ст. до н. е. говорити «математика» означає говорити «доведення». Метод доведення від супротивного розробив Євдокс Кнідський (бл. 408 – бл. 355 рр. до н. е.). Ввів його ще раніше Піфагор (бл. 580 – 500 рр. до н. е.), а надав йому загальну форму засновник елейської школи в древньогрецькій філософії Парменід (V ст. до н. е.).

Значення математичної символіки важко переоцінити. Всі досягнення математики одержані за рахунок зручної математичної символіки. Це не є перебільшенням, бо символіка чудовим чином скорочує роботу думки, дозволяє заглибитись в процес чи явище і відкриває далекі перспективи для досліджень.

О ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ МАГИСТРОВ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ «АВТОМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ»

Т. В. Емельянова, Н. Ю. Высоцкая
Украина, г. Харьков, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
eme-tatyana@yandex.ru

В настоящее время интенсивно идут процессы формирования системы профессионального образования на уровне подготовки магистров. Подготовку магистров в области техники и технологии в условиях перехода к инновационной экономике относят к области национальных стратегических интересов. Магистры должны стать катализаторами развития производства, освоения новых технологий, носителями инновационной культуры [1, 58]. Магистратура технического университета подготавливает высококвалифицированных компетентных специалистов профессиональной направленности и научно-исследовательских и научно-педагогических кадров, что требует приобретения научных знаний и овладения современными научными методами решения профессиональных задач. В этой связи обучение будущих магистров должно учитывать как новейшие достижения, так и актуальные задачи в профессиональной области [2, 89].

В последнее время широкое распространение получили вибрационные методы интенсификации технологических процессов. Вибрационное оборудование разрешает легко автоматизировать процесс обработки материалов, объединить несколько операций обработки в одной. Вибрационные машины отличаются высокой надежностью, большим сроком службы, возможностью автоматизации и механизации производственных процессов, обеспечивают решение экологических проблем. В настоящее время новым перспективным направлением развития технического диагностирования является вибродиагностика, которое базируется на основных положениях вибродинамики [3].

Вибрационные методы диагностирования технического состояния машин широко используются в таких высокотехнологичных отраслях, как авиа- и судостроение, транспортное машиностроение и др. Вибрационные методы исследования известны как неразрушающие методы диагностики, что особенно важно для проведения комплекса ремонтных, профилактических, диагностических и отладочных работ.

Но когда вибрационные процессы возникают случайно, они наносят большой ущерб оборудованию. Случайные процессы возникают в задачах на выносливость элементов машин, конструкций, автомобилей, дорожных машин, при измерении их параметров и во многих других случаях. Их вредное влияние следует ожидать, уметь прогнозировать и уменьшать. Изучение и расчет случайных процессов, например, вибраций, требуют довольно твердых знаний из области фундаментальных наук, в том числе математических.

Профессиональное образование магистров строится на основе современных научных достижений в профессиональной области. Магистры должны владеть как навыками в профессиональной области, так и фундаментальными знаниями. Фундаментальное, теоретическое знание стареет значительно медленнее технического, прикладного знания, поэтому методологическая эффективность теоретического знания выше. [4, 16]. Например, отдельные главы высшей математики должны быть изложены магистрантам на более высоком теоретическом уровне, но с учетом их профессиональных интересов. В этой связи особенно показательным примером является дисциплина «Теория вероятностей и случайные процессы», читаемая студентам второго курса после курса высшей математики, поэтому используются изученные ранее математические методы. В отличие от бакалавров, магистрантам требуется расширенная математическая подготовка для самостоятельной исследовательской работы. Возникает необходимость в более детальном изложении отдельных глав высшей математики и теории вероятностей. Например, теории случайных процессов, в силу актуальности вибрационных методов исследования, неразрушающих методов диагностики машин и при оценке погрешностей измерений, которые по своей природе являются отражением случайных процессов. Отметим, что в техническом вузе для каждой специальности магистров важны задачи соответствующей профессиональной направленности. Для магистров специальности «Автоматика и автоматизация на транспорте» актуальны задачи, в которых моделируются технологические процессы, например, технологические испытания автотранспортных средств на вибрационных стендах, на полигонах, в лабораторных условиях.

Наиболее общим методом исследования случайных процессов является теория канонических разложений случайных функций. Суть этой теории состоит в том, что случайная функция заменяется линейной комбинацией неслучайных функций, коэффициентами которых служат случайные величины, взаимно не коррелированные между собой и обладающие нулевым математическим ожиданием. Преимущество метода является сравнительно простое вычисление вероятностных характеристик. Если случайный процесс задан такой линейной комбинацией, то для вычисления вероятностных характеристик используется достаточно простой математический аппарат.

Наиболее часто встречающимся законом распределения случайных величин случайной функции является нормальный закон распределения (закон Гаусса). Такие функции называют нормальными. Исследование нормальных случайных функций значительно облегчается из-за возможности применения достаточно простых методов расчета вероятностных характеристик по математическому ожиданию и корреляционной функции. В качестве примера приведем одну из таких задач, задачу о случайных нагрузках при полигонных испытаниях автомобиля.

Пример. Полигонные испытания автомобиля проводят на полотне дороги с искусственными неровностями типа мелкой гальки. Автомобиль испытывает нагрузки случайного характера, которые приводят к вибрациям колес в виде $X(t)=A\cos\omega t+B$, где ω – неслучайная величина; A, B – случайные амплитуды, независимые и распределенные каждая по нормальному закону $N(0;\ \sigma^2)$. Найти: 1) одномерную плотность вероятности случайного процесса; 2) двумерную плотность вероятности.

Решение.

1) В момент $t=t_0$ случайная функция $X(t)=A\cos\omega t+B$ превращается в случайную величину $X(t_0)=A\cos\omega t_0+B$, распределенную по нормальному закону с математическим ожиданием

$$MX(t_0)=M(A\cos\omega t_0+B)=M(A)\cos\omega t_0+M(B)=0,$$

дисперсией $DX(t_0)=D(A\cos\omega t_0+B)=D(A)\cos^2\omega t_0+D(B)=\sigma^2(\cos^2\omega t_0+1)$

и средним квадратичным отклонением $\sigma(t_0)$

$$\sigma(t_0)=\sqrt{\cos^2\omega t_0}\ . \qquad (1)$$

Нормальный закон распределения случайной величины $X(t_0)$

$$f(x;t_0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(t_0)}e^{-\frac{x^2(t_0)}{2\sigma^2(t_0)}}, \qquad (2)$$

где $x(t_0)=a\cos\omega t_0+b$ – возможные значения случайной величины $X(t_0)$; a, b – значения случайных величин A, B.

Нормальный закон распределения $f(x;\ t)$ определяет одномерную (мгновенную) плотность вероятности случайного процесса

$$f(x;t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(t)}e^{-\frac{x^2(t)}{2\sigma^2(t)}} \qquad (3)$$

с $x(t)=a\cos\omega t+b$, $\sigma(t_1)=\sqrt{\cos^2\omega t_1+1}$.

2) В момент t_1 случайная функция $X(t)$ превращается в случайную величину $X(t_1)=A\cos\omega t_1+B$. В момент t_2 случайная функция $X(t)$ превращается в случайную величину $X(t_2)=A\cos\omega t_2+B$.

У случайного двумерного вектора ($X(t_1)$, $X(t_2)$) координаты $X(t_1)$ и $X(t_2)$ (случайные величины) связаны между собой. Каждая из них распределена по нормальному закону с заданными параметрами. В таком случае закон распределения вектора ($X(t_1)$, $X(t_2)$) – двумерный нормальный закон распределения – задается формулой [5, 101]

$$f\left(x\left(t_1\right), x\left(t_2\right)\right)=\frac{1}{2\pi\sigma\left(t_1\right)\sigma\left(t_2\right)\sqrt{1-r^2\left(t_1,t_2\right)}}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{1-r^2\left(t_1,t_2\right)}\left[\frac{\left(x_1-m_1\right)^2}{\sigma^2\left(t_1\right)}-\frac{2r_{1,2}\left(x_1-m_1\right)\left(x_2-m_2\right)}{\sigma\left(t_1\right)\sigma\left(t_2\right)}+\frac{\left(x_2-m_2\right)^2}{\sigma^2\left(t_2\right)}\right]\right\} \tag{4}$$

В формуле (4) средние квадратичные отклонения $\sigma(t_1)$ и $\sigma(t_2)$ координат $X(t_1)$ и $X(t_2)$ случайного процесса равны $\sigma\sqrt{\cos^2 t_1+1}$; $\sigma\sqrt{\cos^2 t_2+1}$, $x_1=x(t_1)$, $x_2=x(t_2)$, коэффициент корреляции $r(t_1, t_2)=r_{1,2}$.

Математические ожидания координат $X(t_1)$ и $X(t_2)$ равны нулю:

$$m(t_1)=m_1=0;\ m(t_2)=m_2=0. \tag{5}$$

Коэффициент корреляции $r(t_1, t_2)$ определяет связь между координатами вектора ($X(t_1)$, $X(t_2)$):

$$r(t_1, t_2)=\frac{K\left(t_1,t_2\right)}{\sigma\left(t_1\right)\sigma\left(t_2\right)}. \tag{6}$$

Корреляционная функция $K(t_1, t_2)$ процесса в моменты t_1 и t_2

$$K(t_1, t_2)=M[(X(t_1)-m(t_1))\cdot(X(t_2)-m(t_2))]=M[X(t_1)\cdot X(t_2)]=$$
$$=M[(A\cos\omega t_1+B)(A\cos\omega t_2+B)]=$$
$$=M[A^2\cos\omega t_1\cos\omega t_2+B^2]=\sigma^2(\cos\omega t_1\cos\omega t_2+1).$$

Для заданного процессу коэффициент корреляции $r(t_1, t_2)$ равен

$$r(t_1, t_2)=\frac{\sigma^2\left(\cos\omega t_1\cdot\cos\omega t_2+1\right)}{\sigma\sqrt{\cos^2\omega t_1+1}\cdot\sigma\sqrt{\cos^2\omega t_2+1}}=\frac{\left(\cos\omega t_1\cdot\cos\omega t_2+1\right)}{\sqrt{\cos^2\omega t_1+1}\cdot\sqrt{\cos^2\omega t_2+1}};$$
$$1-r^2(t_1, t_2)=\frac{\left(\cos\omega t_1-\cos\omega t_2\right)^2}{\left(\cos^2\omega t_1+1\right)\left(\cos^2\omega t_2+1\right)}. \tag{7}$$

С учетом формул (7) и параметров нормального закона распределения координат $X(t_1)$ и $X(t_2)$, двумерный закон распределения вектора ($X(t_1)$, $X(t_2)$) принимает вид

$$f(x(t_1);x(t_2))=\frac{1}{2\pi\sigma^2\left|\cos\omega t_2-\cos\omega t_2\right|}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{(\cos\omega t_1 x(t_2)-\cos\omega t_2 x(t_1))^2+(x(t_1)-x(t_2))^2}{2\sigma^2(\cos\omega t_1-\cos\omega t_2)^2}\right\}.$$

При произвольных значениях t_1 и t_2 нормальный закон распределения вектора ($X(t_1)$, $X(t_2)$) задает двумерную плотность вероятности случайного процесса $X(t)=A\cos\omega t+B$.

Таким образом, двумерная плотность вероятности случайного процесса определена:

$$f\left(x_1,\frac{x_2}{t_1},t_2\right)=\frac{1}{2\pi\sigma^2\left|\cos\omega t_2-\cos\omega t_2\right|}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{(\cos\omega t_1x_2-\cos\omega t_2x_1)^2+(x_2-x_1)^2}{2\sigma^2(\cos\omega t_1-\cos\omega t_2)^2}\right\},$$

где $x_1=a\cos\omega t_1+b$, $x_2=a\cos\omega t_2+b$.

Полная вероятностная характеристика случайной функции может быть получена с учетом всех многомерных законов распределения. Однако знание одномерной и двумерной плотности вероятности позволяет получить достаточную информацию о вероятностных характеристиках случайных процессов для построения модели случайных процессов в прикладных профессиональных задачах. В технологических задачах наиболее часто встречающимся законом распределения случайной функции является нормальный закон распределения. Поэтому при более детальном изложении теории вероятностей и случайных процессов подобная задача должна быть предложена магистрантам как профессионально-ориентированная задача.

Список используемых источников

1. Агранович Б. Л. Вызовы и решения: подготовки магистров для постиндустриальной экономики / Б. Л. Агранович // Инженерное образование. – 2011. – № 8. – С. 56-61.

2. Митяева А. М. Многоуровневое образование с позиции компетентностного подхода : [высш. шк.] / А. М. Митяева // Изв. Волгоград. гос. пед. ун-та. Сер. Пед. науки. – 2007. – № 4. – С. 87-91.

3. Карасев А. В. Разработка вибрационного метода диагностики плавности хода автомобиля в условиях технического сервиса в агропромышленном комплексе : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.20.03 – технологии и средства технического обслуживания в сельском хозяйстве / Карасев Андрей Владимирович. – М., 2011. – 16 с.

4. Князева О. Г. Проблема профессиональной направленности обучения математики в технических вузах / О. Г. Князева // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2009. – Выпуск 9 (87). – С. 14-18.

5. Сборник задач по математике для втузов. Специальные курсы / Под редакцией А. В. Ефимова. – М. : Наука, 1984. – 608 с.

МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ’ЯЗКИ ЗАСОБАМИ ІКТ ПРИ ВИВЧЕННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМИ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Л. В. Коломойцева, Л. П. Бєла
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
belaya.li-lia@yandex.ua

Першорядним завданням організації фундаментальної підготовки повинен бути правильний відбір матеріалу для вивчення з обов’язковим урахуванням особливостей спеціальних дисциплін, де, як правило, перевага віддається найважливішим розділам фізики і математики. Такий матеріал обов’язково повинен відображати специфіку інженерно-технічної діяльності майбутнього фахівця у обраній студентом прикладній галузі науки, техніки і промисловості. Тому завдання викладачів вищої математики полягає в тому, щоб не тільки викласти матеріал за обсягом, який передбачений програмою, але й показати студентам, що одержані ними знання складають фундамент багатьох спеціальних дисциплін, які без знання математики вивчити неможливо. Це можна зробити, якщо дібрати конкретні приклади для ілюстрації лекційного матеріалу або для практичних занять, які були б тісно зв’язані зі спеціальними дисциплінами.

На допомогу викладачам приходять сучасні засоби ІКТ, які відкривають ряд можливостей:

– перевірка розв’язку складних математичних задач;

– швидке обчислення проміжних об’ємних розрахунків;

– ілюстрація задач прикладного характеру;

– самостійна робота студентів з предмету;

– формування навиків математичного та комп’ютерного моделювання та ін.

Доцільно після засвоєння студентами методів розв’язання диференціальних рівнянь в операційному численні показати варіанти їх розв’язку на комп’ютері. При розв’язанні рівняння ми виконуємо такі кроки:

1. Знаходимо зображення диференціального рівняння.

2. Спрощуємо отримане зображення до такого вигляду, щоб знайти оригінал за допомогою таблиці основних оригіналів та зображень.

3. Знаходимо оригінал.

Як правило, другий крок супроводжується розкладанням отриманого дробу на прості доданки, щоб спростити пошук оригіналу зображення. Цей крок виконується на папері завдяки громіздким перетворенням.

Завдяки пакету Mathcad [3] можемо знайти оригінал зображення без розкладу на елементарні дроби. Тому доцільно цю програму використати на етапі перевірки. Розглянемо приклад розв'язку диференціального рівняння в системі Mathcad:

$$x'' + 2x' = 4t + 6$$

$$x_0 := 1 \qquad x'_0 := -2$$

$$Q := \frac{4 + 6p + p^3}{p^2\left(p^2 + 2p\right)}$$

$$W := Q \text{ parfrac } \rightarrow \frac{2}{p^2} - \frac{1}{p} + \frac{2}{p^3} + \frac{2}{p+2}$$

$$E := Q \text{ invlaplace}, p \rightarrow 2 \cdot t + 2 \cdot e^{-2 \cdot t} + t^2 - 1$$

$$R := \frac{d}{dt}E \rightarrow 2 \cdot t - 4 \cdot e^{-2 \cdot t} + 2$$

$$T := \frac{d}{dt}R \rightarrow 8 \cdot e^{-2 \cdot t} + 2$$

$$R \text{ substitute}, t = 0 \rightarrow -2$$

$$E \text{ substitute}, t = 0 \rightarrow 1$$

$$T + 2R \rightarrow 4 \cdot t + 6 \qquad 4t + 6 = 4t + 6$$

Методи операційного числення дозволяють успішно розрахувати будь-які процеси в складних електричних колах при довільній зовнішній напрузі. Ці методи, які вперше запропонував О. Хевісайд [1], виявились настільки зручними для застосування, що в більшості курсів електротехніки і теорії автоматичного регулювання займають одне із центральних місць.

При вивченні операційного числення студентами електротехнічних спеціальностей можна розглянути такий приклад його використання скориставшись послугами ІКТ.

Три квартири приєднані до електромережі. Але ми, як споживачі ніколи не думали про своїх сусідів. Якщо в них буде коротке замикання, або навпаки виб'є пробки, що буде з нашими квартирами?

Моделюємо ситуацію: маємо трифазний ланцюг, у якому відбулося

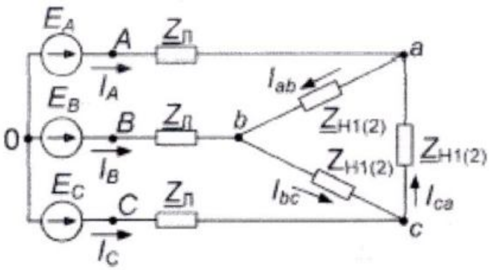


Рис. 1

коротке замикання однієї з фаз (рис. 1). На схемі ми бачимо три джерела електрорушійної сили, опору дроту по якому струм надходить з електростанції до нас (споживачів), та три загрузки (тобто наші квартири).

Завдання майбутніх електриків – розрахувати й зрозуміти, що трапиться з усією схемою у такому випадку. Використовуючи методи операційного числення, запропоновані Хевісайдом, знаючи закони Кірхгофа [1], ми починаємо вирішувати завдання. Уводимо початкові дані в комплексній формі:

$$Z_л=4+4j,\ Z_{н2}=5-10j,\ E_A=220e^{j0deg},\ E_B=220e^{j120deg},\ E_C=220e^{-j120deg}$$

Як наочне зображення результату маємо графік (рис. 2), на якому показано, як змінюються потенціали в різних точках схеми (тобто ми наглядно можемо побачити, яка напруга є між двома точками електросхеми, що з'єднані штриховою лінією) і як спрямовані й зрушені відносно один одного струми.

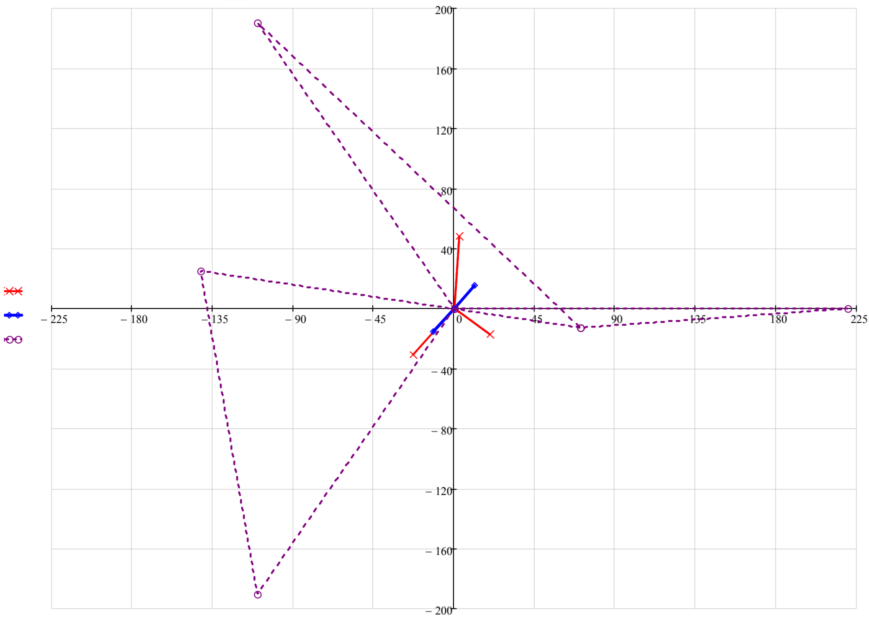


Рис. 2

Велику роль також при розрахунку електричних кіл відіграє формула Дюамеля, яка може розрахувати коло, не знаючи його параметрів, якщо тільки нам вдалося експериментально одержати струм *i*, тобто реакцію кола на одиничну напругу.

Покажемо на прикладі застосування обох методів [2]. Маємо схему (рис. 3).

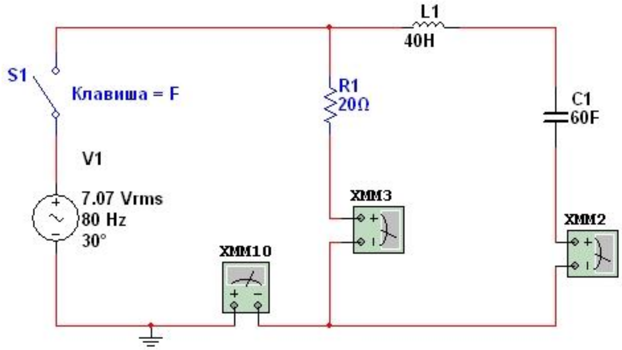
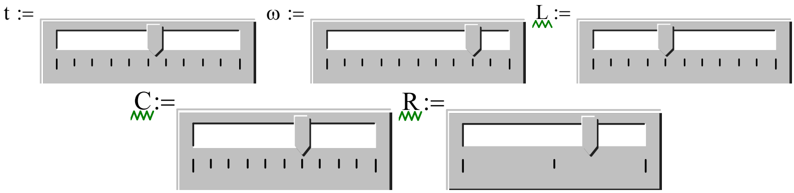


Рис. 3

Знову скористаємося послугами Mathcad. Початкові умови часу, швидкості, опору, ємності та індуктивності ми задамо у вигляді шкали від одного до 100.



$$i(t) := 20\sin[(90+\omega\cdot t)\deg] \qquad ers(t) := 10\sin[(30+\omega\cdot t)\deg]$$

Задача зводиться до пошуку струму *i*, але ми його знайдемо двома різними шляхами, перша формула – це зображення та її оригінал одного й того ж струму, а ось друга формула вже не дає нам змоги швидко знайти струм, оскільки тут потрібно застосовувати інтегральне та диференціальне числення. Але зауважимо, що другу формулу можна звести до інтегралу Дюамеля.

$$i := \frac{u}{R + L\cdot s + \dfrac{1}{C\cdot s}} \text{ invlaplace } \rightarrow -\frac{u\cdot e^{-\frac{R\cdot t}{2\cdot L}}\cdot\left(R\cdot\sinh\left(\dfrac{t\cdot\sqrt{-\dfrac{4\cdot L - C\cdot R^2}{C\cdot L^2}}}{2}\right) - L\cdot\cosh\left(\dfrac{t\cdot\sqrt{-\dfrac{4\cdot L - C\cdot R^2}{C\cdot L^2}}}{2}\right)\cdot\sqrt{-\dfrac{4\cdot L - C\cdot R^2}{C\cdot L^2}}\right)}{L^2\cdot\sqrt{-\dfrac{4\cdot L - C\cdot R^2}{C\cdot L^2}}}$$

$$ERS := i \cdot R + L \cdot \left(\frac{d}{dt} i\right) + \frac{1}{C}\left(\int_0^t i\,dt\right)$$

Розрахунок струму за першою формулою звівся до такої відповіді:

$$i := \frac{u}{R + L \cdot s + \frac{1}{C \cdot s}} \text{ invlaplace } \rightarrow \frac{5 \cdot \sqrt{47} \cdot \sqrt{3787} \cdot e^{-\frac{9 \cdot t}{20}} \cdot \sinh\left(\frac{\sqrt{47} \cdot \sqrt{3787} \cdot t}{940}\right)}{3787} = 0.272$$

Розрахунок за другою формулою, яку ми звели до інтегралу Дюамеля, звівся до такої ж відповіді:

$$i'_1 := \frac{1}{R \cdot s + L \cdot s^2 + \frac{1}{C}} \text{ invlaplace } \rightarrow \frac{\sqrt{47} \cdot \sqrt{3787} \cdot e^{-\frac{9 \cdot t}{20}} \cdot \sinh\left(\frac{\sqrt{47} \cdot \sqrt{3787} \cdot t}{940}\right)}{3787} = 0.054$$

$$i := ers(0) \cdot i'_1 + \int_0^t \left(\frac{d}{d\tau} ers(\tau) \cdot i'_1\right) d\tau = 0.272$$

Вивчення операційного числення студентами електротехнічних спеціальностей неможливе без зв'язку математики з електротехнікою та ілюстрації прикладних задач. А ІКТ допомагають економити час занять, які стоять у жорстоких часових рамках, що обумовлені існуючими програмами навчальних дисциплін.

Список використаних джерел

1. Теоретические основы электротехники. Справочник по теории электрических цепей / Под редакцией Ю. А. Бычкова, В. А. Золотницкого, Э. П. Чернышева. – СПб. : Питер, 2008. – 352 с. – (Учебное пособие).

2. Иванов И. И. Электротехника. Основные положения, примеры и задачи / И. И. Иванов, А. Ф. Лукин, Г. И. Соловьев. – 2-е изд., испр. – М. : Лань, 2002. – 192 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература).

3. Луценко А. Г. Применение пакета Mathcad 11 для управляемой визуализации понятий и теорем математического анализа / А. Г. Луценко // EXPonenta.ru: образовательный математический сайт. – 2005. – http://www.exponenta.ru/educat/systemat/lutsenko/main.asp.

ФОРМУВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ШКОЛЯРІВ У НАВЧАННІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ІКТН

Т. Г. Крамаренко[α], І. В. Кривенок[β]
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
[α] tgkramarenko@mail.ru
[β] Inna161200@yandex.ru

Теорія ймовірностей посідає поважне місце в науці та прикладній діяльності. Її ідеї, методи не тільки використовуються, але й буквально пронизують всі природничі та технічні науки, економіку, а також такі далекі, здавалося б, від математики науки, як лінгвістику і археологію. Зараз без досить розвинених уявлень про випадкові події та їх ймовірності, без гарного уявлення про те, що явища і процеси, з якими маємо справу, підкоряються складним законам теорії ймовірностей, неможлива продуктивна діяльність людей в жодній сфері життя суспільства.

Тому потрібно навчати учнів жити в ймовірнісній ситуації, а це означає аналізувати і опрацьовувати відомості, приймати обґрунтовані рішення у різноманітних ситуаціях з випадковими результатами. Саме орієнтація на формування особистості, здатної жити і працювати в складному, постійно мінливому світі, з неминучістю вимагає розвитку ймовірнісно-статистичного мислення у підростаючого покоління, а тому це завдання має вирішуватися також у шкільному курсі математики.

Мета даної статті: дослідити формування навчальних компетентностей школярів у процесі вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики з використанням ІКТ.

Шкільну освіту в різних освітніх системах і в різні часи орієнтували на досягнення певних цілей. Найчастіше такими цілями були знання, уміння і навички, які в кінцевому підсумку мав здобути випускник школи. В останні роки перед шкільною освітою стоїть завдання формування компетентностей школяра. Головне завдання сучасної системи освіти – створення умов для якісного навчання. Важлива умова підвищення якості освіти – це впровадження компетентнісного підходу [3].

У доповіді міжнародної комісії з освіти для XXI століття «Освіта: прихований скарб» сформульовано «чотири стовпи», на яких тримається освіта: 1) навчитися пізнавати; 2) навчитися робити (від поняття кваліфікації до поняття компетентності); 3) навчитися жити разом; 4) навчитися жити» [1] й визначено глобальні компетентності як ключові цінності сучасної світової освіти.

Термін «компетентність» походить від латинського слова competens, що в перекладі означає «належний, здібний» [2, 345]. Компетентність – це певна сума знань людини, які дозволяють їй судити про що-небудь, висловлювати переконливу авторитетну думку [5, 93].

Під компетентністю людини О. І. Пометун [4] розуміє спеціально структуровані (організовані) набори знань, умінь, навичок і ставлень, що їх набувають у процесі навчання. Вони дозволяють людині визначати, тобто ідентифікувати і розв'язувати, незалежно від контексту (від ситуації), проблеми, характерні для певної сфери діяльності. Ключові компетентності, яких мусить набути кожен випускник загальноосвітньої школи, такі: *навчальна, культурна, громадянська, соціальна та підприємницька компетентності*.

До основних складових компетентності відносяться:

1) знання, але не просто інформація, а швидко змінювана, динамічна, різноманітна, яку треба вміти знайти, відсіяти від непотрібної, перевести у досвід власної діяльності;

2) уміння використовувати це знання у конкретній ситуації; розуміння, яким чином добути це знання, для якого знання який метод потрібний;

3) адекватне оцінювання – себе, світу, свого місця в світі, конкретного знання, необхідності чи зайвості його для своєї діяльності, а також методу його здобування чи використання.

Отже, компетентність – це мобільність знань, гнучкість методу та критичність мислення.

Для реалізації компетентнісного підходу в навчанні на уроках математики можна застосовувати різні педагогічні технології: модульне навчання, проектну діяльність, інформаційно-комунікаційні технології. У цьому випадку навчання набуває діяльнісного характеру.

Використання на уроці такого засобу ІКТ, як презентації, доповнює діяльність учителя. Можна виділити ряд переваг використання мультимедійних продуктів на уроках і в позаурочної діяльності:

– чітке, яскраве кольорове зображення на екрані легко сприймається навіть учнями, які сидять за останньою партою;

– наочність матеріалу прямо пропорційна його засвоєнню, так як працює наочно-образне мислення.

При реалізації компетентнісного підходу у навчанні особливу увагу потрібно приділяти використанню набутих знань і умінь в практичному та повсякденному житті. При вивченні елементів логіки, комбінаторики, статистики, теорії ймовірності увагу слід звернути на:

– вибудовування аргументації при доведенні (у формі монологу і діалогу);

– розпізнавання логічно некоректних міркувань;

– вирішення практичних завдань у повсякденному і професійної діяльності з використанням дій з числами, відсотків, довжин площ, обсягів, часу, швидкості;

– розв'язання навчальних і практичних завдань, що вимагають систематичного перебору варіантів;

– розуміння статистичних тверджень.

На платформі MOODLE нами розробляється електронний навчальний курс «Теорія ймовірностей та математична статистика для школярів» (http://kdpu.edu.ua/moodle/course/view.php?id=79). Курс містить сторінки теоретичних відомостей (опорні конспекти), додаткові відомості з історії розвитку теорії ймовірностей та математичної статистики, навчальні презентації; електронні наочності, розроблені за допомогою веб-математики WolframAlfa; контролюючі й навчальні завдання для учнів.

Розглянемо тест, створений до розділу «Вступ до теорії ймовірностей. Випадкові події» (рис. 1). Тест починається з вступного слова вчителя, а саме, що «Випадкові події є наслідками випадкових випробувань, тобто таких дій, які можна повторити багаторазово, приблизно в однакових умовах, і результати яких не можна передбачити однозначно». Цей тест спрямований на самоконтроль учнів, з'ясування пробілів у засвоєнні розділу. Тест складається з питання в закритій формі, тобто треба вибрати один правильний варіант (*Яка з подій після підкидання грального кубика є більш ймовірною?* І одна правильна відповідь – *B: «не випаде число 3»*). Або треба вибрати декілька правильних варіантів (*Які з наведених випробувань будуть випадковими експериментами?* І серед запропонованих правильні відповіді: *витягування однієї карти з повної колоди і фіксація зображення на ній; розкручування колеса «Поля чудес» і фіксація сектора, де зупиниться стрілка; поява кульки з лототрону лото «Забава» і фіксація зображеного на ній номера).* І є такі питання, де учні повинні самостійно ввести результат у вигляді числової відповіді (*Гральний кубик підкидається один раз. Вкажіть всі наслідки випробування, якщо нас цікавить: число, що випало на верхній грані кубика.* Відповідь: *{1, 2, 3, 4, 5, 6}*).

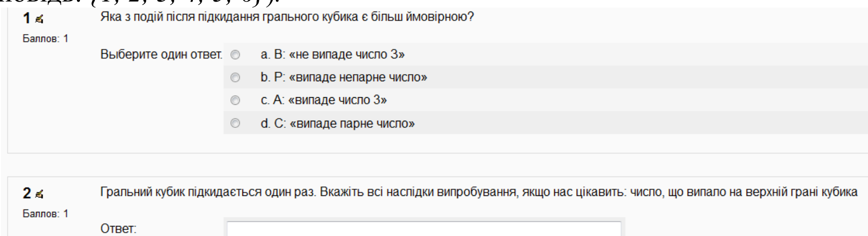


Рис. 1. Фрагмент навчального тесту до теми «Вступ до теорії ймовірностей. Випадкові події»

Створені на платформі MOODLE тести дають багато варіацій. Можна визначити й встановити: обмеження за часом при виконанні тесту, обмеження за часом між наступними спробами, відображення питань у випадковому порядку, кількість спроб виконання завдань, навчальний режим та ін. Для учнів можна дозволити перегляд правильних відповідей, отриманих балів, коментарів як безпосередньо після тесту, так і пізніше або коли тест буде закритий. Виконання учнями тестових завдань дає змогу забезпечити не тільки діагностичну та коригуючу функції контролю, а й навчальну. Це приводить до розширення можливостей використання тестових завдань на різних етапах уроку та збільшення ефективності навчання. Тестові завдання, створені нами на платформі MOODLE, можна використовувати як під час проведення уроків математики, так і для здійснення учнями самостійної підготовки до майбутніх перевірок, а також для самоконтролю.

У розробленому електронному навчальному курсі також створені презентації, рубрика «цікаво знати» (теорія ймовірності в літературі, притча про монету), що забезпечує формування пізнавального інтересу учнів.

Також у курсі створені кросворди, що забезпечує формування пізнавального інтересу учнів. Школярі мають змогу завантажити кросворд собі на комп'ютер, розгадати його та надіслати вчителеві для виставлення оцінки. Вчителеві немає необхідності перевіряти правильність розгаданого кросворду, адже в кросворді, який створено за допомогою табличного процесора Microsoft Excel, відбувається автоматична перевірка правильності введених в клітинки слів. Створені кросворди мають таку загальну будову: 1) поля для введення ім'я, прізвища учня, та класу; 2) безпосередньо сам кросворд; 3) кнопка, на яку має «натиснути» учень, коли кросворд вже розгадано, для виставлення оцінки; 4) поле, в якому виставляється оцінка. Слід зауважити, що після збереження змін і «натиснення» кнопки для виставлення оцінки, учень вже не має змоги виправити виставлену оцінку або після внесення змін до відповідей в кросворді ще раз натиснути кнопку. Після заповнення кросворду та збереження змін учень за допомогою створеного нами курсу має можливість відправити вчителеві розгаданий кросворд з виставленою оцінкою. Приклад такого кросворду наведено на рис. 2.

Також в електронному навчальному курсі створені кросворди за допомогою програми Hot Potatoes. Тут також відбувається автоматична перевірка правильності введених в клітинки слів. Приклад такого кросворду наведено на рис. 4, а на рис. 5 – питання до кросворду:

Дослідження, показали, що впровадження в навчальний процес сучасних програмних засобів, спеціально розроблених для школи, надає широкі можливості для вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики. Вчителю це надає можливість мотивувати вивчення матеріалу, пробуджувати інтерес до пізнання в цілому та до вивчення теорії ймовірностей зокрема. Учень отримує можливість самостійно висувати гіпотези, доводити їх. Використання ІКТН дозволяє урізноманітнити діяльність учнів, створювати однакове для всіх, але різноманітне розвивальне середовище. Оскільки навчальна діяльність в більшості учнів зводиться до заучування готових формулювань та доведень, тобто до репродуктивної діяльності, що не сприяє в необхідній мірі розвитку творчої діяльності, самостійності, самобутності особистості людини та і в цілому не підтримує інтерес до вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики, то саме дослідницька навчальна діяльність учня стимулює розвиток таки творчих якостей особистості, як вміння генерувати ідеї, висувати гіпотези, переносити знання та вміння в нові умови, пропонувати оригінальні підходи та стратегії розв’язання творчих задач. Також в процесі дослідницької діяльності формується пізнавальний інтерес, який є однією з необхідних умов кращого засвоєння змісту навчального предмету. Тому вчитель повинен не просто передати учневі певний обсяг знань, а навчити його самостійно оволодівати знаннями, на основі міцних базових знань розвивати в учнів мислення, уяву.

Рис. 2. Приклад кросворду

Висновки. Отже, на нашу думку, за основу компетентнісного підходу у викладанні математики, треба взяти *самоосвітню компетентність особистості*, бо без цього неможливо виховати людей, які будуть здатні практично вирішувати різноманітні професійні та життєві проблеми, виховати «здатність вчитися протягом життя». Навчаючи, треба працювати над тим, щоб розвивати активну пізнавальну діяльність учнів, створювати такі ситуації, що стимулюють власний пошук, самостійний процес оволодіння знаннями, бажання вдосконалити власні знання, навчитись способам навчальної та творчої роботи.

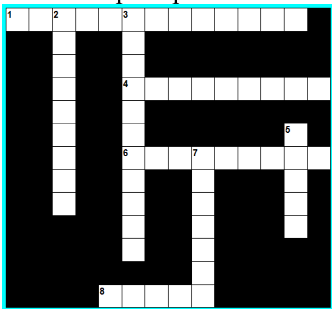


Рис. 4. Кросворд, створений у програмі Hot Potatoes

Рис. 5. Питання до кросворду, створеного у Hot Potatoes

Список використаних джерел

1. Образование: сокрытое сокровище : Основные положения Доклада Международной комиссии по образованию для XXI века / Жак Делор и др. – UNESCO Publishing, 1997.

2. Словник іншомовних слів / За ред. чл.-кор. АН УРСР О. С. Мельничука. – К. : Українська радянська енциклопедія, 1974. – 776 с.

3. Использование информационных технологий и дистанционного обучения в образовательном процессе / Сахалинский областной институт переподготовки и повышения квалификации кадров ; [сост. Кочегарова Л. В. и др.]. – Южно-Сахалинск : Изд-во СОИПиПКК, 2006. – 36 с. – (Методические рекомендации).

4. Пометун О. І. Компетентнісний підхід – найважливіший орієнтир розвитку сучасної освіти / О. Пометун // Рідна школа. – 2005. – С. 5-69.

5. Чернишова Р. Мета сучасної школи – компетентність / Р. Чернишова, В. Андрюханова // Директор школи. – 2001. – №8. – С. 91-96.

ПРО ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ВАЛЬДОРФСЬКІЙ ШКОЛІ

Т. Г. Крамаренко[1α], М. Ю. Ломачевська[1β], Т. А. Грицишина[2γ]
[1] Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
[2] Україна, м. Кривий Ріг, Криворізька вальдорфська школа
[α] tgkramarenko@mail.ru
[β] mashenkalove.90@mail.ru
[γ] tatyna-vision@mail.ru

Сьогодні актуальним є вивчення, узагальнення та втілення зарубіжного досвіду соціального становлення молоді для впровадження сучасних педагогічних ідей в українську освітньо-виховну систему. Вальдорфська педагогіка, засновником якої був німецький філософ, педагог, культуролог Рудольф Штайнер [7], є саме тим напрямом західної педагогіки, який може забезпечити ефективне соціальне становлення особистості в нових українських реаліях.

В Україні вальдорфська педагогіка набула поширення в 90-х роках минулого століття. Практикується створення експериментальних класів, які здійснюють навчання і виховання школярів за педагогікою, заснованою на антропософських ідеях, діє чотири експериментальні вальдорфські школи, одна з яких знаходиться у Кривому Розі [3].

Як самобутній педагогічний феномен, вальдорфська педагогіка стала предметом особливої уваги багатьох науковців, зокрема таких, як А. А. Алхазова [1], І. М. Лоскутова, В. С. Пікельна та ін. Проблемам навчання математики у вальдорфській школі присвячена праця Р. Джермана [2].

Однак, методика навчання математики у вальдорфських класах не є усталеною, потребує пошуків методика використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні (ІКТН) зазначеного предмету. Тому проблема підготовки вчителя математики до використання ІКТ у навчанні фізико-математичних дисциплін у вальдорфській школі, у рамках якої ми проводимо дослідження, є актуальною. Окремі аспекти зазначеної проблеми нами оприлюднювалися у [3; 4].

Мета статті – висвітлити особливості методики навчання математики у вальдорфській школі, описати використання розроблених електронних наочностей для супроводу процесу навчання математики.

Розглянемо особливості математики як навчального предмету у системі інших навчальних дисциплін у вальдорфській школі.

У вальдорфській педагогіці *вихідним пунктом і основним компонентом навчання виступає «природа дитини»* у всій сукупності своїх елементів. Дитина у своїх схильностях, здібностях, дитячих позашкільних інтересах, переживаннях являє власний суб'єктивний світ, сформований нею самою, поза навчанням, внутрішній світ, який дитина – її «Я» – продовжує формувати далі. Крім цього, дитина має тіло, яке росте, організм почуттів і руху, які повинні бути також задіяні в системі навчання і враховуватися в ньому. Розвиваючий вплив надає не тільки вивчення і засвоєння наукових понять, але і естетичне переживання в заняттях мистецтвами і трудовою діяльністю. Тут багато напрацювань вальдорфської педагогіки можуть бути корисними для вітчизняної освіти в епоху, коли орієнтири істотно змінюються і здійснюється орієнтація насамперед на розкриття особистісного потенціалу, індивідуальний підхід, гуманізацію освіти.

Для математики у вальдорфській школі, як і для інших предметів, характерна *опора на широку дослідну основу*. Відповідно до цього розвиток математичних здібностей і конкретних умінь розуміється як результат синтетичного процесу, в якому беруть участь такі види діяльності, які на перший погляд не мають до математики прямого відношення: *організм руху, розвиток просторової свідомості, опора на чуттєву, естетичну сферу і діяльність* (наприклад, заняття музикою, евритмія, рукоділлям, малюванням форм тощо). Загальна концепція навчального плану та організація навчання у вальдорфській школі дозволяють *працювати з математичними елементами в інших предметних областях*, а також при виконанні різних практичних робіт.

Як і все навчання, викладання математики в вальдорфських школах орієнтується на особливості вікового розвитку дітей і розділяється на етапи, якісно відмінні один від одного. У молодших класах робота з числами (рахунок) спирається на діяльність дитини, тісно пов'язану з її життєвими функціями (1–5 класи). Залучається руховий організм дитини в процес ритмічного рахунку, що сприяє гармонізації її вольових сил шляхом чисел, в яких дитина відчуває порядок і гармонію. Це благотворно впливає на психосоматичне здоров'я школярів.

Поступово рахунок вивільняється з тісного зв'язку з життєвими функціями і переходить в область більш абстрактної діяльності, що зазвичай і пов'язують із специфікою занять математикою. При цьому в рахунку починає домінувати практичний аспект, потім підсилюється вже чисто раціоналістичний елемент. Останнє сприяє розвитку самостійного мислення, що знаходиться в контексті загальних завдань розвитку даного вікового періоду, відкидає мислення на основі авторитету і традиції, яке переважало на попередніх ступенях навчання.

Важливим аспектом при введенні чисел є якісна характеристика чисел, а при освоєнні арифметичних дій – порядок рахунку. Р. Штайнер відзначає, що хід мислення від цілого до частин виховує реалістичність думки, оскільки виходимо від чогось конкретно даного і працюємо з ним. Таке навчання ближче загальному світовідчуванню дитини, яка сприймає світ цілісно. Тому пріоритет тут віддається аналітичному способу мислення, яке йде від цілого до частин, що відповідає органічному і протидіє механістичному інтелектуалізму, який іде від елементів до цілого (сумі). Переважає варіативне розв'язування задач, коли одна задача може мати кілька правильних розв'язків, різні інтерпретації, що має значення для соціального виховання молоді.

На більш вищому ступені (5-6 класи) в прикладній математиці, коли мова йде про насамперед різного роду розрахунки в економіці (бухгалтерський облік, обчислення відсотків тощо), можуть і навіть повинні бути задіяні елементи, що мають зважувальне, перевіряюче, оцінювальне забарвлення. Результати продуманого школярем у процесі роботи над задачею можуть і повинні ставати значущими для нього як для особистості, що формується.

У старших класах викладання математики включає сферичну і проективну геометрію, числення нескінченно малих, диференціальне та інтегральне числення. Тригонометрія включається в *практичний цикл занять* геодезичної практики.

Методика навчання математики, фізики, економіки у вальдорфских школах йде *від практики*. Використовуються *ігрові ситуації*, в яких учні повинні міркувати і обґрунтовано ухвалювати рішення. На нашу думку, одним із шляхів забезпечення такого підходу може бути впровадження проектних технологій навчання на основі широкому використанні ІКТ. Приклади розроблених нами проектів, у яких подаємо методичні рекомендації для організації роботи учнів можна переглянути на Wiki-сторінках програми «Навчання для майбутнього» (wiki.iteach.com.ua).

Навчання проводиться як окремими уроками, так і цілими «епохами». Щомісячно визначається домінуючий предмет, який впродовж всього терміну вивчають в інтенсивному режимі. При цьому значна увага приділяється навчальним предметам мистецтва, а в цілому нахил робиться на гуманітарну освіту учнів.

У вальдорфській школі оцінки замінені педагогічними характеристиками, тому в учня повинна бути мотивація до пізнання. Щоб знайти шляхи посилення мотивації учіння на уроках математики у школі, довести, що найсприятливіші для збудження і розвитку пізнавального інтересу умови виникають тоді, коли вчитель не викладає матеріал у готовому вигляді, а організує самостійну, творчу, індивідуальну роботу, ми здійснили аналіз науково-методичної літератури з проблеми дослідження, класифікували види вправ для формування пізнавального інтересу учнів. До таких вправ віднесли наступні: самостійний експеримент у формі фронтальних дослідів і спостережень; розв'язування експериментальних задач і завдань, що ілюструють застосування набутих знань, умінь і навичок на практиці; розв'язування задач з елементами технічного моделювання, конструювання; завдання на створення нової конструкції приладу або вдосконалення існуючого; залучення учнів до розробки варіантів дослідів, мета яких перевірка висновків, сформульованих на основі логічних міркувань; організація самостійної роботи, організація роботи, спрямованої на формування узагальнених умовиводів, раціональних прийомів діяльності, внаслідок якої учні оволодіватимуть новими знаннями і вміннями; організація самостійної роботи в умовах проблемного навчання; розв'язування задач, що потребують творчого застосування знань, підводять учнів до «відкриттів» нових знань, вироблення в них умінь самостійно пояснювати спостережувані явища, застосування наочного методу навчання: ілюстрація, демонстрація, обчислювальний експеримент.

Детальніше зупинимося на особливостях процесу навчання геометрії з використанням ІКТН. Нами розробляються електронні наочності в електронному навчальному курсі [6] (пробний логін student, пароль Student_1). Курс, розділений на епохи математики відповідно до класів, містить розробки уроків з математики для 5-9 класів. Розроблено низку наочностей для інтерактивної сенсорної дошки з програмним забезпеченням InterWrite; навчальні презентації. Створено окремі електронні наочності за допомогою ППЗ GRAN-2D; розроблено та дібрано доцільні кросворди і ребуси для 5-6 класу; навчально-творчі проекти для 5-6 класу; окремі задачі на побудову циркулем та лінійкою (7-й клас).

Використовуючи проектор, доцільно демонструвати розроблені динамічні моделі на уроці. Крім того, можна виконувати традиційні побудови на дошці крейдою. Модель, виконана за допомогою GRAN-2D, має перед створеною на папері або на дошці моделлю перевагу своєю динамічністю: зміна початкових умов призводить до миттєвих змін виразів, які відслідковуються. А це дає можливість оперативно порівнювати отриманий результат із зафіксованим попереднім та визначати напрямок подальшого дослідження. Проводячи обчислювальні експерименти, учень зможе висувати гіпотези, відчувати себе дослідником, експериментатором, першовідкривачем, що в свою чергу підвищить його самостійну пізнавальну активність у процесі вивчення теорії та оволодіння методами її застосування до розв'язування задач. *Знання, які отримуються через відкриття, що і відповідає філософії вальдорфської педагогіки, матимуть вплив на розвиток розумових здібностей особистості.*

На початку уроку після ритмічної вправи під час актуалізації опорних знань учнів у вальдорфській школі розглядаються *вправи на основі уявлень, просторового мислення школярів.* Учні мають мисленно побудувати певні конструкції, здійснити їх перетворення, описати отриманий результат, сформулювати висновки. На нашу думку, після формулювання висновків у таких вправах доцільно продемонструвати динамічну модель, створену за допомогою GRAN-2D. А саме, показати поетапне створення моделі, трансформації моделі, фіксування окремих положень. На нашу думку, якщо використовувати такі моделі, то учень зможе співставити їх зі створеними уявно, корегувати допущені помилки, закріплювати образ. Розглянемо окремі приклади

1. Дано шість рівносторонніх трикутники. На лінійку потрібно уявно покласти спочатку два трикутники один біля одного, потім між ними вкласти ще один. Після того, як приберемо лінійку таку ж процедуру виконати з іншими трьома трикутниками, основою яких будуть верхні трикутники. Далі слід підвести учнів до того, щоб вони зробити висновок про те, що утворився правильний шестикутник, навколо якого можна описати коло; про те, який діаметр утвореного кола. Після уявлень учнів, їх пропозицій доцільно в GRAN-2D рухати попередньо створену конструкцію, зробити висновок про властивості утвореної фігури. Подібні вправи сприятимуть формуванню інтелектуальної самостійної пошукової активності школярів.

2. Уявити дві паралельні прямі. На нижній паралельній прямій лежить дві точки на відстані 1 м одна від одної. На верхній прямій, на відстані 0,5 м лежить третя точка, яку можна рухати. Скільки видів трикутників можна утворити, з’єднавши ці точки?

Учні вказують у відповідях зокрема про наявність двох різносторонніх прямокутних трикутників, двох рівнобедрених тупокутних трикутників, одного рівнобедреного гострокутного трикутника. Після того, як учні дали відповіді, учителю доцільно показати результат за допомогою GRAN-2D. Подібні вправи можна пропонувати для розвитку просторової уяви учнів перед вивченням теореми Піфагора, на закріплення знань про види трикутників.

Цікавим є подання методу доведення теореми Піфагора. Нібито сам Піфагор демонстрував цей метод за допомогою квадратної дерев’яної рамки і чотирьох однакових різнобарвних плиток у формі прямокутних трикутників (рис. 1).

Учителі вальдорфської школи намагаються дати різні способи доведення теореми, кожен з яких вирізняється індивідуальністю, творчістю і винахідливістю. Використовується розрізний кольоровий наочний матеріал, з яких учні намагаються скласти квадрати за зразком, за легендою про Піфагорові штани, фартух. Цікавим є те, як учні самостійно підійшли до запланованої проблемної ситуації, вирішивши, як можна зробити висновок про доведення теореми. У такому випадку посилюється активність розумової діяльності, кожен намагається взяти безпосередню участь в обговоренні завдання. В описаних умовах навчання виховується взаєморозуміння, дружелюбність, взаємоповага, інтерес до пізнання та відкриття нового.

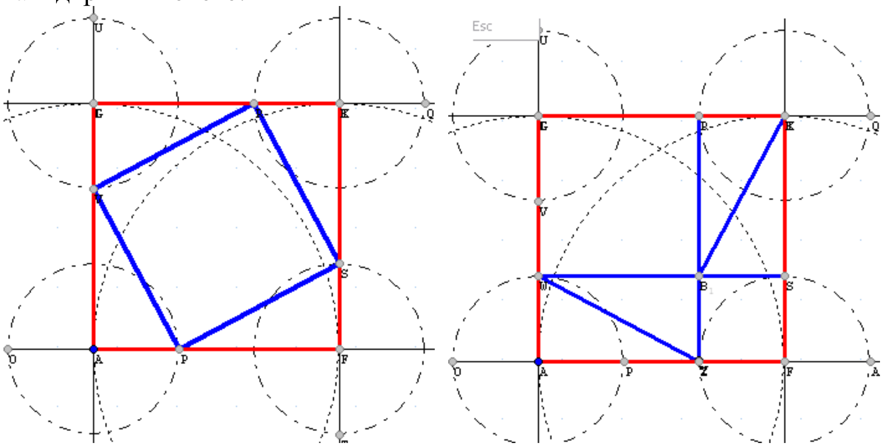


Рис. 1. Графічне подання доведення теореми Піфагора

Розроблено також тестові завдання і розміщено їх в курсі на платформі MOODLE. У перспективі плануємо дослідити ефективність цих тестів, розробити відповідні рекомендації щодо їх використання.

Висновки. У результаті виконання дослідження встановили, що обрана нами тема є актуальною. Ідеї вальдорфської педагогіки співзвучні кращим гуманістичним традиціям української педагогіки і сучасним тенденціям розвитку освіти в нашій країні. Їх запровадження може стати важливим кроком у реформуванні освіти на основі гуманістичних поглядів на природу та розвиток людини.

Дослідили, що навчання математики з використанням ІКТН у вальдорфських школах дає можливість краще сприйняти та усвідомити учнями новий матеріал. Переконалися в тому, що проектні технології навчання можуть забезпечувати у вальдорфській школі розвиваюче навчання завдяки комплексному підходу до розробки навчальних проектів; сприяти розвитку творчого, критичного мислення учня, формуванню умінь самостійно конструювати свої знання, умінь орієнтуватися в інформаційному просторі; вирішують в значній мірі проблему гуманізації навчання; роблять математику більш привабливою для тих учнів, рівень математичних знань яких не дуже високий.

Проведення обчислювальних експериментів, висування гіпотез, впровадження творчих навчальних проектів відповідає методиці навчання через «відкриття» у вальдорфській школі, що підвищує самостійну пізнавальну активність учнів.

Список використаних джерел

1. Алхазова А. А. Особенности интеллектуального развития подростков, включённых в разные педагогические системы (на примере отечественной вальдорфской педагогики) : дис. ... канд. психол. наук : 19.00.13 – психология развития, акмеология (псиологические науки) / Алхазова Анна Андреевна ; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Факультет психологии, Кафедра возрастной психологии. – М., 2004. – 229 с.

2. Джерман Р. Преподавание математики / Рон Джерман. – К. : НАИРИ, 2008. – 416 с.

3. Крамаренко Т. Г. Педагог-новатор Татьяна Грицишина: «Наши школы настолько затеоретизированы, что учителя не видят потребностей ребёнка» [Электронный ресурс] / Татьяна Крамаренко // Домашняя газета. – 10.10.2012. – Режим доступа : http://domashka.dp.ua/interview/1263--l-r-.html.

4. Крамаренко Т. Г. Формування інтелектуальних умінь учнів у процесі навчання математики з використанням ІКТ / Т. Г. Крамаренко, І. В. Кривенок, М. Ю. Ломачевська // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс - 2012» : матеріали міжнародної науково-методичної конференції (6-7 грудня 2012 р., м. Суми) : у 3-х частинах. Частина 3 / упорядник Чашечникова О. С. – Суми : Мрія, 2012. – С. 39-40.

5. Кузьмінський А. І. Педагогіка : підручник / А. І. Кузьмінський, В. Л. Омеляненко. – К. : Знання, 2007. – 447 с.

6. Математика для Вальдорфської школи [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://kdpu.edu.ua/moodle/course/view.php?id=80.

7. Штейнер Р. Современная духовная жизнь и воспитание / Р. Штайнер; пер. с нем. – М. : Парсифаль (Моск. центр вальдорф. педагогики), 1996. – 208 с.

СПЕЦИФІКА МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ПЕДАГОГІЧНИХ ВНЗ

І. В. Лов'янова[1α], Т. С. Армаш[2β]
[1] Україна, м. Черкаси, Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького
[2] Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
[α] lira7-1-8@mail.ru
[β] armash@i.ua

Проблема підготовки педагогічних кадрів завжди була і залишається важливою і актуальною. Кардинальні соціально-економічні перетворення в країні обумовили нові вимоги як до системи освіти взагалі, так і до професійної підготовки педагогічних кадрів. Створення ринку праці вимагає сьогодні від молоді перш за все високого професіоналізму, творчості, максимального розкриття й використання внутрішнього потенціалу особистості.

Державна програма «Вчитель» наголошує, що освіта є пріоритетною сферою в соціально-економічному, духовному і культурному розвитку держави. Ключова роль у системі освіти належить учителю. Саме через діяльність педагога реалізується державна політика, спрямована на зміцнення інтелектуального і духовного потенціалу нації, розвиток вітчизняної науки і техніки, збереження і примноження культурної спадщини. Але є ціла низка невирішених питань, до яких в Програмі віднесено: професійну орієнтацію учнів, особливо сільських, на педагогічні професії та попередньою підготовкою їх до вступу у вищі навчальні заклади; необхідність вдосконалення механізму цільової підготовки вчителів; оновлення змісту педагогічної освіти, зокрема стосовно забезпечення випереджувального спрямування підготовки педагогічних працівників, оптимального співвідношення між професійно-педагогічною, фундаментальною та соціально-гуманітарною підготовкою вчителя. Разом з тим, у програмі намічено план дій на період до 2012 року, що має забезпечити: підвищення престижу педагогічної професії у суспільстві та утвердження високого соціального статусу вчителя; розроблення та впровадження нового механізму відбору обдарованої молоді для одержання педагогічної спеціальності; оновлення змісту підготовки педагогічних працівників, системи неперервної педагогічної освіти протягом усього життя з урахуванням вимог сучасного інформаційно-технологічного суспільства; створення діяльнісно орієнтованої системи професійної підготовки вчителів.

Ще у перші роки розвитку системи освіти в СРСР проблемі підготовки вчительства і відбору учнів у педагогічні навчальні заклади приділяли увагу Н. К. Крупська, А. В. Луначарський, П. П. Блонський, А. С. Макаренко, С. Т. Шацький, Б. Г. Ананьев, Н. Д. Левітов, Г. С. Прозоров, С. Л. Рубінштейн, Т. К. Чугуєв. Процес професійної підготовки майбутнього вчителя і наступного етапу, удосконалення майстерності вчителя, розглядаються у роботах О. А. Абдуліної, С. І. Архангельського, Л. В. Байбородової, Є. П. Белозерцева, Е. А. Гришина, Т. А. Ільїної, Н. В. Кузьміної, А. В. Мудрика, В. О. Сластьонина, Р. І. Хмелюк, Е. П. Шастової. У роботах В. К. Демиденко, В. І. Жуковскої, В. Ф. Моргуна, В. І. Никитенко, Є. М. Павлютенкова висвітлюються проблеми формування мотивів вибору вчительської професії та їх класифікація.

Педагоги і психологи виявляють основні джерела формування мотивів знань, умінь, і професійно важливих якостей, необхідних для успішного виконання педагогічної діяльності, висвітлюють психологічні аспекти цієї проблеми, досліджують деякі шляхи організації підготовки майбутніх спеціалістів з метою формування в них готовності до розв'язання професійних завдань. Проведено ряд досліджень (Б. Г. Ананьев, П. Я. Гальперин, К. М. Гуревич, М. І. Дяченко, А. В. Мудрик, К. К. Платонов, Т. І. Шалавіна та ін.), в яких сформульовано теоретичні положення, що дозволяють по-новому підійти до питання вивчення, розвитку й формування як окремих якостей, що визначають готовність до професійної діяльності, так і готовності до цілісного формування особистості. Значна кількість робіт у галузі психології та педагогіки присвячена проблемі професійної компетентності вчителя: Н. В. Глинянюк, Є. М. Павлютенков, С. П. Тищенко та ін.

Вихід із ситуації, що склалася у навчанні й вихованні підростаючого покоління неможливий без комплексних і ефективних змін системи професійної освіти, і в першу чергу, у підготовці педагогічних кадрів.

Мета даної статті – розкрити специфічні особливості математичної підготовки майбутніх вчителів.

Проблеми математичної освіти в підготовці вчителів фізики, математики та інформатики завжди були в центрі уваги педагогічної спільноти. Сьогодні одним із важливих аспектів підготовки майбутніх учителів є формування в них математичної компетентності.

Зрозуміло, що для майбутньої конкурентоспроможності на міжнародному ринку праці не можна досягти тільки в процесі навчання математичних дисциплін у ВНЗ, а й за рахунок математики в тому числі. При цьому забезпечення конкурентоздатності майбутніх випускників ВНЗ тісно пов'язане з підвищенням якості їх математичної підготовки й вимагає реалізації таких напрямків:

- аналізу якостей освітніх послуг щодо математичної підготовки майбутніх фахівців в контексті її відповідності потребам професійної освіти;
- систематизації математичних методів та економіко-математичних моделей згідно з загальними задачами та сферами діяльності економістів у кожній економічній галузі й розв'язання яких професійно важливе для фахівців з економіки та підприємництва;
- розробці методичної системи навчання математичного моделювання з використанням комп'ютерно-тренінгових систем для формування у студентів практичних навичок та умінь, розвитку аналітичних здібностей та прискореного накопичення досвіду розв'язування прикладних задач з використанням математичного моделювання;
- раціональної організації самостійної роботи й науково-пошукової діяльності студентів, формуванні в них навичок та вмінь трансформувати математичні знання у розв'язання майбутніх професійних проблем;
- активізації пізнавальної діяльності студентів шляхом застосування методів проблемного навчання, впровадження інформаційних та інноваційних технологій (ділові ігри, ситуаційні завдання, кейс-метод, різноманітні тренінги);
- розробці ефективної системи контролю математичних знань та досягнень студентів у процесі навчання математичних дисциплін;
- у співпраці студентів і викладачів на основі рівневої диференціації, яка надає можливість студентам різного рівня навченості і научуваності рухатися власною траєкторією пізнання й досягати поставлених цілей навчання;
- створенні індивідуального банку математичного інструментарію, необхідного для аналізу економічних ситуацій та обґрунтування управлінських рішень [5].

Реалізація вищенаведених напрямів в процесі опанування математичних дисциплін студентами педагогічних ВНЗ позитивно впливає на рівень математичної культури майбутніх педагогів. Адже, підвищення аналітичної складової професійної компетентності майбутніх вчителів в процесі навчання у ВНЗ певною мірою сприяє формуванню їх професійної мобільності в умовах розвитку і зміни технологій.

У цьому аспекті доцільним згадати М. Фуко [6], на думку якого, існує 4 типи технологій, кожний з яких є матрицею практичної діяльності: технології виробництва, технології знакових систем, технологія влади і технологія самого себе. Саме технологія четвертого типу є домінуючою у формуванні ідентичності особистості, її цілісності, усвідомленої життєдіяльності, особистісно орієнтованої траєкторії розвитку професійної компетентності та її конвертованості тощо.

У математичній діяльності студент не тільки освоює предметний світ математики, осягає його закони, а розвиває свій творчий потенціал. Тільки в процесі особистісно значимої математичної діяльності накопичується досвід використання математичних знань та вмінь у певній ситуації, здійснюється перенесення відомих способів математичної діяльності в нові умови, усвідомлення цінності математики в навколишній дійсності. Для успішного виконання математичної діяльності за В. А. Крутецьким необхідно:

- активне ставлення до предмету, схильність займатися ним, яка переходить на найвищому рівні в захопленість;
- риси характеру, насамперед працьовитість, організованість, самостійність, цілеспрямованість, наполегливість;
- наявність сприятливого психічного стану;
- певний фонд знань, вмінь та навичок в галузі математики;
- індивідуально-психологічні особливості в сенсорній та інтелектуальній сфері [4].

На основі аналізу різних підходів до структурування навчально-пізнавальної діяльності студентів І. М. Зіненко виділяє такі області поширення математичної діяльності:

- мотиваційно-ціннісна сфера: цілі, мотиви та відношення до математичної діяльності;
- когнітивна сфера: знання змісту математичної освіти;
- операційно-технологічна сфера: досвід практичного застосування математичних знань;
- рефлексивна сфера: самоконтроль, самоаналіз та самооцінка математичної діяльності.

Розуміння математичної підготовки як діяльнісної характеристики особистості, сукупності математичної грамотності та досвіду самостійної діяльності дозволяє обґрунтувати такі її структурні компоненти: мотиваційно-ціннісний, когнітивний, операційно-технологічний та рефлексивний [3].

Мотиваційно-ціннісний компонент включає мотивацію та відношення (інтереси, цінності) до математичної діяльності, саме вони забезпечують застосування математичних знань для розв’язку проблем. Математичні знання набувають особистісного значення, визначають траєкторію поведінки. Даний компонент характеризується системою орієнтацій студента на розуміння та вільне оперування математичними знаннями та вміннями, на самостійний пошук необхідних знань, перенесення відомих способів математичної діяльності в нові, нестандартні ситуації, прояв активності судження, критичності мислення, гнучкість методу, прогнозування власної діяльності – розвиток творчого потенціалу особистості.

Когнітивний компонент містить систему уявлень студента, які характеризують глибину обізнаності в математичному знанні та математичної діяльності.

Операційно-технологічний компонент створює досвід самостійної математичної діяльності, який включає оволодіння загальними математичними вміннями (уміння оперувати математичними знаннями, уміння досліджувати та розв'язувати математичні задачі, уміння математично міркувати, комунікативними математичними вміннями та прикладні уміння), готовність застосовувати їх у різноманітних проблемних та нестандартних ситуаціях.

Рефлексивний компонент характеризують самоконтроль, самоаналіз та самооцінка студента. Необхідний компонент реалізації навчальної діяльності – самоконтроль – це перевірка, оцінювання та коригування власної діяльності, поведінки студента. За П. К. Анохіним самоконтроль передбачає три ланки: а) модель, образ бажаного результату; б) процес зіставлення цього образу з реальної дії; в) прийняття рішення продовження або корекції дії [1].

Самоаналіз включає вивчення студентом стану та результатів особистісної навчальної діяльності, встановлення причинно-наслідкових зв'язків між її елементами, визначення напрямів здійснення ефективної діяльності, прогнозування. Самооцінка є результатом самоконтролю та самоаналізу, вона впливає на поведінку, діяльність та розвиток особистості, її взаємовідношення з іншими людьми. Вміння проводити перевірку, аналіз та оцінку власної діяльності, знаходити та виправляти помилки суттєво підвищує якість знань та вмінь.

Математична підготовка як особистісна якість свідчить про інтелектуальні, дослідницькі та творчі уміння майбутніх вчителів фізики, математики та інформатики та сприяє їх подальшому вдосконаленню. Формування математичних знань є одним із засобів залучення до методів наукового пізнання, яке націлене на оволодіння прийомам мислення: індукція, дедукція, аналіз, синтез, аналогія, узагальнення, абстрагування, конкретизація; які необхідні в різних професіях.

Мета математичної підготовки майбутніх учителів фізики, математики та інформатики передбачає:

- оволодіння студентами системою математичних знань, навичок і умінь, необхідних у майбутній професійній діяльності та повсякденному житті, достатніх для оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервної освіти;
- формування у студентів наукового світогляду, уявлень про ідеї

та методи математики, її роль у пізнанні дійсності;

- інтелектуальний розвиток студентів, передусім розвиток логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культур, пам'яті, уваги, інтуїції.

Основними завданнями математичної підготовки студентів фізико-математичних спеціальностей педагогічних ВНЗ є: 1) засвоєння студентами теоретичного змісту математичних дисциплін; 2) формування уміння розв'язувати типові задачі на рівні основних програмних вимог, а також на підвищеному і поглибленому рівнях; 3) формування уміння використовувати математичний апарат для розв'язування професійних задач; 4) формування уміння використовувати інформаційно-комунікаційні технології для розв'язування суто математичних задач і задач професійного спрямування.

Висновки. Математика є однією з фундаментальних дисциплін для майбутніх вчителів фізики, математики та інформатики. Саме математична підготовка студентів сприяє розвитку їх творчого мислення, дослідницьких та інтелектуальних умінь, формуванню умінь працювати в умовах інформаційно-комунікаційного середовища. Тому в статті було розкрито специфічні особливості математичної підготовки майбутніх вчителів: напрямки підвищення якості математичної підготовки, успішність виконання та область поширення математичної діяльності; були виділені мета та основні завдання математичної підготовки.

Список використаних джерел

1. Анохин П. К. Очерки по физиологии функциональных систем / П. К. Анохин. – М.: Медицина, 1975. – 448 с.

2. Зіненко І. М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку / І. М. Зіненко // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – 2009. – №2. – С. 165–174.

3. Клепко С. Ф. Філософія освіти в Європейському контексті / С. Ф. Клепко. – Полтава : ПОІППО, 2006. – 328 с.

4. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий – М. : Институт практической психологии, 1998. – 416 с.

5. Нічуговська Л. І. Математична освіта і конкурентноздатність майбутніх випускників ВНЗ / Л. І. Нічуговська // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжн. зб. наук. робіт : труди міжн. наук.-метод. конф. «Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє». – Вип. 28. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. – С. 17–21.

6. Фуко М. Герменевтика субъекта. Пер. с фр. / М. Фуко. – СПб.: Наука, 2007. – 677 с.

РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ УЧНЯМИ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ НЕСТАНДАРТНОГО МИСЛЕННЯ

Т. І. Панченко[1], О. С. Чашечникова[2]
[1] Україна, м. Суми, Олександрівська гімназія
[2] Україна, м. Суми, Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка
chash-olga@yandex.ru

Досліджуючи проблему розвитку творчого мислення учнів в умовах профільного навчання математики [6; 7], ми обґрунтували, що розвинене творче мислення учнів сприяє підвищенню успішності навчання математики, натомість формування якісної системи знань і вмінь з математики має бути підпорядковане меті формування та розвитку творчого мислення школярів.

Творчість у навчанні математики як обов’язковий компонент передбачає оперування якісною базою знань і вмінь із предмета. Наші дослідження переконливо свідчать, що збагачення інтелектуальної бази, її вдосконалення не зменшує прагнення людини до пізнання, а стає стимулом до творчості. Доведено необхідність максимально використовувати можливості навчання математики для розвитку творчої особистості учнів незалежно від обраного ними профілю навчання.

Нами визначено, що навчально-пізнавальна діяльність з математики, спрямована на розвиток творчої особистості учня, насамперед має формувати ***готовність до творчості***. У контексті навчання математики назване терміносполучення потрактоване як ***достатньо високий рівень сформованості інтелектуальної бази з предмета, комплексу відповідних здібностей (як загальних, так і спеціальних), сформованість якостей особистості, які сприяють творчій діяльності***. З’ясовано необхідність доповнення системи дидактичних принципів у контексті дослідження принципом установки на надзавдання та принципом максимальної опори на наявні надбання учнів у інтелектуальній і творчій сферах.

Необхідно *враховувати щонайменший зовнішній вияв творчого мислення учнів* з метою діагностики його розвитку і сприяти більш яскравому його прояву, систематично формувати його та розвивати. Для цього вчителя математики необхідно ознайомити з тим, як «побачити» вияв компонентів творчого мислення *навіть у процесі* так званої *«звичайної» навчально-пізнавальної діяльності з математики, як акцентувати увагу на можливостях використання для розвитку творчого мислення того навчального матеріалу, що не виходить за межі відповідної програми*.

У зв'язку з цим нами введена система характеристик творчого мислення, які можна діагностувати та розвивати в процесі навчання математики [6; 7]: *нестандартність, нешаблонність мислення* (характеризує відкритість та спроможність до творчості); *дивергентність мислення* (характеризує діапазон творчості); *евристичність мислення* (характеризує специфіку проходження творчого процесу); *ефективність мислення* (характеризує результативність творчої діяльності); *інтелектуальна активність* (наявність у суб'єкта рушійних сил творчості).

Нестандартне мислення часто розглядають як здатність знаходити нові, більш ефективні шляхи виконання звичних завдань, орієнтуватися у змінених і нових умовах. Ми уточнюємо таке визначення, і ***нестандартність мислення*** розглядаємо як відкритість до незвичних ідей, здатність їх породжувати; відхилення від традиційних схем мислення; спроможність розглядати різні аспекти нової інформації, враховуючи різноманітні нюанси; здатність та схильність до самостійного знаходження проблем, що потребують вирішення [6; 7]. Нами з'ясовано, що нестандартність мислення виражається у прояві *оперативності, гнучкості, оригінальності, інтегративності мислення; уяві, фантазії*.

Існує проблема такої організації навчання математики, щоб водночас досить повно реалізовувати мету формування та розвитку здатності як до творчого, так і до критичного мислення (за дослідженнями психологів розвиток критичного мислення заважає розвитку творчого мислення і навпаки). Водночас, недоцільно акцентувати увагу лише на одній із складових: ефективність творчої діяльності на різних її етапах неможлива без «співпраці» обох цих видів мислення. Вважаємо, що деякою мірою можна прийти до певного паритету, якщо посилити спрямованість на розвиток *оперативності мислення*. Оперативність включає в себе якості і творчого, і критичного мислення.

Під *оперативністю* мислення розуміємо здатність швидко орієнтуватися у змінених і нових умовах; уміння легко відтворювати та використовувати значну базу математичних знань і вмінь, відбираючи з них ті, використання яких призводить до більш раціональної та продуктивної роботи, за необхідності – адаптуючись, пристосовуючись до наявних умов; різноманітність виникнення ідей, асоціацій, зв'язків. *Визначається за* швидкістю і легкістю оперування наявними знаннями й уміннями.

Гнучкість мислення визначаємо як легкість переходу від одного поняття (або способу роботи) до іншого; легкість «переключення»; спроможність відмовлятися від неефективних шляхів розв'язування, відкидати відомості, що не є важливими у даному конкретному випадку; здатність «переставляти» акценти. *Визначається за* швидкістю переходу від одного об'єкту (способу розв'язування, властивості) до іншого.

У контексті нашого дослідження *оригінальність* – незвичність підходів до розв'язування завдань, нешаблонність мислення, відхилення від прийнятих стандартів; уміння звільнитися від стереотипів, шаблонів. *Визначається за* ступенем відхилення запропонованої ідеї, відходу від звичного.

Інтегративність мислення *визначається за* здатністю створювати асоціації у поєднанні понять з різних (іноді достатньо віддалених) сфер та оперативно користуватися ними.

Завдяки *уяві* та *фантазії* створюються можливості полегшення виконання завдання через його трансформацію. *Визначаються* за здатністю створювати в уяві конструкції з відомих об'єктів, видозмінені об'єкти, нові об'єкти.

Розв'язування функціональних рівнянь дозволяє школярам (студентам) проявити і розвинути оперативність, гнучкість, оригінальність, інтегративність мислення, уяву.

Завдання щодо розв'язування функціональних рівнянь стали фактично обов'язковим елементом математичних олімпіад різних рівнів, як вітчизняних, так і зарубіжних [1; 2; 3; 4]. Специфіка роботи над такими завданнями полягає в тому, що представлені вони незвично, хоча, з одного боку, начебто, для розв'язування лише необхідно знати основні поняття так званої «шкільної математики», але з іншого – необхідно застосовувати їх обмірковано, нестандартно. Шуканими для функціональних рівнянь є деякі функції, що пов'язані з елементарними за допомогою операцій додавання, множення та композиції (можливо з деякими додатковими умовами), тобто шукані функції пов'язані з відомими за допомогою операції утворення складеної функції. Розв'язком заданого функціонального рівняння називають функцію, яка на заданій множині перетворює рівняння в тотожність [1, 124], іноді говорять, що це така сім'я функцій, кожна з яких задовольняє дане функціональне рівняння для довільних значень змінних із його області визначення.

Приклади найпростіших функціональних рівнянь сприймаються учнями найчастіше як «відомі та зрозумілі»:

1) $f(x)=f(-x)\ \ \forall x \in R$

2) $f(x+T)=f(x)\ \ \forall x \in R\ \ (T=\text{const})$

3) $f(x\cdot y)=f(x)\cdot f(y)\ \ \forall x \in R\ ,\ \forall y \in R$

Рівняння 1) задає клас парних функцій на R, 2) – клас періодичних функцій.

Серед способів розв'язування функціональних рівнянь: спосіб невизначених коефіцієнтів, спосіб підстановки; застосування поняття групи; застосування елементів математичного аналізу (зокрема, метод граничного переходу) та інші [1-4].

Сутність способу підстановок: припускаємо, що дане рівняння має розв'язок; застосовуємо до змінних, що входять у рівняння, деякі підстановки; дістаємо систему рівнянь таку, що одним із невідомих є шукана функція; після розв'язування системи безпосередньою перевіркою переконуємося, чи знайдена функція задовольняє умовам задачі. Основне ускладнення, з яким зустрічаються учні, – вибір саме тих підстановок, використання яких є доцільним у конкретному випадку.

Завдання 1. Знайдіть функцію таку, що $D(f)=R$ і для будь-якого $x \in R$ виконується рівність $f(3x–1)=x+2$.

Розв'язання. Нехай $t=3x–1$, тоді $x=\frac{t+1}{3}$. Маємо: $f(t)=\frac{t+1}{3}+2=\frac{t+7}{3}$, тобто $f(x)=\frac{x+7}{3}$.

Перевірка: $f(3x–1)=\frac{3x-1+7}{3}=x+2$.

Відповідь: $f(x)=\frac{x+7}{3}$.

Завдання 2. Знайдіть функцію $g(x)$ таку, що $D(g)=R$ і для будь-якого $x \in R$ виконується рівність $g(4–x)=3x+1$.

Завдання 3. Знайдіть всі функції f: $R \to R$, які задовольняють рівнянню $f(x)+2f(–x)=x+1$.

Завдання 4. Знайдіть всі функції f: $R\backslash\{0\} \to R$, які задовольняють рівнянню $f(x)–3f(1/x)=x+1/x$.

Завдання 5. Знайдіть всі функції f: $R \to R$, які задовольняють рівнянню $f(xy)=y^{2012}f(x)$.

Завдання 6. Знайдіть всі функції f: $R \to R$, які задовольняють рівнянню $f(x+y)=f(x)+y$.

Завдання 7. Знайти $f(2)$, якщо для будь-якого $x \neq 0$ виконується рівність $f(x)+3f(1/x)=x^2$.

Завдання 8. Знайдіть всі функції f: $R \to R$, які задовольняють рівнянню для будь-яких x і y: $f(x^2+y)=f(x)+f(y^2)$.

Розв'язання. Дуже важливо, щоб учні зрозуміли: якщо йде мова про будь-які значення x і y, то можна обрати $x=y=0$, і це значно спрощує виконання: $f(0)=f(0)+f(0)=2f(0)$, тому $f(0)=0$. Якщо лише $y=0$, то $f(x^2)=f(x)+f(0)=f(x)$. Звідки: $f(x^2)=f(x)$. Виходячи з того, що $f(0)=0$, скористаємось тим, що $(x^2+y)=0$ за умовою $y=–x^2$.

Скористаємось підстановкою $y=–x^2$:

$$f(0)=f(x)+f(x^4)=f(x)+f((x^2)^2)=f(x)+f(x^2)=f(x)+f(x)=2f(x).$$

Зауваження. Особливу складність для учнів представляє перехід $f(x)+f((x^2)^2)=f(x)+f(x^2)$. Але достатньо ввести нову змінну $t=x^2$.

$2f(x)=0$, значить $f(x)=0$.

Перевірка: $f(x^2+y)=0, f(x)+f(y^2)=0$.

Відповідь: $f(x)=0$.

Як демонструють вищенаведені приклади, виконання таких завдань учнями не лише вимагає від них спроможності використовувати нестандартні підходи, але й розвиває їх нестандартне мислення.

Важливим питанням є підготовка майбутніх вчителів математики до навчання школярів розв'язування функціональних рівнянь як з метою подальшої участі учнів у математичних олімпіадах, конкурсах, турнірах різних рівнів, так і з розвивальними цілями – спрямованістю на формування та розвиток їхнього нестандартного мислення. Те, що значна кількість сучасних студентів педагогічних університетів не є випускниками класів з поглибленим вивченням математики і тому часто вони вперше зустрічаються з поняттям «функціональне рівняння» саме в ході навчання у вищому навчальному закладі, висуває вимогу приділяти належну увагу методам їх розв'язування в процесі проведення спецкурсів з елементарної математики.

Список використаної літератури

1. Вороний О. М. Готуємось до олімпіад з математики / О. М. Вороний. – Х. : Основа, 2008. – 255 с.

2. Зарубежные математические олимпиады / Конягин С. В., Тоноян Г. А., Шарыгин И. Ф. и др. ; под ред. И. Н. Сергеева. – М. : Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1987. – 416 с.

3. Лихтарников Л. М. Элементарное введение в функциональные уравнения / Л. М. Лихтарников. – СПб. : Лань, 1997. – 160 с.

4. Обласні математичні олімпіади / Конет І. М., Паньков В. Г., Радченко В. М., Теплинський Ю. В. – Кам'янець-Подільський : Абетка, 2000. – 304 с.

5. Психологическая диагностика детей и подростков : [учеб. пос. для студ.] / М. К. Акимова, Г. А. Берулава, Е. М. Борисова и др. ; под ред. К. М. Гуревича и Е. М. Борисовой. – М. : Межд. пед. академия, 1995. – 360 с.

6. Чашечникова О. С. Система компонентів творчого мислення, що можуть діагностуватися в процесі навчання математики / О. С. Чашечникова // Дидактика математики : проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 22. – Донецьк : ТЕАН, 2004. – С. 81-87.

7. Чашечникова О. С. Створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики : монографія / О. С. Чашечникова. – Суми : Видавництво ПП Вінниченко М. Д., ФОП Литовченко Є. Б., 2011. – 412 с.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ-МАТЕМАТИКОВ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ С ПОМОЩЬЮ КОНСТРУКТОРА ТЕСТОВ В СРЕДЕ MS POWERPOINT

Т. В. Поротикова
Украина, г. Донецк, Донецкий национальный университет
tanushenka.porotikova@mail.ru

Актуальность темы определяется качественным изменением требований, которые предъявляются к системе математического образования, необходимостью формирования у выпускника высшего учебного заведения этичных и интеллектуальных качеств, которые позволили бы ему стать полноправным членом мирового экономического сообщества. Будущий специалист должен владеть научными, технологическими знаниями и умениями, профессиональными навыками, которые позволяют самостоятельно и быстро адаптироваться в переменной информационной и технологической среде. При этом необходимо, чтобы еще в вузе осуществлялась подготовка студентов к самостоятельному пополнению знаний и приобретению навыков и умений по выбранной специальности. Таким образом, самостоятельная работа – основа для организации дальнейшего самообразования выпускника вуза, превращения его в субъект учебной и профессиональной деятельности.

Одним из самых важных направлений профессиональной подготовки специалиста-математика и профессионально-методической подготовки будущего учителя математики является овладение студентами умениями решать математические задачи различного содержания, в том числе по элементарной математике. Опыт работы преподавателей математических дисциплин в классических университетах свидетельствует, что значительное количество выпускников общеобразовательных учебных заведений имеет достаточно средние знания по элементарной математике, не владеет навыками самостоятельной работы. Это создает неблагоприятные условия для овладения студентами фундаментальных курсов, что считается важным, особенно когда Украина стала страной-участницей Болонского процесса. Каждое высшее учебное заведение по-своему ликвидирует несоответствие между имеющимся уровнем математической подготовки студентов-первокурсников и современными, высокими требованиями к нему. Один из вариантов улучшения математической подготовки – введение курса «Практикум по решению задач», преподавание которого для студентов-математиков показывает, что он оснащен нужными методическими средствами, которые обеспечивают работу аудитории и дома.

Одним из этапов, на котором ярко выражается самостоятельная работа студентов (СРС) является этап актуализации знаний, на котором осуществляется проверка ранее усвоенных знаний и умений в целях подготовки к новой теме. Однако, преподавателю становится все более сложнее следить и управлять СРС на данном этапе.

В современных условиях наиболее востребованными средствами обучения являются компьютеры. Большое внимание в процессе организации СРС стоит уделить и информационно-коммуникационным технологиям. Возможность осуществления самоконтроля в условиях компьютерного обучения позволяет по-новому организовать СРС. При использовании компьютера самостоятельная работа становится не только оперативно контролируемой, но и направленной.

Самым простым и удобным в пользовании средством для контроля за СРС на этапе актуализации является приложение MS PowerPoint, являющееся универсальной системой подготовки презентаций и слайд-фильмов [1].

Программа MS PowerPoint является специализированным средством автоматизации для создания и оформления презентаций, призванных наглядно представить работы исполнителя группе других людей. Программа обеспечивает разработку электронных документов особого рода, отличающихся комплексным мультимедийным содержанием и особыми возможностями воспроизведения [1].

Для более удобной проверки СРС мы разработали компьютерную программу в конструкторе тестов в MS PowerPoint. Ее применение мы предлагаем рассмотреть на примере темы «Тригонометрические функции, уравнения и неравенства» [2]. Программа содержит задания, позволяющие восстановить в памяти ранее усвоенные знания, требующиеся для понимания, осмысления и лучшего запоминания нового материала. Она позволяет сконцентрировать внимание студентов на изучаемом вопросе и повысить интерес к изучаемой теме.

Компьютерная программа имеет много возможностей: позволяет создавать как проверочные тесты, так и обучающе-контролирующие ресурсы; количество заданий – от одного до тысячи; есть возможность выбрать шкалу оценивания, выставить таймер [1]. Ее можно использовать как индивидуально в домашних условиях при подготовке к занятиям, так и на занятиях. Если студент работает дома, то в электронном режиме он может выслать результаты преподавателю, если же студент работает в аудитории, то в конце тестирования на слайде появляются номера заданий, выполненные неправильно (рис. 1), что позволяет сократить время на проверку и поиск ошибок.

Работать с программой достаточно просто. Она имеет вид электронной рабочей тетради. По определению Н. В. Трофимовой [3], электронная рабочая тетрадь является предметно-знаковым средством блочно-модульного обучения, формой актуализации, закрепления, контроля учебного материала; позволяет эффективно применять метод самостоятельной работы на занятиях, организовывать обучение в индивидуальном темпе, ликвидировать пробелы в знаниях. В нашей электронной тетради с левой стороны на желтом фоне представлены задания, а с правой стороны – варианты ответов.

Рис. 1

Компьютерная программа содержит в себе такие типы заданий: единственный выбор (рис. 2); множественный выбор (рис. 3); ввод текстового ответа (рис. 4); установление различного типа соответствий (рис. 5).

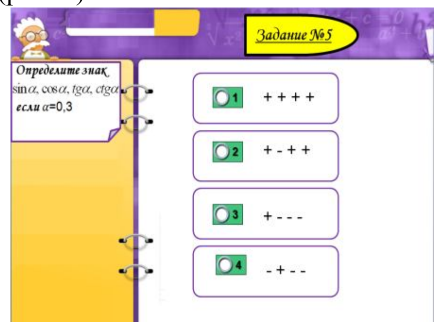


Рис. 2

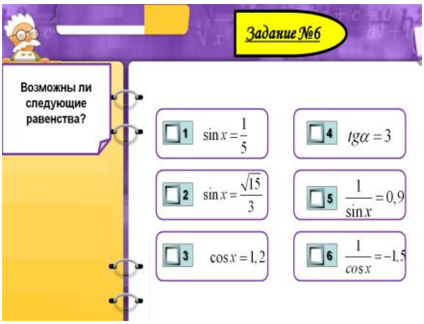


Рис. 3

Использование электронной рабочей тетради позволяет значительно повысить информативность и эффективность занятия при повторении учебного материала, способствует увеличению динамизма и выразительности излагаемого материала, привлекает внимание и увеличивает интерес студентов за счёт смены видов деятельности, повышает мотивацию обучения

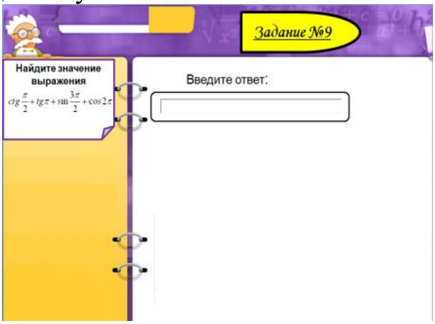


Рис. 4

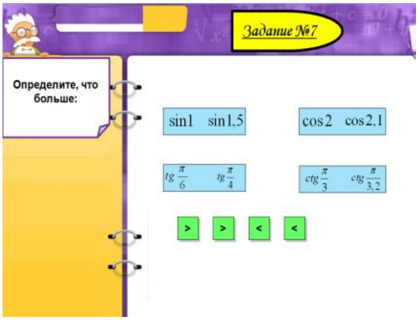


Рис. 5

Список использованных источников

1. Тесты MS PowerPoint [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.rosinka.vrn.ru/pp/index.htm

2. Тригонометрические функции, уравнения и неравенства : учебно-методическое пособие для студентов первого курса специальности «Математика» / Сост. : З. А. Брусило, И. В. Гончарова. – Донецк : ДонНУ, 2012. – 111 с.

3. Трофимова Н. В. Электронная рабочая тетрадь как элемент блочно-модульного обучения [Электронный ресурс] / Трофимова Н. В. // Орловский техникум сферы услуг. – [2012]. – Режим доступа : http://oreltehnikum.ru/content/files/doklad_Trofimovoj_N.V..doc –

КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНІ ФОРМИ ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

О. М. Потапова
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
remania@list.ru

Постановка проблеми. Економічні перетворення в суспільстві, а також швидкий розвиток інформаційних технологій відкрили нові можливості в застосуванні обчислювальної техніки для математичних обчислень та інженерних розрахунків. До того ж стрімке зростання інформації вимагає суттєвих змін у змісті навчання та активного пошуку шляхів підвищення ефективності навчального процесу. Згідно Положення про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах, затвердженого наказом Міністерства освіти України від 2 червня 1993 р. № 161, навчальний процес організується з урахуванням можливостей сучасних інформаційних технологій навчання та орієнтується на формування освіченої, гармонійно розвиненої особистості, здатної до постійного оновлення наукових знань, професійної мобільності та швидкої адаптації до змін і розвитку в соціально-культурній сфері, в галузях техніки, технологій, системах управління та організації праці в умовах ринкової економіки. При цьому, за словами М. І. Жалдака, «в основу інформатизації навчального процесу слід покласти створення і широке впровадження в повсякденну педагогічну практику нових комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання на принципах поступового і неантагоністичного, без руйнівних перебудов і реформ, вбудовування інформаційно-комунікаційних технологій у діючі дидактичні системи, гармонійного поєднання традиційних і комп'ютерно-орієнтованих технологій навчання, не заперечування і відкидання здобутків педагогічної науки минулого, а, навпаки, їх удосконалення і посилення, в тому числі і за рахунок використання досягнень у розвитку комп'ютерної техніки і засобів зв'язку» [3].

Проте аналіз підготовки фахівців технічних спеціальностей засвідчує, що невирішеною залишається проблема у співвідношенні класичного та прикладного, традиційного та інноваційного в навчанні математики.

Аналіз досліджень і публікацій. Питанням математичної підготовки студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів (ВНЗ) присвячено роботи таких провідних математиків-методистів, як Б. В. Гнеденко, В. І. Клочко, Т. В. Крилова, Л. Д. Кудрявцев, Г. О. Михалін, В. Г. Моторіна, О. І. Скафа, З. І. Слєпкань, Н. А. Тарасенкова, В. О. Треногін, М. І. Шкіль та ін. Питання використання сучасних інформаційних технологій у процесі навчання математики порушується в роботах О. Є. Бєлової, О. С. Вікторової, К. В. Власенко, Ю. В. Горошка, О. Б. Жильцова, Т. С. Максимової, Т. О. Олійник, С. А. Ракова та ін. Дидактичні умови використання комп'ютерних технологій, обґрунтування і розробка комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математики, інформатики, фізики у загальноосвітніх закладах та у ВНЗ III-IV рівнів знайшли своє відображення у працях О. М. Гончарової, М. І. Жалдака, В. І. Клочка, Ю. Г. Лотюка, І. В. Лупан, Н. В. Морзе, С. А. Ракова, С. О. Семерікова, В. П. Сергієнка, О. В. Співаковського, Ю. В. Триуса, Т. І. Хачумян та ін.

Мета статті – дослідити питання застосування комп'ютерно-орієнтованих форм організації навчання у ВНЗ та виділити найбільш придатні з них для застосування при вивченні математичних дисциплін у ВТНЗ.

Основний матеріал. Математика є одним із складних предметів для засвоєння студентами ВНЗ. При вивченні математичних дисциплін у студентів виникають труднощі, пов'язані із складністю логічної структури навчального матеріалу, засвоєнням інформації великого обсягу, високим рівнем абстракції навчального матеріалу, труднощі оперування із структурою задачі, переведення практичної задачі на математичну мову та подальше її розв'язання та ін. Для попередження та розв'язання цих труднощів виникає необхідність у пошуку та впровадженні у процес навчання ефективних педагогічних та інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), а саме у вдосконаленні методичних систем навчання математичних дисциплін.

Також стрімкий розвиток інформаційних технологій та збільшення можливостей їх застосування в інженерній справі, ставить перед вищою освітою задачу формування у студентів ВТНЗ інформаційної культури, знань, навичок та умінь з використання інформаційних технологій в інженерії, повсякденній роботі і їх готовності жити і працювати в інформаційному суспільстві. У зв'язку з цим за останні роки суттєво змінюється зміст спеціальних дисциплін разом з їхнім математичним апаратом (впровадження сучасних комп'ютеризованих технологій навчання, використання потужного комп'ютерного супроводу розв'язування математичних задач), а зміст математичних дисциплін залишається майже незмінним. Тому у навчальному процесі уже на молодших курсах повинно бути передбачене знайомство із такими програмними засобами, як Derive, Maple, Mathematica, Mathcad, Sage та ін.

Таким чином, для розв'язання вищезазначених проблем виникає необхідність у створенні та реалізації комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математичних дисциплін студентів технічних спеціальностей ВНЗ.

За визначенням Ю. В. Триуса [7, 259], методична система навчання у традиційному розумінні – це сукупність взаємопов'язаних компонентів: цілі навчання, зміст, методи, засоби і форми організації навчання, що утворюють єдину цілісну функціональну структуру, орієнтовану на досягнення цілей навчання. Тоді як комп'ютерно-орієнтованою методичною системою навчання (КОМСН) будемо називати методичну систему навчання, яка забезпечує цілеспрямований процес здобування знань, набуття умінь і навичок, засвоєння способів пізнавальної діяльності суб'єктом навчання і розвиток його творчих здібностей на основі широкого використання ІКТ.

Успішне функціонування КОМСН вимагає педагогічно виваженого поєднання традиційних та інноваційних методів і форм навчання.

Організаційні форми є одним із елементів методичної системи навчання. Зміст освіти, мета і завдання, методи навчання реалізуються через організаційні форми. У дидактиці *форма* (від лат. forma – зовнішність, пристрій) – означає спосіб організації навчання. Ця категорія окреслює зовнішній бік організації навчального процесу і пов'язана з кількістю учасників, часом та місцем навчання, порядком його здійснення. Так за кількістю учасників спільної діяльності виділяють: індивідуальну, парну, групову, фронтальну, колективну форми навчання.

Форми організації навчання за визначенням О. В. Співаковського – це зовнішнє вираження погодженої діяльності викладача і студентів, здійснюваної у визначеному порядку і режимі [6, 21]. Тоді як *формою організації навчального процесу* Н. А. Хараджян називає спосіб організації, побудови й проведення навчальних занять, у яких реалізуються зміст навчальної роботи, дидактичні завдання і методи навчання [8, 121].

До основних традиційних форм організації навчального процесу у ВНЗ відносимо: лекції, практичні заняття, семінари, лабораторні практикуми, самостійну роботу студентів, індивідуальну або групову науково-дослідну роботу, систему контролю якості отриманих знань.

Навчання у вищому навчальному закладі з певної дисципліни, організоване на основі КОМСН, будемо називати комп'ютерно-орієнтованим. Відповідно і форми організації такого навчання, які пов'язані з використанням ІКТ, будемо називати комп'ютерно-орієнтованими.

Ю. В. Триус [7, 259] наводить класифікацію форм організації навчання у ВНЗ, зокрема й математичних дисциплін, відображену у таблиці 1.

Таблиця 1

Традиційні й комп’ютерно-орієнтовані форми організації навчання у ВНЗ

Традиційні	Комп’ютерно-орієнтовані
Лекції, практичні заняття, семінари, лабораторні роботи, навчальні дискусії, самостійна позааудиторна робота, індивідуальна або групова науково-дослідна робота, поточні та підсумкові форми контролю: – контрольні роботи, – тестування, – колоквіуми, – модульний контроль, – заліки, екзамени.	Комп’ютерно-орієнтовані лекції, семінари, практичні і лабораторні заняття, контрольні роботи тощо; комп’ютерно-орієнтована науково-дослідна робота; комп’ютерне тестування; дистанційні форми: – трансляція; – чат (текстовий, графічний); – відео- і телеконференції, – інтерактивні форми проведення лекцій, семінарів, практичних й лабораторних занять, навчальних дискусій та ін.; – комп’ютерно-орієнтовані екзамени й заліки.

О. Е. Корнійчук [4] всі організаційні форми КОМСН вищої математики студентів економічної спеціальності поділяє на три групи:

– спрямовані здебільшого на теоретичну підготовку (озброєння студентів системою знань): лекція, самостійне опрацювання теоретичного матеріалу, консультація, елективний курс;

– спрямовані здебільшого на практичну підготовку (осмислення студентами теоретичного знання, його застосування і формування на його основі умінь та навичок): практичне заняття, комп’ютерна лабораторна робота, самостійна позааудиторна робота, консультація, елективний курс;

– спрямовані на контроль знань та умінь студентів: контрольні роботи, тематичні заліки, індивідуальні графічно-розрахункові роботи, модульний контроль, екзамен.

Як зазначає О. Є. Бєлова [1], активне застосування інформаційних технологій приводить до того, що важливою організаційною формою стає лабораторне заняття. Нею розроблено комплекс лабораторних робіт по інтегральному численню для студентів педагогічних ВНЗ з застосуванням системи символьних обчислень Maple, який використовується в якості засобу навчання. Дослідник пропонує включити в учбовий процес два семінари: на застосування ІКТ для наближеного обчислення визначених інтегралів та демонстрації результатів роботи студентів над індивідуальними творчими завданнями із застосуванням Ecxel, PowerPoint, Maple, Mathcad, які виконувались студентами у комп’ютерних класах під час самостійної роботи.

Робота Л. В. Васяк [2] присвячена застосуванню ІКТ для формування професійної компетентності майбутніх інженерів в умовах інтеграції математики і спецдисциплін засобами професійно орієнтованих задач. Автором розроблений комп'ютерний лабораторний практикум, змістовним компонентом якого є професійно орієнтовані задачі. Можливості ІКТ при роботі на практичних та лабораторних заняттях дозволяють студентам досягти в навчанні того, чого неможливо досягти звичайними засобами. Тому важливо застосовувати їх можливості для виконання різного роду навчальних завдань і проектів.

Т. С. Максимова у [5] пропонує методику формування евристичних умінь студентів технічних вузів під час вивчення теми «Границя функції», яка передбачає поєднання традиційної форми навчання з використанням сучасних інформаційних технологій. Сама евристична діяльність студентів відбувається на практичних заняттях при роботі з комп'ютерною навчальною програмою, яка включає як актуалізацію знань, так і розв'язання задач, контроль знань та умінь студентів.

Таким чином, вивчаючи дослідження багатьох науковців і погоджуючись з думкою О. Е. Корнійчук [4], можна виділити основні організаційні форми КОМСН математичних дисциплін студентів ВТНЗ:

– *Комп'ютерно орієнтована лекція* – систематичне, послідовне і логічне подання проблемних ситуацій з використанням відео і комп'ютерної техніки для демонстрації графіків, динамічних зображень тощо.

– *Комп'ютерно орієнтоване практичне заняття* – форма навчальної діяльності, яка пов'язана з надбанням студентами практичних навичок у відповідній галузі знань з використанням комп'ютера. Будується на поєднанні традиційних і комп'ютерних форм навчання та контролю знань і спрямоване на розв'язання задач, що забезпечують наступність між практичними, лабораторними і лекційними заняттями на основі внутрішніх та міждисциплінарних зв'язків.

– *Комп'ютерно орієнтовані лабораторні роботи*, які збагачують математичний досвід студентів шляхом дослідницької діяльності, і, як наслідок, сприяють усвідомленню ними засвоюваних знань.

– *Самостійна позааудиторна робота* студентів, яка за сучасних умов значного зменшення обсягу аудиторних занять, часу, відведеного на вивчення математичних дисциплін, відіграє вирішальну роль у процесі оволодіння студентами знаннями, уміннями та навичками на достатньому рівні для успішного їх використання у подальшій діяльності, для розв'язання задач з спеціальних дисциплін.

– *Композиція «заняття – позааудиторний захід»* або *«аудиторне* *заняття – елективний курс».* Така форма заняття дозволяє в позааудиторний час продовжувати вивчення теми, дослідження проблемної ситуації, дає можливість студенту обрати або рівень обов'язкових результатів, або підвищений. Особливе значення ця композиція має у навчанні математики, для якої властива опора на узагальнення, конкретизацію, систематизацію, аналогію, інтеграцію з іншими дисциплінами, що навіть проілюструвати під час заняття дуже важко.

КОМСН з математичної дисципліни студентів технічних спеціальностей ВНЗ передбачає створення відповідного навчально-методичного комплексу у вигляді інтегрованої реалізації інноваційних педагогічних та комп'ютерних технологій, склад якого дозволить студенту і викладачу максимально ефективно використати навчальний час.

Висновки. Одним із важливих завдань вищої освіти є створення КОМСН математичних дисциплін студентів ВТНЗ, які б забезпечували інтенсифікацію процесу навчання, активізацію навчально-пізнавальної діяльності студентів, диференціацію навчання, наочність та підвищення мотивації навчання, збільшення ролі самостійної та індивідуальної роботи і ґрунтувалася б на впровадженні у навчальний процес інноваційних педагогічних технологій. Розв'язання цього завдання вимагає перегляду змісту вищої освіти, причому особливу увагу слід звертати на розвиток форм подання математичних знань, формування інтелектуальних умінь та набуття практичних навичок в галузі застосування найновіших засобів обчислювальної техніки.

Список використаних джерел

1. Белова О. Е. Методика обучения студентов педагогических вузов – будущих учителей математики интегральному исчислению с использованием информационных технологий : дисс. … канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика, уровень высшего образования) / Белова Ольга Евгеньевна ; ГОУ ВПО «Красноярский государственный педагогический университет им. В. П. Астафьева». – Красноярск, 2006. – 208 с.

2. Васяк Л. В. Формирование профессиональной компетентности будущих инженеров в условиях интеграции математики и спецдисциплин средствами профессионально ориентированных задач : дисс. … канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика, уровень высшего профессионального образования) / Васяк Любовь Владимировна ; ГОУ ВПО «Забайкальский государственный гуманитарно-педагогический университет им. Н. Г. Чернышевского». – Чита, 2007. – 170 с.

3. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих

систем навчання математики / М. І. Жалдак // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць / Редкол. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова. – Вип. 7. – 2003. – С. 3–16.

4. Корнійчук О. Е. Комп'ютерно орієнтована методична система навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей коледжів : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика) / Олена Едуардівна Корнійчук ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2010. – 21 с.

5. Максимова Т. С. Евристична складова формування майбутнього інженера / Т. С. Максимова // Дидактика математики: Проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт / Міжнародна програма «Евристика та дидактика точних наук», НПУ ім. М. П. Драгоманова, Донецький нац. ун-т, Ін-т педагогіки АПН України. – Донецьк : Теан, 2003. – Вип. 20. – С. 93-104.

6. Співаковський О. В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей : монографія / Співаковський О. В. – Херсон : Айлант, 2003. – 224 с.

7. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики : [монографія] / Юрій Васильович Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 400 с.

8. Хараджян Н. А. Педагогічні умови підготовки фахівців з економічної кібернетики засобами комп'ютерного моделювання : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04 – теорія та методика професійної освіти / Хараджян Наталя Анатоліївна ; Черкаський нац. ун-т імені Богдана Хмельницького. – Черкаси, 2010. – 258 с.

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТРУДНОСТЕЙ УСВОЕНИЯ ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ПУТИ И СПОСОБЫ ИХ УСТРАНЕНИЯ

С. Р. Рахманов[1], М. М. Гумбатов[2]
[1] Украина, г. Днепропетровск, Национальная металлургическая академия Украины
[2] Азербайджан, г. Мингячевир, Мингячевирский филиал Азербайджанского института учителей

Изучение основных понятий математического анализа сопровождается некоторыми педагогическими, психологическими и логическими трудностями. Возникновение этих трудностей носит объективный характер и связано с особенностями предмета. Учитель, с целью преодоления таких трудностей, часто прибегает к отвлечению внимания учащихся от формальной логической строгости понятий к их описанию на интуитивно-наглядном уровне. Опыт преподавания фундаментальных дисциплин показывает, что данная попытка во многих случаях заканчивается неудачей. Главной причиной этого является нанесение вреда подменой логической строгости интуитивно-наглядным представлением, что вызывает ослабление стремления учащихся к усвоению понятий на логически-научном уровне.

Поскольку понятиям математического анализа свойственен высокий уровень абстракции, то их связь с реальными процессами не всегда неявна. Основным методическим приемом при изложении материала должен быть выяснение (восстановление) их связи с реальными процессами, не нанося вреда строго логическому определению. Ярким примером такого понятия является понятие «предела». Так, главные классические понятия, какими являются понятия непрерывности, производной, интеграла, и подобные понятия, в той или иной форме, непосредственно связаны с процессом «перехода к пределу». По этой причине можно понять практическую сущность понятий «предел», «перехода к пределу», объясняя, как они проявляются в реальных процессах природы, раскрывая их связь с этими процессами. Самым плодотворным же путем является претворение в жизнь эффективной межпредметной связи с предметами естествознания (физикой, химией, биологией и пр.). Как справедливо указывал А. Я. Хинчин, перед математиком стоит такая трудная задача, как предотвращение представления в сознании учащихся о «сухости» и формальном характере математики, о том, что она является наукой, отдаленной от практики.

Необходимо вести работу по раскрытию связи математических абстракций с реальной жизнью параллельно с объяснением роли логического метода в математике. Тогда учащиеся должны воспринимать процесс абстракции не как потерю связи математики с реальным миром, отчуждения от жизни, практики, а как необходимый элемент научного познания. В процессе абстракции математический метод должен восприниматься не как отчуждения от практики, а как перевод присутствующей связи из явного вида в неявный. Обратный процесс, процесс конкретизации, должен восстановить потерянную связь.

Не признавая отсутствия возможности нахождения ряда других средств, считаем, что наиболее подходящим путем является переход от абстрагирования к конкретизации, претворением в жизнь межпредметных связей с предметами естествознания. В развитии математических наук, в появлении математических идей, в разработке новых математических методов роль практики наиболее отчетливо раскрывается именно в выдвигаемых в естественных науках принципах, особенно, в физических теориях. Действительно, в процессе изучения физики, химии, биологии каждый теоретический тезис находит свое приложение после экспериментальной проверки. Знания, относящиеся к этим областям науки, находят свое отражение в сознании учащихся как образы действительности благодаря непосредственной связи этих наук с реальностью. Вследствие подверженности математических понятий абстрагированию, они воспринимаются как идеализации реальности. Именно по этой причине переход от идеального образа к реальному более эффективно осуществляется посредством межпредметных связей. Их реализация в процессе преподавания даст больше пользы путем привлечения внимания учащихся к аналогиям между физическими закономерностями с переходом к пределу и непрерывными процессами.

Рассмотрим некоторые логические трудности, связанные с усвоением понятия предела. Развитие умственных способностей учащихся идет одновременно в двух направлениях, будучи как абстрактным, так и конкретным. Однако в таком случае второе направление нельзя считать элементарным и малополезным, потому что способность видеть, в общем частное, применение общих утверждений к конкретным случаям не может считаться легкой формой умственной деятельности. В начальной стадии изучения математики для учащихся основная трудность заключается в освоении абстрактных понятий, обходя конкретные объекты. При изучении же элементов математического анализа основная трудность заключается не в обобщении, а в конкретизации.

Задача, связанная с моделью предела функции в точке, достаточно сложна. Однако задача упрощается, когда учащийся четко представляет график функции. Одним из наилучших подходов безошибочного представления модели является сравнение физических процессов. При этом следует помнить, что в природе реально не существуют адекватные процессы перехода к пределу в точке (особенно в бесконечности). Этот процесс, являясь продуктом абстракции, помогает исследовать реальные процессы.

В процессе преподавания алгебры и начал анализа рассматривается ряд вопросов в различных уровнях. Они дополняются, развиваются и находят свое завершение в старших классах. Считается, что повторное обращение к этим вопросам облегчает их изучение в старших классах и также помогает преодолеть трудности, возникающие при изучении других понятий.

К примеру, при изучении темы «абсолютная погрешность» полезно писать десятичные приближения к дроби $\frac{1}{3}$ в следующем виде: $0<\frac{1}{3}<1$, $0{,}3<\frac{1}{3}<0{,}4$, $0{,}33<\frac{1}{3}<0{,}34$, $0{,}333<\frac{1}{3}<0{,}334$, ... Нанесем схематически эти интервалы на координатной оси. Во время беседы о возможности получения приближенного значения числа $\frac{1}{3}$ с произвольной точностью следует учащимся дать сведения о том, что все эти интервалы имеют единственную общую точку, которая изображает число $\frac{1}{3}$.

Такую же работу нужно провести при изучении темы «приближенное значение корня» для какого ни будь числа, например числа $\sqrt{3}$.

Беседа о точности приближения рациональных и иррациональных чисел десятичными дробями, запись $|x–a|<0{,}01$ и чтение этой записи разными способами, изображение решений этого неравенства на координатной прямой – все это направлено на подготовку учащихся к понятию предела последовательности и его геометрической интерпретации.

Если речь идет о подготовительной работе в преподавании, возникает тесно с ней связанная задача создания у учащихся необходимой базы для усвоения каждого конкретного материала. Более полезным окажется создание вышеизложенных основ ранее и их восстановление на уроке. Эти основы напоминаются и используются, например, в начале урока в устных примерах, или при изучении нового материала. Такие вопросы коллективно обсуждаются, и предполагается активное обращение к памяти учащихся. Это увеличивает активность класса, дает возможность учащимся лучше понять и освоить материал.

Как отмечено выше, при изучении курса алгебры и основ анализа учащиеся встречаются с трудностями, проистекающими из сути самого курса и особенностей его понятий и методов. При недостаточном обращении внимания на такие трудности несправедливо было бы сказать, что курс совершенным образом освоен всеми учащимися. Основными понятиями математического анализа, входящими в школьный курс, являются «предел функции», «непрерывность функции», «производная функции» и «интеграл». Все эти понятия связаны с основным методом математического анализа – с идеей перехода к пределу. Идея перехода к пределу, в свою очередь, связана с идеей бесконечных изменений (возрастание или убывание).

Рассмотрим, например, определение предела последовательности, с которым учащиеся ознакомлены в начале обучения: «Пусть для каждого числа $\varepsilon>0$ существует такое натуральное число N, что каждый член x_n, с номером большим, чем N, удовлетворяет неравенству $|x_n-a|<\varepsilon$ при $n>N$. Тогда число a называется пределом последовательности $\{x_n\}$». В этом определении при помощи недвусмысленных терминов и обозначений («положительное действительное число», «натуральное число», «>», «<») наиболее точно выражено бесконечное убывание разности между членами последовательности $\{x_n\}$ и некоторым числом a при возрастании номера n. Здесь выбранные слова составляют основу предложения определяемого понятия и придают ей логическую структуру. Определения предела функции и непрерывности в точке также обладают аналогическими логическими структурами.

Пример 1. Показать, что при $n\to\infty$ последовательность 7/3, 10/5, 13/7, …, $(3n+4)/(2n+1)$ имеет пределом число 3/2.

Решение: Здесь $x_n-3/2=(3n+4)/(2n+1)-3/2=5/(2(2n+1))$. Определим, при каком значении n выполняется неравенство: $5/(2(2n+1))<\varepsilon$, так как $2(2n+1)>5/\varepsilon$, то $n>5/(4\varepsilon-1/2)$. Тогда $|x_n-3/2|<\varepsilon$, т. е. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=3/2$. Положив $\varepsilon=0{,}1$, заключаем, что неравенство $|x_n-3/2|<0{,}1$ выполняется при $n>12$.

Слова «все», «любой», «каждый», «существует», «найдется», «хотя бы для одного» в логике обозначаются соответственно кванторами общности и существования. Одной из основных характеристик сложности понятий анализа, связанных с процессом перехода к пределу, является число кванторов, участвующих в этом определении. Усвоение строго научного содержания определения в большей степени зависит от точного понимания логического значения квантора, что требует от учащихся напряженного умственного труда. В то время, как определения понятий «ограниченности», «периодичности», «экстремума» и прочих содержат два квантора, определение понятия предела содержит в себе три квантора, что характеризуется как третья степень сложности:

$$\left(\lim_{x\to a} f(x)=b\right)\Leftrightarrow \left(\left(\forall\varepsilon>0\right)\left(\exists\delta>0\right)\left(\forall x\right):\left(0<|x-a|<\delta\right)\right)\Rightarrow |f(x)-b|<\varepsilon\ .$$

Кванторы явно или неявно участвуют в каждом определении и теоремах. Заметим, что выражениям большинства высказываний математического анализа характерно участие нескольких кванторов. Такая ситуация, в огромной степени ограждая выяснение сущности определений и теорем анализа, усложняет работу с ними и придает этой работе определенный специфический характер. Одной из мер преодоления трудностей в усвоении понятий и утверждений математического анализа является первоначальное выяснение их интуитивно-наглядного содержания.

С целью устранения трудностей, возникающих при усвоении высказываний с кванторами, преподаватели должны добиться, чтобы учащиеся обладали некоторыми знаниями, связанными с понятиями, изучаемыми в математической логике (высказывание, отрицание высказывания, квантор, отрицание высказываний с кванторами). Правильное толкование учащимися определения предела не дает гарантий полного представления смысла кванторов, правильного определения изменения смысла определения при изменении порядка расположения кванторов. При формировании такого умения полезно привлечь внимание к правильному толкованию отрицания определения. Прежде, чем переходить к вопросу, связанному с определением предела, целесообразно рассмотреть примеры построения отрицаний простых высказываний. Поскольку построение отрицания высказываний с кванторами связано с перестановкой расположения кванторов, сначала должны рассматриваться примеры на сравнения высказываний, получаемых перестановкой кванторов. Например, высказывание «для каждого натурального числа существует большее натуральное число» истинно вследствие того, что оно свидетельствует о бесконечности множества натуральных чисел, а высказывание «существует натуральное число большее произвольного натурального числа», получаемое после перестановки кванторов, ложно. Высказывания «каждая задача решена хотя бы одним учеником» и «хотя бы один ученик решил каждую задачу», также отличаются друг от друга порядком расположения участвующих в них кванторов. С первого взгляда можно придти к выводу о совпадении этих высказываний, но это не так. После этого целесообразно рассмотреть примеры, связанные с построением отрицаний высказываний с двумя кванторами.

Рассмотрим определение периодической функции, сформулированное в следующем виде: «Пусть найдется такое число $T \neq 0$, что для всякого числа x, взятого из области определения функции f, выполняется равенство $f(x+T)=f(x)$. Тогда функция f называется периодической функцией с периодом T». Отрицание этого определения будет выглядеть следующим образом: «Пусть для каждого числа $T \neq 0$ существует такое число x, взятое из области определения функции f, что выполняется равенство $f(x+T)\neq f(x)$. Тогда f называется непериодической функцией». Решение подобных примеров нацелено на формирование общего правила отрицания высказываний с кванторами: для построения отрицания высказываний с кванторами достаточно каждый квантор общности заменить квантором существования, или наоборот, и построить отрицание предложения, следующего за кванторами.

С помощью этого правила легко выяснить, что высказывание «число a не является пределом последовательности $\{x_n\}$» имеет следующий точный смысл: «для того, чтобы число a не было пределом последовательности $\{x_n\}$, должно найтись такое число $\varepsilon>0$, что для каждого натурального N неравенство $|x_n-a|\geq\varepsilon$ должно выполняться для хотя бы одного номера $n>N$».

Для осознания смысла определения предела функции особую пользу имеют упражнения, связанные с доказательством не существования предела данной функции в данной точке.

Пример 2. Докажите, что функция $f(x)=[x]$ не имеет предела в целых точках.

Решение. Нужно доказать, что в целых точках никакое действительное число не является пределом этой функции. Применяя метод полной индукции, приходится разбить множество R на подмножества. Но как осуществить такое разбиение? Нужно произвести разбиение на подмножества, рассматривая в близкой окрестности данного целого числа значения, принимаемые функцией, слева и справа, определить их среднее арифметическое n, и разбить множество R на подмножества, состоящие из чисел, больших n ($a>n$), и не больших n ($a\leq n$). Теперь производится проверка в каждом подмножестве. Показывается существование такого $\varepsilon>0$ $\left(\varepsilon=\dfrac{1}{4}\right)$, во всяком подмножестве выполняется неравенство $|[x]-a|\geq\varepsilon$, т. е. для каждого действительного a не выполняется условие существования предела функции $f(x)=[x]$ в целой точке.

Как было отмечено, при изучении понятий математического анализа появляется потребность в численных примерах. На конкретных примерах можно исследовать монотонность функции, используя понятие приращение. Для этого, образуя отношение (разностное отношение) приращения функции к приращению аргумента, следует сравнивать его с нулем. Если в какой то точке отношение положительно, то в той точке функция возрастает и чем больше отношение, тем больше и скорость роста. Аналогично исследуется убывание функции. После этого нужно обобщить полученный результат: если во всех точках какого-то промежутка образованное разностное отношение положительно (отрицательно), то данная функция на этом промежутке возрастает (убывает). В процессе выполнения таких упражнений учащиеся и изучают алгоритм нахождения разностных отношений, осознавая важность этого понятия, что очень полезно для темы «Производная». Одновременно, если учесть, что разностное отношение геометрически выражает угловой коэффициент секущей, а механически – среднюю скорость материальной точки, движущуюся прямолинейно, то, решая такие примеры, можно формировать основу представления о геометрическом и механическом смыслах производной. В ходе решений этих примеров создается база для критерия возрастания (убывания) функции. Таким образом, при помощи таких упражнений приобретают важную информацию, полезную для изучения последующего материала, что способствует преодолению возможных в будущем трудностей.

Рассмотрим еще один пример, связанный с подготовительной работой по устранению возможных трудностей при изучении темы «Первообразная». Сначала сформулируем вопросы, которых должны представить учащиеся при введении понятия «Первообразной», а затем должны впоследствии и знать:

1. Операция дифференцирования функции f ставить в соответствие ей другую функцию f'. Это отношение однозначно.

2. Существует обратная к дифференцированию операция. Эта операция восстанавливает данную функцию. В частности, например, с ее помощью решается задача о нахождении координаты материальной точки $S(t)$, движущейся прямолинейно, если известен закон изменения скорости или ускорения.

3. Таблицу для обратной операции можно получить из таблицы для производной, при этом необходимо поменять местами элементы таблицы.

4. Новая операция неоднозначна; это находит свое отражение прибавлением к каждой полученной функции произвольной постоянной C.

5. Правильность составленной таблицы можно проверить дифференцированием полученной функции.

Все эти вопросы можно поднимать перед учащимися уже во время процесса преподавания темы «Производной функции». Это не только помогает усвоению темы «первообразной», но дает возможность учащимся лучше понять пройденный материал по теме производной. Многие традиционные элементарные задачи (доказательство неравенств, тождеств, исследование и решение уравнений) эффективно решаются с помощью понятий производной и интеграла. Вместе с тем нестандартное использование элементов математического анализа позволяет глубже усвоит основные понятия изучаемой теории. По существу, зачастую процессы, которые развивают логическое мышление, математические способности, формируют необходимую математическую культуру. Применение производной и интеграла дает, как правило, более эффективное решение задачи. Появляется возможность оценить силу, красоту, общность нового математического аппарата.

Во время использования таблиц при решении упражнений можно поставить вопрос о нахождении самой функции по известной производной. Разумеется, это нужно делать для простых примеров, например, для степенных функций, так как в этом случае легче найти функцию. Для проверки можно также дать «готовую формулу». Несмотря на то, что это немного затруднительно, основная задача здесь заключается в усвоении метода проверки. Выполняя упражнения такого вида, можно поставить вопрос о том, что существуют ли другие функции, кроме «найденной», производная которых равна данной функции? Предположим, к примеру, что учащимся предложена задача: «Найти функцию, производная которой равна $2x$». Они без особых затруднений найдут ответ: $F(x)=x^2$. Далее учитель вновь обращается к классу: можно ли найти другую функцию, производная которой равна $2x$? Ученики выясняют, что функции вида $F(x)=x^2+3$, $F(x)=x^2-7$ и т. д. также обладают таким свойством.

После написания их на доске ученики замечают, что все они обладают одинаковым видом, но отличаются постоянным слагаемым. Все это нужно для понимания основных свойств первообразной. Самое главное здесь заключается в том, что весь этот материал, после введения определения понятия первообразной, не окажется новым, а слегка забытым знакомым материалом. В ходе процесса повторения очень полезна напряженность памяти. Материал, восстановленный в памяти, лучше осваивается, чем вновь преподнесенный. Несомненно, нужно выполнять достаточное количество упражнений на определение производной, на основные свойства производной.

Как было отмечено, одним из способов преодоления логических трудностей при изучении понятий математического анализа является своевременная и уместная реализация межпредметных связей. Провозглашение практического содержания понятий предела и непрерывности должно начаться с осмысления практического содержания термина «бесконечность». Эта работа связано выяснением разницы между понятиями «актуальной бесконечности» и «потенциальной бесконечности», связанные с понятием «перехода к пределу». Двоякий взгляд на понятие бесконечности появился после того, как Коши было дано определение понятия предела на языке потенциальной бесконечности. С тех пор в «чистой математике» широкое применение нашло доказательство на языке «ε–δ» и стало приниматься достаточно серьезно. Несмотря на это, в практических предметах все дифференциальные законы излагаются на уровне бесконечно малой. Причиной тому служит то, что в прикладной математике каждая актуальная (практическая) бесконечность позволяет истолковать бесконечно малые и бесконечно большие величины как постоянные (но имеющие другие порядки по сравнению с другими величинами). Несмотря на то, что «чистая математика» не принимает концепцию актуальной бесконечности, при исследовании реальных процессов невозможен строгий переход к пределу исходя из квантовых и молекулярных свойств. Так, эти свойства теряют всякий смысл при рассмотрении физических величин, уменьшенных до малых размеров, превосходящих допустимые размеры (границы).

В связи с таким подходом, например, физики, вводя понятие «физической» или «практической» бесконечно малой, не определяя их чисто математическим языком. Например, если задана формула $\rho(A) = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$, выражающая плотность в точке A, для неоднородного тела, то ясно, что реальное значение ΔV не может бесконечно уменьшаться и его размеры должны быть намного больше молекулярных размеров. Подобных погрешностей не обойти и в самой математике. Например, теоретические основы математики не только принимают, но также и доказывают существование бесконечных десятичных дробей, однако из-за практической невозможности использования таких дробей они остаются за пределами прикладной математики.

Появление результатов, кажущихся парадоксальными, между теоретическим и практическим аспектами процессов бесконечного роста и убывания, связаны именно с двояким характером бесконечности. Целесообразная реализация межпредметных связей создает наиболее оптимальную среду для раскрытия таких «парадоксов» и устраняет некоторые трудности, возникающие при осмыслении фундаментальных понятий математического анализа. Для объяснения сказанных рассмотрим несколько примеров:

Пример 3. Пусть температура среды равна T_0 градусам. После нагревания тела до T градусов и отделения его от источника нагревания его температура становится убывающей функцией времени t, т. е. $T=f(t)$ является ограниченной снизу, убывающей функцией. Тогда, можно записать $\lim_{t \to +\infty} f(t) = T_0$. Несомненно, при определенном конечном значении t верно равенство $f(t)=T_0$. Именно в этом случае нужно раскрывать, что смысл процесса $t \to +\infty$ приобретает характер актуальной (практической) бесконечности; важно при этом заметить следующее понимание практического смысла процесса $t \to +\infty$: начиная с определенного момента времени показания термометра остаются неизменными.

Пример 4. Непрерывные процессы легче наблюдаются в природе непосредственно. При этом, полезно пользоваться характеристическим свойством непрерывности (бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции: т. е. если $x \approx x_0$, то $f(x) \approx f(x_0)$). С этой целью, устанавливая аналогию между характером непрерывности функции с характерами непрерывных (беспрерывных) процессов, происходящих в природе и технике, следует заметить, что большинство реальные процессы характеризуются «отсутствием скачков» в изменении величин, от которых они зависят. Так, если процесс моделируется посредством функции $y=f(x)$, то при малых изменениях $x-a$ в достаточно малой окрестности x_0 значения $f(x)$ мало откланяются от значения $f(x_0)$. Например, при отсоединении электроизмерительного прибора от источника питания стрелка прибора возвращается к исходному положению не мгновенно, а через некоторый промежуток времени, т. е. процесс остается непрерывным в очень малом промежутке времени.

Пример 5. Полезно привести примеры также и дискретных процессов.

Опытным путем установлено, что минимальное значение объема воды в закрытом сосуде соответствует значению температуры $T=4^\circ$C. При непрерывном приближении температуры к 0°C обнаруживается рост объема воды. При очень близком значении температуры к 0°C объем воды мало отличается от некоторого значения V_0. Однако, при достижении температуры значения 0°C объем воды, принимая значение $V_1 > V_0$, совершает скачок $\Delta V = V_1 - V_0$. Следовательно, функция $V=f(T)$, выражающая зависимость объема воды от температуры становится прерывным в точке $T=0^\circ$C. Это, как известно, является одной из причин лопания наполненного водой закрытого сосуда при морозе.

Выводы. Приходим к заключению, что в школьном курсе изучение основных понятий математического анализа сопровождается некоторыми педагогическими, психологическими и логическими трудностями. Они носят объективный характер и связаны с особенностями этих понятий. Эти трудности можно устранить путем проведения необходимых подготовительных работ, изложения понятий на наглядно-интуитивной основе, не вредя их строгости, раскрытием внутренних логических связей и высказываний с кванторами, сопоставлением процесса перехода к пределу с реальными процессами.

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Е. А. Сдвижкова, О. В. Бугрим
Украина, г. Днепропетровск, Национальный горный университет
bugrim@yahoo.com

Изменения, которые происходят в обществе, требуют соответствующих изменений форм и методов реализации поставленных перед учебными заведениями задач. Современный кризис математического образования характеризуется разнообразием причин, которые его порождают. Изменения последних лет, проводимые в системе образования, имеют нестабильный и хаотический характер. Для преодоления проблем, возникающих у работников системы образования, в частности, у преподавателей математики, необходима согласованность действий, как теоретиков, так и практиков. Прежде всего, нужно разработать современные методы преподавания, которые будут способствовать подготовке конкурентоспособных специалистов.

Система инженерного образования в Украине давала будущим инженерам основательную подготовку по математике и другим фундаментальным дисциплинам. Переход к кредитно-модульной системе обучения привел к полной перестройке организации учебного процесса. Количество аудиторных занятий уменьшилось практически вдвое, и упор теперь делается на самостоятельную работу студентов. Однако по субъективным и объективным причинам школьная подготовка не улучшается и, соответственно, состояние высшего инженерного образования оставляет желать лучшего. Преподаватели вузов ищут различные приемы, чтобы в таких сложных условиях стимулировать познавательную деятельность студентов, вызвать у них интерес к изучаемой дисциплине, создать мотивационную атмосферу процесса обучения.

Мотивация считается одним из важнейших факторов, обеспечивающих успешность процесса обучения. Проблема мотивации привлекает все большее число методистов, занимающихся процессом обучения, в частности, высшей математике. Большую роль в поддержании мотивации призваны сыграть учебные материалы и разнообразные формы работы с ними. Однотипность ослабляет положительные мотивации, поскольку вырабатывает стереотипные реакции, в результате которых студент из активного участника процесса обучения превращается в пассивного созерцателя.

В психологии мотивация – это побуждение к деятельности. В учебно-воспитательном процессе такое побуждение существует в двух разных традиционных формах – мотивация достижения и познавательная мотивация. Известно также понятие негативной мотивации. Относительно практики обучения в вузах негативная мотивация имеет место в тех случаях, когда отстающего студента приходится вызывать в деканат или на заседание соответствующей кафедры. Другими словами, это система разного рода наказаний, негативных оценок. Естественно, все подобные меры обедняют познавательную деятельность студентов, воспитывают интеллектуальную пассивность, не способствуют проявлению творческих наклонностей.

Несравненно более действенная мотивация достижения базируется на формировании цели познания, которая может быть как ближней, так и дальней.

К задачам ближнего порядка относятся установление системных связей между математикой и необходимостью использования полученных знаний при изучении других дисциплин.

В современных условиях, когда рынок труда изменяется довольно быстро, непреложным является тот факт, что специальные знания не вечны. Важно: гибкость, самостоятельность, умение работать в команде, образованность, готовность продолжать обучение. Таким образом, становятся жизненно необходимыми интеллектуальные знания, которые являются результатом самостоятельного критического осмысления информации, постоянного ее расширения, важны и прикладные знания.

Современные образовательные технологии направлены на развитие личности и ее адаптации к социальной и профессиональной жизни в обществе, умению принимать самостоятельные решения, критически оценивать предмет изучения.

В таких условиях преподаватель превращается из человека, который знает все ответы на все вопросы, в человека, который работает плечом к плечу со студентами как коллега-исследователь, советчик и координатор их деятельности. Такие понятия, как «эксперт», «человек, который принимает решения», одновременно используются и по отношению к преподавателю, и по отношению к студенту. Специалисты в области образования работают над поиском путей реформирования существующей системы образования [1]. Разрабатываются и внедряются прогрессивные модели, методические системы продуктивного типа обучения, такие, как проблемное обучение [2].

Эти модели поставляют методы самостоятельного получения знаний, решения проблемных задач, развивают нестандартное критическое мышление, логические и творческие способности. Однако все это можно осуществить, если студент подготовлен к этому.

В последнее время можно наблюдать, что студентам присуща очень слабая мотивация к обучению. Это связано с некоторыми объективными причинами. Во-первых, студенты уже с первых курсов видят примеры, когда выпускники вуза не могут найти работу по специальности. Во-вторых, на рынке труда появляются вакансии, которые требуют лишь наличия диплома о высшем образовании, но не требуют глубоких знаний. В-третьих, низкий уровень базовой математической подготовки не позволяет самостоятельно изучать математические дисциплины. Математика для студентов младших курсов является самой сложной дисциплиной.

Одной из простых и эффективных форм мотивации является удовлетворение, которое получает студент, успешно овладевая знаниями, умениями и навыками. Основные формы обучения – это разные формы лекций, семинаров, практических занятий, самостоятельной работы и контрольных мероприятий. Современная модель обучения оставляет лекцию основной формой учебного процесса, но предлагает ей инновационные разновидности использования активных методов обучения. Одной из разновидностей является проблемная лекция. Проблемная лекция систематизирует знания слушателей, мотивирует их познавательную деятельность, творческое сотрудничество студента и педагога, самостоятельную умственную деятельность.

Практические занятия также имеют различные формы: лабораторные работы, семинары, практикумы. Их цель – использование полученных знаний на практике, приобретение профессиональных умений и навыков, закрепление, углубление знаний, полученных на лекции, обсуждение результатов самостоятельной работы.

Выбор формы занятия, методов обучения зависит от уровня подготовки студентов, их интересов, технических возможностей, специфики темы, времени, которое отведено на изучение темы. Конечно, большую часть практических занятий занимает повторение, необходимое для выработки умений и навыков, но это не должно быть однообразное повторение, например, одного класса задач. Однообразие снижает мотивационную установку, эффективность восприятия, внимания, мышления.

Активные (проблемные) формы обучения дают возможность взглянуть на эту задачу под другим углом, предложить студентам составить алгоритм решения определенного класса задач, ответить на вопрос, по каким признакам можно отнести задачу или уравнение к тому или иному типу. Если студенты сформулируют мысль в процессе занятия, это вызывает чувство уверенности в своих возможностях и положительные эмоции от своей деятельности. Полное удовлетворение приносит сознание того, что полученные знания и навыки можно применить на практике. И это является второй формой мотивации.

Третья форма мотивации – это умение решать прикладные задачи на основе полученных знаний, связанных со специализацией студента и, если речь идет о студентах младших курсов, связанных с другими дисциплинами, которые они изучают.

Самостоятельная познавательная деятельность учащихся активизируется тогда, когда они сталкиваются с каким-либо интеллектуальным затруднением, однако разрешение этого затруднения должно находиться в пределах их интеллектуальных возможностей.

В проблемном обучении важен этап, в ходе которого преподаватель составляет суждение об индивидуальных возможностях студентов, как по тем вопросам, которые они задают, так и по тем ошибкам, которые они допускают, отвечая на вопросы. В обучении проблемные ситуации приходится выявлять, т. е. делать явными для студентов. Эта цель достигается на начальном этапе проблемного обучения, на котором имеющиеся у студентов знания и умения расширяются и углубляются, т. е. создается необходимая база для выявления проблемной ситуации.

Одним из недостатков студентов младших курсов, не позволяющих им надлежащим образом изучать высшую математику и затем эффективно применять математические методы в решении прикладных задач, является неумение отличить то, что они понимают от того, чего они не понимают, неумение вести диалог: понять вопрос и ответить именно на него, а также сформулировать свой вопрос. Поэтому, одной из важнейших задач мотивированного проблемного обучения является необходимость четко определить то, что студенты знают (и возможно умеют) от того, что им только кажется известным.

Продемонстрируем реализацию поставленных проблем на примере изучения векторной алгебры и аналитической геометрии как пролонгирования векторной алгебры.

Векторная алгебра является важным разделом дисциплины «Высшая математика» в системе инженерного образования. При формировании целей и содержания изучаемой темы необходимо учитывать, как умение решать задачи, используемые в самом курсе высшей математики, так и в других дисциплинах. Умение выполнять математические предметные действия из векторной алгебры необходимы студенту для решения задач в таких дисциплинах как физика, теоретическая механика, теория машин и механизмов, гидродинамика, электростатика и других. После изучения темы «Векторная алгебра» студентам предлагается составить перечень терминов, являющихся основой раздела (вектор, длина вектора, направление вектора, коллинеарные векторы и т. д.). Эти термины должны быть пронумерованы. Такая работа дает возможность проявить внимательность, наблюдательность, умение различать объекты темы и систематизировать их.

Затем список терминов распределяется по некоторой, присущей для них общности.

1. Виды векторов.
2. Линейные операции над векторами.
3. Угол между векторами. Проекция вектора на ось.
4. Координаты вектора в прямоугольной системе координат.
5. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Векторное произведение векторов.
8. Смешанное произведение векторов.
9. Условия взаимного расположения векторов.
10. Геометрические и механические приложения векторов.

После обмена мнениями список терминов становится достаточно полным у каждого студента. Затем проводится блиц-опрос, студенты обмениваются взаимными вопросами по терминологии. Здесь не требуются глубокие знания – это как заучивание азбуки.

Для более глубокого понимания положений векторной алгебры студентам предлагается поиграть в игру «вариации» вопросов по теме.

Приведем некоторые примеры.

Сколько векторов образуют базис на плоскости?

Могут ли два параллельных вектора образовывать базис на плоскости?

Могут ли равные векторы служить базисом на плоскости, пространстве?

Какими должны быть два вектора, чтобы служить базисом на плоскости?

Могут ли два перпендикулярных вектора служить базисом на плоскости?

Если векторы образуют тупой угол, могут ли они служить базисом?

Могут ли векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ служить базисом, если

1) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$,

2) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$,

3) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$?

Сколько векторов образуют базис в пространстве?

Могут ли компланарные векторы образовывать базис в пространстве?

Могут ли три равных вектора служить базисом в пространстве?

Могут ли служить базисом векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{a}\times\vec{b}$?

Если смешанное произведение векторов $\vec{a}\vec{b}\vec{c}=0$, могут ли они образовывать базис?

Могут ли образовывать базис векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{b}=\lambda\vec{a}$ (λ – число)?

Могут ли служить базисом в пространстве векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$?

Могут ли векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образовать базис, если $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$?

На следующем этапе студенты должны подготовить опорный конспект по теме. Для того, чтобы опорный конспект не превратился в неудачную копию имеющегося у студентов конспекта или соответствующего параграфа учебника, студентам выдается план конспекта, форма его представления и образец отражения какого-либо вопроса. Затем на занятии или на внеаудиторном семинаре проводится взаимный опрос по теме. Здесь можно применить такие инновационные технологии:

– метод познавательных игр;

– метод создания ситуации познавательного спора;

– метод создания ситуации успеха в учении.

Метод познавательных игр опирается на создание в учебном процессе игровых ситуаций. В нашем случае мы делим группу на две подгруппы (команды) и проводим математический КВН. Выбираются капитаны команд – наиболее активные студенты. В игру включаются все студенты, капитаны регулируют порядок задавания вопросов. Задающий вопрос должен знать на него ответ. В процессе игры создается ситуация познавательного спора, когда проявляются разные мнения по тем или иным вопросам. При необходимости как подсказку «друга» можно использовать опорный конспект (домашнее задание). Преподаватель осуществляет роль наблюдателя, корректирует ситуацию по мере необходимости. В процессе игры студентам выставляются баллы (это делают сами студенты), которые затем учитываются в зачете или на экзамене. Таким образом создается ситуация успеха в учении. Как показывает практика, студенты увлеченно включаются в игру, оценки выставляются объективно, каждый желает получить «дифференцированный» зачет в этой игре, и это любому студенту доступно.

Аналитическая геометрия изучается как приложение векторной алгебры к решению следующих задач: вывести уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно к заданному вектору, уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, каноническое уравнение прямой в пространстве, угловые соотношения между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.

При таком подходе студенты усваивают общий метод получения искомых уравнений, учатся исследовать условия применимости метода, и случаи однозначного и неоднозначного решения, а также отсутствия решения.

При решении задач на практических занятиях важными компонентами проблемного обучения являются: обсуждение круга задач, решаемых по единому алгоритму, обсуждение теоретического ядра (основы решения), дискуссия о выборе метода, учитывающая внутридисциплинарные связи (векторная алгебра – аналитическая геометрия) и межпредметные связи.

Таким образом, перед студентами сначала ставится задача, которую они решают по аналогии с уже известной, затем следует построение теории. Связь векторной алгебры и аналитической геометрии является примером такого подхода. Этот подход опирается на положение Дж. Брунера: «Оптимально построенный учебный процесс отражает предшествующий материал и позволяет студенту делать обобщение, выходящее за пределы данной темы» [3].

Список использованных источников

1. Подоляк Я. В. Педагогика высшей школы : [учеб. пособие] / Я. В. Подоляк. – Харьков, 2008. – 176 с.

2. Матюшкин А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / Матюшкин А. М. – М. Директмедиа Паблишинг, 2008. – 392 с.

3. Брунер Дж. Психология познания. За пределами непосредственной информации / Дж. Брунер. – М. : Прогресс, 1977. – 413 с. – (Общественные науки за рубежом. Философия и социология).

ПРИКЛАДИ НЕСТАНДАРТНИХ ЗАВДАНЬ З МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Г. І. Скороход
Україна, м. Дніпропетровськ, Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара
gskorokhod@yahoo.com

Вершиною наукової творчості є «відкриття для інших», тобто створення об'єктивно нового і значущого для науки. Але перш ніж дійти до «відкриттів для інших», студент має зробити багато «відкриттів для себе» в процесі розв'язання навчальних завдань. Велика кількість завдань спрямована на те, щоб закріпити методи і алгоритми розв'язання задач курсу, виробити вміння та навіть навички розв'язання цих задач. В таких задачах чітко визначені умова та вимога задачі, відомий спосіб її розв'язання і його обґрунтування. Вони звуться стандартними На відміну від них задачі, в яких один, два або три елемента (умова, вимога, спосіб розв'язання, його обґрунтування) не задані, вважаються нестандартними. В [1] наведена класифікація методів навчання, яка ґрунтується на розгляді процесу навчання як переходу від початкових умов до запланованих результатів навчання через ряд проміжних етапів. За аналогією можна класифікувати методи розв'язання задач (табл. 1).

Таблиця 1

Схема розв'язання задачі Метод навчання	Відмінні особливості методу
УЗ → ПЗ → ПЗ → ВЗ Пояснювально-ілюстративний	Учню відомі усі елементи розв'язання задачі. Такі задачі звуться стандартними, інші – нестандартними
УЗ → → → ВЗ Репродуктивний (програмований)	До учня не доведені проміжні задачі, але вони є для нього стандартними
УЗ ПЗ ПЗ ВЗ Евристичний	До учня доведені проміжні задачі, але не доведені способи їх розв'язання, деякі з них можуть бути для нього нестандартними
УЗ ВЗ Проблемний	Учень знає початкові умови та мету
ВЗ Дослідницький (модельний)	Учень знає лише мету, все інше він має знайти самостійно

Позначення у таблиці: **УЗ** –умова задачі, **ВЗ** – вимога задачі, **ПЗ** – проміжна задача, → способи розв'язання проміжних задач

Головна (пряма) мета розв'язання стандартних задач – виробити вміння та навички їх розв'язання як базових для нестандартних задач. Розвивальний ефект таких задач є побічним. Навпаки, нестандартні задачі, що використовуються при евристичному, проблемному та дослідницькому методах навчання, спрямовані на розвиток творчої особистості.

Задачі є лише часткою множини навчальних завдань. За аналогією з класифікацією задач, множину завдань можна поділити на стандартні та нестандартні. Стандартними будемо називати завдання, метод виконання яких студенту відомий. Нестандартні завдання доцільно класифікувати за критерієм міри свободи, яку має виконавець. Найвищу міру мають творчі завдання, у яких (аналогічно дослідницькому методу навчання) сформульована лише мета, і немає обмежень за способи виконання завдання. Нестандартні завдання, котрі знаходяться між стандартними та творчими, з такої точки зору, розрізняються кількістю та якістю сформульованих обмежень.

1. Дуже поширеним видом завдань є відповідь на запитання. Тренування у вмінні як відповідати на запитання, так і формулювати їх, є одним з головних методів навчання. Запитаннями мають бути пронизані всі форми роботи над опануванням курсу, навіть лекції-монологи.

У більшості курсів виклад матеріалу теми завершується кількома контрольним запитаннями, які викладач формулює на свій розсуд, і які не охоплюють усього матеріалу. У паперовий вік інший підхід не можна було реалізувати. Але в комп'ютерний тренажер можна ввести всі можливі запитання до даного тексту, які тільки ми зможемо створити. Постає задача: створити повну множину запитань до даного тексту (тобто, таку, яка включає всі можливі запитання). Якщо поглянути на текст як на послідовність тверджень, то виділяється підзадача: створити повну множину запитань до одного твердження. У разі, якщо твердження виражено простим реченням, створити повну множину запитань можна, формулюючи запитання до речення в цілому та до кожного граматичного члена речення.

Запитання, відповідь на яке міститься в одному твердженні, наведеному в тексті лекції, може вважатися стандартним. Мета множини запитань до одного твердження – концентрація уваги на усіх поняттях та зв'язках між ними, котрі складають зміст цього твердження.

Запитання, на які немає прямої відповіді в одному твердженні, слід вважати нестандартними; відповідь на них потребує зіставлення інформації з кількох тверджень. Для того, щоб перетворити нестандартне запитання у стандартне, достатньо ввести в текст відповідь на це запитання у вигляді одного твердження, але це не завжди доцільно робити.

У наших роботах [2–4] пропонується створювати запитання з конкретного курсу на базі шаблонів запитань зі змінними. В математиці шаблони використовуються всюди. Наприклад, рівняння прямої $y=kx+b$ можна розглядати як шаблон безлічі конкретних лінійних рівнянь. При підстановці замість k та b конкретних чисел ми отримаємо одне з цих рівнянь. Оскільки чисел нескінченна кількість, то і рівнянь можна отримати безліч. Так само і з запитаннями. Якщо ми маємо деякий шаблон запитання, наприклад «Що означає поняття Т?», то підставляючи на місце Т різні поняття, ми отримаємо конкретні запитання такого змісту.

Шаблони запитань зі змінними показують студентові суть запитання. Комп'ютерний тренажер, оснащений такими шаблонами, може бути використаний для будь-якого курсу, треба лише надати змінним в шаблонах конкретних значень та ввести відповіді. Багаторазова робота з тренажером такого типу під час вивчення різних курсів не тільки прямо сприяє опануванню кожного курсу, а й непрямо навчає студента загальним структурам запитань, і, відповідно, вмінню самому правильно формулювати запитання.

Робота зі створення нових шаблонів, а також запитань з курсу за існуючими шаблонами є нестандартними завданнями. В [2] запропонована наступна методика створення шаблонів індуктивним шляхом: 1) розглядаються одне за одним твердження опорного конспекту лекцій (або іншого набору суттєвих тверджень), 2) на основі узагальнення змісту даного твердження створюється відповідний шаблон твердження, 3) до отриманого шаблона твердження створюються шаблони запитань. Потім, підставляючи на місце змінних у шаблонах відповідні поняття, одержуємо запитання на математичній мові. Наприклад, розглянемо конкретне твердження: «Диференціальне рівняння – це рівняння, в яке входить похідна невідомої функції». Шаблон цього твердження має вигляд «*А – це В*». Шаблони запитаннь до цього шаблону твердження: *Що означає поняття А? Чи вірно, що А – це В? Яким поняттям позначають В?* Тепер створимо запитання по цим шаблонам, підставляючи замість А – «диференціальне рівняння», а замість В – «рівняння, в яке входить похідна невідомої функції»: *Що означає поняття «диференціальне рівняння»? Чи вірно, що диференціальне рівняння – це рівняння, в яке входить похідна невідомої функції? Яким поняттям позначають рівняння, в яке входить похідна невідомої функції?*

Очевидно, що для іншого твердження цього типу ми отримаємо за тими ж самими шаблонами інші запитання. Значна кількість шаблонів запитань наведена в [3].

2. Базовою формою мислення є порівняння, відповідно, різноманітні завдання на порівняння мають займати вагоме місце в системі навчальних завдань. Об'єктами для порівняння є, перш за все, взаємно обернені дії та операції, протилежні поняття, судження та умовиводи. В математиці це – прямі та обернені теореми, прямі та протилежні теореми, прямі та обернені задачі, прямі та обернені функції, періодичні та неперіодичні функції, зростаючі та спадаючі функції, сумісні та несумісні системи рівнянь, рівняння та нерівності тощо.

Порівнювати в навчальних завданнях можна також: 1) дві класифікації однієї множини об'єктів за різними основами, 2) різні методи розв'язання однієї задачі або подібних задач, 3) різні задачі, які розв'язуються одним методом, 4) різні методи доказу однієї теореми, 5) різні теореми, які доказуються одним методом, 6) елементи однієї множини: *Вкажіть зв'язки, які існують між теоремами диференціального числення. Чим схожі ці теореми та чим різняться?* 7) загальні та частинні об'єкти (теореми, задачі, методи, формули): *Чи можна формулу* $f(x) - f(x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0)$ *при малих значеннях* $(x - x_0)$ *вважати частинним випадком формули кінцевих приростів* $f(x) - f(x_0) = f'(c)(x - x_0)$ *при* $c = x_0$ *?*

Меті порівняти об'єкти А і В відповідає пряме об'єднуюче запитання: В чому схожість та відмінність об'єктів А та В? Об'єкти можуть належати до однієї теми: В чому схожість та різниця формули Остроградського та формули методу інтегрування частинами? Більш креативним завданням є пошук та аналіз аналогій між об'єктами з різних тем або різних розділів математики. Наприклад, повним аналогом класифікації кривих другого порядку на еліпси, параболи та гіперболи є класифікація рівнянь математичної фізики на рівняння еліптичного, параболічного та гіперболічного типів. Відповідний шаблон запитання: Яка аналогія існує між об'єктами А та В?

Приклади інших шаблонів запитань зі змінними на порівняння двох об'єктів: 1) Чи завжди об'єкти А та В еквівалентні (аналогічні, відмінні, протилежні)? 2) За яких умов об'єкти А та В еквівалентні (аналогічні, відмінні, протилежні)? 3) Чим відрізняється об'єкт А від об'єкта В? 4) Яких властивостей не має об'єкт А порівняно з об'єктом В? 5) Які додаткові властивості має об'єкт А порівняно з об'єктом В? 6) У чому перевага об'єкта А порівняно з об'єктом В? 7) У чому подібність (відмінність) об'єктів А та В? 8) В чому причина подібності (відмінності) А та В? 9) Який зв'язок існує між А та В? 10) Чи існує між об'єктами А та В відношення типу Р? 11) Який тип відношення існує між об'єктами А та В? 12) Які ознаки є загальними для об'єктів А та В? 13) За якою видовою ознакою поняття А виділяється з свого родового поняття? 14) Які висновки можна зробити з порівняння А та В? 15) Чи мають множини M_1 та M_2 загальні елементи? 16) Який з елементів є загальним для множин M_1 та M_2? 17) Яка множина є перерізом (об'єднанням) множин M_1 та M_2? 18) Чи можна задачу А вважати більш загальною, ніж В? 19) Чому задачу В можна вважати окремим випадком задачі А? 20) Яку з наведених задач можна вважати окремим випадком задачі А? 21) За якими ознаками задачу А можна класифікувати як більш (менш) загальну, ніж В?

Будуть такі завдання стандартними або нестандартними, залежіть від того, чи є прямі відповіді на них в тексті лекції.

3. Типи завдань для тренування у застосування інших форм логічного мислення, окрім порівняння [3; 5].

Узагальнення. Узагальнення задачі шляхом заміни числових значень буквами. Формулювання задачі, для якої вихідна задача є окремим випадком. Узагальнення твердження, теореми, формули.

Абстрагування. Виділення суттєвих ознак.

Конкретизація. Наведення прикладів. Надання змінним числових значень.

Аналогія. Переклад умови задачі з однієї мови на іншу (можливо, із використанням проміжної мови). Встановлення співвідношення між елементами двох або декількох множин. Зіставлення понять загальної та частинної задач. Зведення задачі до спорідненої (аналогічної) задачі, метод розв'язання якої є відомим.

Класифікація. Розподіл множини на непересічні підмножини за заданим критерієм (наприклад, $D < 0$, $D = 0$, $D > 0$).

Систематизація. Вибір та упорядкування елементів за заданим критерієм.

Застосування. Розв'язування задачі (рівняння, нерівності).

Індукція. Формулювання гіпотези на основі розгляду декількох окремих випадків.

Дедукція. Доведення правильності (хибності) даного твердження.

Аналіз. Аналіз залежності розв'язку задачі від параметру. Аналіз достатності умов задачі для того, щоб розв'язок був єдиним. Аналіз коректності постановки задачі. Аналіз того, чи є розв'язок задачі єдиним. Знаходження помилок та недоглядів у текстах та міркуваннях. Виділення неявних допущень. Розмежування причин та наслідків, суттєвих та несуттєвих факторів.

Синтез. Складання задачі за даними умовами. Складання оберненої задачі. Складання різних задач, які мають загальну математичну модель. Складання плану розв'язання комплексної проблеми. Корекція умов задачі таким чином, щоб розв'язок був єдиним. Формування правильного тексту. Формування переліку (списку) термінів, вихідних положень, методів, висновків.

Синтез через аналіз. Визначення наступного (або пропущеного) елемента у послідовності об'єктів (наприклад, чисел). Визначення пропущеного елемента у матриці об'єктів.

Оцінка. Оцінка точності наближеного розв'язку. Оцінка значимості даних для розв'язання даної задачі.

4. Для укрупнення навчальної інформації доцільно записувати твердження відносно схожих або протилежних об'єктів у вигляді так званого «подвійного речення». В такому реченні слова, що відображають цю схожість або протилежність, записуються один над одним у вигляді дробу, таким чином одне речення містить два схожих висловлювання. Наприклад: 1) *Задайте рівняння двох* $\dfrac{\text{прямих на площині}}{\text{площин}}$*, які є: а) перпендикулярними б;) паралельними; в) такими, що перетинаються; г) такими, що збігаються.* 2) *Чи* $\dfrac{\text{необхідно}}{\text{достатньо}}$ *для доказу збіжності послідовності обчислити її границю*?

Таким способом доцільно поєднувати 1) означення протилежних понять: $\dfrac{\text{максимум}}{\text{мінімум}}$, точна $\dfrac{\text{верхня}}{\text{нижня}}$ межа тощо, 2) формулювання двох споріднених теорем: Якщо функція f(x) монотонно $\dfrac{\text{зростає}}{\text{спадає}}$… та обмежена $\dfrac{\text{сверху}}{\text{знизу}}$ … .

Наш досвід показує високу ефективність такої форми запису: після формулювання однієї з теорем іншу студенти записують вже самі. Відповідні завдання: 1) *Випишіть усі «подвійні» означення понять та формулювання теорем.* 2) *Заповніть пропуски у «подвійних» твердженнях.* При цьому у шаблонах тверджень доцільно пропустити усі «подвійні» слова, інакше вставити пропущені слова буде легко за аналогією або протилежністю.

5. Ефективним навчальним завданням є створення студентами «незавершеного» опорного конспекту лекцій. «Незавершеність» полягає в тому, що в тексті: 1) пропущені суттєві слова та словосполучення, 2) відсутні суттєві елементи на рисунках, 3) пропущені слова в «подвійних» твердженнях. Роздруківка такого конспекту дозволяє по-іншому побудувати лекцію, а саме, по ходу лекції студенти заповнюють пропуски. Це переключає увагу студента з запису того, що сказав лектор, на осмислення того, які елементи тексту пропущені, а лектор пояснює, чому ці елементи є суттєвими. Після лекції електронний конспект може використовуватися в якості тренажера, а потім і для контролю знань, для цього на місці кожного пропущеного слова має з'являтися меню, що містить це слово і кілька близьких йому за значенням для вибору.

Одночасно із створенням конспекту студент має відповісти на запитання: *Чому Ви пропустили саме такі елементи тексту та рисунків*?

6. Важливою метою навчання є опанування методами розв'язання задач [3; 6]. Приклади завдань: 1) Наведіть приклади застосування кожного з методів інтегрування окремо, та в комбінаціях з перестановками по кілька методів. Яку найбільшу кількість методів Вам вдалося задіяти? 2) Заповніть пропуски у твердженні так, щоб воно являло собою засновок або висновок (або їхню частину) теореми, яка вивчалась в курсі. Запишіть формулювання цієї теореми. Які методи використовуються при її доказі?

Поширений тип завдання: встановити відповідність між елементами пов'язаних множин; результати аналізу доцільно заносити в таблицю з паралельними стовпчиками. Приклади: 1) *Встановіть відповідність між основними задачами, котрі треба розв'язати під час дослідження функції $y = f(x)$ та побудови її графіка і методами розв'язання цих задач. Занесіть результати в таблицю 2, початок якої показано нижче.*

Таблиця 2

Задача	**Метод розв'язання задачі**
Обчислити точку перетину з віссю ординат	Обчислити $y_0 = f(0)$

2) Встановіть відповідність між теоремами та евристичними прийомами, які були використані для їхнього доказу, тобто вкажіть, які прийоми були застосовані у доведенні кожної з теорем (табл. 3).

Таблиця 3

Теореми	**Евристичні прийоми**
Теореми Дедекінда.	Дедукція
Лема Больцано-Вейєрштрасса.	Індукція
Лема Бореля.	Доказ від супротивного
Перша теорема Больцано-Вейєрштрасса.	Зведення до вже розв'язаної задачі
Друга теорема Больцано-Вейєрштрасса.	Послідовне звуження області пошуку розв'язку
Перша теорема Больцано-Коші.	Введення допоміжної функції
Друга теорема Больцано-Коші	Перебір варіантів
Теореми Ферма, Дарбу.	Переформулювання задачі
Теореми Ролля, Лагранжа, Коші.	Аналогія
Теорема про зворотню функцію.	Розв'язання від кінця до початку
	Перехід до більш загальної задачі

7. Особливістю творчих завдань є велика міра свободи у їх виконанні. Цьому критерію відповідають такі завдання: 1) Придумайте власні запитання за вивченим матеріалом та дайте на них відповіді, 2) Придумайте власні завдання за вивченим матеріалом і виконайте їх.

Перше модульне завдання з математичного аналізу сформульовано нами так: Накресліть графік функції, яка має усі характерні точки, а також вертикальну, горизонтальну та похилу асимптоти. Під цим графіком накресліть схематично графіки першої та другої похідних цієї функції, використовуючи геометричну інтерпретацію поняття похідної. Всі поняття, використані в завданні, студентам-першокурсникам відомі зі школи, але так сформульоване завдання несе значний елемент новизни та творчості, його виконання активізує в пам'яті студента зв'язки, що існують між елементами функції, та готує його до вивчення курсу, головною метою якого є саме дослідження функції, але заданої аналітично, та побудова її графіка. Після виконання цього завдання студент A одержує завдання написати рецензію на роботу студента B, а студент B – написати відгук на рецензію студента A з одночасним виправленням недоліків своєї роботи, які вказані в рецензії та визнані їм вірними.

Приклади інших творчих завдань: 1) Складіть перелік властивостей функцій (зростаюча – спадна, періодична – неперіодична, парна – непарна тощо). Для кожної пари властивостей (наприклад, зростаюча, неперіодична) намалюйте графік (або запишіть рівняння) функції, яка має ці властивості. Якщо Ви не можете знайти рішення, спробуйте довести, що функції, яка володіє таким набором властивостей, не існує. Спробуйте виконати аналогічне завдання для наборів з трьох, чотирьох, п'яти властивостей. 2) Задайте аналітично або графічно декілька функції, кожна з яких відрізнялася б від усіх інших за деяким критерієм.

В кінці першого року вивчення курсу математичного аналізу ми пропонуємо на вибір 20 тем для творчої роботи, які дозволяють поширити кругозір студентів, зокрема: «Помилки великих математиків», «Драма ідей в історії математики», «Мнемонічні прийоми для запам'ятовування математичної інформації», «Чому диференціальне числення створили одночасно Ньютон та Лейбніц?». Студент може запропонувати і свою тему, важливо, щоб вона його цікавила.

Значний рівень творчості мають комплексні завдання, кожне з яких може включати: 1) розв'язання заданої задачі або складання задачі за заданими умовами та її розв'язання; 2) складання та розв'язання оберненої задачі; 3) складання та розв'язання аналогічної задачі; 4) складання та розв'язання задачі, узагальненої за тим чи іншим параметром вихідної задачі.

У посібнику [3] наведено 19 завдань з математичного програмування, значна частина яких є комплексними, багато завдань пов'язані між собою. Ці завдання вимагають виконання однієї або двох наступних операцій: 1) *Складання задачі за даними умовами та її розв'язання,* 2) *Варіювання умов задачі,* 3) *Вибір та упорядкування елементів за заданим критерієм,* 4) *Оцінка точності наближеного розв'язку шляхом порівняння його з точним,* 5) *Аналіз залежності розв'язку від параметра,* 6) *Узагальнення задачі,* 7) *Формулювання та розв'язання оберненої задачі,* 8) *Встановлення відповідності між елементами множин,* 9) *Перевірка єдиності розв'язку оберненої задачі, Аналіз достатності умов задачі для єдиності її розв'язку,* 10) *Доказ даного твердження,* 11) *Розв'язання задачі різними методами, порівняння методів,* 12) *Складання різних задач, що мають загальну математичну модель,* 13) *Зіставлення понять загальної та окремої задач,* 14) *Переклад умови задачі з геометричної мови на економічну з використанням алгебраїчної мови як проміжної,* 15) *Відновлення деформованого тексту.*

Творчі завдання мають сприяти не тільки кращому засвоєнню курсу, поширенню кругозору та розвитку творчих здібностей, а й підвищенню мотивації студентів до навчання. Цій меті відповідає розроблена нами анкета «Мотиви навчання в даному виші за даною спеціальністю», яка містить 18 запитань у відкритій формі. Багато студентів дали розгорнуті відповіді, анкетування підштовхнуло їх до більш глибокого осмислення мотивів свого навчання та оцінці процесу навчання [7].

Список використаних джерел

1. Бершадский М. Е. Дидактические и психологические основания образовательной технологии / М. Е. Бершадский, В. В. Гузеев. – М. : Педагогический поиск, 2003. – 256 с.

2. Скороход Г. И. Создание шаблонов вопросов для компьютерного тренажёра индуктивным методом / Г. И. Скороход // Міжнарод. наук. конференція «Математичні проблеми технічної механіки – 2012» : матеріали конф., т. 1. – Дніпропетровськ-Дніпродзержинськ, 16-19 квітня 2012 р. – С.177.

3. Скороход Г. І. Методика викладання фахових дисциплін у вищій школі : посіб. для магістрів за спец. «Прикладна математика» / Г. І. Скороход, В. Д. Ламзюк. – Дніпропетровськ : РВВ ДНУ, 2009. – 64 с.

4. Скороход Г. І. Запитання зі змінними для комп'ютерного тренажера / Г. І. Скороход // Інформаційні технології в освіті : матеріали науково-практичного семінару, Дніпропетровськ, 12 січня 2011 р. – Дніпропетровськ : ДДАУ, 2011. – С. 48-52.

5. Скороход Г. І. Типи завдань для розвитку логічного мислення при вивченні вищої математики / Скороход Г. І. // Материалы VI-й между-

нар. конф. «Стратегия качества в промышленности и образовании» (4-11 июня 2010 г., Варна, Болгария). – Т. 2, ч. 2. – С. 352-354.

6. Скороход Г. І. Основні методи розв'язання нестандартних математичних задач / Г. І. Скороход // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. Випуск Х. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – С.228-234.

7. Скороход Г. И. Факторы, влияющие на мотивацию студентов к обучению / Г. И. Скороход // Теорія та методика електронного навчання : збірник наукових праць. Випуск ІІ. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2011. – С. 146-151.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ КОШІ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЛІНІЙНИХ НЕОДНОРІДНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

М. Ф. Стасюк, Р. М. Тацій
Україна, м. Львів, Львівський державний університет
безпеки життєдіяльності
marta_stasiuk@yahoo.com

При вивченні теми «Неоднорідні диференціальні рівняння» розділу «Диференціальні рівняння» курсу «Вища математика» для *знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння* пропонується, як правило, застосовувати метод Лагранжа (варіації сталих). Автори цієї доповіді вважають, що для розв'язання цієї задачі доцільно використовувати менш популярний, хоча давно відомий, метод Коші. Визначальним моментом цього методу є побудова функції Коші $K(x, s)$ відповідного однорідного рівняння. В поданій доповіді запропонований конструктивний метод побудови функції Коші $K(x, s)$, який дозволяє ефективно розв'язувати неоднорідні рівняння. Наведені приклади підкреслюють цей факт і можуть бути використані, як при вивченні розділу «Диференціальні рівняння» курсу «Вища математика» у технічних вищих навчальних закладах, так і в інженерній практиці.

Позначимо через I відкритий інтервал дійсної осі. Нехай функції $a_1(x)$, $a_2(x)$, ..., $a_n(x)$, $f(x)\subset C(I)$ (тобто є неперервними на I). Розглянемо на інтервалі I лінійний диференціальний оператор n-го порядку: $L[\ \ ]\equiv \frac{d^n}{dx^n}+\sum_{k=1}^{n} a_k \frac{d^{n-k}}{dx^{n-k}},$ а також відповідне однорідне

$$L[y]=0 \tag{1}$$

й неоднорідне диференціальні рівняння

$$L[y]=f(x) \tag{2}$$

Означення. Функцією Коші однорідного рівняння (1) називається функція двох змінних $K(x, s)$, яка за змінною $x\in I$ справджує це рівняння, а для $x=s\in I$ справджує початкові умови:

$$K(s,s)=K_x'(s,s)=\cdots=K_x^{(n-2)}(s,s)=0, K_x^{(n-1)}(s,s)=1. \tag{3}$$

За допомогою функції Коші $K(x, s)$ можна знаходити частинний розв'язок неоднорідного рівняння (2). Цей факт виражає наступна

Теорема 1. Функція

$$y^*(x)=\int_{x_0}^{x} K(x,s)f(s)ds \tag{4}$$

є частинним розв'язком рівняння (2), який в точці $x_0\in I$ справджує нульові початкові умови:

$$y(x_0)=y'(x_0)=\ldots=y^{(n-1)}(x_0)=0. \tag{5}$$

Доведення цього факту можна знайти, наприклад, в роботі [1].

Такий метод розв'язування неоднорідного рівняння (2) носить назву *методу Коші.* Його перевага над методом варіації довільних сталих Лагранжа полягає в тому, що для однорідного рівняння (1) функція Коші будується раз і назавжди, а знаходження частинного розв'язку неоднорідного рівняння зводиться лише до обчислення інтеграла в правій частині формули (4).

Детермінантна форма функції Коші.

Якщо користуватись означенням 1, то для побудови функції Коші необхідно розв'язати систему n лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{n} c_k y_k^{(i)}(s) = 0, i = 0,1,\ldots,n-2 \\ \sum\limits_{k=1}^{n} c_k y_k^{(n-1)}(s) = 1. \end{cases} \tag{6}$$

Розв'язуючи систему рівнянь (6), наприклад, методом Крамера, потрібно обчислити (n+1) визначників n-го порядку. Однак, наступне твердження зводить задачу побудови функції Коші для довільного n, до обчислення лише двох визначників n-го порядку.

Теорема 2. Нехай $y_1(x)$, $y_2(x)$, ..., $y_n(x)$ – довільна фундаментальна система розв'язків диференціального рівняння (1). Тоді функція Коші диференціального рівняння (1) має вигляд:

$$K(x,s)=\frac{1}{W(s)}\begin{vmatrix} y_1(s) & y_2(s) & \cdots & y_n(s) \\ y_1'(s) & y_2'(s) & \cdots & y_n'(s) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_1^{(n-2)}(s) & y_2^{(n-2)}(s) & \cdots & y_n^{(n-2)}(s) \\ y_1(x) & y_2(x) & \cdots & y_n(x) \end{vmatrix}, \tag{7}$$

де $W(s)$ – визначник Вронського системи функцій $\{y_k(s), k=1, 2, ..., n\}$:

$$W(s)=\begin{vmatrix} y_1(s) & y_2(s) & \cdots & y_n(s) \\ y_1'(s) & y_2'(s) & \cdots & y_n'(s) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_1^{(n-2)}(s) & y_2^{(n-2)}(s) & \cdots & y_n^{(n-2)}(s) \\ y_1^{(n-1)}(s) & y_2^{(n-1)}(s) & \cdots & y_n^{(n-1)}(s) \end{vmatrix}.$$

Доведення цієї теореми можна знайти, наприклад, в роботі [2].

Приклади.

Приклад 1. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння:

$$y''+py'+qy=f(x), \tag{8}$$

де p, q – дійсні числа, а функція $f(x)$ – неперервна на I.

Розглянемо три випадки:

$p^2–4q<0$. Тоді фундаментальною системою розв'язків однорідного диференціального рівняння $y''+py'+qy=0$ є функції

$$y_1(x)=e^{-\frac{p}{2}x}\cos\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2}x,\quad y_2(x)=e^{-\frac{p}{2}x}\sin\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2}x\cdot$$

Отже

$$W(x)=\begin{vmatrix} e^{\alpha x}\cos\beta & e^{\alpha x}\sin\beta \\ e^{\alpha x}(\alpha\cos\beta x-\beta\sin\beta x) & e^{\alpha x}(\alpha\sin\beta x+\beta\cos\beta x)\end{vmatrix}=\beta e^{2\alpha x},$$

де $\alpha=-\frac{p}{2},\quad \beta=\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2}.$ Тому за формулою (7) маємо

$$K(x,s)=\frac{1}{W(s)}\begin{vmatrix} y_1(s) & y_2(s) \\ y_1(x) & y_2(x)\end{vmatrix}=\frac{e^{-2\alpha s}}{\beta}\begin{vmatrix} e^{\alpha s}\cos\beta s & e^{\alpha s}\sin\beta s \\ e^{\alpha x}\cos\beta x & e^{\alpha x}\sin\beta x\end{vmatrix}=$$

$$=\frac{e^{\alpha(x-s)}\sin\beta(x-s)}{\beta}.$$

Враховуючи вирази для α і β, отримуємо:

$$K(x,s)=\frac{e^{-\frac{p}{2}(x-s)}\sin\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2}(x-s)}{\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2}} \tag{9}$$

і загальний розв'язок вихідного рівняння має вигляд:

$$\begin{aligned} y(x)=e^{-\frac{p}{2}x}\left(C_1\cos\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2}x+C_2\sin\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2}x\right)+\\ +\frac{2}{\sqrt{4q-p^2}}\int_{x_0}^{x}e^{-\frac{p}{2}(x-s)}\sin\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2}(x-s)\cdot f(s)\,ds,\end{aligned} \tag{10}$$

де C_1, C_2 – довільні сталі, а x_0 – довільна точка з інтервалу I.

$p^2–4q>0$. Врахувавши той факт, що $\sin ix=i\,\mathrm{sh}\,x$, матимемо:

$$K(x,s)=\frac{e^{-\frac{p}{2}(x-s)}sh\frac{\sqrt{p^2-4q}}{2}(x-s)}{\frac{\sqrt{p^2-4q}}{2}},$$

а загальний розв'язок диференціального рівняння (8) в цьому випадку має наступний вигляд:

$$y(x)=C_1e^{\frac{-p+\sqrt{p^2-4q}}{2}}+C_2e^{\frac{-p-\sqrt{p^2-4q}}{2}}+$$

$$+\frac{2}{\sqrt{p^2-4q}}\int_{x_0}^{x} e^{-\frac{p}{2}(x-s)} sh\frac{\sqrt{p^2-4q}}{2}(x-s)\cdot f(s)ds.$$

p^2–$4q$=0. Здійснивши граничний перехід у формулі (9) при p^2–$4q\to 0$, та використавши першу важливу границю, отримаємо формулу для функції Коші $K(x, s)$ і в цьому випадку, а саме:

$$K(x,s)=(x-s)e^{-\frac{p}{2}(x-s)}$$

і загальний розв'язок диференціального рівняння (8) в цьому випадку матиме вигляд:

$$y(x)=C_1e^{-\frac{p}{2}x}+C_2xe^{-\frac{p}{2}x}+\int_{x_0}^{x}(x-s)e^{-\frac{p}{2}(x-s)}\cdot f(s)ds.$$

<u>Приклад</u> 2. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння:

$$y^{IV}-\lambda^4 y=f(x). \qquad (11)$$

Фундаментальну систему розв'язків відповідного однорідного рівняння $y^{IV}-\lambda^4 y=0$ утворюють функції:

$$\begin{aligned} y_1(x)&=\frac{ch\lambda x+\cos\lambda x}{2}, \quad y_2(x)=\frac{sh\lambda x+\sin\lambda x}{2\lambda},\\ y_3(x)&=\frac{ch\lambda x-\cos\lambda x}{2\lambda^2}, \quad y_4(x)=\frac{sh\lambda x-\sin\lambda x}{2\lambda^3}. \end{aligned} \qquad (12)$$

Оскільки функції (12) утворюють нормальну в точці x=0 фундаментальну систему розв'язків, тобто $W(y_1(0), y_2(0), y_3(0), y_4(0))=1$, то за формулою (7) з теореми 2 отримаємо функцію Коші для диференціального рівняння $y^{IV}-\lambda^4 y=0$:

$$K(x,s)=\begin{vmatrix} y_1(s) & y_2(s) & y_3(s) & y_4(s)\\ y_1'(s) & y_2'(s) & y_3'(s) & y_4'(s)\\ y_1''(s) & y_2''(s) & y_3''(s) & y_4''(s)\\ y_1(x) & y_2(x) & y_3(x) & y_4(x) \end{vmatrix}=\frac{sh\lambda(x-s)-\sin\lambda(x-s)}{2\lambda^3}.$$

Отже, загальний розв'язок диференціального рівняння (11), яке зустрічається в багатьох прикладних задачах, має вигляд:

$$y(x)=C_1y_1(x)+C_2y_2(x)(x)+C_3y_3(x)+C_4y_4(x)+$$

$$+\int_{x_0}^{x}\frac{sh\lambda(x-s)-\sin\lambda(x-s)}{2\lambda^3}\cdot f(s)ds,$$

де $y_i(x)$, i=1, 2, 3, 4 – функції (12), C_i, i=1, 2, 3, 4 – довільні сталі, а x_0 – будь-яка точка інтервалу I.

Список використаних джерел

1. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. – М. : Наука, 1969. – 420 с.

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ СОЦІАЛЬНИХ ПЕДАГОГІВ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

Д. С. Тінькова
Україна, м. Бердянськ, Бердянський державний педагогічний університет
dashulechkatinkova@mail.ru

Постановка проблеми. Зміни, що відбулися в соціально-економічній структурі сучасного суспільства в системі соціальних, економічних, ділових відносин, в сфері освіти, зумовили підвищення вимог до якості підготовки кадрів. Актуальною стає потреба в такій системі професійного навчання, яка має задовольняти постійно зростаючі запити суспільства, готувати фахівців працювати на ринку освітніх послуг і праці в сучасних умовах.

Це спричинило посилення уваги і до професії соціальних педагогів: на особистісному рівні (наявність морально-вольових якостей, уміння жити і працювати безконфліктно в колективі, самовдосконалюватися) та на професійно-компетентнісному (уміння гнучко адаптуватися у професійних та життєвих ситуаціях, самостійно мислити, оволодівати знаннями і застосовувати їх в професійній діяльності, працювати з інформацією і володіти сучасними методами наукових досліджень). Враховуючи, що соціальна робота у швидкозмінних умовах повинна бути інноваційною, традиційне тлумачення компетенції соціальної роботи докорінно змінюється.

Професійна компетентність соціального працівника – сформоване ядро знань, навичок і вмінь фундаментального і спеціального («профільного») характеру плюс сформоване творче мислення соціального працівника. Сьогодні перед ВНЗ України, що готують соціальних працівників, стоїть нелегке завдання – підготовка професійно компетентних спеціалістів. Адже, з одного боку, це забезпечить можливості для подальшого становлення цієї професії. З іншого боку, результативність розвитку соціальної роботи у значній мірі визначається рівнем компетентності та зрілості кожного конкретного представника цієї професії.

Одним з підходів, які заслуговують спеціальної уваги в контексті викладеної проблеми, є підготовка соціальних педагогів до професійної діяльності математично-статистичними засобами, інтенсивне впровадження яких у педагогічну теорію і практику відбувалося паралельно з розвитком інституту соціальних педагогів з початку 1990-х рр.

Це пояснюється, перш за все, інтенсивним розвитком науки в цілому, виникненням нового наукового апарату, використанням математико-статистичних методів в усіх науках, в тому числі і гуманітарних. У соціально-педагогічних дослідженнях доводиться мати справу зі складними експериментами, в яких багато факторів не підлягають строгому обліку і контролю. Для обробки та інтерпретації результатів таких експериментів застосовуються методи математичної статистики, що дозволяє взяти із експериментів максимум інформації й оцінити надійність отриманих даних.

Використання методів математико-статистичного аналізу стає ознакою наукової зрілості дослідника. Але, як показує аналіз літератури, математичні методи використовуються, зазвичай, на завершальних стадіях дослідження, коли виникає потреба в кількісній обробці даних. Вивчення соціально-педагогічних проблем сьогодні не може обмежуватись подібним використанням можливостей математико-статистичних методів. Виникає необхідність застосування цих методів на всіх етапах дослідження: від ідеї і розробки концептуальних засад до його технологічного виконання і широкого впровадження результатів дослідження в практику. Все вище зазначене робить актуальною проблему формування професійних компетентностей соціальних педагогів при вивченні курсу математичної статистики.

Аналіз досліджень і публікацій. Питанням формування професійних компетентностей студентів-гуманітаріїв (зокрема, соціальних педагогів) присвячені роботи О. В. Безпалько [1], О. О. Кравченко [2], Р. В. Овчарової [7], С. Я. Харченко та ін. Методичні аспекти навчання математичної статистики розглядалися в дослідженнях М. І. Жалдака [2], І. М. Закатова, А. Д. Наслєдова [6], В. М. Руденко [8], О. В. Сидоренко [9] та ін. Проте питання формування професійних компетентностей соціальних педагогів при вивченні прикладних математичних дисциплін (зокрема математичної статистики) потребує додаткового дослідження.

Метою статті є здійснення теоретичного аналізу ролі та місця математичної статистики у формуванні професійних компетентностей соціального педагога.

Метою підготовки соціального педагога є, насамперед, розвиток його в особистісному, професійному та соціальному плані, а її результатом є не просто набуття спеціальних знань та вмінь, навичок соціального педагога, а формування ключових професійних компетентностей з урахуванням специфіки соціально-педагогічної діяльності в реальному соціумі. У зарубіжній науковій літературі немає єдиного підходу стосовно компонентів професійної компетентності соціальних працівників. Найбільш важливими вважаються: компетентність сприйняття, компетентність взаємодії, комунікативна компетентність і рефлексивна компетентність як складові професійної компетентності соціальних працівників.

Т. Ф. Яркіна [11] розглядає професійну компетентність соціальних педагогів на трьох рівнях: науково-методологічному, професійно-практичному і особистісному. В особистісному плані надається значення таким психологічним якостям як креативність і пластичність мислення, інноваційність.

Відповідно до класифікації особистісних якостей соціального педагога О. В. Безпалько [1], вони розподілені на:

– психологічні характеристики (емоційна врівноваженість, творче мислення, наполегливість);

– морально-етичні якості (гуманність, доброта, толерантність);

– психоаналітичні якості (адекватна самооцінка, самоаналіз);

– психолого-педагогічні якості (комунікабельність, привабливість).

Професійно-практичний рівень професійної компетентності соціального педагога визначається сукупністю професійних знань і професійних умінь, які визначаються особливостями професійної діяльності соціального педагога, її завданнями і функціями з урахуванням специфічних видів цієї діяльності, типів закладів і установ, в яких може працювати соціальний педагог, а також видів допомоги, які можуть бути надані дитині.

Професійні знання соціального педагога включають знання:

– нормативно-правової бази діяльності (законів, актів, постанов, розпоряджень, інструкцій, соціально-правових і соціально-економічних основ діяльності соціального педагогів, системи установ, які надають допомогу дитині);

– теорії та історії соціальної педагогіки;

– методик і технологій соціально-педагогічної діяльності з різними категоріями дітей у різних соціумах;

– вікової психології, що вивчає особистість дитини, її фізичний, духовний соціальний розвиток, нормальну та з відхиленням поведінку;

– соціології, що вивчає об’єднання і групи людей (сім’я, мала група, шкільний колектив, колектив ровесників тощо);

– методів соціального управління і планування професійної дослідної діяльності.

Р. В. Овчарова [7] до загальних професійно-педагогічних умінь відносить:

– гностичні (пошук, сприйняття і відбір інформації);

– проективні (постановка цілей і завдань, прогнозування);

– конструктивні (підбір і поєднання змісту, методів і засобів);

– організаторські (створення умов, які стимулюватимуть цілеспрямовані і природо-відповідні зміни вихованців);

– комунікативні (контактність, спілкування, взаємовідносини);

– оцінні (сприйняття і критичний аналіз дій суб'єктів педагогічного процесу);

– рефлексивні (самоаналіз власної особистості, діяльності і спілкування).

Процес формування у студентів професійної компетентності, як інтегрованої системи професійних знань, умінь, навичок фахівця та його особистісних якостей, відбувається поступово упродовж як всього періоду навчання, так і всього життя. Завдяки використанню компетентнісно зорієнтованих, інтерактивних технологій поглиблюється рівень оволодіння відповідними здібностями. Студент, який поступово починає відчувати себе суб'єктом процесу навчання, використовуючи весь комплекс вмінь, накопичує досвід у спілкуванні, привчається ефективно працювати в групі, колективі, вчиться співвідносити та гармонізувати власні інтереси з інтересами інших.

Одним із засобів формування професійних компетентностей є професійно-практична підготовка соціальних педагогів, яка реалізується під час виконання практичних робіт з математичної статистики.

Оскільки соціальний педагог має справу з даними, отриманими в результаті збору досить різноманітного матеріалу, дослідник в галузі соціально-педагогічних проблем повинен засвоїти ряд операцій: вибірка, програма обробки даних, аналіз залежностей і т. п. Кожна із цих операцій належить до різних стадій дослідження.

На етапі постановки теоретичної проблеми та формулювання гіпотез слід зафіксувати передбачуване протиріччя між знаннями про потреби людей у будь-якій діяльності і незнанням шляхів, засобів і методів реалізації цієї діяльності, тобто встановити обсяг невирішених завдань. Вихідні дані про об'єкт соціально-педагогічного дослідження можна отримати, застосовуючи такі методи, як аналіз багатомірний статистичний, спрямований на виявлення характеру й структури взаємозв'язків між компонентами досліджуваної проблеми: аналіз факторний, який дає змогу подати в компактній формі узагальнену інформацію про структуру зв'язків між ознаками досліджуваного соціально-педагогічного явища; контент-аналіз для систематизованої фіксації і квантифікації одиниць змісту в досліджуваному матеріалі; математичне моделювання, що передбачає використання математичного апарату для опису і наступного аналізу основних властивостей соціальних явищ і процесів. На цьому етапі у майбутніх спеціалістів виробляються гностичні професійні навички, формуються комунікативна компетентність та компетентність сприйняття.

На стадії теоретичного аналізу проблеми (уточнення понять) вводяться функціональні залежності, відбираються критерії, за якими класифікуються, оцінюються (та одержують оцінки) відповідним індикатором соціально-педагогічні явища дії або діяльність, зокрема при їхній формалізації. Кожен із факторів слід інтерпретувати і перекласти на мову логічних завдань у відповідності з гіпотезами дослідження.

Перевірка істинності гіпотез передбачає здійснення ряду процедур, пов'язаних із доведенням недосконалості даних про структуру об'єкта, аналізом основних факторів, які впливають на нього, перевіркою встановлених раніше зв'язків. Для цього можуть бути застосовані такі методи, як:

1) факторний аналіз, який дає змогу виявити приховані ознаки, а також причини їхнього виникнення і внутрішні закономірності. Факторний аналіз спрямований на перетворення вихідного набору ознак у більш просту і змістовну форму. Центральне завдання методу – перехід від сукупності безпосередньо вимірюваних ознак досліджуваного явища до комплексних узагальнених факторів, за яких цінними є комбінації вихідних ознак, виділених на основі їхніх внутрішніх закономірностей, що відбивають структуру досліджуваної галузі явищ;

2) дисперсійний аналіз, який дає можливість аналізувати вплив факторів (ознак) на досліджувану (залежну) змінну. Суть дисперсійного аналізу полягає у розкладанні (дисперсії) вимірюваної ознаки на незалежні складові кожна з яких характеризує вплив того чи іншого фактора їхньої взаємодії. Наступне порівняння таких складових дає можливість оцінити значущість кожного фактора, який вивчається, а також комбінації цих складових. Застосування дисперсійного і факторного аналізу в соціально-педагогічних дослідженнях полегшується тим, що існують відповідні комп'ютерні програми для цих методів, серед яких SPSS, STADIA, STATISTICA та ін.

Етап теоретичного аналізу створює умови для формування рефлексивної компетентності та компетентності взаємодії, а також закладає основи проективних та конструктивних вмінь соціальних педагогів.

Одним із найважливіших етапів дослідження є визначення вибірки (представницької частини генеральної сукупності, яка виробляє закон розподілу ознаки в цій сукупності). Від того, наскільки точно відображає вибірка досліджувану сукупність, залежить правильність висновків, можливість їх застосування. У статистиці розроблено спеціальний вибірковий метод, який дозволяє скоротити обсяг роботи за рахунок кількості досліджуваних одиниць і забезпечує отримання інформації про такі явища, суцільне спостереження за якими неможливе або недоцільне.

Застосування вибіркового методу вимагає знання методів відбору, уміння робити розрахунки статистичних показників. Правильна вибірка – залог успіху і необхідна передумова будь-якого опитування. Під час побудови вибірки використовується цілий ряд спеціальних термінів, зокрема два найважливіших: генеральна сукупність (усе, що має вивчати дослідник, сукупність із якої обираються варіанти для спільного вивчення); вибіркова сукупність (зменшена модель генеральної сукупності; учасники експерименту, кому роздаються анкети, хто називається респондентами, хто, нарешті, є об'єктом дослідження). Склад і обсяг вибірки остаточно визначається не на початку дослідження, а в процесі пошуку. Вибірка конструюється так, щоб за мінімуму досліджуваних об'єктів вдалося з необхідною гарантією представити всю множину соціально-педагогічних об'єктів, що є предметом вивчення.

Моделювання вибірки здійснюється в такій послідовності: спочатку визначаються ті властивості, які можуть вплинути на результати дослідження (наприклад, це демографічні показники статі, віку тощо), і всередині кожної властивості виділяються градації (інтервали віку, рівень освіти, матеріальне становище тощо), на їх основі будується матрична модель генеральної сукупності, у кожній клітинці матриці записується кількість людей в генеральній сукупності, яким притаманні відповідні властивості (це можна зробити за даними ДЦСС, СДМ чи іншими статистичними даними). У вибірковому дослідженні часто виникають погрішності і помилки. Характер помилок залежить від методів відбору, а також від обсягу вибірки. Помилка вибірки – це відхилення середніх характеристик вибіркової сукупності від середньої характеристики генеральної сукупності. Для того, щоб запобігти помилок, слід пам'ятати: кожна одиниця генеральної сукупності повинна мати рівну можливість попасти у вибірку; відбір бажано проводити із однорідних сукупностей; потрібно знати характеристики генеральної сукупності; під час побудови вибіркової сукупності потрібно враховувати випадкові і систематичні помилки. Тип і способи формування вибірки прямо залежать від мети, завдань, гіпотези досліджень. Вибірка буде сформована правильніше, коли дослідник чітко уявляє завдання дослідження і чітко сформулював гіпотезу.

На вищезазначеному етапі формуються комунікативна компетентність, компетентність взаємодії та компетентність сприйняття.

Математико-статистичні методи здатні виступити в якості засобу реалізації формально-логічного підходу, який надає можливість не лише для фіксації в кількісній формі взаємозв'язків у педагогічних явищах і системах, опису їх за допомогою абстрактних математичних структур, але й для більш глибокого якісного аналізу.

Правильне застосування математичної статистики дозволяє соціальному педагогу:

– доводити правильність і обґрунтованість використаних методичних прийомів та методів;

– строго обґрунтовувати експериментальні плани; узагальнювати дані експерименту;

– знаходити залежності між експериментальними даними;

– виявляти наявність значних відмінностей між групами випробовуваних (наприклад експериментальними і контрольними);

– будувати математичні гіпотези;

– уникати логічних і змістовних помилок.

Сучасні методи математичної статистики покликані з максимальною точністю і достовірністю опрацювати результати педагогічних досліджень, вони передбачають використання як параметричних, так і непараметричних методів, орієнтованих на експериментальні дані. Отже, дослідникові необхідні знання ряду найпростіших понять математичної статистики та уміння з ними працювати для того, щоб у соціального педагога сформувалися математичні компетентності, які роблять його висококваліфікованим працівником та конкурентоспроможною одиницею на ринку праці. Паралельно з цим у майбутніх соціальних педагогів формуються компетентність сприйняття, компетентність взаємодії, комунікативна компетентність і рефлексивна компетентність, які складають професійну компетентність соціального педагога.

Наступний важливий засіб на шляху до формування професійних компетентностей – це розвиток творчих здібностей соціальних педагогів. Для того, щоб майбутні спеціалісти могли успішно адаптуватися до нових умов життя, гармонійно та безконфліктно взаємодіяти в конкретному середовищі, необхідно, щоб процес розвитку здібностей, якостей та умінь відбувався в освітньому просторі ВНЗ систематично і планомірно шляхом залучення до науково-дослідної роботи та участі в науково-практичних і науково-теоретичних конференціях.

Висновки. Одним із шляхів розв’язання проблеми підготовки соціальних педагогів є впровадження компетентнісного підходу до навчання, адже сформованість відповідних компетентностей визначає готовність студента, випускника до життя, його подальшого особистого розвитку й активної участі в житті суспільства. Математична статистика посідає особливе місце в професійній підготовці соціального педагога, виконуючи роль мови наукових досліджень, і велике значення тут мають саме методи математичної статистики. Тому набуття соціальними педагогами математичних компетентностей є однією з важливих складових формування професійних компетентностей випускника університету.

Список використаних джерел

1. Безпалько О. В. Соціальна педагогіка : схеми, таблиці, коментарі : навч. посіб. [для студ. вищ. навч. закл.] / О. В. Безпалько. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 208 с.

2. Жалдак М. І. Математика з комп'ютером : посібник для вчителів / М. І Жалдак, Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко. – К. : ДІНІТ, 2004. – 255 с.

3. Кравченко О. О. Професійна компетентність соціального педагога: теоретико-методологічний аспект / Кравченко О. О. // Вісник Академії праці і соціальних відносин Федерації профспілок України : науково-практичний збірник. – 2012. – №1 (61). – С. 24-28.

4. Метод социометрических измерений [Электронный ресурс] // Psylab.info – энциклопедия психодиагностики. – Режим доступа : http://www.psylab.info/Метод_социометрических_измерений

5. Методологія і методи соціально-педагогічних досліджень (в першоджерелах, лекціях та практичних завданнях) : навчальний посібник / С. О. Борисюк, А. І. Конончук, Н. І. Яковець та ін. – Ніжин : редакційно-видавничий відділ НДПУ ім. М. Гоголя, 2002. – 287 с.

6. Наследов А. Д. Применение математических методов в психологии : уч. пос. / А. Д. Наследов – СПб. : Изд-во СПб. ун-та, 2001. – 208 с.

7. Овчарова Р. В. Справочная книга социального педагога / Р. В. Овчарова. – М. : Сфера, 2001. – 480 с.

8. Руденко В. М. Математичні методи в психології : підручник / В. М. Руденко, Н. М. Руденко. – К. : Академвидав, 2009. – 384 с.

9. Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии / Е. В. Сидоренко. – СПб. : Речь, 2002. – 350 с.

10. Чаплак М. Сучасні тенденції формування професійної компетентності майбутніх педагогів [Електронний ресурс] / Марина Чаплак, Світлана Котова // Современные вопросы мировой науки – 2010 : матеріали конференції. – Режим доступу : http://www.rusnauka.com/4_SWMN_2010/Pedagogica/58932.doc.htm.

11. Яркина Т. Ф. Социальная педагогика и социальная работа в контексте международного сотрудничества / Т. Ф. Яркина. – М. : АСОПиР, 1998. – 62 с.

ПРО ВИКОРИСТАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ МЕТОДІВ У ГЕОМЕТРІЇ

П. І. Ульшин, В. В. Ахабаніна
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
viktoriya2724@yandex.ru

Геометрія – це одна із найстародавніших математичних наук. Назва її походить від грецького слова, яке в перекладі на українську мову означає «землемірство». Очевидно, що ця наука використовувалася для вимірювання на місцевості.

Аналізуючи твори видатних грецьких вчених (V–IV ст. до н. е.) Демокріта, Аристотеля, Геродота, математик Б. Л. Ван дер Варден писав, що, на їх думку, наука геометрія була створена в Єгипті із потреб практичної діяльності людини. Про це також свідчать історичні пам'ятки, які збереглися до наших днів у вигляді задач на папірусах та надписів на стінах велетенських пірамід.

Так у папірусі Ахмеса (XVIII ст. до н. е.) стверджується, що його переписано із оригінала, який був посібником для підготовки носіїв наукових знань попередніх часів: чиновників, зодчих, гарпедонавтів і ін. Він містить ряд геометричних задач, що розв'язуються переважно за допомогою циркуля та лінійки, при користуванні правилами, встановленими експериментальним шляхом. Вказані правила зводять розв'язування задач до побудови рівнянь і знаходження їх розв'язків.

Циркулем і лінійкою єгиптяни вміли розв'язувати рівняння першого і другого степенів, проте описували їх словами, без буквених позначень.

Для визначення площ трикутника, прямокутника, трапеції вони використовували правила, що відповідають формулам, за якими вони знаходяться і тепер. Цікаво, що єгиптяни визначали об'єм зрізаної правильної чотирикутної піраміди за правилом, яке відповідає точній сучасній формулі $V = \frac{1}{3}h\left(a^2 + ab + b^2\right)$, – де a і b – сторони основ, а h – висота фігури.

Рівняння у вавилонян теж мали геометричний характер. При використанні двох невідомих вони одну з них, наприклад, x – називали довжиною, другу y – шириною, а добуток їх xy– площею. Третю змінну z – називали глибиною, а добуток xyz – об'ємом. Всі ці величини вони називали абстрактними і тому могли додавати $xyz+xy+x$, що навіть протирічило правилам геометрії.

В математиці стародавніх єгиптян і вавилонян слова «алгебра» не було, але вже тоді, в розроблених ними правилах розв'язування задач, використовувалися алгебраїчні методи.

Геометрія у Греції до VI ст. до н. е. була на такому ж рівні розвитку, як у Єгипті і Вавилоні. Потім почала швидко збагачуватися новими фундаментальними фактами і перетворюватися на абстрактну дедуктивну науку. В ній з’явилася ідея доведення, яка набула логічної форми і перетворила математику на теоретичну науку.

Видатними давньогрецькими вченими, які збагатили математику відкриттями, були Фалес Мілетський, Піфагор Самоський, Платон, Аристотель, Евклід, Евдокс, Ератосфен, Архімед, Аполлоній та ін.

Після доведення теореми Піфагора було встановлено існування нових не раціональних чисел, які не вписувались в тодішню теорію чисел і спричинили кризу в математиці. Не зрозуміло було, як виконувати арифметичні дії між раціональними й ірраціональними числами.

Відомо, що будь-якому числу можна поставити у відповідність певний відрізок. У зв’язку з цим ірраціональному числу було поставлено у відповідність гіпотенузу прямокутного трикутника, побудованого на катетах, що відповідають раціональним числам. Потім відносно відрізків і були означені всі числові операції. Додавання інтерпретувалось приставлянням відрізків на прямій. Віднімання – відкладанням частини відрізка. Добутком двох відрізків вважалася площа прямокутника із сторонами, рівними цим відрізкам. Добутком трьох відрізків був об’єм прямокутного паралелепіпеда. Добутком більшого від трьох множників не користувались. Ділення було можливим лише тоді, коли відрізок, що ділився, був довшим від дільника.

При розв’язуванні задач важливо, щоб у рівняння входили члени з однаковими вимірами. В цьому полягає принцип однорідності. Такі рівняння можна легко перетворити на відношення відрізків, що лежать на паралельних прямих. Метод розв’язування рівнянь називався «прикладанням площ».

Основні теореми, пов’язані з методом «прикладання площ», збереглися в праці «Начала», написаній давньогрецьким вченим Евклідом (III ст. до н. е.). Цими твердженнями обґрунтовувалися найважливіші праці видатних вчених того часу Теетета, Архімеда, Аполлонія й ін.

Складність творів цих вчених полягає в тому, що потрібно довго читати, відшукувати на рисунку відповідні точки і напружено міркувати. Щоб зробити хід думки потрібно використовувати допоміжні засоби, вводити певні позначення, або використовувати усне спілкування. Коли по ряду причин зовнішнього характеру усна передача знань розривалася, то зрозуміти книги видатних вчених ставало дуже складно. Сильно ускладнювалось розв’язування рівняння вище третього степеня. В зв’язку з цим грецька математика прийшла до занепаду.

Французький історик математики Поль Таннері (1843–1904) після досконалого дослідження евклідових «Начал» зробив обширний коментар методів і результатів доведень, в якому назвав методи розв’язування задач давньогрецькими вченими «геометричною алгеброю». Після П. Таннері таку назву почали давати методам давньогрецької математики й інші історики, незважаючи на те, що в ті часи слово «алгебра» не існувало.

Слово «алгебра» в широкому використанні, з’явилося в Середній Азії в IX ст. Ця назва виникла завдяки праці «Кітаб ал-джебр ал-мукабала», написаній видатним таджицьким вченим Мухаммедом аль-Хорезмі (787–850). Операція «аль-джебр» означає перенесення членів рівняння із однієї його частини в другу, так, щоб в обох частинах були тільки додатні члени, а «аль-мукабала» – зведення подібних членів. Слово «алгебра» виникло від слова «аль-джебр», що визначає певну операцію при розв’язуванні рівнянь.

У Європі ця назва закріплялася повільно. В XIII ст. італійський вчений Леонардо Пізанський написав працю «Книга про абак», в якій розглядав розв’язування квадратних рівнянь за зразком аль-Хорезмі. Цією книгою, як довідником, користувалися понад 200 років у деяких університетах.

Французький математик Ф. Вієт (1540–1603), як і його італійський колега, був тісно пов’язаний з геометрією. Алгебру він називав «аналітичним мистецтвом» і розглядав як «королівську дорогу в геометрію».

Р. Декарт (1596–1650) – відомий французький вчений, в алгебрі бачив потужний метод для проведення міркувань в області абстрактних і невідомих величин. У праці «Роздуми про метод» (1637 р.) він розробив систему координат на площині, за допомогою якої можна будь-яку змінну величину представляти графічно і рівнянням. Цією роботою Р. Декарт заклав основу для розвитку аналітичної геометрії.

Аналізуючи історію розвитку геометрії можна сказати, що алгебраїчні методи завжди були супутником цієї науки. При розв’язуванні будь-якої геометричної проблеми вони допомагали: прискорювати міркування, скорочувати хід розрахунків, уводити умовні позначення, унаочнювати результат.

В наш час алгебраїчні методи систематично використовуються в геометрії шкільного курсу. Важливим питанням, яке ще залишається не достатньо розв’язаним, відноситься до можливостей їх ефективного використання в навчальному процесі. В зв’язку з цим тема є актуальною.

Розглянемо приклади.

Задача 1. У прямокутному трикутнику радіуси вписаного і описаного кіл відповідно дорівнюють: $r = 2$ см і $R = 5$ см. Знайти катети трикутника.

Розв'язання. Нехай дано ΔABC (рис. 1).

O – точка перетину бісектрис трикутника, одночасно вона є центром вписаного кола,

$OP = OM = ON = r = 2$ см – центр описаного кола,

$O_1A = O_1B = O_1C = R = 5$ см. Позначимо катети: $AC = x$ і $BC = y$.

Для знаходження катетів складемо рівняння:

1) згідно теореми Піфагора: $x^2 + y^2 = (2R) = 100$;

2) гіпотенуза: $AB=AN+NB=AP+BM=x–r+y–r=x+y–4=2R=10$.

Звідси маємо $x + y = 14$.

3) Розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x + y = 14 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 14x + 48 = 0, \quad x_{1,2} = 7 \pm 1.$$

Маємо: якщо $x_1 = 6$ см, то $y_1 = 8$ см; якщо $x_2 = 8$ см, то $y_2 = 6$ см.

Відповідь: $AC = 6$ см, $BC = 8$ см або $AC = 8$ см, $BC = 6$ см.

При розв'язуванні системи рівнянь використано метод підстановки.

<u>*Задача* 2</u>. Дано трикутну піраміду $DABC$, в якій плоскі кути при вершині D прямі і площі бічних граней дорівнюють S_1, S_2, S_2. Знайти радіус r кулі, вписаної в піраміду.

Розв'язання. Нехай дано піраміду $DABC$ (рис. 2).

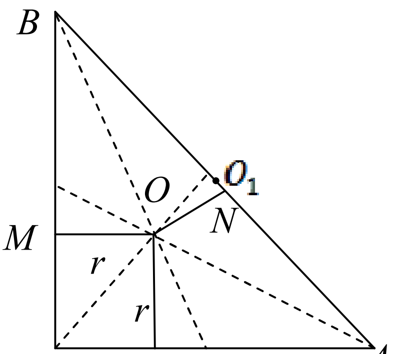


Рис. 1

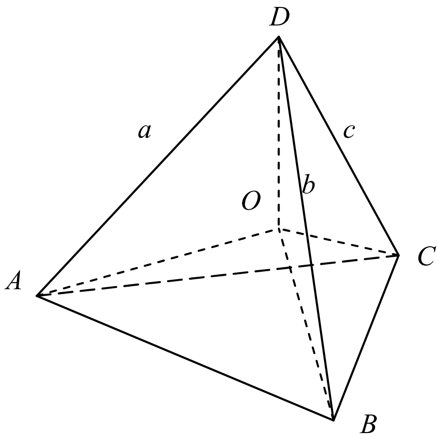


Рис. 2

$\angle ADB = \angle BDC = \angle ADC = 90°$. Бічні грані, з прямими кутами при вершині D мають площі відповідно: S_1, S_2, S_3. Точка O – центр вписаної кулі, віддалена від кожної з граней на радіус r цієї кулі.

Для спрощення міркувань введемо позначення: $DA=a$, $DB=b$, $DC=c$.

Площі бічних граней запишемо так: $S_1 = \frac{1}{2}ab, S_2 = \frac{1}{2}bc, S_3 = \frac{1}{2}ac$.

Виконаємо наступні дії:

1) знайдемо корінь квадратний із суми квадратів площ:

$$\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2} = S_4,$$

де S_4 – площа ΔABC, яку можна одержати за формулою Герона, де після елементарних перетворень отримаємо

$$p = (AB + BC + AC),\ AB = \sqrt{a^2 + b^2},\ BC = \sqrt{b^2 + c^2},\ AC = \sqrt{a^2 + c^2};$$

2) об'єм піраміди $DABC$ знайдемо як суму чотирьох пірамід з вершинами в точці O і основами на гранях:

$$V_n = \frac{1}{3\left(S_1 \cdot r + S_2 \cdot r + S_3 \cdot r + r\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}\right)};$$

3) оскільки добуток $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 = \frac{1}{8}a^2b^2c^2$, то об'єм прямокутного паралелепіпеда, побудованого на ребрах a, b і c, визначається так:

$$V = abc = \sqrt{8 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3};$$

4) об'єм піраміди $DABC$, побудованої на ребрах a, b і c:

$$V_n = \frac{1}{6}V = \frac{1}{3}\sqrt{2 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3};$$

5) запишемо рівняння із рівності об'ємів 2) і 4):

$$\frac{r}{3}\left(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}\right) = \frac{1}{3}\sqrt{2 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3}.$$

Звідси одержуємо <u>*відповідь*</u>: $r = \dfrac{\sqrt{2 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3}}{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}$

Отже, алгебраїчні методи допомагають записати умову геометричної задачі в короткій формі у вигляді рівнянь, а потім ефективно і точно привести до розв'язку.

ЗАСТОСУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ФОРМУЛИ ТЕЙЛОРА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ СКІНЧЕНИХ РІВНЯНЬ

З. Ю. Філєр[α], В. В. Мельник[β]
Україна, м. Кіровоград, Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка
[α] filier@rambler.ru
[β] vlad9486@gmail.com

У кінці 1970-х років нами була отримано узагальнення класичної формули Тейлора із залишковим членом в інтегральній формі

$$y(x) = y(x_0)\cdot 1 + y'(x_0)(x-x_0) + \ldots + y^{(n-1)}(x_0)\cdot(x-x_0)^{n-1}/(n-1)! +$$
$$+\int_{x_0}^{x} y^{(n)}(t)\cdot(x-t)^{n-1}/(n-1)!\,dt.$$

Зазвичай формулу Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа виводять методами диференціального числення. Але її можна отримати за допомогою інтегрального числення з формули Ньютона-Лейбніца $\int_{x_0}^{x} f'(t)dt = f(x) - f(x_0)$ та інтегрування частинами ($u=f'(t)$, $v=t-x$).

Узагальнена формула Тейлора. Вона є розв'язком найпростішого диференціального рівняння n-го порядку $y^{(n)}(x)=f(x)$. Другі множники є розв'язками $u_k(x-x_0)=(x-x_0)^k/k!$ відповідного однорідного рівняння $y^{(n)}(x)=0$, які задовольняють умовам $u_k^{(j)}(x-x_0)=\delta_{jk}$ де δ_{jk} – символ Кронекера [1].

Узагальнення будується для розв'язку рівняння $L[y]=f(x)$ з диференціальним оператором $L[y(x)]\equiv y^{(n)}+a_{n-1}y^{(n-1)}+\ldots+a_1y'+a_0y$. Відповідна формула при сталих a_k має ту ж саму структуру

$$\begin{aligned} y(x) &= y(x_0)\cdot u_0(x-x_0) + y'(x_0)\cdot u_1(x-x_0) + \ldots + \\ &+ y^{(n-1)}(x_0)\cdot u_{n-1}(x-x_0)^{n-1} + \int_{x_0}^{x} L[y(t)]\cdot u_{n-1}(x-t)dt. \end{aligned} \tag{1}$$

Для залишкового члену використання теореми про середнє дає аналог формули Лагранжа $R=L[y(c)]\cdot u_n(x-x_0)$, де c – середня точка проміжку $[x_0; x]$, а $u_n(x-x_0)=\int_{x_0}^{x} u_{n-1}(t)dt$. Функції $u_k(x)$ є розв'язками однорідного рівняння $L[y]=0$.

Застосування класичної формули Тейлора для розв'язання скінчених рівнянь. Для початкового наближення x_0 до кореня функції $f(x)$, використовуючи два члени формули Тейлора, отримаємо наступне наближення $x_1=x_0-f(x_0)/f'(x_0)$. Очевидно, це формула Ньютона. Вона ефективна при $f'(x_0)\neq 0$ та при $\mathrm{sign}(f(x_0))=\mathrm{sign}(f''(x_0))$. Більш точною є формула

$x_2 = x_0 - \frac{f_0'}{f_0''}(1 - \sqrt{1 - \frac{2f_0 f_0''}{(f_0')^2}})$, яка отримується з квадратичного наближення Тейлора. При від'ємному дискримінанті отримуються комплексно спряжені корені.

Застосування узагальненої формули Тейлора для розв'язання скінчених рівнянь. Для одночленної формули (1) диференціальний оператор $L[y(x)] \equiv y' + a_0 y$ дає функцію $u_0(x) = \exp(-a_0 x)$, яка не має коренів (у тому числі при $a_0 = 0$, коли $u_0(x) \equiv 1$. Для двочленної формули $y(x) \approx y_0 \cdot u_0(x - x_0) + y'_0 \cdot u_1(x - x_0)$ оператор $L[y(x)] \equiv y'' + a_1 y' + a_0 y$ дає прості функції u_0, u_1 для неповних форм при $a_0 = 0$ або $a_1 = 0$ (класична форма квадратичного наближення при $a_1 \neq 0$, $a_0 = 0$).

Для $L[y] \equiv y'' + a_1 y'$ маємо наближення $y(x) \approx y_0 + y'_0 \cdot (1 - \exp(-a_1(x - x_0))/a_1$, звідки отримаємо наближення для кореня

$$x_{21} = x_0 - \ln(1 + a_1 y_0 / y'_0)/a_1. \quad (2)$$

Очевидно, при $a_1 \to 0$ формула (2) дає метод Ньютона. Залишковий член в цьому випадку є $R_{21} = \int_{x_0}^{x} (y''(t) + a_1 y'(t)) \cdot (1 - e^{-a_1(x-t)}) / a_1 dt.$ Він буде близьким до нуля при $y'' + a_1 y'_0 = 0$. При $y_0 y''_0 > (y'_0)^2$ отримаємо *комплексні* корені.

Для $L[y(x)] \equiv y'' + a_0 y$ маємо залишковий член $R_{22} = \int_{x_0}^{x} (y''(t) + a_0 y(t)) \cdot u_1(x - t) dt$. Для мінімізації похибки виберемо $a_0 = -y''_0 / y_0$; при $\mathrm{sign}(y''_0) = -\mathrm{sign}(y_0)$ коефіцієнт $a_0 > 0$. Позначивши його ω^2, отримаємо наближення $y(x) \approx y_0 \cdot \cos(\omega(x - x_0)) + y'_0 \cdot \sin(\omega(x - x_0))/\omega$, звідки отримаємо наближення

$$x_{22} = x_0 - \mathrm{arctg}(\omega y_0 / y'_0)/\omega. \quad (3)$$

При однакових знаках y_0 и y''_0 маємо $a_0 = -k^2$, $k = \sqrt{y''_0} \big/ y_0$ і замість тригонометричних функцій будуть гіперболічні. Відповідне наближення буде

$$x_{23} = x_0 - \mathrm{Arth}(k y_0 / y'_0)/k. \quad (4)$$

Для дійсних функцій наближення залишаються в дійсній множині.

Приклади.

Нехай

$$f(x) = -8x^3 + 1, \quad (5)$$

розглянемо рівняння

$$f(x) = 0, \quad (6)$$

початкова точка: $x_0 = 0.25$. Очевидно, його корінь: $x = 0.5$. На рисунках пунктиром зображена лінія, що наближує початковий графік, а графік даної функції (1) зображується суцільною лінією.

За методом Ньютона маємо графік дотичної і перше наближення: $x_1 = 5/6$ (рис. 1).

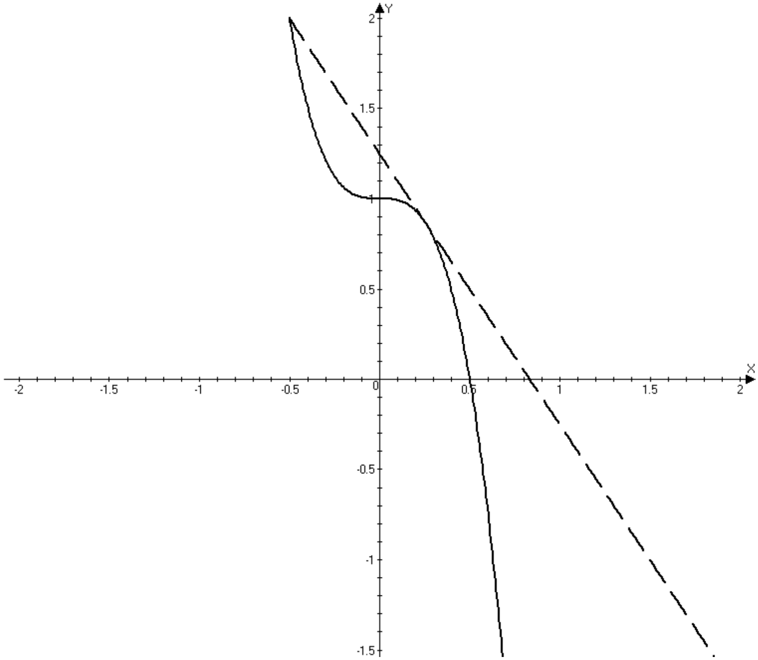


Рис. 1

Використовуючи для знаходження першого наближення формулу (2), отримаємо x_{11}=0,5563011 (рис. 2).

Використовуючи для знаходження першого наближення формулу (3), отримаємо x_{12}=0,4086555 (рис. 3).

Очевидно, що для обраного рівняння і початкового наближення описані методи дають значно точніші результати вже після першої ітерації.

Можна використати цей алгоритм для пошуку комплексних коренів і розв'язків системи с 2 невідомими. Хай треба розв'язати рівняння $f(z)=0$. Переходячи до дійсної частини x та уявної частини y, отримаємо систему рівнянь: $f(x+iy)=u(x,y)+iv(x, y)=0 \Rightarrow u(x,y)=0,\ v(x,y)=0$. Квадрат модуля $F(x, y)=|u^2+v^2|=0$ на розв'язках цієї системи, і навпаки, розв'язок рівняння $F(x, y)=0$ дає розв'язки системи $u(x, y)=0$, $v(x, y)=0$.

Для початкового наближення $M_0(x_0, y_0)$ застосуємо одну з формул (2)–(4) по аргументу x, вважаючи аргумент $y \equiv y_0$ сталим. Це означає пошук кореня x_1 функції $F(x, y_0)$. Потім будемо шукати корінь y_1 функції $F(x_1, y)=0$.

Далі в ролі початкової точки M_0 буде точка $M_1(x_1, y_1)$ і т. д., до досягнення необхідної точності. Алгоритм 2-ланкового циклу може бути узагальнений на n-просторовий випадок $f(x_1, x_2, ..., x_n)=0$, $k=1, ..., n\geq 2$.

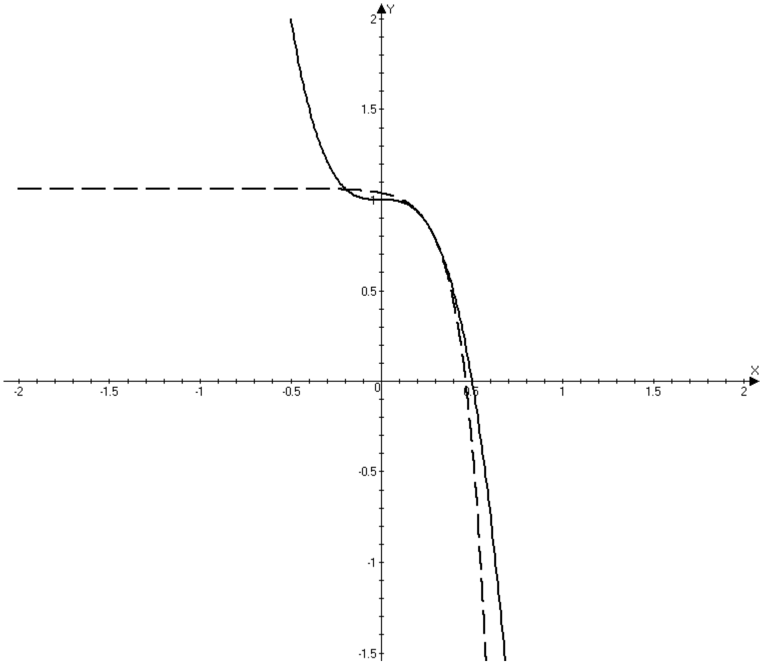


Рис. 2

Таблиця 1

Назва методу	**Приріст на кроці**	**Значення параметру**	**Примітка**
дотичних	$-f_0/f_0'$		$f_0''\approx 0$
логарифмів	$-a_1^{-1}\ln(1+a_1 f_0/f_0')$	$a_1=-f_0''/f_0'$	
арктангенсів	$-\omega^{-1}\mathrm{arctg}(\omega f_0/f_0')$	$\omega^2=-f_0''/f_0$	$\mathrm{sign}(f_0)=-\mathrm{sign}(f_0'')$
ареатангенсів	$-k^{-1}\mathrm{Arth}(kf_0/f_0')$	$k^2=f_0''/f_0$	$\mathrm{sign}(f_0)=\mathrm{sign}(f_0'')$
пошук комплексних коренів	$\pm iy_0$, $y_0=\sqrt{2f_0/f_0''}$		$\mathrm{sign}(f_0)=\mathrm{sign}(f_0'')$, $f_0'=0$

Зіставлення методів знаходження коренів рівняння

Таблиця 2

№	**Назва методу**	**Кількість ітерацій для рівняння**		
		(7)	(8)	(9)
1	Дотичних	10	4	6
2	Логарифмів	9	4	5
3	Арктангенсів або Ареатангенсів	8	4	3

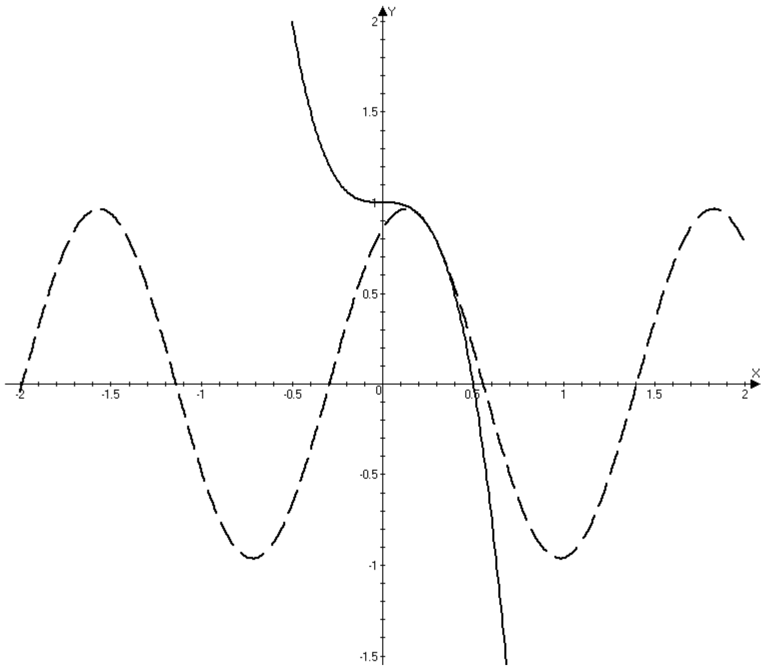


Рис. 3

Рівняння, використані для зіставлення:

$$e^{-x}-8x^3+1=0 \qquad (7)$$

$$\sin(x)+3x^2-1=0 \qquad (8)$$

$$-8x^3+1=0 \qquad (9)$$

Можливість застосування в теорії коливань

Описаний алгоритм можна застосувати для пошуку стаціонарного режиму коливань механічної системи з двигуном обертання [2]. Асимптотичним методом для амплітуди a, зсуву фаз відносно кута обертання φ та частоти обертання двигуна $\dot{\varphi}=\omega$ у першому наближенні отримаємо систему рівнянь виду $\frac{da}{dt}=f_1(a,\theta,\omega)$, $\frac{d\theta}{dt}=f_2(a,\theta,\omega)$, $\frac{d\omega}{dt}=f_3(a,\theta,\omega)$, праві частини якої в стаціонарному режимі коливань дорівнюють нулеві: $f_1(a, \theta, \omega)=0$, $f_2(a, \theta, \omega)=0$, $f_3(a, \theta, \omega)=0$. Аналогічно розв'язується задача про перехід системи через резонанс [3] без чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь. Для цього треба розв'язати систему *скінчених* рівнянь $f_1(a, \theta, \omega)=0$, $\frac{\partial f_2}{\partial \theta} f_2(a, \theta, \omega)+\frac{\partial f_2}{\partial \omega} f_3(a, \theta, \omega)=0$,

$\frac{\partial f_3}{\partial \theta} f_2(a, \theta, \omega) + \frac{\partial f_3}{\partial \omega} f_3(a, \theta, \omega) = 0$ відносно a, θ, ω. Виходячи з фізичного смислу, при переході через резонанс амплітуда *максимальна*; основна частина енергії двигуна витрачається на підтримку коливань і *менша* частина її приходиться на зростання кутової швидкості двигуна [4]. Тому на графіках $a(t)$ буде горизонтальна дотична, на $\omega(t)$, $\theta(t)$ будуть точки перегину, де другі похідні по часу t дорівнюють 0. При цьому крива $a(t)$ буде опуклою. В точці t_0 праві частини системи $\frac{da}{dt} = f_1(a, \theta, \omega)$, $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d}{dt} f_2(a, \theta, \omega)$, $\frac{d^2\omega}{dt^2} = \frac{d}{dt} f_3(a, \theta, \omega)$ дорівнюють 0. Вона і є моментом переходу через резонанс.

Розглянемо перехід через резонанс системи, що вивчена В. О. Кононенком [4]. Рух такої системи описується рівняннями

$$\left.\begin{aligned} & m\ddot{x} + \beta\dot{x} + cx = c_1 r \sin\varphi, \\ & I\ddot{\varphi} = L(\dot{\varphi}) - H(\dot{\varphi}) + c_1 r (x - r\sin\varphi)\cos\varphi, \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Можна побудувати метод за використання рівняння третього порядку $L[y] \equiv y''' + a_1 y' = 0$, отримаємо формулу для знаходження x:

$$y(x) = y_0 \cdot 1 + y_0' \frac{\sin(\omega(x - x_0))}{\omega} + y_0'' \frac{1 - \cos(\omega(x - x_0))}{\omega^2} +$$

$$+ \int_{x_0}^{x} \frac{1 - \cos(\omega(t - x_0))}{\omega^2} \left(y''' + \omega^2 y'\right) dt$$

$$y_0''' + \omega^2 y_0' = 0 \Rightarrow y_0 + y_0' \frac{\sin(\omega h)}{\omega} + y_0'' \frac{1 - \cos(\omega h)}{\omega^2} \approx 0 \cdot$$

Коефіцієнти при синусу і косинусу позначимо a і b, вільний член c. Тоді отримаємо формулу для знаходження аргументу α, використавши допоміжний кут θ:

$$a\sin(\alpha) + b\cos(\alpha) = c \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2}\sin(\alpha) = c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha + \theta) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \alpha + \theta = \arcsin\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Кут θ можна визначити з формули:

$$\alpha = -\theta + \arcsin\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \ \tan(\theta) = \frac{a}{b} \Rightarrow \theta = \arctan\frac{a}{b} \cdot$$

Очевидно, цей метод застосовний при: $\left|\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right| \le 1 \cdot$

Доцільно застосовувати останній метод при значних початкових відхиленнях. Наприклад, рівняння: $1 - \sin(x) = 0$.

Список використаних джерел

1. Филер З. Е. Об одном обобщении формулы Тейлора и её применении к решению дифференциальных уравнений / Филер З. Е. // Украинский математический журнал. – 1981. – №1. – С. 123-128.

2. Пресняков В. К. Асимптотические методы решения дифференциальных уравнений, описывающих колебания механической системы совместно двигателем / Пресняков В. К., Филер З. Е. // Науч.-техн. конф. ДПИ 5-10.04.65. Тез. докл. физ.-мат.секц. – Донецк : ДПИ, 1965. – С. 7-8.

3. Пресняков В. К. Переход через резонанс автономной колебательной системы / Пресняков В. К., Филер З. Е. //Совещание по проблемам нелинейных колебаний механических систем : тез. докл. – Л. : Ленинградский кораблестроительный институт, 1965. – С. 44-45.

4. Кононенко В. О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением / В. О. Кононенко. – М. : Наука, 1964. – 254 с.

ВИКОРИСТАННЯ ІСТОРИЧНИХ ВІДОМОСТЕЙ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ НА ЕКСТРЕМУМ

Л. О. Черних[α], І. М. Горяна[β]
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
[α] laracher@pochta.ru
[β] inna-goryanaya@mail.ru

Математика в усі часи була важливою складовою частиною культури людського суспільства, а тому історія математики є невід'ємною частиною загальної історії. Глибоке розуміння математики в цілому неможливе без знання її минулого, без вивчення, формування та розвитку її основних ідей. Історія математики володіє величезним виховним впливом. Це твердження відноситься до всього спектру уявлень про виховання: формування потреби до праці, відповідальності за доручену справу, високої моральності; розвиток наукової цікавості, тобто бажання не тільки придбати знання, але й примножити їх. Знайомство з біографіями видатних учених, з методами їх роботи впливає на формування характеру учнів, їх ідеалів і високих прагнень. Не можна обійти ще один аспект – вивчення історії математики сприяє розвитку мислення. Великий натураліст, математик та історик Г. В. Лейбніц підкреслював, що історія математики вчить мистецтву відкриттів [1]. Слід зазначити, що питаннями історії математики серйозно займаються не тільки фахівці в цій галузі, але й представники різних математичних дисциплін.

Введення елементів історії науки в шкільний курс математики, звичайно ж, сприяє формуванню діалектико-матеріалістичного світогляду учнів. Ґрунтуючись на відомостях з історії математики, можна показати, що математика виникла з практичних потреб людини, що вона розвивається в результаті розумової та практичної діяльності людей протягом тисячоліть.

Завдання вчителя математики – показати школярам, що початкові математичні поняття, зв'язки між ними, математичні закономірності, аксіоми, методи математики – все це результат абстракції від об'єктів матеріального світу, узагальнення його властивостей і явищ, так званої ідеалізації. Досліджувані в школі властивості, правила, теореми – це узагальнення тисячолітнього досвіду людства. Вони отримані в результаті пізнання навколишнього світу, перевірені практикою, а не дані в готовому вигляді [2]. Таким чином, якщо до викладання математичних понять, термінів, символів підійти з позиції історичного розвитку, то вони перестануть здаватися штучними та відірваними від життя. Значення впливу інтересу до предмета на засвоєння програмного матеріалу загальновідоме, тому створення інтересу до досліджуваного розділу, теми уроку є одним із неодмінних першорядних завдань вчителя. Досвідчений вчитель ніколи не почне виклад нової теми, не кажучи вже про новий розділ математики, без належної вступної частини, що збуджує інтерес і увагу учнів. На наш погляд, там, де це виправдано програмою та метою уроку, такою вступною частиною може і повинна бути 3–5 хвилинна захоплююча розповідь, пов'язана з історією математики.

Як свідчить практика, вчителі дуже рідко використовують на уроках математики історичні відомості. Причиною цьому є недостатня кількість навчального часу, бажання приділити більше уваги на закріплення навчального матеріалу, і звісно, те, що в буденній тяжкій роботі про історію математики просто забувають. Проте більшість учителів розуміють, що повідомлення відомостей з історії математики, корисне в пізнавальному плані, воно сприяє формуванню в учнів діалектико-матеріалістичного світогляду, підвищує інтерес і зацікавленість учнів, має велике світоглядне та загальнокультурне значення і може надати виховний вплив.

В останній час в різних напрямах людської діяльності надзвичайно широкого значення набули задачі, пов'язані з проблемою оптимізації. Особливо корисними в сучасній школі завдяки тісному зв'язку з життєвим досвідом дітей, є так звані екстремальні (оптимізаційні) задачі, тобто задачі, в яких за певним критерієм потрібно вибрати найкращий розв'язок серед кількох можливих. Загальні методи розв'язування багатьох видів таких задач вивчаються у диференціальному численні. Але більшість з них можна розв'язувати елементарними способами, використовуючи властивості деяких функцій та геометричних фігур, тотожні перетворення алгебраїчних та тригонометричних виразів [6]. Учням можна дати таке пояснення: «Серед різних математичних задач зустрічаються задачі, в яких потрібно знайти найкращий варіант, найкоротший шлях, найбільше число із заданими властивостями. У математиці таким проблемам відповідає цілий клас задач, в яких при заданих обмеженнях потрібно відшукати найбільше (максимальне) або найменше (мінімальне) значення деякої функції. Обидва поняття – максимум і мінімум – об'єднуються одним терміном «екстремум».

На жаль, завданням «на екстремум» у шкільному курсі математики приділяється явно недостатня увага. В кращому випадку школярі старших класів вміють знайти екстремум найпростіших функцій за допомогою похідної. Разом з тим різноманітні сюжети задач на екстремум бувають досить привабливими. Тим більше для зацікавленості учнів при розв'язуванні таких задач доцільним може бути застосування історичних відомостей. Розглянемо детальніше деякі історичні відомості про такі задачі.

Екстремальними задачами людство цікавилося ще з античних часів. У Стародавній Греції ще до VI ст. до н.е. знали про екстремальні задачі, про екстремальні властивості круга і кулі: серед плоских фігур з однаковим периметром найбільшу площу має круг (розв'язання ізопараметричної екстремальної задачі); куля має максимальний об'єм серед просторових фігур з однаковою площею поверхні. Історія зберегла легенду про давню екстремальну задачу, відому як задача Дідони. Фінікійська цариця (IX ст. до н. е.) вирішила оселитися на березі затоки в Північній Африці. Вона домовилася з вожаком племені віддати їй таку частину землі, яку можна охопити шкірою вола. Воїни Дідони розрізали шкіру на тоненькі шматочки, і Дідона захватила ременем, пошитим із цих шматків, частину землі на березі затоки. Так виникло місто Карфаген. Задача Дідони полягає в заданні форми границі ділянки, що має задану довжину, при якій площа ділянки максимальна. Якщо знати максимальні властивості круга, то розв'язання можна отримати негайно: границя ділянки представляє частину кола, що має задану довжину [3].

Після загибелі античної цивілізації наукове життя в Європі стало відроджуватися лише в XV столітті. Екстремальні задачі виявилися серед тих, якими цікавилися кращі мислителі того часу. Якщо в античні часи задач на екстремум досліджувалися лише геометричними методами, то в XVII ст. з'явилися загальні методи вивчення таких задач, які й сприяли виникненню диференціального та інтегрального числення. Перші елементи математичного аналізу були створені Й. Кеплером (1615 рік), котрий пояснив своє відкриття так: «Мені як гарному господарю було потрібно запастися вином і я купив декілька діжок. Через деякий час прийшов продавець – виміряти місткість діжок для того, щоб визначитися з ціною. Для цього він опустив у кожну діжку металевий прут і, не звертаючись ні до яких обчислень, негайно сказав, скільки вина в кожній діжці». Після роздумів Й. Кеплер відкрив секрет такого простого вимірювання об'єму діжок. Виявилося, що бондарі за довгу історію навчилися виготовляти бочки такої форми, при якій вони мали найбільший об'єм при заданій довжині мокрої частини прута. Відкриття Й. Кеплером основної властивості екстремумів спочатку було оформлене П. Ферма у вигляді теореми для многочленів, а потім І. Ньютоном і Г. В. Лейбніцем для довільних функцій. Зараз вона носить назву теореми Ферма, згідно якої в точці екстремуму x_0 неперервної функції $f(x)$ її похідна дорівнює нулю [4].

З тих пір дослідження функцій за допомогою аналізу нескінченно малих величин стало одним з найміцніших математичних методів, що спонукало виникнення сучасного математичного аналізу. З екстремальними задачами пов’язано і зародження основ іншого розділу сучасної математики – функціонального аналізу. В 1696 р. Й. Бернуллі опублікував статтю з запрошенням до всіх математиків розв’язати наступну задачу. У вертикальній площині задано дві точки, що не лежать на одній вертикалі. Необхідно з’єднати ці точки такою неперервною лінією, щоб кулька скочувалася по ній без дії опору і пройшла шлях від верхньої точки до нижньої за найменший час. Через рік цю задачу, що зараз називається «задача про брахістохрон», розв’язали І. Ньютон, Я. Бернуллі, Г. В. Лейбніц і сам Й. Бернуллі.

Теорія екстремальних задач в XVIII – XIX ст. відігравала важливу роль в інших розділах науки, особливо в механіці та фізиці. За допомогою теорії екстремальних задач можна ефективно знаходити не тільки стан рівноваги, а й складати математичні моделі, досліджувати їх поведінку для різних механічних, фізичних процесів. В основі такого підходу лежить принцип Ферма, відкритий в геометричній теорії світла. Він вивів цей закон із наступного принципу: при русі з однієї точки в іншу світло вибирає найкоротший шлях – шлях, котрий воно може пройти за найменший час.

З кінця XVII до середини XX ст. теорія екстремальних задач пройшла великий шлях. В її розвитку взяли участь майже всі великі математики: К. Т. В. Вейєрштрасс, У. Р. Гамільтон, Й. К. Ф. Гаусс, Д. Гільберт, Х. Гюйгенс, П. Г. Діріхле, та інші. До середини XX ст. склалося враження, що теорія екстремальних задач досягла такого рівня, який дозволяє розв’язати будь-яку екстремальну задачу, що виникає в науці та практиці. До середини XX ст. математика мало використовувалась для розв’язування прикладних задач. Ситуація почала помітно змінюватися напередодні другої світової війни. В економіці та техніці стали виникати задачі, для розв’язання яких практичного досвід і здоровий глузд були вже недостатніми. Це було пов’язано зі збільшенням можливих варіантів вибору, посилюванням вимог до точності розв’язання, з обмеженням на доступні ресурси. Людство стало все енергійніше переходити від використання тільки природних ресурсів до створення штучних матеріалів, систем. Різко підвищився вплив людської діяльності на навколишнє середовище [4]. Всі ці та інші обставини поступово змушували більш науково підходити до розв’язання практичних завдань. Науковий підхід припускає складання математичної моделі досліджуваного практичного явища чи процесу, дослідження моделі відповідними математичними методами, складання алгоритмів розв’язання і реалізацію цих алгоритмів у вигляді програм для ЕОМ. В теорії екстремальних задач нові явища XX ст. вперше були помічені радянським математиком Л. В. Канторовичем. Економістів цікавило питання, щонайкраще розрізати лист фанери, щоб відходи були мінімальними. Л. В. Канторович показав, що ця задача та багато інших практичних задач можуть бути сформульовані у вигляді деякої екстремальної задачі, яка записується як система нестрогих лінійних нерівностей.

$$c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \to max$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \le b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \le b_2, \\ ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \le b_m \end{cases}$$

де $x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \ ... \qquad x_n \ge 0.$

Головна особливість цієї задачі полягає в тому, що в її умові присутні нестрогі нерівності. Звісно, з нерівностями вчені зустрічалися і раніше та знаходили для кожного випадку спеціальні прийоми розв’язання. Л. В. Канторович першим чітко заявив, що нестрогі нерівності типові для більшості практичних задач і для їхнього розв’язання в математиці немає загальних ефективних методів. Він же запропонував декілька прийомів розв’язання нового класу екстремальних задач, але завершити роботу завадила Друга світова війна. З початку 50-х років новий розділ екстремальних задач такого типу почав називатися лінійним програмуванням. Він став першим розділом сучасної теорії екстремальних задач, яка відрізняється від класичної теорії наявністю в ній методів розв’язання задач з нестрогими нерівностями і породжуваними останніми замкнутими множинами. Теорія екстремальних задач продовжує розвиватися і в наші дні.

За всю історію розвитку математики накопичилася велика кількість красивих, важливих, яскравих та цікавих екстремальних задач з геометрії, алгебри, фізики. У їхньому розв’язанні брали участь видатні вчені минулих епох – Евклід, Архімед, Аполлоній, Тарталья, Торрічеллі, Йоганн і Якоб Бернуллі, І. Ньютон та багато інших. Розв’язання конкретних задач стимулювало розвиток теорії, і в результаті були вироблені прийоми, що дозволяють єдиним методом розв’язувати задачі найрізноманітнішої природи [6].

Як зазначалось вище, розв’язування на уроках математики задач на екстремум історичного походження сприяє поглибленню і збагаченню математичних знань, дозволяє вчителю зробити процес навчання більш цікавим, сприяє розвитку і вихованню учнів. Задачі зазначеної цільової спрямованості можуть бути досить різноманітні: за формою, в якій вони представлені; за дидактичною метою, якій вони служать; за місцем в процесі навчання.

Розглянемо деякі історичні задачі в сучасному формулюванні.

Задача Тартальї.

Розділити число 8 на такі дві частини, щоб їх добуток, помножений на їх різницю, був максимальним.

Розв'язання.

Позначимо через x найменше із чисел, тоді $(8 – x)$ – друге число.

1. $f(x) = x(8 – x)\,(8 – 2x) \to max, \qquad 0 \le x \le 4.$

2. Необхідна умова екстремума функції: $f'(x) = 0$, отже

$f(x) = 2x^3 – 24x^2 + 64$

$f' = 6x^2 – 48x + 64$

$f'(x) = 0$

$3x^2 – 24x + 32 = 0$

$D = 192$

$x_1 = 4 – 4\sqrt{3}\,/\,3$

$x_2 = 4 + 4\sqrt{3}\,/\,3$

3. Необхідна умова екстремуму виконується в точках x_1 і x_2. Другий корінь є більшим.

Відповідь: $x = 4 \pm 4\sqrt{3}\,/\,3$.

Задачі Дідони.

1. Укажіть таку форму земельної ділянки, котра при заданій довжині периметра L мала б найбільшу площу. Розв'язком цієї задачі буде коло.

2. Серед усіх дуг довжиною L з кінцями в заданих точках (0, 0) і (0, a), які лежать на відрізку $0 \le 0 \le a$, $y \ge 0$, знайти таку, яка разом із відрізком, що сполучає кінці дуги, обмежила б фігуру найбільшої площі. Розв'язком цієї задачі є дуга кола.

Задачі Евкліда.

1. На земельній ділянці, яка має форму трикутника ABC, потрібно побудувати будинок прямокутної форми так, щоб він прилягав до сторони ділянки AC (рис. 1). Відомо, що $AC = 40$ м, $h = 20$ м. Яку найбільшу площу ділянки може зайняти будинок?

Розв'язання.

Нехай $MN = x$, $MK = y$. Оскільки $\Delta ABC \sim \Delta NBP$, то $\frac{AC}{BD} = \frac{NP}{BE}$ або

$\frac{40}{20} = \frac{y}{20 - x}$. Отже, $y = 40 – 2x$,

[виділимо повний квадрат]

$S_{max} = 200;\ \ x = 10,\ \ y = 20.$

Відповідь: 200 м^2.

2. В даний трикутник ABC вписати паралелограм $ADEF$, який має

найбільшу площу. Легко довести, що розв'язком цієї задачі буде паралелограм, вершини *D*, *E*, *F* якого ділять навпіл відповідні сторони трикутника (рис. 2).

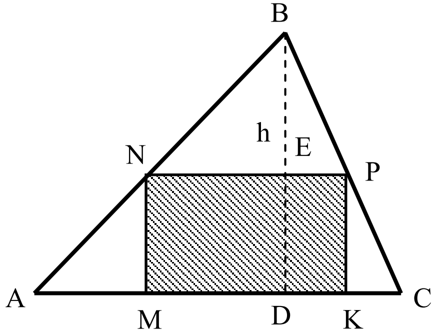


Рис.1

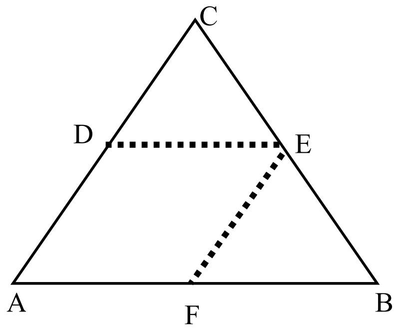


Рис.2

Висновок. Використання принципу історизму в процесі навчання розв'язування задач на екстремум в курсах природничо-математичних дисциплін є ефективним засобом збудження інтересу до навчальної дисципліни, стимулює пізнавальну активність, сприяє більш свідомому засвоєнню відповідного навчального матеріалу.

Список використаної літератури

1. Бевз В. Г. Історія математики / В. Г. Бевз. – Харків : Основа, 2006. – 176 с.

2. Белобородова С. В. Об историко-генетическом методе / С. В. Белобородова // Математика в школе. – 1999. – №6. – С. 7–9.

3. Возняк Г. М. Прикладные задачи на экстремумы в курсе математики 4-8 классов : кн. для учителя / Г. М. Возняк, В. А. Гусев. – М. : Просвещение, 1985. – 144 с.

4. Габасов Р. Ф. Экстремальные задачи в современной науке и приложениях [Электронный ресурс] / Р. Ф. Габасов // Соросовский образовательный журнал. – 1997. – №6. – С. 115-120. – Режим доступа : http://www.pereplet.ru/nauka/Soros/pdf/9706_115.pdf

5. Глейзер Г. И. История математики в школе / Г. И. Глейзер. – М.: Просвещение, 1964. – 376 с.

6. Тихомиров В. М. Рассказы о максимумах и минимумах / В. М. Тихомиров. – 2-е изд., исправленное. – М. : МЦНМО, 2006. – 200 с.

ВИКОРИСТАННЯ РІЗНИХ ВИДІВ НАОЧНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ АЛГЕБРИ ТА ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ

Л. О. Черних[α], А. А. Остапенко[β]
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
[α] laracher@pochta.ru
[β] anaosta@yandex.ru

Перед педагогами та вчителями все частіше постає проблема: як саме подати новий матеріал, закріпити його та виробити в учнів уміння та навички, необхідні для розв'язання математичних задач з певної теми, в той час, коли шкільний курс математики стає все більше формалізованим?

За словами І. В. Кузнєцова, «у сучасному курсі математики здійснюється невиправдано швидкий перехід від означень понять до знаків, які їх замінюють, без належного з'ясування змісту, без створення в мисленні повноцінного уявлюваного образу. Як наслідок, більшість учнів формально запам'ятовують означення математичних понять, їх властивості, та дії з ними. Відтак, вивчення математики стало для деяких учнів непосильним завданням» [3].

Досвід таких педагогів і математиків, як Л. М. Фрідман, К. Д. Ушинський, В. О. Сухомлинський, А. М. Колмогоров, Г. П. Бевз, І. М. Осмоловська, визначає як один зі шляхів вирішення вищезазначеної проблеми більш ефективне використання принципу наочності.

Формулювання сутності принципу наочності запропонував ще Я. А. Коменський, який назвав його «золотим правилом дидактики». Наочне навчання передбачає, що в процесі пізнання повинні застосовуватися різні відчуття, в тому числі зорове сприймання [1].

Незважаючи на те, що принцип наочності був сформульований ще в XVII ст., на сьогодні він не є повністю дослідженним. Про це свідчить той факт, що в літературі існують різні тлумачення і розуміння понять «наочність», «види наочності», «засоби наочності».

Наприклад, М. Б. Волович трактує наочність як ілюстрацію усного викладу матеріалу вчителем; Л. В. Занков характеризує наочність як дидактичний принцип; Л. М. Фрідман розглядає наочність як форму подання навчального матеріалу, як властивість навчальних моделей [5].

Дотримуючись думки Л. В. Занкова про те, що наочність – це дидактичний принцип, ми розумітимемо цей дидактичний принцип як орієнтацію на використання в процесі навчання різноманітних засобів наочного пред'явлення відповідної навчальної інформації. В літературі представлені різні класифікації видів наочності (І. М. Осмоловська, С. В. Шемендюк, С. П. Баранов, Ю. К. Бабанський, Е. М. Кравченя)]. Зокрема, Е. М. Кравченя в [2] розкриває поняття наочності, характеризуючи її види, форми, засоби (рис. 1).

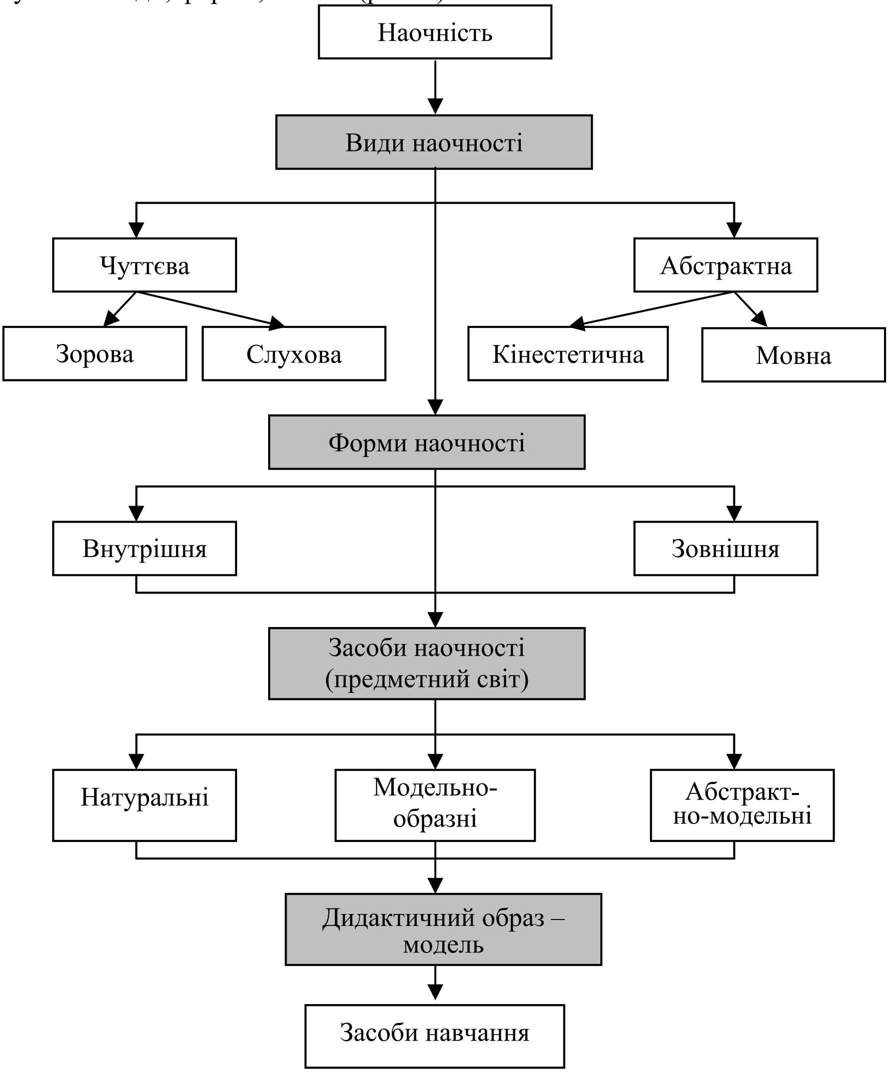


Рис. 1. Види, форми, засоби наочності

Розглянемо проблему врахування психолого-педагогічних та вікових особливостей учнів в процесі реалізації принципу наочності при вивченні алгебри та початків аналізу.

Предмет «Алгебра та початки аналізу» вивчається у старшій школі в період ранньої юності (старший шкільний вік). Якісні зміни в ранньому юнацькому віці відбуваються на основі становлення та розвитку особистості з усіх сторін психічної діяльності. Для когнітивного розвитку цього віку характерним є формально-логічне, формально-операційне мислення. А саме, абстрактне, теоретичне, гіпотетико-дедуктивне мислення, яке не пов'язане з ситуативно-конкретними умовами зовнішнього середовища [6]. Для учнів юнацького віку застосування різних видів наочності активізує чуттєвий досвід, що є опорою на раніше сформовані уявлення, конкретизує й ілюструє вивчені поняття. Також в цей період інтенсивно розвивається теоретичне мислення, воно дає змогу будувати гіпотези загальних понять, це свідчить про пріоритетний розвиток логічного мислення. У цьому віці предметна наочність повинна все більше поступатися місцем символічній, при цьому предметом особливої уваги вчителя має бути правильне розуміння сутності математичного поняття і його наочного представлення.

У старшокласників відбувається процес удосконалення володіння такими складними інтелектуальними операціями, як аналіз і синтез, теоретичне узагальнення й абстрагування, аргументування та доведення. Це пов'язано з появою в учнів періоду ранньої юності формального мислення, тобто виникнення здатності до широких узагальнень, нового підходу до розв'язання задач, спрямованих на групування й структурування фактів (комбінаторний аналіз), виділення та контроль змінних величин, формування гіпотез, їх логічне обґрунтування й доведення, стає притаманним для учнів встановлення причинно-наслідкових зв'язків, систематичність, стійкість, критичність мислення. Тому слід використовувати наочність не лише для ілюстрації, але і в якості самостійного джерела знань для створення проблемних ситуацій [6]. Графічно-символічний вид наочності (класифікація видів наочності за Ю. К. Бабанським) максимально сприяє суб'єктивній організації учнями запропонованої їм інформації з урахуванням їх індивідуального стилю діяльності. В результаті створюються сприятливі умови для розвитку самостійної розумової та творчої активності. Розвиток наочно-образного типу мислення учнів безпосередньо пов'язаний з побудовою та використанням відповідних методів навчання.

Так, при вивченні теми «Множини. Операції над множинами» в курсі алгебри та початків аналізу 10 класу доцільно використовувати графічно-символічну наочність (діаграми Ейлера-Венна). При розв'язанні вправ на закріплення навичок та умінь учні вже не матимуть потреби кожен раз зображати множини та виконувати різні операції над ними; учні матимуть сформовані образи у своїй уяві, де шляхом аналізу та за допомогою розвинутого наочно-образного мислення зможуть надати правильну відповідь. Саме на цьому етапі працює опосередкований вид наочності.

Розглянемо для прикладу такі задачі.

Задача 1. В одній множині 40 різних елементів, а в другій – 30. Скільки елементів може бути в їх: 1) перерізі; 2) об'єднанні [4, 15].

Для розв'язання цієї задачі учень повинен володіти означеннями понять «об'єднання множин», «переріз множин» та мати наочні уявлення про можливі співвідношення між множинами (рис. 2).

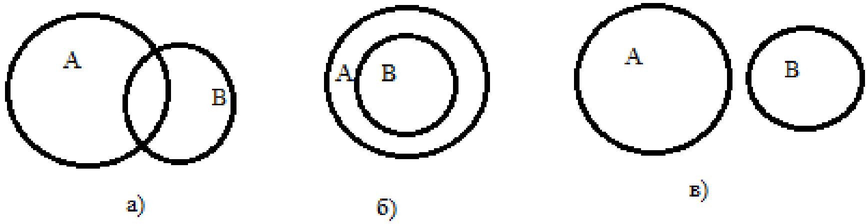


Рис. 2

Аналіз умови задачі та врахування співвідношень а), б), в) дозволяють зробити висновки:

1) у перерізі може бути від 0 до 30 елементів (випадки в, б);

2) в об'єднанні може бути від 40 до 70 елементів (випадки б, в).

Задача 2. Кожен житель міста розмовляє принаймні однією з двох мов: українською або російською. Частина жителів міста вміє розмовляти тільки українською мовою, частина – тільки російською, а частина – обома мовами. Українською мовою розмовляє 95 % жителів, а російською – 85 %. Скільки відсотків жителів міста розмовляє обома мовами? [4, 15]

Дана задача, взагалі кажучи, не потребує побудови діаграм Ейлера-Венна; на основі понять «об'єднання» та «різниця» для множин учні розмірковують таким чином:

1) 100% – 95% = 5% жителів не розмовляють українською мовою;

2) 100% – 85% = 15% жителів не розмовляють російською мовою;

3) 100% – (5% + 15%) = 80% жителів розмовляють обома мовами.

Якщо розв'язання цієї задачі викликає труднощі, то доцільно проілюструвати на кругах Ейлера ситуацію, описану в задачі (рис. 2а), та заштрихувати множину, одержану на кожному кроці розв'язання.

Важливою змістово-методичною лінією шкільного курсу математики є функціональна лінія; вона пронизує весь курс алгебри основної та старшої школи. Це пов'язано насамперед з фундаментальністю самого поняття «функція», що відображає різноманітні процеси та явища реальної дійсності.

Засвоєння поняття функції, видів функції, властивостей функцій тісно пов'язане із засвоєнням та використанням графіків функції. В основній школі властивості функцій встановлюються за їхніми графіками, тобто на основі наочного образу та наочних уявлень, і лише деякі властивості обґрунтовуються аналітично.

Вже в курсі алгебри та початків аналізу (старша школа) апарат дослідження функції набагато розширюється за допомогою вивчення таких понять, як похідна та інтеграл. Специфічним у дослідженні функції в старшій школі є те, що учні, не маючи наочного представлення про графік функції, повинні в результаті дослідження властивостей функції побудувати її графік, тобто створити її певне наочне представлення.

Тому вивчення в старшій школі теми «Функції, їх властивості і графіки» доцільно розпочати з повторення та систематизації матеріалу, який вивчався в основній школі. Саме на цьому етапі дуже важливо оперувати на наочному рівні такими поняттями, як аргумент функції, область визначення та область значень функції, нулі функції, проміжок знакосталості функції, зростання та спадання функції на множині, екстремуми функції, найбільше та найменше значення функції на множині, парність, непарність і т.д.

Для того, щоб актуалізувати та скоректувати наочні уявлення учнів про функції та їх властивості, вчитель може запропонувати таке завдання:

Дано графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку [–4; 6]. Користуючись графіком, знайдіть:

– $f(-3)$; $f(-1)$; $f(3)$;
– значення x, при яких $f(x) = -4$; $f(x) = -2$; $f(x) = 4$;
– область значень функції;
– нулі функції;
– проміжки знакосталості функції;
– точки екстремуму функції;
– проміжки зростання і проміжки спадання функції;
– найбільше і найменше значення функції на проміжку [–4; 6].

Відповіді:

– $f(-3) = 3$; $f(-1) = -4$; $f(3) = 4$;
– якщо $f(x) = 4$, то $x = 3$;
якщо $f(x) = 0$, то $x \in \{-4, -2, 1, 5\}$;
якщо $f(x) = 3$, то $x \in \{-3, [2; 2{,}5], 4\}$;
– $E(f) = [-4; 4]$;
– $x = -4$, $x = -2$, $x = 1$, $x = 5$;
– якщо $f(x) > 0$, то $x \in (-4; -2) \cup (1; 5)$,

якщо $f(x)<0$, $x \in (-2;\, 1) \cup (5;\, 6]$;

– точки максимуму: $x = -3$; $x \in [2;\, 2{,}5)$, $x = 3$;

точки мінімуму: $x = -1$; $x \in (2;\, 2{,}5]$;

– $f(x)$ зростає на про проміжках [–4; –3], [–1; 2], [2,5; 3];

$f(x)$ спадає на проміжках [–3; –1], [3; 6];

– $\min\limits_{[-4;\,6]} f(x) = f(-1) = f(6) = -4$; $\max\limits_{[-4;\,6]} f(x) = f(3) = 4$.

При розв'язанні таких задач велику роль надають саме зоровому, графічно-символічному виду наочності. Наочне зображення (графік) постає опорним матеріалом, який несе в собі певну інформацію. При цьому формується важливе загальноосвітнє уміння – уміння «читати графік». Тільки спираючись на чіткі наочні уявлення учнів про основні властивості функцій, можна переходити до наступного етапу роботи – дослідження властивостей функцій за допомогою похідної (без попереднього графічного зображення).

Покажчиком достатнього рівня відповідних умінь може бути повне дослідження такої функції $y = \dfrac{x^3}{3 - x^2}$ та побудови її графіка.

Розглянемо загальну схему дослідження функції:

1) знайти область визначення функції та множину її значень;

2) дослідити функцію на парність та непарність, періодичність;

3) знайти точки перетину графіка функції з осями системи координат, точки розриву, проміжки знакосталості функції;

4) дослідити поведінку функції біля точок розриву та на нескінченності, знайти асимптоти графіка (якщо вони є);

5) знайти нулі та точки розриву похідної, інтервали монотонності функції, точки екстремуму та екстремальні значення функції;

6) знайти нулі та точки розриву другої похідної, інтервали опуклості графіка функції, точки перегину та значення функції в цих точках;

7) для побудови графіка необхідно знайти достатню кількість контрольних точок, через які він проходить.

Особливої уваги заслуговує наступний етап роботи з даною функцією – побудова її графіка за результатами проведеного дослідження. Слід підкреслити, що остаточний графік з'являється поступово, на основі «ескізів» (наносяться асимптоти, фіксуються точки перетину графіка з осями координат, зображуються точки екстремумів тощо).

На цьому етапі графік функції виступає не як засіб формування певних наочних уявлень учнів, а як результат (продукт) їх розумової діяльності (рис. 3).

Аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури та наші спостереження свідчать про те, що проблема доцільності використання різних видів наочності при вивченні курсу алгебри та початків аналізу потребує подальшого детального дослідження.

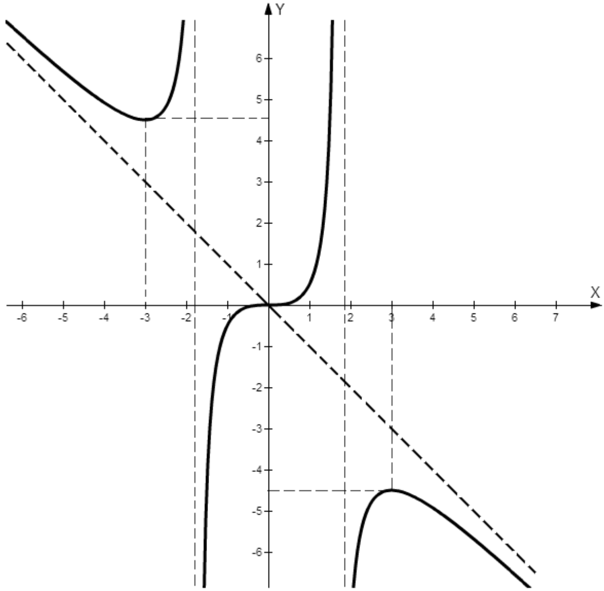


Рис. 3

Список використаних джерел

1. Вишневський О. І. Теоретичні основи сучасної української педагогіки : навч. посіб. / Омелян Вишневський. – 3-є вид., доопрац. і допов. – К. : Знання, 2008. – 566 с.

2. Кравченя Э. М. Использование средств наглядности в учебно-воспитательном процессе / Э. М. Кравченя // Адукацыя і выхаванне. – 2004. – № 8. – С. 9-14.

3. Кузнецов І. В. Проблеми реалізації принципу наочності при навчанні алгебри та основам математичного аналізу старшокласників / Кузнецов І. В. // Вісник Черкаського університету. – 2012. – Випуск 189. Частина 1. – С. 64-67.

4. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу:[підруч. для 10 кл. загал.-освіт. навч. закладів] / Є. П. Нелін. – Харків : Гімназія, 2010. – 416 с.

5. Рашковський П. О. Наочність як один із основних принципів навчання / Рашковський П. О. // Науковий вісник Мелітопольського держ. пед. ун-ту імені Богдана Хмельницького. – 2011. – № 6. – С. 332-337.

6. Скрипниченко О. В. Вікова та педагогічна психологія : [навч. посіб.] / О. В. Скрипниченко, Л. В. Долинська, З. В. Огороднійчук. – К.: Каравела, 2007. – 400 с.

ФОРМУВАННЯ ІНТЕНСИВНОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ ПІД ЧАС ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

О. О. Чумак
Україна, м. Краматорськ, Донбаська державна машинобудівна академія
chumaklena@mail.ru

Постановка проблеми. На сучасному етапі вищої технічної освіти все більше уваги приділяється ефективності навчання. Адже за умов стрімкого науково-технічного прогресу виникає потреба у формуванні нового типу мислення майбутніх фахівців інженерної галузі, яке б уможливлювало їх мобільність, здатність орієнтуватись в потоці наукової й технічної інформації, швидко розв'язувати професійні завдання та сприяло б їх подальшій самоосвіті та саморозвитку. Тому сучасні роботодавці висувають все більш високі вимоги до професійно важливих якостей випускників технічних ВНЗ, серед яких зазначається вільне володіння ІКТ та вміння його застосування й модернізації. Формування цих якостей важливо починати вже під час навчання майбутніх інженерів математичних дисциплін, зокрема теорії ймовірностей та випадкових процесів (ТЙ та ВП) через залучення засобів інтенсифікації процесу навчання.

Аналіз досліджень і публікацій. Проблемі інтенсифікації процесу навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах (ВНЗ), його оптимізації, активізації, індивідуалізації, диференціації присвячені роботи багатьох науковців, серед яких К. В. Власенко [2], М. І. Жалдак [3], Л. С. Пуханова [6], О. І. Скафа [7]. В роботах цих вчених висвітлюються можливості організації інтенсивної навчальної діяльності та важелі управління нею на основі використання сучасних інформаційних технологій, серед яких важливе місце посідають ІКТ.

Проте, аналіз науково-методичної літератури показав, що проблема формування інтенсивної навчальної діяльності студентів під час навчання ТЙ та ВП досі залишається невирішеною. Оскільки ще нерозв'язаним залишається питання про перевантаження студентів, що виникає під час доповнення змісту вищезазначеної дисципліни системою професійно орієнтованих завдань та практично відсутніми механізмами формування інтенсивної діяльності та управління нею в ході проведення практичних занять з ТЙ та ВП із використанням ІКТ.

Метою нашої розвідки є аналіз наукової та науково-методичної літератури з питання формування інтенсивної навчальної діяльності майбутніх інженерів у процесі вивчення ТЙ та ВП та створення теоретичної основи дослідження «Методика професійно орієнтованого навчання студентів вищих технічних навчальних закладів під час практичних занять з теорії ймовірностей та випадкових процесів».

Виклад основного матеріалу. Слово «інтенсифікація» походить від французького слова «*intensif*», що, в свою чергу, пішло від латинського: «*intensio*» й «*fasio*», означаючи, відповідно, «напруга» і «роблю». Так, за великими енциклопедичним словником [1], інтенсивність – це напруженість, посилена діяльність. Як зазначає, К. В. Власенко [2], вищезазначене дає можливість розуміти під інтенсифікацією процес прискореного, але якісного розв'язування іншої проблеми, а також організацію умов, що сприяють її розв'язанню. Така організація припускає застосування більше ефективних засобів, використання передових методів і технологій, досягнень науки та оптимальну організацію праці. Ми погоджуємось з її думкою про те, що інтенсифікація процесу навчання вимагає грамотної й пролонгованої організації діяльності.

Це підтверджується і в дослідженні Т. В. Крилової [4], яка наголошує на необхідності підвищення якості математичної підготовки студентів шляхом інтенсивної навчальної діяльності. Оскільки, за її словами, кількість інформації з математичних дисциплін в технічному ВНЗ останнім часом стала досить великою та не може бути засвоєною за відносно короткий термін навчання, то її треба впорядкувати на принципово новій основі. Цією основою, за її думкою, може бути керування самостійною роботою студентів через залучення програмних засобів. На це вказує і О. Г. Фомкіна [8], але вона також зазначає, що великої значущості набуває не тільки організація самостійної роботи студентів, а і її методичне забезпечення, яке уможливлює оптимізацію, індивідуалізацію та диференціацію навчання. А важелями підвищення рівнів їхнього забезпечення є впровадження різноманітних тренажерів.

У контексті даного дослідження цікавим є визначення інтенсифікації процесу навчання, що його пропонує Д. Ш. Матрос [5]. Інтенсифікація ним детермінується як запровадження в навчання нових методів і засобів, що забезпечують подальше підвищення якості підготовки спеціалістів на основі активізації навчання; більш повного врахування психолого-педагогічних закономірностей формування знань, умінь і навичок; урахування індивідуальних особливостей психіки учнів; використання психофізіологічних засобів підтримки працездатності учнів та викладачів, а також інших досягнень науково-технічного прогресу в галузі підготовки кадрів. Але в його дослідженні не приділяється достатньо уваги комп'ютеризації процесу навчання, що є наслідком інформатизації суспільства та вагомим чинником формування інтенсивної навчальної діяльності.

Підсумовуючи проведений аналіз літературних джерел стосовно організації інтенсивної навчальної діяльності та досконалого управління нею, можна зробити висновок, що вона передбачає:

– збільшення числа задач і завдань, що виконуються за допомогою програмних засобів навчання під час як аудиторної, так і самостійної роботи студентів;

– прискорення темпу навчання за рахунок застосування ІКТ;

– підвищення активності студента, що вимагає більш досконалої підготовки викладача до занять та використання ним програмних засобів;

– управління діяльністю студентів на основі застосування ЕДК (евристико-дидактичних конструкцій);

– використання комп’ютерних засобів навчання, що максимально активізують дію студентів у конкретній ситуації;

– застосування інтенсивного контролю, що сприяє здійсненню зворотного зв’язку студента з викладачем.

Таким чином, під інтенсифікацією процесу навчання майбутніх інженерів ТЙ та ВП ми будемо розуміти підвищення продуктивності навчальної діяльності студентів, її активізації та оптимізації через застосування ІКТ.

На цій основі ми уточнюємо поняття інтенсивної навчальної діяльності майбутніх інженерів у ході навчання теорії ймовірностей та випадкових процесів, під яким будемо розуміти динамічну навчальну діяльність студента у швидкозмінних ситуаціях, що вимагають застосування інформаційно-комунікаційних технологій.

А під формуванням інтенсивної навчальної діяльності майбутніх інженерів під час навчання ТЙ та ВП ми розуміємо ефективне освоєння ними нових навчальних продуктів за рахунок впровадження в процес навчання ІКТ, що сприяють виробленню в студентів технічних ВНЗ за більш стислі проміжки часу вміння діяти оптимально і продуктивно як у процесі навчання досліджуваної дисципліни, так і в їхній майбутній професійній діяльності.

Таким чином, розв’язання окреслених нами проблем ми вбачаємо у систематичному використанні ІКТ під час практичних занять з ТЙ та ВП: для аналізу умови завдання; для побудови ймовірнісної моделі; для реалізації ймовірнісної моделі, тобто для обчислень; для контролю якості сформованих знань студентів.

Крім того, ми погоджуємось із думкою багатьох науковців, що ефективність використання інформаційних технологій залежить не лише від їхньої технічної досконалості, а, значною мірою, від існування досконалої методики їхнього застосування та змісту навчально-мтодичного забезпечення, що уможливлює формування інтенсивної навчальної діяльності майбутнього інженера під час навчання ТЙ та ВП.

Наведемо приклад застосування системи комп'ютерної алгебри (CAS) Excel для реалізації ймовірнісної моделі до професійно орієнтованого завдання з теми «Закони розподілу неперервних випадкових величин».

Так, під час практичного заняття з вищезазначеної теми студентам може бути запропоновано завдання, що буде їм корисним у процесі навчання загальноінженерної дисципліни «Теорія надійності».

Завдання. Пристрій складається з двох незалежно працюючих елементів. Час безвідмовної роботи обох елементів розподілений за показниковим законом, при чому для першого елементу інтенсивність відмов дорівнює $\lambda = 0{,}03$, а для другого – $\lambda = 0{,}06$. Знайдіть ймовірність того, що за 7 годин обидва елементи відмовлять.

Ймовірнісна модель до завдання може бути побудована в ході колективної або самостійної роботи студентів, а може бути запропонована викладачем у готовому вигляді.

Так, ймовірнісна модель до завдання матиме вигляд: Знайдіть ймовірність добутку двох незалежних подій $P(A{\cdot}B)$, якщо ймовірність появи події A визначається за показниковим законом із інтенсивністю $\lambda = 0{,}03$ та часом $t = 7$ годин, а ймовірність появи події B визначається за показниковим законом із інтенсивністю $\lambda = 0{,}06$ та часом $t = 7$ годин.

Після цього реалізацію складеної моделі доцільно організувати через залучення MS Excel, оскільки її розв'язування передбачає застосування показникового закону розподілу, що реалізований в Excel, як функція ЭКСП.РАСП. Для її використання студентам можуть бути запропоновані наступні навчально-методичні інструкції:

1. На панелі інструментів оберіть «Вставити функцію»;
2. У вікні, що з'явиться оберіть категорію «Статистичні» та функцію «ЭКСП.РАСП»;
3. Заповніть аргументи функції «ЭКСП.РАСП» (рис. 1);
4. Зафіксуйте отриманий результат.

Таким чином, використання різноманітних програмних засобів та вбудованих в них статистичних функцій дає змогу зекономити час на виконанні рутинних обчислювальних процедур. А це, в свою чергу, уможливлює збільшення кількості та діапазону завдань, що використовуються у навчальному процесі, та сприяє формуванню вмінь математичного моделювання. На це вказує і М. І. Жалдак, котрий у [3] зазначає, що використання комп'ютера під час навчання математичних дисциплін надає можливість значно збільшити обсяг матеріалу, що засвоюється студентом, завдяки тому, що він подається в більш загальному, систематизованому вигляді. Він наголошує, що особливого значення при цьому набуває розвиток творчого мислення студента через реалізацію проблемної ситуації або постановку завдання та уможливлюється принцип розвивального навчання, коли замість збільшення обсягу матеріалу, що необхідно засвоїти студентові, увага приділяється формуванню вмінь використовувати цей матеріал.

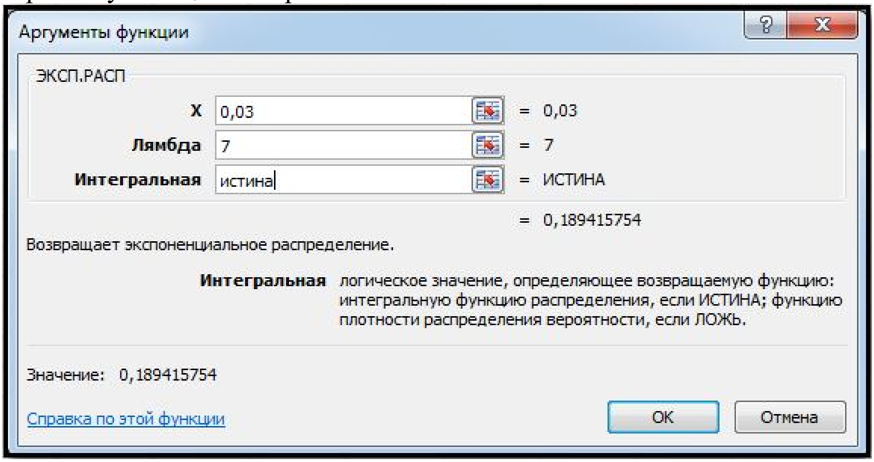


Рис. 1. Вікно Excel: заповнення аргументів функції ЭКСП.РАСП

Саме тому доповнення традиційних засобів навчання використанням ІКТ уможливлює організацію інтенсивної навчальної діяльності студентів та має педагогічні переваги, серед яких Л. С. Пуханова [6] викремлює підсилення пізнавальної активності студентів до навчання дисципліни; більш активну самостійну діяльність студентів; створення нової технічної основи для здійснення навчального процесу та представлення навчальної інформації через використання сучасних засобів відеотехніки; якісну зміну контролю за діяльністю студентів, що забезпечує його об'єктивність, оперативність, гнучкість; закріплення навичок роботи з комп'ютерною технікою.

Висновки.

Використання ІКТ для створення різних форм інформаційної підтримки навчання майбутніх інженерів ТЙ та ВП лежить у руслі підходу, що пропонує залучати студента до активного процесу застосування програмних засобів з метою послідовного «навчання» комп'ютера та його використання в інженерних дослідженнях. А це, в свою чергу, сприяє формуванню інтенсивної навчальної діяльності під час проведення практичних занять з ТЙ та ВП.

Список використаних джерел

1. Большой энциклопедический словарь / [под ред. А. В. Прохорова]. – М. : Изд-во МКС, 2001. – 1456 с.

2. Власенко К. В. Теоретичні й методичні аспекти навчання вищої математики з використанням інформаційних технологій в інженерній машинобудівній школі : монографія / К. В. Власенко ; науковий редактор д. пед. н., проф. О. І. Скафа. – Донецьк : Ноулідж, 2011. – 410 с.

3. Жалдак М. І. Елементи стохастики з комп’ютерною підтримкою : посібник для вчителів / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін. – К. : ДІНІТ, 2001. – 70 с.

4. Крилова Т. В. Концепція фундаменталізації математичної освіти студентів технічних університетів / Т. В. Крилова // Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». – К. : Національний педагогічний університет ім. М. П. Драгоманова, 2011. – С. 160–161/

5. Матрос Д. Ш. Управление качеством образования на основе новых информационных технологий и образовательного мониторинга / Матрос Д. Ш., Полев Д. М., Мельникова Н. Н. – М. : Педагогическое общество России, 1999. – 96 с.

6. Пуханова Л. С. Застосування елементів інформаційних технологій як засіб інтенсифікації навчального процесу / Л. С. Пуханова // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 22. – Донецьк : ТЕАН, 2004. – С. 34–37.

7. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология : монография / Е. И. Скафа. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

8. Фомкіна О. Г. Методичне забезпечення самостійної роботи студентів з курсу «Теорія ймовірностей» / О. Г. Фомкіна // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 21. – Донецьк : ТЕАН, 2004. – С. 48–51.

ДЕЯКІ МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ РОЗВИТКУ РЕФЛЕКСІЇ СТУДЕНТІВ-ПЕРШОКУРСНИКІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ

О. Л. Швай
Україна, м. Луцьк, Східноєвропейський національний університет
імені Лесі Українки
Savarage@meta.ua

Націленість вищої освіти на підготовку компетентних, конкурентоспроможних спеціалістів передбачає, що діяльність студентів під час навчання має забезпечувати їхнє особистісне зростання. Воно проявляється через підвищення рівня відповідальності, розвиток творчих здібностей, готовність вчасно відмовитися від старого досвіду і набути новий. Однією з основних компетентностей людини є рефлексія (від лат. *reflexio* – звернення назад).

У широкому розумінні рефлексія – це міркування, осмислення, самоаналіз людиною своєї діяльності в системі відношень із світом, у якому вона живе. Рефлексія широко вивчається у філософії, психології та педагогіці. Доведено, що організована навчально-пізнавальна діяльність студентів може стати засобом розвитку рефлексії. Однак результати аналізу масової педагогічної практики свідчать про те, що у вищій школі розвитку рефлексії студентів приділяється недостатня увага. На наш погляд, причина цього полягає у надзвичайній широті і варіативності теоретичних досліджень в той час, як технологічні підходи до формування рефлексії студентів розроблені мало.

Мета статті – проаналізувати трактування поняття «рефлексія» та розкрити деякі методичні аспекти розвитку рефлексії студентів у процесі вивчення математики у вищому навчальному закладі.

Поняття «рефлексія» виникло у філософії. Сам термін у науку ввів Р. Декарт. У своїй праці «Розмова з Бурманом» він зазначав, що усвідомлювати – означає мислити й рефлексувати над власним мисленням. Вчений ототожнював рефлексію зі здібністю індивіда зосереджуватися на змісті своїх думок, абстрагуючись від зовнішнього, тілесного.

У працях І. Канта рефлексія набула гносеологічної форми і стала розглядатися як форма пізнання.

У сучасному філософському розумінні рефлексія трактується як принцип людського мислення, що спрямовує його на осмислення й усвідомлення власних форм і передумов; предметний розгляд самого знання, критичний аналіз його змісту і методів пізнання; діяльність самопізнання, що розкриває внутрішню будову і специфіку духовного світу людини.

Психологи під рефлексією розуміють психічний механізм, який забезпечує існування людської діяльності. Рефлексія домінує серед інших рівневих компонентів і відіграє провідну роль у реалізації особистісної складової творчого процесу. Вона розглядається як процес самопізнання суб'єктом свого внутрішнього світу, стану психічних процесів. Проте рефлексія – не тільки знання й розуміння самого себе, але й встановлення того, як інші розуміють і сприймають особистість, її емоційні реакції і когнітивні уявлення. Це процес подвійного, дзеркального взаємовідображення суб'єктами один одного, змістом якого є відтворення особливостей одне одного.

Л. С. Виготський підкреслював значення рефлексії як конструюючої характеристики свідомості, наголошуючи, що остання виникає лише за появи самосвідомості [2; 3].

С. Л. Рубінштейн зазначав, що завдяки наявності рефлексії суб'єкт стає здатним здійснювати управління діяльністю, досягати мети. Виникнення рефлексії обумовлене всім ходом життя і діяльності індивіда, завдяки їй здійснюється опосередкована взаємодія суб'єкта зі світом, у ході переломлення зовнішніх впливів через специфіку суб'єктивного світу особистості. Рефлексія є джерелом внутрішнього досвіду, способом самопізнання і необхідним засобом мислення.

У педагогічних дослідженнях існують різні підходи до розгляду рефлексії та її видів. Так, В. В. Давидов трактує поняття «рефлексія» як особливу пізнавальну дію, що полягає в уточненні індивідом своїх знань, у розкритті їх суті через аналіз і узагальнення.

Для Е. В. Ільєнкова рефлексія – це таке осмислення людиною своїх дій, в ході здійснення яких вона повністю усвідомлює ці дії. Рефлексію розглядають також, як визначену фазу навчальної діяльності, що виникає в ситуації неузгодженостей (протиріч) необхідного і можливого та являє собою закономірність і умову його формування і розвитку. Завдяки наявності такої фази в діяльності зберігається її цілісність і виникає можливість корекції змісту елементів діяльності [1]. Отже, залежно від завдань дослідження, вчені акцентують увагу на певному аспекті рефлексії:

– у мисленні – для усвідомлення підстав для власних дій: рефлексія як мислення про мислення;

– у процесах спілкування – для усвідомлення суб'єктом того, як він сприймається і оцінюється іншими;

– у дослідженнях свідомості, самосвідомості – як звернення пізнання людини на свій внутрішній світ.

Доведено, що рефлексія має свою психологічну структуру, яка включає потреби, мотиви, цілі, операції, дії, результати і т.д.

Як діяльність, рефлексія, може володіти такими якостями: активність, самостійність, креативність, продуктивність тощо.

Дослідники поняття «рефлексія» поділяють на види: ретроспективна і перспективна (А. В. Петровський); інтелектуальна і особистісна (І. Н. Семенов та С. Ю. Степанов); формальна і змістовна (В. В. Давидов); аналітична і синтетична (І. С. Ладенко).

Досить цікавим є підхід Г. П. Щедровицького, який розглядає рефлексію як механізм засвоєння, умову появи в індивіда нових способів діяльності і нових спроможностей [8, 52-53]. Розкриваючи зміст цього механізму, вчений висловлює судження про те, що для появи нових засобів і способів діяльності необхідно, щоб сама діяльність стала предметом спеціального дослідження, щоб на неї спрямовувалася б нова вторинна діяльність.

У контексті нашого дослідження під рефлексією ми будемо розуміти вид розумової діяльності студентів, який направлений на аналіз, осмислення, переосмислення процесів і результатів власної навчальної діяльності.

Навчальна діяльність, як творчий процес, неможлива без рефлексії – пошуку, самооцінки, обговорення із собою власного досвіду навчання, реального й уявлюваного. Засвоєння відбувається тільки тоді, коли в справу включається керована рефлексія, за рахунок якої і виокремлюються схеми діяльності – способи розв’язування завдань.

Ґрунтуючись на результатах дослідження розумової діяльності, проведеного Г. П. Щедровицьким, можна досвід індивіда умовно поділити на три принципово різні типи (три простори). В першому з цих просторів буде розташований той досвід індивіда, що він набув і здобуває у процесі здійснення предметно-практичної діяльності, у процесі спостереження, дослідження предметно-практичної діяльності інших людей. У другому просторі розташований той досвід індивіда, який він набув, здійснюючи мовну діяльність, будуючи або сприймаючи мовні тексти рідною чи іноземною мовами, умовними мовами (наприклад, математичною), тобто здійснюючи діяльність, пов’язану зі знаками, знаковими системами. У третьому просторі розташована та частина досвіду індивіда, у якій «зберігаються» сприйняті й засвоєні або вироблені ним самостійно ідеї, абстракції, сутності.

Студент може, перебуваючи в одному з цих трьох просторів (наприклад, у просторі текстів), здійснювати рефлексію над іншим простором свого досвіду. Якщо студент здійснює рефлексію із простору текстів, то він інтерпретує предметний світ у знаковій формі, використовуючи мову. Якщо ж здійснює рефлексію із простору чистого мислення, ідей, категорій, то він рефлектує, «бачить» уже не за допомогою мови, а за допомогою ідей, категорій.

Усяка діяльність, здійснювана індивідом буде репродуктивною, нетворчою, якщо вона здійснюється в результаті прямого копіювання, переносу способу дії, здійснюваного в тому самому просторі іншим індивідом. Діяльність буде творчою лише тоді, якщо вона є результатом рефлексії, результатом рефлективного «переходу», переносу через інший простір, відмінний від того, у якому вона здійснюється. Творчою буде діяльність і того індивіда, який у рефлексії із простору чистого мислення «вбачає» сутність деякої предметно-практичної діяльності, а потім реалізує цю сутність в іншому типі предметно-практичної діяльності [8].

Отже, сутність творчої діяльності полягає в тому, що вона є результатом рефлексивного «переходу», переносу з одних просторів досвіду в інші. Тому щоб навчати студентів здійснювати творчу діяльність, необхідно навчати їх здійснювати рефлексію.

Ми поділяємо точку зору К. І. Приходченко [5] про те, що основа успішного творчого розвитку студентів буде залежати від:

– побудови педагогом системи цілеспрямовано організованих занять з формування творчого уявлення, провідне місце в якій посідає розумовий розвиток;

– систематичності використання розвивальних ігор у повсякденному житті для закріплення вивченого матеріалу;

– навчання студентів створювати нове на основі почутого, побаченого, емоційно пережитого на суб'єктивному рівні;

– формування середовища, яке допоможе студентові розкритися;

– особистісної інтелектуальної культури;

– потреби постійного вдосконалення.

Визначають такі ознаки розвинутої рефлексивної позиції студента в навчальній діяльності:

– усвідомлення студентом особливостей навчальної діяльності, її структури та етапів її формування;

– усвідомлення студентом себе як суб'єкта навчальної діяльності;

– прагнення студента до самопізнання, націленість на пізнання своїх навчальних можливостей і здібностей та порівняння їх із вимогами навчальної діяльності;

– здатність до самоспостереження в процесі здійснення навчальної діяльності з метою самоконтролю і подальшої саморегуляції;

– аналіз результатів зрушень у навчальній діяльності, зіставлення цих результатів з існуючими нормативними уявленнями, наявність адекватної оптимістичної самооцінки, усвідомлення ставлення інших, оцінки іншими її результатів.

Серед перешкод, які заважають розвитку рефлексії, є як об’єктивні так і суб’єктивні. До об’єктивних відносять бар’єри, що пов’язані з недосконалістю людської природи: відсутність мотивації, інтересу до самого себе; несформованість дій виявлення, фіксації, аналізу, оцінювання, ухвалення; нездатність до адекватної самооцінки. До суб’єктивних – бар’єри, визначені особистісними особливостями людини, що пізнає себе. Як правило, це страх пізнати себе, щоб не зрушити упевненість у собі.

Рефлексія припускає цілеспрямовану організацію викладачем. На сьогоднішній день існує ряд методів навчання рефлексії:

– створення на робочому місці рефлексивного середовища (С. Ю. Степанов);

– використання різного роду ігор, об’єднаних у навчальні сесії (О. Анісімов, Г. П. Щедровицький);

– культивування механізмів особистісної та інтелектуальної рефлексії в ситуації лабораторного експерименту, шляхом вирішення нестандартних, творчих завдань (В. К. Зарецький, І. Н. Семенов);

– при проведенні психологічних тренінгів (І. В. Вачков) [4].

Однак дані підходи не завжди дозволяють перенести сформовані навички з ситуації навчання у ситуацію практичної діяльності, причому вони достатньо складні й трудомісткі. У зв’язку з цим виникає необхідність розробки системи роботи викладача, яка б розвивала рефлексію студентів у звичайних умовах навчального процесу.

Увага викладача повинна бути спрямована не лише на результати навчання, але й на сам процес виконання студентом навчальної діяльності. Практика роботи показує, що характерною особливістю теперішніх першокурсників є не лише низька базова підготовка з елементарної математики, а й намагання вгадати відповідь; застосувати формулу з розв’язку попередньої задачі, не проаналізувавши навіть її зміст і т.п. Потрібно прилучати студентів, особливо першокурсників, до формування потреб самопізнання та самоаналізу. Є підстави стверджувати, що якщо першокурсники не здобули навичок рефлексії, то пізніше з цим завданням справитися значно складніше. Завдання викладача – створити для студента «рефлексивний простір», який дозволить йому, абстрагуючись від своєї предметної діяльності, аналізувати власну діяльність, проникнути в її сутність.

Здатність до рефлексії формується й розвивається у студентів під час навчальної діяльності. Студент повинен усвідомити основні компоненти своєї діяльності – її зміст, тип, способи, проблеми, шляхи їх вирішення тощо. Усвідомлення студентом значення і змісту власних дій стає можливим лише тоді, коли він може їх детально проаналізувати. Тому навчаючи певної дії, зокрема математичної, необхідно вимагати від студента не тільки самостійного і правильного її виконання, але й розгорненого словесного пояснення всіх виконуваних операцій.

Ефективність застосування технологій рефлексії багато в чому визначається правильною постановкою запитань до студентів.

Усі запитання, які використовуються при вивченні математики, можна класифікувати наступним чином:

– за глибиною сприйняття матеріалу (основні і другорядні);

– за характером постановки (запитання на відтворення, розуміння, розвиток);

– за компонентами дидактичної системи (запитання до змісту матеріалу, до діяльності студентів тощо);

– уточнюючі запитання (запитання на пояснення суті, на виявлення наслідків тощо);

– риторичні (запитання, які не вимагають прямої відповіді, націлені на концентрацію уваги студентів).

Доцільно частіше ставити запитання про те, що робить студент, чому робить саме так, чому його дія правильна. Подібні запитання рекомендується ставити не тільки у випадках, коли допускається помилка, а постійно, привчаючи студентів до детального пояснення та обґрунтування.

Ефективними є запитання стосовно діяльності студентів з точки зору її ефективності, продуктивності, відповідності поставленим завданням.

Потрібно запитувати:

– про причини (Чому? Як? Хто?);

– заглиблюватися у відповіді (Чому цього немає? Що було б, якщо ...? Що зміниться, якщо …?);

– шукати альтернативні теорії (Чи є інша можливість? Де ще застосовувалося щось подібне? Що підказує інтуїція?).

Відмітимо деякі типові недоліки, які зустрічаються у постановці запитань до студентів:

– однотипні запитання;

– відсутність реакції викладача на відповідь;

– відсутність часу у студентів на обдумування запитань;

– відповіді самого викладача на запитання;

– невідповідність запитання процесу навчання.

Важливо підкреслити, що запуск рефлексії здійснюється при постановці запитань та завдань, які викликають утруднення в діяльності студентів. Дана ситуація потенційно може мати два виходи: використання студентом попереднього досвіду (свого або чужого) у здійсненні аналогічної діяльності. Якщо ж аналогів зробленої діяльності в минулому досвіді немає, то створюється план майбутньої діяльності, однак цей план може бути вироблений тільки на основі аналізу минулого досвіду. Це називається рефлексивним виходом, а сама нова позиція діяча – рефлексивною позицією. У такій схемі минула діяльність виступає як матеріал аналізу, а майбутня діяльність – у якості проектованого об'єкта.

Як показує досвід, в кінці кожного заняття доцільно відводити частину часу на рефлексивну діяльність. У ході такої діяльності студенти здобувають вміння задавати питання, уточнювати сказане, робити критичні зауваження, оцінювати свої здобутки та труднощі. Завдання викладача створити такі умови, щоб студент захотів говорити про проведене заняття і свою діяльність на ньому.

Бажано, щоб викладач проаналізував навчально-пізнавальну діяльність студентів, звернувши увагу на такі її аспекти:

– вміння швидко включатися в діяльність;

– вміння планувати та послідовно виконувати навчальне завдання;

– вміння самостійно перевіряти та оцінювати правильність його виконання;

– вміння критично оцінювати результати діяльності в цілому;

– вміння плідно працювати з джерелом інформації, наприклад підручником;

– вміння визначати перспективи вдосконалення навчально-пізнавальної діяльності.

Великий дидактичний потенціал має проведення ввідних та підсумкових узагальнюючих занять. На таких заняттях викладач може продемонструвати прийоми систематизації, алгоритмізації учбової інформації, що безпосередньо пов'язано з узагальненням понять, суджень, методів, теорій, виділенням фундаментальних ідей, встановленням зв'язків, відмінностей, аналогій тощо.

До ефективних засобів організації і розвитку навичок самоконтролю студентів належать методичні рекомендації щодо самопідготовки студентів. Такі рекомендації повинні містити певні орієнтири для визначення якості виконання поставлених завдань, включати не тільки перелік рекомендованої літератури, але й основні теоретичні відомості. Це створює можливості для акцентування уваги студентів на головному при засвоєнні навчального матеріалу. Запитання та завдання для самоперевірки повинні допомогти студентам встановити й проаналізувати логічні зв'язки навчального матеріалу. Наведення зразків розв'язання типових вправ, значна кількість вправ для самостійного розв'язування, зразки завдань рівневого контролю (у тому числі тестів) допомагають підвищити ефективність самостійної роботи студентів. Наявність таких чітких орієнтирів сприяє рефлексії та об'єктивності самооцінювання студентів. Відмітимо, що необхідними умовами переведення контролю у самоконтроль також є:

– максимум поваги і вимогливості до особистості студента у процесі його навчально-пізнавальної діяльності;

– забезпечення матеріальної, операційної та психологічної готовності студента до засвоєння навчального матеріалу.

Використання інформаційних технологій у вигляді електронних посібників, тестових завдань і т. п. значно підвищить ефективність діяльності студентів із самоконтролю.

Викладач повинен уміти привернути увагу та цікавість студентів до математики, а отже, викликати прагнення вивчити її. Важливою характеристикою пізнавальної задачі виступає, користуючись термінологією О. М. Леонтьєва, пристрасність студента до її змісту та форми. Пристрасність характеризує те, наскільки знання, які входять до складу змісту пізнавальної задачі, мають для студента особистісний смисл, як вони втілюють його потреби, мотиви та цілі, як і наскільки вони пов'язані з його суб'єктивно передбачуваним майбутнім. Потрібно постійно звертати увагу студентів на витонченість формулювання та внутрішню досконаліcть доведення математичних теорем, на красиві раціональні способи розв'язання нешаблонних задач, наводити аналізи парадоксів та софізмів, розкривати лабораторію математичної творчості. Задачі прикладного характеру розкривають зв'язки математики з іншими науками, показують глибину загальності математичних методів. Коли студент бачить приклади цікавих постановок задач, приймає участь в обговорення різних способів їх розв'язання, то це дає великий стимул для самостійної роботи студента, спонукає його усвідомлено планувати власну діяльність.

Збільшують інтерес до математики і стимулюють мислення студентів історичні екскурси на лекціях про вчених-математиків, розповіді про труднощі з якими вони зіткнулися при розв'язанні математичних проблем, про їх успіхи і невдачі. Все це дозволяє студентам навчитися розуміти мету навчальної діяльності, усвідомлено планувати цю діяльність, правильно аналізувати успіхи й труднощі в її досягненні.

Особливу увагу викладачі повинні приділяти виявленню результатів рефлексії. Таких результатів може бути кілька видів:

– предметна продукція діяльності – ідеї, пропозиції, закономірності, відповіді на запитання тощо;

– способи, які використовувались чи створювались в ході діяльності;

– гіпотези щодо майбутньої діяльності.

Висновки. Психологи, філософи, педагоги активно досліджують проблему рефлексії і її місце в структурі творчого мислення, саморозвитку й самопізнання особистості.

Проаналізувавши різні визначення поняття «рефлексія» та особливості її вияву у процесі навчання, з'ясовано, що єдиного підходу до їх трактування немає. Разом із тим безсумнівним є те, що рефлексія відіграє важливу роль у розвитку особистості студентів: призводить до цілісного знання про зміст, способи та засоби своєї діяльності; дозволяє критичніше поставитися до власної діяльності. Вона є засобом самопізнання студента в професійному самовихованні й способом формування творчої особистості.

Потрібно прилучати студентів, особливо першокурсників, до формування потреб і мотивів самопізнання, самоаналізу навчальної діяльності. Орієнтуючи діяльність студентів на посилення рефлексивних процесів, викладачі сприяють розвитку їх творчої навчальної діяльності.

Список використаних джерел

1. Беликов В. А. Личностная ориентация учебно-познавательной деятельности / В. А. Беликов. – Челябинск : Факел, 1995. – 141 с.

2. Выготский Л. С. Динамика и структура личности подростка / Л. С. Выготский // Хрестоматия по возрастной и педагогической психологии. – М. : Педагогика, 1982. – С. 138-142.

3. Выготский Л. С. Мышление и речь / Л. С. Выготский // Психология развития человека. – М. : Эксмо, 2005.

4. Принципы рефлексивной психологии педагогического творчества / С. Ю. Степанов, Г. Ф. Похмелкина, Т. Ю. Колошина, Т. В. Фролова // Вопросы психологии. – 1991. – №5. – С. 5-14.

5. Приходченко К. І. Поняття «інтелект» як когнітивний компонент регуляції творчого освітньо-виховного середовища / К. І. Приходченко // Педагогіка формування творчої особливості у вищій і загальноосвітній школах : зб. наук. праць. – Запоріжжя, 2009. – Вип. 5 (58). – С. 157-161.

6. Тур Р. І. Педагогічна рефлексія – основа формування творчого саморозвитку особистості / Р. І. Тур // Управління школою. – 2004. – №13. – С.17-23.

7. Шарко В. Д. Діагностика впливу модульної технології навчання на рефлексію учнів / В.Д.Шарко // Педагогічні науки : збірник наукових праць. Випуск 9. – Херсон : Айлант, 1999. – С. 297-303.

8. Щедровицкий Г. П. Очерки по философии образования (статьи и лекции) / Г. П. Щедровицкий. – М. : Педагогический центр «Эксперимент», 1993. – С. 52-53.

ДОВЕДЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТВЕРДЖЕНЬ І ЗАДАЧ ТА ЇХ ЗНАЧЕННЯ ДЛЯ РОЗВИТКУ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ

І. В. Школа, П. І. Ульшин
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
ilona_shkola@rambler.ru

Історія розвитку математики стверджує, що перші геометричні задачі з'явилися у стародавніх народів Єгипту і Вавилону близько XX ст. до н. е. Їхня поява була зумовлена практичними потребами: вимірюванням відстаней, обмеженням площ земельних ділянок, визначенням об'ємів будівельних робіт. Для розв'язування таких задач експериментальним шляхом були знайдені правила, за якими стверджувалося: «Роби так!».

Так розв'язувались геометричні задачі в той період і в Стародавній Греції. Проте, починаючи з VI ст. до н. е., греків зацікавило питання: Чому? – треба робити так. Перший із грецьких мислителів, який почав з'ясовувати такі питання, був Фалес Мілетський (бл. 624–548 рр. до н.е.). Він організував іонійську школу і разом зі своїми учнями почав здійснювати доведення різних тверджень. Для доведення він запропонував користуватись очевидними твердженнями, тобто безперечними, і називалися вони аксіомами.

У школі Фалеса були зроблені наступні доведення: діаметр ділить коло навпіл; кут вписаний у півколо є прямим; у рівнобедреному трикутнику кути при основі рівні; вертикальні кути, утворені двома прямими, – рівні; паралельні прямі ділять сторони кута на пропорційні відрізки (теорема Фалеса); трикутник визначається двома сторонами і прилеглим до них кутом.

Другим творцем теоретичної математики в Стародавній Греції був Піфагор Самоський (бл. 580-500 рр. до н.е.). Він був засновником піфагорійської школи. Піфагорійці, користуючись аксіомами, перетворили раніше відомі правила, знайдені експериментальним шляхом, у наукові положення, обґрунтовані точними доведеннями.

Піфагору і його учням належать наступі доведення в геометрії: сума внутрішніх кутів трикутника дорівнює 180°; властивості подібних трикутників; властивості паралелограмів і прямокутників; теореми про рівновеликі фігури. Теорема Піфагора стала найвеличнішим досягненням піфагорійської школи.

У VI ст. до н. е. давньогрецькі вчені Гіппократ Хіоський, Демокріт, Левкіпп, Февдій та ін. намагалися систематизувати нагромаджений їх попередниками теоретичний матеріал.

Найбільш вдалим твором із систематизації геометричних знань була праця давньогрецького вченого Евкліда, написана у III ст. до н.е. під назвою «Начала». Для обґрунтування геометрії Евклід використав розроблений ним аксіоматичний метод.

Протягом трьох століть вчені Стародавньої Греції створили теорії, глибину яких по-справжньому змогли зрозуміти й оцінити лише математики XIX і XX століть.

Проблема навчання доведенням досліджувалась багатьма відомими математиками, та, незважаючи на довготривалість досліджень, методика навчання учнів доказово мислити на сучасному етапі не досить досконала. В зв'язку з цим дана тема є *актуальною*.

Доведення – це логічне міркування, при якому встановлюється істинність або хибність будь-якого твердження. При доведенні теореми (або задачі) завжди спираються на аксіоми, або на раніше доведені твердження. Навчання учнів доведення тверджень вважається одним із найскладніших етапів формування логічного мислення. У програмі шкільного курсу математики значне місце відведено розв'язуванню задач на доведення, в яких також висувається вимога довести твердження. Ці задачі складають майже третину від обсягу всіх задач, що пропонуються для розв'язування учням старших класів. Задачі на доведення зустрічаються і у навчальному матеріалі для учнів початкової школи, що закладає фундамент для подальшого свідомого вивчення і розуміння учнями такої галузі математики, як геометрія.

У шкільному курсі математики учні ознайомлюються з такими основними методами доведень: синтетичним, аналітичним, аналітико-синтетичним, методом доведення від супротивного, повної індукції, математичної індукції, методами геометричних перетворень (центральна симетрія, осьова симетрія, поворот, паралельне перенесення, гомотетія і подібність). Розглянемо більш докладно найпоширеніші методи, що застосовуються при доведенні геометричних теорем та задач.

Синтетичними називаються міркування, які здійснюються при доведенні математичних тверджень, коли хід думок спрямований від умови до вимоги. Будь-яку задачу коротко можна записати так: A=>X, де A – умова задачі, X – її вимога. Знаючи умову A, можна дібрати послідовність тверджень A^1, A^2, ..., A^n, X, які безпосередньо випливають з A. Схематично такі міркування можна представити так:

$$A \Rightarrow A^1 \Rightarrow A^2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow A^n \Rightarrow X$$

Проте синтетичні міркування не позбавлені недоліків: важко здогадатися, в якому напрямі необхідно спрямувати хід думок, щоб прийти до вимоги задачі. Це ускладнює самостійне використання цього методу учнями при доведенні тверджень. Але він має і свої переваги: переконливість, лаконізм, простота з логічної точки зору.

На відміну від синтетичних міркувань, більш досконалими є аналітичні міркування. Такі міркування виступають у двох основних формах: *низхідного аналізу* (описав Евклід), *висхідного аналізу* (ввів Папп).

Схема міркувань при аналізі Евкліда має наступний вигляд:

$$X \Rightarrow A^{n} \Rightarrow \ldots \Rightarrow A^{2} \Rightarrow A^{1} \Rightarrow A,$$

але такі міркування не можна вважати строгими доведеннями.

Аналіз Евкліда зручно використовувати при пошуку способу розв'язання нестандартних задач. Якщо напрям думок знайдено, подальші доведення здійснюють за допомогою синтетичних міркувань. Такий процес розв'язування задач можна представити у вигляді наступної схеми:

(міркування при аналізі Евкліда) (синтетичні міркування)

$$X \Rightarrow A^{n} \Rightarrow \ldots \Rightarrow A^{2} \Rightarrow A^{1} \Rightarrow A, \quad A \Rightarrow A^{1} \Rightarrow A^{2} \Rightarrow \ldots \Rightarrow A^{n} \Rightarrow X.$$

У такому випадку говорять, що задачу розв'язано аналітико-синтетичним методом. При аналізі Паппа схема міркувань має наступний вигляд:

$$X \Leftarrow A^{n} \Leftarrow \ldots \Leftarrow A^{2} \Leftarrow A^{1} \Leftarrow A.$$

Висхідний аналіз має доказову силу і є методом доведення математичних тверджень.

Даний метод має недолік. Використовуючи аналітичний метод при доведенні твердження можна отримати багато сторонньої інформації, серед якої доведеться вибирати лише необхідну вам у відповідності з умовою задачі. Даний метод має свої переваги, оскільки його можна застосовувати при розв'язуванні складних задач. Так, при його використанні складну задачу можна розбити аналітичними міркуваннями на ряд більш простих задач, а потім за допомогою синтезу поєднати розв'язки цієї задачі в єдине ціле.

Метод доведення від супротивного використовується в шкільному курсі досить часто, інколи навіть виявляється найпростішим способом доведення певного твердження. Користуються цим методом так:

1) припускають, що висновок теореми є хибним, і формулюють твердження, протилежне до цього висновку;

2) доводять, що це твердження або його наслідки суперечать умові теореми або якійсь аксіомі чи вже доведеній теоремі;

3) роблять висновок, що зроблене припущення про те, що висновок теореми є хибним, само є хибним. А із цього випливає, що висновок теореми є істинним.

Цей метод викликає в учнів певні труднощі, адже психологічне сприйняття факту доведення, формування заперечення висновку теореми є складною абстрактною мисленнєвою діяльністю. Але не дивлячись на всі його недоліки, цей метод є одним з найпоширеніших методів, які застосовуються при розв'язуванні задач на доведення як в планіметрії, так і в стереометрії.

Метод математичної індукції – один з важливих методів доведення математичних тверджень, який ґрунтується на принципі математичної індукції: якщо твердження $T(n)$, залежне від натурального числа n, істинне для $n=1$ і з припущення про те, що воно істинне для $n=k$ випливає його істинність і для натурального числа $n=k+1$, то це твердження істинне при всіх натуральних значеннях n. Принцип математичної індукції – одна з аксіом арифметики натуральних чисел (аксіом Пеано).

Реалізація на практиці цього методу здійснюється за наступною схемою:

1) перевіряється істинність твердження при $n=a$, де a – найменше з допустимих значень;

2) припускається, що воно істинне для $n=k>a$;

3) доводиться, що з пунктів 1) і 2) випливає істинність твердження для $n=k+1$.

4) робиться висновок про істинність твердження $T(n)$ для всіх натуральних значень $n\geq a$.

Розглянемо цікаві геометричні задачі на доведення, які використовуються в шкільному курсі геометрії.

Задача 1. (теорема-властивість кутів) Якщо дві прямі паралельні, то при їх перетині січною різносторонні кути рівні.

Дано: a, b, c – прямі на площині, $a||b$, c – січна.

Довести: $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 1).

Доведення:

1. Припустимо, що $a||b$ і c – січна, що їх перетинає, але не вірно, що утворені різносторонні кути рівні, тобто $\angle 1 \neq \angle 2$.

2. Проведемо через точку P перетину прямих a і c пряму d так, щоб різносторонні кути, утворені січною c і прямими b і d, були рівними. Тоді за ознакою паралельності прямих прямі b і d паралельні. Одержуємо, що через точку P проходять дві прямі, a і d, паралельні прямій b. А це суперечить аксіомі паралельних прямих.

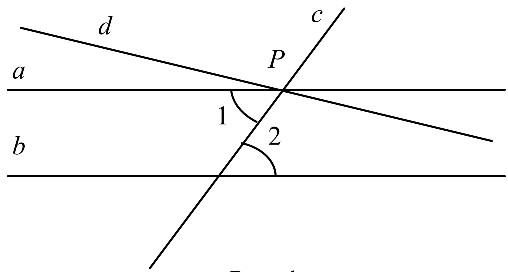


Рис. 1

3. Ми припустили, що при перетині паралельних прямих січною різносторонні кути не рівні і прийшли до протиріччя. Отже наше при-

пущення не вірне. Дана теорема є істинним твердженням.

<u>*Задача* 2</u>. Ребра DA, DB, DC тетраедра $ABCD$ перпендикулярні між собою; a, b, c – довжини ребер DA, DB, DC, h – висота, яка опущена з вершини D (рис. 2). Довести, що $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.

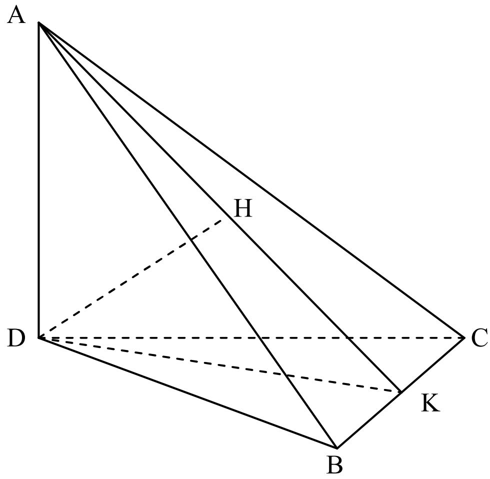


Рис. 2

<u>*Доведення*</u>:

Оскільки бічні грані тетраедра є прямокутними трикутниками, то AD є перпендикулярною до площини ΔBDC. Значить AD і DK є перпендикулярні і ΔADK – прямокутний. І за результатом допоміжної задачі для висоти DH і катетів DA і DK цього трикутника має місце рівність:

$$\frac{1}{DH^2}=\frac{1}{DA^2}+\frac{1}{DK^2};$$

$$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{DK^2};$$

Покажемо, що DK є висотою прямокутного ΔBDC. Справді, AD є перпендикулярною до площини ΔBDC, отже AD і BC або BC і AD є перпендикулярні. Оскільки DH перпендикулярна до площини ΔABC, то DH і BC або BC і DH є перпендикулярні. Таким чином маємо, що BC перпендикулярна до площини, визначеної прямими AD і DH. Тобто BC перпендикулярна до площини ΔADK. Отже, BC і DK – перпендикулярні. Значить DK є висота у прямокутному ΔBDC. За аналогічною планіметричною задачею маємо, що: $\frac{1}{DK^2}=\frac{1}{DB^2}+\frac{1}{DC^2}=\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$;

І одержуємо: $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.

МАТЕМАТИЧНІ СОФІЗМИ І ПАРАДОКСИ, ЯКІ МОЖУТЬ ВИНИКАТИ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ, ТА ЇХ СПРОСТУВАННЯ

К. О. Школа, П. І. Ульшин
Україна, м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет
ksenka-khripun@rambler.ru

Вчені Стародавньої Греції приділяли велику увагу логічному мисленню. За допомогою такого мислення їм вдавалося доводити різні твердження в таких науках як філософія, математика, фізика, астрономія та ін. Одержані твердження містили в собі нові знання і збагачували науку. Проте, вже в ті часи було помічено відхилення від одержаних правильних висновків, при ніби послідовному міркуванні. Дослідження помилкових тверджень показали, що вони виникають при порушенні законів логіки.

Сучасні педагоги і математики-методисти написали велику кількість статей і книг з аналізом неправильно розв'язаних задач на математичних олімпіадах, конкурсах різних видів та на вступних екзаменах до ВНЗ. Вони пропонують, як у різних випадках можна уникати помилок. Людині, як кажуть, властиво помилятися, і тому дана тема є *актуальною*.

Утруднення давньогрецьких вчених в точних означеннях понять нескінченого і скінченого, неперервного і дискретного проявилися в парадоксах Зенона Елейського в другій половині V ст. до н.е. Він сформулював 45 тверджень, які назвав *апоріями*, – тобто, тупіковими. До наших днів збереглися лише чотири апорії Зенона: «Дихотомія», «Ахіллес», «Стріла» і «Стадій», які ще в IV ст. до н.е. записав видатний давньогрецький вчений Арістотель та зробив їм коментар. До наших днів твердження Зенона Елейського не мають достовірних пояснень.

На порушення логічних законів натрапили давньогрецькі філософи IV ст. до н.е. Діодор Кронос і Фіолет Косський. При дослідженні апорій, вони загинули від перевантаження нервової системи. Виникла необхідність у поясненні таких утруднень.

Для подолання логічних «капканів» вже в(IV ст. до н. е. серед молодих математиків проводилися так звані «профілактичні заходи». В зв'язку з цим видатним давньогрецьким математиком Евклідом, творцем відомих «Начал» був написаний збірник під назвою «Псевдарій» для математиків-початківців. В ньому розглядалися різні хибні міркування і невірні доведення та давалися пояснення суті одержаних помилок і можливості їх уникнення.

Помилки в міркуваннях, пов'язані з порушенням законів логіки бувають двох родів: паралогізми і софізми. До паралогізмів відносяться хибні міркування як результат логічних помилок, допущених не навмисне, а через втрату послідовності у міркуваннях або при порушенні хоча б одного закону логіки.

Найрізноманітніші математичні помилки, яких припускаються і школярі, і математики, здебільшого є саме паралогізмами. В наші часи написано багато збірників, в яких аналізуються такі помилки. В окремих випадках паралогізмами можуть бути і правильні твердження, проте, одержані з порушенням математичної логіки.

Розглянемо приклади паралогізмів, які можуть траплятися на уроках математики.

<u>Приклад 1.</u> Розв'язати рівняння: $\sqrt{x-5} = \sqrt{3-x}$

Розв'язання. Піднесемо до квадрату обидві частини рівняння: $x - 5 = 3 - x$. Звідси маємо: $x = 4$. Легко переконатися, що $x = 4$ не є дійсним розв'язком рівняння. Тут втрачена послідовність міркувань. Спочатку потрібно було встановити область існування розв'язків рівняння. Вона визначається системою нерівностей: $x \geq 5$ і $x \leq 3$, яка несумісна. Отже, дане рівняння розв'язків не має.

<u>Приклад 2.</u> Розв'язати рівняння: $(5 - x)^2 = (1 - x)^2$

Розв'язання. Знайдемо корені квадратні від лівої і правої частини рівняння: $5 - x = 1 - x$. Звідси слідує: $5 = 1$ – одержана рівність не має змісту, а тому дане рівняння не має розв'язків.

На цей раз, одержали паралогізм, в результаті порушення правила добування коренів. Відомо, що дійсне значення кореня квадратного існує від виразу додатного або рівного нулеві. Тому після добування коренів квадратних, одержуємо: $|5 - x| = |1 - x|$. Далі, розглядаючи всі можливі випадки, знаходимо один з них, який дає розв'язок рівняння:

$$5 - x = -1 + x; \qquad x = 3.$$

Отже, *відповідь* $x = 3$.

Існують й інші невизначені правила арифметики для вузьких числових множин. Всіх таких правил запам'ятати неможливо, але ті, що запам'ятались, допомагають розв'язувати задачу з меншою затратою зусиль і часу та розширюють знання математики.

<u>Приклад 3.</u> Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} x^4 - 1321x - 23 = 0 \\ x^4 - 1310x - 144 = 0 \end{cases}$$

Розв'язання: Віднімемо від першого рівняння почленно друге, одержимо: $-11x + 121 = 0$, звідки $x = 11$.

Чи буде розв'язком системи $x = 11$?

<u>Пояснення:</u> Одержане рівняння $-11x + 121 = 0$, – є наслідком сис-

теми, не еквівалентним їй. Розв'язок системи є і розв'язком рівняння, але не навпаки. Підставивши значення $x = 11$ в систему рівнянь, – її рівняння не задовольняються, тому система рівнянь не має розв'язків. Тут паралогізм утворився в результаті втрати послідовності міркувань.

Софізми – це міркування, побудовані так, що містять навмисне допущену помилку і, звичайно, приводять до хибних висновків. Слово софізм в перекладі з грецької мови означає: хитрий викрутас, вигадка, хитрий умовивід. Вперше поняття софізму було введене в V ст. до н. е. давньогрецьким філософом, засновником школи філософів у Греції Протагором із Абдери. Введення софізмів було великим кроком у розгадуванні закономірностей людського мислення. Воно сприяло вдосконаленню ораторського мистецтва та підвищенню логічної культури мислення. Щоправда, диспути софістів перетворилися в безрезультатні суперечки. Звідки й одіозне значення слова «софіст» – людина, яка готова за допомогою будь-яких прийомів захищати певні тези, не рахуючись з об'єктивною істинністю чи хибністю цих тез.

Дуже часто софістичне міркування ґрунтується на підміні понять, на двозначності слів, на навмисне неправильному доборі посилок, на зовнішній подібності.

Розглянемо приклади утворення софізмів.

<u>Приклад 1.</u> Довести, що 2 = 1.

Доведення. Нехай $a = b + c$. Помножимо це рівняння на 2: $2a=2+2c$. Додамо почленно рівняння перше з другим: $2b + 2c + a = b + c + 2a$. Від обох частин рівності віднімемо $3a$: $2(b + c - a) = (b + c - a)$. Поділимо ліву і праву частини рівності на вираз $(b + c - a)$, одержимо 2 = 1.

Пояснення: софізм утворився у зв'язку із замаскованим діленням на вираз $b + c - a$, який дорівнює нулеві.

<u>Приклад 2.</u> Довести, що 5 < 1.

Доведення. Розглянемо вірну нерівність: $\left(\frac{1}{3}\right)^5 < \frac{1}{3}$. Прологарифмуємо цю нерівність: $5\ln\frac{1}{3} < \ln\frac{1}{3}$. Поділивши нерівність на $\ln\frac{1}{3}$, одержимо: $5 < 1$.

Пояснення. Софізм утворився в результаті замаскованого ділення нерівності на від'ємне число: $\ln\frac{1}{3} = -\ln 3$. При діленні нерівності на від'ємне число, згідно правила, змінюється сенс знака нерівності.

<u>*Парадокси*</u> – є правильними твердженнями (висновками), але в силу наших життєвих і психологічних причин здаються невірними. В перекладі з грецької мови слово «парадокс» означає – несподіваний, диво-

вижний.

Суперечності у вигляді паралогізмів або софізмів можна спростувати, відшукавши помилку в ланцюжку міркувань, яка може бути математичною або логічною, і далі позбавитися від неї. У випадку парадоксів – логічно правильні міркування приводять до взаємно протилежних висновків, причому кожний з яких не можна віднести ні до істинних, ні до хибних.

Розглянемо приклади парадоксів у математиці.

Приклад 1. Знайти суму ряду: $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n = 1-1+1-1+1-1+...$

Запишемо цей ряд у двох розташуваннях його членів:

1) 1 – (1 – 1) – (1 – 1) – … = 1;

2) (1 – 1) + (1 – 1) + (1 – 1) + … = 0.

Одержали: парадокс, – один і той же ряд може мати дві різні суми. Такий парадокс вперше виник у XVII ст., а спростовано його було в XIX ст., коли була створена теорія границь. Тепер відомо, що існують умовно-збіжні ряди. Отже, для його вірного пояснення не вистачало теоретичних знань.

Приклад 2. Через точку, взяту поза прямою на площині можна побудувати дві прямі паралельні до даної прямої. Чи вірне таке твердження?

Пояснення. Для евклідової площини це твердження є парадоксальним, оскільки воно протирічить аксіомі паралельності.

Для площини М. І. Лобачевського, яка має форму псевдосфери, дане твердження має місце, оскільки є аксіомою для такої площини. Таку площину було знайдено в 1868 році італійським математиком Е. Бельтрамі. Отже, і в цьому прикладі маємо твердження, яке є парадоксальним в геометрії Евкліда, а в геометрії М. І. Лобачевського є вірним твердженням.

Парадокси, як дивовижні витвори людської думки, часто з'являлися в математиці в періоди певних якісних перетворень її структури. Так, у V ст. до н.е. знайдені піфагорійцями ірраціональні числа були парадоксальними в існуючій на той час теорії. Вони створили поштовх до розширення теорії чисел. Інтегральне числення, створене в XVII ст., було парадоксальним в математиці. Його навіть називали «магічним» аж до створення в XIX ст. теорії границь французьким вченим О. Коші.

Починаючи з кінця XIX ст. було відкрито ряд парадоксів у теорії множин, які ще вимагають великих перетворень в цій науці. До наших днів ці тупикові твердження, які не можна ні довести, ні спростувати, лишаються не розв'язаними.

Парадокс Б. Рассела. Для будь-якої множини *M* коректним є питання: чи множина M належить собі як окремий елемент, тобто чи є множина M елементом самої себе, чи ні? Наприклад, множина всіх множин є множиною і тому належить сама собі, а множина всіх будинків у місті не є будинком, множина студентів у аудиторії не є студентом.

Отже коректно поставити сформульоване питання і щодо множини всіх множин, які не будуть власними елементами. Нехай M – множина всіх тих множин, що не є елементами самих себе. Розглянемо питання: а сама множина M є елементом самої себе чи ні? Якщо припустити, що $M \in M$, то з означення множини M випливає $M \notin M$. Якщо ж припустимо, що $M \notin M$, то з того ж таки означення дістанемо $M \in M$.

Близьким до парадокса Рассела є так званий «*парадокс цирульника*»: цирульник – це мешканець міста, який голить тих і тільки тих мешканців міста, які не голять самі себе. Проводячи міркування, аналогічні тим, що були зроблені в парадоксі Рассела, дійдемо висновку, що цирульник голить себе в тому і тільки в тому випадку, коли цирульник не голить сам себе.

А от парадокс, що був відомий самому автору теорії множин Г. Кантору. Розглянемо об'єднання всіх мислимих множин і позначимо його U. Тоді за теоремою потужність множини $\beta(U)$ всіх підмножин множини U має більшу потужність, ніж сама множина U. Однак це парадоксально, оскільки за означенням множина U є множиною, яка містить всі множини (зокрема, і множину $\beta(U)$).

Багато хто з математиків на початку XX ст. не надавали цим парадоксам особливого значення, оскільки в той час теорія множин була відносно новою галуззю математики і не зачіпала інтересів більшості математиків. Однак їхні більш відповідальні та проникливі колеги зрозуміли, що виявлені парадокси стосуються не тільки теорії множин і побудованих на ній розділів класичної математики, але мають безпосереднє відношення до логіки взагалі, тобто до головного інструменту математики.

Зокрема, парадокс Рассела може бути переформульований у термінах логіки і таким чином доданий до відомих з давніх часів логічних парадоксів (*парадокса брехуна*, *парадокса всемогутньої істоти* тощо).

Отже, для того, щоб не попасти в пастку математичних і логічних помилок, потрібно вивчати відповідну літературу і брати до уваги застереження від хибних кроків.

Знання суті паралогізмів, софізмів і парадоксів мають велику педагогічну цінність. Аналіз помилок, одержаних при таких відхиленнях, відвертає можливість повторення їх учнями і студентами вищих навчальних закладів та виховує в них критичне ставлення до різних міркувань.

Наші автори

Амброзяк Ольга Валеріївна, аспірант Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького (*використання евристичних конструкцій у навчальному процесі, моделювання евристичної діяльності учнів, специфіка формування геометричних понять засобами інформаційно-комунікаційних технологій*)

Армаш Тетяна Сергіївна, асистент кафедри математики та методики її навчання Криворізького національного університету

Ахабаніна Вікторія Вікторівна, студент фізико-математичного факультету Криворізького національного університету (*використання алгебраїчних методів у геометрії*)

Ачкан Віталій Валентинович, к. пед. н., доцент, доцент кафедри методики викладання фізико-математичних дисциплін та інформаційних технологій у навчанні Бердянського державного педагогічного університету (*теоретико-методичні основи реалізації компетентного підходу у середній та вищій школі*)

Баліна Олена Іванівна, к. т. н., доцент, доцент Київського національного університету будівництва та архітектури (*застосування теорії ймовірностей, методика навчання вищої математики*)

Бас Світлана Віталіївна, старший викладач кафедри інженерної математики Криворізького національного університету (*формування предметно-математичної компетентності у студентів економічних спеціальностей*)

Бєла Лілія Петрівна, асистент кафедри інженерної математики Криворізького національного університету

Богатинська Наталія Володимирівна, доцент кафедри математики та методики її викладання Криворізького національного університету (*актуальні проблеми методики навчання математики*)

Бугрим Ольга Володимирівна, к. ф.-м. н., доцент, доцент Національного гірничого університету (*математика, механіка*)

Буценко Юрій Павловіч, к. ф.-м. н., доцент, доцент Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» (*застосування теорії ймовірностей, методика навчання вищої математики*)

Васильків Іван Миколайович, к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри математичних методів в економіці Львівської державної фінансової академії (*філософія освіти, теорія та методика викладання природничих дисциплін*)

Висоцька Наталія Юріївна, студент механічного факультету Харківського національного автомобіле-дорожнього університету (*автоматика та автоматизація на транспорті*)

Володіна Ольга Миколаївна, магістрант Донецького національного університету (*моделювання евристико-дидактичних систем*)

Горяна Інна Миколаївна, студент фізико-математичного факультету Криворізького національного університету (*методика вивчення геометрії в школі*)

Григоренко Костянтин Васильович, старший викладач кафедри вищої математики та інформаційних технологій Академії пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля (*теорія та методика викладання математики, історія математики*)

Грицишина Тетяна Арсентіївна, учитель математики Криворізької вальдорфської школи (*методика навчання математики, методика використання ІКТ*)

Гумбатов Мусаллім Мавсум огли, к. пед. н., доцент, доцент кафедри вищої математики Мінгячевірська філія Азербайджанського інституту вчителів

Ємельянова Тетяна Вікторівна, к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри вищої математики Харківського національного автомобіле-дорожнього університету (*теорія і методика професійної освіти*)

Коломойцева Людмила Вадимівна, старший викладач кафедри інженерної математики Криворізького національного університету

Крамаренко Тетяна Григорівна, к. пед. н., доцент, доцент кафедри математики та методики її навчання Криворізького національного університету (*теорія та методика навчання математики, теорія та методика використання ІКТ*)

Кривенок Інна Вікторівна, студент магістратури фізико-математичного факультету Криворізького національного університету (*теорія та методика навчання математики, теорія та методика використання ІКТ*)

Лов'янова Ірина Василівна, к. пед. н., доцент, докторант кафедри математики та МНМ Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького (*розвиток творчої особистості випускника профільної школи у процесі навчання математики*)

Ломачевська Марія Юріївна, студент Криворізького національного університету (*теорія та методика навчання математики, методика використання ІКТ*)

Лущишина Тетяна Михайлівна, студент фізико-математичного факультету Криворізького національного університету (*актуальні проблеми методики навчання математики*)

Мельник Владислав Васильович, магістрант Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка (*теорія диференціальних рівнянь, теоретична фізика*)

Остапенко Анна Андріївна, студент фізико-математичного факультету Криворізького національного університету (*методика вивчення шкільного курсу математики*)

Панченко Тетяна Іванівна, учитель математики Олександрівської гімназії (*розвиток творчого мислення в процесі вивчення математики; навчання учнів в умовах профільного навчання*)

Поротікова Тетяна Вадимівна, магістрант Донецького національного університету (*моделюванння евристико-дидактичних систем*)

Потапова Олександра Миколаївна, старший викладач кафедри інженерної математики Криворізького національного університету (*теорія та методика викладання вищої математики у вищих технічних навчальних закладах*)

Рахманов Сулейман Рахманович, к. т. н., доцент, доцент кафедри теоретичної та будівельної механіки Національної металургійної академії України

Сдвижкова Олена Олександрівна, д. т. н., професор, професор Національного гірничого університету (*математика, механіка*)

Семенова Катерина Ігорівна, магістрант інституту фізико-математичної та технологічної освіти Бердянського державного педагогічного університету (*методика проведення елективних курсів в класах з поглибленим вивченням математики в умовах реалізації компетентнісного підходу*)

Скороход Георгій Ісаакович, к. т. н., старший науковий співробітник, доцент кафедри математичного моделювання Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара (*педагогіка математики, інформаційні технології в освіті, моделювання динамічних систем*)

Стасюк Марта Федорівна, к. ф.-м. н., доцент, доцент Львівського державного університету безпеки життєдіяльності (*диференціальні рівняння з узагальненими коефіцієнтами*)

Тацій Роман Мар'янович, д. ф.-м. н., професор, професор кафедри фундаментальних дисциплін Львівського державного університету безпеки життєдіяльності (*диференціальні рівняння з узагальненими коефіцієнтами, розв'язування неперервних крайових задач*)

Тінькова Дар'я Сергіївна, студент інституту фізико-математичної та технологічної освіти Бердянського державного педагогічного університету (*методика формування професійних компетентностей соціальних педагогів при вивченні курсу математичної статистики*)

Ульшин Петро Іванович, к. т. н., доцент, доцент Криворізького національного університету (*математика, геометрія, теоретична механіка*)

Філєр Залмен Юхимович, д. т. н., професор, професор кафедри прикладної математики, статистики та економіки Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка (*диференціальні рівняння, чисельні методи, сонячна активність та її наслідки, методика викладання математики*)

Чашечникова Ольга Серафимівна, д. пед. н., професор, професор кафедри математики Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка (*розвиток творчого мислення в процесі вивчення математики; підготовка вчителя математики до навчання учнів в умовах профільного навчання*)

Черних Лариса Олександрівна, к. пед. н., доцент, доцент кафедри математики Криворізького національного університету (*методика вивчення алгебри і теорії чисел у ВНЗ*)

Чумак Олена Олександрівна, асистент кафедри вищої математики Донбаської державної машинобудівної академії (*формування інтенсивної навчальної діяльності майбутніх інженерів у ході навчання теорії ймовірностей і випадкових процесів*)

Швай Ольга Леонідівна, к. пед. н., доцент, доцент кафедри геометрії та алгебри Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки (*проблеми запровадження сучасних технологій навчання*)

Шевченко Анастасія Олександрівна, студентка фізико-математичного факультету Криворізького національного університету (*актуальні проблеми методики навчання математики в середній школі*)

Школа Ілона Володимирівна, студент фізико-математичного факультету Криворізького національного університету (*використання геометричних задач на доведення*)

Школа Ксенія Олександрівна, студент фізико-математичного факультету Криворізького національного університету (*виникнення математичних софізмів і парадоксів у процесі навчання*)

Зміст

Наукове видання

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Випуск XI

В 3-х томах

Том 1

Підп. до друку 26.03.13
Папір офсетний №1
Ум. друк. арк. 11,7

Формат 80×84 1/16
Зам. №1-2603
Наклад 150 прим.

Жовтнева друкарня
50014, м. Кривий Ріг, вул. Електрична, 5
Тел. (0564) 407-29-02

E-mail: semerikov@gmail.com