Міністерство освіти та науки України
Національна металургійна академія України

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Збірник наукових праць
Випуск 4

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ НМетАУ
2004

УДК 371

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск 4: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2004. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – 338 с.

Збірник містить статті з різних аспектів дидактики математики і проблем її викладання в вузі та школі. Значну увагу приділено проблемам розвитку методичних систем навчання математики та застосування засобів нових інформаційних технологій навчання математики у шкільній та вузівській практиці.

Для студентів вищих навчальних закладів, аспірантів, наукових та педагогічних працівників.

Рецензенти:

Г.Ю. Маклаков – д-р техн. наук, професор кафедри кібернетики та обчислювальної техніки Севастопольського національного технічного університету, науковий керівник лабораторії біокібернетики, дійсний член Міжнародної академії біоенерготехнологій

А.Ю. Ків – д-р фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри теоретичної фізики Південноукраїнського державного педагогічного університету (м. Одеса)

ISBN 966-8506-094-1

СИСТЕМА ОТКРЫТОГО ДОСТУПА ПО РАЗДЕЛУ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

В.Н. Беловодский[1], С.П. Муравьёв[2]
[1] г. Донецк, Донецкий национальный технический университет
[2] г. Донецк, Донецкий государственный институт искусственного интеллекта
belovodskiy@cs.dgtu.donetsk.ua

Усиливающийся в последние годы уровень компьютерной доступности стимулирует всё более широкое его вовлечение в познавательный процесс. В рамках данной тенденции нами на протяжении ряда лет ведётся разработка электронных методических пособий по различным разделам математики [1]. Данный программный продукт реализует один из таких разделов.

В содержательном плане он включает основные темы, предусмотренные учебной программой [2] (уравнения первого порядка, случаи понижения порядка, линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами). На ознакомительном уровне включены также разделы по устойчивости решений и элементам качественного анализа динамических систем. При изложении акцент сделан на наглядность формы представления материала. Для усиления этого аспекта ряд иллюстраций воспроизводится в динамическом режиме с примитивной (play – stop) панелью управления, активно используется цветовая гамма. Краткое изложение теоретического материала сопровождается демонстрационными примерами и упражнениями для самостоятельного решения. С целью усиления обучающего эффекта они снабжены указаниями или подсказками, а также соответствующим решением, которое в пошаговом режиме может быть просмотрено по желанию пользователя.

Контроль усвоения материала может быть осуществлён с использованием тестов, включённых в конце каждой части. Тест представляет собой группу контрольных вопросов с перечнем возможных ответов. Результат тестирования выводится в виде процента правильных ответов, на основании чего пользователь может внести коррективы в процесс своего обучения.

В техническом плане программа реализована следующим образом.

Архитектура выбрана в виде клиент-сервер. Построение приложения проводится по варианту сервера приложений, что позволяет возложить на клиента выполнение только операций визуализации и ввода данных, а всю прикладную логику реализовать на сервере. При этом решено использовать трехуровневую структуру, разделив компонент прикладной логики и компонент управления данными. В итоге получается структура представленная на рис. 1.

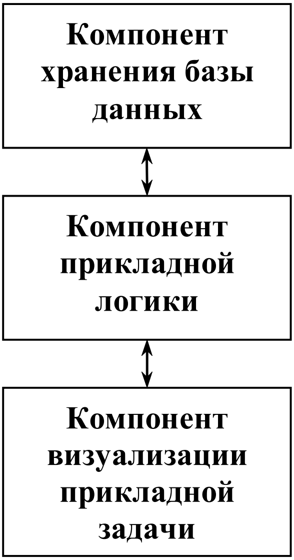


Рис. 1. Структура приложения

Реализация компонента хранения базы данных проводится на основе СУБД MySQL. Преимущества использования данной СУБД следующие:

- скорость обработки запросов;
- возможность работы с большими объемами данных;
- невысокие системные требования;
- отсутствие «лишних» возможностей;
- бесплатное распространение;
- кроссплатформенность.

Прикладная логика программы реализуется на языке PHP, который:

- имеет встроенные средства для работы с MySQL;
- является кроссплатформенным;
- распространяется бесплатно;
- является интерпретируемым языком;
- интегрируется со многими современными Интернет серверами.

В качестве Интернет сервера используется Apache Web Server, который также является кроссплатформенным и очень устойчивым как с точки зрения безопасности, так и с точки зрения стабильности в работе.

Клиентским приложением при данной архитектуре является браузер, т.к. PHP выдает результаты обработки данных в виде HTML страниц. Выдаваемый на уровне PHP HTML код оптимизируется под IE 5.0. Это делается по следующим причинам:

- использование браузера в качестве клиента позволяет избежать установок особого ПО на клиентских местах;
- большинство пользовательских компьютеров оснащены ОС Windows 98/2000/XP, для которых IE 5+ является неотъемлемой частью;
- в случае перехода пользователя на другую ОС, переделки кода будут минимальными;
- привычность Web – интерфейса для пользователей Интернет.

Итак, структуру, приведенную на рис. 1, можно уточнить, приведя конкретную реализацию:

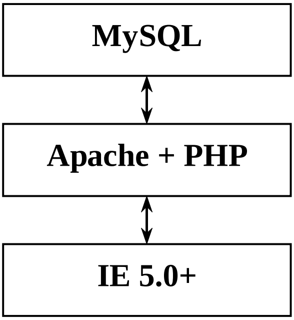


Рис. 2. Поуровневая реализация

Схема потоков данных представлена на рис. 3.

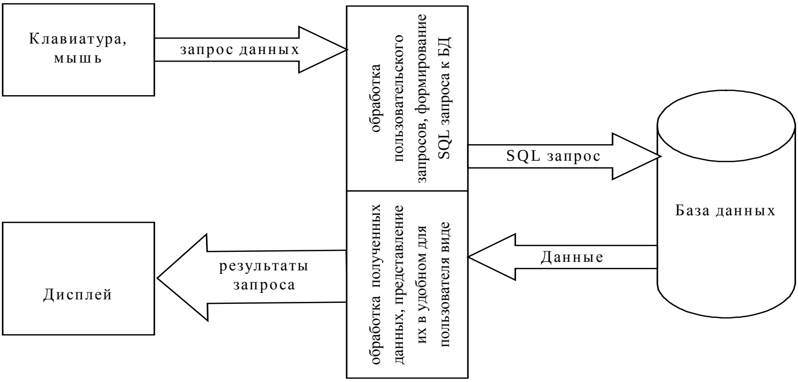


Рис. 3. Схема потоков данных

В настоящее время система находится в стадии разработки, ориентировочный срок её завершения – июнь месяц этого года. После этого она будет включена во внутривузовскую сеть ДонНТУ и доступна для открытого пользования. Структура, объём и особенности технической реализации позволят её использовать как в дистанционном обучающем режиме, так и в режиме аудиторных занятий.

Литература

1. Беловодский В.Н., Климко Г.Т. Компьютер в лекционной аудитории. // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць в 3-х томах. – Кривий Ріг, 2003. – Т.1: Теорія та методика навчання математики. – С. 17-20.
2. Носенко Ю.Л., Пак В.В. Навчальна програма з вищої математики для технічних, технологічних, економічних та природничих спеціальностей вищих закладів освіти. – К. : Міністерство освіти України, 1999. – 45 с.

ПРОБЛЕМАТИКА ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН СТУДЕНТАМИ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

О.В. Бех
м. Кривий Ріг, Криворізький економічний інститут Київського національного економічного університету

Основою математичної підготовки спеціаліста економічного напрямку є загальний курс вищої математики, в якому із курсу теорії ймовірностей і математичної статистики згідно навчальної програми викладаються ті питання, знання яких є необхідним мінімумом для засвоєння матеріалу наступних курсів.

Методи економіко-математичного моделювання, можливості застосування яких суттєво збільшилися завдяки сучасному програмному забезпеченню ПЕОМ, являють собою один із найбільш динамічно прогресуючих розділів прикладної економічної науки.

Сучасний економіст повинен добре розбиратися в економіко-математичних методах, вміти їх практично застосовувати для моделювання реальних економічних ситуацій. Це дозволяє краще засвоїти теоретичні питання сучасної економіки, сприяє підвищенню рівня кваліфікації і загальної професійної культури спеціаліста [1].

Прямі експерименти з економікою, як відомо з історії, дуже дорого коштують (колективізація, індустріалізація, гіперінфляція, тощо). Разом з тим неможливо безпосередньо передбачити середньо- та довготермінові наслідки окремих рішень. Це можна зробити лише на підставі концептуальних моделей розвитку економіки, що спираються на минулий досвід, які, в свою чергу, становлять основу математичних моделей.

Стосовно математичних моделей, то формування їх є досить тривалим процесом, який потребує знань і праці, але ще важче створити модель, досить адекватну реальній ситуації. Отже, для опрацювання правильних економічних рішень необхідно аналізувати весь минулий досвід, результати, що отримані на підставі застосування концептуальних і математичних моделей, що є найбільш адекватними для даної економічної ситуації.

Тому при підготовці спеціалістів економічного напрямку повинні систематично робитися викладки методів економіко-математичного моделювання, які широко використовуються в різних областях економіки, при прийнятті управлінських рішень в фінансовій сфері в силу розробленості математичного апарату і можливості практичної реалізації [2].

Одним із основних розділів економіко-математичного моделювання, що входять до навчальних програм вищих навчальних закладів економічного профілю, є використання марковських процесів, які представляють собою спеціальний вигляд імовірнісних моделей різних процесів, що відбуваються в фінансово-економічних системах. Важливість вивчення цього розділу пояснюється також тим, що марковські процеси лежать в основі теорії масового обслуговування, яка в свою чергу представляється необхідною складовою математичної освіти спеціалістів економічного напрямку.

Більше уваги також слід надавати методам та моделям кореляційно-регресійного аналізу. Регресійний і кореляційний аналіз знаходить широке застосування при дослідженні залежностей і взаємозв'язків між явищами в економіці, при прогнозуванні та розв'язку задач в бізнес – плануванні. В даний час більшість об'єктивно існуючих залежностей між фінансово-економічними явищами досліджені та вивчені теоретично. Значно важніше кількісно виміряти тісноту причинно-наслідкових зв'язків в економіці та фінансах, зрозуміти природу досліджуваних процесів [3]. Це дозволяє впливати на виявлені фактори, втручатися у відповідний економічний процес з метою отримання потрібних результатів. У зв'язку з цим до апарату кореляційно-регресійного аналізу в ході своїх досліджень звертаються як економісти-практики, так і науковці.

Аналізуючи вищесказане, можна зробити висновок, що використання економіко-математичних методів, як студентами при написанні курсових чи дипломних робіт, так і фахівцями економічного профілю в своїй професійній роботі дає їм значну перевагу при отриманні результату, який розрахований на основі певних даних про ресурси та з дотриманням технологічних умов функціонування виробництва.

Література

1. Вітлінський В.В. Моделювання економіки. – К.: КНЕУ, 2003.

2. Лабскер Л.Г. Вероятностное моделирование в финансово-экономической области. – М.: Альпина, 2002.

3. Леоненко М.М. та ін. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в актуарній математиці. – К.: Інформтехніка, 1995.

ПРИКЛАДНА СПРЯМОВАНІСТЬ КУРСУ МАТЕМАТИКИ, ЩО ВИВЧАЄТЬСЯ НА ПЕДАГОГІЧНОМУ ФАКУЛЬТЕТІ

Л.С. Білецька, В.Ю. Ковальчук, Л.П. Силюга, Н.І. Стасів
м. Дрогобич, Дрогобицький державний педагогічний університет
імені Івана Франка
yvp@drohobych.net

Одна із основних тенденцій вдосконалення математичної освіти визначається тим, що в школі повинно здійснюватися знайомство з тими поняттями, які складають основу для побудови моделей явищ навколишнього світу. Це реалізовується перш за все через можливість побудови курсу математики з використанням теоретико-множинних, логічних, функціональних і алгоритмічних понять. При цьому долається розрив між алгеброю і геометрією з однієї сторони і елементарною і вищою математикою з другої сторони.

Перехід школи на новий зміст математики переконливо показав, що якість знань молодших школярів перш за все залежить від рівня математичної та методичної підготовки вчителя. Для правильного розгляду математичних понять вчитель повинен одержати глибокі знання з теорії множин, математичної логіки, теорії алгебраїчних операцій і структур, повинен бути ознайомлений з розвитком поняття числа, теорією подільності, основними геометричними перетвореннями. У зв’язку з цим значення вищеназваних розділів математики у професійній підготовці вчителя початкових класів є важливим у наш час. У даній системі підготовки вчителя необхідно дати йому більш конкретні уявлення про місце і рівень висвітлення основних понять математики в початковій школі. Основну роль у вирішенні цієї проблеми повинен відіграти курс математики: тут існує можливість вивчення будь-якого математичного поняття на науковій основі та шляхів його реалізації в школі. Програма цього предмету пропонує ознайомлення майбутнього вчителя з теоретико-множинними поняттями (множина, операції над множинами, їх властивості), логічними поняттями (висловлювання, предикат, операції над висловлюваннями та предикатами), глибоке вивчення поняття відношення і побудови вчення про число (натуральне, раціональне і дійсне), величини, функції, рівняння, нерівності. У результаті вивчення цього курсу майбутній вчитель повинен оволодіти системою основних понять сучасної математики, що є теоретичною базою для навчання учнів. Оволодівши цими знаннями, він вивчає шляхи їх формування у молодших школярів.

На практичних заняттях під час вивчення певної теми з курсу математики студент повинен розуміти і вміти:

– пояснити теоретичні основи розв'язання різних видів вправ з учнями,

– складати аналогічні вправи,

– відшукувати і порівнювати різні способи їх розв'язання,

– встановлювати перспективу вивчення того чи іншого питання,

– характеризувати освітні і розвивальні функції математичних вправ.

Покажемо прикладну спрямованість деяких розділів математики, які вивчаються на педагогічному факультеті, у подальшому викладанні математики у початкових класах.

У курсі математики початкового навчання в силу можливостей засвоєння учнями алгебраїчного та геометричного матеріалу при формуванні знань про натуральне число, геометричні фігури проходить поєднання уявлень і понять на основі положень теорії множин та відношень.

Поняття множини – одне з основних математичних понять, які використовуються в курсі математики початкового навчання Останнім часом порушується питання про те, щоб всю сучасну математику побудувати на основі цього поняття. Адже з цим поняттям доводиться зустрічатися під час вивчення будь – якого питання математики (множина цифр, парних чисел, знаків дій, всіх точок площини тощо). Зокрема, поняття числа формується на основі виявлення властивостей множин, які не залежать від природи предметів, з яких складаються ці множини. На множинній основі формуються і поняття про арифметичні дії над натуральними числами. Зокрема, це стосується основних операцій над множинами: об'єднання, переріз, доповнення, декартовий добуток множин. Покажемо це.

1. **Сума**. Нехай дано дві скінченні множини А і В, які не ма-

ють спільних елементів, причому множина А складається з *a* елементів, а множина В – з *b* елементів. Сумою чисел *a* і *b* називається число *c*, яке являє собою кількість елементів об'єднання множин А і В. За цим правилом розв'язуються більшість задач початкового курсу математики. Наприклад: На новорічній ялинці у школі було 80 ялинкових прикрас круглої форми і 112 прикрас подовгастої форми. Скільки всього іграшок було на ялинці?

Якщо множини А і В мають спільні елементи, то число елементів їх об'єднання дорівнює сумі чисел елементів множин А і В мінус число елементів їх перерізу. Саме за цим правилом побудований принцип розв'язування наступної задачі: У класі 30 учнів. 10 учнів вміють і малювати, і співати. 15 учнів вміють лише гарно малювати. Скільки учнів вміють лише співати?

2. **Різниця**. Нехай дано скінчену множину А, яка складається з *a* елементів, а В – її власна підмножина, яка складається з *b* елементів. Різницею чисел *a* і *b* називається число *c*, яке являє собою кількість елементів доповнення підмножини В до множини А. За цим правилом розв'язуються більшість задач на віднімання початкового курсу математики. Наприклад: В автопарку 500 автобусів і легкових автомашин. З них 275 легкових. Скільки в автопарку автобусів?

3. **Добуток**. Нехай дано дві скінченні множини А і В, причому множина А складається з *a* елементів, а множина В – з *b* елементів. Добутком чисел *a* і *b* називається число *c*, яке являє собою кількість елементів декартового добутку множин А і В. За цим правилом розв'язується, наприклад, наступна задача: В набір канцтоварів входять книжка і блокнот. Скільки різних наборів можна утворити, якщо мати 15 різних книг і 7 різних блокнотів?

4. **Частка**. Є дві різні задачі, які приводять до операції ділення:

а) Множину А, що містить *a* елементів, треба розкласти на підмножини, які попарно не перетинаються і містять по *b* елементів кожна. Знайти кількість цих підмножин. На основі даного правила розв'язується наступна задача: У кошику було 6 яблук. Оленка розклала їх на тарілки, на кожну по 2 яблука. Скільки тарілок взяла Оленка?

б) Множину А, що містить *a* елементів, треба розкласти на *b* рівнопотужних підмножин, які попарно не перетинаються. Скільки елементів містить кожна підмножина? На основі даного правила розв’язується наступна задача: У кошику було 6 яблук. Оленка розклала їх на 3 тарілки порівну. По скільки яблук положила Оленка на кожну тарілку?

В основі вивчення геометричного матеріалу лежить теоретико-множинний підхід до формування понять “геометрична фігура”, “елементи фігури”, “операції над фігурами”. Одні з геометричних фігур визначаються як множина точок, які задовольняють характерні властивості (коло, круг), інші – як переріз або об‘єднання раніше визначених фігур (многокутник), треті – і цим і іншим способом (відрізок, ламана, кут). Ось яке означення відрізка дається в шкільному посібнику “Геометрія”: “Множина, що складається з двох різних точок прямої і всіх точок, що лежать між ними, називається відрізком”. Вчителю початкових класів потрібно бачити у цьому означенні характерні властивості відрізка, а саме, що відрізок являє собою не порожню множину; що кінці відрізка належать цій множині, і, що відрізку належать усі точки, що знаходяться між його кінцями.

Однією з переваг введення в курс математики поняття відношення являється те, що при цьому виявляється єдність і цілісність розділів шкільного курсу математики. Дане поняття вводиться як відношення на множинах:

– живих істот і предметів (вище, нижче, повільніше, швидше, лівіше, правіше, старший, молодший, ширший, вужчий, важчий, легший, бути братом, сестрою, батьками, онуками);

– чисел (рівне, більше, менше, більше на ..., менше на ..., більше у ... разів, менше у ... разів, подільність, кратність, безпосередньо слідує за ...);

– геометричних фігур (довший, коротший, лежить на, лежить між, лежить поза, лежить під, мати рівні сторони, мати однакову кількість вершин, мати одинакові площі).

Відношення різницевого та кратного порівняння становлять основу умов більшості простих текстових задач. Застосування у процесі їх розв’язування графічного задання даних відношень є важливим засобом розвитку абстрактного мислення.

Важливе місце у теорії відношень займає встановлення їх властивостей. Так, наприклад, відношення “мати однакову кількість вершин” на множині многокутників є відношенням еквівалентності, оскільки воно рефлексивне, симетричне і транзитивне. Класи еквівалентності в даному випадку мають назву: трикутник, чотирикутник і т.д. А відношення “довше – коротше” на множині відрізків є відношенням строгого порядку, оскільки воно анти рефлексивне, антисиметричне і транзитивне. Дані відношення упорядковують множину відрізків.

Особливе місце займає вивчення відповідностей між числами і геометричними фігурами. На основі встановлення взаємно однозначної відповідності між множиною дійсних чисел і множиною точок прямої формуються вимірювальні навички, ілюструються дії над числами, прийоми додавання і віднімання.

З метою активізації пізнавальної діяльності студентів, формування в них любові до математики у навчальний курс введені цікаві вправи різного характеру, пов’язані з тематикою занять (історичні, стародавні задачі, математичні софізми і курйози, задачі-вірші, математичні головоломки, ребуси, жарти, загадки, математичні казки). Також пропонуються вправи творчого характеру, зокрема на самостійне складання геометричних завдань і текстових задач, пошук варіантів їх скороченого запису, який дозволив би різні модифікації у зв’язку з побудовою задач, обернених до даної. Значна увага приділяється розробці ділових ігор з використанням матеріалів, які активізують розвиток пізнавальних інтересів учнів під час вивчення математики. У процесі виконання системи завдань, підібраних таким чином, математична і методична діяльність студентів відбувається у тісному взаємозв’язку.

Організація вивчення математики на педагогічному факультеті, що базується на загальних основах математики, має не тільки важливе значення для забезпечення високого професійного рівня вчителя, але і утворює базу для поглиблення і розширення його математичних знань в майбутньому навчанні і самоосвіті. Таким чином проблема удосконалення підготовки вчителів початкових класів до викладання математики залишається актуальною і вимагає її постійного розв’язання.

ЩОДО ПРОГРАМИ З КУРСУ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТІВ

М.М. Білоцький[1], Л.І. Дюженкова[1], Г.О. Михалін[2]
[1] м. Київ, Національний педагогічний університет
імені М.П. Драгоманова
[2] м. Біла Церква, Міжрегіональна Академія управління персоналом, Білоцерківська філія

Відповідно до галузевих стандартів вищої освіти “Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра” (затверджено наказом Міністерства освіти і науки України від 02 жовтня 2002 року, № 546), кафедрою математичного аналізу Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова розроблені програми всіх основних математичних дисциплін, вивчення яких забезпечує кафедра.

Коротко зупинимося на характеристиці програми з курсу математичного аналізу для спеціальності «Математика».

Структура програми така: пояснювальна записка, детальний зміст програми з кожного розділу (блоку), література (основна та додаткова), методичні вказівки, тематичний план практичних занять.

У пояснювальній записці формулюються основні завдання, що ставляться перед викладачем при читанні відповідного матеріалу для забезпечення професійної спрямованості курсу, для розвитку логічного мислення студентів, вироблення у них необхідних умінь та навичок. При викладанні деяких тем можливі різні підходи, і право вибору надається лектору.

До кожного розділу програми наведено основні поняття, теореми та формули, які вивчаються у цьому розділі, та основні вміння, які треба виробити у студента при вивченні відповідного матеріалу.

Методичні вказівки містять посилання на зв’язок матеріалу, що вивчається, з відповідним матеріалом шкільного курсу математики та з іншими предметами вузівських курсів.

У програмі вказано основну та додаткову літературу, при цьому сам поділ носить рекомендаційний характер (нижче зазначено деякі основні підручники та посібники, які й охоплюють зміст програми).

Тематичний план практичних занять містить задачі для контролю обов’язкового рівня знань до кожної теми [7, 8].

Програма з математичного аналізу визначає обсяг знань, необхідних для фахової підготовки вчителя математики середньої школи. Вивчення курсу математичного аналізу має за мету ґрунтовну математичну підготовку спеціалістів та наукове обґрунтування ряду питань, перше уявлення про які одержано в шкільному курсі математики (поняття функції, границі, неперервності, похідної, інтеграла).

Вивчення матеріалу передбачає відображення ролі наукових методів у пізнанні навколишнього світу. Саме тому велика увага має приділятися задачам теорії і практики, які приводять до основних понять математичного аналізу, а також висвітленню відомостей з історії розвитку математики.

Основу програми складають питання, які прийнято називати класичним математичним аналізом. Проте включення окремих питань сучасного математичного аналізу або, як його ще називають, функціонального аналізу, дозволить студентам одержати уявлення про розвиток та сучасний стан математичної науки.

Значне місце у навчальному процесі слід відвести самостійній роботі студентів по кожному з розділів курсу: опрацювання певного теоретичного матеріалу, розв’язування задач, написання розрахункових робіт тощо. Планування самостійної роботи та підбір відповідного матеріалу проводиться лектором і затверджується кафедрою.

Рекомендується особливу увагу звернути на глибоке вивчення тих питань, які пов’язані з шкільним курсом математики. При цьому доцільно не тільки зупинятися на тому, як те чи інше питання розглядається в школі, а й вказати на логічні прогалини, причини їх виникнення та можливі шляхи усунення засобами математичного аналізу. Такий підхід дасть змогу формувати не лише математичну, а й методичну культуру майбутнього вчителя. Крім того, необхідно звернути увагу на можливість застосування методів та прийомів математичного аналізу до розв’язування рівнянь і нерівностей, доведення тотожностей та інших задач шкільного курсу математики.

При викладанні курсу значне місце має бути відведено висвітленню вкладу українських математиків у розвиток математики як науки, вузівської та шкільної математики.

Для розвитку комп'ютерної грамотності при викладанні курсу бажано використовувати алгоритмічний підхід і мову блок-схем (там, де це доцільно) та, по можливості, реалізувати їх на персональних комп'ютерах.

Програма визначає обсяг знань в цілому. Послідовність вивчення тем, методичні шляхи та організаційні форми навчання здійснюються лектором за узгодженням з кафедрою та врахуванням міжпредметних зв'язків із суміжними навчальними дисциплінами.

Програма передбачає можливість вивчення курсу з різним ступенем повноти. Окремі питання відносяться до питань підвищеної складності, а тому вони не є обов'язковими для вивчення.

Це дозволить не тільки варіювати обсяг матеріалу, ступіть його поглиблення та розширення, а й організувати диференційований підхід до студентів у реалізації їхніх математичних здібностей.

Всі питання програми можна розглядати там, де вони вказані вперше, або в наступних розділах, чи, навіть, в інших математичних дисциплінах, зокрема в комплексному аналізі.

Програма передбачає деякі важливі факти курсу аналізу розглядати в два етапи. На першому етапі виклад матеріалу має носити пропедевтичний рівень, а потім можна знову повернутися до цього матеріалу, вивчаючи його на глибшому рівні. Це стосується, зокрема, вивчення теорії рядів. Елементарну теорію числових та функціональних рядів можна викласти зразу після вивчення границі послідовності, а питання диференціювання та інтегрування функціональних (зокрема, степеневих) рядів можна подати у відповідних розділах. Такий підхід визначає роль рядів як основного апарату дослідження функцій (ряди – один із способів аналітичного представлення функцій). Тому користуючись розвиненнями функцій у степеневі ряди, можна раніше вивчати властивості елементарних функцій, обчислювати їхні наближені значення, чи інтеграли від таких функцій, а також деякі границі функцій.

Таке саме зауваження стосується і методики викладання теорії рядів Фур'є. Спочатку можна дати елементарну теорію рядів, необхідну для розв’язування практичних задач, а потім знову повернутися до цієї теми при вивченні нормованих просторів.

У вступі до аналізу слід дати коротку історичну довідку виникнення і розвитку математичного аналізу, з’ясувати його предмет (функція) та основний метод (граничний перехід).

Теорію дійсного числа можна ввести аксіоматично, вибравши найпростіший варіант аксіоми неперервності, а саме: якщо $A \leq B$ в тому розумінні, що $a \leq b$ $\forall a \in A$ і $\forall b \in B$, то існує число c таке, що $A \leq c \leq B$. Підкреслити, що пізніше цю аксіому можна замінити еквівалентними твердженнями (наприклад, аксіомами Кантора і Архімеда, або теоремою Вейєрштрасса про існування супремуму для обмеженої зверху множини).

Поняття функції, границі та неперервності є фундаментальними поняттями математики і є основою для вивчення всіх наступних розділів курсу математичного аналізу.

Вводити поняття границі та неперервності функції слід з простих прикладів та геометричних ілюстрацій, які ґрунтуються на інтуїтивному уявленні про поведінку функції в достатньо малому околі точки x_0.

Поняття похідної має формуватися на основі задач, які приводять до нього. Крім класичних задач (про дотичну до кривої, про миттєву швидкість, про продуктивність праці), які, крім того, дають змогу з’ясувати геометричний, механічний та економічний зміст похідної, можна навести й інші задачі, в яких доводиться знаходити швидкість зміни деякої функції, пов’язаної з границею спеціального вигляду. Саме різноманітністю задач можна підкреслити загальність поняття похідної та необхідність його введення для довільної функції.

Доцільно звернути увагу на алгоритмічність означення похідної, можливість складання такого алгоритму і використання його для знаходження похідних.

Необхідно виробити уявлення про те, що не всяка функція (навіть неперервна) є диференційовною (тобто має скінченну похідну) у кожній точці області визначення. На простих геометричних ілюстраціях слід показати, що графік диференційовної функції у відповідній точці має дотичну, не паралельну осі OY, а в точках неіснування похідної графік неперервної функції має злами.

При проведенні повного дослідження функції, треба підкреслити роль диференціального числення у вивченні властивостей функцій, вказавши на значне розширення змісту шкільного курсу математики з питань повного дослідження функцій та побудови їхніх графіків. Зокрема, цей матеріал може бути темою індивідуальної розрахунково-графічної роботи.

Продемонструвати широке застосування математики до розв'язування задач з різних галузей науки (застосування похідної до розв'язування прикладних задач, зокрема задач на екстремум, наближених обчислень тощо).

У розділі "Інтегральне числення" звернути увагу на те, що інтегрування є оберненою операцією до диференціювання, і тому виводить із класу об'єктів, на якому пряма операція була замкненою. Тому треба навести приклади функцій, неінтегровних у скінченному вигляді.

Розглядаючи основні методи інтегрування, звернути увагу на те, в яких випадках зручно використовувати ці методи. Вивчаючи певні класи інтегровних функцій, зауважити, що одну й ту саму функцію (наприклад, $\sqrt{x^2 + a^2}$) можна інтегрувати, використовуючи різні підстановки або частинами. Можна виділити алгоритм розкладання раціональної функції на елементарні дроби та навести його блок-схему.

Вивчаючи визначений інтеграл, звернути увагу на важливість формули Ньютона-Лейбніца, підкресливши при цьому обмеженість її застосування на практиці. У зв'язку з цим виникає проблема наближеного обчислення інтегралів, зокрема за допомогою степеневих рядів (цим можна пояснити важливість вивчення теорії рядів у попередніх розділах).

Слід підкреслити основну ідею застосування визначеного інтеграла, що ґрунтується на складанні відповідної інтегральної суми та відшуканні її границі.

Для кожного застосування можна сформулювати відповідні алгоритми та навести для них блок-схеми.

Поняття метричного простору є простим узагальненням простору R^n. Матеріал цього розділу дає змогу із загальних позицій поглянути на поняття і факти математичного аналізу, розглянуті у попередніх розділах. Основна ідея, яку доцільно тут виділити, полягає в тому, що суть основних понять математичного аналізу не зміниться при переході до об’єктів більш загальної природи. Відповідні означення і твердження не стають складнішими, а навпаки, більш прозорими. Саме тут можна показати, що абстрактність математики надає їй силу та універсалізм.

З точки зору методичної доцільності виклад матеріалу краще проводити для довільного та конкретних метричних просторів, повторюючи при цьому матеріал, який вже вивчався.

За освітньо-професійною програмою на курс “Математичний аналіз” відводиться 703 години. Передбачається проведення колоквіуму, двох контрольних та однієї розрахункової роботи.

Література

1. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Ч. 1–3. – К.: Вища школа, 1990, 1991, 1992. – 384, 366, 360 с.
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Ч. 1. – К.: Либідь, 1993. – 320 с.
3. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Ч. 2 – К.: Либідь, 1994. – 304 с.
4. Михалін Г.О. Вступ до аналізу у метричних просторах та диференціальне числення функцій кількох змінних. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 1999. – 196 с.
5. Михалін Г.О. Елементи теорії інтеграла та міри. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2000. – 265 с.
6. Шкіль М.І. Математичний аналіз. Ч. 1–2. – К.: Вища школа, 1994, 1995. – 424, 430 с.
7. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у задачах і прикладах. Ч. 1. – К.: Вища школа, 2002. – 462 с.
8. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у задачах і прикладах. Ч. 2. – К.: Вища школа, 2003. – 470 с.

ЛОГІЧНА СТРУКТУРА КУРСУ “МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ” ТА ЙОГО ВЗАЄМОЗВ’ЯЗОК ІЗ КУРСОМ “ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ”

Д.Є. Бобилєв
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет
bob@kpi.dp.ua

В поданій статті зроблена спроба узагальнити досвід викладання курсів “Дослідження операцій” (ДО) та “Математичне програмування” (МП) для спеціальностей “Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності” та “Менеджмент організацій” в Інституті ділового адміністрування (м. Кривий Ріг).

Після аналізу значної кількості програм, підручників, навчальних посібників та методичних вказівок із курсів ДО та МП [1–9] можна зробити висновок, що більшість авторів ігнорують затверджені МОН України програми і підмінюють зміст курсу ДО частиною змісту курсу МП. Це можна звичайно пояснити тим, що МП є складною для розуміння і засвоєння дисципліною. Особливо для студентів зі слабкою математичною підготовкою. А таких зараз більшість в приватних навчальних закладах. Через брак часу викладач не встигає викласти матеріал курсу МП (54 год.) і вимушений перенести частину матеріалу в курс ДО (81 год.). Цього не можна уникнути, оскільки більшість тем ДО потребує методів, що вивчаються в курсі МП. Але це забирає значну частину часу, що виділений саме на вивчення ДО. Тому студенти засвоюють лише деякі уявлення про коло питань, що мають детально вивчатися в курсі ДО.

Цієї проблеми можна уникнути, якщо правильно розподілити матеріал МП та ДО. Ефективного розподілу можна досягти, якщо чітко окреслити логічну структура курсу МП (рис. 1) та його взаємозв’язок з курсом ДО.

Визначивши структуру курсу МП, можна прослідкувати, які методи найбільш часто зустрічаються в курсі ДО (рис. 2). І, виходячи з цього, оптимально спланувати роботу. Наприклад, теми “Динамічне програмування”, “Нелінійне програмування” можна подати лише у вигляді двох оглядових лекцій (4 год.) в курсі

МП, освітивши лише основні моменти теорії та її застосування, а детально пояснити застосування цієї теорії в курсі ДО. Це обумовлено також тим, що без прикладів з економічним змістом ці теми студентам важко зрозуміти, а описання цих прикладів забирає велику кількість часу.

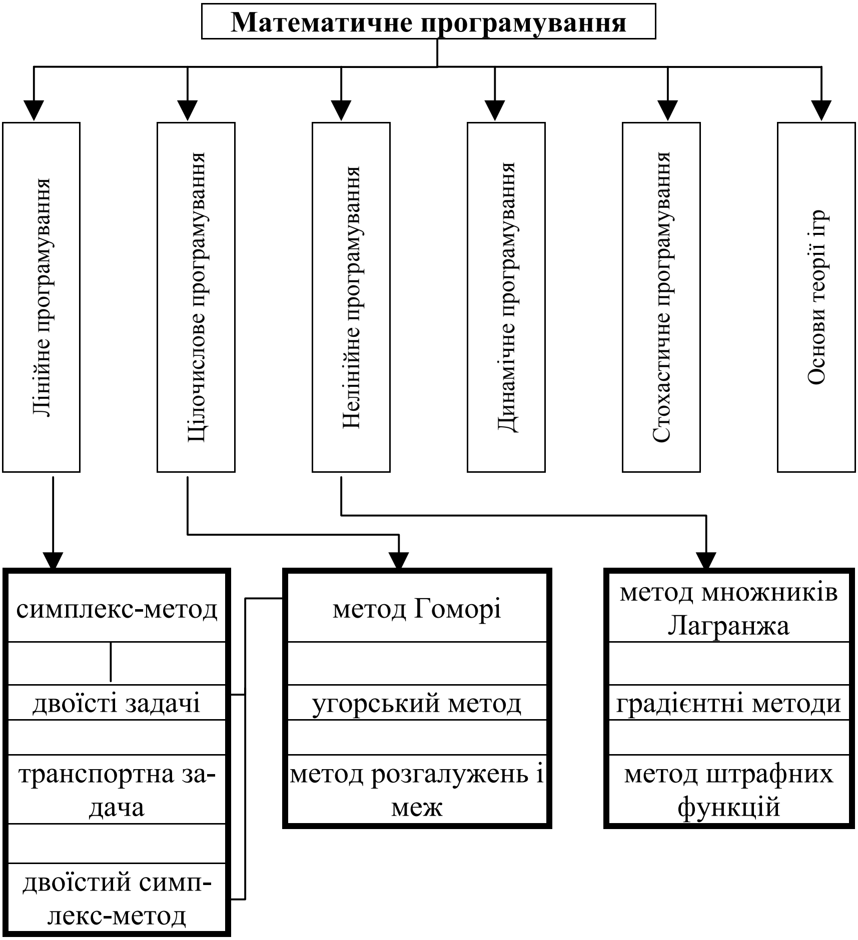


Рис. 1. Логічна структура курсу МП

Більшу увагу в курсі МП, на мій погляд, слід приділити двоїстій парі задач. Підкріпивши вивчення цієї теми великою кількістю задач на дослідження з економічним змістом. На це варто витратити 4 г лекцій та 4 г. практичних занять.

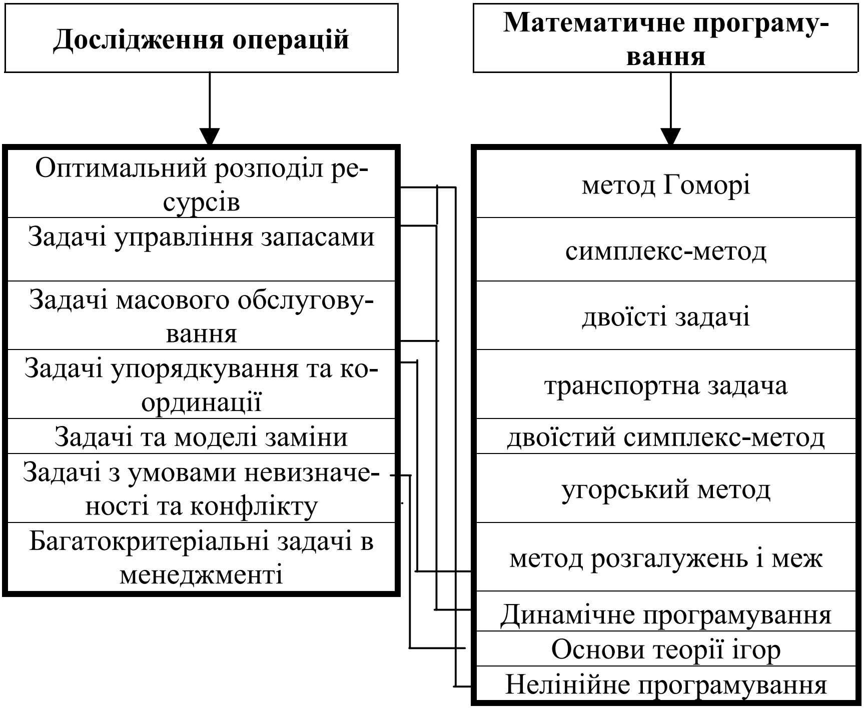


Рис. 2. Взаємозв’язок тем курсів МП та ДО

Більшість авторів [2, 3, 7, 9] наводять лише алгоритм побудови двоїстої задачі та їх класифікацію, без детального пояснення де цей потужний апарат можна використати на практиці, сподіваючись, що студентам це буде пояснено під час вивчення курсу ДО або іншого курсу з економіко-математичного циклу. Але на жаль слабка математична підготовка викладачів цих дисциплін не дозволяє їм в повній мірі показати дієвість цього математичного апарату.

На основі поданої логічної структури курсу МП та його взаємозв’язку з курсом ДО нами були розроблені робочі програми з новим розподілом годин (таблиці 1, 2). Апробація проводились протягом 2002-2003 н.р.

Таблиця 1

Розподіл годин (МП)

№	Назва теми	Всього, годин	у тому числі		
			лекцій	практ. занять	самост. робота
1.	Вступ	1	1	–	–
2.	Лінійне програмування	12	4	4	4
3.	Двоїстість у лінійному програмуванні	10	4	4	2
4.	Транспортна задача	8	2	4	2
5.	Цілочислове програмування	6	1	3	2
6.	Нелінійне програмування	4	2	–	2
7.	Динамічне програмування	4	2	–	2
8.	Стохастичне програмування	5	1	2	2
9.	Основи теорії ігор	4	1	1	2
	Всього:	**54**	**18**	**18**	**18**

Таблиця 2

Розподіл годин (ДО)

№	Назва теми	Всього, годин	у тому числі		
			лекцій	практ. занять	самост. робота
1.	Вступ	1	1	–	–
2.	Методи економіко-математичного моделювання	3	1	–	2
3.	Задачі та моделі оптимального розподілу ресурсів	16	4	4	8
4.	Оптимізаційні задачі управління запасами	9	2	2	5
5.	Задачі масового обслуговування	15	2	3	10
6.	Задачі упорядкування та координації. Сітьове планування	9	2	2	5
7.	Задачі та моделі заміни	9	2	2	5
8.	Задачі з умовами невизначеності та конфлікту	10	2	3	5

№	Назва теми	Всього, годин	у тому числі		
			лекцій	практ. занять	самост. робота
9.	Багатокритеріальні задачі в менеджменті	9	2	2	5
	Всього:	**81**	**18**	**18**	**45**

Цілком очевидно, що і цієї кількості аудиторних годин було недостатньо для детального ознайомлення з виділеними темами. Але тут вже буде відігравати роль самостійна робота студентів ефективність якої залежить від того наскільки пророблений навчально-методичний комплекс цих дисциплін. Наприклад, зміст лекцій не треба перевантажувати складними математичними доведеннями. Адже студентам перш за все необхідно дати інструмент за допомогою якого вони зможуть досліджувати математичні моделі економічних ситуацій. Щоб донести до студентів структуру цих курсів необхідно на початку занять роздати їм картки в яких перераховуються всі теми та форми їх подання.

Під час вивчення теми “Оптимальний розподіл ресурсів” курсу МП, де студенти ще раз зустрічаються з методами динамічного програмування, варто спочатку описати найбільш просту економічну ситуацію яка містить всього дві технологічні лінії і незначну кількість дискретних значень кількості ресурсу [5]. Розв’язувати задачу треба без згадування методів динамічного програмування, тобто звичайним переборним методом оформленим у вигляді таблиці. А вже потім наголосити на тому, що це одна із простіших модифікацій методу динамічного програмування і дати студентам алгоритм цього методу. Аналогічно і викладення інших тем, що базуються на матеріалі, який лише оглядово був представлений в курсі МП треба планувати таким чином, щоб починати з якоїсь задачі з економічними змістом а потім вже переходити до розгляду алгоритмів методів, що не були розглянуті в курсі МП.

Отже, якщо перерозподілити час на вивчення деяких тем МП та ДО (наприклад, зменшити кількість годин на вивчення тем: “Нелінійне програмування”, “Динамічне програмування”, а збільшити – на теми “Двоїсті задачі”, “Цілочислове програмування”), можна досягти більш ефективного вивчення обох курсів. Звичайно, це стосується тієї ситуації, коли на спеціальності послідовно викладаються обидва курси.

Література

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая шк., 1993. – 336 с.
2. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368 с.
3. Гетманцев В.Д. Лінійна алгебра і лінійне програмування: Навч. посіб. – К.: Либідь, 2001.
4. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: Підручник. – К.: ВІПОЛ, 2000.
5. Збірник завдань по виробничим ситуаціям з використанням методів оптимізації. Частина I / Укл. А.Ф. Щербак, Н.Г. Глоба. – Кривий Ріг: КЕІ КНЕУ, 2002.
6. Конюховский П. Математические методы исследования операций в экономике. – СПб: Питер, 2000.
7. Методичні вказівки до самостійної роботи студентів та розв’язування задач з дисципліни “Дослідження операцій та дискретний аналіз” / Укл. А.Ф. Щербак, Н.Г. Глоба. – Кривий Ріг: КЕІ КНЕУ, 2001.
8. Романанюк Т.П. та ін. Математичне програмування / Т.П. Романанюк, Т.А. Терещенко, Г.В. Присенко, І.М. Городкова. – К.: ІЗМН, 1996.
9. Ульянченко О.В. Дослідження операцій в економіці: Підручник для студентів вузів. – Харків: Гриф, 2002. –580 с.

ДИДАКТИЧНЕ ЗНАЧЕННЯ АЛГОРИТМІВ У НАВЧАННІ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

Н.В. Богатинська, Л.О. Черних, Г.М. Білоусова
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

У процесі навчання математики задачі відіграють надзвичайну роль. Важко знайти інший матеріал, більш придатний для розвитку мислення і уяви учнів, ніж математичні задачі.

У дослідженнях дидактів, психологів, методистів останнім часом переконливо підкреслюється, що уміння розв’язувати задачі не знаходяться у прямій залежності від кількості розв’язаних задач. Традиційно успіх визначається лише кількістю задач і вправ, виконаних учнем. Проте, як показує досвід, учень може за допомогою вчителя порозв’язувати значну кількість математичних задач, але якщо у нього не сформований загальний підхід до аналізу задачі, пошуку способу її розв’язання, не сформовані уміння вилучати з кожної розв’язаної задачі інформацію, корисну для розв’язання іншої задачі, не розвинені алгоритмічні прийоми мислення, то учень виявляється безпорадним, розв’язуючи задачу самостійно.

Аналіз результатів вступних екзаменів з математики до різних вузів країни переконливо свідчить про те, що однією з головних причин труднощів, на які натрапляють учні під час розв’язування задач, є те, що вони часто не знають тих операцій (дій), які необхідно виконати, щоб розв’язати задачу, або не володіють цими операціями, оскільки вони у них не сформовані. Якщо систему операцій (дій), необхідних для розв’язання деякого класу чи типу задач, назвати методом (способом) розв’язання, то можна сказати, що учні тому незадовільно розв’язують задачі, що не знають основних методів (способів) їх розв’язання, не знають, як і в якій послідовності треба діяти, щоб знайти розв’язання задачі. У шкільній практиці вчитель часто турбується лише про те, щоб дати учням знання про зміст матеріалу, який вивчається, і значно менше про те, щоб дати йому знання про способи оперування цим змістом, не звертає уваги не операції, з яких складається розв’язання задачі.

Особливі утруднення, як правило, викликають геометричні задачі, зокрема стереометричні. І це невипадково, адже в шкільній геометрії значно менше уваги приділяють навчанню учнів загальним методам, прийомам розв'язання задач.

Стереометричні задачі мають свої специфічні особливості: просторові фігури не можна зобразити не рисунку без спотворень, і в цьому полягає трудність сприймання та розв'язання стереометричної задачі. У зв'язку з цим учням необхідно, по-перше, правильно зобразити просторову фігуру з врахуванням її властивостей і властивостей паралельної проекції; по-друге, правильно уявити просторову фігуру за її умовним зображенням.

При навчанні геометрії виникають різні труднощі. Одна з найголовніших – відсутність алгоритмів; практично кожна задача і кожна теорема розв'язуються і доводяться як нові.

Будь-який алгоритм завжди є конкретним вираженням у послідовності дій (операцій) деякого методу розв'язання певного типу задач. Так, багато хто з абітурієнтів не розв'язує стереометричну задачу на обчислення тому, що у них не сформована програма (алгоритм) виконання стереометричного рисунка поширеного виду фігур. Типовими є такі помилки: невірно будують кут між прямою і площиною, лінійний кут двогранного кута, висоту похилої призми і неправильної піраміди, зображення різних видів призм (особливо похилих) і неправильних пірамід, зрізаних пірамід, тіл обертання, комбінацій просторових фігур.

Відомо, що учні вірно зображають, наприклад, висоту правильного тетраедра, проведену до його основи, але допускають помилки, пов'язані із зображенням висоти, проведеної з вершини основи на бічну грань. Розв'язуючи задачу "У паралелепіпеді $ABCDA_1B_1C_1D_1$, усі грані якого рівні ромби з рівними гострими кутами при вершині A, побудуйте перпендикуляри з вершини A_1 на площину ABC і з вершини D на площину ABB_1", учні безпомилково будують висоту A_1O (хоча, як правило, відсутні обґрунтування), але не помічають тієї ж задачі, будуючи перпендикуляр з вершини D на площину ABB_1 (рис. 1).

Неможливо, звичайно, вказати такий загальний метод (алгоритм), за допомогою якого можна б було розв'язувати всі стереометричні задачі. Проте можна виділити певні типи задач на побудову, доведення, обчислення, дослідження, розв'язання яких базуються на застосуванні відповідних алгоритмів, часто повторюваних прийомів міркувань. Зрозуміло, що алгоритми самі по собі ніяких задач не розв’язують; задачі розв’язуються в процесі виконання послідовності дій (операцій), які визначаються алгоритмом або відповідають деякому алгоритму.

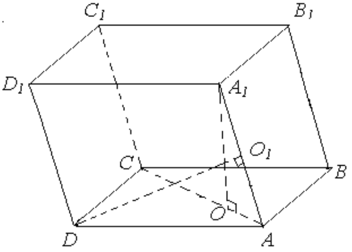


Рис. 1.

Навчання учнів застосуванню алгоритмів при розв’язуванні геометричних задач є найважливішим завданням методики. Використання алгоритмічного підходу у навчальному процесі не тільки не зменшує ініціативи учня, творчого пошуку, інтуїції, а навпаки сприяє розвитку важливих якостей мислення, допомагає не тільки управлінню, а й самоуправлінню мисленням при розв’язуванні типових задач. Формування в учнів певних алгоритмічних прийомів розумової діяльності звільняє їх інтелектуальні сили для розв’язування нових, найбільш складних задач, зокрема і творчого характеру. Будь-яку звичайну задачу, алгоритм розв’язання якої відомий, можна зробити творчою, якщо в класі створити атмосферу пошуку, роздумів, коли учні знаходять декілька способів розв’язання однієї і тієї ж задачі; важливо задачу подати так, щоб кожний етап її розв’язання спонукав учнів обмірковувати свої дії. Так, наприклад, задача “Основою трикутної піраміди *ABCD* є прямокутний трикутник *BCD*, у якого $BC=7$ см, $BD=10$ см, $\angle CBD=90°$. Ребро *BA* перпендикулярне до площини основи і його довжина дорівнює 6 см. Знайти об’єм піраміди” (рис. 2а) при такому формулюванні фактично є усною і для її розв’язання від учня вимагається лише механічне застосування формули об’єму піраміди.

Якщо цю ж задачу сформулювати по іншому: “Основою трикутної піраміди *ABCD* є прямокутний трикутник *BCD* з катетами 7 см і 10 см, $\angle CBD=90°$. Довжина ребра BA дорівнює 6 см. Одне з бічних ребер піраміди перпендикулярне до площини основи. Знайти об’єм піраміди”, то під час її розв’язування, перш ніж застосувати алгоритм попередньої задачі, учень повинен дослідити, яке з бічних ребер (AB, AC чи AD) буде перпендикулярне до площини основи піраміди.

Можна цю ж задачу запропонувати ще і в такому варіанті: “Всі плоскі кути при вершині B трикутної піраміди $ABCD$ – прямі, а довжини її бічних ребер $BA=6$ см, $BC=7$ см, $BD=10$ см. Знайти об’єм піраміди” (рис. 2б).

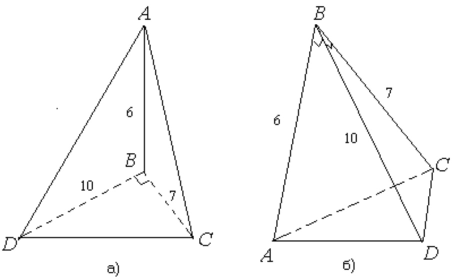


Рис. 2.

Задача, сформульована у такому варіанті, повторює попередню, проте для її розв’язання від учня вимагається, крім знання формули об’єму піраміди, уміння застосовувати відомий алгоритм у новій незвичній ситуації розташування просторових об’єктів. Не кожний учень наважиться, здогадається “перевернути” дану в умові піраміду і прийняти за основу одну з бічних граней. Варіації неістотних ознак поняття (різноманітні розташування зображень просторових фігур на площині) під час навчання учнів розв’язуванню задач сприяють оволодінню загальними методами розв’язання однотипних задач.

Стереотипність мислення, сковування ініціативи учнів, різноманітні обмеження у кожному конкретному випадку не дають багатьом з них можливості побачити розв’язання задачі в нестандартній ситуації. Будь-який алгоритм учень повинен застосовувати творчо, з глибоким розумінням кожного кроку. При алгоритмічному підході до розв’язування задач необхідно організовувати його діяльність так, щоб сконцентрувати увагу на математичній суті задачі, на обміркуванні кожного етапу алгоритму.

Допоможуть цьому певний набір задач і доцільна методика організації роботи з ними.

Вірно поставлене навчання алгоритмам в процесі розв'язування геометричних задач неодмінно передбачає навчання самостійному відкриттю, побудові, формулюванню алгоритмів, а це, як правило, процеси творчого характеру. Навчання алгоритмам може бути чудовим засобом виховання творчого мислення.

Навчання алгоритмам повинно розглядатись не тільки як засіб ефективного навчання розв'язуванню геометричних задач, а і як спосіб формування деяких специфічних прийомів математичної діяльності учнів (уміння відкрити загальний метод розв'язання нового типу задач, підвести задачу під відомий алгоритм, представити результати розв'язання в зручній для сприймання формі і т.д.).

В процесі навчання учнів розв'язуванню задач на основі алгоритмічного підходу учні повинні знати, що вчитель при цьому чекає від них:

1) різних способів розв'язання задачі;
2) аналізу виконаних операцій;
3) узагальнення аналогічних ситуацій і виводу закономірностей;
4) встановлення зв'язків розв'язуваної задачі з раніше розв'язаними.

Організоване у такий спосіб навчання учнів геометрії може забезпечити високий рівень їх знань, умінь і навичок.

Література:

1. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Геометрия для 9-10 классов с углубленным изучением математики. – М.: Просвещение, 1984. – 480 с.
2. Бевз Г.П. Методика розв'язування стереометричних задач. – К.: Рад. школа, 1988. – 191 с.
3. Габович И.Г. Алгоритмический подход к решению геометрических задач. – К.: Рад. школа, 1989. – 158 с.
4. Ланда Л.Н. Алгоритмизация в обучении. – М.: Просвещение, 1966. – 523 с.

ЗАСТОСУВАННЯ ЗАДАЧ ФІЗИЧНОГО ЗМІСТУ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

М.В. Босовський
м. Черкаси, Черкаський національний університет
ім. Б. Хмельницького
bosovskyy@ukr.net

Глибокі зв’язки, існуючі між фізикою і математикою як науками, неминуче повинні знайти адекватне віддзеркалення в зв’язках між відповідними навчальним дисциплінами. В даний час ні у кого не викликає сумніву той факт, що тільки при оптимальному функціонуванні міжпредметних зв’язків можливе реальне підвищення якості знань тих, хто навчається. Проте на цьому шляху є певні труднощі.

Зокрема, вони виникають через те, що існує значний розрив між шкільними курсами фізики і математики. Як показує досвід, першокурсники-математики побоюються задач з фізичним змістом, оскільки не впевнено володіють фізичними поняттями і фактами, які вони вивчали у школі. Проте фактичний матеріал курсу фізики та притаманні їй способи пізнання можуть послужити формуванню і розвитку математичних знань, навичок і вмінь, зокрема тих що стосуються діяльності моделювання [2].

На нашу думку, одним із шляхів вирішення цієї проблеми є використання дидактично виважених наборів задач з фізичним змістом. Наприклад, при вивченні теорії границь в курсі математичного аналізу можна використати задачі таких розділів фізики, як теорія відносності, оптика, електричне поле та ін. Пропонуючи такі задачі студентам І курсу математичного факультету, важливо щоразу підкреслювати, що такі задачі є доступними для них.

Незвичною, можливо є ситуація, що описується в задачі. Викладач може сказати студентам: “Не побоюйтесь. Утруднення можуть виникнути лише під час побудови математичної моделі задачі. Коли ж модель отримана, її дослідження здійснюватиметься на основі тих фактів, які ви щойно вивчили в курсі математичного аналізу.” Отже, пропонуючи студентам задачу з фізичним змістом, важливо супроводжувати розв’язування коментaрями, вказівками, підказками (принаймні під час розв'язування кількох перших задач набору). Також доцільно включати певні вказівки математичного змісту безпосередньо у формулювання задачі. Виділення іншим шрифтом, жирністю, підкреслюванням таких частин тексту умови задачі виконує роль візуальних акцентів. Через це саме ця частина умови задачі найбільше впадає у вічі, на неї студент зверне увагу в першу чергу. Тим самим усуватиметься бар'єр упередженого ставлення до задач з фізичним змістом. Покажемо це на прикладах.

Задача 1. Релятивістський коефіцієнт у теорії відносності [1] виражається формулою $\Gamma = 1 \Big/ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, де v – швидкість тіла чи системи, c–швидкість світла у вакуумі.

Розгляньте даний вираз як функцію відносної швидкості $\frac{v}{c} = V$ і *знайдіть границю* цієї функції при $V \to 0$.

Під час обговорення результату слід зазначити, що всі основні формули теорії відносності переходять при малих відносних швидкостях у відомі положення і формули класичної фізики. Щоб цей висновок підтвердити, із студентами можна розглянути інші задачі теорії відносності.

Задача 2. Відомо [1], що електрон і позитрон (антиелектрон), зустрівшись і маючи однакову відносну швидкість V, перетворюються в кванти світла, що має довжину хвилі $\lambda = \frac{h}{m_0 c} \sqrt{1 - V^2}$, де $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постійна Планка, $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. *Розглянувши* λ *як функцію* відносної швидкості V, *довести, що при граничному переході* при $V \to 0$ (при зустрічі повільної електронно-позитронної пари) з зникненням електрона і позитрона, утворяться кванти світла з комптоновською довжиною хвилі $\lambda_k = \frac{h}{m_0 c}$. Знайдіть чисельне значення λ_k і виразіть її значення числом стандартного виду.

Задача 3. Повна енергія тіла виражається формулою Ейнштейна $E = mc^2$, де $m = m_0 \Gamma$ [1]. Початкове значення енергії спокою виражається формулою: $E_0 = m_0 c^2$.

Визначте приріст $\Delta E = E - E_0$ повної енергії тіла і, *розглядаючи* *його як функцію* відносної швидкості, *знайдіть границю функції* при $V \to 0$.

Розв'язавши цю задачу, можна зрозуміти, як отримується вираз для кінетичної енергії .

$$\Delta E = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-V^2}} - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-V^2}} - 1\right) =$$

$$= \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-V^2}}\left(1-\sqrt{1-V^2}\right).$$

Помноживши і розділивши отриманий вираз на $1+\sqrt{1-V^2}$, одержимо $\Delta E = \frac{m_0\Gamma v^2}{1+\sqrt{1-V^2}} = \frac{mv^2}{1+\sqrt{1-V^2}}$; $\lim\limits_{V\to 0}\Delta E = \frac{m_0v^2}{2} = E_{кін}$.

Висновок: приріст повної енергії тіла є кінетична енергія даного тіла.

Задача 4. Оптична сила лінзи визначається [1] за формулою $D = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$, де n_2 – абсолютний показник заломлення речовини лінзи, n_1 — абсолютний показник заломлення середовища, у якому знаходиться лінза, R_1 – радіус кривизни однієї зі сферичних поверхонь лінзи, а R_2 – радіус кривизни іншої сферичної поверхні лінзи.

а) Вираз для *D розгляньте як функцію* від R_2 і *знайдіть границю* цієї функції при $R_2 \to \infty$.

Розв'язуючи задачу при $R_2 \to \infty$, ми одержуємо плоско-опуклу лінзу. Лінза стала простішою, а отже і формула для її оптичної сили спрощується: $\lim\limits_{R_2\to\infty} f(R_2) = \frac{1}{R_1}\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)$.

б) Встановивши, що оптична сила плоско-опуклої лінзи визначається формулою $D = \frac{1}{R_1}\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)$, *розгляньте* цей вираз *як функцію* $f(R_1)$, *знайдіть границю* при $R_1 \to \infty$ і зробіть висновок.

У результаті розв'язування отримаємо висновок: у цьому випадку матимемо плоско-паралельну пластинку, а вона не збирає (не розсіює) пучок світла, тобто оптична сила дорівнює нулю.

Важливо відзначити, що в процесі вивчення теорії границь при розв’язуванні задач з фізичним змістом учителю математики дається можливість, використавши відомі граничні переходи $\left(V = \frac{v}{c} \to 0; h \to 0\right)$, показати застосування одного з найважливіших наукових принципів – принципу відповідності до формул теорії відносності і квантової механіки. Цей принцип, що виражає діалектику процесу пізнання, як найважливіший критерій істинності нових формул, переконує студентів у їхній справедливості. Варто враховувати, що більшість з цих формул даються в школі без висновку і без доведення [1].

Викладач математики, раціонально і в міру вводячи в курс математичного аналізу задачі з фізичним змістом, допомагає студентам бачити застосування математичних знань, вчить за звичними позначеннями величин x, y бачити конкретні фізичні змінні і сталі.

Література

1. Гончаренко С.У. Фізика 10. – К.: Освіта, 2002. – 319 с.
2. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. – К.: Зодіак-Еко, 2000. – 510 с.

ПОСТАНОВКА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ «СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ОДНОМЕРНОГО СЛУЧАЙНОГО МАССИВА» В КУРСЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Л.В. Васильева
г. Краматорск, Донбасская государственная машиностроительная академия
vas_milla@hotmail.com

При работе со случайными величинами студентом должно быть приобретено умение обработки одномерного статистического массива: построение гистограммы, нахождение числовых характеристик и получение практических выводов, исходя их вида гистограммы и значений характеристик. Поскольку обработка статистических данных сопряжена с громоздкими и трудоёмкими вычислениями, необходимо использовать какой-либо математический пакет. В данном случае студентам предлагается MathCad – один из распространенных пакетов, содержащих «математику» в объеме инженерного ВУЗа и предоставляющий пользователю обширный набор инструментов для реализации численных методов решения математических задач на компьютере.

Краткие теоретические сведения.

Большинство контролируемых параметров изделий относятся к нормально распределенным случайным величинам: размеры деталей, вес отливок, процентное содержание химических элементов в сплавах, электроемкость и сопротивление электротехнических изделий и т.д.

При исправном оборудовании и правильно отрегулированном технологическом процессе распределение контролируемого параметра должно быть нормальным, а его среднее значение должно совпадать со значением, заданным в технической документации. Возможные отклонения от этого требования и предполагаемые причины этих отклонений перечислены в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	Нарушение	Причина
1	Распределение контролируемого параметра близко к нормальному, но выборочное среднее не совпадает со значением, заданным технической документацией.	Неправильно отрегулирован технологический процесс. Требуется регулировка.
2	Распределение контролируемого параметра одномодально, но сильно отличается от нормального.	Серьезные неисправности в оборудовании. Требуется ремонт.
3	Распределение многомодально.	Некачественная выборка, данные взяты из разных генеральных совокупностей. Повторить выборку.

Чтобы установить, имеет ли место одно из перечисленных нарушений, производят статистический контроль интересующего параметра. Для этого производят n случайных его измерений x_1, x_2, ..., x_n (выборка объема n). По выборке находят следующие числовые характеристики:

– математическое ожидание:

$$\overline{x}^* = \frac{1}{n}\sum_i x_i \,, \tag{1}$$

– дисперсию:

$$D^* = \frac{1}{n}\sum_i \left(x_i - \overline{x}^*\right)^2 \,, \tag{2}$$

– среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma^* = \sqrt{D^*} \,, \tag{3}$$

– асимметрию:

$$Sk = \frac{1}{\left(\sigma^*\right)^3} \cdot \frac{1}{n}\sum_i \left(x_i - \overline{x}^*\right)^3 , \tag{4}$$

– эксцесс:

$$Ex = \frac{1}{\left(\sigma^*\right)^4} \cdot \frac{1}{n}\sum_i \left(x_i - \overline{x}^*\right)^4 - 3 \,. \tag{5}$$

Одномодальность или многомодальность выборочного распределения определяют по виду гистограммы. Близость закона распределения к нормальному определяют по значениям асимметрии и эксцесса. Сравнение выборочного среднего $\bar{x}^*$ со значением контролируемого параметра, заданного в технической документации, позволяют установить, правильно ли отрегулирован технологический процесс.

Цель лабораторной работы.

Должны быть приобретены следующие умения: строить гистограммы; вычислять вероятности попадания случайной величины в заданный промежуток; вычислять вероятность отклонения случайной величины от математического ожидания не более, чем на заданную величину.

Должны быть усвоены следующие понятия: объем выборки, математическое ожидание, размах выборки, среднеквадратическое отклонение, асимметрия, эксцесс, теоретическая и эмпирическая плотность нормального распределения.

Работа рассчитана на 4 часа.

Задание к лабораторной работе. Используя данные из своего индивидуального задания:

1) создать файл исходных данных под собственным именем (например, fio_2.dat).

2) на основании файла lab2.mcd создать файл отчета по лабораторной работе – fio_2.mcd.

3) для своей выборки получить следующие данные: объем выборки n, математическое ожидание mean, размах выборки R=xmin–xmax, среднеквадратическое отклонение σ, асимметрию Sk, эксцесс Ex. По значениям асимметрии и эксцесса и виду гистограммы сделать заключение, значительно ли отличается распределение случайной величины от нормального.

4) построить гистограмму, выбрав число частичных интервалов равным 10. Отметить, удовлетворяет ли гистограмма предъявляемым к ней требованиям. Если не удовлетворяет, уменьшить, насколько это допустимо, число частичных интервалов.

5) найти вероятность попадания случайной величины в заданный промежуток.

6) считая, что технологический процесс отрегулирован правильно, а допуск составляет 10% от значения контролируемого параметра, найти выпуск годной продукции в %.

Пример выполнения лабораторной работы в среде MathCad.

1) Средствами редактора Блокнот создаем файл данных dan.dat.

2) В MathCad загружаем файл lab2.mcd через пункт меню *File – Open*. Сохраняем этот файл под именем fio_2.mcd.

3) Рассчитываем следующие значения: объем выборки n, математическое ожидание mean, размах выборки R=xmin–xmax, среднеквадратическое отклонение σ, асимметрию Sk, эксцесс Ex.

ORIGIN := 1

i := 1 .. 80

ξ_i := READ("d:\1\dan.dat")

$xmax := max(\xi)$ $\quad$ $xmin := min(\xi)$ $\quad$ $xmax = 3.75$ $\quad$ $xmin = 0.09$

$\xi := sort(\xi)$ $\quad$ $n := length(\xi)$ $\quad$ $n = 80$ $\quad$ $R := xmax - xmin$

$mean := mean(\xi)$ $\quad$ $mean = 2.03$

$$disp := var(\xi)\cdot\frac{n}{n-1} \qquad disp = 0.574$$

$$\sigma := \sqrt{disp} \qquad \sigma = 0.758$$

$$\mu_3 := \left(\frac{1}{n}\right)\cdot\sum_{i=1}^{n}(\xi_i - mean)^3 \qquad \mu_4 := \frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}(\xi_i - mean)^4$$

$$Sk := \frac{\mu_3}{\sigma^3} \qquad Sk = -0.173$$

$$Ex := \left(\frac{\mu_4}{\sigma^4}\right)-3 \qquad Ex = -0.288$$

По значениям асимметрии и эксцесса и виду гистограммы делаем заключение, значительно ли отличается распределение случайной величины от нормального.

4) Строим гистограмму, задав число частичных интервалов равным 10.

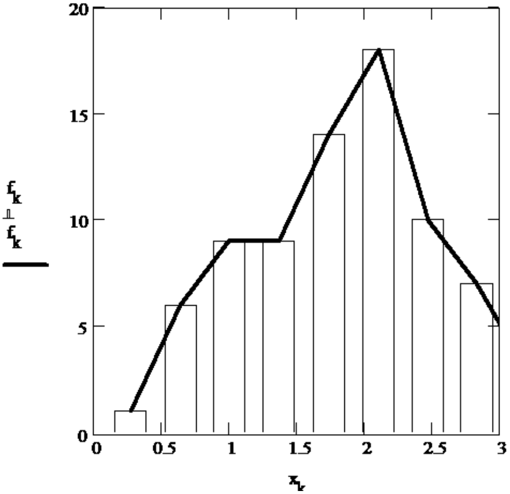
$$m := 10 \qquad h := \frac{R}{m} \qquad h = 0.366$$

$j := 1 .. m$ $\quad$ $k := 1 .. m - 1$

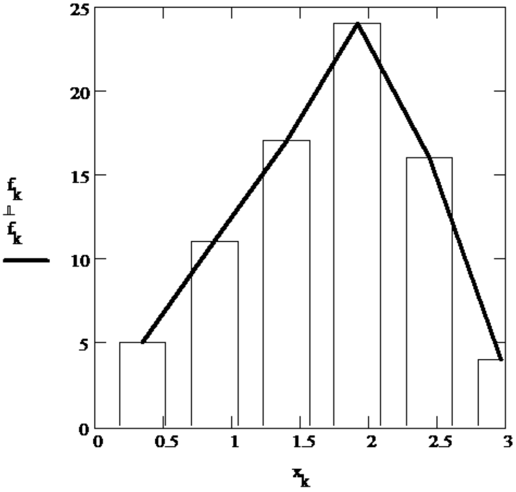
$x_j := \mathrm{xmin} + \left(\frac{h}{2}\right)\cdot(2\cdot j - 1)$

$f := \mathrm{hist}(x, \xi)$

Высота столбцов равна количеству точек, попавших в соответствующий частичный интервал. Данная гистограмма требованиям, предъявляемым к гистограммам, не удовлетворяет (объяснить).



Уменьшаем число частичных интервалов до 7 и строим новую гистограмму.



Ответьте на вопрос: удовлетворяет ли данная гистограмма требованиям, предъявляемым к гистограммам? Можно ли еще уменьшить число частичных интервалов?

5) Вероятность попадания случайной величины в промежуток (a, b) рассчитывается по формуле $P(a<X<b) = F(b) - F(a)$, где $F(x)$ – функция распределения случайной величины.

Значения функции распределения находим с помощью встроенной функции pnorm(x, mean, σ).

$$\mathrm{pnorm}(3.2, \mathrm{mean}, \sigma) - \mathrm{pnorm}(2.1, \mathrm{mean}, \sigma) = 0.402$$

$$P(2{,}1<X<3{,}2) = F(3{,}2) - F(2{,}1) = 0{,}402.$$

6) Так как технологический процесс отрегулирован правильно, то выборочное среднее $\bar{x}$ можно принять за значение параметра, заданного в технической документации. Десятипроцентное отклонение находим по формуле $\delta = 0{,}1 \cdot \bar{x} = 0{,}1 \cdot 2{,}03.$ Затем вычисляется вероятность $P\left(\left|x - \bar{x}\right| < \delta\right) = 2F\left(\frac{\delta}{\sigma}\right).$

$$\delta := 0.1 \cdot \mathrm{mean} \qquad\qquad \delta = 0.203$$

$$2 \cdot \mathrm{pnorm}\left(\frac{\delta}{\sigma}, \mathrm{mean}, \sigma\right) = 0.02$$

Получаем ответ: выход годной продукции при заданном допуске $0{,}1\bar{x}$ составляет 2% от всей продукции.

ПРИКЛАДНА СПРЯМОВАНІСТЬ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ПРИ ФОРМУВАННІ СТАТИСТИЧНИХ УЯВЛЕНЬ

Т.І. Війчук
м. Київ, Інститут педагогіки АПН України
serglad@ukr.net

У сучасних умовах освіченій людині необхідно мати уяву про основні методи аналізу даних та статистичних закономірностей, про їх роль і місце в науці, техніці, організації виробництва.

Проблема формування у школярів статистичних уявлень, не дивлячись на свою актуальність, залишається мало вивченою і потребує більшої уваги, зокрема, введення у шкільний курс математики елементів імовірнісно-статистичних знань.

Основи статистичного мислення, статистичного підходу до аналізу явищ реальної дійсності, елементарна статистична інтуїція не тільки потрібні людині в сучасному світі, але і доступні на рівні середньої освіти, тому вивчення елементів теорії ймовірностей та статистики необхідне і можливе в рамках шкільного навчання математики.

Намічені у нашій країні тенденції економічних перетворень дозволяють стверджувати, що в недалекому майбутньому суспільству будуть потрібні організатори і учасники виробництва нового типу, якими повинні стати більшість випускників шкіл. Цю необхідну для їх діяльності статистичну культуру треба виховувати з ранніх років. Не випадково у розвинутих країнах цій проблемі приділяють значну увагу: з елементами теорії ймовірностей і статистики учні знайомляться вже з перших шкільних років і на протязі всього навчання засвоюють імовірнісно-статистичні підходи до аналізу поширених ситуацій, що зустрічаються у повсякденному житті. Теорія ймовірностей та математична статистика розглядаються методистами всіх країн як розділи прикладної математики з характерними для неї прийомами та методами.

Завдання, які ставить перед випускником середньої школи життя, переважно пов’язані з необхідністю аналізу впливу випадкових факторів і прийняття рішень в ситуаціях, що мають імовірнісну основу. Тому певний запас імовірнісно-статистичних знань є невід'ємною умовою творчої роботи у багатьох областях. Ці знання необхідні і в школі при вивченні різних предметів, адже більшість закономірностей, що там розглядаються є статистичними і потребують для глибокого пояснення застосування статистичних ідей і відповідного понятійного апарату.

Свої перші уявлення про випадкові величини діти отримують із спостережень за ними у навколишньому житті. При цьому важливі характерні риси спостережуваних явищ стають чіткішими в ході збору статистичних відомостей і наочного їх представлення. Уміння реєструвати статистичні відомості і представляти їх у вигляді простих таблиць, діаграм вже само по собі характеризує наявність у школяра певного статистичного досвіду. У ньому знаходять відображення перші, ще не до кінця осмислені уявлення про неоднорідність та мінливість реальних явищ, про випадкові, достовірні або неможливі результати спостережень, про конкретні види статистичних сукупностей, їх особливості і загальні властивості. Ці вміння дають можливість формувати правильні уявлення не лише про явища з яскраво вираженою випадковістю, але і про такі явища, природа яких неочевидна і прикрита багатьма факторами, що ускладнюють сприйняття.

Біологія і фізика, хімія і географія дають численні приклади, що свідчать про статистичні закономірності, які зустрічаються при вивченні явищ природи. При вивченні цих дисциплін учень повинен отримати уявлення про техніку здійснення експерименту та обробку його результатів, тут він буде мати справу із статистичним застосуванням теорії ймовірностей. Вивчаючи питання спадковості, учень знайомиться з імовірнісно-статистичними законами Менделя та імовірнісними процесами, моделюючими процес спадковості. У фізиці та хімії статистичні уявлення відіграють виключно важливу роль у зв'язку з вивченням молекулярної будови матерії. Глибоке сучасне розуміння хімічних процесів, а також обробка результатів експерименту неможливі без широкого та повноцінного використання теоретико-імовірнісних та статистичних методів.

В наші дні людина постійно зустрічається з статистичною термінологією у політичних і наукових текстах, широко використовує її у повсякденній мові. Вона звучить у завтрашньому прогнозі погоди, коло мова йде про імовірність дощу, у виступах політика, коли він оцінює шанси або аналізує дані, у розмові економіста, організатора виробництва, вченого.

Значно поширились різноманітні лотереї, азартні ігри, беручи участь в яких важливо правильно оцінити шанси отримати виграш, притримуватися оптимальної стратегії або, навпаки, оцінивши свої шанси, відмовитись від гри. Всі питання, пов'язані з виграшними стратегіями, справедливими і несправедливими умовами випадкових ігор, викликають велике зацікавлення навіть у слабких учнів. Крім того, ігрова фабула задачі дає можливість організувати захопливий експеримент перед розв'язком її у класі, у бесіді з учнями обговорити їх оцінки шансів, поглибити і розвинути імовірнісну інтуїцію у потрібному напрямку.

Таким чином, поява у шкільній програмі імовірнісно-статистичної лінії, яка зорієнтована на формування статистичних уявлень учнів та їх ознайомлення з імовірнісною природою більшості явищ навколишньої дійсності, буде сприяти підсиленню її загальнокультурного потенціалу і прикладної спрямованості навчання математики, виникненню нових, глибоко обґрунтованих міжпредметних зв'язків.

СУТНІСТЬ ПЕДАГОГІЧНОЇ ПІДТРИМКИ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИКИ

Т.І. Дейніченко
м. Харків, Харківський державний педагогічний університет
ім. Г.С.Сковороди

Залучення дитини до процесу навчання, спілкування, соціального життя викликає в неї появу ряду проблем, складних ситуацій, утруднень, причиною яких є, з одного боку, необхідність адаптації учня в певному соціумі (соціалізація), з іншого боку, – потреба в збереженні індивідуальності, неповторності особисті, її суб'єктивного досвіду (індивідуалізація).

Вирішенню проблеми усунення протиріччя між соціальним і індивідуальним, ефективного впровадження особистісно-орієнтованого навчання сприяє, як свідчать результати сучасних досліджень (О. Газман, Т. Анохіна, С. Юсфін, Н. Михайлова, Т. Строкова та інші), забезпечення педагогічної підтримки учня в його індивідуальному розвитку, саморозвитку. Слід відзначити, що ця ідея не є новою для педагогічної науки, адже її висловлювали ще К. Ушинський, А. Макаренко, А. Мудрик, Ш. Амонашвілі та інші. Але своєї цілісності ця концептуальна ідея набула у працях О. Газмана та його послідовників.

Разом з тим, вивчення масової практики свідчить, що вчителя в багатьох випадках реагують на проблеми, які виникають у дитини тоді, коли вони проявляються в явному вигляді (неадекватна поведінка, погіршення успішності в навчанні тощо). При цьому реакція вчителя в основному має характер втручання, "швидкої допомоги". Так, за даними нашого дослідження тільки 8% опитаних учителів вважають, що допомога учням повинна прогнозуватися й бути превентивною, в той же час 70% учителів відповіли, що вони допомагають учневі після виявлення необхідності допомоги ("швидка допомога"), 22% здійснюють допомогу за запитом учня. В результаті такого становища тільки 6% учнів 7-8-х класів звертаються за допомогою до вчителя. Ці дані свідчать про те, що проблема педагогічної підтримки учнів у сучасній школі майже не вирішується.

У сучасній психолого-педагогічній літературі єдиного підходу до визначення поняття “педагогічна підтримка” не існує. Так, її розглядають як:

- особливу сферу діяльності школи (О. Газман);
- позицію педагога (Е. Бондаревська);
- специфічну психолого-педагогічну і моральну взаємодію: вільне спілкування, товариські відносини дорослого та дитини, акт спілкування й взаємодії, внутрішній настрій педагога й дитини на сумісну роботу; діяльність на рівні “особистість–особистість” (Н. Крилова);
- принцип педагогічної діяльності (Н. Михайлова, С. Юсфін);
- метод і форму виховання, технологію освіти (Т. Striкова, Н. Крилова).

Спираючись на дослідження О. Газмана і виходячи з особливостей процесу навчання, ми визначаємо педагогічну підтримку як превентивну і оперативну допомогу дітям у розв’язанні їхніх індивідуальних проблем, пов’язаних з успішним просуванням у навчанні, прийнятті шкільних правил; спілкуванням, самовизначенням. Разом із тим, ми поділяємо точку зору тих учених (О. Газман, Т. Анохіна, Н. Михайлова, С. Юсфін та ін.), які при вирішенні даної проблеми виокремлюють такий важливий аспект, що визначає успішне просування в навчанні, як стан здоров’я. А це, у свою чергу, потребує врахування фізичної працездатності учнів при вирішенні означеної проблеми.

Сутність педагогічної підтримки становить допомога учневі в подоланні перешкод, утруднень, спираючись на його суб’єктний досвід і володіння засобами виявлення й розв’язання своїх проблем. Сутність поняття педагогічної підтримки, як інноваційної концептуальної ідеї, безпосередньо пов’язана з пошуком можливості практичної реалізації особистісно орієнтованих підходів в освіті. Як невід’ємна частина цих підходів, ідея педагогічної підтримки сприяє їх розвитку і містить у собі реальну можливість збільшення суб’єктного потенціалу дитини (Н. Михайлова, С. Поляков, Т. Строкова та інші).

Виходячи з визначення сутності поняття педагогічної підтримки, можна виділити її предмет. **Предмет педагогічної підтримки**, таким чином, становить процес спільного з дитиною визначення її власних інтересів, цілей, можливостей і шляхів подолання перешкод (проблем), що заважають їй зберегти свою людську гідність і самостійно досягти бажаних результатів у навчанні, самовихованні, спілкуванні, здоровому образі життя (О. Газман, Т. Анохіна).

Визначенню змісту педагогічної підтримки сприяє семантичний аналіз поняття “підтримка”, на основі якого можна стверджувати, що **педагогічний зміст поняття “підтримка”** полягає у допомозі дитині стати впевненій у собі; підтримати й розвивати те позитивне, що є в особистості, її суб’єктність (здатність щодо перетворюючого відношення до особистісної життєдіяльності) й індивідуальність, прагнення до самостійності, саморозвитку, саморуху тощо; запобігти тому, що заважає розвитку дитини.

О. Газман, Т. Анохіна та інші дослідники відмічають, що сутність педагогічної підтримки розкривається передусім через дефініції “проблема”, “захист”, “самостійність”. При цьому проблему дитини вчені вбачають у негативному домінуючому стані особистості в даний момент, пов’язаному в першу чергу з неможливістю з’ясування причини, що викликала такий стан.

Аналіз психолого-педагогічної літератури дозволяє виділити основні принципи здійснення педагогічної підтримки:

1. Принцип ***“загальності***”: потреба в допомозі і підтримці існує об’єктивно і закономірно, тому кожен учень потребує систематичної й індивідуальної допомоги.

2. Принцип “***суб’єктності й індивідуальності***”: педагогічна підтримка спрямована на розвиток суб’єктності й індивідуальності.

3. Принцип “**проблемності**”: педагогічна підтримка служить розв’язку проблеми дитини.

4. Принцип “**пріоритету захисту прав та інтересів дитини**”: педагогічна підтримка – це діяльність, що спрямована на відстоювання інтересів і прав дитини, яка враховує, що дитина має право на помилку.

5. Принцип “***адресності й дозованості допомоги***”: допомога здійснюється адресно і тоді, коли власних зусиль дитини не досить для розв’язання проблеми.

6. Принцип “***співробітництва й договору між дитиною і дорослим***” передбачає:

- з боку дитини: пріоритет в розв’язанні проблеми належить самій дитині, тобто проблема в цілому розв’язується самою дитиною за опосередкованою участю дорослого; існує згода дитини на допомогу й підтримку;
- з боку дорослого: доброзичливість, безоцінюваність, особливий такт учителя, створення умов для виникнення у дитини відчуття самостійності в досягненні успіху, ненав’язливість допомоги; дотримання конфіденційності.

7. Принцип “***систематичності підтримки***”: в системі школи повинно бути закладено механізм, що дозволяє швидко й ефективно реагувати на проблеми дітей, прогнозувати їх виникнення.

8. Принцип “***диференційованого підходу при наданні підтримки***”: поступове збільшення або зменшення дози допомоги. Варіювання дози забезпечує розвиток самостійності, вольових зусиль, пізнавальних процесів дитини тощо.

Розв’язання проблеми дитини – це результат спільної діяльності дитини і дорослого. Виділяють наступні етапи цієї діяльності (Т. Анохіна, Н. Михайлова, С. Юсфін): ***діагностичний***, ***пошуковий***, ***проектний (договірний)***, ***діяльнісний***, ***рефлексивний***.

Поняття “педагогічна підтримка” тісно пов’язане з поняттям “допомога”. Вони взаємозамінювані, синонімічні, хоча і не тотожні за змістом: надаючи учневі допомогу, вчитель підтримує його. При цьому підтримку вчитель може здійснювати опосередковано, в той час як допомога може бути надана учневі тільки в процесі безпосереднього спілкування.

Якщо учень вчиться в “зоні свого найближчого розвитку”, то необхідність у систематичній допомозі з боку вчителя існує завжди, але щоб допомога була оптимальною з точки зору концепції педагогічної підтримки, вона повинна бути диференційованою, дозованою і адекватною тим труднощам, що виникають у дитини.

Диференціація допомоги ґрунтується на положенні Л. Виготського про “зону найближчого розвитку”, а це висуває певні вимоги до завдань, які надаються учням: вони повинні вимагати розумових зусиль, що розвивають мислення, і водночас бути під силу учням при відповідному керівництві з боку вчителя.

Якщо розглядати навчальний процес як певну сукупність дискретних кроків (етапів), що детермінуються конкретним уроком, заняттям, то здійснення підтримки на кожному етапі ми і визначаємо як **дозовану**, необхідну для подолання утруднення, що є у дитини на конкретному занятті; сукупність дозованої підтримки дозволяє здійснити **адекватну** допомогу учням, що і забезпечує в цілому їх навчання в "зоні найближчого розвитку".

Рівень розумових здібностей і підготовленість учня до навчальної діяльності потребує використання відповідної педагогічної допомоги. З урахуванням досліджень (О. Газман, Т. Строкова та інші) ми виділили п'ять видів такої допомоги: ***заміщення, заклик до наслідування, співробітництво***, ***ініціювання***, ***випередження***.

Педагогічна підтримка може здійснюватися в різних формах і носити різний характер: бути безпосередньою або опосередкованою, превентивною або оперативною, мати форми індивідуальної або групової роботи. При цьому шляхи її здійснення визначаються індивідуальними проблемами дитини: декого треба підтримати емоційно, іншого – психологічно або морально; деякі учні потребують допомоги в самоорганізації, в розв'язанні проблеми спілкування з іншими людьми (Т. Строкова, С. Юсфін).

Педагогічна допомога може здійснюватися на різних етапах процесу навчання: мотиваційно-цільовому, змістовому, діяльнісному, контрольно-оцінювальному, що потребує визначення відповідних прийомів її надання (див. таблицю).

Таким чином, головною умовою здійснення педагогічної підтримки у навчанні є вивчення індивідуальних особливостей кожної дитини для надання "адресної" допомоги, що потребує (Т. Зуєва, Н. Михайлова):

- виявлення проблеми дитини, причин, що її породжують та перешкод на шляху її подолання;
- цілеспрямованого формування в учнів потреб в самоаналізі та проектуванні власних дій: учити дитину аналізувати особистісну ситуацію, знаходити шляхи подолання негативних наслідків;
- слідкування за динамікою розвитку дитини, проведення диференціації проблем, що впливають на успіх у навчанні;
- створення мікрогруп учнів зі схожими проблемами та вибір відповідних методик їх підтримки.

№	Вид підтримки	Прийоми надання педагогічної підтримки	Характер утруднень учнів у навчанні					
			Наявність прогалин в знаннях	Недостатній рівень розвитку навичок аналізу, синтезу, узагальнення	Недостатній рівень розвитку самостійності мислення, навичок навчальної праці	Низький рівень фізичної працездатності	Низький рівень інтересу до предмету	Слабка воля, невпевненість в своїх силах
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Заклик до наслідування	Надання алгоритму доведення теореми, розв'язку (виконання) задач різних типів.	+	+	+!	+		
2		Пояснення ходу виконання подібного завдання	+	+	+!			+
3		Тимчасове полегшення завдання				+!		
4	Заклик до наслідування + ініціювання	Наведення аналогічної задачі, розв'язаної раніше		+				+!
5		Запис умови (крім словесної) у вигляді таблиці, матриці, позначок		+	+!	+	+	
6		Надання карток-консультацій, таблиць-порад з прийомів аналізу розв'язання задач, плану пошуку розв'язку задачі	+	+	+!	+		+
7		Надання зразків опису розв'язання задач за схемами прямого і оберненого розбору розв'язання		+				
8		Указівка способу перевірки правильності розв'язку задачі			+!			+
9	Випередження	Указівка теореми, правила, формули, на основі яких виконується завдання	+					
10		Указівка причинно-наслідкових зв'язків, необхідних для виконання завдання		+				
11		Попередження про найбільш типові помилки, неправильні підходи тощо			+	+		+!
12		Підбір цікавих задач, завдань з урахуванням інтересів до інших предметів		+			+!	
13		Підбір завдань, що мають практичне значення для учня	+				+!	+

1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	Часткове заміщення + ініціювання	Розбиття складної задачі на ряд елементарних		+	+	+!		
15		Указівка типу задачі, правила, на яке спирається дане завдання	+!					+
16		Доповнення до завдання у вигляді креслення, схеми, малюнка, креслення без позначок, креслення з позначками, з виконаною додатковою побудовою або рекомендацією до її виконання тощо		+!			+	
17		Називання відповіді, результату заздалегідь			+			+!
18		Указівка помилки в кресленні, у розрахунках, у постановці алгоритму роботи, в установленні залежностей	+!	+	+			
19		Надання алгоритму початкових дій	+		+			
20		Використання технічних засобів навчання (ПК)	+	+	+!	+	+	+
21		Організація спілкування між учнями	+	+	+	+	+	+
22	Ініціювання	Наведення на пошук розв'язання за допомогою асоціації		+!	+		+	
23		Пропозиція виконати допоміжне завдання, що наштовхує на розв'язок основного питання, задачі	+		+			+!
24		Наведення питань, що наштовхує на відповідь	+		+			+
25		Підбір завдань, що містять елементи історизму					+	
26		Створення емоційного тонусу пізнавальної діяльності				+	+	+!
27		Довіра до пізнавальних можливостей учнів (керований або вільний вибір завдань)	+	+	+	+	+	+
28		Заохочення досягнення учня	+	+	+		+	+

Аналіз та узагальнення матеріалів наукових досліджень з питань педагогічної підтримки в системі роботи вчителя, власні спостереження дозволяють зробити висновки, що:

- проблема педагогічної підтримки учнів у сучасній школі ще далека від свого остаточного вирішення;
- педагогічна підтримка учня виражає, насамперед, сутність гуманістичної позиції вчителя у відношенні до дитини і сприяє її індивідуальному розвитку й саморозвитку, що є основною метою особистісно орієнтованого навчання;
- зміст поняття “педагогічна підтримка” визначається нами як допомога вчителя, що передбачає певну систему засобів, спрямовану на вирішення проблем дитини, пов’язаних з навчанням, спілкуванням, фізичною працездатністю, самовизначенням у навчальній діяльності;
- педагогічна підтримка починається з виявлення “проблемного поля” дитини, тобто особистісно значимої для неї проблеми, при цьому сумісна діяльність вчителя й учня з розв’язання проблеми дитини проводиться за діагностичним, пошуковим, договірним, діяльнісним і рефлексивним етапами;
- вимогами до педагога (вчителя), який здійснює педагогічну підтримку є: віра в дитину, постійна увага до кожної дитини, стимулювання учнів до самостійних дій, розвинена емпатія, забезпечення дитині умов для її самовизначення й самореалізації.

МЕТОДИКА ИЗЛОЖЕНИЯ СВЯЗИ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ЛОКАЛЬНОЙ И ИНТЕГРАЛЬНОЙ ТЕОРЕМАМИ ЛАПЛАСА

В.М. Дрибан, Г.Г. Пенина
г. Донецк, Донецкий государственный университет экономики и торговли им. М. Туган-Барановского
resource@donduet.edu.ua

В учебниках и учебных пособиях по теории вероятностей для нематематических специальностей, как правило, не излагается вопрос о связи биномиального распределения с нормальным. Между тем рассмотрение этого вопроса имеет принципиальное значение для понимания диалектической взаимосвязи необходимости и случайности, для понимания того, что математические законы теории вероятностей являются следствием объективных реальных закономерностей, существующих в массовых случайных явлениях.

Вопрос о связи нормального распределения с локальной и интегральной теоремами Лапласа можно изложить концентрированно, акцентируя внимание на следующие моменты.

1. При рассмотрении нормированного нормального распределения обращаем внимание на то, что его плотность вероятности $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ есть ни что иное, как функция $\varphi(x)$, которая фигурировала в локальной теореме Лапласа. Таким образом, плотность вероятности нормального распределения с параметрами a и σ можно записать в виде:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma}\varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right).$$

2. Рассмотрим функцию распределения нормированного нормального распределения. Как известно, эта функция равна

$$F_0(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}}dx.$$

Следует обратить внимание студентов, что в выражении для $F_0(x)$ не надо путать x как предел интегрирования с x как переменной интегрирования. Нетрудно показать, что функция $F_0(x)$

связана с функцией Лапласа

$$\varPhi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt,$$

фигурировавшей в интегральной теореме Лапласа, простым соотношением:

$$F_0(x)=\varPhi(x)+0{,}5.$$

Действительно,

$$F_0(x)-\varPhi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}}dx+\int\limits_x^0 e^{-\frac{t^2}{2}}dt\right)=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt+\int\limits_x^0 e^{-\frac{t^2}{2}}dt\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{0} e^{-\frac{t^2}{2}}dt\ .$$

Применяя свойство плотности вероятности к нормированному нормальному распределению, получим:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}dt=1.$$

Так как подынтегральная функция четная и отрезок интегрирования симметричен относительно $t=0$, то

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{0} e^{-\frac{t^2}{2}}dt=0{,}5\,.$$

Итак,

$$F_0(x)–\varPhi(x)=0{,}5, \text{ т.е. } F_0(x)=\varPhi(x)+0{,}5.$$

3. Обращаем внимание студентов на то, что интегральная теорема Лапласа *формально* получается из соотношения для вероятности попадания в данный интервал нормально распределенной случайной величины при $\alpha=k_1$, $\beta=k_2$.

Действительно, для биномиального распределения математическое ожидание, как известно, равно $a=np$, среднее квадратическое отклонение равно $\sigma=\sqrt{npq}$. Подставив эти значения в вышеуказанную формулу, получим интегральную теорему Лапласа:

$$P(k_1<X<k_2)=\varPhi\left(\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right)-\varPhi\left(\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}\right),$$

справедливую при достаточно больших n.

Можно ли проведенные выкладки рассматривать как доказательство интегральной теоремы Лапласа? Да, но при одном условии: если мы имеем право считать, что при достаточно больших n число появлений события в независимых испытаниях, распределенное по биномиальному закону, можно приблизительно считать также нормально распределенным. И это на самом деле так. Оказывается, что нормальное распределение является предельным для биномиального при $n \to \infty$.

Действительно, пусть X – число появления события A в n независимых испытаниях. Обозначим через X_i число появлений события A в одном испытании с номером i ($i=1, 2, ..., n$). Тогда

$$X=X_1+X_2+...+X_n.$$

Поскольку испытания независимы, то X есть сумма независимых случайных величин. Так как каждая X_i может принять лишь значения 0 или 1, то при больших n влияние каждой из X_i на всю сумму незначительно. Следовательно, к случайной величине X применим известный вывод из центральной предельной теоремы. Итак, *биномиальное распределение при больших* n *можно приближенно заменить нормальным с параметрами* $a=np$ *и* $\sigma=\sqrt{npq}$.

Следствием интегральной теоремы Лапласа является формула вероятности отклонения относительной частоты $\frac{m}{n}$ от постоянной вероятности p в независимых испытаниях при достаточно больших n:

$$P\left(\left|\frac{m}{n}-p\right|\le\varepsilon\right)\approx 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right).$$

Теперь понятно, почему это соотношение может быть получено из формулы вероятности заданного отклонения нормально распределенной случайной величины:

$$P\left(\left|X-a\right|<\varepsilon\right)=2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right). \qquad (1)$$

Действительно, относительная частота $\frac{m}{n}$ есть случайная величина X, причем числитель m – число появлений события в n независимых испытаниях. Поэтому $M(m)=np$, $D(m)=npq$. По известным свойствам математического ожидания и дисперсии найдем:

$$M\left(\frac{m}{n}\right)=\frac{np}{n}=p\,,\ D\left(\frac{m}{n}\right)=\frac{npq}{n^2}=\frac{pq}{n}\,;\ \sigma\left(\frac{m}{n}\right)=\sqrt{\frac{pq}{n}}\,.$$

Подставив значение σ в (1) и учитывая, что для непрерывных случайных величин $P(|X–a|<\varepsilon)=P(|X–a|\leq\varepsilon)$, получим: при достаточно больших n

$$P\left(|X-a|\leq\varepsilon\right)=P\left(\left|\frac{m}{n}-p\right|\leq\varepsilon\right)\approx 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right).$$

Надо обратить внимание студентов на следующее обстоятельство: нормальное распределение является предельным для многих других законов распределения при достаточно часто встречающихся условиях. В этом состоит главная его особенность. Возможность приближенной замены одного распределения другим основана на следующих соображениях. Вычисление вероятности на практике не является самоцелью. Вероятность того или иного события на практике обычно нужна для того, чтобы в соответствии с ней выбрать дальнейший план действий: принять или не принять какую-то гипотезу, удовлетвориться ли результатом, учитывать ли тот или иной фактор и т.п. В такого рода “психологическом” выборе небольшие различия между вероятностями не будут играть особой роли.

Предложенная методика рассмотрения связи нормального распределения с локальной и интегральной теоремами Лапласа реализована в [1].

Литература

1. Дрибан В.М., Пенина Г.Г. Теория вероятностей: Учебное пособие. – Донецк: ДонГУЭТ, 2003. – 519 с.

МАТЕМАТИЧНІ ВМІННЯ НА УРОКАХ БІОЛОГІЇ ТА УКРАЇНСЬКОЇ МОВИ

Л.М. Єжель, К.М. Козіна
м. Кривий Ріг, Середня школа №99
school99@mail.ru

І. Математика на уроках біології

Перед загальноосвітньою школою стоять важливі завдання – підвищити пізнавальну активність учнів, виробити в них уміння творчо розв'язувати навчальні завдання, систематично поповнювати свої знання, застосовувати знання на практиці. Це можна здійснювати на уроках біології завдяки такому прийому, як розв'язання задач і вправ біологічного змісту.

Розв'язування задач дає можливість організовувати пізнавальну діяльність учнів на творчому рівні, тому що аналіз задачі, пошуки шляхів її розв'язування і саме розв'язання – усе це творчі процеси; виховувати в учнів інтерес до змісту виучуваного матеріалу і до навчального матеріалу з біології в цілому; перетворювати знання учнів у стійкі переконання, формувати науковий світогляд; тісніше встановлювати міжпредметні зв'язки між основами наук, що вивчаються в школі, в першу чергу між природничо-математичними; виробляти в учнів систему вмінь і навичок самостійної пізнавальної діяльності. Наприклад, задача на прості математичні дії, але з біологічними висновками: евкаліпти ростуть незвичайно. З насіння через 7 років виростає дерево в 19 метрів висотою. Підрахуйте річний приріст евкаліпта. Повільно чи швидко росте евкаліпт? Або ж при вивчені теми "Клас молюски" можна запропонувати слідуючи задачу: двостулкові молюски-перлівниці пересуваються дуже повільно: 20-30 см/год. Визначте, скільки часу потрібно перлівниці, щоб подолати шлях у 5 км.

Задачі і вправи можна застосовувати під час пояснення нового матеріалу, закріплення знань, як завдання додому, при перевірці знань, проведенні самостійних і контрольних робіт, повторенні навчального матеріалу, на факультативних і гурткових заняттях.

Під час пояснення нового матеріалу задачі допомагають проілюструвати основні теоретичні положення, показати застосування їх на практиці. На це не треба багато часу, а після розрахунків можна зробити висновки біологічного характеру. Наприклад, при вивченні теми “Обмін речовин” можна використати таку задачу: підрахуйте, яку кількість кисню (в літрах) потребує організм для виконання роботи в 3096 кДж, якщо окислення 1 г глюкози виділяється 17,2 кДж енергії. Учням треба визначити молекулярну масу реагуючих речовин, визначити кількість кисню, необхідну для одержання зазначеної кількості енергії. Це допоможе їм відповісти на питання: якій кількості глибоких вдихів і видихів відповідає така кількість кисню у людей з різною життєвою ємністю легень усього 5% кисню із всього повітря, що проходить через легені. Вчитель може показати, що відбувається в організмі людини, як проявляється закон збереження енергії, підвести учнів до самостійних висновків.

Для кращого запам’ятовування кількісних показників добре застосовувати задачі на визначення відсотку кількості видів рослин чи тварин.

Задачі на закріплення знань учні повинні розв’язувати та робити з них висновки більш самостійно.

Для домашніх завдань задачі добираються такі, що вимагають більше часу для розв’язання, потребують для довідок підручник або іншу літературу.

Підготовка учнів до активної практичної діяльності передбачає виробити в них уміння використовувати всю систему знань у складних взаємозв’язках між явищами та закономірностями в природі.

Важливе значення мають задачі і вправи на виробничу тематику. Це дає змогу пов’язати знання з застосуванням в сільському господарстві, медицині, у побуті. Задачі, пов’язані з розрахунками кількості насіння для сівби, добрив, кормів, складання раціонів, виховують ініціативу, творчий підхід до справи.

Вчитель біології має звертати увагу учнів на найбільш раціональні прийоми розв’язування задач. Використовувати знання – це означає застосовувати їх з користю.

Задачі і вправи, зміст яких виходить за межі шкільної програми, добре використовувати на заняттях факультативу та в позакласній роботі.

Краще навчаються учні, знаходять рішення задач, коли коментуються вголос, пояснюються дії, обґрунтовують рішення. У разі потреби учні або вчитель вносять зміни і доповнення.

Для закріплення і узагальнення можна використовувати малюнки, форзаци в підручниках і будувати графіки та порівняльні таблиці.

ІІ. Міжпредметні зв'язки математики та української мови

Важко найти більш далекі один від одного предмети, ніж українська мова та математика, але ще важче знайти більш близькі предмети шкільного курсу, ніж ... українська мова та математика. І в цьому разом з учнями ми переконуємося кожен день.

Відомо, що математика покликана розвивати логічне мислення, а мова домагає виразити це мислення у словах. Прослідкуємо за мовою учнів і помітимо, що вона не однакова: одні діти виражають свої думки чітко, зрозуміло, обґрунтовано, інші – розпливчасто, не завжди зрозуміло. Ось і перший зв'язок математики та мови – навчити дітей мислити логічно та вміти виразити таке мислення в словах. Як на уроках математики, так і на уроках мови вчителі намагаються розвивати відчуття, сприйняття й уявлення.

Для цього на уроках української мови ми пропонуємо гру "Чомучка". Під час закріплення нової теми один учень виходить до дошки, а інші – задають йому питання з теми. Учень повинен дати логічні відповіді, а учні – почати своє запитання зі слова "чому". Ця гра допомагає розвивати в учнів логічне мислення, пам'ять, вміння виражати свої думки.

Але найближчими стають математика та українська мова під час вивчення теми "Числівник" у 6 класі. Саме на таких уроках можна перевірити, як учнів вміють робити розрахунки, запропонувавши їм ряд завдань:

1. Вірно записати числівники:

19; 87; 123; 4651; 88963; 1/6; 0,0027; 1247348.

2. Записати вирази словами:

а) 2674 – 89	в) 24785 + 199	д) 0,254 – 0,131
б) 1/6 + 5/6	г) 10084 · 25	є) 0,5678 – 0,5634

3. Зробити розрахунок і записати вираз словами:

а) 276 – 87	в) 6442 – 1286	д) 1/25 + 17/25
б) 25 · 3	г) 15 · 6	

Можна наводити багато прикладів таких завдань, але для того, щоб учні з захопленням їх виконували, треба знайти цікаві види уроків, на яких пропонуються ці завдання. Ми пропонуємо своїм учням уроки-конкурси: КВК, “Щасливий випадок”, “Брейн-ринг”, “Що? Де? Коли?”, “Поле чудес” тощо. З зацікавленням діти готуються до уроку екскурсії в “Музей числівника”, з задоволенням відправляються у мандрівку “Країною числівника”. Відвідали спочатку область Кількісних, зупинившись у містах Цілих Чисел, Дробових Чисел та завітавши до міста Збірних чисел. На такому уроці учні закріплюють матеріал з математики про цілі та дробові числа.

Взагалі, не тільки під час вивчення числівника слід звертатися до чисел, їх написання та відмінювання. На кожному уроці необхідно нагадувати учням правопис числівника, підтримуючи тісний зв’язок з математикою.

ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ СТОХАСТИКИ

Т.М. Задорожня
м. Ірпінь, Національна академія державної податкової служби України

В сучасних умовах швидкої зміни соціально-економічного середовища перед освітніми закладами I та II рівня акредитації постало завдання підготовки таких спеціалістів, які б користувалися попитом на ринку праці, тобто кваліфікованих і конкурентноспроможних. Саме тому в Національній доктрині освіти України визначено пріоритетні освітні цілі, що полягають у формуванні покоління молоді, що буде:

- захищеним і мобільним на ринку праці;
- здатним робити особистісний, духовно-світоглядний вибір;
- володіти необхідними знаннями, навичками, компетентністю для інтеграції в суспільство на різних рівнях;
- спроможним до навчання впродовж життя.

Адже жодна система освіти не може дати запасу знань на все трудове життя. Можуть бути закладені лише основи знань і вироблена здатність до самоосвіти, здатність сприймати та використовувати сучасні інформаційні технології, вміння при необхідності впродовж всього життя вдосконалювати свої професійні навички або оволодівати новими.

Для досягнення освітніх цілей необхідно підсилити прикладну спрямованість математичних знань взагалі і стохастичних зокрема та розширити використання міжпредметних зв’язків між фундаментальними та спеціальними дисциплінами. Особливо це актуально для студентів економічних спеціальностей, які мають розглядати стохастику як інструмент для вивчення в майбутньому нових фахових дисциплін. Адже саме повноцінне вивчення елементів стохастики дозволить в майбутньому ґрунтовно оволодіти: методиками вивчення та оцінювання результатів діяльності підприємств, організацій, комерційних банків; методами оцінки фінансового стану, фінансового планування; методологією економіко-статистичного аналізу державних фінансів та процесу оподаткування.

Сучасне розуміння міжпредметних зв'язків та проблем прикладної спрямованості математики взагалі і стохастики зокрема були предметом обговорення на міжнародних конференціях та розглядалися у роботах М. Білецького, Я. Бродського, М. Борисенко, О. Дубинчук, М. Жалдака, І. Звєрєва, В. Ільченко, Д. Кирюхіної, І. Козловської, Н. Лошкарьової, В. Максимової, Ю. Мальованого, О. Сергеєва, З. Слєпкань, А. Усової, В. Швеця та ін. Висновки дослідників вказують на те, що позитивного результату можна досягти лише за умови досягнення раціонального співвідношення між фундаментальними та фаховими дисциплінами. Між ними має існувати гармонія, підкріплена завданнями, що мають професійну спрямованість. Адже відомо, що недостатнє знання фундаментальних дисциплін стає суттєвою перешкодою для реалізації творчого потенціалу майбутніх економістів.

Для органічного поєднання фундаментальних та фахових дисциплін необхідним є професійне спрямування змісту всього навчально-виховного процесу уже з першого курсу підготовки молодших спеціалістів. Тому структура курсу математики взагалі і розділу стохастики зокрема повинна забезпечувати можливість акцентування основних ідей, а більша частина часу і уваги має приділятися основним методам і фактам, заради яких вивчається цей курс.

Однією з основних цілей вивчення стохастики є формування особливого типу мислення та озброєння методами дослідження явищ і процесів, що мають випадковий характер. Адже економіст працюватиме з реальними об'єктами і кінцева мета його роботи – це не стільки встановлення закономірностей процесу, що вивчається, скільки використання отриманих знань для управління ним, його прогнозування.

Тому вважаємо, що у процесі вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики велике значення має розв'язування задач, наповнених практичним змістом, задач, що торкаються реальних проблем, які виникають при вивченні спеціальних дисциплін. Наведемо приклади таких задач.

Задача 1.

Два банки (А і В) мають такі прогнози щодо прибутку на наступний рік (табл. 1):

Таблиця 1.

A		B	
Прибуток, $	Ймовірність	Прибуток, $	Ймовірність
0	0,1	100	0,2
200	0,1	500	0,2
1000	0,2	2000	0,25
2000	0,5	4000	0,3
10000	0,1	8000	0,05

Підрахувати економічний ризик (стандартну похибку) для вкладників у банки А і В.

Задача 2.

Роздрібний торговець продає певний товар. Він купує його за ціною 5 грн. за одиницю, а продає за 8 грн. Товар псується швидко. Якщо його не продати відразу, то він продажу не підлягає. Якщо це трапляється, то торговець повинен покрити витрати 5 грн. за одиницю продукції за рахунок власних коштів.

Статистичними дослідженнями за 200 днів встановлено, що денний попит на товар має 4 різні варіанти (табл. 2)

Таблиця 2.

Денний попит (x)	Кількість днів спостереження	P(x)
21	20	0,1
22	60	0,3
23	100	0,5
24	20	0,1
ВСЬОГО	200	1

Торговець намагається вирішити, який щоденний запас товару потрібно мати, щоб отримати максимальний прибуток.

Задача 3.

Страхова компанія розділяє застрахованих за класами ризику: І клас – малий ризик, ІІ клас – середній, ІІІ клас – великий ризик. Серед клієнтів: 50% – першого класу ризику, 30% – другого і 20% – третього. Ймовірність необхідності виплати страхової винагороди для ризику першого класу дорівнює 0,01, другого – 0,03, третього – 0,08. Яка ймовірність того, що: а) застрахований отримає грошову винагороду за період страхування; б) людина, що отримала грошову винагороду, відноситься до першої групи ризику.

Наведені та аналогічні їм задачі певним чином розглядатимуться і під час вивчення професійно спрямованих дисциплін: страхової справи, фінансового аналізу, макро- і мікроекономіки та ін.

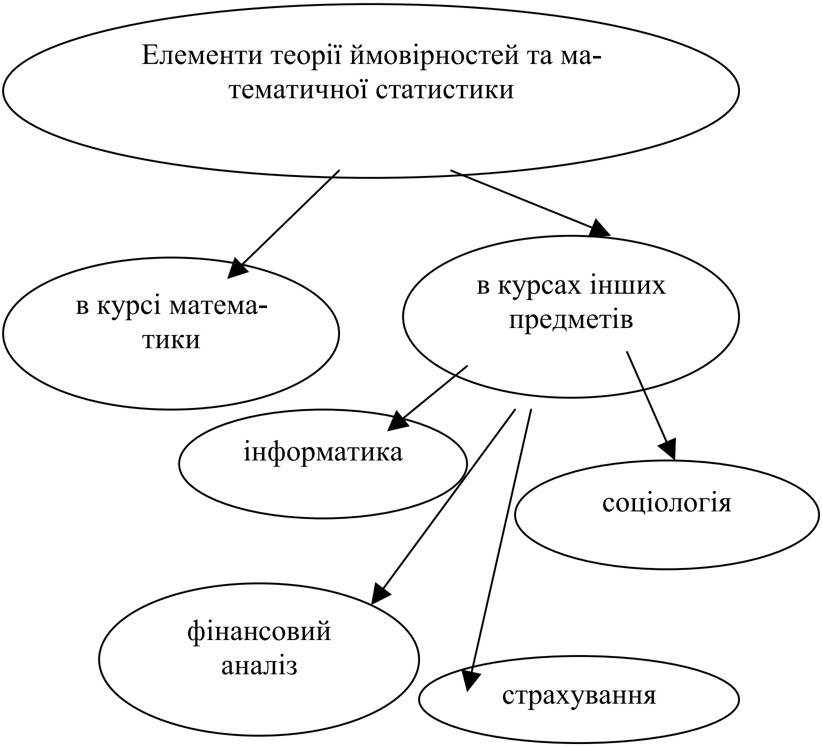


Рис. 1.

При вивченні тем математичної статистики корисно відпрацювати всі прийоми обробки дослідних даних на одному й тому ж наборі матеріалу. Аналіз даних, що проводиться при вивченні математичної статистики, дозволить, з одного боку, зекономити час, розглядаючи теми “Вибірка у соціологічному дослідженні”, “Аналіз документів, спостереження та експеримент у соціології”, “Соціологічне опитування”, “Статистичні методи обробки в соціології” та інші при вивченні соціології.

Протягом останніх років спостерігається тенденція до скорочення кількості годин аудиторних занять з математики, а відповідно і годин, що виділялися на вивчення стохастики. При збереженні попереднього обсягу матеріалу, який скорочувати вже просто неможливо, особливо гостро постає проблема відбору лекційного матеріалу, побудови практичних занять та організації самостійної роботи студентів.

Один із шляхів вирішення цієї проблеми ми бачимо в трансформації міжпредметних зв'язків. Ознайомлюючись з різними поняттями, методами при вивченні фундаментальних дисциплін, розширюємо відомості про них, відпрацьовуємо методи, вивчаючи фахові дисципліни. Певної "економії" часу нам вдалося досягнути за рахунок комп'ютеризації навчального процесу та проведення бінарних занять з теорії ймовірностей та математичної статистики й інших дисциплін (рис. 1).

Високий рівень проведення бінарних занять та розширення використання міжпредметних зв'язків можливе лише за умови досягнення високого рівня взаєморозуміння між викладачами математичних та спеціальних кафедр.

Дослідна робота засвідчила високу ефективність таких занять з погляду усвідомлення студентами стохастичної природи свищ і процесів в навколишньому світі та формування їх наукового світогляду.

Література

1. Білецький М.М. Повторення і міжпредметні зв'язки в процесі вивчення математики в середніх навчальних закладах. // Матеріали VIII Міжнародної наукової конференції ім. М. Кравчука (16–19 травня 2002 р., Київ). – К.: НТУУ КПІ, 2000. – С. 470.

2. Максимова В.Н. Межпредметные связи в процессе обучения. – М.: Просвещение, 1988. – 190 с.

3. Павленко Т.В. К вопросу об оптимальном подходе к изложению курса математической статистики в техническом вузе // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. – Випуск 3. – В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетНУ, 2003. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 225.

4. Національна Доктрина розвитку освіти України у XXI столітті: Проект // Освіта. – 2001. – №№60–62. – 24–31 жовтня.

5. Нічуговська Л.І. Математичне моделювання в системі економічної освіти: Монографія. – Полтава: РВВ ПУСКУ, 2003. – 289 с.

6. Нічуговська Л.І. Прикладні аспекти математики: лінійна функція та її економічне застосування // Математика в школі. – 2003. – № 8. – С. 43–47.

7. Швець В. О. Міжпредметні зв’язки математики і фізики сьогодні // Тези Міжнародної конференції “Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь”. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2002. – С. 96.

ПРОФЕСІЙНО-ПЕДАГОГІЧНА СПРЯМОВАНІСТЬ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

В.Я. Ілляшенко
м. Луцьк, Волинський державний університет
імені Лесі Українки
svit@lab.univer.lutsk.ua

Проблема професійно-педагогічної спрямованості математичної підготовки вчителя в університетах стає сьогодні актуальною. Це пов'язане передусім із зміною ситуації в шкільній освіті, виникненням, крім загальноосвітніх, великої кількості спеціальних шкіл.

При розгляді цієї проблеми необхідно виходити з сучасного розуміння професіоналізму вчителя математики, його професійної майстерності. В останні десятиліття була створена ціла наука про майстерність професійної діяльності – акмеологія. В рамках цієї науки були виділені загальні ознаки професіоналізму в різних професіях:

– володіння спеціальними знаннями про цілі, зміст, об'єкти і засоби праці;
– володіння спеціальними вміннями на підготовчому, виконавському, підсумковому етапах діяльності;
– оволодіння спеціальними властивостями особистості, які дозволяють здійснювати процес і одержувати шукані результати [1].

У відповідності з цим поглядом у професіоналізмі вчителя математики можна виділити три аспекти:

- змістовний (наявність спеціальних математичних знань);
- технологічний (володіння методами навчання математики);
- особистісний (володіння деякими рисами особистості).

Математична підготовка вчителя математики була предметом неодноразового розгляду такими вченими, як Л.С. Понтрягін, І.М. Яглом, А.М. Колмогоров, О.В. Погорєлов, М.І. Шкіль та ін.

Головна мета професійної підготовки вчителя математики –

виховання його як людини математичної, педагогічної, методичної і загальнонаціональної культури, що складає багаторівневий, складно структурований і одночасно цілісний, нероздільний простір його професійної культури.

Сучасний вчитель повинен знати національні, історичні традиції народу, особливості середовища, в якому виховуються діти, бути підготовленим до наукової розробки стратегії освіти в конкретних умовах, до вибору і реалізації нової педагогічної концепції і системи.

Розробкою професіограми вчителя займались В.А. Сластенін, колектив вчених під керівництвом І.А. Зязюна [4], колектив викладачів педуніверситету імені М.П. Драгоманова та ін.

В стратегії навчання математики необхідно враховувати всі три аспекти професіоналізму вчителя математики [2, 6–8].

Найбільшу увагу вчених привернув змістовний аспект професіоналізму вчителя математики.

Більшість з них визнає, що математична освіта у педвузах має специфічні особливості і повинна докорінно відрізнятись, наприклад, від освіти в класичних університетах. Необхідна фундаментальна математична підготовка вчителя, яка забезпечує йому математичні знання в межах, що далеко виходять за рамки шкільного курсу математики, універсальність у володінні ним різних математичних навчальних предметів у школі.

У математичній освіті майбутнього вчителя математики важливе місце займають курси “Числові системи”, “Основи геометрії”, “Теорія зображень”, “Елементарна математика” та інші, які не вивчаються в університетах. В той же час ряд університетських математичних курсів, які важливі, як прикладні, але далекі від шкільного курсу, в педвузах не вивчаються або вивчаються зовсім з іншою метою.

Велике значення для математичної освіти вчителя мають такі алгебраїчні поняття, як кільця, поля, векторні простори та інші. Створюється можливість ефективного повторення всіх цих питань в курсі “Числові системи”, де будуть переплітатись основні алгебраїчні, порядкові і топологічні структури. В той же час цей курс буде основою безпосередньої професійної діяльності вчителя в школі, адже головна лінія математики в школі – вивчення чисел. Після того, як будуть вивчені основні курси алгебри і теорії чисел, геометрії і математичного аналізу, студент повинен подивитись на шкільну математику з нових позицій, усвідомити її нестрогість в окремих місцях, виявити пробіли в шкільних доведеннях.

У викладанні в педвузі загальних математичних курсів вирішальне значення має вивчення основних понять математики, різних тонких доведень, особливих випадків [5]. Тому різні доведення і детальні викладки потрібні у педвузі лише постільки, оскільки вони служать розумінню цих питань та їх застосуванню.

Змістовний аспект професіоналізму висуває на перший план ідею зв'язку конкретного математичного курсу і відповідного шкільного предмету. Реалізація цього зв'язку забезпечує цілеспрямованість курсу, розуміння студентами перспективи його вивчення, а значить, сприяє свідомому засвоєнню курсу [2].

В умовах інтенсивного розвитку науки і техніки ґрунтовна фундаментальна підготовка набуває ще більшого значення, визначає принципові підходи до професійної освіти педагогів. Але не можна погодитись з постійним намаганням в останні роки змінювати навчальні плани і збільшувати номенклатуру фундаментальних навчальних дисциплін, що веде до перевантаження студентів, обмеження їх самостійної роботи і зниження якості знань не лише з психолого-педагогічних дисциплін, але і з самих фундаментальних наук.

Технологічний аспект професіоналізму вчителя математики вимагає його спеціальної методичної підготовки. Проте цей аспект є невід'ємною частиною і математичної підготовки. Математичні дисципліни повинні забезпечити студенту не тільки широкий кругозір в математиці, певний рівень математичної культури, але й знайомство з методами викладання шкільного курсу математики. У методичній підготовці майбутнього вчителя засобами математичних дисциплін можуть застосовуватись різні прийоми: мотиваційне забезпечення навчальної діяльності, пропедевтика, всебічний виклад матеріалу (в тому числі шкільні варіанти); навчання застосуванню принципів дидактики; проблемність у навчанні; самостійні завдання по підготовці матеріалів для використання на уроках, заняттях, математичних гуртках, факультативах, в класах з різною спеціалізацією; ділові ігри; підготовка фрагментів уроків з певних тем шкільної програми; завдання по переробці фрагмента теорії у фрагмент навчального предмету в школі; відбір задач.

Технологічний аспект математичної підготовки вчителя повинен мати неперервний характер, тобто всі математичні курси повинні брати участь в процесі неперервного досягнення студентами педагогічної діяльності. Це дозволяє перевести студентів відразу, з перших днів навчання у вузі з позиції школяра на позицію вчителя, що надає цьому аспекту виражений творчий характер, сприяє виробленню у студентів власних елементів технологій. Методична культура вчителя математики розглядається як органічна єдність методичної компетентності (знання: методична освіченість і методичний кругозір) та методичного професіоналізму (діяльність: методичне мислення і методичний досвід) [7].

В роботі [6] на основі сучасних психологічних теорій научіння і дидактичних систем розглядається методика організації і управління трьома провідними видами навчально-пізнавальної діяльності учнів при вивченні курсу математики:

1) формування математичних понять;
2) навчання доведенням математичних тверджень;
3) навчання розв’язуванню задач.

Педагогічна практика студентів показує, що основні труднощі в роботі вони відчувають при відшуканні способів розв’язання задач і доведення теорем. У зв’язку з цим потрібно розробляти спеціальний загально-методичний курс теоретичних основ навчання математики, оснований на сучасній методології.

Важливим видом професійної підготовки вчителя математики є історико-методична підготовка, яка дозволяє формувати уявлення про динаміку впровадження досягнень математики як науки в шкільну освіту. Практично всі видатні вчені математики брали участь в долі вітчизняної шкільної математичної освіти. Досить навести кілька прикладів.

М.П. Кравчук викладав математику в школі, був організатором першої Всеукраїнської олімпіади юних математиків. Відомі його методичні роботи для вчителів. А.М. Колмогоров, будучи видатним математиком XX століття, очолив реформу математичної освіти 60-70-х рр. Видатний геометр О.В. Погорєлов створив шкільні підручники з геометрії, якими користуються в наш час.

Характеризуючи вчених-математиків, які внесли вклад у розвиток шкільної математичної освіти, коротко аналізуються їх математичні досягнення, які не входять в програму фундаментальних математичних курсів. Це в свою чергу сприяє формуванню математичної культури майбутнього вчителя.

Історико-методична підготовка вчителя математики збагачує його знаннями про історію математичної освіти та історію методики викладання математики.

Крім технологічного аспекту, для продуктивної професійної діяльності істотне значення має особистісний аспект.

Які ж важливі якості особистості, що дають можливість досягнути ефективності у професійній праці?

Це інтелектуальні (мислення), моральні (поведінка), емоційні (почуття), вольові (здатність до самоуправління), організаторські (механізм діяльності) [1, 4].

На роль вивчення математичних курсів у формуванні математичного мислення вказувало багато вчених. Але роль математики полягає і в тому, що формування математичних структур мислення дозволяє розвивати не тільки математичні здібності, але й розум людини, її особистість в цілому. Математичному мисленню характерні всі якості наукового мислення (логічність, здатність до узагальнення, гнучкість, раціональність та ін.), тому з допомогою математики студенти знайомляться з методами розв’язання проблем, які виходять за межі математики (аналогія, порівняння, узагальнення, аналіз, синтез та ін.).

Особистісний аспект навчання математиці полягає в його моральній стороні. Вивчення математики, її структур виробляє в людині потребу подолати опір між нашими уявленнями та їх науковим обґрунтуванням, що сприяє не тільки чіткості, логічності мислення, але і виховує такі морально-етичні і вольові якості, як охайність, аргументованість, принциповість, уміння сприймати іншу думку, відданість істині, наполегливість в досягненні мети, працелюбність і чесність. Духовний розвиток особистості проходить шляхом впливу вивчення математики не тільки на розум людини, а й на емоційну сферу.

На виховний аспект вивчення математики наголошувало багато видатних вчених-математиків, педагогів, зокрема, О.Я. Хінчин, Б.В. Гнєденко, А.М. Колмогоров, І.М. Тесленко та ін.

При викладанні математики необхідно використовувати всі можливості для того, щоб навчити студентів – майбутніх вчителів, бачити естетичні моменти, внутрішню гармонію в математичному змісті самої дисципліни, розуміти єдність істини і краси.

Багатий естетичний потенціал мають багато розділів вузівської і шкільної математики, але не менш важлива інша естетика – процесуальна, пов’язана з подачею матеріалу, його записом, зображенням, його сприйманням і розумінням [8].

Ми поділяємо точку зору багатьох вчених, що математика в школі – загальнокультурний гуманітарний предмет, який дозволяє суб’єкту правильно орієнтуватись в навколишньому світі і “розум в порядок приводить” [3].

Математика – наука про математичні моделі. Моделі в математиці описуються специфічною мовою (терміни, позначення, символи, графіки, графи, алгоритми і т.д.). Значить, потрібно вивчати математичну мову, щоб можна було працювати з будь-якими математичними моделями. Але навчальний предмет, орієнтований на вивчення якої-небудь мови, вважають предметом гуманітарним. Особливо важливо при цьому підкреслити, що основне призначення математичної мови – здатність організації діяльності (тоді як основне призначення звичайної мови – служити засобом спілкування), а це в наш час дуже важливо для культурної людини.

Саме така думка повинна бути однією з провідних у професійній підготовці вчителя математики.

Математика сприяє гуманітаризації загальної освіти. І потрібно не зменшувати її складову в шкільних навчальних планах, а посилювати той гуманітарний потенціал математики, який закладений в ній. Гуманітаризацію загальної освіти в цілому, на нашу думку, потрібно розуміти як пошук рівноваги між технократичною і гуманітарною освітою [10].

Математична освіта не є особистою справою людини. Це питання державної ваги, і, значить, суспільство повинно піклуватись і заохочувати якісну освіту.

Вивести математичну освіту на передові рубежі можна, тільки зберігши кращі традиції вітчизняної школи і тільки спільними зусиллями математиків, педагогів, вчителів.

Література

1. Дергач А.А., Кузьмина Н.В. Акмеология: пути достижения вершин профессионализма. Российская академия управления. – М., 1993.
2. Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте. Автореф. дисс. ... доктора пед. наук. – М., 1986.
3. Мордкович А.Г. Математика в школе – новые задачи, новые концепции, новые учебники. // Модернизация школьного математического образования и проблемы подготовки учителя математики университетов и педагогических вузов. – Спб: РГПУ им. А.И.Герцена, 2002. – С. 3-12.
4. Основы педагогического мастерства. Под ред. И.А. Зязюна. – К.: Вища школа, 1987.
5. Потоцкий М.В. Преподавание высшей математики в педагогическом институте. – М.: Просвещение, 1989.
6. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике. – К.: Рад. школа, 1983.
7. Стефанова Н.Л. Теоретические основы развития системы методологической подготовки учителя математики в педагогическом вузе: Автореф. дисс. ... д-ра пед. наук. – СПб, 1996.
8. Тестов В.А. Стратегия обучения математике. – М., 1999.
9. Хинчин А.Я. О воспитательном эффекте уроков математики // Повышение эфективного обучения математике в школе. Кн. для учителя. Сост. Г.Д. Глейзер. – М.: Просвещение, 1989.
10. Ілляшенко В.Я. Технологія гуманітаризації шкільної математичної освіти як одна з сучасних педагогічних технологій // Педагогічний пошук. Науково-методичний вісник. – № 2 (26). – Луцьк, 2000. – С. 18-20.

ДИДАКТИЧНІ ІГРИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

С.І. Кашина, Г.Н. Середа
м. Кривий Ріг, Середня школа №99
school99@mail.ru

Прийшов час, коли гасло “Кожній школі – комп’ютерний клас” не є утопічним. Здається, вже ні для кого не секрет, що комп’ютер використовують не тільки на уроках.

Місце і зміст шкільного предмету “Інформатика” значною мірою залежить від рівня інформації навчального процесу, розробленості нових інформаційних технологій навчання та їх використання при вивченні різних навчальних предметів, змістового наповнення інших навчальних предметів, в тому числі таких як словесність, література.

Проблеми інформатизації тісно пов’язані також і з проблемами гуманізації навчального процесу, які повинні передбачати розширення і поглиблення теоретичної бази знань, надавати результатам навчання практичної значущості, творчого спрямування, розкривати творчий потенціал учнів і вчителів. А це можливо лише в умовах широкого впровадження та системного використання нових інформаційних технологій навчання.

Впровадження нових інформаційних технологій відкривають широкі перспективи і при вивчення дисциплін гуманітарного циклу – рідної та іноземної мови, літератур, художньої культури. Це дає змогу на уроках створювати новий тип ставлення до пізнання, наприклад, інтерес до способу здобування знань коли традиційно вважалося достатнім сформувати інтерес до змісту навчання. І курс інформатики надає нам великі можливості для формування, підтримки та розвитку інтересів до способів здобування, а також для закріплення знань.

Інтерес учнів до знань також стимулює використання ігрових моментів. Так, ми працюємо над розробкою дидактичних ігор, які об’єднують в собі риси як ігрової, так і навчальної діяльності (література доби Відродження). Ця гра проводиться за допомогою комп’ютера. Гравець обирає відповідь, яку він вважає правильною і одержує номер пункту, в який йому необхідно перейти. У вищезазначеному пункті учень дізнається, чи вірно він відповів на запитання, одержує коротку інформацію стосовно цієї теми (навіть якщо дав вірну відповідь), інструктаж про подальші дії. Правильні відповіді дають можливість швидко рухатись по країнам доби Відродження, а невірні повертають гравця на початковий етап. Комп'ютерний варіант дозволяє грати всім учням класу.

Однією з форм контролю, яка використовується при підсумковому оцінюванні знань учнів, може бути тестування, що проводиться на комп'ютерах за допомогою програми "Тести".

Можливості комп'ютера можна використовувати також в випереджувальній пошуково-дослідницькій роботі, яка проводиться під час підготовки до уроків ділових ігор у старших класах.

Зацікавити учнів математикою, показати її могутність і красу, розкрити закономірність її дій – завдання кожного вчителя початкових класів.

Молодшим школярам властиво довільне поводження, ігрова діяльність, наочно-образний характер мислення, практичне відношення до виконання завдань (спрямованість уваги на результат, а не на спосіб дій). Приймаючи в увагу ці особливості дітей молодшого шкільного віку, доцільно в роботі з ними на уроках систематично застосовувати елементи гри. Практика показує, що новий матеріал, викладений в ігровій формі, з наступним проведенням практичної роботи чи бесіди, дають набагато кращі результати, чим традиційна форма проведення уроку.

Дидактична гра є цінним засобом виховання розумової активності дітей, вона активізує психічні процеси, викликає в учнів жвавий інтерес до пізнання невідомого.

У процесі проведення ігор на уроках у багатьох учнів підвищується інтерес до навчальної діяльності. Навіть пасивні на уроках учні виявляють інтерес спочатку до гри, а потім і до навчального матеріалу та до самої математики. Гра дає можливість учителю тактовно і непомітно допомогти слабкому учню, для якого підбирається завдання простіше – у грі цього ніхто не помітить. Завдяки цьому учні, що зазнають труднощів у навчанні, поступово засвоюють матеріал уроку.

У грі діти охоче переборюють значних труднощів, тренують свої сили. Вона допомагає зробити будь-який матеріал захоплюючим, викликає в учнів глибоке задоволення, створює радісний робочий настрій, полегшує процес засвоєння знань. Ігри на уроках математики поглиблюють і розширюють знання і практичні навички дітей; розвивають математичне і логічне мислення, кмітливість; виявляють найбільш обдарованих і здатних учнів, сприяють їх подальшому розвитку; залучають до цікавих занять; виховують інтерес до математики, наполегливість у подоланні труднощів; працездатність, організованість і колективізм.

Вчитель в ігровій формі учить школярів бачити цікаве і дивуватися простому спостереженню, радуватися умінням і досягненням своїм і своїми друзями, повніше реалізовувати підготовку до практичної діяльності. При використанні на уроках математики ігрового матеріалу необхідно дотримувати основних вимог:

1. Ігрове завдання за змістом повинне збігатися з пізнавальним, тобто ігровою є лише форма його постановки.

2. Математичний зміст гри повинен бути посильним для кожного учня, тільки тоді в ній будуть брати участь усі діти.

3. Учитель повинен знати:

- які математичні уміння і навички повинні формуватися під час гри в дітей;
- яке виховне завдання реалізується ігровою формою (виховання вольових якостей, почуттів довіри, взаємодопомоги, дружби, уміння інтереси колективу ставити вище своїх);
- як за мінімально короткий час ознайомити учнів із правилами і завданням гри;

4. Необхідно чітко визначити час гри, можливі зміни під час її проведення.

5. Підсумок гри підводить учитель, і він повинен бути справедливим.

Дидактична гра на уроках математики може проводитися у вигляді математичних розваг, ігор-подорожей, змагань. Але, головне, гра корисна лише тоді, коли сприяє розумінню математичної суті завдання, придбанню дітьми знань. При підборі ігор необхідно пам’ятати про те, що вони повинні сприяти повноцінному всебічному розвитку психіки дітей, їхніх пізнавальних здібностей, мови, досвіду спілкування з однолітками і дорослими, допомагати дитині опанувати уміннями аналізувати, порівнювати, абстрагувати, узагальнювати. У процесі проведення ігор інтелектуальна діяльність учня повинна бути пов’язана з його діями стосовно навколишніх предметів, для успішного навчання математиці в процесі гри необхідно застосовувати як предмети, що оточують школяра, так і моделі досліджуваного матеріалу чи предметні картинки, а також і таблиці.

За характером пізнавальної діяльності математичні ігри можна розбити на групи:

1. Ігри, що вимагають від дітей виконавської діяльності.
2. Ігри, що вимагають відтворюючої діяльності.
3. Ігри, у яких запрограмована перетворююча діяльність дітей.
4. Ігри, у які включені елементи пошуку і творчості. Це задачі, загадки, ребуси, уроки-подорожі.

Перед проведенням гри треба доступно викласти сюжет, розподілити ролі, поставити перед учнями пізнавальну задачу, підготувати необхідне устаткування, зробити потрібні записи на дошці.

Доцільно диференціювати ігрові моменти по труднощам завдань, за самостійністю їхнього виконання, коли поступово допомога вчителя стає менше. Це дає можливість не допустити відставання учнів, запобігти труднощів, підтримати невстигаючого, поступово переводячи його від колективних форм роботи до самостійних – частково і цілком.

Пропонуємо деякі назви ігор: “Визнач закономірність”, “Математичний футбол”, “Допитливі космонавти”, “Космічна подорож”, “По хвилях математичного океану”, “Математика в сірниковій коробці”, “Математична скринька”, “Математичний струмочок”, “Сторінками українських казок”; різноманітні математичні газети: “Хрестики–нулики”, “Відрізок і число”, “Математична скарбничка”, “Усезнайка”, “Юний математик”.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА» СТУДЕНТАМИ ДНЕВНОГО ОТДЕЛЕНИЯ

М.А. Кислова, А.А. Горшкова, С.Ф. Максименко
г. Кривой Рог, Криворожский металлургический факультет
Национальной металлургической академии Украины

В последние несколько лет на Криворожском металлургическом факультете НМетАУ при изучении различных дисциплин используют модульную систему обучения. Суть её в следующем: весь курс данной дисциплины разбивается на части, каждая из которых включает в себя лекции, практические или семинарские занятия, самостоятельную работу студентов и контроль знаний. По каждой части выставляется итоговая (модульная) оценка. В конце семестра становится возможным выставление семестровой (итоговой) оценки по итогам всех модулей, которые входили в текущий семестр.

На наш взгляд, данная схема оказалась очень действенной и при изучении курса «Высшая математика». После двух лет работы по модульной системе обучения можно сделать такие выводы:

1) использование модульной системы в процессе изучения курса «Высшая математика» полностью оправдано, так как данная дисциплина дает возможность подбора огромного количества дифференцированных заданий и вопросов для различных видов контроля;

2) положительным моментом является также увеличение доли самостоятельной работы студентов;

3) повышается заинтересованность студентов в улучшении результатов своей работы.

Как уже отмечалось выше, введение модульной системы подразумевает подбор заданий и вопросов для контроля успеваемости. Нами используются различные виды контроля. Это могут быть и устные теоретические опросы, и письменные математические диктанты; итоговые коллоквиумы, текущие контрольные работы, семестровые домашние задания. Варьирование различными видами контроля знаний позволяет поддерживать постоянный интерес студентов к высшей математике. Например, на одном и том же занятии различным по уровню успеваемости группам студентов можно предложить различные виды работ. Так, хорошо успевающим студентам выдаются письменные задания творческого характера; студентам-«хорошистам» – задания типового характера с различными наборами начальных условий и возможностью классифицировать полученные результаты. Студентам, плохо усвоившим данный материал, предоставляется возможность закрепить его с помощью математического диктанта или устного опроса. Каждый студент на таком занятии получает оценку.

Рассмотрим некоторые из видов контроля.

На каждом лекционном занятии 10 минут отводится на математический диктант по теме, рассмотренной на предыдущей лекции. Такие диктанты имеют 4 варианта, в каждом из которых по 3-5 заданий (вопросов) в зависимости от темы. Например, изучение темы «Дифференциальные уравнения: основные понятия и определения» может быть закреплено таким математическим диктантом:

1 вопрос:

Вариант 1. Дифференциальным называется уравнение, которое…

Вариант 2. Дифференциальным уравнением в частных производных является…

Вариант 3. Обыкновенным дифференциальным уравнением называется уравнение, которое…

Вариант 4. Порядком дифференциального уравнения называется…

2 вопрос:

Вариант 1. Интегральной кривой называется…

Вариант 2. Уравнением в явной форме есть уравнение…

Вариант 3. Уравнением в неявной форме называют уравнение…

Вариант 4. Системой обыкновенных дифференциальных уравнений называется…

3 вопрос:

Вариант 1. Общее решение дифференциального уравнения есть…

Вариант 2. Общим интегралом дифференциального уравнения есть…

Вариант 3. Уравнение вида $y' = f(x, y)$ называется…

Вариант 4. Уравнение вида $F(x, y, y')=0$ называется…

4 вопрос:

Вариант 1. Начальным условием называется…

Вариант 2. Общим решением дифференциального уравнения первого порядка называется…

Вариант 3. Частным решением дифференциального уравнения первого порядка называется …

Вариант 4. Задачей Коши называется…

Кроме того, хорошо зарекомендовала себя такая форма работы: некоторые темы, не очень громоздкие и сложные для восприятия, предлагаются студентам для самостоятельной проработки. Для подготовки дается 7-10 дней. В назначенный день на лекционном занятии лекторами становятся студенты, наиболее качественно подготовившие эту тему. Остальные оценивают ее освещение и, при необходимости, вносят дополнения. Студенты, не подготовившие доклад, получают оценку «неудовлетворительно» и конспектируют излагаемый материал. Такой подход дает возможность каждому студенту проявить индивидуальные творческие и личностные особенности, вырабатывать ораторские способности, чувство уверенности в себе и своих силах.

Для раздела «Дифференциальные уравнения» такими темами могут быть:

1. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.
2. Решение линейных однородных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Проверка практических навыков осуществляется с помощью текущих самостоятельных и контрольных работ. Каждая тема раздела заканчивается письменной работой, в которую включаются упражнения, касающиеся самых важных положений.

Если при изучении раздела у студентов возникают трудности, то проводятся коллоквиумы, которые позволяют не только проверить уровень знаний, но и найти пути его повышения.

В начале каждого семестра студентам выдается список теоретических вопросов, которые выносятся на экзамен. Для проведения коллоквиума из этого списка выбирается определенное количество вопросов, которые студент должен подготовить для освещения. Подготовка может проводиться как по конспекту лекций, так и с помощью дополнительных источников. Таковыми являются любые учебники по курсу высшей математики, список которых предлагается студентам на первом занятии. Кроме того, преподавателями нашего института подготовлены методические указания к изучению каждого раздела высшей математики, которые содержат краткий теоретический материал, типовые расчеты и задания для самостоятельной работы.

В конце семестра преподавателем берутся во внимание все оценки, полученные студентом по каждому разделу, и выставляется, если это возможно, итоговая оценка.

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ЯК ЗАСІБ ОСУЧАСНЕННЯ ЗМІСТУ КУРСУ РЯДІВ

В.І. Клочко
м. Вінниця, Вінницький національний технічний університет
klochko@vstu.vinnitca.ua

Одним із основних математичних засобів електро- і радіоінженера є гармонійний аналіз. Оволодіння елементами теорії рядів Фур’є та інтеграла Фур’є зумовлює оволодіння студентами всього циклу інженерних дисциплін.

Методика вивчення основ гармонійного аналізу розглядалась у багатьох публікаціях [1, 2]. Проте автори висвітлювали лише окремі питання. Так, не розглядалось застосування комп’ютерної математики під час вивчення елементарної теорії періодичних функцій, дій з гармоніками, зокрема не завжди розглядається сутність рівності Парсеваля, як правило, не розглядається застосування рядів та інтеграла Фур’є до розв’язання диференціальних рівнянь. У зв’язку з розвитком обчислювальних засобів сформувався новий напрям: цифрова обробка сигналів. Цей напрям має широке застосування і в радіотехніці, економічної кібернетики та інших галузях науки і техніки. Одним із найбільш важливих математичних засобів цифрової обробки сигналів є дискретне перетворення Фур’є. Звичайно, проблеми методики вивчення рядів Фур’є неможливо розглянути в одній публікації.

У зв’язку з такими обставинами нами запропонована нова методика викладу рядів Фур’є, у якій, на нашу думку, дається відповідь на поставлені вище питання.

На заняттях розглядається поняття скалярного добутку двох функцій за формулою, підкреслюється, що властивості скалярного добутку векторів цілком переносяться на скалярний добуток двох функцій. Розглядається поняття базису, подаються рядом Фур’є періодичні функції з періодом 2π і функції з довільним періодом.

За допомогою систем комп’ютерної математики студенти знайомляться із ортогональними системами функцій. Наводяться приклади ортогональних систем. Так, система многочленів Лежандра степені n $P_n(t)$

$$P_0(t)=1, P_1(t)=t, P_2(t)=\frac{1}{2}(3t^2-1),...,$$

$$P_n(t)=\frac{1}{2^n\cdot n!}\cdot\frac{d^n}{dt^n}[(t^2-1)^n],...$$

ортогональних при $t\in[-1, 1]$, в математичній системі MathCAD позначається *Leg*(*n*, *t*). Скориставшись відповідними функціями математичної системи MathCAD, студенти будують також ряди Фур'є-Чебишева за ортогональною на відрізку [–1, 1] системою многочленів Чебишева *Tcheb*(*n*, *t*).

Для порівняння аналізуються графіки функції та часткових сум тригонометричного ряду, рядів Фур'є-Лежандра і Фур'є-Чебишева. В окремих випадках часткові суми з однаковою кількістю членів тригонометричного ряду точніше наближують функцію, ніж відповідні часткові суми ряду, побудованого за системою многочленів.

За традиційною методикою вивчення рядів Фур'є, за браком часу, студенти навчаються подавати рядом Фур'є парні і непарні функції, розглядаються приклади щодо подання рядом Фур'є довільних функцій, подання рядів Фур'є в комплексній формі, а також виконують розрахунково-графічні роботи. Не завжди розглядається представлення абсолютно інтегрованих функцій інтегралом Фур'є, приклади на перетворення Фур'є та обчислення спектральної щільності для абсолютно і не абсолютно інтегрованих функцій.

Застосування сучасних систем комп'ютерної математики (СКМ) Mathematica, MathCAD, Mathlab і ін., спеціалізованої програми NUMERI, дозволяє зосередити увагу студентів на поняттях та логіці методів рідів Фур'є, алгоритмах, звільнивши їх від громіздких обчислень. Слід також зауважити, що на прикладі тема рядів Фур'є студенти переконуються в тому, що без теоретичних основ, які вивчаються за традиційними методиками, неможливе глибоке оволодіння предметом.

Вивчення рядів Фур'є починається з введення поняття гармоніки, найпростішого, але, в той же час, і дуже важливого класу періодичних функцій. В застосуваннях часто розглядають функції, які зображуються сумами гармонік. Важливо те, що при додаванні гармонік з однаковими частотами отримують гармоніку з тією ж частотою. Розглядаються дії над гармоніками.

Важливо звернути увагу студентів на різні структури рядів Фур’є функції $f(t)$. В залежності від способу продовження функції на проміжок [–π, 0] отримаємо ряди різної складності. Найпростішим випадком ряду Фур’є є ряди, одержані при парному або непарному продовженні функції. Для порівняння наводяться графіки часткових сум.

Аналіз графіків дає підстави зробити висновок про те, що у порівнянні з рядом за косинусами – перші десять гармонік рядів у певному розумінні “краще” наближують функцію, наведену на рис. 1.

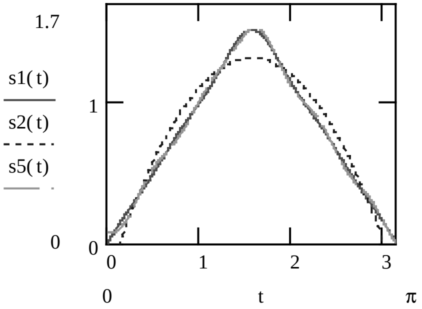


Рис. 1.

Виклад починається з уведення поняття скалярного добутку функцій $f(x)$ і $g(x)$ для $x\in(a, b)$:

$$f(x)\cdot g(x)=\int_{a}^{b} f(x)g(x)dx$$

Далі вводиться поняття ортонормованої системи функцій $\{g_k(t)\}$, $t\in[a, b]$.

Важливу роль в дослідженні радіотехнічних сигналів відіграє система ортонормованих функцій Уолша $Wal(k,t)$. Студенти будують графіки декількох перших функцій: $w0(x)=1$, $w1(x)=sign(sin(2\pi x))$, $w2(x)= sign(sin(4\pi x))$, $w3(x)=w1(x)*w2(x)$, $w4(x)=sign(sin(8\pi x))$, $w5(x)= w0(x)*w2(x)$, $w6(x)=w2(x)*w1(x)$, $w7(x)=w2(x)*w1(x)*w0(x)$, $w8(x)=sign(sin(16\pi x))$ та перевіряють властивість ортонормованості. Звичайно студенти повинні розуміти, що обчислення дають можливість висунути припущення і не є доведенням.

Критерієм оптимального розвинення сигналу за ортогональним базисом можна використати інтегральний показник. На його основі отримується рівність Парсеваля $\int_a^b f^2(x)dx = \sum_{n=1}^{\infty} c_n^2 \int_a^b g_n^2(x)dx$ та доводиться, що коефіцієнти Фур'є мають важливу властивістю: при зростанні номерів коефіцієнтів Фур'є, вони за абсолютним значення спадають.

За браком часу на занятті не з'ясовується фізичний зміст формули Парсеваля, який полягає в тому, що енергія, яка розподілена в часі $\left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [f(t)]^2 dt \right)$ (пропорційне потужності сигналу) еквівалентна енергії, яка розподілена за частотою $\left(\frac{a_0^2}{4} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2) \right)$, ($a^2{}_0/4$ – число, пропорційне потужності сталої складової сигналу; $a^2{}_k/2$ – число, пропорційне потужності гармоніки $a_k cos(k\omega t)$, відповідно $b^2{}_k/2$ – гармоніки $b_k sin(k\omega t)$, сума потужностей гармонічних складових цього сигналу). Оскільки коефіцієнти ряду a_k і $b_k \to 0$ при $k \to \infty$, то основна енергія сигналу $f(t)$ припадає на початкові частоти. Діапазон частот, на якому випромінюється приблизно 90% енергії сигналу, в техніці називають шириною спектру сигналу. Рівність Персеваля і дозволяє визначити цей діапазон. Відповідні обчислення легко виконуються за допомогою СКМ.

Приклад. Знайти ширину спектру сигналу

$$f(t) = \begin{cases} \frac{(2k+1)\pi - t}{2}, 2\mathrm{k}\pi < \mathrm{t} < (2\mathrm{k}+1)\pi, \\ 0, (2k-1)\pi t < t < 2k\pi, \end{cases} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Для цього сигналу $a_k=0$, $b_k=1/k$, тому $\frac{1}{2} * \sum_{k=1}^{\infty} b_k = \frac{1}{2} * \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$.

$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(\pi - t)^2}{4} dt = \frac{\pi^2}{12} \approx 0.822467$. Сума перших п'яти членів ряду дорівнює 0.732 і відрізняється від інтеграла (або від числа $\pi^2/_{12}$) на 11%, а сума перших десяти – на 5.7%. Отже, більше, ніж 90% енергії цього сигналу переноситься на частотах 1–10.

Проте у більшості практичних задач фізики, техніки частіше використовують тригонометричні многочлени. На заняттях за допомогою засобів СКМ студенти порівняно легко, на основі дібраного критерію, будують наближення сигналу та візуально порівнюють якість наближення.

Приклад. Для функції $f(t)$, $t\in[0, 3\pi]$ знайти тригонометричний многочлен $T(t)=\alpha+\beta\cos t+\gamma\cos 2t$, $t\in R$, який мінімізує норму $G(\alpha, \beta, \gamma)$:

$$G(\alpha,\beta,\gamma) = \sqrt{\int_0^{3\cdot\pi} \left(\alpha + \beta\cdot\cos(t) + \gamma\cdot\cos(2\cdot t) - f(t)\right)^2 dt}$$

Розв’язок системи має вигляд:

$$\alpha = \frac{1}{3}\cdot\frac{\int_0^{3\pi} f(t)\,dt}{\pi} \quad \beta = \frac{2}{3}\cdot\frac{\int_0^{3\pi} f(t)\cdot\cos(t)\,dt}{\pi} \quad \gamma = \frac{2}{3}\cdot\frac{\int_0^{3\pi} f(t)\cdot\cos(2\cdot t)\,dt}{\pi}$$

На прикладі функції f(t):=t, $t\in[0, 3\pi]$ оцінимо якість наближення тригонометричними многочленами f1(t) і f2(t).

f1(t)=4.712+2sin(t)-sin(2t)+0.667sin(3t)-0.5sin(4t)+0.4sin(5t),

f2(t)=4.712-0.424cos(t).

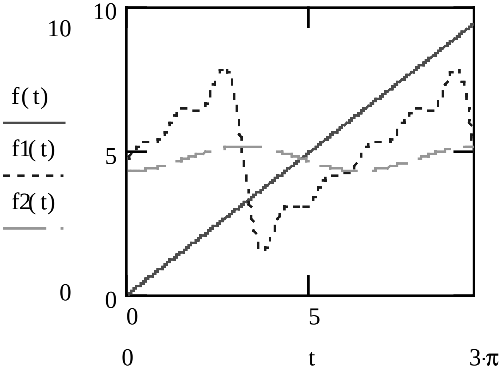


Рис. 2.

Значення показника точності наближення функції f(t) тригонометричними многочленами f1(t) і f2(t) такі: *G(4.712,2,-1,0.667,-0.5,0.4)=9.21*, *G(4.712,-0.424,0)=8.302.* Тобто, якість наближення многочленом f2(t) вища, ніж многочленом *f*1(t). Графік на рис. 2 ілюструє одержані результати обчислень.

Важливе значення як в теорії рядів Фур’є, так в застосуваннях має поведінка часткових сум. Виявляється, графіки часткових сум $S_n(x)$ при $n\to\infty$: в околі точки розриву коливатись з досить великою амплітудою. Така поведінка рядів Фур’є призводить до помилок при їх застосуванні у тому випадку, якщо коефіцієнти Фур’є спадають не швидше, ніж n^{-3}. З метою пригнічення таких збурень використовуються “вікна даних”.

Приклад. Розвинути в тригонометричний ряд Фур’є функцію $f(t)=t$, $t\in[1, 5]$.

Остаточно ряд Фур’є набуває вигляду:

$$f(t)=3+\frac{4}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{(2k-1)\pi t}{2}}{2k-1}+\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin k\pi t}{k}$$

$$1<t<5$$

Проаналізуємо поведінку часткових сум ряду Фур’є. Побудувавши графіки часткової суми та функції $f(t)$ на періоді та в околі точки розриву. Так, в околі точки розриву проявляється явище Гіббса, яке полягає в тому, що графіки часткових сум $S_n(x)$ в околі точки розриву коливаються і не мають тенденції до зменшення амплітуди коливання. Графіки часткових сум $S_n(x)$ ряду Фур’є наведено на рисунках 3 і 4.

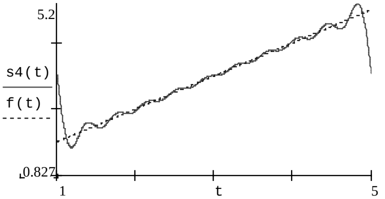


Рис. 3.

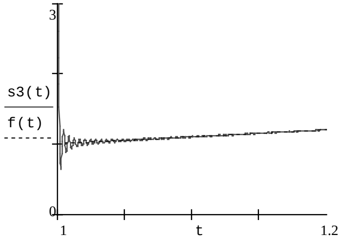


Рис. 4.

Зокрема, переконуємося в тому, що в околі точок неперервності функції $f(x)$ абсолютна величина різниці між значеннями функції та часткової суми $S_n(x)$ прямує до нуля при $n\to\infty$: $|f(x)-S_n(x)|\to 0$. Крім того, швидкість прямування до нуля у точках x віддалених від точки розриву тим більша, чим далі знаходиться x від точки розриву. По іншому ведуть себе часткові суми в околі точок розриву x_0. У відповідності до теореми Діріхле

$$S_n(x_0)=\frac{f(x_0-0)+f(x_0+0)}{2},$$

проте існують такі послідовності $\{x'_n\}\to x_0–0$, $\{x''_n\}\to x_0+0$ (рис. 3), що

$$\lim_{n\to\infty} S_n(x'_n)\neq \lim_{n\to\infty} S_n(x''_n).$$

В околі точки розриву скінчена сума членів ряду Фур'є більша за відповідні значення функції (рис. 4). Коли кількість членів часткової суми ряду зростає (m=10, m=100, m=1000, таблиця 1), ця особливість не зникає, а зміщується ближче до точки розриву (порівняти графіки на рис. 3 і 4, а також відносні відхилення, наведені в таблиці 1). Тобто розриви функції породжують осциляції часткових сум ряду Фур'є.

Ця ситуація обґрунтовується таким чином. Часткова сума ряду Фур'є, наприклад, функції $f(t)=t$, $1<t\leq 5$ має вигляд

$$S_n(t)=3+4*\sum_{k=1}^{n}\frac{\sin(0.5k\pi(1-t))}{k\pi}$$

У сумі зробимо заміну $t=1+4u/\pi$, тоді

$$S_n(t)=3+4*\sum_{k=1}^{n}\frac{\sin(0.5k\pi(1-t))}{k\pi}=3+4\sum_{k=1}^{n}\frac{\sin(-2ku)}{k\pi}=$$

$$=3–\frac{8}{\pi}\sum_{k=1}^{n}\int_0^u\cos(2kx)dx=3–\frac{8}{\pi}\int_0^u\sum_{k=1}^{n}\cos(2kx)dx=$$

$$=3–\int_0^u\frac{\sin(nx)\cos(n+1)x}{\sin x}dx\,.$$

Дослідимо на екстремум часткову суму $S_n(t)$. Знаходимо критичні точки.

$$S'_n(t)=-2\frac{\sin(0.25\pi n(t-1))\cos(0.25\pi(n+1)(t-1))}{\sin(0.25\pi(t-1))}\,.$$

$$t=1+\frac{4m}{n},\ m=1,2,\ldots,n–1,\ t=1+\frac{2(2l+1)}{n+1},\ l=1,2,\ldots,n..$$

Екстремуми розміщені таким чином: між двома послідовними максимумами знаходиться мінімум. Із збільшенням n точки екстремуму наближаються до кінців проміжку. Обчислимо значення часткових сум в екстремальних точках.

При t=1.4 часткова сума $S_{10}(1.4)=1.588$, тобто перевищує значення функції $f(1.4)$ майже на 14%. В першій точці мінімуму t=17/11 часткова сума $S_{10}(1.545)=1.421$, тобто менша за відповідні значення функції $f(1.545)$ майже на 8%.

В таблиці 1 відображено динаміку змінювання похибки при заміні значень функції частковими сумами її ряду Фур'є (m=10, m=100, m=1000). При збільшенні кількості членів часткової суми похибка залишається великою, проте вона зміщується до кінця відрізка.

Таблиця 1

m=10	m=100	m=1000
$\frac{\lvert s3(h)-f(h)\rvert}{\lvert f(h)\rvert}\cdot 100$	$\frac{\lvert s3(h)-f(h)\rvert}{\lvert f(h)\rvert}\cdot 100$	$\frac{\lvert s3(h)-f(h)\rvert}{\lvert f(h)\rvert}\cdot 100$
199.77	197.97	179.999
199.54	195.941	160.167
199.31	193.913	140.664
199.08	191.885	121.648
198.851	189.859	103.268
198.621	187.833	85.663
198.391	185.809	68.964
198.161	183.787	53.286
197.932	181.767	38.73
197.702	179.748	25.38
197.473	177.732	13.305
197.243	175.717	2.555
197.014	173.705	6.84
196.785	171.696	14.864
196.555	169.689	21.524
196.326	167.685	26.843

Досить рідко розглядається застосування рядів Фур'є та інтегральних зображень функції, і, зокрема, інтегралу Фур'є до розв'язування диференціальних рівнянь. Використання СКМ спрощує перетворення і дозволяє студентам звільнити час для аналізу розв'язку, що сприяє розвитку їхньої активності, самостійності, підвищенню інтересу до вивчення дисципліни.

Приклад 4. Записати розв'язок диференціального рівняння

$$\frac{d^2}{dx^2}y(x) + y(x) = 4\cdot\sin(3\cdot x),\ y(0)=1,\ y'(0)=-1$$

у вигляді тригонометричного многочлена. Диференціальне рівняння розв’язується наближеним методом, реалізованим у системі комп’ютерної математики *MathCAD*, за допомогою функції *Odesolve.*

На рис. 5 наведено графік розв’язку рівняння. Він має періодичний характер. Тому апроксимуємо тригонометричним многочленом.

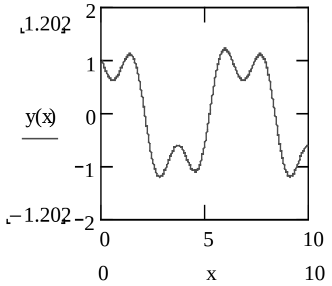


Рис. 5.

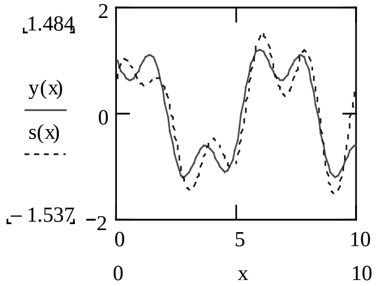


Рис. 6.

Обчислюємо коефіцієнти Фур’є:

$$a0 := \sum_{x=0}^{10} \frac{y(x)}{m} \quad a(n) := \sum_{x=0}^{10} \frac{2y(x)}{m}\cdot\cos\left(n\cdot x\cdot 2\cdot\frac{\pi}{m}\right) \quad b(n) := \sum_{x=0}^{10} \frac{2y(x)}{m}\cdot\sin\left(n\cdot x\cdot 2\cdot\frac{\pi}{m}\right)$$

Отже, тригонометричний многочлен має вигляд

$$s(x) := \frac{a0}{2} + \sum_{n=1}^{\frac{m}{2}} \left(a(n)\cdot\cos\left(n\cdot 2\cdot x\cdot\frac{\pi}{m}\right) + b(n)\cdot\sin\left(n\cdot 2\cdot x\frac{\pi}{m}\right)\right)$$

Для порівняння на рис. 6 наведено графік наближеного чисельного розв’язку, одержаного методом високої точності, та графік часткової суми *s*(*x*), яка апроксимує цей розв’язок.

У випадку необхідності, можна апроксимувати ділянки чисельного розв’язку рівняння, коли висувається припущення щодо усталеної періодичності розв’язку на цій ділянці.

Приклад. Записати часткову суму ряду Фур’є, яка апроксимує розв’язок диференціального рівняння

$$10\cdot\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 1\cdot\frac{d}{dt}x(t) + 11\cdot x(t) = 5\cdot\cos\left(\frac{1}{3}\cdot t\right)\ x(0)=0,\ x'(0)=1$$

на ділянці можливої періодичності. За допомогою функції *Odesolve.* математичної комп'ютерної системи *MathCAD* одержано чисельний розв'язок, графік якого наведено на рис. 7. Можна зробити припущення, що з моменту t=50 с і до t=150 с розв'язок є періодичною функцією.

Обчисливши коефіцієнти

$$a0 := \sum_{t=0}^{150}\frac{x(t)}{m},\quad a(n) := \sum_{t=0}^{150}\frac{2x(t)}{m}\cdot\cos\left(n\cdot t\cdot 2\cdot\frac{\pi}{m}\right),\quad b(n) := \sum_{t=0}^{150}\frac{2x(t)}{m}\cdot\sin\left(n\cdot t\cdot 2\cdot\frac{\pi}{m}\right),$$

запишемо часткову суму

$$s(t) := \frac{a0}{2} + \sum_{n=1}^{\frac{m}{2}}\left(a(n)\cdot\cos\left(n\cdot 2\cdot t\cdot\frac{\pi}{m}\right) + b(n)\cdot\sin\left(n\cdot 2\cdot t\frac{\pi}{m}\right)\right).$$

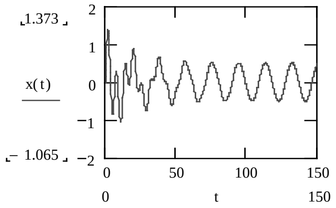


Рис. 7.

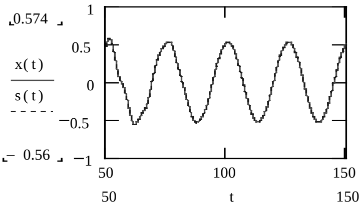


Рис. 8.

Аналіз графіків розв'язку $x(t)$ і часткової суми $s(t)$ (рис. 8) дає підстави зробити попереднє припущення про досить високу точність наближення розв'язку частковою сумою дискретного ряду Фур'є. Для остаточного висновку необхідні додаткові дослідження.

Таким чином, використання СКМ дозволяє викладачеві привести зміст не лише окремих розділів курсу математики, а й курсу в цілому до сучасних вимог, підвищити інтенсивність занять, розвивати творчі здібності студентів.

Література

1. Овчинников П.Ф., Ивахненко Т.Н., Литвин О.В. Новый способ изложения рядов, интеграла, преобразований Фурье. / Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Зб. наук. праць: В 3-х т. – Кривий Ріг: Вид. відділ НацМетАУ, 2002. – т.1. – С. 225-231.

2. Войцеховський О.А., Дубова Н.Б. З досвіду використання системи MathCAD при вивченні теми “Ряди Фур’є” / Зб. наук. праць / Меліт. держ. пед. ун-т – Вип. 1. – Мелітополь, 2001. – С. 159-161.

3. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Вища математика: Підручник. – К.: Либідь, 1996.

МЕТОДИЧНА ПРОПЕДЕВТИКА В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У ВУЗАХ ПЕДАГОГІЧНОГО ПРОФІЛЮ

О.М. Коломієць
м. Черкаси, Черкаський національний університет
ім. Б. Хмельницького

Підготовка у педагогічному вузі майбутнього вчителя математики передбачає формування та розвиток математичних знань, навичок та умінь, методичних знань, навичок та умінь, розвиток інтелектуальних здібностей, становлення особистості студента.

Вважаємо, що досягти такої підготовки можна тільки при узгодженому викладанні предметів з математики та методики навчання математики. Так, на заняттях з вищої математики студент насамперед повинен отримати математичні знання, набути навичок та умінь застосовувати їх на практиці, розвивати логічне та алгоритмічне мислення, просторову уяву тощо. Однак у вузі педагогічного профілю під час проведення занять з різних математичних дисциплін доцільно ставити завдання формувати первинні методичні знання, навички та уміння студента. Для цього після вивчення певної теми можна студентам дати завдання: розкрийте місце і роль даної теми в шкільному курсі математики; порівняйте подання даної теми в різних шкільних підручниках, підручниках для студентів; виділіть поняття, факти та способи діяльності даної теми у курсі вищої математики, позначте ті з них, які вивчаються в школі; виділіть, по можливості, основні типи задач, запишіть алгоритми чи схеми їх розв’язування, підберіть задачі на їх застосування (використайте шкільні підручники, задачники для вузів, журнали “Математика в школі”, матеріали олімпіад тощо); складіть бібліографічний список за даною темою.

Такі завдання доцільно виконувати в окремих зошитах, які стали б корисними у подальшому навчанні – на заняттях з методики навчання математики, у період педагогічної практики.

З іншого боку, викладач може цілеспрямовано демонструвати студентам зразки схем професійної діяльності, зокрема, виконуючи пошук алгоритмів, евристичних схем розв’язування та їх застосування (у процесі спілкування певним чином зі студентами, організовуючи їх діяльність) викладач показуватиме можливі еталони методичних прийомів.

Особливого підходу вимагатиме впровадження рівневої диференціації навчання, яка повинна пронизувати навчальний процес не тільки у школі, але й у вузі. Так, методичну пропедевтику також можна здійснювати диференційовано. Наприклад, на самостійну роботу з певної теми курсу аналітичної геометрії сильнішим студентам доцільно поставити такі завдання: опираючись на підручники з аналітичної геометрії, конспекти лекцій виділіть основні типи задач з теми; складіть схеми їх розв’язування; виділіть з них ті, які вивчаються в класах з поглибленим вивченням математики; самостійно сформулюйте задачі трьох рівнів складності до певної схеми розв’язування задач; підберіть питання з теми, які можна було б винести на факультативне вивчення в школі.

Слабким студентам викладач може запропонувати готові схеми розв’язування задач, при цьому кожному студентові доцільно дати такі завдання: складіть систему запитань, відповідаючи на які, можна розв’язати вказаний тип задач; підберіть з задачника задачі вказаного типу; виділіть основні типи задач з даної теми за підручником з геометрії для загальноосвітніх школі; складіть самостійно аналогічні задачі та розв’яжіть їх.

На наступному занятті подальша робота може відбуватися у вигляді взаємонавчання. Студентам можна запропонувати обмінятися підібраними ними задачами, обговорити створені схеми розв’язування певного типу задач. Сильнішим студентам доцільно дати завдання перевірити виконання завдань слабкими студентами. В цей час викладач зможе перевірити роботу сильніших студентів, розв’язувати з ними складніші задачі.

На нашу думку, такий підхід до навчання студентів у вузах педагогічного профілю не тільки виконуватиме пропедевтичну функцію курсу методики навчання математики, а й покращить математичну підготовку студента, активізує його самостійну діяльність тощо.

ПОВЫШЕНИЕ РОЛИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Л.Р. Корольская
г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

Современная математическая подготовка учащихся средней общеобразовательной школы характеризуется наличием в ней элементов теории вероятностей и математической статистики. Актуальность этого новшества не вызывает сомнений. В первую очередь потому, что современная экономическая жизнь, построенная на законах рыночной экономики, во многом определяется вероятностно-статистическими событиями, и потому необходимо осуществлять соответствующую подготовку подрастающего поколения.

Несомненно, что преподавание основ теории вероятностей и математической статистики должно быть приоритетным для учителей математики. И, как следствие, это должно быть предусмотрено в учебных планах специальности «Математика и основы информатики». Действительно, в учебных планах предусмотрено изучение названной дисциплины в объёме 120 часов (лекций – 35; практических занятий – 52; самостоятельная работа – 33). Указанный объём часов может быть взят за основу. Однако, на наш взгляд, требует пересмотра учебно-методическая литература, имеющаяся на данный момент времени. Суть проблемы в том, что курс теории вероятностей и математической статистики является традиционным в учебных планах механико-математических факультетов университетов (сейчас их принято называть классическими) и физико-математических факультетов пединститутов (ныне – педуниверситетов). Изучение его опиралось на учебные пособия, разработанные для университетов классического образования. Основной особенностью этой литературы является то, что она рассчитана на читателя с очень глубокой общей математической подготовкой, владеющего, например, абстрактной теорией меры, мерой и интегралом Лебега, интегралом Пуассона и т.п. В некоторых случаях изложение теоретических основ теории вероятностей и математической статистики осуществляется на чисто интуитивном уровне, с использованием понятий, лежащих вне поля зрения математики. Характерно для них то, что изложение материала осуществляется на формальном языке со слабым привлечением практического материала из сферы экономики и др.

Наш опыт преподавания курса теории вероятностей и математической статистики для студентов специальностей «Математика и основы информатики», «Физика и основы информатики», «Информатика и основы экономики» позволяет сделать некоторые выводы.

1. Для математических специальностей педвузов по теории вероятностей и математической статистике необходимо создать учебные пособия комплексного характера. То есть, перед каждым новым разделом теории вероятностей и математической статистики необходимо давать общие математические понятия и методы, необходимые для изучения данного раздела.
2. Объяснение основных понятий и теоретических выкладок по теории вероятностей и математической статистики должно носить подробный характер, чтобы будущий учитель математики мог применить этот материал в школе.
3. Учебный материал должен быть детально насыщен разнообразными практическими примерами из экономики, экологии и т.п., что имеет отношение к общеобразовательной школе.
4. Должны быть предусмотрены курсовые работы по теории вероятностей и математической статистики (8–10% от общего числа курсовых работ, выполняемых в настоящее время по математическому анализу, геометрии, алгебре).
5. По нашему глубокому убеждению в курсе должны быть предусмотрены вопросы по методике преподавания основ теории вероятностей и математической статистики в общеобразовательной школе. При распределении студентов IV–V курсов на педагогическую практику необходимо давать соответствующее задание по преподаванию основ теории вероятностей в школе.
6. Необходима разработка системы межпредметных связей фундаментальных математических дисциплин и курса теории вероятностей и математической статистики.

Преподавание курса теории вероятностей и особенно раздела «Математическая статистика» должно быть увязано с изучением комбинаторики. При этом необходимо учитывать и использовать подготовку по информатике будущих учителей математики. Решение задач по математической статистике должно осуществляться с применением компьютеров.

В настоящее время кафедра математики Криворожского педагогического университета проводит работу по указанным направлениям. Апробация некоторых предварительных результатов нашла понимание и поддержку при преподавании основ теории вероятностей на курсах последипломного образования учителей школ города. Учтены также пожелания учителей.

Кроме указанных аспектов, которые касаются повышения эффективности процесса преподавания теории вероятностей и математической статистики, не менее важным является ее использование для изучения основных статистических параметров совершенного учебного процесса, который характеризуется большим объемом самостоятельной работы студентов. К этому виду научно-исследовательской работы могут быть привлечены студенты.

ТРАНЗИТИВНАЯ РОЛЬ ТЕОРЕМЫ ЛАГРАНЖА В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ И ИНТЕГРАЛЬНОМ ИСЧИСЛЕНИИ

В.В. Корольский
г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

Переход от интегрального к дифференциальному исчислению традиционно осуществляется посредством введения понятия первообразной функции $F(x)$ для некоторой функции $f(x)$,которая является производной функции $F(x)$. Затем, как известно, вводится понятие неопределённого интеграла и далее выполняется переход к определённому интегралу. Такая методика осуществления связи между базовыми понятиями основных разделов математического анализа требует значительных затрат времени, что весьма актуально в современных условиях работы учебных заведений, когда значительная часть программного материала отводится на самостоятельное изучение студентами. В связи с этим определённый интерес представляет поиск новых методов для изучения математических дисциплин. В контексте к сказанному мы и рассматриваем известную теорему Лагранжа как транзитивное звено для более естественного перехода от дифференциального исчисления к изучению интегрального исчисления.

Обратимся к условиям теоремы Лагранжа: если функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $[a, b]$ и дифференцируема во всех точках $x\in\,]a, b[$, то выполняется равенство:

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(\xi)\,,\ \xi\in\,]a, b[\tag{1}$$

Ясно, что, если $f(x)$ удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа на $[a, b]$, то это будет сохраняться и для $\forall[x_i, x_{i+1}]\subset[a,b]$. То есть

$$\frac{f(x_{i+1})-f(x_i)}{x_{i+1}-x_i}=f'(\xi_i)\,,\ \xi\in\,]x_i, x_{i+1}[\tag{2}$$

Согласно равенства (2) записываем

$$\sum_{i=0}^{n}\left[f(x_{i+1})-f(x_i)\right]=\sum_{i=0}^{n}f'(\xi_i)(x_{i+1}-x_i)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n}\left[f(x_{i+1})-f(x_i)\right]=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n}\left[f'(\xi)(x_{i+1}-x_i)\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{n\to\infty}[f(x_1)-f(x_0)+f(x_2)-f(x_1)+\ldots+f(x_n)-f(x_{n-1})]=$$

$$=\lim_{n\to\infty}[f(b)-f(a)]=f(b)-f(a).$$

Таким образом,

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n}f'(\xi_i)(x_{i+1}-x_i)=f(b)-f(a) \qquad (3)$$

Учитывая общность рассуждений относительно $\forall f(x)$, $x\in[a,b]$ и, полагая, что $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=0}^{n}f(\xi_{\ i})(x_{i+1}-x_i)$ существует, получаем:

$$\int_a^b f'(x)dx=f(b)-f(a) \qquad (4)$$

Равенство (4) даёт наглядное представление о связи между функцией $f(x)$ и её производной. При этом нет необходимости рассматривать вопрос о существовании интеграла – это обусловлено условиями теоремы Лагранжа. Далее предположим, что промежуток интегрирования имеет переменный верхний предел. Тогда из равенства (4) получаем:

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n}f'(\xi)(x_{i+1}-x_i)+f(a) \qquad (5)$$

Полагая, что при $n\to\infty$ $\max\Delta x_i\to 0$, приходим к понятию неопределённого интеграла

$$\lim_{\max\Delta x_i\to 0}\sum_{i=0}^{n}f'(\xi_i)\Delta x_i=\int f'(x)dx \qquad (6)$$

То есть

$$\int f'(x)dx=f(x)+C\,, \qquad (7)$$

где C – неопределённая постоянная, если не определён промежуток интегрирования $[a,b]$.

Примечание: Естественно, что для более удобного использования формул (4) и (7) целесообразно ввести в них общепринятые обозначения: $F(x)$ – функция; $f(x)$ – производная функции $F(x)$.

Что меняется в методике изучения интегрального исчисления? Изменяется порядок введения понятий определённого и неопределенного интегралов. Какие мы получаем при этом дидактические преимущества? Их несколько:

1) чётко прослеживается связь между производной и самой функцией, то есть видно, что интегрирование это обратная операция дифференцирования;

2) получение формулы (4) в процессе определения интеграла позволяет использовать её непосредственно к изучению свойств интеграла;

3) неопределённый интеграл рассматривается как средство отработки техники вычислений определённых интегралов, которые являются главным объектом интегрального исчисления и во многом определяют основные цели и задачи всего курса дифференциально-интегрального исчисления.

К МЕТОДАМ ПРИБЛИЖЁННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ЗНАЧЕНИЙ РАДИКАЛОВ

В.В. Корольский
г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

Вычисление значений радикалов имеет важное значение при решении прикладных задач. Кроме того, вычисление радикалов может быть использовано в вычислительной практике при подготовке учителей математики и информатики. Нами были рассмотрены возможности применения одной из основных теорем дифференциального исчисления (теорема Лагранжа) для вычисления приближенных значений функций [1]. Особенно это важно для тех функций, аналитическое задание которых не содержит вычислительных операций ($ln\,x$, a^x, $arctg\,x$ и т.п.). При определённых условиях теорема Лагранжа позволяет устранить этот пробел.

Если функция $f(x)$ удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа на промежутке $[a, b]$, то она будет удовлетворять этим условиям на любом элементарном промежутке $[x_i, x_{i+1}] \subset [a, b]$:

$[x_0, x_1] \cup [x_1, x_2] \cup \ldots \cup [x_{n-1}, x_n] = [a, b]$, где $x_0 = a, x_n = b$.

Следовательно, для $\forall x \in [x_i, x_{i+1}]$ имеет место приближённое равенство

$$f(x) \cong f(x_i) + f'(\overline{x}_i)(x_{i+1} - x_i) \qquad (1)$$

где $f'(\overline{x}_i) = \dfrac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$, $\overline{x}_i \in \,]x_i, x_{i+1}[$.

Вычисление по формуле (1) можно сделать достаточно простым, если соответствующим образом подобрать узлы и шаг интерполирования. Для вычисления радикалов $\sqrt[k]{x}$ вычислительная схема, полученная при помощь формулы (1) имеет вид:

$$\sqrt[k]{x} \cong [\sqrt[k]{x_{n-1}} + \frac{\left(\frac{1}{h}\right)^k}{n^k - (n-1)^k}(x - x_{n-1})\,], \qquad (2)$$

где $x_{n-1} = (n-1)^k h^k$; $x \in [(n-1)^k h^k; n^k h^k]$; h – шаг интерполирования;

$n = E\,[\frac{1}{h}\sqrt[k]{x}\,] + 1.$

Путем несложных преобразований формула (2) представима в виде (3).

$$\sqrt[k]{x} \cong h[(n-1)+\frac{1}{n^k-(n-1)^k}(\frac{x}{h^k}-(n-1)^k)]. \qquad (3)$$

Рассмотрим два случая:

1. При $h = 0{,}1$ получаем формулу (3) в виде

$$\sqrt[k]{x} \cong 0{,}1[(n–1)+\frac{1}{n^k-(n-1)^k}(10^k x-(n-1)^k)], \quad (4)$$

где $n = E\,[10\sqrt[k]{x}\,] + 1$;

$x \in [(n–1)^k 0{,}1^k;\ n^k 0{,}1^k]$.

2. При $h = 0{,}2$ формула (3) приобретает вид (5)

$$\sqrt[k]{x} = 0{,}2\ [(n–1)+\frac{1}{n^k-(n-1)^k}(5^k x-(n-1)^k)], \qquad (5)$$

где $n = E\,[5\sqrt[k]{x}\,] + 1$;

$x \in [(n–1)^k 0{,}2^k;\ n^k 0{,}2^k]$.

Для примера покажем вычисление по формуле (5) значение радикалов: 1) $\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{3{,}61}$

1. Имеем $k = 2$, $n = E\,[5\sqrt{2}\,] + 1 = 8$, $x = 2 \in [1{,}96;\ 2{,}25]$. Используя указанные величины, получаем:

$$\sqrt{2} \cong 0{,}2[7 + \frac{1}{15}(50 - 49)] \cong 1{,}4133.$$

Для сравнения: табличное значение $\sqrt{2} \cong 1{,}4142$. То есть относительная погрешность вычисления $\sqrt{2}$ по формуле (5) составляет 0,06%

2. Имеем $k = 2$, $n = E\,[5\sqrt{3{,}61}\,]+1 = 10$, $x = 3{,}61 \in [3{,}24;\ 4{,}0]$.

$$\sqrt{3{,}61} \cong 0{,}2[9+\frac{1}{19}(25\cdot 3{,}61–81)] \cong 1{,}9018.$$

Погрешность относительно точного значения корня 1,9 составляет 0,09%. Относительная погрешность с шагом интерполяции h=0,1 значительно меньше, чем при вычислениях с $h = 0{,}2$

(см. табл.). Если вычислять $\sqrt{3{,}61}$ при h = 1, то δ = 0.

Таблица

x x	2	...	7	8	9	10
$\sqrt{x}$	1,4138		2,6453	2,8281	3	3,1619
Табличное значение $\sqrt{x}$	1,4142		2,6458	2,8284	3	3,1622
Погрешность δ, %	0,029		0,018	0,013	0	0,012

Формулы вычисления $\sqrt[k]{x}$ имеют наиболее простой вид когда k = 2. Например, если взять h = 0,1, то получаем формулу

$$\sqrt{x} \cong [\sqrt{x_{n-1}} + \frac{10}{2n-1}(x - x_{n-1})], \tag{6}$$

где $n = E[10\sqrt{x}\,] + 1$; $x \in [\left(\frac{n-1}{10}\right)^2; \left(\frac{n}{10}\right)^2]$.

Пример. Вычислить $\sqrt{11}$.

Решение. Имеем: $n = E\,[10\sqrt{11}\,] + 1 = 34$;

$x \in [\left(\frac{33}{10}\right)^2; \left(\frac{34}{10}\right)^2] = [10{,}89;\ 11{,}56]$.

Применяя формулу (6), получаем

$$\sqrt{11} \cong [\sqrt{10{,}89} + \frac{10}{67}(11 - 10{,}89)] \cong 3{,}3 + 0{,}01642 \cong 3{,}3164.$$

Значение $\sqrt{11}$ из четырехзначных таблиц Брадиса равно 3,3164. Относительная ошибка вычисления $\sqrt{11}$ по формуле (6) составляет всего лишь 0,006 %.

Рассмотренные примеры показывает, что предлагаемый метод вычисления приближённых значений радикалов универсален и может быть рекомендован для выполнения лабораторных работ по методам вычислений с помощью компьютеров. Он позволяет обеспечить разнообразие вариантов индивидуальных заданий

Литература

1. Корольский В.В. Приложения теоремы Лагранжа к приближённым вычислениям функций // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць: Кривий Ріг В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НацМетАУ, 2002. – Т 3. – С. 163–166.

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ (САПР) ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ В КУРСАХ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ

Н.А. Котляр, Т.В. Тыщук
г. Кривой Рог, Криворожский металлургический факультет
Национальной металлургической академии Украины

В современных условиях выпускники вузов должны владеть не только предметной областью приобретаемой специальности, но и новейшим инструментарием инженера.

Использование компьютера и формирование умений и навыков работы с наиболее распространенными программами на уровне пользователя является важной задачей образования.

Развитие вычислительной техники и компьютерных технологий привели к появлению средств генерации графических изображений и автоматизированного выполнения чертежных работ – компьютерной графики.

Компьютерная графика в техническом черчении – это совокупность средств и методов связи конструктора с компьютером при разработке конструкторской документации.

Базой создания геометрических моделей технического объекта в существующих графических компьютерных системах является начертательная геометрия и инженерная графика. Любая автоматизированная система компьютерной графики является современным средством создания изображения с гораздо большими возможностями, чем традиционные чертежные инструменты.

Однако, для пользования системами компьютерной графики необходимо овладеть положениями начертательной геометрии и иметь навыки разработки конструкторской документации. При взаимодействии разработчика конструкторской документации с компьютером различают три уровня работы: пассивный, или бездиалоговый; интерактивный, или диалоговый; и смешанный – пассивно-интерактивный.

Одним из важнейших компонентов современного производства есть система автоматизированного проектирования (САПР).

Компьютерная графика, будучи подсистемой САПР, решает наиболее трудоемкую и важную задачу САПР: автоматизация разработки и выполнения конструкторской документации. Она обеспечивает создание, сохранение, обработку моделей геометрических объектов и их графическое изображение с помощью компьютера. Использование компьютера в конструкторской деятельности значительно облегчает подготовку конструкторских и других графических документов, освобождая конструктора от выполнения рутинных и трудоемких графических операций. При этом сокращаются сроки выполнения графических документов и улучшается их качество.

В диалоге с компьютером могут создаваться чертежи как с использованием неделимых графических объектов, т.е. точек, отрезков, кругов, дуг и т.п., так и фрагментов ранее построенных графических изображений, например, стандартных изделий, типовых конструкций и их частей. Задавая значения параметров, можно изменять размеры и геометрическую форму элементов, обеспечивая многовариантность графических изображений и чертежей.

Другой подход к автоматизации конструкторской деятельности заключается в создании трехмерных геометрических моделей изделий и полученных на их основе изображений на плоскости. Именно в этом направлении идет развитие современных систем компьютерной графики.

В современных условиях эффективными инструментами САПР в разработке конструкторской документации являются системы КОМПАС и AUTOCAD. Опыт их использования показал, что в учебном процессе необходимо использовать профессиональные средства широкого назначения, не требующие сверхмощного аппаратного обеспечения, длительного и дорогостоящего обучения. Они выбираются на основе системного анализа и конкурсного отбора с учетом необходимых производству возможностей, стоимости оснащения. Остро ощущается потребность в таких программно-методических комплексах, которые обеспечивают активное профессиональное освоение студентами информационных технологий и автоматизированных средств конструкторско-технологической подготовки производства. Изменение содержания и форм инженерного образования обеспечит ускорение адаптации выпускников вузов к профессиональной деятельности в условиях современного производства. Развитие инженерного образования на основе профессиональных САПР обеспечит возможность создания наукоемкой конкурентноспособной продукции, быстрой и гибкой подготовки ее производства, повысит шансы получивших такое образование на интересную творческую работу.

Программные продукты под маркой КОМПАС давно применяются в учебном процессе во многих технических академиях, институтах, техникумах и училищах. Учебные заведения используют профессиональную версию КОМПАС со всеми прикладными модулями.

Развитие систем КОМПАС LT идет по трем основным направлениям:

1. Поддержка среднего образования – изучение систем КОМПАС в курсах «Информатика» и «Черчение».

2. Поддержка высшего и среднего специального образования – использование КОМПАС LT в курсах «Инженерная графика», «Начертательная геометрия», «Черчение», «Детали машин», «Подъемно-транспортные механизмы», «Технология машиностроения» и т.п.

3. Помощь конструкторам-любителям, помощь специалистам старшего поколения в освоении систем КОМПАС.

Компания АСКОН выпустила диск с учебной версией системы КОМПАС. На компакт-диске находится не только сама система КОМПАС-ГРАФИК LT, но и целый ряд специальных упражнений как для самостоятельного изучения, так и для использования в рамках учебного процесса.

Первые курсы институтов, университетов, технических училищ – это большой объем работ по черчению и начертательной геометрии. И уже с первых дней обучения по этим дисциплинам можно использовать все возможности системы КОМПАС-3П LT.

На первом «компакте» содержалось свыше 1000 чертежей и специальных заданий, которые помогали студентам получить начальные знания по использованию компьютера в проектно-конструкторских работах. С выходом новых профессиональных версий КОМПАС параллельно выходили LT-версии. Так появились диски с КОМПАС-3D LT 5.11R02 и КОМПАС-3D LT

5.11R03.

В названии программного обеспечения есть аббревиатура «3D», которая указывает, что система имеет функции трехмерного моделирования.

С ростом возможностей аппаратного и программного обеспечения проектирование и расчет конструкций все больше смещаются от плоского черчения к трехмерному моделированию. Поэтому, чем раньше будущие инженеры познакомятся с этим процессом, тем лучше.

Начиная с третьего курса, студенты инженерных специальностей каждый семестр выполняют довольно крупные курсовые работы по таким дисциплинам, как «Детали машин», «Подъемно-транспортные механизмы», «Теория механизмов и машин», а также и специальные проекты по своей будущей профессии. Обычного функционала, содержащегося в КОМПАС-3D LT, уже недостаточно для полноценной работы над проектами. Поэтому компания АСКОН сделала еще один существенный шаг навстречу пользователям. Для студентов средних и старших курсов выпущено несколько дисков, на которых находится не только система, но и специально разработанный модуль КОМПАС-МЕНЕДЖЕР LT, а также прикладные библиотеки для КОМПАС-LT.

Чтобы исключить рутинные действия, студенты могут воспользоваться прикладными библиотеками для КОМПАС LT. В этих библиотеках содержатся готовые изображения крепежа, шариковых и роликовых подшипников, условные графические обозначения электрорадиоэлементов для вычерчивания электрических схем, фрагменты с габаритными чертежами электродвигателей и многое другое.

Благодаря введенным новшествам, студенты уже на этапе выполнения курсовых и дипломных работ могут изучить основные принципы создания и управления архивом электронных документов. Весь проект можно создавать и хранить не только в стандартных папках на жестком диске, но и в специальной структуре КОМПАС-МЕНЕДЖЕР LT. Будущий инженер-проектировщик узнает об атрибутах документов, учится легко осуществлять поиск не-обходимого документа или целого проекта в базе данных.

Если провести анализ возможности применения программ КОМПАС и AUTOCAD в процессе обучения, то по уровню сложности можно распределить их (по нарастающей) следующим образом:

1. КОМПАС – это КОМПлекс Автоматизированных Систем для решения широкого круга задач проектирования, конструирования, подготовки производства в различных областях машиностроения. Разработан специалистами фирмы АО “АСКОН” (С.-Петербург, Москва и Коломна). Обладает свойствами, которые позволили ему стать популярным у пользователей: простота и эффективность, поддержка отечественных стандартов и ориентация на привычную технологию работы конструктора; достаточно узкая специализация; конструкторский интерфейс, позволяющий системам быть эффективным и удобным рабочим инструментом и в то же время настолько простым, чтобы обучение неподготовленного пользователя занимало не больше недели.

К достоинствам программы КОМПАС можно отнести следующее:

- программа легка в освоении и использовании;
- хорошо развиваются навыки точного черчения;
- легкость и удобство управления программой, возможности редактирования ошибок, наглядный результат работы повышают чувство успешности у студентов;
- студенты получают возможность пользоваться этим инструментом в своей будущей учебной и профессиональной деятельности;
- программа – конкурент AUTOCAD на рынке стран СНГ;
- наличие хороших методических пособий и разработок по применению программы в обучении.

Недостатком программы КОМПАС являются ограничения учебной версии.

2. Программа AUTOCAD более сложная для изучения.

Таким образом, САПР КОМПАС является необходимым инструментом при подготовке инженерных кадров нового поколения.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕЧАНИЯ К РЕШЕНИЮ СИСТЕМ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

С.Н. Латынин[1], И.В. Латынина[2]
[1] г. Донецк, Донецкий экономико-гуманитарный институт
[2] г. Донецк, Донецкий институт социального образования

«Тригонометрические неравенства» – это один из разделов тригонометрии, который меньше всего раскрыт в обучающей литературе. Изначально считается, что тригонометрические неравенства и их системы не являются «легкими» и решение их всегда вызывает определенные трудности у учащихся [1, 2]. Так, например, в «Сборнике задач по математике» под ред. М.И. Сканави [1] в разделе неравенств они отнесены к самой трудной группе В. На наш взгляд, решать неравенства не сложнее, чем тригонометрические уравнения или алгебраические неравенства [3, 4].

Мы рассмотрим на примере, как можно сформировать устойчивые навыки быстрого решения систем тригонометрических неравенств. Естественно, что решение таких задач предполагает наличие определенных знаний из тригонометрии: знание свойств основных тригонометрических функций, умение решать простейшие тригонометрические неравенства, знать и применять формулы тригонометрических преобразований. Одна из целей разработки методики решения задач, на наш взгляд, – довести последовательность основных действий учащихся при решении систем неравенств (от простейших до самых сложных) до «автоматизма». Т.е. мы не ставим своей задачей использование творческих способностей школьников, а требуем, чтобы у них были определенные математические знания и умение их применять.

Рассмотрим, например, схемы решения неравенства:

$$\cos 2x\left(\cos 3x + {}^{1}\!\!\diagup\!{}_{\sqrt{2}}\right) < 0\,. \qquad (1)$$

Это неравенство распадается на две системы неравенств:

$$\begin{cases}\cos 2x < 0,\\ \cos 3x > -{}^{\sqrt{2}}\!\!\diagup\!{}_{2}\end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases}\cos 2x > 0,\\ \cos 3x < -{}^{\sqrt{2}}\!\!\diagup\!{}_{2}\,.\end{cases} \qquad (2)$$

Каждое из простейших неравенств систем (2) решается в отдельности одним из двух способов: при помощи единичного круга или графиков тригонометрических функций, см. [3]. Получим системы неравенств для углов

$$\begin{cases} \frac{\pi}{4}+\pi\cdot k_1 < x < \frac{3\pi}{4}+\pi\cdot k_1, \\ -\frac{\pi}{4}+\frac{2}{3}\pi\cdot k_2 < x < \frac{\pi}{4}+\frac{2}{3}\pi\cdot k_2. \end{cases} \qquad \begin{cases} -\frac{\pi}{4}+\pi\cdot k_1 < x < \frac{\pi}{4}+\pi\cdot k_1, \\ \frac{\pi}{4}+\frac{2}{3}\pi\cdot k_2 < x < \frac{5\pi}{12}+\frac{2}{3}\pi\cdot k_2. \end{cases} \tag{3}$$

Так как $\cos 2x$ – периодическая функция с периодом π, а $\cos 3x$ – периодическая функция с периодом $2\pi/3$, то решение систем неравенств (3) будем искать в промежутке $[0;\ 2\pi)$ – это наименьший промежуток, в который целое число раз укладываются периоды π и $\frac{2}{3}\pi$.

Откладывая на координатной прямой множества углов, удовлетворяющие (3) при различных k_1 и k_2, получим, что в промежуток $[0;\ 2\pi)$ полностью или частично попадают углы при $k_1=0$, 1 и $k_2=0$, 1, 2, 3 для первой системы и $k_1=0$, 1, 2, $k_2=0$, 1, 2 для второй. Объединение пересечения множеств этих углов для каждой из систем даст общее решение неравенства (1) (с учетом общего наименьшего периода, равного 2π):

$$x\in \left(\frac{5\pi}{12}+2\pi\cdot k;\frac{3\pi}{4}+2\pi\cdot k\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}+2\pi\cdot k;\frac{19\pi}{12}+2\pi\cdot k\right) \cup$$

$$\cup \left(\frac{11\pi}{12}+2\pi\cdot k;\frac{13\pi}{12}+2\pi\cdot k\right).$$

Решить неравенство (1) на промежутке $[0;\ 2\pi)$ можно вторым способом, найдя точки из этого промежутка, удовлетворяющие равенствам $\cos 2x=0$ и $\cos 3x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$. Эти точки $\frac{\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{12}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{11\pi}{12}$, $\frac{13\pi}{12}$, $\frac{5\pi}{4}$, $\frac{19\pi}{12}$ и $\frac{7\pi}{4}$ разбивают $[0;\ 2\pi)$ на промежутки постоянного знака. Дальше методом пробных точек находится общее решение (5), см., например, [5].

Оба способа одинаковы по сложности, но первый способ, на наш взгляд, более последователен и нагляден при анализе именно тригонометрических неравенств (3), хотя и немного длиннее.

Наш опыт показывает, что в обучении именно при таком подходе наиболее глубоко усваиваются действия с простейшими тригонометрическими неравенствами, а также закрепляются навыки работы с множествами углов. Отметим также, что второй способ хорошо работает при решении обычных неравенств, где метод пробных точек не так «утомителен».

В заключение отметим, что тригонометрические неравенства и их системы также являются задачами, используемыми для развития творческих способностей учащихся, но только после того как у них будут сформированы определенные навыки и умения последовательных действий в развязывании обычных задач.

Литература

1. Сборник задач по математике для поступающих во втузы: Учебн. пособ. под ред. М.И. Сканави. – М.: Высш. шк., 1992.
2. Шарыгин Н.Ф. Сборник задач по математике с решениями: Учебн. пособ. для 11 кл. – М.: ООО «Изд. Астрель», 2001.
3. Латынин С.Н, Латынина И.В. Тригонометрические неравенства. Практическое руководство для школьников и абитуриентов. – Донецк: ДЭГИ, 2001.
4. Латынин С.Н., Латынина И.В. Некоторые особенности и проблемы активизации самостоятельной работы абитуриентов при изучении курса «Тригонометрия»// Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Зб. наук. праць. – Кр. Ріг: Вид. від. НацМетАУ, 2002. – Т.1. – С. 191-195.
5. Горнштейн П.И., Поляк Н.Н., Тульчинський В.К. Решение конкурсных задач по математике из сборника под редакцией М.И. Сканави. – К.: РИА “Текст”; МП “ОКО”, 1992.

НОВЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СУММ И РЯДОВ ВИДА $\sum_j a_j x^j$

С.Н. Латынин[1], И.В. Латынина[2]
[1] г. Донецк, Донецкий экономико-гуманитарный институт
[2] г. Донецк, Донецкий институт социального образования

В главах 4 и 5 [1] помещены некоторые конечные суммы и ряды, содержащие элементарные функции. Несмотря на то, что они достаточно систематизированы, но не удобны при постановках некоторых практических задач (см., например, [2]) и требуют либо усовершенствования, либо дополнения новыми преобразованиями. Так, нами были получены преобразования конечных сумм

$$\sum_{j=1}^{l-1-n}\prod_{i=1}^{n}(j+n-i)x^j = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}\times$$

$$\times\left\{x - x^l + \sum_{p=1}^{n}\frac{1}{(n-p+1)!}\prod_{j=1}^{n-p+1}(l-j)\frac{x^{l-n+p-1}}{(1-x)^{p-n-1}}\right\} \qquad (1)$$

и $$\sum_{n=1}^{l-1}\frac{1}{n!}\sum_{j=1}^{l-1-n}\prod_{i=1}^{n}(j+n-i)x^{j+n} = \frac{x^2(1-x^{l-1})}{(1-x)(1-2x)} - \frac{x^l}{1-2x}\sum_{n=1}^{l-1}\frac{1}{n!}\prod_{j=1}^{n}(l-j). \qquad (2)$$

Только при помощи этих преобразований можно получить преобразования конечных сумм вида:

$$\sum_{j=1}^{l-1}\left(\left[1+\sum_{n=1}^{l-1}\frac{1}{n!}\prod_{i=1}^{n}(j-i)\right]x^j\right) = \frac{x}{1-2x} - \frac{x^l}{1-2x}\left[1+\sum_{n=1}^{l-1}\frac{1}{n!}\prod_{i=1}^{n}(l-i)\right], \qquad (3)$$

где x – любое число, и рядов:

$$\sum_{j=l+1}^{\infty}\left(\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}\prod_{i=1}^{n}(j-i)\right]x^j\right) = \frac{2x^{l+1}}{1-2x}\left[1+\sum_{n=1}^{l-1}\frac{1}{n!}\prod_{i=1}^{n}(l-i)\right], \qquad (4)$$

где $x<1$.

Преобразования (3) и (4) могут быть использованы, например, в макроскопической теории распространения света в двумерно-периодических структурах при построении самосогласованной системы уравнений для дипольных моментов атомов [2]. Это позволило бы: 1) рассчитать законы дисперсии объемных светоэкситонов в поверхностных слоях кристаллов; 2) построить тензор диэлектрической проницаемости ограниченных кристаллов; 3) решить задачу отражения и преломления волн в окрестности частот экситонного поглощения, связавши амплитуды основных и дополнительных световых волн не определяя предварительно дополнительных граничных условий [3].

В заключение отметим, что задача преподавателя – научить студента, будущего специалиста, при решении практических задач творческому мышлению и анализу: от частного к общему, от общего к частному и т.д., разрабатывать рекуррентные формулы и получать, например, новые преобразования сумм и рядов.

Литература

1. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981.

2. Латинін С.М. До питання про існування рівноважних граней у кубічних кристалах. // УФЖ. – 2001. – 46, №9. – С. 932–936.

3. Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика, учет пространственной дисперсии и теория экситонов. – М.: Наука, 1986.

ФУНКЦІЇ, ЗАДАНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИМИ РІВНЯННЯМИ

Д.М. Лила
м. Черкаси, Черкаський національний університет
ім. Б. Хмельницького
lila_d_m@mail.ru

Об’єкт *M* є *моделлю* об’єкта *A* відносно деякої системи *S* характеристик, якщо *M* будується для імітації *A* за цими характеристиками [1]. Якщо модель будується саме для вивчення вказаних характеристик засобами математики, то її називають математичною дослідницькою моделлю. Це може бути число, геометричний образ, функція, система рівнянь тощо, але у будь-якому випадку модель повинна задовольняти вимогам адекватності, простоти і оптимальності.

Найважливішою вимогою до математичної моделі є вимога її *адекватності* реальному об’єкту (процесу, явищу і т.д.) відносно вибраної системи характеристик. Під цим зазвичай розуміють: 1) правильний якісний опис об’єкта за вибраними характеристиками (після вивчення моделі робимо правильний висновок про специфіку поведінки реального об’єкта – затухання його коливань, можливість резонансних станів тощо); 2) правильний кількісний опис об’єкта з деяким ступенем точності за вибраними характеристиками. Тут слід мати на увазі те, що, по-перше, є області дослідження, які ще не підготовлені для застосування розвинених кількісних методів, по-друге, навіть там, де застосування математики апробовано, модель може виявитися кількісно неадекватною через складність досліджуваного об’єкта, по-третє, вимогу критерію практики не можна розуміти буквально – це не виключно прямий експеримент, тобто не кожна модель може бути безпосередньо перевірена дослідно [2], тим більше в плані кількісних оцінок. Тому розуміння на якісному рівні того, що відбувається в даній системі, які фактори проявляють суттєвий вплив на досліджувані характеристики, порівняння цих якісних висновків з тим, що випливає з прикладного змісту задачі, – додаткове джерело для контролю моделі.

Таким чином, постають запитання: як може бути здійснений попередній контроль характеру залежностей в системі характеристик, що вивчаються певною моделлю, без їх кількісного опису? Як навчити цьому при дослідженні певних математичних моделей? Відповіді на ці запитання намагатимемося дати для так званих *диференціальних моделей*, тобто таких, які використовують засоби теорії диференціальних рівнянь, зауваживши відразу, що при її викладі, зокрема майбутнім учителям математики, здебільшого зберігається формалізм: акцент на інтегруванні в квадратурах замість приділення достатньої уваги питанням, пов’язаним з побудовою рівнянь, методам наближеного і чисельного розв’язування, поняттям якісного дослідження розв’язків [3–4]. Також додамо, що наступний матеріал доречно розглядати на практичних заняттях при вивченні звичайних диференціальних рівнянь першого порядку після опрацювання змісту теорем існування і єдиності розв’язків, понять теорії особливих точок та особливих розв’язків.

Виявляється, що судити про характер і властивості функції за її диференціальними властивостями, тобто за властивостями її похідних, записаних у вигляді рівностей, часто можна, провівши так званий *якісний аналіз* відповідного диференціального рівняння, що ґрунтується на геометричній теорії диференціальних рівнянь. З огляду на актуальність даної проблеми в математичному моделюванні реальних процесів та в плані методики реалізації *прикладної спрямованості вивчення диференціальних рівнянь*, насамперед *у педагогічних* та інших *вищих навчальних закладах*, зробимо спробу показати певні аналогії та продемонструвати деякі підходи до дослідження функцій, заданих звичайними диференціальними рівняннями першого порядку, розв’язаними відносно похідної. Ці елементи якісного аналізу можуть слугувати тоді, коли: 1) рівняння не інтегрується в квадратурах; 2) не інтегрується в елементарних функціях; 3) загальний розв’язок (інтеграл) не може бути досліджений за звичною схемою через складність аналітичного виразу, що його подає.

У навчальній, методичній, науково-популярній літературі з диференціальних рівнянь висвітлення даної проблематики здійснюється або ж фрагментарно, або ж якщо і досить повно [5–8], то відповідний матеріал не повністю систематизовано до вигляду, придатного для використання на практиці.

Отож, поставимо задачу дати повну *схему дослідження функцій, заданих диференціальним рівнянням*

$$y'=f(x,y): \tag{1}$$

1) *область визначення D.* Вона співпадає з областю існування розв'язків рівняння (1), тобто $D=(D_1\cup D_2\cup D_3)\setminus D_4$, де D_1 – область визначення функції f, D_2 – область визначення функції $1/f$ (виникає потреба розгляду "перевернутого" рівняння $x'=1/f$, якщо в деякій точці (x_0, y_0) функція f перетворюється на нескінченність), D_3 – множина точок площини (x, y), в яких f (або $1/f$) може бути доозначена за неперервністю, D_4 – множина особливих точок, тобто точок з невизначеним нахилом інтегральних кривих (ІК). Наприклад, для рівняння $y'=x/(y–1)$ $D=\mathbb{R}^2\setminus\{(0,1)\}$;

2) *"парність" ("непарність").* Визначається симетричністю поля напрямів: а) відносно осі y, якщо виконується умова $f(–x, y)=–f(x, y)$; б) відносно осі x, якщо $f(x, –y)=–f(x, y)$; в) відносно початку координат, якщо $f(–x, –y)=f(x, y)$; г) відносно прямої $y=x$, якщо $f(y, x)=1/f(x, y)$;

3) *періодичність.* Якщо рівняння не змінює вигляду при заміні x на $x+T$, де $T\in\mathbb{R}$, то воно задає періодичні з періодом T функції. При цьому рівняння $y'=f(y)$ має періодичні розв'язки з довільним періодом C;

4) *очевидні розв'язки, особливі розв'язки.* До очевидних, як правило, відносимо ті розв'язки рівняння (1), які можуть бути втрачені при перетворенні його у випадку інтегровності в квадратурах. Для рівняння $y'=\ln y$, наприклад, таким є розв'язок $y=1$. Він може втрачатися при відокремленні змінних $dx=\dfrac{dy}{\ln y}$, $\ln y\neq 0$. Особливі розв'язки рівняння (1) є *обвідними* інших ІК рівняння, тобто в кожній своїй точці дотикаються до однієї з цих кривих. Такі розв'язки можуть бути і серед очевидних розв'язків. Інші ж знаходяться тільки в множині розв'язків рівняння $f'_y=\infty$ ($(1/f)'_x=\infty$) за умови, що порушують єдиність (не можуть бути одержані із загального інтеграла $\Phi(x, y, C)=0$ даного рівняння при числових, у тому числі й невласних $\pm\infty$, значеннях довільної сталої C, хоча і задовольняють рівняння (1)). Особливих розв'язків не мають рівняння $y=P(x, y)$ та $y'=\dfrac{P(x,y)}{Q(x,y)}$, де P, Q – многочлени;

5) *ізокліни.* Сім'я ізоклін рівняння (1) визначається рівнянням $f(x, y)=k$, де k – дійсний параметр. З цього рівняння: а) при $k \to 0$ одержуємо умову горизонтальності дотичних до ІК. Якщо вона має місце тільки тоді, коли $x \to \infty$, $y=y_0 \neq \infty$, то пряма $y=y_0$ – горизонтальна асимптота ІК (якщо не є обвідною); б) при $k \to \infty$ – умову вертикальності. Якщо вона має місце тільки тоді, коли $y \to \infty$, $x=x_0 \neq \infty$, то пряма $x=x_0$ – вертикальна асимптота; в) при $x \to \infty$, $y \to \infty$ – коефіцієнти k_0, b_0 у рівнянні похилої асимптоти ІК $y=k_0x+b_0$, де $k_0, b_0 \in \mathbb{R}$, причому, $k_0 = \lim\limits_{x,y \to \infty} f(x,y)$, якщо ця границя скінчена. Якщо ж при обчисленні останньої границі з'являється невизначеність, одержуємо необхідну умову існування похилої асимптоти з кутовим коефіцієнтом k_0, що визначається як корінь рівняння $k=f(x, kx+b)$, $x \to \infty$. Другий коефіцієнт b_0 в обох випадках шукаємо, розв'язуючи рівняння $k_0=f(x, k_0x+b)$, $x \to \infty$; г) при $x=0$ та $y=0$ – напрям поля на координатних осях;

6) *області монотонності, екстремалі (лінії екстремумів).*

а) Якщо в деякій області $f>0$ ($f<0$), то ІК тут зростають (спадають); б) якщо $f=0$ або $1/f=0$ (нульові ізокліни), то маємо геометричне місце критичних точок, причому, коли в кожній його точці $y''=f'=f'_x+f'_y \cdot f>0$ (<0) (або $x''=(1/f)'_y+(1/f)'_x \cdot (1/f)>0$ (<0) у системі координат yOx), то воно задає лінію мінімумів (максимумів);

7) *області опуклості (увігнутості), лінії точок перегину.*

а) Умова $f'_x+f'_y \cdot f>0$ (<0) визначає області увігнутості (опуклості) ІК; б) при $f'_x+f'_y \cdot f=0$ (=∞) маємо рівняння ліній точок перегину ІК за умови зміни знаку другої похідної при переході через це геометричне місце точок.

Пропонована схема дослідження функцій, заданих звичайними диференціальними рівняннями першого порядку, розв'язаними відносно похідної, дає можливість досить повно вивчити поведінку їх ІК, а, значить, – оцінити на якісному рівні модельовану такими рівняннями ситуацію.

Література

1. Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г. Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов. – К.: Наукова думка, 1976.
2. Моисеев Н.Н. Математика ставит эксперимент. – М.: Наука, 1979.
3. Олейник О.А. Роль теории дифференциальных уравнений в математике и ее приложениях // Соросовский образовательный журнал. – 1996. – № 4. – С. 114–121.
4. Спиридонов Ф.Ф., Тушкина Т.М., Смирнов В.В. Анализ поведения решений некоторых классов дифференциальных уравнений // Научно-образовательный журнал АлтГТУ. – 2002. – Вып. 4.
5. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. – М.: Наука, 1987.
6. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – Минск: Вышэйшая школа, 1987.
7. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах.−К.: Вища школа, 1994.
8. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986.

ОСОБЛИВОСТІ У ВИКЛАДАННІ ГЕОМЕТРІЇ СТУДЕНТАМ-ФІЗИКАМ У ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТАХ

Т.В. Ломаєва
м. Київ, Національний педагогічний університет
імені М.П. Драгоманова
yan_a@ukr.net

В програму з математики сучасної загальноосвітньої школи, з метою своєчасного забезпечення курсу фізики необхідним математичним апаратом, введено декілька тем, пов’язаних з елементами математичного аналізу, сучасної геометрії, теорії ймовірностей тощо. Тому актуальним постає питання при підвищення рівня математичної підготовки майбутніх фахівців з фізики.

Математична освіченість майбутнього вчителя фізики включає в себе обізнаність з новітніми галузями математики, їх зв’язком з питаннями сучасної фізики. Яскравим прикладом такого зв’язку є відношення геометрії проективного простору та геометрії Лобачевського як абстрактних теорій до реального фізичного простору, а саме – до теорії відносності. Розглянемо застосування псевдоевклідової геометрії до деяких питань теорії відносності.

Власні перетворення, які залишають інваріантною кожну з двох фундаментальних точок неевклідової геометрії, визначаються в афінних координатах наступними рівняннями:

$$x=c_{11}x'+c_{21}y'+p,$$
$$y=c_{21}x'+c_{22}y'+q,$$
$$c_{11}^2-c_{21}^2\neq 0.$$

Розглянемо тільки центрально-афінні перетворення, які переводять початок координат сам у себе. Одержані таким чином перетворення, взагалі кажучи, є перетвореннями подібності. якщо ж ми хочемо одержати загальні перетворення, то повинні покласти визначники рівними +1 або –1. Такі власні проективні перетворення з визначником +1 назвемо обертанням, вони визначаються рівняннями:

$$x=c_{11}x'+c_{21}y',$$
$$y=c_{21}x'+c_{22}y', \tag{1}$$

$$c_{11}^2 - c_{21}^2 = 1.$$

Ці перетворення в теорії відносності називаються перетвореннями Лоренца, вони визначаються таким видом рівнянь (1):

$$x = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} x' + \frac{u}{\sqrt{1-u^2}} y',$$

$$y = \frac{u}{\sqrt{1-u^2}} x' + \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} y'.$$

При вивченні евклідової геометрії та проективного міровизначення найбільш істотні властивості геометрії особливо ясно і легко виявляються в закономірностях, які керують відповідними загальними перетвореннями. При їх дослідженні ми приходимо до розгляду фундаментального образу, який при всіх цих рухах переходить сам в себе. Виходячи з теорії цього фундаментального образу, ми одержуємо можливість вивчати найпростішим чином всі властивості відповідного міровизначення.

Тепер можливо перенести відповідні міркування також і на випадок розглянутого тут чотирьохвимірного многовиду, який на відміну від тривимірного фізичного простору x, y, z називається миром. Далі, довільний рух матеріальної точки P зображується трьома рівняннями виду $x=f_1(t)$, $y=f_2(t)$, $z=f_3(t)$. В трьохвимірному многовиді ці рівняння визначають деяку криву, яку називають мировою лінією або траєкторією матеріальної точки P. Усяка точка цієї лінії зображує деяке положення матеріальної точки P в просторі і в часі. І здійснене за допомогою цієї лінії об’єднання цих положень і дає розглядуваний рух.

Припишемо миру певну геометрію, або, говорячи точніше, певну структуру простору та часу. Але при цьому виявляється, що ми приходимо до зовсім різних структур в залежності від того, виходимо ми з класичної механіки або електродинаміки. Відправною точкою класичної механіки є ньютонові диференціальні рівняння, в той час, коли в основі електродинаміки лежать рівняння Максвелла. Тепер будемо шукати ті проективні перетворення, які кожну з обох систем рівнянь залишають незмінною аналогічно тому, як ми визначаємо проективні перетворення, при яких відстані між довільними двома точками та кути між двома довільними прямими залишаються незмінними.

Відомо, що ньютонові диференціальні рівняння залишаються інваріантними при перетвореннях, що визначаються такою системою рівнянь:

$$\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{12}y' + c_{13}z' + c_{14}t' + + c_{15}, \\ y = c_{21}x' + c_{22}y' + c_{23}z' + c_{24}t' + + c_{25}, \\ z = c_{31}x' + c_{32}y' + c_{33}z' + c_{34}t' + + c_{35}, \\ t = \pm t' + c_{45}, \end{cases}$$

в яких дев’ять коефіцієнтів c_{ij} (i, j=1, 2, 3) утворюють ортогональну матрицю з визначником +1 або –1. Ця група складається з підстановок таких трьох типів:

1) з евклідових перетворень фізичного тривимірного простору x, y, z;

2) з перетворень, які одержуються, якщо відраховувати від іншого моменту часу;

3) з перетворень, які виникають при введенні нової системи координат x, y, z, яка відносно старої системи координат x', y', z' переміщується з постійною швидкістю. Розглядувана група зветься групою Галілея-Ньютона класичної механіки. В ній маємо 16 коефіцієнтів, з яких перші дев’ять зв’язані шістьма (незалежними) умовами, тому група залежить від десяти незалежних параметрів.

Цілком аналогічно можна говорити про групу проективних перетворень, при яких інваріантами залишаються рівняння Максвелла. Ця група має слідуючий вигляд:

$$x = c_{11}x' + c_{12}y' + c_{13}z' + c \cdot c_{14}t' + c_{15},$$

$$y = c_{21}x' + c_{22}y' + c_{23}z' + c \cdot c_{24}t' + c_{25},$$

$$z = c_{31}x' + c_{32}y' + c_{33}z' + c \cdot c_{34}t' + c_{35},$$

$$t = \frac{c_{41}}{c}x' + \frac{c_{42}}{c}y' + \frac{c_{43}}{c}z' + c_{44}t' + c_{45},$$

причому перші 16 коефіцієнтів c_{ij} (i, j=1, 2, 3, 4) зв’язані слідуючими десятьма співвідношеннями:

$$c_{i1}c_{j1} + c_{i2}c_{j2} + c_{i3}c_{j3} - c_{i4}c_{j4} = \begin{cases} 1, & c_{ij} = c, \\ 0, & c_{ij} \neq c, \end{cases}$$

(c – швидкість світла).

Отже, в цій групі, яка відома під назвою “групи Лоренца”, фігурують 20 коефіцієнтів, зв’язаних десятьма (незалежними) співвідношеннями, отже, ця група, як і група Лоренца, залежить від десятьох параметрів.

Обидві ці групи визначимо геометрично слідуючим чином: розширимо афінний многовид змінних x, y, z, t до проективного многовиду шляхом приєднання нескінченно віддалених елементів. А саме: при підстановках групи Галілея-Ньютона деякий певний квадратичний образ переходить сам в себе, причому цей образ складається з нескінченно віддаленого простору з гіперплощиною $t=0$ та гіперциліндром $x^2+y^2+z^2=0$. Цілком аналогічно при перетвореннях групи Лоренца інваріантною залишається деяка нульова поверхня, яка вирізана нульовим гіперконусом

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0$$

з нескінченно віддаленого простору. Згідно теорії квадратичних образів в чотиривимірному многовиді фундаментальний образ групи Галілея-Ньютона повинен розглядатися як подвійно вироджений, а фундаментальний образ групи Лоренца, навпаки, як однократне вироджений (внаслідок цього виродження фундаментальні образи переходять самі в себе ще при перетворенні подібності, які ми не приймаємо до уваги, оскільки вони не залишають інваріантними покладені в основу рівняння).

Для наочності відкинемо координату z і будемо розглядати відповідні твердження лише для випадку трьох вимірів x, y, t. З кожної точки простору виходить конус ізотропних прямих з вершиною в початку координат. Всі ці конуси паралельні між собою. Оскільки швидкість світла є надзвичайно велике число ($c=3\cdot 10^{10}$ см/сек), то цей конус надзвичайно тісно притискається до площини XOY. Якщо б ми надавали c все більші і більші значення, то конус все більш тісніше притискався до цієї площини і при $c\to\infty$ перетворився б в неї. При цьому граничному переході фундаментальний образ групи Лоренца перетворився б в фундаментальний образ групи Галілея-Ньютона. Саме в цьому випадку групи Лоренца ми зможемо цей образ (якщо ввести однорідні координати: $x=x_1{:}x_5$, $y=x_2{:}x_5$, $z=x_3{:}x_5$, $t=x_4{:}x_5$) представити у вигляді наступних двох рівнянь

$$x_1^2+x_2^2+x_3^2-cx_4^2=0\,,$$

$$x_5=0.$$

В однорідних координатах у просторі $u_1{:}u_2{:}u_3{:}u_4{:}u_5$ одержимо замість цих рівнянь тільки одне рівняння:

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 - \frac{1}{c^2} u_4^2 = 0 .$$

Але якщо будемо необмежено збільшувати c, то одержимо $u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 0$, а це якраз є рівнянням фундаментального образу Галілея-Ньютона в однорідних просторових координатах. Отже, між групою Галілея-Ньютона і групою Лоренца існує такий же зв'язок, який має місце між евклідовою та неевклідовою геометрією.

Ці відношення між обома групами мають важливий фізичний наслідок. За класичною механікою світ повинен мати структуру групи Галілея-Ньютона, а за електродинамічною теорією – структуру групи Лоренца. Дійсно, якщо б перевага була віддана групі Галілея-Ньютона, то довелося б втиснути теорію електродинаміки в рамки цієї по суті зовсім чужої для неї групи, що, як показав експериментально Майкельсон, неможливо. Якщо ж віддати перевагу групі Лоренца, то, хоча нам і доведеться внести в закони класичної механіки деякі зміни для того, щоб ці закони зробити інваріантними відносно групи Лоренца, але, так як група Лоренца перетворюється в групу Галілея-Ньютона при нескінченно великій швидкості світла, ці зміни будуть мати значення тільки для тих явищ, при яких зустрічаються швидкості того ж порядку, як і швидкість світла. Внаслідок цього в переважній більшості явищ фізики і особливо в астрономії ми можемо припускати справедливими закони класичної механіки, не боячись зробити відчутної помилки.

Враховуючи вище викладені думки, зрозуміло, яким важливим є обізнаність вчителя фізики з суттєвими моментами неевклідових геометрій та інваріантами груп перетворень, що визначають ці геометрії. Адже в евклідовій геометрії ми досі не можемо наочно розглядати ті чудові метричні співвідношення, які мають місце відносно ізотропних елементів, оскільки останні є уявними елементами.

Література

1. Смогоржевський О.С. Про геометрію Лобачевського. – К.: Рад шк., 1960. – 168 с.
2. Клейн Ф. Неевклідова геометрія. – М.: ОНТИ, 1959. – 224 с.

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА» С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ЕГО ПРИКЛАДНЫХ АСПЕКТОВ

С.Ф. Максименко, М.А. Кислова
г. Кривой Рог, Криворожский металлургический факультет
Национальной металлургической академии Украины

Идеи укрупнения дидактических единиц обучения, усиления межпредметных связей, а также формирования у студентов практических навыков обработки результатов эксперимента могут быть реализованы при изложении курса «Теория вероятностей и математическая статистика».

Например, такие теоретические вопросы математической статистики как:

- задачи математической статистики;
- статистические (вариационные) распределения выборок;
- полигон, гистограмма, кумулята;
- числовые характеристики выборки;
- статистические оценки параметров генеральной совокупности;
- статистические гипотезы;
- теоретические и статистические частоты;
- проверка статистических гипотез;

можно излагать в аспекте обработки экспериментальных данных.

При этом целесообразно к каждому пункту задания дать теоретические сведения, необходимые рабочие формулы и пояснения к ним, после чего провести сравнительный анализ. В конце соответствующего раздела студентам предлагаются контрольные вопросы и индивидуальные задания.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть требуется изучить совокупность однородных объектов относительно качественного или количественного признака X, характеризующего эти объекты.

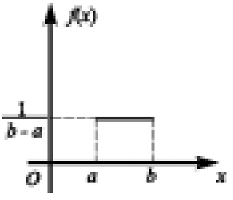
1. В силу невозможности сплошного обследования всей совокупности изучению подвергают ограниченное число объектов – **выборку**. Получаем совокупность результатов наблюдений.

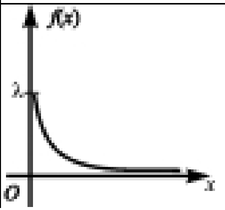
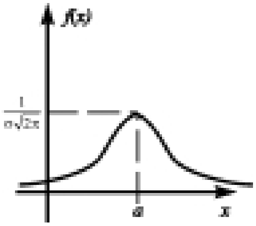
2. Строим вариационный ряд и геометрическое изображение (полигон, гистограмма, кумулята). При этом важно обратить внимание студентов, что согласно закону больших чисел вариационный ряд результатов наблюдений будет статистическим аналогом закона распределения рассматриваемого признака; контур полигона или гистограммы приближается к кривой распределения; кумулята – аналог интегральной функции распределения.

3. Вычисленные по выборке числовые характеристики (выборочная средняя, выборочная дисперсия) являются хорошими оценками числовых характеристик генеральной совокупности.

4. Проанализировав полученные результаты и вспомнив особенности каждого вида закона распределения случайной величины, студенты могут высказать предположение (гипотезу) о виде закона распределения в изучаемом явлении.

В этом случае студентам поможет сравнительная таблица основных видов законов распределения случайной величины, образец которой мы приводим:

№ п/п	Вид закона, его применение	Функция, распределение, график кривой	Параметры закона	Числовые характеристики Особенности.
1.	*Равномерный*. Используется, когда только известно, что случайная величина принимает значение на некотором интервале, но ничего неизвестно о характере распределения величины.	$f(x)=\begin{cases} 0, & x<a \\ \frac{1}{b-a}, & x\in[a,b] \\ 0, & x>b \end{cases}$ 	a; b	$M(x)=\frac{a+b}{2}$ $D(x)=\frac{(b-a)^2}{12}$ $\sigma(x)=\frac{b-a}{2\sqrt{3}}$
2.	*Экспоненциальный*. Применяется в теории надежности (работа радио-	$f(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & x\geq 0 \end{cases}$	λ	$M(x)=\frac{1}{\lambda}$ $D(x)=\frac{1}{\lambda^2}$

№ п/п	Вид закона, его применение	Функция, распределение, график кривой	Параметры закона	Числовые характеристики Особенности.
	аппаратуры, средств автоматики, период «выжигания» при эксплуатации любых машин и т.п.).			$\sigma(x)=\frac{1}{\lambda}$ особенность: $M(x)=\sigma(x)=\frac{1}{\lambda}$
3.	*Нормальный.* Применяется в теории ошибок при контроле качества продукции, в теории стрельбы и т.д. Закон распределения суммы независимых случайных величин достаточно быстро приближается к нормальному.	$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ 	a, σ	$M(x)=a$ $D(x)=\sigma^2$ особенность Правило 3σ: С вероятностью близкой к единице, можно утверждать, что

Эта же таблица оказывает помощь при решении вопроса об оценке параметров распределения. Например, если нужно оценить параметры a и b равномерного распределения, мы пользуемся зависимостями $M(x)=\frac{a+b}{2}$, $D(x)=\frac{(b-a)^2}{12}$, и тем, что оценкой математического ожидания $M(x)$ является выборочная средняя $\overline{X_b}$, а оценкой дисперсии – исправленная выборочная дисперсия $S^2=\frac{n}{n-1}D_b(x)$.

Решив систему уравнений $\begin{cases} \dfrac{\tilde{a}+\tilde{b}}{2} = \overline{X_b} \\ \dfrac{\left(\tilde{a}+\tilde{b}\right)^2}{12} = \dfrac{n}{n-1} D_b \end{cases}$, находим оценки параметров $\tilde{a}$ и $\tilde{b}$.

В этой статье мы рассмотрели методику решения одной из типичных задач математической статистики, а именно: оценка на основании использования результатов наблюдений неизвестной функции распределения.

Дальнейшие этапы обработки экспериментальных данных предусматривают решение других, важных по своим практическим применениям задач математической статистики. В частности:

1) оценка на основании опытных данных неизвестных параметров распределения;

2) статистическая проверка гипотез.

Наш опыт показывает, что при таком подходе к изложению материала студенты лучше его усваивают, активнее работают на занятиях, приобретают практические навыки, которые им понадобятся при изучении специальных дисциплин.

О МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА» В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Л.В. Мигунова, С.Д. Светличная
г. Харьков, Академия пожарной безопасности Украины
fd@apbu.edu.ua

Задачей курса «Высшая математика» являются развитие логического мышления, свободного пользования технической литературой, умение применять математику в прикладных задачах. Решению этих вопросов во многом помогает сам стиль изложения материала, связь различных его разделов, демонстрация возможностей математики.

Остановимся на использовании комплексных чисел. Уже само определение комплексного числа как пары действительных чисел позволяет использовать векторный аппарат для введения тригонометрической формы, а применение второго замечательного предела – показательной формы записи комплексного числа и сравнительно простого перехода к определению элементарных функций. Полезно сравнить метод выражения тригонометрических функций кратных дуг со школьным приемом. В свою очередь, возможность замены вектора на плоскости комплексным числом открывает переход к изучению четырехмерного пространства (движение точки в пространстве) путем определения двумерного комплексного вектора. Недаром созданная в середине 19 века теория функции комплексной переменной стала мощным орудием математического исследования ряда вопросов гидродинамики, теории упругости, теоретической электроники и радиотехники.

Не забывая о преемственности разделов математики, при разложении тригонометрических функций в степенной ряд воспользоваться формулой $e^{ix}=\cos x+i\sin x$ и, конечно, определить ряды с комплексными переменными, их абсолютную сходимость.

Важным разделом в интенсивной подготовке являются ряды Фурье и преобразования Фурье. Введя понятия скалярного произведения для комплекснозначных функций как обобщения скалярного произведения n–мерных векторов и ортогональности функций, можно показать разложение в ряд периодической функции с периодом 2π по ортогональной системе показательных функций $\left\{e^{inx}\right\}_{n=1}^{\infty}$, а затем заменой переменной перейти к произвольному периоду.

Такой прием упрощает изложение теории тригонометрической функции комплексной переменной, снижает практическую трудоемкость. Переход к интегралу Фурье связан с построением интегральной суммы, ранее используемой в интегральном исчислении. Преобразования Фурье можно сравнить с физическим аналогом амплитудно-частотных преобразований, а, демонстрируя метод Фурье, показать решение уравнения теплопроводности в практической формулировке для конечного и бесконечного стержней.

Преобразования Фурье целесообразно использовать для перехода к преобразованию Лапласа. Помимо традиционного применения методов операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений и их систем, необходимо обязательно применить операционное исчисление к решению уравнения теплопроводности для полубесконечного стержня.

Такой подход воспитывает математическую культуру, развивает логическое мышление и позволяет накопленную математическую информацию переносить на изучение инженерных дисциплин.

ВИЩА МАТЕМАТИКА В ТЕХНІЧНОМУ НАВЧАЛЬНОМУ ЗАКЛАДІ: ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ СКЛАДНИХ ТА НЕЯВНО ЗАДАНИХ ФУНКЦІЙ

В.В. Михайленко[α], В.Б. Крижанівський[β]
м. Житомир, Житомирський державний технологічний університет
[α] kvm_mvv@ziet.zhitomir.ua
[β] slavik@ziet.zhitomir.ua

Вивчення математики в вищих технічних навчальних закладах створює основу для засвоєння спеціальних дисциплін. Але, як показує педагогічний досвід, задача ефективного використання математичних знань студентами є не тільки дуже важливою, а й дуже важкою, оскільки не відповідає розумовим можливостям більшості студентів технічного ВНЗ. В результаті виходить, що система знань студентів має міжпредметні розриви і являє собою набір слабко пов’язаних знань, які студенти не вміють використовувати на практиці для здобування нових знань. Знання, отримані на попередніх етапах, зокрема з математики, не мають ефективного застосування на наступних етапах навчання. Постає задача відшукання нових, нетрадиційних підходів до викладення матеріалу, які сприяють встановленню міжпредметних зв’язків вузівських курсів, систематизації знань і навичок з різних дисциплін, розвитку у них умінь комплексного використання фундаментальних знань.

Традиційно, головний акцент при вивченні математики робиться на явно задані функції одного або кількох аргументів. Але в інженерній практиці досить часто доводиться зустрічатися з складними та неявно заданими функціями. Диференціювання подібних функцій сприймається студентами, головним чином, як просте маніпулювання математичними символами. В зв’язку з цим втрачається інтерес до вивчення матеріалу і він засвоюється студентами досить важко.

Для виходу з цього положення можна використати один з відомих підходів, який одержав назву метод структурних схем (МСС) [1, 2]. Цей метод призначений для зручного опису та дослідження взаємозв’язків в складних системах автоматичного керування. Оскільки складні функції також являються складними системами, то цілком природно маніпулювати ними за допомогою цього апарату.

Незначне корегування програми та методики викладання вищої математики приводить до збільшення зацікавленості студентів вивченням цього розділу і, загалом, до підвищення успішності.

Приклад використання МСС для диференціювання наступної функції:

$y'=e^{xy}+xe^{xy}(y+xy')$.

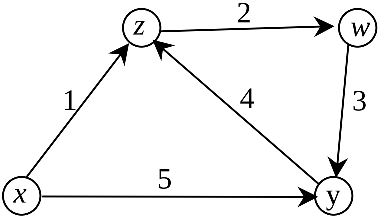
Вводимо проміжні змінні:

$z=xy,\ w=e^{z},\ y=xw$.

Записуємо рівняння в абстрактній формі:

$z=f(x, y),\ w=f(z),\ y=f(x, w)$.

Будуємо структурну схему:



Визначаємо коефіцієнти передачі частинних зв’язків:

$k_1=y,\ k_2=e^{z}=w,\ k_3=x,\ k_4=x,\ k_5=w$.

Виражаємо результуючий коефіцієнт через коефіцієнти передачі зворотних зв’язків:

$$K=\frac{k_1k_2k_3+k_5}{1-k_2k_3k_4}.$$

Підставимо в одержаний результат коефіцієнти передачі частинних зв’язків:

$$K=\frac{ywx+w}{1-wxx}\ \Rightarrow\ y'=\frac{e^{xy}(xy+1)}{1-x^2e^{xy}}.$$

Наведений приклад ілюструє простоту використання даного підходу. Крім цього, стає наочним зв’язок цього розділу математики з теорією графів, що також має неабияке методологічне значення.

Отже, пріоритетною задачею та метою курсу математики має бути формування у студентів фундаментальних математичних понять та чітких уявлень про фундаментальні математичні теорії. Саме орієнтація змісту курсу навколо фундаментальних математичних теорій дозволяє реалізувати цілісність математичної підготовки. Разом з цим методи, форми та засоби навчання, поряд з традиційними, повинні містити такі, які адекватні майбутній професійній діяльності студентів.

Література:

1. Шур А.Б. Дифференцирование сложных и неявно заданных функций для инженерных и иных приложений: Учеб. пособие. – Алчевск: ДГМИ, 2002. – 50 с.
2. Шур А.Б. Метод структурных схем и его нетрадиционные приложения. Учеб. пособие. – Алчевск: ДГМИ, 1993. – 88 с.

ПРО ФАХОФОРМУЮЧИЙ ЗМІСТ ЗАГАЛЬНОМАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ БАКАЛАВРІВ ІНФОРМАТИКИ

І.О. Михайлова
м. Луганськ, Луганський національний педагогічний університет
імені Тараса Шевченка
mikhajlova@rambler.ru

Одним з визначальних принципів систематизації змісту загальноматематичної освіти будь-якого фахового напрямку є принцип змістовної актуалізації її фахоорієнтованої, фахормуючої частини [1–5]. Елементом такої актуалізації у фаховому напрямку "Інформатика" є дисципліна "Математичні теорії дискретних систем", впровадження якої анонсовано в [6]. В умовах переходу до кредитно-модульної системи організації навчального процесу цю дисципліну слід розглядати як домен змістових модулів дидактичної математичної теорії [4]. Змістовими модулями при цьому стають розділи програмно-методичного комплексу, запропонованого в [6]. Продовженням роботи [4], що виконується за програмою НДР "Генезис та систематизація змісту математичної освіти" (держ. реєстр. N00103U00026), є описання згаданих змістових модулів. В описанні обґрунтовується радикальне поглиблення фундаменталізації фахової складової змісту освіти бакалаврів інформатики. Необхідність такого поглиблення випливає з аналізу навчальних планів, за якими ведеться підготовка фахівців з інформатики на кожному з освітньо-професійних рівнів. Очевидною є рецептуризація змісту освіти, зведення її до оволодіння програмними продуктами, що знаходяться в споживчому обігу в різних сферах використання комп’ютерних технологій. Штучне узгодження освітньо-кваліфікаційних характеристик із змістом освіти, що формується в такий спосіб, веде до кризи невідповідності освітньо-професійних рівнів змістові освіти. Як наслідок – втрата конкурентноспроможності в сфері продукування наукоємних технологій та системних програмних продуктів.

Фундаменталізація змісту освіти бакалаврів інформатики на основі її математизації – єдиний шлях подолання згаданої кризи невідповідності. Разом з цим необхідно враховувати специфіку як предметної області теоретичної та практичної інформатики так і тенденції розвитку суміжних областей математики. Неприпустимим є зведення змісту загальної математичної освіти до традиційних розділів класичної "вищої математики" епохи індустріальних технологій. Сучасні концепції розвитку математики дозволяють сформувати зміст загальної фаховоорієнтованої математичної освіти, узгоджений з тенденціями розвитку інформаційних технологій. Комплекс змістових модулів "Математичні теорії дискретних систем" дозволяє подолати недоліки традиційної системи формування загальної математичної освіти бакалаврів інформатики, вирішуючи такі дві основні проблеми:

1) проблема вибору адекватної математичної концепції;
2) проблема ефективної актуалізації фундаментальної складової у формуванні змісту фахової освіти.

Перша з цих проблем розв'язується за допомогою змістового модуля ***"Алгоритми та дискретно-математичні моделі їх реалізації"***. В стислому вигляді його зміст зводиться до питань –

Концептуалізація коструктивізму в математиці та поняття алгоритму. Зв'язок з теоретико-множинною, формалістичною та іншими загальноматематичними концепціями. Машини Тьюрінга та Поста. Нормальні алгоритми Маркова. Скінченні автомати. Ефективна обчислюваність та теза Черча-Тьюрінга. Класи конструктивних функцій та їх нумерація. Універсальні програми. Проблема розв'язності. Рекурсивні та рекурсивно перелічувані множини. Теореми про рекурсію. Поведінка автоматів та методи її аналізу. Інфінітезимальні об'єкти та їх автоматна реалізація.

Вибір конструктивноматематичної концепції є об'єктивно зумовленим і дозволяє долати не лише методологічні проблеми в сфері формування фоховоорієнтованої загально математичної освіти, а й проблеми технології організації навчального процесу, що виникають в умовах детермінізації його форм та методів реалізації.

На проблему ефективної актуалізації орієнтовано три змістових модулі, в яких реалізовано основні аспекти класифікації предметної області математики та її застосувань в межах конструктивістської концепції. Перший з цих модулів – змістовий модуль ***“Алгебраїчні моделі дискретних систем”***. Його основна мета – висвітлення концепції алгебраїзації фундаментальної складової, що об’єктивно сформувалась протягом останніх десятиліть. В межах алгебраїчної концепції реалізуються найважливіші розділи як теоретичної так і прикладної, практичної інформатики. Стислий перелік основних питань якнайкраще це підтверджує:

Модулі над кільцями, лінійні автомати, динамічні системи. Аффінні автомати. Автомати в категоріях та в многовидах. Вільні автомати. Каскадні поєднання автоматів та вінцеві добутки. Терема Крона-Роудза. Інформаційні простори та бази даних. Динамічна алгебра Халмоша. Циліндричні та реляційні бази даних. Елементи теорії Галуа баз даних.

Тополого-геометричний аспект математичної реалізації предметної області інформатики реалізовано змістовим модулем ***“Реляційно-геометричні моделі дискретних систем”***, основними питаннями якого є –

Діофантові арифметичні простори та їх перетворення. Колінеації та кореляції. Лінійні системи над кільцями. Дискретне перетворення Фур'є. Цілочисельні квадратичні форми. Діаграми над групами, карти. Реляційні системи, ланцюги та перерізи в реляційних системах. Матричне зображення реляційних алгебр. Інваріанти матричних реляційних алгебр.Скінченні проективні простори, простори інцидентності, блок-схеми.

Синтетичний підхід до математичної класифікації предметної області інформатики реалізується змістовим модулем ***“Математичні методи синтезу, аналізу та верифікації дискретних систем”***:

Функціональні елементи та схеми. Задача синтезу та методи її розв'язання. Координатизації, параметризації, схеми кодування та криптосистеми. Тести, діагностичні тести, тести перевірки. Задачі розпізнавання.

Ізольоване впровадження комплексу “Математичні теорії дискретних систем” не може, зрозуміло, розв’язати проблему фундаменталізації освіти бакалаврів інформатики. Необхідним є, зокрема, перегляд змісту загальної математичної освіти на забезпечення розглядуваного фахоформуючого комплексу. Очевидною є необхідність посилення алгебраїчної та дискретноматематичної складових цього змісту. Вже зараз стає зрозумілим, що подальший прогрес в розвитку інформаційних технологій унеможливлюється примітивізацією моделювання систем переробки інформації у вигляді так званих "дигітальних" систем. Така примітивізація позбавляє можливості використовувати усю потужність сучасних методів алгебри, дискретної математики, алгебраїчної комбінаторики. Програмою НДР "Генезис та систематизація змісту математичної освіти", що виконується лабораторією теоретичних та прикладних проблем математики ЛНПУ, передбачається розробка нової концепції формування змісту загальної математичної освіти у фаховому напрямку "Інформатика" за участю і в співробітництві з кафедрами інформатики інших вузів.

Література

1. Pratsiovytyi M.V., Usenko V.M. Problems of forming of Content of the Mathematical Education // International Gnedenko Conference (Kyiv, June 3-7, 2002). Abstracts - Kyiv, 2002. - p.124.
2. Працьовитий М.В., Усенко В.М. Про методологічні проблеми формування змісту математичної освіти // Міжн. матем. конф., присв. 100 р. від початку роботи Д.О. Граве (1863-1939) в Київ. ун-ті. (Київ, 17-22 червня 2002). – Ін-т матем. НАН України, Київ. нац. ун-т. ім. Т. Шевченка. – К., 2002. – С. 116.
3. Працьовитий М.В., Усенко В.М., Хмель В.П. Дидактичний процес як технологія формування змісту освіти // Міжн. матем. конф., присв. 100 р. від початку роботи Д.О. Граве (1863-1939) в Київ. ун-ті. (Київ, 17-22 червня 2002). – Ін-т матем. НАН України, Київ. нац. ун-т. ім. Т. Шевченка. – К., 2002. – С. 117.
4. Працьовитий М.В., Усенко В.М. Генезис та систематизація змісту математичної освіти // Алгебраїчні методи дискретної математики. (Теорія та методологія). Всеукраїнська конф. (Луганськ, 23-27 вересня 2002 р.). – Луганськ, 2002. – С. 113.
5. Працьовитий М.В., Усенко В.М. Математика як методологія синтезу дескриптивних систем. // Готується до друку.
6. Михайлова І.О. Про систематизацію змісту загальноматематичної освіти на спеціальності "Інформатика". // Сучасні технології в науці та освіті: Збірник наукових праць. Т.1. – Кривий Ріг: Видавничий відділ КДПУ, 2003. – т. 1. – С. 33–34.

ДОСВІД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ КОМП'ЮТЕРА

К.Ф. Мищенко, Л.І. Бондаренко
м. Кривий Ріг, Криворізький технікум економіки та управління

В сучасних умовах викладання математики в вищих навчальних закладах І та ІІ рівня акредитації виникає потреба перейти від традиційних методів викладання до сучасних інноваційних технологій в системі особистісно-зорієнтованої освіти.

Пошук нових методів і засобів навчання, адекватних потребам сьогоднішнього дня – одне з найактуальніших завдань сучасності. Практично використавши можливості традиційних методів, викладачі звертають увагу на нові інформаційні технології, особливу увагу приділяючи тим з них, що дозволяють враховувати індивідуальні особливості тих, кого навчають, стимулюють їх самостійність і активність, сприяють розвитку творчих здібностей. В навчанні стала проявлятись тенденція до зсуву акценту від навчання мистецтва запам'ятовування до навчання мистецтва мислення.

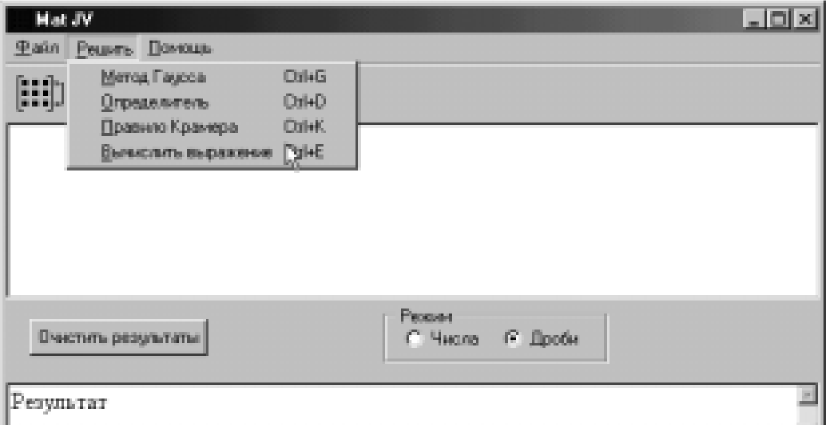
У нашому технікумі приділяється велика увага використанню комп'ютерів при викладанні інших предметів при тісній співпраці з викладачами інформатики. Комп'ютер звільняє студента від рутинних дій, дозволяє у декілька разів збільшити кількість розв'язаних задач з даної теми. Вирішення цих питань потребує від викладачів-предметників високої професійної підготовки.

На уроках математики за традиційною схемою студент одержує необхідні теоретичні знання для розв'язування практичних задач. Цим вирішується завдання формування необхідних умінь і навичок з даної теми. Після того, як у студента сформовані вміння та навички, доцільно використати комп'ютер. Комп'ютерна підтримка вивчення теми дає значний педагогічний ефект, полегшуючи, розширюючи і поглиблюючи вивчення і розуміння математики.

В курсі вищої математики в технікумі дуже скорочені аудиторні години на вивчення курсу. Значна кількість годин відводиться на самостійне вивчення матеріалу. Наприклад, на вивчення теми “Розв’язування системи *n* лінійних рівнянь з *n* невідомими” відводиться 6 годин. Викладачу потрібно навчити студентів розв’язувати системи лінійних рівнянь наступними методами: методом Гауса, методом Крамера та громіздким матричним методом.

На аудиторних заняттях викладач навчає розв’язувати системи 3 лінійних рівнянь з 3 невідомими. У випадках, коли $n \geq 4$, обчислення вручну займають багато часу та потребують надмірної уваги для попередження помилок. Для розв’язування цієї проблеми викладач застосовує комп’ютер. Нами була взята програма MatJV, що знаходиться на компакті-додатку до збірника праць. Вона дає змогу оптимально використати час для розв’язування.

Програма MatJV має простий інтерфейс.



Для роботи з нею не потрібні специфічні знання. За допомогою цієї програми можна одержати покрокове рішення системи *n* лінійних рівнянь з *n* невідомими методом Гауса, за правилом Крамера при $n \leq 3$, обчислити визначник не вище 3-го порядку та обчислити складні вирази. При цьому можна використовувати як цілі, так і дробові коефіцієнти при невідомих (режими відповідно: **Числа**/**Дроби**), а також цілі та дробові вільні члени. Покрокове рішення задачі можна скопіювати в буфер обміну, а потім вставити із буферу обміну в будь-який текстовий документ і роздрукувати на папір.

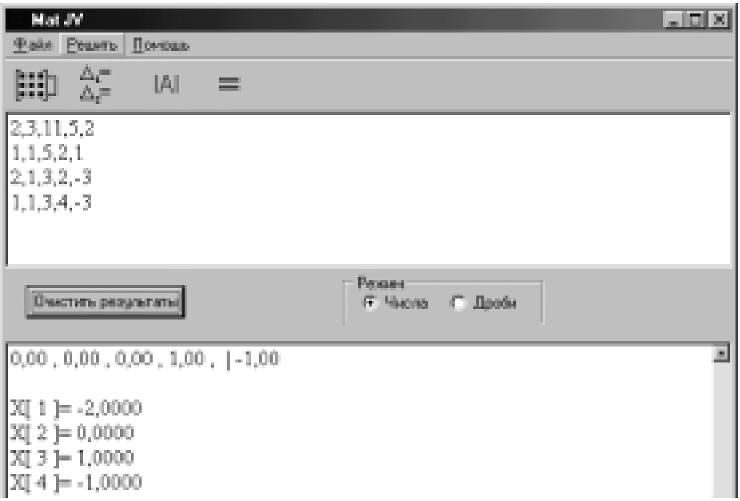
Розглянемо приклади:

а) *користуючись методом Гауса, розв’язати систему рів-*

нянь

$$\begin{cases} 2x_1 + & 3x_2 + & 11x_3 + & 5x_4 = 2, \\ x_1 + & x_2 + & 5x_2 + & 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + & x_2 + & 3x_3 + & 2x_4 = -3, \\ x_1 + & x_2 + & 3x_3 + & 4x_4 = -3. \end{cases}$$

В програмі MatJV в верхній частині вікна слід набрати коефіцієнти при невідомих та вільні члени через коми для кожного рівняння:



```
2,3,11,5,2
1,1,5,2,1
2,1,3,2,-3
1,1,3,4,-3
```

```
0,00 , 0,00 , 0,00 , 1,00 , |-1,00

X[ 1 ]= -2,0000
X[ 2 ]= 0,0000
X[ 3 ]= 1,0000
X[ 4 ]= -1,0000
```

Задати режим: **Числа**.

Задати команду: **Решить → метод Гаусса**.

В нижній частині вікна з’явиться покрокове рішення (читати спочатку прямий хід, а потім обернений):

```
              Прямой ход                      Обратный ход
2,00 , 3,00 , 11,00 , 5,00 , | 2,00  2,00, 3,00 , 11,00 , 5,00 , | 2,00
0,00, -0,50 , -0,50 , -0,50 , | 0,00 0,00, -0,50, -0,50, -0,50 , | 0,00
2,00 , 1,00 , 3,00 , 2,00 , | -3,00  0,00, 0,00, -6,00 , 0,00 , | -6,00
1,00 , 1,00 , 3,00 , 4,00 , | -3,00  0,00, 0,00 , 0,00 , 2,33 , | -2,33

2,00 , 3,00 , 11,00 , 5,00 , | 2,00  2,00, 3,00 , 11,00 , 5,00 , | 2,00
0,00, -0,50 , -0,50 , -0,50 , | 0,00 0,00, -0,50, -0,50, 0,00 , | -0,50
0,00, -2,00, -8,00 , -3,00 , | -5,00 0,00, 0,00, -6,00 , 0,00 , | -6,00
1,00 , 1,00 , 3,00 , 4,00 , | -3,00  0,00, 0,00 , 0,00 , 2,33 , | -2,33

2,00 , 3,00 , 11,00 , 5,00 , | 2,00  2,00, 3,00 , 11,00 , 0,00 , | 7,00
0,00, -0,50 , -0,50 , -0,50 , | 0,00 0,00, -0,50, -0,50, 0,00 , | -0,50
```

```
0,00, -2,00, -8,00 , -3,00 , | -5,00 0,00, 0,00, -6,00 , 0,00 , | -6,00
0,00, -0,50 , -2,50 , 1,50 , | -4,00 0,00, 0,00 , 0,00 , 2,33 , | -2,33

2,00 , 3,00 , 11,00 , 5,00 , | 2,00  2,00, 3,00 , 11,00 , 0,00 , | 7,00
0,00, -0,50 , -0,50 , -0,50 , | 0,00 0,00, -0,50 , 0,00 , 0,00 , | 0,00
0,00, 0,00 , -6,00 , -1,00 , | -5,00 0,00, 0,00, -6,00 , 0,00 , | -6,00
0,00, -0,50 , -2,50 , 1,50 , | -4,00 0,00, 0,00 , 0,00 , 2,33 , | -2,33

2,00 , 3,00 , 11,00 , 5,00 , | 2,00  2,00, 3,00 , 0,00 , 0,00 , | -4,00
0,00, -0,50 , -0,50 , -0,50 , | 0,00 0,00, -0,50 , 0,00 , 0,00 , | 0,00
0,00, 0,00 , -6,00 , -1,00 , | -5,00 0,00, 0,00, -6,00 , 0,00 , | -6,00
0,00 , 0,00 , -2,00 , 2,00 , | -4,00 0,00, 0,00 , 0,00 , 2,33 , | -2,33

2,00 , 3,00 , 11,00 , 5,00 , | 2,00  2,00, 0,00 , 0,00 , 0,00 , | -4,00
0,00, -0,50 , -0,50 , -0,50 , | 0,00 0,00, -0,50 , 0,00 , 0,00 , | 0,00
0,00, 0,00 , -6,00 , -1,00 , | -5,00 0,00, 0,00, -6,00 , 0,00 , | -6,00
0,00 , 0,00 , 0,00 , 2,33 , | -2,33  0,00, 0,00 , 0,00 , 2,33 , | -2,33
Единичная матрица                    Ответ
1,00 , 0,00 , 0,00 , 0,00 , | -2,00  X[ 1 ]= -2,0000
0,00 , -0,50 , 0,00 , 0,00 , | 0,00  X[ 2 ]= 0,0000
0,00 , 0,00 , -6,00 , 0,00 , | -6,00 X[ 3 ]= 1,0000
0,00 , 0,00 , 0,00 , 2,33 , | -2,33  X[ 4 ]= -1,0000

1,00 , 0,00 , 0,00 , 0,00 , | -2,00
0,00 , 1,00 , 0,00 , 0,00 , | 0,00
0,00 , 0,00 , -6,00 , 0,00 , | -6,00
0,00 , 0,00 , 0,00 , 2,33 , | -2,33

1,00 , 0,00 , 0,00 , 0,00 , | -2,00
0,00 , 1,00 , 0,00 , 0,00 , | 0,00
0,00 , 0,00 , 1,00 , 0,00 , | 1,00
0,00 , 0,00 , 0,00 , 2,33 , | -2,33

1,00 , 0,00 , 0,00 , 0,00 , | -2,00
0,00 , 1,00 , 0,00 , 0,00 , | 0,00
0,00 , 0,00 , 1,00 , 0,00 , | 1,00
0,00 , 0,00 , 0,00 , 1,00 , | -1,00
```

б) *користуючись правилом Крамера, розв'язати систему рівнянь*

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

В програмі MatJV в верхній частині вікна слід набрати коефіцієнти при невідомих та вільні члени через коми для кожного рівняння:

3,2,1,5
2,3,1,1
2,1,3,11

Задати режим: **Числа**

Задати команду: **Решить → Правило Крамера**

В нижній частині вікна з’явиться покрокове рішення:

Результат:

```
Det=
3,00 , 2,00 , 1,00 ,
2,00 , 3,00 , 1,00 ,
2,00 , 1,00 , 3,00 ,
=3,00*3,00*3,00+2,00*1,00*1,00+2,00*1,00*1,00-2,00*3,00*1,00-2,00*2,00*3,00-3,00*1,00*1,00 = 12,00

Delta1=
5,00 , 2,00 , 1,00 ,
1,00 , 3,00 , 1,00 ,
11,00 , 1,00 , 3,00 ,
=5,00*3,00*3,00+11,00*1,00*1,00+1,00*1,00*1,00-11,00*3,00*1,00-1,00*2,00*3,00-5,00*1,00*1,00 = 24,00

Delta2=
3,00 , 5,00 , 1,00 ,
2,00 , 1,00 , 1,00 ,
2,00 , 11,00 , 3,00 ,
=3,00*1,00*3,00+2,00*1,00*1,00+2,00*11,00*1,00-2,00*1,00*1,00-2,00*5,00*3,00-3,00*11,00*1,00 = -24,00

Delta3=
3,00 , 2,00 , 5,00 ,
2,00 , 3,00 , 1,00 ,
2,00 , 1,00 , 11,00 ,
=3,00*3,00*11,00+2,00*1,00*1,00+2,00*1,00*5,00-2,00*3,00*5,00-2,00*2,00*11,00-3,00*1,00*1,00 = 36,00

X[1]=Delta1/Det= 2,000
X[2]=Delta2/Det= -2,000
X[3]=Delta3/Det= 3,000
```

Студенти можуть користуватись даною програмою як на уроках математики, так і в позаурочний час.

ПРОБЛЕМА МЕТОДУ ПРИ РОЗВ’ЯЗУВАННІ АЛГЕБРАЇЧНИХ ЗАДАЧ

М.М. Нак
м. Київ, Національний педагогічний університет
ім. М.П. Драгоманова

Знання методів розв’язування алгебраїчних задач, вміння правильного вибору методу і ефективного його використання є важливим елементом математичної освіти взагалі та фахової підготовки вчителів математики зокрема. Алгебра, як найбільш формалізована область математики, проявляє узагальнюючий та систематизуючий вплив на інші розділи шкільного та вузівських математичних курсів.

Навчання учнів найбільш раціональним методам розв’язування задач є однією із важливих проблем навчання математики в школі. Вчитель тільки тоді може справитись із цим завданням, якщо сам бездоганно володіє різними методами і способами розв’язування задач, вміє дати їм порівняльний аналіз та виявити переваги того чи іншого методу.

В свій час проблемами місця і значення методів та способів розв’язування задач плідно займалися: Г.Д. Балк, М.Б. Балк, Г.П. Бевз, Ю.М. Колягін, І.А. Кушнір, М.Я. Ігнатенко, Д. Пойя, К.А. Славська, З.І. Слєпкань, Л.М. Фрідман, Т.М. Хмара та ін. Але на сьогодні проблема методу і способу розв’язання в алгебрі ще недостатньо вирішується на рівні сучасних вимог. Як в шкільному, так і вузівському (педагогічного ВНЗ) курсах алгебри слабо використовується системний підхід до вивчення методів та способів розв’язування алгебраїчних задач.

На сьогодні навчання алгебри відбувається за програмами, що базуються на різних підручниках. Це приводить до істотної різниці в знаннях і уміннях учнів, що особливо проявляється на вступних іспитах у вищі навчальні заклади. Частина учнів не володіє різноманітними методами та способами розв’язування задач. Не маючи достатньої підготовки, учні не розуміють деяких методів і не вміють їх ефективно використовувати.

Влітку 2003 р. в журналі “Математика в школі” була надрукована нова програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів [1]. Ця програма є цілісною системою формування особистості, вона спирається на методи розвиваючого навчання і відповідні їм сучасні технології навчання. Але і в ній (в розділі “Алгебра”) виділено окремою темою тільки метод математичного моделювання; інші ж методи, як стандартні так і нестандартні [2], подані неявно.

З метою вивчення стану проблеми було проведено анкетування біля 500 випускників середніх шкіл. Тільки 75% опитаних змогли назвати один-три методи розв’язування алгебраїчних задач; 25% респондентів не змогли назвати жодного методу чи способу. Є відповіді (до 15%), які свідчать про те, що учні не розрізняють понять “метод” і “спосіб”, не розуміють поняття “алгоритм методу” [3].

Проаналізуємо сучасні уявлення про методи та способи розв’язування задач, класифікаційні ознаки методів та їх зміст, спираючись у першу чергу на роботи відомих методистів. Зазначимо, що математичні методи, в тому числі і методи розв’язування алгебраїчних задач, пов’язані з загальнонауковими, які виникли історично.

В посібнику [4], присвяченому методиці розв’язування задач, точного означення методу розв’язання задач не подано, а ознаки методу та способу розв’язування задач подані описово, на конкретних прикладах. Зазначено, що одна і та ж сама задача може бути розв’язана кількома методами чи способами. В таких випадках говорять про різні способи її розв’язування. Відрізнятися ці способи можуть або деталями, або істотно. У першому випадку говорять про різні способи, в другому – про різні методи розв’язування задач.

Л.М. Фрідман вказує, що метод розв’язування задачі – це деякий план розв’язання, але не тільки даної конкретної задачі, а й усіх задач того виду, до якого ми відносимо дану задачу [5]. Тому метод, на відміну від плану, містить в собі не тільки опис усіх необхідних перетворень умов задачі для її розв’язання, а й вказівку усіх логічних умов застосовуваності кожного з перетворень, та головне, вказівку усіх ознак того виду задач, розв’язання яких може бути знайдено цим методом. В кожному плані розв’язування деякої задачі міститься (неявно) деякий метод чи спосіб розв’язання, частинним випадком якого є цей план, але цей метод явно не виражений, він прихований.

З.І. Слєпкань [6] під методом розв'язування задач (як і доведення теорем) розуміє сукупність прийомів розумової діяльності або логічних дій та операцій, за допомогою яких розв'язується великий клас задач. Поняття способу розв'язування задачі дається як вужче поняття. Це сукупність прийомів розумової діяльності або логічних і математичних дій та операцій, які використовуються у разі розв'язування окремої задачі або невеликої сукупності задач певного виду.

Ще одне означення з короткого тлумачного словника української мови: метод – це шлях, спосіб теоретичного дослідження або практичного здійснення чогось. Інше означення з великої радянської енциклопедії: метод (від грецького – шлях дослідження або пізнання, теорія, вчення) – сукупність прийомів або операцій практичного чи теоретичного засвоєння дійсності, підпорядкованих розв'язуванню конкретної задачі.

Пошуком універсального методу розв'язування будь-яких задач (тобто методу, яким би було можливо розв'язати будь-яку математичну задачу) займався в свій час ще Р. Декарт [7]. Слідом за Декартом тією ж проблемою про знаходження загального методу розв'язування задач займався і Г. Лейбніц. Але, як відомо, такого методу не вдалося знайти і досі. Про складність розв'язування без існування загального методу розв'язування для всіх задач писав в своїй роботі і А.А. Столяр [8]. Він зазначав, що складність пояснюється відсутністю (і неможливістю) загального методу, оволодіння яким гарантувало б здатність розв'язати будь-яку задачу. Алгоритми маються лише для розв'язання задач окремих класів (або типів). Для задач інших класів немає (неможливі або поки невідомі) загальних методів розв'язання. Наприклад, для тригонометричних, показникових та логарифмічних рівнянь.

Спроба розробити загальний підхід (але не метод), загальну методику навчання розв'язуванню задач була розпочата Д. Пойа [9]. В своїй роботі він подав рекомендації, які сприяють формуванню структури міркування в пошуках розв'язання задачі, правильно орієнтують на цей пошук. За допомогою цих рекомендацій підвищується імовірність успішного розв'язання та зменшується час, який затрачується на його пошук. Але ця книга розчарує тих, хто в загальному методі шукає ключ до розв'язання будь-яких задач. Якщо і будуть виконані всі рекомендації Д. Пойа, це не означає, що з'явиться можливість розв'язати яку завгодно задачу.

Ще один підхід до формування поняття методу розв'язування задач запропоновано в роботі Є.І. Лященко [10]. Розв'язуючи однотипні, або як називає автор конкретно-практичні задачі, учні наближаються до методу знаходження практичного (математичного) результату. З методом розв'язування конкретно-практичних задач пов'язані відповідні йому:

– математичні дії або вміння;

– навчально-пізнавальні дії або вміння.

Між цими діями існує певний визначений зв'язок і підпорядкування. Щоб розкрити конкретний метод розв'язування задач, необхідно розкрити сукупність дій та зв'язків між ними.

Слід зазначити, що метод конкретно-практичних задач є по суті запропонованим у 19 ст. С.І. Шохор-Троцьким методом доцільних задач [11]. Ще одне зауваження стосується різниці між методами розв'язування задач і методами навчання розв'язання задач. Методи розв'язування – це способи дій тих, хто розв'язує задачі; методи навчання розв'язання – способи дій учителя, який навчає учнів розв'язувати задачі [12]. Часто ці поняття або ототожнюють, або замінюють одне одним, що не сприяє активному і свідомому засвоєнню навчального матеріалу. Відповідно, учитель повинен орієнтуватися як у методах розв'язування задач, так і у методах навчання розв'язання цих же задач.

Отже, метод взагалі – це сукупність дій та порядок їх виконання, спрямованих для досягнення певної мети. Метод розв'язування алгебраїчних задач – сукупність математичних і логічних дій та порядок їх виконання, призначених для розв'язання великого класу задач.

За період навчання учень розв'язує багато математичних задач, які можна класифікувати по-різному: 1) задачі-формули і текстові задачі; 2) арифметичні, алгебраїчні, геометричні; 3) прості, складені; 4) задачі на обчислення, на доведення, на дослідження, на побудову; 5) стандартні, нестандартні, задачі із специфічними способами розв'язання тощо. При цьому застосовується немало як загальних методів, так і часткових методів та прийомів їх розв’язування.

Серед загальних методів та прийомів розв’язування задач можна назвати наступні: аналітичний, синтетичний, аналітико-синтетичний, метод спроб, прийом зведення до раніше розв’язаних, метод моделювання та ін.

У реальній розумовій діяльності аналіз і синтез нерозривно пов’язані [6]. Аналіз – міркування від того, що треба знайти або довести, до того, що дано або встановлено раніше. Синтез – міркування, що проводиться у зворотному напрямі. У процесі розв’язання задачі за допомогою аналізу через синтез, елементи задачі вичленовуються, зіставляються з іншими елементами і включаються у нові зв’язки, що й дає можливість розв’язати задачу. Аналіз через синтез інколи називають “прийомом переосмислення елементів задачі”. С.Л. Рубінштейн вважав, що основною формою мислення, яка здійснює “переформулювання” задачі, є аналіз через синтез, коли “об’єкт у процесі мислення включається у все нові зв’язки і в силу цього виступає у все нових якостях, які фіксуються у нових поняттях…”.

Кожен з методів має свої недоліки. При розв’язуванні задач синтетичним методом не завжди зрозуміло, з чого починати розв’язання або доведення. З іншої сторони, при аналітичному методі іноді можливо отримати декілька розв’язків і доведеться робити перевірку. Навчання учнів даним методам важливе тому, що вони виступають і як особливі форми мислення. У навчанні аналітичному або синтетичному методам слід добре підбирати завдання, оскільки в кожному з них необхідне обґрунтування конкретного методу. Так, при розв’язуванні нерівностей, як правило, використовується аналітичний метод, в цьому випадку використання синтезу є незручним.

Аналітичний та синтетичний методи використовуються для розв’язування задач як окремо, так і разом. Разом вони складають єдиний аналітико-синтетичний метод. При розв’язуванні складної задачі вона за допомогою аналізу розбивається на ряд більш простих задач, а потім за допомогою синтезу відбувається з’єднання розв’язань цих задач в єдине ціле. Тобто, прокладається шлях “з обох боків” – і від умови задачі, і від вимоги, поки не зійдуться ці шляхи і не буде встановлено неперервного зв’язку між тим, що дано в задачі, і тим, що треба знайти. Аналітико-синтетичний процес міркувань значно зменшує ймовірність механічних, формальних дій учня, бо можна заздалегідь і свідомо планувати свою розумову діяльність над теоремою чи задачею. Опанування аналітико-синтетичним методом має велике значення не тільки для навчальної, а й для майбутньої діяльності учня, оскільки така логічна схема міркувань досить поширена в життєвій практиці [13]. У реальному розумовому процесі всі види аналітико-синтетичного методу взаємопов'язані і взаємодіють. Зазначимо, що аналітико-синтетичний метод застосовують у природному зв'язку та органічному поєднанні з усією сукупністю інших методів.

Також широко поширені методи індукції та дедукції. Індукція і дедукція – форми умовиводу, за допомогою яких мислення рухається від відомого до невідомого [13]. Методом неповної індукції розв'язуються арифметичні задачі, зокрема робляться висновки, що збільшення "на кілька одиниць" відбувається за допомогою дії додавання, а "у кілька разів" – дії множення і т.д. Індуктивним методом учні користуються для засвоєння ряду алгоритмів.

Наступним методом розв'язування задач є метод спроб, основою якого є виявлення всіх логічних можливостей і вибір з них таких, котрі задовольняють умову задачі. Якщо логічних можливостей, що відповідають умові задачі, кінцеве число, то може виявитися можливим перебрати їх всі і в ході цього перебору виділити цілком задовольняючі умови. За допомогою цього методу розв'язуються, зокрема, елементарні задачі теоретико-числового змісту. Методом спроб з великим успіхом можна користуватися і для розв'язання багатьох логічних задач. Розвитком зазначеного методу служать деякі інші, наприклад, методи розв'язування в цілих чи раціональних числах невизначених рівнянь і, зокрема, добре відомий метод розсіювання.

Ще один загальний прийом розв'язування задач – прийом зведення. Суть навчання даному методу полягає в тому, щоб навчити учнів бачити в даній задачі раніше розв'язану та зведенню розв'язуваної задачі за допомогою послідовних перетворень до неї. У цьому випадку відбувається дія за аналогією (аналогія – часткова схожість, деяка подібність у певному розумінні між предметами або явищами).

Якщо потрібно розв'язати рівняння, то звичайно складають таку скінчену послідовність рівнянь, еквівалентних даному, останньою ланкою якої є найпростіше, стандартне рівняння. Аналогічно діють і при розв'язанні різного виду нерівностей, систем рівнянь та систем нерівностей.

Наприклад: знайдіть похідну $f(x)=\cos 2x•\sin x+\sin 2x•\cos x$. Загальновідомо, що $\cos 2x•\sin x+\sin 2x•\cos x=\sin(2x+x)$, тоді за формулою додавання $f(x)=\sin(2x+x)$ => $f(x)=\sin 3x$. З отриманої рівності знайти похідну дуже просто.

Вивченню прийому зведення в шкільному курсі сприяє тема "Розкладання многочленів на множники", яка вивчається в сьомому класі. Але ще раніше використання цього прийому можна продемонструвати при розв'язуванні текстових задач, коли вихідна задача зводиться до декількох простих задач.

В шкільному курсі алгебри даний прийом широко використовується в тригонометрії (при розв'язанні рівнянь та нерівностей). Так, на самому початку вивчення цієї теми учні засвоюють основні тригонометричні тотожності, потім формули додавання, зведення, суми і різниці. Далі виробляються вміння та навички розв'язування простіших тригонометричних рівнянь. Після цього переходять до більш складних виразів, але тепер формуються навички по зведенню їх до простіших.

Розв'язування задач на доведення також в своїй основі має прийом зведення: доводжуване твердження зводиться до раніше доведених теорем та раніше введених аксіом і означень даної теми.

Взагалі, розв'язання більшості задач починається з того, що з'ясовують, чи не можна її звести до простішої задачі, розглянутої раніше. Але не варто захоплюватися цим прийомом, оскільки є небезпека і надалі мислити "за шаблоном".

Наступний метод – це моделювання. Цей метод має своєю основою моделювання (математичне і предметне). Для моделювання залучаються різні математичні об'єкти: числові формули, числові таблиці, символьні формули, функції, рівняння алгебраїчні чи диференціальні, нерівності, системи рівнянь та нерівностей, геометричні фігури, різноманітні графосхеми, діаграми Венна, графи і т. д.

Математичне моделювання знаходить застосування при розв’язанні багатьох текстових (сюжетних) задач. Вже саме рівняння, складене за умовою задачі, є її алгебраїчною (аналітичною) моделлю. Також цей метод широко застосовується при вивченні початків диференціального та інтегрального числення та при розв’язуванні геометричних задач.

Моделювання в основному використовується при розв’язуванні неалгоритмічних задач для подолання труднощів, які виникають в ході розв’язання. Коли для розв’язання даної задачі неможливо знайти відповідний метод чи спосіб, тоді для даної задачі будують її модель, за допомогою якої шукають розв’язок.

Для побудови будь-якої моделі необхідно виділити з задачі всі її елементи, всі її відношення, встановити шукане та вимоги. Якраз в цьому і полягає аналіз задачі. А якщо при цьому вибрати вдалу форму моделі, то тим самим можна просунутись в розв’язанні, бо саме розв’язання задачі і є побудова ланцюга моделей даної задачі.

Математичне моделювання дуже широко застосовується для вивчення реального світу, тому створення в учнів уявлення про його суть, підведення їх до опанування кожного з етапів розв’язання повинно стати предметом турботи вчителя математики [14].

З графічним методом розв’язування задач учнів знайомлять у 8-9 класах, розв’язуючи рівняння виду $f(x)=0$. Суть графічного методу полягає в тому, що шукані розв’язки знаходяться або на перетині графіка з осями координат, або на перетині двох графіків. Графічний метод є незамінним як допоміжний, при наближених обчисленнях.

Метод доведення від супротивного базується на логічному законі виключеного третього: з двох супротивних тверджень одне завжди правильне, друге – неправильне, а третього бути не може. На основі цього закону доводять, що протилежне заданому твердження хибне, тоді доводжуване твердження є істинним (правильним) [6].

Зрозуміло, що переліком охоплено не всі методи розв’язування математичних задач, які використовуються в загальноосвітній школі. Наприклад, учні відомого вчителя-математика Р.Г. Хазанкіна різні ідеї з методами і способами розв’язування задач систематизують і виписують разом з ілюструючими їх задачами. В арсеналі його учнів таких ідей та методів розв’язування задач більше семидесяти. Учні київського вчителя І.А. Кушніра набір таких ідей, методів та прийомів називають “джентльменським набором” [15].

Отже, проблема методу при розв’язуванні алгебраїчних задач включає в себе наступні складові:

– визначення методу як шляху дослідження;

– встановлення складових методу;

– аналіз методів розв’язування алгебраїчних задач як системи;

– обґрунтування критеріїв засвоєння поняття методу;

– визначення критерію вибору найраціональнішого методу для розв’язання даної задачі.

Література

1. Бевз В., Мерзляк А., Слєпкань З. Програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 5–11 класи // Математика в школі, 2003. – №6. – с. 1-14.
2. Нак М.М. Використання нестандартних методів та способів при розв’язуванні алгебраїчних задач. // В зб. Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2003. – В. 19. – С. 150-156.
3. Нак М.М. Методи розв’язування алгебраїчних задач в сучасній загальноосвітній школі: точка зору учнів // Вісник ЧДПУ, серія “Педагогічні науки”. – Чернігів, 2003. – В. 19. – С. 70-72.
4. Бевз Г.П. Методика розв’язування алгебраїчних задач у 6-8 класах. Посібник для вчителів. – К.: Рад. школа, 1975. – 240 с.
5. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. – М.: “Педагогика”, 1977. – 208 с.
6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
7. Декарт Р. Міркування про метод, щоб правильно спрямовувати свій розум і відшукувати істину в науках. / В. Андруш-

ко, С. Гатальська (пер. з фр.). – К.: Тандем, 2001. – 101 с.
8. Столяр А. А. Педагогика математики. Курс лекций. – Минск: Вышейшая школа, 1969. – 368 с.
9. Пойа Д. Как решать задачу. Пер. с англ. – М.: Учпедгиз, 1961. – 207с.
10. Лященко Е.И. Методические аспекты проблемы учебной задачи. // В сб. Методика преподавания математики в средней школе. – Свердловск, 1984. – С. 3-11.
11. Шохор-Троцкий С.И. Методика арифметики. – СПб., 1903. – 316 с.
12. Бевз Г.П. Методи навчання математики. – Х.: Вид. група "Основа", 2003. – 96 с.
13. Власенко О.І. Методика викладання математики: Загальні питання. – К.: Вища школа, 1974. – 208 с.
14. Шапиро И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
15. Самовол П.І. Методична система роботи із здібними та обдарованими з математики учнями в середній школі.: Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – К.: УДПУ ім. М.П. Драгоманова. – 1995. – 221 с.

ДЕЯКІ ШЛЯХИ ПОДОЛАННЯ НЕГАТИВІВ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИКЛАДАННІ ЇМ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Л.В. Новікова, К.К. Коновалова, М.І. Горбатов
м. Дніпропетровськ, Національний гірничий університет
pek57@mail.ru

Постановка проблеми

Більшість студентів при навчанні їх вищої математики демонструє:

1. **Відсутність** системних знань з шкільної математики.
2. **Сприйняття** математики хаотичною множиною понять, що відірвані від повсякденного життя і непотрібні для майбутньої роботи.
3. **Точку зору**, що знання математики – це знання її формул.
4. **Низький рівень** швидкості математичної перетворювальної діяльності.
5. **Низький рівень** розвитку математичної мови та теоретичного мислення, у зв'язку з чим перевага надається репродуктивному стилю засвоєння навчального матеріалу.
6. **Неспроможність** користуватись вербальними орієнтирами при виконанні математичної діяльності.
7. **Прихильність** до використання наочно-дійового та конкретного-образного видів мислення, із-за чого виникає **протиріччя** між вербальним способом викладання знань та вже сформованими в школі способами їх сприйняття, засвоювання, зберігання та відтворювання.
8. **Відсутність знань** про те, як правильно навчатись.

Перелічені вище головні негативні особливості навчальної діяльності студентів ставлять перед викладачами курсу "Вищої математики" складну психолого-педагогічну задачу: "Як організувати навчальний процес таким чином, щоб "хвора" студентська більшість все ж таки засвоїла математику на своєму рівні пізнавального розвитку і була мотивована цей рівень підвищувати?"

Психолого-педагогічне підґрунтя розробки деяких шляхів розв'язання означеної проблеми.

Звернемось до педагогічної психології. В термінах цієї науки означена проблема звучить так: “Як під час навчання створювати умови для формування **когнітивних структур** особистості?”, а перелічені негативні характеристики треба розуміти, як відображення **низького рівня** сформованості когнітивних структур у більшості студентів.

Під поняттям “когнітивні структури” розуміється відображена у свідомості людини **концептуальна структура знань** про світ в цілому і про конкретну предметну галузь, зокрема. Іншими словами, “когнітивна структура” – це певна **поняттєва система**, свідомо сприйнята особистістю в її феноменальному образі світу [1, с. 51].

Життєвий досвід людини, а в нього входять і мережі поняттєвих систем, зберігається в **семантичній** пам'яті. Вона має особисту структуру і зберігає в собі інформацію за притаманними тільки їй принципами. В семантичній пам'яті (вид довготривалої пам'яті) зберігаються поняття, їх атрибути (ознаки), властивості, зв'язки між поняттями.

Ефективному зберіганню будь-якої інформації в семантичній пам'яті, як дослідили психологи, сприяють:

1) подання інформації у вигляді **логічних схем [**2];

2) попереднє ознайомлення суб'єктів навчання з «**випереджаючими організаторами»,** в яких вже зафіксовані основні **змістовні відношення** між поняттями [3];

3) **загальна орієнтація** суб'єкта навчання в навчальному матеріалі, у зв'язках його родо-видо-типових об'єктів [4].

Когнітивний досвід людини, тобто її ресурси до зберігання, упорядкування та трансформації інформації, забезпечують психічні механізми [5, с. 148]. Формою індивідуального когнітивного досвіду виступає, так званий, **«ментальний простір»**, а в когнітивній психології для характеристики індивідуальної бази знань особистості його називають **«знаннєвий простір»**. Останній має властивості, які проявляють себе в особливостях інтелектуальної діяльності, тобто навчанні і в особливостях взаєморозуміння [6].

Способи кодування знань – дійовий, образний та символічний, як способи суб'єктивного уявлення світу, у різних людей проявляються по різному, залежно від того, якому виду мислення суб'єкт надає переваги. Здатність до поняттєвого відображення – найвища стадія інтелектуального розвитку і вона виступає результатом інтеграції предметно-практичних, образно-просторових та словесно-мовленевих компонентів. Це положення знайшло доведення в теорії П.Я. Гальперіна про поетапне формування понять та розумових дій.

Знання, що накопичуються в ментальному просторі, психологи підрозділяють на три види: **декларативні, процедурні та операційні,** а разом з ними і відповідні види семантичної пам'яті. Так, **декларативна пам'ять** зберігає семантичну мережу взаємопов'язаних понять, що мають різну активаційну силу; **процедурна –** правила виконання певних дій з поняттями, **оперативна** – інформацію, що актуалізується в конкретній діяльнісній ситуації [7]. Якого виду не були б знання, в них завжди представленні основні **пізнавальні парадигми**: «річ – її властивості, ознаки – співвідношення», «ієрархічна» та «системна».

В експериментально-генетичній психології досліджено, що розумінню і засвоєнню навчального матеріалу сприяють **графічні і знакові** форми презентації знань. На увазі мається **моделювання змістовних відношень** понять та **дій – перетворень** над ними, завдяки якому виникають найбільш сприятливі умови для формування і розгортання мислительної діяльності суб'єкта навчання. Моделі навчального матеріалу стають **зовнішніми матеріальними опорами** для оперування у внутрішньому плані і прискорюють процес усвідомлення необхідних знань [8, с. 35].

Організація навчання за принципами генетичної психології передбачає, що викладач:

1) зробить попередній логіко-психологічний аналіз навчального матеріалу;

2) виділить в ньому головні поняття, що розкривають змістовні відношення об'єктів навчального матеріалу;

3) розробить наочні моделі змістовних відношень;

4) відобразить навчальну інформацію в інформаційному тезаурусі. Останній повинен містити в собі вже **упорядковані** декларативні, процедурні та оперативні знання.

Теорія тезаурусного підходу до навчання широко розкрита в наукових працях провідних вчених психологів України та зарубіжжя. Вже сформульовані основні принципи розробки тезаурусів – своєрідної **форми** фіксації наукових знань і доведено, що тезаурусний спосіб навчання сприяє процесу набуття суб'єктами навчання **експертних знань** і оволодіння ними наукових підходів до сприйняття, засвоєння та відтворення наукової інформації [9, 10].

Зміст підходів до подолання негативів навчальної діяльності студентів при навчанні їх вищої математики.

Враховуючи той факт, що навчальний матеріал не містить в собі «рецептів» до його засвоєння, а засвоїти студентам необхідно **систему** знань, тобто декларативні, процедурні та оперативні, ми розробили (на основі логіко-психолгічного аналізу курсу вищої математики) наочні моделі навчального матеріалу. **Головна** з них має назву «Карта», **допоміжні** – «Сходи», а ті, що деталізують «Карту» і «Сходи» являють собою **логічні блок-схеми** [11, 12].

Всі моделі навчального матеріалу відображують головні **змістовні відношення** його понять: «Карта» – **родових**, «Сходи» – **видових**, блок-схеми – **типових в даному виді**.

Попереднє ознайомлення студентів (за допомогою моделей) з номенклатурою об'єктів навчального матеріалу, їх родо-видо-типовими зв'язками, особливостями розвитку навчального матеріалу від простішого до складного, маршрутом його викладення привчає студентів до загального орієнтування в навчальному матеріалі; висвітлює їм різноманіття напрямків, в яких необхідно буде прикласти інтелектуальні зусилля, відмінні від звичних – репродуктивних; ставить перед ними дуже інтимне питання: «Чи спроможний я навчатися»?

Як показало опитування, приблизно третя частина студентів підтримує ідею попереднього ознайомлення їх з улаштуванням навчального матеріалу, особливостями його засвоєння. Останні дві третини не відчувають великої користі для себе в пропонованому підході до навчання. Але цей, не дуже втішний факт, урівноважується попитом студентів до формування та використання при навчанні так званого «Особистого довідника студента». В ньому зафіксовані номенклатура об'єктів навчального матеріалу, основні змістовні відношення між ними в певних розділах, а також операційна складова предметних знань у вигляді алгоритмів дій в тих чи інших стандартних обставинах [13, 14].

Користуючись довідником, студенти свідомо з притаманними їм швидкостями мислительної діяльності засвоюють навчальний матеріал і набувають умінь і навичок наукового пізнання, яке здійснюється за схемою (спрощеною): означення поняття, його властивості і ознаки, де і як пристосувати.

«Особистий довідник студента» суттєво сприяє поповненню студентами індивідуальної бази знань, розширенню їх «знаннєвого простору» бо структура зафіксованої в ньому інформації відповідає структурі семантичної пам’яті.

Висновки

Традиційне навчання вищої математики в меншій мірі здатне мотивувати навчальну діяльність студентів ніж сучасні підходи до навчання, які розроблені в педагогічній психології на основі ґрунтовних досліджень семантичної пам’яті, її структури та принципів функціонування. Викладач сьогодення повинен, вирішуючи проблему подолання негативів навчальної діяльності студентів, враховувати психологічні закони формування когнітивних структур особистості і чітко собі усвідомлювати, що саме від нього в значній мірі залежить «кінцевий продукт» його педагогічної діяльності – прогресивно змінені когнітивні структури більшості студентів, які дозволяють студентам оволодіти експертними знаннями, наблизитись до експертного мислення.

Література

1. Носенко Е.Н., Заярна І.М. Формування когнітивних структур особистості як проблема психології навчання: Монографія.- Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2002. –204 с.
2. Bover G.H., Blak J.B. & Tunner T. Skripts in memory for the Cognitive Psychology. – 1979. – №11. – P. 177–220.
3. Ausubel D.P. Human memory: Theory & practice. – Boston: Allyn and Bacon. – 1990. – 320 p.
4. Ляудис В.Я. Память в процессе развития. – М.: Изд-во МГУ. – 1976.
5. Холодная М.А. Психология интеллекта: парадоксы исследо-

вания. – Томск–Москва: Изд-во Томск. ун-та, изд-во “Барс”. – 1997. – 392 с.

6. Величковский Б.М., Капица М.С. Психологические проблемы изучения интеллекта. – В кн.: Интеллектуальные процессы и их моделирование. – М.: Наука, 1987. – С. 120-141.
7. Носенко Е.Н., Заярна І.М. Структурно-динамічні характеристики експертного знання і шляхи встановлення рівня освіченості в процесі навчання. // Зб. наук. праць Ін-ту психології ім. Г.С. Костюка АПН України. – Вип. 20. – 2000. – С. 108-114.
8. Максименко С.Д. Основи генетичної психології: Навчальний посібник. – К.: НПЦ Перспектива, 1998. – 220 с.
9. Носенко Э.Л. О развивающем потенциале тизауросного подхода к формированию когнитивных структур личности. // В кн.: Шляхи розвитку особистості під час навчання. – К.: Ін-тут психол. ім. Г.С. Костюка АПН України, 1993.
10. Носенко Е.Л. Професійно-орієнтований дидактичний тезаурус як новий тип підручників для навчання іноземній (англ.) мові для спеціальний цілей // Вісник Міжнародної асоціації викладачів англ. мови як іноземної (укр. відділення). – Вип. 13. – Т. 1. – Київ. – 1998. – С. 18-23.
11. Konovalova K. Optimization of teaching mathematics in a technical higher school. 3-rd International Conference on Quality, Reliability and Maintenance. Professional Engineering Publishing Limited, Bury St Edmund and London, LLK, 2000, p. 311-314.
12. Коновалова Е.К. Зрительные и словесные ориентиры при обучении высшей математике студентов технического вуза. // 31-th International Symposium “Engineering Education 2001”. – С. Петербург, Россия. – 2002.
13. Konovalova K. “Personal student’s guide” on teaching and studying. 30-th International Symposium “Engineering Education 2001”. – Klagenfurt, Austria. – 2001
14. Коновалова К.К., Горбатов М.І. Особистий довідник студента з вищої математики (частина друга) – Дніпропетровськ: НГА України, 2002. – 21 с.

ШЛЯХИ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИВЧЕННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ У ВУЗАХ

Ю.І. Овсієнко
м. Полтава, Полтавська державна аграрна академія
Ovsienko1977@rambler.ru

Вища школа – рушійна сила суспільного та соціального прогресу. Відповідно до закону України “Про освіту” та державної національної програми “Освіта” сучасний процес становлення має методологічною основою такі провідні принципи: фундаментальність, варіативність та альтернативність, гуманізація та гуманітаризація навчально-виховного процесу [1]. Вихід науки і техніки на світовий рівень, відродження та зміцнення наукового потенціалу нації, конкурентоспроможність всіх видів продукції, в тому числі й інтелектуальної, вимагає високого відповідного рівня математичної підготовки молоді. Адже саме математика розвиває інтелектуальні можливості особистості, даючи конкретні знання для цілеспрямованого становлення майбутнього спеціаліста; формує вміння логічно мислити, розкриває принципи структурності, системності, співвідношення часткового і загального, має досить вагоме значення для формування у студентів масштабності мислення; виховує графічну та інформаційну культуру, розвиває просторову уяву та абстрактне мислення [2, 3].

У вищій школі математика допомагає формуванню багатогранної професійно-компетентної особистості, яка забезпечує загальноосвітню, загальнокультурну, професійну та наукову підготовку фахівця.

Вища математична освіта сучасного спеціаліста включає вивчення загального курсу математики і спеціальних математичних курсів (методи оптимізації, статистичний аналіз, економіко-математичні методи, математичне програмування і т.д.). Загальний курс вищої математики є фундаментом математичної освіти спеціаліста.

Процес навчання у вузі має деякі суттєві відмінності від аналогічного процесу в середній школі. Зокрема, змінюється спосіб подачі навчального матеріалу і перевірки засвоєного.

Для засвоєння матеріалу курсу вищої математики передбачаються наступні традиційні види навчальної роботи: лекційні та практичні заняття, консультації, виконання індивідуальних завдань та контрольних робіт, підготовка до заліків та екзаменів.

Постає проблема “вирівнювання знань” студентів і, на основі цього, опанування нових розділів вищої математики, які часто є логічним продовженням шкільного курсу математики. Для підвищення його ефективності можливе введення диференціації як у шкільній системі освіти, так і створення на базі вузів навчальних комплексів. Однією із складових таких комплексів є підготовчі відділення, що сприяють професійній орієнтації школярів, забезпечують необхідними знаннями вступників до вищих навчальних закладів, дають можливість участі у олімпіадах, конкурсних заходах. При тісній та плідній співпраці комплексів “школа – вуз”, випускні екзамени, призові місця у олімпіадах та конкурсах є пільговими або, навіть, вступними до відповідних вищих навчальних закладів освіти [5]. Підготовка ведеться за узгодженими програмами, що передбачають поглиблене вивчення предметів, які виносяться на вступні іспити.

Такі навчальні комплекси не лише готують абітурієнтів до вступу у той чи інший вуз, а й змінюють пояснювально-інформативний тип навчання математиці на розвиваючий, самостійний та творчий процес. Учні привчаються до пошуку, аналізу та обробки інформації, використання математичних методів, розвивають цікавість та формують схильність до самоосвіти [4]. Прикладом такого роду навчальних комплексів є підготовче відділення Запорізького державного університету та Недільний математичний клас “Біном” на базі Кременчуцького інституту економіки і нових технологій.

Одним із способів “підтягування знань” є самостійна робота студентів над вивченням, закріпленням, перевіркою та контролем навчального матеріалу. Окрім традиційного (робота з літературою), широкого вжитку набувають комп’ютерні технології, що виступають синтезом вищої математики та інформатики це питання розробляють: М.І. Жалдак, Н.І. Ляшенко, Т.В. Ткаченко, О.В. Бабич, О.П. Губачов, Т.В. Константинова та інші.

Використання комп’ютерної техніки при вивченні вищої математики у вузах викликає все більший інтерес у процесі підготовки студентів, оскільки має ряд переваг.

Інтенсифікація навчального процесу, коли комп'ютер виступає об'єднуючим ланцюгом всіх форм навчально-пізнавальної діяльності: аудиторних, контрольних, самостійних робіт.

Активізація аналітичної діяльності – не лише відтворення інформації, а й оперування нею. Засвоєння складних абстрактних теоретичних понять, шляхом їх моделювання.

Демократизація методики викладання – послаблення суб'єктивного фактору, зняття емоційного та психологічного навантаження при спілкуванні з ЕОМ.

Контролюючі комп'ютерні програми, які досить часто мають вигляд тестів, схем, є доступними для розуміння студентів. Швидкість у обробці та оцінці відповідей дає змогу безпосередньо аналізувати помилки та недоліки, використовуючи підказки, посилання.

Унаочнення теоретичного матеріалу, який містить не лише звичний текст з поясненнями, формулами, графіками та ілюстраціями, а й має схеми, діаграми, алгоритми розв'язання типових задач (електронні таблиці Excel).

Можливість копіювання, збереження та відтворення інформації дає змогу використовувати окремо-взяті алгоритми розв'язування попередніх (раніше засвоєних) задач як компонент або синтез у рішенні задач наступних.

Застосування спеціалізованих систем комп'ютерної математики (Maple, Matlab, MathCAD, Derive) [3].

Розширення можливостей самостійного навчання із врахуванням індивідуальних, психологічних та фізіологічних особливостей студентів. Розвиток інформаційних телекомунікаційних мереж дає новий імпульс системам дистанційного навчання, забезпечуючи доступ до бібліотек всього світу [2, с. 52].

Неоціненним є доступність до довідкової інформації, інструкцій, демонстрацій, обчислювальних операцій. Комп'ютерні засоби мультимедіа дозволяє використовувати практичні можливості відео- і аудіоінформації.

Враховуючи можливості реалізації програм на ЕОМ та графічної їх інтерпретації, студент може, змінюючи певні параметри в умові, безпосередньо прослідковувати їх вплив на результати обрахунків, кількість розв'язків задачі. Це дозволяє відчути себе у ролі дослідника, експериментатора, спонукаючи до нових пошуків. Можливість оформлення відповідей та розв'язків у вигляді діаграм, таблиць, схем із використанням кольорових та графічних ефектів перетворює точну дисципліну у більш наочну, живу, образну.

Застосування комп'ютерної техніки не зменшує ролі викладача, а, навпаки, лише вміння так змоделювати пізнавальний процес студентів, організувати комп'ютерні експерименти і навчальний процес, щоб студенти самостійно робили "відкриття", будували власні когнітивні моделі.

Навчання приносить користь, коли учень сам прагне навчитися і оволодіти новими знаннями та навичками, відчути потребу у наступній практичній роботі.

Наступним кроком "поліпшення знань" студентів з вищої математики є заохочення та формування інтересу до самого предмету вивчення. Емоційний фактор є рушійним при самостійній роботі студентів. Позитивний настрій створюється не лише при усвідомленні необхідності набуття певної системи знань, а й при формуванні інтересу до самого предмету, його перспективності, тісного зв'язку з майбутньою обраною професією. Матеріал для вивчення підбирається таким чином, щоб студенти бачили можливість його застосування не лише на схематичних моделях життєвих процесів, а й на прикладних задачах. Студента необхідно переконати у тому, що математика – розділ науки, без якого неможлива ніяка інша її галузь; її поняття, уявлення і символи виступають тією мовою, якою говорять, пишуть і думають інші науки. Вона пояснює закономірності складних явищ, зводячи їх до простих елементарних явищ природи, вона передбачає і прогнозує з великою точністю хід подій. Математика є не стільки засобом для розуміння законів природи, скільки засобом мислення.

Нами розглянуто лише деякі способи підвищення ефективності навчання вищої математики у вузі. Питання застосування методів навчання, які забезпечують набуття студентами творчих умінь, розвиток їхньої пізнавальної самостійності, індивідуальних творчих здібностей, потребує подальшого розгляду.

Література:

1. Закон України. Про внесення змін і доповнень до Закону Української РСР “Про освіту”. – К.: Генеза, 1996. – 36 с.
2. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. – К.: Зодіак–ЕКО, 1999.
3. Подошвелев Ю. Об’єктивність використання систем комп’ютерної математики в навчальному процесі // Імідж сучасного педагога. – 2003. – №1. – С. 38-41.
4. Постельняк Н.Г. Концепция организационной и учебно-методической работы воскресного математического класса // Регіональні Перспективи. – 2001. – №1. – С. 35-37.
5. Толок В., Волкова Т., Звьодочкіна О. Диференційований підхід при вивченні математики на підготовчих відділеннях шкіл комплексу ЗДУ // Імідж сучасного педагога. – 2003. – №5-6. – С. 128-131.

ПРО ДЕЯКІ ПРОБЛЕМИ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ У ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ ЗАКЛАДАХ В СУЧАСНИХ УМОВАХ

Є.І. Орлюк
м. Житомир, Житомирський військовий інститут
радіоелектроніки ім. С.П. Корольова
orlyuk@ipst.edu.ua

Розмірковуючи про проблеми методики викладання математики у вищих технічних закладах, мимоволі виникає питання – а чи можна сказати щось нове в цій царині людської діяльності? Хіба за останні, принаймні п'ятдесят років не все сказано про те, як найефективніше доносити живий дух математики до тих, хто сидить на студентській лаві?

Така думка дійсно може виникати, але ж як усяка проблема оптимального керування, задача правильного вибору методичних прийомів та заходів з метою надання допомоги тим, хто навчається, повністю зрозуміти та засвоїти навчальний матеріал, залежить, в першу чергу, від вхідних даних – в даному випадку від рівня математичної підготовки тих, хто першого вересня вперше відчиняє двері аудиторій.

Якщо цей рівень змінюється, то й методика викладання не повинна залишатися незмінною. Сьогодні можна констатувати факт – середній рівень математичної підготовки випускників наших шкіл дійсно змінюється, але на жаль, в сторону зниження. В чому причина такого явища?

В жовтні 2001 року російські вчені, що зібралися в Математичному інституті РАН імені В.А.Стеклова, обговорювали стан справ в освіті і казали, перш за все, про зниження якості викладання математики. В сучасній школі фундаментальні дисципліни відходять на другий план, їх відтісняють так звані комунікативні предмети, на кшталт "Основи безпеки життєдіяльності". Академік В.І. Арнольд, знайомий з новою американською програмою освіти, навів приклад, що тепер у США вирішили вимагати від школярів вміти ділити 111 на 3, не використовуючи комп'ютер. І це не жарти! Раніше більшість штатівських школярів не вміли виконувати цю дію ні в умі, ні на папері. "Здається, – сказав Арнольд, – що і в Росії збираються звести викладання математики до такого рівня!”

Ситуація в Україні, звичайно, нічим суттєво не відрізняється від російської.

А значить для того, щоб в стінах вищого навчального закладу якось залатати прогалини шкільної освіти, необхідно для цього виділити певний час, якого в навчальній програмі не передбачено. А тому виникає потреба деякої її корекції. Погано, якщо студент під час навчання у вищому навчальному закладі не отримає деяких конкретних знань по математиці, що безпосередньо необхідні йому для його праці за спеціальністю, якщо він не вивчить необхідні йому методи та теореми. Але все це можна виправити, якщо він отримує при цьому необхідну математичну культуру, міцний фундамент математичних знань та здатність самостійно поповнювати свою освіту.

Ще один момент нашого сьогодення, що суттєво впливає на зміст та методику викладання математики – це комп’ютеризація процесу навчання і використання сучасних програмних засобів.

Викладання математики завжди супроводжувалося використанням певних обчислювальних засобів. Але як швидко вони змінюються з часом! Ще в 1975 році, коли в Радянському Союзі була прийнята нова – на той час – програма з курсу вищої математики для інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів, то одним з пунктів її змісту було – “обчислення за допомогою найпростіших засобів (обчислювальна лінійка)”. І першою лабораторною роботою, яка планувалася в курсі, була робота – “Дії на обчислювальній лінійці”.

Але вже на початку 80-х років в навчальному процесі починають широко використовуватися мікрокалькулятори, і не тільки як засіб обчислення, але й як пристрої, що допомагають розібратися з якісними математичними питаннями. Відповідно в тематичному плані дисципліни “Вища математика” з’являється ціла низка лабораторних робіт, які виконуються з використанням саме програмованих мікрокалькуляторів.

Та недовгим був і цей період – прийшла ера ПЕОМ і з’являються програмні засоби для виконання на комп’ютері різноманітних математичних та технічних розрахунків, які надають можливість користувачу працювати з формулами, числами, графіками та текстами. Бурний розвиток програмних засобів ПЕОМ привів до створення різноманітних високоякісних математичних пакетів, таких як MathCAD, Derive, MATLAB та інших. Звільняючи курсанта чи студента від рутинних обчислень, ці пакети дозволяють розв’язувати змістовні задачі та спілкуватися з комп’ютером на рівні математичних понять, ідей, загальних підходів. Це особливо важливо для розвитку творчого, критичного мислення, так як той, хто працює в цьому середовищі, може всебічно досліджувати поставлену математичну проблему, робити узагальнення, використовуючи широкий набір засобів для реалізації графічних, аналітичних та числових методів розв’язку математичних задач. Більше того, перекладаючи громіздкі обчислення на комп’ютер, на практичних заняттях можна розглядати цікаві приклади, які звичайно не включаються в навчальний курс через складність.

Але за всіма цими позитивними моментами постають питання – де , на якому етапі вивчення вищої математики, треба починати використовувати ці чудові програмні засоби, як їх треба використовувати, в якому об’ємі?

Це дуже серйозні дидактичні питання, від відповідей на які залежить сама структура курсу вищої математики та підхід до методики його викладання.

В різних вузах накопичується певний досвід впровадження комп’ютерних технологій при навчанні математики, відбувається пошук найефективніших форм та методів використання програмних продуктів.

Хочеться поділитися певним досвідом використання математичного пакету MathCAD 2000 при викладанні вищої математики в Житомирському військовому інституті радіоелектроніки ім. С.П. Корольова, обґрунтувати ті відповіді, які дає колектив кафедри на поставлені вище питання.

Пакет MathCAD був вибраний для використання в навчальному процесі тому, що однією з позитивних його якостей є простота у вивченні та використанні. Але головним є те, що в MathCAD застосовано унікальний метод візуалізації даних, суть якого полягає в тому, що формули в документі виглядають так само, як на папері, що дуже спрощує роботу користувача.

Щоб працювати з деяким програмним продуктом треба, перш за все, вміти взагалі працювати з комп’ютером, а тому було вирішено, що наші курсанти та студенти – а в інституті навчаються не тільки курсанти, але й студенти за контрактом – вперше зустрінуться з комп’ютером на заняттях з вищої математики в кінці першого семестру вже після того, як вони достатню кількість годин відпрацюють за комп’ютером на кафедрі інформатики.

Але володіючи певними навичками роботи за комп’ютером, треба вміти працювати саме з даним математичним пакетом. Хто повинен навчати цьому курсанта? Кафедра інформатики чи кафедра математики? Ми вважаємо, що це повинні робити саме математики.

Тому найперша лабораторна робота в нашому лабораторному практикумі на ПЕОМ – це “Знайомство з пакетом MathCAD”. (Пригадуєте першу лабораторну роботу 75–го року?) Напередодні цього заняття кожний курсант отримує ґрунтовні методичні рекомендації з вказівками щодо роботи в цьому середовищі з багатьма прикладами, які якраз і охоплюють тематику наступних лабораторних робіт першого семестру. Інтенсивна індивідуальна праця з цими методичними вказівками за комп’ютером під керівництвом двох викладачів протягом 90-то хвилин дає можливість опанувати правилами роботи з документом в MathCAD та ознайомитися з можливостями цього пакету.

І ось вже після цього заняття ми можемо переходити до головної задачі – використанню MathCAD як засобу поглиблення математичних знань. В який спосіб? Це визначається відповіддю на питання – яку мету ми ставимо, впроваджуючи комп’ютер в навчальний процес? Наш головний тезис – грамотне застосування математичних пакетів в навчальному процесі забезпечує підвищення фундаментальності математичної освіти.

А яке ж воно повинно бути – грамотне застосування? І як впливає впровадження комп’ютера на тематичний план дисципліни, на вибір тих питань, що повинні розглядатися на, скажемо так, традиційних практичних заняттях?

Комп’ютер за якусь мить видає результат добутку двох матриць – то що, не потрібно майбутнього інженера на практичному занятті навчати як виконується це множення?

Варто тільки правильно ввести позначення біля осей координат та клацнути мишею зовні прямокутної рамки – і з’являється графік потрібної функції. То може і не варто витрачати так багато часу в курсі вищої математики на дослідження функцій?

Ми вважаємо, що використовувати математичні пакети потрібно для того, щоб поглиблювати знання тих, хто навчається, підіймати рівень їх розуміння математичних понять на вищий щабель. Саме так – поглиблювати та підіймати. Тобто вже повинні бути у хлопців та дівчат розуміння математичних понять та навички роботи з ними, що одержані на лекціях та практичних заняттях.

Не можна давати обчислювати добуток матриць на ПЕОМ, якщо першокурсник не вивчив, як це треба виконувати на папері; не можна починати обчислювати границі функцій в середовищі MathCAD, якщо не було жодного практичного заняття по вивченню прийомів та методів знаходження цих границь; не можна ставити завдання будувати траєкторію системи диференціальних рівнянь та досліджувати характер точки спокою, якщо попередньо не було добре засвоєно саме поняття стійкості розв’язку.

А тому наші лабораторні практикуми на ПЕОМ і стоять в самому кінці кожного семестру, щоб на них творчо розвинути все те, що вже було накопичено на, так званих, традиційних заняттях.

Як показує досвід, саме така система, на наш погляд, дійсно забезпечує підвищення фундаментальності математичної освіти. Так, на занятті “Побудова графіків функцій” курсанти не тільки вчаться отримувати графіки функцій в декартовій, полярній системі координат та функцій, заданих параметрично, але й міняючи масштаб на осях, мають можливість детально вивчати поведінку графіка функції на певному інтервалі.

На лабораторній роботі “Дії над матрицями. Обчислення визначників” курсанти не просто знайомляться з тим, як виконуються відповідні операції в MathCAD, але й при роботі з конкретними визначниками, роблячи розрахунки, отримують підтвердження всіх тих властивостей визначника, які були вивчені раніше.

Скільки додаткової інформації отримує курсант на лабораторній роботі “Розклад функцій в ряд Фур’є”, коли він не просто відшукає цей ряд, але й побачить графіки часткових сум для різної кількості доданків на фоні графіка функції, що розкладається в ряд!

Шукати композицію законів розподілу випадкових величин не дуже просто. Але розібравшись в алгоритмі цього процесу, приємно бачити як швидко це можна зробити, використовуючи MathCAD.

І такі приклади можна наводити по кожній лабораторній роботі, бо кожна з них містить елементи творчого осмислення раніше засвоєних математичних понять, для якого пакет MathCAD дає великі можливості.

Цей програмний пакет використовується нами також і при проведенні лекцій, в першу чергу для полегшення сприймання важких математичних понять. Чого тільки варта демонстрація на лекції в курсі аналітичної геометрії різноманітних поверхонь, що розглядаються в просторі з різних точок!

Видатному французькому математику Симеону Пуассону належить блискуча фраза – “Життя прекрасне двома речами – можливістю вивчати математику та можливістю викладати її”.

А тому різноманітні методичні прийоми та методи дадуть максимальний ефект тільки тоді, коли і викладачі, і ті, хто навчається, будуть відчувати радість від своєї праці.

ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛЫ ТЕЙЛОРА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВЫПУКЛОСТИ И ЭКСТРЕМУМОВ ФУНКЦИИ

В.И. Павлищев, В.Е. Ткаченко
г. Днепропетровск, Национальный горный университет

В учебной литературе для технических вузов доказательство второго достаточного условия экстремума и признака выпуклости графика проводится в основном с использованием теоремы Лагранжа [3, 4]. Существует также второй способ доказательства указанных признаков с использованием формулы Тейлора [1, 2]. Суть данного метода в следующем. Пусть $y=f(x)$ дважды дифференцируемая функция на (a, b). Формула Тейлора для $f(x)$ при $n=1$ имеет вид

$$y=f(x_0)+f(x_0)(x-x_0)+\frac{1}{2}f''(z)(x-x_0)^2, \qquad (1)$$

где $z=x_0+\theta(x-x_0)$, $\theta\in(0, 1)$, x, $x_0\in(a, b)$.

Уравнение касательной, проведенной к кривой $y=f(x)$ в точке x_0, есть прямая

$$y_{кас}=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0), \qquad (2)$$

Из равенств (1) и (2) следует

$$y-y_{кас}=\frac{1}{2}f''(z)(x-x_0)^2, \qquad (3)$$

где $z\in(a, b)$.

Из условия (3) получаются необходимые и достаточные условия выпуклости (вогнутости) графика функции:

Теорема: Если функция $y=f(x)$ имеет на интервале (a, b) конечную неотрицательную (неположительную) вторую производную, то график функции $y=f(x)$ вогнутый (выпуклый).

Так как в окрестности экстремальной точки график дифференцируемой функции выпуклый или вогнутый, то второе достаточное условие ($y'(x_0)=0$, $y''(x_0)\neq 0$) и третье достаточное условие ($y'(x_0)=y''(x_0)=y^{(n)}(x_0)=0$, $y^{(n+1)}(x_0)\neq 0$) рекомендуем формулировать как следствие рассмотренной выше теоремы.

Следствие. Пусть функция $y=f(x)$ дважды дифференцируема на интервале (a, b) и для $x=x_0$ $f'(x_0)=0$.

Тогда

1) при $f''(x_0)<0$ (или $f''(x_0)=0$ и $f''(x_0)<0$ в окрестности точки x_0) точке x_0 соответствует max;

2) при $f''(x_0)>0$ (или $f''(x_0)=0$ и $f''(x_0)>0$ в окрестности точки x_0) точке x_0 соответствует min;

3) если $f''(x_0)=0$ и $f''(x)$ изменяет знак при переходе через точку x_0, то точке x_0 соответствует точка перегиба.

Указанная методика изложения материала успешно апробирована авторами. Применение ее позволяет компактно и наглядно изложить материал и, соответственно, экономить лекционное время. Отмечается заинтересованность студентов к данному изложению по сравнению с общепринятым.

Литература

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1980. – 432 с.

2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. – М.: Наука, 1979. – 720 с.

3. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. – М., 1986. – 576 с.

4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Том 1. – М.: Наука, 1978. – 456 с.

ВИХОВАННЯ УВАГИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Л.І. Петрушина
м. Кривий Ріг, Середня школа №99
school99@mail.ru

Важлива умова ефективності навчально-виховного процесу – вміння вчителя організувати на уроці увагу дітей. К.Д. Ушинський вважав увагу основною умовою успішного навчання. "Увага – ті єдині двері нашої душі, через які усе із зовнішнього світу, що тільки входить у свідомість, неодмінно проходить: отже, цих дверей не може проминути жодне слово навчання, інакше воно не попадає в душу дитини. Зрозуміло, що привчити дитину держати ці двері відчиненими є справа великої важливості, на успіху якої ґрунтується успіх цього навчання", – писав великий педагог.

Уважно слухаючи пояснення на уроці, учень легко сприймає, усвідомлює, запам'ятовує зміст нового матеріалу і тим самим полегшує свою подальшу роботу з виконання відповідних завдань. Немає жодної сторони розумової діяльності, яка здійснювала б без достатнього вольового напруження у вигляді довільної уваги.

"Увага!" Дужу часто з цим словом звертається учитель до своїх учнів, спонукаючи їх зосередитися на тому, що він говорить й показує, що цілеспрямовано організувати їхню діяльність. Але одного звертання для цього не завжди буває достатньо.

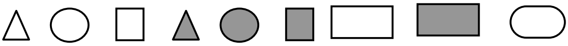
Тому поряд з розв'язуванням на уроці різних виховних завдань потрібно надавати великого значення вихованню довільної уваги учнів. Звичайно, це вимагає чіткої організації уроку, підготовкою до нього, ретельним продумуванням його змісту, методів та форм роботи. Важливо включати в урок спеціальні вправи та завдання для усної лічби, які спрямовані на формування уваги.

Дуже важливо організувати увагу учнів на початку уроку, це обумовлює увесь його подальший хід.

З метою мобілізації уваги учнів на початку уроку проводиться усна лічба з елементами гри. Наприклад, у першому класі пропонується гра "Будь уважним". На набірному полотні виставлено 7–8 різних предметних малюнків. Протягом 10 с учні роздивляються і запам’ятовують їх. Учитель закриває предметні малюнки і пропонує дітям їх назвати.

Гра має декілька варіантів. можна, наприклад, запропонувати назвати малюнки послідовно; можна поміняти місцями 2–3 і запитати, що змінилося на набірному полотні; можна забрати ще один малюнок і поцікавитися, що зникло.

Можна замінити предметні малюнки геометричними фігурами.



- Які фігури зображені на малюнку?
- Скільки їх?
- Якого кольору?
- У якій послідовності вони зображені?
- Скільки трикутників? Квадратів? Прямокутників?

Часто під час письмового множення та ділення, при обчисленні виразів на порядок виконання дії учні допускають помилки у розв’язанні через свою неуважність. Пропускають операції ($4500 : 9 = 5$), плутають арифметичні дії ($340 \cdot 8 = 348$), роблять помилки під час списування з дошки, підручника. Попередженню цих помилок сприяють такі завдання: запам’ятати протягом 5 с числовий ряд:

5 12 41 3 6 8 32 19

Записати з пам’яті найбільше і найменше числа, знайти їх суму.

Або, впродовж 5 с запам’ятати числовий ряд:

2 7 1 3 5 8 4

Знайти суму усіх чисел.

На закріплення знань таблиці множення можна запропонувати такі завдання.

1. На дошці записати добутки:

$2 \cdot 9$	$6 \cdot 4$	$4 \cdot 10$
$3 \cdot 6$	$2 \cdot 4 \cdot 3$	$5 \cdot 4 \cdot 2$
$2 \cdot 3 \cdot 3$	$3 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2)$	$2 \cdot 2 \cdot 10$
$(3 \cdot 3) \cdot 2$	$(2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2)$	$8 \cdot 5$
$6 \cdot (1 \cdot 3)$	$6 \cdot (2 \cdot 2)$	$(2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 2)$

Що ви помітили у кожному стовпчику?

(У кожному стовпчику записані добутки чисел. У першому стовпчику добуток дорівнює 18, у другому – 24, у третьому – 40).

2. Знайдіть рівності, не виконуючи обчислень:

9 · 5	(2 · 2) · (3 · 2)
7 · 8	(2 · 3) · (3 · 3)
6 · 9	7 · (2 · 2 · 2)
4 · 6	3 · 3 · 5

Під час вивчення у IV класі теми “Нумерація багатоцифрових чисел” доцільно використовувати такі ігри та вправи:

1. Стовпчики чисел:

1) 236070	2) 35999	3) 1100	4) 10010
236679	35909	999999	9999
236000	35090	400099	100001

- Чим схожі числа першого та другого стовпчиків?
- У чому їхня відмінність?
- Назвіть “сусідів” кожного числа у третьому та четвертому стовчику.

2. На дошці записано число 672.

Які нові числа можуть дістати, якщо поміняти місцями цифри? (276, 762, 267, 726, 672, 627).

3. На дошці записаний вираз:

6 + 4 · 10 : 5 – 3

Розставте дужки так, щоб його значення було найбільшим.

Цікавим видом роботи на уроках математики, який сприяє розвитку логічного мислення, уваги дітей, є робота з шифрограмами.

1. Користуючись цифровим позначенням літер українського алфавіту, прочитайте слова:

6, 11, 3, 1, 18 (диван)   16, 12, 23, 19 (літо)

17, 1, 17, 1 (мама)   15, 21, 1, 14 (край)

2. Зі слова “буряк” зробити слово “заєць”. Аналогічно зі слово “літо” зробити слово “зима”.

Б У Р Я К	Л І Т О
+ - - - +	· · · ·
8 22 13 6 16	· · · ·
З А Є Ц Ь	ЗИМА

Учні полюбляють вправи, у яких їм доводиться міркувати, порівнювати, спостерігати, зіставляти, робити висновки, а це сприяє виробленню стійкої уваги, що, звичайно, не може не впливати, на організацію самого уроку, на засвоєння знань, на формування умінь та навичок.

НЕОБХІДНІСТЬ ВПРОВАДЖЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ ГРАФІВ ПРИ ПОГЛИБЛЕНОМУ ВИВЧЕННІ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

В.М. Попов, Т.В. Поліщук, Т.Л. Годованюк
м. Умань, Уманський державний педагогічний університет
імені Павла Тичини
usttu@um.ck.ua

Одним із найважливіших завдань сучасної школи є розвиток творчої активності школярів. Аналіз робіт з даної проблеми показує, що до розв’язання питання про підвищення творчої активності учнів у навчальному процесі педагоги, психологи та методисти підходять з різних сторін. Деякі з них стверджують, що при поглибленому вивченні математики для підвищення творчої активності варто широко впроваджувати питання, які у “звичайних” школах вивчаються мало, або зовсім не вивчаються. Одним із таких питань в шкільному курсі математики є елементи теорії графів.

Зародившись при розв’язуванні головоломок і цікавих задач, теорія графів нині стала потужним засобом розв’язування задач широкого спектру. В теоретико-графових термінах формулюється значна кількість задач, пов’язаних з дискретними об’єктами. Завдяки наочності графів можна виявляти приховані відношення, фіксувати їх, відкидати невідповідні випадки, звужуючи область повного перебору. Цими факторами пояснюється широке застосування графів у сучасній науці і техніці. Їх використовують у економіці, соціології, комбінаториці, хімії, педагогіці, біології, медицині тощо.

Аналіз вітчизняного і зарубіжного досвіду вивчення та використання теорії графів у середній школі дає можливість виділити такі напрями:

1. Графи, як об’єкт вивчення.

Дослідники даного напряму вивчають питання впровадження окремих розділів теорії графів, розробляють методику їх вивчення (Ж. Папі, О. Оре, Н.А. Волкова, Л.Ю. Березіна, М.Л. Барболін). В основному в цих дослідженнях розглядаються питання вивчення елементів теорії графів на факультативних заняттях в старших класах середньої школи, і дослідники розходяться лише в питанні про зміст навчального матеріалу, який пропонується для вивчення.

Роботи Ж. Папі і Ф. Папі свідчать про те, що елементи теорії графів є доступними для учнів початкової школи.

2. Графи, як засіб моделювання навчального матеріалу.

Дослідники цього напряму використовують можливості моделювання навчального матеріалу за допомогою графів для удосконалення способів та методів його викладання (В.Ф. Волгіна, О.І. Глобін). В роботах методистів побудова графових моделей використовується як засіб навчання розв'язування комбінаторних, логічних, текстових задач.

Особливо цікавим є питання про використання графових моделей для розв'язування текстових задач. Шкільна практика свідчить про те, що хоч метод рівнянь під час розв'язування текстових задач вводиться в п'ятому класі і використовується протягом всього наступного вивчення курсу шкільної математики, результати вступних екзаменів до вузів незаперечно доводять, що значна частина випускників недостатньо володіє цим методом.

Розв'язуючи текстову задачу, учні повинні вміти:

1) з'ясувати залежність між шуканою величиною і даними в задачі числами;

2) виконати обчислення.

Звичайно виконання обчислень не є складним для учнів, а от з'ясування залежності між величинами є досить важкою справою. Чому? Тому що, як вважають методисти, учні мало тренуються в цьому і вони пропонують розв'язувати багато тренувальних задач (якнайменше обчислень) на з'ясування залежності між величинами.

Ще один шлях пропонує О. І. Глобін, який розглядає застосування графового моделювання для того щоб навчити учнів розв'язувати текстові задачі. Основна дидактична мета побудови графової моделі текстової задачі полягає у навчанні учнів за допомогою графового моделювання добувати із об'єкта пізнання систему математичних відношень і зображати їх в зручному для сприйняття вигляді, сприяти формуванню в учнів цілеспрямовано проводити пошук розв'язку задач на основі аналізу її структурних особливостей. Це означає, що процес побудови графової моделі виступає не як самоціль, а як допоміжний засіб, який допомагає навчити учнів розв’язувати текстові задачі!

3. Граф-схеми, як засіб структурування матеріалу.

Дослідники даного напряму використовують можливості моделювання структури різних дидактичних і методичних об’єктів за допомогою графових моделей і на цих моделях вивчають властивості даних об’єктів, а також шукають шляхи удосконалення процесу навчання (В.Ф. Волгіна, І.Б. Моргунов). Наприклад, В.Ф. Волгіна пропонує використовуючи граф-схеми описувати доведення і розв’язування геометричних задач. Маючи таку граф-схему учень може самостійно прослідкувати весь процес доведення і виділити незрозумілі моменти.

Питання розглянутих напрямів так і не знайшли широкого впровадження в шкільну практику. Це було зумовлено тим, що не вистачало часу на уроках математики, не існувало ефективних засобів для їх вивчення в позаурочний час. Тому вивчення цих питань залишалося лише фрагментарним.

Між іншим, жоден із згаданих дослідників не намагався об’єднати всі ці напрями, а ми пропонуємо це зробити. За нашою концепцією при поглибленому вивченні математики у восьмому класі вводяться основні поняття елементів теорії графів, а у дев’ятому класі вони розширюються і поглиблюються. В процесі подальшого вивчення математики при розв’язуванні: 1) комбінаторних задач, 2) текстових задач, 3) логічних задач, 4) систем лінійних рівнянь, 5) задачі економічного змісту, ми повторюємо елементи теорії графів і застосовуємо цю теорію як допоміжний засіб при розв’язуванні задач.

Таке широке впровадження елементів теорії графів дозволяє:

1) розвивати творчу активність учнів та формувати в них потребу постійно розширювати і поглиблювати свої знання;

2) розширити математичну культуру учнів і продемонструвати наявність нетрадиційних підходів до розв’язування цілого спектру математичних задач. Наприклад, розв’язуючи системи лінійних рівнянь, крім стандартних методів (додавання, підстановки, метод Гауса, метод Крамера) ми вчимо учнів розв’язувати системи за допомогою графів;

3) володіти учням елементами теорії графів на досить високому рівні;

4) вдосконалювати прийоми розумової діяльності учнів і розвивати в них дослідницький, творчий підхід до постановки і розв'язування задач з різних сфер людської діяльності.

Серед подальшого дослідження даної проблеми варто виділити такі напрями:

1) відбір змістової частини теорії графів для вивчення в школах з поглибленим вивченням математики;

2) розробка методичних рекомендацій до розв'язування задач за допомогою теорії графів;

3) диференціація навчального матеріалу з урахуванням рівня навчально-пізнавальних можливостей школярів.

Таким чином, ми вважаємо за необхідність широко впроваджувати елементи теорії графів при поглибленому вивченні курсу математики в сучасній школі.

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ У СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОТДЕЛЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»

Ю.Ф. Рева[1], М.А. Кислова[2]
[1] г. Кривой Рог, Криворожский филиал Института экономики и новых технологий
[2] г. Кривой Рог, Криворожский металлургический факультет Национальной металлургической академии Украины

В процессе преподавания курса «Высшая математика» проверку качества состояния знаний студентов целесообразно проводить в ходе всего учебного процесса. По своим целям контроль знаний студентов подразделяется на текущий, тематический и итоговый. Основными формами проверки знаний по курсу высшей математики является устный опрос и письменные самостоятельные и контрольные работы.

Целью тематического контроля является выявление уровня знаний студентов по каждой теме курса в целом. Для такого контроля используются письменные контрольные работы, содержащие задания, выполнение которых позволяет студентам глубже изучить теоретический материал и приобрести навыки его практического применения.

Целью итоговой проверки знаний является выявление уровня знаний студентов за семестр. Такая проверка знаний проводится в форме экзамена или зачета.

Мы считаем, что особое внимание следует уделять контролю знаний студентов заочного отделения как неотъемлемой и важной части всего учебного процесса. При этом следует комбинировать и использовать все методы контроля: традиционно – входной, текущий, итоговый, непрерывный, периодический и т.п.

При осуществлении контроля мы руководствуемся такими основными педагогическими требованиями:

1) четкое формирование критериев оценивания;
2) объективность и надежность проверки и оценивания;
3) индивидуальный и дифференцированный характер;
4) научное обоснование полученных результатов;

5) систематичность и непрерывность требований;
6) своевременность, разнообразие, гибкость;
7) конкретность терминов выполнения.

Организация учебной работы студентов заочного отделения должна начинаться с ознакомления их преподавателем с требованиями, своевременное выполнение которых позволит успешно сдать экзамен или зачет. Следует отметить, что на студентов оказывает большое положительное психологическое влияние факт возможности получения зачета без опроса и большинство студентов проявляют заинтересованность к такой организации контроля знаний, умений, навыков.

Как показывает практика, при таком подходе студенты прикладывают максимум усилий для своевременного выполнения требований преподавателя по усвоению курса высшей математики.

Учебная деятельность студентов заочного отделения представлена такими видами работ:

- лекционные занятия;
- практические занятия;
- самостоятельная работа студентов;
- контроль знаний.

Так как аудиторная нагрузка для студентов-заочников сравнительно небольшая, то значительно возрастает доля самостоятельной работы студентов. Как следствие, возникает необходимость в использовании других форм и видов контроля, нежели для студентов дневного отделения.

Преподавателями нашего института при изучении курса «Высшая математика» студентами заочного отделения предлагаются следующие виды контроля:

- семестровая домашняя контрольная работа;
- аудиторная контрольная работа;
- зачет или экзамен.

Выполнение рекомендованных контрольных работ дает возможность проверить и оценить, как каждый студент-заочник усвоил курс высшей математики. При этом система оценок при выполнении этих работ рассматривается в двух аспектах: как оценка всех видов учебной деятельности студента заочного отделения и как оценка усвоения знаний, умений, навыков отдельных разделов курса «Высшая математика».

Такой подход предусматривает:

- оценку каждого шага учебной деятельности студентов и в то же время создание условий для развития самостоятельности;
- непрерывную систематическую работу студентов по всем видам учебных занятий;
- выявление уровня успеваемости студентов в рамках группы, потока, курса, специальности;
- выставление итоговой оценки по результатам работы в семестре.

Первая форма организации контроля предусматривает выполнение работ студентом дома на протяжении семестра. Эти работы имеют 30 вариантов (номер варианта, который решает студент, соответствует порядковому номеру студента в журнале группы). Таким образом, каждый студент группы получает для решения отдельный вариант, что сводит к минимуму возможность «списывания» решенных заданий.

Такие контрольные работы разработаны для каждого раздела дисциплины «Высшая математика». Любая из контрольных работ включает в себя задания по каждой теме раздела.

Так, например, один из вариантов контрольной работы по разделу «Дифференциальные уравнения» имеет вид:

Задание 1. Найти общие интегралы или общие решения дифференциальных уравнений. При наличии начальных условий решить задачу Коши:

1) $\sin x tg y dx - \frac{dy}{\sin x} = 0$;

2) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$;

3) $y' + y\frac{e^x}{e^x + 1} = x$;

4) $y' + y\frac{3x^2}{x^3 + 1} = y^2(x^3 + 1)\sin x, y(0) = 1$;

5) $\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{\cos^2 xy}\right)dx + \left(\frac{x}{\cos^2 xy} + 2y\right)dy = 0.$.

Задание 2. Найти общие или частные решения дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка:

1) $y''=\sin^2 x+x\sin 2x$;

2) $(y'')^3-2y''-x=0$;

3) $2yy''+y^2-(y')^2=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=1$;

4) $y''-\dfrac{y'}{x-1}=x(x-1)$, $y(0)=0$, $y'(0)=0$;

Задание 3. Найти общие или частные решения дифференциальных уравнений высших порядков:

1) $y''+2y'-3y=0$;

2) $y''+6y'+9y=0$;

3) $y''+2y=0$; $y'(0)=y(0)=1$;

4) $y''+y=2\cos x-4(x+4)\sin x$;

5) $y''-12y'+36y=14e^{6x}$;

6) $y''-3y'+2y=x^3$, $y'(0)=0$, $y(0)=1$;

Задание 4. Решить систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} x' = 5x+8y, \\ y' = 3x+3y. \end{cases}$$

Задание 5. Решить уравнение методом вариации произвольных постоянных:

$$y''+2y'+2y=\frac{e^{-x}}{\cos x}.$$

Как видно, в данную контрольную работу включены задания по темам:

1) дифференциальные уравнения первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах;

2) дифференциальные уравнения высших порядков: уравнения, допускающие понижение порядка, линейные однородные с постоянными коэффициентами, линейные неоднородные с постоянными коэффициентами и специальной правой частью;

3) системы линейных дифференциальных уравнений;

4) линейные неоднородные уравнения, решаемые методом вариации произвольных постоянных.

При решении каждого задания студент должен указать тип уравнения и способ его решения. Кроме того, после получения решения необходимо произвести проверку.

Решение менее 2/3 всех заданий такой контрольной работы оценивается как неудовлетворительное. Работы, в которых решения или неверны, или необоснованны, не могут быть засчитаны.

Студенты, которые не справились с семестровым домашним заданием, должны писать аудиторные контрольные работы.

При такой организации работы задания, которые выдаются студентам, значительно меньшие по объему, чем семестровая контрольная работа. Длительность такой аудиторной контрольной работы два аудиторных часа. Она дает возможность проверить, как студент усвоил материал, с которым не справился в семестровом задании. Такие работы в этом случае имеют индивидуальный характер.

Например, студенту, который не справился с примерами по теме «Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка», предлагается решить аудиторно такие задания:

1) $y''=x-x^2\ln x$;

2) $y''=\cos 2x+\frac{1}{x}$;

3) $y''+\ln y''-x=0$;

4) $x^2y''+xy'=1$;

5) $yy''=(y')^2$.

Студенты, которые успешно справились с одним из видов проверочных работ, получают допуск к экзамену или зачету.

При внедрении такой системы проверки знаний необходимо, по нашему мнению, решить ряд задач, связанных с необходимостью создания мотивации и заинтересованности студентов в повышении знаний и умений, а также реализацию всех этапов текущего и семестрового контроля успеваемости студентов.

Мы считаем, что такой системный подход к проверке знаний позволит активизировать учебный процесс, обучить студентов систематически усваивать комплекс знаний и умений, получаемых при изучении курса высшей математики, глубже изучить теоретический материал и приобрести навыки его практического применения.

О ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ В ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Л.Ф. Ринейская
г. Кривой Рог, Криворожский металлургический факультет
Национальной металлургической академии Украины

Овладение основами высшей математики неразрывно связано с серьезным пониманием путей применения этого аппарата. Ведь знания без применения по настоящему знаниями не являются, так как они с трудом усваиваются и легко забываются.

При обучении математике будущих инженеров перед преподавателем всегда встает вопрос: «Чему, прежде всего, следует учить студента?» – не забывая при этом, что время, отведенное на изучение курса математики, невелико.

Конечно же, можно в принципе вместо самой математики учить ее приложениям, учитывая то, что за последние годы курс математики приобрел большую прикладную направленность. Но это будет уже не математика, и человек, изучивший такой специализированный курс, будет бессилен в тех ситуациях, которые требуют рассмотрения абстрактных математических моделей.

При преподавании математики всегда следует помнить, что нельзя, не научив самой математике, обучить ее приложениям. Обучение решению прикладных задач не является основной задачей содержания курса математики, но это всегда делалось и будет делаться, потому что это нужно и полезно.

С этой целью нами составлено пособие по прикладным задачам по высшей математике. Задачи этого пособия отражают тесную связь математики с предметами специальных кафедр вуза, они повышают заинтересованность студентов в овладении математическим аппаратом.

На практических занятиях мы стараемся рассмотреть такие задачи прикладного характера, в которых студенты могли бы научиться по данным условиям естественнонаучного и технического содержания подбирать соответствующий математический аппарат.

Так, например, при повторении курса математики средней школы на первых занятиях среди прочих предлагаем такую задачу.

Задача 1. Определить, какими должны быть диаметр цилиндрической заготовки D и детали d, если известны масса заготовки $m_з$, масса детали $m_д$ и припуск на обработку f.

Решение. Известно, что $\frac{m_з}{m_д} = \frac{V_з}{V_д}$, где $V_з$ и $V_д$ – объем заготовки и детали соответственно. В то же время $D - d = f$. Используем формулу для вычисления объема цилиндра $\frac{m_з}{m_д} = \frac{\left(\pi D^2 / 4\right) l}{\left(\pi d^2 / 4\right) l}$, где l – длина заготовки и детали (высота цилиндра).

Получаем систему уравнений для определения неизвестных диаметров $\begin{cases} \frac{D^2}{d^2} = \frac{m_з}{m_д} \\ D - d = f \end{cases}$. Решая систему уравнений, получим $D_2 = \frac{f}{1 - \sqrt{\frac{m_д}{m_з}}}$ (решение $D_1 = \frac{f}{1 + \sqrt{\frac{m_д}{m_з}}}$ невозможно, так как в этом случае объем снятой стружки окажется больше объема заготовки), и $d = D_2 - f = \frac{f\sqrt{m_д}}{\sqrt{m_з} - \sqrt{m_д}}$.

Вот, к примеру, задачи различных разделов математики.

Задача 2. На одном из холодильников мелкосортного стана применен в качестве привода кулачковый механизм, к которому предъявлено требование безударного движения толкателя. Можно ли в этом механизме применить кулачок, очерченный по улитке $r = 2a\cos\Theta + \alpha$?

Задача 3. Стол подъемной тележки представляет собой консоль длиной a, ее загруженная часть имеет длину b. Для придания жесткости консоли используются две опоры (рис. 1). Определить расстояние между точками крепления консоли и двух опор, если известно, что наибольшая жесткость достигается тогда, когда угол между опорами будет наибольшим.

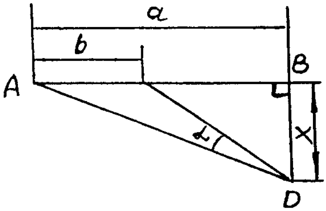


Рис. 1.

Задача 4. Разливочный ковш цилиндрической формы наклонен так, что обозначилась половина его дна. Вычислить, сколько при этом вылилось стали, если радиус ковша равен 1 м, а высота его равна 3 м.

Задача 5. Какую работу затрачивает подъемный кран при извлечении железобетонной надолбы со дна отстойника глубиной в 5 м, если надолба имеет форму правильного тетраэдра с ребром 1 м, а плотность железобетона 2500 кг/м^3?

Задача 6. Кирпичная стена (k = 0,0015) имеет 30 см толщины. Найти, как зависит температура от расстояния точки от наружного края стены, если температура равна 20^o на внутренней и 0^o на внешней поверхности стены. Найти также количество теплоты, которое 1 м^2 стены отдает наружу в течение суток.

Большинство рассматриваемых задач заимствованы из руководств и задачников по высшей математике и техническим дисциплинам [1–5]. Преподаватель может отбирать те задачи, которые наиболее близки к профилю специальности студентов факультета. На практических занятиях по решению прикладных задач существенно меняется роль преподавателя. Он становится координатором учебного процесса, осуществляет непрерывный контроль и ведет учет работы каждого студента. Потому все задачи прикладного характера подготовлены с методическими указаниями к их выполнению.

С этой целью даются *консультации* (первая и вторая), которые может использовать студент при затруднении в решении, а также для промежуточного самоконтроля – студент может сверить свое решение с «промежуточными результатами», которые помещены в «консультациях».

В *первой консультации* к решению примеров и задач обычно ставится вопрос, наводящий на правильное решение, или обращается внимание студента на особенность решения данного примера или задачи (создается таким образом проблемная ситуация сравнительно более высокого уровня).

Во *второй консультации*, к которой обращается студент, если первая не помогла, студенту оказывается более существенная помощь: здесь уже подсказывается конкретный прием решения данного примера или задачи, или нужная формула, а иногда, в трудных задачах, дается подсказка к ходу решения задачи (проблемная ситуация расчленяется на более легкие, доступные).

Таким образом, в двух консультациях создаются проблемные ситуации двух уровней трудности, что способствует индивидуализации обучения. Студент может получить помощь в любой нужный момент, не обращаясь к преподавателю, со своим темпом, в меру своих сил и способностей, независимо от других.

Хотелось бы еще раз отметить, что подготовлено более 100 задач прикладного характера, имеющих естественное технологическое содержание: любая из них может возникнуть в реальном производственном процессе или при его подготовке.

Литература

1. Журавлев А.Н. Допуски и технические измерения. – М.: Высшая школа, 1981.

2. Зельдович Я.Б., Яглом И.М. Высшая математика для начинающих физиков и техников. – М.: Наука, 1982.

3. Колмогоров А.Н. О профессии математика. – М.: Сов. наука, 1954.

4. Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и ее изучении. – М.: Наука, 1977.

5. Ноздрин И.Н., Степаненко И.М., Костюк Л.К. Прикладные задачи по высшей математике. – К.: Вища школа, 1976.

ПРО РОЗШИРЕННЯ ЗМІСТУ ВУЗІВСЬКОГО КУРСУ З ТЕОРІЇ РЯДІВ

Ю.К. Рудавський, П.П. Костробій, М.А. Сухорольський,
О.А. Микитюк
м. Львів, Національний університет “Львівська політехніка”
ponedilok@polynet.lviv.ua

Виклад вузівського курсу з теорії числових та функціональних рядів ґрунтується на понятті класичної суми ряду - як границі збіжної у розумінні Коші послідовності часткової суми ряду. При викладі теорії функціональних рядів розглядаються, як правило, степеневі та тригонометричні ряди. Однак ряди за системами степеневих і тригонометричних функцій не є найкращим засобом наближення функцій. Зокрема, тригонометричний ряд, що відповідає періодичній абсолютно інтегровній функції, не можна диференціювати, а функцію аналітичну на дійсній осі не завжди можна розвинути у степеневий ряд.

У межах теорії збіжних послідовностей (в розумінні Коші або в середньому) ефективним є розвинення функцій за системами спеціальних функцій. Однак виклад відповідного математичного апарату вимагає значного розширення курсу. Альтернативним до такого підходу є поєднання методів класичної теорії рядів та методів узагальненого підсумовування рядів.

Пропонується у межах традиційного курсу теорії рядів розглянути поняття послідовності узагальнених часткових сум ряду і узагальненої суми ряду, які органічно поєднуються з відповідними поняттями класичної теорії рядів (послідовності часткових сум ряду і суми ряду), а також ілюструвати узагальнене підсумовування розбіжних у класичному розумінні рядів.

1. Основні поняття. Нехай

$$\sum_{k=1}^{\infty} u_k(x) \tag{1}$$

– функціональний ряд, члени якого є функціями дійсної змінної $x \in D_1$. Розглянемо послідовність часткових сум ряду (1)

$$\left\{ S_n(x) = \sum_{k=1}^{n} u_k(x) \right\}_{n=1}^{\infty} \tag{2}$$

Означення 1. Скінченна границя послідовності часткових сум (2) у точці $x \in D_1$ називається сумою або класичною сумою ряду (1) у цій точці, $\lim\limits_{n \to \infty} S_n(x) = S(x)$.

Множина всіх точок збіжності ряду (1) називається областю збіжності ряду (1), $D \subset D_1$.

Розглянемо також послідовність узагальнених часткових сум ряду (1)

$$\left\{ S_n^*(x) = \sum_{k=1}^{n} \varphi_{nk} u_k(x) \right\}_{n=1}^{\infty}, \tag{3}$$

де $\{\varphi_{nk}\}, n = \overline{1,\infty}, \ k = \overline{1,n}$, - двопараметрична числова послідовність (трикутна таблиця чисел), що визначає узагальнений метод підсумовування (вагу членів ряду в послідовності узагальнених часткових сум).

Наприклад, метод підсумовування середніми $\left\{ \varphi_{nk} = 1 - \frac{k}{n+1} \right\}$, метод Рісса $\left\{ \varphi_{nk} = \left[1 - \left(\frac{k}{n+1} \right)^2 \right]^{m - \frac{1}{2}} \right\}$, метод Чезаро $\left\{ \varphi_{nk} = \frac{C_{m+n-k}^{m}}{C_{m+n}^{m}} \right\}$, метод $\left\{ \varphi_{nk} = \frac{C_n^k}{C_{n+k}^k} \right\}$.

Означення 2 [2]. *Скінченна границя послідовності узагальнених часткових сум (3) називається узагальненою сумою ряду (1),* $\lim\limits_{n \to \infty} S_n^*(x) = S^*(x)$, *$x \in D^* \subset D_1$, а узагальнений метод $\{\varphi_{nk}\}$ називається регулярним, якщо $S^*(x) = S(x)$ для всіх $x \in D$ і $D \subset D^*$.*

Приклад 1. Методом середніх знайдемо узагальнену суму ряду

$$\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \cos kx = S^*(x) \quad (-\pi \le x \le \pi, \ x \ne 0). \tag{4}$$

Класична часткова сума цього ряду - $S_n(x) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n} \cos kx = \frac{\sin(n + 1/2)x}{2\sin(x/2)}$. Очевидно, класична сума ряду (4) не існує. Знайдемо узагальнену суму цього ряду [3],

$$S_n^*(x)=\frac{1}{2}+\sum_{k=1}^{n}\left(1-\frac{k}{n+1}\right)\cos kx=$$

$$=\frac{1}{n+1}\sum_{m=0}^{n}S_m(x)=\frac{1}{2(n+1)\sin(x/2)}\sum_{m=0}^{n}\sin\left(m+\frac{1}{2}\right)x=$$

$$=\frac{1}{4(n+1)\sin^2(x/2)}\sum_{m=0}^{n}\left[\cos mx-\cos(m+1)x\right]=$$

$$=\frac{1}{4(n+1)\sin^2(x/2)}[1-\cos(n+1)x]=\frac{1}{2(n+1)}\left(\frac{\sin[(n+1)x/2]}{\sin(x/2)}\right)^2.$$ За означенням маємо $S^*(x)=\lim\limits_{n\to\infty}S_n^*(x)=0$ ($-\pi\le x\le\pi$, $x\ne 0$).

2. Методи підсумовування, залежні від неперервного аргумента. Існує клас узагальнених методів підсумовування рядів, відповідні послідовності яких залежать від неперервного аргумента [3]. Розглядаються послідовності $\{\varphi_k(r)\}_{k=1}^{\infty}$, де $\{r\}$ - числова множина з граничною точкою r_0. Такими, наприклад, є метод Рімана $\left\{\varphi_k(\varepsilon)=\left(\frac{\sin k\varepsilon}{k\varepsilon}\right)^2\right\}$ при $\varepsilon\to 0$, метод Пуассона $\{\varphi_k(r)=r^k\}$ при $r\to 1-0$, метод $\{\varphi_k(r)=r^{k^2}\}$ при $r\to 1-0$. Тоді узагальненою сумою ряду (1), підсумовуваного цими методами, є границя класичної суми ряду $S_r(x)=\sum\limits_{k=1}^{\infty}\varphi_k(r)u_k(x)$ ($r\ne r_0$),

$$S^*(x)=\lim_{r\to r_0}S_r(x). \qquad (5)$$

Покажемо, що такий підхід до визначення узагальненої суми ряду не суперечить означенню 2. Формулу (5) можна записати у вигляді $S^*(x)=\lim\limits_{\varepsilon\to r_0}\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\varphi_k(r)\,u_k(x)$. Вибираючи тут відповідну числову послідовність $\{r=r(n)\}_{n=1}^{\infty}$ з граничною точкою r_0 і вводячи узагальнену часткову суму $S_n^*(x)=\sum\limits_{k=1}^{n}\varphi_k(r(n))\,u_k(x)$, одержимо формулу $\lim\limits_{n\to\infty}S_n^*(x)=S^*(x)$.

Приклад 2. Методом Пуассона знайдемо узагальнену суму числового ряду $\sum\limits_{k=0}^{\infty}(-1)^k = S^*$. Для цього ряду згідно з формулою (5) одержимо $S_r = \sum\limits_{k=0}^{\infty}(-1)^k r^k = \dfrac{1}{1+r}$. Переходячи тут до границі, матимемо $S^* = \lim\limits_{r\to 1-0} S_r = \lim\limits_{r\to 1-0}\dfrac{1}{1+r} = \dfrac{1}{2}$.

Приклад 3. Відшукання узагальненої суми ряду (4) методом Пуассона. Використовуючи формулу (5), знайдемо

$$S^*(x) = \lim_{r\to 1-0}\left(\frac{1}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} r^k \cos kx\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\lim_{r\to 1-0}\frac{1-r}{1-2r\cos x + r^2} = 0 \;\; (-\pi \le x \le \pi,\;\; x \ne 0)$$

3. Методи Ейлерівського типу підсумовування рядів. При знаходженні узагальнених сум рядів ефективними є методи підсумовування, які грунтуються на перегрупуванні членів вихідного ряду. До цього класу методів також можуть бути віднесені розвинення функції $f(z) = \sum\limits_{m=0}^{\infty} a_m z^m$, аналітичної в деякій комплексній області, за повною системою поліномів [1] $\left\{P_k(z) = \sum\limits_{m=0}^{k} b_{km} a_m z^m\right\}_{k=0}^{\infty}$,

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} d_k P_k(z), \tag{6}$$

де b_{km}, a_m - коефіцієнти.

Підставивши вирази поліномів $P_k(z)$ у формулу (6), $f(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} d_k P_k(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty}\sum\limits_{m=0}^{k} d_k b_{km} a_m z^m = \sum\limits_{m=0}^{\infty} a_m z^m \left(\sum\limits_{k=m}^{\infty} d_k b_{km}\right)$, одержимо вирази членів послідовності відповідного узагальненого методу підсумовування $\left\{\varphi_{nk} = \sum\limits_{k=m}^{n} d_k b_{km}\right\}$, які узгоджуються з означенням 2.

Проілюструємо підсумовування степеневого ряду методом

Ейлера. Формула (6) узагальненого підсумовування за Ейлером степеневого ряду $\sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ приймає вигляд

$$S^*(z) = \frac{1}{s+1} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{s}{s+1} \right)^n \sum_{k=0}^{n} C_n^k a_k \left(\frac{z}{s} \right)^k , \qquad (7)$$

де s - параметр.

Приклад 4. Знайдемо узагальнену суму ряду $\sum_{k=0}^{\infty} z^k$. Цей ряд збігається в області $|z|<1$ і його класична сума дорівнює $S(z) = \frac{1}{1-z}$. Підставивши $a_k=1$ у формулу (7) і просумувавши внутрішню суму, одержимо

$$S^*(z) = \frac{1}{s+1} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{s}{s+1} \right)^n \sum_{k=0}^{n} C_n^k \left(\frac{z}{s} \right)^k =$$

$$= \frac{1}{s+1} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{s}{s+1} \right)^n \left(1 + \frac{z}{s} \right)^n = \frac{1}{s+1} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{s+z}{s+1} \right)^n .$$

Якщо прийняти, що s – дійсне додатне число, то одержаний ряд збігається у крузі $|z+s|<s+1$ і його узагальнена сума дорівнює $S^*(z) = \frac{1}{s+1} \left(1 - \frac{s+z}{s+1} \right)^{-1} = \frac{1}{1-z}$. Таким чином, перетворення Ейлера ряду $\sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ (узагальнена сума) є продовженням цього ряду за межі його круга збіжності (на круг $|z+s|<s+1$).

Література

1. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т. 2. – М.: Наука, 1968. – 624 с.
2. Рівняння математичної фізики. Узагальнені розв’язки крайових задач / Рудавський Ю.К., Костробій П.П., Сухорольський М.А., Зашкільняк І.М., Колісник В.М., Микитюк О.А., Мусій Р.С. – Львів: Нац. ун-т “Львівська політехніка”, 2002. – 226 с.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3. - М.: Наука, 1969. – 656 с.

ОСНОВИ ТЕХНОЛОГІЇ ОСОБИСТІСНО-ОРІЄНТОВАНОГО ВИКЛАДАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

І.Б. Рудь
м. Ірпінь, Національна академія державної податкової служби України
lusind@rambler.ru

Термін “педагогічна технологія”, “технологія навчання” з’явився на сторінках педагогічних видань західних країн на початку 60-років, в цей же час там почали функціонувати різні установи з розробки педагогічних технологій [1, 2].

На початку 70-років і далі під цим терміном стали розуміти теорію і практику побудови навчального процесу у відповідності з визначеними цілями та задачами (Н.Ф. Тализіна, Т.А. Ільїна, В.П. Беспалько).

С.О. Сисоєва визначає педагогічну технологію як процес створення адекватної до потреб і можливостей особистості і суспільства теоретично обґрунтованої навчально-виховної системи соціалізації, особистісного і професійного розвитку і саморозвитку людини в освітній установі, яка, внаслідок упорядкованих професійних дій педагога при оптимальності ресурсів і зусиль всіх учасників освітнього процесу, гарантовано забезпечує ефективну реалізацію свідомо визначеної мети та можливість оптимального відтворення процесу на рівні, який відповідає рівню педагогічної майстерності педагога [3].

На основі аналізу психолого-педагогічної літератури та викладеного вище визначимось із власним трактуванням поняття “технологія навчання”. Технологія навчання – це системне, цілісне конструювання (проектування) процесу підготовки спеціалістів на основі визначеної послідовності дидактичних цілей та науково організована, розгорнута в часі процедура навчання (втілення проекту в життя), за якою професорсько-викладацьким складом і тими, хто навчається, реалізується весь комплекс взаємозв’язків між цілями, змістом, формами, засобами навчання, система контролю, оцінки і коригування педагогічної діяльності.

На нашу думку, технологія навчання базується на наступних принципах:

- опори на певну наукову концепцію підготовки спеціалістів;
- цілеполагання щодо навчання, розвитку особистості спеціаліста за етапами в цілому та діагностики якості підготовки;
- системності (логічність, цілісність, взаємозв’язок усіх складових);
- ступеневості (реалізація на різних ієрархічних рівнях та ланках підготовки спеціаліста);
- ефективності (досягнення показників якості спеціалістів, визначених освітньо-професійною програмою).

Вже зараз можна стверджувати, що виникнення самого терміну “технологія навчання” і розробка цієї проблеми – закономірний наслідок розвитку педагогічної науки та практики, прогресу техніки, вимогливої необхідності підготовки фахівців на нових світоглядних та праксеологічних засадах [5].

Підготовка фахівців економічного профілю передбачає оволодіння ґрунтовними знаннями з вищої математики і уміннями застосовувати їх у майбутній практичній діяльності. Адже в сучасній мікро- й макроекономіці широко використовуються моделювання, статистико-ймовірнісні методи, формально-логічний апарат вищої математики. Математична підготовка студентів дає їм змогу оцінювати, контролювати та прогнозувати процеси, що відбуваються в певній економічній сфері, успішно засвоювати фундаментальні, професійно-орієнтовані дисципліни, які забезпечують основи економічних знань і закладають фундамент для подальшого вивчення спеціальних економічних дисциплін. Крім того, вища математика формує світогляд студента, культуру його праці, економічне та математичне мислення.

Досвід викладання вищої математики в нашому навчальному закладі, вхідний контроль математичної підготовки студентів, результати екзаменаційних сесій свідчать про неоднорідність рівня їх знань, умінь та навичок. Так, мають місце суттєві недоліки як в теоретичній, так і особливо в практичній математичній підготовці. Найбільш виразно це проявляється при розв’язанні різноманітних задач та прикладів. Тут має місце незнання комплексного підходу до розв’язання задачі, з’ясування зв’язків між її складовими, логіки знаходження правильного рішення на основі розчленування операційного змісту задачі на етапи (складові) з ґрунтовним аналізом кожного з них. В той же час, розв'язання задач у вищому навчальному закладі економічного профілю має надзвичайне значення і сприяє ефективному досягненню низки важливих навчальних цілей: активізується розумова діяльність, досягається більш глибоке засвоєння економічної теорії та практики, виробляються уміння і навики до самостійного аналізу соціально-економічних процесів, розширюється світогляд, набуваються навики оволодіння методами і прийомами пошуку рішень більш складних наукових та прикладних задач в сфері майбутньої професійної діяльності.

Диференціація рівнів інтелектуальних здібностей і математичної підготовки студентів спонукають до пошуку шляхів такої організаційно-методичної структури і змісту навчального процесу, яка б сприяла його найбільшої ефективності. Позитивне вирішення цієї проблеми може бути досягнуто на засадах особистісно-орієнтованого навчання та викладання навчальних дисциплін.

Основним принципом особистісно-орієнтованого навчання, викладання навчальних дисциплін є визнання індивідуальності того, хто навчається, створення необхідних та достатніх умов для його розвитку. З цього принципу можна визначити і мету особистісно-орієнтованого навчання:

- найбільш повне досягнення розвитку тих здібностей особистості, які потрібні їй та суспільству;
- визначення вихідного (початкового) стану розвитку та досвіду особистості;
- включення особистості в навчально-соціальну ціннісну діяльність;
- забезпечення можливостей ефективного саморозвитку та самоосвіти;
- трансформація основної мети навчання в систему взаємопов'язаних цілей, що відображають динаміку особистості в процесі навчання;
- обґрунтування цілей навчання для кожної дисципліни з урахуванням особистісних якостей, потреб і можливостей кожного, хто навчається;
- здійснення діагностико-кваліметричних процедур.

Під технологією особистісно-орієнтованого викладання вищої математики у вищому навчальному закладі економічного профілю будемо розуміти конструювання (проектування) на основі відповідної послідовності цілей, всебічного вивчення індивідуально-психологічних особливостей студентів навчальної дисципліни “Вища математика” з урахуванням можливостей, потреб тих, хто навчається, та науково організований процес оволодіння дисципліною за рівневою системою, пріоритету особистості як суб’єкту пізнання та навчання, всебічного організаційно-методичного і матеріального забезпечення навчальних занять, діагностики навчально-пізнавальної діяльності студентів, коригування педагогічної діяльності.

З урахуванням проведених теоретичних узагальнень ми зупинимося на розробці та реалізації технології особистісно-орієнтованого викладання вищої математики. Така робота включає послідовне виконання наступного:

1) конструювання навчального процесу з вивчення вищої математики;
2) всебічне вивчення індивідуально-психологічних особливостей студентів;
3) організація та методика проведення навчальних занять;
4) діагностика (контроль) результатів навчально-пізнавальної діяльності студентів;
5) коригування педагогічної діяльності.

Конструювання навчального процесу з вивчення вищої математики включає: визначення мети і задач, які мають вирішуватись, зміна методології структури та змісту навчальної програми і тематичного плану; розробка пакетів конструкцій особистісно-орієнтованих математичних завдань; вибір організаційних форм занять – фронтальні, парні, ланкові, бригадні, кооперовано-групові, диференційовано-групові, індивідуальні та індивідуалізовані, індивідуалізовано-групові тощо; підготовка літературних джерел, дидактичних матеріалів; розробка методик і засобів контролю знань, умінь та навичок студентів; всебічна підготовка навчально-матеріального забезпечення; складання плану проведення заняття та його методичної спрямованості; проведення (при необхідності) інструкторсько-методичних, пробних та відкритих занять.

З метою запровадження технології особистісно-орієнтованого викладання вищої математики була здійснена структуризація змісту курсу вищої математики для вищих закладів освіти економічного профілю та посилена його практична і прикладна спрямованість. Зазначена структуризація реалізована у двох ієрархічних рівнях: рівні навчальної дисципліни та рівні модуля.

На першому рівні навчальна дисципліна була поділена на 7 модулів. В основу такого поділу було покладено принцип їх відносної самостійності та завершеності. Таким модулями визначені:

- метод координат; векторна алгебра; аналітична геометрія на площині та в просторі;
- елементи лінійної алгебри;
- диференціальне числення функції однієї змінної;
- диференціальне числення функції багатьох змінних;
- інтегральне числення;
- диференціальні рівняння;
- ряди.

Кожний модуль розроблено та здійснено на наступних організаційно-методичних засадах:

- поділ на теоретичну та практичну складові;
- розробка пакетів особистісно-орієнтованих завдань;
- проведення лекцій, практичних занять, самостійної роботи;
- проведення контрольних робіт, здійснення контролю рівня засвоєння знань написання рефератів;
- розробка вимог до вихідних знань та вмінь студента після засвоєння модуля (чітко встановлюється рівень знань та умінь, яким повинен володіти студент);
- здійснення вхідного рівня знань напередодні кожного заняття (колоквіум);
- розробки структурної декомпозиції модуля;
- коригування педагогічної діяльності.

До кожного модуля розроблено структурну декомпозицію. В ній відображаються тематика, кількість годин, категорії засвоєння навчального матеріалу, елементи бази знань та рівні засвоєння.

На другому рівні (рівні модуля) з визначеного навчального матеріалу була сконструйована система навчальних занять.

На цьому етапі розроблено пакети особистісно-орієнтованих математичних завдань на теоретичну (лекції) та практичну (практичні заняття) складові курсу вищої математики, які адекватно відповідають індивідуальним особливостям та інтелектуальним здібностям студентів у відповідності з визначеними рівнями засвоєння навчального матеріалу.

З метою більш об'єктивного та якісного врахування особистісних показників інтелектуальних здібностей студентів пропонується така рівнева система оцінки засвоєння навчального матеріалу (як теоретичного, так і практичного) з вищої математики:

1 рівень – репродуктивний першого порядку;
2 рівень – репродуктивний другого порядку;
3 рівень – евристичний;
4 рівень – творчий першого порядку;
5 рівень – творчий другого порядку.

Така 5-рівнева система оцінки засвоєння навчального матеріалу з вищої математики була покладена в основу структурної декомпозиції навчальної дисципліни. Вона розширює діапазон оцінки і в той же час є адаптованою до існування в вищих навчальних закладах оцінки знань, умінь та навичок у відповідності до вимог державних стандартів освіти.

У відповідності з визначеними рівнями засвоєння знань студентам та врахування їх працездатності автором дослідження пропонується відповідна 5-рівнева типологізація студентів при вивченні вищої математики:

1 типологічна група – студенти, які за своїм інтелектуальними здібностями та працездатністю навчаються на рівні задовільного виконання програмних вимог.
2 типологічна група – студенти, які за своїми інтелектуальними здібностями та працездатністю навчаються на рівні з перевищенням задовільних програмних вимог.
3 типологічна група – студенти, які за своїми інтелектуальними здібностями та працездатністю навчаються на рівні виконання програмних вимог на "добре".
4 типологічна група – студенти, які за своїми інтелектуальними здібностями та працездатністю навчаються на рівні відмінного виконання програмних вимог.

5 типологічна група – студенти, які за своїми інтелектуальними здібностями та працездатністю навчаються на рівні вище відмінного виконання програмних вимог.

На підставі запропонованих рівнів засвоєння знань та типологічних груп студентів, які вивчають вищу математику в вищих навчальних закладах економічного профілю, розроблено пакети особистісно-орієнтованих завдань для засвоєння теоретичного та практичного матеріалу на кожну з форм занять (практичні заняття, самостійна робота). Навчальний матеріал у відповідності з можливими рівнями його засвоєння студентами трансформується в рівень складності. Такі пакети розроблені на кожне заняття.

Типова структура викладацького пакету особистісно-орієнтованих завдань для засвоєння теоретичного матеріалу (застосовується на самостійній роботі після кожної проведеної лекції) має наступну структуру: тема; цільова установка; вид заняття та його номер; час; навчальні питання; основні поняття; загальні методичні рекомендації та методичні рекомендації щодо засобів особистісно-орієнтованого викладання; загальна література; завдання для кожного з 5 рівнів засвоєння та відповідна література; що має студент засвоїти відповідно до кожного рівня; форми контролю; питання самоконтролю для кожного рівня; підсумки заняття.

Студентам на заняття видається студентський пакет особистісно-орієнтованих завдань для засвоєння теоретичного матеріалу (застосовується на самостійній роботі після кожної проведеної лекції). Він є складовою викладацького і включає: тема; цільова установка; вид заняття та його номер; час; навчальні питання; завдання для кожного з 5 рівнів засвоєння та відповідна література; що має студент засвоїти відповідно до кожного рівня питання самоконтролю для кожного рівня.

Діагностика (контроль) результатів навчально-пізнавальної діяльності студентів здійснюється за різними формами. Наприклад, Л.П. Одерій визначає до 40 таких форм [4]. В процесі особистісно-орієнтованого викладання вищої математики нами використовуватимуться такі основні форми контролю, як іспит, заліки, усне опитування, співбесіда, письмові контрольні роботи, реферати, колоквіуми, спостереження. За часом в навчальному процесі з викладання вищої математики застосовуються:

- поточний контроль – допомагає здійснювати особистісно-орієнтований підхід до студентів у відповідності до їх інтелектуальних здібностей, мотивує навчання;
- рубіжний контроль – перевірка знань студентів перед переходом до вивчення наступного розділу курсу;
- тематичний контроль – оцінка результатів засвоєння певного навчального модулю;
- підсумковий контроль – іспит по курсу.

В ході застосування різних форм контролю надзвичайно важливим, на думку автора, є врахування трьох основних критеріїв: надійність, валідність та об'єктивність.

Важливою складовою технології особистісно-орієнтованого викладання вищої математики є коригування педагогічної діяльності за результатами усіх форм контролю. До основних елементів, які мають коригуватись, слід віднести наступні:

- рівень цілеполягання;
- система потреб і мотивів діяльності суб'єктів навчального процесу;
- модель педагогічної та процесуальної діяльності (ефективність навчально-методичної роботи);
- уміння викладача конструювати навчальні завдання у відповідності з інтелектуальними та психофізіологічними можливостями студентів;
- співвідношення реального характеру вплив викладача на студентів із загальногуманістичними та демократичними принципами взаємодії (суб'єкт-суб'єктні відносини);
- подолання стресових і конфліктних ситуацій (ступінь прив'язаності до реальних умов викладання вищої математики);
- подолання стереотипів і тенденцій до жорсткої алгоритмізації викладацької діяльності (індивідуальна система засобів педагогічної дії);
- система педагогічного контролю;
- комплексність засобів педагогічного впливу; ступінь і повнота навчально-методичного забезпечення пізнавальної діяльності студентів.

Таким чином, складовими технології особистісно-орієнтованого викладання вищої математик є: конструювання пакетів навчальних завдань на різні види занять з вивчення теоретичного та практичного матеріалу (для викладачів та студентів); вивчення індивідуально-психологічних особливостей студентів і, в першу чергу, їх інтелектуальних здібностей та працездатності; організація та методика проведення різних видів навчальних занять з особистісно-орієнтованим спрямуванням і використанням засобів спілкування та діалогізації; діагностика (контроль) результатів навчально-пізнавальної діяльності студентів; коригування педагогічної діяльності суб'єктів навчального процесу за результатами усіх форм контролю.

Література

1. Борисова Н.В. Технологичность образовательного процесса как показатель его качества // Среднее профессиональное образование. – 1998. – №3. – С. 17-20.
2. Ильина Т.А. Понятие «педагогическая технология» в современной буржуазной педагогике. – Советская педагогика. – 1971. – №9.
3. Кларин М.В. Педагогическая технология в учебном процесе. – М.: Знание, 1989. – 75 с.
4. Основи системи контролю якості навчання: Навч. посібник / Одерий Л.П. – К.: ІСДО, 1995. – 132 с. (рос. мовою)
5. Сисоєва С.О. Технологізація освітньої діяльності в умовах неперервної професійної освіти / Неперервна професійна освіта: проблеми, пошуки, перспективи: Монографія / За ред. І.Я. Зязюна. – Київ: Віпол, 2000. – 363 с.

ФАХОВА СПРЯМОВАНІСТЬ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ БАКАЛАВРІВ З ЕКОНОМІКИ І МЕНЕДЖМЕНТУ

Н.М. Самарук
м. Хмельницький, Хмельницький інститут економіки і підприємництва

Соціально-економічні проблеми сучасного суспільства вимагають глибокого аналізу і прийняття оптимальних рішень на основі математичних моделей проблемних ситуацій у різних галузях як виробництва, так і невиробничої сфери, провідними спеціалістами яких є економісти і менеджери, бухгалтери і аудитори, маркетологи, працівники банків та інших комерційних служб, підготовку яких здійснюють різні навчальні заклади відповідного профілю.

Навчальними планами підготовки майбутніх економістів передбачено комплекс дисциплін, основною задачею яких є формування знань та практичних навичок моделювання та аналізу проблемних ситуацій. До таких дисциплін відносяться “Теорія ймовірностей та математична статистика”, “Теорія економічного ризику”, “Математичні методи дослідження операцій”, “Теорія прийняття рішень”, “Математична економіка”, “Економетрія” та інші, успішне засвоєння програмного матеріалу яких можливе лише за умови достатньої математичної підготовки студентів, яку вони отримують при вивченні курсу вищої математики.

Згідно навчального плану № 330 підготовки бакалаврів економіки, впровадженого Міністерством освіти і науки України від 06.06.2002 року, на вивчення дисципліни “Вища математика” передбачено 140 аудиторних годин, що менше на 40 годин порівняно з навчальними планами 2000–2001 навчальних років.

Згідно типової програми математична підготовка фахівців економічних спеціальностей передбачає:

- ознайомлення студентів із математичним апаратом, необхідним для розв’язання практичних і теоретичних задач;
- формування вміння грамотно застосовувати знання з вищої математики при розв’язуванні економічних задач;
- формування вміння будувати математичні моделі еконо-

мічних ситуацій і аналізувати їх засобами математики;

- сприяння розвитку логічного, абстрактного мислення;
- формування відповідного рівня математичної культури, необхідного для засвоєння фахових дисциплін;
- вміння самостійно працювати з математичною літературою, довідниками, таблицями.

Останніми роками спостерігається тенденція зменшення зацікавленості студентів у вивченні вищої математики. Причинами цього є: слабкий рівень шкільної підготовки; зменшення кількості аудиторних годин на вивчення вищої математики; недостатнє використання математичних методів випускаючими кафедрами у фахових дисциплінах, в курсових і дипломних роботах.

У світлі тих вимог, які ставляться до випускників вищих навчальних закладів, математична освіта зводиться до необхідності посилення прикладної спрямованості курсу вищої математики і до підвищення рівня фундаментальної математичної підготовки. В умовах, коли обмежена кількість аудиторних годин, підвищення рівня математичної підготовки можливе лише за рахунок інтенсифікації процесу викладання математики. Якщо студент усвідомлює, що він вивчає предмет безпосередньо потрібний для майбутньої справи, то це є дійовим стимулом навчання.

Зрозуміло, що вивчення вищої математики студентами економічних спеціальностей повинно базуватися на розгляді математичних моделей конкретних економічних процесів та явищ. Це пов’язано з тим, що сучасний курс економіки – це економіка, заснована на математиці. Це точні графіки, рівняння, математичні моделі.

З’ясування принципів розробки методичної системи професійно-орієнтованого навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей є сьогодні актуальним.

Серед багатьох проблем, які виникають у зв’язку з профілізацією курсу математики, слід виділити такі:

- наближення змісту математичної освіти студента до потреб організації виробництва;
- застосування міжпредметних зв’язків між курсами вищої математики і фаховими дисциплінами з метою інтеграції знань;
- створення підручників, які б відповідали новим вимогам;
- впровадження нових педагогічних технологій;

- удосконалення методів викладання і підвищення активності студентів у процесі навчання;
- підвищення математичної кваліфікації викладачів профілюючих кафедр.

Викладання математики з врахуванням питань профілізації є важливим засобом розширення і поглиблення знань студентів, активізації інтересу до предмету. Викладачі математики повинні так будувати процес викладання, щоб студент постійно відчував, що вивчаючи математику, він наближається до більш глибокого розуміння своєї майбутньої спеціальності.

Бажано під час вивчення більшості розділів розкривати економічний зміст математичних понять, вивчення розділів завершувати застосуванням пройденого матеріалу в задачах економіки. На практичних заняттях розв'язувати задачі економічного змісту, на прикладі яких демонструється ефективність математичних методів дослідження. Задачі, які пов'язані з профілізацією курсу математики повинні бути доступними для розуміння, мати економічну направленість.

Розглянемо деякі задачі, пов'язані із використанням окремих розділів вищої математики.

Так, наприклад, при вивченні теми "Пряма на площині" з розділу "Аналітична геометрія" можна використати задачу про вартість перевезення вантажу, яка описується рівнянням прямої з кутовим коефіцієнтом $y=kx+b$, де y – загальна вартість перевезення вантажу на відстань x, k – тариф перевезення вантажу на одиницю відстані, b – витрати при перевезенні вантажу, що не залежать від відстані x.

При вивченні теми "Диференціальне числення функції однієї змінної" слід вказати на економічний зміст похідної. Нехай $V(x)$, $D(x)$, $P(x)$ витрати, дохід та прибуток відповідно. Маргінальна вартість (гранично можлива вартість в умовах постійного відтворення виробництва продукції) знаходиться як $V'(x)$. Аналогічно похідні $D'(x)$, $P'(x)$ дорівнюють маргінальності доходу та прибутку.

В економічних дослідженнях для аналізу попиту і споживання широко використовується поняття еластичності функції. Еластичність попиту y відносно ціни x – це коефіцієнт, що наближено показує, на скільки відсотків зміниться попит, якщо ціна змінилася на 1%. Еластичність попиту y виражають формулою: $E = \frac{x}{y} \cdot y'$.

Вивчення теми “Границя функції” можна ілюструвати таким прикладом. Нехай дехто поклав один долар до банку, який сплачує 4% річних. Якщо проценти прості, то за кожний рік сума вкладу зростає на 4% від первісного капіталу. Кожний долар через 25 років “виросте” і перетвориться на 2 долари. А якщо банк сплачує складні відсотки, то долар буде рости швидше, бо після кожного нарахування процентів капітал трохи збільшується і наступного разу процент нараховується від загальної суми. Чим частіше роблять перерахунок і додавання прибутку до основного капіталу, тим швидше росте вклад. Коли нараховувати щороку складні проценти, долар за 25 років перетвориться в $\left(1 + \frac{1}{25}\right)^{25} \approx 2{,}66$ долара. Коли нараховувати кожні півроку складні проценти, то приріст вкладу за кожні 6 місяців становить 2%, долар за 25 років перетвориться $\left(1 + \frac{1}{50}\right)^{50} \approx 2{,}69$ долара.

Може здатися, що при досить частому нарахуванні процентів за 25 років долар перетвориться в досить відчутну суму. Насправді нічого подібного не відбудеться. Через 25 років один долар виросте до величини $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n}$, де n – число нарахувань прибутку. При n, що прямує до нескінченості, цей вираз прямує до границі $\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n} = e \approx 2{,}718$, що лише на 3 центи більше за суму, яка б вийшла, якби прибуток нараховували раз на півроку.

З наведених прикладів можна зробити висновок, що курс вищої математики, який викладається студентам економічних спеціальностей, можна доповнити значною кількістю простих економіко-математичних моделей. Викладач повинен не лише стисло подати майбутнім економістам і менеджерам увесь класичний курс вищої математики, а роз’яснити і той апарат, який задіяно в математичній економіці, і показати на прикладах економічних моделей, де та як будуть використовуватися в подальшому теорія і методи вищої математики.

Література

1. Барковський В.В., Барковська Н.В. Математика для економістів: Вища математика. – К.: Національна академія управління, 1997. – 397 с.
2. Капітанець С.В. Деякі аспекти методики викладання вищої математики у вищих військових учбових закладах з урахуванням специфіки останніх // Матеріали міжвузівської науково-теоретичної конференції “Проблеми сучасної інженерної технології”. – Хмельницький, Академія ПВУ, 2000. – с. 74-77.
3. Мартиненко М.А., Нестеренко Н.В., Новаковська Л.Г. Профілізація курсу математики – важливий засіб активізації навчального процесу // Проблеми освіти, частина 1: Наук.-метод. зб. – К.: ІЗМН, 1999. Вип. 18. – С. 73-75.
4. Математична хрестоматія. За ред. Кованцова М.І. – К.: Радянська школа, 1977. – 215 с.
5. Освітньо-кваліфікаційна програма підготовки бакалавра, спеціаліста і магістра напрямку 0501 – “Економіка і підприємництво”. – Київ, 2002.
6. Палант Ю.О., Носач О.К., Пуханова Л.С. Професійно-орієнтоване навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей // Проблеми освіти, частина 1: Наук.-метод. зб. – К.: ІЗМН, 1999. – Вип. 18. – С. 76-79.
7. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. Вища математика. Загальний курс: Збірник задач та вправ. 2-е вид. доп. і доопр. – Х.: Рубікон, 1999. – 320 с.

ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ІСТОРИЗМУ В КУРСІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Л.І. Сорока
м. Луцьк, Волинський державний університет
імені Лесі Українки

Основна мета використання історичного матеріалу у викладанні теорії ймовірностей полягає в наступному:

1) підвищення інтересу студентів до дисципліни, поглиблення засвоєння ними фактичного матеріалу, розуміння місця теорії ймовірностей серед інших математичних дисциплін в процесі історичного становлення науки;

2) розширення розумового кругозору студентів, підвищення їх загальної культури.

На математичному факультеті ВДУ є курс історії математики, який викладається на V курсі. Проте цей курс читається після того, як прочитані основні математичні курси і, крім того, детально висвітлити історію всіх галузей математики практично неможливо. Тому при вивченні конкретних математичних дисциплін виникає необхідність в історичному аспекті викладання.

Знайомство з історією теорії ймовірностей починається для студентів математичного факультету з першої лекції, де висвітлюються основні етапи розвитку науки. При виділенні етапів притримуємось класифікації, запропонованої в [1].

Проте історичний матеріал вступної лекції служить лише схемою і вимагає подальшої деталізації, оскільки теоретичні положення науки ще не відомі студентам і вони не в змозі оцінити основні результати великих вчених; крім того, обмеження в часі не дозволяє висвітлити деякі цікаві факти з історії. Тому в процесі викладу теоретичного матеріалу постійно звертаємось до фактів з історії науки, тісно переплітаючи їх з систематичним викладом всього матеріалу програми. Лише таке переплетіння сприяє досягненню вище згаданої мети.

Використання історичних фактів здійснюємо по таких напрямах:

1) Знайомство з еволюційним шляхом становлення основних теоретичних положень науки (понятійний апарат, теореми).

Обов'язковий історичний екскурс при вивченні граничних теорем в схемі Бернуллі, поняття випадкової величини, таких наріжних результатів теорії ймовірності, як закон великих чисел, центральна гранична теорема.

Так при вивченні закону великих чисел прослідковується ланцюжок від знаменитої теореми Я. Бернуллі про зближення при збільшенні числа спостережень ймовірності події А з відносною частотою її появи до узагальнення цього результату С. Пуассоном (1837 р.). Далі суттєвий крок в цьому напрямі зробив П.Л. Чебишов ("Про середні величини", 1867 р.). Наступний крок – посилений закон великих чисел – зв'язаний з іменами Е. Бореля (1909 р.) і А.М. Колмогорова (1930 р.).

2) Короткий виклад змісту тих праць з теорії ймовірностей, які акумулювали ідеї, що мали величезний вплив на весь наступний розвиток науки. Першою в цьому списку стоїть робота Я. Бернуллі "Мистецтво передбачення" (1713 р.), саме в цій праці сформульована і доведена згадана вище теорема Бернуллі. Сюди відносяться "Аналітична теорія ймовірностей" (1812, 1814, 1820 рр.) П. Лапласа, "Основні поняття теорії ймовірностей" (1935 р.) А.М. Колмогорова. В останній запропоновано аксіоматику, яка стала загальноприйнятою – а ще в 1900 році Д. Гільберт відніс створення аксіоматики теорії ймовірностей до однієї з нерозв'язних проблем.

3) Специфіка теорії ймовірностей – тісний зв'язок з суспільною практикою, рушієм розвитку теорії ймовірностей були не так внутрішні проблеми науки, як зовнішні чинники і практичні задачі. Так, наприклад, стимулом до розвитку теорії ймовірностей в XIX столітті послужили проблеми створення єдиної теорії помилок спостережень (астрономія, фізика, геодезія), теорії стрільби, демографії. Звідси в процесі викладання основ науки виникає необхідність у висвітленні відповідного історичного періоду в аспекті тих його проблем, що спонукали розширення арсеналу понять і методів дослідження теорії ймовірностей.

Теорія ймовірностей дозволяє застосовувати історичні факти на практичних заняттях, причому не в розріз з основною метою заняття. Мається на увазі розв'язування історичних задач, які ще розв'язували відомі вчені. Таке розв'язування служить ілюстрацією теоретичних положень, які розглядаються на практичному занятті і несе певне історичне навантаження.

Таких задач є дуже багато. Наприклад, задачі Шевальє де Мере, запропоновані Паскалю про тактику гри в кості і про розподіл ставок при незакінченій грі (класичне означення ймовірності, алгебра подій), задача Банаха (схема Бернуллі), задача Бюффона і задача Буняковського з першого підручника по теорії ймовірностей в Росії (геометрична ймовірність, тощо).

ДЕЯКІ МЕТОДИ АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ ФАКУЛЬТЕТІВ ПРИ ВИКЛАДАННІ КУРСУ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

О.В. Стара, О.Р. Гарбич
м. Дрогобич, Дрогобицький державний педагогічний університет
імені Івана Франка
nvts_kameniar@drohobych.net

На сучасному етапі реформування системи освіти в Україні одним із головних завдань теорії і практики навчання є побудова і впровадження на різних етапах освітнього процесу методичних систем, які б забезпечували умови для всебічного розвитку учнів. Освіта "є засобом відтворення й нарощування інтелектуального, духовного потенціалу народу дієвим чинником модернізації суспільства, зміцнення авторитету держави на міжнародній арені" [1].

Навчання у вищій школі слід розглядати як ланку єдиного процесу освіти людини, який відбувається протягом усього життя, і завдяки чому людина здобуває спроможність змінювати себе, пристосовуватися до суспільно мінливих умов, оскільки саме тут відбувається становлення особистості й закладається фундамент для її самореалізації у подальшій життєдіяльності.

Курс математичного аналізу в університеті має невичерпні можливості для всебічного розвитку особистості, формування логічного мислення та розвитку інтелекту студентів. Зараз, як ніколи, Україні потрібно піднести її творчий та інтелектуальний потенціал. Інтелектуальний розвиток, талант, творча обдарованість стають сьогодні запорукою інтенсивного розвитку країни і сприятливим фактором національного престижу.

Математичний аналіз – один із основних математичних курсів, які читаються на фізико-математичних факультетах, основним об'єктом якого є функція, а основним методом їх вивчення – теорія границь. До основних понять математичного аналізу можна віднести і поняття дійсного числа, теорія якого застосовується при доведенні існування степеня з ірраціональним показником та визначення числа e (до речі, це число в курсі середньої школи ніяк не визначається, хоч і використовується поняття натурального логарифму).

Вивчення математичного аналізу переслідує дві ***головні мети***:

1) показати на змістовних задачах із різних областей знань можливість використання його ідей;

2) навчити прийомам і методам диференціального і інтегрального числень.

При читанні лекцій з математичного аналізу слід враховувати педагогічну направленість університету, пов’язану з підготовкою висококваліфікованих вчителів математики і фізики середньої школи. Підбирати задачі, які б закріплювали і поглиблювали матеріал математичного аналізу, та мали б пряме відношення до курсу математики середньої школи.

Так, наприклад, рівняння

$$\sqrt{37x+12}-\sqrt{31-6x}=2$$

можна розв’язати стандартним шкільним способом, однак задача допускає значно простіший розв’язок. Легко бачити, що ліва частина рівняння зростаюча функція в області визначення, тому рівняння має тільки один очевидний розв’язок x=1.

Нікому не прийде в голову розв’язувати рівняння

$$\sqrt[3]{4x-1}+\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[9]{x-6}=6$$

піднесенням до кубу обох частин даного рівняння (до речі сказати, що це полегшує задачу). Зауваживши, що ліва частина рівняння зростаюча функція, легко побачити єдиний розв’язок x=7.

За допомогою поняття опуклої функції можна доводити нерівності, які іноді не піддаються елементарним методам доведення.

Доведемо нерівність $\sqrt[n+1]{ab^n}$ J $\frac{a+nb}{n+1}$, де a і b –додатні числа.

Скористаємося теоремою Ієнсена: Якщо функція f(x) опукла вниз на (a, b), то для $\forall x1, x2 \in (a, b)$ і $a_1, a_2 \in [0, 1]$ має місце нерівність

$$f(\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2)\leq\alpha_1 f(x_1)+\alpha_2 f(x_2)$$

Функція f(x)=ln x опукла вниз, бо $f''(x)=-\frac{1}{x^2}<0$.

Маємо

$$\ln\frac{a+nb}{n+1}=\ln\left(\frac{a}{n+1}+\frac{n}{n+1}b\right)\geq\frac{1}{n+1}\ln a+\frac{n}{n+1}\ln b=\ln(ab^n)^{\frac{1}{n+1}}$$

Звідси

$$\sqrt[n+1]{ab^n}\leq\frac{a+nb}{n+1}.$$

На прикладі: розв’язати нерівність $(4x-x^2-3)\log_2(\cos^2\pi x+1)\geq1$ проілюструємо використання обмеженості функції. Зауваживши, що

$$1\leq\cos^2\pi x+1\leq2,\ x\in R,$$

маємо

$$0\leq\log_2(\cos^2\pi x+1)\leq1.$$

У той же час

$$4x-x^2-3\leq1,\ x\in R.$$

Отже,

$$(4x-x^2-3)\log_2(\cos^2\pi x+1)\leq1.$$

Це означає, що кожний множник лівої частини даної нерівності дорівнює одиниці і для знаходження матимемо систему

$$\begin{cases}4x\text{-}x^2\text{-}3=1,\\ \log_2(\cos^2\pi x+1)=1,\end{cases}$$

розв’язком якої є $x=2$.

Вказані властивості функції (монотонність, обмеженість, випуклість) досить часто застосовуються до розв’язання задач з параметрами, без яких не обходиться жоден вступний екзамен з математики у ВНЗ.

При викладанні математичного аналізу повинна переважати прикладна спрямованість теорії, необхідність показу реальних джерел математичних понять. Найефективнішими у цьому плані є так звані екстремальні задачі. Визначний російський математик П.Л. Чебишев (1812–1894) підкреслював важливість тих методів науки, які дозволяють розв’язувати задачу, загальну для всієї практичної діяльності людей: як розпоряджатися своїми коштами для досягнення найбільшої вигоди. Особливу увагу слід акцентувати на новітні досягнення математики, застосування їх в різних областях природознавства, техніки, соціальних науках та економіки.

На лекціях важливо виховувати не тільки звичку до логічних висновків, а і математичну інтуїцію, яка дозволяє передбачити кінцевий результат і приблизні міркування для його отримання. “Розвиткові математики сприяють скоріше ті, хто відзначається не стільки строгістю своїх доведень, скільки інтуїцією”, – писав відомий німецький математик Ф. Клейн. Поєднання високого теоретичного рівня лекцій з доступністю в розумінні – велика майстерність лектора.

Глибокому розумінню курсу і оволодіння його методами допомагають відомості про розвиток і зміст основних ідей і понять сучасної математики. Історія розвитку вітчизняної математики має не тільки освітнє, а й виховне значення. Вона збуджує інтерес до математики, знайомить з роллю математики у науково-технічному прогресі, із життям і творчістю видатних вітчизняних математиків, виховує любов і повагу до науки, високі моральні якості, почуття патріотизму.

При вивченні математичного аналізу, прослідкуючи розвиток методів інтегрування функцій, ми зустрічаємося з ім’ям славетного українського математика М.В. Остроградського. Відомим є його метод інтегрування раціональних функцій (виділення раціональної частини). Він першим визначив правило заміни змінних у кратних інтегралах, вивів формулу перетворення об’ємного інтеграла у поверхневий, яка ввійшла в аналіз під назвою “формула Остроградського”. Надалі ця формула ним узагальнюється на випадок довільного числа змінних. І, взагалі, майже всі основні результати у теорії кратних інтегралів належать М.В. Остроградському.

До курсу слід включати складні і оригінальні задачі, які сприяють розвитку математичної культури студентів і розвивають їх творчі здібності. Напружена робота над розв’язанням складних задач приносить більшу користь, ніж розв’язання десятків однотипних задач за відомими алгоритмами. Відсутність установлених традицій при розв’язанні нестандартних задач викликає завжди певні труднощі. Тому чим більше студент буде знайомитися з нетрадиційними методами розв’язання задач, тим більше буде розвивати кмітливість, розширювати кругозір, потребу знаходження нових шляхів у розв’язанні задач, а, отже, і потребу вивчення нової математичної літератури.

Так, наприклад, перераховуючи основні методи інтегрування, слід підкреслювати, що вони не вичерпують всі можливі методи знаходження первісних. Часто при відшуканні первісних можна користуватися штучними прийомами, знаходження яких досягається практикою. Знайомство з такими штучними методами розвиває у студентів творчу думку. Це можна показати на наступних прикладах:

Задача 1. Визначити всі функції f: R→[1, +∞], що мають похідну f′ на R і задовольняють умові

$$\forall x \in R : \int_1^{f(x)} e^{u^2} du = \int_1^x \frac{udu}{f(u)} \qquad [3].$$

Після диференціювання обох частин рівності, одержимо:

$$e^{f^2(x)} f'(x) = \frac{x}{f(x)},$$

звідки

$$e^{f^2(x)} f'(x) f(x) = x.$$

Проінтегрувавши обидві частини останньої рівності, матимемо:

$$\frac{1}{2}\int e^{f^2(x)} d(f(x)^2) = \frac{x^2}{2} + \frac{C}{2}, \text{ або } e^{f^2(x)} = x^2 + C.$$

Отже,

$$f(x) = \sqrt{\ln(x^2 + C)}, \ x \in R, \ c \geq 0.$$

Задача 2. Обчислити інтеграл

$$\int_0^\pi \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x} dx \ [4].$$

Підстановка x=π–t приводить до рівності

$$\int_0^\pi \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x} dx = \int_0^\pi \frac{(\pi - t)\sin t}{1+\cos^2 t} dt,$$

або

$$\int_0^\pi \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x} dx = \pi \int_0^\pi \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx - \int_0^\pi \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x} dx,$$

звідки

$$\int_0^{\pi}\frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx=\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{1+\cos^2 x}dx=-\frac{\pi}{2}\operatorname{arctg}(\cos x)\Big|_0^{\pi}=\frac{\pi^2}{4}$$

Задача 3. Обчислити інтеграл Пуассона

$$J(r)=\int_0^{\pi}\ln(1-2r\cos x+r^2)dx\,.\ [5].$$

При $|r|\neq 1$ підінтегральна функція неперервна і тому інтеграл існує. Обчислимо його за допомогою деякого штучного прийому.

Розглянемо інтеграл

$$J(-r)=\int_0^{\pi}\ln(1+2r\cos x+r^2)dx$$

і покладемо в ньому $x=\pi-t$, будемо мати

$$J(-r)=\int_{\pi}^{0}\ln(1+2r\cos(\pi-t)+r^2)d(\pi-t)=\int_0^{\pi}\ln(1-2r\cos t+r^2)dt=J(r)$$

Отже, маємо

$$2J(r)=J(r)+J(-r)=\int_0^{\pi}\ln(1-2r\cos x+r^2)(1+2r\cos x+r^2)dt\,,$$

або

$$2J(r)=\int_0^{\pi}\ln(1-2r^2\cos 2x+r^4)dx$$

Покладаючи $x=\frac{t}{2}$ (t змінюється від 0 до 2π), одержимо

$$2J(r)=\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\ln(1-2r^2\cos t+r^4)dt+\frac{1}{2}\int_{\pi}^{2\pi}\ln(1-2r^2\cos t+r^4)dt\,.$$

В останньому інтегралі замість t підставимо $2\pi-t$ і матимемо

$$2J(r)=\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\ln(1-2r^2\cos t+r^4)dt+\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\ln(1-2r^2\cos t+r^4)dt=$$

$$=\int_0^{\pi}\ln(1-2r^2\cos t+r^4)dt=J(r^2),$$

тобто $2J(r)=J(r^2)$, звідки $J(r)=\frac{1}{2}J(r^2)$. Далі, замінюючи r на r^2, одержимо загальну формулу:

$$J(r)=\frac{1}{2^n}J(r^{2n}).$$

Якщо $|r|<1$, то $\lim\limits_{n\to\infty} r^{2n}=0$ і $J(r)=0$.

Якщо $|r|>1$, то інтеграл $J(r)$ можна легко обчислити.

Дійсно,

$$1-2r\cos x+r^2=r^2(1-2\frac{1}{r}\cos x+\frac{1}{r^2})$$

і

$$\ln(1-2r\cos x+r^2)=2\ln(r)+\ln(1-2\frac{1}{r}\cos x+\frac{1}{r^2}).$$

Тоді

$$\int_0^\pi \ln(1-2r\cos x+r^2)dx=\int_0^\pi 2\ln(r)dx+\int_0^\pi \ln(1-\frac{2}{r}\cos x+\frac{1}{r^2})dx=$$

$$=2\ln(r)\pi$$

Засвоєння математичного аналізу неможливе без системного розв’язання задач, що допомагає студентам зрозуміти теоретичний матеріал, одержати інтуїтивне уявлення про математичні абстракції, привчає студентів до самостійного продумування теорії, виробляє смак до одержання самого результату розв’язання складних задач.

Студентів потрібно вчити не тільки основним методам розв’язання задач математичного аналізу, а і знайомити з ***прийомами конструювання*** математичних об’єктів. Прикладами таких задач можуть бути:

1) Побудувати функцію, яка в одній точці має усувний розрив, у другій – розрив другого роду, а в усіх інших точках неперервна.

2) Побудувати такі дві функції, кожна з яких розривна в точці x=1, а їх добуток є неперервною функцією в цій точці.

3) Побудувати функцію рівномірно неперервну на проміжках [a, b] і (b, c], яка не є рівномірно неперервною на [a, c].

4) Чи існує послідовність, часткові границі якої належать

множині $\left\{\frac{1}{n}\right\}, n \in N$?

5) Чи існує послідовність, часткові границі якої належать інтервалу (a, b)?

6) Підібрати декілька нерівностей, які доводяться за допомогою опуклих функцій.

7) Знайти всі неперервні на R функції, які задовольняють рівняння

$$f(x+a)=f(x)+b,$$

де $a, b \in R$.

Ефективним засобом формування творчої особистості є залучення студентів до ***наукової роботи***. Досить високо цінується організація наукових семінарів для розвитку студентської наукової роботи, на яких студенти реферативно доповідають деякі статті з математичних журналів, знайомлять слухачів із розв'язками цікавих задач і тощо. Робота студента на семінарі – це засіб розвитку його здібностей. Велику роль у цьому відіграють проведення "Тижня науки", "Дня відкритих дверей", на яких організовуються зустрічі з провідними вченими країни, проведення наукових конференцій.

Література

1. Національна доктрина розвитку освіти України в XXI столітті // Педагогічна газета, липень 2001 року, стор. 4.

2. Дороговцев А.Я. Математический анализ. Справочное пособие. – К.: Вища школа, 1985. – 528 с.

3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Физматгиз, 1962. – Ч. II. – 316 с.

4. Садовий В.А., Подколзин А.С. Задачи студенческих олимпиад по математике. – М.: Наука, 1978. – 207 с.

ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ “ВИЩА МАТЕМАТИКА”

І.М. Суліма, І.І. Ковтун, І.А. Нікітіна
м. Київ, Національний аграрний університет
ira@otblesk.com

Перебудова вищої освіти в нашій державі триває. Більшість вищих навчальних закладів перейшла на триступеневу систему навчання: бакалавр, спеціаліст, магістр. Така організація освіти пов’язана з тим, що потрібно підготувати таких спеціалістів, які б користувалися попитом на ринку праці, були конкурентноспроможними. В сучасних умовах спеціаліст має бути здатним не тільки володіти потрібними технологіями, але і вміти оновлювати свої знання, оволодівати новітніми технологіями. Це стосується будь-якого сучасного фахівця.

Перед вищою школою стоїть задача поліпшення теоретичної та практичної підготовки майбутніх фахівців на сучасному науковому рівні, підвищення ефективності якості навчання. Необхідно забезпечити перехід до підготовки спеціалістів широкого профілю на базі фундаментальної, загальнонаукової, професійної та практичної підготовки. Треба посилити міждисциплінарні зв’язки та математизацію загальнонаукових і спеціальних дисциплін. З одного боку, треба наповнювати математичні курси конкретним змістом науково-технічних задач спеціальних дисциплін, з другого, використовувати математичні методи в курсах спеціальних дисциплін.

В останній час виникла необхідність подальшої перебудови організації вищої освіти. Кваліфікація “спеціаліст”, притаманна нашій освіті, у вищих навчальних закладах, наприклад, Західної Європи, відсутня. Тому у Національному аграрному університеті розробляють двуступеневу систему навчання: бакалавр – 4 роки навчання та магістр – 6 років навчання.

Традиційна вища школа давала глибокі і цілісні знання з вищої математики всім, хто бажав їх отримати. Це наступна організація навчання: читаються лекції, проводяться практичні та лабораторні заняття, є декілька контрольних робіт. В кінці семестру проводиться іспит, і студент отримує відповідну оцінку.

При цьому не враховується, чи працює студент систематично, чи глибокі у нього знання. Набуті знання можуть бути нестійкими – “предмет здав, собі мало що залишив”.

Нова організація навчання потребує розробки нових технологій організації навчального процесу. З’явилася нагальна потреба відмовитися від традиційних пасивних форм проведення занять і перейти до нестандартних методів індивідуального навчання. Акцент ставиться на самостійну роботу студента. В подальшому повинні перейти від здачі іспитів у семестрах до набирання так званих кредитів.

Індивідуальна самостійна робота зі студентами під контролем і за допомогою з боку викладача дозволяє розвивати у студентів діалектичне мислення, сприяє розумінню сутності явищ в усій їх повноті.

На кафедрі вищої математики НАУ такий перехід не повинен бути важким. Навчальний процес організовано так, що студент самостійно обирає спосіб вивчення необхідного матеріалу, враховуючи свої здібності і свої базові знання з елементарної математики. Він привчається мислити самостійно, що проявляється не тільки в умінні розв’язувати нові проблеми, але і в здатності побачити ці проблеми самостійно.

Закладаючи основи знань і розвиваючи здатність до самоосвіти, до сприйняття нових інформаційних технологій, ми закладаємо основи вміння оволодівати і новими знаннями, і (при потребі) новими спеціальностями.

Відомо, що математика для майбутнього інженера є інструментом для вивчення нових спеціальних дисциплін на базі математичного апарату, інструментом для обробки експериментальних даних і для складання математичної моделі досліджуваного процесу. Високий рівень фундаментальної підготовки – запорука успіху в оволодінні методами самостійного пошуку і підбору спеціальних знань для їх реалізації у практичній діяльності інженера.

Отже, організації самостійної роботи студента потрібно приділяти особливу увагу. Привчити студентів працювати систематично – одна із головних умов успіхів у навчанні при здобуванні твердих знань.

Крім бажання самостійно працювати, потрібно створити необхідні умови для навчання. Одним із пріоритетів є забезпечення навчальною і методичною літературою.

На жаль, кількість годин для вивченні вищої математики скорочується. Тому методична забезпеченість курсу вищої математики відіграє суттєву роль.

На кафедрі вищої математики НАУ в 1993–1996 роках видано українською мовою цикл лекцій з основних розділів курсу. Ці лекції стали основою для навчальних посібників з вищої математики, рекомендованих Міністерством освіти та науки для студентів вищих аграрних навчальних закладів України [1, 2]. Вийшов друком і "Збірник задач. Вища математика" (рекомендований Міністерством освіти та науки для вищих навчальних закладів), який містить задачі зі всіх розділів вищої математики, що входять у програму з вищої математики для інженерних спеціальностей вищих аграрних навчальних закладів [3]. Тим самим кафедра вищої математики НАУ повністю забезпечила своїх студентів необхідною навчальною літературою.

Крім цього, розроблено цикл методичних розробок для виконання студентами індивідуальних завдань та типових розрахунків, які студент повинен обов'язково виконати протягом семестру. Типовий розрахунок містить перелік прикладів і практичних задач з використанням конкретного математичного апарату. Передбачено подальший захист типового розрахунку з опитуванням по теорії та розв'язуванням аналогічних задач.

Зважаючи на те, що не всі студенти в середній школі отримали знання з математики, які необхідні їм для подальшого навчання, опубліковано "Довідник з елементарної математики" та математичні вказівки з основних розділів елементарної математики, що дає змогу студентам самостійно ліквідувати прогалини у знаннях, згадати при цьому основні теоретичні положення з курсу елементарної математики, розібрати їх застосування для розв'язку конкретних прикладів і задач [4].

Викладачі кафедри, крім методичних розробок, запропонували студентам навчально-методичні посібники, наприклад, з таких розділів, як "Диференціальні рівняння та системи" і "Ряди". Ці посібники є розробками практичних занять. Вони містять необхідний теоретичний матеріал і достатню кількість детально розв'язаних прикладів. Це дає змогу студенту повторити необхідні теоретичні положення, які вони дістали на лекціях, і розібрати самостійно, як розв’язано той чи інший приклад. Приклади для самостійної роботи дозволяють перевірити власні знання і навички.

Застосування запропонованої системи організації навчання, самостійної роботи студентів і контролю їх знань допомагає якісно підготувати спеціалістів, здатних сприймати нові інформаційні технології, з одного боку, з іншого боку, підвищує рівень навчально-методичної роботи викладача.

У студентському колективі створюється обстановка напруженої творчої роботи по оволодінню знаннями, атмосфера принципових взаємних вимог. З’являється можливість акцентувати увагу на поглибленні вивчення окремих розділів курсу, практичне застосування математичного апарату з урахуванням профілю підготовки майбутніх спеціалістів. Переглядаються робочі програми, окремі розділи виділяються для самостійного вивчення студентами, що стає можливим завдяки високому рівню методичного забезпечення курсу вищої математики. Розвивається змагання між студентами в процесі навчання, підвищується відповідальність за результати праці, з’являється стимул для систематичної роботи, усвідомлюється роль кожного студента в навчальному процесі.

Запропонована методика може бути використана для управління навчальною діяльністю студентів при вивченні курсу вищої математики, оптимізації та інтенсифікації навчального процесу.

Література

1. Суліма І.М., Ковтун І.І., Радчик І.А. Вища математика. Частина перша. Лінійна та векторна алгебра. Аналітична геометрія. –К.: Видавництво НАУ, 2003.
2. Суліма І.М., Ковтун І.І., Яковенко В.М. Вища математика. Частина друга. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. – К.: Видавництво НАУ, 2003.
3. Суліма І.М., Ковтун І.І., Батечко Н.Г., Нікітіна І.А., Яковенко В.М. Вища математика. Збірник задач. – К.: Видавництво НАУ, 2003.

4. Суліма І.М., Нікітіна І.А., Якимів Р.Я. Довідник з математики для абітурієнтів НАУ. – К.: Видавництво НАУ, 2003.

СЕМІОТИЧНИЙ КОМПОНЕНТ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ

Н.А. Тарасенкова
м. Черкаси, Черкаський національний університет
ім. Б. Хмельницького
ntaras@list.ru

В умовах реформування системи освіти в Україні, поступового входження нашої держави до європейського освітнього простору залишаються актуальними проблеми забезпечення якості фундаментальної математичної підготовки у вищих навчальних закладах та створення сприятливих умов для особистісного становлення студентської молоді.

Істотне значення для навчання математики і розвитку студентів має не тільки предметний зміст, його сутність та логічна організація, але й ті форми, в яких цей зміст матеріалізується, набуває реальності буття. Розуміння абстрактного математичного змісту та оперування ним неможливе без певної семіотичної діяльності, оскільки зміст зберігається в деякій оболонці, а його перетворення пов’язане з певними змінами цієї оболонки. Лише тоді, коли зміст і форма математичних абстракцій виступає для студентів у діалектичному поєднанні, можна говорити про свідоме засвоєння змісту. Так званий формалізм у знаннях студентів є проявом спаювання змісту й форми, що є антиподом їх діалектичного поєднання.

За наявності таких спайок в особистому досвіді студентів вони стають безпорадними у ситуаціях, що хоч трошки відрізняються від стандартних. Аналіз змісту та оперування ним стає неможливим, оскільки зміст не ідентифікується за його зміненою оболонкою. При цьому виникають помилки, утруднення, невдачі, а значить, студенти опиняються в стані особистісних поразок. Їх накопичення в досвіді студентів спричиняє утворення певної установки стосовно неспроможності вивчати математику на належному рівні, що здебільшого веде до відмови від активної навчально-пізнавальної діяльності. Під тиском зовнішніх обставин такі студенти частіше за все лише імітують учіння. Все це, безперечно, негативно впливає на хід і результати навчання. За таких умов про формування позитивної, мажорної Я-концепції як однієї з рушійних сил особистісного становлення [6] тих, хто навчається, не може бути й мови.

Інша справа, коли певний математичний зміст дозволяє загортати його у різні оболонки й студенти навчаються оперувати кожною з них, заміняти оболонки одна на одну, не пошкоджуючи зміст, розрізняти відмінності змісту навіть за схожими оболонками тощо. Саме в цьому ми вбачаємо нові можливості для збільшення кількості «ступенів свободи» особистості студентів при вивченні математики та підвищення результативності навчання. У цьому полягає сутність принципу максимізації різноманітності особистості студентів. Цей принцип є новим для теорії і методики навчання математики. Його привносить семіотичний підхід до освіти.

Науковими засадами семіотичного підходу до математичної освіти виступають:

- дані філософії про природу пізнання й активності людини та роль у них знаків і символів (Г.О. Арсентьєва; І.В. Бичко та ін.; В.А. Бугров; Є.К. Войшвілло; Г.В.Ф. Гегель; Д.П. Горський; І.А. Джидарьян; Н.Г. Джинчарадзе; Г.А. Заіченко та ін.; Е.В. Ільєнков; М.С. Каган; В.О. Карпунін; П.В. Копнін, О.М. Коршунов і В.В. Мантатов; П.В. Кретов; І.С. Нарський; І. Пригожин; Б. Рассел; Г.С. Сковорода; А.П. Шептулін; Е.Г. Юдін);
- відомості про природу психіки людини та особливості її розвитку в онтогенезі (Л.С. Виготський; Л.В. Занков; О.В. Запорожець; Г.С. Костюк; О.М. Леонтьєв; С.Д. Максименко; С.Л. Рубінштейн; В.В. Рубцов; П.Р. Чамата; Д.Б. Ельконін);
- теорія діяльності (Л.С. Виготський; О.М. Леонтьєв; С.Л. Рубінштейн; В.А. Семиченко та ін.);
- психологія мислення та особливості його розвитку в процесі навчання (Дж. Андерсон; П.П. Блонський; Дж. Брунер; О.В. Брушлінський; Л.С. Виготський; П.Я. Гальперін; В.В. Давидов; Е. Де Боно; Д.Н. Завалишина; Л.В. Занков; В.П. Зінченко; З.І. Калмикова; А.О. Люблінська; Н.О. Менчинська; В.Ф. Паламарчук; Ю.А. Петров; Ж. Пиаже; Я.О. Пономарьов; В.Н. Пушкін; С.Л. Рубінштейн; Г.О. та Н.В. Шулдик, С.О. Явоненко)

- надбання семіотики (М.М. Бахтін; Ф. Де Соссюр; Е. Кассирер; О.Ф. Лосєв; Ю.М. Лотман; В.В. Мантатов; Ч.У. Моррис; Ч.С. Пірс; В.М. Розін; Ю.С. Степанов; Б.О. Успенський; Г.П. Щедровицький),
- психолінгвістики (І.О. Зимня; Г. Клаус; О.О. Леонтьєв; В.В. Налімов; О.М. П'ятигорський; О.М. Шахнарович та ін.);
- науково-теоретичні положення семіотичного напряму психології (Л.С. Виготський; М.В. Гамезо, Б.Ф. Ломов і В.Ф. Рубахін; Г.О. Глотова; Т.М. Дридзе; Ж. Піаже; Н.Г. Салміна; Т.С. Яценко);
- сучасні дані щодо семіотичних аспектів дидактики (А.О. Веряєв; В.М. Кларін і В.М. Петров; О.С. Лобанов; Є.О. Петрова);
- підходи, що пропонують філософія, психологія й дидактика до вирішення проблем розуміння у навчанні (В.А. Бугров; Г.Г. Граник та ін.; Л.П. Доблаєв; А.О. Залевська; В.В. Знаков; Л.Я. Зоріна; Н.В. Ігнатенко; Н.В. Карпенко; А.Б. Коваленко; Є.Т. Коробов та І.В. Распопов; Т.Ю. Крушинська; М.В. Ричик; М.М. Розенберг та ін.; В.Ф. Сетьков; А.М. Сохор; Н.В. Чепелєва).

Найзагальнішим поняттям у психології є поняття діяльності. Аналогічний статус у семіотиці має поняття семіозису. Згідно з означенням Ч. Морриса [3, 130], «семіозис (або знаковий процес) розглядається як п'ятичленне відношення, – V, W, X, Y, Z, – в якому V викликає у W схильність до визначеної реакції (X) на певний вид об'єкта (Y) при певних умовах (Z). У випадках, де існує це відношення, V є знак, W – інтерпретатор, X – інтерпретанта, Y – значення (означування, сигніфікація), а Z – контекст, в якому зустрічається знак». У результаті, знакова ситуація виникає там, де мають місце наступні відношення (перші три з них уведено Ч. Моррисом): «знак – знак» (синтактика); «знак – поняття» (семантика); «знак – людина» (прагматика); «знак – об'єкт» (сигматика); «людина – людина» (використання знака для комунікативного процесу). Останнє відношення вважається провідним (У. Еко, Л.С. Виготський, А.О. Веряєв).

Однак, не тільки окремі знаки чи їх певні комбінації можуть нести дані про деякий зміст. У сучасних роботах із семіотики, що спираються на концепцію М.М. Бахтіна [1], підкреслюється, що більш ємним у порівнянні з поняттям «знак» є поняття «висловлення», в якому деяка послідовність окремих знаків набуває вигляду зв'язного тексту. Як зазначає А.О. Веряєв [2], і знак, і висловлення несуть відомості, але у висловленні відображається не тільки знаковість, але й процесуальна сторона інформаційної взаємодії – акти комунікації.

О.М. П'ятигорський підкреслює [4, 32], що людина живе у «світі вибору», а вибір спричинює появу знаковості. Знаковість виникає у процесі стиснення можливостей, вибору однієї реалізації з множинності. Отже, семіозис постійно супроводжує опрацювання повідомлень людиною.

У навчальній діяльності знаково-символьні засоби фіксації змісту (ЗСЗ) виконують заміщувальну, пізнавальну та комунікативну функції [5], за їх допомогою утворюється інформаційна основа такої діяльності студента, як учіння.

Реалізація семіотичного підходу до математичної освіти пов'язана із таким розглядом проблем методики навчання, головний наголос в якому ставиться на зв'язку цілей, змісту, методів, засобів та організаційних форм навчання зі структурою й функціонуванням знакових систем у тих, хто навчається, і який співвідносить семіозис студентів з освітнім процесом. З позицій цього підходу, навчання математики студентів необхідно будувати як цілеспрямований процес формування у них функціонуючих семіотичних систем.

При вивченні математики використовуються різні ЗСЗ [7]: серед вербальних засобів – об'єктні тексти, термінологія, символіка, математичні речення, навчальні тексти, тексти задач, тексти запитань, піктограми (чи записи з елементами піктографії); серед невербальних ЗСЗ – зображення геометричних фігур, змістово-графічні інтерпретації інших математичних понять і фактів, таблиці, діаграми, схеми, графіки, аналітичні конфігурації, реальні предмети, макети й конструкції, художньо-образні ілюстрації, засоби пластики.

Семіотичні особливості окремих ЗСЗ та їх комбінованого й системного використання, а також специфіка діяльності заміщення, кодування (декодування й перекодування), схематизації, моделювання (метамоделювання й складеного моделювання) визначають умови, в яких функціонуватиме семіозис студентів. Його гармонійне, безконфліктне протікання має безпосередній вплив на хід і результати процесу навчання математики [7].

Семіотичний компонент математичної підготовки студентів пов'язаний із розвитком семіотичної функції їх психіки (узагальненої здатності сприймати умовності та оперувати ними), збагаченням їх семіотичного досвіду, зокрема, формуванням і розвитком певних семіотичних умінь. До їх переліку можна включити наступні уміння:

- навести приклад поняття;
- навести контрприклад до поняття;
- навести приклад ситуації, де можна застосувати певний математичний факт (теорему, формулу);
- навести приклад ситуації, де не можна застосувати певний математичний факт (теорему, формулу);
- навести приклад ситуації, де можна застосувати певний спосіб діяльності (правило, алгоритм);
- навести приклад ситуації, де не можна застосувати певний спосіб діяльності (правило, алгоритм тощо);
- співвідносити поняття, факт чи спосіб діяльності з відповідним науковим математичним терміном;
- співвідносити поняття, факт чи спосіб діяльності з відповідною символікою;
- співвідносити поняття, факт чи спосіб діяльності з відповідними графічними замісниками;
- вичерпувати математичні відомості з навчального тексту;
- вичерпувати математичні відомості з математичних речень (виразів, рівнянь, нерівностей тощо);
- вичерпувати математичні відомості з геометричних змістово-графічних інтерпретацій;
- вичерпувати математичні відомості з алгебраїчних змістово-графічних інтерпретацій;
- вичерпувати математичні відомості зі схем, таблиць, діаграм;
- вичерпувати математичні відомості з навчальних ілюстрацій;
- вичерпувати математичні відомості з аналітичних конфігурацій;
- формулювати по-іншому означення поняття;
- формулювати по-іншому теорему, аксіому, властивість тощо;
- формулювати по-іншому правило, алгоритм, евристичну схему;

- відшукувати помилки;
- формулювати запитання;
- створювати план за навчальним текстом;
- дотримуватися плану під час відповіді на теоретичні питання;
- розв’язувати задачу за готовим планом;
- створювати план за готовим розв’язанням задачі;
- створювати аналітичні конфігурації;
- позиціювати текстовий і графічний матеріал;
- виявляти модельне відношення у тексті, що описує реальність;
- створювати модель за умовою задачі;
- співвідносити готову модель з умовою задачі.

Серед рівнів оволодіння студентами діяльністю зі знаково-символьними засобами (ДЗСЗ) можна виділити чотири різновиди: стихійно-репродуктивний, репродуктивний, реконструктивно-варіативний, творчий.

Стихійно-репродуктивний рівень характеризується тим, що студент стихійно переносить із життя й попереднього навчання готові зразки ДЗСЗ в умови нової навчальної ситуації.

Репродуктивному рівню властиве свідоме запозичення із досвіду викладача й інших студентів готових зразків ДЗСЗ і використання їх без внесення змін та доповнень.

Реконструктивно-варіативний рівень оволодіння діяльністю зі знаково-символьними засобами полягає в тому, що студент переносить засвоєні способи виконання ДЗСЗ в умови нової навчальної ситуації, вносячи окремі зміни у власну діяльність у залежності від особливостей конкретної ситуації, свідомо комбінує відомі йому способи виконання ДЗСЗ.

Творчий рівень характеризується тим, що учень спонтанно створює нові прийоми виконання ДЗСЗ.

Виявити рівень сформованості умінь студентів здійснювати ДЗСЗ можна під час виконання, наприклад, письмової самостійної роботи, у ході якої студентам дозволяється користуватися допомогою (підказками) трьох рівнів деталізації. Допомога найвищого рівня деталізації здійснюється через надання студентам зразка виконання завдання, аналогічного до того, яке міститься у самостійній роботі. Якщо студенту потрібна саме така допомога, це означає, що його уміння виконувати відповідну діяльність сформоване на репродуктивному рівні. Якщо студент задовольняється менш детальною підказкою (у вигляді основних орієнтирів виконання діяльності, плану розв'язування задачі тощо) й далі діє самостійно, це свідчить про те, що його уміння сформоване на реконструктивно-варіативному рівні. Якщо студенту не потрібні детальні підказки (достатнім є лише натяк на ідею розв'язування) й до того ж він діє, вносячи елементи новизни, це можна розцінювати як прояв сформованості вміння на творчому рівні.

Для діагностування семіотичного компонента математичної підготовки студентів серед усіх можливих ситуацій застосування ДЗСЗ у навчанні математики можна вибрати ті, які нерідко стихійно застосовуються викладачами в умовах традиційного навчання.

Наприклад, вміння студентів виконувати діяльність кодування у його ситуативному призначенні доцільно перевіряти разом із вмінням вичерпувати зміст (діяльність декодування) і вмінням загортати математичний зміст у нові знаково-символьні оболонки (діяльність перекодування). Тут можна застосовувати вправи такого змісту: а) відшукайте у даному означенні (формулюванні, формулі, рівнянні, змістово-графічній інтерпретації, графіку функції, схемі, таблиці тощо) всі математичні відомості та випишіть їх; б) сформулюйте по-іншому ...; в) відшукайте і виправте помилку. Вміння студентів виконувати діяльність схематизації можна перевірити за допомогою завдань на зразок таких: а) розв'яжіть задачу за готовим планом; б) створіть план розв'язування задачі за його розгорнутим записом; в) утворіть «зручно розташований» запис означення поняття (формулювання теореми, формули тощо).

У процесі навчання добір і застосування знаково-символьних оболонок потрібно здійснювати на основі аналізу тих конфліктів між логічним і візуальним, які можуть носити не тільки об'єктивний, історично зумовлений характер, але й (що частіше) породжуватися суб'єктивними причинами – появою нерозуміння змісту навчального матеріалу та негативної установки щодо спроможності осягнути цей зміст; невмінням загортати зміст у різні знаково-символьні оболонки; наявністю спайок (а не діалектичного поєднання) змісту й форми, що утворилися в досвіді студентів у попередньому навчанні, тощо. Застосування лише одноманітних ЗСЗ у навчанні математики призводить до гальмування процесу сприйняття та опрацювання даних студентами із різними когнітивними стилями, перешкоджає повному вичерпуванню змісту навчального матеріалу і врешті негативно впливає на хід і результати навчання.

Адекватні умови для навчання і розвитку всіх студентів при вивченні фундаментальних математичних дисциплін у вузі створюються за умов комплексного, системного й діяльнісного підходів до використання вербальних і невербальних ЗСЗ, залучення студентів до процесу загортання кожного об'єкта засвоєння у різні знаково-символьні оболонки, формування у студентів відповідних знань, навичок і вмінь та досвіду самостійної діяльності.

Література

1. Бахтин М.М. Эстетика словесного творчества. – М.: Искусство, 1986 .– 45с.
2. Веряев А.А. Семиотический подход к образованию в информационном обществе: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.01. – 2000. – 38 с.
3. Моррис Ч.У. Из книги «Значение и означивание». Знаки и действия // Семиотика: Антология / Сост. Ю.С. Степанов. – 2-е изд. – М.: Академический проект; Екатеринбург: Деловая книга, 2001. – С. 129-143.
4. Пятигорский А.М. Некоторые общие замечания относительно рассмотрения текста как разновидности сигнала // Избранные труды. – М.: Школа «Языки русской культуры», 1996. – 590 с.
5. Салмина Н.Г. Знак и символ в обучении. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 286 с.
6. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: Учеб. пособие. – М.: Народное образование, 1998. – 256 с.
7. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. – Черкаси: «Відлуння-Плюс», 2002. – 400 с.

МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ВИКЛАДАННЯ ТА ВИВЧЕННЯ СИСТЕМНОЇ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ЯК ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ НАУКИ І ЯК НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Д.І. Ткач
м. Дніпропетровськ, Придніпровська державна академія
будівництва та архітектури

Постановка задачі На основі природничонаукового принципу системності будь-яких реальних чи уявних об'єктів відповідних просторів розкрити системний зміст евклідової та монжевої геометрій і, спираючись на нього, запропонувати таку педагогічну технологію викладання та вивчення системної нарисної геометрії, яка б діалектично об'єднувала в собі раціональність її геометричності і емоціональність її зображальності, що оптимально задовольняє вимогам до якісної професійної підготовки архітекторів та дизайнерів.

Необхідність постановки такої задачі обумовлюється кризовим станом довузівської геометро-графічної освіти, головною причиною якого можна вважати відокремленість академічної евклідової геометрії від практичного креслення, викладання якого в середній школі не є обов'язковим. Відсутня також загальна ідеологія такої освіти. Складається враження, що такий вид грамотності, як геометро-графічна, не є важливим у процесі формування та виховання всебічно розвинутої особистості. А між тим саме вона є головним чинником такого формування, від рівня досконалості якого залежить рівень і якість матеріального та духовного оточення людини.

Відомо, що елементарна або евклідова геометрія є однією з найдавніших наук, яка виросла на основі задоволення утилітарних потреб людини, а графіка – переважно на основі задоволення його духовних потреб. Як математична навчальна дисципліна евклідова геометрія є строгою дедуктивною наукою, вивчення якої в середній школі виховує логічне мислення учнів як необхідну основу їх майбутнього раціонального або концептуального складу розуму.

У свою чергу, графіка як процес зображальної діяльності людини і як її наслідки – малюнки, ескізи, начерки, робочі креслення, сприяють розвитку емоційно-чуттєвого або перцептуального складу розуму.

Таким чином, доповнюючи одне одного, геометрія і графіка створюють, поряд з іншими чинниками, сприятливу основу комплексного рішення головної проблеми педагогіки – виховання всебічно розвинутої особистості, виконання якої припадає на долю вищих навчальних закладів.

Ця обставина актуалізує роль і значення геометро-графічних дисциплін у загальній структурі навчальних робочих планів підготовки фахівців, професійна діяльність яких перенасичена зображальним змістом – інженерів, конструкторів, архітекторів, дизайнерів, технологів, художників, словом всіх тих, хто працює у сфері матеріального і духовного виробництва. В системі творення ці фахівці утворюють підсистему “мислителів”, які вміють бачити “внутрішнім поглядом” об’єкти, що проектуються, відчувати їх напружений стан, визначати їх майбутні якісні, кількісні та естетичні характеристики й кодувати одержану інформацію переважно графічно, у вигляді робочих проектів на створення об’єктів. Другу підсистему цієї системи складають “будівельники”, тобто, спеціалісти, які вміють знімати з проектних матеріалів інформацію, необхідну їм для створення запроектованого об’єкту.

Важливість знань та умінь всіх учасників системи творення неможливо переоцінити, тому що ступень креативності “мислителів” і рівень виконавчої майстерності “будівельників” в цілому визначає відповідний рівень розвитку людської цивілізації. Тому цілком природно, що підготовка високого рівня креативності їх мислення і виконавчої майстерності повинна забезпечуватись такою педагогічною технологією, структура і логічна організація змісту якої обумовлювалася б логікою і змістом пізнавальної та зображальної діяльності людини.

Відомо, що предметами пізнавального інтересу людини завжди були і є об’єкти, процеси і явища навколишнього світу. Першим яскравим прикладом наслідку такого інтересу стала евклідова геометрія, яка серед безлічі властивостей різноманітних об’єктів описала тільки позиційні та метричні властивості їх просторових форм. Тому вона є, по визначенню Альберта Ейнштейна, природною або фізичною геометрією тому, що своїм аксіоматичним методом описує фундаментальні геометричні властивості дійсних форм реально існуючих об’єктів. Як строга система аксіом, теорем та їх доведень, вона, існуючи у свідомості людей понад двох тисячоліть, довела свою несуперечність та високу ефективність при вирішенні різноманітних творчих задач.

На відміну від евклідової, нарисна геометрія як наука існує понад 200 років, з моменту виходу в світ у 1799 році книги “Нарисна геометрія”, що написана видатним французьким вченим й громадським діячем Гаспаром Монжем (1748–1818). Автор нової геометрії визначив її як науку, яка має дві мети: 1) “дати методи для зображення на аркуші паперу, що має два виміри, … будь-яких тіл природи, які мають три виміри…”; 2) “дати спосіб на основі точного зображення визначати форми тіл і виводити всі закономірності, які витікають з їх форми та їх взаємного розташування у просторі” [1, с. 12].

Порівнюючи визначення евклідової і монжевої геометрій, бачимо, що остання спрямована на розробку “методів” і “способу”, а не на дослідження властивостей різних видів зображень, які синтезуються цими методами. І це парадоксально. Адже предметом дослідження будь-якої науки є такі невивчені об’єкти, процеси і явища, походження, структура і властивості яких викликають у її представників пізнавальний інтерес. В нашому випадку такими об’єктами є власно *зображення*, а не методи їх одержання, сутність яких розкрита їх авторами і тому не потребує подальшого вивчення цілою наукою. Методи побудови зображень потребують їх практичного застосування, а самі зображення потребують наукового, в даному випадку, аксіоматичного опису їх властивостей, що графічно моделюють відповідні властивості геометричних моделей зображених об’єктів, локалізованих у свідомості їх авторів.

Якщо графіка моделює, тобто, інформаційно замінює геометрію, іншими словами, нарисна геометрія зображує евклідову, то перша повинна якимось чином моделювати аксіоматику другої, чого насправді у монжевій геометрії не трапляється з тієї простої причини, що методи побудови зображень не підлягають аксіоматичному опису.

Відсутність власної аксіоматики у традиційної нарисної геометрії є її найбільшим парадоксом. У зв'язку з цим вона стоїть осторонь від інших геометричних систем і не входить в їх відому класифікацію, зроблену Феліксом Клейном в його "Ерлангенській програмі". Парадоксальна також відсутність вказівок на чітко визначений метод дослідження.

В підсумку маємо явну суперечність між змістом теорії зображень для творчих спеціальностей та її спроможністю досягнення головної мети її вивчення – формування основ креативного мислення студентів архітекторів, дизайнерів, конструкторів.

Для розв'язання цієї суперечності пропонується переосмислення традиційного змісту нарисної геометрії з позицій природничонаукового принципу системності і створення на його основі несуперечливої концепції системної нарисної геометрії.

Принцип системного розуміння природи будь-яких об'єктів і явищ як прояв філософського принципу їх загального взаємозв'язку, є одним з головних чинників сучасного розвитку науки, техніки та мистецтва. Згідно цього принципу об'єкт вважається вивченим, якщо він зрозумілий як деяка неперервна система взаємосполучених і взаємодіючих елементів [2, с. 62].Загальна теорія систем стверджує, що об'єкт або процес будь-якої природи є системним. Це означає, що системний зміст мають не тільки матеріальні утворення природного або штучного походження, а і всілякого роду їх ізоморфні концептуальні моделі, тобто, уявні образи, локалізовані у свідомості людини.

Будь-яка система має свою будову, конструкцію або структуру, тобто, сукупність зв'язків та відношень між її елементами, яка здійснює їх інтеграцію в єдине ціле [3, с.15]. Розуміння того, з яких елементів складається об'єкт і яким чином вони взаємосполучені і взаємодіють, є основою формування чіткої уяви про конструктивну природу існуючого чи уявного об'єкту. Ця уява і є "натурою" для подальшого графічного моделювання, творчим наслідком якого є інтелектуальний продукт – архітектурний чи дизайнерський проект як складна система логічно взаємосполучених робочих креслень, виконаних в різних видах проекцій. Форма зображальної частини будь-якого проекту регламентується суворим додержанням вимог державних стандартів на її графічне оформлення, а її зміст повинен задовольняти вимогам повноти передачі позиційної та метричної інформації про структуру об'єкту, яка визначає конструктивні особливості його дійсної форми. При цьому позиційна інформація визначає якісну і естетичну характеристику майбутнього об'єкту, а метрична, – його кількісну або економічну характеристику.

Неважко бачити, що наведені аргументи переконливо свідчать про необхідність розробки робочої концепції системної нарисної геометрії як фундаментальної науки і як навчальної дисципліни [4–6].

Як фундаментальна, системна нарисна геометрія є самостійною геометричною наукою, яка, з одного боку, досліджує конструктивні властивості ідеальних форм майбутніх реальних об'єктів, а з другого, застосовуючи різні проекційні апарати, досліджує і аксіоматично описує зображальні властивості одержуваних за їх допомогою проекційних оборотних зображень і розробляє раціональні графічні технології їх побудови та взаємного перетворення.

Структурно системна нарисна геометрія містить три тематичних розділи: *морфологічний* (про форми об'єкта та його зображень), *технологічний* (про графічні технології побудови та взаємного перетворення оборотних зображень), *геометро-графічний* (про конструктивно-композиційні властивості об'єктів, що зображуються, та про зображальні властивості їх різноманітних проекцій).

Неважко бачити, що ця структура концептуально моделює структуру евклідової геометрії як науки "про форми, розміри та взаємне розташування об'єктів у просторі" [7, с. 5]. Розкриття системного змісту цієї структури є головною метою системної нарисної геометрії як фундаментальної науки. Досягнення цієї мети приводить до системної інтерпретації аксіоматики евклідової геометрії [8, с. 124–132], а також всіх традиційних положень монжевої нарисної геометрії, в наслідок чого вона стає системною.

Головний метод дослідження – *синтетично-аксіоматичний.*

Логічна організація змісту системної нарисної геометрії як фундаментальної науки ґрунтується на принципах *системності, модельності, взаємності відношень між елементами геометричних систем* [9], *ізоморфізму, проекціювання, екзактності, руху, раціональності та оптимальності розроблюваних графічних* *технологій.*

Морфологічний розділ системної нарисної геометрії розглядає форми і простори об’єктів і ґрунтується на принципах *системності* та *модельності*. Згідно з його змістом, один і той же об’єкт в реальному просторі має одну дійсну, але топологічно мінливу форму, в перцептуальному просторі зорового сприйняття людини – множину зорових перспективних форм, в концептуальному просторі знань людини – одну ідеальну форму, а в картинному просторі аркуша паперу – декілька умовних форм-зображень. Всі ці форми взаємно моделюють одне одну, підпорядковуючись принципу ізоморфізму, тобто, однаковості їх структур.

Технологічний розділ системної нарисної геометрії ґрунтується на застосуванні принципу *проекціювання*, який лежить в основі концептуального конструювання різних проекційних апаратів метода двох зображень, який гарантує оборотність одержуваних проекцій.

Відомо, що процес проекціювання елементів евклідового простору на картинний викликає у останньому *групи* перетворень його елементів зображень, а предметом дослідження його геометрії є *інваріанти* таких груп. В нашому випадку картинний простір заповнений зображеннями і тому роль таких інваріантів відіграють відповідні незмінні графічні конструкції, які створюють у картині всі умови для незалежної і безпосередньої побудови і перетворення оборотних зображень. Такі конструкції мають назву *визначників зображень* [10] або *графічних алгоритмів* і є головними поняттями системної нарисної геометрії тому, що їх використання створює найбільш раціональні графічні технології як побудови, так і взаємного перетворення оборотних зображень, одержуваних різними апаратами проекціювання.

Крім графічних алгоритмів системна нарисна геометрія використовує *логічні алгоритми* послідовного виконання графічних операцій по кодуванню позиційної та з’ясуванню метричної інформації про зображений об’єкт. Таким чином дотримується принцип алгоритмічності, графічна реалізація якого вимагає додержання принципу *екзактності*, а також *принципу раціональності розроблюваних графічних технологій.*

Геометро-графічний розділ системної нарисної геометрії ґрунтується на результатах системного дослідження конструктивного змісту позиційних та метричних властивостей об'єктів евклідового простору, що зображуються, а також на синтетично-аксіоматичному опису *зображальних властивостей* їх різних проекцій у вигляді відповідних *тверджень*. Тут під зображальними маються на увазі такі властивості різних видів проекцій, які визначають характерні, відмінні особливості їх графічної структури.

Внаслідок того, що зображальні властивості різних видів проекцій однозначно кодують відповідну позиційну або метричну інформацію про зображений об'єкт, то вони стають головним предметом дослідження системної нарисної геометрії, а сукупність чи система тверджень, яка їх синтетично описує, стає її *аксіоматикою*. При цьому слід зауважити, що ця аксіоматика має інтегральний характер. Адже кожен апарат проекціювання має свої конструктивні відмінності, які впливають на характер зображальних властивостей одержуваних за його допомогою проекцій. В результаті виявляється, що одна і та ж інформація в різних проекціях кодується різними зображальними засобами, які описуються відповідно різними аксіоматичними твердженнями.

Звідси витікає, що системна нарисна геометрія в якості своїх підсистем має *геометрії картинних просторів ортогональних проекцій, паралельних аксонометричних проекцій, центральних проекцій, проекцій з числовими позначками* тощо. Всі ці геометрії мають широке практичне застосування і тому системна нарисна геометрія придбаває сенс *прикладної науки.*

Як **навчальна дисципліна**, системна нарисна геометрія є подальшим розвитком монжевої геометрії, яка є обов'язковою для вивчення у всіх технічних, а також мистецьких ВНЗ. Традиційно остання вважається загальноосвітнім навчальним предметом, незважаючи на явну професійну спрямованість при підготовці, зокрема, архітекторів та дизайнерів. Ймовірно, що це обумовлюється характером її традиційного змісту, відокремленого від філософського тлумачення її головних понять та їх світоглядного обґрунтування. Але в умовах гуманізації та гуманітаризації вищої освіти така відокремленість не є нормальною, а таке становище потребує принципової реконструкції.

В межах наших зображальних інтересів ця реконструкція здійснюється шляхом розкриття філософських, світоглядних і загальнолюдських аспектів теорії оборотних зображень, які у своєї сукупності складають її своєрідну ***ідеологію***, головним призначенням якої є *духовне виховання* студентської молоді. Тому *філософічність* як якісний елемент педагогічної технології викладання системної теорії оборотних зображень, передбачає статус одного з її головних принципів.

Від того, що системна нарисна геометрія є фундаментальною наукою, то педагогічна технологія її наукового змісту повинна спиратися на принцип *науковості* як на один з головних принципів її ***гносеології***. Послідовне впровадження цього принципу в учбовий процес потребує, за К.Д. Ушинським, педагогічної обробки досягнень науки, яка, в свою чергу, потребує додержання принципів *проблемності*, *доступності* і *наочності* викладання, а також застосування педагогічного прийому *творчого повтору* при загальній умові *формальній логічності* процесу доказів, одержанню висновків і формулюванню тверджень.

Впровадження принципу проблемності в навчальний процес починається з запитання: що таке зображення і які в нього властивості?, відповіді на яке немає в підручниках з теорії зображень, що є парадоксальним. Розкриттю змісту цих відповідей і присвячується поступове формально-логічне розгортання системної теорії зображень. Спочатку з’ясовується, що об’єкти, які треба зобразити, є системами взаємосполучених елементів, що процес їх пізнання починається з чуттєвого сприйняття, а закінчується формуванням чіткої уяви про його структуру та дійсну форму. В результаті у свідомості людини накопичується інформація про властивості об’єкту, яку можна закодувати, зокрема, графічно, у вигляді робочих креслень, які виступають інформаційними посередниками між їх авторами та їх споживачами.

Як відомо, головними якостями робочих креслень є їх позиційна повнота та метрична визначеність, які забезпечують їх оборотність. Рівень цих якостей свідчить про відповідний рівень геометричної, графічної та технічної *грамотності* їх виконавців.

Достатньо високий рівень таких видів грамотності забезпечує відповідна педагогічна технологія, методологія якої заснована на системній теорії оборотних зображень, яку можна вважати підсистемою технології комплексного (тобто системного) проектування, зокрема, об’єктів будівництва.

Висновок: Застосування загальнонаукової концепції системності для системної інтерпретації традиційної нарисної геометрії дозволило зняти з неї всі парадоксальні недоліки, що дає основу для створення ефективної педагогічної технології геометро-графічної підготовки творчих фахівців в галузі архітектурного та дизайнерського проектування.

Література

1. Монж Г. Начертательная геометрия. – М.: Изд. АН СССР, 1947.
2. Смирнов С.Н. Элементы философского содержания понятия «система» как ступени развития познания и общественной практики. // В кн. Системный анализ и научное знание. – М.: Наука, 1978.
3. Ткач Д.И., Русскевич Н.Л., Ниринберг П.Р., Ткач М.Н. Архитектурное черчение. Справочник. – К.: Будивельнык, 1991.
4. Ткач Д.И. Головні принципи системної нарисної геометрії та її дидактика. // В кн. Сборник трудов V Международной научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования. – Мелитополь: ТГАТА, 1998.
5. Ткач Д.И., Ткач М.Н. Головні принципи системної нарисної геометрії як фундаментальної науки. // В кн. Вісник Рівненського державного технічного університету. Вип 6. – Рівне, 2001.
6. Ткач Д.И. Философия современного геометро-графического просвещения. // В кн. Проблеми сучасної педагогічної освіти. Серия: Педагогика і психологія. – Вип. 5. – К.: Педагогічна преса, 2003.
7. Глаголев Н.А. Элементарная геометрия. – М.: Учпедгиз, 1954.
8. Ткач Д.И. К вопросу о системной интерпретации аксиоматики геометрии евклидова пространства // В кн. Вісник РДУВГП. Вип. 5 (24): Педагогіка. Частина II. – Рівне, 2003.

НЕРІВНОСТІ З КОМПЛЕКСНИМИ ЗМІННИМИ

С.П. Ткаченко
м. Кіровоград, Машинобудівний технікум Кіровоградського
державного технічного університету
serro@ukr.net

1. Нерівності першого степеня з комплексними виразами

<u>Означення 1</u>. Комплексне число $z = a + bi$ за умови, що $b = 0$ вважається таким, що співпадає з дійсним числом a ($a + 0 \cdot i = a$).

<u>Означення 2</u>. Два комплексних числа $z_1 = a_1 + b_1 i$ та $z_2 = a_2 + b_2 i$ вважаються рівними ($z_1 = z_2$), якщо рівні їх дійсні та уявні частини ($a_1 = a_2$; $b_1 = b_2$).

Отже, якщо уявні частини $b_1 = b_2 = 0$, то маємо два комплексних числа, які співпадають з дійсними числами: $z_1 = a_1$ та $z_2 = a_2$. А дійсні числа ми вміємо порівнювати. Таким чином, комплексні числа з уявною частиною, рівною нулеві, ми можемо порівнювати між собою, як звичайні дійсні.

Задача 1. Знайти різницю двох комплексних чисел $z_1 = a_1 + b_1 i$ та $z_2 = a_2 + b_2 i$ за умови, що їхні уявні частини рівні ($b_1 = b_2$).

Розв'язування. Різниця z буде дорівнювати

$z = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i = (a_1 - a_2) + 0 \cdot i = a_1 - a_2$.

Про різницю $a_1 - a_2$ двох дійсних чисел можна сказати "більша" чи "менша" вона від нуля, або просто порівнювати числа a_1 та a_2 між собою.

<u>Означення 3</u>. Нехай маємо два комплексних числа $z_1 = a_1 + b_1 i$ та $z_2 = a_2 + b_2 i$. За умови, що $b_1 = b_2$ ($b_1 - b_2 = 0$), маємо:

1) Число z_1 вважається більшим від z_2, якщо різниця дійсних частин ($a_1 - a_2$) – число додатне ($a_1 > a_2$).

2) Число z_1 вважається меншим від z_2, якщо різниця дійсних частин ($a_1 - a_2$) – число від'ємне ($a_1 < a_2$).

Отже,

$$z_1 > z_2, \quad \text{якщо} \quad \begin{cases} a_1 - a_2 > 0, \\ b_1 - b_2 = 0, \end{cases}$$

$$z_1 < z_2, \quad \text{якщо} \quad \begin{cases} a_1 - a_2 < 0, \\ b_1 - b_2 = 0. \end{cases}$$

Задача 2. Дано комплексні числа $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 5 + i$. Показати, що $z_1 < z_2$.

Розв'язування. Запишемо нерівність

$$3 + i < 5 + i \Rightarrow (3 - 5) + (i - i) < 0 \Rightarrow - 2 < 0 \Rightarrow z > 0.$$

Маємо правильну нерівність, отже $z_1 < z_2$. Проілюструємо це на рис. 1.1. Ми бачимо, що будь-які *два комплексні числа з рівними уявними частинами* завжди знаходяться на прямій, паралельній вісі x_1, і їх *завжди можна порівняти між собою*.

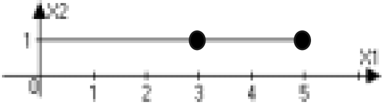


Рис. 1.1.

Означення 4. Будемо вважати, що два комплексних числа з рівними уявними частинами, сполучені знаками <, > або ≤, ≥, утворюють числову нерівність.

Означення 5. Нерівність виду $z_1 \cdot x$ **V** z_2, де **V** = {<, >, ≤, ≥}, $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$ та $b_1 = b_2$ будемо називати лінійною.

Означення 6. Розв'язком лінійної нерівності з однією змінною називається значення цієї змінної, що задовольняє дану нерівність (перетворює її в правильну числову нерівність).

Означення 7. Розв'язати нерівність – це означає знайти всі її розв'язки або показати, що їх немає.

Користуючись означенням 3, можна розв'язувати лінійні нерівності з комплексними виразами.

Задача 3. Розв'язати нерівність $(3 + 2i)x < 2 - i$.

Розв'язування. Будемо шукати x у вигляді $x_1 + ix_2$. Після підстановки маємо

$$(3 + 2i)(x_1 + ix_2) < 2 - i \Rightarrow$$

$$3x_1 + 2ix_1 + 3ix_2 - 2x_2 < 2 - i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x_1 - 2x_2 + i(2x_1 + 3x_2) < 2 - i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 < 2, \\ 2x_1 + 3x_2 = -1. \end{cases}$$

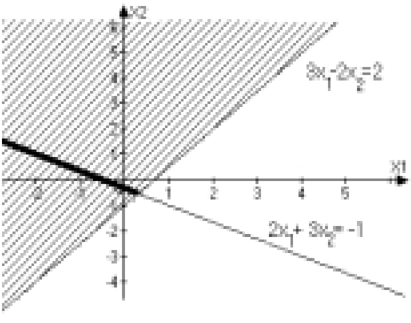


Рис. 1.2.

Графічний розв'язок зобразимо на рис. 1.2. Виділений промінь площини $3x_1 - 2x_2 < 2$ і буде шуканим розв'язком.

Аналітичне розв'язання буде таким:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-1-3x_2}{2}, \\ x_2 > -\dfrac{7}{13}. \end{cases}$$

Часткова перевірка. Нехай $x_2 = 1$, тоді

$$x_1 = -2 \Rightarrow x = -2 + i \Rightarrow (3 + 2i)(-2 + i) < 2 - i \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -6 - 4i + 3i - 2 < 2 - i \Rightarrow -8 - i < 2 - i \Rightarrow -8 < 2.$$

Загальний розв’язок лінійної нерівності:

$$(a_1 + b_1 i)\, x < a_2 + b_2 i, \tag{1.1}$$

який шукається у вигляді $x = x_1 + ix_2$, має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_2 - a_1 x_2}{b_1}, \\ x_2 > \dfrac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_1^2 + b_1^2}. \end{cases} \tag{1.2}$$

Нехай є розв’язок $x = a_3 + b_3 i$, що задовольняє систему (1.2), тоді

$$a_3 = \frac{b_2 - a_1 b_3}{b_1} \Rightarrow a_3 b_1 = b_2 - a_1 b_3 \Rightarrow b_2 = a_3 b_1 + a_1 b_3 \tag{1.3}$$

$$b_3 > \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_1^2 + b_1^2}. \tag{1.4}$$

Підставивши розв’язок x у нерівність (1.1) маємо:

$$(a_1 + b_1 i)\,(a_3 + ib_3) < a_2 + b_2 i \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a_1 a_3 + b_1 a_3 i + a_1 b_3 i - b_1 b_3 - a_2 - b_2 i < 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a_1 a_3 - b_1 b_3 - a_2 + i(b_1 a_3 + a_1 b_3 - b_2) < 0$$

Завдяки (1.3) маємо

$$a_1 a_3 - b_1 b_3 - a_2 < 0.$$

Підставимо замість a_3 відповідний вираз:

$$a_1 \frac{b_2 - a_1 b_3}{b_1} - b_1 b_3 - a_2 < 0 \Rightarrow a_1 b_2 - a_1^2 b_3 - b_1^2 b_3 - a_2 b_1 < 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1 - b_3\left(a_1^2 + b_1^2\right) < 0 \Rightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1 < b_3\left(a_1^2 + b_1^2\right).$$

Завдяки тому, що $(a_1^2 + b_1^2) > 0$, маємо $b_3 > \dfrac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_1^2 + b_1^2}$, тобто вираз (1.4).

Якщо в нерівності (1.1) взяти будь-який інший знак нерівності, аналогічні міркування приведуть нас до правильних результатів. Отже, використовуючи означення 3, можна розв’язати будь-яку лінійну нерівність.

2. Системи лінійних нерівностей

Шукаючи спільні розв’язки двох нерівностей, наприклад:

$$(6 - 2i)\, x > 5 + 9i \text{ та } (2 + i)\, x < 4 + 7i, \qquad (2.1)$$

знаходять такі значення x, що задовольняють обидві нерівності. У таких випадках говорять про систему нерівностей.

Означення 8. Розв’язком системи нерівностей з однією змінною називають значення змінної, яке задовольняє кожну з нерівностей даної системи.

Означення 9. Розв’язати систему нерівностей – це означає знайти всі її розв’язки або показати, що їх немає.

Розв’яжемо систему (2.1). Нехай $x = x_1 + ix_2$, тоді:

$$\begin{cases} (6-2i)(x_1+ix_2) > 5+9i, \\ (2+i)(x_1+ix\ ) < 4+7i, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x_1 - 2ix_1 + 6ix_2 + 2x_2 > 5+9i, \\ 2x_1 - ix_1 + 2ix_2 - x_2 < 4+7i, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x_1 + 2x_2 - 5 + i(-2x_1 + 6x_2 - 9) > 0, \\ 2x_1 - x_2 - 4 + i(x_1 + 2x_2 - 7) < 0, \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{matrix} \begin{cases} 6x_1 + 2x_2 - 5 > 0, \\ -2x_1 + 6x_2 - 9 = 0, \end{cases} \\ \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 4 < 0, \\ x_1 + 2x_2 - 7 = 0. \end{cases} \end{matrix}$$

Розв’язком системи (2.1) буде точка C, яка отримується з системи рівнянь.

$$C: \begin{cases} -2x_1 + 6x_2 - 9 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 7 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -14 + 4x_2 + 6x_2 - 9 = 0, \\ x_1 = 7 - 2x_2, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{24}{10} \quad \text{та} \quad x_2 = \frac{23}{10}.$$

Отже $x = \frac{24}{10} + \frac{23}{10} i$.

Графічно це зображено на рис. 2.1.

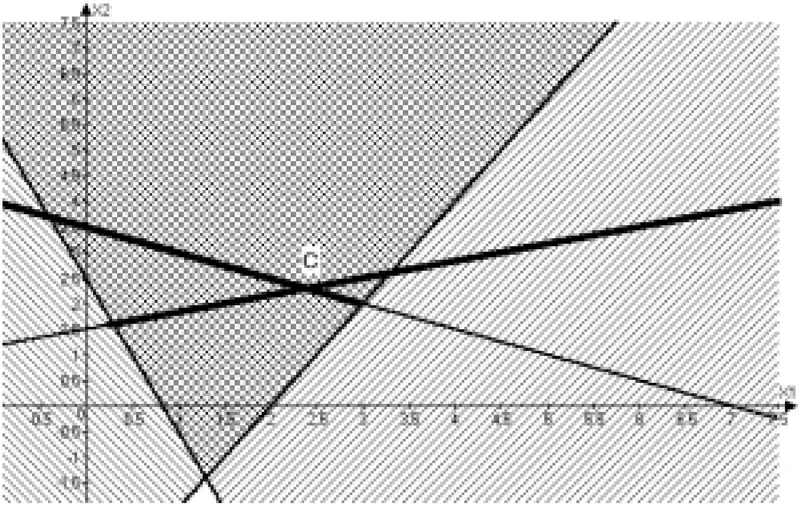


Рис. 2.1.

3. Квадратні нерівності з комплексними виразами

<u>Означення 10</u>. Нерівність виду

$$(a + bi)\, x^2 + (c + di)\, x + (e + fi)\ \mathbf{V}\ 0, \qquad (3.1)$$

де $\mathbf{V} = \{<, >, \leq, \geq\}$, a, b, c, d, e, f – дійсні числа, причому $a + bi \neq 0$, називають нерівностями другого степеня з однією змінною.

<u>Означення 11</u>. Розв'язком квадратної нерівності з однією змінною називається значення цієї змінної, яке задовольняє дану нерівність.

Розглянемо нерівність (3.1). Підстановка $x = x_1 + ix_2$, дає:

$$(a + bi)(x_1^2 + 2ix_1x_2 - x_2^2) + (c + di)(x_1 + ix_2) + (e + fi)\ \mathbf{V}\ 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ax_1^2 + bix_1^2 + 2aix_1x_2 - 2bx_1x_2 - ax_2^2 - bix_2^2 + cx_1 + dix_1 + cix_2 -$$

$$- dx_2 + e + fi\ \mathbf{V}\ 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ax_1^2 - 2bx_1x_2 - ax_2^2 + cx_1 - dx_2 + e + i(bx_1^2 +$$

$$+ 2ax_1x_2 - bx_2^2 + dx_1 + cx_2 + f)\ \mathbf{V}\ 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ax_1^2 - 2bx_1x_2 - ax_2^2 + cx_1 - dx_2 + e \quad \mathbf{V} \quad 0, \\ bx_1^2 + 2ax_1x_2 - bx_2^2 + dx_1 + cx_2 + f = 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо рівняння:

$$bx_1^2 + 2ax_1x_2 - bx_2^2 + dx_1 + cx_2 + f) = 0 \Rightarrow - b^2 - a^2 < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ дана крива гіперболічного типу. Розв'язувати далі рівняння будемо за відомим алгоритмом з курсу аналітичної геометрії:

$$\begin{cases} bx_{10} + ax_{20} + d = 0, \\ ax_{20} - bx_{20} + c = 0, \end{cases} => \begin{cases} x_1 = x_1' + x_{10}, \\ x_2 = x_2' + x_{20}, \end{cases}$$

маємо паралельний перенос. Підставляючи, замість змінних x_1, x_2 відповідно ($x_1' + x_{10}$) та ($x_2' + x_{20}$), отримаємо

$$b(x_1')^2 + 2ax_1'x_2' - b(x_2')^2 = f' \Rightarrow S = 0, \delta = -b^2 - a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda^2 = b^2 + a^2 \Rightarrow \lambda_1 = \sqrt{b^2 + a^2}, \lambda_2 = -\sqrt{b^2 + a^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{b^2 + a^2}(x_1'')^2 - \sqrt{b^2 + a^2}(x_2'')^2 = f' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(x_1'')^2}{\left(\sqrt{\frac{f'}{\sqrt{b^2 + a^2}}}\right)^2} - \frac{(x_2'')^2}{\left(\sqrt{\frac{f'}{\sqrt{b^2 + a^2}}}\right)^2} = 1.$$

Маємо гіперболу. Розв'язуючи нерівність, ми отримаємо деяку множину точок площини, обмежену гіперболою. Далі перевіряємо, чи задовольняють нерівність розв'язки рівняння.

Задача 4. Розв'язати нерівність $(6 - 2i)x^2 - (4 - 8i)x + 1 - i > 0$.

Розв'язування. Нехай $x = x_1 + ix_2$, тоді

$$(6 - 2i)(x_1^2 + 2ix_1x_2 - x_2^2) - (4 - 8i)(x_1 + ix_2) + 1 - i > 0.$$

Звідси маємо систему:

$$\begin{cases} 6x_1^2 + 4x_1x_2 - 6x_2^2 - 4x_1 - 8x_2 + 1 > 0, \\ -2x_1^2 + 12x_1x_2 + 2x_2^2 + 8x_1 - 4x_2 - 1 = 0. \end{cases}$$

Для рівняння $6x_1^2 + 4x_1x_2 - 6x_2^2 - 4x_1 - 8x_2 + 1 = 0$, маємо

$$\begin{cases} x_1 = x_1' + \frac{1}{2}, \\ x_2 = x_2' - \frac{1}{2}, \end{cases} \text{– паралельний перенос;} \quad -\frac{(x_1'')^2}{\frac{1}{\sqrt{10}}} + \frac{(x_2'')^2}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = 1.$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2B}{A - C} = \frac{4}{6 + 6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \quad \alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{3}\right) \approx 10^\circ.$$

Для рівняння $-2x_1^2 + 12x_1x_2 + 2x_2^2 + 8x_1 - 4x_2 - 1 = 0$ аналогічні міркування дозволяють знайти кут

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2B}{A-C} = \frac{12}{-2-2} = -3 => \alpha = -\frac{1}{2}\operatorname{arctg} 3 \approx -40^\circ$$

та гіперболу:

$$-\frac{(x_1''')^2}{\frac{1}{\sqrt{10}}} + \frac{(x_2''')^2}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = 1.$$

Зробимо рис. 3.1, на якому розв’язки виділені жирною лінією. Отже, задачу графічно розв’язано.

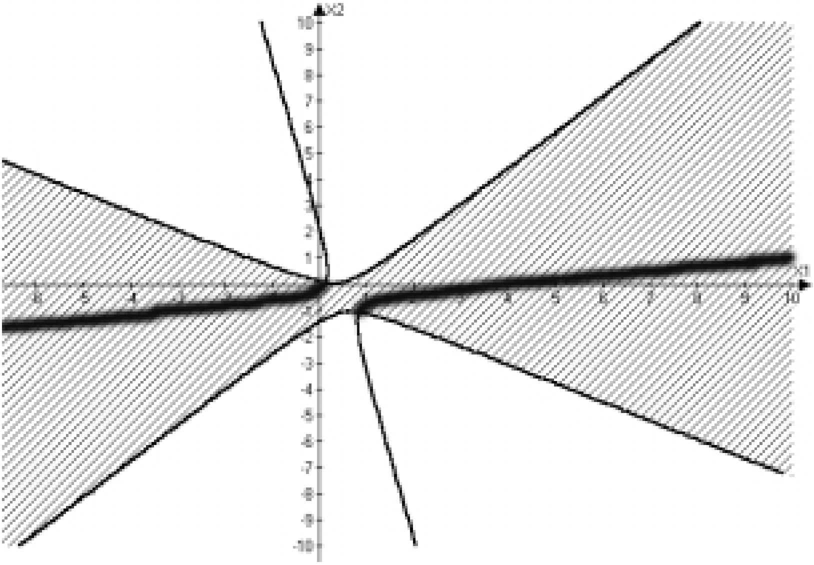


Рис. 3.1.

4. Застосування нерівностей в електротехніці

Задача 5. Знайти опори кола *r*, та x_l, якщо x_c = 14 Ом, при умові, що вони з’єднані послідовно, щоб комплекс кола був не вище 12 + 16*j*.

Розв’язування. Комплекс кола $z = r + j(x_L – x_C)$. Підставляючи умови задачі, маємо $r + j(x_L – 14) \le 12 + j16$. Звідки:

$$r \le 12,\ x_L – 14 = 16 \Rightarrow x_L = 30 \text{ Ом}.$$

Реактивний струм, марно завантажуючи проводи ліній обмотки машин і трансформаторів, обмежує їх пропускну здатність; тому доводиться або зменшувати корисний активний струм, або збільшувати потужність генераторів і трансформаторів і переріз проводів ліній [1, с. 391]. Даний спосіб дозволяє полегшити розв’язування цієї задачі. Зокрема, можна визначати характер навантаження кола, або різні комплексні величини кола.

Задача 6. Комплекс струму в колі $I = 10\ e^{-j30°}$. Знайти комплекс напруги, якщо комплексна величина потужності не більша за $1032 + j600$ [2, с. 213].

Розв’язування. Спряжений комплекс струму $I^{*} = 10\ e^{j30°} = 10\cos30° + j10\sin30°$. Комплексна величина потужності

$$\tilde{S} = \dot{U} I^{*} = (x_1 + jx_2)(10\cos30° + j10\sin30°) =$$
$$= x_1 10\cos30° + jx_1 10\sin30° + jx_2 10\cos30° - x_2 10\sin30 =$$
$$= x_1 10\cos30° - x_2 10\sin30° + j(x_1 10\sin30° + x_2 10\cos30°).$$

Звідси

$$\begin{cases} x_1 10\cos30° - x_2 10\sin30° \le 1032, \\ x_1 10\sin30° + x_2 10\cos30° = 600, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5\sqrt{3}x_1 - 5x_2 \le 1032, \\ x_1 + \sqrt{3}x_2 = 120. \end{cases}$$

Ситуацію пояснює рис. 4.1, на якому жирною лінією показано можливі значення комплексу напруги.

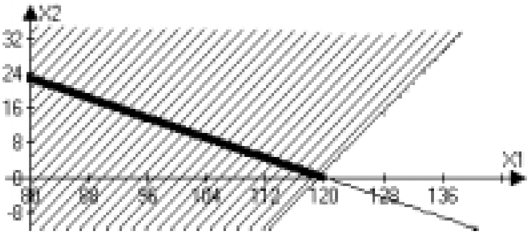


Рис. 4.1.

Таким чином, розглядаючи рівність, ми отримували значення комплексу напруги 120, а маючи нерівність, ми можемо одержувати множину значень комплексу напруги. Аналогічно для комплексної потужності можна знаходити потрібні співвідношення реактивної та активної потужності.

Література

1. Веденяпин Г.Н., Добкин А.Н. Михеев Ю.А. Общая электротехника. – М.: Высш. шк., 1967. – 404 с.

2. Частоедов Л.А. Электротехника: Программированное учеб. пособие. Для учащихся техникумов ж.-д. трансп. – М.: Высш. шк., 1984. – 327 с.

ПРО ОРГАНІЗАЦІЮ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРІЇ

П.І. Ульшин
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний
університет

На сучасному етапі розвитку освіти в вузах важливою формою навчання є самостійна робота студентів. З кожним роком вона вдосконалюється і все ефективніше доповнює навчальний процес. Розглянемо деякі аспекти в організації цієї роботи з геометрії.

Потреба в такій формі навчання виникає з різних причин і в першу чергу з таких: 1) розширення кругозору студентів з навчальної дисципліни геометрії при використанні різних джерел; 2) розвиток самостійного творчого мислення і активізація розумової діяльності в процесі вивчення дисципліни; 3) проведення науково-дослідницьких робіт при самостійному вивченні певних закономірностей; 4) зменшення кількості навчальних годин з геометрії, за рахунок введення нових дисциплін, при незмінній навчальній програмі; 5) зменшення кількості навчальних годин з геометрії за рахунок створення п'ятиденного робочого тижня, тощо.

Самостійна робота студентів планується викладачем в робочій програмі з геометрії і проводиться систематично протягом вивчення цієї дисципліни. При організації такої роботи враховуються розроблені викладачами кафедри математики такі основні принципи: регулярності, паралельності, зміни пріоритетів, самоконтролю, повторного звертання, роботи з підручником.

На лекціях з геометрії завжди створюються проблемні ситуації для формування у студентів самостійної думки та активізації їх розумової діяльності. Наприклад: Чи змінив свої координати вектор при відкладанні його від деякої довільної точки? Чи можна провести площину через чотири різні точки? Скільки існує різних видів взаємного розташування трьох площин у просторі? і ін. Такі питання завжди викликають у студентів самостійність мислення.

Теми і окремі питання теоретичного характеру, призначені для самостійного опрацювання студентами, повідомляються їм під час лекцій. Вони є продовженням раніше розглянутого матеріалу. Вказуються література, форма написання опорного конспекту та термін виконання завдання. Запропоновані теми містять не лише поточний матеріал, а також і питання дослідницького характеру. Наприклад: дослідити геометричний зміст коефіцієнтів загального рівняння площини і побудувати малюнки, тощо. Перевірка виконання самостійної роботи студентів з теоретичних питань проводиться викладачем при збиранні й перегляді конспектів, а також під час консультацій і колоквіумів.

Велика увага самостійній роботі студентів приділяється на практичних заняттях. На початку проводиться перевірка домашньої самостійної роботи. У кожного студента всі завдання повинні бути виконані. Якщо якась задача виявиться не розв’язаною, то її розв’язують біля дошки. На всі питання викладачем даються вичерпні відповіді.

Далі для контролю підготовленості студентів до теми практичного заняття протягом 6-8 хвилин проводиться опитування теоретичного матеріалу. Тут особлива увага приділяється засвоєнню студентами означень нових понять, а також формул, необхідних для розв’язування задач.

Спочатку біля дошки розв’язуються декілька задач на новий матеріал з детальним поясненням за участю студентів, а потім аналогічні задачі і задачі з деякими відмінностями розв’язуються студентами самостійно. При цьому враховується різний рівень підготовки студентів і за їх здібностями підбираються відповідні завдання. За 10 хвилин до закінчення заняття, результати самостійної роботи обговорюються біля дошки.

Під час практичних занять студентам видаються завдання для самостійної роботи з розділу, який вивчається протягом семестру. Вказується література, форма оформлення розв’язаних задач та термін виконання і самі задачі. Виконані завдання приймаються викладачем під час консультацій та вкінці семестру на заліках. Один раз на місяць студенти пишуть контрольну роботу, яка є підсумковою по засвоєнню знань та набутті вмінь і навичок.

Важливим видом самостійної роботи у вузі є написання курсових робіт студентами IV курсу і кваліфікаційних робіт студентами V курсу. На початку року студенти вибирають теми. Для прикладу наведемо назви тем кваліфікаційних робіт з геометрії: “Використання проблемних ситуацій на уроках геометрії при вивченні окремих її розділів”, “Роль прикладних задач у процесі вивчення геометрії в середній школі”, “Використання векторного методу в геометрії шкільного конкурсу” і ін.

Після вибору теми науковий керівник проводить консультацію з кожним студентом. Він допомагає студентам визначити актуальність теми, скласти план роботи, поставити задачі, вибрати основну літературу і т.ін.

Під час педагогічної практики у школах студенти, кожен по своїй темі, проводять дослідження у вигляді спостереження, констатуючого експерименту, формуючого експерименту тощо, пишуть конспекти з використання результатів досліджень, проводять уроки.

Для апробації одержаних результатів студенти пишуть реферати, доповіді, виступають на наукових конференціях, публікують статті в матеріалах науково-методичних конференцій. Проведені ними дослідження забезпечують наукову роботу фактичним матеріалом і формують у студентів навички дослідницького підходу до педагогічної діяльності.

Розглянуті види самостійної роботи розвивають у студентів зацікавленість, наполегливість, інтуїцію, самостійне творче мислення, активізують їх розумову діяльність та сприяють міцному засвоєнню знань, умінь і навичок.

ПРО СТВОРЕННЯ ПРОБЛЕМНИХ СИТУАЦІЙ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРІЇ

П.І. Ульшин, Л.П. Бєла
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Важливим завданням сучасної освіти є створення умов для вироблення в школярів логічного мислення і творчої активності. Це викликано потребою суспільства у вихованні творчо-активної особистості.

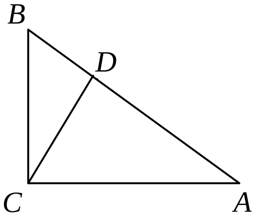
Результати досліджень педагогів, психологів і методистів [1–3] доводять, що такої мети можна досягти в навчальному процесі за допомогою проблемного навчання, оскільки проблемна ситуація викликає протиріччя, яке є рушійною силою розвитку пізнання.

Дійсно, проблемна ситуація (ситуація утруднень, конфліктна ситуація, ситуація протиріч) є однією з основних умов пізнавальної потреби учнів і є стимулом активізації їх розумової діяльності. Для того, щоб створити проблемну ситуацію, необхідно відшукати протиріччя, яке повинне пробудити в учнів інтерес, привести до руху існуючі знання і спрямувати їх на пошуки невідомого. У такий спосіб і активізується розумова діяльність учнів, яку вчитель повинен лише спрямувати в “потрібне русло”.

Існує багато шляхів і способів створення проблемних ситуацій, в залежності від змісту навчальної діяльності. Для прикладу розглянемо деякі з них: 1) на початку вивчення нової теми, яка має певний практичний інтерес і потребує теоретичного обґрунтування; 2) при розв’язанні задач, які потребують аналізу та побудови алгоритму; 3) при доведенні теорем методом від супротивного; 4) при виконанні науково-пошукових робіт; 5) при узагальненні одержаних результатів; 6) при виборі кращого способу розв’язання задач, тощо. Покажемо на конкретних прикладах шляхи і способи створення проблемних ситуацій.

При вивченні теореми Піфагора спочатку потрібно розповісти відомі про неї історичні факти. Зазначити, що твердження: “у прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів” було відоме ще в стародавньому Вавилоні близько XVII ст. до н.е. Там його знайшли експериментальним шляхом. У V ст. до н.е. видатний грецький вчений Піфагор вперше довів цю теорему і тому вона отримала назву за його ім'ям. Таке повідомлення обов'язково зацікавить школярів.

Далі потрібно сказати, що теорема Піфагора має широке застосування в науці і техніці, а також використовується для розв'язування задач в геометрії. Тому кожен повинен вміти її довести. Така постановка проблеми є широкою, оскільки існує багато підходів у її доведенні. Розглянемо, як провести спрямування мислення на найкоротший шлях.



Нехай дано ΔABC ($\angle C=90°$):

$$AB=c,\ AC=b,\ BC=a,$$

Потрібно довести: $c^2=a^2+b^2$.

Опустимо перпендикуляр CD на AB. Раніше було введено поняття косинуса кута через сторони прямокутного трикутника. Подумаємо, чи можна, користуючись цим поняттям, знайти квадрати катетів через гіпотенузу і її частини?

Таке спрямування полегшує проблемну ситуацію. Проте не всі учні разом відшукають правильний шлях. Вони почнуть перебирати різні варіанти до тих пір, поки не з'являться співвідношення:

$\cos A = DA / AC = AC / AB$, звідки $AC^2=AB\cdot DA$;

$\cos B = DB / BC = BC / AB$, звідки $BC^2=AB\cdot BD$.

Далі вже легко прийти до рівності: $AB^2=AC^2+CB^2$.

Обов'язково треба повідомити, що Піфагорове доведення до нас не дійшло, а ми зробили найпростіше доведення серед всіх існуючих. У творі “Начала”, написаному Евклідом в III ст. до н.е., цю теорему доведено геометричним шляхом. На катетах і гіпотенузі прямокутного трикутника побудовано квадрати, як на сторонах, і доведено, що квадрати катетів частинами, на які їх розбито, суміщаються з квадратом гіпотенузи. Пропонується всім виконати таке доведення на гуртковому занятті.

При вивченні нових тем часто зустрічаються питання, на які не легко дати однозначну відповідь. Такі питання є проблемними. При розв'язанні їх доводиться інколи пройти довгий шлях, використовуючи раніше набуті знання. Наведемо приклади таких питань, якими можна створювати проблемні ситуації при вивченні геометрії:

1. Як побудувати спільний перпендикуляр до двох мимобіжних прямих?
2. Чи змінюються координати вектора при відкладанні його від будь-якої точки простору?
3. Чому нуль-вектор вважається паралельним до будь-якого ненулевого вектора?
4. Як через точку поза прямою можна провести площину паралельну до даної прямої?
5. Чи можна провести дві паралельні прямі до даної прямої через точку взяту поза нею?
6. Як знайти основу висоти піраміди, у якої всі бічні ребра рівні? (всі бічні грані рівні?)
7. Чому дорівнює скалярний добуток двох перпендикулярних векторів?

Отже, створення на уроках геометрії проблемних ситуацій сприяє активізації навчального процесу, формуванню в учнів самостійного мислення та допомагає розвитку в них творчих здібностей.

Література

1. Гайдаржи Г.Х. О роли задач при проблемном подходе к организации обучения математике. – В кн.: Избр. вопросы методики преподавания математики. Сб. трудов. – М.: Просвещение, 1976. – С. 139–148.
2. Карелина Т.М. Методы проблемного обучения // Математика в школе. – 2000. – № 5. – С. 31–32.
3. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе. – М.: Просвещение, 1977. – 240 с.

САМОСТІЙНА РОБОТА УЧНІВ З ГЕОМЕТРІЇ

П.І. Ульшин, М.М. Гав'янець
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Самостійна робота є однією із форм навчального процесу. Вона формує в учнів самостійність мислення, розвиває творчий підхід до розв'язання різних проблем, що виникають в процесі вивчення геометрії, активізує їх розумову діяльність.

Сьогодні навчання з використанням самостійної роботи стає все більш актуальним. Це пов'язано з такими причинами:

а) великою кількістю інформації;

б) коротким проміжком часу, що дається на опанування цієї інформації;

в) зменшенням навчальних годин з геометрії.

У зв'язку з цим вчитель повинен планувати виконання учнями самостійної роботи як на уроках, так і у позаурочний час.

При вивченні геометрії можна застосувати різні організаційні форми самостійної роботи учнів. У своїй практичній діяльності ми найчастіше надаємо перевагу деяким з них.

1. <u>Роботу з підручником</u> організовуємо при вивченні нового матеріалу або при повторенні. Проводимо мотивацію, ставимо мету, даємо інструкцію і систему питань, на які кожен учень повинен відповісти.

Якщо самостійна робота проводилась на уроці, то по закінченню її перевіряємо результати шляхом усного опитування і встановлюємо рівень одержаних знань, а якщо дома – то перевіряємо виконання домашнього завдання. При цьому навчаємо учнів складати план опрацьованого тексту або складати опорний конспект.

Самостійна робота за підручником, навчальними посібниками, науково-популярною літературою – важливий для самоосвіти прийом навчальної роботи, якому необхідно спеціально і цілеспрямовано навчати учнів як в основній, так і в старшій школі.

Нові знання з геометрії сприймаються і засвоюються учнями з певними труднощами. Тому потрібні поради вчителя щодо роботи з математичним текстом. Вони можуть мати вигляд такого правила-орієнтира:

а) прочитай уважно текст один чи два рази, виділи головне в ньому (нові поняття, твердження, правила тощо);

б) склади план прочитаного;

в) виділи поняття, про які йдеться в тексті. Пригадай означення відомих понять і виділи означення нових;

г) виділи твердження, які доводяться в тексті. З'ясуй, що в них дано, що треба довести. З'ясуй, з яких тверджень складається доведення, за допомогою яких відомих тверджень вони обґрунтовуються;

д) спробуй відповісти на контрольні запитання. Сформулюй означення нових понять і твердження, які доводились в тексті;

е) не вдаючись до тексту, виконай потрібні рисунки і відтвори прочитане за планом.

Включаючи у процес навчання самостійну роботу з підручником, ми дбаємо про те, щоб освоєння учнями кожного її нового виду було підготовлене в ході попередніх занять. При цьому предметом особливого піклування з нашого боку є намагання працювати так, щоб учні не зупинялися на досягнутому, а поступово оволодівали іншими видами, які вимагають від них дедалі вищого ступеня самостійності.

2. Самостійна робота у вигляді тренувальних знань за зразком проводиться в період закріплення знань і відпрацювання вмінь при розв'язанні задач певного типу.

Наприклад, формулюється задача: Визначити об'єм правильної трикутної піраміди, у якої сторона основи *a* і всі бічні ребра нахилені до площини основи під кутами рівними φ.

Ця задача розв'язується фронтально біля дошки: будується малюнок, складається план, коротко записується кожен етап розв'язування і відповідь. Очевидно, найважливішим тут є етап встановлення того факту, що основа висоти лежить в центрі кола, описаного навколо трикутника основи. Всі записи залишаються на дошці для зразка.

Після цього учні розв'язують самостійно задачі, аналогічні розглянутій. Під керівництвом учителя до умови вносяться деякі зміни. Наприклад, замість рівності кутів нахилу бічних ребер пропонується розглянути рівність двогранних кутів при основі. В цьому випадку змінить положення основа висоти. Учні повинні самостійно з'ясувати, куди і чому. Далі складається план розв'язування і за цим планом задача розв'язується.

Нарешті пропонуємо в умові задачі замінити відому сторону *а* на висоту *Н* піраміди. Таку задачу потрібно розв'язувати у зворотному напрямі в порівнянні з попередньою і т.п.

Частину запропонованих задач учні розв'язують напівсамостійно, керуючись вказівками вчителя, а частину – повністю самостійно.

3. Пошукові роботи під керівництвом вчителя є одним із видів самостійної роботи. Перед учнями ставиться задача, яка приводить до нових знань. Наприклад, встановити, скільки градусів становить сума внутрішніх кутів трикутника.

У пошуках розв'язку учні будують різні трикутники, вимірюють транспортом кути і наближено відшукують їх суму. Щоб одержати точну відповідь, пропонуємо провести через одну із вершин трикутника пряму, паралельну до протилежної сторони. Пригадуючи властивості кутів, що утворюються при перетині двох паралельних прямих третьою, учні одержують нове знання: у будь-якому трикутнику сума внутрішніх кутів дорівнює 180°.

4. Самостійна робота може бути проведена у вигляді спостереження. В цьому випадку учень досліджує об'єкт, не втручаючись в його природний стан.

Спостереження організовуємо з метою виявлення учнями певної закономірності, яку вони повинні самостійно сформулювати. Наприклад, ставимо завдання виконати класифікацію трикутників за сторонами.

Шляхом спостереження учні виявляють, що трикутники можуть мати три сторони різної довжини, три сторони однакової довжини і дві сторони однакової довжини. Слідує висновок, що трикутники можуть бути трьох видів: різносторонні, рівносторонні і з двома рівними сторонами – рівнобедрені.

5. Самостійною роботою учнів може бути дослід (або експеримент). В цьому випадку учень втручається в спостережуваний об'єкт. Під час досліду учні розглядають різні окремі випадки. На основі одержаної інформації у них може виникнути здогад, який потрібно або довести, або спростувати.

Досліджуваними об'єктами можуть бути математичні тексти, малюнки, динамічні моделі. Наприклад, користуючись циркулем і лінійною можна поділити побудоване коло його радіусом на шість частин. Виникає питання, чи будуть ці частини рівними дугами?

Доведення гіпотези можна зробити так. Відомо, що центральний кут, що відповідає довжині кола, дорівнює 360°. Сполучивши відрізками точки поділу між собою і з центром кола, одержимо шість рівносторонніх трикутників. При кожній вершині цих трикутників кути рівні 60°. Шість вершин співпадають з центром кола і утворюють кут 360°. Звідси випливає, що коло розбивається розглянутим способом на шість рівних частин

Працюючи самостійно, учні, як правило, глибше вдумуються в зміст опрацьованого матеріалу, краще зосереджують свою увагу, ніж це звичайно буває при поясненнях учителя або розповідях учнів. Тому знання, уміння і навички, набуті учнями в результаті добре організованої самостійної роботи, бувають міцнішими і ґрунтовнішими.

Винятково важливе значення для успішного проведення самостійних занять має раціональна постановка всієї підготовчої роботи педагога з класом, що передує виконанню дітьми навчального завдання. Під час уроку ми з'ясовуємо, з якими труднощами зустрічаються учні, і в разі потреби надаємо їм допомогу та формуємо вміння, необхідні для самостійного виконання завдань.

Завдяки ретельно організованій і систематично здійснюваній на уроках самостійній пізнавальній діяльності школярі краще засвоюють навчальний матеріал, що забезпечує можливість для ефективнішого виконання домашніх завдань.

Самостійна робота на уроці за умови належної організації й повсякденного проведення не тільки справляє позитивний вплив на якість знань учнів і формування в них умінь та навичок навчальної праці, а й допомагає виховувати відповідальне ставлення до навчальних занять, благотворно позначається на зміцненні дисципліни в класі.

Таким чином, виконання самостійної роботи передбачає розвиток в учнів наполегливості, уваги, терпіння, інтуїції, творчого мислення, що сприяє активізації розумової діяльності в навчальному процесі.

Література

1. Буряк В. К. Самостійна робота з книгою. – К.: Т-во “Знання” УРСР, 1990. – 48 с.
2. Буряк В. К. Самостоятельная работа учащихся на уроках физики. Учебное пособие по спецкурсу для студентов пединститутов. – М.: Прометей, 1991. – 134 с.

ПРО АЛГОРИТМІЗАЦІЮ В ГЕОМЕТРІЇ

П.І. Ульшин, С.В. Кравченко
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Алгоритм, як математичне поняття, визначає точну і повну пропозицію про виконання в певній послідовності деякої системи операцій, яка дозволяє розв'язати будь-яку задачу даного типу.

З історії розвитку математики відомо, що слово алгоритм є спотворенням імені видатного узбецького математика IX ст. аль-Хорезмі, який написав працю, де були закладені основи арифметики й алгебри. Коли у XII ст. було зроблено переклад цієї праці з арабської на латинську мову, то ім'я автора переклали як "Algorithmi". Цікавим також є те, що ця праця вперше ознайомила європейців з індійською десятковою системою числення і основними правилами алгебри. Відмітимо також, що довгий час цю систему числення в Європі помилково приймали за арабську.

В математиці термін алгоритм з'явився у XX ст. і набув широкого застосування в різних її розділах і, насамперед, в обчислювальній техніці.

"Під алгоритмічною діяльністю, – пише німецький педагог Б. Чада, – ми розуміємо всі види діяльності, направлені на розв'язування задач за допомогою правил, вказівок, алгоритмів. Вона охоплює не тільки просте виконання алгоритмів і вказівок, але і вибір алгоритму для розв'язання даної конкретної задачі, складання із множини вивчених правил певних кінцевих послідовних кроків, що приводять до розв'язку задачі. Таким чином, алгоритмічна діяльність являється важливою складовою частиною математичної освіти" [1].

Звернемо увагу, на основні властивості алгоритмічних пропозицій:

1. Властивість *дискретності* полягає в тому, що обчислювальний процес, записаний алгоритмом, розбивається на окремі дії послідовно, чітко, відокремлено одна від одної і утворює дискретну структуру.

2. Властивість *визначеності* або *детермінованості* полягає в

тому, що виконання всіх дій, передбачених алгоритмом, визначається точно.

3. Властивість *масовості* полягає в тому, що алгоритм складається не для однієї задачі, а для цілого класу задач даного типу.

4. Властивість *результативності* полягає в тому, що при будь-яких даних із області визначення завжди одержується певний результат.

Алгоритми можна записувати різними способами. Розглянемо деякі із них:

1. Найпростіший вигляд алгоритму – формула. Наприклад, формула $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ визначає алгоритм обчислення площі поверхні циліндричного тіла з радіусом основи r і висотою h.

2. Табличною формою алгоритму користується у тому випадку, коли потрібно знати результати при різних початкових даних.

3. Словесний запис алгоритмів можна використати в геометрії при розв’язуванні задач і доведенні теорем.

При вивченні геометрії, і особливо при розв’язуванні задач на побудову, на обчислення, на доведення часто використовуються алгоритмічний підхід. В цьому випадку роблять так. Спочатку розглядають основі або базисні задачі. Виконують їх розв’язання (або доведення) і знаходять загальні формули для розрахунків певних величин. Далі розв’язують складніші задачі, в яких базові задачі використовуються як окремі кроки у певній послідовності скінчену кількість разів.

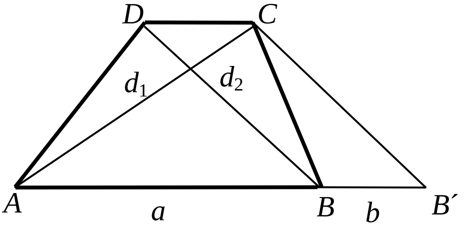
Щоб навчитися розв’язувати задачі, студенти перш за все мають засвоїти певні знання (запам’ятати основні математичні співвідношення), із яких потім будуть вибирати ті, що потрібні для розв’язування даної конкретної задачі.

Для багатьох задач існують певні правила, вказівки, що пояснюють виконавцеві, як розв’язати дану задачу. Ці правила людина може вивчати заздалегідь або сама сформулювати в процесі розв’язування. Так і студент, розв’язуючи геометричні задачі чи вправи, використовує свій запас знань, методів розв’язання, алгоритмів. Чим більший цей запас, тим швидше й ефективніше він буде працювати.

Розглянемо приклади:

Приклад I. Побудувати трапецію за її основами a, b і діагоналями d_1, d_2.

Розв'язання. За умовою задачі можна побудувати трикутник $AB'C$ за трьома сторонами $a+b$, d_1 і d_2. Інші частини трапеції побудуємо з використанням властивостей паралельного перенесення.

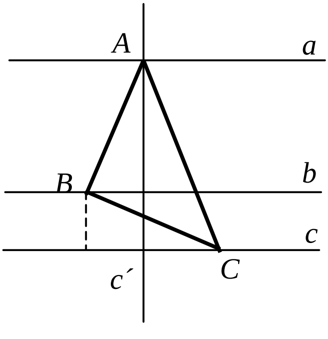


Побудова:

1. Будуємо: пряму l;
2. Відкладаємо відрізки $AB=a$ і $BB=b$;
3. Знаходимо: $C=(A, d_1)\cap(B, d_2)$;
4. $DB = T_{\overline{B'B}}(CB')$;
5. $ABCD$ – шукана трапеція.

Приклад II. Дано три паралельні прямі: a, b, c. Побудувати рівнобедрений прямокутний трикутник ABC.

Розв'язання. Оскільки ΔABC прямокутний, то це задача на поворот, $\angle B=90°$.



Побудова:

1) Візьмемо: $B\in b$;

2) Будуємо: $c' = R_B^{+90^\circ}(c)$;

3) Знаходимо: $A=a\cap c'$;

4) Будуємо: $C = R_B^{-90^\circ}(A)$;

5) ΔABC – шуканий.

У прикладах використано *умовні позначення*:

● $TB'B$

$T_{\overline{B'B}}(CB')$ – паралельне перенесення відрізка CB' на відстань, рівну довжині вектора $\overline{B'B}$, що утворює пряму CD;

● $R_B^{+90^\circ}(c)$ – поворот навколо точки B на кут +90° прямої c, утворює пряму c';

- $R_B^{-90^\circ}(A)$ – поворот навколо точки B на кут –90° точку A переводить у точку C.

Отже, за допомогою алгоритму побудова трапеції *ABCD* і ΔABC виконується за 5 кроків.

Використовуючи алгоритмічний підхід до теоретичного курсу геометрії, можна його викласти у значно меншому обсязі, як це і зробили автори підручника [2].

Цінність алгоритмів полягає в тому, що поставлені задачі вони приводять до розв'язування найкоротшим шляхом. Вміння будувати алгоритми і застосовувати їх є однією з якостей математичного мислення, яка повинна розвиватися у кожної людини.

Література

1. Габович И.Г. Алгоритмический подход к решению геометрических задач. – К:: Рад. школа, 1989. – 160 с.
2. Глоговський В.В., Б.М. Гринева, М.О. Гнатюк. Нарисна геометрія на алгоритмічній основі. – Львів: Вид-во Львівського ун-ту, 1972. – 106 с.

ВИКОРИСТАННЯ ВЕКТОРНОГО МЕТОДУ В ГЕОМЕТРІЇ

П.І. Ульшин, І.В. Сорока
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Векторний метод ґрунтується на застосуванні властивостей векторів і дій над ними. Широкого застосування цей метод набув у вищій геометрії, яка обґрунтовується векторною аксіоматикою.

У шкільному курсі геометрії вектори не відносяться до основних об'єктів аксіоматики і вивчаються в планіметрії і стереометрії після введення координатного методу. Проте, при доведенні окремих теорем і розв'язуванні ряду задач, що входять до програми шкільного курсу, вони є досить ефективними.

Замітимо, що термін "вектор" походить від латинського слова *vector* – "той, що несе". Вперше таку назву запропонував вживати до напрямленого відрізка англійський математик У. Гамільтон у 1846 році у своїх творах, в яких він розробив основи векторного числення: додавання і віднімання векторів, множення вектора на число, скалярний і векторний добутки векторів. До цього часу термін "вектор" не вживався., хоч і раніше вчені розглядали дії з силами, як напрямленими відрізками.

Так, у 1587 р. голландський вчений С. Стевін у своєму трактаті "Начала статики" вивчав додавання двох сил розташованих під кутом 90°, як відрізків зі стрілками на кінцях. Значно пізніше, у 1803 р. французький вчений Л. Пуансо у книзі "Елементи статики" вивчав дії двох сил у різних напрямках. У 1806 р. швейцарський математик Ж. Арган розглядав властивості напрямлених відрізків, які позначав: $\overline{AB}$. У 1844 р. вийшла книга "Вчення про протяжні величини" німецького математика Г. Грасмана, в якій він розглядав алгебру напрямлених відрізків. У 1853 р. німецький математик О. Коші розглянув вектор-функцію, яку позначав однією буквою $\vec{r}$.

Слід сказати, що нові ідеї Грасмана і Гамільтона не швидко знайшли визнання і поширення. Безпосереднім поштовхом до розповсюдження і розвитку векторного числення була опублікована у 1873 р. англійським математиком Д. Максвелом теорія електромагнітного поля, описана векторним методом.

В геометрії вектор довгий час розглядали як вільний напрямлений відрізок. Розробляючи теорію перетворень простору, вектор почали розглядати як паралельне перенесення, задане точкою M і її образом M'.

При використанні векторного методу до розв'язування планіметричних чи стереометричних задач шкільного курсу користуються такою схемою. Спочатку подані в задачі співвідношення перекладають на "мову векторів", тобто записують їх у вигляді векторних рівностей. Потім записані векторні рівності перетворюють, користуючись правилами векторної алгебри. Далі, знову переходять до мови геометрії.

Чим більше учні знатимуть властивостей векторів, тим більше вони зможуть записати геометричних співвідношень у вигляді векторних рівностей, а, значить, і ширший клас задач вони зможуть розв'язувати векторним методом.

Для швидкого користування векторним методом потрібно навчити учнів записувати таблицю геометричних співвідношень і відповідних їм векторних рівностей. Як записується така таблиця можна показати на уроках, коли вивчаються певні властивості векторів, а детальніше її розглянути на факультативних заняттях або в позакласній роботі.

Розглянемо конкретні приклади.

Приклад 1.

Довести, що косинус кута між медіанами катетів рівнобедреного прямокутного трикутника дорівнює $\frac{4}{5}$.

Розв'язання.

Нехай ΔOAB – рівнобедрений прямокутний трикутник. Будемо розглядати його в прямокутній декартовій системі координат OXY (рис. 1). Для визначеності приймемо: $OA=OB=a$, BM і AM – медіани.

У розглянутій системі координат можна визначити точки такими координатами: $A(a;\,0)$, $B(0;\,a)$, $M\left(\frac{a}{2};0\right)$, $N\left(0;\frac{a}{2}\right)$.

Побудуємо вектори, які збігаються з медіанами та запишемо їх координатами: $\overrightarrow{AN}\left(-a;\frac{a}{2}\right)$ і $\overrightarrow{BM}\left(\frac{a}{2};-a\right)$. Кут між медіанами будемо розглядати, як кут між векторами: $\varphi=\angle NKM=\angle(\overrightarrow{AN},\overrightarrow{BM})$.

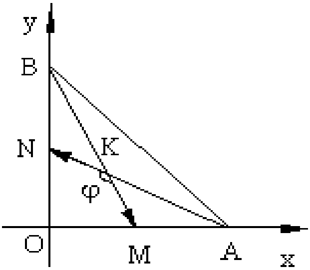


Рис. 1.

Відомо, що кут між векторами визначається за формулою: $\cos\varphi=\dfrac{\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BM}}{|\overrightarrow{AN}|\cdot|\overrightarrow{BM}|}$.

Знаючи, що $\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BM}=-\dfrac{a}{2}-\dfrac{a}{2}=-a^2$; $|\overrightarrow{AN}|=\sqrt{a^2+\dfrac{a^2}{4}}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$; $|\overrightarrow{BM}|=\sqrt{a^2+\dfrac{a^2}{4}}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$, одержимо: $\cos\varphi=\dfrac{-a^2}{\frac{5}{4}a^2}=-\dfrac{4}{5}$, що і потрібно було довести.

Приклад 2.

Дано паралелепіпед *ABCDA'B'C'D'* у прямокутній декартовій системі координат (рис. 2) координатами векторів $\overrightarrow{AB}$(4; 3; 0), $\overrightarrow{AD}$ (2; 1; 2) і $\overrightarrow{AA'}$(–3; –2; 5), на яких побудовано його, як на сторонах. Знайти: 1) об’єм паралелепіпеда; 2) площу грані *ABCD*; 3) косинус кута між ребром *AB* і діагоналлю *B'D*.

Розв’язання.

1) Об’єм паралелепіпеда визначаємо за формулою:

$$V=\left|(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA'})\right|=\left|\begin{vmatrix}4 & 3 & 0\\ 2 & 1 & 2\\ -3 & -2 & 5\end{vmatrix}\right|=|20-18+16-30|=12.$$

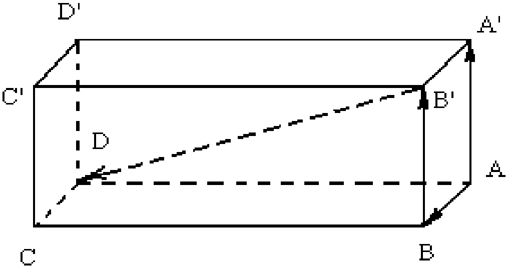


Рис. 2.

2) Площа грані ABCD, визначається за формулою площі паралелограма:

$$S_{ABCD} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]| = \sqrt{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}^2} =$$

$$= \sqrt{36+64+4} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}.$$

Враховуючи, що $ABB'A'$ – паралелограм, запишемо рівність: $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'}$. Для просторового чотирикутника $ABB'D$ можна записати таку векторну рівність: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'D}$.

Звідси знаходимо: $\overrightarrow{B'D} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{B'D}(1;0;-3)$.

Кут між ребрами AB і діагоналлю $B'D$ паралелепіпеда визначається як кут між векторами $\overrightarrow{AB}$ *і* $\overrightarrow{B'D}$ і визначається за формулою:

$$\cos\gamma = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'D}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{B'D}|}; \quad \cos\gamma = \frac{4+0+0}{\sqrt{16+9} \cdot \sqrt{1+9}} = \frac{4}{5\sqrt{10}}.$$

Відповідь: 1) $V = 12$; 2) $S = 2\sqrt{26}$; 3) $\cos\gamma = \dfrac{4}{5\sqrt{10}}$.

Векторний метод, звичайно, не універсальній, до розв’язування деяких задач він не може бути застосований або виявляється малоефективним. Але цей метод має також і значні переваги: дає можливість порівняно легко робити узагальнення, іноді далекосяжні; він не вимагає розгляду складних геометричних конфігурацій, а зводить геометричну задачу до алгебраїчної, яку легше розв’язувати, ніж вихідну геометричну. Метод дозволяє зняти труднощі при розв'язуванні стереометричних задач, викликаних недостатнім розвитком просторових уявлень, що заважає учням бачити необхідні зв'язки між елементами просторових фігур. Метод цей дозволяє раціонально розв'язувати традиційні і нетрадиційні задачі та демонструвати цікаві властивості геометричних фігур, чим, безперечно, розвиває інтерес до геометрії. Векторний метод дає можливість розв'язувати також фізичні (і технічні) задачі, і тим самим сприяє здійсненню міжпредметних зв'язків. Наведені вище аспекти показують необхідність і, навіть, обов'язковість вивчення векторного методу в основній школі.

Отже, по значущості його можна уподібнити методу складання рівнянь. Можливості методу досить широкі, оскільки він охоплює численні афінні задачі, а після введення скалярного добутку – і метричні. Однак, векторний метод не отримав необхідного розповсюдження у шкільній практиці, і закладені в ньому можливості не реалізуються. Учні сприймають вектори як окремий розділ математики, змістовно і методологічно не пов'язаний з іншими питаннями шкільного курсу геометрії. Це призводить до того, що векторний метод учнями майже не використовується при розв'язуванні задач і доведенні теорем. Тому виникає проблема розробки методичної системи вивчення векторів з позиції уточнення й узагальнення та її реалізації в основних змістових лініях шкільного курсу геометрії. Розв'язанню проблеми може допомогти відведення часу на повторення й узагальнення матеріалу, пов'язаного з векторами та їх властивостями; навчання учнів основним евристикам (системі певних правил, які допомагають знайти ключ до ідеї розв'язування задачі), що допоможуть створити у них навичку його застосування; урізноманітнення видів завдань, що допоможе учням знаходити нестандартні, але раціональні шляхи розв'язування, які дуже часто стають пригоді на олімпіадах і вступних іспитах.

Література

1. Бевз Г.П. Методика розв'язування стереометричних задач: посібник для вчителя. – К.: Радянська школа, 1988.
2. Гусев В.А. и др. Векторы в школьном курсе геометрии. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1976.

СИСТЕМНА ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ ПЕРШОКУРСНИКІВ ЯК ОСНОВА АДАПТАЦІЇ

С.В. Уткіна
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет
malahaj@mail.ru

Однією з фундаментальних дисциплін навчального плану загально-технічних дисциплін та інженерно-педагогічних спеціальностей є дисципліна “Вища математика”.

На вивчення цієї дисципліни в перших трьох навчальних семестрах відведено 162 години, з них лекцій – 72, передбачено два екзамени та залік. Якщо проаналізувати зміст навчальної програми з цієї дисципліни, то можливо лише здивуватися: як за таку кількість часу можна навчити студентів таких понять, як матриці, визначники, системи лінійних рівнянь, вектори, пряма лінія на площині і в просторі, криві другого порядку, поверхні, функція, границя функції, похідна функції, невизначений, визначений та невласний інтеграли, диференційні рівняння першого та вищих порядків, числові та функціональні ряди.

Ситуація значно ускладнюється тим, що більшість студентів цієї спеціальності мають надзвичайно низький рівень знань з курсу математики середньої школи і майже завжди мають психологічну установку на те, що математика – це щось страшне, незрозуміле і непотрібне для їх майбутньої діяльності.

Закономірного, що руйнування цього психологічного бар’єру неприйняття курсу “Вища математика” посідає особливе місце в процесі адаптації першокурсників.

Все це вимагає корінної перебудови методики викладання цього курсу в порівнянні з методикою викладання математичних дисциплін для студентів математичних спеціальностей.

Лекції. Необхідно досягти розумної лаконічності в викладі основних ліній курсу з опорою на відомі факти шкільного курсу математики. Так, наприклад, при знайомстві студентів з прямою лінією як об’єктом вивчення аналітичної геометрії, дається історична довідка про Р. Декарта – творця аналітичної геометрії. При цьому чітко концентрується увага студентів на специфічності аналітичної геометрії: геометричні факти, закономірності подаються за допомогою формул як математичних моделей об'єктів вивчення геометрії. Це дає можливість переконати студентів в доцільності розгляду лінійного рівняння з двома змінними $ax+by+c=0$ з геометричної точки зору: впорядковані пари чисел (x_0, y_0), що є розв'язками цього рівняння, утворюють множину точок площини – геометричне місце точок. Доведення прямої та оберненої теорем про таку множину точок дає можливість зробити висновок про те, що це рівняння задає пряму лінію на площині: $Ax+By+C=0$, де $A=a$, $B=b$, $C=c$.

Практичні заняття. Саме під час проведення практичних занять найбільш доцільно впливати на психологічний стан студентів-початківців. Але це можливо лише тоді, коли ці заняття будуть структурно побудовані так, щоб з'явилась реальна можливість переконати студентів в наявності у них математичних здібностей і тим самим відродити віру в свої сили і можливості.

Традиційний спосіб – домашнє завдання по тому чи іншому збірнику – мало що дає: домашнє завдання в кращому випадку переписується у рідкого його виконавця. Зовсім по-іншому працює така форма формування знань, умінь і навичок, як домашня творча робота. До виконання таких робіт студентів готуються ретельно напередодні. Наприклад, тема: "Пряма на площині", дидактична мета: "Опрацювання різних видів рівняння прямої та зв'язків між ними", розвиваюча мета: "Застосування знань в різних навчальних ситуаціях".

Базовою задачею цього заняття є така:

Дано три точки – вершини трикутника

Скласти рівняння: сторін; медіан; висот; бісектрис; середніх ліній трикутника; прямих, що паралельні відповідним сторонам трикутника.

На основі вище вказаних завдань кожен студент повинен індивідуально задати координати своїх трьох точок, виконати завдання, аналогічні вище зазначеним.

В такий спосіб задане домашнє завдання спонукає студента детально розібратися з вправами, які розв'язувалися на практичному занятті, а також переконатися в своїх здібностях задавати умову. При цьому студент вимушений самостійно виконувати власне домашнє завдання.

Такі творчі завдання в першому семестрі стосуються тем:

- матриці, операції над матрицями;
- визначник квадратної матриці, основні властивості визначників квадратних матриць;
- способи підрахунку визначників квадратних матриць;
- системи лінійних рівнянь;
- різні способи розв'язання системи лінійних рівнянь;
- пряма на площині;
- операції над векторами;
- криві другого порядку.

Домашнє творче завдання відрізняється від індивідуального тим, що умову для нього складає сам студент: підбирає з будь-якого збірника або створює самостійно. Зрозуміло, щоб здійснити це, студент повинен детально вникнути в сутність зразка, який був розглянутий на попередньому практичному занятті. Звичайно, такій спосіб виконання роботи не гарантує повної самостійності в розв'язанні завдання. Але це не вважається "злочином", якщо студент при захисті домашньої творчої роботи (ДТР) показує знання, вміння та навички розв'язання поставленої проблеми.

Для заохочення і підтримки віри студентів в свої математичні можливості декілька перших домашніх творчих робіт оцінюються диференційовано, інші – просто зараховуються, а декілька перевіряється паралельно з перевіркою відповідних контрольних робіт. Контроль за своєчасною здачею таких домашніх робіт здійснюються за допомогою диференційованої оцінки.

Завдяки відносно невеликій кількості навчальної інформації, що опрацьовується конкретним змістом кожної творчої роботи, першокурсники оволодівають спеціальною термінологією, символікою, набувають досвід обґрунтування своїх думок, накопичують запас формул. Звичайно, робота викладача дуже клопітка, але, на відміну від семестрових індивідуальних завдань, дає можливість студентові оволодіти самостійно невеликими порціями програмового матеріалу. Динамічність такої форми організації самостійної роботи першокурсників дає себе знати на першому екзамені з курсу. Завдяки так організованій самостійній роботі перший екзамен з вищої математики дає реальну картину математичних здібностей кожного студента, а саме: зроблені реальні психолого-педагогічні висновки щодо математичних здібностей першокурсника дають підставу для організації різнорівневих індивідуальних завдань в наступних семестрах і, таким чином, дають можливість проектувати кінцевий результат навчання кожного окремого студента.

Лекції. Елементи творчої самостійної роботи поступово впроваджуються і в лекційний курс. Як правило, творчі завдання мають аналітико-синтетичний характер. Наприклад:

- порівняти зміст елементарних перетворень квадратних матриць і систем лінійних рівнянь;
- чи має зміст поняття “елементарні перетвореннявизначників квадратних матриць”?
- порівняти властивості алгебраїчних операцій над матрицями та алгебраїчних операцій над векторами;
- порівняти зміст понять “скалярний добуток векторів”, “векторний добуток векторів”, “мішаний добуток векторів” та способи їх підрахування;
- порівняти властивості добутку векторів;
- порівняти зміст означень кривих другого порядку (еліпса і гіперболи, гіперболи і параболи);
- порівняти характеристики еліпса і кола; еліпса і гіперболи; гіперболи і параболи; еліпса і параболи.

Таким чином, як показує досвід роботи, система домашніх творчих робіт з практики, а під кінець першого семестру і з теорії, дає можливість першокурсникам нематематичних спеціальностей поступово адаптуватися до специфіки навчання в вищий школі шляхом зруйнування певного психологічного бар’єру страху і упередженого відношення до математичних закономірностей. Чіткий систематичний контроль за якістю виконаних домашніх творчих робіт (чіткість зразка базових вправ по темі; вчасність перевірки для виявлення типових помилок і персональні консультації по кожній незвичайній помилці; захист основних положень кожної роботи; обов’язковість виконання всієї системи ДТР) дають реальні результати адаптування першокурсників до організації навчального процесу в вищій школі.

Література

1. Атанов Г.А., Эфрос Т.И. Система учений в обучении// Современные проблемы дидактики высшей школы: Сб. избран. трудов Междунар. конф. / Отв. ред Г.А. Атанов. – Донецк: ДонГУ, 1997. – С. 100-111.
2. Ительсон Л.Б. Лекции по проблемам современной психологии обучения // Пособие к спецкурсу и курсу педагогической психологии. – Владимир, 1970. – 238 с.
3. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. – К.: НПУ, 2000. – 210 с.
4. Яглом И.М. Не отставать от требований времени // Сб. научно-метод. статей по математике (Проблемы преподавания математики в вузах). – М., 1974. – Вып. 4. – С. 17.

ВЛАСНІ ЗНАЧЕННЯ І ВЕКТОРИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

З.Ю. Філер
м. Кіровоград, Кіровоградський державний педагогічний
університет ім. Володимира Винниченка
filer@kw.ukrtel.net

Вступ. Важливе поняття, яке застосовується в багатьох розділах математики, традиційно відносять до лінійної алгебри. Лінійна функція одного змінного $y=kx$ при $k\neq0$ дає значення функції y, пропорційне значенню аргументу x. Для векторного аргументу x починати треба з перетворень подібності, розтягування вздовж осей координат, симетрії та зсуву. Означення власних вектора й значення у загальному випадку перетворення $\mathbf{A}$: $\mathbf{X}\to\mathbf{Y}=\mathbf{X}$ веде до матричного рівняння $(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{E})\mathbf{H}=0$ з ненульовим розв'язком $\mathbf{H}$ при $\det(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{E})=0$, де $\mathbf{A}$ – матриця перетворення. Власний вектор $\mathbf{H}(\lambda_k)$ може бути знайдений у виді $\mathbf{H}=[\mathbf{B}_{i1}(\lambda_k), \ldots, \mathbf{B}_{in}(\lambda_k)]^*$. Тут $\mathbf{B}_{ij}(\lambda_k)$ – алгебраїчні доповнення елементів $b_{ij}(\lambda_k)$ матриці $\mathbf{B}=\mathbf{A}-\lambda_k\mathbf{E}$, * – операція транспонування матриці. Ця формула може бути доведена за допомогою відомої властивості визначників: сума добутків елементів рядка на алгебраїчні доповнення елементів іншого рядка дорівнює нулеві, а сума добутків елементів рядка на алгебраїчні доповнення елементів цього ж рядка дорівнює визначнику. У нашому випадку цей визначник дорівнює нулю, бо λ_k – корінь характеристичного рівняння.

Для кратних коренів у ролі другого та ін. власних векторів можна взяти $\mathbf{H}'(\lambda_k)$, …, що можна довести, використовуючи граничний перехід для відношення різниці власних векторів $\mathbf{H}(\lambda_k)-\mathbf{H}(\lambda_s)$ до різниці $\lambda_k-\lambda_s$ самих власних значень, коли $\lambda_k-\lambda_s\to0$ або використанням диференціювання по λ матричного рівняння $(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{E})\mathbf{H}(\lambda)=0$ при $\mathbf{H}(\lambda_k)=0$. Тоді вектор $\mathbf{H}'(\lambda_k)$ буде власним. Для комплексних значень корня λ_k матриця $\mathbf{B}=\mathbf{A}-\lambda_k\mathbf{E}$ теж буде комплексною; для $\mathbf{H}_1$ та $\mathbf{H}_2$ – дійсної та уявної складової власного вектора $\mathbf{H}$ отримуємо систему однорідних рівнянь $\mathbf{B}_1\mathbf{H}_1-\mathbf{B}_2\mathbf{H}_2=0$, $\mathbf{B}_2\mathbf{H}_1+\mathbf{B}_2\mathbf{H}_1=0$. Ясно, що легше працювати з комплексною формою для вектора $\mathbf{H}$, після його знаходження виділивши, якщо є потреба, дійсну та уявну частини.

1. Пошук власних значень матриці А лінійного перетво-

рення. Автору довелося у 1978 році бути присутнім на конференції у Дніпропетровську, яку проводив відомий академік М.М. Яненко з Сибірського відділення АН СРСР. Там він розповів, що в США при фінансуванні фірми IBM кращими математиками та програмістами була за 1 млн. $ створена програма пошуку власних значень та власних векторів матриць великої розмірності (порядку 1000*1000). Потім фірма продавала її по 1000$ користувачам з усіх кінців світу. Мабуть, не на збиток.

Ще О.М. Криловим був розроблений метод “розгортання” характеристичного полінома $\det(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{E})=(-1)^n(\lambda^n-\mathrm{Sp}\mathbf{A}\lambda^{n-1}+\ldots)+\det\mathbf{A}$. Після отримання многочлена виду $\lambda^n+a_{n-1}\ \lambda^{n-1}+\ldots+a_0=0$, $a_{n-1}=-\mathrm{Sp}\mathbf{A}$ (слід матриці **A** – сума її діагональних елементів, $a_0=(-1)^n\det\mathbf{A}$) можна шукати його корені – власні значення матриці **A**. У математичних середовищах Mathcad, Matlab, Maple є відповідні процедури, які видають всі корені – дійсні та пари комплексно спряжених для дійсних матриць **A**.

2. Пошук власних векторів матриці A. Для простих (некратних) коренів власні вектори $\mathbf{H}_k$ можна знайти за формулою $\mathbf{H}_k=[\mathbf{B}_{i1}(\lambda_k), \ldots, \mathbf{B}_{in}(\lambda_k)]^*$, де існує елемент i–го рядка матриці з алгебраїчних доповнень, не рівний нулю, якщо $\mathrm{rang}(\mathbf{A}-\lambda_k\mathbf{E})=n-1$. Для комплексних коренів достатньо знайти один з них, взявши другий, комплексно спряжений до першого.

Для k–кратних коренів λ_s характеристичного рівняння $\det(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{E})=0$ дорівнюють 0 не тільки визначник $\det(\mathbf{A}-\lambda_s\mathbf{E})$, а його похідні до порядку k–1. Якщо знайдений за зазначеною формулою вектор $\mathbf{H}(\lambda_s)=0$, то власним буде вектор $\mathbf{H}'(\lambda_s)$. Для випадку, коли $\mathrm{rang}(\mathbf{A}-\lambda_k\mathbf{E})=n-k$, власними будуть вектори, отримані послідовними диференціюваннями вектора $\mathbf{H}(\lambda_s)$.

3. Зведення рівняння кривої та поверхні 2–го порядку до канонічного виду. У загальному випадку такі об’єкти описуються рівняннями $(\mathbf{A}\boldsymbol{x}, x)+(\mathbf{B}, \boldsymbol{x})+C=0$, де введені симетрична матриця **A**, вектори-стовпчики **B** та $\boldsymbol{x}$, а дужки означають скалярний добуток двох векторів, C – число. Зазвичай, перше спрощення досягається за допомогою паралельного переносу $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_0+\boldsymbol{y}$, де $\boldsymbol{x}_0$ – радіус-вектор нового початку координат, $\boldsymbol{y}$ – вектор нових координат. Як у школі, рівняння $f(x)\equiv ax^2+bx+c=0$ спрощується виділенням повного квадрату, що досягається переносом початку в точку x_0, де похідна $f'(x_0)$ від $f(x)$ дорівнює нулю: $2ax_0+b=0$ й

$x_0=–b/(2a)$. Аналогічно для матричного рівняння отримаємо, диференціюючи, $(2\mathbf{A}\boldsymbol{x}_0+\mathbf{B}, \boldsymbol{y})\equiv0$, звідки й визначиться $\boldsymbol{x}_0$ з рівняння $2\mathbf{A}\boldsymbol{x}_0+\mathbf{B}=0$. Якщо матриця **A** невироджена (тобто, $\det(\mathbf{A})\neq0$), то існує обернена матриця $\mathbf{A}^{-1}$ й $\boldsymbol{x}_0=–½\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$. Ділення на **A** замінено множенням на обернену матрицю. Для виродженої матриці або такого $\boldsymbol{x}_0$ не існує (коли ранги матриць **A** й розширеної за рахунок стовпчика **B** не співпадають), або таких значень безліч. У першому випадку мета спрощення рівняння до виду $(\mathbf{A}\boldsymbol{y}, \boldsymbol{y})+C'=0$ (без членів 1-го степеня відносно $\boldsymbol{y}$) не може бути досягнута. Тоді шукають такий вектор $\boldsymbol{x}_0$, який знищить всі члени з координатами $\boldsymbol{y}_k$, крім одного, та вільний член C'. У цьому випадку рівняння матиме вигляд $(\mathbf{A}'\boldsymbol{y}', \boldsymbol{y}')=\boldsymbol{b}'\boldsymbol{z}$. Воно схоже на канонічне рівняння параболи $y=ax^2$.

Після звільнення від членів 1-го порядку можна знайти власні значення та власні вектори симетричної матриці **A** (попередньо доводимо, що вони дійсні та для різних власних значень взаємно перпендикулярні). Для кратних власних значень шукаємо власні вектори за допомогою диференціювання $\mathbf{H}'(\lambda)$. Для отримання нових осей декартових координат застосовуємо процедуру ортогоналізації, шукаючи другий вектор у вигляді лінійної комбінації знайдених власних векторів, використовуючи ортогональність, тобто рівність нулю скалярного добутку цих векторів. Це й визначить коефіцієнт α з представлення нового вектора у виді $\mathbf{H}_1+\alpha\mathbf{H}_2$.

Вибравши орти власних векторів за базис нової системи координат, зводимо рівняння до канонічного виду $\lambda_1y_1^2+\lambda_2y_2^2+\lambda_3y_3^2+C'=0$ для поверхні 2-го порядку. При $C'\neq0$ це дає еліпсоїди чи гіперболоїди; при $C'=0$ маємо точку чи конус в залежності від знаків λ_k. Новим у цій методиці є однократний пошук вектора $\mathbf{H}(\lambda)$ й тільки підстановка потім знайдених власних значень λ_k.

4. Розв'язання лінійних систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами 1–го порядку $x'=\mathbf{A}x$. Шукаючи розв'язок у вигляді $\boldsymbol{x}=\mathbf{H}e^{\lambda t}$, отримаємо для сталого вектора **H** та числа λ рівняння $(\mathbf{A}–\lambda\mathbf{E})\mathbf{H}=0$, тобто знову проблему власних векторів та власних значень. Тому й важливо її алгоритмічне розв'язання, бо будь яка система диференціальних рівнянь (і рівняння вищих порядків) може бути зведена до такого виду в регулярному випадку. Пошук власного вектора у вигляді $\mathbf{H}(\lambda)=[B_{i1}(\lambda), \ldots, B_{in}(\lambda)]^*$ робить методику пошуку загального розв'язку системи достатньо простою. Якщо так знайдене $\mathbf{H}(\lambda_k)=0$, то шукаємо $\mathbf{H}'(\lambda_k)$, яке дає ненульовий розв'язок. Для пошуку другого розв'язку у випадку кратного кореня, диференціюємо перший розв'язок $\mathbf{H}(\lambda)e^{\lambda t}$ по λ і т.д.

5. Розв'язання диференціальних рівнянь коливань без врахування опорів $\mathbf{M}x''+\mathbf{C}x=0$. У реальних задачах про коливання систем з багатьма степенями свободи інерційна матриця **M** є позитивно визначеною, тобто для всіх y квадратична форма $(\mathbf{M}\boldsymbol{y}, \boldsymbol{y})>0$. Якщо і матриця **C** така ж (тобто, квадратична форма $(\mathbf{C}\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x})>0$), то система має гармонічні розв'язки з частотою ω, яка визначає розв'язки виду $\boldsymbol{x}=\mathbf{H}e^{i\omega t}$. Це дає характеристичне рівняння $(\mathbf{C}-\mathbf{M}\omega^2)\mathbf{H}=0$. Це аналог задачі на власні значення. Для симетричних позитивно визначених матриць **M** і **C** всі значення ω_k дійсні, а власні вектори теж ортогональні. Характеристичне рівняння буде мати вигляд $\det(\mathbf{C}-\mathbf{M}\omega^2)=0$. Легко довести теорему про те, що власним вектором буде $\mathbf{H}(\omega_k^2)=[B_{i1}(\lambda_k), \ldots, B_{in}(\lambda_k)]^*$, де $\lambda=\omega^2$. При $n=2$ маємо систему з матрицями другого порядку і $\mathbf{H}(\omega_k^2)=[m_{12}\lambda-c_{12}; c_{22}-\lambda m_{22}]^*$, де $\lambda=\omega^2$ задовольняє рівняння $(c_{11}-m_{11}\lambda)(c_{22}-m_{22}\lambda)-(c_{12}-m_{12}\lambda)^2=0$. Це квадратне рівняння має два різних додатних кореня (для довільних симетричних позитивно визначених матриць **C** та **M**), кожний з яких визначає свій власний вектор. Ці вектори ортогональні.

6. Приклади

6.1. Вивчимо криву 2–го порядку, задану рівнянням $f(x, y)\equiv x^2-2xy-3y^2+6x+10y-7=0$ [1, с. 48, №326.2].

1. Знаходимо точку, підозрілу на екстремум функції $f(x, y)$, для чого знаходимо її частинні похідні $f_x=2x-2y+6$, $f_y=-2x-6y+10$. Прирівнюючи їх до 0, отримаємо точку $O_1(-1; 2)$, яку приймаємо за новий початок координат.

2. Знайдемо новий вільний член $C'=f(-1; 2)=-8$. Тому після паралельного переносу осей отримаємо рівняння $x_1^2-2x_1y_1-3y_1^2=8$.

3. Матриця **A** матиме елементи 1, –1; –1, – 3. Характеристичне рівняння буде $\lambda^2+2\lambda-4=0$.

4. Його корені $-1\pm\sqrt{5}$ дають як канонічне рівняння

$\lambda_1 x_2{}^2+\lambda_2 y_2{}^2=8$, так власні вектори $\mathbf{H}(\lambda_k)=[a_{22}(\lambda_k);\ -a_{12}]^*$. Це дає $\mathbf{H}_1=[-2-\sqrt{5};\ 1]$, $\mathbf{H}_2=[-2+\sqrt{5};1]$. Очевидно, що добуток власних векторів дорівнює 4–5+1=0, що свідчить про їх ортогональність.

5. Якщо вісі направити по власних векторах, то тоді й отримаємо вказане канонічне рівняння. Враховуючи протилежні знаки власних значень, матимемо гіперболу. Будуючи вісі координат $x_2O_1y_2$, неважко побудувати цю гіперболу. Її напіввісі є відповідно $(8/|\lambda_r|)^{1/2}$.

6.2. Розв'язати задачу Коші [1, с. 230 , №2279]: $x'+3x+y=0$, $y'-x+y=0$; $x=1$, $y=1$ при $t = 0$. Матриця **A** має елементи –3, –1; 1, –1. Її характеристичне рівняння $\lambda^2+4\lambda+4=0$ має кратні корені $\lambda=-2$. Власний вектор $\mathbf{H}(\lambda)=(-1-\lambda,\ -1)^*$ при $\lambda=-2$ дає $\mathbf{H}_1=(1;\ -1)$. Для пошуку другого розв'язку знайдемо похідну по λ від першого розв'язку $x_1=\mathbf{H}(\lambda)e^{\lambda t}$, тому $x_2=[\mathbf{H}'(\lambda)+t\mathbf{H}(\lambda)]e^{\lambda t}=(-1+t;\ -t)\mathrm{e}^{-2t}$. Легко перевірити підстановкою, що знайдений вектор $(-1+t;\ -t)e^{-2t}$ задовольняє систему. Знайдемо загальний розв'язок як лінійну комбінацію частинних розв'язків з довільними сталими коефіцієнтами $x=C_1x_1+C_2x_2=[C_1(1;\ -1)^*+C_2(-1+t;\ -t)^*]$. Сталі C_k знайдемо з початкових умов, які приводять до системи рівнянь $C_1-C_2=1$, $-C_1=1$. Це дає потрібний частинний розв'язок $x=(1-2t)e^{-2t}$, $y=(1+2t)e^{-2t}$.

6.3. Знайти загальний розв'язок системи диференціальних рівнянь (ДР) [2, с. 535, (49)]: $y_1'=3y_1-y_2+y_3$, $y_2'=-y_1+5y_2-y_3$, $y_3'=y_1-y_2+3y_3$. Складаємо характеристичне рівняння, розгорнувши визначник по першому рядку: $(3-\lambda)[((5-\lambda)(3-\lambda)-1]+\lambda-2+\lambda-4=0$ $\Rightarrow$ $(3-\lambda)(\lambda^2-8\lambda+12)=0$ $\Rightarrow$ $\lambda_1=2$, $\lambda_2=3$, $\lambda_3=6$. Створимо $\mathbf{H}(\lambda)=[\lambda^2-8\lambda+14;\ -(\lambda-2);\lambda-4]^*$. Тепер знайдемо $\mathbf{H}(\lambda_1)=(2,\ 0,\ -2)^*$, $\mathbf{H}(\lambda_2)=(-1,\ -1,\ -1)^*$, $\mathbf{H}(\lambda_3)=(2,\ -4,\ 2)^*$. Запишемо загальний розв'язок системи $y=C_1\mathbf{H}_1+C_2\mathbf{H}_2+C_3\mathbf{H}_3$ $\Rightarrow$ $y_1=C_1{*}1{*}e^{2t}+C_2{*}1{*}e^{3t}+C_3{*}1{*}e^{6t}=C_1e^{2t}+C_2e^{3t}+C_3e^{6t}$, $y_2=0{*}C_1e^{2t}+C_2e^{3t}+C_3{*}(-2)e^{6t}=C_2e^{3t}-2\ C_3e^{6t}$, $y_3=-C_1e^{2t}+C_2e^{3t}+C_3\mathrm{e}^{6t}$. Тут в ролі $\mathbf{H}_1$ взято вектор $(1,\ 0,\ -1)^*$, $\mathbf{H}_2$ – вектор $(1,\ 1,\ 1)^*$, $\mathbf{H}_3=(1,\ -2,\ 1)^*$. **Н**агадаємо, що довжина власного вектора довільна.

6.4. Знайти загальний розв'язок системи [2, с. 535 , (52)]: $y_1'=-y_1+y_2+y_3$, $y_2'=-y_1-y_2+y_3$, $y_3'=y_1+y_2-y_3$. Характеристичне рівняння $-(2+\lambda)(\lambda^2+\lambda-2)=0$ має двократний корінь $\lambda_1=\lambda_2=-2$ і простий корінь $\lambda_3=1$. Власний вектор $\mathbf{H}_3$ побудуємо за допомогою рядка з алгебраїчних доповнень елементів 1-го рядка $\mathbf{H}_1(\lambda)=[\lambda^2+2\lambda;\ 2+\lambda;\ 2+\lambda]^*$. Тепер $\mathbf{H}_3=\mathbf{H}_1(1)=(3;\ 3;\ 3)^*\Rightarrow\mathbf{H}_3=(1;\ 1;\ 1)^*$. Очевидно, $\mathbf{H}_1(-2)=(0;\ 0;\ 0)^*$, тому шукатимемо похідну по λ від добутку $\mathbf{H}_1(\lambda)$ на $e^{\lambda x}$: $y_2=(\mathbf{H}_1'(\lambda)+\mathbf{H}_1(\lambda)x)e^{\lambda x}$. Через те, що $\mathbf{H}_1(-2)=0$, отримаємо власний вектор $\mathbf{H}_1=(-2;\ 1;\ 1)^*$. Аналогічно, взявши вектор $\mathbf{H}_2(\lambda)$ з алгебраїчних доповнень елементів 2-го рядка, отримаємо після диференціювання по λ та підстановки $\lambda_2=-2$, ще один власний вектор $\mathbf{H}_2=(1;\ -2;\ 1)^*$. Це дає розв’язок $y=(C_1\mathbf{H}_1+C_2\mathbf{H}_2)e^{-2x}+C_3\mathbf{H}_3e^{x}$. Вектори $\mathbf{H}_1$ і $\mathbf{H}_2$ неколінеарні, а тому й лінійно незалежні 2 розв’язки з множником e^{-2x}. Тут матриця $\mathbf{A}-\lambda\mathbf{E}$ при $\lambda=-2$ має ранг 1 (всі її елементи дорівнюють 1) й тому $\mathbf{H}_1(-2)=0$ й в розв’язок не увійшов множник x при $\mathbf{H}_1(-2)$. При рангу 2 такий множник був би в члені y_2.

6.5. Вивчити поверхню, задану рівнянням $x^2+y^2-3z^2-2xy-6xz\ yz+2x+2y+4z=0$ [3, с. 223, №1513.3]. Аналогічно п.6.1 знаходимо новий початок координат – центр поверхні, т. $O_1(1/6;\ 1/6;\ 1/3)$ і новий вільний член $f(1/6;\ 1/6;\ 1/3)=1$. Матриця $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & -1 & -3\\ -1 & 1 & -3\\ -3 & -3 & -3\end{bmatrix}$ квадратичної форми має власні значення 2, 3, –6. Вектор $\mathbf{H}(\lambda)=[\lambda^2+2\lambda-12;\ 6-\lambda;\ 6-3\lambda]^*$, складений з алгебраїчних доповнень 1-го рядка матриці $\mathbf{A}-\lambda\mathbf{E}$, дає власні вектори $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_2$ і $\mathbf{H}_3$. Їх орти $\boldsymbol{e}_1=(-1;\ 1;\ 0)/\sqrt{2}$, $\boldsymbol{e}_2=(1;\ 1;\ -1)/\sqrt{3}$, $\boldsymbol{e}_3=(1;\ 1;\ 2)/\sqrt{6}$. В системі координат з базисом $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ маємо канонічне рівняння поверхні $2x_2^2+3y_2^2-6z_2^2=-1$. Це – двопорожнинний гіперболоїд з дійсною віссю O_1z_2 й піввіссю $c=1/\sqrt{6}$. Як і звичайно, треба зобразити т. O_1, вісі $O_1x_1y_1z_1$, паралельні осям даної системи координат, в цій системі побудувати базис $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ і на нових осях – знайдений гіперболоїд з півосями $a=1/\sqrt{2}$, $b=1/\sqrt{3}$ і c. Такі приклади вимагають повторення визначників, кубічних рівнянь, модуля вектора й тому їх варто розв’язувати. Бажано перевірити ортогональність векторів базиса.

6.6. Пропонуємо читачам задачу на пошук структури загального розв’язку системи лінійних ДР із матрицею (по рядках: 3, a, b; 0, 2. 1; 0, –1, 4). Корні характеристичного рівняння всі дорівнюють 3. В залежності від елементів a та b ранг матриці

А–З**Е** буде 2, або 1 і структура загального розв'язку буде різною. При e^{3x} можуть бути сталі чи лінійні множники. Спробуйте використати описану методику для різних випадків!

Література

1. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. 13-е изд. – М.: Наука, 1987. – 352 с.

2. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Изд. 3, испр. и доп. – М.: Высш. шк., 1987. – 564 с.

3. Бахвалов С.В., Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.–Л.: ГИТТЛ, 1948. – 487 с.

ОСНОВНІ ТЕОРЕМИ ПРО НЕРІВНОСТІ

З.Ю. Філер[1α], С.П. Ткаченко[2β]
[1] м. Кіровоград, Кіровоградський державний педагогічний університет ім. В. Винниченка
[2] м. Кіровоград, Машинобудівний технікум Кіровоградського державного технічного університету
[α] filer@kw.ukrtel.net
[β] serro@ukr.net

Метод введення додатнього параметра, який перетворює задачу про розв’язання нерівності у задачу пошуку кореня рівняння з цим параметром, дозволяє розглядати і комплексні розв’язки. Тоді довільна нерівність має розв’язки, так само, як довільне рівняння має хоча б один корінь (принаймні, для степеневих многочленів). Використання функції $\mathrm{sign}(y)=y/|y|=y^0$ дає можливість узагальнити поняття нерівності $f(x)<0$ ($f(x)>0$) до системи рівняння $f(x)=t\cdot y^0$, $t>0$ з векторним y^0 та скалярним t параметрами. Реалізація цих методів на ЕОМ може дозволити застосовувати ці результати до розв’язання задач оптимізації, зокрема, нелінійного програмування.

Постановка задачі. В курсах математики школи та ВНЗ апарат теорії нерівностей є важливою складовою як практичних завдань, так і теорії, зокрема, теорії границь, неперервності, похідної як границі, та інтегралу як границі відповідної інтегральної суми. Задача про дослідження функції за допомогою похідних зводиться до розв’язання рівнянь (пошук критичних точок), так і знаходження інтервалів зростання та спадання, опуклості та увігнутості, яке вимагає розв’язання нерівностей для першої та другої похідної. Для функцій двох змінних наявність екстремуму в критичній точці гарантується при виконанні в ній відповідних нерівностей для гессіана. Другий метод Ляпунова в теорії стійкості вимагає побудови функції, похідна від якої в силу даної системи диференціальних рівнянь має той чи інший знак. Кількість таких застосувань нерівностей у ВНЗ і середній школі можна кількаразово збільшувати. Різні “хитрі” нерівності є улюбленими завданнями для математичних олімпіад для учнів і студентів та конкурсних іспитів у ВНЗ. Звичайно, навіть без спеціальних зауважень розглядають тільки **дійсні** розв'язки нерівностей, крім тих задач, де розглядаються *модулі* комплексних функцій, наприклад, для комплексних x нерівність $|x–2+i|<5$ розв'язком має круг радіуса 5 з центром у точці $x_0=2–i$. Багато "дійсних" нерівностей (з дійсними функціями) при такій постановці не мають розв'язків узагалі, наприклад, нерівність $x^2+1<0$. Між тим, *рівняння* $x^2+1=0$ має з 30-х років 16-го сторіччя *комплексні розв'язки* $x=\pm i$, які використовують не тільки в самій математиці, а й у її численних застосуваннях у фізиці та техніці, зокрема, в гідравліці та електротехніці. Але, замінивши цю просту нерівність системою рівняння $x^2+1+t=0$ та нерівності $t>0$, отримаємо множину **комплексних розв'язків** $x(t)=\pm(1+t)^{1/2}$, $t>0$. Їх можна зобразити на комплексній площині на уявній осі з виключеним відрізком від точки (0; –1) до точки (0; 1). Це аналогічно *дійсному* розв'язку нерівності $x^2–1>0$, що є віссю OX, з якої викинуто відрізок [–1; 1]. Метод введення "урівнюючого" параметра $t>0$ структурує множину X – розв'язок нерівності, задаючи відповідність між точками півосі $t>0$ й відповідними точками розв'язку $x(t)$, упорядковуючи їх за значеннями параметра. Цей метод дає відповідь не тільки на те, *де* лежать точки x, а й на *скільки* ліва частина нерівності $x^2+1<0$ менше за її праву частину, тобто який вони мають *відхил (нев'язку)* [1, с. 47]. Значення параметру t відіграє роль мітки; зростання t вказує напрямок руху на лінії $x(t)$. Для тлумачення t як часу це природно.

Метод введення параметру досить корисний при розв'язанні подвійних нерівностей типу $a<f(x)<b$, $f(x)=t$, $a<t<b$. Знайшовши $x=f^{-1}(t)$ – обернену функцію до $f(x)$, розглянемо множину $X=\{f^{-1}(t) \mid a<t<b\}$, яка *структурована* й *впорядкована* за значеннями t. Якщо кожному x відповідає єдине t, то кожному t може відповідати декілька або навіть безліч x.

Узагальнення задачі про нерівності. Фактично, нерівність $a<f(x)<b$ у комплексній множині еквівалентна нерівності $a<\operatorname{Re} f(x)<b$ й рівнянню $\operatorname{Im} f(x)=0$, які визначаються функціями двох змінних – дійсною та уявною частинами змінної x. Це, на відміну від нерівностей $a<f(x, y)<b$ з двома дійсними змінними x та y, буде частина *лінії* на комплексній площині, а не частина *площини XOY*.

Враховуючи, що дійсне число $y=|y|\cdot\operatorname{sgn}(y)$, а узагальнення функції sgn(y) можливо й у комплексній множині, де вона визначається аргументом комплексного числа y за формулою sgn(y)=exp(i·arg(y)), можна узагальнити задачу розв'язання нерівності до пошуку розв'язку рівняння $f(x)=t\cdot\exp(i\varphi)$ з додатнім параметром t [3, с. 45]. При $\varphi = 0$ отримаємо нерівність $f(x)>0$, при $\varphi=\pi$ маємо нерівність $f(x)<0$; узагальнення буде при інших значеннях аргументу φ *образу* $t\cdot\exp(i\varphi)$ функції $f(x)$, який є нескінченим променем. Для відрізка такого променя t є (a; b). Для образа фігури D: $\varphi=\arg(y) \in (\alpha; \beta)$, границі a та b будуть функціями від φ у найпростішому випадку.

Ще більшим узагальненням буде використання рівняння $f(x)=t\cdot y^0$, де x і y – елементи довільних векторних просторів, а y^0 – орт вектора y, $t>0$ або, навіть, $a<t<b$. Точки зі значеннями правої частини належать променю, який проходить через т. 0 та y^0 – точку на одиничній сфері у просторі образів Y, чи його відрізку, а ми шукаємо відповідні точки прообразу X. Параметри – скалярний t та векторний y^0 – структуризують прообраз. Представлення вектора у образа у вигляді $t\cdot y^0$ є узагальненням показникової форми комплексного числа та сферичної системи координат. Виникають питання про *неперервність* залежності $x(t)$ при вибраних t та y^0. Для диференційованої функції $f(x)$ для існування $x'(t)$ достатньо нерівності 0 похідної $f'(x)$ у відповідній точці. Це важливе для побудови прообразу за допомогою розв'язків *рівняння* $f(x)=t\cdot y^0$ на вибраній сітці в області Y. Крім того, знання похідної дає змогу здійснити інтерполяцію за отриманою сіткою у множині X. При великій трудомісткості обчислення коренів рівняння, лінійна інтерполяція може бути значно простішою, що зменшить час для отримання густої сітки в X.

Функція $f(x)$ може ще залежати від параметрів Λ, наприклад, коефіцієнтів, які прийматимуть значення, що належать до результатів експерименту. Виникає питання про *коректність* постановки відповідної задачі, тобто, про *існування, єдиність* та *неперервну* залежність розв'язку від параметрів Λ. Для "шкільних" нерівностей це не завжди так, хоча учні (а, можливо, й учителі) не усвідомлюють цього. Для квадратної нерівності $x^2+4x+c<0$ дійсний розв'язок при $c\geq4$ не існує; при $c<4$ ним є відрізок – окіл точки $x=-2$. Таким чином, задача суттєво, навіть якісно, змінюється для біфуркаціонного значення параметра $c=4$. У комплексній множині розв'язки існують для всіх c і їх зображення створюють хрест з горизонтальною скінченою поперечиною – відрізком при c, меншому 4, та вертикальною нескінченою віссю для $t>4–c$. Для $c>4$ горизонтального відрізка не буде, а вертикальна вісь $x=–2$ розірветься відрізком між точками $(–2; –(c–4)^{1/2})$ та $(–2; (c–4)^{1/2})$. Значення параметра $c=4$ й тут є біфуркаційним, тобто задача пошуку розв'язку нерівності $x^2+4x+4<0$ при наближеному значенні вільного члена, $c=4$ є некоректною як у дійсній, так і комплексній множині. Але, враховуючи, що при *зменшенні* c до 4 вказаний вертикальний відрізок зменшується й пряма $x=–2$ стає майже суцільною, а при *збільшенні* c до 4 горизонтальний відрізок стягується у точку $c=–2$, форма і розміри прообразу X змінюються *неперервно*. Тому задача розв'язання *рівняння* $x^2+4x+c+t=0$ поставлена *коректно* при $t>0$.

Геометрична роль пераметру. Враховуючи геометричний зміст похідної, можна знайти кут повороту прообразу та коефіцієнт його розтягу по відношенню до образу. Так, для комплексних значень $x(t)$ розв'язків нерівності $x^2+4x+c>0$ маємо рівняння $x^2+4x+c=t$, звідки $(2x+4)\cdot x'(t)=1 \Rightarrow x'(t)=1/(2x+4)=0{,}5/(x+2)$. Для дійсних розв'язків аргумент похідної є 0 чи π; для кінцевих точок $t=0$, а для нескінченого околу (при $t \to \infty$) коефіцієнт розтягу прямує до 0, тобто великим Δt відповідають малі Δx. Для комплексних розв'язків кут φ повороту від образа до прообразу дорівнює $\pi/2$, бо $\arg(x+2)=\arg(i\cdot(c–4)^{1/2})$.

Для нескінченої півосі при розв'язанні нерівності $f(x)>0$ рівняння $f(x)=t$ можна розв'язувати на проміжку $0<t<1$, а потім рівняння $f(x)=1/b$ на відрізку $0<y<1$. Така фінітизація осі абсцис дозволяє побачити розв'язок на екрані дисплея, якщо прообраз має скінчену область, або його “ядро”, якщо він нескінчений. Можна і його фінітизувати якоюсь заміною, наприклад, замість x зображувати $\operatorname{arctg} x$.

Висновки. Узагальнений підхід практично потрібен, наприклад, для розшифровки фотознімків, зроблених з орбіти штучних супутників Землі та аерофотозйомки: відображенням є проектування (*проективне* відображення). Фактично, ми завжди робимо цей пошук, уявляючи об'єкт по його зображенню на екрані телевізора, на фото тощо. Тільки ми це робимо на **якісному** рівні, а в цій роботі ми виконуємо й кількісний аналіз, вказуючи прообраз кожної точки, яка помічена двома параметрами (t, y^0). Один з них – число t, а другий – точка на одиничній сфері у просторі Y. Фактично ми структуруємо за цей рахунок множину прообразів $x(t\cdot y^0)$ за даним образом $t\cdot y^0$. Це дає змогу при наявності неперервності оберненого перетворення $f^{-1}(x)$ застосовувати чисельні методи для пошуку розв'язків таких "нерівностей", отримавши сітку у множині прообразів X за вибраною сіткою у множині образів $Y=\{t\cdot y \mid t>0\}$. Для класичних нерівностей $f(x)>0$ це тільки число t, а точка – число +1; для нерівностей $f(x)<0$ точкою є число –1. Одинична *сфера* тут – кінці відрізка **[**–1; +1**]**. Для комплексно значної функції цією сферою є **коло** $|x|=1$. Для простору R^3 маємо власне сферу радіусу 1 з центром в т. O(0, 0, 0). Вектор y^0 можна задати у сферичних координатах (1, φ, θ).

Література

1. Ткаченко С.П., Філер З.Ю. Комплексні розв'язки квадратної нерівності // Математика в школі. – 2003. – № 2. – С. 47-49.

2. Ткаченко С.П., Філер З.Ю. Спосіб нев'язки (відхилу) розв'язування нерівності // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск 3: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2003. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 254-258.

3. Філер З.Ю., Ткаченко С.П. Від нерівностей до прообраза множини // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції "Україна наукова '2003". Т. 30. Технічні науки. Математика. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2003. – С. 44-47.

ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ МНОГОЧЛЕНІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КОМП'ЮТЕРНИХ ЗАСОБІВ

З.П. Халецька, Л.В. Ізюмченко
м. Кіровоград, Кіровоградський державний педагогічний
університет імені Володимира Винниченка
zoya.kh@mail.ru

У шкільному курсі математики учні вчаться розв'язувати квадратні рівняння з однією змінною чи такі, що до них зводяться, зокрема симетричні або такі, що мають раціональні корені. У курсі вищої математики після вивчення комплексних чисел та дій над ними з'являється можливість розв'язувати рівняння 3-го та 4-го степенів методами Кардано та Феррарі. Для рівнянь вищих степенів, як відомо, не існує загального алгоритму розв'язання. При вивченні розділу "Многочлени від однієї змінної над числовими полями" студент знайомиться з різними способами відшукання дійсних коренів, їх відокремленням та локалізацією, уточненням з потрібною точністю. Дана стаття має метою спробувати поєднати різноманітні підходи здійснення контролю знань студентів при вивченні теорії многочленів. Студентам пропонуються завдання, що охоплюють матеріал, лише частково розглянутий на лекціях та практичних заняттях, і приклади, які необхідно розв'язувати комп'ютерними засобами (наприклад, у середовищі електронних таблиць).

Пропонуємо варіант індивідуального завдання із зразком виконання.

1. Знайти границі дійсних коренів многочлена

$$f(x)=x^3+x^2-2x-1.$$

Розв'язання. Так як $|x| \le 1+\max\left|\frac{a_k}{a_0}\right|,\ k=\overline{1,n}$ і $\max\left|\frac{a_k}{a_0}\right|=2$, то $|x|\le 3$.

2. Використовуючи похідну, довести, що дійсні корені многочлена $f(x)=x^4-4x^3+7x^2-8x+3$ обмежені проміжком $0<x_i<3$.

Розв'язання. Якщо значення многочлена та його похідних: $f(a)>0$, $f'(a)\ge 0$, ..., $f^{(n)}(a)\ge 0$, то всі дійсні корені $x_i \le a$. Перевіримо верхню оцінку ($x_i<3$); для відшукання значення многочлена та його похідних скористаємось схемою Горнера:

	1	-4	7	-8	3	
3	1	-1	4	4	15	$f(3)=15>0$,
3	1	2	10	34		$\frac{f'(3)}{1!}=34>0$,
3	1	5	25			$\frac{f''(3)}{2!}=25>0$,
3	1	8				$\frac{f'''(3)}{3!}=8>0$,
3	1					$\frac{f^{(4)}(3)}{4!}=1>0$, $f^{(n)}(3)=0$, $n>4$.

Звідси маємо, що всі дійсні корені. Оскільки $x=3$ не є коренем, маємо, що $x_i<3$.

Для нижньої оцінки виконаємо заміну x на $-x$: $g(x)=$ $=f(-x)=x^4+4x^3+7x^2+8x+3$. Многочлен $g(x)$ не має додатних коренів, а тому многочлен $f(x)$ не має від'ємних коренів, отже $x_i>0$. Тому всі корені $x_i\in(0;\,3)$.

3. Скласти ряд Штурма і відділити дійсні корені многочлена $f(x)=x^4-4x^3+3x^2+2x-1$.

Розв'язання. Обчислимо похідну $f'(x)=4x^3-12x^2+6x+2$, тоді наступним многочленом Штурма є $f_1(x)=2x^3-6x^2+3x+1$. Так як $f(x)= f_1(x)\cdot\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\cdot\left(3x^2-6x+1\right)$, отримуємо $f_2(x)=3x^2-6x+1$. Продовжимо ділення: $f_1(x)= f_2(x)\cdot\left(\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}\right)-\frac{5}{3}(x-1)$, маємо: $f_3(x)=x-1$. Так як $f_2(x)=f_3(x)\cdot(3x-3)-2$, то $f_4(x)=1$. Ряд Штурма $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, $f_4(x)$. Оцінимо кількість змін знаків цих многочленів:

x	$f(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	W
$-\infty$	+	–	+	–	+	4
∞	+	+	+	+	+	0
-1	+	–	+	–	+	4
0	–	+	+	–	+	3
1	+	0	–	0	+	2
2	–	–	+	+	+	1
3	+	+	+	+	+	0

Так як $W(-\infty)-W(\infty)=4$, то є чотири дійсні корені, причому

$x_1 \in (-1;\,0)$, $x_2 \in (0;\,1)$, $x_3 \in (1;\,2)$, $x_4 \in (2;\,3)$.

4. Розв’язати рівняння $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 0$ способом Феррарі.

Розв’язання. Виділимо повний квадрат $(x^2)^2 - 2x^2 \cdot 2x = -3x^2 - 2x + 1$, а тоді $(x^2 - 2x + \lambda)^2 = (-3x^2 - 2x + 1) + (4x^2 + \lambda^2 + 2\lambda x^2 - 4\lambda x)$, або $(x^2 - 2x + \lambda)^2 = x^2(1 + 2\lambda) + x(-2 - 4\lambda) + (1 + \lambda^2)$ Права частина має бути квадратом двочлена, для чого дискримінант $\Delta = (-1 - 2\lambda)^2 - (1 + 2\lambda)(1 + \lambda^2) = 0$ – маємо кубічну резольвенту. Один з розв’язків $\lambda = 0$. Тоді рівняння набуває вигляду $(x^2 - 2x)^2 = x^2 - 2x + 1$, або $(x^2 - 2x)^2 = (x - 1)^2$, його коренями є $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

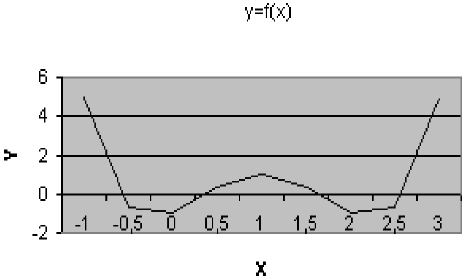
5. Реалізувати знаходження наближених коренів многочлена $f(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ та побудову графіка, використовуючи засоби комп’ютерної алгебри.

Розв’язання. Використаємо обчислювальні можливості електронних таблиць Excel, які дозволяють розв’язувати як прямі, так і обернені задачі: проводити дослідження області допустимих значень змінних, а також підбирати значення змінних для заданого значення многочлена.

Перший крок виконання завдання – введення значень змінних допустимого проміжку [–1; 3], який було знайдено методом Штурма в задачі 3, в деякий діапазон, (наприклад – A3:A11) з певним кроком (0,5). Для цього можна використати можливості автозаповнювання комірок: 1) в комірки A3, A4 вводимо відповідно числа: –1, –0,5; 2) виділяємо ці комірки і, сумістивши вказівку миші з маркером заповнення, “протягуємо” маркер до комірки A11. *Другий крок* – обчислення відповідних значень многочлена: 1) в комірку B3 вводимо формулу: =A3^4–4*A3^3+3*A3^2+2*A3–1, яка обчислює значення многочлена від значення комірки A3, тобто $f(-1)$ і натискуємо **Enter**; 2) копіюємо формулу комірки B3 в діапазон B3:B11. *Третій крок* – побудова наближеного графіка функції $f(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ за його значеннями на проміжку [–1; 3]. Для його виконання скористаємося майстром діаграм. Порядок побудови графіка: 1) виділяємо діапазон B3:B11; 2) виконуємо команди **Вставка, Диаграмма** або натискуємо кнопку на панелі інструментів **Мастер диаграмм;** 3) в діалоговому вікні **Мастер диаграмм (шаг 1 из 4)** вибираємо тип діаграми – **График;** 4) в діалоговому вікні **Мастер диаграмм (шаг 2 из 4)** вибираємо закладку **Ряд** і вводимо в поле **подписи на оси X** діапазон значень A3:A11; 5) в діалоговому вікні **Мастер диаграмм (шаг 3 из 4) в**водимо назву графіка і назви координатних осей. При переході до наступного вікна натискуємо кнопку **Далее**, а після останнього вікна – **Готово**.

X	**Y**
-1	5
-0,5	-0,6875
0	-1
0,5	0,3125
1	1
1,5	0,3125
2	-1
2,5	-0,6875
3	5

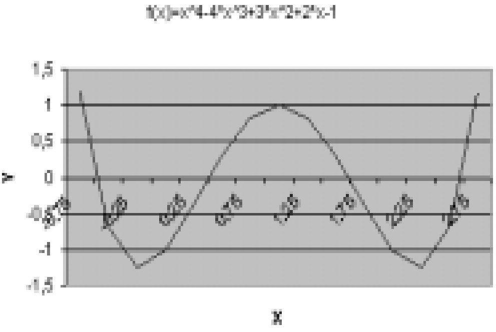
F(x)=x^4-4*x^3+3*x^2+2*x-1



Для точнішого зображення графіка функції іноді має сенс оцінити одержаний результат і виконати його побудову за зміненим проміжком.

В даному випадку треба виключити точки –1 та 3. Розглянемо проміжок [–0,75; 2,75] із кроком 0,25 та виконаємо аналогічні дії.

X	**Y**
-0,75	1,191406
-0,5	-0,6875
-0,25	-1,24609
0	-1
0,25	-0,37109
0,5	0,3125
0,75	0,816406
1	1
1,25	0,816406
1,5	0,3125
1,75	-0,37109
2	-1
2,25	-1,24609
2,5	-0,6875
2,75	1,191406



Знайдемо наближені значення коренів многочлена, використавши сервісну програму підбору параметру. Виберемо з табульованого проміжку точки, значення многочлена в яких близькі до нуля: –0,5; 0,5; 1,5; 2,5 та відповідні їм значення многочленів. Скопіюємо їх на вільне місце:

x_1	$f(x_1)$	x_2	$f(x_2)$	x_3	$f(x_3)$	x_4	$f(x_4)$
-0,5	-0,6875	0,5	0,3125	1,5	0,3125	2,5	-0,6875

При встановленні курсору в комірку, що містить значення многочлена, виконаємо команди: **Сервис**, **Подбор параметра.** З'явиться діалогове вікно, в якому задамо потрібне значення многочлена: 0. У полі "**Изменяя значение ячейки**" вказуємо адресу комірки, що містить значення точки, яка наближує корінь многочлена. Після натиснення **Ok** Excel розв'язує задачу підбору значення аргументу для заданого значення функції. У випадку успішного підбору виводиться вікно, в якому вказується результат – "**текущее значение**" многочлена для підібраного значення змінної. При натисненні **Ok** підібране значення – наближений корінь – зберігається в комірці аргументу. При натисненні кнопки **Отмена** відбувається відновлення значення аргументу. При неуспішному завершенні підбору параметру видається відповідне повідомлення про неможливість підбору аргументу. Виконаємо операцію підбору параметра для кожного з чотирьох коренів.

x_1	$f(x_1)$	x_2	$f(x_2)$
-0,61798	-0,00038	0,382027	0,000169
x_3	$f(x_3)$	x_4	$f(x_4)$
1,617821	0,000587	2,618036	1,24E-05

Таким чином, ми одержали наближені значення коренів многочлена: –0,61798; 0,382027; 1,617821; 2,618036.

Виконану роботу студент має захистити в строки, визначені графіком учбового процесу. Захист передбачає знання студентом відповідного теоретичного матеріалу, практичні навички розв'язання типових прикладів, уміння застосовувати комп'ютерні засоби. П'яте завдання студент може виконувати, застосовуючи довільний програмний пакет, який має відповідні математичні можливості.

Виконання індивідуальних завдань дозволяє систематизувати знання з теми та привчає студентів до використання комп'ютера з метою оцінки аналітичних результатів, знаходження і перевірки висунутої гіпотези.

ІЗ ДОСВІДУ ВИКЛАДАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В ПОЖЕЖНО-ТЕХНІЧНОМУ ВНЗ

І.П. Частоколенко, О.М. Моргун
м. Черкаси, Черкаський інститут пожежної безпеки
ім. Героїв Чорнобиля
an_m@ukr.net

Специфіка навчального контингенту пожежно-технічного ВНЗ, орієнтованого на надзвичайно високу значимість виключно практичних вмінь та навичок, вимагає підвищеної уваги до актуалізації знань з дисциплін теоретичного спрямування, в тому числі і з вищої математики.

Характер практичної діяльності керівного складу та оперативного персоналу пожежно-рятувальної служби вимагає наявності навичок до аналізу та ідентифікації типових ситуацій в обмежені проміжки часу. За таких умов зростає роль загального професійного світогляду, вміння користуватись інструкціями, нормативними документами, довідниковими даними, тобто всього того, що ми відносимо до алгоритмічного стилю діяльності.

Враховуючи зазначене, наш курс вищої математики має чітко виражену інженерно-практичну орієнтацію, постійно спрямований на підтримку актуальності розв’язуваних задач, а також несе серйозне виховне навантаження. Такі його ознаки досягаються за рахунок наступних факторів:

– насиченість спеціально підібраними прикладами застосування тих чи інших математичних методів для розв’язування практичних задач пожежно-рятувальної служби;

– наявність нетрадиційного розділу, в якому цілеспрямовано розглядаються математичні моделі пожежно-технічного характеру, а також розв’язуються відповідні задачі на їх застосування;

– чітко визначене коло розв’язуваних задач, класифікація, а також алгоритмізація методів їх розв’язування;

– надання порівняно підвищеного значення веденню конспектів занять;

– застосування специфічних методик контролю знань.

Найбільше навантаження з розглянутих позицій мають ті розділи вищої математики, в яких розглядаються методи інтегрування, в тому числі, звичайних диференціальних рівнянь і рівнянь в частинних похідних. Не останнє місце посідають тут і розділи теорії ймовірностей та математичної статистики.

Запозичені із літератури [1–4] прості приклади застосування математичних методів пропонуються курсантам під час лекцій і в більшості своїй ставлять метою продемонструвати шляхи отримання тих чи інших розрахункових формул конкретних прикладних задач. Вони охоплюють практично всі сторони багатогранної діяльності пожежно-рятувальної служби і включають:

☐ класичну задачу про радіоактивний розпад;

☐ елементарну модель розповсюдження пожежі, яка враховує кількість високотемпературних точок в необмеженому об’ємі;

☐ закони руху найпростішого механічного пристрою для перекачування рідини;

☐ хід хімічних реакцій, в тому числі першого порядку;

☐ розрахунок теплоізоляції трубопроводу;

☐ побудову моделі електричного кола змінного струму з метою продемонструвати різке збільшення величини струму в момент вмикання;

☐ процеси витікання рідини із ємностей та посудин різної форми;

☐ приток води до вертикальної свердловини із водоносного шару та ґрунтових вод;

☐ оцінку ефективності протипожежної пропаганди тощо.

Особливо цікавим є приклад статистичної моделі процесу функціонування окремого пожежного підрозділу, за допомогою якої можна визначати ймовірності перебування підрозділу у стані чергування або в режимі бойової роботи і таким шляхом планувати необхідну їх кількість [5].

Більш складні математичні моделі пожежно-технічного спрямування, зокрема, пов’язані з використанням диференціальних рівнянь в частинних похідних, розглядаються в спеціальному розділі курсу “Елементи математичного моделювання”, який завершує вивчення дисципліни. Основним його змістом є матеріал, який традиційно стосується рівнянь математичної фізики (рівняння теплопровідності та рівняння механічних коливань).

Наведені особливості викладання математичних знань не порушують класичного змісту дисципліни для інженерно-технічних спеціальностей і, разом з тим, суттєво сприяють їх актуалізації.

Надзвичайно важливим є чітке окреслення кола розв'язуваних задач, класифікація, а також алгоритмізація методів їх розв'язування. Це виховує здатність до виявлення типових ситуацій, вміння оперативно в них орієнтуватись і приймати адекватні ефективні рішення.

Зокрема, в розділі "Звичайні диференціальні рівняння" виділено таки теми в порядку їх ускладнення:

- ☐ найпростіші диференціальні рівняння (ДР) першого порядку (ДР, які допускають безпосереднє інтегрування, лінійні однорідні ДР та ДР з відокремлюваними змінними);
- ☐ окремі випадки ДР першого порядку (однорідні ДР, лінійні неоднорідні ДР, ДР Бернуллі, рівняння в повних диференціалах і два основних випадки пошуку інтегруючого множника);
- ☐ найпростіші ДР другого порядку (ДР, які допускають послідовне інтегрування, а також зниження порядку);
- ☐ лінійні ДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами (однорідні та неоднорідні);
- ☐ лінійні ДР другого порядку зі змінними коефіцієнтами (однорідні та неоднорідні).

По кожному з указаних різновидів ДР дається теоретичне обґрунтування методу розв'язування, після чого на цій базі пропонується алгоритм розв'язування.

Для прикладу наведемо методику розв'язування ДР з відокремлюваними змінними у тому вигляді, як це представлено в класичному підручнику [1].

Спочатку розглядається ДР виду $\frac{dy}{dx} = f_1(x) \cdot f_2(x)$, в якому права частина являє собою добуток функції, яка залежить тільки від x, на функцію, яка залежить тільки від y. Припускаючи, що $f_2(x) \neq 0$, отримуємо: $\frac{dy}{f_2(x)} = f_1(x) \cdot dx$. ДР у такому вигляді називається ДР з відокремленими змінними. Метод його розв'язування визначається виразом $\int \frac{dy}{f_2(x)} = \int f_1(x) \cdot dx + C$. Далі розглядається ДР з відокремленими змінними виду $M(x)\cdot dx+N(y)\cdot dy=0$, розв'язок якого пропонується записувати у вигляді $\int M(x)\cdot dx+\int N(y)\cdot dy=C$. У випадку ДР виду $M_1(x)\cdot N_1(y)\cdot dx+M_2(x)\cdot N_2(y)\cdot dy=0$, яке називається ДР з відокремлюваними змінними, спочатку пропонується виконати відокремлення змінних шляхом ділення обох його частин на вираз $N_1(y)\cdot M_2(x)$. При цьому отримується рівняння $\frac{M_1(x)}{M_2(x)}\cdot dx+\frac{N_2(y)}{N_1(y)}\cdot dy=0$, яке має вигляд попереднього і відповідно до цього і розв'язується.

Привертає до себе увагу детальність та порівняно велика кількість варіантів розв'язування. Аналогічна методика пропонується і в [3]. В нашому випадку за основу взято єдиний варіант, а процес розв'язування подається у вигляді алгоритму:

- ☐ шляхом тотожних алгебраїчних перетворень представити дане ДР у стандартному вигляді $y'=f_1(x)\cdot f_2(y)$;
- ☐ якщо виконати попередній пункт не вдається, то вважати застосування методу відокремлення змінних неможливим;
- ☐ обчислити інтеграли $I_1(x)=\int f_1(x)\cdot dx$ і $I_2(x)=\int \frac{dy}{f_2(y)}$;
- ☐ записати загальний розв'язок у вигляді $I_2(x)=I_1(x)+C$ і провести для нього спрощуючі перетворення.

Контроль знань з вищої математики передбачений у вигляді поточного оцінювання та семестрових іспитів. В обох випадках вважається доцільним використання виключно письмової форми. Розглянемо особливості її реалізації.

Як показує досвід, усне відтворення означень, теорем та правил у переважній більшості випадків демонструє лише тільки механічне запам'ятовування без глибокого розуміння змісту і зовсім не означає наявності вміння їх практично застосовувати. Крім того, майбутній характер діяльності працівників пожежно-рятувальної служби не передбачає оперування математичною термінологією. Отже, немає сенсу непродуктивно витрачати час самопідготовки та практичних занять. Краще присвятити його розв'язуванню задач.

Логіка попереднього тезису вимагає дозволу у використанні конспектів та інших довідкових матеріалів під час проведення контролю знань. Це сприяє виробленню навичок оперативного пошуку потрібної інформації в умовах обмеженого часу. Курсанти починають не тільки розуміти, але й відчувати необхідність на достатньому рівні орієнтуватись у змісті власних робочих матеріалів та у послідовності розташування тем в ньому. Важливо також те, що вони самостійно приходять до висновку про доцільність підтримки своїх робочих матеріалів у належному якісному стані. Зазначені фактори дисциплінують і сприяють розширенню математичного та професійного світогляду курсантів.

За указаних умов специфіка проведення лекцій полягає у створенні умов для ретельного конспектування. При цьому задача лектора ускладнена тим, що він повинен особливо виважено підійти до відбору матеріалу. Лекційний матеріал повинен бути професійно актуальним, працювати на створення загального світогляду з дисципліни, а також бути абсолютно доступним для аудиторії. Звичайно, на інтелектуальну зацікавленість сподіватись важко, але достатнім стимулом для ефективної роботи курсантів під час лекції є майбутня можливість скористуватись створюваним конспектом під час контролю знань. При цьому рівень оцінки має безпосередньо залежати від якості конспекту. Все сказане в рівній мірі слід віднести і до конспектів, створюваних під час практичних занять, коли викладач формулює алгоритми розв’язування типових задач і демонструє їх на конкретних прикладах.

Поточне оцінювання доцільно здійснювати шляхом розв’язування задач за індивідуальними варіантами у вигляді невеличких (протягом 20–30 хвилин) письмових робіт. В залежності від навчальної ситуації, такий масовий контроль знань можна проводити або безпосередньо після вивчення теми в кінці даного заняття, або на початку наступного. Звичайно, при цьому значно зростає обсяг перевірки, але додаткові втрати часу компенсуються суттєвим зменшенням необхідності в консультуванні, а також професійним задоволенням від наявності абсолютно достовірних даних про рівень знань кожного з курсантів і від досягнення абсолютно масової роботи в аудиторії.

Як уже згадувалось, іспит з вищої математики теж доцільно проводити у письмовій формі за декількома варіантами. При цьому надання курсантам можливості користуватись власними конспектами сприяє створенню доброзичливої атмосфери, виключає необ'єктивне ставлення до них з боку екзаменаторів. Відповіді на теоретичні питання, представлені у варіантах, є своєрідною перепусткою на іспит. Наявність якісних відповідей на теоретичні питання свідчить про сумлінну роботу курсанта на протязі семестру і є доказом (але не гарантією) його прав як на продовження іспиту, так і на позитивну оцінку. Відсутність відповідей на теоретичні питання виключає подальшу участь курсанта в іспиті. Остаточне ж оцінювання реальних знань курсанта здійснюється виключне за наслідками розв'язування ним практичних завдань варіанту письмової роботи.

Як не дивно, але надання можливості користуватись конспектами під час іспиту не приводить до зниження кількості негативних оцінок. Це пояснюється тим, що оцінювання знань переходить в іншу площину, що проявляється у зміні характеру типових помилок. Основні серед них такі: низька якість відповідей на теоретичні питання, що пов'язано з низькою якістю конспекту, неправильна ідентифікація розв'язуваної задачі і, як наслідок, вибір невідповідного алгоритму її розв'язування, невміння довести виконання алгоритму розв'язування до кінця, помилки через незосередженість та неуважність в процесі виконання проміжних обчислювальних операцій тощо. Зрозуміло, що робота курсанта з усунення помилок відміченого характеру сприяє не тільки підвищенню рівня його математичних знань. Вона несе ще й виховне навантаження, оскільки знаходиться в руслі зростання його професійної майстерності.

Література

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. – Т.2. – М.: Наука, 1985.
2. Баврин И.И. Высшая математика. – М.: Просвещение, 1980.
3. Шкиль Н.И., Колесник Т.В. Высшая математика. – К.: Вища школа, 1986.
4. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. – М.: Наука, 1987.
5. Брушлинский Н.Н. Системный анализ деятельности Государственной противопожарной службы. Учебник. – М.: МИПБ МВД России, 1998.

РОЗВИТОК КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛІ

І.Є. Шверненко
м. Кіровоград, Кіровоградська державна гімназія №9

Міністр освіти і науки України Василь Кремінь, розмірковуючи про філософію освіти XXI століття, зазначив, що необхідно “забезпечити умова для повноцінного розвитку особистості, формування в неї творчого критичного мислення” [1]. Іншими словами, повноцінний розвиток особистості неможливий без формування творчого критичного мислення. Мур і Паркер характеризують критичне мислення як “ретельне обмірковане, виважене рішення стосовно будь-якого судження :чи повинні ми його прийняти, відкинути або ж відкласти, і степінь впевненості, з якою ми це робимо” [2].

Постає питання: як перетворити визначення критичного мислення в щоденну практику? Мова йде про розробку методичної системи, виконання якого виховує критичне мислення.

Методична система має бути впорядкованою, щоб учні могли послідовно підійти до розуміння процесу формування відповідних навичок та їх застосування.

Вона також має бути самоочевидною, щоб учні могли дізнатися, на якому рівні вони знаходяться щодо власного мислення, щоб вести та скеровувати цей процес, навчаючись самостійно.

Які ж ознаки критичного мислення повинні зберігатися при конструюванні навчального процесу?

По-перше, *самостійність мислення*. Коли заняття основується на принципах критичного мислення, кожен формулює свої ідеї, оцінки, переконання незалежно від інших. Тобто, мислення повинно носити індивідуальний характер. Це зовсім не означає, що цей процес має бути абсолютно оригінальним: ми можемо прийняти ідею чи переконання іншої людини як свої власні. Нам навіть приємно погоджуватись з чужою думкою – це ніби підтверджує нашу правоту. Але головне – кожен при цьому вирішує сам, що йому думати.

По-друге, *сприйняття інформації*. Фактичні знання створюють мотивацію, без якої неможливо критично мислити. Щоб виробити думку, необхідно сприйняти багато фактів, ідей, текстів, теорій. Цей процес базується на запам'ятовуванні і розумінні, важливість яких завжди ставилась на перше місце в традиційному навчанні. Викладацька робота не зводиться тільки до навчання критичному мисленню. Ми навчаємо своїх учнів сприймати найскладніші поняття і утримувати в пам'яті різноманітні відомості. В своїй пізнавальній діяльності учні критично обмірковують кожен новий факт. Саме це перетворює традиційний процес пізнання на індивідуальний, осмислений, неперервний і продуктивний процес.

Критичне мислення починається з *постановки питань і усвідомлення проблеми*, яку необхідно розв'язати. Це третя ознака критичного мислення. Справжній пізнавальний процес на будь-якому його етапі характеризується намаганням того, хто пізнає, розв'язати проблеми і відповісти на питання, які виникають з його власних інтересів та потреб. Сучасна українська педагогіка виділяє "олюднення знань" як основне завдання освіти. Цієї ж думки притримується і бразильський педагог Пауло Фрейре, автор концепції "звільнюючої педагогіки". Він вважає, що навчання проходить ефективніше, коли учні формулюють проблеми на основі власного життєвого досвіду.

Уся складність навчання критичному мисленню полягає в тому, щоб допомогти учням побачити нескінченне різноманіття оточуючих нас питань. Тобто, готуючись до уроку, педагог повинен визначити коло проблем, що стоять перед учнями, а потім, коли учні будуть до цього готові, допомогти їм сформулювати ці проблеми самостійно. Завдяки критичному мисленню навчання з рутинного заучування, перетворюється на цілеспрямовану, змістовну діяльність, в ході якої учні виконують реальну інтелектуальну роботу і розв'язують реальні проблеми.

Четверта ознака критичного мислення – *прагнення до переконливої аргументації*.

Критично мисляча людина знаходить власне рішення проблеми і підтверджує це рішення обґрунтованими доводами. Вона також усвідомлює, що можливі інші рішення тієї ж проблеми, і намагається довести, що обране ним рішення логічніше і раціональніше ніж інші.

Кожна аргументація містить в собі три основні елементи. Тезис (твердження, основна ідея) – це головний зміст аргументації. Тезис підтверджують рядом доводів. Кожен з доводів, в свою чергу, підкріплюється доказами. В якості доказів можуть використовуватись статистичні данні, цитати з тексту, особистий досвід тощо. Під усіма названими елементами аргументації – тезисом, доводами і доказами – лежить четвертий елемент: підґрунтя. Підґрунтя – це якась загальна ідея, точка відліку для виникнення тезису.

Аргументація виграє, якщо враховує існування можливих контраргументів, які або піддаються сумніву, або визначаються за припустимі. Визнання інших точок зору тільки підсилює аргументацію. Якщо критично мисляча людина має сильні аргументи, то вона здатна протистояти навіть таким авторитетам, як друковане слово, сила традиції і думка більшості, такою людиною практично неможливо маніпулювати.

І останнє, критичне мислення є *мислення соціальне*. Філософ Ханна Арендт стверджує, що досконалості можливо досягнути лише в чиїйсь присутності. Думки стають чіткіше і відшліфованіше, якщо ними діляться з іншими.

Коли ми читаємо, обговорюємо, заперечуємо чи обмінюємося переконаннями з іншими людьми, ми уточнюємо та поглиблюємо свою власну позицію. Тому вчителі, що працюють в руслі критичного мислення, завжди намагаються використовувати на своїх заняттях різні види парної та групової роботи, приділяють багато уваги виробленню якостей, що необхідні для продуктивного обміну думкам: толерантності, умінню слухати інших, відповідальності за власну точку зору. Таким чином педагогам вдається наблизити навчальний процес до реального життя, яке тече за стінами класної кімнати.

Будь-яка педагогічна діяльність напрямлена на побудову ідеального суспільства, і в цьому сенсі навіть один шкільний клас, навчений основам критичного мислення, є кроком в напрямку досягнення великої мети. Тому ми постійно намагаємось перейти від традиційної педагогіки, від навчання “за програмою” до педагогіки прогресивної, що задовольняє потреби моїх учнів і нашого суспільства.

Розглянемо структуру уроків критичного мислення на прикладі проведення уроків математики.

1. **Розминка** – урок починається з розминки, яка замінює так звані організаційні моменти класичного уроку. Головна функція розминки – створення сприятливого психологічного клімату для творчого розвитку особистості на уроці.

Приклад: Народна мудрість стверджує, що “не існує не талановитих людей, а є ті, які ...” Спробуйте закінчити народну мудрість.

(Робота в парах, запис варіантів закінчення на дошці).

Висновок: Народна мудрість стверджує: Не існує не талановитих людей, а є ті, які займаються не своєю справою. Упевнена, що наш урок на тему “Правильні многокутники” допоможе кожному розкрити свої таланти.

Приклад: Чи часто в житті ми виконуємо дії обернені до тих, що ми робили спочатку? Чи буває в житті такі ситуації, коли ми щось зробили, а потім вирішили повернути все на свої місця? Наведіть приклади на підтвердження своєї думки (“Мікрофон”). А в математиці ми з вами зустрічались з діями оберненими один до одного? (вислуховуємо бажаючих відповісти).

Сьогодні наш урок присвячений математичній операції обернений до множення многочлена на многочлен – розкладання многочлена на множники.

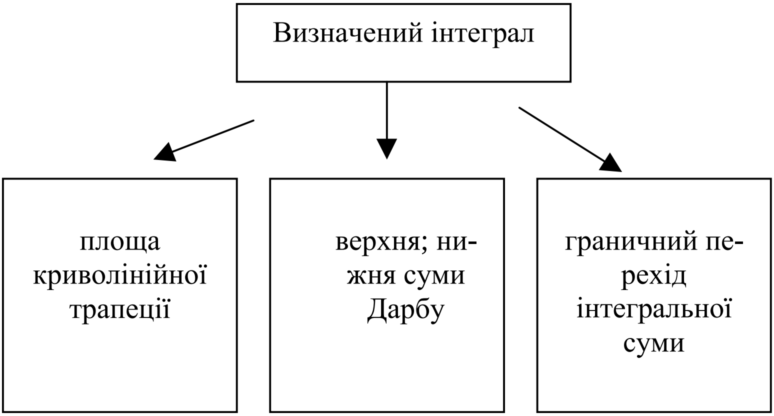
2. **Обґрунтування навчання** – знання має цінність лише тоді, коли воно використовується на практиці, та усвідомлюється теоретично. Майбутнє викривається дітям, які критично перевіряють інформацію та вибудовують свої особисті реальності. Отже, кожна тема уроку має бути обґрунтованою.

3. **Актуалізація**. На цьому стані учні активно пригадують, що вони знають із цієї теми. Учні встановлюють рівень власних знань з предмета, до якого можуть додати нові знання. Інформація, яку учні не пов’язують з уже відомою, втрачається дуже швидко, те, що людина знає, визначає те, про що вона може дізнатися. Навчання – це активна цілеспрямована діяльність.

Приклад. Тема: “Формула Ньютона-Лейбніца”. Актуалізація знань про визначений інтеграл. Методика-складання “асоціативного куща” (“асоціативних схем”).

Які асоціації викликають у вас слова: **“Визначений інтеграл”**?

На дошці малюємо асоціативний кущ із слів учнів:



Спочатку це може бути одне слово (“трапеція така, крива”), яке розкручується вчителем у більш значущу фразу, яка записується на дошку у кущ. Потім хто-небудь з учнів з учнів (по бажанню) всі відомості з даної теми підсумує, використовуючи схему на дошці.

<u>Приклад.</u> Тема: “Розкладання многочлена на множники”. Актуалізація знань про дії, які ми вміємо виконувати з многочленами.

На дошці – розв’язаний приклад. Завдання – визначити, яка дія виконана, пригадати правило.

$(a-x)(b+y)=ab-bx+ay-xy$ – множення многочлена на многочлен

$7a(2x-3y)=14ax-21ay$ – множення многочлена на одночлен

і т. п.

4. **Усвідомлення змісту**. На даному етапі учень знайомиться з новою інформацією. Методика критичного мислення передбачає, що на цьому етапі вчитель має найменший вплив на учня. Учень самостійно отримує та аналізує інформацію перевіряє своє особисте розуміння цій інформації.

При викладанні математики, напевне, важко повністю дотриматись вимог до цього етапу, але деякі його елементи можна ефективно використовувати.

<u>Наприклад:</u> Тема “Методи розв’язування показникових нерівностей (10 кл.). Групам учнів роздають аркуші де уже

розв’язані показникові нерівності: I групі – $6^{x^2+2x} > 6^3\left(\frac{1}{4}\right)^4$, II групі – $e^x < \frac{1}{16}$, III групі – $\left(\frac{1}{9}\right)^x - \frac{2}{3^{x+1}} + 3 < 0$, IV групі – $2^{x^2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2z-3}$.

Завдання: відновити послідовність думок, що привели до цього розв’язання. Через 5-7 хв. Обговорення в групах до дошки по черзі виходять представники груп і розповідають про свій варіант розв’язку.

Після цього, за допомогою вчителя робиться узагальнення про методи розв’язування нерівностей вигляду: $a^x \geq b$, $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$. Евристичними методами знаходяться алгоритми.

Наприклад. Одне і теж теоретичне питання розглядається кожною групою за різними підручниками. Потім його висвітлює представник однієї з груп (за основним підручником). Інші групи доповнюють те, що не було висвітлене. Робиться висновок, в якому з підручників краще подано дану тему.

5. **Рефлексія.** Учень висловлює своїми словами певну думку. Він стає власником ідеї, коли висловлює своїми словами. Відбувається обмін думками. Мислити критично легше в атмосфері демократичності. У такій атмосфері розквітає розмаїття поглядів, в такій атмосфері приймаються правильні рішення.

Цей етап дуже важливий, бо дає можливість спонукати педагога і учнів замислюватись над підвищенням якості своєї роботи, визначити рівень можливостей учнів, показати учням і педагогу ступінь досягнення результатів знань, визначити, хто з учнів має одержати заохочення, дати учням мотивацію до навчання і отримання знань.

Прикладами прийомів оцінювання можуть бути: тест, експрес-опитування, розширення опитувань, контрольна вправа, спостереження, самооцінка, методика “дельта-плюс”.

Використання тієї чи іншої методики або технології не повинно ставати самоціллю. Їх можна використовувати частково, інтерпретувати по відношенню до умов даної теми, даного класу, тощо. Головне пам’ятати, що до нового звикають поступово, швидких плодів у педагогічній діяльності майже не буває, але наполеглива і творча праця вчителя зобов'язує захопить учня, спонукає його до особистого розвитку.

Література:

1. Кремінь В. Філософія освіти XXI століття. // Урядовий кур'єр. – 06.02.2003 р.

2. Клустер Д. Критическое мышление. // Відкритий урок. – 2003. – №17-18.

3. Красовицький М., Белкіна О. Проблеми виховання критичного мислення в контексті теорії і практики американської школи. // Рідна школа. – 2003. – №2.

ЗМІСТ І ЗАСОБИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ВНЗ І-ІІ РІВНІВ АКРЕДИТАЦІЇ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНОГО ПРОФІЛЮ

В.О. Швець[1], Г.І. Білянін[2]
[1] м. Київ, Національний педагогічний університет
ім. М.П. Драгоманова
[2] м. Чернівці, Буковинський державний фінансово-економічний інститут
viktor.burachek@mail.ru

За роки незалежності в Україні відповідно до соціально-економічних умов, потреб держави і забезпечення можливостей для духовного, інтелектуального, фізичного розвитку громадян визначилися основні напрямки функціонування системи підготовки молодших спеціалістів.

Міністерство освіти, центральні органи виконавчої влади, яким підпорядковані вищі навчальні заклади І-ІІ рівнів акредитації, скерували свою діяльність на реалізацію Указу Президента України "Про основні напрямки реформування вищої освіти в Україні", постанов і розпоряджень Кабінету Міністрів України, власних рішень за умов реформування підготовки фахівців відповідно до вимог ринкової економіки [1].

На сьогоднішній день здійснено реформування мережі вищих навчальних закладів І-ІІ рівнів акредитації та переглянуто існуючі і введено нові спеціальності для підготовки молодших спеціалістів, що забезпечують функціонування інституцій ринкової економіки, а саме: фінанси; банківська справа; економіка підприємств; економічна статистика; бухгалтерський облік; біржова діяльність; організація виробництва; організація обслуговування населення; організація обслуговування на транспорті і т.д.

Паралельно з цим, створено певні умови для реалізації безперервної ступеневої вищої освіти за інтегрованими програмами підготовки молодших спеціалістів, бакалаврів, спеціалістів у системі багатоступеневих вузів або навчальних та навчально-виховних комплексів, що дозволяє скоротити загальний термін навчання випускників технікумів та училищ.

До такої категорії вузів належить Буковинський державний фінансово-економічний інститут, який проводить підготовку фахівців за спеціальностями: державні фінанси; банківська справа; податкова справа; казначейська справа; митна справа; облік і аудит; бухгалтерський облік; економіка підприємств.

Його структура:

- **I ступінь** – готує молодших спеціалістів. Набір проводиться серед випускників 9 класів ЗНЗ, ліцеїв, гімназій. Навчання – три роки^ 0-ий; 1-ий; 2-ий курси.
- **II ступінь –** готує бакалаврів. Набір проводиться серед:

а) випускників факультету молодшого спеціаліста, навчання 2 роки – 3-ій; 4-ий курси;

б) випускників ЗНЗ, ліцеїв, гімназій та інших шкіл, які дають повну середню освіту. Навчання 4 роки – 1-4-ий курси.

- **III ступінь –** готує спеціалістів. Набір проводиться серед бакалаврів, навчання 1 рік – 5-ий курс.

До фундаментальних дисциплін математичного циклу, згідно державних стандартів, на різних ступенях підготовки спеціалістів віднесено: 0 курс – математика; 1 курс – вища математика (216 год., з них 105 аудиторних); 2 курс – теорія ймовірностей і математична статистика (I семестр, 108 год., з них 72 аудиторних), математичне програмування (II семестр, 108 год., з них 54 аудиторних); 3 курс – економетрія (I семестр, 81 год., з них 54 аудиторних). Детальніше зупинимось на курсі математика нульового курсу.

Основним завданням навчання математики у вищих навчальних закладах I-II рівня акредитації, які здійснюють підготовку зі спеціальностей фінансово-економічного напрямку на основі базової загальної середньої освіти, є забезпечення середньої освіти, належного рівня математичної культури, необхідних для повноцінної участі в повсякденному житті, продовження освіти. Роль математики на сучасному етапі розвитку суспільства помітно зростає. Це стосується і фінансово-економічної діяльності. Для підготовки повноцінних молодших спеціалістів такого профілю математика – базова дисципліна. Вона – основа для успішного вивчення і засвоєння багатьох спеціальних дисциплін у галузі мікро- і макроекономіки, фінансів, для побудови математичних моделей економічних процесів з подальшим їх вивченням за допомогою персональних комп’ютерів, для складання й оцінки прогнозів у галузі маркетингу та ринкової діяльності підприємств тощо.

Програма [2] складена у відповідності до вимог державного стандарту освітньої галузі “Математика” (Проект), проекту програм для вищих навчальних закладів І-ІІ рівнів акредитації, інших державних нормативних документів. Вона рекомендована Міністерством освіти і науки України (лист Міністерства освіти і науки України №14/18.2 – 1471 від 12.07.2002 р.) для фінансово-економічних коледжів та всіх інших, у яких здобуваються вказані вище спеціальності.

У ній передбачена рівнева диференціація. Вона стосується як змісту освіти, так і вимог до його засвоєння. У змісті виділені навчальні модулі, теми, що дає змогу запроваджувати модульно-рейтингову систему навчання студентів. Теми, які вивчаються оглядово, позначені значком *). Розширення змісту відбувається за рахунок питань, які виділені квадратними дужками. Рівнів вимог до засвоєння змісту виділено два: рівень А (мінімальний, обов’язковий) і рівень Б (базовий, підвищений).

У програму(таблиця 1) включено весь матеріал з алгебри та початків аналізу і геометрії за 10-11 класи, крім початків теорії ймовірностей і вступу до статистики, які студенти вивчатимуть в окремих курсах, названих вище, – пізніше, а також матеріал, вивчення якого є необхідним для засвоєння спецпредметів.

Таблиця 1. Орієнтовна сітка годин

Розділ математики	Кількість годин		
	Всього	Аудиторних	Самостійна робота
Модуль І. Основні математичні поняття.	24	20	4
Модуль ІІ. Функціональна залежність між величинами. Елементарні функції, їхні властивості і графіки.	46	40	6
Модуль ІІІ. Рівняння, нерівності, системи.	44	38	6
Модуль IV. Прямі та площини в просторі. Вектори і координати.	28	24	4

Розділ математики	Кількість годин		
	Всього	Аудиторних	Самостійна робота
Модуль V. Диференціальне числення.	42	36	6
Модуль VI. Інтегральне числення.	35	28	7
Модуль VII. Геометричні тіла та поверхні, їх об’єми та площі.	31	26	5
Всього:	250	212	38

Орієнтовна сітка годин передбачає вивчення математики (всього 250 год., з них 240 аудиторних і 10 на самостійне вивчення) за 38 робочих тижнів (1 рік) по 6 годин на тиждень (3 пари).

Самостійна робота студентів запланована в обсязі 10% від загальної кількості годин і має бути спрямована на вдосконалення вмінь і навичок студентів творчого розв’язання нестандартних математичних та прикладних задач.

Відповідно до зазначеної вище програми було написано посібник “Математика” [3] та “Дидактичні матеріали з математики” [4], теж рекомендовані Міністерством освіти і науки України (відповідно листи Міністерства освіти і науки України №2 – 749 від 21 квітня 2003 р. та №14/18.2 – 1203 від 09.07.03 р.).

В посібнику враховані вимоги державних загальноосвітніх стандартів в області математики, наступність по відношенню до базової освіти загальноосвітньої школи та включено всі розділи математики загальної середньої освіти а також ті, які потрібні для засвоєння студентами фахових дисциплін, а саме (таблиця 1):

Модуль I. “Основні математичні поняття”: Множини і операції над ними. Елементи математичної логіки. Множина дійсних чисел. Множина комплексних чисел.

Модуль II. “Функціональна залежність між величинами. Елементарні функції, їх властивості і графіки”: Поняття функції, числові функції. Способи задання функцій, властивості. Послідовність. Границя послідовності. Границя функції. Неперервність. Графік функції. Степені і логарифми. Показникова, логарифмічна, степенева функції. Тригонометричні функції.

Модуль III. “Рівняння, нерівності, системи”: Алгебраїчні рівняння. Алгебраїчні нерівності та системи рівнянь і нерівностей. Трансцендентні рівняння. Трансцендентні нерівності і системи рівнянь.

Модуль IV. “Прямі та площини в просторі. Вектори і координати”: Вступ до стереометрії. Паралельність прямих і площин в просторі. Перпендикулярність прямих і площин. Координати і вектори в просторі.

Модуль V. “Диференціальне числення”: Похідна. Правила знаходження похідних. Застосування похідної.

Модуль VI. “Інтегральне числення”: Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл та його властивості.

Модуль VII. “Геометричні тіла та їх поверхні. Об’єми та площі”: Многогранники. Тіла обертання. Об’єми многогранників. Об’єми і поверхні тіл обертання.

У зв’язку з постійним реформуванням загальноосвітніх шкіл, середніх спеціальних навчальних закладів, коледжів та вузів І-ІІ рівня акредитації ***зміст і методика*** вивчення всього навчального матеріалу в підручнику зазнали значної переробки в порівнянні з тими, які видані раніше в напрямку більшої доступності і посилення прикладного характеру курсу математики. Щодо останнього, то автори керувались *принципом – підвищити рівень фундаментальної математичної підготовки студентів з демонстрацією використання математичних знань у фінансово-економічній діяльності та в їх необхідності для засвоєння фахових дисциплін.*

Рівнів вимог до засвоєння змісту виділено два: рівень **А** (мінімальний, обов’язковий) і рівень **Б**(базовий, підвищений). Всюди у підручнику, де це можливо, дається геометричний та економічний зміст математичних понять (наприклад, функціональної залежності, рівнянь, нерівностей, систем, похідної, інтегралу і т.і.), та розглядаються прості вправи застосування математики в фінансово-економічній діяльності. Такі приклади розраховані на рівень підготовки студентів 1-го курсу і практично майже не потребують додаткової економічної інформації.

Паралельно із викладом теоретичного матеріалу ведеться розбір великої кількості задач і вправ. У кінці кожного параграфу приводяться питання для контролю і вправи для самостійної роботи студентів, відповіді до яких поміщено в кінці підручника.

Практично зроблена спроба об’єднати в одній книзі підручник і короткий практикум з розв’язування задач.

При такій побудові книги *значно більша увага, ніж в шкільних підручниках, приділяється доведенням тверджень, методам розв’язування задач.* Для кращого засвоєння навчального матеріалу пропонуються алгоритми, правила-орієнтири розв’язання певного масиву вправ. Підхід до розгляду деяких теоретичних питань, які зустрічаються в шкільній програмі, використовується інший, більш прикладного характеру. Це стосується обчислення об’ємів многогранників та тіл обертання, їх площ поверхонь, які розглядаються через використання визначених інтегралів, та деякі інші.

Дидактичні матеріали [4] призначені для організації самостійної роботи студентів, для здійснення контролю за рівнем засвоєння ними програмового матеріалу, умінь та навичок. Посібник містить поточні самостійні роботи (скорочене позначення – буква **С** із номером роботи через тире) та контрольні роботи (скорочене позначення – **К-номер**) за модулями, які передбачені програмою. Якщо програмою рекомендовано завершення модуля провести у вигляді усного заліку, то контрольна робота не пропонується. При цьому залікові запитання та завдання не формулюються, так як вони є в підручнику. Поточні самостійні роботи складено до всіх параграфів підручника у шести варіантах(скорочене позначення – **В-номер**).

Кожна робота виконує навчальну, діагностичну та прогностичну функції і передбачає формування виділеного в програмі мінімального рівня засвоєння курсу математики, без якого неможливе вивчення спеціальних дисциплін на належному рівні. Завдання мінімального рівня позначено затушованим квадратом (■). Крім цього забезпечується диференційований підхід до навчання математики, ідея якого закладена у програмі та підручнику. Це дає змогу формувати вміння і навички більш високого рівня.

Час на проведення самостійних робіт, в основному, не повинен перевищувати 20 хв. Враховуючи рівень підготовки студентів, можна комбінувати завдання, пропонувати їм не всі завдання та не всі самостійні роботи, а також змінювати кількість завдань і час на їх виконання та проведення. Також самостійні роботи можуть пропонуватись не всім студентам.

Усі роботи розділені за розділами і параграфами. Тексти самостійних робіт є основою для складання додатків до усних екзаменів з математики після завершення кожного семестру.

На відміну від поточних самостійних робіт, модульні контрольні роботи складені і запропоновані у десяти варіантах. Вони повинні виконуватися всіма студентами обов'язково. Однак це не означає, що студентам групи слід пропонувати обов'язково всі десять варіантів кожної контрольної роботи.

Відповіді та вказівки до розв'язування контрольних та самостійних робіт насамперед призначені для викладача з метою економії часу на перевірку робіт та використання їх у повному обсязі.

Дидактичні матеріали можуть бути корисними для викладача і під час роботи за іншою програмою чи підручником.

Запропоновані програма, посібник та дидактичні матеріали призначені для фінансово-економічних коледжів та всіх інших, в яких вивчаються вказані спеціальності: державні фінанси; банківська справа; податкова справа; казначейська справа; митна справа; облік і аудит; бухгалтерський облік; економіка підприємств та інші, близькі за змістом.

Література

1. Про стан та перспективи підготовки фахівців у ВНЗ. Рішення колегії МОУ №14/6-5 від 22.12.99. // Законодавчі акти про освіту в Україні. – К., 1999. – том 13, – 857 с. – С. 169-182.
2. Швець В.О., Білянін Г.І. Математика: програма для фінансово-економічних коледжів. – Кам'янець-Подільський: Абетка, 2002.
3. Швець В.О., Білянін Г.І. Математика: посібник для фінансово-економічних коледжів. – Чернівці: Зелена Буковина, 2003.
4. Швець В.О., Білянін Г.І. Дидактичні матеріали з математики для фінансово-економічних коледжів. – Чернівці: Зелена Буковина, 2003.

ОСОБЫЕ СЛУЧАИ ПРИМЕНЕНИЯ СИМПЛЕКС-МЕТОДА

О.В. Шепеленко
г. Донецк, Донецкий государственный университет экономики и торговли им. М. Туган-Барановского

Методы экономико-математического моделирования представляют собой один из наиболее динамично развивающихся разделов прикладной экономической науки. Возможности применения экономико-математического моделирования значительно расширились благодаря современному программному обеспечению. Экономико-математическое моделирование широко используются в различных областях экономики, при принятии управленческих решений в финансовой сфере, в маркетинговых исследованиях в силу разработанности математического аппарата и возможности практической реализации. Экономист в современных условиях должен хорошо разбираться в экономико-математических методах, уметь их практически применять для моделирования реальных экономических процессов и ситуаций. Это позволяет лучше усвоить теоретические вопросы современной экономики, способствует повышению уровня квалификации и общей профессиональной культуры специалиста.

Линейное программирование – это метод математического моделирования, разработанный для оптимизации использования ограниченных ресурсов. На алгоритмах линейного программирования основаны оптимизационные алгоритмы для других, более сложных типов моделей и задач, включая целочисленное, нелинейное, стохастическое программирование. Задача линейного программирования (ЗЛП) включает три основных элемента: переменные, которые нужно определить; ограничения, которым должны удовлетворять переменные; целевую функцию, которую нужно оптимизировать. Как известно ЗЛП с двумя переменными может быть решена графически. Идеи, вытекающие из графического метода решения ЗЛП, положены в основу построения общего метода решения ЗЛП, называемого симплекс-методом.

Из графического метода решения ЗЛП видно, что оптимальное решение находится в крайней точке множества допустимых решений, что является основной идеей при разработке общего алгебраического симплекс-метода для решения любой ЗЛП. Для реализации симплекс-метода вначале нужно ЗЛП привести к стандартной форме, преобразовав неравенства системы ограничений в равенства путем введения дополнительных переменных.

При изложении этой темы следует остановиться на понятиях: стандартная форма записи ЗЛП, базисные и небазисные переменные, базисные решения, разрешающая (ключевая, ведущая) строка, разрешающий (ключевой, ведущий) столбец, генеральный (ключевой, ведущий) элемент. Для определения оптимального решения необходимо сформулировать условие оптимальности, а также последовательность действий, выполняемых при реализации симплекс-метода. Следует также отметить, что наиболее общим способом построения начального допустимого базисного решения ЗЛП является метод искусственных переменных (М-метод).

Алгоритм симплекс-метода начинается с некоторого допустимого базисного решения и затем осуществляется переход к другому базисному решению, которое «улучшает» значение целевой функции. С помощью алгоритма симплекс-метода можно найти оптимальное решение, рассматривая ограниченное количество допустимых базисных решений.

В результате применения симплекс-метода для решения ЗЛП возникают особые случаи, на которых на наш взгляд следует при изложении этой темы остановиться подробнее.

Одним из них является вырожденность. При решении ЗЛП с помощью симплекс-метода проверка условия оптимальности может привести к неоднозначному выбору исключаемой из базиса переменной. Тогда на следующем шаге одна или более базисных переменных примут нулевое значение. В этом случае решение будет вырожденным.

Рассмотрим пример: максимизировать $z=4x_1+2x_2$ при выполнении условий

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \le 6, \\ 2x_1 + x_2 \le 4, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Результаты решения ЗЛП симплекс-методом представлены в таблице

Базис	C	p_0	4 p_1	2 p_2	0 p_3	0 p_4	
p_3	0	6	**3**	1	1	0	6/3
p_4	0	4	2	1	0	1	4/2
z – строка		0	-4	-2	0	0	
p_1	4	2	1	1/3	1/3	0	
p_4	0	0	0	**1/3**	-2/3	1	
z – строка		8	0	-2/3	4/3	0	
p_1	4	2	1	0	1	-1	
p_2	2	0	0	1	-2	3	
z – строка		8	0	0	0	2	

В первой таблице в качестве разрешающей строки можно было выбрать как p_3, так и p_4. Если оставить в базисе вектор p_4, то во второй таблице переменная x_4 принимает нулевое значение, т.е. получаем вырожденное базисное решение. Таким образом, с теоретической точки зрения может происходить “зацикливание”.

Графическое решение рассматриваемой ЗЛП представлено на рисунке 1.

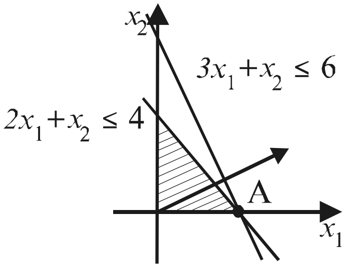


Рис. 1.

В точке А достигается оптимальное вырожденное решение. Из рисунка 1 видно, что ограничение $3x_1+x_2 \le 6$ является избыточным. Таким образом, с практической точки зрения вырожденность объясняется наличием в исходной задаче хотя бы одного избыточного ограничения.

Вторым особым случаем являются альтернативные оптимальные решения. Если целевая функция принимает одно и тоже оптимальное значение на некотором множестве точек границы области допустимых решений, то такие решения называются альтернативными оптимальными решениями. Как известно таких решений существует бесконечное множество.

Графический и симплексный методы позволяют в случае альтернативных оптимальных решений определить две угловые точки отрезка области допустимых решений, координаты точек которого представляют оптимальное решение ЗЛП. Все точки этого отрезка можно найти как взвешенное среднее его крайних точек с неотрицательными весами.

Рассмотрим пример: максимизировать $z=2x_1+6x_2$ при выполнении условий

$$\begin{cases} x_1+3x_2\le 3, \\ x_1+x_2\le 2, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0 \end{cases}$$

Графическое решение рассматриваемой ЗЛП представлено на рисунке 2.

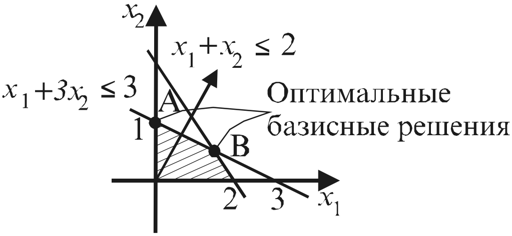


Рис. 2.

В данном случае каждая точка отрезка AB соответствует оптимальному решению, где A(0;1), B(3/4; 5/4). Полагая $0\le\alpha\le 1$, координаты любой точки отрезка AB (x_1' , x_2') можно записать следующим образом:

$$x_1' = \alpha\times 0+(1-\alpha)\times 3/4=3/4-3\alpha/4\,,$$

$$x_2' = \alpha\times 1+(1-\alpha)\times 5/4=5/4-\alpha/4\,.$$

На практике альтернативные оптимальные решения весьма полезны, поскольку позволяют сделать выбор среди множества решений без ухудшения значения целевой функции.

Третьим особым случаем являются неограниченные решения. В некоторых ЗЛП значения переменных могут неограниченно возрастать без нарушения ограничений. Это говорит о том, что пространство допустимых решений не ограничено по какому-либо направлению. В результате этого целевая функция может возрастать (убывать) неограниченно. Неограниченность решения свидетельствует о том, что модель разработана не достаточно корректно. Типичные ошибки, приводящие к построению подобных моделей, заключаются в том, что не учитываются ограничения, которые не являются избыточными, и не точно оцениваются коэффициенты ограничений.

Рассмотрим пример: максимизировать $z=5x_1+x_2$ при выполнении условий

$$\begin{cases} x_2 \le 3, \\ x_1 - x_2 \ge 1, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Графическое решение рассматриваемой ЗЛП представлено на рисунке 3.

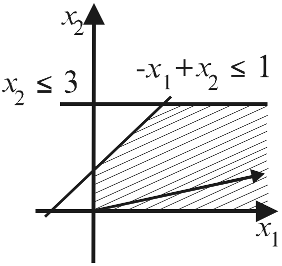


Рис. 3.

При решении ЗЛП симплекс-методом неограниченность можно определить следующим образом: если на каком-либо шаге коэффициенты в ограничениях при небазисной переменной будут неположительными, значит пространство решений не ограничено в направлении возрастания этой переменной; если коэффициент этой переменной в z-строке отрицателен в случае максимизации целевой функции, или положителен в случае минимизации целевой функции, целевая функция также ограничена.

Четвертый особый случай – это отсутствие допустимых решений. Если система ограничений ЗЛП несовместна (т.е. они не могут выполняться одновременно), то задача не имеет допустимых решений. Такая ситуация не может возникнуть, если все неравенства системы ограничений имеют знак «меньше или равно» с неотрицательными правыми частями, так как в этом случае дополнительные переменные могут составить допустимое решение. Для других типов ограничений используют искусственные переменные. В оптимальном решении все искусственные переменные равны нулю в случае, если ЗЛП имеет непустое пространство допустимых решений. В противном случае в оптимальном решении будет присутствовать хотя бы одна положительная искусственная переменная. С практической точки зрения отсутствие допустимых решений свидетельствует о том, что задача плохо сформулирована.

Таким образом, рассмотрение особых случаев, возникающих при решении задач линейного программирования позволит студентам глубже усвоить симплексный и графический методы решения, а также научить анализировать полученные решения с теоретической, графической и практической точек зрения.

ДЕЯКІ АСПЕКТИ СИСТЕМИ ІСТОРИЗАЦІЇ СПЕЦІАЛЬНОЇ ПІДГОТОВКИ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В КЛАСИЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Л.Д. Шиян
м. Луцьк, Волинський державний університет
імені Лесі Українки
svit@lab.univer.lutsk.ua

Зміни вимог до сучасних освітніх систем обґрунтовують зміни вимог до підготовки вчителя математики. Ці вимоги породжують протиріччя між загальнокультурним контекстом сучасної освіти і науковим контекстом підготовки вчителя математики в рамках традиційної системи, визначаючи проблему введення вищої педагогіко-математичної освіти в контекст культури, виховання учителя математики як людини не тільки математичної, але і загальної культури. Це актуалізує і проблему нашого дослідження – проблему удосконалення спеціальної підготовки учителя математики в класичному університеті.

Одним із найбільш перспективних розв'язань цієї проблеми є історизація спеціальної підготовки учителя математики в університеті, під якою ми розуміємо процес все більш глибокого і повного проникнення в цю підготовку принципу історизму. Це передбачає впровадження системи історико-математичних знань, яка не тільки забезпечує історико-математичну компетентність учителя математики, але і створює умови для розвитку його здібностей; у випадку його особистісної орієнтації система історико-математичних знань виявляє емоційний вплив на особистість майбутнього вчителя математики і стає компонентом його ціннісних відносин.

Класична система педагогічної освіти включала в себе три основних блока дисциплін: 1) блок спеціальних дисциплін; 2) блок психолого-педагогічних і методичних дисциплін; 3) блок дисциплін загальнокультурного циклу. Нова система педагогіко-університетської освіти в якості одного із основних завдань повинна розв'язувати завдання підсилення зв'язків між блоками дисциплін. При розв'язанні цього завдання доцільно виділити два основних напрямки. Перший – використання можливостей спеціальної підготовки в інтердисциплінарних зв'язках, для цього викладач спецдисципліни повинен не тільки володіти фактологією свого предмету, але і представляти його у всій різноманітності взаємозв'язків, усвідомлюючи спецдисципліну в якості компонента не тільки спеціальної, але і цивілізованої культури. Другий напрямок – введення нових курсів, спеціально орієнтованих на укрупнення інтерблокових та інтердисциплінарних зв'язків. Причому в умовах класичного університету це можуть бути не просто нові курси, але і нові види підготовки, так як інтердисциплінарність є необхідною умовою трансляції класичної педагогічної освіти в університетську. В якості такого нового виду підготовки ми пропонуємо введення в університетській освіті історико-методичної підготовки, змістовною основою якої є органічне сполучення системи знань з історії відповідної галузі шкільної освіти та історії спеціальної методики, яка відповідає профілю підготовки вчителя, аксіологічною основою – освітні цінності. Не дивлячись на те, що історико-методичні знання фундаменталізують методичну підготовку і не завжди безпосередньо використовуються в педагогічній діяльності як професійній, ми все ж вважаємо їх основою історико-методичної підготовки, тому що вони спрямовані на знайомство студентів із способами професійної діяльності (в історичному аспекті). До того ж історико-методичні знання вводять студентів в сферу історичного досвіду математичної освіти, уявлення про який носить прикладний характер. Основний зміст історико-методичної підготовки зосереджується на третьому його рівні – рівні професійною підготовки. Отже, історико-методична підготовка знаходиться у відношенні включення з професійною підготовкою. Історико-методична підготовка включає спеціальний, психолого-педагогічний і загальнокультурний блоки дисциплін, які вивчаються в класичному університеті. Тому можна зробити висновок, що історико-методична підготовка знаходиться у відношенні перетину з методичною підготовкою. Отже, історико-методична підготовка вчителя – вид його професійної підготовки, змістовною основою якої є органічне поєднання системи знань з історії відповідної галузі шкільної освіти та історії спеціальної методики, яка відповідає профілю підготовки учителя, аксіологічною основою її є освітні цінності. Історико-методологічна підготовка має інтердисциплінарний і навіть інтерблоковий характер тому що: 1) історико-методична підготовка узагальнює і синтезує цикл історичних дисциплін, а також цикли спеціальних і методичних дисциплін, тобто здійснює зв'язки між основними блоками – спеціальним (історія спеціальної дисципліни), психолого-педагогічним (історія освіти, методика навчання спеціальній дисципліні), загальнокультурним (історія України); 2) вона завершує і конкретизує цикл психолого-педагогічних дисциплін, розкриваючи при цьому дидактичні ідеї в їх історичному розвитку в контексті відповідної галузі шкільної освіти. В процесі цього узагальнення, синтезу і конкретизації встановлюються та зміцнюються існуючі зв'язки між блоками дисциплін, їх циклами і конкретними дисциплінами. Отже, щоб отримати фундаментальну математичну освіту, учитель математики повинен пройти через епохи світової і вітчизняної математичної культури. Їх вивчення повинно стати частиною професійної підготовки вчителя математики в класичному університеті, одним із засобів фундаменталізації і гуманітаризації його загальної математичної підготовки, змістовною основою якої є система знань з історії математики і окремих її розділів.

Перший етап цієї підготовки є частиною курсу методики викладання математики і включає елементи її історії та історії шкільної математичної освіти. Так, наприклад, при вивченні питання загальної методики "Принципи дидактики в навчанні математики" доцільно коротко розглянути історію їх втілення у вітчизняну школу в цілому, після цього акцентувати увагу на їх проявах в різні періоди шкільної математичної освіти. Але історико-методичні проблеми практично не входять в програму курсу методики викладання математики. Проте практично кожне питання програми передбачає короткий аналіз не тільки історії розвитку відповідної математичної проблеми, але і її втілення в шкільне навчання.

Історико-методичниий матеріал сприяє розв'язанню завдань курсу методики викладання математики і включається в зміст курсу по мірі необхідності. Однією з умов ефективності розв'язання цієї проблеми є побудова процесу навчання на основі принципу історизму, а це передбачає проведення обґрунтувань введення того чи іншого поняття з історичних позицій, показ аналогічним способом методів розв’язання різних класів задач. Всі шляхи розвитку і становлення того чи іншого поняття ми не можемо показати. Використовуючи історію математики, необхідно знайти найбільш ефективні шляхи вивчення навчального матеріалу і давати уявлення учням про найбільш важливі віхи історії розвитку математики.

Реалізація цього принципу можлива лише при відповідній підготовці вчителя. Необхідно виділити цілі, зміст, методи, форми і засоби такої підготовки на основі принципу історизму.

У студентів в процесі навчання в університеті формуються специфічні методичні уміння деяких рівнів. До першого рівня віднесемо такі уміння:

- самостійно вивчати першоджерела та історико-математичну літературу, вміти відібрати матеріал, який можна використати на уроках і в позакласній роботі;
- адаптувати відібраний матеріал з метою використання в процесі навчання математики;
- здійснювати аналіз досвіду реалізації принципу історизму в процесі навчання і використовувати ці результати у власній діяльності;
- підбирати історичні задачі, визначати їх місце в процесі навчання і на їх основі будувати систему роботи для досягнення поставлених цілей;
- розкривати історію походження того чи іншого терміну, математичного знаку, готувати короткий історичний екскурс для уроку математики.

До другого рівня відносяться інтегровані уміння:

- здійснювати реалізацію міжпредметних зв’язків математики з історією, показати вплив суспільного і економічного життя суспільства на зміст і характер розвитку математики;
- будувати фрагменти навчального процесу, спираючись на історико-генетичний підхід в навчанні математики;
- формувати загальну культуру учня за допомогою втілення зв’язків між розвитком математики і філософії, мистецтвом і літературою;
- виявляти причини утруднень учня при засвоєнні понять і методів, виходячи з їх історичного розвитку;
- створювати проблемні ситуації на основі історико-

математичного матеріалу;

- використовувати історико-математичні матеріали в якості засобів для врахування індивідуальних особливостей учнів.

Уміння більш високого третього рівня характеризуються цілісним підходом до реалізації принципу історизму в навчанні учнів математики. Ці уміння характеризують творчі здібності студентів створювати свої варіанти послідовності і змісту вивчення матеріалу програми (теми, розділи), обґрунтовувати їх, орієнтуючись на принцип історизму. Формування перерахованих вище умінь ми проводимо на практичних заняттях з методики викладання математики на конкретному математичному змісті. Проведена робота із студентами формує у них методичні уміння, які пов'язані з реалізацією принципу історизму при навчанні учнів математики.

Другий етап історико-методичної підготовки учителя математики має інтердисциплінарний характер.

Питання про необхідність включення в програму підготовки вчителя математики предмета "Історія математичної освіти" виникало вже давно. Історія математичної освіти може допомогти і сучасній школі. Так, в перших російських гімназіях, які відкриті були при Олександрі I, вивчались елементи аналітичної геометрії (до 1845 р.) і математичного аналізу (до 1819 р.). На протязі багатьох десятиліть це матеріал не входив в програми середніх навчальних закладів. В кінці XIX століття було поставлено питання про необхідність введення цих розділів в школу. З 1907 року їх ввели в реальних училищах, готувалось їх введення і в гімназіях. По цих розділах було написано багато навчальних посібників, які могли би бути корисними і на сучасний час. В кінці XIX – початку XX століття активно обговорювались питання про роль психології у викладанні, про необхідність фуркації старшої ланки середньої школи, про міжпредметні зв'язки математики з іншими предметами. Велика увага приділялась розвитку функціонального мислення, а також прикладним питанням математики. Отже, проблеми, які розроблялися в старій школі, актуальні і сьогодні. Тому необхідний систематичний курс історії математичної освіти для студентів математичних спеціальностей класичного університету, який би ознайомив студентів з історією багатьох методичних ідей, які існують в сучасній школі. Матеріали курсу можуть бути використані для післявузівської підготовки учителів математики.

Методичний апарат курсу включає програму, тематичне планування, плани лекцій, матеріали для семінарських занять, тематику рефератів і рекомендовану літературу.

Цей курс завершує і синтезує історичний компонент дидактичної і методичної підготовки учителя математики, тому він повинен читатись у вигляді спецкурсу на завершальному етапі університетської освіти. Він являється основним ядром історико-методичної підготовки учителя математики, тому що дає цілісне уявлення про основні періоди розвитку шкільної математичної освіти країни і формує цілісну систему історико-методичних знань учителя математики.

На третьому етапі історико-методичної підготовки учителя математики розглядаються питання індивідуальних досліджень магістрантів, якщо їх спеціалізацією є методика викладання математики.

Курс історії вітчизняної шкільної математичної освіти забезпечує гуманітаризацію вищої математичної освіти в університеті. Концепція особисто-орієнтованого виховання знаходить реальне втілення в курсі історії вітчизняної шкільної математичної освіти. Тому він сприяє вихованню вчителя математики як людини математичної, педагогічної, методичної та загальнонаціональної культури. Цей курс має високий розвиваючий потенціал, який забезпечує динамічний розвиток образно-асоціативного мислення та історичної пам'яті учителя математики.

Так як цей курс забезпечує професійну підготовку студентів, то його ми пропонуємо ввести у вигляді спецкурсу на 5-му курсі з такою кількістю годин: 16-18 годин лекцій, 16-18 годин семінарських занять, контрольна робота, залік; на заочному відділенні – 18-20 годин.

В лекційному курсі повинні бути закладені основи історичних методико-математичних знань, показана динаміка і рушійні сили розвитку математичної освіти в нашій країні на різних етапах її історії, вплив на освіту математичних, педагогічних і методичних ідей, а також визначних персоналій.

В кінці лекційного курсу необхідно коротко розкрити перспективи вітчизняної математичної освіти в XXI столітті.

На семінарських заняттях розглядаються нормативні документи, які регламентують навчання математики в школі (навчальні плани, програми), або аналізуються причини їх відсутності; дається характеристика вітчизняної математичної літератури; обговорюються фрагменти позакласних занять, розроблених студентами на історичному методико-математичному матеріалі; проводяться ділові ігри; аналізуються старовинні методи розв'язування задач і т.д.; велика увага приділяється персоналіям, обговорюються біографічні відомості, вплив відповідних особистостей на розвиток математики і шкільної математичної освіти тощо.

Завдання, які складені для семінарських занять, носять творчий, індивідуальний характер. Це розробки позакласних занять на оригінальному історичному методико-математичному матеріалі, підготовка рефератів по видатним персоналіям з послідуючим їх захистом на семінарському занятті та інше.

З метою розширення історико-методичного кругозору вчителя математики доцільно організувати лекції для факультативних занять на теми, які присвячені різним пам'ятним датам історії вітчизняної математичної освіти; про життя і діяльність видатних діячів математики та інше.

Література

1. Боголюбов А.И. Математики. Механики. Биографический справочник. – Киев: Наук. думка, 1983.
2. История отечественной математики: В 4-х томах. – Киев, 1966. – Т. 1.
3. История математического образования в СССР. – Киев: Наук. думка, 1975.
4. Швецов К.І. Бібліографія староруських математичних рукописів// Станіслав. держ. пед. ун-т. – Київ, 1955. – Вип. 1.

ВИКОРИСТАННЯ ОПОРНИХ КОНСПЕКТІВ І СХЕМ ПРИ ВИВЧЕННІ АБСТРАКТНОЇ АЛГЕБРИ

Ю.В. Яременко, Л.І. Лутченко
м. Кіровоград, Кіровоградський державний педагогічний
університет імені Володимира Винниченка
Yaremenko@kspu.kr.ua

Практика показує, що абстрактна алгебра є для сприймання студентів одним із найбільш складних предметів. Це, перш за все, пов’язано з невмінням уявити абстрактні об’єкти, зрозуміти всю складність їх структурних взаємозв’язків. Труднощі виникають тоді, коли необхідно усвідомити й належним чином співвіднести, пов’язавши в уяві, нові відомості з тими, що вже зберігаються в довготривалій пам’яті, адже час передавання інформації із короткочасної пам’яті в довготривалу в кожної людини суто індивідуальний.

Поняття абстрактної алгебри, як правило, студенти заучують механічно, що призводить до швидкого їх забування, тому що механічне заучування не сприяє переходу інформації в довготривалу пам’ять та не розвиває логічне мислення студентів. Одним із способів подолання цих труднощів є зображення абстрактних алгебраїчних понять та їх взаємозв’язків у вигляді опорних сигналів, опорних конспектів та схем.

Для прикладу складемо опорні конспекти та схему для таких основних алгебраїчних понять, як група, кільце, тіло, поле.

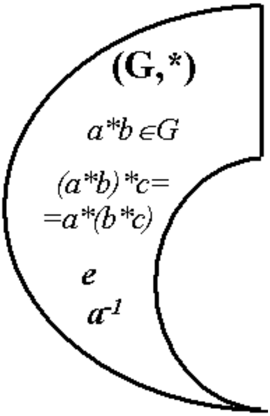
Нагадаємо, що непорожня множина G, на якій визначена бінарна операція $*$, називається *групою*, якщо виконуються наступні умови:

– операція $*$ асоціативна, тобто для будь-яких елементів a, b, c із G $(a*b)*c=a*(b*c)$;

– в множині G існує нейтральний елемент e $(a*e=e*a=a)$;

– для кожного елемента $a\in G$ в множині G існує обернений елемент a^{-1} $(a*a^{-1}=a^{-1}*a=e)$.

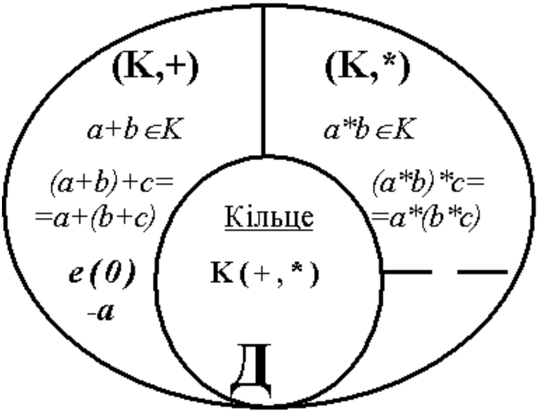
Поняття групи можна зобразити, наприклад, такою опорною схемою:



Непорожня множина *К*, на якій визначені дві бінарні операції (додавання та множення), називається *кільцем*, якщо виконуються наступні умови:

- *К* є абелевою групою відносно додавання;
- операція множення асоціативна;
- операція множення дистрибутивна відносно додавання, тобто для будь-яких елементів a, b, c із *К* $(a+b)*c=a*c+b*c$, $c*(a+b)=c*a+c*b$.

Позначимо дистрибутивність опорним сигналом Д. Тоді поняття кільця можна зобразити у вигляді наступної опорної схеми (поєднання групи і напівгрупи):



Кільце *К*, в якому $1 \neq 0$ і кожний елемент $a \neq 0$ має обернений, називається *тілом*.

Кільце називається к*омутативним*, якщо для будь-яких елементів a і b із K $a*b=b*a$. Комутативне тіло називається *полем*.

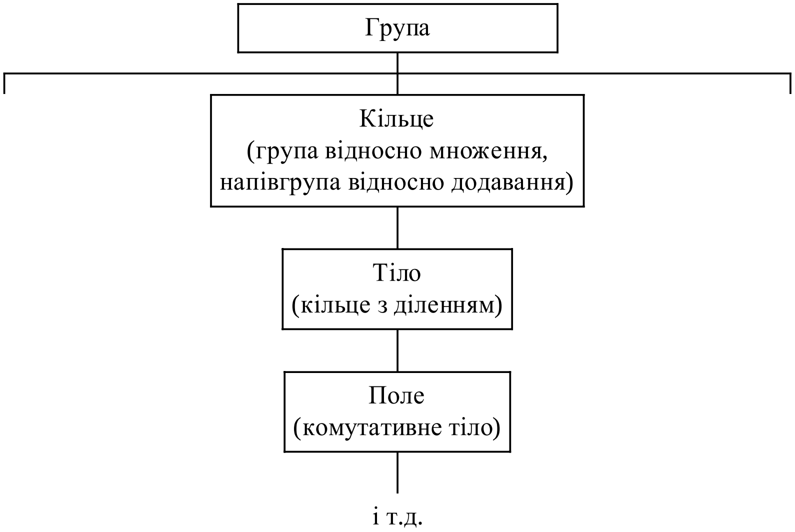
Опорний конспект групи, кільця можна скласти на занятті під керівництвом викладача, а додому запропонувати студентам скласти опорний конспект тіла, поля.

Оскільки рівень асоціативних зв'язків у кожної людини різний, то використання опорних конспектів у процесі навчання повинно бути диференційованим. Практика показує, що теоретичний матеріал краще запам'ятовується тоді, коли студент **самостійно** складає опорний конспект, адже в цьому випадку він сам відшукує **свої** *асоціативні зв'язки*, активізує **свою** *розумову діяльність*, що в свою чергу розвиває його здібності, сприяє швидкому переходу інформації в довготривалу пам'ять.

Під час складання опорних конспектів слід орієнтувати студентів на загальновідомі дидактичні принципи:

– *лаконічність* (при сприйнятті й запам'ятовуванні обсяг короткочасної оперативної пам'яті обмежений, тому загальна кількість знаків не повинна перевищувати 180-200, конспект повинен мати якнайменше слів, букв, знаків, малюнків тощо);
– *виділення головного* (використовують різні геометричні фігури, кольори, розміщення слів по вертикалі та навскоси, стрілками показують зв'язки між інформацією, підкреслюють або виділяють шрифтом головне та ін.);
– *уніфікація* (виражається у вигляді абревіатур, умовних знаків, малюнків);
– *оригінальність* (опорні конспекти повинні бути різноманітними за формою, структурою, графічним виконанням);
– *компактність* (одну сторінку зручно читати, така інформація й краще запам'ятовується);
– *доступність* (символіка повинна бути зрозумілою для всіх студентів);
– опорний конспект повинен виражати *закінчену думку*.

Оскільки довготривала пам'ять спирається на логічну структуру матеріалу, то проблема запам'ятовування складного матеріалу розв'язується за рахунок його включення (навіть штучного) в логічні зв'язки з іншими добре відомими уявленнями, поняттями й фактами. У цьому випадку діє така закономірність: чим більше нових асоціацій при першому знайомстві з новим поняттям виникає в учня, і чим більше часу ми зможемо приділити логічному осмисленню цих асоціацій, тим краще запам'ятовується саме поняття. Тому варто використовувати опорні схеми, які б пов'язали вивчені поняття між собою:



Такі схеми можуть пов'язувати між собою десятки понять. Наприклад різні типи кілець, ідеали і модулі над ними: ідеал (власний, простий, нільпотентний, головний), модуль (вільний, проективний, простий, напівпростий, точний, максимальний, артиновий, нетеровий, ланцюговий, напівланцюговий, бірядний і т.д.) та кільця (область цілісності, кільце головних ідеалів, первинне, напівпервинне, локальне, напівлокальне, напівланцюгове, спадкове, напівспадкове, артинове, нетерове, бірядне і т.д.).

Використання опорних сигналів, опорних конспектів та схем сприяє швидкому переведенню інформації з короткочасної й оперативної пам'яті в довготривалу, тому їх бажано використовувати при вивченні не тільки абстрактної алгебри, а й інших навчальних предметів.

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ О КОММИВОЯЖЁРЕ МЕТОДОМ ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ

Т.А. Ярхо
г. Харьков, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Задача о коммивояжёре является математической моделью широкого класса важных производственных задач. Она относится к целочисленным задачам линейного программирования, решение которых, в том числе методом ветвей и границ, предусмотрено программой курса «Математическое программирование» для экономических специальностей университетов.

Постановка и решение этой задачи, за исключением [1], не отражены в известных учебниках по указанному курсу для экономистов. В работе [1] приведен алгоритм решения задачи о коммивояжёре с подробным разбором соответствующих примеров, однако изложение идеи и сути метода ветвей и границ, лежащего в основе алгоритма, нуждается в дополнении.

Постановка задачи

Классическая задача о коммивояжёре формулируется следующим образом [2]: торговец, начиная с некоторого города, хочет посетить каждый из (n–1) других городов один и только один раз и вернуться в начальный пункт. В каком порядке он должен посещать города, чтобы минимизировать суммарное пройденное расстояние? Считается, что расстояние c_{ij} между двумя городами i и j известно. В такой формулировке задача является симметричной, поскольку $c_{ij}=c_{ji}$.

Задаче о коммивояжёре эквивалентны многие производственные задачи, в частности, календарные, поскольку c_{ij} может означать не только расстояние, но и время, издержки или другой измеритель. В общем случае $c_{ij}\neq c_{ji}$, и задача является асимметричной. Приведем пример асимметричной задачи из области планирования производства. Пусть в течение некоторого периода времени сборочная линия должна собирать изделия n различных типов. Стоимость перехода от изделия типа i к изделию типа j равна c_{ij}. Какая последовательность типов собираемых изделий минимизирует суммарные издержки?

Существование решения и суть метода ветвей и границ

Существование решения поставленной задачи очевидно. Имеется $(n–1)!$ возможных вариантов, один или несколько из которых дают минимум расстояния (или минимум издержек). Трудности решения задачи имеют вычислительный характер в случае большого числа городов (или большого числа типов изделий). Они связаны с необходимостью перебора и сравнения между собой **всех** возможных вариантов.

Поэтому возникла проблема построения такого метода последовательного анализа вариантов, который выделял бы, по возможности, большое число неперспективных вариантов и сводил бы задачу к перебору относительно небольшого количества «подозрительных» вариантов. Суть метода ветвей и границ состоит в построении нижних оценок решения, используемых для отбраковки неконкурентноспособных вариантов [3].

Основные определения

Циклом *S* называется маршрут объезда городов составленный так, что каждый город проезжается ровно один раз и объезжаются **все** города.

Матрицей расстояний называется матрица следующего вида

$$C=\left(c_{ij}\right)=\begin{pmatrix} \infty & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & \infty & c_{23} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} & \dots & \infty \end{pmatrix};$$

где c_{ij} – расстояние между городами i и j, $(i{\neq}j)$, причем полагают $c_{ii}=\infty$ $(i=\overline{1,n})$.

Длина l_S цикла S равна

$$l_S=\sum_{(i_k,i_e)} c_{(i_k,i_e)},$$

(1)

$$i_k{\neq}i_e\ (k{\neq}l).$$

Таким образом, выбор цикла тождественен выбору n элементов матрицы C с условием, что никакие два из них не стоят в одной строке или столбце.

Приведение матрицы

Приведением матрицы по строке (столбцу) называется процесс вычитания наименьшего элемента строки (столбца) из всех её (его) элементов.

Пусть в результате приведения матрицы C по строкам получена матрица $C^{(1)}$. Выразим элементы $C^{(1)}$:

$$c_{ij}^{(1)}=c_{ij}-h_i,\ (i, j=\overline{1,n}), \tag{2}$$

где h_i – наименьший элемент i-ой строки матрицы C.

В каждой строке матрицы $C^{(1)}$ содержится по крайней мере один нулевой элемент.

Приведем матрицу $C^{(1)}$ по столбцам. В результате получим матрицу $C^{(2)}$ с элементами

$$c_{ij}^{(2)}=c_{ij}^{(1)}-g_j=c_{ij}-h_i-g_j,\ (i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,n}), \tag{3}$$

где g_j – наименьший элемент j-го столбца матрицы $C^{(1)}$.

Матрица $C^{(2)}$ имеет в каждой строке и каждом столбце по крайней мере один нулевой элемент. Такая матрица называется приведенной.

Число

$$H=\sum_{i=1}^{n}h_i+\sum_{j=1}^{n}g_j \tag{4}$$

называется константой приведения матрицы C.

Доказано, что

$$l_S=l_S^{(2)}+H, \tag{5}$$

где l_S – длина цикла матрицы C, $l_S^{(2)}$ – длина аналогично цикла матрицы $C^{(2)}$.

Поскольку $l_S^{(2)}\geq 0$, то длина любого цикла

$$l_S\geq H. \tag{6}$$

Таким образом, величина H является простейшей нижней оценкой решения. Ясно, что поскольку ищется цикл **наименьшей** длины, то естественно его выбрать так, чтобы аналогичный цикл, составленный по приведенной матрице $C^{(2)}$, соответствовал клеткам, в которых расположены нули: $c_{ij}^{(2)}=0$.

Таким образом, если $c_{ij}^{(2)}=0$, то кратчайший путь содержит один из переходов ($i\to j$).

Оценка нулей

Представим все множество циклов $\{S\}$ в виде объединения двух подмножеств:

$\{S^{(i\to j)}\}$ – подмножество циклов, содержащих переход $(i\to j)$;

$\{S^{\overline{(i\to j)}}\}$ – подмножество циклов, не содержащих переход $(i\to j)$.

$$\{S\} = \{S^{(i\to j)}\} \cup \{S^{\overline{(i\to j)}}\}. \qquad (7)$$

Пусть $S_0^{(i\to j)} \in \{S^{(i\to j)}\}$ – один из циклов.

Выбирая цикл $S_0^{(i\to j)}$, мы исключили из рассмотрения подмножество $\{S^{\overline{(i\to j)}}\}$. При этом естественной является ситуация, в которой исключенные из рассмотрения «неперспективные» варианты циклов множества $\{S^{\overline{(i\to j)}}\}$ имеют большую длину. Запишем оценку длины этих циклов:

$$l_S \geq H + \Theta, \qquad (8)$$

где Θ – некоторая большая величина.

Рассмотрим множество $\{S^{\overline{(i\to j)}}\}$.

Так как из i-го города нужно куда-то выехать, то цикл этого множества содержит проезд $(i\to k)$, где $k\neq j$.

Так как в j-ый город нужно откуда-то приехать, то цикл этого множества содержит проезд $(m\to j)$, где $m\neq i$.

Следовательно, длина цикла $\{S^{\overline{(i\to j)}}\}$ имеет оценку

$$l_S \geq H + \underset{k\neq j}{c^{(2)}_{ik}} + \underset{m\neq i}{c^{(2)}_{mj}} \geq H + \underset{k\neq j}{\min} c^{(2)}_{ik} + \underset{m\neq i}{\min} c^{(2)}_{mj} = H + p_i + q_i = H + \Theta_{ij} \qquad (9)$$

где

$p_i = \underset{k\neq j}{\min} c^{(2)}_{ik}$ – наименьший элемент i-той строки, кроме $c_{ij}^{(2)}$ (оценка нуля по строке);

$q_j = \underset{m\neq i}{\min} c^{(2)}_{mj}$ – наименьший элемент j-го столбца, кроме $c_{ij}^{(2)}$ (оценка нуля по столбцу);

$\Theta_{ij} = p_i + q_i$ (оценка нуля).

Имеем

$$l_S \geq H + \Theta_{ij}, \qquad (10)$$

где Θ_{ij} должно быть максимальным.

<u>Вывод</u>. В качестве пары городов (i, j)) (проезда $(i\to j)$) следует взять такие значения i и j, которые соответствуют нулевому

элементу $c_{ij}^{(2)}$ с наибольшей оценкой нуля.

Алгоритм построения цикла на каждом шаге состоит в приведении матрицы расстояний, оценке нулей, выборе пары городов, подготовке матрицы к следующему шагу.

Длиной построенного цикла является конечная константа приведения. Построенный цикл проверяется на оптимальность.

Литература

1. Перельман М.А. Исследование операций в задачах автомобильного транспорта – Харьков: Издательство ХГАДТУ, 1995.
2. John D.C. Little, Katta G. Murty, Dura W. Sweeney, Caroline Karel. An algorithm for the Traveling Salesman Problem. Opns. Res, 1963, vol. 11, #6.
3. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. – М.: Наука, 1978.

Зміст

Наукове видання

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Випуск 4

В 3-х томах

Том 1

Підп. до друку 02.03.2004
Папір офсетний №1
Ум. друк. арк. 17,82

Формат 60×84 1/16
Зам. №1-0203
Тираж 300 прим.

Жовтнева друкарня
50014, м. Кривий Ріг-14, вул. Електрична, 5
Тел. (0564) 664381

E-mail: cc@kpi.dp.ua