Міністерство освіти та науки України
Національна металургійна академія України

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Збірник наукових праць

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ НацМетАУ
2002

УДК 371

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НацМетАУ, 2002. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – 444 с.

Збірник містить статті з різних аспектів дидактики математики і проблем її викладання в вузі та школі. Значну увагу приділено проблемам розвитку методичних систем навчання математики та застосування засобів нових інформаційних технологій навчання математики у шкільній та вузівській практиці.

Для студентів вищих навчальних закладів, аспірантів, наукових та педагогічних працівників.

Редакційна колегія:

В.М. Соловйов, доктор фізико-математичних наук, професор
Є.Я. Глушко, доктор фізико-математичних наук, професор
О.І. Олейніков, доктор фізико-математичних наук, професор
О.В. Сергеєв, доктор педагогічних наук, професор
В.І. Клочко, доктор педагогічних наук, професор
О.Д. Учитель, доктор технічних наук, професор
Я.В. Шрамко, доктор філософських наук, професор
І.О. Теплицький, відповідальний редактор
С.О. Семеріков, відповідальний секретар

Рецензенти:

Г.Ю. Маклаков – д-р техн. наук, професор кафедри кібернетики та обчислювальної техніки Севастопольського національного технічного університету, науковий керівник лабораторії біокібернетики, дійсний член Міжнародної академії біоенерготехнологій

А.Ю. Ків – д-р фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри теоретичної фізики Південноукраїнського державного педагогічного університету (м. Одеса)

ISBN 839-0642-62-2

СЕМАНТИЧЕСКАЯ ПРЕДМЕТНАЯ МОДЕЛЬ СТУДЕНТА-ЭКОНОМИСТА ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ

Г.А. Атанов, Е.Г. Евсеева
г. Донецк, Донецкий институт социального образования

Введение

Одной из главных задач высшей школы является разработка стандартов обучения. В сложившейся в настоящее время терминологии эта работа относится к *моделированию обучаемого*. В самом широком смысле под *моделью обучаемого* понимают знания об обучаемом, используемые для организации процесса обучения. Это множество точно представленных фактов об обучаемом, которые описывают различные стороны его состояния: знания, личностные характеристики, профессиональные качества и др.

Существуют три точки зрения, с которых можно рассматривать моделирование обучаемого, или наши знания об обучаемом [2, 17]. Во-первых, это знания о том, каков обучаемый есть; во-вторых, знания о том, каким мы хотим его видеть; и, наконец, знания о том, каким мы его можем увидеть. Первые устанавливаются путем анализа поведения обучаемого в процессе обучения, и их называют *поведенческой* моделью обучаемого. Она изменяется вместе с изменением обучаемого, поэтому ее называют *динамической*, или *текущей*, моделью обучаемого. Механизмом построения этой модели является *диагностика* [19, 21].

Знания о том, каким мы хотим видеть обучаемого, т.е. требования к его конечному состоянию (как к специалисту) называют *нормативной* моделью обучаемого [2, 17]. По сути дела, эти знания определяют цель обучения. Они, как правило, многогранны. Сюда относятся, например, требования к личностным качествам будущих специалистов, их профессиональным качествам и умениям, знаниям и умениям по различным учебным предметам, характеристикам физического и психического состояния и т.п. И конечной целью обучения является достижение такого положения, когда поведенческая модель обучаемого при выпуске совпадает с его нормативной моделью.

Третья точка зрения основывается на том, что, в общем случае, существуют различные пути, или траектории, по которым могут продвигаться обучаемые в процессе обучения. С одной стороны, это могут быть корректные траектории, обусловленные правильными действиями обучаемых и предусмотренные нормативной моделью обучаемого, например, использование различных приемов и методов решения одних и тех же задач. С другой стороны, различные траектории могут быть обусловлены *ошибочными* действиями обучаемых, и многие их ошибки могут быть заранее предугаданы преподавателем. Работа преподавателя по определению возможных ошибок обучаемых чрезвычайно полезна с дидактической точки зрения (на ошибках учатся!); совокупность же этих ошибок составляет специфическую модель обучаемого, которую называют *моделью ошибок* [19, 20].

Часть нормативной модели обучаемого, определяющую предметные знания, то есть знания по учебным предметам, называют *предметной моделью обучаемого* [4]. Предметная модель обучаемого, таким образом, определяет *смысловую сторону* обучения предмету. В инженерии знаний такие знания называют экспертными знаниями, или моделью предметной области. Предметная модель обучаемого выделяет из всего множества предметных областей *учебные* области, так что это – модель учебной предметной области, или модель учебного предмета. Введение понятия *предметная модель обучаемого* позволяет сделать моделирование обучаемого законченным, так как объединяет все аспекты этого моделирования (каким обучаемый должен быть, каков он есть, каким он может быть). Это тем более оправдано, что моделирование учебной предметной области существенно отличается от моделирования других предметных областей. Дело в том, что цели моделирования учебных и не учебных предметных областей различны. Любая деятельность осуществляется путем решения задач, причем эти задачи должны быть специфическими для деятельности данного вида. В производственной, научно-исследовательской (научно-познавательной) деятельности результаты решения задач являются ее прямыми продуктами, и, таким образом, целям деятельности соответствует факт решения задач. В учебной же деятельности решение задач – это не цель, но *средство* достижения учебных целей. Другими словами, сам по себе результат решения учебных задач не представляет никакого интереса, единственное, что от него требуется, – это быть правильным. Важен *процесс* их решения, так как именно в процессе решения задач формируется способ действий [3, 13]. Отсюда и различие целей моделирования. Моделирование не учебной предметной области должно обеспечить получение общественно значимых результатов, моделирование учебной предметной области – процесс решения учебных задач. Для того чтобы обучить человека какой-либо деятельности, необходимо выделить все действия этой деятельности, а в каждом действии – все операции, обеспечивающие успех этого действия. И в этом заключается одна из важнейших задач моделирования обучаемого. Моделирование не учебных предметных областей такой задачи не ставит.

В работах [2, 17] показано, что можно выделить пять компонент предметных знаний и, соответственно им, пять компонент предметной модели обучаемого: *тематическую, функциональную, процедурную, операционную, семантическую.* Тематическая модель показывает, о чем знания; функциональная модель определяет, какие функции они выполняют; процедурная модель описывают порядок и характер преобразования объектов предметной области; операционная модель задает умения, которые должны быть сформированы в процессе обучения [3, 6, 15]; семантическая модель определяют смысловую, или семантическую, часть предметных знаний (декларативные знания [14]). Ниже подробно описывается существо и построение семантической предметной модели обучаемого по курсу линейной алгебры. Этот курс адаптирован для студентов экономических специальностей.

1. Семантические факты

Семантические знания по учебным предметам содержатся в учебниках, учебных пособиях, другой учебной литературе. И каждый вид учебной литературы в определенном смысле является моделью этого предмета. Учебники представляют собой наиболее расширенную модель.

С точки зрения дидактики, в содержании любого учебника принято выделять две части [13]. К первой части относится информация, непосредственно составляющая содержание предмета, или предметные знания. Другая часть – это информация, обслуживающая предметные знания. Это могут быть, например, сведения из других предметов, выкладки, толкования, объяснения, информация о применении и использовании предметных знаний в других дисциплинах, а также в технике, в жизни и т.п.

По сути дела, именно первая часть и составляет семантическую модель предметной области, или семантическую модель обучаемого. Однако эти знания в учебнике не выделены специально, они распределены по всему учебнику, переплетаются с другими знаниями, не формализованы. Семантические знания представляют собой декларативную компоненту предметных знаний, то есть фактические знания, так как процедурные знания реализуются в умениях (операционных знаниях). Таким образом, для того чтобы на основе учебника построить некоторую формализованную семантическую (содержательную) предметную модель, необходимо из него выделить факты и определенным образом их сгруппировать.

Общие вопросы представления фактов в обучении рассмотрены в работах [5, 16]. По структуре факты могут быть самыми разнообразными, в той или иной мере сложными, или составными. Однако основу составляют элементарные факты, которые, выступая в различных отношениях, и образуют факты сложные. Например, факт из матричной алгебры *«Наибольший порядок ненулевого минора матрицы называется рангом»*, который, по сути дела, является определением ранга матрицы, может быть разбит на три более простых факта:

1) у матрицы есть миноры,

2) миноры имеют различный порядок,

3) порядок некоторого минора называется рангом матрицы.

Приведенные факты уже не разлагаются на более простые и поэтому являются *элементарными* фактами. Хотя они и содержат предметные термины, но предметного смысла, или семантики, не имеют. Предметный смысл возникает только тогда, когда эти элементарные факты объединяются вместе. Простейший по составу факт, имеющий предметный смысл, получил название *семантический* факт. Семантический факт - это всегда законченная и единственная мысль, которая передается одним предложением, или высказыванием. По сути дела, семантические факты играют роль *единиц знаний* предметной области.

Семантическим фактом является приведенное выше определение ранга матрицы. Больше того, любое определение понятия есть семантический факт. Однако семантические факты – это не только определения, они могут передавать различное содержание. Предметом семантических фактов являются понятия, явления, процессы, законы, теоремы, выводы, причины, следствия, свойства, признаки, модели и др. Например, утверждение: *«Ранг матрицы равен нулю только в том случае, если все элементы матрицы равны нулю»,* представляет собой теорему.

Специфическим семантическим фактом, присущим математическим дисциплинам, является символический вид различного рода утверждений. Именно такими фактами являются формулы и обозначения, которые составляют большую часть предметных знаний по математике. Например, факт: «*Ранг матрицы A обозначается rang A, или r*(*A*)*»,* вводит обозначение ранга матрицы, а факт «$rang\, A_{m\times n} = 0 \Leftrightarrow A_{m\times n} = O_{m\times n}$» является символическим видом теоремы о равенстве ранга матрицы нулю.

2. Семантический конспект

Полный набор семантических фактов, или высказываний, расположенных в порядке изучения материала, и есть семантическая предметная модель обучаемого. Он получил название *семантического конспекта.* Таким образом, семантический конспект – это полный набор лаконично представленных мыслей предметной области. Изданный отдельно, он представляет собой очень тонкую брошюру, потому что в ней нет выкладок, доказательств и объяснений. Тем не менее, она содержит все положения изучаемого курса.

Все высказывания семантического конспекта пронумерованы. Каждое высказывание имеет номер, состоящий из двух частей, разделенных точкой. Первая часть – это номер раздела, к которому принадлежит данное высказывание, вторая часть - его номер в данном разделе. Кроме того, некоторые номера стоят также после высказываний. Это номера других высказываний, от которых данное зависит, которыми оно определяется, из которых следует. Связи между высказываниями могут быть очень простыми, например, ссылки на термины, которые употребляются в данном высказывании, и более сложными, глубокими, например, связь причины и следствия. Эти связи, по существу, задают структуру предметных знаний, определяют развитие учебного предмета, формальную логическую схему рассуждений, и студенты должны самостоятельно наполнить ее конкретным содержанием. Это обстоятельство способствует повышению эффективности обучения с использованием семантического конспекта.

В качестве примера приведем фрагмент семантического конспекта:

4. Ранг матрицы.

4.1. Определитель квадратной матрицы, которая получена из исходной матрицы вычеркиванием рядов, называется минором исходной матрицы. (1.9, 1.29, 3.1)

4.2. Порядок минора равен количеству строк или столбцов в матрице, определителем которой он является. (3.3, 4.1)

4.3. Порядок минора не превышает наименьшего из размеров матрицы, определителем которой он является. (1.4, 4.1)

4.4. Прямоугольная матрица размера $m \times n$ *имеет миноры, порядок которых может быть равен любому числу от единицы до наименьшего из чисел m и n. (1.4, 1.27, 4.1, 4.2)*

4.5. Минор k-го порядка матрицы размера $m \times n$ *обозначается* M^k*, где* $1 \le k \le \min(m, n)$. *(4.4)*

4.6. Рангом матрицы называется наибольший порядок её ненулевого минора. (1.28, 3.1, 4.1, 4.2)

4.7. Ранг матрицы A обозначается rang A или $r(A)$. *(4.5)*

4.8. Ранг матрицы не превосходит наименьшего из ее размеров. (1.4, 4.5)

4.9. $A_{m\times n} : r(A) \le \min(m, n)$. *(4.8)*

Как видно, высказывания этого раздела имеют не только свое внутреннее обоснование (ссылки на высказывания этого раздела), но и опираются на разделы 1 (Виды матриц), 3 (Определители).

Впервые семантический конспект (под названием *опорный конспект*) был создан Г.А. Атановым еще в 1973 г. по курсу газовой динамики; впоследствии он был приведен в учебном пособии [1].

3. Методика составления семантического конспекта

Следует заметить, что написание семантического конспекта – дело очень непростое, хотя и благодарное. Это очень трудоемкая и кропотливая работа. Она требует от преподавателя глубокого знания учебной дисциплины, умения анализировать, синтезировать и обобщать учебный материал. Такая работа заставляет преподавателя вдумываться в каждое предложение, в каждую мысль, изложенную в учебнике. И в начале этой работы с большим удивлением открываешь, как неточно и некорректно сформулированы многие понятия в учебниках и как эти неточности переходят из одного учебника в другой без изменения. В общем контексте это не бросается в глаза, но часто становится очевидным, если сфокусировать внимание на конкретной мысли. Особую сложность представляет составление семантического конспекта по гуманитарным предметам, где очень сложно вылавливать семантические факты в потоке общих слов.

Опыт составления семантических конспектов по различным дисциплинам позволяет сформулировать следующие принципы, которыми необходимо руководствоваться при создании семантических конспектов:

1. *Принцип дискретности*. Фактические знания по предмету должны быть представлены в виде отдельных высказываний;
2. *Принцип завершенности*. Общая совокупность высказываний должна отражать все фактические знания по предмету в полном объеме;
3. *Принцип лаконичности*. Высказывания должны содержать минимальное количество слов, выражая при этом законченную мысль;
4. *Принцип первичности определений*. Понятия впервые вводятся через определения. Никакое новое понятие не может появиться в высказывании, которое не является определением;
5. *Принцип единственности*. Любое высказывание не должно содержать более чем одно новое понятие;
6. *Принцип недвусмысленности*. Каждое высказывание

должно являться семантическим фактом и выражать одну единственную мысль;

7. *Принцип последовательности*. Высказывания должны быть расположены в порядке, соответствующем логике изложения изучаемого курса;

8. *Принцип самодостаточности*. Любое высказывание должно даваться в полной формулировке, и его смысл не должен зависеть от других высказываний;

9. *Грамматический принцип*. Структура высказываний должна подчиняться логике построения литературно правильной речи.

Перед тем как приступить к составлению семантического конспекта, необходимо уточнить учебную программу по дисциплине, восстановить в памяти все понятия и основные положения курса. Дальнейшая работа должна быть направлена на вычленение семантических фактов. Для этого оказывается необходимым проработать большое количество учебников и другой специальной литературы. Нами были использованы учебники и учебные пособия [7–9, 11, 12].

Удобно иметь однородную структуру конспекта. Главным вопросом здесь является выделение разделов, или рубрик, из которых будет состоять конспект. Делается это по содержанию, тематически, при этом рекомендуется следить, чтобы разделы были самостоятельны, однако не слишком большими. Подразделы или, наоборот, части, объединяющие разделы, допустимы, но их нумерация не желательна. В этом случае можно ограничиться, как было указано, двузначной нумерацией – номер раздела, точка, номер семантического факта в разделе. Например, курс линейной алгебры для составления семантического конспекта может быть разбит на четыре тематические рубрики, которые не нумеруются:

- *алгебра матриц;*
- *системы линейных алгебраических уравнений;*
- *векторная алгебра и аналитическая геометрия;*
- *алгебра линейных операторов и квадратичных форм.*

Каждая тематическая рубрика, в свою очередь, разбивается на несколько разделов, имеющих сквозную нумерацию по всему конспекту. Например:

Алгебра матриц:

1. Основные определения, виды матриц;

2. Операции с матрицами;

3. Определители квадратных матриц;

4. Ранг матрицы;

5. Обратная матрица;

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) :

6. СЛАУ $m \times n$, основные определения;

7. СЛАУ $n \times n$, матричный метод решения;

8. СЛАУ $n \times n$, решением методом Крамера;

9. Метод Гаусса решения СЛАУ;

10. Метод Жордана-Гаусса решения СЛАУ;

11. Теорема Кронекера Капели;

12. Однородные СЛАУ;

Векторная алгебра с элементами аналитической геометрии:

13. Геометрические векторы и прямая на плоскости;

14. Операции с векторами в пространстве;

15. Плоскость и прямая в пространстве;

16. Векторное и евклидово пространства;

17. Базис векторного пространства;

18. Линейные формы и выпуклые множества;

Алгебра линейных операторов (ЛО) и квадратичных форм (КФ):

19. Матрица ЛО в эвклидовом пространстве;

20. Собственные векторы и собственные значения ЛО;

21. Канонический вид КФ;

22. Критерий Сильвестра;

23. Кривые второго порядка на плоскости;

24. КФ и кривые второго порядка.

После того как выделена структура конспекта, можно приступать к формулировке высказываний, руководствуясь приведенными выше принципами. При этом очень важно следовать *грамматическому принципу.* Существуют определенные закономерности построения высказываний, которые обусловлены особенностями логико-грамматического метода [10]. Этот метод основывается на том, что большинство высказываний отчетливо делится на две части. Первая часть, которая представляет собой исходный пункт высказывания, называется *темой*. Тема высказывания либо уже известна, либо предопределяется контекстом. Вторая часть называется *ремой*. Она сообщает нечто новое о теме и представляет собой главную цель высказывания. Рема заключает в себе содержание сообщения и является семантическим центром высказывания. Рассмотрим следующий пример:

4.2. Порядок минора равен количеству строк или столбцов в матрице, определителем которой он является.

Здесь темой является «*порядок минора*», а ремой –*«равен количеству строк или столбцов в матрице, определителем которой он является»*. Это высказывание служит для того, чтобы показать*, чему равен* порядок минора матрицы. Его раскрывает рема – «*количеству строк или столбцов в матрице, определителем которой он является*». Это и есть главная цель и мысль высказывания.

Таким образом, порядок слов в предложении играет определенную роль и не может быть свободным. Если порядок слов изменить, то это может привести к изменению темы и ремы, они взаимно перевоплотятся друг в друга, и коммуникативная цель высказывания также изменится. Особенно важно соблюдать необходимый порядок слов в теоремах, которые задают необходимое или достаточное условие. Например, высказывание

3.29. Если все элементы какого-нибудь ряда матрицы равны нулю, то и определитель этой матрицы равен нулю

представляет собой достаточное условие равенства нулю определителя матрицы. Первая часть высказывания « *все элементы какого-нибудь ряда матрицы равны нулю»* здесь является темой, а вторая – «*определитель этой матрицы равен нулю»* – ремой. Между ними существует четкая причинно-следственная связь: из темы следует рема. Если это высказывание переформулировать следующим образом:

3.29. Если определитель этой матрицы равен нулю, то и все элементы какого-нибудь ряда матрицы равны нулю,

то в этом случае «*равенство нулю определителя матрицы»* превратится в тему, из которой следует новая рема «*все элементы какого-нибудь ряда матрицы равны нулю»*. При этом не просто изменится смысл высказывания: утверждение теоремы станет неверным, так как не в каждой матрице с нулевым определителем содержится нулевой ряд. Таким образом, необходимо внимательно следить за порядком слов в высказывании, чтобы правильно передавать смысл.

Принцип недвусмысленности требует, чтобы любое высказывание имело только одну рему, одну мысль. Следующее высказывание является примером, в котором этот принцип нарушается: *«Свойства определителей могут быть сформулированы для общего понятия -ряда матрицы, так как они одинаковы для строк и столбцов».* Фактически данное высказывание содержит две ремы, которые должны быть представлены двумя отдельными высказываниями:

3.27. Свойства определителей одинаковы для строк и столбцов матрицы.

3.28. Свойства определителей могут быть сформулированы для общего понятия – ряда матрицы.

Как правило, сложносочиненные и сложноподчиненные предложения имеют более, чем одну тему, и использовать их нужно очень осторожно. Существует особый тип высказываний, у которых отсутствует тема. Такие высказывания содержат комплексную рему и определяются как высказывания с *нулевой* темой. Высказывания с нулевой темой содержат сообщения о существовании или возникновении явлений и фактов, рассматриваемых как единое целое. Сущность таких высказываний не зависит от порядка слов в нем. Высказывания с «нулевой» темой служат для введения определений понятий или обозначений. Примером могут служить высказывания, определяющее понятие определителя:

3.1. Определителем квадратной матрицы называют число, которое ставится ей в соответствие по определённому правилу.

3.2. Определитель матрицы A обозначают $\det A$, *или* $|A|$.

Конспект должен соответствовать логике изложения учебного материала, а точнее, – логике развития науки, которая составляет предмет учебной дисциплины. Отсюда следует, что все понятия должны вводиться через определения до того, как они будут использоваться в высказываниях других типов. Отмеченное положение отражается принципом *первичности определений*. Например, может показаться логически стройным и последовательным следующее сочетание высказываний:

3.22. Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки или столбца на их алгебраические дополнения.

3.23. Алгебраическим дополнением к элементу матрицы называют минор этого элемента, взятый со знаком плюс или минус, в зависимости от местоположения элемента в матрице. (3.22)

3.24. Минором элемента матрицы называется определитель квадратной матрицы, которая получена из исходной вычеркиванием строки и столбца на пересечении которых стоит элемент. (3.23)

Однако здесь содержание первого высказывания определяется понятием *алгебраическое дополнение,* которое еще не введено, это будет сделано позднее. Поэтому это высказывание не может быть понято без апелляции к материалу из будущего и, следовательно, не имеет предметного содержания. Точно так же обстоит дело и с понятием *минора*. Смысл высказываний должен формироваться предыдущими, а не последующими высказываниями. Верный порядок размещения высказываний должен быть следующим:

3.22. Минором элемента матрицы называется определитель квадратной матрицы, которая получена из исходной вычеркиванием строки и столбца на пересечении которых стоит элемент.

3.23. Алгебраическим дополнением к элементу матрицы называют минор этого элемента, взятый со знаком плюс или минус, в зависимости от местоположения элемента в матрице. (3.22)

3.24. Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки или столбца на их алгебраические дополнения. (3.23)

Точно так же не могут быть поняты высказывания, содержащие более одного нового понятия. Это положение отражается принципом *единственности*.

Когда составляешь семантический конспект, существует большой соблазн сокращать, использовать в последующем высказывании информацию из предыдущего, что создает иллюзию связного текста. Часто в последующем высказывании хочется употребить местоимение, как, например, в следующем случае:

1.33. Элементы, стоящие на главной диагонали квадратной матрицы, называются диагональными.

1.34. Эти элементы имеют два одинаковых индекса. (1.33)

Видно, что вне контекста высказывание 1.34 теряет смысл. Такие ситуации запрещаются принципом *самодостаточности*.

Когда все высказывания сформулированы, они группируются в единое целое, т.е. семантический конспект. Дальнейшая работа состоит в том, чтобы:

- отредактировать каждое высказывание в соответствии с выраженной в нем мыслью и грамматикой его написания;
- удалить из текста те высказывания, которые повторяются или противоречат друг другу;
- разбить высказывание на два отдельных, если в нем есть две ремы;
- где необходимо, поменять высказывания местами, следуя логике изложения учебного курса;
- исключить случаи использования еще не введенных определениями понятий;
- исключить случаи использования более одного нового понятия в одном высказывании;
- присвоить каждому высказыванию номер, определяющий раздел и место высказывания внутри раздела.

Конечным этапом работы является определение внутренних связей между высказываниями. Ранее уже отмечалось, что после высказываний указываются номера других высказываний, связанных с данным. Самый простой, но необходимый вид связи – это напоминание понятий. Прежде всего, каждое понятие, упомянутое в высказывании, должно быть восстановлено в памяти. Без таких связей невозможно обойтись, ведь для верного толкования высказывания необходимо, чтобы был известен смысл всех его слов.

Существуют и более глубокие связи между высказываниями, например, *целого и части, общего и конкретного, причины и следствия.* Отношение целого и части показывает следующее высказывание:

1.28. Квадратной называется матрица, в которой количе-

ство строк равно количеству столбцов.

1.39. Квадратная матрица, у которой все элементы, расположенные под главной диагональю, равны нулю, называется треугольной. (1.28)

Связь общего и конкретного иллюстрируется следующими высказываниями:

2.1. Для матриц определены операции сравнения, сложения, вычитания, умножения на число и умножения матрицы на матрицу.

2.15. Операция сложения определена только для матриц одинакового размера (2.1).

2.16. Суммой двух матриц называется матрица, элементы которой равны сумме соответствующих элементов матриц-слагаемых.

Связь причины и следствия представлена, например, в следующем примере:

2.63. Арифметические операции со строками и столбцами матрицы выполняются по одним и тем же правилам.

2.64. Правила, по которым выполняются арифметические операции со строками и столбцами матрицы, могут быть сформулированы для общего понятия ряда матрицы (1.9, 2.63)

Связи существуют не только между высказываниями одного раздела, но и теми высказываниями, которые расположены в различных разделах семантического конспекта. Так, приведенное выше высказывание 2.64, принадлежащее разделу «Операции с матрицами», связано с высказыванием 1.9 из раздела «Виды матриц»:

1.9. Строку и столбец матрицы называют общим термином – ряд матрицы.

Описанная работа очень полезна для установления таких связей в сознании студентов.

Заключение

По мнению преподавателей, применяющих в обучении семантический конспект, а также студентов, он оказался эффективным средством в самостоятельной работе по закреплению материала, при подготовке к практическим и лабораторным занятиям. Конспект помогает уяснить структуру материала, освещаемого на лекции, выделить и запомнить существенные моменты. При этом «выживаемость» знаний существенно возрастает. Некоторые разделы курса, не представляющие особой трудности, могут быть вынесены на самостоятельное изучение, при этом соответствующие разделы конспекта служат своеобразным планом к этому изучению. Студенты отмечают особую ценность конспекта при подготовке к экзамену, когда из-за обилия информации существует опасность не выделить и не усвоить главное. Регулярно обращаясь к семантическому конспекту в течение семестра (а это не требует сколько-нибудь значительных затрат времени), студент к сессии помнит все высказывания, т.е. мысли, составляющие существо курса, у него готов его каркас, и он быстро наполняет его знаниями, которые не вошли в семантический конспект.

Семантический конспект чрезвычайно полезен и для преподавателя. Во-первых, преподаватель может активно применять конспект в процессе обучения; во-вторых, работа над конспектом дает преподавателю новые более глубокие представления об учебном предмете.

Литература

1. Атанов Г.А. Газовая динамика. – Киев: Выща школа, 1992.
2. Атанов Г.А. Моделирование учебной предметной области, или Предметная модель обучаемого // Educational Technology & Society, 4 (1), 2001. – С.111-124. ISSN 1436-4522.
3. Атанов Г.А. Деятельностный подход в обучении. – Донецк: ЕАИ-пресс, 2001.
4. Атанов Г.А., Мартынович Н.Н., Семко А.Н., Токий В.В. Программа курса физики как предметная модель обучаемого // Современные проблемы дидактики высшей школы: Сб. избран. трудов Междунар. конф./ Отв. ред. Г.А. Атанов. – Донецк: ДонГУ, 1997. – С. 112-120.
5. Атанов Г.А., Пустынникова И.Н. Структурирование понятий предметной области с помощью методов представления знаний // Искусственный интеллект. – 1997. – №2. – С. 29-40.

6. Атанов Г.А., Эфрос Т.И. Система умений в обучении // Современные проблемы дидактики высшей школы: Сб. избран. трудов Междунар. конф./ Отв. ред. Г.А. Атанов. – Донецк: ДонГУ, 1997. – С.100-111.

7. Бугір М.К. Математика для економістів. – К.: Академія, 1998.

8. Карасев А.И., Аксютина З.Н., Савельева Т.И. Курс высшей математики для экономических вузов. – М.: Высшая школа, 1982.

9. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. – М.: Инфра-М., 1999.

10. Ковтунова И.И. Современный русский язык. – М.: Просвещение, 1976.

11. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.

12. Ляшенко И.Н., Ляшенко Е.И. Математика для экономистов – Д.: Браво, 1998.

13. Машбиц Е.И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения. – М.: Педагогика, 1988.

14. Представление и использование знаний: Пер. с япон. / Под ред. Х. Уэно, М. Исидзука. – М.: Мир, 1989.

15. Atanov, G.A., Efros, T.I. System of skills in instruction as a part of the learner model // Proc. of the Intern. Conf. on Computer Assistant Learning CAL-97. UK, Exeter, 1997. – P.369-372.

16. Atanov, G. A., Pustynnikova, I. N. Representation and Structuring of Domain Knowledge by the Semantic Networks and Productions Methods. Proc. of the 8th Intern. PEG Conf.: Meeting the Challenge of the New Technologies. – Sozopol, Bulgaria, 1997. – P. 392–393.

17. Atanov, G.A. Modeling an Educational Domain // Proc. of the 8th Joint Conf. on Knowledge-Based Software Engineering. Brno, Czech Republic, 2000. – P. 307-310.

18. Brown, J., Burton, R. Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills //Cognitive Science, № 2, 1978. – P. 155-192.

19. Self, J. Dynamics of Learner Models // Artificial Intelligence and Education. – Amsterdam: IOS, 1994.

20. Sleeman, D. Assessing aspects of competence in basic algebra // Intelligent Tutoring Systems. – New York: Academic Press, 1982. – P. 185-199.
21. Wenger E. Artificial intelligence and tutoring systems. Computational approaches to the communication of knowledge. – Los Altos: Morgan Kaufmann, 1987.

СТРУКТУРА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ И РАЗВИТИЕ У СТУДЕНТОВ НАВЫКОВ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Г.Н. Белоусова
г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

В настоящее время каждый учитель математики ставит перед собой задачу не только сообщить учащимся определенную сумму знаний, наполнить их память определенным набором формул и теорем, но и научить их думать, развить мышление, творческую инициативу, самостоятельность.

Актуальная задача обучения и воспитания в вузе – формирование у студентов самостоятельности как качества личности и развитие у них навыков самостоятельной работы. Эта задача может быть решена только при условии, что студент с первых дней пребывания в вузе и при изучении всех дисциплин будет поставлен в условия, побуждающие его к активной самостоятельной деятельности.

Особого внимания заслуживает организация самостоятельной работы студентов младших курсов, имеющих более низкую успеваемость и более высокий процент отсева. Основными причинами этого являются трудности адаптации первокурсников к вузовским формам обучения с большим удельным объемом самостоятельной работы, с недостатками самоорганизации и организации учебно-воспитательного процесса.

В структуре учебной деятельности студентов значительную долю должна составлять самостоятельная работа, как основное средство развития самостоятельности. При обучении студент проходит как бы по ступеням самостоятельной работы разных уровней – от ведения конспекта до участия в научно-исследовательской работе кафедры и выполнения дипломного проекта. Виды самостоятельной работы в вузе чрезвычайно разнообразны: внимательное слушание лекций, выполнение домашних заданий, участие в практических и семинарских занятиях, конспектирование, изучение учебной литературы, подготовка приборов к лабораторным занятиям, работа над докладами, рефератами, курсовыми, подготовка к контрольным работам, коллоквиумам, зачетам, экзаменам, участие в олимпиадах, научных кружках и др.

Логическим продолжением работы, начатой на лекции, является работа студента на практическом занятии. Основная цель практического занятия – перевод усвоения материала с уровня ориентировки на более высокий уровень – умения и навыка. Эта цель не может быть достигнута иначе, как через активную работу студента при самостоятельном решении задач.

Рассмотрим возможность введения самостоятельной работы в качестве обязательного элемента практического занятия с первых месяцев обучения. Классическая схема практического занятия: «проверка домашнего задания – опрос теоретического материала – упражнения (решение задач) – выдача домашнего задания».

Традиционная организация третьей части практического занятия («один у доски») подвергается критике. Лишь для части более подготовленных студентов работа на этом этапе является самостоятельной. Перед остальными студентами не возникает микропроблем, связанных с поиском решения задачи. Такая схема практического занятия слабо способствует формированию у студентов навыков самостоятельной работы и развитию мышления. Самостоятельная работа даже не выделена в этой схеме в качестве специального элемента.

Добавим к рассмотренной схеме практического занятия еще два элемента: самостоятельная работа и самоконтроль.

Получим: «проверка домашнего задания – опрос теории – упражнения – самостоятельная работа – самоконтроль – выдача домашнего задания».

Повторение теории должно быть организовано в виде беседы или дискуссии, в которой участвуют почти все студенты. Такая беседа выступает связывающим звеном между двумя видами самостоятельной работы: предшествующей внеаудиторной работой и последующей самостоятельной работой сначала в аудитории, а затем при выполнении домашних и индивидуальных заданий. Задача преподавателя на этом этапе – помочь осознать эту связь тем студентам, которые ошибочно полагают, что для самостоятельного решения задач достаточно ознакомится с образцами решений. После решения типовых задач, студентам предлагается задание для самостоятельной работы. Эта работа обязательно должна быть проверена. Но если задание одно на всех, то самостоятельность работы только кажущаяся. Увеличение вариантов требует большей загрузки преподавателя и затрудняет управление самостоятельной работой. Тут большую помощь могут оказать технические средства обучения. Но введение управляемой самостоятельной работы в практическое занятие является вопросом, принципиально не связанным с оснащением данного вуза техническими средствами. К управлению самостоятельной работой следует привлечь самого студента, положив в основу управления самоконтроль. То, что функции управления процессом обучения в основном возложены на преподавателя, а студент – пассивная сторона, противоречит задаче воспитания в стенах вуза будущих организаторов, руководителей производства и школы.

Привлечение студентов к управлению самостоятельной работой через самоконтроль требует задания ему объективных критериев успешности его работы.

Использование предложенной схемы практического занятия по высшей математике предполагает индивидуальную помощь преподавателя студентам. Ее наличие не снижает ценности работы студента с точки зрения развития у него самостоятельности.

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ И ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

А.В. Беляев
г. Донецк, Донецкий институт рынка и социальной политики

Общеизвестно, что особая роль математики как образовательного предмета никогда не оспаривалась. Поэтому, естественно, что именно математика является обязательной дисциплиной при поступлении на естественно-научные факультеты. Однако на деле без всяких открытых дискуссий и деклараций математика стремительно становится «второсортным» предметом.

«Девальвация» математики началась с переходом на новые программы в школе еще в семидесятые годы с недавних пор прошлого столетия. Под аккомпанемент разговоров о несоответствии советских школьных программ мировым стандартам из программ была исключена арифметика и введены элементы высшей математики без всех необходимых доказательств, а изложение геометрии поднято на более высокий уровень строгости. Естественно, после таких мер математика сразу стала для школьников предметом абстрактным и малопонятным, а, следовательно, и не нужным. Дальнейшее ее сокращение и выхолащивание стало как бы оправданным: в самом деле, зачем учить то, что все равно мало кто понимает. Полную законность этот процесс приобрел за счет введения новых предметов, естественно, потеснивших математику. Добавим, что кроме всего сказанного, значительно понизилась значимость доказательств как абсолютно неотъемлемой части математики, а взамен возросла роль стандартных задач.

Анализируя произошедшие изменения, нельзя не задать себе вопрос: так может быть математика и впрямь не нужна современному человеку, в том числе и образованному, особенно если учесть возможности информационных технологий?

К сожалению, весь жизненный опыт современного молодого человека, начинающийся со школьной скамьи, однозначно свидетельствует о практической бесполезности трудного, неинтересного и неактуального предмета математики. Фундаментальной причиной такого взгляда является прагматизм – торжествующая философия сегодняшнего дня. Что говорить о молодежи, если и взрослые при всем разнообразии их философских, религиозных, идеологических и политических концепций живут, отнюдь не сообразуясь со своими убеждениями, а перестраивая их согласно изменяющейся конъюнктуре. Соответствующие примеры у всех перед глазами, причем на всех уровнях нашей действительности.

Источник житейского прагматизма достаточно хорошо известен – отчасти он находится в нас самих, но изрядную его долю мы получили от Запада, причем не только со времени последних реформ. Но если на Западе эта болезнь – что-то вроде недомогания, благодаря подходящему менталитету, то для нашего соотечественника, учитывая широту славянской души – это почти летальный исход.

Есть еще одна принципиальная причина неактуальности математики – это специализация: одно из основных средств повышения продуктивности общественного труда. В самом деле, математика, приучающая абстрактно мыслить, является только обузой для узкопрофессионального специалиста (но, разумеется, не математика). И, наоборот, культура мышления необходима для того, кому приходится часто менять участок или форму работы.

Итак, существуют серьезные объективные причины для уменьшения значимости математики в общем образовании современного человека. Естественно, существует возможность, согласиться с отмеченной тенденцией, считая ее естественной в общей эволюции человечества. На фоне всех потерь и приобретений почему бы не посмотреть «философски» и на эту потерю. Но давайте отвлечемся от конкретики и злобы дня, раз уж упомянута философия. В самом деле, если мы сознательно согласимся считать абстрактное мышление необязательной составляющей своего бытия, то чем мы будем потом отличаться от пчел, муравьев или хуже того крыс и в лучшую ли сторону? В суете каждодневных проблем мы редко говорим о смысле жизни, но если вдруг говорим, то вполне стандартно выглядят слова о том, что, в общем, живем для детей, чтобы все у них было необходимое. Но ведь и пчелы, и муравьи тоже беспокоятся о детях и делают это гораздо добросовестнее многих из нас!

Значит, потеря абстрактного мышления не может быть одной из многих потерь – это может быть только одной из последних потерь человечества. И надо всеми силами стараться остаться достойными своего имени. Ведь было время, когда философия была наукой наук, несмотря на ее абсолютную непрактичность. Надо вспомнить о духовных потребностях, одна из которых – потребность познавать мир. Тогда обязательно будет необходима математика как универсальное средство, позволяющее понимать мир. К слову сказать, математика уже сделала заметный вклад в экономику, но как этот вклад используется? Не является большим секретом, что в лучшем случае формально, без понимания сути математических методов, а в худшем, что гораздо чаще встречается в нашей действительности, только в диссертациях и научных отчетах. И это закономерно, ведь применение в конкретной экономике математических методов не дает тех сверхприбылей, которые можно получить десятком законных, с помощью грамотного юриста, а то и незаконных способов, скажем, уклоняясь от налогов. Вот поэтому так престижна сегодня профессия юриста во всех демократических и полудемократических странах.

Но если верить в возможность что-то улучшить в нашей жизни и понимать не только утилитарную роль духовности вообще и абстрактного мышления в частности, то надо вернуть математике, некогда царице наук, ее регалии. Средства, коль скоро выбрана цель, достаточно просты.

Самое главное – реализовать в каждом курсе доказательность математики. Это в особенной мере относится к школе, где закладываются основы математического мышления, но актуально и для нематематических факультетов. Значит надо пересмотреть курсы, в которых много фактов, но мало объяснений. Если рассматриваемые факты важны для будущего специалиста, то надо увеличить объем часов за счет предметов, не являющихся базовыми. В противном случае необходимо опустить лишнее, ради понятности того, что остается.

В соответствующем плане можно подготовить и методическую литературу. В качестве примера сошлемся на собственный опыт. Все основные теоремы курса дифференциального и интегрального исчисления в «Пособии к разделу «Математический анализ» курса высшей математики» [1] были сформулированы и доказаны, опираясь на подход профессора В.А. Зорича [2] на 26 страницах. При этом были опущены дублирующие друг друга определения компактности, подобные теоремы и т.д. Разумеется, этот опыт не самоцель, но в ряду различных учебников такое пособие является важным звеном.

В школе, кроме вышесказанного, надо особое внимание уделить предметам, развивающим логическое и пространственное мышление, без которых невозможно абстрактное математическое мышление. То есть вряд ли необходимо торопиться от арифметики переходить к алгебре, если за иксами и игреками ученики не видят соответствующих им объектов, а решение алгебраической задачи для них сродни некоторому фокусу, когда после непонятных действий сам собой получается ответ.

Переходя к частностям, отметим, что понятие конгруэнтности гораздо хуже понятия равенства, понятия производной и интеграла совершенно невозможно рассказывать без нормального определения предела, потому что в противном случае они формируют у учеников не знания, а комплекс математической неполноценности.

Заметим также, что задача в курсе математики не должна быть самоцелью, а только средством усвоения изучаемой темы. В таком случае ясно, что полезнее решить двумя различными способами одну и ту же задачу, скажем, арифметическими и алгебраическими средствами, а в геометрии – обычными средствами и с помощью координатного метода, чем за это же время решить несколько задач, в условиях которых изменяются числа и практически не изменяются слова. Перечень частных улучшений и предложений можно было бы продолжить, но, разумеется, это невозможно сделать в отдельной статье. Нашей целью было определение некоторых главных задач и проблем.

В заключение, еще раз напомним о важности мировоззренческой составляющей обучения, и еще раз подчеркнем, что прагматизм как осознанная или неосознанная жизненная философия, еще как-то оправданная в стабильном обществе, в нашей ситуации ни в каком приближении не может выполнить функцию мировоззрения. Общество не может выжить за счет примитивной логики и примитивных инстинктов. В качестве частного мнения добавим, что философией сегодняшнего дня, если таковая будет востребована, может снова стать только православие, традиционная вера нашего народа, вера, не утратившая своей притягательности и сегодня.

Литература

1. Беляев А.В. Посібник з розділу «Математичний аналіз» курсу вищої математики. – Донецьк: ДІРСП, 1999. – 26 с.

2. Зорич В.А. Математический анализ, часть I. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 544 с.

ДО ПИТАННЯ ПРО ВИВЧЕННЯ КУРСУ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ У ВЗО РІЗНИХ РІВНІВ

О.В. Бех[1], Н.В. Рашевська[2], М.О. Рашевський[3]
[1] м. Кривий Ріг, Криворізький економічний інститут
[2] м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет
[3] м. Кривий Ріг, Криворізький технічний університет

Питання як змісту, так і методики викладання курсу теорії ймовірностей (ТЙ) та математичної статистики для закладів освіти різних рівнів та спеціалізації обговорювалось неодноразово. Причому для підготовки навіть одних і тих же фахівців різними авторами ставились суттєво різні вимоги та задачі. На сьогодні названий курс є програмним для середніх закладів освіти [1]. За час, відведений у середній школі на вивчення розділів “Початки теорії ймовірностей” та “Вступ до статистики” практично неможливо побудувати цілісний, послідовний і логічно завершений курс. Потреба у такому курсі навряд чи є й у вузах, де математика є “не метою, а засобом”. Згідно з [2], «…теорию вероятностей, построенную как последовательно дедуктивную науку, развивать нет смысла: с момента введения… аксиоматики … на базе алгебры событий … мы превращаем учение о вероятностях в формально дедуктивную теорию…, изучение которой нисколько не способствует развитию статистического мышления будущего инженера». Сказане стосується також інших нематематичних спеціальностей.

У педагогічному ВЗО наявність курсу дискретної математики разом із шкільним курсом дозволяє побудувати двоступеневу програму вивчення ТЙ, що є близьким до вивчення названого курсу у класичних університетах. На першому ступені вивчення програмного матеріалу доцільно виділити типові задачі, засвоєння яких є необхідним для подальшого ознайомлення з матеріалом. Такими є три задачі [3, стор. 28]: задача про спортлото (гіпергеометричний розподіл), задача про дні народження та задача про збіги. На вивченні названих задач можна досить успішно вирішувати задачу формування навичок обчислення ймовірностей за класичною схемою. Загальний курс (другий ступінь) необхідно будувати на досить високому науково-теоретичному рівні з дотриманням логічної формалізації теорії.

Математична підготовка студента нематематичної спеціальності в основному спрямована на засвоєння основних математичних понять та алгоритмів розв'язування задач стандартного типу, і розумового напруження вимагає по суті лише розпізнавання типу, до якого належить задача. Тому початкове вивчення курсу ТЙ до певної міри може відповідати першому ступеню програми педвузу. Проте формування ймовірнісного мислення необхідно базувати на розв'язуванні практичних задач, а не на доведенні теорем. На думку авторів майже всі задачі слід пов'язувати з практичними задачами майбутньої спеціальності. Як теоретичний, так і практичний матеріал повинен бути насичений прикладами використання ТЙ і МС і фінансовій практиці, при прийнятті рішень в умовах економічного ризику в ситуаціях економічної та фінансової невизначеності. Сформульована думка висловлювалась, наприклад, в [4]. З урахуванням цього положення написано посібник [5]. Нарешті, зауважимо, що оскільки означення ймовірності події, дане Мізесом, є основою всіх практичних застосувань ТЙ, то для формування ймовірнісного мислення необхідно навчати студента розв'язку кожної (принаймні більшості) задачі давати статистичне трактування, цим самим, формуючи правильне уявлення про статистичний характер економічних чи суспільних законів.

1. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу 10–11 кл. – К.: Зодіак – ЕКО, 1996. – 606 с.
2. Яглом И.М. Не отставать от требований времени. // Сборник научно-методических статей по математике. (Проблемы преподавания математики в вузах). – 1974. – вып. 4. – С. 17.
3. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища шк., 1994. – 192 с.
4. Сторожук Є.А., Коляда Ю.В., Муніца А.І. та ін. Професіонально орієнтоване викладання математичних дисциплін при підготовці сучасного податківця. // Матеріали VIII–ої міжнародної конференції ім. акад. М.П. Кравчука (11-14 травня 2000 р., Київ) / К.: НТТУ (КПІ). – 2000. – С. 547.
5. Бех О.В. Методичні вказівки до розв'язування задач економічного змісту з теорії ймовірностей та математичної статистики. – Кривий Ріг: КНЕУ, 2000. – 54 с.

ГРОМАДЯНСЬКЕ ВИХОВАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Н.А. Бондар
м. Кривий Ріг, Середня загальноосвітня школа №130

Громадянське виховання, виявляється можна здійснювати не тільки на позакласних виховних заходах, уроках історії, рідної мови, українознавства, а і на уроках математики.

Можна з математичними задачами, діями, поняттями, паралельно вносити історичні відомості про Україну, її символи, основні події, їх дати. Можна також розповідати про звичаї українського народу, тобто про все, в чому полягає громадянське виховання. Щоб у серці кожного учня виховувати почуття гордості за свою Державу, за дії свого Президента, досягнення народу.

Звичайно, на уроках математики, це будуть деякі елементи але вони дають ефективні результати.

На першому етапі уроку, коли здійснюється усний рахунок, на вершині піраміди, після розв'язання всіх прикладів, з'являються символи Україну – жовто-блакитний прапор і герб (рис. 1). Діти розповідають про історію виникнення цих символів і що вони означають. Повідомлення доповнюється учнями і розширюється вчителем.

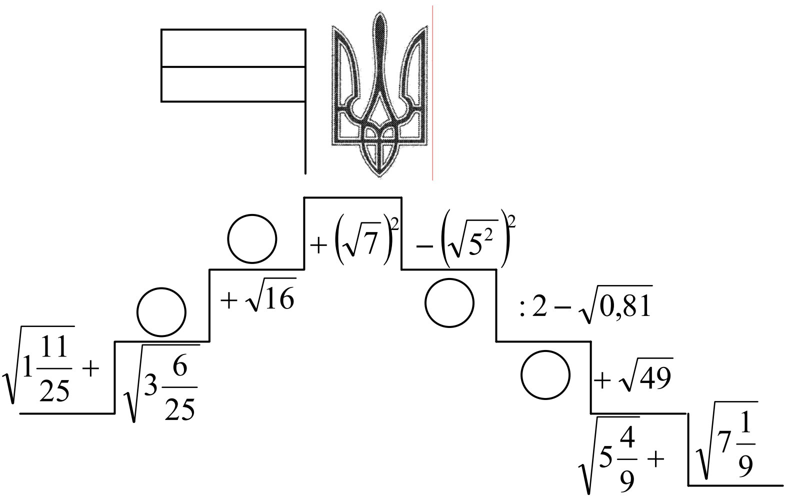


Рис. 1

На закріплення, повторення матеріалу можна запропонувати запитання математичного кросворду, коли після запису правильних відповідей у виділеному стовпчику (чи рядку) отримуємо слово. У запропонованому кросворді, це слово “Київ” (рис. 2).

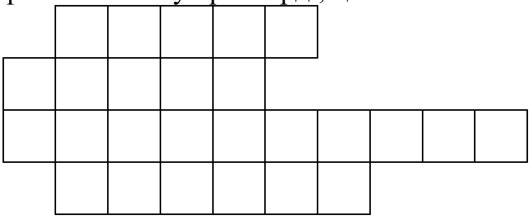


Рис. 2.

8 клас, геометрія “ Співвідношення між сторонами і кутами у прямокутному трикутнику”.

1) Одна із сторін трикутника, що утворюють в ньому прямий кут;

2) Відношення протилежного катету до гіпотенузи;

3) Найбільша сторона прямокутного трикутника;

4) Відрізок, опущений з даної вершини до прямої, що містить протилежну сторону трикутника, під прямим кутом.

Кросворди можна скласти до будь-якої теми і щоб виділеними словами були “Рада”, “Президент”, “Конституція” тощо.

Обов’язково до кожної теми включають задачі відповідного змісту:

а) №1 9 кл. “Застосування властивостей подібності”.

Протяжність України із заходу на схід наближено 1270 км, а з півночі на південь – 9000 км.

1) Який треба взяти масштаб, щоб намалювати карту України найбільш можливого розміру на аркуші паперу учнівського зошита?

2) Намалювати наближено кордони України, позначити точками на цій карті такі міста, як Київ, Дніпропетровськ, Кривий Ріг. Пояснити, чому ці міста запропоновано.

в) №2 Задача на складання рівняння.

Слово складається з чотирьох букв. Якщо кожну з них замінити числом, яке відповідає місцю букви в Українському алфавіті, то матимемо: сума першого і другого числа дорівнює

22, різниця другого і першого дорівнює третьому, а різниця другого і третього числа дорівнює 3. Четверте число в 2 рази більш за третє. Яке це слово?

Вчитель пропонує згадати і записати український алфавіт і після всіх обчислень отримується слово “Воля”, після чого важливо поговорити з учнями про Незалежність України і згадати всі дати, пов’язані з цим.

Дуже цікаво, що можна внести в урок з теми, наприклад: ”Квадратний корінь з добутку, дробу, степеня”.8кл. елементи українознавства, взявши епіграфом до цього уроку слова Максима Рильського: “У щастя людського два рівних є крила: Троянди й виноград, красиве і корисне”. І поєднувати на всіх етапах уроку корисне – це квадратний корінь, а красиве – все, що пов’язано з рушником.

При розв’язані, наприклад, рівнянь чи інших прикладів, правильні відповіді записано на аркушах, перевернувши які, отримаємо узор “Диво-рушника”, дерева життя. І як тільки гарно можна розвернути цю тему.

Немаловажну роль у громадянському вихованні відіграють творчі завдання, пов’язані з історією рідного міста, мікрорайону, вулиці. Діти дуже полюбляють складати задачі. Наприклад, задача складена ученицею 5 класу Матюховою Вікторією.

У нашому місті з 1987 року, від станції “Кільцева” до станції “Майдан праці” працює І ділянка швидкісного трамваю. У жовтні 1998 року від ст. “Майдан праці” до ст. “Зарічна” відкрито ІІ ділянку і на відкритті був присутній Президент України Л.Д. Кучма. І ділянка мала довжину 17 км, ІІ ділянка – 11км. Який час пасажири будуть знаходитись у дорозі від ст. “Зарічна” до ст. “Кільцева”, якщо середня швидкість трамваю 40 км/год?

Також обов’язково учням треба наголошувати, що в розвиток математики внесли і вносять великий вклад відомі усьому світові українські математики М.В. Остроградський, Г.Ф. Вороний, М.Ф. Кравчук і інші.

Громадянське виховання можна здійснювати і на кожному уроці, тільки б вистачало в учителя творчості, необхідної літератури а головне, щоб було бажання в учителя творити для досягнення поставленої мети.

САМОСТІЙНА РОБОТА СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У ПЕДАГОГІЧНОМУ ВУЗІ

О.В. Бич
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Використання лекційно-практичної системи у вищій школі, з одного боку, і дефіцит аудиторного часу, з іншого, спонукало до розробки методичних засад організації самостійної роботи студентів при вивченні математичних дисциплін. При цьому у дослідженні виділимо два основні напрямки:

1. Аналіз можливостей лекційно-практичної системи вивчення математики в організації самостійної роботи студентів з метою професійної підготовки майбутніх вчителів математики, вдосконалення їх власної теоретичної підготовки та здобуття відповідних практичних навичок та вмінь.
2. Розробка оптимальних технологій організації самостійної роботи студентів, які забезпечили б високий рівень засвоєння програмного матеріалу.

Інваріантом вивчення програмного матеріалу за лекційно-практичною системою, як відомо, є така стратегія організації навчання: укрупнене викладання нового матеріалу, система самостійної роботи, підсумковий контроль. Але, як свідчить досвід роботи, проведення різних форм контролю (контрольних робіт, колоквіумів, екзаменів), більшість студентів І й ІІ курсів фізико-математичного факультету не володіють навичками самостійного опрацювання та закріплення матеріалу, що вивчається, тому продуктивність їхньої самостійної роботи виявляється досить низькою. Одну з причин цього факту ми вбачаємо у відсутності системи та систематичності самостійної роботи студентів при вивченні профільних дисциплін (алгебри і теорії чисел, геометрії математичного аналізу, математичної логіки, методики викладання математики тощо). З метою усунення зазначених недоліків пропонуємо викладачам при тематичному плануванні враховувати такі суттєві ознаки лекційно-практичної системи навчання:

1) наявність цілісної проблеми в тому фрагменті математичного матеріалу, що підлягає вивченню;

2) організація пізнання цієї проблеми як одного цілого, як системи з виділенням тих аспектів проблеми, що розглядаються в аудиторії, та питань, що виносяться на самостійне опрацювання;

3) повнота та завершеність дидактичного циклу, структура якого конкретизується в системі цілей, що послідовно відображатимуть призначення кожної ланки циклу.

Особливу увагу потрібно приділити організації систематичного поетапного контролю за самостійною роботою студентів.

Чітке виділення в кожному розділі програмного матеріалу, що виноситься на самостійне опрацювання (причому, цей компонент змісту навчання може бути варіативним у залежності від індивідуальних можливостей кожного студента або академічної групи), допоможе продумати зміст та форми контролю знань студентів протягом семестру, з якими доцільно студентів ознайомити на його початку. Оскільки при сучасному стані технічного забезпечення не всі студенти мають можливість бути користувачами мережі «Інтернет», кафедрам потрібно розробити навчально-методичну літературу, яка б полегшувала самостійну роботу студентів. Бажано, щоб навчально-методичні посібники для самостійного вивчення профільних дисциплін були розроблені до кожного розділу і містили достатню кількість варіантів для індивідуальної самостійної роботи студентів.

Так, самостійну роботу студентів з курсу алгебри на спеціальності «Фізика та інформатика» у першому семестрі пропонуємо організувати у такий спосіб. За навчальним планом у цьому семестрі вивчаються теми: «Комплексні числа», «Матриці та визначники», «Системи лінійних рівнянь». Тому з кожної теми студенти повинні виконати індивідуальну самостійну роботу, кожна з яких буде містити 10 практичних завдань. Теоретичне питання «Властивості визначників» виноситься на самостійне опрацювання. Результати цієї самостійної роботи відображатимуться в індивідуальних картках, які студенти будуть поступово заповнювати протягом семестру і які будуть враховані на екзамені. Картки можна скласти за такою схемою:

1. Тема для самостійного опрацювання.

2. Завдання (навчально-методична література, яку можна використати при самостійній роботі та номер варіанта індивідуальних завдань).

3. Форма контролю (захист розв'язку практичних завдань, колоквіум, тощо).

4. Проведення контролю (графік здачі, максимальна та фактичні оцінки студента).

Самостійну роботу студентів у І семестрі доцільно розбити на два модулі. Перший модуль «Комплексні числа», другий – «Елементи лінійної алгебри», до яких можна включити відповідно і аудиторні контрольні роботи. З метою підвищення ефективності роботи студентів протягом семестру пропонуємо такі критерії поточного контролю знань:

1. Системність та активність роботи студента у семестрі із даної дисципліни (сюди включити відвідування лекцій та практичних занять, рівень знань та активність на поточних заняттях).

2. Виконання модульних завдань, де враховувати виконання як індивідуальних завдань, так і оцінки з контрольних робі.

Загальна оцінка роботи студента з курсу алгебри у І семестрі буде складатися з двох чинників: кількість балів, отриманих протягом семестру за зазначеними критеріями і бали, отримані безпосередньо під час іспиту. Безумовно, треба запланувати години систематичних консультацій, під час яких викладач зможе надати потрібну допомогу студентові та оцінити його самостійну роботу. Організована у такий спосіб самостійна робота не буде носити фрагментарного характеру і забезпечить вироблення відповідних навичок та вмінь.

Як результат реалізації відомої психологічної тези: «Навчити не можна, можна лише навчитись», систематична самостійна робота студентів сприятиме переорієнтації процесу «навчання» на процес «учіння», що в більшому степені відповідатиме парадигмі вищої школи.

ПРО ОСНОВНІ МЕТОДИЧНІ ПРИНЦИПИ ПРОВЕДЕННЯ КУРСУ ШКІЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ ТА МЕТОДИКИ ЙОГО ВИКЛАДАННЯ В ПЕДАГОГІЧНОМУ ВУЗІ

О.Е. Валльє[1], О.П. Свєтной[2]
[1] м. Одеса, Одеський інститут удосконалення вчителів
[2] м. Одеса, Південноукраїнський державний педагогічний університет ім. К.Д. Ушинського

Процес навчання – це цілеспрямована послідовна взаємодія, в ході якої вирішуються задачі освіти, виховання та загального розвитку. Сучасна дидактика підкреслює, що задачі учбового процесу не можна звести лише до формування знань, умінь і навичок. Реформування загальної середньої освіти передбачає методологічну переорієнтацію процесу навчання з інформативної форми на розвиток особистості навчаємого, індивідуально-диференційований підхід до навчання та контролю учбових досягнень навчаємих. Сьогодні перед вчителями поставлені завдання пов'язані з оновленням змісту навчання та його інформації, модернізації форм та методів навчання. Сьогодні, коли йдеться про високий рівень навчальних досягнень, то насамперед, маємо на увазі вміння в основному самостійно отримувати нові знання без яких неможливо працювати по-новому. Немає сенсу говорити, що саме освіта є тим фундаментом, на якому створюється та функціонує вся система підготовки майбутнього вчителя. В цьому контексті приоритетним безумовно є ланка середньої освіти. Саме тут свідомість учнів не тільки наповнюється різноманітною інформацією, але внаслідок діяння вчителя у свідомості учня формуються вміння оперувати інформацією, що повідомляється вчителем. Від якісних та кількісних властивостей таких вмінь залежать ефективність і продуктивність подальшого спеціального навчання, в тому числі і в ланці вищої освіти. Тобто вчитель повинен бути не тільки найефективнішим транслятором знань, але й психологом, який активно й цілеспрямовано впливає на характер функціонування свідомості та самосвідомості учнів. Для всіх спеціальностей інших професій, в процесі професіональної діяльності яких виникають елементи навчального та виховного процесів, останні не відіграють домінантної ролі, в той час як для вчителя, педагога навчання і виховання – єдина й головна задача. Саме тому, вчитель не тільки не має права зменшувати масиви своїх знань, умінь, але навпаки, зобов'язаний постійно підіймати планку професійної компетентності.

Саме тому необхідно вести розмову не тільки за процес набуття знань майбутніми вчителями, а краще за систему навчання педагогічній майстерності. Майбутній вчитель, студент повинен постійно вдосконалювати свої знання, вміти добувати їх шляхом самостійної роботи. Одним з головних чинників, які впливають на ефективність освіти можна вважати управління якістю підготовки спеціалістів, зокрема – вчителя математики. Практично керувати якістю підготовки майбутніх вчителів математики можна за допомогою такої методики, яка дозволяє враховувати весь комплекс сучасних вимог до професії вчителя математики.

Серед усіх учбових предметів, які вивчають студенти фізико-математичних факультетів педінститутів, курс шкільної математики та методики її викладання найбільш тісно пов'язаний з їх майбутньою професійною діяльністю. Основними методичними принципами проведення такого курсу ми вважаємо такі:

– вивчення будь якої теми починати з розглядання відповідних питань шкільного курсу математики;
– при розгляданні кожного питання вказувати той мінімум знань та вмінь, який повинен бути досягнутий учнями, а також той рівень, який можна вважати вищим для учнів шкіл та вважати обов'язковим досягнення кожним студентом цього рівня; вищим рівнем складності вважати такі вправи, які пропонуються на факультативних заняттях, вступних екзаменах, також такі вправи, які потребують поглибленої математичної підготовки;
– особливу увагу приділяти розв'язанню задач, типових для шкільного курсу математики (під типовими задачами розуміємо задачі з даної теми, для розв'язання яких використовуються такі методи притаманні таким розв'язанням);
– якщо задача розв'язується декількома способами, обговорити кожен з них;

– пропонувати студентам методичні завдання: сформулювати у явному виді основні алгоритми шкільного курсу, відібрати вправи для формування алгоритму, виділяти базові знання та вміння учнів; пропонувати вивчити різні методи розв'язання вправ; розв'язувати методичні завдання – вчитель намітив деякий шлях розв'язання задачі, а учень пропонує інший, якою може бути реакція вчителя, визначити, чи є помилки у розв'язанні та які;
– при розв'язанні вправ особливу увагу приділяти пошуку розв'язання , у явному вигляді виділяти ті міркування, які застосовуються при розв'язанні.

Вважаємо, якщо ці загальні положення використовувати як основу організації учбової діяльності студентів на заняттях, то вони забезпечать у деякій мірі, їх методичну підготовку. Зауважимо, що така робота є основною для подальшого постійного підвищення кваліфікації вчителя математики.

Так, наприклад при розв'язанні рівнянь, які містять змінну під знаком модуля застосовуються такі методи:

1. Розв'язати рівняння (початковий рівень):

$$|x-4|=1$$

1 спосіб: піднесемо обидві частини рівняння до квадрату:

$$|x-4|^2=1^2,$$
$$x^2-8x+15=0.$$

Коренями цього рівняння є $x_1=5$; $x_2=3$.

2 спосіб: За означенням модуля

$$\begin{cases} x-4 \ge 0 \\ x-4=1 \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} x-4 \le 0 \\ 4-x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \ge 4 \\ x=5 \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} x \le 4 \\ x=3 \end{cases}$$

Також знаходимо $x_1=5$; $x_2=3$.

3 спосіб: можливий також і графічний розв'язок.

2. Розв'язати рівняння:

$$|x-2| + |x-1| = x-3.$$

Ясно, що $x-3>0$, тоді і $x-2>0$ та $x-1>0$ і дане рівняння рівносильно системі

$$\begin{cases} x-2+x-1=x-3 \\ x-3\geq 0 \end{cases}$$

Ця система немає розв'язків.

3. Розв'язати рівняння:

$$|x+5| + |x-3| = 10.$$

При розв'язуванні цього рівняння можна скористатися методом розбивання на проміжки, але доцільно застосувати такі міркування, які роблять розв'язок красивішим : умову прикладу пере формулювати таким чином – знайти на числовому промені такі точки x, що сума відстаней від них до точок з координатами –5 та 3 відповідно, дорівнює 10. Якщо такі точки є, то вони лежать поза інтервалом (–5;3) і якщо таку відстань позначити через d, то маємо: $d + d + 8 = 10$; $d = 1$. Отже, $x_1=-5-1=-6$; $x_2=3+1=4$. Такі міркування мають загальний характер; так якщо

$$| x+5 | + | x-3 | = a,$$

то $d + d +8 = a$; $d = \dfrac{a-8}{2}$;

При a=8, рівняння має безліч коренів, які належать проміжку [–5;3]. При a>8 рівняння має тільки два корені. При a<8 рівняння розв'язків не має. Зауважимо, що такі міркування цілком придатні і для розв'язку та доведення нерівностей.

4. Довести, що для любого дійсного x:

$$|x-2| + |x-6| \geq 4.$$

Тут треба довести, що для всіх точок x, сума відстаней від точок з координатами 2; 6 відповідно не менше за чотири.

Ясно, якщо точка лежить поза інтервалу (2;6), то сума відстаней від неї до точок з координатами 2;6 більше за чотири, а якщо точка належить (2;6), то сума відстаней дорівнює 4. Тому для довільного x:

$$|x-2| + |x-6| \geq 4.$$

Немає різниці у підходах до розв'язування і таких задач:

5. Розв'язати рівняння : $|x-1| - |x-2| = 1$,

$$\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+2x+1}=3.$$

6. Довести, що для будь якого x: $|x+4|-|x-1|\leq 5$.

Більш складним є розв'язання нерівностей:

7. Довести, що $||x+1| - |x-1|| \leq 2$ для будь-якого x, але ця нерівність рівносильна системі:

$$\begin{cases} |x+1|-|x-1| \le 2 \\ |x+1|-|x-1| \ge -2 \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} |x+1|-|x-1| \le 2 \\ |x-1|-|x+1| \le 2 \end{cases}$$

а далі ясно.

Цікавим для обговорення є і такий метод розв’язання рівняння:

8. Розв’язати рівняння:

$$|\,7-2x\,| = |\,5-3x\,| + |\,x+2\,|.$$

З того, що $7-2x = (5-3x)+(x+2)$ і $|\,a+b\,| = |\,a\,| + |\,b\,|$, якщо $ab \ge 0$, слідує, що $(5-3x)(x+2) \ge 0$, або $-2 \le x \le \frac{5}{3}$; тобто відрізок $[-2;\ 1\frac{2}{3}]$ є розв’язком цього рівняння.

Зрозуміло, що немає такої окремої “модульної” математики, але обговорення методів розв’язання та пошуку розв’язків задач такого типу безперечно повинно бути здійсненим на заняттях з шкільного курсу математики, бо саме воно й забезпечує методичну копичку майбутнього вчителя.

ВДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

О.М. Вілігурська
м. Луцьк, Волинський інститут економіки та менеджменту

Згадується вислів М.В.Ломоносова “Математику вчити вже тому потрібно, що вона розум впорядковує”. Ці слова неоднораразово підтверджуються реаліями життя, адже не можна здобути економічної освіти, не опанувавши ґрунтовно основ математичних знань.

З метою дослідження рівня знань студентів груп ОА-1а, ОА-1б, МО-1а, МО-1б, ОА-2, МО-2а, МО-2б були проведені спеціально розроблені контрольні роботи з вищої математики (спеціальність “Менеджмент організацій”) та математики для економістів (спеціальність “Облік і аудит”). Комплекти завдань підібрані з урахуванням типових програм курсів. Вони передбачали використання стандартних алгоритмів розв’язування.

Контрольні роботи висвітлили, які питання розділів є для студентів найбільш важкими, які помилки є типовими, а які випадковими.

Вони показали, що, наприклад, при вивченні розділу “Лінійна алгебра” типовими помилками для груп МО є:

1) при розкриванні визначника за стовпцем або рядком не завжди враховуються знаки алгебраїчних доповнень;

2) при розв’язуванні системи рівнянь методом Крамера не на належне місце ставиться стовпець вільних членів при обчисленні D_x, D_y, D_z;

3) при розв’язуванні методом Гауса використовують при обрахунках не потрібний, а вище розташований рядок, в результаті чого псується вже досягнуте;

4) при знаходженні оберненої матриці не враховують знаків алгебраїчних доповнень;

5) при обчисленні оберненої матриці ділять приєднану матрицю не на $|A|$, а на (-1).

Для групи ОА найбільш характерними є помилки 1) та 4).

Випадковими помилками є для МО:

1) помилки в обрахунках;

2) неправильний вибір деяких чисел при складанні мінорів елементів;

3) при знаходженні оберненої матриці інколи забувають, що вихідну матрицю треба транспонувати.

Для груп ОА найбільш характерними є помилки 1) та 3).

При вивченні розділу “Аналітична геометрія в просторі та на площині” для груп МО найбільш типовими помилками були:

1) неврахування знаку модуля в формулах пошуку відстаней та об’ємів, в результаті чого може бути отриманий від’ємний результат;

2) при пошуку площі трикутника через векторний добуток в кінці забувають врахувати множник ½;

3) неправильне винесення множників з-під кореня;

4) неправильно рахують координати векторів;

5) роблять помилки у визначенні A, B, C, D в неповному рівнянні площини.

Випадковою помилкою при вивченні цього розділу було не записування вільного члена в чисельнику формули відстаней від точки до прямої або площини.

Для груп ОА відповідно типовими є помилки 1) та 3), а випадковою помилкою було неврахування додатності квадратів від’ємних чисел.

При вивченні розділу “Ряди” типовими помилками для груп МО були:

1) неправильне утворення $n+1$-го елемента при застосуванні ознаки Д’Аламбера;

2) неправильне скорочування різних факторіалів в чисельниках та знаменниках;

3) помиляються в ознаці порівняння – при якому k узагальнений гармонійний ряд є збіжним, при якому – ні;

4) заміна $\sqrt[n]{}$ коренями інших ступенів в ознаці Коші;

5) використання не тієї ознаки;

6) не повністю досліджують на умовну збіжність, забувають використати ознаку Лейбніца;

7) не дописують, що ряд збігається саме абсолютно;

8) неправильно роблять висновок, при якому q в ознаках Д’Аламбера та Коші ряд є збіжним.

Випадковими помилками є описки типу: “Область збіжності ряду – інтервал (–1; –9]”.

Для групи ОА типовими є помилки 6), 7), 8), а випадковими є помилки типу “$\frac{e}{4} > 1$”, інколи студенти не впізнавали другу чудову границю $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+1/n\right)^n = e$.

При вивченні розділу “Невизначений інтеграл” групою ОА-2 типовими помилками є:

1) неправильне записування знаменника дробу 3-го типу при інтегруванні дробово-раціональних виразів;

2) неправильне застосування табличних інтегралів;

3) подавання інтегралу добутку як добутку інтегралів;

4) не враховується знак “мінус” при пошуку площі криволінійної трапеції, якщо фігура або її частини знаходяться нижче осі *OX*.

Частою випадковою помилкою є недописування *C* при знаходженні невизначених інтегралів.

На нашу думку, основними недоліками, які заважають найбільш продуктивному навчанню, є недостатня кількість годин практичних занять і відсутність годин на індивідуальні заняття, слабкий рівень шкільної підготовки, неповна забезпеченість студентів навчальною літературою.

Для подолання труднощів пропонується врахування і можливе усунення вище перерахованих факторів, а також використання умовного поділу студентів на групи за рівнем знань, більш індивідуальна робота саме з цими групами: давати можливість і сильним рухатись при вивченні з властивою їм швидкістю, і слабким дотягуватись до середнього рівня. Наприклад, на початку навчання першою парою можна провести контрольну роботу для заміру залишкових шкільних знань. За її результатами студенти умовно поділяються на групи – слабкі, середні, сильні. На другій парі сильним і середнім на картках даються індивідуальні завдання, що відповідають їхньому рівню підготовки, а викладач працює зі слабкими студентами. В процесі роботи з’ясовується найбільш незрозумілі питання, робиться крок до “підтягування” слабких студентів до середнього рівня. На наступній парі сильні знову працюють індивідуально, викладач працює з “середніми”, а слабкі пишуть контрольну роботу свого рівня. Далі чергуються методики другої та четвертої пари, а на останньому занятті проводиться контрольна робота для всіх (з урахуванням рівня). Крім того, слабким пропонується протягом семестру розв’язати 30 стандартних задач, деякі з яких обов’язково входять в їхню останню контрольну.

Важливе місце відводиться підготовці викладачем студента до інсайту, “ага-розв’язку”. Необхідно давати можливість розкритись здібностям всіх студентів в групі без виключення.

ПРОГРАММА ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ БИСПИНОРНОГО УРАВНЕНИЯ ДИРАКА

Л.А. Витавецкая
г. Одесса, Одесский государственный экологический университет

Функция Грина (ФГ) играет важную роль в аппарате математической физики. Ее построение в аналитическом или численном виде является ключевым моментом при решении целого ряда задач как нерелятивистской, так и релятивистской квантовой теории поля [1-4]. Целью нашей работы является построение компактного численного алгоритма вычисления функции Грина релятивистского биспинорного уравнения Дирака с центральным несингулярным потенциалом и комплексной энергией и его реализация в виде комплекса программ с использованием метода Иванова-Ивановой (см. напр. [3]).

Искомая ФГ определяется как решение неоднородного уравнения Дирака (УД):

$$\left(\hat{H} - \zeta\right) G_E\left(r_1 r_2\right) = \delta\left(r_1 - r_2\right) \qquad (1)$$

где $\hat{H}$ – Дираковский гамильтониан [2]:

$$\hat{H} = -i\alpha + V\left(r\right) + \beta - E_n \qquad (2)$$

где ζ – энергетический параметр, $V(r)$ – центральный потенциал. В теории стационарных состояний ζ – действительное число $0<\zeta<\infty$. Математический смысл ζ-энергия частицы в виртуальном состоянии. В задачах рассеяния возникает необходимость рассматривать ФГ с комплексным параметром ζ [3, 4]. Традиционный подход вычисления ФГ УД с центральным потенциалом связан с выделением радиальной и угловой частей. Для радиальной части используется парциальное разложение, записанное в виде произведения так называемых регулярной и нерегулярной функций Уиттекера *M* и *W*. Далее для *W* и *M* используется разложение в ряд Тейлора, который суммируется в отдельном блоке программы. Такой подход имеет два существенных недостатка: вычисление функции Уиттекера в отдельном блоке увеличивает размерность вычислительной процедуры и ряд Тейлора для больших r обладает плохой сходимостью. В нашем подходе, основывающемся на методе Иванова-Ивановой (см. напр. [3]) искомые трудности отсутствуют.

После выделения радиальной части ФГ ключевой становится задача решения неоднородного радиального УД с широким интервалом изменения параметра ζ. Радиальное уравнение в матричном виде

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r^2+\frac{\chi}{r} & -1+V\left(r^2\right)-\zeta \\ -1+V\left(r^2\right)-\zeta & -\frac{d}{dr}r^2+\frac{\chi}{r} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} G^{21}\left(r^2r^1\middle|\zeta\right) & G^{21}\left(r^2r^1\middle|\zeta\right) \\ G^{21}\left(r^2r^1\middle|\zeta\right) & G^{21}\left(r^2r^1\middle|\zeta\right) \end{pmatrix}=$$

$$=-\frac{1}{r^2r^1}\delta\left(r^2-r^1\right)$$

Здесь χ – квантовое число Дирака. Для угловых частей известны точные аналитические выражения, в которых учтено суммирование по моментным проекциям виртуальных состояний [2]. Радиальную часть ФГ можно стандартно выразить в виде комбинации двух фундаментальных решений однородного уравнения Дирака. С помощью фундаментальных решений элементы G^{ij} ФГ представляются в виде:

$$\left.\begin{aligned} G_\chi^{11} &= \tilde f_\chi(r_2)f_\chi(r_1)\theta(r_2-r_1)+f_\chi(r_2)\tilde f_\chi(r_1)\theta(r_2-r_1) \\ G_\chi^{21} &= \tilde f_\chi(r_2)g_\chi(r_1)\theta(r_2-r_1)+f_\chi(r_2)\tilde g_\chi(r_1)\theta(r_2-r_1) \\ G_\chi^{21} &= \tilde g_\chi(r_2)f_\chi(r_1)\theta(r_2-r_1)+g_\chi(r_2)\tilde f_\chi(r_1)\theta(r_2-r_1) \\ G_\chi^{22} &= \tilde g_\chi(r_2)g_\chi(r_1)\theta(r_2-r_1)+g_\chi(r_2)\tilde g_\chi(r_1)\theta(r_2-r_1) \end{aligned}\right\}*N$$

Здесь f и g – большая и малая компоненты функции Дирака, N – нормировочный множитель. Знак “~” применяется для обозначения второго фундаментального решения. Для конкретизации задачи предполагаем, что частица движется в сферически симметричном кулоновском потенциале. В таком приближении ее состояние определяется значениями главного квантового числа, полным моментом и четностью. Соответствующие биспиноры имеют стандартный вид [2]:

$$\psi_{jlm}(r)=\begin{pmatrix} \varphi_{jlm}(r) \\ \chi_{jlm}(r) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} f(r)\Omega_{jlm}(r) \\ \lg(r)\Omega_{jlm}(r) \end{pmatrix}$$

Здесь $\Omega_{jlm}(r)$ – шаровой спинор, $g(r)$ и $f(r)$ – радиальные функции Дирака, которые удовлетворяют системе уравнений:

$$f' = -(\chi+1)\frac{f}{r} - Vg\widetilde{\alpha}$$

$$g' = -(\chi-1)\frac{g}{r} + Vf\widetilde{\alpha}$$

$$V(r)^{\pm} = V(r) - i\zeta \pm \widetilde{\alpha}^{-2}$$

Вид радиальных функций, естественно, зависит от вида потенциала $V(r)$. Для регулярного при $r \to 0$ $V(r)$, при $r \to \infty$ переходящего в чисто кулоновский, при каждом значении ζ, *æ* существуют решения двух типов (см. [3] и ссылки там):

а) регулярное при $r \to 0$

æ<0 $f - r^{\chi-1}$ $g - r^{\chi}$: *æ*>0 $f - r^{\chi}$ $g - r^{\chi-1}$

б) сингулярное при $r \to 0$

æ<0 $\bar{f}^{-} r^{\chi}$ $\bar{g}^{-} r^{-\chi-1}$ *æ*>0 $\bar{f} - r^{-\chi-1}$ $\bar{g} - r^{\chi}$

Вычислительные трудности всей задачи связаны в основном с вычислением второго фундаментального решения, для чего использован метод Иванова-Ивановой [3]. Вся вычислительная процедура сведена к решению одной системы обыкновенных ДУ (для численного интегрирования применяется схема Рунге-Кута) и реализована в виде комплекса программ (для Fortran Power Station 4.0) для PC Pentium II.

Литература

1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М., 1989.
2. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. – М., 1979.
3. Ivanov L.N., Ivanova E.P., Knight L. // Phys. Rev. A. – 1993. – V.48. – P. 436.
4. Glushkov A.V., Ivanov L.N. // Phys. Lett. A. – 1992. – V. 170. – P. 33.

НОВІ МЕТОДИ СУЧАСНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ І ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ: ДЕЯКІ НАУКОВІ ТА МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ

О.В. Глушков, С.В. Малиновська
м. Одеса, Одеський державний екологічний університет

В сучасній математичній фізиці значний розвиток та широкі застосування отримав математичний апарат опису нелінійних квантових систем, який базується на операторній теорії збурень (ТЗ) (див. [1]) та S–матричному адіабатичному формалізмі Гелл-Мана та Лоу (див. напр.[2]). Особливо значні результати можуть бути отримані при його застосуванні в розв’язанні задач взаємодії складних систем із зовнішніми полями. Викладання цього апарату, як правило, потребує високого навчально-методичного та наукового рівня. Нижче ми розглянемо питання його викладання та застосування в наукових задачах на прикладі розв’язання задачі взаємодії “квантова система – зовнішнє поле”.

Мета – отримати основні характеристики – лінії радіаційного поглинення, які варто описувати на підставі техніки моментів μ_m. Розглядається взаємодія квантової, наприклад, атомної системи (КС) з когерентним випромінюванням (КВ). Відомі розв’язки подібної задачі для випадку гармонічного КВ, але для сильних (стохастичних тощо) полів задача ще досить далека від свого послідовного розв’язання. Взаємодію КС-КВ можна описувати потенціалом:

$$V(r,t)= V(r) \int d\omega\, f(\omega - \omega_0)\ \sum_{n=-\infty}^{\infty}\cos\ [\omega_0 t+ \omega_0\, n\tau],$$

де n – ціле число. Умова $\int d\omega\, f^2\,(\omega)=1$ нормує потенціал $V(rt)$ на певну енергію. Функцію $f(\omega)$ візьмемо в гаусовій формі: $f(\omega)=\mathrm{I}\exp [-\ln 2\,(\omega/\mathrm{D})^2]$. Далі для рівня α КС розраховується Im частина енергетичного зсуву ΔE як функція центральної частоти імпульсу КВ ω_0. Шукана функція має форму резонансу. Кожен резонанс можливо пов’язати з певним переходом КС «α-p», в якому поглинається «k» фотонів (α, n – дискретні рівні в спектрі КС). Для резонансу розраховуються моменти ліній:

$$\delta\omega(p\alpha|k) = \int' d\omega\ \mathrm{Im}\, E_\alpha(\omega)\ (\ \omega - \omega_{p\alpha} / k) / N, \qquad (1)$$

$$\mu_m = \int' d\omega \,\mathrm{Im}\, E_\alpha(\omega)\,(\,\omega - \omega_{p\alpha} / k)^m / N,$$

де $\int' d\omega\,\mathrm{Im}\,E_\alpha$ – нормуючий фактор; $\omega_{p\alpha}$ – положення незсунутої лінії КС переходу α-p; $\delta\omega(pa|k)$ – зсув лінії при k–фотонному поглинанні; $\omega_{p\alpha}=\omega_{p\alpha}+ k\cdot\delta\omega(p\alpha|k)$. Моменти μ_1, μ_2 и μ_3 визначають відповідно зсув лінії, її дисперсію та асиметрію. Для розрахунку μ_m необхідно провести розклад E_α в ряд ТЗ: $E_\alpha = \sum E_\alpha^{(2k)}(\omega_0)$. З цією метою використовуємо адіабатичну формулу Гелл-Мана та Лоу для енергетичного зсуву:

$$\Delta E_\alpha{:}\Delta E_\alpha = \lim_{\gamma\to 0}\gamma g \ln\langle\Phi_\alpha|S_\gamma(0,-\infty|g)|\Phi_\alpha\rangle|^{g=1}\,.$$

де S_γ – матрица розсіювання. Визначення S-матриці у виді ряду ТЗ індукує розклад для ΔE_α:

$$\Delta E_\alpha\ (\omega_0) = \mathrm{i}\lim_{\gamma\to 0}\gamma \sum_{k_1 k_2 \ldots k_n} a\,(k_1, k_2,\ldots,k_n)\, I_\gamma(k_1, k_2,\ldots,k_n), \qquad (2)$$

$$I_\gamma(k_1, k_2,\ldots,k_n) = \prod_{j=1} S_\gamma^{(kj)},$$

$$S_\gamma^{(m)} = (-1)^m \int_{-\infty}^{0} d\, t_1 \ldots \int_{-\infty}^{t_m - 1} d\, t_m \,\langle\Phi_\alpha \,|\, V_1 V_2 \ldots V_m \,|\, \Phi_\alpha\rangle,$$

$$V_j = \exp\,(1H_0\, t_j\,)\, V(rt_j)\, \exp\,(-1H_0\, t_j\,)\, \exp\,(\gamma t_j). \qquad (3)$$

де H – оператор Гамільтону КС; a $(k_1, k_2,\ldots,k_n)$ – чисельні коефіцієнти. Матричні елементи $S_\gamma^{(m)}$ представляють 2^m доданків відповідно двом доданкам $V^{\pm}$ в (3). В кожному є m-кратне інтегрування по часу та m-кратне сумування по КВ імпульсам. В $I_\gamma(k_1, k_2, \ldots, k_n)$ є крім кінцевих при $\gamma\to 0$ доданків всі можливі степені розбіжності від $1/\gamma$ до $1/\gamma^m$. Більш сильні ніж $1/\gamma$ розбіжності природно компенсуються у кожному наближенні ТЗ. У двох перших наближеннях ТЗ при обмеженні одним членом розкладу по D^2 для ΔE_α (ω_0) маємо:

$$\Delta E_\alpha\,(\omega_0) = \lim_{\gamma\to 0}\ \gamma\ \{2S_\gamma^{(2)} + 4S_\gamma^{(4)} - 2S_\gamma^{(2)}\, S_\gamma^{(2)} +$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} 2\,(k+1)\,[S_\gamma^{(2k+2)} - S_\gamma^{(2k)}\, S_\gamma^{(2k)}\,]$$

Далі сумування по КВ імпульсу замінюється інтегруванням, оскільки результат не залежить від точки відліку, і нарешті, $I_\gamma(k_1, k_2,\ldots,k_n)$ є $(L+2k+1)$–кратній інтеграл по $(L+2k)$ часовим змінним та частоті КВ. Інтеграл по КВ частоті має вигляд:

$$\int' d\omega_0 F(\omega_0)=\int \{ \prod_j (n_j\, \omega_0 - \omega_{pj\alpha} - iq_j\Delta)\}^{-1}$$

$$\{ \prod_s (-n_s\, \omega_0 - \omega_{ps\alpha} - iq_s\Delta)\}^{-1} (\omega_0 - \omega_{p\alpha}/k)^m\, d\omega_0.$$

(n, q (≥ 0) – цілі числа; p_j, p_s – індекси віртуальних станів КС, по яким проводиться Σ) та подамо у виді суми внесків окремих полюсів:

$$\int' d\omega_0 F(\omega_0)= \pi i \sum_j F\,(\omega_0) \frac{(n_j\omega_0 - \omega_{pj\alpha} - iq_j\Delta)}{n_j^{\,2}} \Bigg|_{\omega_0 =\omega_{pj\alpha}-iq_j\Delta\, /\, n_j} -$$

$$- \pi i \sum_s F\,(\omega_0)\, \frac{(-n_s\omega_0 - \omega_{ps\alpha} - iq_s\Delta)}{n_s^{\,2}} \Bigg|_{\omega_0=-\omega_{ps\alpha}-iq_s\Delta/\, n_s}$$

Вирази для моментів мають остаточний вигляд:

$$\delta\omega(p\alpha \mid k) = \{\pi\, \mathrm{D/k}\, (k + 1)\}\ [\, E(p,\, \omega_{p\alpha}/k) - E(\alpha,\, \omega_{p\alpha}/k)],$$

$$\mu_2 = \mathrm{D}^2/\mathrm{k}$$

$$\mu_3 = \{4\pi \mathrm{D}^3 / [k\, (k + 1)]\}\ [\, E(p,\, \omega_{p\alpha}/k) - E(\alpha,\, \omega_{p\alpha}/k)],$$

$$E(j,\omega_{p\alpha}/k)=0,5 \sum_{p_i} V_{jpi}\, V_{pij}\ [\ \frac{1}{\omega_{jp_i} + \omega_{p\alpha}/k} + \frac{1}{\omega_{jp_i} - \omega_{p\alpha}/k}\ ]$$

Чисельний розрахунок шуканих характеристик може бути проводиться на підставі обчислювального комплексу “Superstructure” [3–6].

Література

1. Glushkov A.V., Ivanov L.N. DC Strong-Field Stark-Effect: consistent quantum-mechanical approach // J. Phys.B: At. Mol. Opt. Phys. – 1993. – Vol. 26, N 16. – P. L379–L386.
2. Glushkov A.V., Ivanov L.N. Radiation Decay of Atomic States: atomic residue and qauge noninvariant contributions// Phys. Lett.A. – 1992. – Vol. 170, N1. – P. 33–37.
3. Glushkov A.V., Ambrosov S.V. etal, Resonances in Quantum Systems in strong external fields: Consistent Quantum Approach // J. Techn. Phys. – 1997. – Vol. 38, N 2. – P. 215-218.

4. Glushkov A.V., Prepelitsa G.P et al, QED Theory of Nonlinear Interaction of Complex Atomic Systems with Laser field. Multiphoton Resonances // J. Techn. Phys. – 1997. – Vol. 38, N2. – P. 219-224.
5. Malinovskaya S.V. S-matrix formalism in the calculation of oscillator strengths, radiation and autoionization widths for complex atoms and multicharged ions // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія фіз.-мат. – 2000. – Т. 8, Ч. 2. – С. 387-391.
6. Glushkov A.V., Vitavetskaya L.A. Accurate QED perturbation theory calculation of the structure of heavy and superheavy elements atoms and multicharged ions with account of nuclear size effect and QED corrections // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія фіз.-мат. – 2000. – Т. 8, Ч. 2. – С. 321-326.

НЕЙРОСЕТЕВОЙ ПОДХОД В ТЕОРИИ И МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И ТЕСТИРОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

А.В. Глушков[1], О.Ю. Хецелиус[1], И.И. Шумлянский[2]
[1] г. Одесса, Одесский государственный экологический университет
[2] г. Одесса, Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

В современной теории и методике преподавания математики одной из ключевых проблем, на наш взгляд, является построение оптимальной, высоко эффективной модели обучающего процесса, приводящего в результате к подготовке высококвалифицированных специалистов с высоким уровнем как образовательного интеллекта, так и способностями не только анализировать, но и творчески созидать, включая возможности экспертных оценок. Одним из эффективных подходов к созданию оптимальных моделей обучающего процесса, на наш взгляд, следует считать нейросетевой. В последнее десятилетие наука о нейросетях получила значительное развитие (см. напр., [1–3]), причем долгое время основной акцент делался на изучение нейросетевых алгоритмов в технических динамических системах. Лишь в последние годы появились работы по развитию нейросетевого моделирования в социологии, политологии и др. гуманитарных дисциплинах. Цель нашей работы состоит в развитии нейросетевых моделей в теории и методике преподавания математики [4] и обеспечении на их основе оптимальной стратегии учебного процесса.

Ниже рассмотрен аспект моделирования обучающего процесса на основе системного, нейросетевого подхода с выяснением возможностей реализации резонансно-стохастического эффекта в обучении. В качестве полезной аналогии здесь уместно рассмотреть некоторые аспекты динамики нелинейных нейрокибернетических систем (см. [1–4]). В последние годы интерес к динамике нелинейных систем резко вырос в связи с открытием и экспериментальным подтверждением целой группы принципиально новых и достаточно парадоксальных эффектов (см. [4–8]). Речь идет, например, о том, что формально наличие источников шума в нелинейных динамических системах может индуцировать принципиально новые режимы функционирования, которые не могут быть реализованы в отсутствие шума. Причем, индуцируются более упорядоченные режимы, приводящие к образованию регулярных структур, увеличивающие степень когерентности, вызывающие рост усиления и увеличения отношения сигнал/шум и т.д. Среди указанных эффектов особое место занимает феномен стохастического резонанса [4–8]. Суть дела состоит в том, что отклик нелинейной системы на внешний сигнал при определенных условиях может заметно усиливаться с ростом интенсивности шума в системе. Нас интересует поиск условий в процессе обработки, скажем, математической информации, при которых процесс обучения или обработки будет наиболее эффективным и оптимальным. В качестве основополагающего модельного нейросетевого алгоритма можно использовать модифицированный [4] и в определенном смысле улучшенный известный алгоритм обучения с обратным распространением ошибок для многослойных нейрокибернетических систем [1–4]. При этом в отличие от стандартной технической нейросетевой модели состояния нейронов описываются уже не двумя значениями ±1, а принимают значения в интервале между 0 и 1. Для изучения возможности реализации режима стохастического резонанса в системе наглядно провести рассмотрение на примере нейронной сети вида [1,4]:

$$s_i(t+\Delta t)=\mathrm{sgn}[Kh(t)-\zeta(t)-f_m(\Omega t)],$$

$$h_i(t)=\sum_{j-1}^{N} J_{ij}{}^1 s_j(t).$$

где $\zeta(t)$ – -коррелированный шум с интенсивностью D.

Более сложный вариант сети задается формулами типа:

$$Y_i=\mathrm{sgn}\,\Big(\sum_{j_1,\ldots j_r\le N} W_{ij1,\ldots jr}x_i x_{j1\ldots} x_{jr}\Big).$$

Известно, что спектры сигналов, обрабатываемых биологическими системами, являются достаточно сложными (как правило апериодическими). В случае апериодического сигнала, не имеющего пиков в спектре, обычно используемые меры (коэффициент усиления, отношение сигнал/шум, распределение времен переходов) являются либо неприменимыми, либо неэффективными. Естественно, такой подход не совсем уместен в теории преподавания. Величины, характеризующие передачу шумового сигнала через систему, могут быть рассчитаны на основе взаимных корреляционных функций (или взаимных спектральных плотностей) между входом и выходом системы [9]. Если предположить, что входной сигнал $s(t)$, действующий на систему, порождает случайный процесс на выходе $x(t)$ и считать, что $s(t)$ и $x(t)$ являются стационарными случайными процессами, можно ввести взаимную корреляционную функцию $K_{xs}(\tau)$ процессов $s(t)$ и $x(t)$, которая определяется как

$$K_{xs}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}xsp(x,t;s,t+\tau)dxds\ ,$$

где $p(x,t;s,t+\tau)$ – двумерная совместная плотность вероятности процессов $s(t)$ и $x(t)$. Взаимная спектральная плотность есть преобразование Фурье взаимной корреляционной функции:

$$G_{xs}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}K_{xs}(\tau e)\exp(-i\omega\tau)d\tau\ .$$

Введём в рассмотрение функцию когерентности $\Gamma(\omega)$, которую определим следующим стандартным образом:

$$\Gamma^2(\omega)=\frac{\left|G_{xs}(\omega)\right|^2}{G_{xx}(\omega)G_{ss}(\omega)}\ .$$

Эта величина изменяется [0, 1] и характеризует степень когерентности процессов $s(t)$, $x(t)$ на частоте ω. Как известно, важнейшей характеристикой динамических систем является восприимчивость $\chi(\omega, D)$, где D – интенсивность внутреннего шума. Предполагая далее достаточную слабость сигнала $s(t)$ и, что $s(t)$ есть гауссов стационарный случайный процесс, статистически независимый от внутреннего шума системы, статистические характеристики отклика системы на воздействие $s(t)$ могут быть вычислены с помощью теории линейного отклика. Для взаимной спектральной плотности $G_{xs}(\omega)$ имеем

$$G_{xs}(\omega)=\chi(\omega,D)G_{ss}(\omega)\ .$$

Спектральная плотность на выходе имеет вид:

$$G_{xx}(\omega)\approx G_{xx}^{(0)}(\omega,D)+\left|\chi(\omega,D)\right|^2G_{ss}(\omega)\ ,$$

где $G_{xx}^{(0)}(\omega,D)$ – спектральная плотность невозмущенной системы в отсутствие сигнала. В свете сказанного, функцию когерентности в приближении линейного отклика можно представить:

$$\Gamma^2(\omega) = 1 - \frac{G_{xx}^{(0)}(\omega, D)}{G_{xx}^{(0)}(\omega, D) + \left|\chi(\omega, D)\right|^2 G_{ss}(\omega)}.$$

Легко понять, что функция когерентности всегда меньше 1 и зависит от интенсивности внутреннего шума *D*. Предварительные тесты работы обучающего процесса, связанного с усвоением материала по геометрии показывают, что когерентность входа и выхода может быть оптимальна при определённом уровне шума [10]. При увеличении времени корреляции сигнала когерентность входа и выхода увеличивается. Таким образом, в системе принципиально возможным оказывается реализация режима стохастического резонанса с высоким уровнем усвоения входной информации.

Литература

1. Neural Networks for Computing, Ed. J. Denker. – N-Y.: AIP Publ., 2000.
2. Neural Computers, Eds. R. Eckmiller, C. Malsburg. –- Berlin: Springer, 1998.
3. Нейроинформатика и ее приложения. Под ред. Горбаня А.Н. – Красноярск: Изд. КГТУ, 1995. – 229 с.
4. Glushkov A.V., Ambrosov S.V., Khetcelius O.Yu. Self-Leaning and thinking mashines approaches in modern education & science: Art-psychics and learning process results. –- OSEU, Odessa-2001.
5. McNamara B., Wiesenfeld K. Theory of stochastic resonance // Phys. Rev. A. – 1989. – Vol. 39. – P. 4854–4869.
6. Jung P. Threshold devices: Fractal noise and neural talk// Phys. Rev. E. – 1994. – Vol. 50. – P. 2513–2522.
7. Collins J., Chow C., Imhoff T. Aperiodic stochastic resonance in excitable systems // Phys. Rev. E. – 1995. – Vol. 52. – P. R3321–R3324.
8. Inchiosa M.E., Bulsara A.R. Non-linear dynamic elements with noisy sinusoidal forcing: Enhancing response via non-linear coupling // Phys. Rev. E. – 1995. – Vol. 52. – P. 327–339.
9. Gammaitoni L., Martinelli M., Pardi L. Observation of stochastic resonance in bistable electron-paramagnetic-resonance systems //

Phys. Rev. Lett. – 1991. – Vol. 67. – P. 1799-1802.
10. Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л. Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка // УФН. – 1999. – Т. 169. – №1. – С. 7-38.
11. Амбросов С.В., Глушков А.В., Хецеліус О.Ю. Матеріали Всеукраїнської наук.-мет. конференції “Проблеми і шляхи удосконалення фундаменталізації і профілізації підготовки фахівців-випускників вищих технічних навчальних закладів”. – Київ, 2000.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ОБРАТНЫМИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

В.А. Гришина
г. Одесса, Одесский национальный политехнический университет

Многолетний опыт работы с абитуриентами показывает, что тема «Обратные тригонометрические функции» излагается в школе зачастую поверхностно, а решению примеров уделяется мало внимания. В то же время на вступительных экзаменах в вузы такие примеры встречаются часто и, как правило, вызывают большие затруднения у абитуриентов. Перед изложением данной темы полезно кратко напомнить, что такое обратная функция, какими свойствами она обладает. Особенно нужно подчеркнуть то, что обратная функция может быть построена только на участке монотонности прямой функции. Именно поэтому в определениях обратных тригонометрических функций выбраны соответствующие интервалы для множества значений функций.

В самом начале изложения темы важно обратить внимание учащихся на то, что для обратных тригонометрических функций областью определения является числовое множество, а множество значений – углы в радианной или градусной мере. Для лучшего усвоения этого факта полезно сразу после того, как даны определения обратных тригонометрических функций решить примеры типа: вычислить $\arcsin(-0{,}5)$, $\arccos 1$, $\mathrm{arctg}\, 0$ и т.п. Обычно, учащимся требуется некоторое время, чтобы уверенно отвечать на эти вопросы. Определенные затруднения вызывают, обычно, соотношения вида: $\arcsin(\sin\alpha)=\alpha$, если $\alpha\in[-\pi/2;\ \pi/2]$ и т.д. Помогает справиться с этим решение примеров типа: вычислить $\arcsin(\sin(7\pi/3))$, $\arccos(\cos(-\pi/5))$.

Графики и свойства обратных тригонометрических функций методически удобно рассматривать парами: $y=\arcsin x$ и $y=\mathrm{arctg}\, x$, а потом – $y=\arccos x$ и $y=\mathrm{arcctg}\, x$, так как многие свойства у этих пар функций одинаковы или близки. Необходимо обратить внимание учащихся на то, что специфика решения примеров с обратными тригонометрическими функциями такова, что потребует от них знания и использования свойств обратных тригонометрических функций, особенно таких, как область определения, множество значений, возрастание (убывание), интервалы знакопостоянства, четность (нечетность). Например, решим такой пример:

Вычислить $\arcsin\frac{4}{5}+\arcsin\frac{5}{16}+\arcsin\frac{16}{65}$.

Обычно, учащиеся, даже наиболее подготовленные, решают его неверно. Типичный путь решения такой:

1) находят $\sin(\arcsin\frac{4}{5}+\arcsin\frac{5}{16}+\arcsin\frac{16}{65})$;

2) в ходе довольно громоздких вычислений получают, что

$$\sin(\arcsin\frac{4}{5}+\arcsin\frac{5}{16}+\arcsin\frac{16}{65})=1,$$

из чего учащийся сразу же делает вывод, что

$$\arcsin\frac{4}{5}+\arcsin\frac{5}{16}+\arcsin\frac{16}{65}=\frac{\pi}{2}.$$

Но такое решение не может быть признано правильным, так как из того, что $\sin\alpha=\sin\beta$ не следует, что $\alpha=\beta$.

$$\sin\alpha=\sin\beta \Leftrightarrow \alpha=(-1)^n\cdot\beta+\pi\cdot n,\ n\in Z.$$

Поэтому, чтобы найти $(\arcsin\frac{4}{5}+\arcsin\frac{5}{16}+\arcsin\frac{16}{65})$, нужно оценить, в каком интервале лежит этот угол. Верное продолжение решения должно быть примерно таким:

$$\sin\alpha=1 \Leftrightarrow \alpha=\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in \mathrm{Z}.$$

$$0<\frac{4}{5}<\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 0<\arcsin\frac{4}{5}<\frac{\pi}{3}, \qquad (1)$$

так как функция $y=\arcsin x$ монотонно возрастает.

Аналогично, $0<\frac{5}{16}<\frac{1}{2} \Leftrightarrow 0<\arcsin\frac{5}{16}<\frac{\pi}{6}, \qquad (2)$

$$0<\frac{16}{65}<\frac{1}{2} \Leftrightarrow 0<\arcsin\frac{16}{65}<\frac{\pi}{6}. \qquad (3)$$

Складывая неравенства одинакового смысла (1), (2), (3), получаем верное неравенство:

$$0 < \arcsin\frac{4}{5} + \arcsin\frac{5}{16} + \arcsin\frac{16}{65} < \frac{2\pi}{3}.$$

Из углов $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in Z$, только один угол при $n=0$ $\alpha = \frac{\pi}{2} \in (0; \frac{2\pi}{3})$.

Значит, $\arcsin\frac{4}{5} + \arcsin\frac{5}{16} + \arcsin\frac{16}{65} = \frac{\pi}{2}$.

Удачный методический прием, позволяющий перейти от решения примера с обратными тригонометрическими функциями к решению с «обычными» тригонометрическими функциями можно проиллюстрировать на задании вида:

Вычислить $\operatorname{tg}(\frac{1}{2}\arcsin\frac{15}{17})$.

Решение.

Пусть $\arcsin\frac{15}{17} = \alpha$, тогда $\sin\alpha = \frac{15}{17}$, $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$.

Теперь задача сводится к тому, что нужно, зная $\sin\alpha$, найти $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$. По формуле для тангенса половинного угла $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$, где $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$, так как $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$, $\cos\alpha > 0$. Получаем $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg}(\frac{1}{2}\arcsin\frac{15}{17}) = \frac{3}{5}$.

Обычно, такой способ решения учащиеся легко усваивают, видимо, вследствие того, что «становятся на привычную почву» – решение примера с прямыми тригонометрическими функциями, хорошо известными и многократно используемыми ими ранее.

Более сложной задачей является решение уравнений с обратными тригонометрическими функциями. Здесь важно предварительно обсудить с учащимися тот факт, что если функция немонотонна, то равенство значений функции не обязательно приводит к равенству значений аргументов:

$$f(x)=g(x) \Rightarrow \sin(f(x)) = \sin(g(x)),$$

т.е. все решения первого уравнения являются решениями второго уравнения, а обратное может быть неверно. Эти уравнения равносильны только на промежутках монотонности функции синуса. Аналогично и для других тригонометрических функций. Обычно, именно слабое понимание этого обстоятельства приводит к грубым ошибкам в решениях уравнений с обратными тригонометрическими функциями, так как в процессе решения таких уравнений, обычно, приходится от заданного уравнения $f(x)=g(x)$ переходить к уравнению-следствию, например, $\sin(f(x))=\sin(g(x))$. Рассмотрим такой пример:

Решить уравнение $2\arcsin x = \arcsin(\frac{10x}{13})$.

Нужно решать уравнение так:

$$\arcsin x = 0{,}5 \arcsin(\frac{10x}{13}) \qquad (4)$$

и далее получаем равносильное уравнение

$$\sin(\arcsin x)=\sin(0{,}5 \arcsin(\frac{10x}{13})) \qquad (5),$$

так как значения левой и правой части уравнения (4) принадлежат интервалу $(-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2})$, а на этом промежутке функция синуса монотонна. Но если мы заменим данное уравнение уравнением

$$\sin(2\arcsin x)=\sin(\arcsin(\frac{10x}{13}))\,(6),$$

то получим уравнение-следствие, решение которого может содержать посторонние корни, а проверка в уравнениях с обратными тригонометрическими функциями часто весьма затруднительна.

В заключение хочется отметить, что в изложении темы «Решение примеров с обратными тригонометрическими функциями» правильный методический подход является особенно важным. Опыт показывает, что методические погрешности в изложении этой темы особенно заметны и более ощущаются, чем во многих других темах. Вероятно, это связано с большей сложностью решения таких примеров для учащихся ввиду того, что от них требуется более глубокое понимание и гибкое использование всех свойств тригонометрических функций. Это обстоятельство «роднит» эти примеры с задачами с параметрами, которые по праву считаются наиболее сложным разделом элементарной математики. В то же время хорошее знание данной темы необходимо для изучения теоретических дисциплин в техническом вузе, решения многих технических задач.

ВИКОРИСТАННЯ НОВИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У МАТЕМАТИЦІ

А.А. Гулеватий, Н.М. Самарук
м. Хмельницький, Хмельницький інститут економіки та підприємництва

Розвиток науки та техніки вимагає впровадження у навчальний процес великої кількості навчальних дисциплін. Така різноманітність посилює дедалі більшу диференціацію навчальних предметів. Поступово втрачається органічний взаємозв'язок дисциплін. Тому в наш час актуально постає питання посилення внутрішніх і міжпредметних зв'язків, інтеграції навчальних дисциплін.

У системі навчальних предметів математичного циклу вищій математиці відводиться роль основи для формування нових абстрактних понять, які ідеалізують навколишню дійсність, для введення нового математичного апарату. Вища математика є фундаментальною нормативною навчальною дисципліною, найвагомішою базовою складовою математичної підготовки фахівців з вищою освітою за напрямами технічного і економічного професійного спрямування. Ця дисципліна також є допоміжним інструментом у багатьох курсах природничих наук – астрономії, фізики, математичного програмування, теорії ймовірностей, економетрії тощо.

Вища математика активно використовується при викладанні ряду спеціальних вибіркових курсів, при виконанні студентами розрахункових курсових і дипломних робіт. Нарешті, курс вищої математики є ефективним засобом підвищення загальної культури логічного, абстрактного мислення студентів. Отже, вища математика потрібна як в процесі навчання студентів, так і подальшій їхній професійній діяльності.

Високий рівень математичної підготовки фахівців технічних і економічних спеціальностей передбачає:

а) відповідний рівень математичної культури, необхідний для успішного засвоєння фахових дисциплін і самостійного вивчення в майбутньому наукової літератури з математики та її застосування;

б) вміння будувати математичні моделі технічних і економічних процесів і аналізувати їх засобами математики;

в) вміння вибирати і застосовувати належні методи їх розв'язування.

Останніми роками спостерігається хибна тенденція зменшення зацікавленості студентів у вивченні вищої математики. Причинами даного факту є:

– слабкий рівень шкільної підготовки;
– зменшення кількості аудиторних годин на вивчення вищої математики;
– недостатнє використання математичних методів випускаючими кафедрами в курсових та дипломних роботах, а тому нерозуміння студентами ролі, місця і значення вищої математики в системі інших наук.

Підвищення рівня математичної підготовки в умовах обмеженості аудиторних годин на вивчення дисципліни можливе лише за рахунок інтенсифікації процесу викладання математики. Цього можна досягти шляхом покращення методики навчання студентів, зокрема, за рахунок посилення взаємозв'язку з іншими навчальними предметами.

Зрозуміло, що студент усвідомлює, що він вивчає предмет безпосередньо потрібний для своєї майбутньої професії, то це є дієвим стимулом навчання.

Одним із активних напрямів інтенсифікації вивчення вищої математики є комп'ютеризація навчального процесу. Комп'ютер сприяє активному включенню в процес пізнання того, хто навчається. При цьому у викладача з'являється можливість поширити контроль за засвоєнням знань і управляти цим процесом.

На основі ПЕОМ як технічного засобу на даний час розроблено та впроваджено велику кількість різноманітних підходів до активізації процесу навчання, так звані нові інформаційні технології в освіті. Їхня цінність не викликає сумніву на всіх етапах навчання: початковому набутті навичок, закріпленні матеріалу шляхом розв'язання простих задач, візуалізації досліджуваних об'єктів і розвитку образної уяви.

На прикладі електронної таблиці Microsoft Excel покажемо, як можна використати даний пакет для розв'язування математичних задач.

* Знайти скалярний добуток векторів.

Наведена таблиця об'єму продаж фірми. Підрахувати об'єм прибутку.

	A	B	C	D
1	**Об`єм продаж фірми**			
2	**№ п/п**	**назва виробу**	**кількість**	**ціна од. виробу**
3	1	комп`ютер	10	3000
4	2	принтер	40	1000
5	3	модем	20	500
6	4	екран	50	670
7	5	дискети	100	2
8		всього		
9				

Потрібно створити формулу, яка буде обраховувати суму добутків даних в стовпчику C на дані в стовпчику D. В рядку формул записуємо =СУММПРОИЗВ(C3:C7;D3:D7).

* Знайти добуток матриць.

Наведена таблиця реалізації друкованої продукції. Знайти прибуток за квартал.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Реалізація друкованої продукції**								
2				**Кількість**			**Ціна за од. виробу**		
3	***№ п/п***	***Автор***	***Назва***	***січень***	***лютий***	***березень***	***січень***	***лютий***	***березень***
4	1	Симоновоч С.В.	Інформатика. Базовий курс.	12000	15000	10000	40	38	41
5	2	Борланд Р.	Знакомство с Windows98	10000	11000	5000	35	41	36
6	3	Колесников Ю.	Microsoft Access	3000	5000	30000	37	35	45
7	4	Березин С.	Internet у вас дома	20000	15000	15000	38	37	43
8	5	Тайц А.М.	CorelDRAW9	5000	3000	10000	46	48	43
9		**всього**							
10									

Потрібно створити формулу, яка буде обчислювати добуток матриць D4:F8 на G4:I8. В комірці C9 записуємо формулу {=МУМНОЖ(D4:F8;G4:I8)}.

Наведені приклади демонструють не стільки обчислювальні та графічні можливості пакету Microsoft Excel, як його привабливість з методичної точки зору. Зрозуміло, що ЕОМ дає значну економію часу і дозволяє більш продуктивно спрямувати зусилля студентів на осмислення та засвоєння навчального матеріалу. Це сприяє розвитку логічного, абстрактного мислення, просторової уяви, що є основою формування стійких знань, умінь, навичок на базі цілісного світогляду та розвиненої системи внутрішньопредметних зв'язків.

Література:

1. Симонович С.В. и др. Информатика. Базовый курс. – СПб: Питер, 2000.
2. Столяров А, Столярова Е. «Шпаргалка» по Excel 7.0. – М.: Вербо, 1997.
3. Колесников А., Пробитюк А. Excel 7.0 для Windows 95. – К.: Торгово-издательское бюро BHV, 1996.

ВИКОРИСТАННЯ ПРИЙОМІВ САМОАНАЛІЗУ І САМОКОНТРОЛЮ З МЕТОЮ ФОРМУВАННЯ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ

Н.Л. Дагларова
м. Кривий Ріг, Гімназія №95

Згідно теорії діяльності, навчання є ефективним і розвиваючим, якщо учень засвоює навчальний зміст у діяльності. Учень повинен учитися сам. Він повинен усвідомити матеріал теми, зрозуміти, сприйняти і зробити висновок: як засвоїв, чим збагатився. Учень повинен бути активним учасником процесу пошуку, аналізу, роздумів. Тільки при такій постановці питання в учнів докорінним чином буде змінюватися ставлення до навчання, воно стане для них власною справою, особистісно і суспільне престижною.

Керувати роботою учнів, коректувати і спрямовувати її, не стримуючи ініціативи дітей, повинен учитель. Спочатку необхідно розвивати в учнів рефлексивну діяльність (самоаналіз), здібність до узагальнення і формування адекватної самооцінки.

Об’єктивна самооцінка – провідна внутрішньоособистісна детермінанта формування прагнення до самопізнання, самовиховання, самовдосконалення особистості. Існує ряд соціально-педагогічних умов формування адекватної самооцінки учнів. Це:

а) організація колективно-групових форм навчальної і пізнавальної діяльності з обговоренням її результатів;

б) поетапне формування самооцінки, яке передбачає поступовий перехід від оцінки вчителем конкретних дій учня до оцінки їх мотивів і внутрішньо особистісних детермінант;

в) забезпечення благоприємного місця дитини в підсистемі міжособистісних стосунків класного колективу;

г) ствердження гуманістичного стилю стосунків між учителем і учнями з підвищеною і заниженою самооцінкою;

д) усунення негативних впливів зовнішніх оцінок;

е) наявність у класі атмосфери загальної доброзичливості і творчого пошуку.

Сферою оціночної діяльності учнів є процес їх навчання і позаурочна діяльність. Головну увагу слід приділяти систематичному обговоренню результатів діяльності учнів, їх поведінці, стосункам з однокласниками, вчителями. Це сприяє розвиткові у дітей почуття відповідальності, критики і самокритики, змінює характер їх самооцінки, формує більш критичне, вимогливе ставлення до себе і до других, стають більш змістовними і динамічними критерії оцінювання себе й інших. Формування в учнів умінь, навичок і звички до самоконтролю і самооцінки повинно бути однією з найважливіших функцій контролю і оцінки вчителя. Практика свідчить, що більшість учнів не вміють контролювати роботу, яку виконують. Ідеї, які виникають у них, вони вважають бездоганними, а відповіді в задачах насторожують їх в основному тільки тоді, коли містять числа, які не є натуральними або які не співпадають з відповідями друзів. Значна кількість учнів не зможе знайти помилки навіть після з'ясування, що помилка є. Тому спочатку учнів треба навчити знаходити помилки у другої людини (це може бути рецензія на відповідь однокласника, взаємоконтроль за наведеним зразком чи без нього тощо). З часом учень почне переносити отримані вміння на власну діяльність (самоконтроль). До оцінки всієї навчальної діяльності учня повинна входити і оцінка його критичної діяльності (пов'язана з контролем і самоконтролем). А робота вчителя повинна включати в себе не тільки ситуації, які виникають природним шляхом, але й такі, які провокують учнів на критичну діяльність (навести неправильне твердження "довівши його"; запропонувати розв'язання, яке містить принципові недоліки, які необхідно знайти, запропонувати умову з надлишком або недостачею даних, а учням буде необхідно це виявити). У навчальному процесі розрізняють 3 види контролю:

1) зовнішній контроль учителя над роботою учня;

2) взаємоконтроль;

3) самоконтроль.

Зовнішній контроль має декілька цілей:

а) встановлення характеру виконання учнями завдань учителя;

б) встановлення відповідності досягнутого учнями рівня оволодіння поняттями, які вивчають, прийнятим нормам;

в) виявлення прогалин і недоліків в їх знаннях і вміннях;

г) навчання учнів прийомам і методам взаємоконтролю і самоконтролю;

д) формування в них потреби і звички до самоконтролю.

При цьому останні дві цілі є найважливішими. Тому поступово зовнішній контроль слід замінити взаємоконтролем і самоконтролем. У процесі засвоєння знань можна виділити три цикли і на кожному з них слід формувати навички самоконтролю в учнів.

1. Інформаційний цикл – підготовка учнів до сприйняття нового матеріалу і подача нової інформації.

2. Практичній цикл – осмислення матеріалу учнем.

3. Творчий цикл – самостійне застосування учнем отриманих знань і вмінь у знайомій і незнайомій ситуації.

Кожен цикл завершується контролем. Кінцевою метою кожного циклу є оволодіння діяльністю і самоконтролем, щоб зняти інші види контролю. Творчий цикл передбачає таке володіння творчою діяльністю, яке не потребує інших видів контролю, крім самоконтролю. Турбота вчителя – як найбільше число завдань перевести на самоконтроль. Знання учнів, набуті шляхом активної роботи думки, найбільш міцні.

Результати контролю виражаються в оцінці. Залежно від типу контролю ця оцінка може бути зовнішньою (вчителя, однокласника) або самооцінкою. При оцінювані дій учня відбувається порівняння цих дій з одним з наступних:

а) з минулими діями того ж учня (особистісний спосіб оцінювання);

б) з аналогічними діями інших учнів (зіставлюваний);

в) з установленими нормами цих дій (нормативний).

Виходячи з головної задачі формування особистості кожного школяра, розвитку його здібностей, врахування його індивідуальних особливостей, вчитель повинен використовувати особистісний спосіб оцінювання навчальної роботи учнів, оскільки він в першу чергу повинен турбуватися про розвиток кожного учня в оволодінні ним загальними способами дій, у формуванні його навчальної самодіяльності. Однак, щоб учні мали чіткий орієнтир у своїй самодіяльності, треба застосовувати і нормативний спосіб оцінювання, даючи тим самим видимі, наочні зразки для їх роботи. Зіставленим способом оцінювання вчитель в явному вигляді взагалі не повинен користуватися, так як не гуманно порівнювати досягнення і невдачі окремих учнів. У той же час треба зробити так, щоб самі учні могли його застосовувати, могли порівнювати свої успіхи з успіхами своїх товаришів, оскільки таке порівняння може служити потужним стимулом активізації навчальної діяльності окремих учнів. Для цього достатньо оприлюднювати облік результатів оцінювання, зробити його доступним повсякденній увазі учнів.

Контроль учителя повинен поступово замінюватися взаємоконтролем і самоконтролем, для чого при вивчені кожної дії слід указувати способи її контролю. Щоб перестати робити помилки, існує, мабуть тільки один шлях: треба робити помилки, знаходити помилки і виправляти помилки, так як, щоб не робити помилок, треба доволі "напомилятися". Помилка, "не вбита" в процесі самостійної роботи, "вбиває" на контрольній роботі або екзамені. Учень перестане помилятися тільки тоді, коли відповідальність за отриманий результат повністю падає на нього самого, коли з'явиться відчуття, що тільки він сам – ні приятель, ні вчитель – зможе відшукати вихід із створеної ситуації, що тільки від якості його власної роботи залежить кінцевий результат. Підказавши чи продиктувавши деякий факт ми обтяжуємо оперативну пам'ять учнів. Щоб інформація потрапила до тривалого запам'ятовуючого устрою, необхідно добиватися розуміння, усвідомлення учнем його помилок. Треба вчити учнів аналізувати, систематизувати помилки, показувати не тільки як треба робити, а, і як не можна робити. Іноді джерелом помилок можуть бути неохайні записи в зошиті, іноді бракує пильності при виконанні "однотипних" завдань. Якщо в процесі діяльності учень виконує завдання одного типу, де незмінно повторюється деяка особливість, то через деякий час він перестає згадувати визначення, теореми, припиняє обґрунтовувати свої дії, що призводить до помилок (не розв'язуючи квадратні рівняння, учень встановлює знаки коренів, забувши перевірити чи вони є, тобто знак Д). Тому важливо вчити учнів прийомам контролю перевірки (перевір умову, чи задовольняє результат умові, зроби підстановку, прикидку, спрогнозуй, де можна спіткнутися, помилитися тощо). Після перевірки обов'язково з'ясуй, над чим ще необхідно попрацювати.

Важливо наводити завдання на співставлення визначень на змістовному рівні типу: чи можна дати таке визначення? дати рецензію на відповідь товариша.

Як зазначалося раніше, корисно застосовувати провокуючи задачі, тобто задачі умови яких містять згадки, вказівки, натяки чи інші спонукання, які підштовхують учнів до вибору хибного шляху розв'язання або неправильної відповіді (задачі-пастки). Дидактична цінність таких задач незаперечна – вони служать діючим засобом попередження різного роду помилок учнів. Коли учень потрапляє в заздалегідь підготовлену пастку (наприклад, скільки цифр потрібно, щоб записати дванадцятицифрове число!), учень відчуває збентеження, прикрість, шкодує про те, що не надав належної уваги тим нюансом умови, через які він потрапив до незручного становища (як важливо привчати учнів до аналізу кожного слова умови). Просте повідомлення про те, що учні, як правило, припускаються в завданнях певного типу помилок, незрівнянно менше дії, оскільки воно не є для конкретно взятого учня особистісно значимим, так як, по-перше, дії, про які повідомляється, відбувалися в минулому, не зараз, а по-друге, кожен з учнів наївно вважає, що до числа невдах він не потрапить.

Зробивши помилку на очах учителя або учнів і усвідомлюючи провокуючий характер навчальної ситуації, учень відчуває сильне враження, на довго запам'ятовує помилкові дії і в подальшому на підсвідомому рівні стережеться їх. Провокуючі задачі мають високий розвиваючий потенціал. Вони сприяють вихованню однієї з найважливіших якостей мислення – критичності, привчають до аналізу сприйнятої інформації, її різносторонній оцінці, підвищують інтерес школярів до уроків математики.

Врешті-решт, дітям можна запропонувати невелику кількість "правил" (із фольклору), дотримуючись яких можна помітно зменшити кількість помилок.

<u>Правило ДАІ.</u> Більшість аварій відбувається при невеликій швидкості. Іншими словами, помилки частіше виникають у нескладних ситуаціях через неуважність, зокрема треба з особливою ретельністю перевіряти, чи правильно списана умова задачі, виконані елементарні обчислення, перетворення. Закінченню розв'язання звичайно приділяється мінімум уваги – всі труднощі

позаду. Саме в кінці найчастіше з'являються помилки. Тому починати пошук помилки треба з кінця. Отримавши неправильну відповідь, учень іноді не знає, що з нею робити. На цей випадок є мудра думка: краще не правильна відповідь, ніж ніякої. Підставляючи отримане значення кореня послідовно від кінця до початку в кожне з написаних співвідношень, можна відносно швидко знайти помилковий перехід.

Щоб не робити помилок в перетвореннях, корисно враховувати дві поради.

Правило швачки. Руками звичайною голкою шов робиться так: стібок вперед і назад, ще вперед і знову назад. Виконувати перетворення слід аналогічно: після кожного переходу потрібно "озирнутися назад", перевірити отриманий результат "оберненим" перетворенням (наприклад, винесли множник за дужки – розкрийте дужки і перевірте, чи отримається попередній вираз).

Правило програміста. Працюй блоками. Неможливо налагоджувати програму в цілому. Слід розбити роботу на невеликі автономні блоки і проконтролювати правильність кожного такого блоку.

Отже, традиційна задача педагогів – дати знання – трансформується сьогодні в іншу – сприяти саморозвитку і самореалізації особистості. І саме самооцінка дозволить людини побачити сильні і слабкі сторони своєї діяльності і побудувати на основі осмислення цих результатів власну програму подальшої діяльності.

ІНДИВІДУАЛІЗАЦІЯ І ДИФЕРЕНЦІАЦІЯ НАВЧАННЯ

Т.І. Дейніченко
м. Харків, Харківський державний педагогічний університет
ім. Г.С. Сковороди

Проблема індивідуального підходу до учнів у навчанні не є новою. Її виникнення можна простежити ще за часів стародавнього світу. Індивідуальне навчання, як відомо, широко використовувалось в школах стародавньої Греції, Риму, в ранньому середньовіччі.

Проблема розвитку принципу індивідуального підходу до учнів у навчанні стає центральною у вітчизняній дидактиці, починаючи з 50-х років XX століття; значно розширилось коло досліджень щодо використання індивідуального підходу в процесі самостійної роботи учнів.

Питаннями індивідуального підходу до учнів у навчанні як засобу підвищення ефективності навчання займалися В.І. Гладких, М.Д. Сонін.

Дослідженням питань індивідуального підходу до учнів як засобу розвитку їх пізнавальної активності та самостійності, проблемного характеру навчання займалися Л.П. Арістова, І.Т. Огороднiков, М.А. Данілова, М.І. Махмутова, Д.В. Вількеєв, Н.А. Половнікова, А.А. Кірсанов та інші.

У 60-ті роки дослідження Є.С. Рабунського та І.Е. Унт внесли суттєвий вклад в розробку проблеми індивідуального підходу у процесі самостійної роботи учнів.

В.І. Загвязінський, І.М. Чередов, Л.П. Книш, Т.М. Ніколаєва, Є.С. Рабунський досліджували різні сполучення фронтальної, групової та індивідуальної форми навчальної роботи.

В 90-х роках наступив період теоретичного переосмислення й розширення поняття індивідуального підходу до учнів в умовах широкого впровадження в навчальний процес комп’ютерних технологій. Цією проблемою займаються А.М. Довгялло, В.М. Глушков, В.М. Володько, Б. Гершунський, Ю.І. Машбиць та інші дослідники.

Індивідуальний підхід трактується як педагогічний принцип, де повинні враховуватися індивідуальні особливості кожного учасника навчально-виховного процесу (В.М.Володько).

Сутність **принципу** індивідуального підходу в навчанні полягає у вивченні й врахуванні в навчальному процесі індивідуальних і вікових особливостей кожного учня з метою максимального розвитку позитивних і подолання негативних індивідуальних особливостей, забезпеченні на цій основі підвищення якості його навчальної роботи, всебічного розвитку (В.І. Лозова).

Таким чином, принцип індивідуального підходу у навчанні – це вихідне, початкове положення щодо відбору змісту, форм організації та методів навчання, який реалізується через індивідуалізацію навчальної діяльності.

Поняття "**індивідуальний підхід**" тісно пов'язане з поняттям "**індивідуалізації**" навчання. Зміст цих понять полягає у наступному: в першому випадку мають справу із **принципом навчання**, у другому – із **здійсненням цього принципу**, що має свої форми та методи (І.Е. Унт). В цьому розумінні визначає співвідношення між даними поняттями і Є.С. Рабунський.

Існують різні підходи щодо визначення поняття "індивідуалізація навчання". Зміст поняття "індивідуалізація" у багатьох авторів різниться й залежить у кожному випадку від цілей та засобів навчання. У "Педагогічній енциклопедії" та Українському педагогічному словнику індивідуалізація навчання визначається як організація навчально-виховного процесу, при якій вибір способів, прийомів, темпу навчання враховує індивідуальні відмінності учнів, рівень розвитку їх здібностей до навчання. Тобто індивідуалізація в такому її розумінні передбачає обов'язкове урахування особливостей кожного учня. Є.С. Рабунський, А.А. Бударний, А.А. Кірсанов використовують поняття індивідуалізації приблизно в такому ж самому розумінні, враховуючи особливості груп учнів, схожих за якою-небудь ознакою еквівалентності.

За визначенням І.Е. Унт, індивідуалізація – це врахування в процесі навчання індивідуальних особливостей учнів у всіх його формах і методах, незалежно від того, які особливості і в якій мірі враховуються. Але з нашої точки зору термін "індивідуалізація навчання" повинен розглядатися в більш широкому розумінні: індивідуальні особливості повинні не тільки враховуватись, але і на ці особливості ми повинні “спиратися” у процесі навчання.

В рамках розгляду сутності поняття “індивідуалізація навчання” треба обговорити такі категорії, як “індивід”, “людина”, “особистість”, “індивідуальність”. Аналіз відповідних статей словників та енциклопедій дозволяє розглядати ці категорії у діалектичній єдності, що ілюструє схема 1.

Тобто, поняття “людина”, “особистість”, “індивідуальність” знаходяться у єдності та тісному зв‘язку і відрізняються ступенем соціальної активності людини, але найбільш близьким до процесу навчання є поняття “індивідуальність”.

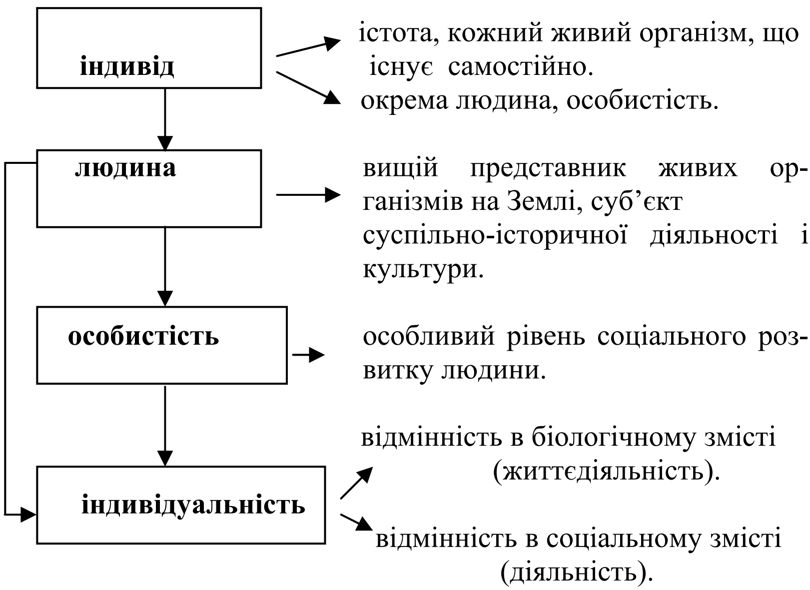


Схема 1.

Отже, індивідуальність – особливе в індивіді, сукупність тільки йому притаманних особливостей і якостей, що робить людину одиничним утіленням типового та загального (В.М. Володько). Індивідуалізацію В.М. Володько визначає як процес розвитку й формування особистості, що спрямований на індивіда, його індивідуальність як об’єкт цього процесу.

Найбільші утруднення при визначенні поняття “індивідуалізація навчання” викликає та обставина, що змішуються два таких поняття, як “індивідуалізація” і “диференціація”. Надання переваги тому або іншому слову в педагогіці – це питання традиції або домовленості. Недоцільним є і використання цих термінів у якості синонімів (І.Е. Унт).

Впровадження в практику навчально-виховної роботи принципу індивідуального підходу потребує розробки системи впливу на учня з урахуванням його індивідуальних та вікових можливостей, тобто впровадження **диференціації** навчання.

Розкриття сутності диференціації навчання вимагає наукового визначення поняття “диференціація”. Про важливість аналізу наукового поняття “диференціація” у педагогіці пишуть вчені С.У. Гончаренко, О.І. Бугайов, Д.І. Дейкун, П.І. Дроб’язко, В.М. Володько, І.Е. Унт, А.А. Кірсанов, Є.С. Рабунський, М.Є. Полєнова, О. Братанич та багато інших дослідників.

Існують різні аспекти щодо дослідження диференціації як наукової категорії: біологічний, філософський, соціологічний, психологічний та ін.

Логіко-семантичний аналіз поняття “диференціація” було зроблено на основі вивчення статей словників та енциклопедій. Слово “диференціація” походить від латинського ***differentia,*** що означає різницю, відмінність. Поняття “диференціація” визначається при цьому як: 1) розділення, розтин, розшарування цілого на різні частини, форми, сходини; 2) виникнення в організмі (або окремій його ділянці) у процесі розвитку морфологічних і функціональних відмінностей.

В біологічному аспекті розглядають **диференціацію** *філогенетичн*у (розтин єдиної групи організмів на дві або кілька в процесі еволюції; процес видоутворення, що супроводжується виникненням ієрархічної системи форм), *онтогенетичну* (виникнення різниці між однорідними клітинами та тканинами, що приводить до спеціалізації), *статеву*.

В філософському аспекті диференціацію поділяють на структурну (наявність певної структури системи) і функціональну (процес розширення функцій окремих елементів). Теорію диференціації було започатковано в кінці 19 віку англійським філософом Г. Спенсером, який проголосив її загальним законом еволюції матерії від простого до складного.

Сучасна соціологія (структурно-функціональна школа Т. Парсонс та ін.) розглядає диференціацію як розтин соціального цілого або його частини на взаємопов’язані елементи, як процес, що веде до виникнення різних видів діяльності, ролей і груп.

У психологічному аспекті диференціація - це різниця як між індивідуально-психологічними особливостями особистостей, так і між їх групами. Аналізуючи різні аспекти розгляду поняття в статтях словників і енциклопедій, можна зробити висновки, що диференціація – це

– по-перше, наявність відмінностей окремих груп цілого (структурна диференціація);
– по-друге, процес розділення цілого на типологічні групи за певною ознакою (функціональна диференціація).

Таке структурно-функціональне визначення диференціації лежить в основі визначення таких педагогічних понять, як “диференціація навчання”, “диференційоване навчання”, “диференційований підхід у навчанні”, “диференціація освіти”.

Аналіз психолого-педагогічної літератури показує, що не існує однозначного підходу до визначення такої складної й багатоаспектної категорії, як “диференціація навчання”. Різні автори підходять до її визначення з різних позицій, із різних аспектів, вказуючи на структурні або функціональні ознаки поняття, розглядаючи його з точок зору

а) побудови шкільної системи (де і кого навчати);

б) змісту освіти (чому навчати);

в) процесу навчання (як навчати).

Аналіз різних підходів до визначення диференціації навчання дозволяє зробити висновок, що

∗ з позиції психології, це урахування різних індивідуальних особливостей учнів і створення відповідних сталих (або тимчасових) типологічних груп учнів для окремого навчання;

∗ з точки зору педагогічного підходу, це система впливу на учнів, яка максимально відповідає їх нахилам і можливостям;

∗ з точки зору дидактико-методичного підходу, це диференціація змісту навчального матеріалу, методів і форм навчання.

Об’єднуючи всі ці підходи, під диференціацією навчання можна вважати різний підхід до груп учнів або окремого учня, що передбачає організацію навчальної роботи, різної за змістом, обсягом, складністю, методами й засобами.

Отже, якщо індивідуалізацію навчання можна розглядати як реалізацію індивідуального підходу до учня, то диференціацію – як реалізацію диференційованого підходу. При цьому диференційований підхід у навчанні є необхідною умовою впровадження принципу індивідуального підходу через систему **диференційованого навчання**.

У психолого-педагогічній літературі існують різні підходи щодо тлумачення поняття “диференційоване навчання”. Деякі автори не розрізняють поняття “диференціація навчання” та “диференційоване навчання” (М.Є. Полєнова, С.П. Логачевська та інші), але більшість дослідників не визначають ці поняття синонімічними.

Під диференційованим навчанням розуміють організаційну систему пізнавальної діяльності учнів, за якої групи учнів формуються за певною ознакою і навчання проводиться за різними навчальними планами і програмами з максимальним урахуванням індивідуальних особливостей учнів (С.У. Гончаренко, В.М. Володько, П.І. Дроб’язко, І.С. Якіманська та інші).

Діалектика співвідношення понять “диференціація навчання” і “диференційоване навчання” дозволяє говорити про їх єдність, але не тотожність.

Таким чином, диференційоване навчання можна розглядати **як характеристику організаційних форм процесу** навчання в умовах диференціації.

Орієнтація на індивідуальність учня вимагає, щоб диференціація навчання враховувала внутрішні потреби школярів, вона повинна торкатися всіх компонентів системи навчання та всіх ступенів школи.

Отже, сучасна тенденція в розкритті сутності диференціації навчання полягає в тому, що диференціацію навчання розуміють як систему, яка лежить в основі навчально-виховного процесу (тобто є організаційно-методичним принципом побудови школи) і спрямована на реалізацію індивідуального підходу в навчанні.

НАВЧАЛЬНІ САМОСТІЙНІ РОБОТИ ТА ЇХ МОДЕЛЮВАННЯ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ З МАТЕМАТИКИ У ПЕДАГОГІЧНОМУ ВУЗІ

Р.Л. Дітчук, Л.О. Оленич
м. Дрогобич, Дрогобицький державний педагогічний університет ім. І. Франка

Кожний метод навчання, як відомо, має дві сторони: внутрішню і зовнішню. Внутрішня сторона методу навчання, найбільш цінна з педагогічної точки зору, – це інтелектуальний розвиток тих, що вчаться (засвоєння знань, вироблення вмінь, формування мислення, набуття компетентності). Зовнішня сторона методу полягає в керуванні педагогом навчально-пізнавальною і розвивальною діяльністю тих, що вчаться.

У навчальному процесі педагогічного вузу можна говорити ще про один аспект методу навчання – конструктивно-педагогічний, який полягає в тому, що метод, використовуваний в навчанні студентів, накладається на їхню свідомість (або відкладається у підсвідомості) як деяка, поки що віддалена дидактична модель. Пізніше, коли студент сам стане вчителем, ця модель актуалізується, набуде чіткого усвідомлення і використається педагогом в своїй діяльності. Таким чином, метод навчання, задіюваний викладачем в педагогічному вузі, стає об'ємним, він, немовби, складається з трьох граней: пізнавальної з боку студентів, керуючої з боку викладача і конструктивно-педагогічної у триєдиній взаємодії від викладача через проваджуваний ним метод до студента. Остання грань методу полягає в спонтанному формуванні у студентів дидактичних вмінь самим організовувати цей метод на уроках в школі.

Виходячи з цього, важливо, щоб викладач в навчальній роботі зі студентами відображав або, як ми говоримо, моделював гаму шкільних методів навчання; це моделювання повинно мати акцентуючий, цілеспрямований характер з тим, щоб той чи інший вид діяльності досягав не лише навчально-пізнавальних чи розвивальних цілей, але й засвоювався тими, що вчаться, з методичною метою для майбутньої діяльності.

Активне засвоєння знань досягається завдяки позитивній мотивації учіння. А на мотивацію учіння впливає в значній мірі різноманітність прийомів навчальної роботи в рамках одного методу і вміння вчителя варіювати самі методи навчання.

При виборі методів навчання на практичних заняттях, таким чином, викладач мав би керуватися двома дуже важливими з педагогічного погляду положеннями: 1) моделювати в навчально-педагогічній діяльності відповідні прийоми, методи і форми навчання математиці у школі; 2) дбати про різноманітність цих прийомів, методів і форм.

Серед багатьох актуальних задач вищої педагогічної школи проблема формування професійної самостійності спеціалістів має дуже важливе значення.

Професійна самостійність педагога – це складне якісне утворення, яке проявляється в таких здатностях його, як спостережливість, зосередженість уваги, мобілізація просторових і кількісних уявлень, сила і гострота інтуїції, математичне мислення, вміння застосовувати знання в конкретних умовах, дидактичні вміння, ініціатива і винахідливість, самоаналіз і критичне ставлення до результатів своєї роботи.

Розвиток самостійності майбутніх спеціалістів відбувається в рамках відповідних форм і методів навчання. Всі перелічені вище здатності формуються преш за все на практичних заняттях. Звідси випливає, що роль практичних занять у розвитку професійної самостійності студентів досить велика. Слід пам’ятати, зрештою, що спеціаліст створюється лише в процесі його власної діяльності, а зусилля викладачів повинні бути спрямовані перш за все на організацію цієї діяльності і управління нею. Можна стверджувати, що для формування і розвитку професійної самостійності студентів найбільш відповідним методом навчання на практичних заняттях є метод самостійних робіт.

Самостійна робота студентів складається з двох частин: позааудиторної самостійної роботи (ПСР), яка мала б бути найважливішою складовою навчального процесу у педагогічному вузі, і самостійної роботи, яка виконується на практичних заняттях (аудиторна самостійна робота або АСР) під керівництвом викладача.

Під самостійною роботою студента на практичному занятті будемо розуміти таку організацію навчання, при якій студенти в основному самостійно працюють над розв'язанням проблем, поставлених викладачем у відповідний час заняття.

При організації аудиторних самостійних робіт переслідуються цілі: 1) розвиток логічного математичного, зокрема, алгоритмічного і творчого, мислення студентів; 2) формування вмінь опрацьовувати математичні джерела, складати плани і опорні конспекти по лекційних темах, розв'язувати різноманітні математичні задачі навчального характеру; 3) самостійно здобувати знання, проводити певні дослідження; 4) формування таких якостей особистості тих, що вчаться, як працелюбність, активність, самостійність; 5) прищеплення студентам деяких професійно значущих вмінь загальнопедагогічної і конкретнометодичної діяльності.

Система аудиторних самостійних робіт з математики у педвузі, розрахована на всі роки навчання, могла б сприяти формуванню не лише спеціальних математичних вмінь (опрацьовувати теоретичний матеріал, розв'язувати задачі, створювати типові задачі), але й відповідних педагогічно-методичних вмінь (виробляти прийоми викладу матеріалу, доступно пояснювати, організовувати самостійну роботу тощо).

З вищесказаного випливають такі вимоги до проведення аудиторних самостійних робіт.

1. АСР має навчальний і розвивально-пізнавальний, а не контролюючий характер.
2. При плануванні і організації АСР враховуються моменти формування у студентів деяких професійно-методичних вмінь, на основі моделювання педагогічної діяльності вчителя викладачем вузу.
3. Активізуючий потенціал АСР забезпечується їх різноманітними видами.
4. Завдання на АСР повинні бути в основному індивідуальними.

Доцільно розглядати самостійні роботи не тільки за цілями навчання, але й за способами управління викладачем навчальною діяльністю студентів. В зв'язку з цим виділяємо п'ять груп аудиторних самостійних робіт.

1. Роботи з керівництвами. Виконуються згідно заданої програми дій. Вкажемо декілька їх різновидів.

а) Задача розв'язується усно або складається план розв'язання. Студенти реалізують план самостійно на письмі.

б) Дається згорнуте (розгорнуте) розв'язання задачі. Студенти самостійно розгортають (згортають) його.

в) Дається (усно або письмово) деяка програма дій, виконавши її, студенти помічають відповідну закономірність, котра формулюється у вигляді гіпотези. Доведена гіпотеза стає умовою задачі.

г) Самостійну тренувальну роботу за зразком можна урізноманітнити варіюючи спосіб пред'явлення зразка (усний, письмовий, розгорнутий, згорнутий, план-схема, на дошці, на дидактичних картках), його виконання і сприймання студентами.

2. Роботи з посібниками. Самостійність студентів при виконанні цієї групи робіт збільшується за рахунок того, що вони працюють з посібниками (конспекти, лекції, дидактичний роздатковий матеріал, навчальні посібники, спеціальна література), у яких вони самостійно знаходять відповіді на поставлені викладачем завдання-проблеми. Такими завданнями є: 1) система запитань викладача, на які потрібно знайти відповіді (питання носять, в основному, проблемний характер); 2) складання опорного плану-конспекту прослуханої і записаної в розгорнутому вигляді лекції; 3) пошук способу розв'язання задачі з відповідної теми курсу; 4) складання задач за прослуханою темою; 5) завдання на порівняння викладу того чи іншого теоретичного матеріалу по різних навчальних посібниках і т.д.

В групу робіт з посібниками включаємо такі види робіт: програмовані завдання, роботи на знаходження помилок, спостереження і експеримент, робота з літературою, коментування тексту, роботи по переносу, складання задач. Опишемо коротко деякі з них:

а) Роботи на знаходження помилок. На практичних заняттях з методики викладання математики студенти перевіряють творчі методичні роботи один в одного або перевіряють зошити учнів 2-3 базових шкіл.

б) Роботи по переносу. Мається на увазі перенос теоретичних знань в ситуацію розв'язування задачі. Студентам пропонується задача для них ще незнайомого типу з відповідної теми курсу. Деколи аналіз умови цієї задачі виконується колективно, а пошук розв’язку студенти повинні здійснити за допомогою посібника (конспекту лекцій, підручника). Наступний вид переносу – це скласти математичну модель задачі практичного змісту (прикладної задачі) і знайти спосіб її розв’язування.

в) Роботи на складання задач. Студентам дається завдання скласти опорний план-конспект з відповідної теми, маючи при цьому розширений конспект лекції з цієї теми або навчальний посібник Можливий ще такий варіант вказаного виду роботи: після актуалізації знань по темі заняття студентам дається завдання скласти по цій темі в загальному вигляді і конкретного змісту задачі, користуючись при цьому знову ж таки конспектом лекції або іншим посібником. Найбільш вдалі з них розв’язуються тут же на занятті.

3. Роботи практичні. Самостійність студентів при виконанні цієї групи робіт ще більше зростає через те, що студенти не лише виконують роботи, але й опрацьовують інструкції до цих робіт. Викладач приймає у студентів допуск до виконання практичної роботи вислуховує їх по темі роботи, визначає їх готовність виконувати її тощо.

Наявність інструкцій, з яких студенти дізнаються, що і як вони будуть виконувати на занятті, є, таким чином, особливістю цього типу робіт.

Відмітимо інші їх особливості. Академічна група ділиться на підгрупи, а це значно полегшує викладачу керування діяльністю студентів. Виконання практичних робіт на занятті здійснюється індивідуально або бригадами по два-три студенти. Оформлення робіт закінчується, як правило, в післяаудиторний час. Кожну роботу студент обов’язково захищає в бесіді з викладачем, після чого йому виставляється оцінка.

В цю групу робіт ми включаємо лабораторно-прикладні (з обчислювальної математики та інформатики), лабораторно-теоретичні (з усіх інших розділів математики), графічні (виконання креслень деталей, виконання малюнків, котрі є розв’язками конструктивних задач, зображення геометричних фігур в паралельній проекції, знаходження інциденцій на проекційних рисунках і т.д.), виготовлення моделей та іншої наочності.

4. Роботи повністю самостійні. Студенти виконують ці робо-

ти без будь-якої допомоги викладача або з мінімальною його допомогою. Для цього студенти повинні вільно володіти теоретичним матеріалом і достатньо сформованими вміннями розумових дій. Крім відтворюючих (пригадування, повторення, оглядові роботи) і перевірочних (письмове, програмоване опитування, контрольні роботи) сюди ми відносимо всі види раніше розглянутих робіт, які виконують студенти повністю самостійно (коментування, узагальнення та ін.).

У навчальному процесі вузу теоретичний матеріал, якщо дотримуватися ідеальної схеми, повинен опрацьовуватись студентами принаймні тричі: перший раз на лекції (напівформальне засвоєння знань), другий раз – при підготовці до практичного заняття чи на самому занятті або при підготовці до колоквіуму (неформальне засвоєння знань) і, нарешті, готуючись до екзамену (глибший рівень засвоєння знань).

В дійсності способи дій при розв’язуванні задач повторюються студентами, в кращому випадку, два рази – на практичному занятті і при підготовці до заліку. Тому потрібна система навчальної діяльності викладача на практичних заняттях, в якій би враховувався принцип триразового повторення знань і способів дій по кожній темі навчальної дисципліни. Ця система повинна містити в собі: 1) набори відповідних завдань по темі; 2) цілеспрямовані дії викладача на занятті; 3) систему відповідних самостійних робіт на занятті із переходом їх у позааудиторні самостійні роботи.

5. Творчі роботи. В цю групу включаємо роботи, виконання яких потребує творчої самостійності студентів: наявність елементів творчого мислення (бачення проблеми, встановлення гіпотетичних зв’язків, висунення гіпотез, їх перевірка, погляд на проблему в цілому і т.д.), розвинутої інтуїції, вмінь розв’язувати задачу різними способами, вибір раціональних розв’язків, знань закономірностей складання математичних задач якогось типу, наявність картотеки і методичної літератури, орієнтованого знання змісту цієї літератури, вмінь користуватися нею, вибирати необхідний матеріал, деяких конструктивних і практичних вмінь. Розв’язування задач підвищеної складності, читання спеціальної математичної літератури, складання математичних задач за заданими параметрами, самостійне конструювання і ви-

готовлення моделей геометричних фігур, створення дидактичного інструментарію майбутньої вчительської діяльності – ось ті види робіт, які можна назвати творчими.

Зрозуміло, що такі роботи лише починаються на практичному занятті. Одержавши тут творче завдання і загальне спрямування діяльності, студенти продовжують їх в позааудиторний час. Їм потрібні будуть ще консультації і подальші вказівки для завершення роботи. Така робота закінчується, як правило, курсовим проектом, виступом на студентській науковій конференції або захистом виконаного індивідуального завдання на заліку.

Самостійні роботи всіх п’яти груп використовуються на протязі всього курсу, але, очевидно, на початку курсу можуть переважати роботи першої і другої груп, а в кінці курсу повинні переважати роботи четвертої і п’ятої груп.

Формувати вміння самостійно розв’язувати задачі потрібно якомога раніше, тому самостійність студентів при розв’язуванні задач повинна збільшуватись не тільки від робіт однієї групи до іншої, але й всередині кожної групи робіт. Враховуємо також і чинник формування професійних якостей майбутнього педагога. Кожен з видів самостійних робіт повторюємо на протязі року не менше трьох разів, а цього, як вважають психологи й дидакти достатньо для стійкого запам’ятовування суті роботи, її назви і методики проведення.

Література

1. Дітчук Р.Л., Шипова І.О. Система навчальних самостійних робіт на уроках математики. // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. – Кривий Ріг, 2001.
2. Есипов Б.П. Самостоятельная работа учащихся на уроках. М., 1961.
3. Нильсон О.А. Теория и практика самостоятельной работы учащихся. Таллинн, 1976.

МОДЕЛИ И МЕТАФОРЫ К УРОКУ МАТЕМАТИКИ

В.Г. Домбровский
г. Кривой Рог, Средняя общеобразовательная школа №130

Отправной точкой при реформировании школьного образования является определение базовых приоритетов (социальный заказ общества) в условиях смены и научной, и педагогической парадигмы.

В широком смысле парадигма может быть определена как набор убеждений, ценностей и техник, разделяемых членами данного научного сообщества. Некоторые из парадигм имеют философскую природу, они общи и всеохватны, определяя мировоззрение и мироощущение целых поколений людей. Другие парадигмы руководят научным мышлением в довольно специфических, ограниченных областях исследований.

Парадигмы несут в себе познавательный и нормативный смысл, а также служат удобным инструментом для организации и манипуляции данными. Они являются утверждениями о природе реальности, они также определяют разрешенное проблемное поле; устанавливают допустимые методы и набор стандартных решений.

В таком аспекте парадигму надо рассматривать как модель, прагматически полезную конструкцию, помогающую организовывать наблюдения и получать данные.

Конечно, парадигма – это всегда больше, чем просто полезная теоретическая модель в науке, косвенным влиянием ее философии на личности и общество в действительности очерчивается мир.

Какими же моделями и «метафорами» пользуемся мы? Какими структурами мы очерчиваем Мир.

Давайте некоторые из моделей опишем и проанализируем.

Так, Л.А. Черных (Криворожский педагогический университет) пишет: «В новых социальных условиях можно говорить не про индивидуальную парадигму, не про социальную, даже не про индивидульно-социальную, а про антропоориентированную парадигму. С одной стороны это позволяет подчеркнуть органическое и вполне реальное объединение индивидуального и социального в образовательно-воспитательной модели благодаря введению понятия « антропос» (от греческого человек), которое объединяет в себе две составляющие человека (индивидуальное и социальное). С другой стороны это позволяет преодолеть традиционное противостояние двух граней человеческого существа.

Общая педагогическая парадигма реализуется в реальную образовательно-воспитательную деятельность через процессы гуманизации и гуманитаризации. Гуманизация и гуманитаризация направляет образовательный процесс на формирование, прежде всего духовного мира личности, приоритет духовных ценностей при определении цели и содержания образования, очеловечивания знаний, формирование целостной, гармонической картины мира с полноценным отображением в ней мира культуры, мира человека.

Обратимся к следующей модели, которую можно считать, в принципе, «разверткой» предыдущей модели.

Для того чтобы найти свое место в жизни, успеть вписаться в «модальность» Настоящего ученик современной школы должен уметь:

- гибко адаптироваться в быстро меняющихся жизненных ситуациях;
- самостоятельно и критически мыслить;
- видеть, выделять и формировать проблемы, (профессиональный план), находить пути рационального решения (идея оптимизации);
- понимать, где и как знания, полученные в школе, институте и т.п. могут быть проявлены и реализованы в социуме;
- уметь генерировать новые идеи, творчески мыслить;
- грамотно работать с информацией (уметь собирать факты, анализировать их, отличать факт от мнения, выдвигать гипотезы решения проблем, делать необходимые обобщения, устанавливать закономерности, выдвигать аргументированные выводы, используя для их решения новых проблем);
- быть коммуникабельным, контактным в разных социальных группах, уметь работать в коллективе, в разных отраслях, разных ситуациях, выходить из конфликтных ситуаций (идея адекватности);
- уметь самостоятельно работать над развитием своего ин-

теллекта, культурного уровня, моральных качеств (осознавать релятивизм данных параметров).

Третья модель выражает диалектику между Разумом и глупостью.

… Этот мир, попросту говоря, населен и в значительной мере управляется одомашненными приматами, которые не во всем являются разумными людьми. Возможно, Вольтер и преувеличивал, говоря, что для осознания математической бесконечности достаточно подумать о человеческой глупости, но не слишком. В каждом столетии миллионы людей погибают по глупым причинам из-за глупости лидеров или глупости толпы, странные (случайным образом импринтированные) туннели реальности, делающие это возможным, продолжают управлять и манипулировать нами.

Глупость не является исключительным свойством какой-то одной социальной группы, для того чтобы стать глупым, не требуется такого призвания, как для того, например, чтобы стать священником. По-видимому, глупость – это заразное социосемантическое беспокойство, которое в различные моменты овладевает каждым из нас. Точная оценка степени глупости образованного слоя общества может быть получена из того факта, что для каждой научной революции требуется смена поколения.

По ироническому заключению Вольтера, человеческая глупость приближается к бесконечности.

Не было бы преувеличением также сказать, что глупость убила больше людей, чем все известные медицине и психиатрии заболевания вместе взятые.

Разум – это способность эффективно воспринимать, расшифровывать и передавать информацию. Глупость замедляет этот процесс на всех этапах. Фанатизм, идеологии и т.д. блокируют способность воспринимать информацию, роботические туннели реальности – расшифровывать ее или синтезировать новые сигналы, цензура – передавать информацию.

Значит, развитие разума может ускорить решение различных апокалиптических проблем, грозящих нам со всех сторон.

Работа по интенсификации разума – это работа по достижению всех остальных наших здравых и достойных целей. Метафорично интенсификацию разума можно описать так:

«Любой человек должен уметь менять пеленки, планировать вторжения, резать свиней, конструировать здания, управлять кораблями, писать сонеты, вести бухгалтерию, возводить стены, вправлять кости, облегчать смерть, исполнять приказы, отдавать приказы, сотрудничать, действовать самостоятельно, решать уравнения, анализировать новые проблемы, вносить удобрения, программировать компьютеры, вкусно готовить, хорошо сражаться, достойно умирать. Специализация – удел насекомых».

Четвертая модель выражает общепринятую точку зрения на то, как, зачем, чему учить (в частности математике).

«Обучение, в частности обучение математике, – сложный процесс управления, осуществляемый учителем с использованием ряда вспомогательных средств (учебников, наглядных пособий, технических средств обучения)… Учитель перерабатывает информацию, получаемую им из программы, научной, учебной и методической литературы, а также осведомительную информацию об уровне и возможностях мыслительной деятельности ученика и передает, пользуясь определенными средствами, обучающую информацию ученику.

Ученик воспринимает и перерабатывает информацию, полученную или от учителя, из учебника и других источников, и по требованию педагога передает ему информацию о качестве усвоения учебного материала и достигнутом развитии мыслительной деятельности в виде ответов на вопросы, решения упражнений и задач».

Оговоримся, что работа учителя математики по объяснению учебного материала, по даче заданий, вообще вся его обычная работа имеет смысл лишь в той степени, в какой ученик желает, ждет, хочет этой работы, этих объяснений, этих заданий. А для этого нужно вызвать у ученика эти желания, воспитать у него потребности в знаниях, в познавательной деятельности. Значит, вся обычная работа учителя приобретает смысл лишь в том случае, если она является составной частью более важной, боле значимой работы: Воспитание (в зависимости от социального заказа и экономического потенциала государства) учащихся в целом и каждого ученика в отдельности. Таким образом, основная роль учителя математики (впрочем, как и всякого учителя) – воспитание личности учащихся, формирование их потребностномотивационной сферы, воспитание способностей, нравственности и убеждений. Обучение знаниям, умениям и навыкам по математике является составной частью этого воспитания и тем процессом, в котором это воспитание осуществляется. (Базовая модель о доминирующей роли воспитания).

Анализируя модели по степени «всеохватности» можно отметить, что 1-я модель концептуальна, философична, 2-я конкретизирует первую в лексическом и операциональном аспектах, 3-я символьная система ту же проблематику описывает специфическим «нейро» языком, 4-я модель определяет стратегии и тактики учителя, выделяя, прежде всего воспитательный процесс. Исходя, из временного параметра, 1, 2, 3 системы современны, динамичны, 4-я описана уже давно, хотя опытно так и не реализована в масштабе всего социума, а значит, не потеряла своей актуальности.

Можно, конечно сказать и так, что первые три модели реализуют стратегию развития, 4-я – стратегию формирования. Стратегия формирования была технологически и процессуально разработана, но так и не реализована практикующими педагогами в масштабе всего социума. Стратегия развития (личностно ориентированное образование) технологически только начинается разрабатываться. Вопросы реализации решаются, пока, только в плоскости отдельных, ограниченных учебных заведений.

Тогда что же делать?

Я думаю, что вербально все модели вполне оптимистичны. Мне кажется вопрос в другом. Надо ли традиционному обществу такая идеальная, развитая личность и можно ли ее вообще реально создать, воспитать. Ведь по большому счету «традиционные» методы воспитания совершенно логичны, прагматичны и здоровы для достижения истинной цели общества, которая состоит не в том, чтобы создать идеальную личность (нужно ли это вообще и возможно ли в принципе) а в том, чтобы создать полу робота (термин используется не в моральном, а в техническо-функциональном смысле) который максимально близко подражает общественному идеалу – как в рациональных, так и в иррациональных аспектах, перенимая как мудрость веков, так и всю накопленную человечеством жестокость и глупость.

К тому же полностью сознательная, идеальная личность (описанная в моделях) не сможет попросту вписаться ни в одну из ролей, предлагаемых обществом, в его нынешнем, современном состоянии. Хотя надо отметить, что традиционная система обучения и воспитания уже начинает давать сбои, когда общество вступило в фазу ускоренных изменений и технологической трансформации всех традиционных ценностей. Традиционная система срабатывает в традиционном обществе. Но что делать с людьми, которые живо интересуются, почему Бетховен после Девятой симфонии перешел к струнным квартетам, действительно ли Кант убедительно опроверг Юма, и каким образом могут быть связаны последние достижения квантовой теории с детерминизмом и свободой воли.

КОНЦЕПТУАЛЬНІ АСПЕКТИ ПІДВИЩЕННЯ РІВНЯ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ У ВУЗАХ НА ШЛЯХУ ВЗАЄМОДІЇ ВИКЛАДАЧІВ ВУЗІВ ТА СЕРЕДНІХ ШКІЛ

Г.М. Дормостученко, Л.М. Іваницька, С.С. Середенко
м. Одеса, Одеський державний екологічний університет

Аналіз сучасного стану взаємодії вищої та середньої освіти і пошук нових форм, методів та концепцій взаємодії з метою підвищення рівня викладання математики, навчального процесу у школі та вузі показує необхідність ретельного розгляду комплекс питань розвитку нових освітніх програм, які базуються на тісному співробітництві викладачів середніх шкіл з викладачами вузів.

Таке співробітництво розглядається на 5 рівнях, що мають на меті сумісну розробку, зокрема, навчального, науково-методичного, психолого-педагогічного аспектів освіти. Підвищення рівня й ефективності навчального заняття може бути досягнуто на шляху використання нових форм, які викликають інтерес у школярів та студентів.

Важливий напрямок підвищення ефективності освітнього процесу – це використання спеціальних тестів контролю, оцінки знань школярів та студентів. Науковий аспект передбачає запрошення найбільш талановитих школярів до участі у справжній науковій роботі сумісно з вченими вузів та студентами. Мова йде про зацікавлене спостерігання роботи вчених, перші кроки у справжній математичній науці. Як показує практика, після подібних занять талановиті школярі та студенти ще більше утверджуються у намірі стати дослідниками, зокрема в галузі математики. Проведення простих школярських і студентських конференцій з поданням рефератів або наукових результатів дає у подальшому значний імпульс у навчанні. Олімпіада – це, відомо, досить ефективна форма виявлення найбільш талановитих учнів, студентів. Це яскраво продемонстрували, наприклад, Соросівські Олімпіади з математики, фізики, хімії, біології (на базі кафедри математики ОДЕкУ проводились 2 тур 4 і 5 Соросівських Олімпіад в 1996 і 1997 рр.).

ДЕЯКІ ПИТАННЯ МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ РОЗДІЛУ “РЯДИ” КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

В.М. Дрибан, Г.Г. Пеніна
м. Донецьк, Донецький державний університет економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського

Після визначення ряду ми розглядаємо ряд

$$1–1+1–1+... \quad (1)$$

З одного боку,

$$1–1+1–1+...=(1–1)+(1–1)+...=0.$$

З іншого боку,

$$1–1+1–1+...=1–(1–1)–(1–1)–...=1.$$

Можна запропонувати і такий варіант:

$$1–1+1–1+...=S,$$
$$1–(1–1+1–1+...)=S.$$
$$1–S=S,$$
$$S=1/2.$$

Створюється проблемна ситуація, і лектор пропонує знайти помилку в обчисленнях. Як правило, студенти знайти помилку не можуть. Лектор інформує студентів про дискусію з приводу цього ряду, що була на початку XVII – середині XVIII в. в. У той час виниклу суперечність не могли розв’язати навіть такі великі математики, як Лейбніц, Ейлер та інші. Італійський математик Гранді трактував виниклу рівність

$$0+0+0+…=1/2$$

як створення світу з нічого.

Лейбніц брав перший член, суму двох, трьох і т.д. членів і одержував суми 1, 0, 1, 0,… Отже, говорив він, найбільш ймовірне значення суми – середнє арифметичне 1/2. При цьому він посилався на “закон справедливості”, що нібито існує у світі. Правильне розуміння (визначення) суми ряду прийшло значно пізніше.

Практика показує, що такий вступ забезпечує інтерес студентів до вивчення рядів і має велике значення в педагогічному відношенні.

Лектор констатує, що говорити про суму ряду в звичайному розумінні суми не можна, тому що процес додавання ніколи не може бути закінчений. Можна запропонувати студентам згадати, чи не зустрічалися вони з рядами у шкільному курсі математики. Часто студенти згадують нескінченно спадаючу геометричну прогресію, але визначення її суми, як правило, не пам'ятають. Лектор нагадує це визначення і говорить, що воно береться як визначення суми ряду в загальному випадку. Важливо показати студентам, що це визначення є природним узагальненням звичайної суми на нескінченну множину доданків. У той же час з цього визначення випливає, що будь-яка сума скінченого числа членів є частковим випадком суми ряду. Дійсно, якщо приписати до суми

$$S_k = U_1 + U_2 + \ldots + U_k$$

нескінченну множину нулів, одержимо ряд

$$U_1 + U_2 + \ldots + U_k + 0 + 0 + \ldots + 0 + \ldots,$$

який збігається і має суму, що дорівнює S_k:

$$\lim_{n \to \infty} S_n = \lim_{n \to \infty} S_k = S_k .$$

Це важливе зауваження не робиться в підручниках.

Після цього слід повернутися до ряду (1), показати, що він розбігається, і проаналізувати різні способи "знаходження його суми". Так як ряд – це не "звичайна сума", то не можна вважати, що він має властивості скінченої суми, зокрема, асоціативну властивість. Студенти з самого початку повинні засвоїти, що

$$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \ldots$$

та

$$(U_1 + U_2) + (U_3 + U_4) + \ldots \ –$$

це, взагалі кажучи, два різних ряди.

Бажано, щоб студенти самі знайшли помилку у випадку, коли було "доведено", що сума ряду (1) дорівнює 1/2.

Далі корисно запропонувати студентам знайти, наприклад, суму ряду

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

Студенти переконуються, що відшукання суми ряду – дуже непроста задача. Після цього лектор інформує студентів, що збіжні ряди дуже часто зустрічаються при вирішенні практичних задач і значення їх засноване саме на тій обставині, що вони мають суму. Крім того, виявляється, що для рядів, що збігаються, справедливий асоціативний закон, так що з ними зручно оперувати. От чому важливо вміти визначати, чи даний ряд збігається, чи ні (навіть якщо не вдається знайти його суму).

Так виникає проблема відшукання ознак, що дозволяли б вирішувати питання про збіжність або розбіжність конкретного ряду обхідним шляхом, не заснованим на визначенні суми ряду. Але перш ніж звернутися до розгляду таких ознак, треба, на наш погляд, попередити студентів про одну поширену помилку, а саме: ряд, члени якого спадають, збігається. Студентам буде цікаво почути, що такої думки додержувалися у свій час Ейлер і Даламбер, але не слід забувати, що тоді не існувало поняття границі, тобто і сучасне поняття суми ряду. Ці поняття були введені значно пізніше.

Після введення понять збіжності та розбіжності рядів наступним важливим етапом в історичному розвитку теорії рядів було визначення понять абсолютної та умовної збіжності (Коші, Абель, Діріхле, Ріман). Завдяки цим вченим була переборена схильність до аналогій між властивостями скінчених сум та рядів, яка ще тяжіла у свідомості математиків XIX в.

Схильність до таких аналогій є й у студентів. Це зобов'язує лектора акцентувати увагу студентів на різниці в природі абсолютно й умовно збіжних рядів. На відміну від умовно збіжних рядів, для яких справедливий лише асоціативний закон, для абсолютно збіжних рядів справедливий і комутативний закон, що дозволяє обходитися з абсолютно збіжними рядами як із сумами скінченого числа доданків. Це дуже зручно для практичного використання рядів. В зв'язку з цим зробимо два зауваження.

1. Тому що, за визначенням, поняття абсолютної й умовної збіжностей відносяться лише до знакозмінних рядів, варто привернути увагу студентів, що для збіжних рядів з додатними членами також справедливі комутативний та асоціативний закони. При цьому сума ряду не змінюється. Цей момент не підкреслюється в підручниках. У переважній більшості підручників не підкреслюється також і той факт, що для абсолютно збіжних рядів справедливий асоціативний закон.

2. При формулюванні теореми Рімана в підручниках не підкреслюється той важливий момент, що перестановка членів умовно збіжного ряду повинна охоплювати *нескінченну* множину

його членів. Будь-які перестановки *скінченого* числа членів допускаються в будь-яких рядах; вони не позначаються ні на збіжності рядів, ні на величині їх суми (у випадку збіжних рядів).

При розгляді степеневих рядів треба звернути увагу на вираз для радіуса збіжності степеневого ряду у вигляді:

$$R = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|.$$

Ця формула має місце лише для рядів "без пропусків". Наприклад, для рядів, що містять лише послідовні парні або непарні степені x, справедлива формула

$$R = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|}.$$

Це випливає з доведення формули для R. На жаль, цього застереження немає у підручниках.

Якщо програмою передбачено вивчення рядів з комплексними членами і формул Ейлера, то треба, на наш погляд, зупинитися на одному з наслідків формули

$$e^{iz}=\cos z+i\sin z.$$

При $z=\pi$ маємо:

$$e^{i\pi}+1=0.$$

Треба звернути увагу студентів на унікальність та красоту цього співвідношення, яке поєднує всі п'ять основних величин: 1, 0, π, e та i.

Теорія рядів та її становлення містять у собі значний світоглядний потенціал, який, на наш погляд, треба розкрити перед студентами. Становлення теорія рядів – яскравий приклад того, що суперечності (про деякі з них ми згадували) є джерелом розвитку процесу пізнання. Спроби розв'язати суперечності привели кінець кінцем до створення строгої теорії рядів, яка суттєво збагатила математику та практику. Д. Гільберт у знаменитій доповіді на другому Всесвітньому конгресі математиків відмітив, що "всяка наукова галузь життєздатна, доки в неї надмір нових проблем. Недостача нових проблем означає відмирання або припинення самостійного розвитку…". Важливо підкреслити, що суперечність є джерелом не тільки розвитку процесу пізнання, але й об'єктивного світу. Всякий розвиток – це виникнення тих чи інших суперечностей, їх розв'язання та виникнення нових суперечностей (закон єдності та боротьби протилежностей).

Наведемо деякі конкретні приклади, які дозволяють продемонструвати перед студентами відображення в теорії рядів діалектичного закону переходу кількісних змін в якісні.

1. Ряд як “сума нескінченного числа доданків” є якісно нове поняття, властивості якого відрізняються від властивостей “звичайної суми”.

2. Відкидання скінченого числа членів ряду не змінює його природи (його збіжність або розбіжність), відкидання нескінченної множини доданків може перетворити збіжний ряд у розбіжний і навпаки.

3. Не змінює природи ряду перестановка скінченого числа членів ряду, але перестановка нескінченної множини членів умовно збіжного ряду може змінити його природу (теорема Рімана).

4. Сума скінченого числа неперервних функцій неперервна, але сума нескінченної множини неперервних функцій (функціональний ряд) може дати якісно іншу, розривну функцію (нерівномірно збіжний ряд, ряд Фур’є).

5. Розкладання функцій в ряд Тейлора: сума нескінченної множини степеневих функцій може дати якісно більш складну функцію.

6. Сума нескінченної множини тригонометричних функцій може дати якісно більш просту функцію (ряд Фур’є).

Не викликає сумніву, що методика формування світогляду студентів у процесі викладання вищої математики повинна стати невід’ємною частиною методики викладання вищої математики.

К МЕТОДИКЕ ИЗЛОЖЕНИЯ ТЕМЫ “КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА” КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

В.М. Дрибан, Г.Г. Пенина
г. Донецк, Донецкий государственный университет экономики и торговли им. М. Туган-Барановского

В курсе аналитической геометрии кривые второго порядка обычно рассматриваются как множества точек на плоскости, обладающих определенными свойствами, причем эти свойства различны для различных кривых. Такой подход имеет много методических достоинств. Остановимся на проблемном введении определения эллипса, когда в условиях созданной лектором проблемной ситуации студенты вместе с преподавателем участвуют в процессе разрешения учебной проблемы.

Перед изучением темы “Эллипс” в конце предыдущей лекции рассматривается построение “некоторой” кривой “методом садовника” (нить закреплена в двух точках, а кривая очерчивается так, чтобы мел все время держал нить в натянутом состоянии). Лектор говорит, что полученная кривая имеет большое теоретическое и практическое значение, поэтому очень важно изучить свойства данной кривой (эллипса). Задается вопрос: “Можете ли вы указать какие-нибудь свойства эллипса?”. Студенты по чертежу легко определяют такие свойства, как симметрия, указывают интервалы знакопостоянства, монотонности, находят точки экстремума. Преподаватель подтверждает правильность ответов студентов, но подчёркивает, что этих свойств недостаточно, надо выявить неочевидные, “глубинные” свойства эллипса. Как это сделать? С чего начать? Создалась проблемная ситуация: студенты поставлены в состояние интеллектуального затруднения, когда предшествующих знаний недостаточно для изучения свойств кривой. Здесь студенты слабо осознают основную причину своих затруднений (учебную проблему), поэтому лектор стремится организовать мыслительную деятельность студентов на выявление и формулировку проблемы: “Что нужно прежде всего знать о кривой, чтобы иметь возможность изучить ей свойства средствами математики?”. Если нет правильной догадки, задается вопрос типа “Как изучить свойства спирали Архимеда?”

Сразу раздаются возгласы: “А что это такое?” Лектор дает определение спирали Архимеда и возвращается к первоначальному вопросу. Теперь почти всегда студенты дают ответ: чтобы изучить свойства кривой, нужно, прежде всего, дать ее математическое определение. Так в результате анализа проблемной ситуации возникает конкретная проблема. После этого студенты получают задание к следующей лекции: дать определение эллипса, основываясь на способе его построения (нужно подсказать, что эллипс следует определить как множество точек, обладающих определенным свойством). На следующей лекции приведенные студентами определения анализируются.

Конечно, проблемное изложение рассмотренного вопроса можно провести и на одной лекции, все зависит от наличия учебного времени. В любом случае проблемное изложение требует больше времени, чем объяснительно-иллюстративное, но, на наш взгляд, экономить время на таких моментах нельзя.

Подчеркнем, что проблемная ситуация в данном случае создалась лишь потому, что речь шла о кривой, знакомой в общих чертах студентам из школы и жизненной практики, т.е. благодаря наличию противоречия между житейскими и научными знаниями. Отметим также, что первая проблема (изучение “неочевидных” свойств эллипса) непосильна для студентов и была поставлена лишь для того, чтобы студенты с первых же занятий уяснили необходимость математических определений объектов как первого этапа их изучения средствами математики. Поэтому лектор эвристическими подсказками сразу же сводит эту проблему к другой (дать определение эллипса), которая по отношению к первой является промежуточной проблемой, но дидактически является основной. Эта проблема уже вполне посильна для студентов.

Обратим внимание на неточности в определениях эллипса и гиперболы, часто встречающиеся в учебниках. Эти неточности состоят в том, что зачастую не оговаривается, что сумма расстояний от точки эллипса до фокусов должны быть больше расстояния между фокусами, а разность расстояний от точки гиперболы до фокусов по абсолютной величине должна быть положительной и меньшей расстояния между фокусами.

Полезно предложить студентам на лекции найти множества

точек на плоскости, *не лежащих на кривых*, для которых:
1. сумма расстояний каждой точки до фокусов равна расстоянию между фокусами;
2. разность расстояний каждой точки до фокусов равна нулю;
3. разность расстояний каждой точки до фокусов равна расстоянию между фокусами.

Неточности (причем принципиального характера) встречаются в учебниках также при выводе уравнений кривых второго порядка. Действительно, при выводе уравнений кривых второго порядка приходится возводить в квадрат иррациональные выражения, что может, вообще говоря, привести к появлению “лишних” точек, не лежащих на этих кривых. Лектор должен обратить на это внимание студентов и сказать, что можно доказать эквивалентность приведенных преобразований, сообщив при этом план доказательства (само доказательство из-за громоздкости выкладок проводить, на наш взгляд, нецелесообразно).

Следует отметить, что указание на неточности в учебниках всегда производит большой эмоциональный эффект.

На наш взгляд, лектор должен показать студентам общие подходы к кривым второго порядка. После того как становится известным, что эллипс, гипербола, парабола и их вырождения исчерпывают класс кривых второго порядка, студенты (с помощью преподавателя) должны “заподозрить” общее геометрическое свойство. После этого лектор рассказывает о том, что кривые второго порядка и их вырождения имеют одинаковое “происхождение”: они являются сечениями плоскостью поверхности конуса, если этот конус мыслить неограниченно продолженным в обе стороны от вершины. Этот факт (известный ещё древним грекам) чрезвычайно поучителен в познавательном и методологическом аспектах, а его демонстрация на доске или на модели производит большое эмоциональное воздействие.

В учебниках по высшей математике кривые второго порядка как конические сечения или вообще не рассматриваются, или рассматриваются как бы статично, независимо друг от друга: при определённых положениях секущей плоскости получается та или иная кривая. На наш взгляд, студентам гораздо интереснее и поучительнее будет увидеть образование кривых второго порядка в *процессе динамики,* то есть в процессе непрерывного изменения положения секущей плоскости. Если плоскость пересекает конус параллельно его основанию, то в сечении получается окружность (в частности, точка как окружность нулевого радиуса). Если плоскость наклонять, то сечение становится эллиптическим. Чем сильнее наклоняется плоскость, тем больше вытягивается эллипс, оставаясь эллипсом до тех пор, пока плоскость не станет параллельной образующей конуса. Как только это произойдёт, кривая перестаёт быть замкнутой, и две её ветви устремляются в бесконечность, образуя параболу. Дальнейший наклон плоскости приведёт к тому, что она пересечёт вторую половину конуса. В этом случае конические сечение есть гипербола (распространена ошибка, будто для образования гиперболы секущая плоскость обязательно должна быть параллельна оси конуса). Форма ветвей гиперболы меняется с изменением наклона плоскости до тех пор, пока они не выродятся в две пересекающиеся прямые.

Лектор может показать ещё один общий подход к кривым второго порядка: эллипс (кроме окружности), гипербола и парабола являются множествами точек, отношение расстояния которых до данной точки (фокуса) к расстоянию до данной прямой (директрисы) есть величина постоянная (эксцентриситет). При таком подходе определения и уравнения различных кривых второго порядка отличаются друг от друга лишь величиной эксцентриситета. Таким образом, оказывается, что эксцентриситет, который раньше был лишь показателем степени "сплюснутости" кривой, теперь становится одной из важнейших характеристик, видовым признаком, позволяющим по уравнению отличить одну кривую второго порядка от другой.

В этом плане поучительно рассмотреть (без доказательства) общее уравнение кривых второго порядка, отнесенное к вершине:

$$y^2=2px-(1-\varepsilon^2)x^2.$$

При $\varepsilon=0$ получим окружность (в частности, при $\varepsilon=0$ и $p=0$ получим точку). Если эксцентриситет ε возрастает, оставаясь меньше единицы, то $1-\varepsilon^2>0$. Имеем непрерывно деформирующийся эллипс. Как только эксцентриситет становится равным единице, эллипс "превращается" в параболу. При дальнейшем увеличении эксцентриситета получим гиперболу. "Здесь можно проследить, – пишет неизвестный автор, – всю эволюцию форм кривых второго порядка. В первом акте высокой трагедии мы будем наблюдать деформирующийся эллипс, один из фокусов которого устремился в бесконечность, увлекая за собой и центр эллипса. Во втором акте меняющееся значение эксцентриситета достигает значения, равного единице, и тогда, только на одно мгновение мелькает образ параболы с тем, чтобы тотчас исчезнуть и дать место новому существованию – гиперболе. Последний акт будет длиться бесконечно долго – деформирующаяся гипербола может жить не спеша, но судьба ее выродиться в пару прямых предрешена". Блестящее единство математики, диалектики и эстетики!

Умение видеть изменение геометрического образа при изменении параметров имеет большой познавательный смысл. Подобные примеры не только развивают воображение студентов, их эстетическое восприятие, но и делают изучение учебного материала по-настоящему интересным. Это стократ окупает некоторые дополнительные затраты времени.

Одной из важных задач обучения студентов является формирование их диалектико-материалистического мировоззрения. В этом плане высшая математика дает богатый иллюстративный материал, который должен использовать преподаватель. Формирование мировоззрения тесно связано с философскими законами и категориями, поэтому если философия изучается после высшей математики, преподаватель должен вначале в соответствующих местах курса кратко и популярно ознакомить студентов с сутью тех философских законов и категорий, которые он намерен иллюстрировать примерами из высшей математики. В частности, общие подходы к кривым второго порядка прекрасно иллюстрируют диалектический закон перехода количественных изменений в качественные: изменение количества (величины угла наклона плоскости, которая пересекает коническую поверхность, или числового значения эксцентриситета) ведет к появлению нового качества (к другой по форме и по свойствам кривой второго порядка).

С интересом воспринимают студенты сообщение о том, что теорию кривых второго порядка создали древние греки, не зная метода координат. Они рассматривали кривые второго порядка чисто геометрически, как конические сечения. Греческий математик Аполлоний Пергский (IV в. до н.э.!) настолько полно разработал теорию конических сечений, что никто из последующих математиков не сумел ни дополнить, ни исправить исследования Аполлония. Это уникальный факт в истории математики.

Уже на вводной лекции мы говорим об условном делении математики на “чистую” и прикладную и подчеркиваем важность фундаментальных теоретических исследований. Теория кривых второго порядка – блестящее тому подтверждение. Древние греки создавали геометрию конических сечений как “чистую” геометрию, *она не находила своего применения почти двадцать веков*, пока Кеплер не использовал ее для создания теории движения небесных тел, согласно которой планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых находится Солнце. Исходя из этой теории, Ньютон создал механику, служащую основой физики и техники. Трудно представить себе, насколько задержалось бы развитие человечества, если бы в свое время не была бы создана “неприкладная” теория конических сечений. А впоследствии оказалось, что кривые второго порядка являются траекториями и других небесных тел. Образно говоря, кривые второго порядка являются неотъемлемым элементом геометрической картины мироздания. Не сказать об этом студентам значит упустить один из важнейших моментов в формировании их мировоззрения.

Наш опыт работы показывает, что формирование диалектико-материалистического мировоззрения в процессе обучения сопровождается повышением интереса студентов к изучению высшей математики, к самому процессу познания.

МЕТОДИКА ОЗНАЙОМЛЕННЯ МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ З СИСТЕМАМИ ЧИСЛЕННЯ, ВІДМІННИМИ ВІД ДЕСЯТКОВОЇ

С.І. Дятлова
м. Миколаїв, Миколаївський державний педагогічний університет

Програма розвиваючого навчання (система Д.Б. Ельконіна–В.В. Давидова), яка має широке використання в школах України, передбачає з першого класу одночасне знайомство учнів з усіма системами числення: десятковою, трійковою, шістковою і т.д. І тільки у кінці першого класу окремо "відшліфовуються" обчислювальні навички у десятковій системі. Методичні прийоми ознайомлення дітей з числами, з позиційними системами числення відбуваються на основі поняття натурального числа, як результату вимірювання величини (див. підручники математики авторів Олександрової Е.І. або авторів Захарової А.М., Фещенко Т.І.).

Розглянемо методичні прийоми, які, на наш погляд, є корисними і для використання в традиційному навчанні або на уроках, чи в позакласній роботі з математики (гуртки, факультативи).

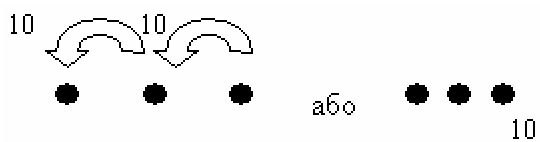
В традиційному навчанні нумерація чисел в десятковій системі числення вивчається паралельно з величинами.

Наприклад, при вивченні нумерації трицифрових чисел учні розкладають багатоцифрові числа на розрядні доданки: $263=200+60+3$; $263=2\cdot10\cdot10+6\cdot10+3$; 263=2 сотні + 6 десятків + 3 одиниці.

Аналогічно і величина, наприклад, довжина, уявляється у виді суми трьох мірок: 263 см=2 м 6 дм 3 см.

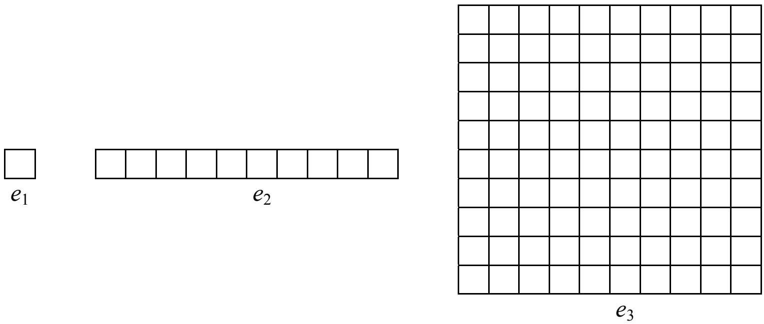
Паралелізм у вивченні нумерації і величин пояснюється особливостями десяткової системи числення: кожні десять одиниць одного розряду утворюють одну одиницю наступного вищого розряду (10 од. складають 1 дес., 10 дес. складають 1 сотню, 10 сотень складають 1 тисячу), і навпаки.

Можна запропонувати дітям систему мірок для побудови величини, щоб при її вимірюванні отримували трицифрове число.

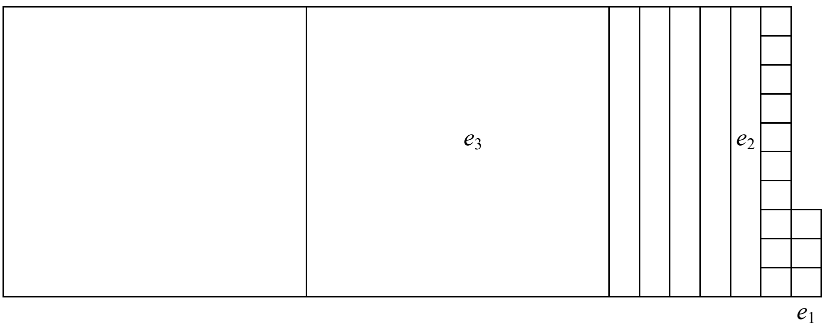


(Кількість цифр в числі зображено крапками, а співвідношення між двома сусідніми розрядами – стрілками і числом 10). У нас кожна наступна мірка повинна бути більшою за попередню у десять разів (тобто таке відношення між сусідніми мірками).

Наприклад, для числа 263, якщо взяти систему мірок клітину, смугу і квадрат (див. мал. 1), то все число 263 буде у вигляді площини наступної фігури (див. мал. 2) (2 квадрата, 6 смуг, 3 клітини), причому $10e_1=e_2$; $10e_2=e_3$; або $e_2=\frac{e_3}{10}$; $e_1=\frac{e_2}{10}$.



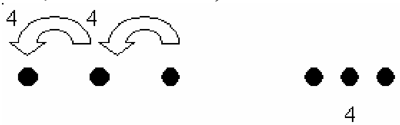
Мал. 1.



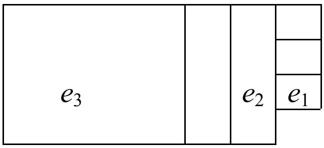
Мал. 2.

Можна за систему мірок брати смуги чи кружечки, але всюди співвідношення між сусідніми мірками повинно дорівнювати десяти. Якщо брати другу позиційну систему, наприклад, четвіркову, то співвідношення між сусідніми розрядами дорівнюватиме чотирьом (основі системи): кожні чотири одиниці одного розряду складають одну одиницю наступного високого розряду, і навпаки.

Наприклад, $123_4=1\cdot4\cdot4+2\cdot4+3$;



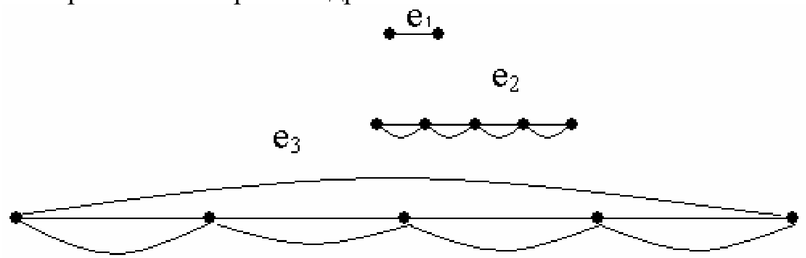
Якщо взяти за систему мірок клітку, смугу та квадрат (відповідно e_1, e_2, e_3), то зображення величини буде таким: $e_2=4e_1$; $e_3=4e_2$; або $e_1=\frac{e_3}{4}$; $e_2=\frac{e_3}{4}$.



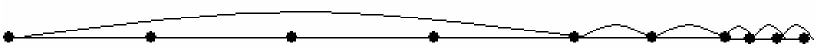
Мал. 3.

Смуга у чотири рази більша від клітки, квадрат у чотири рази більший від смуги. Або навпаки: клітка у чотири рази менша смуги, смуга у чотири рази менша квадрата.

При системі мірок – відрізків



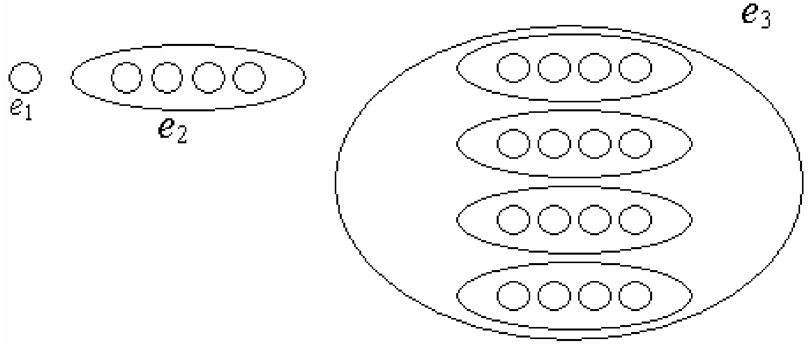
число 123_4 буде зображено так:



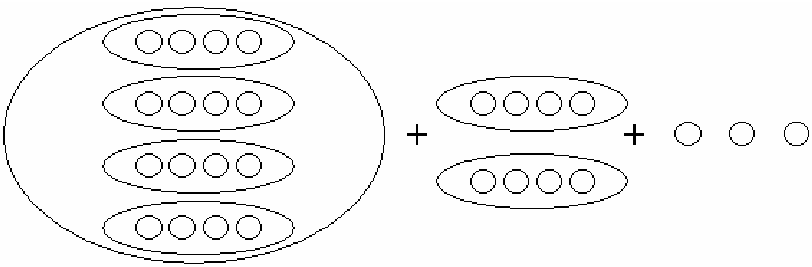
Мал. 4.

Співвідношення між мірками e_1, e_2, e_3 залишається тим самим.

При системі мірок у вигляді кружечків (мал. 5) зображення числа 123_4 буде таким (мал. 6):



Мал. 5.



Мал. 6.

У десятковій системі для запису чисел використовуються десять цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, тобто цифра, що відповідає найбільшому одноцифровому числу, (9) на одиницю менша основи системи.

Аналогічна закономірність виконується і в будь-якій іншій позиційній системі числення: в двійковій системі числення використовуються дві цифри: 0 та 1; в трійковій – 3 (0, 1, 2); в четвірковій – 4 (0, 1, 2, 3); в п'ятірковій – 5 (0, 1, 2, 3, 4, 5) і т.д.

У цілому основа системи вказує, скільки одиниць одного розряду складає одну одиницю наступного вищого розряду. Далі можна запропонувати учням знайти помилки у записі чисел, виправити їх. Наприклад: а) 247_7; б) 47_4; в) 49_8.

Міркування учнів: а) цифри 7 не може бути у сімковій системі числення, тому що 7 одиниць складають одну одиницю другого розряду, та у другому розряді було чотири одиниці, тобто стало 5 одиниць другого розряду, отже буде число 250_7.

б) цифри 4 немає в четвірковій системі числення, чотири одиниці другого розряду складають одну одиницю третього розряду, отже, буде число 102_4.

в) 9 одиниць запишемо у вигляді суми розрядних доданків у вісімковій системі числення 9 = 8+1, а 8 одиниць замінюємо одним десятком та отримуємо $9 = 10 + 1 = 11_8$, одну одиницю пишемо у розряд одиниць, а 1 десяток переносимо у другий розряд, отже у другому розряді стало 5 одиниць, тобто стало число 51_8.

Цікавими нам уявляються наступні завдання для учнів:

1. Назвіть "сусідів" числа 39_{10}; 50_{10}; 34_5; 44_5; 100_6; 56_7; 66_7; 45_6; 55_6; 100_5; 40_5.

Міркування учнів: 39_{10}; сусіди цього числа 38_{10} та 40_{10}, оскільки щоб назвати попереднє число, потрібно відняти одиницю, отримуємо 38_{10} , а щоб назвати наступне число, потрібно додати одиницю до 39_{10}, використавши основну властивість десяткової системи числення: 10 одиниць складають одну одиницю наступного розряду (до 39 додати одиницю), починаємо додавати одну одиницю до дев'яти одиниць, отримуємо 10 одиниць, тобто 1 десяток (одна одиниця наступного, другого розряду), та ще три одиниці другого розряду, всього отримуємо чотири одиниці другого розряду, тобто число 40.

50_{10}; сусіди цього числа 51_{10} та 49_{10} , оскільки щоб отримати наступне, додаємо одиницю, а щоб отримати попереднє, тобто відняти одиницю, потрібно "взяти" одну одиницю у другого розряду та роздробити її на 10 одиниць (десяткова система числення), у другому розряді залишається чотири одиниці, а у першому із 10 одиниць відняти одну одиницю, залишається 9 одиниць, тобто число 49_{10}.

Використовуючи той самий алгоритм, але враховуючи основну властивість будь-якої системи числення (основа системи показує, скільки одиниць одного розряду складає один десяток, тобто одну одиницю наступного розряду), знаходимо "сусідів" чисел: 34_5 (попереднє 33_5, наступне 40_5), оскільки п'ять одиниць одного розряду складають одну одиницю наступного розряду.

44_5 (попереднє 43_5, наступне 100_5), тут двічі здійснюється перехід через розряд.

100_6 (попереднє число знаходимо так: із 100_6 відняти одиницю, беремо одну одиницю третього розряду, перетворюємо її в 6 одиниць (основа системи це показує) другого розряду, із них беремо одну одиницю (в другому розряді залишилось 5 одиниць), роздрібнюємо її на 6 одиниць першого розряду та віднімаємо одиницю, залишається у першому розряді теж 5 одиниць, отримуємо число 55_6. Отже, для 100_6 попереднім є 55_6, а наступним 101_6.

56_7 (попереднє 55_7, наступне 60_7);

66_7 (попереднє 65_7, наступне 100_7);

45_6 (попереднє 44_6, наступне 50_6);

55_6 (попереднє 54_6, наступне 100_6);

100_5 (попереднє 44_5, наступне 101_5);

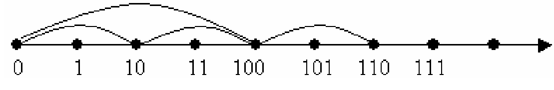
40_5 (попереднє 34_5, наступне 41_5).

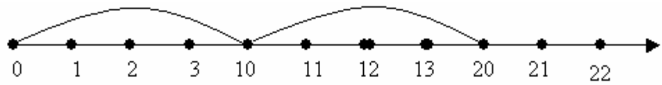
2. Назвіть найбільше і найменше одноцифрове і двоцифрове число у різних системах числення: двійковій, четвірковій, шістковій, сімковій, вісімковій, дев'ятковій, десятковій. Що ти тут побачив?

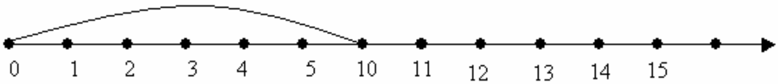
	Основа системи						
	2	4	6	7	8	9	10
Найменше одноцифрове	0_2	0_4	0_6	0_7	0_8	0_9	0_{10}
Найбільше одноцифрове	1_2	3_4	5_6	6_7	7_8	8_9	9_{10}
Найменше двоцифрове	10_2	10_4	10_6	10_7	10_8	10_9	10_{10}
Найбільше двоцифрове	11_2	33_4	55_6	66_7	77_8	88_9	99_{10}

Помічаємо, що всі найменші числа у будь-якій системі числення складаються із нулів (найменше одноцифрове) або одиниць з нулями (найменше двоцифрове, найменше трицифрове аналогічно 100). А найбільші одноцифрові складаються із однієї цифри, що відповідає числу, на одиницю менше основи системи, а найбільше двоцифрове – із двох однакових цифр, на одиницю менше основи системи (аналогічно найбільше трицифрове – із трьох однакових цифр, на одиницю менше основи системи).

3. Вказати "таємниці" числових шкал, назвати два наступних числа:

1)


2) 

3) 

Міркування учнів:

1) "Таємниця" першої шкали у тому, що тут мова йде про двійкову систему числення, це видно з того, що точка, яка знаходиться від початку відліку на відстані однієї мірки, позначена одиницею, а точка, яка віддалена від початку шкали на дві одиниці, замінена одним десятком, тобто мова йде про основну властивість двійкової системи числення.

Наступні числа: за числом 111_2 стоїть 1000_2; 1001_2.

2) "Таємниця" цієї шкали – четвіркова система числення, оскільки точка, що віддалена від початку шкали на 4 одиниці, відмічена числом 10, а це є основна властивість четвіркової системи числення (4 од. = 1 дес.).

Наступним за 22_4 стоять числа 23_4; 30_4.

3) "Таємниця" цієї шкали – шісткова система числення. Наступними за числом 15_6 стоять числа 20_6; 21_6.

Цікавим для учнів на занятті математичного гуртка, або факультативу є знайомство з додаванням та відніманням багатоцифрових чисел (а потім з множенням та діленням), записаних в будь-якій позиційній системі числення. В дійсності тут відбувається розширення використання алгоритму цих дій в десятковій системі числення на будь-яку іншу позиційну систему числення з основою, що відмінна від десяткової.

В алгоритмах цих арифметичних дій тільки один крок повинен бути записаним в більш узагальненому виді: основа системи вказує співвідношення між сусідніми розрядами, тобто скільки одиниць одного розряду складає одну одиницю наступного розряду.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} 3132_5 \\ + \\ 1302_5 \\ \hline 4434_5 \end{array}$$

– самий "легкий" випадок, де немає переходу через десяток.

3122_5
+
1212_5
———
4340_5

– є перехід через десяток в розряді одиниць: $2_5 + 3_5 = 10_5$ (сума одиниць складає одну одиницю наступного розряду).

3133_5
+
1303_5
———
4441_5

– є перехід через десяток в першому розряді, але сума одиниць тут перевищує одну одиницю наступного розряду: $3_5 + 3_5 = 10_5 + 1_5 = 11_5$.

3132_5
+
1224_5
———
4411_5

– є перехід в першому і другому розрядах.

Далі можна запропонувати більш складні приклади на додавання, коли спостерігається перехід через десяток в кожному розряді І класу, в двох класах та ін.

По аналогічній динаміці ускладнення вивчається і протилежна дія – віднімання, а потім і дії другого ступеня – множення та ділення.

Практика роботи показує, що вивчення чисел і дій над ними в інших позиційних системах числення, відмінних від десяткової, викликає в учнів не тільки інтерес до вивчення математики, а й сприяє більш свідомому засвоєнню особливостей десяткової системи числення, алгоритмів дій (усних та письмових) в десятковій системі числення, що є основною вимогою, яка пред'являється до знань, умінь та навичок учнів, передбачених програмою навчання математики в початкових класах.

МАТЕМАТИЧНИЙ БІЛЬЯРД ЯК ГЕНЕРАТОР ВИПАДКОВИХ ЧИСЕЛ

В.М. Євсіков[1], М.О. Рашевський[2]
[1] м. Дніпропетровськ, Дніпропетровський національний університет
[2] м. Кривий Ріг, Криворізький технічний університет

Математичним більярдом [1, 2] (МБ) називатимемо рух без опору точкової частинки в області із пружним відбиванням від стінок. МБ є моделлю багатьох фізичних процесів. Ряд питань у теорії МБ є не розв'язаними, хоча й елементарними. Таким є питання про існування періодичних траєкторій у довільних областях (навіть у многокутниках).

При розв'язуванні задач методом Монте-Карло виникає проблема одержання послідовності випадкових чисел (точок), рівномірно розподілених на проміжку (в області простору). Розв'язування задач на геометричні ймовірності методом Монте-Карло продемонструвало "нерівномірність" звичайного генератора, що було підтверджено перевіркою гіпотези про рівномірний розподіл. Рівномірно розподілену послідовність можна отримати розігруванням руху більярдної частинки з відбиванням від нерухомого круга у центрі одиничного квадрата [1].

Авторами досліджувався МБ в опуклих областях вигляду $x=\varphi_i(t)$, $y=\psi_i(t)$, $t\in[\alpha_i, \beta_i]$, $i=1, 2, \ldots, n$. Для одержання рівномірно розподіленої на відрізку $[0, 2\pi]$ послідовності використано МБ в еліпсі з ексцентриситетом $\varepsilon=0{,}5$. Відхилення розподілу від рівномірного з певною мірою вірогідності дозволяє стверджувати про існування періодичних траєкторій (наприклад, в еліпсі при $\varepsilon\to 0$. Крім перевірки гіпотези про рівномірний розподіл, побудований генератор використано для комп'ютерного розв'язування задач на геометричні ймовірності.

1. Гальперин Г.А., Чернов Н.И. Биллиарды и хаос. – М.: Знание, 1991. – 48 с.
2. Лазуткин В.Ф. Выпуклый биллиард и собственные функции оператора Лапласа. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1981. – 232 с.

ДО ПИТАННЯ ПРО МЕТОДИКУ ВИКЛАДАННЯ ДЕЯКИХ РОЗДІЛІВ ТІМС В ЕКОНОМІЧНИХ ВНЗ

В.О. Єрьоменко, М.І. Шинкарик
м. Тернопіль, Тернопільська академія народного господарства

Загальновідомо, що в процесі викладання математики необхідно враховувати майбутній фах студентів, рівень їх інтелектуальної підготовки, а також зміни в навчальних планах, зумовлені вимогами часу.

Економіст в умовах ринкової економіки повинен бути в першу чергу аналітиком, тобто в повній мірі володіти методами аналізу, моделювання та синтезу. Така якість людини розвивається, тренується. Підтвердженням цієї тези є такий науковий факт, наведений відомим українським нейрофізіологом академіком Олегом Кришталем: “Той, хто навчався у вищому навчальному закладі, вже тільки тому має у своїх лобних ділянках на 17% більше зв’язків між нейронами, ніж той, хто не мучив себе науками”. Відмітимо, що характер цитованого твердження є “детерміністським” і вимагає додаткового імовірносного аналізу.

Одним з найпотужніших засобів підвищення рівня інтелекту майбутнього економіста є вивчення математичних дисциплін, серед яких особливе місце займає “Теорія імовірностей та математична статистика” (ТІМС). Разом з тим, глибоке засвоєння теоретичного матеріалу цієї дисципліни, пов’язане із виробленням навичок практичного оперування інформацією, є базою при вивченні цілого ряду економічних дисциплін, значна частина з яких почала викладатися в економічних ВНЗ в останнє десятиліття.

Багаторічний досвід викладання ТІМС авторів показує, що основним джерелом труднощів для студентів при вивченні цієї дисципліни і особливо при виконанні індивідуальних розрахункових робіт є слабкі навики аналізу різних ситуацій та їх найпростішого моделювання. В зв’язку із цим актуальними питаннями є алгоритмізація розв’язування задач, а також генерування ідей (в процесі розв’язування задач), які стають ключовими при доведенні більш складних тверджень. У повідомленні висвітлюються деякі із положень, реалізованих в навчальних посібниках авторів [1, 2].

Зокрема в розділі "Теорія імовірностей" викладаються [1] наступні положення.

В темі класичне означення імовірності на прикладах різнопланових конкретних задач рекомендується така послідовність аналізу умови: 1) формулювання випадкової події, імовірність якої потрібно знайти; 2) формулювання випробування; 3) розгляд прикладів наслідків випробування з тим, щоб з'ясувати, яким чином можна знайти n (загальне число наслідків випробування) і m (число наслідків випробування, в яких відбувається подія, імовірність якої треба знайти).

Правильність вибору однієї із формул (основної формули комбінаторики, числа комбінацій, числа розміщень) часто наштовхується на неврахування студентом особливостей груп елементів, для яких ці формули мають місце. Зокрема, для комбінацій та розміщень всі елементи групи повинні бути різними (відсутність повторів), для розміщень суттєвий порядок розташування елементів у групі.

При розв'язуванні конкретної задачі з використанням теорем додавання та множення імовірностей, особливо при виконанні проміжних чи підсумкових робіт, актуальним для студента є питання про вибір тієї або іншої теореми або формули. На наш погляд, корисною є така схема.

1) Вводяться в розгляд подія, імовірність якої треба знайти, а також більш простіші події, імовірності яких відомі або можуть бути знайдені за класичним означенням.

2) "Шукана" випадкова подія (імовірність якої потрібно знайти) виражається через простіші події за допомогою алгебри подій, тобто операцій суми, добутку, заперечення (протилежної події). При цьому потрібно користуватися мнемонічними правилами: «+» $\leftrightarrow$ або, «×» $\leftrightarrow$ і.

3) В залежності від виду отриманого виразу використовуються теореми додавання імовірностей або (і) теорема множення імовірностей та їх наслідки. При реалізації цього пункту необхідно з'ясувати властивості випадкових подій (сумісність, несумісність, залежність, незалежність, протилежність або повноту пари чи групи подій).

При цьому звертається увага на те, що в багатьох задачах реалізація п. 2) неєдина. В таких випадках бажано вибрати найкомпактнішу, переконавшись у співпаданні остаточних результатів після виконання пункту 3). Якщо ж результати не співпадають, то необхідно перевірити правильність побудови в п. 2) або коректність виконання п. 3). Ще один суттєвий момент стосовно вказаної теми – це спроба знайти шукану імовірність за класичним означенням. Позитивний результат дозволить перевірити відповідь і обрати кращий шлях, а негативний – збільшить цінність (в очах студента) теорем додавання та множення імовірностей.

Незважаючи на те, що формули повної імовірностей та Байєса є наслідками теорем додавання та множення імовірностей, на нашу думку доцільним є виокремити алгоритм розв'язування задач з допомогою цих формул. При цьому рекомендується така послідовність розв'язування задач.

1) Формулюються гіпотези B_1, B_2, …, B_n і подія A. При цьому слід перевірити повноту групи гіпотез, а також те, що подія A може відбутися тільки після появи однієї із гіпотез.

2) Знаходяться імовірності гіпотез. Правильність розрахунків контролюється виконанням рівності $P(B_1)+P(B_2)+...+P(B_n)=1$. Обчислюються або з умови задачі вибираються умовні імовірності $P_{B_1}(A)$, $P_{B_2}(A)$, …, $P_{B_n}(A)$.

3) Вибирається формула повної імовірності або формули Байєса. Останні використовуються тоді, коли є інформація про відбуття випадкової події.

Наведений вище алгоритм буде корисним тоді, коли студент (при виконанні індивідуальних завдань чи на підсумковому контролі) при аналізі задачі зробив висновок, що для розв'язування цієї задачі потрібно використати або формулу повної імовірності, або формули Байєса. Поштовхом для такого висновку повинна бути наявність в задачі припущень.

В темі "Повторні незалежні випробування (схема Бернуллі)", як і для попередніх тем, залишається актуальним питання вибору тієї чи іншої формули при розв'язуванні конкретних задач. Це зумовлено, по-перше, тим, що у всіх трьох формулах (Бернуллі, локальній формулі Лапласа та Пуассона) ліві частини однакові. З другого боку, при знаходженні імовірності $P_n(m_1 \le m \le m_2)$ зовсім не обов'язково (а деколи й помилково) використовувати інтегральну формулу Лапласа. В зв'язку із цим рекомендується дотримуватися такого алгоритму.

1) Формулюються зміст випадкової події A і випробування. За умовою задачі визначаються n – число випробувань і m – число появи події A. Аналітично записується шукана імовірність з допомогою отриманих значень. Обчислюються імовірності p та q появи та непояви події A в одному випробуванні.

2) Обчислення $P_n(m)$

а) Якщо n мале ($n \le 15$) то використовується формула Бернуллі для будь-яких значень p та q.

б) Якщо n велике, а p та q немалі, тобто при виконанні нерівності $npq>9$ тоді використовується локальна формула Лапласа.

в) Якщо n велике, а p дуже мале (значно менше 0,1) і $\lambda=np\le 9$ то застосовується формула Пуассона. При великому n, дуже малому q ($q \ll 0{,}1$) і при виконанні нерівності $\lambda'=np\le 9$ слід перейти до числа невиконання події A.

3) Знаходження $P_n(m_1 \le m \le m_2)$

а) Якщо n мале $(n \le 15)$, тоді потрібно використати спочатку теорему додавання імовірностей, а потім формулу Бернуллі.

б) Для великих n і немалих p та q, тобто при виконанні нерівності $npq>9$ використовується інтегральна формула Лапласа.

в) Для великих n і малих p використовується або теорема додавання імовірностей з наступним застосуванням формули Пуассона, або здійснюється перехід до протилежної події з наступним використанням теореми додавання імовірностей і формули Пуассона. При виборі однієї із альтернатив слід користуватися мінімізацією числа доданків в теоремі додавання імовірностей. Якщо n велике, а q мале і $\lambda'=nq\le 9$, тоді потрібно перейти до числа невиконання події A, а потім виконати рекомендації цього підпункту.

На нашу думку, доцільно запропонувати кращим студентам створити програму для персональних комп'ютерів, ідея якої полягає в поступовому домноженні співмножників C_n^m на p та q.

Розв'язування задач з розділу "Математична статистика" в більшій мірі "алгоритмізованіше" в порівнянні із розділом "Теорія імовірностей". Разом з тим актуальним стає розуміння студентами основних задач та ідей математичної статистики, з'ясування глибинних зв'язків між двома основними розділами ТІМС, вміння робити коректні висновки (зокрема, економічні) як підсумок розв'язування задач.

Саме ці проблеми трималися в полі зору при написанні посібника [2].

Література

1. Єрьоменко В. О., Шинкарик М. І. Теорія імовірностей. – Тернопіль: Економічна думка, 2001. – 176 с.
2. Єрьоменко В. О., Шинкарик М. І. Математична статистика. – Тернопіль: Економічна думка, 2001. – 247 с.

СТИМУЛЮВАННЯ ПІЗНАВАЛЬНОЇ АКТИВНОСТІ УЧНІВ В ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ЗАДАЧ

Л.М. Жарікова
м. Кривий Ріг, Середня загальноосвітня школа №111

Зростання долі інтелектуальної праці у всіх світових сферах виробництва викликає загальну потребу в людях, які володіють не тільки новітніми технологіями, а й прийомами швидкого перенавчання. У зв'язку з цим відбуваються зміни в практиці завдань і цінностей освіти. Найважливіша серед них – переорієнтація з предметного навчання на процесуальні та мотиваційні аспекти освіти, спрямовані на формування особистості.

Цей підхід, з однієї сторони, передбачає не лише засвоєння учнем готових знань, а й способів його операціоналізації, способів міркувань, що застосовуються в математиці, оволодіння цими способами організації навчальної діяльності, доведення математичних тверджень, розв'язувань задач, з іншої – розвиток в учнів культури логічного мислення, інтуїції, вміння створити математичні моделі, образи.

З урахування цього навчальний матеріал повинен містити загальні схеми розв'язувань задач, загальні підходи до моделювання прикладних ситуацій, відомості про суть задач, їх склад і структуру.

В шкільному курсі математики для більшості стандартних задач існують певні алгоритми, але для розвитку творчого мислення і пізнавальної активності учнів розв'язування тільки стандартних задач виявляється недостатньо. Саме тому вчитель має сприяти формуванню в учнів навичок і прийомів продуктивного опрацювання нестандартних задач.

Своєрідність і специфіка нестандартних задач полягає в тому, що майже кожна з них пов'язана з аналізом проблемних ситуацій. Розв'язування цих нестандартних ситуацій спирається як на спеціальні знання, так і на кмітливість та винахідливість учнів, сприяє формуванню в них творчого, гнучкого мислення.

Можливо і необхідно навчити учнів деяким типовим прийомам розв'язування нестандартних задач з метою накопичення таких прийомів і подальшого їх використання в навчальній діяльності. Стимулювати розумову діяльність учнів можна, наприклад, за допомогою допоміжних, попереджувальних, споряджених задач, математичних ребусів.

Використовуючи в навчальній діяльності нестандартні задачі, вчителю необхідно спиратись на такі особистісні фактори:

1) пізнавальний інтерес до задач, наявність внутрішньої мотивації в учнів;

2) потребу знайти оптимальний шлях до правильного розв'язання;

3) впевненість у власних розумових здібностях, в тому що задачу можливо розв'язати.

Досвід практичної роботи дозволяє запропонувати таку схему розв'язування нестандартних задач на уроці:

1) З'ясування в умовах спільної розумової діяльності вчителя і учнів умови нестандартної задачі, виявлення її пізнавально-смислової суперечності.

2) Проблемно-самостійний (або проблемно-діалогічний пошук розв'язування – висунення альтернативних гіпотез і продуктивних ідей.

3) Спільне обговорення цих ідей і вибір найбільш оптимального шляху їх реалізації.

4) Оформлення розв'язку задачі.

5) Дослідження і перевірка отриманих результатів.

Важливу роль у формуванні в учнів навичок і прийомів розв'язування нестандартних задач відіграють допоміжні задачі. Якщо, наприклад, учням шостого класу запропонувати знайти суму: $\frac{1}{1*2}+\frac{1}{2*3}+\frac{1}{3*4}+...+\frac{1}{19*20}$, то більшість з них почнуть власну пошукову пізнавальну діяльність з того, що будуть намагатись знайти найменший спільний знаменник, або ж додавати до першого дробу другий і так далі. Але якщо на попередніх уроках запропонувати учням вигадати задачу, в якій добуток дробів дорівнював би різниці, то вони після деяких спроб такі дроби знайдуть: $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{3}*\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{4}*\frac{1}{5}$. Досвід доводить, що математичні відомості стануть у пригоді учням при розв'язувані вправ на знаходження сум.

Використання вчителем нестандартних задач – це складний процес організації розумового розвитку учнів. Навіть цілий спектр методичних нарад не може вичерпати всі можливі варіанти підходів до цієї важливої і складної роботи з учнями.

Доцільно запропоновувати, з нашої точки зору, головні напрямки методичного пошуку, конкретизація якого – справа кожного творчо працюючого вчителя математики. Найбільш доцільною організаційною формою використання у навчальному процесі нестандартних задач є поступове впорядкування їх і зведення до певного класу вже засвоєних учнями стандартних задач. Важливим з боку вчителя є індивідуально-диференційовний підхід до учнів з різним рівнем навчальних досягнень, вплив на особистий розвиток яких є ступенем їх власної успішності у розв'язуванні нестандартних задач, оскільки він не може бути однозначним і завжди передбачуваним.

Розвиток творчого мислення і пізнавальної активності учнів буде дійсним результатом використання вчителем на уроці нестандартних задач тільки у разі поступового розширення спектру навичок і прийомів їх розв'язування.

Вважаємо, що накопичення у учнів практичного досвіду розв'язання нестандартних задач реалізує головний тезис психології творчої діяльності – «мислення починається з проблеми», передбачає пошук і відкриття ними все нових і нових проблем, питань та закономірностей не тільки математичних а і інших предметних курсів.

ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНІЧНОМУ ВЗО

Л.П. Кагадій, А.В. Павленко, К.У. Чуднов
м. Дніпропетровськ, Національна металургійна академія України

В доповіді сформульовані деякі основні погляди на викладання математики, які формувались у авторів на протязі багатьох років роботи на кафедрі вищої математики НМетАУ (ДМетІ). Ці погляди, звичайно, можуть бути дискусійними, частково змінюватись на протязі часу, але ж на думку авторів мають право на існування, оскільки математика є однією з найважливіших фундаментальних наук, що формує науковий світогляд, уміння аналізувати природні явища (як фізичні так і суспільні), вдало абстраговуватись, робити узагальнюючі висновки, розповсюджувати узагальнені результати для вирішення конкретних задач в конкретних галузях виробництва.

В зв'язку з цим автори вважають, що при викладанні математичних дисциплін доцільно дотримуватись наступного:

1. Мотивації необхідності вивчення математичної дисципліни або їх розділів студентами даної спеціальності, з наведенням прикладів, задач, ситуацій, що виникають на виробництві, з короткою анотацією їх вирішення математичними методами, якими належить опанувати студентам, вивчаючи вказану математичну дисципліну.

2. Погодженості робочих навчальних програм математичних дисциплін з кафедрами, що на них спираються. Розробці робочих навчальних програм для різних рівнів підготовки (бакалавр, спеціаліст, магістр) та різних спеціальностей.

3. Послідовності вивчення математики, скорегованість окремих питань робочих програм відповідно до рівня підготовки студентів по програмі математики середньої школи. Є термінова необхідність корегування програм середньої і вищої школи.

4. Всі нові математичні поняття повинні вводитись обґрунтовано, мотивовано, спираючись на відповідні задачі, формулюватись на аналізі прикладів від інтуїтивних уявлень до точних визначень. На лекціях та практичних заняттях розглядати як класичні геометричні, механічні та фізичні задачі так і задачі,

пов’язані з майбутньою спеціальністю, фаховою діяльністю. Підкреслювати узагальнені можливості математичних методів, можливість розв’язувань одним методом цілого класу задач різного фізичного змісту. Ні в якому разі цілком не відмовлятись від доведення теорем та виведення формул, широко використовувати приклади, малюнки, математичні аналогії, і т.п.

5. Комп’ютер та іншу обчислювальну техніку використовувати як міцний інструмент підвищення продуктивності праці та економії часу, а не як єдине джерело математичної освіти.

6. Систематичного підвищення кваліфікації викладачів як на математичних кафедрах класичних університетів так і на спеціальних кафедрах у вищих технічних навчальних закладах.

МАТЕМАТИКА І ГАРМОНІЯ

С.І. Кашина
м. Кривий Ріг, Середня школа №99

Лев Миколайович Толстой говорив, що наука і мистецтво зв'язані між собою так само, як легені і серце людини. Наука і мистецтво збагачують один одного, маючи під собою один ґрунт – красу. Краса стимулює розумову діяльність, сприяє виникненню неповіданих і сміливих ідей, надає досконалу форму науковим відкриттям. Краса є вірною ознакою творчості. Так у процесі художньої творчості, наукового відкриття виникають гармонія форм, витонченість, які народжені грою уяви і фантазії. Завдяки їм наступають моменти прекрасних осяянь.

Твори художньої літератури не тільки розширюють кругозір учнів, але й дають знання із області точних наук, наприклад математики.

Так на уроках зарубіжної літератури, вивчаючи тему: "О. Хайям – видатний поет персько-таджидської поезії", учні дізнаються про те, що у 25 років поет Омар Хайям робить свої перші великі наукові відкриття. Поет був запрошений до царського двору султана Малік Шаха, працював у його обсерваторії. Саме там написав Хайям свої праці з алгебри. Першим з математиків створив теорію розв'язування рівнянь до третього ступеня включно і дав загальну класифікацію всіх рівнянь у трактаті "Про доведення задач з алгебри". Він також першим поставив питання про зв'язок геометрії з алгеброю і про геометричне пояснення і розв'язання рівнянь 1-го і 2-го ступеня.

Хайям залишив величезну кількість наукових трактатів і досліджень, та все ж його знають більше як поета аніж ученого.

Його дивовижні рубаї захоплюють філософською глибиною, щирістю почуттів, лаконічністю.

Творчість О. Хайяма свідчить про те, що і добу середньовіччя, попри свавілля владарів, попри неуцтво, релігійний фанатизм, духовний розвиток людства не припинився.

Наукова і літературна спадщина східного мислителя є незрівнянною сторінкою світової цивілізації.

Гуманіст О. Хайям вірив у духовну велич людини, у високе її призначення, прославляв безсмертний розум її:

Хто землю цю створив, ким небеса підперті
Від кого душі в нас, мов жорнов сумом смерті,
О, скільки пишних уст і лиц ясних, як місяць,
У землю заховав, в тісну шкатулку смерті.

На уроках літератури можна використовувати “Математичні сюжети”. Підбір таких сюжетів важкий, так як в творах, як правило, завдання конкретно не формулюються. Такі сюжети треба уміти знайти, перекласти на математичну мову, тобто сформулювати задачу, доступну для учнів.

Так, при вивченні твору Ж. Верна “П’ятнадцятирічний капітан” учні читають, що місіс Уелдон схилилась над картою... їй здалося, що до землі рукою подати ... від місця катастрофи до Сан-Франциско по карті 67 см. Масштаб карти 1:200000. Учні визначають відстань, яку треба подолати вітрильнику під керівництвом п’ятнадцятирічного капітана, щоб дістатися борту призначення.

1см – 220

60 см – Х км   60х220 = 13200 км

Урок–подорож за романом Роберта Стівенсона “Острів скарбів”. Учні готові до подорожі із Джимом Хокінсом на шхуні “Іспанйола” у пошуках скарбів. Згадуємо, що бажають морякам перед виходом у море. “Сім футів під кілем”.

- скільки це сантиметрів? Округліть відповідь до сотень:
  - один фут = 30,48 см
  - 7 футів = 213,36 = 200 см = 2 м

Після розв’язання цієї задачі діти вирушають у подорож.

Але використання сюжетів художніх творів на заняттях з математики і навпаки потребує не тільки великої обережності, але й певного такту. Та для гармонійно розвиненої особистості треба враховувати як гуманітарну, так і природничо-математичну освіту.

ПОЛІВАЛЕНТНІСТЬ ТЕРМІНОЛОГІЇ ТА СИМВОЛІКИ ПРИ ВИВЧЕННІ ЕЛЕМЕНТІВ СТОХАСТИКИ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ

В.М. Кліндухова
м. Кіровоград, Кібернетико-технічний коледж наукового навчально-педагогічного комплексу

Одним із основних завоювань сучасного реформування математичної освіти є впровадження в шкільний курс математики елементів стохастики. Ця інновація є ще одним прогресивним кроком на шляху до подолання прірви, що розділяє досягнення сучасної математики та її відображення в шкільній програмці. Саме цей крок дозволить сформувати ймовірнісно-статистичний тип мислення, який невдовзі стане невід'ємною складовою загальнолюдської культури будь-якого фахівця незалежно від його спеціалізації.

Проблема, яку б хотілося розглянути в цій статті, не є новою. Вона підіймалася ще на Міжнародному симпозіумі по викладанню математики в школі, що проходив у Будапешті в 1962 році. Так, у висновках та рекомендаціях до цього симпозіуму, які були опубліковані в журналі "Математика в школе" (1963 р., №3, стор. 70) відмічається: "Возможность различных интерпретаций математических положений (поливалентность математики) должна быть полностью выяснена посредством многообразных конкретных применений". Дійсно, ця теза із рекомендацій вище згаданого форуму залишається актуальною і на сьогоднішній день. Причому особливого значення вона набуває при розгляданні її через призму сучасної профільної диференціації шкільної математичної освіти. Але ж в цій статті хотілося б розглянути дещо інший аспект полівалентності математики, пов'язаний з більш вузькими практичними проблемами.

Імовірнісно статистична теорія, як і будь-яка інша теорія при виведенні своїх теорем, властивостей тощо оперує певними математичними поняттями. Формування цих базових понять є дуже відповідальним етапом навчального процесу, формальне ставлення до якого може призвести до формування в учнів різноманітних хибних умовиводів, або взагалі нерозуміння подальших викладок. Далеко не останню роль при формуванні понять відіграє їх мовне та символічне відображення, іншими словами відповідні терміни та символи.

Як відомо, між поняттями та їх відображеннями теоретично повинна існувати взаємооднозначна відповідність, але ж практично це не так, про що неодноразово згадується в посібниках з методики навчання математики. При цьому можуть виникати наступні зв'язки:

1

$$\text{поняття} \begin{array}{l} \nearrow \text{термін 1} \\ \rightarrow \text{термін 2} \\ \quad \ldots \\ \searrow \text{термін n} \end{array}$$

2

$$\text{термін} \begin{array}{l} \nearrow \text{поняття 1} \\ \rightarrow \text{поняття 2} \\ \quad \ldots \\ \searrow \text{поняття 3} \end{array}$$

В першому випадки терміни називають синонімами, а в другому – омонімами.

До аналізу цієї ситуації нас підштовхнула реальна проблема. Так, при викладанні курсу "Теорія ймовірностей та математична статистика" в двох паралельних групах було проведено мініексперимент. В одній з груп до кожного поняття ми наводили усі можливі терміни-синоніми, які тільки можливо було знайти в літературі. В іншій же – лише один з них, як правило, найпоширеніший. Не дивлячись на полярність ситуацій, нами було отримано безліч нарікань зі сторони студентів. Так перші з них скаржилися на великий об'єм інформації, а також деяку плутанину, яка виникає в результаті використання то одного, то іншого терміну. Друга ж група скаржилася на велику кількість незнайомих термінів, з якими їм доводиться зустрічатись при самостійному опрацюванні матеріалу навчальних посібників. Звичайно, здоровий глузд підказує, що обидві ситуації є певними "перегинами", тобто необхідно шукати певну "золоту середину". Але яку саме?

В даній статті ми не будемо намагатися дати відповідь на це запитання, так як воно вважається примітивним лише на перший погляд. Насправді ж для обґрунтованих висновків з цього приводу необхідна серйозна як теоретична, так і експериментальна робота, яка повинна починатись, на наш погляд, з аналізу навчальних посібників. З цією метою нами було проаналізовано близько півсотні навчальних посібників найвідоміших авторів. При підборі цих посібників ми керувались наступними принципами:

– *наявність в бібліотеках* (нема сенсу аналізувати бібліографічні раритети, якими не мають можливості користуватися ні учні, ні самі вчителі);
– *різні роки видання*;
– *рівень викладання матеріалу* (1) для середніх навчальних закладів; 2) для вищих навчальних закладів нематематичного профілю; 3) для вищих навчальних закладів математичного профілю; 4) науково-популярна література).

Найпершими поняттями, з якими зустрічаються учні при вивченні початків стохастики є поняття *стохастичного експерименту* та *елементарних подій* (тобто усіх можливих наслідків стохастичного експерименту). В свою чергу усі елементарні події утворюють *множину елементарних подій*, будь-яка підмножина якої є певною *подією*. Ці поняття можуть вважатися первісними або ж певним чином означуватись, але в будь-якому випадку автори при цьому використовують наступні терміни:

<table>
<tr><th>Поняття</th><th>Терміни</th><th>%</th><th>Поняття</th><th>Терміни</th><th>%</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Стохастичний експеримент</td><td>Стохастичний експеримент</td><td>15</td><td rowspan="5">Елемен-тарні події</td><td>Елементарні наслідки</td><td>33</td></tr>
<tr><td>Експеримент</td><td>83</td><td>Елементарні події</td><td>72</td></tr>
<tr><td>Випрошування</td><td>85</td><td>Наслідки</td><td>36</td></tr>
<tr><td>Дослід</td><td>74</td><td>Випадки</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Спостереження</td><td>37</td><td>Шанси</td><td>6</td></tr>
<tr><td colspan="6">Висновки щодо кількості термінів, яка використовується автором в межах одного посібника</td></tr>
<tr><td colspan="2">Поняття=один термін
Поняття=два терміни
Поняття = три терміни</td><td>23,5
56,4
20,1</td><td colspan="2">Поняття=один термін
Поняття=два терміни
Поняття = три терміни
Наявність символіки</td><td>84
16
0
58</td></tr>
</table>

Що ж стосується поняття множини (56,6%) (або простору (57,1%), або сукупності (7,4%)) елементарних подій, то окрім синонімічного аспекту проблеми (один термін – 85,3%; два терміни – 14,7%) тут є присутньою і омонімічна. Так деякі автори вважають, що до складу множини елементарних подій $\Omega=\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots, \omega_n\}$ можуть входити лише елементарні події (69,6%). Інші ж вважають, що вона може складатись і із складених подій (30,4%), таким чином ототожнюючи поняття множини елементарних подій та повної групи (системи) подій.

В свою чергу при розгляді поняття повна група (система) подій виникає аналогічна ситуація. Тобто також маємо як синонімічний так і омонімічний аспект проблеми. Хоча тут слід зауважити, що концепції викладання матеріалу деякими авторами взагалі не передбачають введення означеного поняття (17,6%).

Так, при введенні повної групи подій деякі автори вважають, що вона повинна складатися виключно з несумісних подій (21,4%), інші ж не роблять таких обмежень, тобто вважають, що до складу повної групи можуть входити будь-які події. При цьому автори можуть вводити одне з понять “повна група подій” (47,1%) або “повна група попарно несумісних подій” (11,7%), або ж обидва ці поняття (17,6%).

Повертаючись до поняття події, можна відмітити, що внаслідок певного тлумачення деякі автори ототожнюють його з поняттям випадкової події, а інші ні. В результаті цього виникають два типи класифікації подій:

Події (55,6 %)

Достовірні події (70,5 %)
або
вірогідні події (29,5%)

Випадкові події

Неможливі події

Події = випадкові
події (44,4%)

Як видно зі схеми, для різновидів подій також має місце синонімічна проблема. Але якщо в термінологічному аспекті вона стосується лише достовірних подій, то в символічному не залишаються поза її увагою й неможливі події. Так ті з авторів, які є прибічниками проведення аналогій між подіями та множинами використовують символи Ω, $\varnothing$ (27,2%), інші ж або взагалі не дають ніяких вказівок щодо символіки (42,6%), або використовують символи U,V (30,2%).

Після вивчення видів подій автори посібників, як правило, переходять до розгляду відносин, які між ними існують. Тут також існує певна синонімічна варіативність.

<table>
<tr><th>Поняття</th><th>Терміни</th><th>%</th><th>Поняття</th><th>Терміни</th><th>%</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Еквівалентні події
A=B</td><td>Еквівалентні події</td><td>56</td><td rowspan="5">Подія A спричинює подію B
A⊂B – 66,7 %;
A⇒B – 16,7%
– – 16,6%</td><td>B – окремий випадок A</td><td>16,7</td></tr>
<tr><td>Рівні події</td><td>32</td><td>B – наслідок A</td><td>33,4</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Рівносильні події</td><td rowspan="3">47</td><td>B тягне за собою A</td><td>16,7</td></tr>
<tr><td>Із A слідує B</td><td>16,7</td></tr>
<tr><td>A спричиняє B</td><td>33,4</td></tr>
</table>

Поняття еквівалентності подій деякими авторами взагалі не вводиться (57,7%) в своїх посібниках. В тих же посібниках, де воно вводиться можуть використовуватись або один термін (57,1%), або два терміни (28,6%), або й три терміни (14,3%) в межах одного посібника. Що ж стосується поняття “наслідок події”, то воно також може не вводитись багатьма авторами в своїх посібниках (64,8%). В тих же посібниках, де воно вводиться можуть використовуватись або один термін (61,5 %), або два терміни (39,5%).

Ще одним питанням, яке безпосередньо стосується подій, є питання виконання дій над подіями, зокрема суми та добутку. Тут наявність синонімів має місце як для термінів так і для символів.

<table>
<tr><th rowspan="2">Символи</th><th rowspan="2">%</th><th rowspan="2">Поняття</th><th rowspan="2">Терміни</th><th rowspan="2">%</th><th colspan="4">Кількість</th></tr>
<tr><th>С</th><th>%</th><th>Т</th><th>%</th></tr>
<tr><td>"або"</td><td>11,8</td><td rowspan="3">Сума подій</td><td>Сума</td><td>88,2</td><td>0</td><td>–</td><td>0</td><td>11,8</td></tr>
<tr><td>"∪"</td><td>70,6</td><td rowspan="2">Об’єднання</td><td rowspan="2">52,9</td><td>1</td><td>23,5</td><td>1</td><td>35,3</td></tr>
<tr><td>"+"</td><td>94,1</td><td>2</td><td>76,5</td><td>2</td><td>52,9</td></tr>
<tr><td>"і"</td><td>11,8</td><td rowspan="3">Добуток подій</td><td>Добуток</td><td>76,5</td><td>0</td><td>–</td><td>0</td><td>11,8</td></tr>
<tr><td>"∩"</td><td>70,6</td><td>Перетин</td><td>29,4</td><td>1</td><td>23,5</td><td>1</td><td>52,9</td></tr>
<tr><td>"·"</td><td>94,1</td><td>Суміщення</td><td>17,6</td><td>2</td><td>76,5</td><td>2</td><td>35,3</td></tr>
</table>

Ключовим поняттям стохастики є поняття ймовірності, розглядання якого може відбуватись за допомогою п’яти видів означень: інтуїтивне, класичне, статистичне, геометричне та аксіоматичне. Зупинимо свою увагу на статистичному (емпіричному) означенні. Як відомо, статистичне означення ймовірності базується на понятті частоти, якому властива як синонімічна, так і омонімічна сторона проблеми.

<table>
<tr><th>Поняття</th><th>Термін</th><th>%</th><th>Термін</th><th>Поняття</th><th>%</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Частота</td><td>Частота</td><td>41,2</td><td rowspan="4">Частота</td><td rowspan="2">m-число появ деякої події при проведенні певної кількості випробувань</td><td rowspan="2">14,3</td></tr>
<tr><td>Частість</td><td>17,6</td></tr>
<tr><td>Відносна частота</td><td>41,2</td><td rowspan="2">m/n-відношення числа появ деякої події до загальної кількості випробувань</td><td rowspan="2">85,7</td></tr>
<tr><td>Статистична частота</td><td>11,8</td></tr>
</table>

При цьому автори можуть в межах одного збірника використовувати або два терміни (23,5%), або один (70,6%), або жодного (5,9%). Що ж стосується синонімізації символіки, то слід зазначити, що вона дійсно має місце і в підтвердження цих слів наведемо спектр символів, які застосовуються для позначення відносної частоти: $P_N\{A\}$, $P^*(A)$, $P_n^*(A)$, M/N, m/n, $W(A)$, $W_n(A)$, $n(A)/n$, p_k, $\nu_n(A)$.

В цій статті ми зробили лише певну вибірку стохастичних понять та термінів (символів) для ілюстрації взаємної неоднозначності між ними. Що ж стосується нашого власного бачення розв'язання цієї проблеми, то ми вважаємо за необхідне, все ж таки ознайомити учнів по можливості з усім спектром термінів, але ж зосереджувати їх увагу лише на одному, який і використовувати в подальших поясненнях. Так в своїй педагогічній практиці серед вище перелічених термінів ми вважаємо за потрібне використовувати наступні: стохастичний експеримент; елементарні події; множина елементарних подій, яка може складатися лише з елементарних подій; повна група подій, до складу якої можуть входити лише несумісні події; достовірні події; рівносильні події; сума та добуток подій; відносна частота. Але ми не можемо стверджувати, що саме такий вибір є найоптимальнішим, так як саме зараз ця гіпотеза проходить практичну перевірку.

КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНА МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

В.І. Клочко
м. Вінниця, Вінницький державний технічний університет

Проблеми вивчення курсу вищої математики пов'язують із високим рівнем абстракції, складною логічною структурою означень, теорем, методів, а в останній період із браком навчального часу. Ці проблеми зумовлені в першу чергу особливостями математики як предмету, психологічними особливостями розумової діяльності студентів, рівнем методичного забезпечення процесу навчання.

Важливим фактором усвідомленого вивчення математики, підвищення інтересу, організації індивідуальної навчальної діяльності, скорочення непродуктивних витрат часу на допоміжні роботи, розвитку творчої активності та здібностей студентів, підвищення унаочнення, виразності, доступності навчального матеріалу, моделювання фізичних явищ, технологічних процесів є використання комп'ютерних технологій.

Серед математичних пакетів, які можуть бути використані на заняттях при вивченні теми "Диференціальні рівняння", вибрано DERIVE, MathCAD, Maple, Mathematica. При вивченні ДР на спеціальностях будівельного, машинобудівельного напрямків можуть бути використані демонстраційні програми пакета BUDMECH [1], в якому мультиплікація ефективно ілюструє процеси вільних незатухаючих коливань, вільних коливань при урахуванні сил опору, коливання у випадку резонансу тощо. Отримання необхідних чисельних значень динамічних характеристик рухів матеріальної точки можна одержати за допомогою автоматизованої контролюючо-навчальної системи (АКНС) [1]. Проте за допомогою даних пакетів не можна організувати діяльність студента спрямовану на вивчення певних класів диференціальних рівнянь (ДР), аналіз, експеримент з процесом, який описується відповідними ДР. Реалізувати дану дидактичну задачу викладач може за допомогою пакетів Mathematica, MathCAD, Maple та інших. Мовою пакетів створюється програмний продукт, який реалізує процес розв'язання ДР, візуалізує розв'язок у вигляді анімації. Студент управляє процесом шляхом змінювання параметрів ДР. Так, програма DFMACH [2] унаочнює траєкторію руху м'яча, кинутого горизонтально і який відскакує від вертикальної стінки. Студент може прослідкувати різні траєкторії в залежності від заданих ним швидкості руху, маси, прискорення.

Взагалі кажучи, вибір того чи іншого пакета викладач узгоджує із спеціальною кафедрою.

Спочатку на прикладі застосування пакета DERIVE покажемо, як можна знайти загальний та частинний розв'язок ДР першого порядку. З цією метою завантажується файл ODE1.mth:

File/ Open/ODE1.mth/Open/# № /Edit/ відредагувати функцію.

Файл містить значну кількість функцій для розв'язання основних типів ДР, які передбачені програмою з курсу вищої математики. Наведемо деякі з них. Рівняння з відокремлюваним змінними $y'=p(x)q(y)$ розв'язується за допомогою функції ***SEPARABLE_GEN(p,q,x,y,c)***. Якщо розглядається задача Коші $y'=p(x)q(y)$, $y(x_0)=y_0$, то вона розв'язується за допомогою функції ***SEPARABLE(p,q,x,y,x₀,y₀)***.

Аналогічні функції дають можливість розв'язати ДР у повних диференціалах, однорідні, лінійні і інші типи. Нижче наведено приклади розв'язання ДР першого порядку за допомогою ODE1.mth.

При вивченні рівнянь з відокремлюваними змінними рекомендується функція ***SEPARABLE_GEN(p,q,x,y,c),*** причому, ДР необхідно звести до вигляду $dy/dx=p(x)q(y)$. Тобто, перш ніж застосовувати ту чи іншу функцію пакета, студент вимушений спершу визначити тип ДР, скориставшись методом наукового пізнання – класифікацією. При цьому студенти частіше спілкуються один з одним щодо предмету та процесу вивчення ДР. Розв'язок одержується у вигляді загального розв'язку або загального інтеграла $\Phi(x, y, c)=0$. В деяких випадках за допомогою команди ***Solve/Algebraically***, розв'язавши рівняння $\Phi(x, y, c)=0$, можна одержати загальний розв'язок $y=\varphi(x, c)$ або $x=\psi(y, c)$.

Якщо за допомогою тієї чи іншої функції не вдається знайти розв'язок ДР, система повертає повідомлення *«inapplicable»* (не застосовується).

Інші функції системи дають можливість розв'язати ДР першого порядку спеціальних видів. Якщо в кінці імені функції стоїть слово ***GEN***, то така функція повертає загальний розв'язок. Вказані функції також повертають загальний розв'язок, якщо початкові умови задано у символічному вигляді.

За допомогою деяких функцій можна подати графічне зображення розв'язків. Якщо розв'язок одержано у неявному вигляді, то за допомогою послуги ***SOLVE*** в деяких випадках можна знайти його у явному вигляді.

В системі *Maple V* ДР розв'язуються за допомогою інструментального пакета ***DEtools***. Проте на відміну від системи *DERIVE* в системі *Maple V* реалізовано неявний підхід, тобто в системі *DERIVE* для розв'язання звичайних ДР спершу необхідно визначити його тип, а потім застосувати відповідну функцію.

Функція розв'язання ДР пакета ***DEtools*** має таку структуру:

dsolve(deqns, vars, option),

де

deqns – одне рівняння або система, яка складається із систем ДР першого порядку; можуть бути задані початкові або крайові умови;

vars – змінні, відносно яких розв'язується рівняння;

option – параметр, який вказує на метод розв'язання: ***exact*** – аналітичний розв'язок (приймається за погодженням), ***explicit*** – розв'язок у явному вигляді, ***laplace*** – застосування перетворення Лапласа, ***series*** – розв'язок рівняння у вигляді степеневого ряду, ***numeric*** – чисельний метод розв'язування ДР.

Якщо знаходиться загальний розв'язок ДР першого або вищого порядку, то він містить константи, які мають вигляд *_C1, _C2* і т.д. Наведені константи можуть входити у розв'язок ДР, якщо за допомогою системи *Maple V* розв'язується задача Коші або крайова задача із меншою кількістю умов, ніж порядок ДР.

de:=diff(y(x),x)=-(3*x^2+6*x*y(x)^2)/(6*x^2*y(x)+4*y(x)^3);

$$de := \frac{\partial}{\partial x}\,\mathrm{y}(x) = -\,\frac{3\,x^2 + 6\,x\,\mathrm{y}(x)^2}{6\,x^2\,\mathrm{y}(x) + 4\,\mathrm{y}(x)^3}$$

dsolve(de,y(x));

$$x^3 + 3\,x^2\,\mathrm{y}(x)^2 + \mathrm{y}(x)^4 = \_C1$$

dsolve({diff(y(x),x$2)+3*diff(y(x),x)-4*y(x)=0,y(0)=0,

D(y)(0)=3} ,y(x));

$$y(x) = \frac{3}{5}e^x - \frac{3}{5}e^{(-4x)}$$

dsolve({diff(y(x),x$2)+3*diff(y(x),x)-4*y(x)=0,y(0)=0},y(x))

$$y(x) = -\_C2\ e^x + \_C2\ e^{(-4x)}$$

Якщо розв’язок ДР знайдено у неявному вигляді, то в структуру входить параметр – *C*.

Функції системи *Maple V* дають можливість шляхом заміни змінної зводити дане рівняння до рівнянь, метод розв’язання яких може бути відомим. Наведемо приклади перетворення ДР за допомогою засобів системи *Maple V*.

Приклад. Доведіть, що ДР $x^3y'–x^6y^2–(2x–3)x^2y+3=0$ за допомогою підстановки $y=–u'/(x^3u)$ зводиться до лінійного однорідного ДР зі сталими коефіцієнтами $u''–2u'–3u=0$.

Вводиться ДР. Далі вводиться функція перетворення.

Функція ***Dchangevar(eqns,h)*** пакета DEtools виконує перетворення ДР, а за допомогою функції ***simplify*** спрощується вираз.

l:=simplify(Dchangevar(eqns,h));

Одержане рівняння розв’язується відносно старшої похідної.

diff(u(x),x$2)=solve(convert(l,equality),diff(u(x),x$2));

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x) = 2\left(\frac{\partial}{\partial x}u(x)\right) + 3\,u(x)$$

Отже, дане ДР зведено до рівняння зі сталими коефіцієнтами $\boldsymbol{u''–2u'–3u=0}$.

В окремих випадках система *Maple* може знайти особливий розв’язок ДР. Наприклад, ввівши команду

➢ *dsolve(sqrt(1+diff(y(x),x)^2)+x*diff(y(x),x)=y(x),y(x));*

одержуємо два розв’язки ДР, загальний та особливий.

За допомогою додаткової процедури *expand* спрощується вираз особливого розв’язку.

*> x^2=expand((-sqrt(1-y^2)/(sqrt(1/(y^2))*y))^2);*

$$x^2 = 1 - y^2$$

Доцільно дати завдання для самостійної роботи: пояснити реакції системи *Maple V* на виконання програм:

а) ***with(DEtools): sys:=diff(x(t),t)=3.-2*y(t),diff(y(t),t)=2*x(t)-2*t:***

dsolve({sys},{y(t),x(t)});

б) ***with(DEtools): sys:=diff(x(t),t)=3-2*y(t),diff(y(t),t)=2*x(t)-2*t:***

dsolve({sys,x(0)=-6,y(0)=7.},{y(t),x(t)});

Одним із важливих понять теорії диференціальних рівнянь є поняття крайової задачі. Особливість методики вивчення теми полягає в тому, що студенти відносно самостійно за допомогою систем комп’ютерної математики (DERIVE, Matlab і інших) знаходять спосіб виконання предметно-пізнавальної дії для одержання потрібних результатів (зв’язків, числових характеристик параметрів, закономірностей). Крайові задачі зустрічаються в теорії електронних кіл, теорії управління, хімічній кінетиці та інших галузях науки і техніки. Тому знайомство із задачами прикладного змісту переконує студентів у необхідності оволодіння методами розв’язування крайових задач для звичайного диференціального рівняння. Прикладом може бути задача про математичне моделювання робочого процесу вібротраспортуючого пристрою, яке зводиться до розв’язування відповідного диференціального рівняння

$$y''+a(t)(y')^2+b(t)y=d(t),$$

де $a(t)$, $b(t)$, $d(t)$ – функції, що характеризують робочий процес, узгодження процесів, які змінюються повільно, та збурень, які швидко згасають.

Завданням для індивідуальної роботи може бути інша задача. Знайти реакцію системи стеження радіолокатора на вплив, що задається функціями $x(t)=A\sin(\alpha t+\varphi)$, $x(t)=\alpha+\beta t+\gamma t^2$, $x(t)=\alpha+\beta t+\gamma t^2+\mu t^3$ тощо, дослідити систему стеження на стійкість, якщо її математична модель задається диференціальним рівнянням

$$y''(t)+ay'(t)+by(t)=x(t).$$

При розв’язуванні використовуються такі методи: метод характеристичного рівняння, варіації довільних сталих, операційний метод (лишки та інтеграл Дюамеля), сплайн-функції і інші.

Оволодіння новим матеріалом здійснюється у такій послідовності: за допомогою довідникових програм студенти можуть ознайомитись із задачами, при розв'язуванні яких необхідно знати методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь; викладач організовує роботу студентів з програмами, в яких моделюються відповідні фізичні процеси; розкриває зміст поняття крайової задачі звичайного диференціального рівняння; студенти будують інтерполяційні многочлени, за допомогою одного з пакетів одержують графіки розв'язків рівнянь та їх наближень базовими функціями.

Зміст поняття крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь формується шляхом аналізу математичної моделі. А зміст поняття наближеного розв'язку крайової задачі можна розкрити інтегруючи, наприклад, рівняння

$$y''-2y=4x^2\exp(x^2),\ \ y(-1)=y(1)=0,$$

розв'язком якого є функція $y=\exp(x^2)-0.624(\exp(1.41x)+$ $+\exp(-1.41x))$. Наближений аналітичний розв'язок знаходиться, наприклад, у вигляді комбінації базових функцій: $u_0(x)=0$, $u_1(x)=1-x^2$, $u_2(x)=1-x^4$, ...

$$y(x)=a(1-x^2)+b(1-x^4).$$

Для інших базових функцій, а саме: $v_0(x)=0$, $v_1(x)=1-x^2$, $v_2(x)=x^2(1-x^2)$, ... , наближений розв'язок шукаємо у вигляді:

$$y(x)=a(1-x^2)+bx^2(1-x^2).$$

За допомогою пакетів студенти будують наближені розв'язки. Якщо вибрана система функцій $\{u_n(x)\}$, то коефіцієнти $a=0.4203$, $b=-0.6563$ і наближений розв'язок отримаємо у вигляді: $y=0.656x^4-0.42x^2-0.236$. У випадку вибору системи функцій $\{v_n(x)\}$, коефіцієнти будуть: $a=-3.0934$, $b=-0.1460$, а наближений розв'язок: $y=-0.146x^4-2.95x^2+3.096$. Далі студенти будують графіки наближених аналітичних розв'язків та графік точного розв'язку. Візуальна оцінка отриманих розв'язків дає змогу зробити аналіз та висновки щодо вибору базових функцій та необхідності оцінювання похибки наближення.

Розглянемо застосування математичних комп'ютерних систем до виконання типових розрахунків

Задача. Знайти розв'язок крайової задачі

$$y''-4y'+4y=e^{3x},\ y(0)=0,\ y(1)=-2.$$

Метод Рітца. Даються вказівки щодо виконання завдання.

1. Запишіть відповідний функціонал

$$J(y)=\int_0^1 (e^{-4x}y'^2-4e^{-4x}y^2+2e^{-x}y)dx,\ y(0)=0,\ y(1)=-2.$$

2. Виберіть базисні функції, наприклад:

а) $u_1(x)=x$, $u_2(x)=x(1-x)$, $u_3(x)=x^2(1-x)$, ...;

б) $u_1(x)=x(x-1)$, $u_2(x)=x^2(x-1)$, ...;

в) $u_1(x)=1-x^2$, $u_2(x)=1-x^4$, $u_3(x)=1-x^6$, ...;

г) $u_1(x)=x^2(1-x)$, $u_2(x)=x^3(1-x)^2$, $u_3(x)=x^4(1-x)^3$, ...;

3. Запишіть перше наближення $y_1(x)$ розв’язку $y(x)$.

4. Завантажте комп’ютерну систему DERIVE, та виконайте вказані дії.

5. Побудуйте графік функцій $y(x)$. Порівняйте його із графіками наближених розв’язків $y_1(x)$ і $y_2(x)$.

Задача. Спрощена модель системи стеження радіолокатора може бути сформульована у вигляді ДР [2]:

$$x''(t)+a_1x'(t)+a_2x(t)=f(t). \qquad (1)$$

Завдання типового розрахунку полягає в оцінюванні різниці вхідного і вихідного сигналів $f(t)-x(t)$ і порівнянні різних форм вхідного сигналу $f(t)$: $f_1(t)=A\sin(\alpha t+\varphi)$, $f_2(t)=b_0+b_1t+b_2t^2$, $f_3(t)=b_0+b_1t+b_2t^2+b_3t^3$, якщо $x(0)=0$, $x'(0)=0$. Розглянути також випадки апроксимації функції $f(t)$ многочленами, сплайн-функціями, якщо відомі значення функції $f(0), f(1), f(2), f(3)$.

Поглибити рівень засвоєння розділу ДР другого порядку і теми в цілому можна за рахунок застосування знаково-символьних засобів, які розрізняються своїми характеристиками, що дозволяє формувати уміння виділяти відношення форми і змісту об’єкта.

Розглянемо приклад розв’язування завдання типового розрахунку, із використанням різних методів розв’язування диференціального рівняння та різних комп’ютерних математичних систем. Нехай рівняння (1) має вигляд:

$$x''(t)+3x'(t)+5x(t)=4\sin 3t,\ x(0)=0,\ x'(0)=0 \qquad (2)$$

Розв’язання задачі (2) спершу здійснюється методом невизначених коефіцієнтів у відповідній послідовності з використанням пакету DERIVE. Далі студентам дається завдання для самостійної роботи: Зробити перевірку одержаного результату, скориставшись, наприклад, програмою пакета *Maple:*

➢ ***with(DEtools):***

➢ ***dsolve({diff(x(t),t$2)+3*diff(x(t),t)+5*x(t)=4*sin(3*t),x(0)=0, D(x)(0)=0},x(t));***

Використовуються також інші методи. Метод варіації довільних сталих доцільно реалізувати за допомогою пакету DERIVE. Метод інтегрального перетворення Лапласа у такій послідовності (система *Maple):*

– **перший етап**

- знайти зображення $F(p)$ ДР за Лапласом;
- розкласти одержаний дріб $F(p)$ на елементарні дроби;
- застосувати функцію оберненого перетворення Лапласа ***invlaplace***.

– **другий етап**

- знайти зображення $F(p)$ ДР за Лапласом;
- розкласти одержаний дріб $F(p)$ на елементарні дроби;
- застосувати лишки до знаходження оригіналу.

Доцільно ознайомити студентів із методом інтеграла Дюамеля, оскільки вони набули до цього уміння застосовувати перетворення Лапласа і цей етап реалізує закріплення матеріалу.

Оскільки результати спостережень за вхідним сигналом є наближеними, то у типовому розрахунку передбачається використання методу апроксимації, який реалізується у такій послідовності.

а) Метод найменших квадратів.

Відомі спостереження в точках $f(0)=4\sin(0)=0$, $f(1)=4\sin(3)=0.5644798$, $f(2)=4\sin(6)=-1.1176616$, $f(3)=4\sin(9)=1.6484734$, рівняння розв’язується за умови, що вхідним впливом є функція

$$f(t)=P_3(t)=a_0+a_1t+a_2t^2+a_3t^3$$

– інтерполяційний многочлен третього степеня. Функцію $P_3(t)$ знаходимо за методом найменших квадратів.

б) Кусково-лінійна апроксимація.

Розв’яжемо рівняння (1), у випадку, коли вхідний сигнал задається кусково-лінійною функцією $f(t)=x_4(t)$:

в) Наближення інтерполяційними сплайнами.

Розв’яжемо рівняння (2), у випадку, коли вхідний сигнал задається сплайн-функцією $f(t)=x_3(t)$, тобто кубічним сплайном.

Завдання для самостійної роботи

Використати інші із розглянутих методів розв’язання диференціального рівняння з правою частиною (сплайн-функції).

Поява сучасних комп’ютерів та математичних комп’ютерних систем створили умови для використання у навчальному процесі більшої кількості наближених методів та ознайомлення студентів із сучасними наближеними аналітичними методами розв’язування ДР, зокрема, методом відомого українського математика Дзядика В.К. (1919-1998).

Метод дає можливість на заданому проміжку будувати многочлени, які з високою точністю наближають шуканий розв’язок, особливо у випадку, коли коефіцієнтами лінійного диференціального рівняння (ДР) є многочлени. Розглянемо застосування методу на прикладі деяких класів ДР.

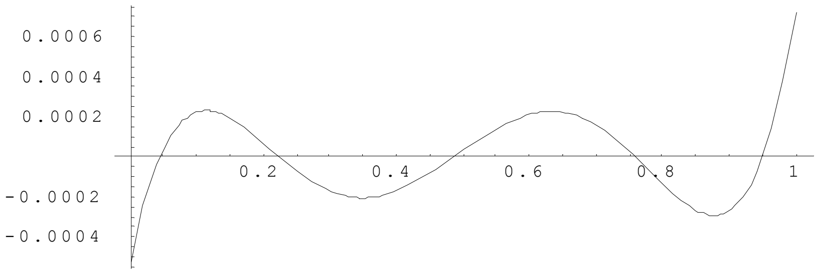
Без використання математичних комп’ютерних систем типу Mathematica завершити обчислення можна лише в найпростіших випадках. Використаємо пакет Mathematica 4.0 при розв’язуванні задачі Коші [4]. Якщо розв’язується задача

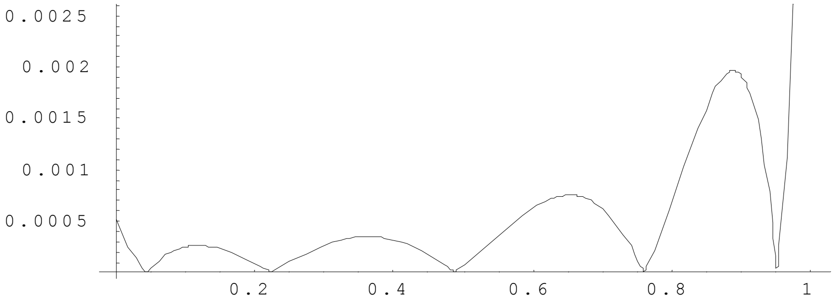
$$y''+3y'+5y=-x^3+2x^2,\ y(0)=1,\ y'(0)=-1, \quad (3)$$

наближений розв’язок рівняння шукаємо у вигляді многочлена, наприклад, четвертого степеня. Розв’язок має вигляд

$$1.00053-1.01616\,x-0.887252\,x^2+1.54909\,x^3-0.540147\,x^4$$

Нижче наведено графіки відхилення та відносної похибки точного і наближеного розв’язків рівняння (3).





Наближений розв'язок рівняння Бесселя у вигляді степеневого ряду знаходиться за допомогою системи *Maple* так. Програма мовою системи має вигляд.

Order:=10:dsolve(x^2*diff(y(x),x$2)+diff(y(x),x)*x+(x^2-1)*y(x)=0,y(x),series);

Наближення загального розв'язку система записує таким чином

$$y(x) = \_C1\, x\left(1-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{192}x^4-\frac{1}{9216}x^6+\frac{1}{737280}x^8+O\left(x^{10}\right)\right)+\_C2\left(\frac{\ln(x)\left(x^2-\frac{1}{8}x^4+\frac{1}{192}x^6-\frac{1}{9216}x^8+O\left(x^{10}\right)\right)}{x}+\frac{-2+\frac{3}{32}x^4-\frac{7}{1152}x^6+\frac{35}{221184}x^8+O\left(x^{10}\right)}{x}\right)$$

Проте загальний розв'язок система повертає і у звичній формі:

*dsolve(x^2*diff(y(x),x$2)+diff(y(x),x)*x+(x^2-k^2)*y(x)=0,y(x));*

$$y(x) = \_C1\ \mathrm{BesselJ}(k, x) + \_C2\ \mathrm{BesselY}(k, x)$$

Як ми уже бачили, моделі деяких процесів описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Особливо це стосується дослідження систем автоматичного управління, які описуються нелінійними математичними моделями. Тому для одержання характеристик динамічної системи часто перетворюють рівняння. Одним із методів перетворення рівнянь є метод лінеаризації. Він полягає у послідовному перетворенні нелінійного рівняння, в результаті чого одержується лінійне рівняння, яке відповідає заданому нелінійному. Розглядають повну лінеаризацію, коли рівняння зводиться до такого, в якому міститься менша кількість нелінійностей або спрощені нелінійності – наприклад, коли функція $y=e^x$ заміняється першими членами ряду Тейлора $1+x+0.5x^2$.

Приклад. Знайти методом лінеаризації наближений розв'язок системи ДР, яка є варіантом моделі розвитку популяції

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \alpha x + \beta xy, \\ \dfrac{dy}{dt} = \gamma y + \delta xy, \end{cases}$$

де $x(t)$, $y(t)$ – кількість жертв та хижаків, $\alpha>0$, $\beta<0$, $\gamma<0$, $\delta>0$.

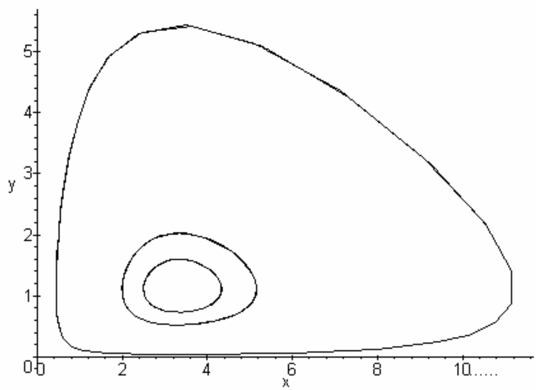
Початкові умови $x(0)=x_0$, $y(0)=y_0$.

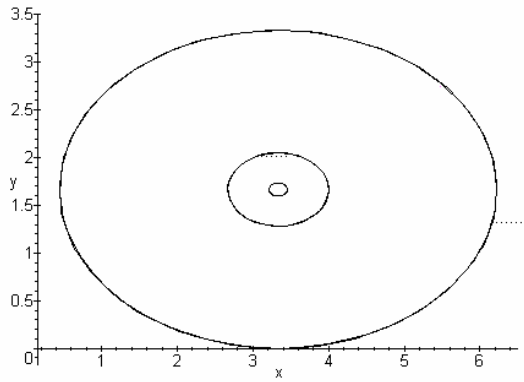
Замінимо нелінійну задачу лінійною в околі стаціонарної точки, де $dx/dt=0$, $dy/dt=0$. Це точка з координатами $x_s=-\gamma/\delta$ і $y_s=-\alpha/\beta$. Праві частини рівнянь системи подамо у вигляді формули Тейлора в околі стаціонарної точки $M(x_s, y_s)$, обмежившись лінійними членами.

$$f(x, y)=f(M)+df/dx(M)(x-x_s)+df/dy(M)(y-y_s)+...$$

Тоді $\alpha x+\beta xy=\beta x_s(y-y_s)$, $\gamma y+\delta xy=\delta y_s(x-x_s)$, а лінеаризована система набуває вигляду

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \beta x_s (y - y_s), \\ \dfrac{dy}{dt} = \delta y_s (x - x_s). \end{cases}$$





Можна зробити висновок про те, що поведінка розв'язку заданої системи у певному розумінні близька до розв'язку лінеаризованої системи ДР і, що на основі цього можна робити певні висновки та припущення щодо досліджуваного процесу. Наприклад, що фазові траєкторії в околі стаціонарної (особливої) точки є концентричними, що коливання в системі «хижак–жертва» є нестійкими.

Розглянута методика проведення заняття демонструє студентам доцільність використовування комп'ютерів з метою ефективнішого засвоєння матеріалу; сприяє формуванню у студентів навичок використання пакетів, вмінь правильно аналізувати практичні задачі; переконує студента у необхідності оволодіння теоретичними знаннями; студенти набувають досвід використання таких методів наукового пізнання, як аналіз, порівняння, узагальнення та інше; активізує навчально-пізнавальну діяльність студентів.

1. Баженов В.А., Гранат С.Я., Шишков О.В. Будівельна механіка. Комп'ютерний курс: Підручник. – К.:, 1999. – 584 с.
2. Клочко В.І. Застосування нових інформаційних технологій навчання при вивченні курсу вищої математики у технічному вузі: Навч. метод. посібн. – Вінниця: ВДТУ, 1997. – 64 с.
3. Лотюк Ю.Г. Використання НІТН математики на прикладі розв'язування лінійного диференціального рівняння першого степеня з поліноміальними коефіцієнтами методом Дзядика // Вісник ВПІ. – 2001. – №3. – С. 122-129.

ДЕЯКІ ПРОБЛЕМИ РЕАЛІЗАЦІЇ АЛГОРИТМІЧНОГО ПІДХОДУ У НАВЧАННІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

О.М. Коломієць
м. Черкаси, Черкаський державний університет
ім. Б. Хмельницького

Розв'язування геометричних задач, як показує практика, викликає значно більше утруднень в учнів, в порівнянні з розв'язуванням алгебраїчних задач. Процес розв'язування геометричних задач важче піддається структуруванню, через це до таких задач складніше складати схеми та алгоритми розв'язування. Крім того, не достатньо розкритою залишається сутність поняття алгоритмічного підходу до навчання розв'язування геометричних задач.

Для того, щоб розкрити певною мірою зміст цього поняття, зупинимось на деяких його трактуваннях, що зустрічаються у методичній літературі.

За І.Г. Габовичем, реалізація алгоритмічного підходу – це "ефективний метод навчання учнів розв'язування задач, який заснований на використанні при відшуканні плану розв'язування задачі деяких результатів, отриманих при розв'язуванні так званих базових задач" [2, 3]. Під результатами розуміються ті математичні факти, які встановлюються в ході розв'язування базової задачі. Такий підхід, на думку І.Г. Габовича, дозволяє учням швидко знайти план розв'язування інших, більш складних задач. Базовими вважаються задачі на доведення, результат яких є залежності, що часто і ефективно використовуються в розв'язуванні інших геометричних задач. Поряд з терміном "базові задачі" І.Г. Габович використовує ще й термін "алгоритмічні відомості", вкладаючи в нього аналогічний зміст.

Для прикладу розглянемо дві задачі.

Задача 1. Навколо кола описана рівнобічна трапеція з бічною стороною l, одна з основ якої дорівнює a. Знайти площу трапеції.

Задача 2. Довести, що якщо в чотирикутник вписане коло, то суми довжин протилежних сторін рівні.

Слідуючи за І.Г. Габовичем, другу задачу потрібно вважати базовою для першої задачі.

З.І. Слєпкань [4] у термін “базові задачі” вкладає дещо інший зміст. Вона виходить з тих міркувань, що для навчання учнів розв’язування геометричних задач важливо виділяти не тільки математичні факти, а й прийоми та методи розв’язування. Найчастіше вони подаються у вигляді правил, схем, вказівок. Базовими вважаються такі задачі, алгоритм або схема розв’язання яких застосовні для розв’язування деякого класу задач. Такі задачі часто виступають в ролі окремих етапів розв’язування більш складних задач. Нерідко до них застосовують назву “підзадачі”. Наприклад, у розв’язанні задачі “Дано вершини трикутника $A(1;1)$, $B(4;1)$, $C(4;5)$. Знайдіть косинуси кутів трикутника” задача “Знайти кут між двома заданими векторами” виступає в ролі підзадачі.

Згідно З.І. Слєпкань, сутність алгоритмічного підходу до навчання розв’язування задач найтісніше пов’язана із застосуванням саме таких базових задач, які виступають опорами у процесі навчання. Оволодіння учнями такими задачами є важливим завданням навчання математики, оскільки використання алгоритмічного підходу вносить раціональність та економічність у мислення, допомагає розв’язувати творчі задачі.

На нашу думку, треба відрізнити два смисли, в яких застосовується термін “базова задача”. У термін “базова задача” доцільно вкладати смисл “задача, у результаті розв’язання якої встановлюється математичний факт, що часто використовується у розв’язанні інших задач”. Тоді, за смислом “задача, яка є зразком застосування певного прийому чи способу розв’язування” доцільно закріпити термін “ опорна задача”.

Взаємозв’язок між опорними та базовими задачами можна зобразити так, як показано на рис. 1.

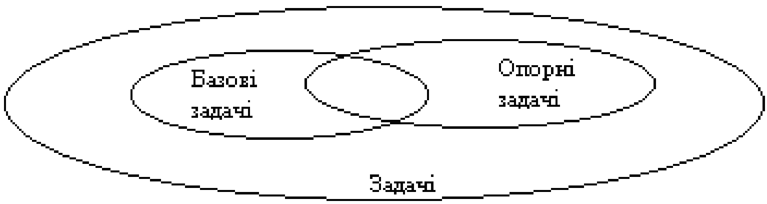


Рис. 1.

Задачі можна поділити на чотири типи:

Задачі, які є важливими своїм результатом – базові задачі. Наприклад, такою є задача: "Довести, що бісектриса внутрішнього кута трикутника ділить протилежну сторону на частини, пропорційні прилеглим сторонам".

Задачі, важливі застосованим в них прийомом, схемою розв'язання - опорні задачі. Наприклад, задача: "Поділити даний відрізок на 5 рівних частин" демонструє виконання алгоритму поділу відрізка на n рівних частин при n=5, а задача: "З довільної точки M катета BC прямокутного трикутника ABC опущено перпендикуляр MD на гіпотенузу AB. Довести, що $\angle MAD=\angle MCD$" подає зразок застосування прийому, заснованого на використанні допоміжного кола.

Задачі, які є одночасно базовими та опорними. Наприклад, такою є задача: "В трикутнику ABC проведена медіана AM. Довести, що $\vec{AM}=\frac{1}{2}\left(\vec{AB}+\vec{AC}\right)$".

Задачі, які не є ні базовими, ні опорними. Прикладом таких задач є будь-яка задача на обчислення.

Фактори, що відносять задачу до опорної або базової: існування класу задач на її застосування; частота використання схеми розв'язання або математичного факту відповідно у задачах, поданих у шкільному підручнику.

Так, задача: "Довести, що коли діагоналі паралелограма перпендикулярні, то цей паралелограм – ромб " є базовою як для учнів загальноосвітніх шкіл, так і для учнів шкіл і класів з поглибленим вивченням математики, а задача: "У трикутнику ABC проведено медіани AA_1, BB_1, CC_1. Доведіть, що $\vec{AA_1}+\vec{BB_1}+\vec{CC_1}=\vec{0}$" є базовою тільки в класах з поглибленим вивченням математики. Отже, поняття опорної та базової задачі не є абсолютними. Вважати задачу опорною або базовою чи не вважати їх такими, залежить від змісту курсу геометрії та способів його подання, реалізованих в тому чи іншому підручнику.

У шкільних підручниках базові та опорні задачі не виділяються. Більшість базових задач – це факти, подані авторами підручників в теоретичних відомостях, хоча частина важливих фактів включена в задачний матеріал підручника. На жаль, деяких важливих базових задач в підручнику не має.

У шкільних підручниках демонструються деякі прийоми розв'язування серед розв'язаних авторами задач. Однак, для якісного навчання учнів не достатньо просто записати розв'язання опорної задачі, важливими є вказівки по застосуванню прийому, виділення ідеї розв'язання, запис схеми розв'язання. Такий підхід реалізовано, наприклад, у підручнику [1].

У методичній літературі підбірки задач та вправ на відпрацювання методів та прийомів зустрічаються не часто. До того ж в них не завжди враховується диференціація завдань.

При вивченні конкретної теми організувати введення учнями опорними задачами можна двома шляхами, назвемо їх відповідно репродуктивний та частково-пошуковий.

Репродуктивний шлях введення опорних задач.

Вчитель може сам ознайомити учнів з прийомом розв'язування задачі, продемонструвати його застосування на прикладі задачі, виділивши її як опорну, разом з учнями скласти алгоритм (схему) її розв'язання, записати основну ідею методу, прийому, а потім розв'язати задачі на застосування прийому.

Частково-пошуковий шлях введення опорних задач.

Учні під керівництвом вчителя розв'язують певну кількість задач з даної теми, виділяють ідею та етапи їх розв'язання. Якщо це задачі, що демонструють деякий прийом, то вибирають одну з них як опорну задачу та записують схему її розв'язання. Якщо ж це задачі, що розв'язуються за деяким алгоритмом, то записують задачу в загальному вигляді, узагальнену задачу приймають за опорну задачу, записують алгоритм її розв'язання.

Базові задачі можна вводити на уроці у такий самий спосіб.

Репродуктивний шлях введення базових задач.

Вчитель може сам виділити базові задачі, визначити основну ідею їх розв'язання, а потім розв'язувати задачі з їх застосуванням.

Якщо спосіб розв'язування базової задачі має ситуативне значення (план чи схема розв'язання не використовується надалі), тобто вона не є опорною, витрачати час на її доведення в класі не доцільно. В такому випадку збережений час краще використати на розв'язування інших задач з її застосуванням.

Частково-пошуковий шлях введення базових задач.

Учні під керівництвом вчителя розв'язують певну кількість задач з даної теми, виділяють базову задачу, розв'язують задачі з їх застосуванням.

Вибір того чи іншого шляху введення у навчальному процесі опорних чи базових задач залежить від значущості задачі, від відведеного часу на вивчення даної теми, від рівня навченості учнів. Однак, незалежно від вибраного шляху необхідно звернути увагу учнів на важливість опорної чи базової задачі, на її застосовність при розв'язанні інших задач. Іншими словами, використання опорних і базових задач повинно бути цілеспрямованим. Головною метою вчителя у навчанні розв'язування геометричних задач має бути навчання розпізнавання та застосування базових й опорних задач при розв'язуванні геометричних задач.

При підготовці до ознайомлення учнів з опорними та базовими задачами даної теми учителю доцільно попередньо їх виділити, скласти алгоритми розв'язання опорних, а при необхідності й базових задач та підібрати задачі на їх використання. Доцільно включати не тільки задачі з шкільного підручника, а й з інших джерел, зокрема матеріалів математичних олімпіад. Аналіз задач зручно заносити в таблиці (див. табл. 1; табл. 2).

Таблиця 1.

Тема				
Базові задачі				
Базова задача	Задачі на застосування базової задачі	Література	Змістовно-графічна інтерпретація базової задачі	Зауваження

Таблиця 2.

Тема				
Опорні задачі				
Опорна задача	Задачі на застосування опорної задачі	Література	Змістовно-графічна інтерпретація опорної задачі	Зауваження

В зауваженнях вчитель може відмітити рівень складності задачі; вказати, де пропонується розв'язати задачу: в класі чи вдома тощо.

Учням корисно опорні та базові задачі записувати в окремих зошитах – так званих математичних книжечках. У кабінеті математики перелік таких задач доцільно вивішувати на стендах під час вивчення відповідної теми. Також бажано продемонструвати перелік задач для самостійного опрацювання, у розв'язуванні яких використовуватимуться опорні та базові задачі. Дуже корисними є вправи, в яких вимагається скласти задачі на застосування відповідних опорних та базових задач.

Вчителю доцільно постійно й цілеспрямовано контролювати засвоєння опорних та базових задач, включаючи в самостійні роботи спеціальні завдання.

На нашу думку, поняття "алгоритмічний підхід у навчанні" можна трактувати у широкому та вузькому смислах. Алгоритмічний підхід у навчанні розв'язування задач (у широкому смислі) – це використання опорних та базових задач, які надають учням як алгоритми (у повному розумінні) розв'язування задач, так і озброюють учнів евристичними схемами такої діяльності. Алгоритмічний підхід у навчанні (у вузькому смислі) передбачає схематизацію та структурування процесу розв'язування задач у такий спосіб, що результати діяльності можна подати у вигляді алгоритму (зокрема діяльність за алгоритмами, вибір алгоритму, складання алгоритму тощо). Проте схематизація та структурування процесу розв'язування задач не вичерпуються діяльністю за алгоритмами. Якщо для певного класу задач не можна виділити елементарні кроки, але можна виділити певні етапи, вказати орієнтири, в такому разі вважається, що виконується діяльність за евристичними схемами. Евристичний підхід у навчанні – це навчання побудови евристичних схем, їх вибір, застосування, тощо.

Термін "алгоритмічний підхід" використовується не тільки у смислі "алгоритмічний підхід у навчанні", але й у смислі "алгоритмічний підхід до розв'язування задач". Алгоритмічний підхід до розв'язування задач реалізується у два етапи:

– відшукання плану розв'язування задач;

– реалізація складеного плану.

Перший етап передбачає діяльність учня по розпізнаванню базових та опорних задач, необхідних для розв'язання конкретної задачі, а другий етап – діяльність по застосуванню вибраних фактів та прийомів до нових умов.

Література.

1. Бурда М.І., Савченко Л.М. Геометрія: Навч. посібник для 8-9 кл. шк. з поглиб. вивченням математики. – 2-ге вид. – К.: Освіта, 1998. – 240 с.
2. Габович И.Г. Алгоритмический подход к решению геометрических задач. – К.: Высшая школа, 1989. – 160 с.
3. Погорелов А.В. Геометрия: Учеб. для 7-11 кл. сред. шк. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 1992. – 383 с.
4. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
5. Тарасенкова Н.А. Змістовно-графічні інтерпретації планіметричних задач як засіб навчання // Вісник Черкаського університету. – Вип. 4. – Черкаси, 1997. – С. 142.

БИНАРНЫЕ УРОКИ ПО МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

Ю.Е. Коляда[1], Е.В. Лунина[2], Л.Д. Шашенкова[2]
[1] г. Мариуполь, Приазовский государственный технический университет
[2] г. Мариуполь, Государственная гимназия №1

Для нашего времени характерна интеграция наук, стремление получить как можно более точное представление об общей картине мира. Эти идеи находят отражение в концепции современного школьного образования. Но решить такую задачу невозможно в рамках одного учебного предмета. Поэтому в теории и практике обучения наблюдается тенденция к интеграции учебных дисциплин, которая позволяет учащимся достигать межпредметных обобщений и приближается к пониманию общей картины мира.

Хорошо известно, что тенденция к синтезу знаний должна постоянно усиливаться в будущем. Это особенно важно для преподавания математики, методы которой используются во многих областях знаний и человеческой деятельности. Интегрированные уроки математики с другими предметами обладают ярко выраженной прикладной направленностью и вызывают познавательный интерес учащихся.

1. Актуальность интегрированного подхода в процессе обучения математике и информатике.

Интеграция [лат. **Integratio** – восстановление, восполнение, **integer** – целый] – объединение в целое каких-либо частей элементов. (Современный словарь иностранных слов).

Учитель в своей работе постоянно сталкивается с проблемами: как научить учащихся логически мыслить, искать аналогии, аргументировано объяснять построение того или иного алгоритма, а главное, как сделать учебный процесс интересным. Для решения этих проблем нужны новые технологии, средства и методы обучения. Одной из таких технологий является проведение бинарных уроков, для которых есть ряд причин:

1) решение задач, подготавливающих к введению нового понятия,

2) закрепление приобретенных навыков путем составления программ к математическим задачам,
3) воспитание устойчивого интереса к предметам,
4) систематизация и обобщение полученных знаний.

Такие интегрированные приемы нельзя проводить на каждом уроке математики, т.к. для этого нет соответствующего количества компьютерной техники, нет качественных обучающих программ по предмету.

2. Межпредметные связи информатики и математики

Информатика и математика имеют тесные терминологические связи, причем информатика является примером применения абстрактного математического аппарата на практике. Такой подход не умаляет значение информатики в глазах учеников, а наоборот – помогает осуществлять связь информатики с другими предметами. У ребят возникает желание решить “твердые орешки” классической математики при помощи ЭВМ, тем самым создаются условия для творческого развития учеников. Математическое моделирование с применением вычислительной техники является элементом алгоритмической культуры учеников.

Многие темы школьного курса математики и информатики взаимосвязаны, и это можно использовать на интегрированных уроках: для иллюстрации базовой структуры алгоритма – ветвления, традиционно решаем задачи: нахождение минимального и максимального для данных чисел; алгоритм Евклида; задачи на нахождение НОД, НОК – примеры для иллюстрации циклических алгоритмов. И, наоборот, при изучении некоторых тем по информатике можно вводить математические понятия, которые ребята по математике еще не изучали. Например, изучая тему «Графический редактор “Графин-1”» в 5-м классе вводим понятия координатной плоскости, симметрии, отображение фигур.

В старших классах диапазон применения информатики при изучении математики становится шире. Использование программ “GRAN 1” и “PAINT” помогает учащимся при изучении стереометрии (построение сечений, изучении свойств параллельных прямых и плоскостей и т.д.). По алгебре и началам анализа составление программ на применение численных методов решения задач позволяют разгрузить теоретический материал и сделать его более доступным и наглядным.

3. Некоторые методические приемы в проведении интегрированного урока. Бинарный урок – это творчество двух учителей. Поэтому нужно четко выделять границы проведения фрагментов урока одним учителем и другим, элементы урока должны быть подчинены единым учебным, воспитательным и развивающим целям. Для проведения бинарных уроков лучше выбирать итоговые уроки по обобщению изученных тем или уроки исследовательского характера, подготавливающие учащихся к новым понятиям. Учителя должны заранее подобрать общие темы, спланировать интегрированный курс.

Актуализацию опорных знаний предлагается проводить в форме тестов. Удобнее 1-ю часть тестов посвятить повторению теории по математике (правила, теоремы, понятия), 2-ю часть – по информатике (понятие алгоритма, базовые структуры).

Можно объединить вопросы тестов и предложить кроссворд.

Такой вид работы, как **самопроверка**, не всегда интересен, но необходим (известно, что свои ошибки найти трудно). На уроке самопроверку можно организовать с помощью программы алгоритма прямой и обратной задачи.

Групповая работа на уроке создает условия для взаимоконтроля и взаимопомощи, развивает чувство коллективной ответственности за выполнение задания. Такая работа направлена на отработку умений и навыков. Два учителя на уроке позволяют сэкономить время на контроль знаний, кроме того, в настоящее время за компьютерами может находиться только половина класса, и очень выгодно второму учителю провести работу с остальными детьми по решению задач, а затем группы обмениваются результатами теоретических и практических заданий, делают выводы.

4. Результаты эксперимента. Эти соображения можно проиллюстрировать на примере урока в 11-м классе, проведенного авторами статьи. Тема урока "Вычисление площади криволинейной трапеции. Интеграл". К данному уроку ученики уже усвоили вычисление площади криволинейной трапеции с помощью первообразной на уроках алгебры, и на уроках информатики познакомились с приближенными методами вычисления площади фигуры с помощью формулы левых прямоугольников. В начале урока была рассмотрена задача вычисления площади криволинейной трапеции, ограниченной функцией, первообразная которой неизвестна. Учащиеся предложили приближенный метод вычисления и подробно описали структуру алгоритма.

После этого им была предложена практическая исследовательская работа, в которой необходимо было вычислить площадь фигуры, ограниченной линейной функцией, несколькими способами. Класс делится на две группы. Первая группа с учителем математики выполняет решение геометрическим способом и с помощью первообразной, вторая – с учителем информатики - по составленной программе на ЭВМ получает приближенные значения площади при разбиении отрезка на n равных частей.

При такой групповой работе появляется возможность быстрого контроля над выполнением задания учащимися. Две группы сравнивают результаты и, убедившись в правильности ответов, находят абсолютную погрешность при каждом разбиении отрезка на 10, 100, 1000 равных частей, и опытном путем убеждаются в том, что при большем разбиении отрезка площадь ступенчатой фигуры приближается к площади данной трапеции.

Аналитическим путем ученики находят, что $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S$. Проведенная таким образом практическая работа подготавливает к изучению нового понятия – интеграла. Ведется объяснение нового материала, учащиеся знакомятся с формулой Ньютона-Лейбница и ее применением, после этого предлагается вычислить интеграл вида $\int\limits_{-a}^{a} \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$. Опираясь на геометрический смысл интеграла, учащиеся используют два способа: приближенный (формула левых прямоугольников) и точный (половина площади круга с радиусом а). Далее следует объяснение учителя информатики о методе вычислений с использованием формулы трапеций, учащиеся разрабатывают алгоритм и практически устанавливают, что этот метод допускает наименьшую погрешность. На этом урок заканчивается.

Подведем итоги: за один час отработаны приближенные методы вычисления площади криволинейной трапеции, проведена практическая исследовательская работа, в результате которой проведен индивидуальный контроль знаний по программированию, введено понятие интеграла, расширяется кругозор учащихся. Создается проблемная ситуация вычисления интеграла исходя из его геометрического смысла (не применяя формулу Ньютона-Лейбница) и определения точности приближенного метода трапеций опытным путем.

Заключительная часть эксперимента – контроль знаний учащихся и обработка результатов письменного опроса. Получили: 83% учащихся усвоили понятие интеграла и могли выполнять предложенные им задания, 100% учащихся показали хорошие и отличные результаты при составлении и реализации программы приближенных вычислений в среде программирования TP 7.0.

Эффективность урока повышается за счет того, что все ученики были включены в работу полностью. До конца урока не угасает интерес к изучаемой теме.

В настоящее время разработана серия бинарных уроков, некоторые из них были представлены на городских методических объединениях директоров школ и учителей математики и информатики (где получили высокую оценку). Мы убеждены, что любой раздел школьного курса математики может быть успешно систематизирован на бинарных уроках.

Включение такого мощного средства, как компьютер, делает процесс обучения технологичнее и результативнее. Компьютер позволяет делать уроки не похожие друг на друга, главный успех таких уроков – это горящие глаза учеников, их готовность к творчеству, потребность в получении новых знаний и ощущение самостоятельности.

Литература

1. Жалдак М.И. Компьютер на уроках математики. – К.: Техника, 1997.
2. Попов В.Б. Turbo Pascal для школьников. – М.: Финансы и статистика, 1999.
3. Савченко В.А. Разработка алгоритмов: от простого к сложному. – Донецк, 1999.
4. Газета “Перше вересня”, приложение “Інформатика” и “Математика”.
5. Тихонов А.М. Рассказы о прикладной математике. – М:. Наука, 1979.

ЩОДО ПИТАННЯ ПРО ОРГАНІЗАЦІЮ КОНТРОЛЮ І КОРЕКЦІЇ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНІЧНИХ ВУЗАХ

О.М. Кондратьєва
м. Черкаси, Черкаський державний університет
ім. Б. Хмельницького

Вища математика є однією з основних фундаментальних дисциплін в технічному вузі. Цей курс вивчається на протязі перших 4–5 семестрів та є основою математичної підготовки майбутніх інженерів.

У технічному вузі вища математика традиційно викладається у вигляді загального курсу та спецкурсів.

Загальний курс вищої математики складається з таких розділів:

1) елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії;
2) диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної;
3) диференціальне та інтегральне числення функції декількох змінних, векторний аналіз;
4) диференціальні рівняння та їх системи;
5) числові та функціональні ряди;
6) елементи теорії функції комплексної змінної;
7) теорія ймовірностей та елементи математичної статистики.

Зміст і обсяг спецкурсів, як правило, узгоджується зі спеціальними та профілюючими дисциплінами. Прикладами таких спецкурсів можуть бути: рівняння математичної фізики, математична статистика, варіаційне числення, елементи функціонального аналізу, елементи теорії графів та інші.

На жаль, досить часто зустрічаються ситуації, коли курс вищої математики викладається надто формально, при цьому ігнорується реалізація міжпредметних зв’язків математики зі спеціальними дисциплінами, у результаті чого студенти мають слабкі знання та навички у використанні математичного апарату при вивченні профілюючих предметів на старших курсах. Негативно впливають на якість математичної підготовки і такі об’єктивні фактори сьогодення, як скорочення реального часу, відведеного на вивчення курсу вищої математики та зростання кількості студентів, які мають низький рівень математичних знань і навичок, отриманих у середній школі.

Отже, необхідність подолання вказаних недоліків обумовлює постійне удосконалення методики викладання вищої математики в технічних вузах. Це, в свою чергу, викликає необхідність переогляду змісту та обсягу матеріалу даного курсу, пошуку більш ефективних форм, методів та засобів його викладання. Також необхідним є удосконалення методики проведення систематичного, планомірного та результативного контролю за навчально-пізнавальною діяльністю студентів.

Бабанський Ю.К. [1] під контролем розуміє діяльність, яка здійснюється з метою отримання і фіксування інформації про результати дидактичної взаємодії учня і вчителя та зіставлення отриманих результатів з визначеною метою і, у випадку виявлення слабких місць в ході протікання навчального процесу, застосування оперативних заходів для його коригування і регулювання, тобто використання інших форм, методів і засобів.

Згідно з цим означенням, у процес контролю, як одна з найбільш важливих його складових, включається корекція знань, умінь та навичок. Необхідність корекції постає у випадку невідповідності отриманих результатів еталону перевірки.

Отже, будемо дотримуватися тієї позиції, що контроль і коригування є нерозривними, взаємодоповнюючими та об’єктивно необхідними етапами процесу навчання. Інформація, яку дістають внаслідок здійснення контролю, та її аналіз стають основним способом зворотного зв’язку між суб’єктами педагогічного процесу.

Слєпкань З.І. [4] виділяє такі основні функції педагогічного контролю: діагностичну, навчаючу, розвиваючу та виховну. При цьому зазначено, що педагогічна діагностика – частина наукової системи контролю, яка безпосередньо пов’язана з процесом виявлення рівня знань, навичок та умінь, розвитку вихованості, оцінки реальної поведінки студентів.

Русанова Л.М. [3] виділяє наступні функції контролю знань студентів: контрольно-оціночну, керуючо-корегуючу, навчально-розвивальну і виховуючо-активізуючу. На думку цього ж автора, ці функції виконуються такими видами контролю, як попередній, поточний, підсумковий та заключний.

Серед найбільш поширених форм контролю знань у процесі вивчення курсу вищої математики в технічних вузах виділяють (згідно Крилової Т.В. [2]) наступні: опитування студентів на заняттях; різні види контрольних робіт; проведення та перевірка лабораторних робіт; самостійні короткотривалі роботи контролюючого і навчаючого характеру; різні види домашніх завдань; колоквіум; атестація; залік; екзамен.

Але необхідно зауважити, що вибір та використання тієї чи іншої форми контролю, повинні бути обумовлені принципами індивідуалізації та диференціації у навчанні. Ці дидактичні принципи диктують необхідність реалізації коригуючої функції контролю в повному обсязі, так як вона пов'язана з тим, що на підставі результатів контролю вносяться виправлення та уточнення у знання, уміння та навички студента з урахуванням особливостей розвитку його математичних здібностей.

Навчання у вузі повинно бути перебудовано у руслі особистісної орієнтації. Так як студент є повноправним суб'єктом навчального процесу, то його особисті погляди, відношення та принципи обов'язково повинні бути враховані при здійсненні тих чи інших змін методики навчання.

Ми провели опитування близько 300 студентів 1-го та 2-го курсів у декількох вузах м. Черкаси на предмет встановлення рівня ефективності проведення контролю та корекції при вивченні курсу вищої математики. У результаті анкетування були отримані наступні дані.

1. Близько 70% студентів самостійно можуть засвоїти не більше 25% матеріалу з курсу вищої математики. При цьому для 30% студентів цей показник становить тільки 5% і менше. Цікавим є і той факт, що 73% студентів встигають усвідомити на лекції з вищої математики не більше 50% інформації, все інше вони записують автоматично. На наш погляд це свідчить про те, що, по-перше, студенти молодших курсів ще не мають необхідних навичок самостійної роботи та не встигли звикнути до особливостей вузівської системи викладання, а, по-друге, про підвищену складність матеріалу з вказаної дисципліни (це підтверджує і той факт, що стосовно багатьох інших дисциплін

студенти відмічали значно вищий показник). Звичайно, це не означає, що треба суттєво знизити рівень трудності при викладанні математики, але, не ігноруючи принципу науковості у навчанні, треба пам'ятати про те, що у технічних вузах математика має прикладне значення і головна увага при її вивченні повинна звертатися на засвоєння студентами загальних математичних прийомів та засобів [4].

2. Тільки 0,03% студентів відповіли, що ніколи не готуються до контрольної роботи, якщо про неї їх попередили раніше. Всі інші намагаються повторити той матеріал, який буде перевірятися (при цьому багато студентів, у разі виявлення прогалин і слабких місць у своїх знаннях, намагаються їх усунути, або на консультаціях з викладачем, або самостійно, за допомогою підручників, конспектів лекцій або на практичних заняттях). Отже, для переважної більшості студентів проведення контрольних робіт сприяє міцному засвоєнню знань, їх узагальненню, повторенню, уточненню та систематизації.

3. 58% студентів потребують консультації викладача після проведення контрольної роботи, так як самостійно не можуть працювати над своїми помилками. При цьому 22% студентів не задоволені якістю перевірки контрольних робіт, тому що помітки викладача або взагалі відсутні, або зроблені таким чином, що неможливо зрозуміти сутність помилки. Отже, стає очевидним необхідність проведення корекційної роботи після здійснення тематичного контролю, що дасть змогу значно підвищити його ефективність. При цьому зауважимо, що тільки 0,03% студентів не звертають увагу на результат контрольної роботи та не намагаються покращити його. Усі інші зацікавлені у своїх результатах та прагнуть їх покращити, і задача викладача в тому, що б надати можливість їм це зробити.

4. 54% студентів вважають за необхідне проведення одного консультаційного заняття на тиждень. Така кількість консультацій відповідає кількості практичних та лекційних занять з вищої математики для більшості спеціальностей. 30% студентів потребують консультацій, тому що не встигають усвідомити все, що необхідно, на практичних заняттях. 23% стверджують, що домашні та тематичні завдання є більш складними, ніж ті, що розв'язуються на практичних заняттях, отже самостійно студен-

ти їх виконати не можуть. Внаслідок цього, вони вимушені звертатися за допомогою до викладача. Отже, рівень складності завдань, які розв’язуються на практичних заняттях, потрібно узгоджувати з рівнем складності завдань, що даються для самостійного виконання.

5. Основною перевагою тематичних завдань є те, що кожен студент групи отримує свій індивідуальний варіант для самостійного розв’язування. Тільки 0,05% студентів відповіли, що ніколи не виконують тематичні завдання самостійно. Отже, більшості студентам виконання тематичних завдань допомагає узагальнити, систематизувати набуті знання з пройденого матеріалу та, у разі виявлення слабких місць, своєчасно усунути недоліки.

Дослідження вказують на те, що складання тематичних завдань, які даються для самостійного виконання, повинно здійснюватися згідно з принципом диференціації (те саме, на наш погляд, повинно стосуватися і домашніх завдань). Система таких диференційованих завдань повинна бути поділена на два блоки: першій блок – завдання алгоритмічного характеру, які є обов’язковими для всіх студентів, другий блок – завдання підвищеної складності, виконання яких потребують більш високого рівня розвитку математичних здібностей. Такий підхід дає змогу підвищити ефективність даної форми контролю. При цьому слабкі студенти будуть мати реальний шанс виконати самостійно ту частину завдань, яка їм під силу, а студенти, які мають більш високі успіхи при вивченні математики, будуть мати можливість продемонструвати свої знання в повному обсязі.

6. На питання: “Що, на Ваш погляд, заважає деяким студентам Вашої групи успішно здати екзамен з вищої математики?” 46% відповіли, що причиною є відсутність у даних студентів бажання вчитися взагалі. Але 39% стверджують, що більш за все на це впливає надмірна складність матеріалу, який викладається з цієї дисципліни. При цьому, деякі студенти, конкретизуючи свої відповіді, назвали однією з причин, яка призводить до неспроможності засвоїти необхідний перелік знань, умінь та навичок, низький рівень математичної підготовки за середню школу. Тому цілком доцільним постає питання про необхідність проведення корекції вхідних знань за результатами попереднього контро-

лю для студентів першого курсу. Питання пошуку доцільних форм та засобів здійснення вхідної корекції залишається поки що відкритим.

За результатами опитування, тільки 49% студентів вважають, що їх знання об'єктивно оцінюються на екзамені. Тільки 38% впевнені в тому, що матеріал, який виноситься на екзамен з вищої математики можна вивчити. 43% стверджують, що почувалися б на екзамені набагато зручніше, якби мали змогу при підготовці, у разі потреби, декілька хвилин продивитися список основних формул.

А, взагалі, треба зауважити, що екзамен, особливо для студентів-першокурсників, є важким випробуванням. Про це завжди слід пам'ятати і намагатися робити все можливе, щоб екзамен служив дійсно для об'єктивної перевірки та оцінювання знань студента, а не перетворювався у випробування на стійкість психіки людини.

1. Бабанский Ю. К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса: Методические основы. – М.: Просвещение, 1982. – 192 с.

2. Крилова Т.В. Наукові основи навчання математики студентів нематематичних спеціальностей (на базі металургійних, енергетичних, електромеханічних спеціальностей вищого закладу технічної освіти): Дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. – К.., 1999. – 473 с.

3. Русанова Л.М. Пути повышения эффективности контроля учебно-воспитательной деятельности студентов: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13 .00.01. – К., 1989. – 16 с.

4. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. – К.: НПУ, 2000. – 210 с.

ТЕСТОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ КАК ОДНО ИЗ ЭФФЕКТИВНЫХ СРЕДСТВ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ УЧАЩИХСЯ

Е.В. Кононова
г. Кривой Рог, Средняя общеобразовательная школа № 69

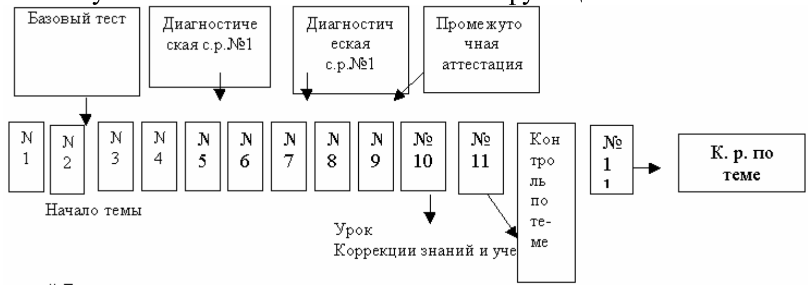
В последние годы всё большую остроту приобретают проблемы создания эффективных средств повышения уровня интеллектуального развития учащихся и формирования их творческих способностей.

Психологами убедительно доказано, что для решения этих проблем необходимо включить учащихся в такую учебную деятельность, которая требует акцентуации этих способностей. Эффективным средством организации такой деятельности является применение тестовых технологий. Именно их использование позволяет получить объективную информацию об учебных достижениях школьников. А для учителя подобного рода информация служит не только для анализа результатов обучения, эффективности использования тех или иных инновационных технологий, методов, дидактических приёмов, но и средством проектирования собственной педагогической деятельности с конкретным контингентом учащихся.

Работа по изучению нового раздела (темы) обязательно начинается с осмысления учащимися цели, стоящей перед ними, и обязательно увязывается с конечным результатом. Учитель знакомит ребят с содержанием вопросов по теоретическому материалу, показывает образцы решения примеров и задач. Желательно, чтобы эталоны заданий обязательного уровня были выписаны на вспомогательной доске, плакате и т.п. И еще на вводном уроке учитель сообщает дату проведения тематической аттестации. Контроль качества обучения и его результаты являются обязательными компонентами учебного процесса.

Чтобы получить достоверную и оперативную информацию об уровне знаний учащихся, я предпочитаю использовать схему продвижения учащегося по «лестнице деятельности» в процессе его подготовки к тематической аттестации. Эта схема была разработана и апробирована в Центре тестирования и оценке достижений г. Вологды. Естественно, что в процессе работы эта схема дополнялась и конкретизировалась с учётом реалий.

В качестве примера я приведу схему контроля за результатами обучения по теме: «Показательная функция».



1) Базовый тест.

Предполагает такие уровни знаний, как репродуктивный и алгоритмический.

Этот тест я провожу сразу же после ознакомления с показательной функцией, рассмотрение её графика и свойств.

2) Диагностические самостоятельные работы предполагают следующие уровни знаний:

- репродуктивный;
- алгоритмический;
- эвристический;
- творческий.

Как правило, я провожу не менее 2–3 диагностических работ (в зависимости от объёма и сложности темы). В теме «Показательная функция» такого типа задания предлагаются после ознакомления учащихся с методикой решения показательных уравнений и неравенств. Диагностическая работа №1 – это, как правило, работа в группах (класс разбит на 5 динамических групп). Преимущества работы в группах состоят в том, что каждый ученик получает задание в соответствии со своим уровнем подготовленности, способностями, жизненным и учебным опытом.

Диагностическая работа №2 – это индивидуальная самостоятельная работа.

Диагностические работы позволяют не только выявить пробелы в знаниях по теме, но и определить уровень её усвоения, учебные возможности учащихся.

3) <u>Предварительная тематическая аттестация</u>.

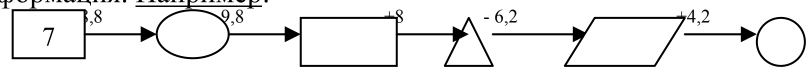
Она проводится в конце изучения темы, позволяя зафиксировать объём и уровень её усвоения, выявить типичные ошибки. Проверка также ориентирует учителя в недочётах и достижениях его преподавания. Такого рода промежуточная аттестация даёт не только информацию для учителя, но и позволяет учащемуся лучше узнать самого себя, оценить свои знания и возможности.

Формы её проведения могут быть самыми разнообразными:

- контрольная работа;
- тематический тест;
- тематический зачет;
- устно-письменная работа;
- устная контрольная работа и т.д.

Хотелось бы подробнее остановиться на так называемой устной контрольной работе. Проводиться она, как правило, в 5–6 классах, и способствует развитию вычислительных навыков, обучению рациональным приемам счета. Работа организуется следующим образом.

Задания заранее записываются на плакатах в виде блок – схем. Вопросы формулируются не в виде «найдите число». С каждым числом – конечным результатом, связана та или иная информация. <u>Например</u>:



Возможные ответы: щука – 4,3; налим – 3,5; сом – 12; карась – 3; окунь – 6,1.

Учащийся должен выбрать рыбу из списка, записать в блокноте под копирку номер задания и ответ к нему (слово). Выполнив все задания, ребята вырывают и сдают 1-й лист учителю, а по 2-му проверяют ответы. В конце урока ученики с большим интересом воспринимают комментарии к ответам из других областей знания (биологии, географии и т.п.).

И завершает изучение темы

4) <u>Итоговая тематическая аттестация.</u>

Формы ее проведения такие же, как и при проведении промежуточной аттестации.

Подобная система оценивания знаний способствует реализации индивидуального подхода в обучении, повышению эффективности учебно-воспитательного процесса.

ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРЕМЫ ЛАГРАНЖА К ПРИБЛИЖЕННЫМ ВЫЧИСЛЕНИЯМ ФУНКЦИЙ

В.В. Корольский
Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

Рассматриваем функцию $f(x)$, непрерывную на промежутке $[a, b]$ и дифференцируемую в точках $x \in \,]a, b[$. Представим $[a, b]$ как сумму элементарных частей вида $[(n - 1)\alpha, n\alpha]$:

$$[a, b] = \bigcup_{n=1}^{k} \left[(n-1)\alpha;\ n\alpha\right], \tag{1}$$

где: $n, k \in N$; $\alpha = \dfrac{b-a}{k}$.

На каждом промежутке $[(n - 1)\alpha, n\alpha]$ $f(x)$ удовлетворяет условиям известной теоремы Лагранжа. Следовательно, можно записать:

$$\left.\begin{array}{ll} f'(\bar{x}_1) = \dfrac{f(a+\alpha) - f(a)}{\alpha}, & \bar{x}_1 \in \left]a;\ a+\alpha\right[, \\ f'(\bar{x}_2) = \dfrac{f(a+2\alpha) - f(a+\alpha)}{\alpha}, & \bar{x}_2 \in \left]a+\alpha;\ a+2\alpha\right[, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ f'\left(\bar{x}_k\right) = \dfrac{f(b) - f\left[a+(k-1)\alpha\right]}{\alpha}, & \bar{x}_k \in \left]a+(k-1)\alpha;\ b\right[\end{array}\right\} \tag{2}$$

Если подобрать α так, чтобы вычисление значений функций $f(a)$, $f(a + \alpha)$, $f(a + 2\alpha)$, ..., $f(a + (k - 1)\alpha)$ сводилось к минимуму самых элементарных операций, то на основании равенств (2) получаем достаточно простую схему приближенных вычислений $f(x)$ для $x \in \,]a + (n - 1)\alpha; n\alpha\,[$, $n = \overrightarrow{1, k}$:

$$\left.\begin{array}{l}
f(x)\cong f(a)+\dfrac{f(a+\alpha)-f(a)}{\alpha}(x-a),\quad x\in\left]a;\ a+\alpha\right[\\
f(x)\cong f(a+\alpha)+\dfrac{f(a+2\alpha)-f(a+\alpha)}{\alpha}\left(x-(a+\alpha)\right),\\
x\in\left]a+\alpha;a+2\alpha\right[\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
f(x)\cong f\left(a+(n-1)\right)\alpha+\dfrac{f(b)-f\left(a+(n-1)\alpha\right)}{\alpha}\times\\
\times\left(x-a+(n-1)\,\alpha\right),\quad x\in\left[a+(n-1)\,\alpha;b\right].
\end{array}\right\}\qquad(3)$$

В результате приходим к интерполяционному многочлену с равностоящими узлами интерполяции и шагом интерполяции α:

$$f(x)\cong\sum_{n=1}^{k}\left(\begin{array}{l}f\left(a+(n-1)\alpha\right)+\left(f(a+n\alpha)-f(a+(n-1)\alpha)\right)\times\\ \times\left(\dfrac{x}{\alpha}-(n-1)\right)\end{array}\right)\qquad(4)$$

Поскольку рассматривается задача приближенного вычисления отдельных значений функции $f(x)$, то для практических целей более целесообразно пользоваться формулой:

$$\begin{array}{l}f(x)\cong f(a+(n-1)\alpha)+\left(f(a+n\alpha)-f(a+(n-1)\alpha)\right)\times\\ \quad\times\left(\dfrac{x}{\alpha}-(n-1)\right)\end{array}\qquad(5)$$

Выбор α зависит от вида функции $f(x)$ и необходимой точности вычислений ее приближенных значений. Как правило, α выбирается кратным 2, 5 или 10, но возможны и другие варианты. Для $x = a + n\alpha$ имеем

$$f(x) = f(a + n\alpha),\text{ где } n = 0, 1, ..., k.$$

Рассмотрим в качестве примера применение формулы (5) для приближенных вычислений функций $f(x) = a^x$ ($a > 0;\ a \neq 1$) и $f(x) = e^x$.

Полагаем, что $x \in [0; \infty[$. Тогда имеем:

$$a^{x}\cong a^{(n-1)\alpha}+\left[a^{n\alpha}-a^{(n-1)\alpha}\right]\left[\frac{x}{\alpha}-(n-1)\right]=a^{\mathrm{E}\left[\frac{x}{\alpha}\right]\alpha}+\qquad(6)$$

$$+\left[a^{\left(\mathrm{E}\left[\frac{x}{\alpha}\right]+1\right)\alpha}-a^{\mathrm{E}\left[\frac{x}{\alpha}\right]\alpha}\right]\left[\frac{x}{\alpha}-\mathrm{E}\left[\frac{x}{\alpha}\right]\right]=a^{\mathrm{E}\left[\frac{x}{\alpha}\right]\alpha}[1+\left(a^{\alpha}-1\right)\left(\frac{x}{\alpha}-\mathrm{E}\left[\frac{x}{\alpha}\right]\right)$$

где $\alpha = 1/\,l$, $l = 1, 2, 4, \ldots$ и т.п.

Запишем (6) в следующем виде:

$$a^x \cong (a^\alpha)^{\mathrm{E}\left[\frac{x}{\alpha}\right]}\left[1+\frac{a^\alpha-1}{\alpha}\left(x-\alpha\mathrm{E}\left[\frac{x}{\alpha}\right]\right)\right], \qquad (7)$$

где множители $\dfrac{a^\alpha-1}{\alpha}$ и $\left(x-\alpha\mathrm{E}\left[\dfrac{x}{\alpha}\right]\right)$ унифицируются:

$a^\alpha - 1 = a-1;\quad 2\sqrt{a}-1;\quad 4\left(\sqrt{\sqrt{a}}-1\right)$ и т.д.

Значение $\left(x-\alpha\mathrm{E}\left[\dfrac{x}{\alpha}\right]\right)=\{x\}$. Например, $l = 1$ и $l = 2$ соответственно имеем:

$$a^x \cong a^{\mathrm{E}[x]}\left[1+(a-1)(x-\mathrm{E}[x])\right], \qquad (8)$$

$$a^x \cong a^{\frac{1}{2}\mathrm{E}[2x]}\left[1+2\left(\sqrt{a}-1\right)\left(x-\frac{1}{2}\mathrm{E}[2x]\right)\right]. \qquad (9)$$

Если вычисления выполняются при значениях $x\in N$, то формулы (8) и (9) имеют достаточно простой вид:

$$a^x\big|_{x=n} = a^{\alpha\mathrm{E}\left[\frac{n}{\alpha}\right]}\left[1+\left(a^\alpha-1\right)\left(\frac{n}{\alpha}-\mathrm{E}\left[\frac{n}{\alpha}\right]\right)\right]=$$
$$= a^n\left[1+(a^\alpha-1)\left(\frac{n}{\alpha}-\frac{n}{\alpha}\right)\right]=a^n.$$

В тех случаях, когда $x \in R\,/\,N$, важно то, что вычисления выполняются только с натуральными показателями и унифицированными множителями:

$a^\alpha - 1 = a - 1;$ $\sqrt{a}-1$, $\sqrt{\sqrt{a}}-1$, $\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}-1$, и т.д. (если в этом есть необходимость в смысле достижения более высокой точности результатов вычисления); $\left(\dfrac{x}{\alpha}-\mathrm{E}\left[\dfrac{x}{\alpha}\right]\right)$ является дробной частью числа $\dfrac{x}{\alpha}$ и практически вычислений не требует.

Сходимость метода очевидна:

$$a^x \cong \left(\sqrt[k]{a}\right)^{\mathrm{E}[kx]}\left[1+\left(\sqrt[k]{a}-1\right)\left(kx-\mathrm{E}[kx]\right)\right] \Rightarrow \lim_{k\to\infty} a^{\frac{\mathrm{E}[kx]}{k}} \times$$

$$\times \lim_{k\to\infty}\left[1+\left(a^{\frac{1}{k}}-1\right)\left(\overline{k}<1\right)\right] = \lim_{k\to\infty} a^x = a^x .$$

В таблице 1 приведены результаты вычисления значений функции e^x при различных величинах l и для сопоставления приведены некоторые данные по значениям функции e^x из таблицы Брадиса.

Таблица 1

e^x	Табличное значение	Вычисления по формуле (7), $\alpha = 1/\,l$				
		l=1	l=2	l=4	l=8	l=16
$e^{0,45}$	1,5683	1,7732	1,5838	1,5757	1,5711	1,5689
Точность вычислений, %	—	13,06	0,99	0,47	0,18	0,04
$e^{1,45}$	4,2631	4,8201	4,3052	4,2828	4,2702	4,2639
Точность вычислений, %	—	13,04	0,97	0,46	0,17	0,02
$e^{2,45}$	11,5882	13,1027	11,7001	11,6405	11,6074	11,5889
Точность вычислений, %	—	13,03	0,96	0,45	0,16	0,01

Данные таблицы показывают, что вычисление e^x с точностью до трех верных знаков достигается, если взять α = 1/16. Однако, достаточная для практического использования точность вычислений до 1% достигается при α = 1/2, при α = 1/4 точность вычислений не превышает 0,5%, учитывая, что мы берем приближенное значение числа e, эти результаты говорят о достаточно высокой эффективности рассмотренного метода приближенного вычисления функций.

Метод может быть рекомендован для использования при разработке программ для приближенных вычислений функций на лабораторных занятиях по информатике.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

В.В. Корольский
г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

Государственная политика реформирования системы высшего образования Украины, выдвинутая в национальной программе «Освіта: Україна XXI століття" в качестве главного требования выдвигает вооружение выпускников вузов начала XXI столетие методологией самостоятельной творческой научно-практической деятельности. Указанное требование направляет научную и учебно-методическую работу кафедр на расширение роли самостоятельной познавательной деятельности обучаемых в процессе изучения теории и овладения методами ее приложения к решению практических задач в рамках каждой учебной дисциплины и цикла родственных дисциплин в целом.

В контексте сказанного основной задачей преподавателя в его учебно-методической деятельности является не репродуцирование набора готовых знаний, а организация активной самостоятельной работы обучаемых. И, если до начала 90-х годов XX ст. по этому поводу можно дискутировать, то в современных условиях, когда количество научных дисциплин в учебных планах подготовки учителей математики и основ информатики выросло с 34% до 50% и значительный объем программного материала (до 50%) вынесен на самостоятельное изучение студентами, проблемы самостоятельной работы студентов (СРС) при изучении математических дисциплин становится не только в высшей мере актуальной, но и приобретает признаки дуальности.

С одной стороны, на кафедрах и факультете в целом необходимо организовать систему СРС, с другой стороны, необходимо студентов обучить методам самостоятельной работы при повседневном изучении теории и методов ее приложения для решения практических задач.

Рассмотрим условия, в которых необходимо искать решение проблемы организации и повышения эффективности СРС при изучении математических дисциплин на физико-математическом факультете (ФМФ):

- в отличие от общеобразовательных школ, где практически единственной учебной формой является урок, в вузе учебные функции реализуются через лекции, практические и лабораторные занятия, консультации, коллоквиумы, зачеты и экзамены, курсовые и дипломные работы;
- огромные усилия, затрачиваемые преподавателями вузов, в значительной мере не достигают поставленных учебных целей, потому, что в силу условий нет должного взаимодействия между преподавателями и отдельным студентом, то есть нет эффективной постоянно действующей обратной связи в подсистеме: “преподаватель ↔ студент”;
- преподаватель в своей деятельности исходит, как правило, из закономерностей умственной деятельности, присущей, прежде всего, ему самому; в более продвинутых случаях он пытается поставить себя на место обучаемого. Но обучаемых много и он вынужден ориентироваться, в зависимости от целей изучаемой темы, на более сильных или на более слабых студентов, а чаще всего в этом случае его действия направлены на “образ” некоего среднего студента.

В силу указанных условий преподаватель не использует объективные (а в ряде случаев необходимо бы учитывать и субъективные) закономерности умственной деятельности студентов, а лишь ориентируются на их внешние проявления.

По нашему мнению, на данный момент времени ни физиология, ни психология, ни биология, ни другие соответствующие науки еще не раскрыли закономерностей умственной деятельности человека вообще и, в частности, в процессе обучения его в такой мере, чтобы дать педагогам действительно эффективный инструментарий для взаимодействия в учебном процессе с обучаемыми.

Касаясь проблемы изучения математики в условиях приоритета СРС и при отсутствии научно-обоснованных общих закономерностей познавательного процесса, мы приходим к мысли, что некоторые необходимые закономерности можно попытаться выявить экспериментальным путем в условиях реального учебного процесса на ФМФ.

Суть методики эксперимента в следующем. Предположим, нам требуется выявить закономерности познавательной деятельности студентов при изучении ими какой-либо темы из математического анализа. Предполагаем, что в некоторой мере характер этих закономерностей проявится: 1) в затратах реального времени ним каждым отдельно взятым студентом на усвоение темы; 2) в оценке качества усвоения теоретического материала темы; 3) в наличии у студента умений использовать теорию для решения стандартных примеров и задач; 4) в наличии у обучаемого знаний и умений решать творческие нестандартные задачи.

Естественно предположить, что рассматриваемые закономерности наиболее полно и отчетливо проявятся по затратам времени на все формы учебного процесса с акцентом на СРС. Такая постановка решения задачи основывается на следующей гипотезе: преподаватель может привести обучаемых в следующие рабочие состояния: 1) рецептивности (готовности к восприятию сообщаемых знаний); 2) репродуктивности (готовности воспроизвести определенный объем полученных знаний); 3) неполной самостоятельности (готовности применять освоенные знания для решения стандартных примеров и задач с помощью преподавателя или других наиболее успевающих студентов); 4) полной самостоятельности для решения задач, в том числе и творческого характера; 5) полной самостоятельности по изучению нового теоретического материала и применения его для решения примеров и задач.

Чтобы достичь уровней знаний каждого из названных рабочих состояний студентов, нужны соответствующие методы обучения и организации СРС: излагающий, руководящий, побуждающий. Не вдаваясь в подробности классификации и особенностей методов обучения (они общеизвестны), подчеркнем только то, что в большей мере нас интересует побуждающий метод, общими задачами которого являются: постановка задания на СРС; обеспечение СРС необходимой учебно-методологической литературой; разработка рекомендаций по изучению теории и ее применению для практических целей; постановка контрольных вопросов и ориентиров для самоконтроля студентами результатов своей самостоятельной работы и общего уровня и качества усвоения данной учебной темы.

Учитывая приоритетность в познавательном процессе собственной СРС необходимо, прежде всего, исследовать закономерности распределения времени студента на самостоятельное изучение отдельных тем и общего количества времени СРС на рабочую неделю, семестр.

Фактически речь идет о создании учебного процесса на ФМФ. Новая модель должна:

1) учитывать все виды учебных занятий, взятых в последовательности, которая в полной мере отвечает логике познания содержания каждой отдельной темы и всей математической дисциплины;

2) учитывать затраты времени обязательных аудиторных занятий;

3) учитывать затраты времени СРС по всем ее видам.

Если такая модель будет построена по всем темам учебной дисциплины, то появится возможность создания соответствующей модели целого курса, ряда курсов, а затем и всего учебного цикла математических дисциплин и впоследствии модели подготовки специалиста.

Нами разработана методика проведения контролирующего эксперимента и построения статистической модели познавательной деятельности студента при изучении математических дисциплин.

РОЗВИТОК ЗМІСТУ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ

О.В. Крайчук
м. Рівне, Рівненський державний гуманітарний університет

З огляду на важливість проблеми відбору змісту шкільної математичної освіти проведемо короткий огляд структури і змісту математичних програм, що діяли на Україні.

Основним недоліком структури і змісту шкільного курсу математики, що зберігався при всіх переглядах програм до 1964-1967 рр., була невиправдано велика затрата часу на вивчення арифметики (більше половини всього навчального часу, виділеного на математику), а також ізольованість курсів арифметики, алгебри і геометрії. У шкільному курсі математики вивчалися на той час такі предмети: арифметика, елементарна алгебра, елементарна геометрія, плоска тригонометрія. Зміст цих чотирьох предметів в основному відповідав тому рівню математичного пізнання, який був досягнутий людством до XVII століття. Суттєвим недоліком програми була відсутність необхідної пропедевтики найважливіших понять систематичного курсу алгебри і геометрії, що вивчалися, починаючи з VI класу. Наступність між курсами арифметики і алгебри, арифметики і геометрії проявлялась головним чином в оволодінні учнями необхідним для вивчення алгебри і геометрії технічним апаратом. Попередня підготовка до вивчення нового матеріалу або була зовсім відсутня, або була недостатньою. Внаслідок цього систематичні курси алгебри і геометрії фактично будувалися на порожньому місці. Учні з перших уроків алгебри і геометрії були вимушені засвоювати велике число нових, незвичних для них понять і методів міркувань.

Суттєвим недоліком цих програм була і мала кількість часу, відведеного на оволодіння курсами алгебри і геометрії. Протягом 5 років (VI–X класи) школярам потрібно було не тільки засвоїти великий за об'ємом теоретичний матеріал, але й оволодіти термінологією і символікою, технікою тотожних перетворень і геометричних побудов, методами розв'язування рівнянь, нерівностей і їх систем, різними випадками розв'язування трикутників, текстових задач і т.д.

Програма 1967 р., зберігаючи значне стабільне ядро курсу, багато чим відрізнялася від діючих раніше програм. Одним із її вихідних положень є забезпечення лінійного розвитку понять від I до X класу, поступове включення в курс нових понять, забезпечення наступності між I–III та IV–V класами. У I – V класах поряд із вивченням чисел і дій над ними розглядалися найпростіші алгебраїчні і геометричні поняття, що дозволяло вести систематичну підготовку дітей до вивчення курсів алгебри і геометрії з VI класу. Курс IV–V класів, що як і курс початкової школи, одержав назву “Математика”, був ідейно пов’язаний як із курсом I–III класів, так і з курсом VI класу. Багато традиційних питань (рівняння, нерівності, конкретні види функцій) при відповідній їх методичній обробці було введено у більш молодші класи. Це не тільки дозволило більш повніше задовольнити пізнавальні інтереси і можливості школярів, але й вивільнити у старших класах час для включення нового, багатого в ідейному відношенні матеріалу. У VI–VIII класах були збережені два предмети: алгебра та геометрія. У IX–X класах також вивчалися два предмети: алгебра і початки аналізу та геометрія.

Програма 1967 р. характеризується значним підсиленням функціональної лінії курсу і збагаченням його математичними методами при збереженні, як уже відмічалося вище, значного стабільного ядра курсу. Підсилення функціональної лінії проявлялось у пропедевтиці поняття функції починаючи з IV класу, у введенні цього поняття і відповідної термінології та символіки в VI класі (раніше ці поняття вводилися з VIII класу) із паралельним розглядом геометричних перетворень; у введенні в IX класі поняття похідної, а в X – інтеграла. У VII класі були введені елементи векторної алгебри, що завершувалися в IX класі вивченням скалярного добутку векторів, а з V класу послідовно розвивався координатний метод.

Включення в загальноосвітній курс математики елементів математичного аналізу дало можливість ознайомити учнів із важливими ідеями математики, на конкретних прикладах розкрити суть деяких практично важливих методів опису і дослідження засобами математики цілого ряду фізичних явищ. Застосування інтеграла до обчислення площ і об’ємів дозволило дати єдиний метод розв'язування таких задач. Таким чином, розширювалися уявлення учнів про аналітичні методи розв'язування геометричних задач.

Своєчасна підготовка в курсі математики апарату, необхідного для розгляду відповідних питань на уроках інших предметів, дозволила підвищити теоретичний рівень викладання і разом із тим підсилити прикладну орієнтацію шкільного курсу математики.

Базисна програма з математики 1981 р. складалася із двох розділів: вимоги до математичної підготовки школярів (задає обов'язковий рівень підготовки учнів з курсу математики); зміст навчання (фіксує стабільний мінімальний об'єм матеріалу для обов'язкового вивчення в школі) [1]. Основним завданням вивчення математики є забезпечення міцного і свідомого володіння учнями системою математичних знань і вмінь, потрібних у повсякденному житті і трудовій діяльності кожного члена суспільства, достатніх для вивчення суміжних дисциплін і продовження освіти. Особливістю організації навчального процесу є орієнтація на безумовне досягнення всіма учнями обов'язкового рівня математичної підготовки. Рівень обов'язкової математичної підготовки визначає її нижню межу, на базі якої повинен здійснюватися подальший математичний розвиток школярів.

У курсі математики IV–V класів систематично розвивається поняття числа, формуються вміння виконувати усно і письмово арифметичні дії над числами, перекладати практичну задачу на мову математики, проводиться підготовка учнів до вивчення систематичних курсів алгебри і геометрії. Курс будується на індуктивній основі із залученням елементів дедуктивних міркувань на наочно – інтуїтивному рівні; математичні методи і закони формулюються у вигляді правил.

Курс алгебри і початків аналізу IX–X класів характеризується змістовним розкриттям понять, тверджень і методів, які стосуються початків аналізу, з'ясування їх практичної значимості. При вивченні питань аналізу перевага надається використанню наочних міркувань, рівень строгості викладу визначається з урахуванням загальноосвітньої спрямованості вивчення початків аналізу і узгодження з рівнем строгості застосувань виучуваного матеріалу в курсах суміжних дисциплін. Характерною особливістю курсу є систематизація і узагальнення знань учнів, закріплення і розвиток умінь і навичок, сформованих при вивченні курсу алгебри, що здійснюється як при вивченні нового матеріалу, так і при проведенні узагальнюючого повторення курсу. Намічена тенденція до розширення інформації про число шляхом ознайомлення з комплексними числами та діями над ними.

Курсу геометрії IX–X класів притаманний систематизуючий і узагальнюючий характер, орієнтація на закріплення і розвиток умінь і навичок, сформованих у неповній середній школі. При доведенні теорем і розв'язуванні задач активно використовуються вивчені в курсі планіметрії властивості геометричних фігур, застосовуються геометричні перетворення, вектори і координати. Високий рівень абстрактності виучуваного матеріалу, логічна строгість систематичного викладу поєднується з високим ступенем наочності. Велике політехнічне значення має ознайомлення учнів із найважливішими геометричними тілами, вміння їх зображати, обчислювати їх об'єми і площі поверхонь.

Традиційний зміст навчання, що склався десятиліттями, забезпечує досить високий рівень математичної підготовки учнів. Проте зміни в галузі техніки, виробництва, освіти, комунікацій ставлять нові вимоги до математичної підготовки професійних кадрів і спонукають до переосмислення традиційного змісту. Так академік Колмогоров А.М. в статті "Современная математика в современной школе "[2] відмітив у здійсненні ідеї модернізації шкільної математики дві різні тенденції:

1. Систематична побудова курсу на основі елементарних понять теорії множин з підпорядкуванням конкретних класів функцій загальному поняттю відображення, вивчення загальних властивостей бінарних відношень (рефлексивність, симетричність та антисиметричність, транзитивність), висування на перший план поняття групи і т.д.

2. Центр тяжіння переноситься на впровадження в шкільне викладання елементів дискретної математики (математична логіка, графи, теорія ймовірності і т.д.).

З огляду на це виникає потреба при відборі змісту шкільного курсу математики зменшити обсяг громіздких обчислень та перетворень і посилити дискретність та неперервність, функціональність, що дасть змогу адекватніше математизувати практичні ситуації, успішно опановувати сучасні інформаційні технології.

Науково-технічний прогрес нашого суспільства вносить суттєві зміни у зміст і характер учбової праці і відповідним чином відображається у вимогах до математичної освіти. Тому потрібний систематичний аналіз відповідності змісту і результатів навчання математики цілям освіти і внесення на цій основі необхідних змін у зміст навчального предмету та методику його вивчення. Аналіз розвитку шкільних курсів математики їх теоретичних основ, задумів і фактичних результатів модернізації дозволяє виділити наступні об'єктивні тенденції розвитку шкільної математики:

- *посилення загальноосвітньої ролі курсу, його гуманітаризація;*
- *зростання теоретичного рівня викладеного матеріалу;*
- *посилення прикладної та політехнічної спрямованості навчання.*

Ці загальні тенденції реалізуються в змісті курсу і його структурі, в методах і формах навчання та відображаються у дидактичному забезпеченні курсу: у програмі, підручниках, методичних посібниках для вчителів, у технічних засобах навчання, у змісті і характері підготовки вчителів. Вказані тенденції не знаходяться у відношенні підпорядкованості і досить тісно пов'язані між собою. Їх комплексне врахування повинно сприяти гармонічному розвитку особистості.

У зв'язку із розвитком обчислювальної техніки все більшого значення у складних процесах проектування, організації управління, в екологічних, соціологічних дослідженнях, у вивченні лінгвістики і т.д. набувають математичні моделі. На відміну від закону, що має на даній стадії розвитку науки абсолютний характер і який як правило допускає свою перевірку, модель може давати лише наближене уявлення про досліджувану систему, причому одні і ті ж явища можуть бути описані різними моделями. Із усіх відомих моделей до змісту шкільного курсу математики найбільш підходять моделі фізичних, хімічних процесів, економічні моделі. Природно, що курс математики не може взяти на себе розгляд усіх уже відомих учням моделей і створення нових. Тут необхідні спільні зусилля вчителів математики і суміжних дисциплін. Введення в шкільний курс математики елементів математичного аналізу дозволило розширити число фізичних моделей, що вивчаються в школі. Проте увага учнів все ще не зосереджується на особливостях і значенні математичних моделей та математичного моделювання в цілому. Економічні моделі, що описують залежності між економічними змінними і цілями процесу, у школі, як правило не розглядаються. Проте ця галузь застосування математики повинна знайти своє відображення в шкільному курсі математики.

У цьому аспекті заслуговує також на явне виділення в курсах математики та деяких інших предметів (наприклад, у курсі економічної географії) проблема оптимізації розв'язків. На даний час лише намічений підхід до постановки даної задачі – знаходження екстремумів функцій. Разом із тим задачі на оптимізацію, що є в деякій мірі найпростішими задачами – моделями, доступні учням. У програмі також міститься весь необхідний апарат для постановки часткової задачі оптимізації розв'язку за допомогою методу лінійного програмування – системи лінійних рівнянь і нерівностей.

Виходячи із психологічного принципу відбору навчального матеріалу [5], програма з математики для старших класів загальноосвітньої середньої школи має відображати три рівні: гуманітарний, загальноосвітній та математичний. Причому математичний рівень може розподілятися на два відділи. В одному основна увага приділяється дедукції і функціональним залежностям між величинами, а в другому – індукції, комбінаторному аналізу, кореляційним залежностям, що виділяються і пізнаються емпірично і статистично.

1. От министерства просвещения СССР // Математика в школі. – 1981. – №4. – С. 7–15.
2. Колмогоров А.Н. Современная математика в современной школе // Математика в школе. – 1971. – № 6. – С. 8–10.
3. Совершенствование содержания образования в школе / Под. ред. И.Д. Зверева, М.П. Кашина. – М.: Педагогика, 1985. –272 с.
4. Столяр А.А. Педагогика математики. – Минск: Вышейшая школа, 1986. – 414 с.: ил.
5. Крайчук О.В. До проблеми відбору змісту шкільного курсу математики / Педагогіка та психологія: Збірник наукових праць. – Вип. 19. – Ч. 1. – Харків: ХДПУ, 2001. – С. 102–106.

ВИКОРИСТАННЯ ЗАДАЧ ПРАКТИЧНОГО ЗМІСТУ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ЗАГАЛЬНООСВІТНІЙ ШКОЛІ

О.В. Крайчук[1], Г.К. Мошковська[2]
[1] м. Рівне, Рівненський державний гуманітарний університет
[2] м. Рівне, Західне представництво Відкритого міжнародного університету розвитку людини "Україна"

Як відомо, математика – наука про абстрактні структури, які розглядають об'єкти досить загальної природи. У предмет її вивчення входять просторові форми і відношення реального світу, які мають такий рівень незалежності від змістовної основи, що можуть бути повністю абстраговані від неї в поняття, за допомогою яких можна суто логічно розвинути теорію. Такий підхід у дослідженні математичних закономірностей має перевагу, тому що основним методом розвитку математичних теорій є логічний висновок, який не спирається на експеримент.

Математичне моделювання зводиться не тільки до дослідження закономірностей у спрощеному числовому вигляді, а й у всій різноманітності їх кількісних розв'язків. Однак математика при цьому не може замінити методи і поняття тих конкретних наук, де їх застосовують. Математика завжди має прикладний, підпорядкований характер, тому математичне моделювання необхідно контролювати методами конкретних наук (фізики, хімії, економіки та ін.).

Розглянути підхід до побудови математичних теорій, крім позитивних, має й негативні риси. Маніпулюючи численними абстрактними поняттями, учні не завжди розуміють безпосередній зв'язок теорії з практикою. Під поняттям "практика" слід розуміти все те, що потребує цілеспрямованої фізичної та розумової діяльності людини.

Отже, за допомогою зв'язку навчання з життям вчитель повинен забезпечувати розуміння об'єктивності наукових теорій, озброювати учнів знаннями, які даватимуть можливість розв'язувати посильні практичні задачі. Для цього до структури навчального процесу входять різні види практичної діяльності та прикладного використання теоретичних положень.

Роль задач в процесі вивчення шкільного курсу математики важко переоцінити [1]. При вивченні математики в школі використовуються різні типи задач як за структурою так і за змістом. Значне місце в навчальному процесі займають і задачі практичного змісту – прикладні задачі.

Педагогічний досвід показує, що будь-яка прикладна задача, яку розв'язують на тому чи іншому етапі навчання, виконує різні функції, які за певних конкретних умов виступають явно або приховано.

Всі функції прикладних задач взаємопов'язані. Методично доцільно використовувати якомога більше задач, які виконують одночасно кілька функцій. Наприклад, важливим фактором формування наукового світогляду є те, що математичні формули, теореми, різні залежності створюються під впливом практики і потреб людини.

Крім того, одним із завдань викладання математики в школі є розвиток здібностей учнів до творчості. Тут теж у пригоді стають прикладні задачі, оскільки вони допомагають виховувати уміння застосовувати на практиці здобуті в процесі навчання теоретичні знання, розвивати конструкторські здібності учнів, тобто виробляти уміння встановлювати залежність, яка забезпечує взаємодію між складовими частинами приладів та механізмів, вибирати найраціональніші шляхи досягнення поставленої мети, готувати учнів до нових пошуків, розвивати в них почуття потреби творчого ставлення до навколишнього оточення.

Продемонструємо це на конкретних прикладах.

Так, при вивченні теми "Коло і круг" у 5 класі учням важко відрізнити ці два поняття. Тому важливо розмежовувати в їх свідомості ці геометричні фігури і сформувати чіткі уявлення про них у процесі виконання практичних вправ. Все це досягається шляхом виконання завдання на виготовлення малюнків, моделей, розфарбовування окремих елементів, тощо.

Учні із задоволенням виконують такі творчі завдання, разом з тим виробляють практичні навики щодо побудови кола.

Під час вивчення тем "Прямокутний паралелепіпед" (5 клас), "Піраміда" (6 клас) обов'язково спиратися під час бесід про історію виникнення плоских та об'ємних фігур, про використання людиною різноманітних форм у побуті та техніці. Тільки під час виконання практичних завдань під керівництвом учителя учні доходять висновку про кількість граней, вершин, ребер прямокутного паралелепіпеда, піраміди. Нові терміни школярі теж найкраще засвоюють і запам'ятовують у процесі виконання практичних вправ.

Задачі прикладного характеру мають важливе значення насамперед для виконання в учнів інтересу до математики за умови забезпечення мотивації навчання: кожне нове поняття чи положення повинне, по можливості, вводитися у задачах практичного характеру. Деякі з таких задач, які можна використовувати при вивченні окремих тем наведені нижче. Такі задачі переконують учнів у потребі вивчення нового теоретичного матеріалу і показують, що математичні абстракції виникають із задач, поставлених реальною дійсністю. Спочатку учнів зацікавлює розв'язування окремих задач, потім вивчення окремих тем, а з часом і вся наука.

Важливим і ефективним стимулом до розвитку і зміцнення учнівських інтересів є широке використання всіх можливостей для застосування на практиці здобутих теоретичних знань.

Узагальнюючий урок по темі "Похідна" можна провести у вигляді уроку-практикуму, на якому розглянути конкретне застосування похідної до розв'язування задач з різних галузей наук (фізики, геометрії, економіки і т.д.).

Урок-підсумок з теми "Інтеграл" рекомендую провести у вигляді семінарського заняття, на якому розглянути застосування інтеграла до розв'язування задач, виведення формул об'ємів і площ поверхонь. Завдяки цьому вивільняємо 3 уроки геометрії, які можна використати для розв'язування задач (наприклад, екзаменаційних).

На основі змісту прикладної задачі можна іноді не тільки продемонструвати практичне значення теоретичного матеріалу, а й глибше розкрити його і накреслити в загальних рисах ідею доведення теореми, оскільки для розв'язування окремих таких задач треба застосовувати не твердження, яке доводиться, а його доведення. Зокрема, щоб підвести учнів до доведення теореми Піфагора, можна поставити перед ними таку проблему: відомо, що брус, поперечним перерізом є прямокутник, має найбільшу міцність тоді, коли перпендикуляри, опущені з вершини цього прямокутника на його діагональ, ділять її на три рівні частини.

У зв'язку з цим виникають така задача практичного характеру:

Визначити найбільші розміри поперечного перерізу бруса найбільшої міцності, який можна випиляти з колоди заданого діаметра

Аналізуючи задачу, учні приходять до висновку, що невідомі розміри можна визначити, коли будуть відомі залежності між сторонами прямокутника, його діагоналями і проекціями сторін на діагональ. Далі, розглядаючи і вивчаючи теорему Піфагора, можна використати багатий історичний матеріал, цікаві задачі, які дають можливість практично 100% засвоєння цієї теореми учнями. Так, наприклад, при вивченні цієї теми можна використати урок – бенефіс на тему "Теорема Піфагора" [2].

Досвід переконує, що озброєння учнів міцними знаннями з усіх предметів, в тому числі і з математики, в сучасних умовах неможливе без використання у навчально-виховному процесі позакласної роботи. Практика показує, що для формування відповідного ставлення до навчання потрібні не випадкові позакласні заходи, а продумана система цієї роботи. Саме при проведенні занять із позакласної роботи з математики відкривається можливість більш широкого, ніж в урочний час, використання задач практичного змісту, проведення математичних обчислень та обчислювальних експериментів практичного характеру. Тут є можливість використання завдань творчого характеру, при розв'язуванні яких учні не тільки закріплюють набуті математичні знання, але й здобувають навички практичного застосування математичних методів до розв'язування прикладних задач – задач практичного змісту.

Література:

1. Пойа Д. Как решать задачу: Пер. с англ. – М.: Учпедгиз, 1959. – 208 с.
2. Мошковська Г.К. Головна теорема геометрії // Нова педагогічна думка. – 1999. – №4. – С. 121–125.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМИ GRAN1

Т.Г. Крамаренко
м. Кривий Ріг, Жовтневий ліцей

Математика є унікальним засобом формування не тільки освітнього, а й розвиваючого та інтелектуального потенціалу особистості. Використання комп'ютера, зокрема програми GRAN1, на уроках алгебри допомагає у вирішенні дидактичних завдань та активізує дію мотиваційних чинників у створенні позитивного ставлення до навчання [1].

Розглянемо приклади застосування GRAN1 при вивченні теми "Розв'язування задач з параметрами".

Параметр має двоїсту природу – з одного боку це фіксоване, але невідоме число, а з другого боку – змінна, оскільки розглядаємо задачу для всіх можливих значень параметра. Це і обумовлює два основні методи розв'язання – аналітичний та графічний, з побудовою графічного образу на координатній площині (x; y) чи на площині (x; a). Графічний метод перетворює процес розв'язування з формально-арифметичного в наочно-геометричний.

Щоб знайти при яких значеннях a рівняння $x^2–2ax+a+1=0$ і $x^2+ax–a–1=0$ мають хоча б один спільний корінь, користуються, як правило, аналітичним методом. З використанням GRAN1 задачу нескладно розв'язати графічно. Для цього будуємо в одній системі координат графічні образи рівнянь, відкладаючи по осі абсцис значення змінної, по осі ординат – значення параметра. Скориставшись послугою "Координати точки", знаходимо ординати точок перетину: –1; 2; ≈ –0,67. При таких значеннях параметра рівняння мають спільний корінь.

Передбачимо, використовуючи GRAN1, кількість розгалужень в процесі розв'язання рівняння $x^4–2ax^2–x+a^2–a=0$ та число розв'язків для кожного значення параметра a. Аналізуючи графічний образ можна встановити, що для $a<–0,25$ коренів нема; для $–0,25<a<0,75$ коренів два, для $a>0,75$ коренів чотири, для $a=–0,25$ – один, для $a=0,75$ – три. Самі ж корені можна знайти лише наближено. Аналітичним методом рівняння розв'язують через параметр.

Для розв'язування нерівності $x^2(x^2-2a)+4a<x^2(4-a)$ традиційно використовують аналітичний метод. Спробуємо здійснити передбачення розв'язків з використанням GRAN1. Перетворюємо нерівність до виду $G(x, y)>0$, будуємо графічний образ рівняння $G(x, y)=0$ і використовуємо послугу "Розв'язати нерівність $G(x, y)>0$".

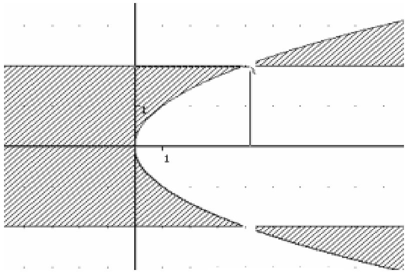


Рис. 1

По осі абсцис відкладаємо значення параметра a, по осі ординат – змінної x. Щоб переконатися, яку саме криву побудовано, додатково будуємо в цій же системі координат графік функції $y=\sqrt{x}$. Криві співпадають (рис. 1). Проводимо прямі, перпендикулярні параметричній осі, записуємо розв'язки нерівності. Якщо $a<0$, $x\in(-2; 2)$; $0\leq a<4$, то $x\in(-2; -\sqrt{a})\cup(\sqrt{a}; 2)$; якщо $a=4$, то нема розв'язків; якщо $a>4$, то $x\in(-\sqrt{a}; -2)\cup(2; \sqrt{a})$.

Ще одна нерівність. При яких значеннях параметра a нерівність $a\cdot 4^x-4\cdot 2^x+3a+1\geq 0$ виконується для всіх x? Будуємо з використанням GRAN1 геометричне місце точок (рис. 2), що задовольняють нерівність. По осі ординат відкладаємо параметр a, знаходимо максимум $a=1$. При $a\geq 1$ нерівність виконується для всіх x.

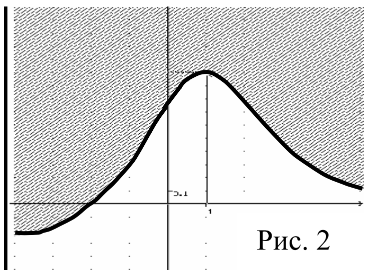


Рис. 2

Щоб розв'язати без використання GRAN1, перетворюють нерівність $a \geq \frac{\ldots}{4^x+3}$. Задача знову звелась до знаходження найбільшого значення функції. Для отримання розв'язків використовують похідну.

Користуючись графічним образом рівняння чи нерівності варто запропонувати дітям самостійно скласти і розв'язати нові задачі. Збільшуючи відрізок, на якому задано функцію, учні можуть відповісти на питання, при яких значеннях параметра остання нерівність не має розв'язків, розв'язки записуються у вигляді одного, двох інтервалів.

Нерівність $\log_{\frac{1}{x}}(a-x)<1$ найкраще розв'язувати графічно з побудовою образу в площині (x, a). Тому картинка, яку виконаємо від руки, буде такою ж, як і з використанням GRAN1.

Досить часто при розв'язуванні методом перерізів для побудови графіків учням доводиться застосовувати похідну. Труднощі в таких задачах можуть виникнути і при обчисленні границь функції. Саме тоді в нагоді стає комп'ютер, який вчить учня правильно використовувати властивості функцій.

Застосування програми GRAN1 розширює клас функцій, графіки яких учні можуть побудувати. Варто звернути увагу на особливості побудови графіків цілої частини функції $y=[f(x)]$ та дробової $y=\{f(x)\}$ в програмі GRAN1. За цілу частину числа x беруть найбільше ціле число, що не перевищує дане. Дробовою частиною числа називається різниця між числом і цілою частиною. В програмі GRAN1 закладено означення з якого слідує, що цілою частиною від'ємного числа є число, яке може бути більшим заданого числа: в програмі [–1,3]=–1 а правильно –2. Тому графіки вказаних функцій до розв'язування задач з параметрами потрібно використовувати обережно.

Таким чином, застосування програми GRAN1 для розв'язування задач з параметрами сприяє передбаченню розв'язків задач, висуванню гіпотез, дає можливість в багатьох випадках отримати кількість розгалужень, сприяє розвитку логічного мислення, пошуку нестандартних підходів при розв'язування задач. Програму можна застосувати до багатьох задач, що традиційно розв'язуються аналітичним методом.

З іншого боку, застосування програми GRAN1 допомагає вирішувати проблему гуманізації освіти: робить задачі з параметрами більш доступними кожному, хто має хоча б елементарні навички у роботі з комп'ютером, дозволяє дитині досягти успіху, навіть якщо вона й не знає деяких теоретичних положень.

Література:

1. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 303 с.

СКІНЧЕННО-РІЗНИЦЕВЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ДВОМІРНОГО РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА Й ФЕНОМЕН КВАНТОВОГО ХАОСУ: НАУКОВІ ТА МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ

І.В. Кукліна
м. Одеса, Одеський державний екологічний університет

Значна частина задач математичної фізики та обчислювальної математики пов'язана з чисельним розв'язанням рівнянь в частинних похідних, які описують різноманітні процеси (класичний та квантовий хаос, дифузійні тощо). При чисельному розв'язанні шуканих рівнянь часто використовуються різницеві схеми [1]. До числа досить складних відноситьтся класс задач, пов'язання з рішенням рівняння Шредінгеру для багаточастинкових систем з різним птенціалами. Дана робота присвячена розробці нових чисельних моделей в теорії квантово-хаотичних систем у магнітному полі. Вперше розроблено новий квантовий підхід до розрахунку енергій й ширин зеєманівських резонансів у спектрі атому водню й воднеподібних систем у статичному магнітному полі та їх статистичних характеристик у режимі хаосу. Метод базується на скінченно-різницевому розв'язанні двомірного рівняння Шредінгера для атому водню у магнітному полі та операторній теорії збурень. Гамільтоніан системи у магнітному полі з магнітною індуцією B має стандартний вигляд:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}(p + \frac{1}{2}\frac{e}{c}[Br])^2 - \frac{e^2}{r}. \qquad (1)$$

Завдяки інваріантності $\hat{H}$ відносно обертання навколо восі, яка проходить через ядро й паралельна полю B, z-компонента орбітального моменту $L_z=hM$ є величиною, що зберігається. У циліндричній системі координат (Oz$\|B$) з врахуванням залежності хвильової функції від куту повороту φ навколо восі z ($\Psi \sim e^{iM\varphi}$), рівняння Шредінгеру має вигляд (в атомних одиницях):

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{M^2}{\rho^2} - 4\gamma^2\rho^2 + \frac{4}{r} + (\frac{E}{R_y} - \gamma M)\right]\Psi(\rho, z) = 0 \qquad (2)$$

Двомірне рівняння (2) не розв'язується аналітично (член кулонівської взаємодії з $r = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$ не дозволяє розділити змінні), тому в роботі розвинуто нову скінченно-різницеву схему його розв’язання. При різницевому розв’язанні нескінчена область замінювалася прямокутною областю: $0<\rho<L_\rho$, $0<z<L_z$ достатньо великих розмірів, в якій будується рівномірна сітка з кроками h_ρ, h_z таким чином, що межі області знаходились на віддалі ½ кроку до найближчої лінії вузлів. На зовнішній межі виконувалась умова: $(\partial\Psi/\partial n)_r = 0$. Похідні по ρ апроксимувалися $(2m+1)$-точковими симетричними різницевими схемами, які отримані шляхом диференціювання інтерполяційної формули Лагранжа. Для другої похідної по z використана трьохточкова симетрична різницева схема. Власні значення гамільтоніана розраховані на підставі методу зворотних ітерацій. Відповідна система неоднорідних рівнянь розв’язується методом Томаса. З метою збільшення точності розрахунку власних значень використано метод Річардсона экстраполяції розв’язок по кроку сітки h. Власні значення для одного й того ж стану апроксимувалися многочленом від h.

Для розрахунку ширин резонансів у магнітному полі узагальнено метод операторної теорії збурень ОТВ (Glushkov-Ivanov, 1992 [5]). Ширина Г резонанса:

$$\Gamma/2 = \text{р}\,|<\text{Щ}_{Eb}|\text{З}\ |\text{Щ}_{Ec}>|^2 \qquad (3)$$

з повним гамільтоніаном (2), Ψ_{Eb}-функції дискретного спектру, Ψ_{Ec}-функції станів континуума. Далі розглянуто застосування нового підходу до розрахунку енергетичних та статистичних властивостей спектру резонансів в атомі водню у магнітному полі й з’ясування особливостей та механізму стохастизації у системі. Крім мети апробації нового методу взагалі, ми виконали розрахунки з метою відтворити та докладно пояснити результати експериментів Клеппнера та співр. (Масачусетський технологічний інститут), в яких спостерігався ефект хаосу в атомі водню у магнітному полі з індукцією 6Тл (див. [2–4]). Ми проводили розрахунок енергій та ширин резонансів в атомі водню для декількох інтервалів значень індукції магнітного поля, у тому числі, значення, яке використано в експерименті Клеппнера та співр. Аналізувалися повністю збіжні серії резонансів в інтервалах енергії: $[(n–0.5)\gamma$, $(n–0.3\gamma]$ для n=1, 2, 3, 4.

Рідбергівські серії резонансів збігаються до границі іонізації Ландау: $E_{ion}(n_\rho)=(n_\rho+1/2)\ \gamma$. Густина станів для кожного каналу Ландау, згідно з нашими аналізом, складала ~35 резонансів на см$^{-1}$, що погоджується з експериментальними значеннями ~30 резонансов на см$^{-1}$, а також даними, які отримані на підставі оцінок в межах моделі комплексних координат (МКК; Delande-Dupret, 1995) та адіабатичному наближенні ОТВ (АОТВ: Ambrosov-Glushkov, 1998): ~40 резонансов на см$^{-1}$. Середня ширина резонансу, згідно з нашим розрахунком, складає 0.005 см$^{-1}$, що також погоджується з експериментальними даними Клеппнера та співр.: 0.004–0.006 см$^{-1}$ й оцінками в моделях МКК й АОТВ: 0.006–0.007 см$^{-1}$. З фізичної точки зору, наявність у спектрі атому водню у магнітному полі багаточислених резонансів з малими та аномально малими ширинами пояснюється в межах квантової теорії хаоса. Їх виникнення обумовлено не схованою симетрією або феноменом локалізації, а має місце внаслідок випадкових інтерференційних явищ й флуктуацій, притаманних взагалі хаотичним системам.

В роботі також вперше розроблено новий квантовий підхід до розрахунку структури й статистичних властивостей енергетичних спектрів некулонових (багатоелектронних) атомних систем у статичному магнітному полі у регулярній й хаотичній областях, який базується на скінченно-різницевому розв'язанні 2D рівняння Шредінгера з некулоновим потенціалом для багатоелектронної атомної системи і ОТВ (2D-ОТВ). Крім того, додатково вперше чисельно реалізовані адіабатичні моделі розрахунку структури рівнів Н-подібних й некулонових атомних систем у полі, які є ефективними лише у граничному випадку (в інших випадках точність не є достатньою, тому більшість розрахунків проведено методом 2D-ОТВ). У випадку багатоелектронної системи рівняння Шредінгера для одноелектронних функцій записуються (у хартрі-фоківському наближенні) у вигляді:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial\rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\frac{M^2}{\rho^2}-4\gamma^2\rho^2+\frac{4}{r}+V_c(r)+(\frac{E}{R_y}-\gamma M)\right]\Psi(\rho,z)=0 \quad (4)$$

де $V_c(r)$ – потенціал, який додано до кулонівського й описує самопогоджене поле, в якому рухається електрон. В якості потенціалу V_c використовувався потенціал Гріну. Для розв'язання рівняння (4) використана скінченно-різницева схема.

Інтегрування по куту φ у виразах для кулонівського, кореляційного та обмінного потенціалів приводить до інтегралів у координатах (ρ, z), які містять еліптичні К и Е (розраховані шляхом чисельного інтегрування по вузлам сітки). Вперше в теорії схема розрахунку включала обмінно-кореляційні потенціали для вурахування міжелектронних кореляцій, які є важливими у випадках малих та проміжних значень магнітного поля). Слід відзначити, що до теперішнього часу надійні дані по енергетичним характеристикам атомних систем у магнітному полі практично відсутні. Отримані результати є дуже важливими, але їх точність з-за неврахування кореляцій й ряда інших факторів не може вважатися достатньо високою. На підставі нової чисельної моделі ми виконали докладні розрахунки структури енергетичних рівнів нейтральних та одноразово іонізованих атомних систем (із зарядом ядра Z=2–10) у статичному магнітному полі в интервалі змінення параметра магнітного поля: $\gamma=B/Bo$=0.01–10000; атомні одиниці). Розрахунки та аналіз структури енергетичних рівнів нейтральных та одноразово іонізованих атомів з Z=2–10 у магнітному полі показали, що залежність енергії рівнів від параметра магнітного поля γ має надто складний характер. Розраховані значення параметра магнітного поля, які відповідають багаточисельним перерізам рівнів (особливо висока їх інтенсивність у інтервалі енергій та значень поля, що відповідають порівняній величині взаємодії електрону з кулонівським та магнітним полем). Зокрема, в таблиці 1 наведені результати наших розрахунків енергій станів та значень параметра магнітного поля, яке відповідає найбільш інтенсивним перерізам енергетичних рівнів (системи: Be-O).

Таблиця 1.

Енергії й параметр магнітного поля, які відповідають точкам перерізів енергетичних рівнів .

Z	γ	Атомний стан (s)	$-E(A)$ (ат.од.)
4	4.62	$\left\|0_N\right\rangle, \left\|1s^2\right\rangle$	15.95827
	4.576	$\left\|1s^2\right\rangle$	15.95922
5	8.402	$\left\|0_N\right\rangle, \left\|1s^2\right\rangle$	28.35029

Z	γ	Атомний стан (s)	$-E(A)$ (ат.од.)
	8.345	$\vert 1s^2\rangle$	28.34844
7	36.880	$\vert 0_N\rangle, \vert 2p_0\rangle$	84.4892
	30.563	$\vert 2p_0\rangle$	79.41924
	17.475	$\vert 2p_0\rangle$	66.80315
	17.411	$\vert 2p_0\rangle, \vert 1s^2 2p_0\rangle$	66.77028
8	64.760	$\vert 0_N\rangle, \vert 2p_0\rangle$	130.88013
	55.810	$\vert 2p_0\rangle$	124.28135
	23.342	$\vert 2p_0\rangle, \vert 1s^2 2p_0\rangle$	94.56914
	24.521	$\vert 1s^2 2p_0\rangle$	94.50018

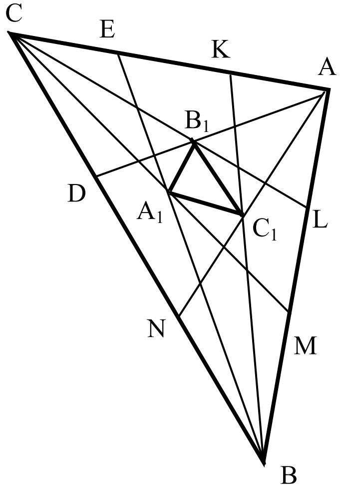
Особливо складна й нерегулярна структура енергетичних рівнів має місце в атомах вуглецю та неона. Для атома Ne у магнітному полі розрахунок показав, що переріз кривих енергії станів $|0_N>$ та $|2p_0>$ має місце при γ=161.315, станів $|2p_0>$ й $|1s^2>$ при γ=41.980. Докладний аналіз структури рівнів атома C у залежності від параметра магнітного поля (S_z=–2) показав, що із зменьшенням γ (із області великих значень B) конфігурація $1s^2 2p_{-1}3d_{-2}4f_{-3}5g_{-4}$ поступається роллю основної конфігурації $1s^2 2s2p_{-1}3d_{-2}4f_{-3}$. Далі домінує конфігурація: $1s^2 2s2p_{-1}3d_{-1}3d_{-2}$. В області змінювання параметра магнітного поля від ~0,4 до ~5 мають місце інтенсивні перерізи енергетичних рівнів. Структура рівнів характеризується надто виразовою нерегулярністю. Таким чином, нами розроблено новий чисельний підхід до розрахунку енергетичних спектрів атомних систем у статичному магнітному полі, їх статистичних характеристик у режимі хаосу, який базується на скінченно-різницевому розв’язанні двомірного рівняння Шредінгера для атому у магнітному полі і ОТВ. Новий чисельний підхід є досить універсальним і може бути застосований для кількісного вивчення регулярної й стохастичної динаміки. феномену квантового хаосу у самих різних системах.

Література

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Устойчивость разностных схем. – М., 1973.
2. Куклина И.В. Стохастическая динамика атомных систем в магнитном поле // Науковий Вісник Ужгородського університету. – 2001. – Vol. 9, N2. – P. 171-174.
3. Glushkov A.V., Fedchouk A.P., Kuklina I.V. Stochastic dynamics of atomic systems in magnetic field. Zeemane effect for Wannier-Mott excitons // Photoelectronics. – 2001. – №10. – P. 100-102.
4. Kuklina I.V. Multielectron systems in a superstrong magnetic field: Density-functional calculations // Proc. International Conf. on Applied Density Functional Theory. – Vienna (Austria). – 2001. – P. 94.
5. Glushkov A.V., Ivanov L.N. DC Strong-Field Stark-Effect: consistent quantum-mechanical approach // J. Phys.B: At. Mol. Opt. Phys. – 1993. – Vol. 26, N 16. – P. L379-L386.

ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА НА ПЯТЬ РАВНЫХ ЧАСТЕЙ

А.Я. Кумченко
г. Днепропетровск, Днепропетровский государственный аграрный университет



Деление отрезка на пять равных частей осуществляется при помощи следующей теоремы:

Если в произвольном треугольнике разделить каждую сторону на три равные части, то точки пересечения лучей, соединяющих третьи части сторон с противолежащими вершинами, окажутся, в свою очередь, вершинами треугольника подобного данному, зеркально-симметричного данному, со сторонами и периметром равными 1/5 *данного.*

$$P_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{5} P_{ABC}$$

[CE] = 1/3 [AC]; [CE] = [EK] = [AK];

$[A_1B_1]$ = 1/5 [AB]

[CD] = 1/3 [BC]; [CD] = [DN] = [NB];

$[B_1C_1]$ = 1/5 [BC]

[BM] = 1/3 [AB]; [BM] = [ML] = [LA].

$[A_1C_1]$ = 1/5 [AC]

Таким образом, в любом треугольнике, кроме медиан есть еще и терцианы.

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ И ПРОБЛЕМЫ АКТИВИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ АБИТУРИЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «ТРИГОНОМЕТРИЯ»

С.Н. Латынин[1], И.В. Латынина[2]
[1] г. Донецк, Донецкий экономико-гуманитарный институт
[2] г. Донецк, Донецкий политехнический техникум

Содержание и методика обучения математике претерпевают закономерный процесс периодического обновления и непрерывного совершенствования. Роль фундаментальных знаний в педагогическом плане была всегда велика, но в полной мере начинает осознаваться в наше время, когда особенно быстро растет объем новых знаний о природе. Только фундаментальное образование способно выработать современное научное мышление, позволяющее успешно решать любые научные и технические проблемы, выдвигаемые практикой. В современных условиях, и в исследовательской лаборатории, и на производстве, лучше ориентируется и оказывается более эффективным работник с высоким уровнем общей подготовки.

При составлении учебного пособия «Тригонометрические неравенства. Практическое руководство для школьников и абитуриентов» авторы исходили: во-первых, из того, что «Тригонометрические неравенства» – это один из разделов тригонометрии, который меньше всего раскрыт в обучающей литературе и, во-вторых, сокращение часов выделяемых на аудиторные занятия заставляет по-новому взглянуть на проблему организации самостоятельной работы учащихся. При написании учебного пособия авторы опирались на психологические и педагогические принципы познавательной деятельности в процессе обучения. Мы исходили из того, что «слияние проблемы содержания и методов обучения с проблемой передачи и формирования способа мышления есть насущная необходимость наших дней». Обучение не должно ограничиваться передачей учащимся определенной суммы знаний, оно должно включать и передачу самого способа мышления. Педагогические и дидактические принципы, принятые за основу, призваны обеспечить реализацию процесса познавательной деятельности при максимальной активности учащихся. Так как выработка оптимального соотношения чувствительного и рационального познания представляет собой сложную задачу, то информация, извлекаемая из данного учебного пособия, переплетается с указаниями методологического характера: как следует подходить к изучению материала того или иного раздела, чтобы добиться оптимальных результатов с минимальной затратой времени. Наша цель не в том, чтобы дать им энциклопедические знания, а в том, чтобы научить учащихся разбираться в огромном потоке информации, анализировать и преломлять ее для своих практических целей.

Теоретический материал учебного пособия изложен в первых двух разделах, он не содержит ничего лишнего и ориентирован исключительно на формирование навыков быстрого решения тригонометрических неравенств. Одна из целей книги – довести последовательность основных действий учащихся при решении неравенств до автоматизма. Работа с пособием предполагает последовательный разбор решений всех неравенств, от простейших до самых сложных. Примечания по тексту должны ориентировать школьников на повторение и восстановление в памяти разобранного ранее теоретического материала (или решенных задач), на контроль правильности их рассуждений. Мы не ставим своей задачей использование творческих способностей школьников, а требуем, чтобы у них были определенные математические навыки, знания и умение их применять.

В книге обучение осуществляется в соответствии с правилами обучения: от простого к сложному; от легкого к трудному; от известного к неизвестному; от знаний к умению, а от него к навыку и т.д. Это касается как теоретического так и практического содержания учебного пособия. Мы предполагали, что учебное пособие будут читать учащиеся с различным уровнем подготовки, поэтому теоретическая часть поделена на два раздела. 1-й раздел полезен для сильных учащихся, уже преуспевших в изучении тригонометрии. Он содержит весь справочный материал, необходимый для быстрого решения тригонометрических неравенств, а также для проверки правильности полученных результатов в задачах. Там приведены общие и частные решения простейших неравенств для различных значений m (например, вида

$\sin x \leq m$ или $\operatorname{tg} x \geq m$), а также свойства и значения обратных тригонометрических функций. 2-й раздел содержит детальные схемы решений неравенств. Предложены два наглядных способа решения тригонометрических неравенств: при помощи единичного круга и при помощи графиков тригонометрических функций. По мере прочтения учебного материала у учащихся с любым уровнем подготовки формируются определенные ассоциации, устойчивые схемы от постановки задачи до способов и методов ее решения, устанавливается связь с уже приобретенными знаниями.

3-й и 4-й разделы учебного пособия содержат большое количество разработанных авторами тригонометрических неравенств и их систем, с наиболее полными решениями, объяснениями и комментариями. Изначально считается, что тригонометрические неравенства не являются «легкими» и решение их всегда вызывают определенные трудности у учащихся. Так, например, в сборнике задач по математике под ред. М.И. Сканави в разделе неравенств они отнесены к самой трудной группе В. На наш взгляд это предубежденное отношение к тригонометрическим неравенствам. В этих разделах мы постарались показать, что решать неравенства не сложнее, чем тригонометрические уравнения. Первоначальные задачи очень простые, здесь мы одновременно восстанавливаем в памяти учащихся навыки обращения с алгебраическими неравенствами и геометрические навыки построения графиков тригонометрических функций, с определением множеств углов на них. Такие задачи, формирующие умения, не должны быть сложными, а доступными для понимания учащимся с различным уровнем подготовки. В задачи вводятся усложнения постепенно, так, чтобы вновь формируемое умение учащихся включалось в уже имеющуюся систему математических умений и навыков.

Учащиеся не только разбирают предложенные в учебнике построения, тождественные преобразования, но постепенно запоминают формулы, схемы и методы решения задач, а также обучаются четкому мышлению, умению рассуждать, сопоставлять и противопоставлять, находить в примерах общее и различное, делать правильные умозаключения. Решение математических задач требует от учащихся применения многочисленных умений: на начальном этапе подготовки - это умение систематизировать и отбирать полезную для задачи информацию; на конечном этапе - объективно оценивать полученные при решении задачи результаты, обобщать и исследовать их особенности. Этому способствуют приведенные в учебном пособии задачи с несколькими способами решения. Умение учащихся выбрать из нескольких способов решения наиболее рациональный и простой развивает гибкость их мышления. Некоторые задачи, решенные несколькими способами, приводят «на первый взгляд» к разным ответам, что требует дополнительного анализа. Анализ решения задачи, проверка решения и достоверности результата должны быть этапом решения любой задачи. Проверять решение можно несколькими способами или их комбинацией: непосредственно подставлять в исходное неравенство; проверять соответствие области допустимых решений; проверять ход решения; если имеем несколько решений, то необходимо проверять содержится ли одно решение в другом (находить их пересечение), дабы исключить повторение. Лучшей проверкой правильности решения есть получение такого же ответа, но уже другим способом. Советы по тексту (в виде замечаний или примечаний) ориентируют решающего на поиск решения, сокращают время решения многих задач предложенных для самостоятельной работы, повышая вероятность отыскания верного и рационального способа решения. Но на этом этапе помощь книги не должна быть чрезмерной. Если книга много будет помогать ученику, на долю последнего останется слишком мало самостоятельной работы по приобретению опыта.

В 4-м разделе рассматриваются тригонометрические неравенства и их системы, решаемые при помощи формул тождественного преобразования. Для овладения методикой решения таких задач учащиеся должны уметь решать алгебраические неравенства и свободно оперировать формулами тождественных преобразований тригонометрических функций. Здесь работает один из общих методов обучения решению математических задач - это метод сведения. Суть его состоит в том, что неравенства подвергаются последовательным преобразованиям, образуя конечную последовательность неравенств эквивалентных данному. Мы приводим их к простейшим тригонометрическим неравенствам, навыки решения которых были приобретены учащимися в предыдущем разделе. Материал этого раздела составлен так, что он позволяет овладеть необходимыми умениями и навыками решения «трудных» задач слабыми ученикам и в значительной степени совершенствоваться более сильным. Особое место среди задач занимают системы тригонометрических неравенств. Здесь нами реализован собственный подход к методике их решения.

В 5-м разделе учебного пособия представлены задачи для самостоятельной работы. Самостоятельное решение задач имеет своей дидактической целью повторение теоретических сведений, закрепление сформированных умений и навыков, систематизацию и уточнение знаний, полученных при изучении темы «Тригонометрические неравенства». Все задачи снабжены ответами и указаниями по теории и методике к их решению. Авторы ожидают, что учащиеся осознано стремятся преодолевать свою математическую ограниченность, поэтому предлагаются разнообразные задачи, не только аналогичные решенным в 3-м и 4-м разделах, так как одной аналогии для обучения решению задач недостаточно. Для глубокого осмысления написанного в учебном пособии необходимо, чтобы у учащихся было сформировано ответственное отношение к приобретению и усвоению знаний, их осмыслению и практическому применению, но это уже задача школы и семьи.

ОСНОВЫ МАТРИЧНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В НОВОЙ СИМВОЛИЧЕСКОЙ ЗАПИСИ

А.Я. Лазаренко, Е.К. Перепичаенко, А.С. Кандауров
г. Славянск, Славянский государственный педагогический институт

Систему линейных уравнений общего вида

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ \mathbf{X}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{aligned} \qquad \mathrm{I}$$

удобно представить в виде штампа или, как будем говорить впредь, в виде развернутой матрицы, как-то:

	x_1	x_{21}
X_1	a_{11}	a_{12}
X_2	a_{21}	a_{22}

$\rightarrow$ **II**

или в более компактной символической форме $X\overset{x}{\boxed{\mathrm{A}}}\rightarrow$

Поскольку любая матрица, в сущности, представляет собой конкретную функцию линейного преобразования, то в символической форме её записи, как и при записи любой другой функции, необходимо указывать зависимые и независимые параметры преобразования. Кроме того, в отличие от обычных аналитических функций, которые, как известно, всегда записываются в строку, в матричном исчислении широко используется запись таблицы коэффициентов как строками, так и столбцами. Так, строчную матрицу **II,** на что указывает горизонтальная стрелка, можно записать столбцами, как-то:

	X_1	X_2
x_1	a_{11}	a_{21}
x_2	a_{12}	a_{22}

$\downarrow$ **III**

или в символической форме $\begin{array}{c} X \\ \boxed{\text{Ат}}\,x \\ \downarrow \end{array}$.

Строчная матрица **II**, как и столбцовая матрица **III**, выражают одно и то же преобразование, представленное системой линейных уравнений **I**. Тем не менее, способ записи матрицы является важнейшей ее особенностью. А потому дополнительная стрелка, указывающая на способ такой записи, является обязательным атрибутом и важнейшим знаком отличия каждой матрицы. При этом, стрелка одновременно указывает на то, что параметр стоящий сбоку ее, является независимой переменной, а параметр, стоящий на продолжении стрелки – функцией данного преобразования.

Определение 1. Если матрица $\boxed{\text{A}}$ преобразует вектор **r** в вектор **u**, а матрица $\boxed{\text{B}}$ тот же вектор **r** преобразует в вектор **v**, то такие матрицы будем называть матрицами одинаковых аргументов. Матрицы одинаковых аргументов можно складывать по схеме:

$$\begin{array}{c} r \\ u\,\boxed{\text{A}} \end{array} + \begin{array}{c} r \\ v\,\boxed{\text{B}} \end{array} = \begin{array}{c} r \\ w\,\boxed{\text{C}} \end{array}$$

где 1) w = u + v

2) $c_{ij} = a_{ij} + в_{ij}$

Примечания:

1) если матрицы $\boxed{\text{A}}$ и $\boxed{\text{B}}$ строчные (столбцовые), то и результирующая матрица $\boxed{\textbf{C}}$ строчная (столбцовая);

2) строчную и столбцовую матрицы складывать нельзя;

3) матрицы разных аргументов складывать нельзя.

Определение 2. Если матрица $\boxed{\text{A}}$ преобразует вектор **r** в вектор **v**, а последний посредством матрицы $\boxed{\text{B}}$, преобразуется в вектор **u**, то матрицы $\boxed{\text{A}}$ и $\boxed{\text{B}}$ будем называть такими, что образуют систему сложно-подчиненного преобразования. Чтобы вектор **u** выразить непосредственно через вектор **r**, над матрицами производят действие, условно называемое произведением матриц, которое в символической форме записывается так:

$$u \overset{v}{\boxed{B}} \cdot v \overset{r}{\boxed{A}} = u \overset{r}{\boxed{C}} \qquad \mathbf{IV}$$

Правила перемножения матриц:

1) перемножению подлежат только те матрицы, которые образуют систему сложноподчиненного преобразования;
2) единственным результатом перемножения матриц является ротация переменных, при которой исключению подлежит тот параметр, который фигурирует в обеих матрицах (в нашем случае исключается параметр **v**);
3) перемножаемые матрицы должны быть строчными, результирующая матрица $\boxed{C}$ будет так же строчной;
4) выбор порядка перемножения $\boxed{A} \cdot \boxed{B}$ или $\boxed{B} . \boxed{A}$ определяется тем, чтобы параметр, подлежащий исключению, в символической записи **IV** занимал внутреннее положение, крайние параметры (в нашем случае **u** и **r**), будут образовывать новую зависимость, определяемую матрицей $\boxed{C}$;
5) элементы результирующей матрицы $\boxed{C}$ вычисляются по формуле $\boldsymbol{c_{ij} = \Sigma \text{в}_{ik} \cdot a_{kj}}$

Перемножать, в принципе, можно и столбцовые матрицы, столбцовую на строчную или строчную на столбцовую, но каждому из этих случаев будут следовать и другие правила формирования элементов результирующей матрицы $\boxed{C}$. Чтобы не вводить многообразия правил перемножения матриц, вызванного различием в способе их записи, и справедливо полагая, что столбцовую матрицу легко сделать строчной, протранспонировав её, здесь, как и во всей математической литературе, изложены правила перемножения только строчных матриц.

Как отмечалось выше, строчная матрица **II** преобразует независимые переменные x_1 и x_2 в зависимые переменные $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ посредством системы линейных уравнений **I**. Однако на практике нередко требуется знать и обратную зависимость, для чего систему **I** рассмотрим как систему линейных уравнений относительно неизвестных x_1 и x_2. Используя формулы Крамера, запишем выражения искомых величин:

$$x_1 = \frac{X_1 A_{11} + X_2 A_{21}}{\Delta}; \qquad x_2 = \frac{X_1 A_{12} + X_2 A_{22}}{\Delta},$$

где Δ – главный определитель системы уравнений **I**, а A_{ij} – алгебраические дополнения соответствующих элементов этого определителя.

Найденные решения удобно записать в виде столбцовой матрицы, как-то:

$$\begin{array}{c|c|c|}
 & x1 & x2 \\
\hline
X_1 & A_{11} & A_{12} \\
\hline
X_2 & A_{21} & A_{22} \\
\hline
\end{array} \cdot \frac{1}{\Delta} \quad \text{или в символической форме} \quad \begin{array}{c} x \\ \boxed{A^{-1}}\,X \\ \downarrow \end{array}.$$

$\downarrow$

Таким образом, если исходная матрица является строчной $\boxed{\mathbf{A}}\rightarrow$, то матрицей обратного преобразования будет столбцовая матрица $\boxed{A^{-1}}$ $\downarrow$ и наоборот, если исходной окажется столбцовая матрица $\boxed{\mathbf{A}}$ $\downarrow$, то обратной будет строчная матрица $\boxed{A^{-1}}\rightarrow$. При этом как в первом, так и во втором случае элементами обратных матриц будут алгебраические дополнения соответствующих элементов определителей исходных матриц, деленные на значение этого определителя.

Изложенный способ нахождения обратной матрицы отличается от традиционного тем, что в нашем случае <u>исключено действие транспонирования</u>, которое обеспечивало лишь тот эффект сомнительной ценности, при котором порядок записи обратной матрицы (строками или столбцами) совпадал с порядком записи исходной матрицы.

На этом основании заключаем, что действие транспонирования, при нахождении обратной матрицы в традиционном варианте, является совершенно не обязательным, а лишь произвольно вспомогательным, но если в силу каких-либо других требований такое транспонирование произведено, то обратную матрицу следует обозначать дополнительным индексом «Т», как-то:

$$\boxed{A_T^{-1}}\ .$$

Прямоугольная система координат безусловно является одной из наиболее удобных систем отсчета. Однако многие задачи линейной алгебры значительно проще решаются в неких косоугольных системах отсчета. Отсюда вытекает одна из основных задач матричного исчисления, это – преобразование векторных координат при переходе от одного базиса к другому.

В ряде случаев связь между двумя системами отсчета задается матрицей преобразования базисных ортов, как-то:

$$\begin{array}{c|c|c|}
 & \mathbf{e}_1^* & \mathbf{e}_2^* \\ \hline
\mathbf{e}_1 & в_{11} & в_{12} \\ \hline
\mathbf{e}_2 & в_{21} & в_{22} \\ \hline
\end{array} \rightarrow \text{ или в символической форме } \mathrm{e}\overset{\mathrm{e}^*}{\boxed{\mathbf{B}}}\rightarrow$$

Пусть вектор **R** в базисе ($\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$) задан матрицей своих координат

$$\begin{array}{c|c|c|}
 & \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 \\ \hline
\overline{\mathbf{R}} & X_1 & X_2 \\ \hline
\end{array} \rightarrow \text{ или сокращенно } \mathrm{R}\overset{\mathrm{e}}{\boxed{\mathrm{X}}}\rightarrow .$$

Как видим, матрицы $\mathrm{R}\overset{\mathrm{e}}{\boxed{\mathrm{X}}}\rightarrow$ и $\mathrm{e}\overset{\mathrm{e}^*}{\boxed{\mathrm{B}}}\rightarrow$ образуют систему сложноподчиненного преобразования, и чтобы вектор **R** выразить в базисе ($\mathbf{e_1}^*$, $\mathbf{e_2}^*$), достаточно исходные матрицы перемножить:

$$\mathbf{R}\overset{\mathbf{e}}{\boxed{\mathbf{X}}}\cdot\mathbf{e}\overset{\mathbf{e^*}}{\boxed{\boldsymbol{B}}} = \mathbf{R}\overset{\mathbf{e^*}}{\boxed{X^*}}$$

или в развернутом виде:

$$\begin{array}{c|c|c|}
 & e_1 & e_2 \\ \hline
R & X_1 & X_2 \\ \hline
\end{array}
\cdot
\begin{array}{c|c|c|}
 & e_1^* & e_2^* \\ \hline
e_1 & в_{11} & в_{21} \\ \hline
e_2 & в_{12} & в_{22} \\ \hline
\end{array}
=
\begin{array}{c|c|c|}
 & e_1^* & e_1^* \\ \hline
R & X_1^* & X_2^* \\ \hline
\end{array}$$

где $X_1^* = X_1 в_{11} + X_2 в_{21}$; $X_2^* = X_1 в_{12} + X_2 в_{22}$;

Последние значения удобно записать в виде столбцовой матрицы, как-то:

	X_1^*	X_2^*
X_1	$в_{11}$	$в_{12}$
X_2	$в_{21}$	$в_{22}$

$\downarrow$ или в символической форме $\begin{array}{cc} X^* & \\ \boxed{\mathbf{B}} & X \\ \downarrow & \end{array}$

Таким образом, если задано $\begin{array}{ccc} & e^* & \\ e & \boxed{B} & \rightarrow \end{array}$, то искомое преобразование координат определяется матрицей $\begin{array}{cc} X^* & \\ \boxed{\mathbf{B}} & X \\ \downarrow & \end{array}$.

Аналогичным образом находятся матрицы преобразования векторных координат и в случае других способов задания матриц преобразования базисных ортов. Результаты выводов приведены в сводной таблице.

Преобразование векторных координат при переходе от одной системы отсчета к другой, логически приводит к другой важной задаче, связанной с нахождением матрицы преобразования одного вектора в другой при замене координатного базиса. Пусть в базисе ($\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$) задано преобразование вектора $\mathbf{r}$ $[x_1\ x_2]$ в вектор $\mathbf{R}$ $[X_1\ X_2]$ в виде матрицы

$$\begin{array}{ccc} & x & \\ X & \boxed{A} & \rightarrow \end{array} \qquad \text{где } \boxed{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Требуется найти матрицу преобразования этих векторов в новом базисе ($\mathbf{e}_1^*$, $\mathbf{e}_2^*$), то есть, найти матрицу преобразования

$$\begin{array}{ccc} & x^* & \\ X^* & \boxed{A^*} & \rightarrow \end{array}.$$

Решение задачи сводится к тому, чтобы векторные координаты $[x_1\ x_2]$ и $[X_1\ X_2]$ были представлены своими значениями в новом базисе ($\mathbf{e}_1^*$,$\mathbf{e}_2^*$), что достигается, как известно, путем перемножения соответствующих матриц. Следовательно, искомую матрицу $\boxed{A^*}$ можно получить в результате следующих действий над матрицей:

$$ {}_{X^*}\overset{X}{\boxed{?}} \cdot {}_{X}\overset{x}{\boxed{\mathrm{A}}} \cdot {}_{x}\overset{x^*}{\boxed{?}} = {}_{X^*}\overset{x^*}{\boxed{\mathrm{A}^*}} $$

где неизвестные матрицы ${}_{X^*}\overset{X}{\boxed{?}}$ и ${}_{x}\overset{x^*}{\boxed{?}}$ будут определяться из дополнительных условий, связывающих базисные орты рассматриваемых систем отсчета.

Если, к примеру, задана матрица ${}_{\mathrm{e}}\overset{\mathrm{e}^*}{\boxed{\mathrm{B}}}\rightarrow$ то, как уже известно:

1) $\underset{\downarrow}{\overset{X^*}{\boxed{B}}}\ {}_{X}$. Но поскольку эта матрица будет задействована в перемножении, мы обязаны записать её строками, как-то: ${}_{X^*}\overset{x}{\boxed{\mathrm{B}_{\mathrm{т}}}}\rightarrow$.

2) $\underset{\downarrow}{\overset{x^*}{\boxed{B}}}\ {}_{x}$, откуда ${}_{x}\overset{x^*}{\boxed{\mathrm{B}^{-1}}}\rightarrow$.

Следовательно, искомая матрица преобразования векторов в новом базисе получится в результате перемножения следующих матриц:

$$ \boxed{\mathrm{A}^*} = \boxed{\mathrm{B}_{\mathrm{т}}} \cdot \boxed{\mathrm{A}} \cdot \boxed{\mathrm{B}^{-1}} $$

Аналогичным образом находятся матрицы преобразования векторов в новой системе отсчета и при других способах записи матрицы $\boxed{\mathrm{B}}$, связывающей зависимостью базисные орты двух координатных систем. Результаты выводов приведены в сводной таблице.

Сводная таблица

Матрица перехода от одного базиса к другому	Преобразование векторных координат при замене базиса		Матрица преобразования одного вектора в другой в новом базисе ($\mathbf{e}_1^*\,\mathbf{e}_2^*\,\mathbf{e}_3^*$)
	прямое	обратное	$X^*\overset{x^*}{\boxed{A^*}} = X^*\overset{X}{\boxed{?}}\cdot X\overset{x}{\boxed{A}}\cdot$
1	2	3	4
$\mathbf{e}\overset{\mathbf{e}^*}{\boxed{\mathbf{B}}}\rightarrow$	$\underset{\downarrow}{\overset{X^*}{\boxed{\mathbf{B}}}}\,X$	$X\overset{X^*}{\boxed{B^{-1}}}\rightarrow$	$\boxed{A^*} = \boxed{B_T}\cdot\boxed{A}\cdot\boxed{B^{-1}}$
$\mathbf{e}^*\overset{\mathbf{e}}{\boxed{\mathbf{B}}}\rightarrow$	$\underset{\downarrow}{\overset{X}{\boxed{\mathbf{B}}}}\,X^*$	$X^*\overset{X}{\boxed{B^{-1}}}\rightarrow$	$\boxed{A^*} = \boxed{B^{-1}}\cdot\boxed{A}\cdot\boxed{B_T}$
$\underset{\downarrow}{\overset{\mathbf{e}}{\boxed{\mathbf{B}}}}\,\mathbf{e}^*$	$X^*\overset{X}{\boxed{B}}\rightarrow$	$\underset{\downarrow}{\overset{X}{\boxed{B^{-1}}}}\,X^*$	$\boxed{A^*} = \boxed{B}\cdot\boxed{A}\cdot\boxed{B_T^{-1}}$
$\underset{\downarrow}{\overset{\mathbf{e}^*}{\boxed{\mathbf{B}}}}\,\mathbf{e}$	$X\overset{X^*}{\boxed{\mathbf{B}}}\rightarrow$	$\underset{\downarrow}{\overset{X^*}{\boxed{B^{-1}}}}\,X$	$\boxed{A^*} = \boxed{B_T^{-1}}\cdot\boxed{A}\cdot\boxed{B}$

Т.о. символическая запись матрицы, предусматривающая обязательное обозначение зависимых и независимых параметров линейного преобразования, а также стрелку, указывающую на способ ее записи строками или столбцами, сохраняет математическую строгость и обеспечивает убедительную доказательность при изложении вузовского курса теории матричного исчисления.

КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИМИ РІВНЯННЯМИ

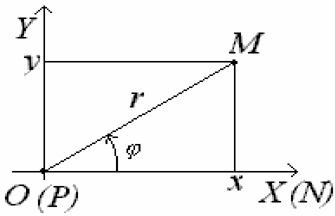
Д.М. Лила
м. Черкаси, Черкаський державний університет
ім. Б. Хмельницького

Можливість постійного поповнення знань з основ різних наук з'являється тільки після розуміння учнями та студентами стилю формування наукового світогляду через діалектичний зв'язок математики з реальною дійсністю та уявлення про математичне моделювання. Уміння будувати і досліджувати моделі (системне моделювання), а не тільки розв'язувати їх як окремі математичні задачі, – такий орієнтир у навчанні математики сьогодні.

Аналіз практики розв'язування задач, сформульованих природною мовою, які зводяться до побудови їх математичних моделей за допомогою диференціальних рівнянь, засвідчує здебільшого невміння як учнем, так і студентом подати диференціальне рівняння певного типу саме в якості моделі реальної задачі – фізичної, геометричної, економічної тощо. Що стосується диференціальних рівнянь, то потреба удосконалення механізмів побудови математичних моделей найбільш важливих класів практичних задач постає особливо гостро ще й через те, що тут надзвичайно концентровано проявляються елементи математики змінних величин, співвідношення між якими і описують перебіг реальних процесів у природі. Досвід традиційного викладання диференціальних рівнянь, у тому числі й наш, свідчить, що саме текстові задачі, задля розв'язання яких (у більш широкому розумінні), власне, і розвивається ця теорія, є чи не найважчим для засвоєння матеріалом для учня і студента. Оскільки основні труднощі виникають на етапі формалізації задач (перекладу на мову диференціальних рівнянь), то один із шляхів подолання даної проблеми вбачається в урізноманітненні підходів до розв'язання відомих задач та збагачення прикладної спрямованості звичайних диференціальних рівнянь новими елементами.

Для прикладу візьмемо геометричну задачу про знаходження плоскої кривої, заданої в полярних координатах, за її диференціальними властивостями, які, якраз, як показує практика, можуть мати багато виявів.

Нагадаємо спочатку, що положення точки M на площині однозначно може бути вказане не тільки її абсцисою x і ординатою y, а і відстанню r даної точки від деякої фіксованої точки P (полюса) та кутом повороту φ радіус-вектора PM відносно вибраного напряму PN (полярна вісь) (мал. 1). У такій полярній системі



Мал. 1

координат рівняння кривої матиме вигляд $r=r(\varphi)$ або $F(r, \varphi)=0$ (у випадку неявного задання функції). Якщо дана полярна система координат буде узгодженою з декартовою прямокутною системою координат (див. мал.), то матимуть місце такі рівності:

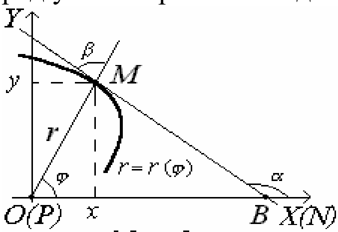
$$x=r(\varphi)\cos\varphi,\ y=r(\varphi)\sin\varphi; \qquad \mathbf{(1)}$$

так що під кутовим коефіцієнтом дотичної (тангенсом кута нахилу) до графіка функції розумітимемо

$$y' = y'_{\varphi}\big/x'_{\varphi} = (r'\sin\varphi + r\cos\varphi)\big/(r'\cos\varphi - r\sin\varphi)\,. \qquad \mathbf{(2)}$$

Будувати систему задач на моделювання диференціальними рівняннями будемо так, щоб вона враховувала наступність та евристику в навчанні, а також відображала два такі положення: **1)** ***задачі, сформульовані в декартовій прямокутній системі координат, мають становити один із класів задач, розв'язуваних у полярній системі координат;*** **2)** ***в полярних координатах можна знайти криву не тільки після переходу від декартових координат, а й безпосередньо, якщо диференціальні властивості шуканої кривої відразу формулюються (проявляються) по відношенню до полярної системи.***

Задача 1. Знайти криві, у яких кут φ між віссю абсцис і радіус-вектором точки дотику дорівнює куту β між його продовженням і дотичною (мал. 2).



Мал. 2

Розв'язання. *Перший спосіб.* Нехай криву задано в декартовій прямокутній системі координат рівнянням $y=y(x)$, а $M(x, y)$ – точка дотику на ній. Радіус-вектор OM

утворює з додатним напрямом осі абсцис кут φ, а дотична до кривої в точці M – кут α. Кут між прямими OM і BM дорівнює β і визначається як $\alpha\text{–}\varphi$ або через кутові коефіцієнти даних прямих за співвідношенням $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\varphi}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\varphi}$.

Оскільки tg $\alpha=y'$, tg $\varphi=y/x$,, то $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{y' - y/x}{1 + y' \cdot y/x} = \dfrac{xy' - y}{x + yy'}$, і згідно з умовою задачі маємо таке диференціальне рівняння для знаходження кривої: $\dfrac{y}{x} = \dfrac{xy' - y}{x + yy'}$ або $y' = \dfrac{2xy}{x^2 - y^2}$. Це однорідне диференціальне рівняння першого порядку (права частина – однорідна як відношення двох однорідних многочленів другого порядку функція нульового виміру). Поділивши чисельник і знаменник на x^2, приходимо до рівняння $y' = \dfrac{2 \cdot y/x}{1 - (y/x)^2}$. Впроваджуючи заміну змінних $\dfrac{y}{x} = u$ та врахувавши, що $y'=(u\cdot x)'=u'x+u$, зводимо дане рівняння до рівняння з відокремлюваними змінними $u'x + u = \dfrac{2u}{1 - u^2}$.

Для інтегрування відокремлюємо змінні та проводимо розкладання підінтегральної функції (раціональний дріб) на елементарні дроби: $\dfrac{1 - u^2}{u(u^2 + 1)} du = \dfrac{dx}{x}$; $\dfrac{1 - u^2}{u(u^2 + 1)} = \dfrac{A}{u} + \dfrac{Bu + C}{u^2 + 1} = \dfrac{A(u^2 + 1) + (Bu + C) \cdot u}{u(u^2 + 1)}$, де A, B, C – невідомі коефіцієнти. З рівності $1-u^2=(A+B)\cdot u^2+Cu+A$ чисельників рівних дробів одержуємо систему рівнянь $\begin{cases} A + B = -1, \\ C = 0, \\ A = 1, \end{cases}$ з якої знаходимо, що $A=1$, $B=-2$, $C=0$..

Отже, інтегруючи, маємо: $\displaystyle\int \frac{du}{u} - \int \frac{2udu}{u^2 + 1} = \int \frac{dx}{x} + \ln|C_1|$,

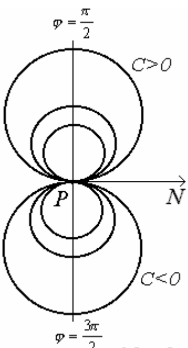
$\ln|u| - \ln(u^2+1) = \ln|C_1 \cdot x|$, $\dfrac{u}{u^2+1} = \dfrac{x}{2C}$ ($\dfrac{1}{2C} = \pm C_1$, $\ln|C_1|$ – стала інтегрування). Повертаючись до початкових змінних, запишемо: $\dfrac{y/x}{(y/x)^2+1} = \dfrac{x}{2C}$ або після спрощень: $x^2+(y-C)^2=C^2$. Таким чином, шуканими кривими є кола з центрами на осі ординат, що дотикаються до початку координат.

Другий спосіб. Нехай полярне рівняння кривої $r=r(\varphi)$, координати точки дотику M – r і φ, дотична BM утворює з полярною віссю кут α (мал. 2).

З трикутника PMB знаходимо, що $\alpha=\varphi+\beta$. Звідси з урахуванням рівності (2)

$$\operatorname{tg}\beta=r/r'. \qquad \textbf{(3)}$$

За умовою $\dfrac{r}{r'} = \operatorname{tg}\varphi$, тобто математичною моделлю задачі є диференціальне рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними. Інтегруючи його ($\dfrac{dr}{r} = \dfrac{d\sin\varphi}{\sin\varphi}$, $\ln|r|=\ln|\sin\varphi|+C_1$), знаходимо загальний розв'язок $r=C\sin\varphi$.



Мал.3

Безпосередньою побудовою (область визначення $\sin\varphi\geq 0$ ($\sin\varphi\leq 0$) для $C>0$ ($C<0$); $r(\pi-\varphi)=r(\varphi)$ – крива симетрична відносно променя $\varphi=\pi/2$) або перетворенням до декартового рівняння ($r=C\sin\varphi$, $r^2=Cr\sin\varphi$, $x^2+y^2=Cy$, $x^2+(y-C/2)=(C/2)^2$) переконуємося, що шукані криві – це кола довільного радіуса з центрами на променях $\varphi=\pi/2$, $\varphi=3\pi/2$, що дотикаються до полюса (мал. 3).

Як бачимо на прикладі цієї задачі, доцільність переходу до полярних координат виправдовується: спрощується диференціальна модель – замість однорідного диференціального рівняння маємо рівняння з відокремлюваними змінними.

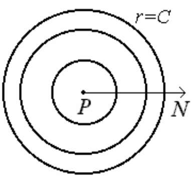
Наступні ж задачі розв'яжемо відразу в полярних координатах, хоча деякі з них допускають розв'язання і в декартовій прямокутній системі координат. Цим намагатимемося продемонструвати можливості диференціальних моделей задач, пов'язаних з дотичними та нормалями до полярних кривих, а також відрізками, що утворюються ними.

Задача 2. Знайти криві, якщо відомо, що їх нормалі співпадають з радіус-вектором точки дотику.

Розв'язання. Оскільки нормаль перпендикулярна до дотичної, то відстань h від полюса до дотичної з одного боку дорівнює r, а з іншого – її можна знайти як $r\sin\left(180^\circ-\beta\right)=r\sin\beta=r\cdot\dfrac{\left|\operatorname{tg}\beta\right|}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\beta}}$ (мал. 2). Враховуючи рівність (3),

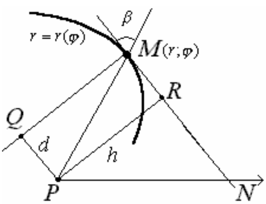
$$h=\frac{r^2}{\sqrt{r^2+r'^2}}. \qquad \textbf{(4)}$$

Таким чином, прирівнюючи два вирази для довжини перпендикуляра, опущеного з полюса на дотичну, маємо таке диференціальне рівняння для відшукання кривих: $r=\dfrac{r^2}{\sqrt{r^2+r'^2}}$ або $r'=0$. Звідси $r=C$ – сім'я концентричних кіл довільного радіуса з центром у полюсі (мал. 4).



Мал. 4

Задача 3. Знайти криві, для яких відстань від полюса до дотичної в довільній точці дорівнює відстані від полюса до нормалі.

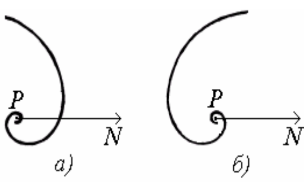


Мал. 5

Розв'язання. З прямокутного трикутника PQM (мал. 5) відстань $d=PQ$ від полюса до нормалі, яка проходить через точку дотику $M(r;\ \varphi)$, знаходимо за теоремою Піфагора як $\sqrt{PM^2-QM^2}$. Беручи до уваги (4), маємо:

$$d=\left|\frac{rr'}{\sqrt{r^2+r'^2}}\right|. \qquad \textbf{(5)}$$

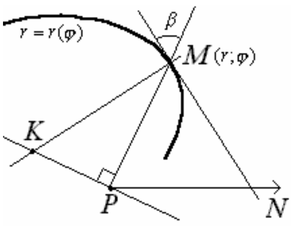
За умовою задачі $h=d$, тобто $\dfrac{r^2}{\sqrt{r^2+r'^2}}=\left|\dfrac{rr'}{\sqrt{r^2+r'^2}}\right|$ або $r'=\pm r$. Відокремлюючи змінні і інтегруючи, знаходимо шукані криві $r=Ce^{\pm\varphi}$, де



Мал. 6

$C>0$. Це логарифмічні спіралі, які, “розкручуючись” (полярний кут φ зростає), віддаляються від полюса, якщо взяти знак плюс (мал. 6а), і сходяться до полюса – в протилежному випадку (мал. 6б).

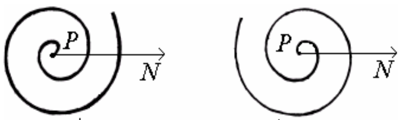
Задача 4. Знайти криві, полярна піднормаль яких є сталою величиною, що дорівнює a.



Мал. 7

Розв’язання. Оскільки полярна піднормаль є проекцією відрізка MK нормалі, що знаходиться між точкою дотику M і прямою, яка проходить через полюс перпендикулярно до радіус-вектора точки M (мал. 7), на цю пряму, то із прямокутного трикутника MPK $PK=PM\cdot\text{ctg}\,\beta$, або згідно з (3)

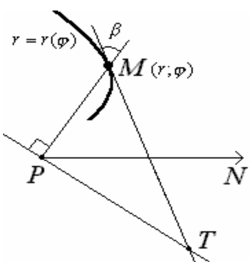
$$PK=r'. \qquad \textbf{(6)}$$



а) a>0, C=0 б) a<0, C=0
Мал. 8

Таким чином, диференціальне рівняння, яким моделюється задача, має вигляд $r'=a$ або $\dfrac{dr}{d\varphi}=a$, звідки $dr=ad\varphi$, а $r=a\varphi+C$ (спіралі Архімеда, мал. 8).

Задача 5. Знайти криву, полярна піддотична якої є сталою величиною, що дорівнює a.



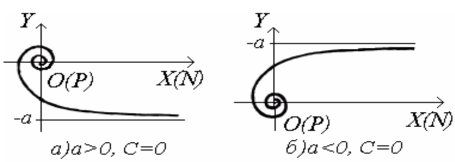
Мал. 9

Розв’язання. Піддотична означається аналогічно до піднормалі: це проекція відрізка дотичної TM на пряму TP (мал. 9).

З прямокутного трикутника MPT піддотична TP визначається як $PM\cdot\text{tg}\,\angle PMT$ або, використовуючи (3),

$$TP=r^2/r'. \qquad \textbf{(7)}$$

Отже, $\dfrac{r^2}{r'}=a$, $\dfrac{dr}{r^2}=\dfrac{1}{a}d\varphi$, $\dfrac{1}{r}=-\dfrac{\varphi}{a}+\dfrac{C}{a}$; $r=\dfrac{a}{C-\varphi}$ – загальне рівняння шуканих інтегральних кривих (гіперболічні спіралі, мал. 10).



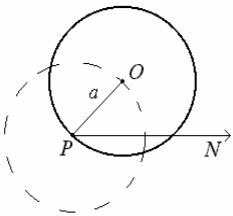
а)a>0, C=0 б)a<0, C=0
Мал. 10

Задача 6. Знайти криві, довжина відрізка нормалі яких є сталою величиною $2a$.

Розв'язання. Відрізок нормалі – це відрізок MK (мал. 7). З прямокутного трикутника MPK його довжину знаходимо як довжину гіпотенузи: $MK=\sqrt{PM^2+PK^2}$, де $PM=r$ – радіус-вектор точки дотику M, PK – полярна піднормаль шуканої кривої. Тому, повертаючись до рівності (6), можна записати, що

$$MK=\sqrt{r^2+r'^2}\,. \qquad \textbf{(8)}$$

Для нашої задачі $\sqrt{r^2+r'^2}=2a$ або $r'=\pm\sqrt{(2a)^2-r^2}$. Це рівняння з відокремлюваними змінними. Відокремлюємо змінні і



Мал. 11

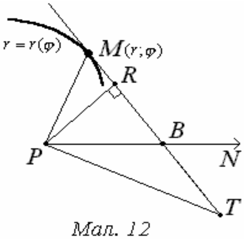
інтегруємо: $\dfrac{dr}{\sqrt{(2a)^2-r^2}}=\pm d\varphi$,

$\arcsin(r/2a)=C\pm\varphi$; остаточне рівняння сім'ї інтегральних кривих набуває вигляду $r=2a\cdot\sin(C\pm\varphi)$. Воно задає кола радіусом a з центром у біжучій точці $O(a;\ \pi/2-C)$ у випадку $+\varphi$ і $O'(a;\ C-\pi/2)$ – у випадку $-\varphi$ (мал. 11).

Задача 7. Знайти криву, для якої площа трикутника, утвореного полярним радіусом точки дотику, полярною віссю і половиною відрізка дотичної (мал. 12), є величиною постійною (дорівнює $0{,}5a$).

Розв'язання. Обчислимо довжину сторони BM трикутника PMB, про який йдеться в умові задачі, як половину відрізка між точкою дотику і прямою, що проходить через полюс перпендикулярно до радіус-вектора точки M. Для цього спочатку обраховуємо довжину відрізка TM дотичної, спираючись на рівність (7):

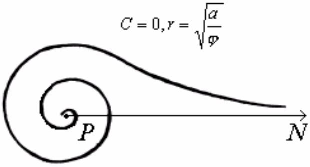
$$TM=\left|\frac{r}{r'}\sqrt{r^2+r'^2}\right|. \qquad \textbf{(9)}$$



Мал. 12

Таким чином, $MB=\dfrac{1}{2}\cdot\left|\dfrac{r}{r'}\sqrt{r^2+r'^2}\right|$, а відповідна висота $PR=\dfrac{r^2}{\sqrt{r^2+r'^2}}$ (див. (4)). Отже, з іншого боку, площу трикутника PMB обчислюємо як половину добутку основи TM на висоту PR і маємо, що $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left|\frac{r}{r'}\sqrt{r^2+r'^2}\right|\cdot\frac{r^2}{\sqrt{r^2+r'^2}}=\frac{a}{2}$ або після спрощень: $\frac{r^3}{r'}=\pm 2a$. Знову для відшукання рівняння кривої одержали диференціальне рівняння, змінні в якому легко відокремлюються: $\frac{dr}{r^3}=\pm\frac{d\varphi}{2a}$.

$\int\frac{dr}{r^3}=\pm\frac{1}{2a}\int d\varphi-\frac{C}{2a}$ (сталу інтегрування беремо у вигляді $-\frac{C}{2a}$ для зручності), і тоді $-\frac{1}{2r^2}=\frac{\pm\varphi-C}{2a}$, звідки $r=\sqrt{\frac{a}{C\pm\varphi}}$ (мал. 13).



Мал. 13

Задача 8. Знайти криві, у яких відрізок, що відтинається будь-якою дотичною на полярній осі, дорівнює полярному радіусу точки дотику.

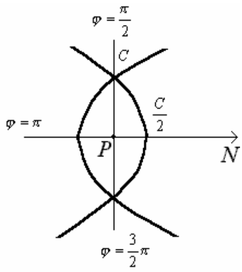
Розв'язання. Довжину відрізка PB полярної осі, який міститься між полюсом і точкою перетину дотичної з полярною віссю, можна знайти з трикутника PMB (мал. 12: $PM=r$, $\angle PMB=\beta$, $\angle BPM=\varphi$), наприклад, за теоремою синусів, якщо врахувати рівність (3):

$$PB=\left|\frac{r^2}{r\cos\varphi+r'\sin\varphi}\right|. \qquad \mathbf{(10)}$$

Отже, за умовою задачі матимемо таке диференціальне рівняння: $\left|\frac{r^2}{r\cos\varphi+r'\sin\varphi}\right|=r$ або $r(\cos\varphi\pm1)=-r'\sin\varphi$, звідки після відокремлення змінних: $-\frac{dr}{r}=\frac{\cos\varphi\pm1}{\sin\varphi}d\varphi$. Інтегруючи, одержимо, що $-\int\frac{dr}{r}=-\ln|r|$, а

$$\int\frac{\cos\varphi\pm1}{\sin\varphi}d\varphi=-\int\frac{\cos\varphi\pm1}{1-\cos^2\varphi}d\cos\varphi=$$

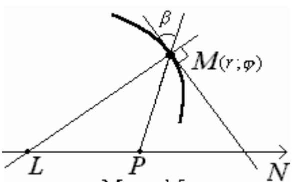
$= \ln\left|\cos\varphi \mp 1\right|$. Якщо сталу інтегрування взяти у формі $\ln\left|\dfrac{1}{C_1}\right|$, то відразу запишемо загальний розв'язок у вигляді $r = \dfrac{C}{1 \pm \cos\varphi}$, де $C=\pm C_1>0$. Таким чином, умову задачі задовольняють параболи, фокуси яких співпадають з полюсом, а вітки спрямовані або ж за напрямом полярної осі (знак "–"), або в протилежному напрямі (знак "+") (мал. 14).



Мал.14

Задача 9. Знайти криві, для яких відрізок, що відтинається будь-якою нормаллю на полярній осі, дорівнює полярному радіусу точки дотику.

Розв'язання. Аналогічними до попередньої задачі міркуваннями знаходимо відрізок LP полярної осі між полюсом і точкою перетину нормалі до кривої $r=r(\varphi)$ з полярною віссю (мал. 15), врахувавши, що $PM=r$, $\angle LMP = 90^\circ - \beta$, $\angle PLM = \varphi + \beta - 90^\circ$:



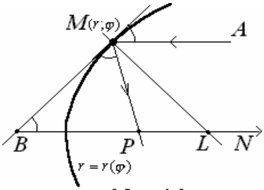
Мал. 15

$$LP = \left|\frac{rr'}{r\sin\varphi - r'\cos\varphi}\right|. \qquad \textbf{(11)}$$

Прирівнявши праву частину рівності (11) до r, одержимо після інтегрування диференціального рівняння такі ж як і у задачі 8 інтегральні криві.

Задача 10. Знайти форму дзеркала, яке збирає всі паралельні промені в одну точку.

Розв'язання. Знайдемо рівняння кривої, яку треба обертати навколо полярної осі, щоб забезпечити потрібну форму дзеркальної поверхні.



Мал. 16

Для цього припустимо, що всі падаючі промені паралельні полярній осі і збираються після відбивання в полюсі полярної системи координат (мал. 16). Якщо BM – дотична до кривої $r=r(\varphi)$ в точці M падіння променя AM, а LM –

нормаль, то згідно закону відбивання $\angle LBM=\angle BMP$. Це означає, що ΔMPB рівнобедрений, $MP=PB$; ми приходимо до задачі 8. Шукана форма дзеркала – параболоїд обертання.

Поширений спосіб розв'язання цієї задачі в декартових координатах приводить через ланцюжок геометричних міркувань лише до однорідного диференціального рівняння.

ОСОБЛИВОСТІ ВПЛИВУ ПРОБЛЕМНИХ СИТУАЦІЙ НА ФОРМУВАННЯ НОВОУТВОРЕНЬ У МІКРО- І МАКРОРОЗВИТКУ МИСЛЕННЯ УЧНІВ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

І.В. Лов'янова, А.В. Шамне
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Розвиваюче навчання математики в школі поряд з розвитком алгоритмічної культури учнів передбачає розвиток у них інтелекту та інтуїції, тобто логічного, критичного мислення, спостережливості, проникливості.

Відомий російський методист С.І. Шорох-Троцький, виступаючи винахідником нового методу – «методу доцільних задач» [4], говорив, що навчання повинно проходити не через засвоєння підручника чи пояснення вчителя, а за допомогою самостійної роботи учня над вишукано підібраними завданнями. С.Л. Рубінштейн, характеризуючи природу розумового процесу, зазначав: «Початковим моментом розумового процесу як правило є проблемна ситуація. Мислити людина починає, коли в неї з'являться потреба щось зрозуміти. Мислення починається з проблеми чи запитання, здивування чи нерозуміння, з протиріччя» [2].

В сучасній освіті серед активних методів навчання, які ефективно сприяють саморозвитку творчих здібностей і психічному розвитку учнів загалом, значне місце належить методам проблемно-розвиваючого навчання, в процесі реалізації яких формування теоретичних знань, практичних умінь і навичок учнів здійснюється шляхом створення на уроці проблемних ситуацій.

Дослідження розвиваючого ефекту проблемних форм навчання тісно пов'язане з вирішенням складних теоретико-методологічних проблем: співвідношення навчання й розвитку, зв'язку законів функціонування і законів розвитку психіки в онтогенезі.

Принцип єдності функціонування і розвитку (положення про органічне включення мікрогенетичних, і загалом генетичних, ефектів в актуальний процес розв'язування мислительних задач) є вихідним пунктом основних концепцій мислення у вітчизняній психології (Брушлинський О.В., 1979; Матюшкін А.М., 1972; Пономарьов Я.А., 1976).

Дослідження характеристик мікро- і макророзвитку мислення (тут і надалі – виділено авторами) поставило питання про особливості і природу новоутворень цих двох форм розвитку психічних мислительних процесів як їх специфічних мікро- і макроефектів. Розуміння новоутворення як своєрідного «продукту» вікового розвитку дитини і критерію його періодизації (Виготський Л.С., 1984) значно поглибилося, в сучасній психології за рахунок надання «статусу» новоутворень частковим, порціональним, мікрогенетичним змінам у межах одного вікового рівня психічної організації.

Змістовне співставлення поглядів, що склалися в психології щодо природи мікро- і макророзвитку мислення, доводить, що значно більше досліджено різницю мікро- і макроновоутворень, ніж їх генетичний зв'язок [1]. Формування новоутворень мікророзвитку мислення (мікро генетичні зміни) пов'язане із засвоєнням окремих розумових дій, операцій і понять і відбувається в межах одного вікового рівня в ситуаціях інтелектуальної активності суб'єкта, в процесі розв'язування задач (проблемних ситуацій) (Гальперін П.Я., 1971; Кабанова-Меллер О.М., 1968; Матюшкін А.М., 1972; Тализіна Н.Ф., 1975).

Новоутворення макророзвитку мислення, тобто істотні, якісні зміни мислення в ході вікового розвитку, які співвідносяться з крупними віковими періодами, знаходять вираження в оволодінні системами знань, у формуванні нових рівнів, нових планів відображення дійсності і супроводжуються глибокою перебудовою особистостей учня в цілому (зміна пізнавальних мотивів, усвідомлення власних можливостей, оволодіння засобами організації навчальної діяльності (Гальперін П.Я., 1971; Давидов В.В., 1990; Кабанова-Меллер О.М., 1968; Менчинька Н.О., 1977, Принцип розвитку у психології, 1978). Детермінація вікових змін інтелекту передбачає урахування динаміки соціальних факторів життєдіяльності дитини, фізіологічне дозрівання її організму (особливо нервової системи). В психології виділено, наприклад, такі вікові новоутворення розумового розвитку молодших школярів, як внутрішній план дій (Божович Л.І., 1968, 1995; Матвєєва М.К., 1987), теоретичне мислення (Божович Л.І., 1995; Давидов В.В., 1990, Давидов В.В., Маркова А.К., 1978; Запорожець О.В., 1986), мислення в поняттях (Дубровіна І.В., 1991), аналіз, планування, рефлексія (Авєрін В.А., 1998; Давидов В.В., 1990); підліткового віку – управління власною когнітивною поведінкою (Давидов В.В., Маркова А.К., 1978), юнацького віку – розвиток абстрактного й логічного мислення (Ельконін Д.Б., Коссаковський А., 1979), тощо.

Слід підкреслити, що виділення мікрогенетичного аспекту розумового розвитку значною мірою обумовлене саме інтенсифікацією психолого-педагогічних розробок у контексті проблеми «навчання і розвиток», а саме: як зробити засвоєння окремих розумових дій, понять і т. ін. (мікрогенетичні зміни) умовою формування передумов, «паростків» більш крупних, вікових, макрогенетичних змін інтелекту. Обмеженість, з цієї точки зору, методу мікро генетичного аналізу новоутворень актуального мислительного процесу призводить до висновку, що тільки в плані розумової природи глобальних механізмів розвиненого інтелекту (механізм породжуючої взаємодії суб'єктно-особистісного й інтелектуального рівнів, механізм розширення когнітивного забезпечення життєдіяльності людини) можна сформулювати конкретні вимоги до процедури аналізу новоутворень мікророзвитку мислення саме як «паростків» і передумов якісних макрозмін інтелекту і задати основні параметри розгляду та формування генетичних новоутворень актуального функціонування мислення (процесу розв'язування задач) з точки зору їх макрогенетичних можливостей [1].

Ці основні параметри були розглянуті нами стосовно аналізу макрогенетичного розвиваючого ефекту проблемних ситуацій у навчанні математики, в процесі розв'язування яких:

а) формується відповідна типу проблемної ситуації і рівню вікового розвитку учня ієрархічна структура регуляції, яка складається з суб'єктно-особистісного і відображувально-пізнавального рівнів;

б) виявляються і складаються суб'єктно-особистісні новоутворення (пізнавальні потреби, нові цілі, суб'єктні установки), які детермінують подальші якісні зміни гностичного рівня;

в) крім певного функціонального результату (знання, дії) формуються побічні продукти мислительної діяльності (не завжди усвідомлювані учнем і незаплановані вчителем її результати), які в концепції «побічного продукту» Я.А. Пономарьова виступають як фактори творчості.

Пошукове дослідження макрогенетичного ефекту розв'язування учнями проблемних ситуацій шкільного програмного курсу з математики дозволяє поставити питання про роль і специфіку методів проблемного навчання як таких, що сприяють формуванню в учнів передумов глобальних механізмів розвиненого інтелекту, його майбутніх можливостей.

Проблемне навчання, розглянуте крізь призму проблеми ефективного включення результатів мікророзвитку мислення, що відбувається в процесі розв'язування учнем проблемних задач і ситуацій у макрогенетичні зміни інтелекту, потребує, в першу чергу, удосконалення методичного апарату і подальшого використання вчителем виважених прийомів організації розумової діяльності. Якщо розвиткоі логічного мислення школярів сприяє, перш за все, сама специфіка математики, то у розвитку їхніх розумових здібностей особливого значення набуває методика викладаня. Саме педагогіка математики утверджує принципи і методи створення оптимальних умов, які б дали змогу конкретній особистості з її індивідуальним досвідом і неповторним шляхом розвитку максимально реалізувати свій суб'єктивний потенціал у педагогічному діалозі.

Перелічимо деякі методичні прийоми створення проблемних ситуацій вчителем, використання яких сприяє проаналізованим нами вище мікро- і макрогенетичним змінам у розвитку мислення школяра. Як відомо, вчителі на уроках задають багато запитань учням. Таким чином, вони переслідують декілька цілей: активізують увагу учнів усього класу, з'ясовують знання учбових тем, підказують вірний хід розв'язання задачі, уточнюють відповіді учнів. Однак, найчастіше запитання вчителя потребують від учнів не роздумів, а знання формулювань. На прикладі вивчення теми «Абсолютна величина і напрямок вектора» на етапі закріплення доцільним є традиційне питання: «Які напівпрямі називаються однаково напрямленими? Сформулюйте й доведіть теорему про однаково направлені напівпрямі» замінити проблемними, відповідь на які учні не знайдуть в готовому вигляді у підручнику, наприклад: «Для чого ми згадали напівпрямі в темі вектори?» Очікувана відповідь породжує нове запитання: «Чому не можливо визначити направленість векторів через паралельне перенесення?» Відповідь на це запитання потребує серйозних розмірковувань, а отже, поглиблюються знання учнів з теми і створюються умови для якісних змін у розвитку мислення.

Виходячи з індивідуальних особливостей учнів, темпу оволодіння ними учбового матеріалу, проблеми перед учнями слід ставити доступі, посильні, цікаві, природні; у процесі викладення матеріалу на уроці пов'язувати нове й уже відоме, постійну увагу приділяти спостереженню, експерименту, узагальненню, створенню атмосфери творчого пошуку.

Наведемо приклад створення проблемної ситуації під час вивчення теми «Первісна» в 11-му класі як <u>перехідного моменту від актуалізації знань до вивчення нового</u> матеріалу. По-перше, слід запропонувати учням знайти похідні функцій $y = \frac{x^3}{3}$, $y = \frac{x^3}{3}$+7, $y = \frac{x^3}{3}$-15. Знаходження похідної $\mathbf{y'=x^2}$(однакової до всіх запропонованих прикладів) приводить до запитання: Яка з трьох функцій є первісною для $\mathbf{y=x^2}$? Виникає проблемна ситуація, розв'язання якої формулюється в основній властивості первісної.

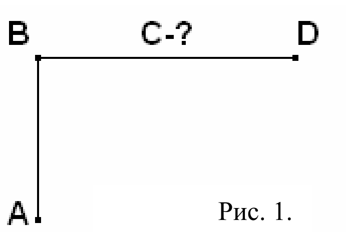


Рис. 1.

Проблемні ситуації, висунення й доведення гіпотез доцільно практикувати також на етапах застосування знань у вигляді задач практичного змісту. Так, під час вивчення теми «Найбільше й найменше значення функції», формулюємо задачу: З точки А на польовому стані треба дістатися в населений пункт (точка D) (рис. 1). Швидкість руху по зораному полю становить 3 км/год., а по дорозі від В до D – 5 км/год. До якої точки С на шосе треба вийти, щоб витрати часу на дорогу були найменшими, якщо AB=5 км, BD=12 км.

Створенню проблемних ситуацій сприяє й переформулювання традиційних задач або пошук їх раціонального розв'язування. При цьому можуть виникнути різні за складністю проблемні ситуації (за змістом невідомого або за рівнем проблемності) [3].

Ми запропонували приклади створення проблемних ситуацій, що можуть бути використані на деяких етапах уроку математики. Але специфіка математики як навчального предмету дозволяє (і ми вважаємо це доречним) працювати над створенням проблемних ситуацій на кожному з етапів уроку, в залежності від поставленої вчителем дидактичної мети. Методично правильно побудований вчителем процес розв'язування проблемних ситуацій на уроці сприяє виникненню передумов і «паростків» перспективних макрогенетичних змін інтелекту, що мають системний характер, охоплюють різні організації учня як суб'єкта пізнання, різні форми відображення ним дійсності.

Конструктивний вплив систематичного розв'язування учнем проблемних ситуацій значно ширший, ніж окремі зміни у мікророзвитку мислення: удосконаленню підлягає весь психічний світ школяра, що знаходить своє вираження в єдності змін особистісних і гностичних, змістовних і операційних, усвідомлюваних і несвідомих, актуальних і потенційних його характеристик як суб'єкту мислення.

Література:

1. Анцыферова Л.И., Завалишина Д.Н., Рыбалко Е.Ф. Категория развития в психологии // Категории материалистической диалектики в психологии. – М.: Наука, 1988. – С. 22–55.
2. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. 2-е изд. – М., 1946.
3. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие. – М.: Народное образование, 1998.
4. Шорох-Троцкий С.И. Геометрия на задачах: Книга для учителей. – М., 1908.

ПУТИ И МЕТОДЫ ВОСПИТАНИЯ У УЧАЩИХСЯ ИНТЕРЕСА К МАТЕМАТИКЕ

Н.К. Мальгина
г. Кривой Рог, Средняя общеобразовательная школа №102

Решение поставленных перед школой задач гуманизации образования предполагает новое отношение между обучением и воспитанием. Особое значение математики в умственном воспитании и развитии отметил еще в XVIII в. М.В. Ломоносов: «Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит».

Математика сама по себе ум школьника в порядок не приводит. Все зависит от ориентации обучения, способа преподавания. Главная задача обучения математике – учить рассуждать, учить мыслить. А это невозможно без всемерного развития у учащихся познавательного интереса как к изучаемому материалу в частности так и к изучению математики в целом.

Интерес – один из инструментов, побуждающий учащихся к более глубокому познанию предмета, развивающий их способности. Для воспитания и развития интереса к предмету учитель располагает двумя возможностями: работает на уроке и внеклассной работой. Главной из них является работа на уроке, ведь на уроке присутствуют все ученики класса.

Первое, с чего начинаю работу в классе в новом учебном году – это беседы: «Путешествие в страну Математика», «Математика вокруг нас», «Математика за страницами учебника», «Как появилась алгебра», «Из истории геометрии», «Математика и романтика», «Без математики ни шагу». Рассказываю о значении математики, о математике вокруг нас, о замечательных людях, посвятивших свою жизнь математике, о связи математики с другими науками. Привожу примеры применения математики в повседневной жизни, чтобы убедить учащихся, что математика является тем инструментом, без которого в настоящее время невозможно развитие науки, производства, общества. Для проведения этих бесед привлекаю учеников, которые интересуются математикой, могут написать реферат и выступить с ним.

Очень важны беседы о том, чему и как нужно учиться в математике. Целью этих бесед является воспитание у учащихся умения учиться, убеждение, что учение – это работа, труд ежедневный, упорный и совсем нелегкий. Великие силы заложены в человеческом уме. Способность математически мыслить присуща каждому человеку, но у одного она может быть большей, у другого – меньшей. Эта способность часто представляет собой дремлющую силу, которую надо уметь разбудить, и тогда она будет творить чудеса. Хотя изучение математики и требует большого, упорного труда, оно приносит так много пользы, столь много радости познания и преодоления трудностей, что никогда не пожалеешь о затраченных усилиях.

Подготовив ученика к учению, можно с уверенностью сказать, что половина дела с воспитанием и привитием интереса к предмету сделана.

Если ученики активно и сознательно участвуют в учебной деятельности, то это порождает у них чувство удовлетворения от занятий, укрепляет веру в себя, открывает простор для творческой инициативы.

Новый материал часто начинаю рассматривать с постановки проблемного вопроса или практического задания. Это позволяет убедить учащихся в необходимости изучения данной темы.

Объяснение темы «Координатная плоскость» начинаю с вопроса: «Укажите примеры из жизни, где положение объекта задано числами». Учащиеся наперебой приводят примеры – место в цирке, на стадионе, положение фигуры на шахматной доске, в игре «морской бой», точка на географической карте и т.д. Надо отметить, с каким желанием каждый предлагает свой пример. После этого формулируется задача или тема. Следует отметить, что при такой пропедевтике восприятие учащимися материала идет намного легче.

В дальнейшем при изучении темы для отработки умений построения точки по ее координатам и определения координат точки на рисунке обязательно провожу практическую работу «Конкурс художников», на которой каждый ученик должен нарисовать фигуры по заданным координатам и записать координаты точек, определяющих другие заданные фигуры. С большим удовольствием выполняют ученики домашнее задание творческого характера: придумать фигуру для изображения на координатной плоскости, изобразить ее и записать координаты точек. Эти авторские работы учеников используются нами при изучении аналитической геометрии в 8 классе, и видна радость и гордость, когда ученики узнают свои работы.

Урок геометрии в 11 классе по теме «Конус» начинаю с демонстрации картины Шишкина «Сосны, освещенные солнцем», после чего задаю вопрос: «Какая связь между картиной и этим телом?», демонстрируя при этом модель конуса. Оказывается, что связь самая непосредственная. На картине изображены сосны, а «конус» в переводе с греческого означает «сосновая шишка». С этой шутки начинается изучение конуса, которое потом проходит вполне серьезно.

На одном из уроков предлагаю ученикам строки из трагедии А.С. Пушкина «Скупой рыцарь»:

Читал я где-то,
Что царь однажды воинам своим
Велел снести земли по горсти в кучу –
И гордый холм возвысился,
И царь мог с высоты с весельем озирать
И дол, покрытый белыми шатрами,
И море, где бежали корабли.

Задаю вопрос: «Какой высоты мог быть такой холм? На сколько километров может увеличиться панорама для наблюдателя, поднявшегося на вершину холма?»

Чтобы научить ученика преодолевать трудности учения, нужно разъяснять цели и задачи изучаемого предмета. Поэтому при изучении темы рассказываю о ее возникновении, развитии, об области ее приложения. Элементы истории математики привлекают внимание учеников, склонных к гуманитарным наукам, придают силы тем, кто по разным причинам отстал от своих одноклассников в занятиях и, не зная, как справиться со сложными заданиями, начал терять надежду на дальнейшее успешное обучение по математике.

При изучении суммы n первых членов арифметической прогрессии рассказываю, как около двухсот лет назад в одной из школ Германии учитель предложил учащимся найти сумму первых 100 натуральных чисел. Все принялись складывать числа, а один ученик почти сразу дал правильный ответ. Имя этого ученика – Карл Гаусс. Впоследствии он стал великим математиком.

Как удалось Гауссу так быстро подсчитать эту сумму? Так начинается поиск ответа: $(1 + 100) \cdot 50 = 5050$. Выяснив, что последовательность 1, 2, …, 100 есть арифметическая прогрессия, выводится формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.

Изучая геометрическую прогрессию, рассказываю легенду о шахматной доске. Разъясняя, насколько велико число зерен награды изобретателю шахмат, использую материал: если 1 $м^3$ пшеницы содержит 15 млн. зерен, то награда занимает объем 12000 $км^3$. Какой амбар может вместить столько пшеницы? При высоте амбара 4 м, ширине 10 м, длина его должна быть 300 млн. км, т.е. в 2 раза дальше, чем от Земли до Солнца.

Развитию интереса к предмету способствует решение задач занимательного характера. Изучая теорему Пифагора, решаю с учениками такие задачи:

1) На дереве сидели две обезьяны, одна на верхушке, а другая – на высоте 10 локтей от Земли. Вторая обезьяна захотела напиться воды из источника, который находиться на расстоянии 40 локтей от основания дерева. Обезьяна слезла с дерева и преодолела это расстояние. А первая обезьяна спрыгнула с верхушки прямо к источнику, преодолев по прямой такое же расстояние, как и вторая обезьяна. Какова высота дерева?

2) Лестницу длиной 13 футов приставили к стене так, что нижняя ее часть удалена от стены на 5 футов. На сколько опуститься лестница по стене, если ее основание отодвинуть на 7 футов?

При изучении суммы n первых членов геометрической прогрессии использую задачу из «Арифметики» Магницкого: «Некто купил лошадь за 156 рублей. Но покупатель раздумал ее покупать, и возвратил продавцу, сказав, что лошадь не стоит таких денег. Тогда продавец предложил другие условия – купить только подковные гвозди, а лошадь взять в придачу бесплатно, заплатив за первый гвоздь четверть копейки, за второй – полкопейки, за третий – копейку и т.д.

Изучая тему «Многоугольники», решаю с учениками такую задачу: если обтянуть земной шар по экватору проволокой и затем прибавить к ее длине 1 м, то сможет ли между проволокой и землей проскочить мышь?

Чтобы успешно учиться математике, надо обладать общими умениями и качествами: уметь видеть, сравнивать, иметь хорошее воображение, обладать достаточной волей, вниманием, памятью, сообразительностью. Нельзя привить интерес к предмету, не развивая эти качества – например, умение видеть. Каждый математический объект имеет очень много различных свойств. Но при их определении указываются лишь самые существенные свойства, все остальные надо научиться распознавать.

При изучении темы «Делители и кратные» можно разобраться, какими свойствами обладает число 144.

Это натуральное число, составное, четное, делиться на 3 и 6. Это квадрат числа 12. Находим все его 13 делителей. А еще это число делится на сумму своих цифр 144 : (1 + 4 + 4) = 16, а 16 есть произведение цифр: 16 = 1 · 4 · 4. Значит, 144 делится на произведение своих цифр. Если поменять местами первую и последнюю цифры числа 144, получим 441, а это квадрат 21. $12^2 = 144$, а $21^2 = 441$.

Воспитание интереса к математике способствует знакомству учащихся с разными способами доказательства теорем, поиску своих способов доказательства. Так, изучая теорему Пифагора, даю задание вырезать из бумаги три квадрата со сторонами, равными сторонам прямоугольного треугольника и с помощью разрезания убедиться, то площадь наибольшего квадрата равна сумме площадей меньших квадратов. Работа вызывает большой интерес, потому что каждый ученик может найти свой способ доказательства теоремы Пифагора, т.е. совершить математическое открытие.

В развитии познавательного интереса к предмету особое место занимает смотр знаний, например «Геометрический фестиваль».

Игра – спутник человеческой жизни от колыбели до старости. Игры, викторины использую с целью воспитания, обучения и привития любви к математике.

Самое главное, надо стремиться заронить в учениках искру любознательности, которая разгорится затем в пламя увлечения познанием, поисками истины математической или иной. Если это искра попадет на подходящую почву, то ученик станет самостоятельно читать, размышлять, развивать свои способности.

Кем бы ни стал впоследствии ученик, эти увлечения школьных лет не пропадут.

Литература:

1. Ильина В.П. Учить мыслить. – К.: Рад. школа, 1982.
2. Перельман Я.И. Живая математика. Под редакцией и с дополнениями Болтянского В.Г. – М.: Наука, 1978.
3. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. Под редакцией и с дополнениями Болтянского В.Г. – М.: Наука, 1975.
4. Перельман Я.И. Занимательная геометрия. Под редакцией и с дополнениями Кордемского Б.А. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы.
5. Урок математики в школі: Посібник для вчителів. // За редакцією Г.П. Бевза. – К.: Рад. школа, 1977.
6. Черватюк О.Г., Шиманська Г.Д. Елементи цікавої математики на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Рад. школа, 1968.

МИРОВОЗЗРЕНЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ГУМАНИТАРНЫХ ВУЗОВ

Г.Н. Манеров, В.А. Лапоног
г. Донецк, Донецкий институт рынка и социальной политики

1. На смену XX веку, который заслуженно считается «золотым веком» науки и высоких технологий, пришел XXI вместе с целым рядом общечеловеческих глобальных проблем в экологии, социологии, мировой динамике и др. [6], явившихся причиной мировоззренческого вызова, выразившемуся в том, что мировоззрение подавляющего большинства людей планеты уже не соответствует современным достижениям фундаментальных наук в объяснении законов развития окружающего мира. И причинами здесь выступают как гносеологические и онтологические корни предшествующей классической и неклассической, так и успехи постнеклассической науки [5]. Принцип механического детерминизма Декарта-Ньютона, аналитизм, редукционизм, предметный подход к реальности, как методы познания, сложившиеся в период формирования конкретных наук и имевшие своим предметом причинно-следственные связи изучаемых явлений, согласно которым поведение реального мира можно описать некоторой системой дифференциальных уравнений (по Лапласу), лишь была бы возможность каким-либо образом задать начальные условия, методологически исчерпали себя и оказались не готовыми объяснить случайности и неопределенности, то есть, реально существующие атрибуты действительности. Природа, однако, устроена по-другому. Случайность и неопределенность – это принципиальные и неотъемлемые свойства, которые, как раз, и обуславливают её возможность к самоорганизации и саморазвитию [5]. Эти фундаментальные свойства хорошо знали еще в древнем Китае. В одном из трактатов находим такое утверждение: «Человек живёт по законам Земли. Земля живёт по законам Неба. Небо живет по законам Дао. Дао – самоорганизуется». Сегодня, как замечает К. Колин [5], фундаментальная наука решительно вводит в свой методологический арсенал этот давно известный принцип самоорганизации стохасти-

ческих систем, и главное его значение заключается в том, что его развитие и практическое использование кардинальным образом изменяет мировоззрение ученого, саму философию и методологию научного познания. Она открывает нам другой мир, основанный на закономерностях случайности и неопределенности. Фундаментальная наука XXI века не только ищет новую научную парадигму, но и формирует соответствующую методологию научных исследований. Вероятнее всего, в основу новой методологии будут положены три фундаментальных и взаимодополняющих друг друга метода научного познания:

– системный подход, который не только широко применяется в сфере естественных наук, но и находит все большее распространение в гуманитарном секторе познания;
– синергетический подход, связанный с изучением самоорганизующихся систем, и
– информационный подход, открывающий исследователю совершенно новую информационную картину мироздания, качественным образом отличающуюся от той, которая доминировала в науке до настоящего времени.

Синергетическое видение мира предполагает наличие в самих основах мироздания не только материального, но и идеального. При этом, в отличие от классического материалистического представления, идеальное является не только производным материи в виде человеческого разума, а присуще природе, как и материя, безначально и бесконечно.

2. В проекте национальной доктрины образования в России на период до 2025 года в числе основных целей и задач, которые призвана обеспечить система образования, отмечается, что одной из таких задач является «формирование у детей и молодежи целостного миропонимания и современного научного мировоззрения» [5], а в системе высшей школы России изучается специальный курс «Концепции современного естествознания», входящий в состав цикла общих математических и естественнонаучных дисциплин, изучаемых студентами как технических, так и гуманитарных вузов. При этом предполагается, что его изучение позволит им не только ознакомиться с историей науки и важнейшими концепциями современного естествознания, но и сформировать у себя современное научное мировоззрение.

Нет необходимости убеждать кого-либо ни в актуальности такой же доктрины и ее реализации в вузах Украины, ни в том, что эта реализация касается, прежде всего, математики, причем, проводить её в жизнь нужно не «где-то», не «когда-то» и не «кем-то», а теперь, и здесь. Как это осуществить, находясь, как всегда, в условиях жесткого временного прессинга и, особенно, для специальностей гуманитарного профиля, где на изучение математики отводится, в лучшем случае, два семестра с весьма транспарентной сеткой часов?

Чтобы ответить на этот вопрос, посмотрим (в который раз) на ситуацию в системе «школа – вуз».

После известных реформ средней школы «одеяло» математики было подтянуть вверх к вузовской программе с намерением, вроде бы, сгладить болезненный переход от элементарной математики к высшей [3]. И в школьных учебниках появились, и в немалом объеме, разделы векторной алгебры и элементов аналитической геометрии, дифференциальное и интегральное исчисления, дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика [2].

Дело лишь в том, что на основании многолетнего опыта можно с уверенностью сказать: существенного улучшения усвоения математики в вузе не произошло. Более того, многие выпускники, неплохо знавшие математику в школе, в первом же семестре попадают в разряд посредственных, так как увидев и услышав «знакомые» понятия, психологически расслабляются и, не успев «моргнуть глазом», обнаруживают (с помощью преподавателя), что безнадежно отстали. Еще одно негативное проявление реформы выразилось в том, что «оголились ноги» школьной математики в связи с фактическим исключением арифметики, что повлекло за собой ослабление преемственности между нею и математикой, базирующейся на «Началах» Эвклида и опыте многих тысячелетий. Во многом поэтому математическая подготовка школьников имеет тенденцию изменяться от плохой к худшей. Приходится лишь удивляться, что многие студенты не могут вычислить без калькулятора определитель второго порядка, решить линейное уравнение с одним неизвестным или становятся беспомощными при действиях с отрицательными числами. И было бы большой ошибкой полагать, что приведенные факты

– единичны.

Как тут не сослаться на Ю.И. Шемакина [5], считающего, что не только в школе, вузе, но и вообще «... численное увеличение и качественное развитие ЭВМ породили у ряда специалистов некоторых сфер производства и управления ошибочное мнение, что большинство стоящих перед ними проблем будет разрешено по мере активного внедрения вычислительной техники ...»

Есть еще один социальный аспект, являющийся, скорее, следствием недостаточной информированности, но с которым, тем не менее, необходимо считаться.

Связан он с тем, что выбрав не технический вуз, иногда поневоле, и, руководствуясь лишь тем, что в нем математика будет играть второстепенную роль, студент вдруг замечает, что ошибся в своих ожиданиях, что математизация всех научных дисциплин является одним из непреложных законов развития науки и техники [4], и учить её (математику) надо основательно.

Если при этом учесть, что изложение программного материала в вузе ведется, в основном, авторитарно (нет другого выхода!), то в результате «маємо те, що маємо». Математика становится скучной, рутинной, одной из множества дисциплин учебного плана. А, ведь, математика с её доказательными методами установления истины является фундаментом демократии.

И это хорошо было известно в античной Греции [1]. Она является второй ступенью после диалектики, приближающая познание целого через познание его локальных частей [4].

3. Впрочем, все это не освобождает от необходимости решать вышеназванную проблему. Сформулированные методы подхода к познанию природы являются долговременными и должны реализовываться системно в течение всего периода обучения и последующей деятельности специалиста.

В рамках вузовского курса математики, по нашему мнению, существуют две альтернативы:

а) благоприятная, когда можно последовательно осуществлять основные – гносеологические, онтологические и аксиологические принципы познания, но, скорее, не реальная при перманентном сокращении учебного времени, и;

б) вынужденная – когда эти принципы реализуются в усеченном объеме, вызванного тем же временным фактором.

Остановимся более подробно на второй, тем более, что в Донецком институте рынка и социальной политики накоплен определенный опыт её реализации.

К сожалению, косметическая реновация программы не дает приемлемого результата. Уклон в прагматическую сторону в зависимости от специальности также подлежит строгому пересмотру в сторону максимального его сокращения.

Выборочный анализ учебной математической литературы показал, что прикладные, относящиеся лишь к экономике, вопросы занимают 10–15% объема книг. Разумеется, что такую пропорцию в учебном процессе сохранить невозможно, да, видимо, и нет необходимости. Как отмечал Д.С. Лихачёв, постановка вопроса об особом характере средневекового (и античного) мышления вообще не правомерна. Мышление человека во все века было, в целом, тем же. Н.Н. Моисеев также полагал; что один из главных результатов синергетики – установление конечного горизонта прогноза, за которым «... могут оказаться новые возможности ..., новая парадигма; новый тип социальной самоорганизации может прийти с Востока».

Н.Н. Моисеев полагал, что прошло время узких специалистов «академиков по котам, академиков по китам». Математика сама нуждается в приложениях и ее целостность должна быть сохранена, даже если бы пришлось штопать курс «суровыми нитками». Другими словами: всё, что можно опустить, должно быть опущено или перенесено на практические занятия в качестве проблемных примеров и задач. Основные же понятия, методы, положения и теоремы, составляющие теоретическую часть курса, должны быть доказательными и включать в себя органически следующие принципы:

а) Гуманитаризацию и гуманизацию курса как основы формирования нового мировоззрения, принимая во внимание, что история цивилизации неотделима от становления и развития математики, а интерес к античной и восточной культурам – наиболее заметная черта гуманизма.

В работах американского специалиста в области физики высоких энергии Ф. Копры предпринята попытка обосновать наличие параллелей между картиной мира, созданной мыслителями Востока и картиной мира, которая сложилась в современной физике, и на этой основе показать, что восточное видение мира более глубоко и совершенно, чем современная научная картина действительности [1].

б) Аксиологический подход при рассмотрении основных понятий.

Как считал Оскар Уайльд, единственным достойным произведением искусства художника является его прожитая жизнь. Математика живёт, и в этом плане вполне может рассматриваться как произведение искусства, которое нужно изучать, знать и восхищаться. Разве не представляет собой, к примеру, произведение искусства доктрина Пифагора о слиянии противоположностей, которая устанавливает связь между двумя сторонами познания - мифической и рациональной, практической и теоретической, и которая основывается на математическом исследовании музыкальной гаммы? Он открыл, что интервалы между четырьмя фиксированными нотами, по которым настроены первые четыре струны греческой лиры, соответствуют числовой последовательности: 6–8–9–12, где крайние цифры – противоположности; 8 – среднее гармоническое; и 9 – среднее арифметическое – образуют совершенную гармонию [7]. Отсюда немедленно следует не только то, что истина не всегда находится посредине, но и по отношению к жизни общества – гражданский мир или согласие олицетворяет наличие только двух устойчивых средних классов между крестьянством и аристократией, предназначение которых – растворить классовую борьбу в демократии. Другим примером могут служить гладкие кривые, так как по Бёрку – красивое должно быть гладким.

в) Важный гносеологический аспект в преподавании математики – знание и использование семиотики. Математика, являясь составным элементом естествознания и отражающая в своей структуре историю развития науки и общества, как никакая другая дисциплина насыщена терминами, символами, индексами, знаками, которые вводились на разных языках, в разное время многими поколениями людей, но, не входя в общий культурный лексикон, вызывают существенные затруднения при изучении математической литературы начинающими. Этот фактор, тем не менее, может приносить и пользу. Семиотика нужна педагогике [8], так как попутное объяснение генезиса знаков и символов –

еще один путь к установлению органической связи математики с общечеловеческой культурой, а объяснения, почему, скажем, начало координат обозначают буквой «*O*»; ускорение «*a*»; область – «*D*»; дифференциал – «*dy*»; случайное событие – «*A*»; вероятность – «*p*» и др., могут оказаться теми дополнительными «узелками» в памяти слушателей, с помощью которых легче осмыслить форму и содержание изучаемого.

4. Концентрация внимания лишь на основных концептуальных понятиях математики предъявляет к организации практических занятий и самостоятельной работе студентов повышенные требования, связанные, прежде всего, с подготовкой и внедрением в учебный процесс комплексного методического обеспечения курса.

В этом направлении в Донецком институте рынка и социальной политики разработан и опробован «Путеводитель по математике для студентов специальности «Менеджмент организаций»»», представляющий собой методическое пособие, структура которого включает разделы: а) Введение; б) Рабочая программа курса; в) Технические карты проведения практических занятий и самостоятельной работы студентов; г) Примерные тексты текущих семестровых контрольных работ, домашних индивидуальных заданий и образцы их выполнения; д) Перечень экзаменационных вопросов, образцы экзаменационных заданий, варианты их выполнения, оформления, а также шкала оценок в зависимости от объема выполненного задания и полноты ответов.

Техническая карта (fisha tecnica) для каждого практического занятия состоит из перечня вопросов, которые должны быть отработаны, кратких сведений по теории, решения типовых задач и заданий по теме для самостоятельной работы студентов в аудитории под руководством преподавателя и дома.

Опыт показывает, что реализация этих мер позволяет преодолеть психологический барьер страха, которым для многих является математика, повысить к ней интерес, осознать и понять место и роль математики в становлении будущего специалиста и, тем самым, приблизиться к поставленной цели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поликарпов В.С. История науки и техники (учебное пособие). – Ростов-на Дону: Издательство «Феникс», 1998. – 352 с.

2. Шкіль М.І., Слепкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початок аналізу: Проб. підруч. для 10-11 кл. серед. шк. – К.: Зодіак-ЕКО, 1995. – 624 с.

3. Пак В.В. Математическая глиссада или сплайн-курс математики в вузе. Учебное пособие. – Донецк: ДонГТУ, 1998. – 68 с.

4. Кузнецов Б.Г. История философии для физиков и математиков. – Москва: Наука, 1974. – 350 с.

5. Синергетика: человек, общество. – М.: Изд-во РАГС, 2000. – 342 с.

6. Наука и высокие технологии России на рубеже третьего тысячелетия (социально-экономические аспекты развития). Руководители авт. колл. В.Л. Макаров, А.Е. Варшавский. – М.: Наука, 2001. – 636 с.

7. Томсон Дж. Первые философы. – М.: ИИЛ, 1959. – 320 с.

8. Кондратов А.М. Звуки и знаки. – М.: Знание, 1966. – 206 с.

ДО ПИТАННЯ ПРО УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЮ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАНЬ УЧНІВ З ЧИСЛОВОЇ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ

К.І. Маслова
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Вчення про число є одним з основних питань шкільного курсу математики середньої школи. Поняття про число послідовно розширюється і розвивається, змістовно і якісно збагачуючись.

В шкільному курсі математики традиційно предметом вивчення є самі числа, а не введені на даній числовій множині операції та відношення. До того ж учні вивчають змістову числову лінію шкільного курсу математики з досить великими перервами в часі. Все це призводить до того, що школярі не сприймають її в повному обсязі, не розуміють відношень між числовими множинами, а також не вміють переносити властивості однієї множини на іншу, не кажучи вже про об’єкти нечислової природи.

Про це свідчать результати проведеного нами експерименту. З метою перевірки того, як учні застосовують набуті ними раніше вміння та навички в роботі з «числовим» матеріалом, ми провели тестування в 10–11 класах у звичайних умовах класно-урочної системи навчання в Криворізькому обласному ліцеї-інтернаті та школі-гімназії №95 міста Кривого Рогу.

За отриманими даними приблизно 5,7% учнів відносять число «0» до множини натуральних чисел, а числа e, π, $\sqrt{2}$ – тільки до множини ірраціональних чисел і не включають їх у множину дійсних чисел. Біля 8,9% школярів вважають, що число $\frac{10}{2}$ не належить множині натуральних чисел, а $-\frac{9}{3}$ не належить множині цілих чисел. Отже, при вивченні різних чисел мало уваги приділяється різним можливим формам запису одного й того ж числа. Учні більше акцентують увагу на формі запису числа, а не на його змісті і, якщо число записане у вигляді дробу, вважають, що воно вже не може бути натуральним або цілим.

Стосовно співвідношення між множинами 7,3% відповідають вірно, що множина натуральних чисел є підмножиною цілих, але при цьому вважають, що та сама множина натуральних чисел не є підмножиною раціональних, дійсних чисел.

На питання «Чи вірно, що число «1» є першим елементом множини натуральних чисел ?» 16,3% дітей відповідають правильно і в цьому ж завданні, діючи за аналогією, на питання «Чи вірно, що число «0» є першим елементом множини цілих чисел?» теж відповідають позитивно.

На завдання «Вказати, чи мають множини натуральних, цілих, раціональних і дійсних чисел найбільший або найменший елемент, і якщо так, то який саме» 18% учнів відповідають, що у множині цілих чисел існує найменший елемент – число «0», а у множині дійсних чисел існує найбільший елемент, але вказати його не можуть.

Біля 21,9% учнів стверджують, що у множинах натуральних та цілих чисел завжди виконується операція ділення, крім ділення на нуль, а 18,7% вважають, що у множині натуральних чисел завжди виконується дія віднімання.

Це свідчить, по-перше, про те, що учні не досить чітко володіють властивостями множин і операцій на них. А, по-друге, – не розуміють ідею розширення числових множин. Адже ми розширюємо деяку множину з метою виконання на новій множині тієї операції, яка не завжди виконувалася в попередній.

Отже, експеримент довів, що учні сприймають властивості операцій на деякій множині ізольовано, тобто вони не зв'язують отримані раніше відомості про числову множину з тими, що вивчали найближчим часом. Тому засвоєння числової змістової лінії шкільного курсу математики йде формально, немає достатньо глибоких та цілісних знань.

Фундаментальність поняття числа в світі математики робить недопустимим наявність таких упущень в математичній культурі майбутніх спеціалістів. А тому, щоб уникнути зазначених недоліків, доцільно проводити уроки узагальнення та систематизації знань з числової лінії шкільного курсу математики. Особливо доцільно робити це в старших класах, коли учням вже відомі різні числові множини і накопичено достатній досвід у виконанні алгебраїчних операцій на них.

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПОБУДОВ В КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОЇ ШКОЛИ

В.Г. Моторіна
м. Харків, Харківський державний педагогічний університет
ім. Г.С. Сковороди

Геометричні побудови в курсі планіметрії. Розділ геометрії, в якому вивчаються задачі на побудову, називається конструктивною геометрією. Основним поняттям конструктивної геометрії, крім основних понять геометрії, є поняття “побудована геометрична фігура”. Це поняття не має логічного означення.

В задачах на побудову мова йде про побудову геометричної фігури за допомогою даних інструментів креслення. Такими інструментами частіше всього є лінійка і циркуль. Розв’язання задач полягає не стільки в побудові фігури, скільки у вирішенні питання, як це зробити, і відповідним доведенням. Задача вважається розв’язаною, якщо вказано спосіб побудови фігури і доведено, що в результаті вказаних побудов дійсно здобувається фігура з потрібними властивостями.

При розв’язуванні задач на побудову використовуються: загальні аксіоми геометрії, загальні аксіоми конструктивної геометрії і аксіоми інструментів геометричних побудов. Всі задачі на побудову з допомогою циркуля і лінійки зводяться до побудови – точки, відрізку, кола. Для побудови відрізку і кола досить виділити їх визначальні точки. З іншої сторони, побудова фігури, в якій є всі задані властивості (це являється вимогою будь-якої задачі на побудову), також зводиться до побудови визначальних її точок (характеристичних точок цієї фігури). Побудова точки як геометричної фігури, ідентична перетину двох ліній – прямої і прямої, прямої і кола, двох кіл.

Структура задачі на побудову – в ній дані геометричні фігури і умови, пов’язані між собою, вимоги такої задачі можна розподілити на дві частини: а) побудувати нову фігуру, пов’язану з даними фігурами деякими умовами; б) побудувати певним набором інструментів. При цьому в деяких задачах інструменти зазначаються (наприклад, побудова паралельних прямих за допомогою косинця і лінійки), а в задачах, де інструменти не зазначені, припускаються циркуль і лінійки.

До основних задач на побудову в дев'ятирічній школі відносять:

- на даній прямій від даної точки відкласти відрізок даної довжини;
- побудову трикутника за даними сторонами;
- побудову кута, рівного даному;
- побудову бісектриси даного кута;
- поділ відрізка пополам;
- побудову перпендикулярної прямої;
- побудову трикутника за двома сторонами і куту між ними;
- побудову трикутника за стороною і прилеглими кутами;
- побудову прямокутного трикутника за гіпотенузою і катетом;
- побудову прямокутного трикутника за гіпотенузою і прилеглим до неї гострим кутом;
- через дану точку провести пряму паралельну даній прямій;
- поділ відрізку на n-рівних частин;
- побудову відрізка x, пов'язаного з даними відрізками a і b рівністю $x^2=a^2+b^2$;
- побудову відрізка x, пов'язаного з даними відрізками a і b рівністю $x^2=a^2-b^2$;
- поділ дуги кола пополам;
- побудову дотичної до кола в даній точці;
- побудову дотичної до кола з даної точки поза колом;
- поділ відрізка в даному відношенні;
- побудову відрізка, четвертого пропорціонального до трьох даних;
- побудову відрізка x, пов'язаного з даними відрізками a і b рівністю $x^2 = \sqrt{ab}$.

Задачі на побудову діляться на два типи: метричні і позиційні.

Метричні – положення шуканої фігури не залежать від положень даних і може бути вибрано на площині довільно. Прикладом метричної – є задача на побудову трикутника за трьома сторонами. Дані фігури в цій задачі – три відрізки (сторони шуканого трикутника). Положення шуканої фігури (трикутника) не залежить від того, де побудовані відрізки. В метричних задачах визначають форму і розміри шуканих фігур, а не їх положення.

Позиційні задачі – положення шуканої фігури залежить від положення даних. Наприклад. Задачі на побудову дотичної до кола в даній точці. Відрізняти метричні і позиційні задачі учні повинні з перших уроків геометрії.

Розглядаються задачі на побудову в курсі геометрії 7 класу, потім, починаючи з 8 класу, задачі на побудову входять в склад тем, які вивчаються. В діючих підручниках кожна задача на побудову дається відокремлено, не дивлячись на те, що авторами задається продумана послідовність цих задач.

Розв'язуючи задачі на побудову, з перших уроків учням потрібно пояснювати сутність термінів "побудувати точку", "побудувати пряму", "дано точку", "дано пряму". Точка (пряма) вважається побудованою, якщо накреслено її умовне зображення. Вираз "дано точку" – означає, що точка побудована. "Дано фігуру" – означає, що фігура побудована; фігура, яку треба побудувати, називають шуканою. Побудувати фігуру – це значить накреслити її, застосовуючи певні інструменти. Суть цих термінів треба пояснювати послідовно при розв'язуванні задач, але не завчати. Перші задачі на побудову прості і вчителя не надають їм значення, а це приводить до "застою" геометричного мислення, який дуже важко потім ліквідувати. Умови перших задач по геометрії не треба записувати в зошити, треба, щоб учні відразу ж виконували побудови.

Наприклад:

1. Побудувати точку, позначити її буквою. Скільки точок можна побудувати на площині?

2. Побудувати точку і провести через неї пряму. Скільки прямих можна провести через неї? Побудувати через цю точку ще чотири прямих.

Ставлячи такі питання ми поступово привчаємо учнів до розуміння дослідження задач на побудову.

3. Побудувати пряму, яка проходить через три дані точки. Чи завжди дана задача має розв'язання?

При розв'язанні цієї задачі корисно сказати учням, що задачі, в яких треба побудувати точки або лінії, або інші фігури, називаються задачами на побудову.

Задача на побудову не завжди має розв’язання. На задачах такого типу учні фактично і знайомляться з аксіомами конструктивної геометрії (але ми не формулюємо аксіоми для учнів і не даємо їх назви).

Аналіз підручників і посібників з геометрії показав, що автори використовують в основному індуктивний шлях у викладені матеріалу, який відноситься до геометричних побудов. Учні спочатку вивчають конкретні види побудов: відкладання на даному промені від його початку відрізка, рівного даному; побудова кута рівного даному; побудова бісектриси кута; побудова перпендикулярних прямих; побудова середини відрізку; побудова трикутника за трьома елементами. Тільки після цього учні знайомляться з загальною ідеєю геометричної побудови; пропонується схема, по якій розв’язують задачі на побудову циркулем і лінійкою. Ця схема складається з чотирьох частин: аналіз, побудова, доведення, дослідження.

Розкриємо їх зміст

І. Аналіз – це підготовчий етап і в той же час найбільш важливий для розв’язування задач. Метою аналізу є встановлення таких залежностей між елементами шуканої фігури і даними задачі, які дозволяли б побудувати цю фігуру. Аналіз задачі полягає в тому, що припускають її розв’язання і знаходять різні наслідки (або передумови) цього припущення, а потім, в залежності від виду цих наслідків, намагаються знайти шлях відшукання розв’язання поставленої задачі.

При розв’язанні геометричних задач на побудову в склад діяльності “аналіз” входять такі дії:

- розпізнати задачу, її вигляд і предметну область;
- оформити інформацію, яка міститься в задачі так, щоб вона добре сприймалась в цілому (у вигляді схеми, геометричного образу); виділити дане і шукане;
- перевірити вимоги визначеності шуканого об’єкту: знайти число елементів, визначаючих шукане; з’ясувати чи є в умові достатня кількість даних для розв’язання задач; знайти і усунути зайві умови в формулюванні задачі; встановити серед даних мет-

ричні і кутові елементи; вказати елементи (єдиним способом визначити шукану фігуру) шуканої фігури, які дозволяють відразу здійснювати побудову і встановлювати серед них відомі і невідомі;

- переформулювати задачу;
- здійснити вибір адекватного методу розв'язання і відтворити вибраний метод; або ввести додаткові елементи: розгорнути означення всіх понять задачі; виділити характеристики і встановити властивості елементів; включити елементи (дані) в нові зв'язки, використовуючи підведення під компоненти діяльності (із умови і вимоги задачі визначити основні компоненти діяльності, визначити їх природу і вигляд за призначенням (перетворення, аналізу, зведення до заданого зразку; вияснити які із компонентів діяльності являються невідомими, а які відомими; дати характеристику компонентам діяльності по кількості, змісту і взаємозв'язку);
- скласти план побудови.

II. Побудова за наміченим планом.

III. Доведення того, що побудована фігура задовольняє умовам задачі.

IV. Дослідження задачі, тобто вияснення питань про те, чи при будь-яких даних задача має розв'язок, а якщо має, то скільки?

Запропонована схема має згорнутий характер. Її дотримувались ще в Стародавній Греції (IV-III ст. до н.е.).

Зміст загального методу розв'язання задач на побудову за допомогою циркуля і лінійки.

1. Виділити геометричні фігури, які подані в умові задачі, і відношення між ними.
2. Виділити геометричну фігуру, яку необхідно побудувати (шукана фігура).
3. Виділити із умови задачі, якими властивостями повинна володіти шукана фігура.
4. Дати означення шуканої фігури (назвати необхідні і достатні ознаки відповідного поняття).
5. Виділити точки, необхідні і достатні для побудови шуканої

фігури (визначені точки).

6. Перерахувати знання, за допомогою яких можна забезпечити потрібні умовою задачі властивості шуканої фігури.
7. Встановити достатність і недостатність даних умов для побудови шуканої фігури.
8. Встановити, за якими значеннями можуть бути “приховані” ті, які необхідні для побудови шуканої фігури.
9. Вибрати знання, які будуть використані для побудови шуканої фігури і пояснити доцільність такого вибору.
10. Встановити можливість побудови шуканої фігури за даними умовами задачі:

а) чи завжди можлива побудова за даних умовах?

б) чи являється вибраний спосіб розв’язування задач єдиним, чи можливо декілька розв’язань?

в) які із раніше відомих задач на побудову можуть бути використані як проміжні побудови?

г) до якої із раніше вивчених задач на побудову може бути зведена дана задача?

11. Вибрати спосіб побудови кожної з визначених точок шуканої фігури: перетин або двох прямих, або прямої і кола, або двох кіл.
12. Побудувати кожну з визначальних точок шуканої фігури і за ними фігуру в цілому.
13. Довести, що побудована фігура задовольняє умові задачі.

Запропонований прийом включає загальні, базові дії. Природно, що при розв’язанні конкретних задач деякі з цих компонентів будуть опускатись.

Використання загального способу розв’язання задач на побудову дозволяє навчити учнів здійснювати аналіз умови задачі, виявити знання, необхідні для побудови шуканої фігури, вибрати раціональний спосіб побудови кожної визначальної точки фігури і по ним фігури в цілому, доводити правомірність пропонованого шляху розв’язання задач. На прикладі декількох задач вчитель може пояснити учням зміст загального прийому, призначення кожного із компонентів і процедуру використання цього прийому. Потім організувати засвоєння змісту цього прийому у відповідності з принципами діяльності теорії учіння [3, 10].

Оволодіння загальним прийомом розв’язання задач на побудову буде сприяти розумному, свідомому і самостійному знаходженню учнями способу побудови потрібної геометричної фігури.

Короткий запис

1. Якщо дані вигляд і розміщення фігур відносно один одного, то в “Дано” можна записати тільки позначення фігур і з допомогою позначок відносини між ними, а самі фігури зобразити пізніше, коли будуть виконуватися побудови.

Приклад. Дані дві паралельні прямі і точка на одній з них. Побудувати коло, що дотикається цих прямих і проходить через дану точку.

Дано: прямі a і b, точка A.

A – на a

$a \parallel b$

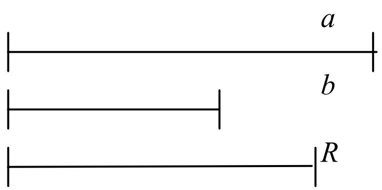
Побудувати: коло O так, щоб:

1. a дотикалась O.
2. b дотикалась O.
3. A знаходилась на O.

2. Якщо дані вигляд і розміри фігур, без урахування їх взаємного розташування, то в “Дано” треба зобразити і позначити фігури.

Приклад. Побудувати трикутники за двома сторонами і радіусу описаного кола.

Дано:



Побудувати: ABC, так, щоб 1) $BC = a$,
2) $AC = b$,
3) A, B, C – на колі (O, R).

Розглядаючи способи розв’язування задач на побудову, як практичні способи, виділяють чотири етапи їх формування: підготовчий, ознайомчий, формуючий і етап удосконалення умінь. Спочатку вчителю необхідно виявити систему умов, на яку повинен спиратися учень для успішного оволодіння практичними уміннями.

Методи розв'язування задач на побудову.

1. Метод базисних трикутників

Сутність методу – використання допоміжного трикутника (його ми назвемо базисним). Доцільно вважати базисними трикутники, які можна побудувати за двома сторонами і кутом між ними, за стороною і двома кутами, за трьома сторонами. Якщо трикутник прямокутний, то його можна побудувати за двома катетами, катетом і гострим кутом, гіпотенузою і гострим кутом, гіпотенузою і катетом

Аналіз побудови дозволяє виділити наступні етапи:

- спочатку треба знайти трикутник, який можна легко побудувати – базисний.
- з'ясувати, що дала побудова базисного трикутника (які з'явились елементи, не зазначені в умові задачі).
- якщо нові елементи такі, що за їх допомогою можна розв'язати задачу, то мету досягнуто.
- якщо цього не відбулося, то можна побудувати ще один допоміжний трикутник, властивості І елементи якого допоможуть закінчити розв'язання.

Задача 1. Побудувати рівнобедрений трикутник ABC ($b=c$) за a, h_B.

Розв'язання. Зробимо аналіз задачі (рис. 1):

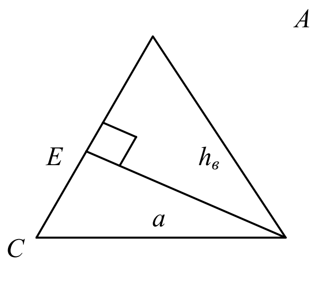


Рис. 1.

Оскільки в прямокутному трикутнику BEC ($\angle BEC$=90^{o}) задано катет $BE = h_в$ і гіпотенуза $BC = a$, то трикутник BEC легко побудувати (тому він і є базисним). Дістанемо кут $ACB=\angle C$, отже, й кут $ABC=\angle B$. Маємо a, B, C, тому можна побудувати трикутник ABC.

Схематично розв'язання задачі можна записати так:

$(a, h_в) \rightarrow \Delta CEB \rightarrow C, (a, B, C) \rightarrow \Delta ABC$

Задача 2. Побудувати рівнобедрений трикутник ABC (b=c) за A; h_c.

Розв'язання. Проведемо аналіз задачі. У трикутнику ABC $CD \perp AB$ (рис. 2).

Прямокутний трикутник ACD можна побудувати за катетом CD і гострим кутом A. Дістанемо сторону AC=AB. Отже, маючи дві сторони і кут між ними, будуємо трикутник ABC.

Рис. 2

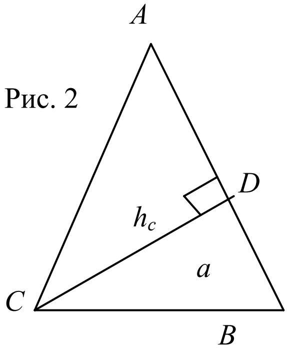
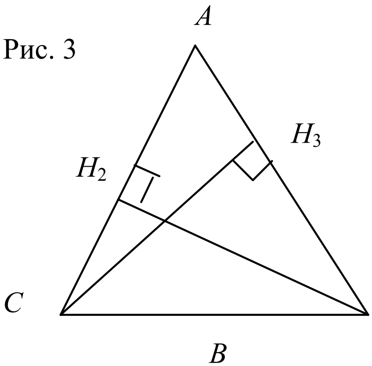


Рис. 3



Схематичний запис розв'язку задачі такий:

1) $(A, h_c) \rightarrow \Delta ACD \rightarrow b$

2) $(b, C, A) \rightarrow \Delta ABC$

Задача 3. Побудувати трикутник ABC за A, $h_в$, h_c.

Розв'язання. Аналіз показує, що трикутник AH_2B – базисний (рис. 3).

Одержуємо сторону AB. Будуючи трикутник ACH_3, дістанемо сторону AC. Маємо AB, AC, $\angle BAC = \angle A$.

Схематично розв'язання можна записати:

1) $(A, h_B) \rightarrow \Delta ABH_2 \rightarrow C$

2) $(A, h_C) \rightarrow \Delta ACH_3 \rightarrow b$

3) $(b, c, A) \rightarrow \Delta ABC$

2. Сегмент, що вміщує даний кут.

В основі методу лежить наступна задача: Знайти геометричне місце точок (ГМТ), з якого даний відрізок видно під даним кутом.

3. Алгебраїчний метод в задачах на побудову.

Основа методу. Задано декілька відрізків. Необхідно за допомогою циркуля і лінійки побудувати відрізок, довжина якого за деякою формулою виражена через довжини заданих відрізків. Тому перший етап алгебраїчного методу – вміння будувати відрізок, заданий деякою формулою і відрізками, які входять в цю формулу.

Суть методу. Нехай a, b, c, d – довжини даних відрізків, X – шуканий відрізок. Спочатку будуємо відрізки, які задано формулами.

Задача. Побудувати відрізок $x = \dfrac{ab}{c}$.

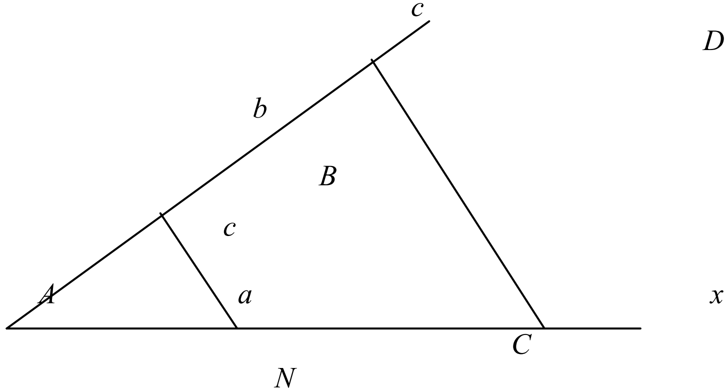


Рис. 4.

3. Метод спрямлення.

Суть методу. Якщо дана сума або різниця двох або декількох лінійних елементів трикутника, знаходимо базовий трикутник, який будується по цій сумі або різниці та другим даним задачі. Із базового трикутника одержати пошуковий, як правило, допомагає симетрія. Основа методу – в назві, тобто два не даних лінійних елемента “спрямляємо” в лінію (в даний відрізок).

Прийом вибору адекватного методу розв’язання задач на побудову. На основі теоретичних положень математики: геометричні місця точок, які володіють визначальними властивостями; геометричні перетворення (відбиття від прямої, відбиття від двох прямих, відбиття від точки; подібність фігур і подібне перетворення); алгебраїчні співвідношення в геометричних фігурах, розроблена орієнтовна основа дій – вибір методу і конструювання відповідного прийому.

Даний прийом "вибір методу" сконструйований у вигляді таблиці, структурними елементами якої є: завдання, склад дій для його виконання і орієнтовна основа.

Таблиця. Прийом вибору адекватного методу розв'язання задач на побудову

Завдання	*Склад дій*	*Орієнтовна основа*
Вибрати метод розв'язання задачі на побудову	1. Визначити, чи розв'язується задача методом геометричних місць.	Метод геометричних місць застосовується в тих випадках, коли шуканим (невідомим) елементам являється точка, яка задовольняє наступним умовам: – коли задача зводиться до пошуку точки на даній лінії, площині; – коли побудова фігур зводиться до пошуку точки; – коли відомий радіус описаного кола.
	2. Визначити, чи розв'язується задача методом подібності.	Метод подібності застосовується в тих випадках, коли частина умов задачі визначає форму або положення шуканої фігури, а інша частина умови – розміри: – коли для визначення фігури дана тільки одна довжина, крім неї дані лише кути і відношення; – коли шукану фігури потрібно розмістити

Завдання	*Склад дій*	*Орієнтовна основа*
		належним чином по відношенню до даних ліній або точок.
	3. Визначити, чи розв'язується задача методом симетрії.	Метод симетрії відносно вісі застосовується в тих випадках, коли: – треба знайти і побудувати точки, симетричні відносно вісі; – треба знайти точку (точки) на прямій (прямих), щоб ламана мала найменшу довжину; – в умові задачі є дана сума або різниця частин ламаної лінії.
	4. Визначити, чи розв'язується задача методом паралельного перенесення.	Метод паралельного перенесення застосовується в тих випадках, коли: – дані задачі роз'єднані (знаходяться на деякій відстані, що утруднює відшукання розв'язку); – дані частково входять в фігуру, яка розглядається (шукану фігуру).
	5. Визначити, чи розв'язується задача методом обертання.	Метод обертання навкруги точки застосовують в тих випадках, коли: – дані в задачі елементи роз'єднані, належать різним геомет-

Завдання	*Склад дій*	*Орієнтовна основа*
		ричним об'єктам і відома градусна міра; – відома сума або різниця елементів.
	6. Визначити, чи розв'язується задача алгебраїчним методом.	Алгебраїчний метод застосовується, коли шуканою величиною (величиною необхідною для побудови фігури) є відрізок (кут), який можна виразити через дані елементи.

Сутність кожного методу розв'язання задач на побудову вилучена на основі науково-методичної літератури (В.М. Брадіс, І. Браун, О.Б. Василевський, Є.Ф. Данилова, Б. Делоне, О. Житомирський, О.П. Кісєльов, І.О. Кушнір, І.В. Місюркеєв, І.Л. Нікольська, Д.М. Перепьолкін, О.В. Погорєлов, В.С. Пономарьов, Л.І. Прокопьєв, М.Ф. Четвертухін, І.Ф. Шаригін та ін.).

Стереометричні задачі на побудову. Стереометричними задачами називають задачі, в яких йдеться про фігури тривимірного простору. Залежно від вимог, які ставляться в стереометричній задачі, розрізняють задачі на обчислення, на побудову, на доведення і на дослідження.

До стереометричних задач на побудову відносять задачі, у яких вимагається в тривимірному просторі побудувати фігуру з певними властивостями.

Базою для розв'язування стереометричних задач на побудову є розроблена Н.Ф. Четверухіним теорія довільного паралельного проектування, яка дає можливість довільно швидко і просто одержувати правильні і наочні малюнки.

Різні підходи стосовно видів стереометричних задач на побудову. Існують різні підходи стосовно видів стереометричних задач на побудову і методики їх розв'язування.

Г.П. Бевз [1] дотримується погляду, що до стереометричних задач на побудову належать задачі на уявлювані побудови, задачі на проекційних малюнках і задачі на моделях (ефективні побудови). Під час розв'язування задач першого типу побудови за допомогою інструментів не виконують, а тільки пояснюють спираючись на аксіоми і наслідки з них, що і в якій послідовності "будують". Приклад задачі на уявлювану побудову. Через точку, яку дано поза прямою, проведіть площину перпендикулярну до цієї прямої.

Задачі на ефективні побудови починають розв'язувати лише тоді, коли учні засвоять основні властивості паралельного проектування (припускається, що напрями прямих і відрізків, про які йдеться в цих властивостях, не збігаються з напрямами проектування):

- проекція прямої є пряма;
- проекція відрізка є відрізок;
- паралельні відрізки на проекції зображаються паралельними відрізками або відрізками однієї прямої;
- відношення відрізків однієї прямої чи паралельних прямих зберігається;
- проекція спільної точки двох фігур є спільною точкою їх проекцій.

Основні задачі на побудову розбиті на наступні групи.

До першої належить побудова точки перетину прямої з площиною, побудова лінії перетину двох площин і побудова перерізу многогранника площиною.

До другої відносять побудову прямої, що проходить через точку поза даною прямою і паралельна даній:

- побудова прямої, паралельної даній площині;
- побудова площини, паралельної даній;
- побудову площини, яка проходить через одну з даних мимобіжних прямих і паралельна другій з них;
- побудову прямої, яка проходить через дану точку і перетинає дві дані мимобіжні прямі.

До третьої групи належить побудова перпендикуляра до даної площини і побудова площини, перпендикулярної до даної прямої.

Стосовно методики розв'язування задач на побудову, то вона традиційна. Схема розв'язування стереометричних задач на побудову збігається із схемою, введеною в курсі планіметрії, за винятком відмінностей у дослідженні.

Л.М. Лоповок [6] вказує види стереометричних задач на побудову: задачі на побудову зображень просторових фігур, основні задачі на побудову, позиційні задачі на побудову і метричні задачі на побудову. Цього погляду дотримуються Г.М. Литвиненко, М.С. Собко, Г.І. Саранцев, З.В. Рафаловський, Я.М. Жовнір та ін.

Зображення просторових фігур. Зображенням фігури (прообразу) називається будь-яка фігура (образ), подібна до паралельної проекції даної фігури на площину. Форма зображення залежить від положення зображуваної фігури щодо площини проекцій, а також від вибору напряму проектування.

Задача зображення фігури вважається розв'язаною, якщо одержано будь-яке зображення фігури, яке вдало, правильно і наочно відображає форму геометричної фігури і співвідношення між її елементами. Для цього у процесі виконання малюнків мають бути реалізовані такі вимоги:

- правильність, яка означає, що існує такий спосіб проектування, при якому зображення фігури подібне до його проекції;
- наочність, яка передбачає, що образ фігури створює саме те враження, що і прообраз;
- простота зображення, яка полягає в тому, що для виконання додаткових побудов не треба користуватися складними допоміжними побудовами;
- повнота, суть якої в тому, що за розміщенням усіх елементів геометричної фігури або її частин на малюнку можна говорити про розміщення цих елементів у просторі [7].

Способи побудови зображення фігур ґрунтуються на властивостях паралельного проектування (мається на увазі загальний випадок, коли проектування здійснюється паралельно прямій, яка не паралельна тим прямим чи відрізкам, що проектуються):

- проекція точки є точка;
- проекцією прямої є пряма;
- зберігається паралельність прямих (відрізків);
- відношення довжин відрізків прямої (яка проектується) дорівнює відношенню довжин їх проекцій;

- відношення довжин проекцій двох паралельних відрізків дорівнює відношенню довжин відрізків, які проектуються.

Зображення просторових геометричних фігур досить детально розглянуто як в математичній, так і методичній літературі [2, 4, 8, 9].

До основних задач на побудову відносяться: побудова точки зустрічі прямої з площиною; побудова лінії перетину двох даних площин; побудова перерізу многогранника площиною, яка визначена відповідним способом.

Розглянемо побудову перерізів в многогранниках. Уміння розв'язувати задачі на побудову перерізів є основою вивчення майже усіх тем курсу стереометрії. Основними діями, які складають метод побудови перерізів, є:

- знаходження точки перетину прямої з площиною;
- побудова лінії перетину двох площин;
- побудова прямої, паралельної до площини;
- побудова прямої перпендикулярної до площини;
- метод внутрішнього проектування;
- комбінований метод.

Для формування вмінь володіти вказаними діями, потрібно мати на увазі, що в сукупності вправ повинні бути передбачені всі ситуації застосування перелічених дій.

Задача на побудову точок перетину двох фігур чи взаємне розміщення їх, називається позиційною. Для розв'язання позиційної задачі потрібне повне зображення. Позиційні задачі зводяться до таких найпростіших: побудови лінії перетину двох площин, точки перетину прямої з площиною.

Література.

1. Бевз Г.П. Методика розв'язування стереометричних задач: Посібник для вчителя. – К.: Рад. шк., 1988. – 192 с.
2. Бурда М.И. Решение задач на построение в 6-8 классах: Методическое пособие. – К.: Рад.шк., 1986. – 112 с.
3. Гальперин П.Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка. – М.: Изд.. Московского ун-та, 1985. – 200 с.
4. Жовнір Я.М. Позиційні задачі в стереометрії: Посібник для вчителя. – К.: Освіта, 1991. – 95 с.
5. Исаак Д.Ф. Об изображении пространственных фигур.// Математика в школе. – 1998. – №4. – С. 66–81.
6. Лоповок Л.М. Методика отбора упражнений по геометрии и обучения их решению / Методика преподавания геометрии в старших классах средней школы. Под ред. А.И.Фетисова. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1967. – С. 157–196.
7. Литвиненко Г.М., Собко М.С. Розв'язування екзаменаційних завдань з математики. Методичний лист. – К.: Рад.шк., 1985 – 128 с.
8. Моторіна В.Г. Теорія і практика розвитку графічної грамотності учнів VII-IX класів у навчанні математики. Навч. посібник для вчителів математики середніх шкіл та студентів фізико-математичних факультетів педвузів. – Х.: ХДПУ, 1994. – 133 с.
9. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. пособие. – К.: Рад. шк., 1983. – 192 с.
10. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М.: Изд-во Московского ун-та, 1975. – 343 с.

ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ІСТОРИЗМУ ПРИ ВИКЛАДАННІ АЛГЕБРИ В СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

М.М. Нак
м. Київ, Національний педагогічний університет
імені М.П. Драгоманова

Загальновідомо, що принцип історизму є невід'ємною складовою усіх форм і методів навчання. В першу чергу це стосується природничих наук (фізики, математики, хімії). Введення історичного матеріалу в процес навчання природничим дисциплінам, і математики зокрема, формує в учнів світогляд. На конкретних прикладах учні переконуються, що математика як наука і як навчальний предмет є продукт і результат спільної діяльності людства на протязі багатьох тисяч років. Рушійною силою виникнення і розвитку математики є задоволення все зростаючих потреб суспільства [1, 2].

Чому важливо знати історію того, що вивчаєш? Деякі люди і навіть серйозні вчені дотримуються такого погляду: "Бурхливий розвиток нової алгебри дає достатньо підстав для розуму. Чи треба цікавитись тим, що відбувалося в алгебрі тисячі років тому назад, і витрачати час на її історію?" [3].

Але треба згадати, що про це говорили великі вчені. Академік А.М. Колмогоров казав: "Як і всяка наука, математика потребує перш за все знання того, що з досліджуваних питань вже зроблено. Але не слід думати, що в математиці важче, ніж в інших науках, знайти можливість зробити щось нове. Досвід говорить скоріш про інше: здібні математики, як правило, починають самостійно наукові дослідження дуже рано" [3]. Пригадаємо також слова одного із засновників вищої математики (німецького філософа слов'янського походження) Лейбніца: "Нема нічого більш важливого, ніж виявити джерело нового відкриття. Це, на мій погляд, цікавіше самого відкриття" [3].

Історія алгебри являє нам виняткові досягнення людей і дуже цінні для нашої культури відкриття; забути їх було б просто невдячно до попередніх поколінь.

Алгебра, як і інші розділи математики, виникла в глибокій давнині. В процесі повсякденної практики життя ставило безліч прикладних задач, серед яких було багато однотипних. Методи розв'язування таких однотипних задач розвивались і в результаті з арифметики виділилась та частина, яка вивчала нові види чисел, загальні властивості числових систем, рівняння і нерівності.

Біля чотирьох тисяч років тому назад стародавні єгиптяни та жителі Вавилону володіли деякими елементами сучасної алгебри. Стародавні греки засвоїли досягнення своїх попередників і розвинули їх, але більшість алгебраїчних задач розв'язували через геометричні перетворення – числа замінювали відрізками, добутки – площею і т.д. Одним з перших заклав основи і дав напрям розвитку алгебри Діофант Александрійський. Пізніше (IV–X ст. н.е.) центр розвитку алгебри перемістився в стародавню Індію, а звідти математичні знання розповсюдилися по арабських країнах.

Вперше слово "алгебра" прозвучало в книзі вченого із Хорезму Мухаммеда – Бен Муса – ал-Хорезмі "Кітаб ал-джебр ал-мукабала" (в перекладі назва книги звучить "Метод відновлення і протистояння"). В книзі вперше в історії математики алгебра виділена як самостійний предмет дослідження. Але назва предмету "Алгебра" була введена в XII ст. таджицьким вченим Омаром Хайямом. Ця назва ввійшла в практику у всьому вченому світі. О. Хайям дав і перше науково обґрунтоване визначення алгебри як галузі знань.

Особливо швидко алгебра стала розвиватись після введення у 17 столітті єдиної буквеної символіки (для відомих і невідомих величин) та умовних позначень для основних арифметичних дій. До цього часу умови задачі записувались словесно і алгебра була "риторичною" [2].

Рене Декарт (який разом із Франсуа Вієтом запропонував буквену символіку) ввів у математику поняття змінної величини і прямокутну (декартову) систему координат. Сучасному запису алгебраїчних рівнянь, степенів та інших алгебраїчних виразів ми завдячуємо Р. Декарту. В кінці 17 століття Лейбніц вперше застосував термін "функція". А на межі XVIII і XIX століть норвезький математик К. Вессель дав геометричну інтерпретацію уявного і комплексного чисел та дій над цими числами. Фактично в кінці XVIII століття алгебра за змістом і формою наближається до сучасного вигляду.

Зрозуміло, що вся історія розвитку математики, зокрема алгебри, не може бути використана у курсі середньої школи. Але найбільш визначні розділи (етапи) повинні супроводжуватись при навчанні конкретним історичним підґрунтям; відповідний урок подання нового матеріалу повинен містити конкретні історичні факти (теореми Піфагора, формули Вієта і т.д.) [3].

При введенні нового матеріалу слід проводити порівняльний аналіз основних понять, означень і термінів на час їх введення та у сучасній трактовці. Наприклад, поняття функції виникло у 17 столітті і спочатку носило інтуїтивний характер. Починаючи від Декарта до Бернуллі і Даламбера поняття функції розвивалось, ставало більш загальним та універсальним. Розвиток означення функції продовжувався в роботах Фур'є, Лобачевского, Соболєва, Гельфанда та ін. Подібний історичний підхід до вивчення понять і уявлень алгебри доцільно використовувати при вивченні логарифмів, похідних, комплексних чисел, многочленів.

Набагато більше можливостей використання історичного матеріалу в процесі закріплення нових знань, на уроках розв'язування задач і вправ, при повторенні пройденого. Поєднання задачного підходу з використанням задач і вправ історичного характеру є особливо корисним. Такі задачі і вправи називають визначними [4] або історичними [5, 6] задачами.

При вивченні звичайних (правильних) дробів можна використати "єгипетські" задачі. Особливістю давньоєгипетської алгебри були аліквотні (виду $\frac{1}{n}$) дроби. Дроби типу $\frac{m}{n}$, де $m<n$, позначалися у єгиптян окремими символами.

Наведемо приклад давньоєгипетської задачі: У пастуха, який вів 14 биків, запитали: "Скільки всього биків у твоїй череді?" "Я веду дві третини від третини худоби." Скільки биків було у череді? (Відповідь: 63 бики).

До класичних єгипетських задач відноситься і задача на розрахунок геометричної прогресії: У семи людей по сім кішок; кожна кішка з'їдає по сім мишей, кожна миша з'їдає по сім колосків; із кожного колоска може вирости по сім мірок ячменю. Розрахувати числа цього ряду.

Розв'язування задачі зводиться до обчислення окремих членів геометричної прогресії: 7^2; 7^3; 7^4; 7^5.

Серед історично визнаних задач виділимо в окрему групу так звані “мисливські” задачі. Особливість розв’язування цих задач полягає у порівнянні часів та шляхів руху мисливця (собаки) та здобичі. Придворний математик франкського короля Карла Великого Алкуїн (735 – 805 рр.) видав один з перших збірників цікавих задач з математики “Задачі для вдосконалення розуму юнаків”, у якому наведені і мисливські задачі. Ось одна з них: “Собака женеться за кроликом, який знаходиться в 150 футах від нього. Собака робить один стрибок на 9 футів, одночасно кролик стрибає на 7 футів. Скільки стрибків має зробити собака, щоб наздогнати кролика?”

Розв’язування задачі зводиться до складання рівняння виду: $9x=150+7x$, де x – кількість стрибків. Відповідь: 75 стрибків.

При переході від натурального виробництва до торгівельних відносин як практична потреба людства сформувався новий тип алгебраїчних задач – торгівельні задачі. Древнім купцям дуже часто доводилося розв’язувати задачі закупівлі партій товару та продажу товару з метою одержання максимального прибутку при мінімальних витратах на закупівлю. Здебільшого такі задачі зводяться до рівнянь (або систем рівнянь), у яких число невідомих більше, ніж число рівнянь. В сучасній математиці такі рівняння або системи рівнянь названі діофантовими, за ім’ям олександрійського математика Діофанта (III ст.), який вперше в історії математики відійшов від геометричних методів розв’язування рівнянь. Діофант розглядав розв’язки таких рівнянь в раціональних числах, застосовуючи до кожної задачі свій специфічний спосіб рівняння, свої підстановки [3].

Розглянемо давньокитайську задачу (V ст.) на складання системи діофантових рівнянь. “Півень коштує 5 монет, курка – 3 монети, 3 курчат – 1 монету. Всього за 100 монет купили 100 птахів. Скільки купили півнів, курей і курчат окремо?”

Розв’язування задачі зводиться до складання системи рівнянь:

$$\begin{cases} x+y+7=100, \\ 5x+3y+\dfrac{1}{3}z=100. \end{cases}$$

Тут x – півні; y – кури; z – курчата.

Попередня система еквівалентна рівнянню $7x+4y=100$. При умові, що x, y, z – цілі додатні числа, $y=25–7/4\ x$; $z=75+3/4\ x$; а x повинно бути кратне 4: $x=4k$ (k=1, 2, 3, …). Остаточний розв’язок буде мати вигляд: $x=4$; $y=18$; $z=78$.

Оригінальні методи Діофанта представляють інтерес і для шкільної математики. Впевнимося в цьому на наступному прикладі: “Знайти два числа, сума яких 20, добуток 96”. З точки зору сучасної алгебри приклад являє собою рівняння другого степеня. Діофант розв’язує цей приклад підстановкою: $x–y=2n$, тоді $x=10+n$; $y=10–n$. Звідки $(10+n)(10–n)=100–n^2=96$. Отже, $n^2=4$; $n=2$; $x=12$; $y=8$.

До історичного визначних задач відносяться вправи на розрахунки прямокутних трикутників – задачі Піфагора. Слід зазначити, що древні вавілоняни знали і використовували теорему Піфагора (у словесному запису) за 1000 років до н.е. Цікавими для учнів є задачі, пов’язані із розрахунком прямокутних трикутників, названих єгипетськими: трикутників із відношенням сторін 3 : 4 : 5; 5 : 12 : 13; 20 : 21 : 29 і т.д. Ці пропорції древні єгиптяни вважали священними і широко використовували в будівництві (храмів та пірамід).

Серед великої сукупності історичних задач виділимо задачі на розрахунок числових рядів, і в першу чергу чисел Фібоначчі. Класичною і практично важливою є задача про кролів: “Скільки пар кролів народиться за рік, якщо одна пара через місяць відтворює ще одну пару, а молоді кролі починають розмножуватися через два місяці після народження”. Ряд чисел Фібоначчі відзначається тим, що кожне наступне число є сумою двох попередніх. При наближенні числа членів ряду Фібоначчі до безмежності ($n\to\infty$) відношення двох сусідніх чисел Фібоначчі прямує до золотої пропорції: $A_{n+1}/A_n=\Phi$ (Φ=1,618…) [7].

Таким чином, використання історичного матеріалу, зокрема історично визначних задач, дозволяє виділити та підкреслити основні риси математики:

– логічна строгість і абстрактний характер міркувань;
– поняття і висновки математики походять із практичної діяльності;
– логічна строгість математики не є абсолютною, вона розвивається разом із практикою;
– виключна широта практичних застосувань.

Історичні задачі на конкретних прикладах показують безпосередні зв'язки найбільш абстрагованої частини математики – алгебри з практичною діяльністю людини, з процесом пізнання законів природи.

Література:

1. Малыгин К.А. Элементы историзма на уроках алгебры в средней школе. Пособие для учителей. Изд. 2-е. – М.: Учпедгиз, 1963. – 240 с.
2. Молодший В.Н. Основы учения о числе в XVIII в. – М.: Учпедгиз, 1953. – 180 с.
3. Депман И. Рассказы о старой и новой алгебре. – Л.: Детская литература, 1967. – 144 с.
4. Конфорович А.Г. Визначні математичні задачі. – К.: Рад. школа, 1981. – 189 с.
5. Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математике. 3-е изд. испр. – Минск: Высшая школа, 1978. – 270 с.
6. Глейзер Г.И. История математики в средней школе. – М.: Просвещение, 1970. – 461 с.
7. Васютинский Н.А. Золотая пропорция. – М.: Молодая гвардия, 1990. – 238 с.

ДЕЯКІ АСПЕКТИ МЕТОДИКИ ВВЕДЕННЯ ПОНЯТТЯ “СИСТЕМА ЧИСЛЕННЯ” В СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

І.В. Настенко
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Темі «Система числення» в шкільному курсі інформатики приділяється небагато уваги, але вона потребує значно ширшого і більш поглибленого вивчення, оскільки на ній базується таке фундаментальне поняття як кодування інформації в ЕОМ.

Складність і важливість даної теми вимагає від вчителя методично обґрунтованого дотримання певної послідовності введення самого поняття «система числення».

Початковим етапом навчальної діяльності має бути ознайомлення учнів з історичними відомостями, які повинні сформувати у них первинне уявлення про системи числення та способи дій в них. В найбільш систематизованому і доступному для учнів вигляді історичні відомості про системи числення викладені в літературі [1]. Саме на цьому етапі уроку доцільно підкреслити наявність між предметних зв’язків інформатики з математикою і історією. Акцентувати увагу учнів на важливості засвоєння змісту поняття «одиниці виміру інформації» (біт, байт тощо) необхідно, наголошуючи на тому, що будь яка інформація, подана до ЕОМ, буде представлена саме цими одиницями виміру. Практичний досвід викладання інформатики в школі доводить, що формування у школярів внутрішньої пізнавальної мотивації починається саме тоді, коли головним змістом їх розумової діяльності стає, крім засвоєння теоретичного компоненту теми, її практична частина.

Розвиток в учнів знань і вмінь щодо переводу чисел з однієї позиційної системи числення в іншу потребує, з нашої точки зору, крім звичайних вправ, використання вчителем і нестандартних форм роботи (ігри, ребуси, тестові завдання тощо). Наприклад, рекомендуємо використати таке творче завдання: запропонувати дітям частину кодової таблиці, назву якої можна дізнатися, якщо перевести код кожного символу з двійкової системи числення у вісімкову або десяткову позиційну систему числення на вибір і, використовуючи позначення вісімкової системи числення, розшифрувати назву цієї кодової таблиці.

1000001_2	$=?_{10}$	$=?_8$	$(65)_{10}=(101)_8$	(A)
1010011_2	$=?_{10}$	$=?_8$	$(83)_{10}=(123)_8$	(S)
1000011_2	$=?_{10}$	$=?_8$	$(67)_{10}=(103)_8$	(C)
1001001_2	$=?_{10}$	$=?_8$	$(73)_{10}=(111)_8$	(I)
1001001_2	$=?_{10}$	$=?_8$	$(73)_{10}=(111)_8$	(I)

(Таблицю розроблено на основі методичних ідей вчителя-методиста СШ №25 м. Ярославля М.В. Шурова).

Активізувати пізнавальну активність учнів можна також за допомогою запитань, які потребують творчого синтезу попередніх знань і досвіду роботи учнів з новим матеріалом. Це можуть бути запитання типу: «В назві якої відомої східної казки фігурує число, графічне зображення якого являє собою запис числа в не десятковій системі числення? Знайти, якому числу в десятковій системі числення відповідає даний запис?». Використання таких і аналогічних їм за типом запитань і завдань сприяє розвитку в учнів слідуючи пізнавальних процесів: творчої уяви, логічного, дискурсивного, інтуїтивного мислення, довільної уваги і пам'яті тощо.

Введення вчителем дій в системах числення дозволить учням побачити, як відбувається процес обробки інформації в ЕОМ. Дуже важливим з методичної точки зору є підбір системи вправ, яка містить в собі всі можливі варіанти дій з числами різних систем числення. Особлива увага необхідна при введенні дії віднімання від меншого числа більшого в довільній системі числення, оскільки, використовуючи саме ці дії, учні найчастіше припускаються помилок.

Формування в учнів навичок і прийомів роботи з числами різних систем числення передбачає попередження вчителем крім зазначених, й інших можливих помилок та недоліків в процесі розумової діяльності учнів. Вчитель, наприклад, має пояснити школярам, що називати числа в традиційній формі можна тільки в десятковій системі числення, у всіх інших системах числення багатозначне число потрібно називати за назвами цифр відповідних позицій числа. Наприклад, у десятковій системі числення число 123 називають «сто двадцять три», а у чотири-значній системі числення зробити це неможливо. Число 123_4 прочитається «один, два, три».

Реалізація індивідуально-диференційованого підходу у викладанні основ інформатики в школі потребує від вчителя постійного відстеження індивідуального маршруту та темпу просування учнів у засвоєнні предмет. За термінами французького психолога М. Реклена, використання в школі однакових для всіх школярів технологій навчання посилює зростання міжіндивідуальних відмінностей [2, с. 28]. Тому на початкових етапах викладання основ інформатики і обчислювальної техніки вчителю слід максимально урізноманітнювати арсенал методів та засобів навчання.

Досвід реалізації практичної частини теми «Системи числення» в середній школі дозволяє сформулювати також ще декілька методичних порад:

– більшу увагу доцільно приділяти двійковій системі числення, всі інші системи числення краще розглянути оглядово;

– доцільно опрацювати з учнями загальну формулу перекладу з різних систем числення в десяткову;

– обов'язковим є застосування практичних вправ перекладу чисел десяткової системи числення в довільну систему числення.

Суттєве вдосконалення й розширення спектру форм, методів і прийомів викладання інформатики в середній школі має бути пов'язане, на наш погляд, з виявленням специфіки окремих, найбільш складних тем даного програмного курсу середньої школи.

Література:

1. Бородін О.І. Історія розвитку поняття про число і системи числення. – К.: Радянська школа, 1978. – 101 с.
2. Деркач Л.М. Особистісно-діяльнісний підхід: проблеми та перспективи // Нива знань. Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. – 1998. – С. 26–28.
3. Зарецкая І.Т., Колодяжний Б.Г. та ін. Информатика: Навчальний посібник для 10–11 кл. середніх загальноосвітн. шкіл. – К.: Форум, 2001. – 496 с.
4. Фигурнов В.Э. IBM PC для пользователя. – Ярославль: ИНФРА–М, 1995. – 432 с.

МЕТОД НАВЧАННЯ ЧЕРЕЗ ЗАДАЧІ ЯК СПОСІБ УДОСКОНАЛЕННЯ ПІДГОТОВКИ ВЧИТЕЛІВ

К.В. Нєдялкова, А.В. Тумбрукакі
м. Одеса, Південноукраїнський державний педагогічний університет ім. К.Д.Ушинського

Підготовка вчителів математики в педагогічних вузах включає в себе курси, в яких матеріал не містить чіткого ділення на теоретичну і практичну частини. Такою дисципліною є, наприклад, "Шкільний курс математики", де самі задачі – це і є виучуваний курс. В зв'язку з цим, зміст задач та способи їх розв'язання спрямовані на систематизацію теоретичних знань, а також на закріплення та удосконалення практичних навичок. Деякі теореми цього курсу можуть бути сформульовані у вигляді однієї або декількох задач. Тому, вважаємо, що метод навчання через задачі буде доцільним при підготовці майбутніх вчителів.

Метод навчання через задачі реалізується через:

1) підготовчі задачі;

2) допоміжні задачі.

Підготовчі задачі розташовані в серії з зростаючою трудністю. Цю серію можна схематично зобразити таким чином: $X_1 \to X_2 \to \ldots \to X_n$, де X_k ($k=1, \ldots, n$) – підготовча задача, розв'язання якої дає можливість студенту розв'язати задачу X_{k+1}. Результатом розв'язання цієї серії задач є розв'язання найскладнішої задачі X_n.

Допоміжні задачі – це своєрідні вказівки до розв'язання основної задачі. Основну задачу X з набором допоміжних задач X_1, X_2, ..., X_n можна схематично зобразити так: X: $X_1 - X_2 - \ldots - X_n$. Допоміжні задачі за рівнем складності, на відміну від підготовчих, приблизно однакові і містять у своєму розв'язку вказівки, ідеї, до розв'язання основної задачі X. Для того, щоб виявити підказку, треба розв'язати запропоновані допоміжні задачі.

Важливою є розробка циклу задач (підготовчих та допоміжних) у відповідності з темою, що вивчається. В даній роботі ми пропонуємо ланцюжки підготовчих задач до теми "Рівняння" з шкільного курсу математики.

При рішенні *раціональних рівнянь*, як відомо, використовуються два основних методи: розкладання на множники і введення нових змінних. Застосування цих методів можна показати в процесі рішення наступного ланцюжка рівнянь:

1. $x^3-4x^2+x+6=0$ – при рішенні даного рівняння варто звернути увагу студентів, що приведене рівняння має своїми раціональними коренями тільки цілі числа, і, використовуючи необхідну умову існування цілочисленого кореня, можна знайти його серед дільників вільного члена. Ціль відшукання цілочисленого кореня ясна: розкласти ліву частину рівняння на множники, при цьому зручно користатися схемою Горнера. Придбані навички студенти використовують при рішенні наступного рівняння:

2. $(x-1)^3+(2x+3)^3=27x^3+8$ – розкривши дужки, після деяких перетворень студенти одержать рівняння, подібне попередньому.

3. $y^3+8y^2-7y-38=0$ – дане рівняння, будучи схожим з попередніми, відпрацьовує навички рішення і має своєю метою підготувати студентів до рішення безпосередньо наступного за ним рівняння:

4. $38x^3+7x^2-8x-1=0$ – студенти зауважують, що коефіцієнти даного рівняння повторюють коефіцієнти попереднього, але в зворотному порядку, крім того, це рівняння не є приведеним. Однак воно легко перетвориться в приведене за допомогою почленного ділення на x в старшому степені (що не приводить до втрати коренів) з наступною заміною $\frac{1}{x}$ на y. Варто звернути увагу студентів, що таке перетворення було можливим завдяки тому, що вільний член многочлена, що знаходиться в лівій частині цього рівняння, дорівнює ± 1.

5. $32x^3-24x^2-12x-77=0$ – це рівняння, на перший погляд, подібно попередньому. Однак спроба вирішити його тим же способом приводить до невдачі, тому що вільний член многочлена відмінний від ± 1. Тоді можна запропонувати ще один спосіб перетворення неприведеного рівняння в приведене: помножити обидві частини заданого рівняння на таке число, щоб коефіцієнт при x^3 став кубом деякого цілого числа, тобто, у даному випадку, на число 2. Далі, поклавши $y=2x$, легко вирішуємо рівняння.

6. $2x^4-x^3+5x^2-x+3=0$ – це рівняння трохи більш складне,

чим попереднє, однак вирішується тим же методом.

Подальше відпрацьовування навичок рішення раціональних рівнянь може проходити при рішенні наступного ланцюжка рівнянь:

1. $3\left(x+\frac{1}{x^2}\right)-7\left(1+\frac{1}{x}\right)=0$ – студенти вже зустрічалися з необхідністю ділення обох частин рівняння на змінну, відмінну від нуля, тому це рівняння, де необхідно в процесі рішення домножити обидві частини рівняння на x^2, не повинно викликати труднощів.

2. $2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-7\left(x+\frac{1}{x}\right)+9=0$ – незважаючи на велику схожість з попереднім, це рівняння вирішити аналогічно не вдається. Це змушує студентів згадати раніше використовувані прийоми і методи. Удалим виявляється введення нової змінної: $y=x+\frac{1}{x}$.

3. $4x^2+12x+\frac{12}{x}+\frac{4}{x^2}=47$ – те, що це рівняння випливає безпосередньо за попереднім, повинно навести студентів на думку, що, згрупувавши вдалим чином члени многочлена, вони зможуть вирішити його аналогічним образом.

4. $x^4-2x^3-x^2-2x+1=0$ – поділивши обидві частини цього рівняння на x^2, не втрачаючи при цьому коренів, студенти одержать рівняння, схоже з попереднім. Варто звернути увагу, що такі рівняння, у яких відношення першого коефіцієнта до вільного члена дорівнює квадрату відношення другого коефіцієнта до передостаннього називають поворотними, і ділення на x^2 є способом рішення поворотних рівнянь четвертого степеня.

5. $16x^4+8x^3-7x^2+2x+1=0$ – дане рівняння є поворотним рівнянням четвертого ступеня, і метод його рішення студентам вже знайомий.

Подібним чином може бути організована робота студентів по відпрацьовуванню навичок рішення інших видів рівнянь. Так, наприклад, при рішенні *рівнянь, що містять змінну під знаком модуля*, можна використовувати такий ланцюжок рівнянь, при рішенні якого застосовуються всі можливі методи рішень рівнянь даного виду:

1. $|2x-3|=5$ – на прикладі такого найпростішого рівняння можна показати два способи рішення рівнянь, що містять змінну під знаком модуля: розкриття модуля за означенням та піднесення обох частин рівняння в квадрат.

2. $|x+3|=|2x-1|$ – студенти самі вибирають спосіб рішення: найбільш доцільним виявляється метод піднесення обох частин рівняння в квадрат, тому що обидві частини рівняння невід’ємні.

3. $|4x-7|=7-4x$ – варто звернути увагу студентів, що піднесення обох частин цього рівняння в квадрат, відповідно до теорем про рівносильність рівнянь, приведе до рівносильного рівняння лише за умови, що $7-4x\geq 0$. Тому рішення даного рівняння цим методом зводиться до рішення змішаної системи.

4. $3x-5=|3x-5|$ – це рівняння подібне до попереднього, і можна запропонувати студентам для порівняльного аналізу вирішити його, використовуючи означення модуля. При цьому рішення рівняння зведеться до рішення сукупності двох змішаних систем.

5. $|x^2-x-3|=-x-1$ – студенти повинні помітити, що рішення цього рівняння методом піднесення обох частин рівняння в квадрат приведе до рівняння четвертого степеня, отже, вирішувати його треба, розкриваючи знак модуля за означенням, подібно попередньому рівнянню.

6. $x^2+2x-3|x+1|+3=0$ – це рівняння не викликає труднощів у студентів, тому що розкривати знак модуля за означенням вони уже вміють, а цей метод є тут найбільш доцільним.

7. $|x+1|+|x+2|=2$ – рішення даного рівняння студентами з використанням означення модуля приводить вже до сукупності чотирьох змішаних систем.

8. $|x-2|+|4-x|=3$ – це рівняння по зовнішньому вигляду нагадує попереднє, однак корисно показати студентам і інший метод рішення таких рівнянь – метод розбиття на проміжки, що у деяких випадках є найбільш раціональним, як, наприклад, у наступному рівнянні:

9. $|x+1|-|x-2|+|3x+6|=5$.

10. $|x^2-4|-|9-x^2|=5$ – завдання ускладнюється, і рішення цього рівняння методом розбиття на проміжки викликає зацікавленість студентів.

11. $|x^2-9|+|x^2-4|=5$ – можна запропонувати студентам вирішити це рівняння, подібно попередньому, використовуючи означення модуля. Це допоможе їм вирішити таке, досить складне, рівняння:

12. $|3x-|2x-5||=x+5$;

13. $\dfrac{|x^2-4x|+3}{x^2+|x-5|}=1$ – дане рівняння, будучи дрібнораціональним, вимагає перевірки знайдених коренів;

14. $\dfrac{|x^2+4x+3|-x}{2-|2x+x^2|}=1$ – це рівняння є найбільш складним із усього ланцюжка, але, перерішав усі попередні рівняння, студенти справляться з цим завданням.

Навчальне заняття, присвячене рішенню *ірраціональних рівнянь*, може бути організовано таким чином, що після обговорення деяких теоретичних моментів студенти під керівництвом викладача розглянуть рішення наступного ланцюжка рівнянь:

1. $\sqrt{x-2}+\sqrt{x+3}=2$; $\to$ 2. $\sqrt{3x-5}-\sqrt{x-2}=1$; $\to$

3. $\sqrt{2x+5}+\sqrt{5x+6}=\sqrt{12x+25}$; $\to$

4. $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2x-3}=\sqrt[3]{12(x-1)}$; $\to$ 5. $\sqrt[3]{2-x}=1-\sqrt{x-1}$; $\to$

6. $\sqrt{x^3+8}+\sqrt[4]{x^3+8}=6$; $\to$

7. $\sqrt{3x^2-2x+15}+\sqrt{3x^2-2x+8}=7$; $\to$

8. $\sqrt{x^2-3x+5}+x^2=3x+7$; $\to$ 9. $\sqrt[4]{\dfrac{2-x}{3+x}}+\sqrt[4]{\dfrac{3+x}{2-x}=2}$; $\to$

10. $\sqrt[4]{x-2}+\sqrt[4]{6-x}=\sqrt{2}$; $\to$ 11. $\sqrt[3]{x+24}+\sqrt{12-x}=6$; $\to$

12. $\sqrt{\dfrac{\sqrt{x^2+66^2}+x}{x}}-\sqrt{x\sqrt{x^2+66^2}-x^2}=5$.

У процесі рішення такого ланцюжка рівнянь студенти засвоюють основні методи рішення ірраціональних рівнянь: метод піднесення обох частин рівняння в одну і ту ж саму степінь, метод уведення нових змінних (однієї чи декількох), а також застосовують деякі штучні прийоми.

При рішенні *показникових рівнянь* студенти повинні засвоїти два основних методи: перехід від рівняння $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ до рівняння $f(x)=g(x)$ і введення нових змінних. Ці методи можна продемонструвати відповідно на прикладі наступних двох ланцюжків рівнянь:

1. $\left(\frac{2}{3}\right)^x\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^x=\frac{27}{64}$; → 2. $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x}}=\frac{9}{16}$; →
3. $10^x-5^{x-1}\cdot2^{x-2}=950$; → 4. $2^{3x}\cdot3^x-2^{3x-1}\cdot3^{x+1}=-288$; →
5. $5^x+5^{x+2}+5^{x+4}=651$; → 6. $3^x+3^{x+1}+3^{x+2}=4^x+4^{x+1}+4^{x+2}$.

1. $2\cdot7^{3x}-5\cdot49^{3x}+3=0$; → 2. $9^{x^2-1}-36\cdot3^{x^2-3}+3=0$; →
3. $4^x+6^x=2\cdot9^x$; → 4. $\left(2+\sqrt{3}\right)^x+\left(2-\sqrt{3}\right)^x=4$; →
5. $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+1}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1}=\frac{4}{2-\sqrt{3}}$.

Для відпрацьовування навичок рішення *логарифмічних рівнянь* студентам може бути запропонований наступний ланцюжок рівнянь, складений таким чином, що в ході його рішення застосовуються всі основні методи: логарифмування, потенціювання і введення нових змінних:

1. $\log_4\frac{2}{x-1}=\log_4\left(4-x\right)$; → 2. $\log_3((x-1)(2x-1))=0$; →
3. $\log_{\frac{1}{5}}\log_5\sqrt{5x}=0$; → 4. $\log_4\log_2\log_3\left(2x-1\right)=\frac{1}{2}$; →
5. $\log_2\log_3\left(x^2-16\right)-\log_{\frac{1}{2}}\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{x^2-16}=2$; →
6. $\log_2\left(x+1\right)^2+\log_2\sqrt{x^2+2x+1}=6$; →
7. $\lg5+\lg(x+10)=1-\lg(2x-1)+\lg(21x-20)$; →
8. $\lg(\lg x)+\lg(\lg x^3-2)=0$; → 9. $\log_{5x-2}2+2\log_{5x-2}x=\log_{5x-2}(x+1)$; →
10. $2\log_x3+\log_{3x}3+\log_{9x}3=0$; → 11. $\log_{3x+7}(5x+3)+\log_{5x+3}(3x+7)=2$;
→ 12. $2x^{\lg x}+3x^{-\lg x}=5$; → 13. $\sqrt{x^{\lg\sqrt{x}}}=10$.

Розглянуті вище серії підготовчих задач розроблені таким чином, що за тривалістю займають рівно одне аудиторне заняття, що є дуже зручним для використання викладачами, особливо починаючими, на практичних заняттях.

Запропонування студентам навчальної роботи за розглянутою вище схемою та навчання їх самостійному складанню серії подібних задач сприяють розвитку самостійності та активності студентів. Бажано, щоб і у своїй педагогічній практиці вони застосовували при вивченні деяких тем метод навчання через задачі.

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ КІЛ ЗМІННОГО СТРУМУ МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛЕННЯ

О.П. Ніконова
м. Кривий Ріг, Криворізький авіатехнічний коледж
Київського національного авіаційного університету

Мета цієї статті – допомогти викладачам математики розібратися в питанні про застосування комплексних чисел в електротехнічних розрахунках. Використання комплексних чисел дає можливість впроваджувати всі закони, формули і методи розрахунків, що застосовуються в колах постійного струму, для розрахунку кіл змінного струму, спростити деякі розрахунки, замінивши графічне розв'язування з використанням векторів на алгебраїчне; розраховувати складні кола, такі, що іншим шляхом розрахувати не можливо, і, нарешті, уніфікувати обчислення кіл постійного й змінного струмів.

При розрахунках кіл потрібно проводити математичні обчислення з комплексними числами, тому на заняттях з математики студенти повинні навчитися робити наступні операції: знаходити модуль та аргумент комплексного числа і комплексне число за модулем й аргументом; переводити комплексне число з однієї форми в іншу; виконувати додавання й віднімання, множення й ділення комплексних чисел. Крім цього, дуже важливо навчити студентів будувати криву і вектор за рівнянням синусоїди та вектор за комплексним числом, визначати комплексне число за вектором і рівнянням, рівняння за комплексним числом.

В електротехніці тема «Змінний струм» посідає значне місце. Це пояснюється тим, що більшість електротехнічних установок працює на змінному струмі. Електричні станції виробляють струм змінної напруги. Але електричні станції створюють напругу (і струм) не просто змінні, а які змінюється синусоїдально [2].

Рівняння змінної напруги в загальному вигляді записується так:

$$u = U_M \sin(\omega t + \psi), \qquad (1)$$

де u – миттєве значення напруги;

U_M – максимальне значення (амплітуда) напруги;

ω – кутова частота; при стандартній частоті 50 Гц

ω =314 рад/с або 18000 град/с;

t – час;

ψ - початковий фазовий кут;

$\omega t = \alpha$ – так званий електричний кут.

Це рівняння пов'язує дві змінні величини: напругу u і час t. З плином часу напруга змінюється синусоїдально. Графік рівняння (1) зображений на рис. 1 [1].

Аналогічний вигляд мають рівняння (і графіки) інших величин, які змінюються синусоїдально:

струму $i=I_M \sin(\omega t + \psi)$;

е.р.с. $e = E_M \sin(\omega t + \psi)$ та ін.

При розрахунку кіл змінного струму доводиться виконувати додавання, віднімання, множення і ділення рівнянь зазначеного вище типу. Наприклад, є два генератори, з'єднаних послідовно (рис. 2). Визначити напругу на затискачах кола, тобто сумарну напругу.

Перший генератор дає напругу $u_1=U_{M1} \sin(\omega t + \psi_1)$, другий – $u_2=U_{M2} \sin(\omega t + \psi_2)$. (Тут і надалі розглядаються синусоїдальні величини, що мають однакову кутову частоту ω.)

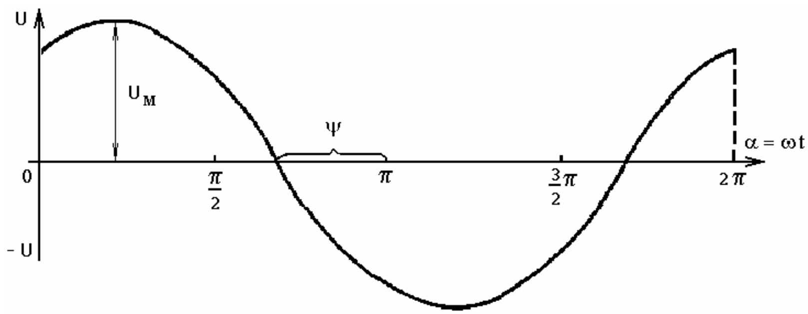


Рис. 1

Щоб одержати напругу між клемами a і b, треба скласти задані напруги:

$$u = u_1 + u_2, \text{ або } u = U_{M1} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{M2} \sin(\omega t + \psi_2).$$

У результаті додавання двох синусоїдальних коливань з однаковою кутовою частотою виходить рівняння синусоїди з тією самою кутовою частотою:

$$u = U_M \sin(\omega t + \psi),$$

де $U_M = \sqrt{U_{M1}^2 + U_{M2}^2 + 2U_{M1}U_{M2}\cos(\psi_1 - \psi_2)}$;

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{U_{M1}\sin\psi_1 + U_{M2}\sin\psi_2}{U_{M1}\cos\psi_1 + U_{M2}\cos\psi_2}.$$

Однак додавання синусоїдальних величин справа складна, особливо, якщо треба скласти не два, а більше число рівнянь. Тут приходить на допомогу та обставина, що змінна синусоїдальна величина може бути однозначно представлена обертовим вектором, довжина якого дорівнює амплітуді, а початкове положення визначається кутом ψ, а обертання вектора повинне відбуватися з кутовою швидкістю ω.

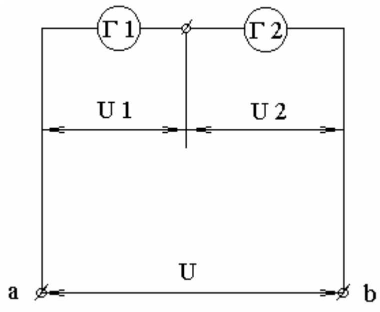


Рис. 2

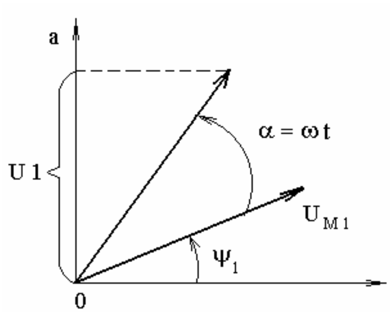


Рис. 3

На рис. 3 представлений вектор, що відповідає рівнянню $u_1 = U_{M1}\sin(\omega t + \psi_1)$. Вектор має довжину U_{M1} і в початковому положенні спрямований під кутом ψ_1 до осі абсцис. Якщо обертати цей вектор з кутовою швидкістю ω, то проекція цього вектора на вісь ординат буде давати миттєві значення напруги. Інакше кажучи, значення, обумовлені за допомогою проекції вектора і рівняння, будуть однаковими. На рис. 3 показано, що через час t (вектор повернеться на кут $\alpha = \omega t$, тоді проекція його на вісь ординат дасть відрізок $0a$. Неважко довести, що $0a = U_{M1}\sin(\omega t + \psi_1)$, тобто $0a = u_1$.

Так як операції проводяться з коливаннями, що мають однакову кутову частоту, то усі вектори, що замінюють рівняння, повинні обертатися з однієї і тією ж кутовою швидкістю і, отже, їхнє взаємне розташування не міняється. Завдяки цьому відпадає необхідність обертання векторів; їх зображують при t=0.

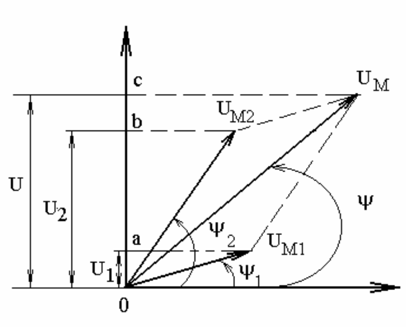


Рис. 4

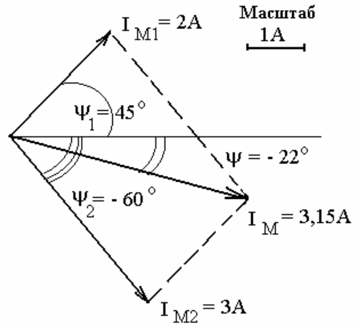


Рис.5

Так як вектори заміняють синусоїдальні величини, то додавання або віднімання цих величин можна замінити додаванням або відніманням векторів.

Для нашого прикладу з двома генераторами (рис. 2) рівняння напруги $u_1=U_{M1}\sin(\omega t+\psi_1)$ і $u_2=U_{M2}\sin(\omega t+\psi_2)$ представлені на рис. 4 векторами U_{M1} і U_{M2}. Виконавши додавання цих векторів, одержимо вектор U_M, що дасть можливість написати рівняння сумарної напруги: $u=U_M\sin(\omega t+\psi)$. (При побудові умовно прийнято, що $U_{M2}>U_{M1}$ і $\psi_2>\psi_1$) [3].

Додавання (або віднімання) векторів дає правильний результат на підставі теореми, яка говорить, що проекція суми дорівнює сумі проекцій, тобто $0c=0a+0b$ або $u=u_1+u_2$.

*Приклад***.** Дані: рівняння синусоїдальних струмів:

$i_1= 2\sin(\omega t - 45^0)$, $i_2= 3\sin(\omega t - 60^0)$. Написати рівняння сумарного струму $i=i_1+i_2$.

Розв'язування. З даних рівнянь знаходимо: I_{M1}=2А; $\psi_1= -45^0$; I_{M2}=3А; $\psi_2 = -60^0$. За цими даними будуємо вектори (рис. 5). За результатами побудови можна написати рівняння сумарного струму: $i=i_M\sin(\omega t+\psi)=3{,}15\sin(\omega t+22^0)$.

Таким чином, можна зробити наступні висновки:

1) Змінна синусоїдальна величина може бути однозначно представлена вектором. Довжина вектора дорівнює амплітуді, кут нахилу дорівнює початковому фазовому куту.

2) Додавання (і віднімання) синусоїдальних величин можна замінити додаванням (і відніманням) векторів.

Однак, крім додавання і віднімання, синусоїдальні величини доводиться множити й ділити. І тут на допомогу приходять комплексні числа.

Комплексне число може бути зображене на площині вектором, довжина якого дорівнює модулю комплексного числа, а кут нахилу – аргументу. В електротехніці, на відміну від математики, уявна одиниця позначається буквою j. Якщо є комплексне число $A=a+jb$, то його можна представити вектором (рис. 6). На цьому малюнку $|A|=\sqrt{a^2+b^2}$ – модуль комплексного числа; $\alpha=\mathrm{arctg}\ b/a$ – аргумент комплексного числа.

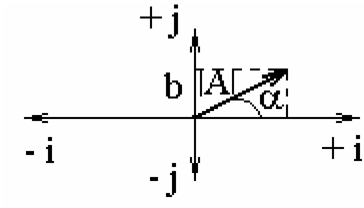


Рис. 6.

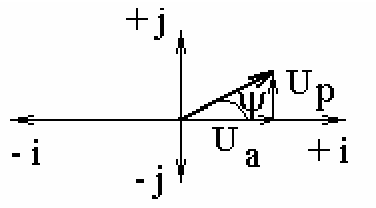


Рис.7

Комплексне число має три форми:

1) алгебраїчну – $A=a+jb;$

2) тригонометричну – $A=|A|(\cos\alpha+j\sin\alpha)$;

3) показникову – $A=|A|e^{ja}$.

(Кут α – як показник степеня – повинен бути абстрактним числом, тобто повинен подаватися в радіанах, але для наочності прийнято виражати його в градусах) [4].

Головним при розгляді комплексного числа є наступне: комплексне число може бути однозначно представлене вектором, і, отже, визначеному вектору відповідає визначене комплексне число.

Таким чином, якщо змінна синусоїдальна величина може бути представлена вектором, а визначеному вектору відповідає визначене комплексне число, то *змінна синусоїдальна величина може бути представлена комплексним числом* .

Розглянемо, як виражаються різні величини комплексними числами.

1. *Напруга і струм***.** Дано рівняння $u=U_M\sin(\omega t+\psi)$. Вектор, що відповідає цьому рівнянню, представлений на рис. 7. В

електротехніці за довжину вектора береться не максимальне, а діюче значення. Воно позначається великою буквою U без індексу й обчислюється шляхом ділення максимального U_M значення на $\sqrt{2}$. На рис. 7 показані дві проекції цього вектора: на вісь дійсних чисел – U_a (активна складова напруги) і на вісь уявних чисел – U_p (реактивна складова напруги).

Синусоїдальна величина, яка виражена комплексним числом, називається *комплексом* і позначається прописною буквою з крапкою нагорі – $\dot{U}$.

Відповідно до рис. 7 можна написати комплекс напруги в трьох формах:

1) алгебраїчна форма – $\dot{U} = U_a + jU_p$;

2) тригонометрична форма – $\dot{U} = U(\cos\psi + j\sin\psi)$;

3) показникова форма – $\dot{U} = Ue^{j\omega}$.

Таким чином, у комплексі напруги модуль дорівнює діючому значенню, а аргумент – початковому фазовому куту. Крім того, активна складова напруги дорівнює дійсній частині комплексу напруги, а реактивна – уявній частині.

Аналогічно для струму: $i = I_м \sin(\omega t + \psi)$; $I = I_м/\sqrt{2}$; $\dot{I} = I_a + jI_p$; $\dot{I} = I(\cos\psi + j\sin\psi)$; $\dot{I} = Ie^{j\omega}$.

Приклад 1. Дано: $i = 2\sin(314t - 60°)$. Виразити струм комплексним числом.

Розв'язування. $I_M = 2$А; $\psi = -60°$; $I = I_M/\sqrt{2} = 2/\sqrt{2} = 1{,}41$А.

Найпростіше написати комплекс струму в показовій формі: $\dot{I} = 1{,}41e^{-j60°}$. Перехід в алгебраїчну форму здійснюється через тригонометричну:

$I = 1{,}41\ [\cos(-60°) + j\sin(-60°)] = 1{,}41(0{,}5 - j0{,}866) = 0{,}705 - j1{,}24$, звідки $I_a = 0{,}705$А, $I_p = -1{,}24$А.

Приклад 2. Дано: струм у комплексній формі $\dot{I} = 3 - j4$. Написати рівняння струму.

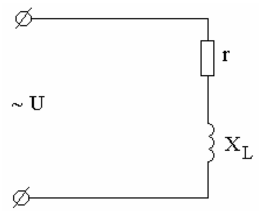
Розв'язування. Для того щоб написати рівняння, треба знати амплітуду і початковий фазовий кут. Тому треба знайти модуль – діюче значення й аргумент – початковий фазовий кут заданого комплексу струму: $I = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5A$; $\psi = \operatorname{arctg}\frac{-4}{3} = 53°$;

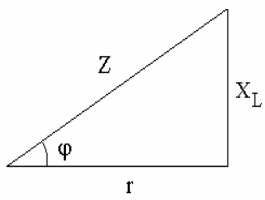
$I = I_M / \sqrt{2}$ $=5\sqrt{2}$ $=7{,}07$А; $i = I_M \sin(\omega t + \psi) = 7{,}07(\omega t - 53°)$.

Для стандартної кутової частоти замість ω можна написати 314 рад/с.

2. *Опір і провідність*. Дано коло (рис. 8): r – активний опір, наприклад, лампа розжарювання; X_L – індуктивний опір, наприклад котушка; z – загальний опір кола, названий повним.

Опори r, X_L, z утворять прямокутний трикутник опору (рис. 9). Кут (φ називається кутом зсуву фаз. Однак відрізок z може бути виражений комплексним числом, якщо вважати, що відрізок r відкладається по осі дійсних чисел, а відрізок X_L – по осі уявних чисел [2].





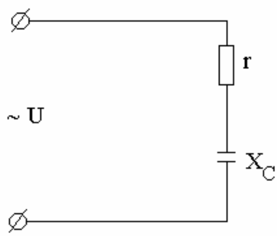


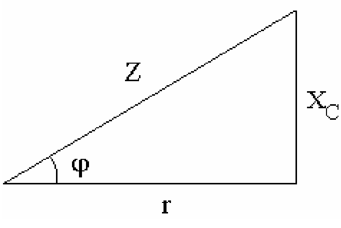
Рис.8 Рис.9 Рис.10

Опір у комплексній формі позначається буквою Z. Для кола на рис. 9 комплекс опору запишеться так:

1) $Z = r + j\,X_L$ – алгебраїчна форма;

2) $Z = z\,(\cos\varphi + j\sin\varphi)$ – тригонометрична форма;

3) $Z = ze^{j\varphi}$ – показникова форма.



Модуль $z = \sqrt{r^2 + x_l^2}$, аргумент $\varphi = \operatorname{arctg} X_L / r$. Таким чином, у комплексі опору модуль дорівнює повному опору, а аргумент – зсуву фаз.

Рис.11

Аналогічно для кола, представленого на рис. 10, де Xc – ємнісний опір, наприклад, конденсатор. Трикутник опорів зображенний на рис. 11. Комплекс опору для цього кола:

$$Z=r-j\,X_C;\ Z=z\,(\cos\varphi+j\sin\varphi);\ Z=ze^{-j\varphi}.$$

Модуль $z=\sqrt{r^2+x_C^2}$ аргумент $\varphi=\mathrm{arctg}(-X_C/r)$.

Провідність – це величина, обернена до опору. $Y=1/Z$ – комплекс провідності. Для знаходження Y скористаємося виразом для комплексу опору: $Z=r+jX_L$ (див. рис. 8):

$$Y=\frac{1}{r+jX_L}=\frac{1}{r+jX_L}\frac{r-jX_L}{r+jX_L}=\frac{r-jX_L}{r^2+X_L^2}=$$

$$=\frac{r}{r^2+X_L^2}-j\frac{X_L}{r^2+X_L^2}=\frac{r}{z^2}-j\frac{X_L}{z^2}.$$

Позначивши $r/z^2=g$; $z^2=b$, одержимо $Y=g-jb$, де g – *активна* провідність; b – реактивна провідність. У показниковій формі $Y=y\,e^{-j\omega}$, де $b=\sqrt{g^2+b_L^2}$; y – повна провідність; $\varphi=\mathrm{arctg}(b/g)$.

Аналогічно для кола на рис. 10: $Y=g+j\,b$; $Y=y\,e^{-j\varphi}$,

де b_c – реактивна провідність; $y=\sqrt{g^2+b_c^2}$; $\varphi=\mathrm{arctg}(b_c/g)$.

3. *Потужність*. Комплекс потужності отримаємо, якщо комплекс напруги помножимо на *спряжений* комплекс струму:

$\tilde{S}=U\overset{*}{I}$, де $\tilde{S}$ – комплекс потужності; $\overset{*}{I}$ – спряжений комплекс струму.

Після множення одержимо комплексне число, у якого дійсна частина дорівнює активній потужності, а уявна частина – реактивній потужності: $\tilde{S}=P+j$, де P – активна потужність; Q – реактивна потужність.

Приклад. Дано: $U=43{,}5+j55{,}6$; $I=10{,}4+j9{,}35$. Визначити активну P і реактивну Q потужності.

Розв'язування. Переводимо комплекси напруги і струму в показову форму. Для цього знаходимо модуль і аргумент струму і напруги:

$$U=\sqrt{43{,}5^2+55{,}6^2}=70{,}7B;\ \psi_1=arctg\frac{55{,}6}{43{,}5}=52°;\ \dot{U}=70{,}7e^{j52°}$$

$$I=\sqrt{10{,}4^2+9{,}35^2}=14A;\ \psi_2=arctg\frac{9{,}35}{10{,}4}=42°;\ \dot{I}=14e^{j42°}.$$

Далі визначаємо спряжений комплекс струму:

$$\overset{*}{I} = 14e^{-j42°};\ \tilde{S} = \dot{U}\overset{*}{I} = 70{,}7e^{\,j52°}14e^{-j42°} = 99014e^{\,j10°} =$$
$$= 990(\cos 10° + j\sin 10°) = 990(0{,}984 + j0{,}173) = 975 + j171.$$

Знаходимо активну й реактивну потужності:

$$P = 975 \text{ Вт};\ Q = 171 \text{ вар}.$$

Алгебраїчна форма комплексного числа зручна при додаванні і вирахуванні, показникові – для множення і ділення; тригонометрична – служить для перекладу показникової форми в алгебраїчну.

Викладачі математики можуть використовувати, не вдаючись в електротехніку, приклади, приведені вище, розглядаючи їх з чисто математичного боку.

Література:

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Выс. шк., 1983.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Выс. шк., 1978.
3. Карташов Р.П. Спектральный метод описание сигналов и их прохождение через линейные цепи. – Киев, 1976.
4. Вища математика. Спеціальні розділи. / За ред. проф. Г.А. Кручковича /. – Київ: Либідь, 1996.

РОЗВИТОК МАТЕМАТИЧНОЇ ІНТУЇЦІЇ У СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ «ВИЩА МАТЕМАТИКА»

Н.І. Одарченко
м. Суми, Сумський державний університет

Викладання курсу «Вища математика» для технічних, економічних, інженерних, військових спеціальностей пов'язане з певними труднощами. Виникають вони внаслідок того, що сприймання і розуміння студентами цього предмету неможливе без розвитку інтуїції, яка дозволяє вірно орієнтуватися у поняттях, фактах, методах. Тому розвиток інтуїції на заняттях з курсу «Вища математика» у вищих навчальних закладах освіти є одним із важливих напрямків у реформуванні освіти України. Для формування математичної культури, яка є основою для успішного освоєння студентами знань зі своєї спеціальності, важливими компонентами є логіка та інтуїція. Вони формують науковий світогляд майбутнього високопрофесійного фахівця.

Серед студентів старших курсів було проведено експериментальне дослідження у формі анкетування з метою встановлення знання чи незнання студентами означень основних понять, а також виявлення, якими інтуїтивними поняттями вони оперують у розмірковуваннях. Ми зупинилися на визначеннях таких основних математичних понять, як визначений інтеграл, подвійний інтеграл, потрійний інтеграл, криволінійний інтеграл, поверхневий інтеграл. Анкетування показало, що близько 20% опитуваних дали означення цих понять на логічному рівні, як цього вимагає програма курсу. А близько 80% опитуваних не знають цих означень на мові інтегральних сум і границь, але користуються успішно цими означеннями на інтуїтивному рівні. При усій неточності відповідей ми змогли виділити тенденцію до поняття кратних, криволінійних і поверхневих інтегралів через слово «сумування».

Інтуїтивні знання розвиваються в основному при розборі конкретних ситуацій – прикладів, задач, графіків, креслень. Для цього необхідно супроводжувати такий аналіз короткими, нехай і в огрубленій формі, формулюваннями основних понять, фактів, ідей, на які бажано направити увагу студентів. Наприклад:

«Зверніть увагу: визначений інтеграл відрізняється від невизначеного тим, що це або число, або первісна з визначеною постійною»; «Інтеграли називаються кратними, тому що інтегрування проводиться не по одній, а по двох або по трьох змінних»; «При знаходженні границь інтегрування треба вказувати напрямок інтегрування стрілочками, причому зовнішній інтеграл завжди має постійні межі»; «Якщо область інтегрування не є відрізком прямої, а являє дугу кривої, то інтеграл називається криволінійним»; «Відмінність криволінійного інтеграла другого роду від першого полягає у тому, що в криволінійному інтегралі другого роду інтегрується векторна величина, а не скалярна функція; крім того, до нього входить диференціал радіус-вектора, а не його модуль»; «Якщо область інтегрування не є відрізком прямої або дугою кривої, а є поверхнею, то інтеграл називається поверхневим», і так далі.

Орієнтуючись на розвиток інтуїтивного знання, необхідно систематично на лекційних і практичних заняттях розкривати «грубий» зміст основних понять, що обговорюються. І дуже важливо, щоб самі означення основних понять максимально сприяли виявленню цього змісту. Розглянемо, наприклад, поняття визначеного інтегралу. У застосуваннях воно виступає як площа криволінійної трапеції. Стандартне ж означення визначеного інтеграла як границя деякої суми є лише уточненням (і дуже суттєвим), формалізацією цього основного, «грубого» змісту поняття. Тому при означенні, а потім і в подальшому необхідно постійно демонструвати, висвітлювати цей зміст, щоб укорінити його в інтуїцію.

Важливим проявом продуктивної математичної інтуїції, яку ми намагаємося розвивати в процесі вивчення курсу «Вища математика», є вміння студентів орієнтуватися у новій незнайомій ситуації, можливість передбачати правильні результати внаслідок розв'язування технічних, інженерних, економічних задач, вибирати шляхи їх одержання, вбачати явно помилкові висновки. Така продуктивна інтуїція повинна опиратися на інтуїтивне бачення відповідних математичних понять і фактів. Навички вірної попередньої оцінки ситуації слід виховувати при розв'язуванні умовно-прикладних задач. Коли на практичному занятті студенти розв'язують такі задачі, то бажано з максимальною ясністю уявити ситуацію, накреслити схеми, графіки, зробити неформальний аналіз задачі, порівняти вихідні дані задачі з добре відомими значеннями, провести аналогії і т.п. Для розвитку продуктивної інтуїції дуже важливо, щоб у процесі неформального обговорення студенти прийшли до деякої оцінки відповіді, яка очікується – у вигляді нерівності, прикидки значень.

Наведемо такий приклад. Нехай обговорюється задача: «Визначити роботу, яку необхідно затратити для запуску ракети вагою P = 1,5 т з поверхні землі на висоту H = 2000 км.» Спочатку з'ясовуємо, що сила F тяжіння (або вага тіла), як відомо із загальної фізики, залежить від його відстані x від центра землі: $F(x)=\dfrac{\lambda}{x^2}$, де λ – стала. Якщо P є вага тіла, коли воно знаходиться на поверхні Землі, тобто на відстані земного радіуса R, то $P=\dfrac{\lambda}{R^2}\Rightarrow\lambda=P\cdot R^2$ і сила F, яку долає двигун, коли піднімає ракету в момент його знаходження на відстані x від центра Землі, є сталою функцією від x: $F(x)=\dfrac{PR^2}{x^2}$.

З математичної точки зору, робота, що виконується двигуном ракети при підйомі її на висоту x, є деяка функція $a(x)$. Припускаючи, що при подальшому підйомі ракети на малу висоту dx сила F залишається незмінною, знайдемо наближену величину приросту роботи:

$$\Delta a\approx F(x)dx=\frac{PR^2}{x^2}dx=da\,.$$

При підйомі ракети з поверхні Землі на висоту H величина x змінюється від R до (R + H). Тому вся робота A виражається інтегралом:

$$A=\int\limits_R^{R+H}F(x)dx=PR^2\int\limits_R^{R+H}\frac{dx}{x^2}=PR^2\left(-\frac{1}{x}\right)\Bigg|_R^{R+H}=\frac{PRH}{R+H}\,.$$

Перевіримо одиниці вимірювання роботи, які одержали при розв'язанні задачі в загальному вигляді:

A = [Н·м]=Дж.

Підставляємо конкретні дані задачі: при P = 1,5 т = $1{,}5\cdot10^4$ Н,

$H = 2000$ км $= 2 \cdot 10^6$ м, $R = 6400$ км $= 6{,}4 \cdot 10^6$ м. $A \approx 2{,}24 \cdot 10^{10}$ Дж.

Оцінюючи результат, який ми отримали при розв'язуванні даної задачі з реальними уявленнями про таку роботу, можна сказати, що він задовольняє фізичний зміст роботи, яка виконується при запуску ракети з поверхні Землі.

Для розвитку інтуїції дуже важливо, одержавши розв'язок задачі, не переходити відразу до іншої, а спробувати якось її обміркувати, прокоментувати цей розв'язок, відповісти, наприклад, на такі питання: чи відповідає отриманий результат очікуваному? Якщо ні, то розібратися, чому. Чи можна розв'язати задачу іншим способом? (Якщо можна, то бажано це зробити, порівняти між собою різні шляхи розв'язування). Якщо задача містить параметри, то як вони впливають на відповідь. Наприклад, як зміниться відповідь, якщо параметр прямує до нескінченності або приймає значення, при яких розв'язки можна одержати з інших міркувань? Цим також можна контролювати відповідь.

Для розвитку інтуїції викладач повинен мати на занятті підбір різноманітних простих запитань, відповіді на які потребують роздуму, неформального аналізу, прикидок, порівнянь, а не пошуку в пам'яті відомого алгоритму розв'язування відомого класу задач. Алгоритм корисний, щоб навчити розв'язувати окремі найбільш важливі класи задач, розвивати фундаментальні уміння та навички. Але постійне розв'язування прикладів і задач за шаблоном може привести до небажаних результатів.

У наш час, коли майбутні фахівці повинні розв'язувати різні задачі у життєвих ситуаціях і підходити до цього творчо, розвиток інтуїції та творчого мислення виходить у ряд першочергових проблем освіти.

ПРО ДЕЯКІ ПРОБЛЕМИ ВИКЛАДАННЯ ДИСЦИПЛІН МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ СТУДЕНТАМ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Є.І. Орлюк
м. Житомир, Інститут підприємництва та сучасних технологій
м. Житомир, Житомирський військовій інститут радіоелектроніки

Видатному французькому математику Симеону Пуассону належить блискуча фраза – "Життя прекрасне двома речами – можливістю вивчати математику та можливістю викладати її". Отримуючи задоволення від своєї праці, кожен викладач математики мріє про те, щоб і кожен студент відчув радість та захоплення від спілкування з величним світом чітких логічних міркувань, математичних понять, теорем та формул.

Доводити те, що математика в наш час – це не тільки знаряддя кількісного розрахунку, але й метод витонченого дослідження економічних явищ та процесів, причому найрізноманітніших та найскладніших, немає особливої потреби – про це красномовно говорить хоча б один такий факт: з 1968 року, з того часу, коли була впроваджена Нобелівська премія у галузі економічних наук, кожні чотири лауреати з п'яти були професійними математиками. А звідси і такий довгий список математичних та математиконаповнених дисциплін у навчальних планах для студентів, які оволодівають економічними спеціальностями. Але для того, щоб успішно засвоїти згадані дисципліни необхідна ґрунтовна шкільна математична підготовка. Якщо її немає, то праця викладача буде подібною до праці того чоловіка, про якого майже 2000 років тому говорив Ісус: "… свій дім збудував на землі без основи. І наперла на нього ріка – зараз упав він, і велика була тому дому руїна" (Євангеліє від Луки, розділ 6, ст. 49).

Так само нічого не залишиться від нашої праці, якщо не будуть мати хлопці та дівчата, які відчиняють першого вересня двері вузівських аудиторій, міцний підмурок із шкільних знань елементарної математики.

І тут я повинен констатувати невтішний факт нашої дійсності – двадцять п'ять років педагогічної діяльності у вищих навчальних закладах це мені дозволяють зробити – середній рівень математичної підготовки випускників наших шкіл стабільно знижується. Перш за все, кидається у вічі їх низький логіко-математичний розвиток, що призводить до низького логічного мислення взагалі.

В чому причина такого явища – це тема окремої великої розмови, але на двох моментах все ж хотілося б зупинитися.

Впевнений, що найкраще розвиває логіко-математичне мислення дітей розв'язування текстових задач. Згадую, як наполегливо вимагав мій шкільний вчитель від нас, своїх учнів, щоб ми чітко формулювали питання задачі та повністю їх записували. І як багато часу приділялося таким задачам! І на спільну роботу, і на рух, і на відсотки. А що вимагає вчитель зараз, керуючись навчальною програмою? Щоб діти вміли схематично записувати умову задачі та її розв'язання у вигляді арифметичних дій без запису самих питань.

Логічне міркування, як писав французький психолог Жан Піаже, це суперечка із самим собою. І ті питання, що записував учень, і ті арифметичні дії, які він виконував, відповідаючи на питання, утворювали ланцюжок процесу, що лягав в основу логічного мислення. Забрали із зошитів питання – і розірвався ланцюжок, а значить стала слабшою логіка міркувань.

А скільки додаткових проблем з'явилося з початком використання на уроках математики (і не тільки математики) калькуляторів! Усний підрахунок теперішніх випускників дуже слабкий, але це тільки півбіди. Гірше інше – абсолютна неконтрольованість більшістю своїх обчислень, повна довіра цьому невеликому апарату для розрахунків, коли навіть думки немає хоча б наближено передбачити результат дії і зупинитись, якщо те число, що засвітилося у віконці калькулятора, дуже далеке від очікуваного. І, як наслідок, – ніякого обміркування отриманого результату з точки зору фізичного чи економічного змісту.

Тоді з'являються, наприклад, при вивченні поняття "еластичності", такі висновки: "при збільшенні фактора x_i на 1% показник y зменшиться на 1583%".

Знижується математичний рівень підготовки випускника загальноосвітньої школи, а значить і рівень загальної культури молодої людини. Тут доречно згадати цитату з рішення XIX Міжнародної конференції з освіти, що проходила в 1961 році в Парижі – “Математика і притаманний їй стиль мислення повинні розглядатися як суттєвий елемент загальної культури сучасної людини, навіть якщо вона не займається в галузі точних наук або техніки”.

І ось такі, не дуже обізнані з елементарною математикою, випускники шкіл починають оволодівати економічною спеціальністю на контрактній основі. На контрактній, бо перейти бар’єр вступного іспиту вони не в змозі.

Боротьба за існування для великої кількості вищих навчальних закладів перейшла у площину боротьби за вступника, не зважаючи на рівень його фундаментальної підготовки. Щоб забезпечити собі цього самого майбутнього студента, вузи готові починати давати вищу освіту паралельно з навчанням у школі, починаючи з десятого класу.

Як все це далеко від тієї системи відбору, яка панувала ще років п’ятнадцять тому! А ось пункт із Статуту Київського політехнічного інституту, що був затверджений Олександром II: “В студенты института принимаются лица: имеющие аттестаты или свидетельства об окончании курса в высших учебных заведениях или выдержавших полугодовое испытание на физико-математических факультетах университетов”. Коментарі зайві.

Перед викладачем вузу одразу постає перша і найголовніша проблема: як допомогти студенту оволодіти курсом вузівської математики, зберігаючи її науковий рівень. Тому, по-перше, потрібно студенту дати зрозуміти, що для цього необхідно дуже і дуже багато працювати, поступово ліквідовуючи прогалини своєї шкільної освіти. А працювати напружено, на жаль, вміють тільки одиниці навіть з добре підготовлених студентів.

Згадую фразу, що підкорила мене своєю простотою. “Приймаєте в інститут з трійками по математиці, а тут змушуєте вчити вищу математику!” – сказала студентка, в котрий раз не склавши іспит. Сказала без образ, з подивом, немовби запитувала: “Як же так?”

Даючи зрозуміти студенту, що лише через напружену працю можна розібратися у нових поняттях, означеннях чи теоремах, далі потрібно надати йому всіляку допомогу в цій нелегкій праці.

Безумовно, величезне значення тут мають індивідуальні консультації.

Але ті норми розрахунку навчального навантаження, за якими на консультації виділяються жалюгідні крихти, зовсім не сприяють цій дуже важливій формі роботи викладача зі студентами. В значно вигіднішому становищі знаходиться вища військова освіта: за її нормами на одну навчальну групу виділяється на рік до 15% процентів від кількості годин лекцій і 10% від загальної кількості годин інших видів навчальних занять. І тому сама система індивідуальних консультацій у військових вузах знаходиться на значно вищому рівні, ніж в цивільних.

Для полегшення сприймання та засвоєння всього блоку математичних дисциплін, а тут і Вища математики, і Теорія ймовірностей, і Математичне програмування, Методи дослідження операцій і так далі, необхідно пам’ятати, що міцність і дієвість математичних умінь залежить від синтезу різного змісту в цілісній математичній дії. І тому поєднання нових понять з тими, що були вивчені раніше, стає значним засобом підвищення ефективності навчального процесу. Кафедрам математики необхідно не тільки ретельно проробляти план неперервної математичної підготовки студентів, але й так будувати викладання предметів математичного циклу, щоб основні математичні поняття раз за разом використовувалися при вивченні нового матеріалу. Якщо з поняттям оберненої матриці студент познайомиться у першому семестрі, вивчаючи матричну алгебру, а потім зустрінеться з необхідністю її використання лише в п’ятому семестрі, обчислюючи оцінки параметрів множинної регресії, то, зрозуміло, що ступінь оволодіння цим поняттям буде невисокою. Тобто завдання педагогів полягає в тому, щоб якомога частіше переносити старі знання у нову ситуацію.

Ефективність такої методології побудови навчальних дисциплін буде ще більшою, якщо за цим самим принципом будуть працювати і викладачі-економісти. Але парадокс полягає в тому, що якщо викладання математики відбувається не заради математики, а для того, щоб математичними методами найефективніше знаходити відповіді на економічні питання, то більшість педагогів-економістів ще не розвернулися лицем до математики і не використовують в своїх дисциплінах можливості того математичного апарату, який вже вивчили студенти. Вийти з цієї ситуації можна шляхом тісних контактів між математиками та економістами, проведенням міжкафедральних семінарів, спільних засідань кафедр по обговоренню тематичних планів дисциплін, залученням математиків як консультантів дипломних проектів. Тільки така спільна робота може привести до того, що студент, закінчуючи вуз , буде впевнений, що без ґрунтовних математичних знань неможливо розв'язати економічні проблеми. І, можливо, тоді він і відчує радість від того, що вивчав цю чудову науку!

МАТЕМАТИКА ТА ІСТОРІЯ

О.Е. Охредько
м. Кривий Ріг, Середня загальноосвітня школа №99

Знання викликають запитання, відповіді на які породжують нові запитання, які ... і так постійно буде подовжуватися цей кругообіг. Людина опановує нові виміри науки, які все більше і більше віддаляються одна від одної. І якщо це буде подовжуватися і далі, то можливо трапиться ситуація, як в одному з фантастичних романів, коли люди різних професій не розуміли один одного навіть на побутовому рівні.

На жаль схожа ситуація існує і в школі, коли предмети викладаються окремо, незалежно. Особливо велика різниця між предметами політехнічного циклу (фізика, математика) і гуманітарного (історія, філологія). Але ж багато в цих предметах такого, що об'єднує їх, має спільні теми і матеріали. Наприклад математика та історія. Два протилежних і разом переплітаючихся предмета. Вивчаючи математику неможливо не звернути увагу на історичні події та факти, на історію математики, життєтворчість великих математиків, які жили тисячі років тому. А на скільки б цікавішими були б математичні задачі, якщо б вони мали історичне забарвлення тієї епохи, яку вивчають в цей момент учні даного класу.

З іншої сторони, викладання історії неможливо без математики. Прості арифметичні дії постійно присутні на уроках. Наприклад під час перевірки рівня знань учнів 6-х класів з історії Стародавньої Греції епохи Еллінізму пропонується наступне завдання:

➲ *Поставте замість букв цифри і виконайте математичні дії:*

А : Б = В	Г – Д = Е	К – Т = О	С – Л = І
Н – И = П	З – Я = Х	У – Р = М	

М – (П – О + Х – Е + І) * В =

А – Перші Олімпійські ігри. **Б** – Битва біля Херонея. **Г** – Початок Пелопоннеських війн. **Д** – Битва біля Гавгамел. **К** – Початок тиранії Пісістрата. **Т** – Битва біля острова Саламін. **С** – Початок реформ Солона. **Л** – Перикла вперше обирають стратегом. **Н** – Перший похід персів проти Греції. **И** – Облога Тіру О. Македонським. **З** – Битва біля Платеї. **Я** – Філіп II стає царем Македонії. **У** – Битва біля р. Ісса. **Р** – Похід О. Македонського в Індію.

Крім того нас постійно супроводжують одиниці вимірів: міри, довжини ваги. Хіба можливо уявити без цього історію? А основа всієї побудови історії – хронологія?

На початку викладання історії Стародавнього світу (в I семестрі) учні 6-х знайомляться з лічбою років в історії. Вони вперше чують про розподіл часу на дві частини – до нашої ери та наша ера, початок підрахунку від Різдва Христова. Особливо багато труднощів викликає рахунок років до нашої ери, коли час рухається як би навпаки, від старішого до молодого. Для наочності вчитель завжди малює "лінію часу", вказує напрямок, виставляє початок розрахунку та інше:

до нашої ери **0** ***наша ера***

до Різдва Христова ***Різдво Христове*** *після Різдва Христова*

І постійно вирішуються задачі з датами, використовуючи "лінію часу".

Але якщо розглянути ці події з математичної точки зору, то ми побачимо звичайну координатну пряму, а хронологічні задачі – математичні дії з від'ємними числами (Розділ II "Раціональні числа" §8.1. "Додаткові і від'ємні числа", §8.2. "Координатна пряма"). Все це вивчається учнями 6-х класів, але в II півріччі. Таким чином знайомство з хронологією на початку року є попереднім знайомством з математичними темами.

І таких випадків співпадаючих тем і матеріалів існує дуже багато, але, підсумовуючи, можна зробити наступні висновки:

- межпредметні зв'язки допомагають краще засвоювати матеріал з різних предметів;
- потрібно переглянути діючі програми для координації викладання предметів із співпадаючими темами.

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ЗАВДАНЬ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

О.М. Палаус
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Нове століття – епоха наукових технологій та винаходів. Сучасне життя вимагає від людини не лише якісної системи знань, а й уміння застосувати їх на практиці, творчо реалізувати свої здібності. Вимоги життя змушують по-новому підійти до розгляду такого засобу навчання, як нестандартні завдання.

Нестандартні завдання активізують розумову діяльність учнів, розвивають увагу, волю, творчу уяву, навички дослідницької роботи. Вони відрізняються між собою дидактичною метою, ступенем самостійності учнів, рівнем творчості.

Для вирішення нестандартних завдань в учнів повинні бути міцні знання й навички успішного застосування їх на практиці. Важливою є дидактична мета нестандартних завдань – розвиток в учнів уміння швидко, чітко і правильно вирішувати життєві проблеми, застосовувати придбані знання та навички. На відміну від тренувальних вправ для нестандартних завдань не передбачається готовий матеріал. Його потрібно знайти, придумати, створити. Завдання можуть мати різний зміст, але поєднує їх загальна ознака – творче вирішення. При виконанні перших завдань, учні тільки переносять наявні в них знання й навички у нові умови без особливих змін, проте надалі виконання вимагає корінних змін знань і навичок у змінених умовах.

Як показали спостереження, на уроках нестандартним завданням приділяється до 15 хвилин. Завдання варто пропонувати як для класної роботи, так і для домашньої, в такій послідовності, щоб поступово наростала їхня складність.

Велику роль при використанні нестандартних завдань відіграє добір методів і засобів навчання. Їх вибір залежить від цілей і змісту уроку, підготовленості учнів, їхньої організованості, дисципліни і вікових особливостей. Крім цього, враховується і досвід вчителя, володіння тими чи іншими методами, наявністю матеріальної бази. Тому рекомендуємо використовувати той метод, що виключає спосіб розв'язання чи підказку. У випадку неправильного вирішення завдання вчитель будує логічні проблемні ситуації, які виявляють момент помилки, чим спрямовує думку учня у потрібне русло, але зберігаючи за ним подальшу самостійність.

Вибір методів навчання залежить від місця теми в даному курсі математики. В міру його вивчення зростає запас знань і умінь учнів, що дозволяє більш широко використовувати творчі роботи учнів у процесі вивчення нового матеріалу. При визначенні методів навчання необхідно приймати до уваги вікові особливості школярів. Учитель повинен більше урізноманітнювати методи й прийоми навчальної роботи, частіше переключати учнів з одного виду діяльності на інший, постійно посилюючи мотивацію пізнавального пошуку та творчого розв'язання завдання. Створення проблемних ситуацій сприяє інтелектуальному розвитку школярів.

Використання вчителем нестандартних завдань зобов'язує пам'ятати, що не можна ставити питання, проблему без попередньої актуалізації тієї групи засвоєних знань, яка безпосередньо пов'язана з матеріалом, що буде засвоєно шляхом розв'язання завдання. У противному разі чи проблема (утруднення) не буде зрозумілою і прийнятою учнями, чи її розв'язання не буде мати творчого характеру. Вчитель також повинен враховувати рівень розвитку школярів, рівень їхніх знань і не ставити нестандартне завдання довільної складності, не спрогнозувавши утруднення школярів та можливість розв'язання завдання учнями.

Таким чином, дотримання цих особливостей при використанні нестандартних завдань на уроках математики дозволяє підвищити рівень знань учнів, уміння реалізувати ці знання на практиці, а отже, сприяє розвитку творчої особистості.

ДО ПИТАННЯ УДОСКОНАЛЕННЯ ЗМІСТУ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦЯ

С.В. Петренко, О.В. Мартиненко
м. Суми, Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка

Сучасна освіта – провідний фактор впливу на рівень розвитку вільного суспільства, основа, на якій будується і тримається сильна, здорова держава.

Потреби сучасної епохи зростають, і це зростання прискорюється завдяки успіхам у різних галузях. Математична освіта висококваліфікованих інженерів, економістів, працівників банків, керівників виробництва потребує глибоких знань класичних розділів вищої математики, математичного програмування, теорії ймовірностей і математичної статистики.

Тому, вивчення математики в середній школі залишається однією з основних задач освіти, а підготовка спеціалістів з математики – однією з найважливіших проблем незалежної держави.

Математична освіта в школах нового типу ґрунтується на таких принципах:

– на всіх рівнях навчання диференційовані програми створюються на основі базового змісту математичної освіти;
– забезпечується неперервність процесу навчання в різних ланках безперервної освіти;
– забезпечується розвивальний характер (розвиток інтелекту, алгоритмічної культури, інтуїції) та прикладна спрямованість навчання (вміння використовувати знання до розв`язання практичних та прикладних задач);
– використовуються нові технології навчання, в тому числі інформаційні та інші інтенсивні методи, спрямовані на розвиток пізнавальних інтересів.

Високий рівень фундаментальної математичної підготовки вчителя математики на сучасному етапі передбачає:

– відповідний рівень довузівської підготовки, необхідний для успішного засвоєння фахових дисциплін і самостійного опрацювання наукової літератури з математики;

– розуміння логіки розвитку математики, потреб та проблем сучасного стану математичної науки, їх розв’язання;
– вміння будувати математичні моделі різних процесів;
– вміння формувати математичні задачі, вибирати і застосовувати відповідні найоптимальніші методи їх розв’язання.

Стало очевидним, що в сучасній ситуації найважливішим завданням освіти, як шкільної так і вищої, є підготовка фахівців з кваліфікацією на рівні міжнародних стандартів. Досягти цієї мети можна завдяки формуванню творчої особистості, яка вміє адаптуватися в нових економічних умовах сучасного стрімкого, динамічного світу. Фахівець повинен бути здатний до самостійного пошуку та засвоєння нових знань, вміти застосовувати їх в будь-яких, а особливо, нестандартних ситуаціях, вміти вирішувати проблеми, що виникають, новими оригінальними шляхами. Але останніми роками спостерігається зниження рівня підготовки вчителя математики. Це є наслідком значного погіршення знань школярів з математики, зменшення зацікавленості студентів у професійній підготовці у зв`язку з “непопулярністю” професії вчителя взагалі, недосконалістю процесу навчання.

Проблема недостатньої “математичної” підготовки першокурсників може бути частково розв`язана шляхом введення в першому семестрі спеціального поглибленого курсу елементарної математики, оскільки міцні знання з елементарної математики дозволяють осмислити зміст шкільного курсу математики на професійному рівні.

В сучасних умовах якісна підготовка майбутнього фахівця вимагає від викладача звернути особливу увагу на організацію самостійної та індивідуальної роботи студентів. Завдання ВНЗ (особливо педагогічного) полягає, на нашу думку, не тільки в тому, щоб дати майбутньому вчителю певний обсяг знань, а й навчити вчитись, тобто, викликати потребу в самоосвіті. Студенти, які за період навчання не навчилися самостійно поповнювати свої знання, не зможуть у майбутньому стати висококваліфікованими спеціалістами. Тому велику стурбованість викликає зменшення кількості аудиторних годин для індивідуального спілкування студента з викладачем. Зникли аудиторні години для індивідуальної роботи, значно знижена кількість годин для проведення консультацій. Саме виконання індивідуальних завдань дозволяло врахувати різний рівень математичної підготовки студентів, допомагало з`ясувати математичні вподобання кожного, було досить непоганим підґрунтям для написання курсових та дипломних робіт. Індивідуальна робота давала можливість досліджувати окремі питання теоретичного і практичного характеру з математичних дисциплін, систематизувати знання, осмислювати взаємозв`язок матеріалу різних математичних курсів.

Як свідчить багаторічний досвід роботи в педагогічному вузі, студенти-першокурсники відчувають значні труднощі серед яких, насамперед, відсутність єдиного вузівського підручника, який повністю висвітлював би всі питання програми і пов`язана з цим необхідність користуватися посібниками різних авторів. Такі принципові особливості навчання в вузі ускладнюють роботу першокурсника, який звик до шкільної методики. На жаль, користування в школі єдиним підручником відучує від творчого підходу до вивчення програмового матеріалу.

Підвищення вимог до знань учнів шкіл різних типів, збільшення уваги до індивідуальної, творчої самостійної діяльності як учнів так і студентів, надає можливість більш повної реалізації свого потенціалу, спираючись на власні інтереси, досягнення більш високих результатів. Це створює сприятливі умови для творчого розвитку обдарованої молоді, дає можливість навчити математичного моделювання процесів та явищ, які мають загальнокультурне та професійне значення.

УКРАЇНОЗНАВСТВО НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВИХ КЛАСАХ

Л.І. Петрушина
м. Кривий Ріг, Середня школа №99

Виховання свідомого громадянина починається із засвоєння дітьми духовних надбань своєї нації. Без оволодіння в сім'ї, дитсадку, школі, культурою народу, пізнання його самобутнього національного характеру, практичного продовження культурно-історичних традицій, звичаїв, обрядів не можна навіть говорити про успіх навчально-виховного процесу.

Українознавство як наукова галузь становить комплекс різних наук, що вивчають мову, літературу, фольклор, історію, культуру.

Охопити українознавством за його повним обсягом у початкових класах неможливо. Тому молодші школярі опановують лише його елементи у контексті інших навчальних дисциплін.

Ігри, забавлянки, віршики, прислів'я, скоромовки, приказки, казки, загадки, пісеньки, смішинки з числовими мотивами – дитячий фольклор роблять уроки математики цікавішими.

Міжпредметні зв'язки реалізую методами евристичної бесіди, практичної роботи, обов'язково спираюсь на життєвий досвід дітей. Попередньо все продумавши, на уроці можна знайти час і для повідомлення нової інформації. Одного разу загадати загадки, іншого – використати вірш чи пісеньку як гру, ще іншого – повідомити якусь цікавинку. У результаті – не лише розширюються знання, а й створюється особливий емоційний фон, що посилює виховний вплив.

Під час вивчення теми "Нумерація чисел першого десятка" використовую добірки прислів'їв, приказок, загадок, скоромовок і т.п. Вони сприяють розвитку образного і логічного мислення.

Наприклад, число 2:

Загадки:

1. На одному камені дві змії лежать. (Лоб, брови).
2. Двоє лисенят завжди поруч сидять. (Вуха).
3. Двоє рідних дітей межа перебила. (Очі).
4. Де дві дороги разом зійшлися? (Холоші у штанях).

5. В одній діжі два тіста. (Яйце).
6. Двоє поросят та чотири хвостики. (Черевики).
7. Два держить, а два пхає,
   А два дивиться, чи попадає. (Засиляють нитку).
8. Що воно за штучка:
   Два шарики і ручка? (Ножиці).

Приказки:

1. Двоє третього не ждуть.
2. Два коти в однім мішку не помиряться.
3. Двічі літа не буває.
4. Двоє недужих сіли та хліб з'їли.
5. Одна нога тут, а друга там.

Прислів'я:

1. Один урожай збирай, а про другий дбай.
2. Ледачий два рази робить, а скупий два рази платить.
3. Два хитрих мудрого не переважають.
4. Рідна мати однією рукою б'є, а другою гладить.
5. На одному кораблі матроси двох воюючих сторін не служать.
6. Одному не страшно, а двом веселіше.
7. Мудрому два слова досить, а дурневі і сто не допоможуть.

Щедрівки:

Під липкой, липкой,
Під зелененькой рокиткой
Щедрувало дві бабусеньки –
Одна гола, друга боса.
Під липкой, липкой,
Під зелененькой рокиткой
Боса каже: - Давай хутко,
Побіжу прудко! –
А гола каже: - Годі давати,
Бо ніде дівати!
Що на полиці дві паляниці
Ще й стравка.
Ходить бабуся коло дідуся,
Як павка.
Сидить дідусь на колодочці,

Смутує.
Ходить бабуся коло дідуся
Частує.
Пісенька:
Ой пасу я бички, бички,
Ой пасу я бички, бички,
Та й попід річки,
Як я собі заспіваю,
Не треба й музички.
Як я собі заспіваю
Двома голосами,
Один голос піде гаєм,
А другий лісами.
Лічилки:
Один бан, другий бан.
Сіла баба на баран,
Поїхала в гості,
Поламала кості.
Постой, бабо, не біги,
Подай свої пироги
З луком, з перцем
І з собачим серцем.

Ходила квочка
Коло кілочка
Та водила
Дитенят-курченят.
- Оце вам, дітки,
По дві квітки,
А мені одна,
Та й та золота.

Скоромовка:
Два бобри брунатно-бурі
Бобралися у баюрі.
– *Правда, брате бобре, добре?*
– *Пречудово, брате бобре!*

До кожного виду дитячого фольклору можна скласти різноманітні завдання з математики. Збудниками інтересу до активної пізнавальної діяльності на уроках математики в 1–2 класах є герої українських народних казок: Котигорошко, Колобок, козак Мамалига, Івасик-Телесик, Вовк та Лисичка, пан Коцький, які потребують дитячої допомоги у розв'язанні різних завдань, пропонують позмагатися в лічбі, а також є героями задач з казковим сюжетом:

За два дні Лисичка з Вовком зловили 100 рибинок. Вовк зміг упіймати лише 20, а решту піймала Лисичка. На скільки більше рибок у спритної Лисички?

Щоб приготувати обід пану Коцькому, зайчик приніс 6 кг капусти, лисичка – 5 кг картопельки, кабан – 12 кг буряків, а ведмідь приніс м'яса на 20 кг менше, ніж загальна маса всіх овочів. Скільки кілограмів м'яса буде у борщі для пана Коцького?

Фактичний історичний матеріал можна поєднувати з задачами та завданнями на народознавчому матеріалі.

Наприклад, розповідаю дітям: "У XV–XIX ст. величезна територія України була позбавлена найпотрібнішого продукту – солі, у зв'язку з природними особливостями. Їздили за нею чумаки, здебільшого козаки і селяни, в Карпати та Крим. На території Криворіжжя збереглася частина чумацького шляху – відомий Кизикерменський шлях". А потім пропоную задачу:

Їхали чумаки додому. В дорозі їх застала ніч. Полягали вони спати. Троє чумаків лягли на один віз, двоє – на другий. Біля возів на траву лягло ще п'ять чумаків. Скільки чумаків їхало додому?

В 3 класі, вивчаючи одиниці маси, знайомлю дітей із старовинними мірами: пудом, фунтом, золотником, долею. Розповідаю, що у середині XIX ст. чумаки перевозили щороку понад 60 млн. пудів різних вантажів, а в окремі роки – до 80 млн. пудів.

Пропоную записати в кілограмах:

60 млн. пудів = ... млн. кг

80 млн. пудів = ... млн. кг

Одним із шляхів формування національної свідомості є ознайомлення вихованців з добою козаччини. Із захопленням слухають діти про мужність, винахідливість козаків, пишаються їхніми ватажками. Під час усної лічби проводимо козацькі змагання, розв'язуємо задачі:

Вирішили козаки пливти до Туреччини визволяти своїх товаришів із неволі. Було у них 5 човнів, а в кожному човні по 20 козаків. Скільки всього пливло козаків?

У поході козаків на Царгород брали участь 250 "чайок". Але на Дніпровім лимані їм загородили дорогу турецькі кораблі: 25 великих галер і 300 менших кораблів. Перемігши в бою, на 130 "чайках" вирушили на Царгород. Скільки козацьких і турецьких кораблів загинуло в битві?

Іншого разу демонструю репродукцію картини І.Ю.Рєпіна "Запорожці пишуть листа турецькому султанові", розповідаю: "До заснування Запорозької Січі українців десятками тисяч гнали у рабство й продавали, як худобу, на ринках Туреччини. Та ось знайшлися сміливі голови, герої, повні мужності, героїзму. "Досить, – сказали туркам, – ми оселяємося на порогах Дніпра і відтепер, хіба через наші трупи, ви доберетеся до наших братів і сестер". Одного разу вони написали турецькому султанові дотепного листа, в якому висміювали його чванство та деспотію". І пропоную задачу:

Писали якось запорожці листа турецькому султанові. У листі було 10 рядків, а в кожному рядку по 6 слів. Скільки всього слів було в листі?

Задачі можна пов'язувати з матеріалом, вивченим на уроках народознавства.

Тема "Рід"

У мене в родині є: одна прабабуся, 2 дідусі, 2 бабусі, тато, мама, молодший і старший брат і маленька сестричка. Скільки всіх у нашій родині?

Тема "Будівництво хати":

У селі було 16 хат. У кожній хаті по 4 вікна. Скільки вікон у всіх хатах?

Тема "Великдень"

На Великдень приготували 3 крашанки, писанок на 7 більше, а шкрябанок вп'ятеро менше, ніж крашанок і писанок разом. Скільки всього використали яєць?

Тема "Народне мистецтво і промисли"

Народні умільці сплели за зиму на продаж 960 лозових кошиків. Скільки кошиків за день сплітав кожен, якщо їх було 8 чоловік і кожен відпрацьовував за зиму 60 робочих днів?

Кушнір вичинив 16 шкір ягнят. Із ? вичинених шкір пошив кожух. Скільки шкір залишилося?

На уроках математики під час вивчення геометричних фігур можна використовувати фрагменти українського орнаменту.

Матеріали українознавства дають можливість проводити нестандартні уроки з математики: уроки-казки, зустрічі, свята, змагання, подорожі і т.п.

Вважаю: проводити уроки математики з використанням матеріалу українознавства треба: обминати їх, обходити через недостатність матеріалу не можна.

Переконана, саме такі уроки допоможуть формуванню національної свідомості дітей, сприятимуть зростанню інтелектуального потенціалу і вчителя і учнів.

МАТЕМАТИЧНА ОЛІМПІАДА В ШКОЛІ І СТУПЕНЯ

Л.Ю. Полякова
м. Кривий Ріг, Середня школа №99

“Як багато знань з усіх боків стукає в двері сучасної школи...”. Цей образний, влучний вислів К.Д. Ушинського надзвичайно точно передає вплив розвитку науки і техніки на навчально-виховний процес. Ми, педагоги, покликані привчати учнів самостійно здобувати знання, творчо застосовувати їх у житті.

Вивчення математики в початковій школі забезпечує оволодіння учнями математичних знань, необхідних у повсякденному житті та достатніх для успішного оволодіння іншими предметами і забезпечення наступності із основною ланкою школи.

Ознайомлення дітей з математикою, як особливим методом світопізнання, розуміння ним зв’язку математики з дійсністю, уявлення про математичне моделювання сприяють розвитку наукового світогляду. А використання фактів з історії математики формують уявлення про математику як невід’ємну частину загальнолюдської культури.

У процесі навчання математики здійснюється виховання молодших школярів: формуються позитивні якості особистості, риси характеру, емоційно-вольова сфера, їх самостійність, саморегуляція, чесність, наполегливість, працелюбність.

Вже кілька років методичне об’єднання вчителів початкових класів нашої школи проводить для молодших школярів математичні олімпіади. Участь у них беруть усі бажаючі. Це – своєрідний підсумок цілеспрямованої роботи з дітьми як на уроках, так і поза ними. Готуючись до такого заходу, особливу увагу приділяємо добору матеріалу, щоб, по-перше, завдання були підвищеної складності, але не виходили за межі програми, по-друге, були творчими та зацікавлювали нестандартною формою і змістом.

Проводимо олімпіаду в урочистій обстановці, гарно оформленому актовому залі. Перед початком всіх учасників олімпіади вітає директор школи , який бажає чесної боротьби та перемоги. А потім заходить королева математики.

Привітавшись з присутніми, вона повідомляє, що хоче перевірити, чи готові учні до участі в олімпіаді. Для цього пропонує виконати декілька усних завдань.

Така своєрідна цікава розминка займає 5–7 хвилин, а потім учасники олімпіади переходять до класних кімнат і виконують завдання:

2 клас.

1. Таня, Оля і Ірина за контрольну роботу отримали різні оцінки, але балів початкового рівня у них не було. Відгадайте, яку оцінку отримала кожна із дівчат, якщо в Тані не “5”, у Ірини не “5” і не “11”. (Ірина – “8”, Таня – “11”, Оля – “5”)

2. Поставити дужки так, щоб рівності були правильними.

18 – 2 + 9 = 7   39 – 9 + 5 = 25

15 : 5 – 4 = 15   43 – 13 : 3 = 10

3. В кожному рядку знайди зайві числа

5	10	15	20	23	25	30	35	40
8	10	12	16	20	24	28	32	36

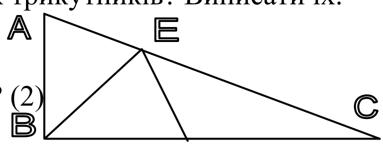
4. Обчислити:

25 : 5 + 26 – 31   40 : 5 · 4 : 2

34 + 12 : 2 - 32   37 + 27 : 3 - 46

5. Задача: *З вагона вийшло 5 пасажирів, а залишилося в 3 рази більше, ніж вийшло. Скільки пасажирів було у вагоні до зупинки?*

6. Скільки на малюнку різних трикутників? Виписати їх.



7. Скільки кінців має палиця? (2) Дві з половиною? (6)

8. Горіло 5 свічок, подув вітер і 2 свічки погасло. Скільки свічок залишилося? (2, бо 3 згоріло).

3 клас

1. Задача: *Діти зібрали із своєї ділянки 5 мішків картоплі і 2 мішки буряків загальною масою 330 кг. Яка маса одного мішка буряків, якщо маса одного мішка картоплі – 50 кг?*

На скільки мішок картоплі важчий від мішка буряків?

2. Написати всі двоцифрові числа, у яких сума чисел десятків і одиниць дорівнює 4.

3. Дві сестри знайшли разом 82 гриби. Коли молодша загубила 6 грибів, а старша дала їй 12 своїх, у них стало грибів порівну. Скільки грибів знайшла кожна сестра?

4. За допомогою цифр від 0 до 9 та знаків дій запиши число 100.

5. Онук запитав у дідуся: “Скільки тобі років?” Дідусь відповів: “Якщо проживу ще половину того, що я прожив, та ще один рік, то мені буде 100 років”. Скільки років дідусеві?

6. $91 \cdot 51 : 13 : 17 + 385 - 12261 : 61$

7. Площа квадрата дорівнює 16 см^2.

Накресли прямокутники, які мають таку ж площу.

8. Обчисли значення виразів $a+b$, якщо

$a = 707851$	$b = 59556$
$a = 200778$	$b = 4223$
$a = 85407$	$b = 6975$

Після перевірки робіт і підбиття підсумків, результати оголошуються на шкільній лінійці, переможці нагороджуються грамотами.

В результаті підготовки та проведення таких заходів помітно зростає інтерес дітей до предмету, активізується індивідуальна робота з сильними дітьми.

Олімпіада сприяє розвитку нестандартного мислення, вихованню самостійності, дає змогу класоводу з’ясувати рівень сформованості обчислювальних навичок, загального підходу до розв’язування задач, знання геометричного матеріалу.

Шкільна олімпіада з математики створює широкі можливості для розвитку розумових здібностей молодших школярів: пам’яті, логічного і критичного мислення, інтуїції, уяви, уваги, інформаційної культури, формування первинних умінь доказово міркувати і пояснювати свої дії, математизувати реальні ситуації.

ФОРМУВАННЯ НАВИЧОК ГЕОМЕТРИЧНИХ ПОБУДОВ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

О.О. Постоєнко, М.С. Жуков
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Для забезпечення навчального процесу з математики в середній школі нами розроблена програма, яка являє собою інтегроване середовище (ІС). Особливість її як ІС полягає в тому, що вона поєднує в собі можливості текстового і графічного редакторів для складання задач (тобто є відкритою для користувача-вчителя) та середовища, яке призначене для розв'язування задач.

В програмі реалізовано метод симетрії з відповідним підбором завдань. Реалізовано два режими: навчаючий і контролюючий, які присутні у всіх видах складності (підготовчий, середній та вищий).

У навчаючому блоці програми створюється середовище, в якому учнів будуть немов би "вводити за руку". Програма сама буде підказувати наступний крок. Цим забезпечуватиметься логіка майже всіх геометричних побудов, передбачених чинною навчальною програмою.

У контролюючому блоці програми учні будуть мати повну свободу дій, на свій розсуд виконуватимуть ті чи інші необхідні побудови. Програма проконтролює якість результату, запропонує переглянути хід розв'язування.

Що являють собою рівні складності?

Підготовчий – містить задачі початкового рівня складності. Незважаючи на це ним не слід нехтувати, бо саме тут закладається основний фундамент і логіка побудов.

Середній – містить задачі середнього рівня складності і може бути запропонований для старших класів середніх загальноосвітніх шкіл.

Вищий – містить переважно задачі творчого характеру, звісно, вищого рівня складності і може бути запропонований для класів з поглибленим вивченням математики.

Крім методу симетрії передбачені такі варіанти вибору:

Довільні побудови – саме тут присутні практично всі геометричні побудови, що є в шкільному курсі геометрії, і саме тут вчитель може скористатися тими задачами, які сконструює сам.

Конструювання задач – в даному розділі передбачені можливості графічного і текстового редактору для розробки належних завдань із різних тем шкільного курсу геометрії.

Програма має зручно оформлений інтерфейс, систему контекстно-чутливих підказок, в ній реалізовані вимоги, що ставляться до побудов у шкільному курсі геометрії. Головна мета даного програмного продукту – максимально допомогти вчителю у викладанні ряду тем з курсу геометрії, а учню у кращому їх засвоєнні.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ТИПА ШЕЙКИ В РАЗНОМОДУЛЬНОЙ СРЕДЕ

Н.В. Рашевская
г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

Рассмотрим задачу о шейке, где неустойчивость возникает в результате действия растягивающих напряжений. К данной задаче существует три подхода: классический, Лейбензона–Ишлинского и неклассический. В постановке Лейбензона–Ишлинского получено выражение для критического значения напряжения, которое в дальнейшем будет использовано для построения модели и исследовании влияния разномодульности на неустойчивость. В работе представлена модель гетерогенно-упругой среды с макронеоднородностями. На модели показана зависимость критического значения напряжения от неоднородности структуры. Рассмотрим упругий материал с потенциалом

$$W=1/2(\lambda\theta^2+2\mu\Delta^2-2\nu\theta\Delta), \qquad (1)$$

где $\theta=\varepsilon_{mn}\delta_{mn}$, $\Delta=\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}$ – инварианты тензора деформации, а $\lambda,\ \mu,\ \nu$ – положительные константы. Продифференцировав выражение (1) по $\partial\varepsilon_{ij}$, получим определяющее соотношение

$$\sigma_{ij}=\partial W/\partial\varepsilon_{ij}=(\lambda\theta-\nu\Delta)\delta_{ij}+(2\mu-\nu\gamma)\varepsilon_{ij}, \qquad (2)$$

где $\gamma=\theta/\Delta$.

При растяжении ненулевыми параметрами напряжения и деформациями являются: σ_{11}, $\varepsilon_{22}=\varepsilon_{33}=-\sigma\varepsilon_{11}$, $\theta=(1-2\sigma)\varepsilon_{11}$, $\Delta=\varepsilon_{11}(1+2\sigma^2)^{1/2}$.

Рассмотрим задачу о шейке в рамках плоской деформации, при малых докритических деформациях [1], когда $\varepsilon_{33}=\partial\varepsilon_{33}=\varepsilon_{13}=\partial\varepsilon_{13}=0$, $\varepsilon_{23}=\partial\varepsilon_{23}$, причем $\partial\varepsilon_{ij}$, $\partial\sigma_{ij}$ – скорости деформаций и напряжений. Учтя, что в докритическом состоянии $\gamma_{12}=0$, получим связь в скоростях деформаций и напряжений [1]:

$$\partial\sigma_{11}=A\partial\varepsilon_{11}+C\partial\varepsilon_{22},\ \partial\sigma_{22}=C\partial\varepsilon_{11}+B\partial\varepsilon_{22},$$
$$A=\lambda+2\mu-\nu(2\gamma_{11}+\gamma(1-\gamma_{11}^2),\ B=\lambda+2\mu-\nu(2\gamma_{22}+\gamma(1-\gamma_{22}^2), \qquad (3)$$
$$C=\lambda-\nu\gamma(1-\gamma_{11}\ \gamma_{22}).$$

Критическое значение напряжения представлено в виде [1]:

$$\sigma_{11}^0=(AB-C^2)/C.$$

Сделав соответствующие подстановки для

$\gamma=(1-2\sigma)/(1+2\sigma^2)^{1/2}$, $\gamma_{11}=1/(1+2\sigma^2)^{1/2}$, $\gamma_{22}=-\sigma/(1+2\sigma^2)^{1/2}$ в (3), получаем выражение для критического напряжения в виде:

$$\begin{aligned}&\sigma_{11}{}^0=[4\lambda\mu+4\mu^2-(\lambda\nu+2\mu-\nu^2)\{(3-2\sigma)/(1+2\sigma^2)^{1/2}+(1-2\sigma)/\\&(1+2\sigma^2)\,(1+2\sigma^2)\}\times\{(1-4\sigma)/(1+2\sigma^2)-(1-2\sigma)\sigma^2/(1+2\sigma^2)^{1/2}\\&(1+2\sigma^2)\}-\nu^2\{(1-2\sigma)/(1+2\sigma^2)+(1-2\sigma)\sigma/(1+2\sigma^2)^{1/2}(1+2\sigma^2)\}^2-\\&2\lambda\nu\{(1-2\sigma)/(1+2\sigma^2)^{1/2}+(1-2\sigma)\sigma/(1+2\sigma^2)^{1/2}(1+2\sigma^2\}]/\\&[\lambda+\nu\{(1-2\sigma)/(1+2\sigma^2)^{1/2}+(1-2\sigma)\sigma/(1+2\sigma^2)^{1/2}(1+2\sigma^2\}].\end{aligned}\qquad(4)$$

Коэффициент Пуассона σ определяется выражением [2]: $\sigma=\dfrac{3K-2G}{2(3K+G)}$, где $K=\lambda+2/3\mu-\nu(1/\xi+\xi/3)$, $G=\mu-1/2\,\nu\xi$.

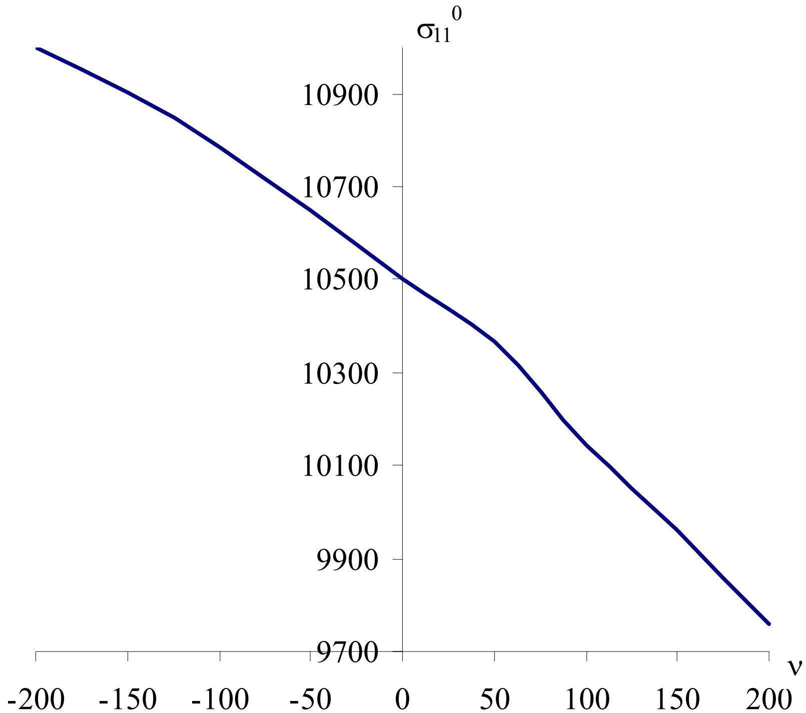
Учитывая, что $\xi=\theta/\Delta=(1-2\sigma)/(1+2\sigma^2)^{1/2}$, получаем уравнение относительно σ:

$$3\lambda-6(\lambda+\mu)\sigma-3\nu((4\sigma^2-\sigma+1)/(1+2\sigma^2)^{1/2})=0.$$

Взяв параметры $\lambda=2000$, $\mu=1500$, $\nu\in[-200, 200]$ с шагом 50, получаем значение коэффициента Пуассона, представленные в таблице. Тогда критические значение напряжения будут найдены в соответствии с формулой (4) при определенных значениях σ и ν.

ν	σ	$\sigma_{11}{}^0$
-200	0.31302405	10999.054
-150	0.30674148	10902.484
-100	0.29965046	10785.887
-50	0.29264371	10651.514
0	0.28571428	10500.624
50	0.2788556	10366.973
100	0.27206128	10144.27
150	0.26532526	9961.5134
200	0.25864163	9757.21

Зависимость (4) ниже представлена графически. Из рисунка видно, что с увеличением неоднородности зависимость близка к линейной. И лишь при больших значениях неоднородности, линейная зависимость нарушается.



1. Клюшников В.Д. Неустойчивость типа шейки при билинейной разномодульности. // МТТ. – 1998. – №6. – С. 98-103.
2. Олейников А.И. Уравнение теории упругости и условие разрушения для разномодульных материалов. // ФТПРПИ. – 1986. – №1. – С. 12-19.

ФОРМУВАННЯ НАУКОВОГО СВІТОГЛЯДУ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ОСНОВ ГЕОМЕТРІЇ

А.О. Розуменко, Є.С. Чеперегіна
м. Суми, Сумський державний педагогічний університет
ім. А.С. Макаренка

Одним з основних завдань процесу навчання у вузі є формування наукового світогляду студента. Під світоглядом розуміють систему філософських, політичних, моральних і естетичних уявлень і переконань людини, яка відображає розуміння навколишнього природного і соціального середовища, ставлення до нього і визначає загальну спрямованість її діяльності. Основою світогляду є наукові знання і практичний життєвий досвід людини. Тому у формуванні світогляду студента великого значення набуває процес засвоєння знань про закономірності розвитку природи, суспільства і мислення, усвідомлення основних ідей науки, формування системи знань з того чи іншого навчального предмету.

Особливе місце з точки зору реалізації цих питань серед предметів математичного циклу належить основам геометрії.

Основи геометрії – це та частина математики, в якій досліджуються основні поняття і аксіоми геометрії, роль і місце кожної аксіоми в побудові геометричної науки, а також можливість заміни одних аксіом іншими і наслідки такої заміни.

Відповідний навчальний курс містить такі основні розділи:

1. Аксіоматичний метод побудови геометричної науки. Вимоги до системи аксіом.
2. Дослідження систем аксіом евклідової геометрії.
3. Неевклідові геометрії.

Знання цих питань дає можливість краще зрозуміти структуру геометричної науки в цілому, дозволяє орієнтуватися в різноманітному геометричному матеріалі, що дуже важливо для майбутнього вчителя математики.

З поняттям “аксіома” студенти знайомі ще з сьомого класу середньої школи. На основі аксіом доводили геометричні теореми, розв’язували задачі. Але для багатьох випускників шкіл так і залишаються відкритими питання: для чого потрібні аксіоми, чому саме така система аксіом вибрана, чи не можна замінити (спростити чи розширити) систему аксіом (навіть у вчителів математики з'являються спроби "відкоригувати" систему аксіом, яка запропонована в тому чи іншому підручнику геометрії).

Для уникнення подібної ситуації ефективною, на наш погляд, є організація діяльності студентів, спрямована на засвоєння суті аксіоматичного методу та усвідомлення його ролі в сучасній математиці.

Організувати таку діяльність студентів можна за схемою:

1. Вивчення загальних відомостей про аксіоматичний метод.
2. Приклади аксіоматичних теорій (з поняттями нематематичної природи).
3. Особливості аксіоматики шкільного курсу геометрії. Порівняльний аналіз різних систем аксіом шкільного курсу геометрії.

При вивченні загальних відомостей про аксіоматичний метод необхідно роз'яснити суть таких понять: основні (вихідні, початкові) поняття, аксіома, теорема, система логічних правил виводу, доведення.

Студенти повинні розуміти, що аксіоматичною теорією називають множину висловлень, в якій:

1. Перелічують основні поняття даної теорії.
2. За допомогою цих понять дають означення всіх інших понять теорії.
3. З аксіом виводять усі інші висловлення даної теорії.

Необхідно підкреслити, що загальна природа основних понять теорії не визначена, тобто вихідним поняттям теорії можна надавати будь-яких значень.

Слід зауважити, що надання певних значень вихідним поняттям теорії називається інтерпретацією цієї теорії. Якщо деяка множина об'єктів і відношень між ними, взятих як значення вихідних понять теорії, задовольняє аксіоми теорії, то вона називається моделлю цієї теорії.

Проілюструвати поданий матеріал доцільно на конкретних прикладах систем аксіом, які описують поняття математичної природи. Ми в своїй практиці використовуємо приклад аксіоматичної теорії, який пропонувався А.М. Колмогоровим учням середньої школи на заняттях математичного гуртка.

В цій теорії основними поняттями є автобусні зупинки і автобусні лінії.

Вводяться відношення належності зупинок і ліній (зупинка *A* належить лінії *a*, якщо автобуси лінії *a* зупиняються на зупинці *A*) і відношення паралельності ліній (дві автобусні лінії називаються паралельними, якщо вони не мають спільних зупинок або збігаються).

Формулюються п'ять аксіом цієї теорії.

A_1: На кожній лінії лежать принаймні дві зупинки.

A_2: Існують три зупинки, які не лежать на одній лінії.

A_3: Через будь-які дві зупинки проходить одна і тільки одна лінія.

A_4: Через будь-яку зупинку проходить принаймні одна лінія, паралельна даній лінії.

A_5: Через будь-яку зупинку проходить не більше як одна лінія, паралельна даній лінії.

В рамках цієї теорії можна довести ряд теорем, наприклад:

T_1: Існують принаймні дві лінії.

T_2: Існують принаймні чотири зупинки.

T_3: Якщо лінії *a* і *b* паралельні якійсь лінії *c*, то вони паралельні між собою.

Доведення "нематематичних теорем" викликають зацікавленість студентів. Вони намагаються сформулювати і довести "свої" теореми в рамках даної аксіоматичної теорії.

Доцільно на прикладі цієї ж системи аксіом ознайомити студентів з поняттям несуперечливості, незалежності і категоричності систем аксіом. Розкрити суть методів перевірки того, що система відповідає названим вимогам.

Особливої уваги вимагає розгляд аксіоматики шкільного курсу геометрії.

Слід акцентувати висновок про те, що система аксіом шкільного підручника не є строго науковою. Це зумовлено необхідністю враховувати в процесі навчання вікові особливості учнів (спрацьовує принцип доступності навчання).

Ефективним є порівняльний аналіз різних аксіоматик шкільного курсу геометрії.

Підкреслюючи "різницю" основних понять, а значить і аксіом, на яких будується курс, слід усвідомити “загальність” цієї побудови, в основі якої лежить аксіоматичний метод. Після такої підготовчої роботи для студентів стає природною необхідність наукового обґрунтування евклідової геометрії, яка і складає зміст шкільного курсу геометрії.

Аналіз різних аксіоматик евклідової геометрії сприяє розвитку критичного мислення студентів, усвідомленню ідеї аксіоматичного методу, формуванню наукового світогляду майбутніх вчителів математики.

У формуванні світогляду студентів великого значення набуває вивчення історії розвитку математики взагалі і геометрії зокрема.

Змістовним і цікавим був перехід від емпіричних відомостей геометричного характеру до побудови геометрії як теоретичної дисципліни. Сучасне розуміння аксіоматичного методу побудови геометрії виникло в результаті тривалого розвитку людської думки.

Безсмертні “Початки” Евкліда – перший твір, в якому реалізований приклад аксіоматичного викладу геометрії. Основу його становлять означення, постулати й аксіоми.

Особливої уваги заслуговує історія п’ятого постулату Евкліда. Багато математиків понад два тисячоліття намагалися довести цю аксіому. З твердженням Евкліда про паралельні пов’язані імена К. Гаусса і М.І. Лобачевського.

Використання елементів історизму при вивченні основ геометрії активізує навчально-пізнавальну діяльність студентів, викликає в них інтерес до питань, що мають світоглядне значення.

Література:

1. Конфорович А.Г. Колумби математики. – К.: Рад. шк.., 1982. – 223 с.
2. Семенович О.Ф., Солдатов В.І. Предмет і метод геометрії. – К.: Рад. шк.., 1967. – 151 с.

РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ КАК СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ИНТЕРЕСА УЧАЩИХСЯ К МАТЕМАТИКЕ

Н.Б. Романюк
г. Кривой Рог, Средняя школа №59

Состояние математического развития учащихся наиболее ярко характеризуется их умением решать задачи. Задачи – это основное средство оттачивания мысли каждого школьника. Прежде всего следует учесть, что научиться решать задачи школьники смогут, лишь решая их. «Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их», – пишет Д. Пойа в книге «Математическое открытие». Одним из способов повышения интереса к математике учащихся является усиление практической направленности преподавания. Школьники с интересом воспринимают задачи практического содержания, позволяющие показать тесную взаимосвязь теории и практики. Интересную задачу легче решать, так как она мобилизует умственную энергию. Поэтому учитель должен подбирать такие задачи, чтобы учащиеся хотели их решать. Разобрав задачу, учитель должен обратить внимание ребят на то, чему полезному они научились, какие новые знания они приобрели, какие факты, выявлены в задаче, полезно запомнить. Текстовые задачи – это традиционно трудный материал для значительной части школьников, поэтому решать задачи можно поэлементно. Видя затруднения учащихся, учитель должен сам предложить вспомогательные задачи и вопросы. Система умело поставленных наводящих вопросов поможет учащимся понять идею решения основной задачи.

I. Задачи на выполнение плановых заданий.

На строительстве плотины укладчики бетона перевыполняя дневную норму на 180 м^3, не только выполняли 10-дневное задание за один день до срока, но и уложили дополнительно 320 м^3 бетона. Сколько кубометров бетона должно быть уложено за 10 дней по плану?

Обозначив дневную норму укладки бетона в м^3 буквой x, выразите:

1) Сколько кубометров бетона должно было быть уложено за

10 дней по плану;

2) Сколько кубометров бетона укладывалось за один день;

3) Сколько кубометров бетона было уложено за один день до срока.

Сравните количество бетона в $м^3$, уложенное за один день до срока, с количеством бетона в $м^3$, которое планировалось уложить за 10 дней и запишите уравнение. Решите уравнение и запишите ответ.

Дополнительные вопросы.

1. На сколько процентов перевыполнялась укладчиками дневная норма? (Ответ округлить до десятых долей процента).

2. Сколько кубометров бетона будет уложено за 10 дней, если укладчики будут продолжать работу в том же темпе?

II. Задачи на изменение количества.

В одном баке 940 л воды, а в другом – 480 л. Из первого выливают за час в 3 раза больше воды, чем из второго. Через 5 часов в первом баке остается на 40 л меньше воды, чем во втором. Сколько литров воды выливается из каждого бака за один час?

Обозначив буквой *x* число литров воды, выливаемой за 1 ч. из второго бака, выразите:

1) количество воды, выливаемо за 1 ч. из первого бака;

2) количество воды, выливаемой из второго бака за 5 часов;

3) количество воды выливаемой из первого бака за 5 часов;

4) количество воды, оставшейся в каждом из баков через 5 часов.

Сравните оставшиеся количества и запишите уравнения. Решите уравнения и запишите ответ на вопрос задачи.

Дополнительные вопросы.

1. На сколько процентов объем воды в первом баке был больший, чем во втором?

2. На сколько процентов объем воды во втором баке стал больше чем в первом через 5 часов?

III. Задачи на движение по реке.

Лодка проплыла по течению реки на 11 км больше, чем против течения, затратив на весь путь 3 часа. Зная, что скорость лодки в стоячей воде равна 5 км/час, а скорость течения 2 км/час, определить, сколько всего километров проплыла лодка.

Обозначив буквой *x* расстояние в километрах, пройденных лодкой против течения реки, выразите:

1) расстояние в километрах, пройденное лодкой по течению реки;

2) скорость лодки по течению и против течения реки;

3) время движения лодки по течению и против течения реки.

Учитывая, что на весь путь лодка затратила 3 часа, составьте уравнение. Решите уравнение и запишите ответ.

Дополнительные вопросы.

1. Какова средняя скорость движения лодки на всем пути?

2. Сколько времени потребовалось бы лодке, чтобы проплыть такое же расстояние в стоячей воде?

Такие задачи и вопросы разрабатываются и на все остальные типы задач: задачи на сплавы и смеси, площадь прямоугольника, задачи на движение, задачи на составление систем уравнений. Хотя не существует правил, позволяющих решать любую стандартную задачу, все же учащиеся должны овладеть некоторым запасом типичных приемов решения, учиться наблюдать математические факты, накапливать их и использовать для поисков решений.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MAPLE В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Ю.М. Рудов, Г.Г. Маклакова
г. Севастополь, Севастопольский национальный технический университет

В настоящее время информационные технологии находят все большее применение в учебном процессе ВУЗов при изучении общеобразовательных дисциплин. Большую роль играют математические пакеты (MathCAD, MAPLE, MathLAB и др.) при изучении высшей математики. Пакеты дают возможность быстро провести необходимый численный эксперимент, проверить ту или иную гипотезу, быстро испытать различные методы и подходы к решению задачи, выяснить границы использования метода. Анализ публикаций показывает, что чаще всего в учебном процессе используется пакет MathCAD. Не отрицая преимуществ MathCAD, следует все же подчеркнуть, что он прежде всего ориентирован на решение задач с помощью численных (приближенных) методов. Правда, в сильно упрощенном варианте он допускает решение некоторых задач в аналитическом (в общем) виде, используя при этом ядро пакета (т.е. значительно урезанную часть) пакета MAPLE. Учитывая, что в курсе высшей математики делается упор прежде всего на решение задач в общем виде, представляет интерес использовать при ее изучении именно пакет MAPLE. Прежде всего, он ориентирован именно на математические задачи, по этой причине он с большим успехом используется в более чем 400 ведущих университетах мира [1]. MAPLE позволяет успешно решать задачи практически во всех существующих разделах математики. При необходимости можно существенно усилить мощь MAPLE в определенной области подключив к пакету специализированную библиотеку. Из нескольких десятков существующих библиотек назовем только некоторые, представляющие интерес при изучении высшей математики: combinat – комбинаторика, linalg – линейная алгебра, tensor – работа с тензорами, simplex – решение задач линейной оптимизации, DEtools – решение дифференциальных уравнений, powseries – степенные разложения, inttrans – интегральные преобразования (Лапласа, Фурье, Гильберта, Меллина и др.), numapprox – числовая аппроксимация, orthopoly – ортогональные полиномы (Эрмита, Лежандра, Якоби и др.), logic – математическая логика, stats – статистические расчеты. В пакете MAPLE возможно работать без знаний программирования, сосредоточив все внимание на математической сущности задачи. Пакет обладает мощными возможностями графической двух- и трехмерной визуализации вычислений, осуществлять анимацию полученных результатов решения. Возможно получать стереоскопические (объемные) изображения объектов [2].

Для иллюстрации возможностей пакета (использовался пакет MAPLE VI) далее анализируются задачи высшей математики по программе первого курса университета.

С помощью пакета MAPLE VI достаточно просто проводить аналитическое (в общем виде) взятие интегралов, нахождение производных, пределов и других математические преобразований. Пусть, например, необходимо найти производные от следующих функций y=x*sin(cos(x)), y=tg(x), вторую производную от функции $y=x^6/6$ и взять следующие интегралы:

$$\int x^3\, e^x\, dx,\ \int_0^{\pi} \sin(x)\, dx,\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+6x+12}\, dx.$$

Для этого можно использовать команды **diff** и **int**, после выполнения которых сразу получаем ответ.

- diff(x*sin(cos(x)),x); sin(cos(x))-x*cos(cos(x))sin(x)
- diff(tan(x),x); $1+\tan(x)^2$
- diff(x^6,x$2); $30x^4$
- int((x^3)*exp(x),x); $x^3e^x - 3x^2e^x + 6xe^x - 6e^x$
- int(sin(x), x=0..Pi); 2
- int(1/(x^2+6*x+12),x=-infinity..infinity); $\frac{1}{3}\pi\sqrt{3}$ evalf(%);

  1.813799365

Как видно, язык описания выражений достаточно простой, причем система предусматривает возможность контроля ввода выражений путем переключения вида изображения в стандартном математическом виде или на языке системы. Для удобства можно предложить еще следующий прием, с использованием команды **Int** библиотеки Student.

➢ with (student): f:=x->3*x^4: Int(f(x),x):=int(f(x),x);

$$\int 3\,x^4\,dx := \frac{3}{5}\,x^5$$

В этом случае выводится исходный интеграл и его решение. Такой метод использования пакета можно рекомендовать студентам при самостоятельной работе для контроля правильности решения.

Как уже отмечалось выше, в пакете можно находить пределы функций. Для иллюстрации рассмотрим следующий пример. Найти пределы функций:

$$\lim_{x \to \infty} \mathrm{e}^x, \quad \lim_{x \to 0+} \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \to 0-} \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \to 0} \frac{5\,x}{\arctan(x)}, \quad \lim_{x \to \infty} \frac{a\,x^2+1}{b\,x+c}.$$

Для этого можно использовать команду **limit**:

➢ limit(exp(x), x=infinity); $\propto$

➢ limit(1/x,x=0,right); $\propto$

➢ limit(1/x,x=0,left); $-\propto$

➢ f:=(a*x^2+1)/(b*x+c): Limit(f,x=infinity)=limit(f,x=infinity);

$$\lim_{x \to \infty} \frac{a\,x^2+1}{b\,x+c} = \frac{\mathrm{signum}(a)\,\infty}{\mathrm{signum}(b)}$$

Можно усложнить задачу и потребовать взять предел функции y= f(x), не используя правило Лопиталя. Например, пусть требуется найти предел

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3\,x}$$

Раскроем неопределенность вида 0/0 методом домножения числителя и знаменателя дроби на выражение, сопряженное числителю. В пакете MAPLE VI это действие выполняется в два этапа: сначала умножается числитель и упрощается с помощью команды **expand:**

➢ f1:=expand(f*(sqrt(1+x)+sqrt(1-x)));

$$f1 := \frac{2}{3}$$

затем умножается знаменатель на ту же величину:

➢ f2:=(f1/(sqrt(1+x)+sqrt(1-x)));

$$f2 := \frac{2}{3}\,\frac{1}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}$$

➢ limit(f2,x=0);

$$\frac{1}{3}$$

Используя теорию пределов можно проводить исследование функций. Рассмотрим следующую задачу. Пусть задана функция y=f(x). Найти точки разрыва функции (если они существуют) и построить ее график.

$$f(x) = \begin{cases} x+4 & x < -1 \\ x^2+2 & -x < 1 \text{ и } x < 1 \\ 2x & 1 \le x \end{cases}$$

Решение. Определим функцию y=f(x) с помощью команды piecewise:

➢ y:=piecewise(x<-1,x+4,x>-1 and x<1,x^2+2, x>=1,2*x);

$$y := \begin{cases} x+4 & x < -1 \\ x^2+2 & -x < 1 \text{ and } x < 1 \\ 2x & 1 \le x \end{cases}$$

Единственные точки, где функция может иметь разрывы, – это границы диапазонов ее определения (внутри диапазона она задается непрерывными функциями). Для проверки непрерывности вычислим пределы справа и слева в точках x=-1 и x=1:

➢ limit(y,x=-1,right); 3

➢ limit(y,x=-1,left); 3

➢ limit(y,x=1,right); 2

➢ limit(y,x=1,left); 3

Как видно из вычислений, в точке x=-1 предел справа равен пределу слева, следовательно функция существует, в точке x=1 – функция терпит разрыв. График функции построим, используя команду **plot** (см. рис. 1).

➢ plot(y,x=-2..2,discont=true, color=black, thickness=2);

Как видно из предыдущего примера в системе MAPLE достаточно просто строить графики, что позволяет легко определить характер поведения функции (например, с помощью анализа первой и второй производной этой функции).

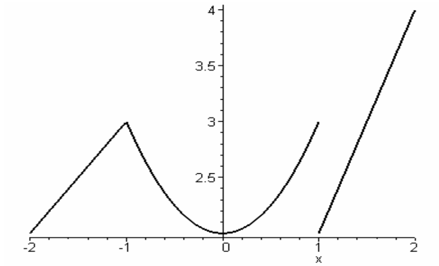


Рис. 1.

Проиллюстрируем это следующим примером. Пусть дана функция У=(exp(cos(x)+3)^2. Построим графики этой функции, первой и второй ее производных. Это можно осуществить с помощь следующих команд.

- y:=(exp(cos(x))+3)^2: v:=x->y:
- plot([v(x),diff(v(x),x),diff(v(x),x$2)],x=-Pi..Pi, thickness=2, color=black, linestyle=[1,3,2]);

Результаты работы программы представлены на рис.2.

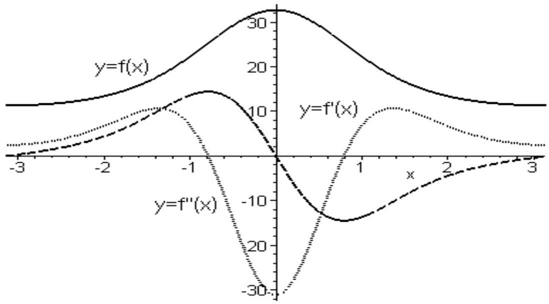


Рис. 2.

Как видно из рисунка 2, в точках равенства нулю первой производной функция имеет локальный экстремум, а интервалы ее знакопостоянства определяют диапазоны возрастания и убывания исходной функции. Наглядно видно, что точки равенства нулю второй производной являются точками перегиба исходной функции.

При необходимости можно с помощью пакета MAPLE VI провести исследование поведения функции более точно, определяя необходимые аналитические параметры.

Использование пакета в учебном процессе позволит совершенствовать формы и методы самостоятельной работы студента при изучении высшей математики. Появляется возможность больше внимания уделить рассмотрению узловых вопросов курса за счет уменьшения затрат на рутинную вычислительную работу, развиваются творческие способности студентов.

Литература

1. Дьяконов В.П Математическая система MAPLE V R3, R4, R5. – М.: СОЛОН, 1998. – 400 с.
2. Маклаков Г.Ю., Маклакова Г.Г. Исследование алгоритма стереоскопической визуализации в математическом пакете MAPLE. В кн.: Графика XXI века. Сб. тез докл. IV Всеукр. студенч. научн.-техн. конф. – Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2001. – С. 18–20.

БЕСІДА – ОДИН З ГОЛОВНИХ ЗАСОБІВ АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Л.Г. Рябенко
м. Кривий Ріг, Середня школа №99

У сучасному світі, де майже на кожному кроці комп’ютерна техніка є вимітальником наших життєвих проблем, де всі дитячі ігри та забави перетворилися у бездумне виконання певних команд, дуже важно навчити дитину приймати власні рішення та логічно мислити, відчути власну значущість і незалежність від сучасної техніки. Так, вже у п’ятому класі вчитель починає “боротьбу” із калькуляторами, які відучують дитину мислити і відчувати себе “Homo sapiens”.

Основною метою для сучасного вчителя, на відміну від встановлених та відпрацьованих команд сучасної техніки, є запрошення учнів до світу міркувань над поставленою проблемою, до висловлення власних думок і до відчуттів, які з’являються під час досягнення “вершин” пізнання. Жодна машина не зможе замінити вчителя, який привчає не зубрити, а пізнавати істину власним розумом. Саме бесіда, чи то з вчителем, чи з однокласником, активізує учнів як організаційно, так і логіко-психологічно. “Дипломатична”, розумна бесіда є своєрідною школою мислення і мови.

Виведення із розумової пасивності, тактовне ставлення до точки зору кожного учня, умілого пояснення допущенних помилок та визначення всіх позитивних сторін роботи – основна запорука спільного успіху вчителя і учнів.

Саме бесіда дозволяє дати вірну відповідь на запитання: “Чому стіл, який має три ніжки стоїть завжди твердо, а стіл з чотирма ніжками – інколи хитається?” Тільки завдяки власним висновкам випливає математичне сухе твердження: ”Через три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести площину.” Досвід показує, що перевага власних здобутих знань домінує над зазубрювання кимсь визначених правил.

Визначення значимості знання численних формул стереометрії можна запропонувати учням при постановці такої проблеми: “Яке морозиво вигідніше купувати, назнаючи його ваги:

циліндричне чи конічне?” Розв’язання цієї проблеми під час бурної дискусії відкриває учням не тільки секрети математики, а і секрети сучасного бізнесу.

Під час бесід та аналізу розглянутих ситуацій учні відволікаються від встановлених правил ведення уроків, а самого найсуворішого вчителя робить співбесідником і порадником.

Колективний процес пізнання – від неправильного до правильного, від неточного до точного, від незнання до знань – виховує в учнів гнучкість мислення, здатність відволікатися від проторених шляхів, від шаблону в міркуваннях і висновках, а саме головне – відчути себе розумною істотою.

МОНІТОРИНГ ЯК ОДИН ІЗ ЗАСОБІВ ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ ЗНАНЬ З МАТЕМАТИКИ ПРИ ДИФЕРЕНЦІЙОВАНОМУ НАВЧАННІ

В.В. Сергієнко
м. Кривий Ріг, Фінансово-економічний ліцей

Що значить навчати? –
Це систематично спонукати
учнів творити відкриття
Г. Спенсер

Забезпечення якісної загальної математичної грамотності, створення умов для розвитку математичних здібностей учнів є умовою вдосконалення не лише освіти, а й суспільства в цілому, це усвідомлено в багатьох країнах світу. У Посланні Президента України Л. Кучми до Верховної Ради України "Україна: поступ у XXI століття. Стратегія економічного та соціального розвитку на 2000-2004 роки" наголошено, що "до найвищих національних пріоритетів має бути віднесено всебічний розвиток освіти, примноження наукового та інтелектуального потенціалу суспільства". Динаміка змін, що відбуваються в сучасному світі, вимагає змін у підходах до оцінювання навчальних досягнень учнів, розробки нових форм і методів контролю.

Реформування освіти в Україні передбачає створення ефективного механізму оцінювання якості освіти та її вдосконалення на основі отриманої інформації. Запропонована нова 12-бальна шкала оцінювання навчальних досягнень учнів з математики дала змогу мати уявлення про рівень засвоєння учнем навчального матеріалу та сформованості в нього вмінь та навичок навчальної діяльності. Тому проблеми педагогічного моніторингу є актуальними для сучасної школи. Моніторинг математичної освіти має особливе значення, бо загальновизнаною в усьому світі є роль шкільної математичної освіти у системі загальної освіти.

Над розв'язанням поставлених завдань плідно працює педагогічний колектив Фінансово-економічного ліцею. Науково-методична робота нашого навчального закладу побудована на моніторинго-діагностично-корекційній основі, що сприяє підвищенню майстерності вчителів, та творчого пошуку.

Вчителями математики ліцею з початку навчального року приділяється значна увага моніторингу як системному аналізу проблеми підвищення якості знань при диференційованому навчанні, основними складовими якого є: розробка таблиць контролю й корекції навчальних досягнень учнів при вивченні конкретних тем, діагностичних таблиць навчальних досягнень учнів з кожної теми, розробка методики роботи груп взаємодопомоги. Завдяки налагодженій роботі вчителів математики в ліцеї є певний досвід роботи з питань моніторингу математичних досягнень учнів.

Розглянемо механізм його впровадження. Після написання діагностичної роботи клас розподіляється на групи. Консультантами груп призначаються не тільки учні, які мають високий рівень навчальних досягнень, а й учні достатнього рівня, обрані самим учнівським колективом. Далі учитель та учні повинні пройти надзвичайно складний і важливий етап діяльності. Задача вчителя – переконати учнів у тому, що саме продуктивна робота груп взаємодопомоги не тільки на заняттях, а й в позаурочний час принесе позитивні, бажані результати. Від уроку в урок вчитель повинен пробуджувати в кожного свого учня віру в свої сили, переконувати, що він теж достатньо здібний і може долати будь-які перешкоди у навчанні, показувати його перемоги й досягнення. Тривалість цього етапу залежить від майстерності вчителя, від його вміння створювати на уроці атмосферу взаємодовіри, взаємоповаги, взаємодопомоги. Тільки за таких умов можна розрахувати на ефективність кожного заняття.

У фінансово-економічному ліцеї є певний досвід проведення тематичного оцінювання з математики.

Почнемо з класних куточків. В них є як традиційна інформація: кількість тематичних атестацій, графік їх проведення; тема, що вивчається в даний момент (кількість годин, письмових перевірочних робіт, дати проведення); списки груп взаємодопомоги, так і таблиця тематичних оцінювань з предмету на весь семестр.

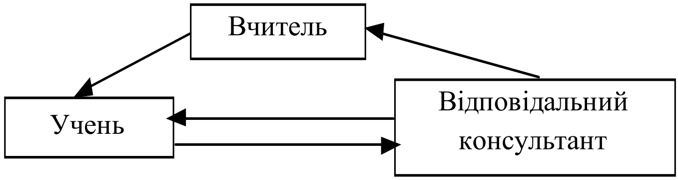
В цій таблиці фіксуються не тільки результати тематичного оцінювання та корегуюча оцінка (в разі необхідності), а ще й рівень завдань. При тематичному оцінюванні ми користуємося "Завданнями для тематичного контролю з математики" (Тернопіль, СМП "Астон", 2000), що містять завдання трьох рівнів складності, які учні обирають самостійно. Тому, маючи таблицю тематичних атестацій за I семестр, можна прослідкувати самооцінку рівня навчальних досягнень кожного учня з вивчених тем. Ще один позитивний момент даної таблиці. Кожен учень бачить свої результати і може прогнозувати оцінку за семестр. Якщо в нього є бажання покращити результати з теми, то він обов'язково спочатку повинен попрацювати в окремо заведеному зошиті. Розв'язати різноманітні завдання цієї теми, здати вчителю на перевірку. Якщо при розв'язуванні не допущено помилок, або їх незначна кількість, то учень допускається до перездачі теми, якщо є серйозні помилки, то зошит повертається на доопрацювання.

Відомо, що однією з умов якісного навчання є ефективний контроль. В практиці своєї роботи ми використовуємо такі форми: самоконтроль; взаємоконтроль; контроль вчителя.

При диференційованому навчанні математики однією з можливих форм організації контролю є система письмових самостійних і контрольних робіт.

Так кожним учнем заведено окремий зошит для самостійних робіт з алгебри (геометрії), в якому виконується самостійна робота і робота над помилками. Система роботи така: учень виконав роботу над помилками, здав на перевірку відповідальному групи. Консультант перевіряє роботу і результати заносить у таблицю (за колонкою "Оцінка за самостійну роботу", є колонка "Робота над помилками", в ній фіксується: виконана повністю робота над помилками " + "; робота виконана не в повному обсязі, або в роботі ще є помилки " $\perp$"; робота над помилками взагалі не виконувалася " - "). Далі консультант звітує вчителю про результати роботи над помилками членів його групи, про характер знову допущених помилок. Вчитель, переглянувши зошити, в разі необхідності повертає їх на повторне опрацювання.

В залежності від характеру помилки, учень за вибором може отримати консультацію або від вчителя, або від відповідального.



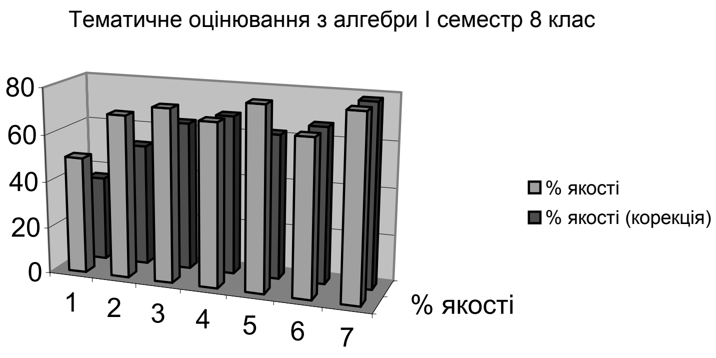
І цей процес триватиме до тих пір, поки робота буде виконана без помилок. В цьому ж зошиті за тією ж схемою виконується робота над особистими помилками контрольної роботи.

Аналізуючи результати письмових робіт учнів 8-го класу за І семестр, можна зробити висновки, що такий підхід стимулює концентрацію уваги учнів під час розв'язування вправ у класі, вони уважніше ставляться до навчального матеріалу, постійно з'ясовують незрозумілі питання.

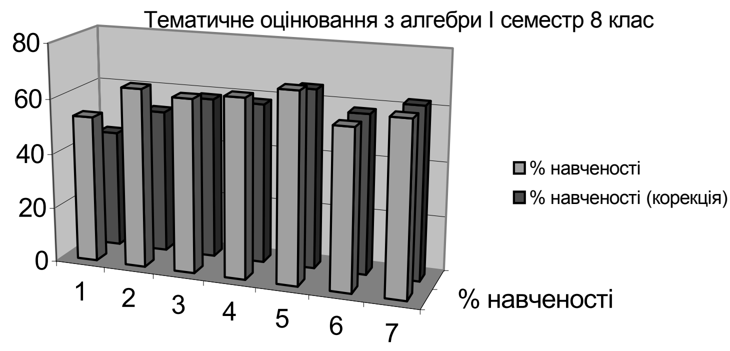
Отже, ми розглянули один з механізмів включення кожного учня в навчальний процес та вирішення проблеми якості навчання. Цьому питанню надзвичайно сприяє моніторинг знань.

Після написання кожної тематичної роботи складається таблиця, в якій учні згруповані у відповідності до обраного рівня завдань, в таблицю виставляється отримана оцінка, а в колонках, що відповідають завданням роботи, фіксується рівень досягнень учня з певної підтеми. Маючи таку таблицю, вчитель набагато якісніше проводить аналіз виконання роботи та в будь-який момент часу може перевірити наскільки якісно учень попрацював над своїми помилками у зошиті для самостійних робіт, правильно, цілеспрямовано організувати індивідуальну роботу, роботу в групах взаємодопомоги. Такий відкритий аналіз результатів з конкретної теми дає можливість самим учням об'єктивно оцінювати свої знання, визначити "своє місце" в даному учнівському колективі, дає поштовх до кращого опанування матеріалу. Таблиця також стане у нагоді при організації повторення навчального матеріалу в ІІ семестрі. Вчителю видно, яку саме частину навчального матеріалу треба перевірити у конкретно взятого учня.

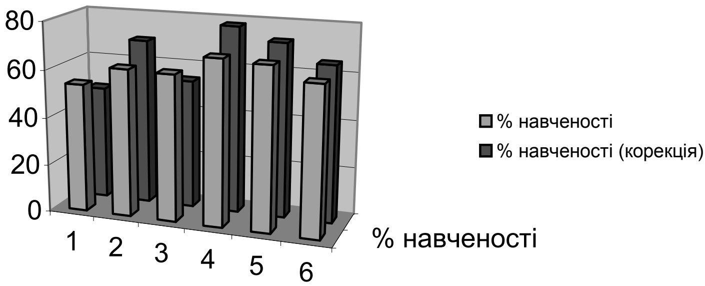
Рівень навчальних досягнень учнів можна подати у вигляді діаграм.



1. – діагностична контрольна робота
2. – Т.О.1. додавання, віднімання раціональних дробів
3. – Т.О.2. раціональні рівняння
4. – Т.О.3. квадратні корені, властивості
5. – Т.О.4. наближені значення величин
6. семестрова зрізова контрольна робота
7. – за І семестр



Тематичне оцінювання з геометрії 8 клас за І семестр



1 – діагностична контрольна робота
2 – Т.О.1. “Чотирикутники, властивості”
3 – Т.О.2. “Трапеція, теорема Фалеса”
4 – Т.О.3. “Теорема Піфагора”
5 – семестрова залікова контрольна робота
6 – за І семестр

Навченість учнів: (0,36*C + 0,64*D + B +B) * N*100%
C – кількість учнів середнього рівня досягнень
D – кількість учнів достатнього рівня досягнення
B – кількість учнів високого рівня досягнення
N – кількість учнів класу

Ми переконані, що сучасний вчитель, використовуючи в практиці своєї роботи новітні педагогічні технології, обов’язково повинен займатися моніторингом. Одним з найважливіших критеріїв якості загальної освіти є досягнутий рівень математичної підготовки учнів, що, в свою чергу, є джерелом розвитку й виховання молоді, формування інтелектуального потенціалу суспільства.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ ГРУПП СТУДЕНТОВ КАК ДИССИПАТИВНЫХ СТРУКТУР

В.М. Серебреников, Э.В. Серебреников
г. Кривой Рог, Криворожский технический университет

Всякий педагогический процесс, включающий методику обучения, является сложным и многогранным явлением. По мере преподавания отдельных дисциплин накапливается опыт, анализ которого приводит к необходимости систематизации методики обучения.

Особую ценность представляет математический подход, результатом которого является построение адекватных математических моделей рассматриваемых процессов.

Анализ процесса обучения студентов различным дисциплинам, в частности, математическим, указывает на целесообразность применения для математического моделирования теории самоорганизации – синергетики [1]. Основу синергетики составляют задачи, связанные с формированием упорядоченности, её развитием и самоусложнением.

В качестве такой задачи рассматривается процесс формирования оптимальной организации студенческих коллективов (групп, потоков), характеристикой которых является способность к эффективному обучению в условиях различных внешних воздействий. Здесь нет возможности искать ответ методом проб и ошибок, а «навязать» коллективу необходимое поведение очень трудно. Поэтому целесообразно действовать, опираясь на знание внутренних свойств коллектива, законов его развития.

Возможность решения поставленной проблемы связана, прежде всего, с нелинейными математическими моделями, инструментом изучения которых является вычислительный эксперимент, базирующийся на современной вычислительной технике.

Пусть на первом курсе проводится обучение студентов некоторой дисциплине. Естественно охарактеризовать уровень понимания студентом излагаемого материала некоторым параметром I'. Например, это может быть число оценок «хорошо» и «отлично», полученных студентом при различных формах отчётности.

Если студент активно работает, то его уровень знаний быстро растёт, например по закону:

$$dI=Q(I')dt, \qquad (1)$$

где $Q(I)$ – растущая нелинейная функция. Вид функции $Q(I)$ определяется многими причинами, в частности, качеством проведения занятий, уровнем изложения лекционного материала.

Однако на практике зависимость (1) обычно не реализуется. Студенту приходится контактировать с другими студентами, объяснять им изложенный материал и тому подобное. В процессе такого контактирования уровень знаний I' рассматриваемого студента может начать падать – сказывается недостаток времени, потраченного на собеседников. Вследствие сказанного, отношение студента к изучаемому материалу становится несколько упрощённым, зато уровень знаний других студентов начинает повышаться. Этот процесс можно описать функцией $V(I')$, которая является растущей, так как чем интересней материал, тем большему числу студентов его хочется объяснить.

Если рассматривается группа студентов, то каждому из них можно сопоставить номер K=1, 2, …, N. Тогда скорость приращения знаний каждого студента может быть записана в виде:

$$\frac{dI(K)}{dt} = Q_K(I(K)) + V_K(I'(1), I'(2), ..., I'(N)) \qquad (2)$$

где $I(K)$ – уровень знаний каждого студента;

$Q_K(I(K))$ – функция роста знаний каждого студента;

$V_K(I(1), I(2), …, I(N))$ – функция, характеризующая «размывание» знаний каждого студента среди других студентов, (K=1, 2, …, N).

Решение системы (2) связано со значительными трудностями, в том числе и вычислительного характера. Поэтому необходимо ввести некоторые упрощающие предположения. Прежде всего, во втором слагаемом (2) есть смысл учитывать не все аргументы I_1, I_2, …,I_N, а только те, которые располагаются рядом с I_K, то есть:

$$V = V_K(I'(K-1), I'(K), I'(K+1) \qquad (3)$$

Такая зависимость подчёркивает эффект «близкодействия», то есть на уровень знаний каждого студента влияют рядом расположенные (К-1) и (К+1) студенты. Тогда, учитывая, что знание «перетекают» от высокого уровня к низкому, формулу (3) можно представить в виде:

$$V_K = D_K(I(K+1))\cdot I'(K+1)\cdot I'(K) - D_K(I'(K) - I(K-1)) \qquad (4)$$

где $D_K(I(K))$ – коэффициент «диффузии», характеризующий интенсивность «перетекания» знаний.

С учетом (4) уравнение (2) примет вид:

$$\frac{dI'(K)}{dt} = Q_K(I'(K)) + D_K(I'(K+1))\cdot(I(K+1) - \\ - I(K) - D_K(I(K))\cdot(I'(K) - I'(K-1)) \qquad (5)$$

Рассмотрим идеальный случай равных способностей студентов группы (потока), которым излагается некоторый предмет. Это приводит к тому, что

$$Q_1(I) = Q_2(I') = \ldots = Q(I'),$$
$$D_1(I) = D_2(I) = \ldots = Q(I').$$

Тогда уравнение (5) примет вид:

$$\frac{dI}{dt} = Q(I) + (D(I)\cdot I_n)_n \qquad (6)$$

где $I'=I'(n, t)$, $I'_n = I'(n, t) - I'(n-1, t)$

Если предположить, что функции Q(I') и D(I') можно задать степенными функциями:

$$Q(I') = a\cdot I^{\alpha}$$
$$D(I') = b\cdot I^{\beta} \qquad (7)$$

(a, b, α, β – постоянные коэффициенты), то уравнение (6) примет вид:

$$\frac{dI'}{dt} = a\cdot I^{\alpha} + (b\cdot I^{\beta}\cdot I_n)_n \qquad (8)$$

Известно [1], что уравнение (8) описывает формирование структур, в частности, в теории плазмы, в биологических системах, при исследовании химических реакций и т.п.

В зависимости от величин коэффициентов a, b, α и β решение уравнения (8) может принимать качественно различный вид. Согласно расчетам, проводимым на компьютере, если $\alpha > \beta+1$, то есть скорость усваивания знаний студентом при изучении предмета выше скорости «размывания» его знаний среди других студентов, наблюдается эффект локализации. Это приводит к тому, что только единицы студентов из группы (потока) понимают излагаемый предмет.

Если $\alpha=\beta+1$, то есть усваивание предмета происходит не достаточно быстро, то постепенно понимание предмета распространяется на всех студентов, а локализация отсутствует.

Если $\alpha=\beta+1$, то наблюдается в некотором смысле равновесие между скоростью усвоения знаний об излагаемом предмете и «размыванием» их среди студентов. В этом случае имеет место образование устойчивой области локализации, включающей определенное число студентов, знания которых растут благодаря совместному действию функций (7).

Рассмотренная математическая модель (8) является очень простой. Но даже ее анализ подтверждает интуитивные представления о протекании процесса обучения в группе (потоке) студентов, делая шаг к более глубокому пониманию проявления законов самоорганизации в коллективах при воздействии на них информационных потоков.

Литература:

1. Хакен Г. Синергетика. – М.: Мир, 1980.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДИК ОБУЧЕНИЯ КАК РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

В.М. Серебреников, Э.В. Серебреников, Л.В. Коломойцева
г. Кривой Рог, Криворожский технический университет

Преобразования, которые произошли в последнее десятилетие в обществе, ставят со всей остротой проблему дальнейшего совершенствования методик обучения, в частности, математике.

В то же время возникает необходимость объективной оценки прелагаемых методик обучения с целью выбора в определенном смысле лучших.

В данной статье предлагается применение к решению поставленной задачи сравнительной оценки методик обучения теории распознавания образов, которая является одной из наиболее активно развивающихся областей прикладной математики.

При решении задач методами распознавания требуется значительно меньшая точность описания исследуемых объектов, чем при применении других математических методов. Это связано с тем, что описания достаточно на уровне свойств, признаков и приєтом не требуется знания механизмов, их порождающих. Приложение математической статистики к анализу методик обучения позволяет сформулировать эту задачу в терминах таксономии (автоматической классификации).

Пусть имеется две группы студентов, в которых были реализованы различные методики обучения. Ставится вопрос: как оценить эти методики по результатам обучения? В этом случае особое внимание уделяется линейным функциям от признаков, которые характеризуют студентов, входящих в рассматриваемые группы.

Если каждого студента исследуемых групп охарактеризовать совокупностью оценок $X_1, \ldots, X_2$, то линейная дискриминантная функция, характеризующая обобщенную оценку, может быть записана в виде:

$$y = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot x_i \ , \qquad (1)$$

где a_i – числовые параметры.

В качестве разделяющего критерия предлагается выбрать отношение разности средних значений по группам студентов к средним квадратическим отклонениям в пределах групп [1].

Максимизируя этот критерий, можно добиться наилучшего разделения групп студентов.

В рассматриваемом случае для линейной функции (1) разность средних значений для двух групп определяется как:

$$D = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot d_i \,, \tag{2}$$

где $d_i = \bar{x}_i^{(1)} - \bar{x}_i^{(2)}$,

$\bar{x}_i^{(1)}, \bar{x}_i^{(2)}$ – средние значения *i*-ых оценок по первой и второй группах студентов, соответственно.

Дисперсия значений y в пределах группы пропорциональна величине:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_i \cdot a_j \cdot S_{ij} \,, \tag{3}$$

где $S_{ij} = S_{ij}^{(1)} + S_{ij}^{(2)}$,

$$S_{ij}^{(K)} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (x_i^{(K)} - \bar{x}_i^{(K)}) \cdot (x_j^{(K)} - \bar{x}_j^{(K)}),$$

K=1, 2.

Конкретной линейной функцией, обеспечивающей наилучшее разделение двух групп, будет та, для которой путем вариации получено:

$$\max_{a_i} \frac{D^2}{S} \tag{4}$$

Согласно необходимому условию существования экстремума в точке экстремума выполняется условие:

$$\frac{\partial}{\partial U_i}\left(\frac{D^2}{S}\right) = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Вычисляя частные производные, находим:

$$\frac{D}{S^2}\left(2S\frac{\partial D}{\partial a_i} - D\frac{\partial S}{\partial a_i}\right) = 0$$

Или

$$\frac{D}{2S} \cdot \frac{\partial S}{\partial a_i} = \frac{\partial D}{\partial a_i} \tag{5}$$

Учитывая (2) и (3), находим:

$$\frac{\partial D}{\partial a_i}=d_i;\frac{\partial S}{\partial a_i}=\frac{\partial}{\partial a_i}(\sum_{i=1}^{n}a_i\cdot\sum a_j\cdot S_{ij})=\sum_{j=1}^{n}a_j\cdot S_{ij} \qquad (6)$$

Тогда, подставляя (6) в (5), получаем систему линейных уравнений относительно параметров a_j:

$$\sum_{j=1}^{n}b_j\cdot S_{ij}=d_i\text{ , }(i=1,2,\ldots,n), \qquad (7)$$

где $b_j=\frac{D}{2S}\cdot a_j$ (8)

Можно показать, что решение системы линейных уравнений (7) дает значение параметров, которые удовлетворяют условию (4).

Согласно (8) найденное решение отличается от a_j на постоянный множитель D/2S, который в точке экстремума является постоянным. С другой стороны, смыслу линейной функции (1), ее достаточно знать с точностью до постоянного множителя. Поэтому поставленную задачу решает линейная функция:

$$Z=\sum_{i=1}^{n}b_i\cdot x_i\text{ ,} \qquad (9)$$

где $Z=y\cdot\frac{D}{2S}$.

Дальнейшие исследования связаны со статистическим анализом функции (9). Рассчитывая оценки средних и дисперсий по группам студентов, естественно проверить гипотезу относительно средних по каждой из групп. Согласно [2] при выбранном уровне значимости на первом шаге проверяется гипотеза о неравенстве математических ожиданий, а затем гипотеза, какое из двух математических ожиданий больше. Последняя проверка отвечает на вопрос, какая из методик статистически лучше при выбранном уровне значимости.

В заключение необходимо подчеркнуть перспективность приложения теории распознавания образов к решению подобных задач, в частности, при их рассмотрении в динамическом развитии.

Литература:

1. Фишер Р.А. Статистические методы для исследователей. – М., 1958.
2. Д. Химмельблау. Анализ процессов статистическими методами. – М.: Мир, 1973.

МЕТОДИКА РАЗРАБОТКИ КОНСПЕКТА И ИЗЛОЖЕНИЯ ТЕМЫ «ЭЛЕМЕНТЫ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ» В ТЕХНИКУМЕ

И.М. Симкина
г. Мариуполь, Индустриальный техникум Приазовского государственного технического университета

В 1995-96 учебном году в техникумах (база 9 классов) в третьем семестре был введен курс высшей математики. Для специальности «Монтаж и эксплуатация электрооборудования предприятий и гражданских сооружений» образовательно-профессиональной программой подготовки младшего специалиста среди многих тем высшей математики рекомендован раздел «Операционное исчисление». При этом специальные учебники по математике для техникумов не содержат материал по данной теме.

Перед преподавателями высшей математики встала проблема разработки данного раздела для студентов техникумов. В индустриальном техникуме ПГТУ работа по разработке данного раздела совершалась по следующей схеме:

- установление дисциплин специальности «Монтаж и эксплуатация электрооборудования предприятий и гражданских сооружений», базирующихся на материалах этого раздела;
- конкретизация применения данной темы в специальных предметах;
- подбор учебной литературы, содержащей данный раздел;
- выбор и методическая разработка теоретических разделов «Операционного исчисления» необходимых студентам – электрикам техникума;
- выбор и методическая разработка задач, необходимых студентам техникума;
- использование материала раздела при решении прикладных задач.

В результате анкетирования преподавателей техникума, ведущих профессионально-ориентированные и специальные предметы, выяснилось, что операционное исчисление применяется при изучении нескольких дисциплин.

Предмет «Автоматика» использует выше указанный раздел в теме, посвященной системам автоматического регулирования, предмет «Наладка электрооборудования» - в теме, связанной с наладкой систем автоматического регулирования. Кроме перечисленных предметов, материал курса используется в дисциплине «Системы управления электроприводом». При изучении систем автоматического регулирования преподавателю специального предмета приходилось 4 – 6 часов аудиторного времени из часов, отведенных на предмет, тратить на объяснение студентам основ операционного исчисления (при этом на изучение автоматики в техникуме выделено два кредита, т.е. 108 часов, из которых 1/3 отведена на самостоятельную работу студентов). В противном случае студенты не могли самостоятельно разобраться в особенностях перехода от оригинала к изображению и наоборот. В дальнейшем это непонимание переходило в предметы «Системы управления электроприводом» и «Наладка электрооборудования».

В результате изучения характерных особенностей применения операционного исчисления в преподавании выше перечисленных дисциплин выяснилось, что наибольший интерес представляет решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с нулевыми начальными условиями. На основании этого была подобрана учебная литература, содержащая этот раздел и на ее основе отобран теоретический и практический материал. Рекомендовать студентам техникума какую-либо конкретную литературу по данному разделу практически невозможно, так как изучают ее студенты, обучающиеся в вузах III – IV уровня аккредитации, в специальных главах высшей математики на более высоком математическом уровне.

При анализе отобранного теоретического материала (для определения преобразования Лапласа) возникла необходимость объяснения студентам понятия комплексных чисел и несобственных интегралов. Опрос преподавателей электротехнических дисциплин показал необходимость изучения комплексных чисел и умения работать с ними в теме «переменный ток» в дисциплине «Теоретические основы электротехники». Для изучения студентами несобственных интегралов необходимы знания и умения нахождения предела функции при стремлении аргумента к бесконечности. При этом теория пределов, как и комплексные числа, не внесены в рекомендуемые образовательно-профессиональной программой подготовки младшего специалиста разделы высшей математики. На данном этапе проблема изучения студентами – электриками выше перечисленных разделов высшей математики решена автором следующим образом:

– комплексные числа изучаются в курсе высшей математики перед разделом «Элементами операционного исчисления» для дальнейшего использования в курсе «Теоретические основы электротехники»;
– для изучения теории пределов необходимо достаточно большое количество учебных часов, которые не включены ни в курс математики, ни в курс высшей математики. Объяснение на интуитивном уровне понятия предела приходится на начало первого курса, опережая понятие производной, а далее лишь используется.

В процессе разработки конспекта для изучения данного раздела выявилась необходимость знаний и умений студентов техникума по разложению рациональной дроби на сумму элементарных слагаемых, которые студенты высших учебных заведений получают при изучении раздела высшей математики «Интеграл», темы «Интегрирование рациональных дробей». В связи с появлением и ежегодным увеличением студентов, обучающихся на контрактной основе, уровень знаний которых в основном ниже уровня знаний студентов, прошедших отбор вступительных экзаменов, при изучении данного метода возникают проблемы с приведением к общему знаменателю, раскрытию скобок и многим другим элементам школьной математики. Без знания данного алгоритма и умения работать с его помощью, невозможно преобразовывать изображения и приводить их к таблице соответствий оригиналов и изображений, поэтому вынесение этой темы на самостоятельное изучение студентами нецелесообразно.

Похожие проблемы возникают при обучении студентов нахождению производных и интегралов от оригинала, решении дифференциальных уравнений. Пробелы в знаниях школьного курса математики у студентов требуют дифференцированного подхода к выдаче заданий для самостоятельного решения – от более простых дифференциальных уравнений с нулевыми начальными условиями до более сложных дифференциальных и интегральных уравнений.

Для пояснения практического применения операционного исчисления в конспект была включена тема «Применение операционного исчисления к исследованию электрических цепей», введены понятия операторного тока, напряжения и сопротивления, операторного закона Ома, обосновано применение законов Кирхгофа в операторной форме (3). Но наибольшая проблема в создании конспекта по операционному исчислению состояла в отборе прикладных задач, демонстрирующих характерные особенности данной темы и обучающих студентов техникума основам математического моделирования.

Немаловажное значение при изложении любой темы математики играют исторические справки по изучаемым вопросам. Такие моменты повышают интерес к изучаемому предмету, воспитывают подрастающее поколение. Особо важно в исторических экскурсах рассказывать студентам о роли украинских ученых в развитие науки.

В результате создания конспекта по операционному исчислению была решена не только проблема отсутствия необходимого учебного материала, но и проблемы конспектирования лекций и организации самостоятельной работы студентов. Одним из вариантов решения перечисленных проблем можно предложить выдавать разработанный конспект студентам перед изучением раздела. Благодаря этому возникает возможность преподавателю на лекции:

– не повторять одни и те же предложения по несколько раз,
– не записывать многие выкладки на доску, с которой некоторым студентам не видно либо по причине плохого зрения, либо по причине неудобного местоположения,
– комментировать многие схемы и таблицы, не нанося их на доску, или без плакатов, размеры которых зависят от размеров лекционных аудиторий,
– предложить студентам законспектировать основные моменты лекции дома,
– предложить студентам заранее подготовиться по данной лекции, а на самой лекции лишь остановиться на важных моментах данной темы,

– предложить элементы лекции подготовить студентам и выступить в новом для них качестве – преподавателя,
– эта методика позволяет в сэкономленное время обсудить или решить большее количество проблем и задач.

Подготовка конспекта лекций преподавателем помогает сделать конспект лекций математически точным и полным, хорошо продуманным, красочно и хорошо оформленным. В данный конспект можно включить большое количество разобранных примеров и задач для самостоятельного решения.

Благодаря внедрению «Операционного исчисления» в индустриальном техникуме ПГТУ успеваемость и качество знаний выпускников по предметам «Автоматика» и «Системы управления электроприводом» (СУПР) изменились (см. таблицу):

	успеваемость (средний балл)		*качество*	
	1997– 2001	1998– 2002	1997– 2001	1998– 2002
Автоматика	4.13	4.17	79.59%	84.23%
СУПР	4.1	4.2	71.43%	84.16%

Литература

1. Освітньо-професійна програма підготовки молодшого спеціаліста за спеціальністю 5.09060302 – Київ, 1994.
2. Мартыненко В.С. Операционное исчисление. – К.: Вища школа, 1973. – 268 с.
3. Конторович М.И. Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. Учебное пособие для вузов. – М.: Сов. радио, 1975. – 320 с.
4. Ярмицкий А.Г. Глиссада: математика – спецдисциплины (из опыта преподавания математики студентам – электрикам) // Материалы научно-методической конференции «Новые формы и технологии обучения в учебном процессе ПГТУ» – Мариуполь: ПГТУ, 2000. – С. 52–53.

ЗАДАЧІ З ПРИКЛАДНИМ ЗМІСТОМ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ

О.Г. Соловей, П.І. Ульшин
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

При вивченні геометрії учень, насамперед, повинен засвоїти основні положення дисципліни (аксіоми, теореми, формули, методи тощо), щоб потім їх застосовувати на практиці. Проте, досвід показує, що дійсно міцне засвоєння знань можливе тоді, коли в процесі навчання використовуються задачі з практичним змістом.

До прикладних задач (задач практичного характеру), відносяться такі, що використовуються в суміжних навчальних дисциплінах, а також у технологічних процесах, сучасному виробництві, побуті... Такі задачі допомагають учням осмислити життєву необхідність набуття знань, вони допомагають формувати в учнів математичне мислення, цілеспрямованість, підвищену зацікавленість до вивчення предмета.

В задачах з практичним змістом встановлюються міжпредметні зв'язки: в них можуть розглядатися фізичні, хімічні, біологічні процеси. Часто прикладні задачі носять проблемний характер (у цьому випадку їх розв'язування супроводжується елементами пошуку), можуть містити в собі дослідження на екстремум, методи математичного моделювання...

Сьогодні в середніх школах прикладним задачам приділяється надто мало уваги. Пояснити це можна тим, що в загальноприйнятих шкільних підручниках та збірниках переважна більшість завдань носить суто теоретичний характер.

Основна мета дослідження полягала в тому, щоб визначити вплив прикладних задач на вивчення геометрії в школі та доцільність їх застосування на уроках.

Дослідження було проведено у формі експерименту у двох паралельних класах (11-Б і 11-В СШ 103), де геометрія вивчається за однаковою програмою. Експеримент тривав протягом вивчення теми "Тіла обертання". Спочатку було встановлено рівень знань з предмету в обох класах, потім в 11-В, на відміну від 11-Б, задачний матеріал був підібраний таким чином, що більшість завдань носили прикладний характер. В кінці експерименту було проведено контрольну роботу в обох класах, під час якої виявилося, що в 11-Б успішність учнів майже не змінилася, проте відбулися помітні покращення в 11-В класі.

Одержані результати продемонстрували величезну цінність прикладних задач для вивчення геометрії в школі та підтвердили, що застосовувати їх на уроках справді доцільно.

Отже, задачі з практичним змістом справді доцільно використовувати на уроках, так як вони наочно встановлюють зв'язок теорії з практикою і допомагають міцно і надійно засвоювати знання з геометрії.

АБСТРАГИРОВАНИЕ КАК ФАКТОР ТВОРЧЕСТВА ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

В.Г. Страхов, В.И. Ильчук
г. Одесса, Одесский областной институт усовершенствования учителей

В настоящее время нет нужды доказывать, что стержневым процессом любой образовательной системы должен быть процесс познания. Иначе говоря, должна быть произведена четкая инверсия понятий: “научить”, “обучить” – в “изучить”, “познать”. Здесь “познание” мы понимаем как процесс получения знаний об объектах природной и социальной действительности, представляющих собой идеальное отражение этих объектов и являющимся единством двух сторон: содержание мышления (получаемого знания) и формы мышления (способов получения и упорядочения, организации знания в определенную систему). Познание окружающего мира через научную (учебную) информацию с точки зрения характера мыслительных процессов для различных наук (дисциплин) имеет много общих и много различных черт.

Как в каждой науке, исследуя определенные стороны или отношения действительного мира, так и при изучении ее информационного отражения – учебного предмета, индивидуум вынужден отвлекаться, абстрагироваться от тех или иных сторон изучаемых объектов, явлений. В математике же это абстрагирование идет настолько далеко, что учащемуся на первый взгляд кажется, что ее понятия и теории не имеют точек соприкосновения с действительностью, что, в свою очередь, позволило многим видным математикам и философам считать математику чистым творением человеческого разума, своеобразной игрой с символами, лишенными конкретного содержания.

Из большого комплекса проблем, связанных с отношением математики к реальному миру, мы остановимся на двух, имеющих на наш взгляд, методологическое значение для преподавания математики.

Это, во-первых, комплекс способов абстрагирования в математике и его соотношение в аспекте сходства и различия с теми типами абстрагирования, которые используются в естественных науках.

Во-вторых, в процессе творческого изучения математики (не обучения или научения) учащийся должен осознавать те критерии и принципы, которыми необходимо руководствоваться при образовании ее понятий и теорий, а также – проведении математических доказательств.

Указанная проблема является не только тесно связанной с проблемой методов абстрагирования, но они в значительной степени взаимообусловлены, причем вторая как бы основана на решении первой. Одним из важнейших методов абстрагирования, в том числе присущих математике, есть абстракция отождествления, представляющая собой тот своеобразный способ определения понятий, с помощью которого создаются новые математические объекты. Поэтому можно заключить, что овладение учащимся этими методами и способами, осознанное их применение создает четкие предпосылки для полноценного творчества в процессе изучения предмета.

Развитие у учащихся способности к абстрагированию, прививая соответствующие навыки, следует подчеркивать, что математические свойства и отношения возникают в результате отвлечения от всех качественных свойств и признаков предметов, явлений и процессов. Если, к примеру, физик абстрагируется от всех нефизических свойств вещей и явлений, а химик – от нехимических, то математик идет дальше, он отвлекается от любых качественных свойств вещей и отношений, что позволяет вполне обосновано говорить о математической абстракции более высокого уровня. По сути, математическое познание начинается там, где естественнонаучное заканчивается. Чтобы получить знание о количественных отношениях, необходимо предварительно абстрагироваться от всех, качественных свойств и особенностей явлений и поэтому приходится применять более сильную абстракцию, чем в естествознании. А это, безусловно, накладывает отпечаток на весь процесс математического абстрагирования.

В этом же аспекте, необходимо учитывать также и то, что одной из характерных черт математического познания является широкое использование абстракций от абстракций, иначе говоря – ступенчатый характер абстрагирования. Ученикам можно проиллюстрировать закономерность последовательного абстрагирования и последующего обобщения многими примерами: обобщение понятия функции и интеграла в математическом анализе, понятия фигуры и пространства в геометрии и топологии, операции и структуры в современной алгебре, а также – примерами формирования отдельных математических теорий и дисциплин, осуществляющегося путем последовательного абстрагирования наиболее существенных и глубоких свойств математических структур.

МОДУЛЬНО-РЕЙТИНГОВА ТЕХНОЛОГІЯ ВИВЧЕННЯ КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

І.М. Сулима, І.І. Ковтун, І.А. Нікітіна
м. Київ, Національний аграрний університет

В рамках нових економіко-правових стосунків у нашому суспільстві до знань конкурентноздатних фахівців на ринку праці спеціалістів пред'являються високі вимоги.

Реалізація сучасних завдань вищої школи передбачає корінні зміни стереотипів організації навчального процесу, пошук нестандартних методів індивідуального навчання.

Однією з прогресивних технологій навчання, орієнтованої на розвиток творчих здібностей студентів, формування навичок самостійного опанування знань та використання їх у подальшій практичній діяльності є модульно-рейтингова система організації навчального процесу.

Важливим моментом у процесі формування системи знань студентів інженерних спеціальностей є навчання їх фундаментальної і світоглядної науки – математики, як інструменту для навчання нових дисциплін на базі розвинутого математичного апарату, для автоматизації експериментальних досліджень і проектування, що забезпечуються сучасними математичними методами обробки експериментальних даних і математичного моделювання.

Однією із основних задач курсу вищої математики для інженерних спеціальностей є формування навичок по описуванню реальних об'єктів в математичних термінах, а також подальше вирішення поставленої задачі із проведенням аналізу результатів, що дістали.

Основним завданням модульно-рейтингової системи організації навчального процесу по вивченню курсу вищої математики є сприяння процесу формування зазначених навичок шляхом забезпечення рівномірного розподілу навчальних зусиль студента на протязі семестру, правильного планування, організації та контролю самостійної діяльності студентів.

Викладачі кафедри вищої математики Національного аграрного університету декілька останніх років застосовують модульно-рейтингову систему організації навчального процесу при вивченні курсу вищої математики на інженерних факультетах університету [3].

Курс вищої математики, що викладається на протязі трьох семестрів, розбито на певну кількість модулів. Модуль – це структурно-логічний розділ, який містить теоретичний курс разом з практичними заняттями, різного виду контрольними роботами, індивідуальними завданнями, типовими розрахунками, колоквіумами [1].

Кожен вид діяльності студентів оцінюється визначеною наперед кількістю балів [1].

Рейтинг студента – це сума балів, які набрав студент у кожному модулі за весь період навчання протягом семестру. Рейтинг відповідає певному рівню знань і показує рівень успішності студента. Це – кількісна характеристика участі самих студентів у навчальному процесі.

Іспит під час сесії складають ті студенти, які за результатами рейтингу мали незадовільні оцінки або бажають підвищити позитивну оцінку.

При модульно-рейтинговій системі організації навчального процесу усуваються деякі недоліки традиційної системи навчання, а саме:

- зменшується міра суб'єктивності оцінки знань студентів;
- забезпечується рівномірна робота студентів;
- робота студентів на протязі семестру стає більш змістовною.

Основною стає робота студентів, а не педагогів, тобто забезпечується активна участь студентів у навчальному процесі, з'являється свобода для самостійного вивчення матеріалу, можливість пристосування навчання до потреб окремої особистості.

Застосування модульно-рейтингової технології навчання забезпечує:

- зацікавленість студента у вивченні вищої математики;
- підвищення індивідуалізації навчання;
- змагальність у навчанні;
- зацікавлення у відвідуванні занять;
- адаптацію першокурсників до навчання у вищому навчальному закладі;
- підвищення якості знань студентів;

- систематичну роботу студентів над матеріалом;
- розвиток навичок самостійного вивчення матеріалу;
- підвищенню рівня залишкових знань.

Модульно-рейтингова система навчання дає можливість перейти до безсесійної організації навчального процесу, вибирати студентів на освітньо-професійні програми вищих ступенів, призначаючи студентам пільги.

Впровадження модульно-рейтингової системи організації навчання і оцінки знань змінює ставлення студентів до самостійної роботи, що сприяє підвищенню якості фахівців.

Література

1. Ковтун И.И., Никитина И.А Опыт внедрения модульной технологии преподавания высшей математики // Известия высших учебных заведений "Радиофизика", т. 5, вып. 1. – Нижний Новгород, 1998. – С. 79-82.
2. Сулима І.М., Ковтун І.І., Нікітіна І.А Модульно-рейтингова технологія навчання студентів та контролю їх знань // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції "Математика. Актуальні проблеми навчання, викладання і застосування у науковій та інженерній творчості". – Львів: Видавництво державного університету "Львівська політехніка", 2000. – С. 20-22.
3. Сулима І.М., Ковтун І.І., Нікітіна І.А Організація викладання курсу "Вища математика" // Матеріали 2-ої Міжнародної міждисциплінарної науково-практичної конференції "Сучасні проблеми гуманізації та гармонізації управління". – Харків: Видавництво Харківського національного університету, 2001. – С. 229-230.

ПРИОРИТЕТНІ НАПРЯМКИ РОЗВИТКУ ШКІЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

З.В. Таран
м. Кривий Ріг, Середня загальноосвітня школа №69

Основним завданням сучасної школи, як зазначено в документах II Всеукраїнського з'їзду працівників освіти, в Законі України "Про освіту" та в Національній доктрині розвитку освіти України у XXI столітті, є ідея розвитку школи і особистості школяра. В той же час проект Концепції математичної освіти орієнтований на нове соціальне замовлення щодо завдань, змісту та якості шкільної освіти, де лейтмотивом стають:

– пріоритет соціально – мотиваційних факторів і загальнолюдських цінностей;
– методологічна переорієнтація змісту освіти на особистість;
– організація навчання на основі максимального врахування досвіду взаємодії учня з навколишнім середовищем;
– спрямованість освіти на найповнішу реалізацію здібностей, інтелектуального, духовного і творчого потенціалу молодої людини.

Саме тому науково-педагогічною основою організації навчального процесу в школі повинні бути технології, які відповідають особистісно-орієнтованій системі, диференціації вимог до результатів навчання залежно від інтелектуальних можливостей учня та його життєвих планів.

Якість математичної підготовки молодого суспільства до соціально-економічного розвитку, мобільності особливості в освоєнні і впровадженні ефективних технологій.

Як відомо, місце математики в системі шкільної освіти визначається її роллю в інтелектуальному, соціальному і моральному розвитку особистості, у розумінні принципів будови і використання сучасної техніки, нових інформаційних технологій, сприйманні наукових і технічних ідей, формуванні наукової картини світу і сучасного світогляду.

Найактуальнішою проблемою математичної освіти 12-річної школи є відбір її змісту. Значні зміни в галузі техніки, виробництва, освіти, комунікацій ставлять нові вимоги до математичної підготовки професійних кадрів і спонукають до переосмислення традиційного змісту. Слід врахувати й те, дедалі більше зростає роль математичного моделювання, статистичних методів в економіці, що також впливає на зміну суттєвих ознак математичної освіти.

Тому основою нової філософії шкільної математичної освіти має бути відповідальність змісту навчання суспільно-економічним запитам держави, яка визначається такими пріоритетними шляхами розвитку: особистісна орієнтація математичної освіти, яка передбачає рівневі і профільну диференціацію навчання; рівноправний доступ до якісної математичної освіти; гуманізацію освіти; посилення практично-діяльнісної і творчої складових.

Ефективність роботи вчителя неможлива без отримання об'єктивної інформації про стан математичної підготовки учнів, розроблення заходів з його удосконалення. Для підвищення ефективності навчання математики доцільно використовувати нові педагогічні технології, зокрема інформаційні, які:

– враховують особливості навчальної діяльності, її зміст і структуру; цикли життєдіяльності учня, його здібності, інтереси й нахили;
– спрямовані на моделювання методичних і змістових компонентів, враховують типові й індивідуальні відмінності між учнями;
– є варіативними, особистісно-орієнтованими, коли знання, вміння та навички розглядаються не як самоціль, а як засіб розвитку пізнавальних і особистісних якостей учня;
– забезпечують цілісне психолого-дидактичне проектування навчального процесу в умовах рівневої та профільної диференціації навчання.

Щоб одержати об'єктивну інформацію про стан математичної підготовки учнів варто проводити кваліметричний моніторинг, основними завданнями якого є чітке визначення вчителем, на скільки випадковий чи закономірний характер має та чи інша помилка учня, своєчасна корекція та об'єктивне оцінювання його навчальних досягнень.

Запропоновані в проекті Концепції математичної освіти курси математики (загальноосвітній, прикладний, загальнокультурний, поглиблений) – рівневі – диференційовані, тобто орієнтовані на три рівні вимог до математичної підготовки: середній, достатній, високий. Ці вимоги суттєво визначаються для початкової, основної та старшої школи. Від їх конкретизації залежить зміст навчального матеріалу та засади його розробки. Тому однією з важливих умов реалізації Концепції є наукове забезпечення навчального процесу, що здійснюється за такими напрямками:

– розв'язання проблем взаємозв'язку змісту із завданнями виховання та розвитку учнів;
– розробка дидактичних, психологічних, гігієнічних вимог до створення підручників; створення їх комп'ютерної підтримки;
– розробка методики моніторингу математичної освіти; створення науково обґрунтованих нормативів діагностики (готовності до навчання, математичних здібностей, відхилень у розвитку);
– застосування сучасних методик навчання математики, які передбачають використання цілісних комп'ютерних систем навчання.

Отже, математика – один з опорних предметів середньої школи, якій забезпечує успішне вивчення інших дисциплін, насамперед предметів природничо-наукового циклу.

ОСОБЛИВОСТІ ЗНАКОВО-СИМВОЛІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

Н.А. Тарасенкова
м. Черкаси, Черкаський державний університет
ім. Б. Хмельницького

Фіксування ідеального математичного знання здійснюється за допомогою природної й математичної мови, різноманітних немовних засобів, які разом виконують комунікативну, пізнавальну та заміщувальну функції. Таку сукупність знаків і символів називають знаково-символічними засобами (ЗСЗ) [1].

У процесі навчання ЗСЗ виступають як об'єктами навчальної діяльності учнів, так і засобами цієї діяльності (Л.С. Виготський, А.Р. Лурія та ін.). При вивченні курсу математики в основній школі необхідність засвоєння учнями досить широкого кола ЗСЗ та оперування ними виступає найбільш рельєфно у зв'язку з особливістю предмета математики та специфікою способів і форм фіксації її змісту. Види та особливості ЗСЗ, що використовуються у навчанні математики учнів основної школи, ми розглядали в ряді наших робіт [2–7].

У психологічній науці зазначається, що будь-яке використання й перетворення знаково-символічних засобів є певною діяльністю. Вона має такі самі структурні (мотив, мета, засоби, продукт, операції) та функціональні (орієнтувальний, виконавчий, контрольний) компоненти, як й інші види людської діяльності, але за змістом істотно відрізняється від них. Її називають знаково-символічною діяльністю (ЗСД) [1].

Поділ ЗСД на види проводять на основі аналізу таких параметрів: функції ЗСЗ у навчальній діяльності; функції форми ЗСЗ по відношенню до змісту; плану (символічному чи реальному), у якому відбувається діяльність; що саме виступає у якості заміщувача; форми позначувальних засобів; стійкості – ситуативності ЗСЗ; індивідуалізованості – колективності ЗСЗ. У результаті, як окремі види ЗСД розглядають:

- діяльність ***заміщення***;

- діяльність ***кодування – декодування***;
- діяльність ***схематизації***;
- діяльність ***моделювання***.

Психологи стверджують, що спроможність учнів оволодівати будь-якою ЗСД закладено у первісній здатності людської психіки до розвитку. В свою чергу, реалізація такої спроможності, формування повноцінної ЗСД через навчання виступає одним із факторів подальшого розвитку психіки учня, її символічної функції як узагальненої здатності розділяти зміст та форму його вираження, визначати тип зв'язку між ними, аналізувати зміст через його знаково-символічну форму, оперувати та перетворювати ЗСЗ (Л.С. Виготський, Ж. Піаже, Г.С. Костюк та ін.).

У даній роботі ми переслідуємо мету охарактеризувати окремі види ЗСД учнів у навчанні математики та розкрити деякі особливості їх організації на уроках математики в основній школі. Види ЗСД розглядатимемо у тій послідовності, яку зазначено вище.

Заміщення як діяльність може розглядатися у широкому й вузькому смислах. у широкому смислі воно пов'язане із використанням заміщувачів у діяльності кодування, схематизації та моделювання. специфіка заміщення такого типу визначається специфікою відповідної знаково-символічної діяльності, тому має розглядатися у зв'язці з розкриттям особливостей цих видів ЗСД.

У вузькому смислі заміщення являє собою функціональне використання знаково-символічних засобів замість реальності, яку вони позначають. Виходячи з психолого-семіотичних позицій, у цій діяльності можна використовувати будь-які знаково-символічні засоби в якості заміщувачів. Здавалось би, що таку вимогу можна розуміти як "гру без правил". Проте, на нашу думку, це не зовсім так.

Розглянемо для прикладу ситуацію вибору заміщувачів основних геометричних фігур – точок, прямих і площин. у кожному підручнику використовується майже той самий набір заміщувачів. Зокрема, в якості перших ілюстрацій (заміщувачів) точок використовуються крапки в тексті підручника, від яких переходять до геометричного зображення точки; в якості перших заміщувачів прямої – туго натягнуту нитку чи промінь сонця, а площини – поверхню стола. Від таких заміщувачів, як правило, відразу переходять до зображення цих геометричних фігур.

Проте, наші спостереження показують, що саме тут закладаються основи для появи ускладнень учнів у розумінні відповідного змісту, в упізнаванні основних геометричних фігур на зображеннях й оперуванні відповідною інформацією. Найчастіше, труднощі учнів виникають через необхідність ідентифікувати необмежені об’єкти на обмежених зображеннях (наприклад, нескінченну пряму – на зображенні відрізка, тощо).

На нашу думку, при створенні уявлення учнів про основні геометричні фігури доцільно використовувати набір заміщувачів, який дещо відрізняється від запропонованих в підручнику. Вибір заміщувачів та супровідні міркування вчителя мають бути такими, щоб заронити перші зерна сумнівів щодо абсолютності результатів безпосереднього споглядання, розпочати стверджування думки про відносність таких результатів, про важливість вміння керувати власною уявою, про необхідність у логічних міркуваннях при формулюванні остаточних висновків.

Учням доцільно пояснити, що уявлення про точку дійсно дають крапки в підручнику, але якщо їх порівнювати з розмірами сторінки. Під збільшувальним склом ситуація змінюється й крапка набуває певних розмірів. Зірка на небі, електрична розетка на стіні також можуть розглядатись як приклади точки, якщо відволіктися від їх абсолютних розмірів. Точка не має розмірів. Це важко уявити, але можна осягнути розумом. Зображати ж точку домовились так, як крапку в підручнику, зошиті.

Уявлення про необмежені фігури (пряму й площину) потрібно формувати за допомогою двох груп заміщувачів, які слід добирати за певними правилами.

До першої групи доцільно включити заміщувачі, які: а) необмежені <u>в полі зору</u>; б) прямолінійні (плоскі). Наприклад, таким вимогам задовольняють частина шосе або лінії електропередач, кінців яких не видно при спогляданні; сільськогосподарське поле або поверхня водосховища в штильову погоду, межі яких сягають за обрії.

До другої групи доцільно включити заміщувачі, які: а) прямолінійні (плоскі); б) обмежені в полі зору. Саме такими є заміщувачі, котрі традиційно наводяться в підручниках (якщо з їх набору виключити промінь сонця).

Особливою, на нашу думку, є ситуація при виборі заміщувачів, за допомогою яких перед учнями розкриватиметься певний спосіб діяльності. На окремих аспектах цієї проблеми ми зупинялись у роботі [7].

Кодування (декодування) є такою діяльністю зі знаково-символічними засобами, що полягає у перекладі реальності (чи тексту, який описує реальність) на знаково-символічну мову й у подальшому декодуванні інформації. За рахунок введення кодування (декодування) у навчальну діяльність учнів видається можливим використання різних видів знаково-символічного вираження навчального змісту та здійснення переходів від однієї форми до іншої. Такі переходи є необхідним компонентом теоретичного мислення. Вони сприяють відокремленню форми від змісту, а значить забезпечують повноцінне засвоєння знань.

Деякі особливості кодування як знаково-символічної діяльності учнів у навчанні математики та окремі проблеми, що породжуються діяльністю перекодування навчального математичного змісту, розкривалися нами у ряді наших робіт [5; 6].

Схематизація як знаково-символічна діяльність у навчанні математики учнів основної школи також посідає значне місце. Її сутність полягає в тому, що навчальне пізнання здійснюється з опорою на певну схему, котра відображає структуру реальності мовними чи немовними засобами. Можна виділити принаймні п’ять різновидів навчальних ситуацій, в яких учні стикаються з діяльністю схематизації.

Перший випадок ми пов’язуємо з використанням відомих учням схем діяльності для отримання суб’єктивно нових знань загального характеру. Такі ситуації виникають, наприклад, під час застосування певного методу доведення теорем шкільного курсу геометрії чи окремого прийому встановлення математичного факту, що є програмовим об’єктом засвоєння, тощо. Діяльність схематизації у даному випадку ми відносимо до першого її виду.

Другий випадок застосування діяльності схематизації й відповідно її другий вид ми пов’язуємо з отриманням у навчанні математичних результатів частинного характеру.

Наприклад, у п’ятому класі основної школи рівняння розв’язуються на основі залежностей між компонентами та результатами дій. Відповідні правила є відкритими для учнів об’єктами засвоєння. Отже, розв’язуючи рівняння з опорою на них, учні виконують діяльність схематизації. Відома учням схема діяльності виражається у словесній формі – через обґрунтування. За цими правилами розв’язування рівняння $x + 5 = 10$ супроводжується такими роз’ясненнями:

1) рівняння стверджує, що сума двох доданків дорівнює 10;
2) невідоме є доданком;
3) щоб знайти невідомий доданок, потрібно від суми відняти відомий доданок;
4) отже, $x = 10 – 5$, $x = 5$.

Більш складні рівняння у 5 класі розв’язуються також на основі залежностей між компонентами й результатами дій. Причому тут виникають можливості використання різних схем. Наприклад, рівняння $(x + 3) + 2 = 10$ можна розв’язати з обґрунтуванням двома способами.

І спосіб. Рівняння стверджує, що сума виразу в дужках й числа 2 дорівнює 10. Вираз у дужках містить невідоме, отже його значення є невідомим. Щоб знайти значення невідомого виразу, який є доданком, потрібно від суми відняти відомий доданок. Отже, $x + 3 = 10 – 2$, $x + 3 = 8$. Отримали нове рівняння, в якому невідоме є доданком ... (далі, як в попередньому прикладі).

ІІ спосіб. Ліва частина рівняння містить додавання числа до виразу в дужках. Вираз у дужках є сумою невідомого та числа 3. За сполучною властивістю додавання $(x + 3) + 2 = x + (3 + 2)$. Отже, рівняння набуває вигляду $x + (3 + 2) = 10$, або $x + 5 = 10$ ... (далі, як у першому прикладі).

Третій та четвертий різновиди діяльності схематизації ми пов’язуємо із випадками побудови схеми й одночасним її використанням для отримання нової інформації. Такі ситуації найчастіше виникають під час класифікації математичних об’єктів – побудови дерев понять чи класифікаційних таблиць.

Наприклад, у процесі вивчення теми “Многокутники” саме у такий спосіб можна організувати введення основних понять цієї теми – ламаної, простої ламаної, простої замкненої ламаної, многокутника, опуклого многокутника, правильних многокутників.

Зокрема, якщо відштовхуватися від поняття ламаної, послідовно проводити разом з учнями поділ кожного наступного видового поняття, що виступатиме основним об'єктом засвоєння, та фіксувати результати класифікації у схемі, отримаємо дерево відповідних понять.

Характерним у даному випадку є те, що діяльність схематизації може виконуватися двічі й суттєво відрізнятися.

По-перше, вона матиме місце, якщо побудову дерева понять учні здійснюватимуть за певним алгоритмом, який може бути виведений назовні вже на першому кроці класифікації. Дійсно, для того, щоб показати учням, як можна поділити поняття ламаної, вчителю потрібно поставити запитання: "Якою може бути ламана?", й конкретизувати його стосовно перетину ланок ламаної. Отримавши факт про те, що ланки ламаної можуть перетинатися, але можуть й не перетинатися, відповідь на поставлене запитання міститиме номінативний термін видових понять "проста ламана" і "ламана із самоперетином". Наступне запитання вчителя: "Якою може бути проста ламана?", та його конкретизація щодо початкової та кінцевої вершин простої ламаної, приведе учнів до розрізнення понять "проста замкнена ламана" й "проста незамкнена ламана" і т.д.

Отже, в даній навчальній ситуації форма запитання та його конкретизація як орієнтир пізнавального процесу разом виступатимуть певною схемою діяльності учнів, спираючись на яку відбуватиметься подальша класифікація понять цієї теми. Схематизацію такого характеру ми відносимо до третього виду.

Зовсім іншою виявиться діяльність схематизації, коли учні, спираючись на побудоване дерево понять, досліджуватимуть властивості понять, що увійшли до основної його гілки. Тут дерево понять відіграватиме роль схеми орієнтування у сутнісних зв'язках поміж поняттями. Таку діяльність схематизації ми відносимо до четвертого її виду.

До наступного, п'ятого виду схематизації доцільно віднести використання плану викладення змісту певної навчальної теми. При цьому схеми діяльності можуть подаватися учням як у розгорнутій словесній формі, так і за допомогою немовних знаково-символічних засобів.

Наприклад, план викладу може бути пред'явлений учням у формі опорного конспекту, що характерно для системи роботи донецького вчителя математики В.Ф. Шаталова та його послідовників. Однак даний спосіб має цілий ряд недоліків, що певною мірою ставить під сумнів доцільність його використання. Зокрема, створення опорного конспекту і для вчителя є складною задачею. Залучення школярів до його складання на підготовчому етапі вивчення теми в більшості випадків практично не є можливим – учні на той момент ще не мають повної інформації з теми. Пред'явлення ж готового опорного конспекту не сприяє прогностичній діяльності учнів у процесі викладу нового матеріалу, оскільки самостійне випереджальне декодування інформації може виявитися непосильним для них. У результаті учні будуть змушені лише слідувати за викладом вчителя, але не випереджати його. Видно, не випадково В.Ф. Шаталов свого часу відмовився від опорних конспектів з геометрії.

Але при вивченні деяких тем курсу алгебри успішне використання опорного конспекту як плану все таки є можливим. Наприклад, у матеріалі теми "Квадратична функція" можна виділити два блоки інформації – "Властивості квадратичної функції" та "Розв'язування нерівностей виду $ax^2 + bx + c < 0$, де $a \neq 0$, та ін."

Якщо опорний конспект створювати разом з учнями протягом вивчення першого блоку інформації й відновити у процесі актуалізації знань, тоді він стає цілком придатним для використання в якості плану вивчення матеріалу наступного блоку – нерівностей другого степеня з одним невідомим.

Моделювання є знаково-символічною діяльністю, яка націлена на отримання об'єктивно нової інформації про реальність за рахунок оперування знаково-символічними засобами. У навчальній діяльності учнів при вивченні курсу математики основної школи моделювання має відмітні особливості. Їх детальний аналіз дозволив нам виділити деякі різновиди цієї діяльності.

Перший вид моделювання пов'язаний із математизацією ситуацій – створенням математичних моделей, що дозволяють досліджувати реальність засобами математики (можливо, через оболонку текстів, утворених засобами природної мови й таких, що описують дану реальність). Знаково-символічну діяльність такого виду, як правило, називають *математичним моделюванням*. У якості моделей, що будуються у його процесі, виступають або математичні речення – рівняння, нерівності, їх системи тощо, або немовні знаково-символічні засоби – малюнки, схеми, графіки, таблиці тощо.

Відомою є евристична схема діяльності математичного моделювання. Вона містить чотири кроки: попередній аналіз; побудову моделі; перетворення моделі; інтерпретацію отриманого на моделі результату в термінах вихідної ситуації.

З моделюванням цього виду учні стикаються не тільки під час розв'язування сюжетних задач, але й у процесі формування поняття, коли його введення відбувається за конкретно-індуктивною методикою. Таке саме моделювання має місце, коли учні через практичну діяльність з реальними предметами виявляють певну закономірність, емпірично встановлюють математичні факти або розкривають зміст якогось способу діяльності й трактують отримані результати у термінах вихідної практичної ситуації.

Характерною особливістю моделювання першого виду (математичного моделювання) є перехід від реального плану в символічний і потім знов у реальний план:

реальність – його знаково-символічна форма – реальність.

Моделювання другого виду істотно відрізняється від попереднього. Його характерна особливість полягає в тому, що воно здійснюється повністю у знаково-символічному плані. В якості реальності виступають знаково-символічні об'єкти – рівняння, нерівності чи їх системи, які потрібно дослідити, розв'язати тощо. Зв'язок із реальністю у процесі такого моделювання є надто віддаленим.

Наприклад, під час дослідження певного рівняння, й особливо тоді, коли використовується заміна змінних, як правило, на передній план свідомості не виводиться той факт, що дане рівняння само по собі вже є моделлю певної реальності, зокрема, побутової, виробничої тощо. Сутність цієї реальності також залишається поза свідомістю. Актуальною потребою виступає отримання нової інформації щодо даного рівняння, а не з'ясування відомостей про реальну ситуацію, яку воно моделює. Фактично, під час дослідження рівняння відбувається побудова нової моделі тієї знаково-символічної реальності, якою виступає дане рівняння. Іншими словами, відбувається побудова метамоделі.

Таке моделювання доцільно назвати *метамоделюванням*. Воно найтісніше пов’язане із діяльністю перекодування, але не зводиться до нього. У перекодуванні здійснюється перетворення знаково-символічного компонента певного заміщувача і залишається незмінним його змістовий компонент. У метамоделюванні, як й у власно моделюванні, змінюється і знаково-символічний, і змістовий компонент заміщувача, оскільки у результаті такої діяльності отримується принципово нова інформація щодо вихідного об’єкта дослідження. Причому, її виявлення виступає безпосередньою метою діяльності. Деякі особливості метамоделювання ми розглядали у статті [5] на прикладі задач із параметрами на застосування теореми Вієта.

У навчальному пізнанні при вивченні курсу математики основної школи метамоделювання має місце й тоді, коли певне математичне поняття курсу вводиться за абстрактно-дедуктивною методикою; коли за словесно сформульованою умовою геометричної задачі будується її змістово-графічна інтерпретація; коли досліджуються властивості тієї чи іншої функції за допомогою побудови її графіка тощо.

Проте, у навчанні математики в основній школі нерідкими є ситуації, коли дослідження реальності розпочинається як моделювання в його істинному смислі – як математичне моделювання, продовжується як метамоделювання й завершується інтерпретацією отриманих результатів у термінах вихідної реальності. Інакше кажучи, метамоделювання виступає внутрішнім структурним компонентом математичного моделювання. У даному випадку знаково-символічну діяльність доцільно називати складеним моделюванням.

Наприклад, саме через таку діяльність бажано формувати уявлення дев’ятикласників про перпендикулярні площини. Відомо, що відповідне означення ґрунтується на процедурі вимірювання кута між площинами. Особливості ж навчання стереометрії у 9 класі основної школи не дозволяють побудувати вивчення цього питання на дедуктивній основі й так, як це робиться в курсі стереометрії старшої школи.

Для підведення учнів 9-го класу до розуміння означення перпендикулярних площин та сутності процедури вимірювання кута між площинами, доцільно на уроці організувати практичну роботу. При цьому, етапи знаково-символічної діяльності складеного моделювання матимуть наступний зміст.

На етапах попереднього аналізу й побудови матеріальних заміщувачів площин та матеріалізованих заміщувачів прямих учні створюватимуть основи для побудови метамоделей – макетів перпендикулярних і не перпендикулярних площин, кожна пара яких перетинається третьою площиною та на яких зображено прямі попарного перетину трьох даних площин.

Для цього знадобляться сімнадцять аркушів цупкого паперу. Вісім з них використовуватимуться як моделі площин, що перетинаються. На кожному з цих аркушів посередині учні проведуть пряму, наприклад, *a*, по якій потім згинатиметься аркуш. Одна половина аркуша символізуватиме площину α, друга – площину β. У подальшому чотири аркуші згинатимуться так, щоб отримати перпендикулярні площини, а решта – щоб отримати не перпендикулярні площини. Відповідні пари моделей використовуватимуться для порівняння ситуацій.

Для створення метамоделей на кожному з аркушів першої пари потрібно буде провести пряму, перпендикулярну до прямої *a*, відповідно позначити прямі кути й назвати півпрямі побудованої перпендикулярної прямої (наприклад, *b* і *c*). Після згинання аркуша вони символізуватимуть прямі у площинах α і β, по яких дані площини перетинає деяка третя площина. На аркушах другої пари півпряму *b* проводитимемо перпендикулярно до прямої *a*, півпряму *c* – не перпендикулярно до прямої *a*, відповідно позначаючи кути. На аркушах третьої пари перпендикулярно до прямої *a* проводитимемо півпряму *c*, а півпряму *b* – не перпендикулярно. На аркушах четвертої пари обидві півпрямі проводитимемо не перпендикулярно до прямої *a*. Після відповідного згинання усіх аркушів по прямій *a*, отримаються чотири макети перпендикулярних площин і чотири макети не перпендикулярних площин.

Дев'ять аркушів, що залишилися із заготовлених, використовуватимуться як заміщувачі третьої площини γ, що перетинатиме певним чином задані площини α і β та пряму їх перетину a.

Послідовно завершуючи виконання метамоделей у відповідних парах, доцільно одночасно розпочати аналіз і порівняння нових модельних ситуацій. Саме тут розпочинатиметься другий етап метамоделювання – дослідження метамоделей. Отримані результати бажано занотовувати у таблиці (табл. 1), використовуючи символіку.

Таблиця 1

<table>
<tr><td rowspan="2">Перша пара моделей</td><td rowspan="2">$b \perp a$, $c \perp a$</td><td>$b \perp c$</td><td>$\alpha \perp \beta$</td></tr>
<tr><td>$b \times c$</td><td>$\alpha \times \beta$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Друга пара моделей</td><td rowspan="2">$b \perp a$, $c \times a$</td><td>$b \perp c$</td><td>$\alpha \perp \beta$</td></tr>
<tr><td>$b \times c$</td><td>$\alpha \times \beta$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Третя пара моделей</td><td rowspan="2">$b \times a$, $c \perp a$</td><td>$b \perp c$</td><td>$\alpha \perp \beta$</td></tr>
<tr><td>$b \times c$</td><td>$\alpha \times \beta$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Четверта пара моделей</td><td rowspan="3">$b \times a$, $c \times a$</td><td>$b \perp c$</td><td rowspan="2">$\alpha \times \beta$</td></tr>
<tr><td>$b \times c$</td></tr>
<tr><td>$b \times c$</td><td>$\alpha \perp \beta$</td></tr>
</table>

За першими трьома парами модельних ситуацій виникатиме гіпотеза про те, що перпендикулярність двох площин можна встановити за системою двох умов: 1) за тим, чи є серед прямих b і c принаймні одна така, що перпендикулярна до прямої a; 2) за тим, чи є перпендикулярними прямі b і c.

Але дослідження четвертої пари моделей спростовуватиме таку гіпотезу. Дійсно, можна побудувати модель перпендикулярних площин, коли $b \times a$, $c \times a$ і $b \times c$, й не перпендикулярних площин, коли $b \times a$, $c \times a$ і $b \perp c$.

Результатом метамоделювання будуть наступні висновки:

- неможливо сформулювати означення перпендикулярних площин, спираючись **лише** на вимоги до взаємного попарного розміщення у просторі розглянутих прямих a, b і c;
- напевне, потрібно ще дослідити розміщення третьої площини γ по відношенню до заданих площин α і β.

Проведення такого, додаткового дослідження відбуватиметься після ознайомлення учнів із поняттям прямої, перпендикулярної до площини. У його результаті з'ясується, що дві площини називатимуться перпендикулярними, якщо третя площина, що проводитиметься перпендикулярно до прямої перетину двох даних площин, перетинатиме їх по перпендикулярних прямих.

У момент формулювання означення перпендикулярних площин фактично завершуватиметься діяльність метамоделювання. Наведення прикладів таких площин (в оточенні класної кімнати, на макетах многогранників тощо) виступатиме завершальним етапом діяльності математичного моделювання – інтерпретацією отриманих результатів дослідження у термінах вихідної ситуації.

Література

1. Салмина Н. Г. Знак и символ в обучении. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 286 с.
2. Тарасенкова Н. А. Змістово-графічні інтерпретації планіметричних задач як засіб навчання // Вісник Черкаського університету: Серія “Психолого-педагогічні науки”. – Вип. 4. – Черкаси: ЧДУ, 1997. – С. 142-148.
3. Тарасенкова Н. А. Найти ошибку // Математика в школе (Россия). – 1997. – № 2. – С. 19-23.
4. Тарасенкова Н. А. Особливості об’єктних текстів як мовних знаково-символічних засобів // Наука і сучасність. Збірник наукових праць Національного педагогічного університету ім. М. П. Драгоманова. – К.: Логос, 2001. Том XXIX.
5. Тарасенкова Н. А. Система вправ на застосування теореми Вієта у задачах з параметрами // Математика в школі. – 2001. – № 1. – С. 36-40. – 2001. – № 2. – С. 47-48.
6. Тарасенкова Н. А. Щодо питання про використання знаково-символічних засобів у навчанні математики учнів основної школи // Наука і сучасність. Збірник наукових праць Національного педагогічного університету ім. М. П. Драгоманова. – К.: Логос, 2001. Том XXVII. – С. 137-149.
7. Тарасенкова Н. А., Дядик О. І. Функціональні ілюстрації додавання і віднімання дробових чисел // Дидактика математики: Проблеми і дослідження: Міжнар. збірн. наук. робіт. – Вип. 2 (12). – Донецьк, 2000. – С. 77-80.

ШЛЯХИ КОНТРОЛЮ ЗА РІВНЕМ СФОРМОВАНОСТІ МАТЕМАТИЧНИХ ВМІНЬ ТА НАВИЧОК

Г.І. Тігнян
м. Кривий Ріг, Середня загальноосвітня школа № 69

Одним із важливих напрямків діяльності сучасної школи є така організація навчального процесу, яка забезпечує глибокі і міцні знання основ наук і, разом з тим, формує в учнів вміння самостійно мислити, розвиває творчість та ініціативу. Школа повинна успішно навчати всіх. Учень має бути активним учасником процесу пошуку, аналізу, роздумів.

Наскільки ми наближаємося до досягнення мети? Визначити це можна шляхом здійснення контролю результатів своєї діяльності та роботи учнів.

Адже, якщо стратегія діяльності вчителя визначена програмою, то тактика обирається і впроваджується в життя ним самим.

Саме цей вибір дуже часто впливає на результативність роботи. І він неможливий без застосування зворотного зв’язку в системі “вчитель–учень”.

Розрізняють три види контролю:

– зовнішній контроль учителя за роботою учня;
– взаємоконтроль;
– самоконтроль.

Важливим у визначенні рівня знань учнів є контроль, який здійснює сам вчитель. Такий контроль має декілька цілей:

а) встановлення характеру виконання учнями завдань;

б) встановлення відповідності досягнутого учнями рівня оволодіння поняттями, які вивчають, прийнятим нормам;

в) виявлення прогалин і недоліків в їх знаннях і вміннях;

г) навчання учнів прийомам і методам взаємоконтролю і самоконтролю;

д) формування в них потреба і звички до самоконтролю.

У процесі засвоєння знань зовнішній контроль слід заміняти взаємоконтролем і самоконтролем. Однак, щоб учні мали чіткий орієнтир у своїй діяльності, треба застосовувати і нормативний спосіб оцінювання, даючи тим самим видимі, наочні зразки для їх роботи.

Теперішня система оцінювання передбачає проведення тематичних атестацій. До них, в першу чергу, відносяться контрольні роботи, які, залишившись незмінними за формою, набули деяких змін за змістом. Зокрема зазнали змін типи і кількість завдань, що пропонуються і вони більш стандартизовані і мають досить визначену “вартість” у балах. До цього кроку нас підштовхнула 12-бальна система оцінювання рівнів навчальних досягнень учнів. До того ж такого роду завдання дозволять легко здійснювати на практиці диференціацію у процесі контролю.

Можливість отримати об’єктивну інформацію про стан математичної підготовки учнів дає проведення кваліметричного моніторингу. Він допомагає вчителю визначити, на скільки випадковий чи закономірний характер має та чи інша помилка учня, спланувати своєчасну корекцію, досить об’єктивно оцінити навчальні досягнення учня.

Отже, підсумовуючи вищесказане, можна стверджувати: контроль, як форма роботи, необхідна для забезпечення глибоких та міцних знань учня, належним чином виконує свою функцію, якщо носить різноманітний, диференційований, об’єктивний, систематичний та індивідуальний характер. Саме це дає змогу підвищити якість спільної роботи вчителя та учня з метою досягнення високих навчальних показників.

О НЕКОТОРЫХ АСПЕКТАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ

М.Ф. Тиман
г. Днепропетровск, Днепропетровский государственный аграрный университет

Сразу следует оговорить, что изложенные ниже некоторые аспекты математического образования, возможно, не относятся ко многим элитным учебным заведениям среднего и высшего уровня в системе образования. Эта часть учебных заведений и их талантливые представители в основном и обеспечивают авторитет страны на международном уровне. Однако, обсуждая вопросы образования, всем ясно, что состояние экономики страны, ее достижения в разных направлениях и культура общества в целом зависят не от показного, а от действительного объективного состояния дел в системе образования.

Всем известно, что за последние 20-30 лет, особенно после принятия постановления о всеобщем обязательном среднем образовании, заметно снизился уровень знаний школьников по многим основополагающим предметам и особенно по математике. Аттестаты зрелости зачастую не соответствуют уровню знаний школьников.

Рыночные отношения между родителями школьников и учителями, особенно за последние годы, а также давление высших инстанций разных уровней на необходимость обязательного перевода школьников из класса в класс, да ещё и без экзаменов, как ржавчина разъедает всю систему среднего образования. Такое состояние образования в средней школе (это относится и к техникумам) вузы стали в полной мере ощущать в период вступительных экзаменов по математике, физике, химии, языкам и др. предметам.

Казалось бы, что, получившее широкое распространение репетиторство и сеть подготовительных курсов, восполняют многие пробелы в образовании за среднюю школу. Однако, невозможность восполнить за несколько месяцев неизученное в школе постепенно за несколько лет в раннем возрасте, не может вызвать ни у кого никаких сомнений. Если школьник в каждом классе за предыдущие годы не освоил по математике основных положений арифметики, алгебры, геометрии, тригонометрии, не умеет решать различные простейшие уравнения, не умеет производить тождественные преобразования с простейшими элементарными функциями, не знает свойств простейших геометрических фигур, то репетиторство ему не поможет.

Высшие учебные заведения, особенно технического и экономического профилей (исключением, быть может, являются элитные учебные заведения страны), для своего выживания, по разным причинам, на такое состояние дел во многих средних учебных заведениях вынуждены закрывать глаза и довольствоваться тем, что есть. И здесь, естественно, зачастую продолжают играть немаловажную роль протекционизм, поборы и другие негативные явления. О чем, к слову, и свидетельствует письмо главам Советов ректоров Министерства образования и науки от 12.11.2001 г. о взяточничестве в вузах.

Только на указанном выше фоне можно всерьёз обсуждать важность продуманной постановки математического образования в высших учебных заведениях различного профиля.

Что касается математики, то уже давно достаточно хорошо осознано, что математика всегда играла важную роль в научном, техническом и экономическом развитии общества, что естествознание становится точным только тогда, когда для описания явлений и закономерностей окружающего нас действительного мира удаётся создать и использовать математические модели. Известно также, что математическое образование совершенствует, кроме того, культуру мышления, приучает любого специалиста логически мыслить, воспитывает у него точность и обстоятельность аргументации.

Из указанных выше положений вытекает, что математика является одной из основных общеобразовательных дисциплин в вузах инженерного профиля в системе образования. Недооценка этого в учебных заведениях отрицательно сказывается на всех сферах деятельности любого цивилизованного государства.

И дело здесь не в том, как оценивать знания школьников по пяти бальной или двенадцати бальной системе. Как показывает жизнь, реформирование образования в стране надо начинать с искоренения негативных явлений, связанных с нравственными и моральными аспектами, приводящими к массовому очковтирательству в этой сфере деятельности общества. Хорошо, что Министерство образования и науки наконец начало борьбу с этими негативными явлениями. Жаль, что на втором съезде по образованию эти вопросы не получили должного внимания.

К этому следует добавить, что большая часть молодежи не поступает в вузы после окончания средних учебных заведений. Они довольствуются тем, что получили аттестаты зрелости.

А те из них, которые получили эти аттестаты без особого труда, не имея соответствующих знаний, в своем большинстве морально испорченные люди. Они имеют права, которые им не положены. Их дальнейшие устремления к легкой жизни вполне закономерны.

Затронутые выше вопросы требуют особого непредвзятого изучения и принятия соответствующих мер по созданию нормального морального климата как в сфере среднего, так и высшего образования. И говоря о реформировании образования в стране, надо, прежде всего, исходить из необходимости ликвидации указанных негативных явлений в системе образования.

Только после этого можно всерьез обсуждать важность продуманной постановки математического образования в высших учебных заведениях.

Обсуждая вопрос о теории и методике обучения математике, следует обратить внимание на книгу известного математика и педагога Льва Дмитриевича Кудрявцева “Мысли о современной математике и ее изучении “ (Издательство “Наука”, Главная редакция физико-математической литературы. – Москва, 1977 г.). В этой книге основательно и талантливо изложены основные положения и принципы математического образования.

Она должна стать библией каждого преподавателя математики в его повседневной деятельности как педагога. Для того, чтобы в должной мере использовать основные десять положений и принципов, изложенных в указанной книге, следовало бы, прежде всего, на каждой кафедре высшей математики досконально изучить её.

Уже много лет замечается порочная тенденция комплектовать кафедры высшей математики преподавателями, не имеющими базового математического образования. Зачастую такие преподаватели не обладают в должной мере математической культурой мышления, проводят занятия в основном на рецептурном, исходя из своей профессии, и конъюнктурно-прикладном уровне. Они не раскрывают математику как науку, являющуюся царицей всех естественных наук, логической азбукой всех количественных изменений явлений разного характера в природе. Нет отдельно чистой и отдельно прикладной математики. Она, по своему содержанию и методам, едина, и преподавать её, в силу её абстракции, должны математики.

Содержание курса высшей математики в вузах должно определяться типовыми программами и, в соответствии с ними, рабочими программами, составленными на кафедрах. Типовые программы, на мой взгляд, должны быть едиными для всех инженерных специальностей, а рабочие программы, естественно, должны составляться кафедрами в зависимости от количества часов, отведенных учебным планом на те или иные специальности. Это же относится и ко всем специальностям экономического профиля.

Рабочие программы для различных специальностей, учитывающие не только общие обязательные положения курса высшей математики, но и её прикладные аспекты, необходимые для глубокого изучения профилирующих дисциплин при подготовке бакалавров, специалистов и магистров, должны носить обоснованный характер. Этого можно добиться лишь тогда, когда кафедры составили и проанализировали структурно-логические схемы общеобразовательных и специальных дисциплин.

Справиться с указанными выше задачами должны научно-методические советы при Министерстве образования и науки, с которыми в последние годы всерьёз никто не считается.

Количество часов на математику в учебных планах в настоящее время определяется без участия специалистов и поэтому не всегда обосновано. Типовые программы поручают составлять отдельным кафедрам без последующего обсуждения на научно-методических советах. Взаимный обмен рабочими программами для родственных специальностей не практикуется.

Далеко не полный перечень аспектов, приведенный выше, на мой взгляд, может в некоторой степени улучшить постановку математического образования в вузах.

ДОСВІД ВИКЛАДАННЯ КУРСУ “МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ” ДЛЯ СТУДЕНТІВ ІНЖЕНЕРНОГО ПРОФІЛЮ

О.К. Узбек, О.В. Шепеленко
м. Донецьк, Донецький державний університет економіки і торгівлі ім. М.Туган-Барановського

У відповідності до нових навчальних планів щодо багатоступеневої підготовки студентів спеціальності “Обладнання харчових та переробних виробництв” передбачається вивчення в V семестрі нової дисципліни “Математичне моделювання”. Цей курс спрямовано на формування висококваліфікованих спеціалістів інженерного напрямку. Введення нового курсу обумовлено новим рівнем розвитку ринкових відносин на Україні, необхідністю для фахівців мати глибокі професійні знання та розвинену математичну культуру.

Основу курсу складають теми:

- оцінка статистичної бази експерименту і побудова законів розподілу;
- аналіз динамічних рядів, автокореляція даних та залишків;
- однофакторна і багатофакторна лінійна регресія;
- мультиколінеарність факторів;
- способи її визначення і методи усунення;
- планування експерименту;
- рангова кореляція;
- мережеве планування і управління;
- задачі класичної оптимізації.

Розглянемо найважливіші з них.

При розкритті актуальності теми “Оцінка статистичної бази експерименту і побудова законів розподілу” слід відмітити, що в наукових дослідженнях, а також у практичній діяльності при спостереженні значень признаку, які характеризують з кількісного боку однорідні явища, можна зустріти випадкову величину, закон розподілу котрої є невідомим для дослідника. Для встановлення відповідного закону розподілу досліджуваної ознаки спостерігають за значеннями випадкової величини в певних умовах. В результаті спостереження або експерименту одержують варіаційний ряд. Задачею будь-якого наукового експерименту або спостереження є використання його результатів для практичної діяльності, наприклад, для прогнозування розвитку явища або процесу. Тому після одержання варіаційного ряду виникає задача – знаходження невідомого закону розподілу випадкової величини, за яким розподілена ця ознака або який взагалі є характерним для цієї ознаки.

Підбор відповідного закону розподілу для випадкових величин в загальному вигляді є досить складною проблемою. Якщо виходити тільки з експериментальних даних, то іноді можливо підібрати декілька законів у вигляді гіпотез, які будуть більш-менш точно відображати даний розподіл. На практиці спочатку вибирають певний закон розподілу. Форму цього закону визначають за змістом явища на основі всебічного аналізу даних. Після вибору виду або форми закону розподілу випадкової величини виникає задача знаходження цього закону для конкретної випадкової величини, що розглядається у дослідженні. Ця проблема полягає у обчисленні оцінок параметрів щільності ймовірності або функції розподілу відповідного закону розподілу. Після оцінювання параметрів розподілу виникає необхідність перевірки правильності зробленого вибору закону розподілу, тобто проблема узгодження теоретичного закону з фактичним матеріалом, тобто варіаційним рядом. Розв'язання цієї проблеми полягає в застосуванні критеріїв узгодженості, серед яких пропонується використання найефективніших – Пірсона, Колмогорова, Ястремського. Для самостійної роботи студентам пропонується побудувати нормальний, біноміальний, рівномірний і закон Пуассона за емпіричним варіаційним рядом; перевірити за вище вказаними критеріями узгодженості правильність зробленого вибору закону розподілу, що досліджується.

Зв'язки між різними явищами в природі, техніці і суспільстві складні і різноманітні. На рівень розвитку одного показника, поведінка якого цікавить дослідника, можуть впливати багато факторів. Причому рівень впливу кожного з них на показник не є однаковим. Ці різновпливові закономірності необхідно враховувати при плануванні, аналізі і прогнозуванні досліджуваного процесу або явища. Для вивчення форм зв'язку між показником і факторами на основі статистичних даних використовується регресійний аналіз.

При розгляданні основ регресійного аналізу слід звернути увагу студентів на те, що регресія використовується для дослідження й оцінки залежностей між явищами, що породжені, як правило, сукупною дією комплексу різноманітних причин. Розглядаючи причинно-наслідкові зв'язки, ми зі змішаного сполучення причин виявляємо дію істотних. Такий підхід допомагає звільнитися від елементів випадковості і дії другорядних факторів. Відзначимо, що зміна кожного фактору знаходить своє відображення у відповідній зміні показника, що досліджується. Математичне рішення цієї проблеми зводиться до одержання та подальшого аналізу отриманої функції регресії. Явища, що підлягають дослідженню, повинні бути описані кількісно варіюємими величинами. Тоді вони вважаються змінними в статистичному змісті.

Але слід пам'ятати, що перш ніж застосовувати математико-статистичний апарат, явище повинно бути проінтерпретоване зі змістовної точки зору. На основі цього якісного та логічного аналізу дослідник вирішує, яку з змінних розглядати як залежну чи змінну, підлягаючу поясненню за допомогою функції регресії, і які змінні в ході аналізу вважати пояснюючими, незалежними. Причини і наслідок повинні бути пояснені теорією досліджуваного процесу.

Якщо між двома явищами існує лінійне стохастичне співвідношення, тобто лінійна регресія, то ми можемо оцінити ступінь, інтенсивність зв'язку між обома явищами за допомогою коефіцієнта кореляції. Коефіцієнт кореляції не дає можливості відповісти на запитання, чи існує нелінійна кореляція між змінними. Він дозволяє робити висновок про інтенсивність стохастичного зв'язку лише тільки при наявності лінійних співвідношень між змінними. Рівняння регресії повинне бути можливо більш простим, щоб сутність досліджуваної залежності між змінними виявлялася досить чітко, а параметри рівняння піддавалися визначеному техніко-економічному тлумаченню. Занадто складні рівняння регресії, як правило, позбавлені техніко-економічного змісту, тому що в них губиться розходження між нетиповим і істотним, а випадковість зводиться в закономірність. Серед парних регресій найбільш розповсюдженою і простою у змісті моделювання і подальшого аналізу є лінійна регресія. Рівняння прямої також може бути корисно в багатьох ситуаціях для узагальнення залежності однієї змінної від іншої. Іноді корисним буває побудова математичних моделей нелінійної структури, які певними елементарними математичними перетвореннями можна звести до лінійної форми. Тому для них є справедливими всі результати, що отримані для лінійного випадку.

Важливим етапом кореляційного аналізу зв'язку показника і факторів є оцінка практичної значущості синтезованої моделі, яку здійснюють за допомогою показників тісноти зв'язку між ознаками: парні і часткові коефіцієнти кореляції, множинний коефіцієнт кореляції, коефіцієнт детермінації. При цьому здійснюється перевірка, наскільки обчислені теоретичні параметри характерні для відображуваного комплексу умов. Перевірка проводиться за критеріями Фішера і Ст'юдента, а також за допомогою побудови довірчих інтервалів. Важливим показником адекватності побудованої моделі є величини відносних відхилень розрахункових рівнів показника від його фактичних значень. При цьому достатнім вважається п'ятивідсотковий рівень помилки, хоча в деяких дослідженнях необхідно зменшити помилку прогнозування до одного відсотку.

Проводячи подібне дослідження, студенти стикаються з ситуацією, коли існують певні явища, такі як автокореляція даних, автокореляція залишків і мультиколінеарність факторів. Вони негативно впливають на точність підбору параметрів побудованої моделі, що знижує надійність і адекватність моделі фактичним даним. Тому дуже актуальними стають методи перевірки даних на наявність автокореляції та мультиколінеарності, побудовану модель теж слід перевірити на автокореляцію залишків. У разі виявлення цих негативних явищ потрібно за допомогою певних методів від них позбавитися.

Однією з найцікавіших тем цього курсу є проведення аналізу соціально-економічних явищ на основі експериментальних методів оцінювання факторів. При вивченні теми "Рангова кореляція" треба звернути увагу на те, що у практиці вивчення економічних процесів приходиться зіштовхуватися з необхідністю вивчення взаємозв'язку чи показників узагальнених факторів, що не мають кількісного вимірника. Це різного роду соціологічні, психологічні, соціально-економічні показники й узагальнені характеристики, що впливають на хід інженерного процесу. При вивченні невимірних показників важливо установити їхню значущість, вибрати найбільш істотні серед них для впливу на хід досліджуваного процесу, усунення негативних впливів і посилення позитивного впливу. Цього можна домогтися різними організаційними реконструкціями, зміною послідовності виконання деяких робіт, і новим визначенням приоритетних напрямків. При виникненні потреби в кількісній оцінці невимірних факторів застосовують методи рангової кореляції, засновані на експертних оцінках.

На погляд авторів статті тема "Планування експерименту технологічних процесів" є однією з найважливіших для студентів інженерного профілю. Планування експерименту – це процедура вибору числа й умов проведення випробувань, необхідних і достатніх для рішення поставленої задачі з заданою точністю. Планування експерименту припускає активне втручання в процес і можливість вибору в кожнім випробувані тих рівнів факторів, що становлять інтерес для дослідника.

Використання для одержання моделі всіх можливих варіантів приводить до абсурдно великої кількості експериментів. Задача вибору необхідних для експерименту випробувань, методів математичної обробки їхніх результатів і прийняття рішень – це і є задача планування експерименту.

Застосування планування експерименту робить поведінку експериментатора цілеспрямованою і організованою, істотно сприяє підвищенню продуктивності його праці і надійності отриманих результатів. Перспектива скоротити число випробувань, знайти оптимум, одержати кількісні оцінки впливу факторів і визначити помилки є дуже привабливою для дослідника.

Важливою задачею планування експерименту є підбор факторів. З одного боку, у дослідження варто включити всі істотні фактори. Адже якщо в моделі не врахований істотний фактор, то це приведе до неприємних наслідків – можливо значно збільшить помилку випробування. Однак, чим більше факторів, тим необхідна більша кількість випробувань для опису різних станів об'єкта. Розмірність факторного простору збільшується, і математики в таких випадках говорять про "прокляття розмірності". Якщо число факторів більше п'ятнадцяти, потрібно звернутися до методів відсівання несуттєвих факторів. Від вдалого вибору факторів залежить успіх оптимізації.

У процесі навчання у студентів формуються навички складання матриці планування факторів. Особливо підкреслюється вимога керованості факторів. Планувати експеримент можна тільки в тому випадку, якщо рівні факторів підкоряються волі експериментатора. Другою вимогою до факторів є їхня незалежність, тобто можливість установлення фактора на будь-якому рівні поза залежністю від рівнів інших факторів. Третя вимога – відсутність кореляції між факторами. Вимога некорельованості не означає, що між значеннями факторів не повинно існувати ніякого зв'язку. Досить, щоб зв'язок не був лінійним.

Серед усього різноманіття моделей за інших рівних умов студентам пропонують застосовувати степеневі ряди, точніше їхні відрізки – алгебраїчні поліноми. Чим вище ступінь багаточлена, тим більше число параметрів, і тим більше число випробувань, необхідних для їхнього визначення. Модель повинна добре передбачати напрямок найшвидшого поліпшення параметра оптимізації. Такий напрямок називають напрямком градієнта. Рух у цьому напрямку приведе до успіху швидше, ніж рух у будь-якому іншому напрямку. Це значить, що буде досягнута економія числа випробувань. Для прогнозування результату з необхідною точністю треба послідовно збільшувати ступінь полінома доти, поки модель не виявиться адекватною.

Найбільш ефективною вважається процедура пошуку оптимуму, заснована на кроковому принципі: проводяться короткі, наскільки це можливо серії випробувань, по їхніх результатах будують математичну модель, використовують модель для оцінки градієнта, ставлять нові випробування тільки в цьому напрямку. Процес обчислень припиняється при влученні в область, близьку до оптимуму.

Таким чином, у студентів формуються навички грамотного і розумного вибору і застосування методу рішення практичної задачі. Аналіз теоретично отриманих результатів і порівняння їх з експериментальними даними можуть бути використані для прогнозу параметрів системи, що дуже важливо на стадії проектування машин.

МІСЦЕ ДИСЦИПЛІНИ “МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ” В ПРОФЕСІЙНІЙ ОСВІТІ СУЧАСНИХ ІНЖЕНЕРІВ

О.К. Узбек, О.В. Шепеленко
м. Донецьк, Донецький державний університет економіки і торгівлі ім. М.Туган-Барановського

Визнаючи місце нової дисципліни в навчальному плані підготовки фахівців з інженерної справи, слід пам’ятати, що “Математичне моделювання” викладається для студентів третього курсу спеціальності 7.050104 “Обладнання харчових та переробних виробництв”. Трактування концепції дисципліни як традиційного набору певних математичних моделей і методів є досить вузьким, бо направлене на вивчення тільки стандартних прийомів, багато з яких вже не є актуальними. З точки зору авторів цього повідомлення математичне моделювання для інженерів насамперед повинно передбачати засвоєння навичок та вмінь самостійно орієнтуватися в обчислювальних засобах, які пропонує сучасний математичний апарат.

Концепція курсу “Математичне моделювання” включає наступні основні положення:

- орієнтація на вимоги до сучасного інженера з боку обставин, що пропонуються новою реальністю;
- стратегічний підхід та націленість на оптимальне наукове дослідження;
- своєчасна адаптація до змін у зовнішньому середовищі;
- системний підхід до вивчення явища чи процесу з метою оптимізації проведення експерименту.

Виходячи з вище сказаного, основною метою вивчення дисципліни “Математичне моделювання” формування у студентів наукового світогляду, розширення і удосконалення математичної культури, поглиблення знань з теорії математичних методів, розробка умінь та навичок здійснення планування експерименту, оволодіння конкретними прийомами і методикою розробки ведення наукових досліджень.

Математичне моделювання є дуже важливим і складним процесом, який практично не піддається наукової формалізації.

Спроби виділити загальні принципи і підходи до створення математичних моделей приводили до розробки рекомендацій самого загального характеру, важко застосовних для рішення конкретних проблем, або рекомендацій, які можливо застосувати у дійсності до дуже вузького кола задач, що об'єднані однією проблемою. Безпосереднє використання класичних методів, заснованих на апараті диференціального числення, для оптимізації функцій, що залежать від великого числа змінних, при наявності значної кількості обмежень наштовхується на серйозні обчислювальні труднощі, що робить відповідний апарат неефективним. Могутнім інструментом розв'язку подібного роду задач стали спеціальні методи пошуку екстремуму, що складають зміст оптимізаційних алгоритмів.

За допомогою традиційних методів на сучасному етапі не вдається забезпечити необхідні темпи розвитку ні у фундаментальних або прикладних дослідженнях, ні при модернізації або проектуванні виробничих установок. Тому в науці, техніці і виробництві при рішенні різноманітних задач в усе більших масштабах застосовуються нові ефективні методи дослідження. При цьому особлива увага приділяється моделям процесів і засобам їхньої побудови.

Один з напрямків суттєвого підвищення продуктивності наукової праці полягає в широкому застосуванні сучасних математичних методів і технічних засобів, таких, як математична теорія планування експерименту і її рекомендації з мінімізації витрат матеріальних і часових ресурсів, з стандартизації ряду етапів дослідження, що не потребують індивідуалізованого творчого підходу до кожної конкретної техніко-економічної задачі, дослідження операцій, математичне моделювання, обчислювальна техніка.

Можливість опрацювання даних у реальному масштабі часу призвела до розвитку алгоритмічних методів планування експерименту, заснованих на послідовних процедурах опрацювання даних і планування.

Для ефективного аналізу механізму явищ і керування виробничими процесами необхідно виявити взаємозв'язки між чинниками, що визначають хід процесу, і уявити їх у виді математичної моделі. Уміння складати математичні моделі реальних процесів і працювати з ними – складова частина загальної і професійної культури людини, тим більше в період активної математизації різних галузей людської діяльності. Велике значення має концепція оптимального використання області варіювання умов експерименту при проведенні досліджень із метою побудови математичної моделі. Статистичний аналіз характеристик експериментальних моделей показує, що точність моделі істотно залежить від вибору умов проведення експерименту. За допомогою планування експерименту необхідна точність рішень може бути досягнута при мінімальному числі випробувань. Концепція оптимального з погляду визначених характеристик точності рішення вибору умов проведення експериментів має основне значення в теорії планування експерименту.

Практична корисність наукових досліджень у сильному ступені залежить від методів їхнього проведення і форми, в якій результати рекомендуються до використання при розв'язанні практичних задач. Застосування ефективної технології досліджень дозволяє істотно скоротити фазу впровадження, що призводить до значної економії часу і коштів.

В процесі навчання важливим є формування у студентів комплексу знань і умінь для розробки конкретних інженерних проектів. Вищевказана мета зумовлює завдання: набуття студентами досвіду обгрунтування технічної цілеспрямованості направлень інженерної діяльності; розвиток комплексу аналітичних, прогностичних, інноваційних здібностей, необхідних майбутньому інженеру для розрахунку очікуваних технологічних результатів; опанування студентами вмінь визначення нюансів і технічних властивостей і особливостей проекту.

При викладанні курсу доцільно використовувати як традиційні форми організації навчального процесу, так і засоби його активізації такі, як: підготовка наукових доповідей, комплексних курсових і дипломних робіт, використання сучасних математичних методів і ПЕОМ для складання проектів і аналізу результатів експерименту.

Вивчення основних спеціальних дисциплін грунтується на знаннях дисциплін математичного циклу, в першу чергу це стосується курсу "Математичне моделювання". Для викладача дуже важливим і актуальним, об'єктивно зумовленим є пошук точок поєднання математичних, спеціальних дисциплін і практики. Розгляд тем курсу повинен обов'язково спиратися на сучасні, реальні технологічні ситуації. Саме цей фактор зумовлює і робить надзвичайно важливим та необхідним використання математичних методів укупі з комп'ютерними засобами. Завдяки застосуванню математичних моделей студенти мають можливість моделювати різноманітні технологічні ситуації, обробляти накопичувану в проведених експериментах статистичну інформацію, значно підвищити рівень комп'ютерної підготовки студентів за рахунок постійної роботи з комп'ютером в ході занять.

Математичне моделювання є складовою частиною курсу вищої математики для інженерів. Робоча програма дисципліни тісно пов'язана з програмами з комп'ютерної техніки, теоретичної механіки, опір матеріалів тощо. Задача викладення дисципліни полягає у висвітленні понять та методів математичного моделювання стосовно механіки і технології виробництва, демонструванні студентам специфіки дисципліни та її ролі у здійсненні концепції оптимального планування експерименту.

Разом із поглибленням загальних математичних знань курс сприяє розвитку самостійності та творчої активності студентів, а також формуванню в них наступних умінь і навичок: проведення аналізу отриманої з досвіду інформаційної статистичної бази; побудова і вибір найкращих апроксимуючих залежностей; перевірка значущості моделі; аналіз математичної моделі і прогнозування на її основі у виді точкових та інтервальних оцінок; планування проведення експерименту; складання й уточнення плану експерименту на кожнім етапі його проведення.

Сучасні розрахунки технологічного обладнання повинні бути виконані з урахуванням оптимальних динамічних навантажень. Застосування математичних методів можливо до розрахунків амплітудно-частотних і віброакустичних характеристик на етапі проектування. Передбачається, що досліджуваний процес фізично здійснений, і перед дослідником стоїть задача його оптимізації. Методики курсу дозволяють одержувати математичні моделі процесів, використовуючи факторне планування, регресійний аналіз і рух по градієнту.

Основним принципом побудови курсу "Математичне моделювання" є його професійна спрямованість. Цей принцип дозволяє вибрати з більшого об'єму математичного матеріалу саме той, який безпосередньо може стати у нагоді студентам даної спеціальності в їхній майбутній професійній діяльності. Орієнтація матеріалу на спеціальність викликає у студентів певний інтерес до занять з "Математичного моделювання", що сприяє більш успішному засвоєнню курсу.

Важливим є індивідуалізація роботи студентів, збільшення питомої ваги практичних занять. Оскільки практичні заняття проходять один раз за два тижні в дисплейному класі в уже відомому студентам середовищі обробки табличної інформації, то багато студентів, що не відрізнялися раніше на заняттях по математичних дисциплінах, можуть проявити свої знання й уміння працювати з комп'ютерною технікою. З другого боку, курс "Математичне моделювання" розкриває перед студентами нові можливості вже вивченого програмного забезпечення, що дозволяє якісно і в короткий термін виконувати індивідуальні завдання. Таким чином, курс "Математичне моделювання" проявляє не тільки зв'язок з прикладними технічними дисциплінами, але й поєднує знання комп'ютерних пакетів прикладних програм з умінням використовувати їхні можливості для рішення задач.

В навчальному плані слід було б реалізувати принцип, згідно якому студент постійно звертається до вивченої дисципліни "Математичне моделювання" кожен раз на все більш високому науковому рівні в наступних спеціальних технічних курсах. Згідно з матеріалом курсу можливо оцінити границі областей визначення факторів, що зв'язані з техніко-економічними характеристиками, вибрати інтервали варіювання факторів, обробити результати експерименту методом найменших квадратів. Студентам варто пояснити необхідність виділення серед розрізненої інформації алгоритмізованих ділянок і уміння вибирати і застосовувати математичні методи в наукових і практичних дослідженнях зі спеціальності.

Такий підхід розвиває творчий потенціал студента, особливо необхідний в умовах ринкової економіки і конкуренції на ринку праці, яка в останній час дуже зросла. Без сумніву, застосування цього принципу бажано здійснювати на основі співробітництва з спеціалізованими кафедрами і з використанням сучасної комп'ютерної технології і програмного забезпечення.

РОЛЬ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ В МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ

С.В. Уткина[1], Г.А. Малахай[2]
[1] г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет
[2] г. Кривой Рог, Криворожский экономический институт

Перестройка экономических отношений в стране обусловила пересмотр отношения к образованию вообще и, в частности, к математическому: значительно снизился интерес школьников к математическим знаниям. Одной из причин этого, как подтверждает опыт, несерьезное отношение к прикладному аспекту в методике обучения и организации познавательного процесса на уроках математики. Проблема не новая, но ее решение требует коренного пересмотра сущности ее реализации в учебном процессе, ибо ответ на вопрос: «Для чего нужна математика экономисту?» не может удовлетвориться лишь решением надуманных задач на производительность труда передовиков производства, или задач на подсчет не имеющихся ресурсов.

На наш взгляд, решение проблемы надо начинать с пересмотра методической подготовки владению познавательной функции задач прикладного характера выпускников физико-математических специальностей. При этом *под прикладной направленностью обучению математики понимаем формированию, прежде всего, у учителя математики, а через него и у учащихся, знаний, умений и навыков, необходимых для применения математики в других учебных дисциплинах, в трудовом процессе, в быту и т.п., а в идеале – и в развитии стремлении к таким применениям*. Естественно, на практике это можно реализовать только лишь через системное и систематическое решение прикладных задач, если под задачей понимать любое проблемное задание, требующие применение математических знаний в новой учебной ситуации. Практика свидетельствует, что большинство выпускников физико-математических специальностей не владеет методами и способами организации познавательной деятельности учащихся посредством такого типа задач. А это и определяет необходимость научения студентов соответственных знаний, умений и навыков работы с таким задачным материалом. *Под научением (по Л.Б. Ительсону) понимаем направленный процесс, управляемый целью, а сущность научения заключается в формировании программы действий, которые обеспечивают достижения определенной цели.*

Нами и была поставлена цель – обучить студентов постановке и решению прикладных задач на примере тем курса «Аналитическая геометрия», имеющих выход в школьный курс геометрии.

Реализацию научения мы усматриваем в овладении студентами целенаправленной программы действий, состоящей в следующем:

1. Отбор фактического материала на основании реально существующих взаимосвязей с математическими закономерностями. Для этого, прежде всего, необходимо использовать межпредметные связи физики и математики, географии и математики экономики и математики, труда и математики. Широкое использовании справочной литературы, научно-популярной литературы позволяет формировать умения и навыки, усматривать математическую сущность отобранных фактов.

2. Определение «информационного пространства», которое будет взято в основу прикладной задачи. Например, прикладные задачи по теме «Величины» никак не могут обосновать математическую теорию величин (как бы нам этого не хотелось), зато при их помощи очень успешно решается проблема: что такое величина той или иной фигуры как элемента некоторого векторного пространства. А именно, назначение прикладных задач типа «Найти площадь…», «Определить стоимость нужного материала для ремонта комнаты нужного размера…», «Определить площадь сечения…» и др. способствуют формированию того, что понятие «величина определенной геометрической фигуры» – это конкретное действительное число, которое ставится ей, как представителю определенного класса фигур, в соответствие по правилу (закону). Например, при нахождении площади фигуры правила представлены самой простой аналитической формулой $S_{\text{прямоугольника}}=a*b$ и завершаются универсальной формулой:

$$S_{\text{криволинейной трапеции}} = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

3. После определения «информационного пространства» отобранного факта его наполняют конкретным числовым содержанием через параметры, и, таким образом, преодолевают неопределенность прикладной задачи. Это сильно обязывает учителя: он должен уверенно владеть фактическою сущностью прикладной задачи, знать суть факта, уметь выделять те его стороны, которые нужны по теме, т.е. уметь сконцентрировать внимание учащихся на нужной стороне факта.

4. После конкретизации ситуации, описывающей изучаемую зависимость, осуществляется переход от ее описания на естественном языке к описанию на языке математики, т.е. составляется математическая модель ситуации. Начало построения такой модели обязательно предполагает уточнение «ролей участников» этой жизненной ситуации: кто «ведомый», а кто «ведущий», т.е. идет выбор аргументов $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и выбор функции y: $y=f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, где $n \geq 1$. Затем приступают к уяснению математического смысла f: как наиболее точно (просто) связать аргументы и функцию. Умение выполнять эту часть исследования требует определенного уровня интуиции, ибо не всегда легко установить конкретное содержание f: часто связь аргументов и функции существует в неявном виде. В процессе обучения в высшей школе студент должен приобрести определенный запас наборов содержания «f» в зависимости от конкретного содержания аргумента и функции. Этот этап научения студента, как будущего специалиста по использованию прикладных задач, наиболее целесообразно реализовать при изучении дисциплины «Дифференциальные уравнения».

Конечно, наиболее естественно осуществляется научение составления математических моделей задач при изучении дисциплин «Математическое программирование» и «Исследование операций», которые, к сожалению, не изучают студенты – будущие учителя математики.

5. Обращается внимание на одну из особенностей математизации прикладных задач при выборе математической модели – применение «неправильных формул», а вернее неправомерных.

Например, в сельскохозяйственной практике площади полей, имеющих форму четырехугольника, обычно находят по формуле: $S = \frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}$ (1), где a, b, c, d – длины последовательных сторон четырехугольника. Почему это допустимо?

Решение. Точную величину о площади поля можно найти, если измерить еще углы A, B, C, D четырехугольника $ABCD$ (полагаем, что $AB=a$, $BC=b$ и т.д.):

$$\delta = \frac{1}{4}(ab \sin B + bc \sin C + cd \sin D + da \sin A)$$

Эта формула получается при разбиении четырехугольника диагональю на два треугольника (дважды – сначала одной, а затем другой). Обозначим через φ наибольшее из отклонений углов четырехугольника от прямого угла. Справедливо неравенство: $0 \leq \frac{\varsigma - \delta}{S} \leq 2\sin\frac{2\varphi}{2}$.

Отсюда, в частности, следует, что если относительная погрешность при определении площади поля не должна превышать 5% (а это считается вполне приемлемым в ориентировочных сельскохозяйственных расчетах), то использование формулы (1) допустимо, если только каждый угол четырехугольника отличается от прямого меньше, чем на 18°. Итак, для поля, форма которого близка к прямоугольнику (наиболее типичный случай), неправильная, но очень простая (как с точки зрения необходимых измерений, так и с точки зрения вычислений) формула (1) дает удовлетворительную точность и потому вполне обоснованно применяется на практике.

6. После составление математической модели, имеющей уже конкретный набор уже определенных параметров, приступают к оценке полученного решения этих задач. Здесь возникает еще одна составляющая научения обучать решению прикладных задач: умение понимать здравый смысл в числовом расчете результата. Ответ к реальной задаче следует доводить “до числа”, т.е. записать его в виде десятичной дроби, полученной после округления. Так, например, ответ к задаче на вычисление объема некоторого реального тела, приведенный в виде $2{,}5\pi\sqrt{2}$, не может удовлетворить заказчика, – в нем еще явно видны следы математического моделирования, а присутствие иррациональных множителей не согласуется со здравым смыслом, поскольку дру-

гие множители все равно дают лишь приближенное значение параметров рассматриваемого тела. Приемлемым будет ответ и виде: 11,1 $см^3$. При вычислениях надо помнить, что числовые значения параметров являются приближенными, и поэтому необходимо соблюдать правила приближенных вычислений.

Итак, с нашей точки зрения, научение студентов методике применения прикладных задач при обучении математики учащихся состоит в приобретении умений и навыков работы с таким математическим материалом, при помощи которого можно убедительно и корректно показать ученику то, что математика вокруг нас, а поэтому без нее нельзя обойтись в технике, в быту, в искусстве. Когда же этому обучать студента? Можно лишь предложить более компактно использовать на это весь учебный процесс путем (не только и не сколько занятия по методике преподавания математики) системного прослеживания выхода изучаемого материала специальных дисциплин, и тем самым способствовать научению студентов методике обучения математики через задачи с практическим содержанием.

О НЕОБХОДИМОСТИ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ СЛУШАТЕЛЯМ ДОВУЗОВСКОГО ОБУЧЕНИЯ

Т.А. Фомина[1], А.В. Фомин[2]
[1] г. Донецк, Донецкий государственный университет экономики и торговли им. М.Туган-Барановского
[2] г. Донецк, Донецкий экономический гуманитарный институт

Для многих абитуриентов довузовское обучение (на подготовительном отделении, курсах) стало необходимым этапом на пути к высшему образованию. Это вызвано все увеличивающимся разрывом между уровнем подготовки в средней школе (общеобразовательной, техникуме, профессионально техническом училище) и требованиями высших учебных заведений. Цель довузовского обучения – оказать слушателям помощь в овладении знаниями на достаточном, для поступления в ВУЗ, уровне, а также ускорить процесс их адаптации к вузовским условиям учебы, при этом в довольно сжатые сроки.

Преподавание математики на этапе довузовского обучения ставит целью выработать у слушателей умения и навыки проведения тождественных преобразований, решение различных видов уравнений, выработку понятия о функциональной зависимости, знания основных элементарных функций, их свойств и графиков, умения исследовать функцию методами математического анализа, понятие о геометрических функциях и величинах, которые их характеризуют. В связи с тем, что в последние годы у выпускников школ снизились вычислительные навыки, значительное внимание должно быть уделено развитию как письменных приемов действий, так и устных вычислений (включая оценку и прикидку результата, округление и сравнение чисел), умению выбирать рациональный прием вычисления.

Для повышения качества подготовки по математике очень важен подбор системы упражнений с тем, чтобы повысить активность слушателей со средней и слабой математической подготовкой, а слушателям с высоким уровнем подготовки обеспечить углубление их знаний. Упражнения необходимо ранжировать по необходимым для их решения уровням учебной деятельности: вариативное воспроизведение теоретического материала, применение знаний по образу, применение знаний в измененной ситуации, элементы творчества.

Одной из ведущих задач при обучении математике является активизация мыслительной деятельности учащихся и развитие творческого мышления на всех этапах обучения. В этом направлении появляется необходимость постановки обучения таким образом, чтобы обеспечивалось ознакомление и овладение методами и приемами научного творчества.

К сожалению, активизации мыслительной деятельности, развитию творческого мышления уделяется недостаточное внимание в соответствующей методической литературе, включая многие авторитетные книги. Так, в книге П.В. Стратилатова "О системе работы учителя математики" из серии "Библиотека учителя математики" приводится схема подготовки учителя для изучения некоторой темы, которая содержит следующие пункты:

1. Отбор задач, требующих изучения определенного теоретического материала для их решения.
2. Определение понятий, подлежащих изучению.
3. Основные свойства изучаемых объектов. Дополнительные свойства.
4. Приложение изученных свойств к решению практических задач и упражнений.
5. Трудные вопросы данной темы (что нужно повторить из ранее изученного, чтобы обеспечить осознание и усвоение темы).
6. Связь данной темы с ранее изученным и значение ее для изучения дальнейшего программного материала.
7. Что должен осознать и знать каждый ученик после изучения данной темы.
8. Степень освоения данной темы:

а) знать, уметь рассказать, объяснить и обосновать основной материал темы и уметь применить к решению задач;

б) знать определение основных понятий и основные вопросы темы; уметь решать задачи, аналогичные рассмотренным.

Автор указывает, что отмеченные уровни освоения темы учащимися учитель должен иметь в виду при оценке знаний учащихся.

Можно согласиться с тем, что очень важно хорошо отобрать задачи при подготовке к какой-то теме, что необходимо выделить трудные вопросы рассмотренной темы и т.д. Но при этом явно бросается в глаза, что в перечисленных пунктах отсутствуют такие понятия как: элементы неожиданности, элементы занимательности, элементы парадоксальности, проблемные ситуации, эвристические аспекты, эвристические диалоги и т.д. То есть отсутствуют такие элементы, которые способствуют активизации мыслительной деятельности учащихся.

Главная задача, которая стоит перед преподавателем подготовительного отделения или подготовительных курсов, состоит в том, чтобы возбудить мысль, расшевелить мышление, научить думать, рассуждать, делать логически правильные выводы. Иначе говоря, активизировать мыслительную деятельность, активизировать учебный процесс.

Одним из методов активизации учебного процесса является проблемное обучение. Один из его основоположников, В. Окунь, дает такое определение: “…под проблемным обучением мы разумеем совокупность таких действий как организацию проблемных ситуаций, формирование проблем (постепенно к этому приучаются сами ученики), оказание ученикам необходимой помощи в решении проблем, проверке этих решений и, наконец, руководство процессом систематизации и закрепления полученных знаний”.

Полный цикл прикладного математического исследования включает такие этапы: перевод реальной задачи на язык математики (формализация задачи), выбор оптимального метода и внутримодельное исследование, интерпретация полученного результата. Противоречия, возникающие на определенных этапах этого исследования, и являются источниками проблем в математике. С этой точки зрения мы классифицируем и учебные проблемные ситуации:

– связанные с переводом реальных задач на математический язык;
– связанные с внутриматематической постановкой задач;
– связанные с переводом математического результата на язык, на котором формулируется реальная задача.

В процессе обучения математике должны использоваться задания, и в том числе проблемные ситуации, всех трех типов. Только при этом условии возможно формирование навыков приложения математики к исследованиям реального мира. Решение задачи легче провести на механической или геометрической модели, нежели в абстрактной аналитической постановке.

Использование проблемных заданий позволяет повысить интерес учащихся к математике, формировать познавательную активность. Такие задания, с одной стороны развивают интуицию, а с другой – позволяют избежать интуиции, развивая критичность мышления.

Проблемные ситуации являются центральным звеном проблемного обучения, с помощью которого пробуждается мысль, появляется интерес к предмету, активизируется мышление. Одной из форм создания проблемных ситуаций на уроках является работа учащихся с проблемными тестовыми заданиями.

Таким образом, использование на уроках системы проблемных ситуаций позволят управлять мыслительной деятельностью ученика: способствует развитию интереса, гибкости оперативного мышления, осознанности и прочности знаний.

Эвристика является одной из важнейших составляющих в преподавании математики, поскольку всегда связана с поиском научной истины, формулированием гипотез, с постановкой проблем, выявлением и осмыслением аналогий, с поиском идей и методов решения, с осуществлением обобщений и конкретизацией, с систематизацией знаний и с методологическими устремлениями в пользу продуктивных методов преподавания.

Передача знаний в готовом виде, безэвристическая, лишает учителя и ученика диалога. И, наоборот, обращение к эвристической методологии преподавания означает обращение к диалогу, создание для него благоприятных условий. Таким образом, усиление акцента на эвристические методы означает одновременно и развитие диалога. Там, где математические диалоги, - там и усвоение математических терминологий, языка и речи, там – погружение учащихся в многообразие математических моделей и методов, их освоение, осознание, их признание в качестве неотъемлемого и естественного компонента собственной жизненной деятельности. Поскольку знания имеют свойство “улетучиваться”, а развитие личности остается, то поиск путей и методов взаимного усиления и поддержки эвристики и диалога является актуальной проблемой.

Как было сказано, проблема формирования эвристик сложная и актуальная. Однако в учебниках математики как школы, так и вузов ей не уделяется специального, достаточного внимания. Обучение эвристикам должно быть предусмотрено, прежде всего, в системах задач учебников, последовательности изучения теорем.

Без полноценной опоры на диалог не может быть сколь-нибудь достаточно отражена в преподавании математики эвристическая методология. Это объясняется тем, что осознать позицию другого, его точку зрения в познавательном процессе, выбор метода, предпочтение той или иной идеи, причины именно такого обоснования, аргументации, его заблуждения и ошибки, все то, что другой и сам, может быть и не осознает, можно только в диалоге.

Настоящая эвристическая беседа есть диалог. Поиск гипотезы, доказательства, алгоритма построения, плана решения задачи может быть успешным лишь тогда, когда учащиеся, учитель вступают в диалог, а самостоятельность будет обеспечена собранностью во внутреннем диалоге, готовностью и подготовленностью к нему. Поэтому всякое эвристическое продвижение в приобретении знаний есть движение в диалоге. Таким образом, всякая эвристическая методология неизбежно является и методологией диалогического преподавания.

Необходимо широко использовать все выше перечисленные формы и способы в работе с учениками подготовительных отделений и подготовительных курсов. Это способствует лучшей усваиваемости материала, приобретению более прочных и глубоких знаний. Такая форма работы способствует и лучшей организации самостоятельной работы учеников, ее активизации и осуществляет обратную связь в учебном процессе, повышает качество подготовки по математике.

Литература

1. Стратилатов П.В. О системе работы учителя математики. Серия “Библиотека учителя математики”. – М., 1989.

ДО ПИТАННЯ ВИКОРИСТАННЯ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ ВИВЧЕННІ ПЛАНІМЕТРІЇ

В.М. Харченко
м. Ніжин, Ніжинський державний педагогічний університет ім. Миколи Гоголя

Проблема виховання високоосвіченої, активної особистості є актуальною протягом багатьох десятиліть. Такою вона залишається і понині. Загальновідомим постулатом є розуміння важливості вивчення геометрії для інтелектуальному розвитку людини. Визнається вченими і той факт, що рівень знань і, що особливо важливо, рівень інтелектуального розвитку випускників основної школи низький [1; 2]. Проте вчені-методисти до сих пір ще не визначилися, що ж може суттєво покращити вивчення геометрії у 7-9 класах. При цьому багато вчителів і методистів покладають надій на використання сучасних інформаційних технологій (СІТ).

Аналіз літературних джерел та експериментальні дані, дають підстави говорити, що СІТ доцільно використовувати на уроках геометрії для:

1) пошуку інформації;

2) виконання громіздких обчислень та використання наближених методів розв'язування задач;

3) графічних побудов;

4) сприяння розвиткові просторового мислення учнів [3; 4].

Два перших напрями детально описані в літературі, а тому зупинимося на решті напрямів.

Використання педагогічного програмного засобу (ППЗ) дає значний ефект при розгляді задач на побудову, зокрема, за підручником [5]. Оскільки для того, щоб побачити розв'язок такої задачі, важлива точність виконання побудов за допомогою циркуля та лінійки, то учні досить часто дуже повільно проводять даний етап розв'язування, переробляючи побудови кілька разів. Це сповільнює темп навчального процесу. Тому в школах при розв'язуванні задач на побудову практично нехтуються такі етапи розв'язування, як доведення та дослідження. Та й складність виконуваних вправ не значна. Використання графічних редакторів на уроці дозволить не думати над тим, як тримати ніжку циркуля так, щоб побудувати коло заданого радіуса або ж як тримати правильно лінійку і олівець, щоб провести відрізок точно через дві задані точки і т.п. На Україні розроблений М.І. Жалдаком та О.В. Вітюком пакет GRAN2D, використання якого дозволяє підліткові зосередитися на творчій стороні розв'язування задачі. Оскільки власне побудови можуть бути виконані значно швидше, з'являється час на проведення етапів доведення та дослідження розв'язків задач. Це дозволяє також ускладнити завдання для більш сильних учнів.

Отже ***СІТ є засобом для більш ефективного використання часу при розгляді розділу "Геометричні побудови" та більш якісного виконання етапів розв'язування задач такого типу.*** Згідно з Ф.М. Шемякіним, конструктивні вміння відіграють важливу роль і в розвитку просторового мислення.

В дослідженнях Б.Г. Ананьєва, О.М. Кабанової-Меллер, І.С. Якиманської вказується про значний вплив розвитку просторового мислення дитини на її загальний інтелектуальний розвиток [6; 7]. Слід зауважити, що при створенні та оперуванні образом методика вивчення геометрії може сприяти розвиткові вказаного типу мислення або ж його гальмувати.

Зупинимося лише на деяких принципових моментах сприяння розвиткові просторового мислення учнів з використанням сучасних інформаційних технологій.

1. Поворотним пунктом у зміні методики викладання геометрії в 7-9 класах є створення на уроці таких умов, коли без формування образу просторової фігури і (або) оперування цим образом (його елементами) не можливе виконання учнем навчальних завдань.

2. Відкидання раніше набутого досвіду при вивченні геометрії спричинює до її формального вивчення та збіднення система вправ.

3. Для сприяння розвиткові просторового мислення учнів на уроках геометрії доцільно використовувати засоби СІТ.

Згідно з дослідженнями О.М. Кабанової-Меллер, в будь-який прийом формування просторового образу, як правило, входять хоча б дві дії: розглядання заданого наочного матеріалу та створення власне образу [6]. Використовувати ППЗ можна при формуванні вміння виконувати обидві ці дії. Причому, застосування програмних засобів буде відігравати різні функції. Зокрема, при розгляданні заданого наочного матеріалу воно матиме орієнтирну функцію - діти на основі умовно-графічного зображення, що знаходиться на дисплеї, проводять аналіз елементів геометричного тіла, їх відношень та властивостей. Після цього, беручи за орієнтир виділені характерні особливості, вони створюватимуть просторовий образ. При власне створенні образу застосування СІТ може виконувати контролюючу функцію: учні використовуватимуть їх з метою перевірки правильності створення образу, ще раз оцінюючи певні відношення між елементами тіла. На наш погляд, доцільним на даному етапі буде використання пакету GRAN3D (автори М.І. Жалдак, О.В. Вітюк) [8].

Доцільне подальше розширення і удосконалення бази просторових образів у школярів 8-9 класів саме завдяки експериментуванню з умовно-графічним типом наочності. Хоча на початковій стадії можливе використання як графічних редакторів типу GRAN3D, так і застосування відповідних натуральних моделей. Це дасть змогу сприяти розвиткові протипоставляючої абстракції, як одному із прийомів створення просторового образу. При активному використанні ППЗ учень самостійно зможе виділяти суттєве і другорядне в моделях та порівнювати просторові характеристики об'єкта за його умовно-графічним зображенням. Оскільки даний вид прийомів розумової діяльності є дуже важливим в створенні просторових образів, то можна говорити про необхідність таких вправ під час занять, особливо для учнів зі слабо розвинутим рівнем просторового мислення.

Для формування у дітей протипоставляючої абстракції, бажано спочатку використовувати завдання, що сприяють розвитку ізолюючої абстракції. Суть останньої полягає у виділенні деякого елемента (предмета, ознаки і т.п.) із сукупності елементів і подальшому нехтуванні решти.

Зокрема, при розгляді розділу "Чотирикутники" з [5] доцільно запропонувати завдання, які б закріплювали вивчений матеріал і, в той же час, розвивали раніше вказаний тип розумової діяльності:

Задача 1. В основі похилої призми – паралелограм із діагоналлю, довжина якої дорівнює 20 см. Довжини всіх бічних ребер призми дорівнюють 10 см. Переріз призми, що містить діагоналі основ, відому і паралельну до неї, є також паралелограм довжини діагоналей якого - 30 см та 15 см. Знайти периметр трикутників на які ділиться переріз своїми діагоналями.

Після постановки даної задачі, якщо в 7 класі не зустрічався термін “діагональний переріз”, вчителеві доведеться зупинитися на роз’ясненні його суті. При розв’язуванні даного завдання бажано використати програмний засіб GRAN3D [8], який дозволяє легко будувати многогранники, в тому числі і похилу призму. Застосовуючи вбудовані операції даного пакету можна швидко отримати зображення. На основі нього учневі потрібно буде створити просторовий образ заданого геометричного тіла, після чого вибрати один із двох варіантів перерізу: ACC_1A_1 або BB_1D_1D. Даний момент важливий в психологічному плані. Адже таке формулювання задачі, по-перше, провокує до самостійності у виборі рішень, що дуже важливо для розвитку особистості. А по-друге, дитині необхідно буде виділити з призми потрібний паралелограм. Для цього вона повинна буде проаналізувати розміщення вибраного перерізу відносно інших граней призми та розміри його елементів. Це, в свою чергу, сприятиме розвиткові орієнтації учня в просторі. Крім того, доведеться вибрати точку відліку, яка зв’язана з заданим геометричним тілом, і відкинути, до певної міри, орієнтацію за схемою власного тіла. Після такої важливої психологічної діяльності учень почне закріплювати набуті знання про властивість паралелограма.

Крім розглянутої задачі, при вивченні розділу “Чотирикутники”, можна запропонувати і інші завдання на формування ізолюючої абстракції.

Хоч етап формування просторових образів бажано завершити в 8 класі, але завдання для розвитку ізолюючої абстракції можна пропонувати і учням 9 класу.

Поряд з розвитком вміння використовувати ізолюючу абстракцію бажано формувати і здатність застосовувати підкреслюючу абстракцію при розв’язуванні геометричних задач. Щодо останньої, то при її застосуванні суб’єкт, виокремлюючи потрібний елемент, мислено висуває його на передній план, але при цьому тримає в полі зору й інші елементи (6).

Наприклад, вивчаючи тему "Паралелограм" доцільно включити таке завдання:

Задача 2. В основі похилої призми є паралелограм у якого менша діагональ дорівнює 10 см, а сторони – 12 см та 5 см. Діагональний переріз призми є паралелограм, що проходить через задану діагональ основи. Знайти його периметр якщо відомо, що у призми довжини сторін бічних граней дорівнюють 12 см і 15 см та 5 см і 15 см.

При розв'язуванні даної вправи учневі доведеться не тільки створити просторовий образ похилої призми, виділити потрібний переріз, але й оцінювати розміри сторін бічних граней для того, щоб визначити шуканий периметр. Фактично, на протязі всього розв'язання дитині доводиться орієнтуватися в просторі, виділяти потрібні просторові елементи і мати на увазі відношення їх довжин. Це активно розвиває просторове мислення учня, зокрема здатність створювати просторові образи. Для створення умовно-графічного зображення доцільно використати пакет GRAN3D.

Слід ще раз підкреслити, що абстракція відіграє важливу роль у формуванні просторових образів. Вправи даного типу розвивають і такі мислительні операції, як аналіз та узагальнення. При цьому використання СІТ відіграє орієнтирну та контролюючу функції. Їх також доцільно застосовувати для пошуку геометричної інформації та при обчисленнях.

Отже, сприяючи розвиткові просторового мислення учнів будемо сприяти і розвиткові логічного мислення. Як було показано раніше, в ході сприяння розвиткові просторового мислення відбувається активний розвиток таких операцій, як аналіз та синтез, абстракція та узагальнення.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Бурда М.І. Методичні основи диференційованого формування геометричних вмінь учнів основної школи. Автореф. дис. ... доктора пед. наук. – К., 1994. – 36 с.

2. Розуменко А.О. Формування в учнів 7-9 класів умінь узагальнювати геометричні знання. Автореф. дис. ... канд. пед. наук. – К., 1993. – 20 с.

3. Харченко В.М. До питання про стан геометричної освіти в основній школі. // Матеріали всеукраїнської конференції "Актуальні проблеми вивчення природничо-математичних дисциплін у загальноосвітніх навчальних закладах України" – К., 1999. – С. 39-40.

4. Харченко В.М. Сприяння розвиткові просторового мислення учнів при вивченні геометрії в основній школі. // Наукові записки: Збірник наук. стат. НПУ ім. М. П. Драгоманова. –К.: НПУ, 2000 – С. 134-139.

5. Погорєлов О.В. Геометрія: Планіметрія: Підручн. для 7-9 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 1994. – 224 с.

6. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. – М.: Просвещение, 1968, 288 с.

7. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. – М.: Педагогика, 1980. – 340 с.

8. Вітюк О.В. Використання засобів новітніх інформаційних технологій навчання під час розв'язування стереометричних задач обчислювального характеру. // Математика в школі, 2000. – №5. – С.43-47.

ШЛЯХИ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ПІДГОТОВКИ З МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН: НЕЙРОМЕРЕЖЕВИЙ ПІДХІД В ТЕОРІЇ ТА МЕТОДИЦІ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ, СИНТЕТИЧНА ПСИХІКА

О.Ю. Хецеліус
м. Одеса, Одеський державний екологічний університет

У кінці XX століття можна казати про появлення нового інтелектуального товару. Мова йде про так звану арт-психіку або синтетичну психіку, до якої не відносяться ні “хардвер”, тобто апаратні засоби, ні “софтвер” (програмне забезпечення). Результат роботи навчального процесу, синтетична психіка та методи її побудови (процесу навчання)– це найбільш дорогий, найбільш важливий товар майбутнього. Як відомо, навчання людини (підготовка фахівця)–достатньо довгий процес (взагалі біля 20 років) та коштує для держави значних грошей. Результат навчання не може бути реплікований, або віртуально перенесений. Тому розробка оптимальних з точки зору ефективності якісної підготовки фахівців процедур навчального процесу є центральним моментом у будь-якій новій науково-освітній доктрині і стає стратегічним питанням державного рівня. Мета нашої роботи полягає у проведенні докладного аналізу сучасного стану фундаментальної підготовки випускників інженерних вищих навчальних закладів, а також середніх шкіл та інших середніх навчальних закладів, пошуку нових ефективних форм, методів та концепцій організації навчального процесу, розробки нових навчально-методичних та психолого-педагогічних доктрин з метою підвищення рівня підготовки, якості навчального процесу. Як приклад, розглядається підготовка з фундаментальних дисциплін, в особистості, математичних курсів на прикладі Одеського державного екологічного університету та учнів середньої школи №25 Київського району м. Одеси. В роботі пропонується принципово новий метод до розв’язання питань якісної фундаментальної підготовки студентів (учнів), заснований на принципах нейромережевого підходу [1–5]. Ретельного розгляду вимагає комплекс ключових питань: практичні процедури у навчальному процесі, подібні процедурам навчання нейромереж; ефективність та оптимізація навчального процесу; стабільність процесу, відповідних інформаційних образів, збіжність процесу навчання; помилкова пам’ять, псевдонавачання, передбачуваність процедур та результатів; ємність пам’яті, бістабільність сприйнятливості; ступінь активності; побудова ієрархічних моделей навчального процесу тощо [1–4]. Вказані питання аналізуються на прикладі теорії та методики викладання математичних дисциплін: “вищої математики”, “теорії імовірності”, “лінійної алгебри”, алгебри та геометрії тощо. Дуже важливою складовою пропонованого автором нового підходу до побудови високоякісної й ефективної системи навчального процесу студентів вузів, учнів середніх шкіл, є концепція активного втілення в процес навчання алгоритмів самонавчання. Зокрема, одним з перспективних, досить ефективних, нових математичних підходів до визначення оптимальної структури та відповідних параметрів навчального процесу на фундаментальному рівні є використання апарату так званих мієморівнянь із заданим типом правил навчання [1] та проведення комп’ютерно-експертних експериментів на основі комплексу експертних програм [1, 5]. Зокрема, мова йде про використання нейромережевих алгоритмів (див., напр.[2-5]) для моделювання процесу навчання, оцінки ефективності процесу розпізнавання певної послідовності образів учнями. Як контрольний приклад розглянуто задачу відбудови періодичної (sin x) функції абстрактним учнем (“учнем”). Графік наведено на рис. 1.

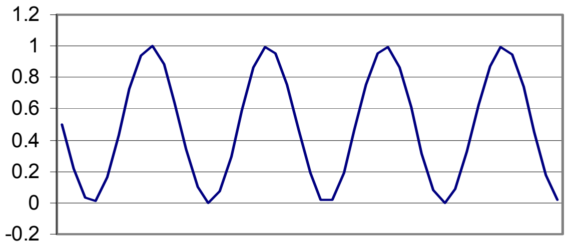


Рис. 1. Графік вихідної функції

На певному етапі навчального процесу “учень” відбудовує графік вихідної функції у вигляді, як це відображено на рис. 2.

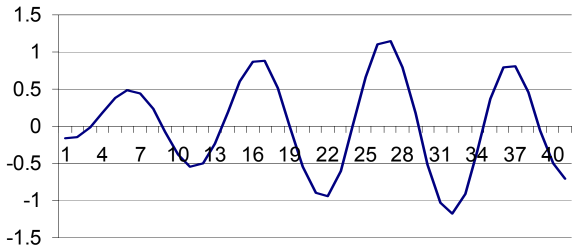


Рис. 2. Графік функції виходу після певного числа етапів навчання

Важливо підкреслити, що практично розглядуваний абстрактний процес навчання "учня" моделюється нейронно-мережевим алгоритмом, при цьому параметри нейрообчислювача, можливості аналізу якості, автоматичний розрахунок збіжності процесу навчання тощо приблизно апроксимують відповідні якості та характеристики "учня". За допомогою матричних моделей моделюється процес навчання та його використання для розпізнавання та запам'ятання динамічної інформації (сукупності майбутніх знань). Мова йде у тому числі про процедури самонавчання, розпізнавання позитивних та негативних образів, виникнення хибих станів, побудови корисної пам'яті або знищення примарової пам'яті, вплив тиску «примар» на корисну пам'ять [1]. Дуже важливим результатом шуканого експерименту є співвідношення між графіками функції помилки та графіком збільшення повторень процесу навчання з фіксацією знайомих образів у корисній пам'яті "учня". На рис. 3. наведено графік зміни помилки навчання у залежності від кількості циклів навчання. З таких графіків виходить, що при виявленні знайомих образів процес навчання різко прискорюється. Відзначимо, що фактично цей ефект відповідає феномену з'явлення так званих нестабільних нейронів у нейромережевій системі та їх розщепленню (див. [1–4]). Можливо, дуже радикальним може бути також висновок про необхідність розвинення моделей навчального процесу з елементами рандомізації й пошуком більш ефективних шляхів з точки зору екстремізуючого критерію якості, подібного природному дарвінівському відбору в біології. В той ж час очевидно, що подібний підхід до пошуку нових концепцій організації навчального процесу вимагає певної обережності й додаткових досліджень! У всякому разі ми сподіваємося, що нейронно-мережевий підхід може бути корисним при рішенні всього набору проблем і пошуку шляхів удосконалення фундаменталізації й профілізації, підвищення якості підготовки студентів вузів, учнів середніх шкіл.

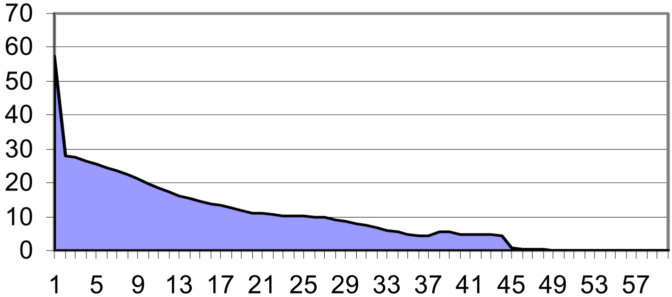


Рис. 3. Графік зміни помилки навчання "учня"

Література.

1. Glushkov A.V., Ambrosov S.V., Khetcelius O.Yu. Self-Leaning and thinking mashines approaches in modern education & science: Art-psychics and learning process results. – OSEU, Odessa-2001.

2. Neural Networks for Computing, Ed. J.Denker. – N-Y.: AIP, 2000.

3. Neural Computers, Eds. R.Eckmiller, C.Malsburg. – Berlin: Springer, 1998.

4. Almeida L.B. Neural computers. – Heidelberg: Springer-Verlag, 1987.

5. Лобода А.В. Програмна реалізація моделей оптичних нейронно-мережевих систем. Блок структури нейро-мережи: Препр./МОНУ.НДІ фізики Одеського національного університету ім. І.І. Мечникова; Ph-L-3-01. – Одесса, 2001. – 8с.

РОЗВИТОК ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ СТАРШОКЛАСНИКІВ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

О.С. Чашечникова
м. Суми, Сумський державний педагогічний університет
ім. А.С. Макаренка

Від сучасної людини нерідко вимагається не тільки спроможність розв'язувати ті проблеми, що перед нею виникають, але й спроможності зробити цей процес розв'язування ефективним, оптимальним, раціональним.

В існуючих умовах, коли гуманізація освіти нерідко трактується як перехід до невиправданого зменшення уваги навчанню учнів точним наукам, необхідно ще раз акцентувати на тому, що новий об'єктивний погляд на вивчення математики з точки зору гуманізації не може зменшити її ролі у становленні особистості людини.

Зменшення уваги навчанню математики на належному рівні у неспеціалізованих класах, невиправдане зниження рівня вимог до математичної підготовки учнів класів нематематичного профілю поступово може призвести до зниження загального інтелектуального рівня учнів, що навчаються в цих класах.

Розвиток творчої особистості учня – одна з важливих цілей навчання учнів математики в школі. Творча особистість – поняття багатогранне, її можна представляти як динамічну структуру. Одною із взаємопов'язаних складових творчої особистості є інтелектуальна компетентність.

Під інтелектуальною компетентністю розуміють особливий тип організації знань, що забезпечує можливість приймати ефективні рішення в конкретних сферах діяльності (М.А. Холодна).

На наш погляд, саме поняття інтелектуальної компетентності включає в себе як наявність достатньо широкої бази ґрунтовних знань, що утворюють чітку систему, так і спроможність їх поповнювати, поновлювати, вдосконалювати, при необхідності – адаптувати до змінених та нових умов на основі самостійного аналізу ситуації.

Інтелектуальна компетентність особистості проявляється також в здатності вчасно відмовлятися від звичних прийомів, способів, методів в тих випадках, коли вони перестають бути ефективними і навіть заважають плідній роботі. Саме завдяки цій складовій творчої особистості людина, розв'язуючи певні завдання (як навчальні, так і ті, що ставить реальне життя), спроможна передбачити і порівняти плідність різних шляхів розв'язування ще до початку розв'язування або на перших його етапах, що надає можливість оптимізувати цей процес, зменшити невиправдані трати зусиль і часу.

Саме в процесі навчання математики нерідко виникають ситуації, що можна ефективно використовувати для формування і розвитку інтелектуальної компетентності учнів.

При вивченні ірраціональних рівнянь і нерівностей доцільно використовувати систему вправ, що яскраво демонструють необхідність відмовлятися від звичних, але "непрацюючих" в певних умовах методів, а також формують здатність побачити необхідність нестандартності у підходах до їх розв'язування.

Серед таких вправ з теми можна виділити:

1) завдання, в яких знаходження області допустимих значень "інформує" про недоцільність подальшого процесу їх розв'язування;

2) завдання, в яких графічне моделювання допомагає виявити кількість коренів або відсутність коренів (порожня множина коренів);

3) завдання, в яких знаходження області допустимих значень є необхідним на кожному етапі перетворень (тобто уточнення області допустимих значень є необхідним для попередження появи сторонніх коренів або втрати коренів);

4) завдання, в яких знайдені в процесі перетворень корені можуть задовольняти області допустимих значень, але перевірка виявляє, що вони не можуть бути коренями даного первинного рівняння;

5) завдання, в яких множина розв'язків співпадає із областю допустимих значень.

<u>Завдання першого типу.</u> Розв'язати рівняння:

$$\sqrt{2-x}+\sqrt{x-9}=7\,.$$

Для здійснення раціонального розв'язування учні повинні побачити, що витрачати час на розв'язування рівняння, а потім –

робити перевірку недоцільно. Знаходження області допустимих значень відразу дає змогу стверджувати, що не існує такого дійсного числа, яке може бути коренем даного рівняння.

Завдання другого типу. Розв'язати рівняння:

$$1-\sqrt{x}=\sqrt{x+3}\,.$$

Побудова графіків функцій $y=\sqrt{x+3}$ і $y=-\sqrt{x}+1$ яскраво ілюструє те, що перша з них є монотонно зростаючою з множиною значень $[0;+\infty)$, а друга монотонно спадаючою з множиною значень $(-\infty;1]$ і при $x=0$ перша приймає значення $\sqrt{3}$, а друга 1. Учням нескладно зробити висновок, що рівняння коренів не має. При цьому необхідно акцентувати увагу учнів на тому, що при виконанні такого типу завдань достатньо робити лише якісні ескізи графіків функцій.

Завдання третього типу. Розв'язати рівняння:

а) $\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+5}=2\cdot\sqrt{x}$;

б) $\sqrt{x}\cdot\sqrt{2x+5}=x$;

в) $\sqrt{x-2}-\sqrt{3-x}=\sqrt{x}$.

Розв'язування завдань а) і б) без урахування області допустимих значень може призвести водночас і до втрати кореня, і до появи стороннього кореня, що виявляється в процесі перевірки, яка, однак, не дає можливості знайти втрачений корінь.

Розв'язування завдання в) вимагає або для уточнення області допустимих значень розв'язати нерівність $\sqrt{x-2}-\sqrt{3-x}\geq 0$, а потім вже після розв'язування виявити, що корені не входять в область допустимих значень, що не досить зручно; або при розв'язуванні отримавши рівняння $1-x=2\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{3-x}$ виявити, що ще одне уточнення ($x\leq 1$) приводить до висновку, що рівняння не має коренів. Інший шлях – перетворити рівняння до виду $\sqrt{x-2}=\sqrt{3-x}+\sqrt{x}$, і, поступово розв'язуючи його, виявити, що уточнення $x\geq 5$ суперечить знайденій області допустимих значень.

Останні два шляхи є більш ефективними. Частіше учні самі роблять такий висновок і на цьому необхідно акцентувати їх увагу.

Завдання четвертого типу. Розв'язати рівняння:

$$\sqrt{x-8}=\sqrt{x+8}+\sqrt{x}\ .$$

При розв'язуванні завдань такого типу корені, що задовольняють області допустимих значень (в даному випадку – $x \geq 8$), є сторонніми коренями, що визначається в процесі перевірки.

Ще раз яскраво це продемонструвати можна, якщо представити рівняння у вигляді $\sqrt{x-8}-\sqrt{x+8}=\sqrt{x}$. Тоді чітко видно, що для будь-якого значення змінної, що задовольняє знайденої до цього області допустимих значень, ліва частина буде приймати від'ємне значення, яке не може приймати вираз у правій частині рівняння. Проілюструвати це можна, побудувавши графіки функцій $y=\sqrt{x-8}$ та $y=\sqrt{x+8}$.

<u>Завдання п'ятого типу.</u> Розв'язати нерівність:

а) $\sqrt{x-7}\geq\sqrt{7-x}$; б) $\sqrt{x-9}\leq\sqrt{x}$.

Розв'язування таких нерівностей доцільно супроводжувати графічною ілюстрацією.

Робота над такими завданнями пробуджує зацікавленість учнів, формує і розвиває їх інтелектуальну активність, надає їм досвід ведення аргументованої дискусії в процесі "захисту" способу, який конкретний учень вважає більш раціональним, розвиває специфічне "математичне бачення".

Досвід використання розробленої нами системи вправ на уроках алгебри і початків аналізу свідчить, що робота з ними не тільки сприяє поглибленню знань і підвищенню якості умінь, успішності учнів з теми "Ірраціональні рівняння і нерівності", але й сприяє формуванню в них здатності відшуковувати найбільш раціональні і продуктивні способи розв'язування.

Набутий досвід пошуку шляхів раціонального мислення, підвищення рівня інтелектуальної компетентності стають в нагоді при вивченні не тільки математики, але й інших предметів. А як наслідок – продовжується процес формування і розвитку творчої особистості учня.

Тому майбутніх вчителів математики ми систематично ознайомлюємо з можливостями цілеспрямованого розвитку творчої особистості учня в процесі навчання математики в школах будь-якого типу, в класах різного профілю.

На заняттях з методики навчання математики ми демонструємо, як саме можна використовувати на перший погляд стандартні вправи, що містяться в існуючих підручниках і посібниках з математики, для формування і розвитку інтелектуальної компетентності учнів. Студентам пропонується не тільки підібрати завдання такого типу, але й самостійно створити нові, продумати доцільну методику роботи з ними.

При цьому акцент робиться на тому, щоб навчити студентів класифікувати ці завдання, будувати їх систему відповідно заданій меті, враховуючи профіль навчання, індивідуальні особливості учнів.

В майбутніх вчителів математики формується спроможність працювати в школах різного типу, за різними програмами, різними підручниками і навчальними посібниками, і при цьому проводити цілеспрямовану роботу по розвитку творчої особистості учня.

МОТИВАЦІЙНА ФУНКЦІЯ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

Н.А. Черненко
м. Біла Церква, Державний ліцей

Поширення в практику роботи навчання математики через прикладні, практичні задачі, вправи – один із шляхів удосконалення процесу навчання, активізації пізнавальної діяльності учнів, що посилює світоглядні аспекти навчання. Водночас, широке використання в навчальному процесі мотиваційної функції задач сприяє усвідомленому сприйняттю учнями програмного матеріалу, оволодіванню міцними знаннями, розвиткові їх логічного мислення. Незрівнянну цінність для мотивації вивчення нового математичного матеріалу дають задачі з практичним змістом. Життєвою необхідністю розв'язання подібних задач є найбільш природно обґрунтувати необхідність у нових математичних ідеях, знаннях, методах.

Акцентування уваги на необхідності оволодівання математичною теорією під впливом необхідності практики сприяє формуванню в учнів наукових поглядів. Використання задач для мотивації знань, умінь, методів створює умови для реалізації на етапі введення нового навчального матеріалу міжпредметних зв'язків, з в'язок навчання математики з життям.

А широкий підбір текстових задач, вправ з практичним змістом, головоломок, лабораторні роботи, питання-завдання приводять не тільки до необхідності набувати нові знання та вміння, але й до застосування набутих під впливом цієї необхідності знань для розв'язання поставленої та широкого кола інших завдань.

Тому, враховуючи потреби та запити сьогодення, такими важливими є інтеграційні процеси математики та економіки. Завдання економічної освіти підростаючого покоління по-новому постали перед загальноосвітніми навчальними закладами. Бо з розвитком ринкових відносин в Україні особливо актуальним стає розвиток економічного мислення, виховання людини, здатної сприймати ринкові перетворення, легко адаптуватися до змін у житті, вільно оперувати основними економічними поняттями, володіти практичними навичками діяльності в умовах ринку.

Ось чому, починаючи вже з 5-6 класів, вивчення математики немислиме без засвоєнням основних економічних понять, що сприяє розвитку економічного мислення учнів. Хоча при цьому кількість годин на математику не збільшується. І ось тут у навчанні відіграють свою важливу мотиваційну функцію текстові задачі, ребуси, кросворди, анаграми. Це звільняє учнів від перевантаження, викликає в них задоволення та цікавість.

Психологами встановлено, що учні 5-6 класів найкраще сприймають наочний матеріал. З іншого боку, однією з найважливіших особливостей даного віку, як відмічали Л. Виготський, П. Гальперін, Д. Ельконін та ін. є переорієнтація ведучого виду діяльності. Саме в цьому віці (11–12 років) відбувається перехід до розв'язування теоретичних задач, від спостереження світу до його практичного освоєння. Таким чином в учнів з'являється пізнавальний інтерес не тільки до змісту навчання, а й до способів отримання знань стосовно цього змісту. Реальну збуджувальну силу до діяльності має пізнавальний інтерес саме до способу отримання знань. Тому в процесі навчання такими важливими є використання різних форм практичних, самостійних, творчих робіт, елементів дослідження, нові способи діяльності (ділові дидактичні ігри, наприклад, "Піп та працівник Балда" при вивчені теми "Натуральні числа", "Ми – банкіри" при вивчені теми "Відношення та пропорції", "Продавці та покупці" при вивченні теми "Звичайні дроби. Десяткові дроби"; комп'ютерні ігри, наприклад, "Ефективний менеджер"), оскільки саме в цьому віці дитину краще залучати до експериментально-практичної роботи, яка дає змогу їй реалізувати підвищену активність, що обумовлена віковими особливостями, перевірити на практиці свої знання, які були засвоєні раніше.

ДЕЯКІ АСПЕКТИ ТЕХНОЛОГІЇ РОЗВИВАЛЬНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Л.Д. Шиян
м. Луцьк, Волинський державний університет ім. Лесі Українки

Гуманістичний підхід в освіті передбачає створення максимально сприятливих умов для розумового, морального, емоційного, фізичного розвитку особистості. Це вимагає наукового переосмислення суті кожного елемента методичної системи навчання математики: цілей, змісту, методів, форм, засобів (технологій) навчання.

Розпочинати таке навчання необхідно на етапі одержання нових технологічних знань, які являються базою для формування умінь і навичок. В математиці такою базою для учня є засвоєння основних дидактичних одиниць (означень, теорем, правил, алгоритмів, способів розв'язування ключових задач) на рівнях знання, розуміння і застосування.

Важливо розробити такі технології, які б дозволяли включати школярів в посильну для них математичну пошукову діяльність. Тому, під технологією розвивального навчання будемо розуміти спосіб реалізації тієї моделі освіти, метою якої є формування і розвиток особистості.

Розглянемо, наприклад, діяльність школярів по вивченню теорем на уроці математики.

Це можна зробити так:

1) самостійне відкриття математичної закономірності;
2) висування гіпотез;
3) пошук доведення її істинності або хибності;
4) доведення.

Для конструювання такої технології навчання вчителю важливо знати, які методи наукового пізнання характерні для кожного з цих етапів.

Для першого етапу необхідно повторити загальнонаукові емпіричні методи: спостереження, порівняння, аналіз, синтез, експеримент, узагальнення, неповна індукція, аналогія.

Всі ці методи приводять до висування гіпотез, істинність чи хибність яких треба встановити. Цінність евристичних методів в процесі навчання полягає в тому, що вони формують евристичні інтелектуальні уміння, розвивають інтуїтивне мислення школярів, яке являється необхідною рисою творчого мислення.

До відкриття математичних фактів і закономірностей необхідні і дедуктивні міркування.

На етапі пошуку доведення теорем, розв'язування задач важливо використовувати методи наукового пізнання. При розробці методики етапу доведення теореми, розв'язування задачі на перше місце ставимо формування логічних умінь.

На етапі доведення теорем вчитель розвиває логічну культуру і математичний стиль мислення. Система наукових знань, які повинні засвоїти учні, являється провідним компонентом в структурі розумового розвитку. Вона включає знання в їх традиційному розумінні, загальні способи мислення (розумові операції), методологію наукового пошуку в математиці.

В процесі навчально-пізнавальної діяльності загальні прийоми мислення і методи наукового пізнання в математиці працюють разом і являються рухомою силою інтелектуального розвитку учня. Але засвоєні означення понять, формулювання теорем та їх доведення, алгоритми розв'язування задач на етапі більш складної аналітико-синтетичної діяльності школяра також стають засобами пізнання. Отже, методологічні знання являються одночасно і предметом засвоєння, і джерелом розвитку мислення.

Навчання математики буде розвивальним, якщо воно будується на базі методології наукового пошуку в математиці, яка включає в себе: шлях пізнання в математиці; методи наукового пізнання; закони мислення; стиль математичного мислення; провідні ідеї і принципи в математиці.

Тому що найбільше навантаження в оволодінні математичними засобами пізнання припадає на 5-8 класи, то технологія розвивального навчання найбільш характерна для роботи з учнями цих класів. В педагогічній психології досліджений і пройшов експериментальну перевірку генетичний підхід до формування понять (Д.Б. Ельконін, В.В. Давидов). Характерною особливістю даної концепції розвивального навчання є те, що за допомогою організації власних розумових дій учнів досягається проникнення в фундаментальні відношення об'єкта, який вивчається, відкриваються закономірності, загальні зв'язки.

Методологічний аналіз генезису понять показує, що в його основі лежать такі розумові операції, як аналіз (розчленування, виявлення окремих властивостей об'єкта), порівняння, синтез (об'єднання властивостей, одержаних при аналізі, в єдине ціле), узагальнення (виділення фіксованих властивостей, які належать даному класу об'єктів або відношень), абстрагування (відділення загальних істотних властивостей від другорядних, неістотних).

Отже, потрібна така технологія організації засвоєння математичних понять, яка давала би можливість оволодіти учневі наступними методологічними знаннями та уміннями:

- знання генезису утворення поняття;
- знання логічної структури означення поняття;
- уміння здійснювати дії підведення під поняття і виведення наслідків;
- уміння проводити класифікацію, систематизацію наукових понять;
- розуміти необхідність доведення існування поняття.

Педагогічна психологія виділяє в цьому процесі такі етапи:

1) підготовка до сприймання;
2) сприймання;
3) усвідомлення, осмислення;
4) закріплення, застосування.

Покажемо деякі прийоми включення школярів в математичну діяльність по конструюванню означень математичних понять. Основним прийомом утворення поняття є наочно-конструктивний метод. Суть його така: вчитель пропонує учневі сконструювати модель до відомого (родового) поняття, перетворити її в модель до того поняття, що вводиться (вчитель сам допомагає учням зробити ці перетворення, тобто, фактично сам виділяє видові ознаки), далі вводить термін і пропонує учням самостійно сформулювати означення поняття.

На етапі осмислення наводяться моделі і контрмоделі до поняття (виділяємо розумову, логічну дію підведення під поняття). Цінність цього прийому полягає в тому, що учні дійсно самі формулюють означення поняття, але не самі виділяють його суттєві ознаки. Тому на уроці учні не усвідомлюють дії відбору видових відмінностей.

Більш високий рівень розумової діяльності школярів пов'язаний з їх самостійним виділенням характеристичних властивостей поняття. Назвемо його аналітико-синтетичним прийомом. При цьому можна обмежитись одиничним об'єктом поняття, яке вводимо, а можна вводити поняття разом з протилежним до нього поняттям. Навчання проходить на конкретному прикладі за допомогою спеціальних питань – завдань, які показують хід (план) дослідження. Кількаразове цілеспрямоване використання цього прийому дозволить учням виділяти і усвідомлювати виконання дії "відкриття" характеристичних властивостей нового поняття.

На цьому ж етапі ми формуємо такий важливий прийом, як класифікація. Взагалі для цілеспрямованого формування у школярів розумових операцій важливо уміло підбирати відповідний зміст. Складність математичного матеріалу не повинна бути при цьому дуже високою. Основний недолік запропонованої технології полягає в тому, що вона вимагає великої затрати часу на уроці. Тому учитель не може кожне поняття вводити таким чином. Коли ж учні усвідомлять процес утворення поняття, будуть мати накопичений досвід самостійного конструювання означень, оволодіють інтелектуальними уміннями, пов'язаними із застосуванням означень, то і сформульоване вчителем означення вони будуть сприймати свідомо.

Деякі аспекти запропонованої технології навчання основним дидактичним одиницям сприяють засвоєнню учнями двох систем знань: інформаційної і засобами пізнання.

Література

1. Гусак П.М. Підготовка учителя: технологічні аспекти: Монографія. – Луцьк: Ред.-вид. відд. "Вежа" ВДУ, 1999. – 278 с.
2. Повышение эффективности обучения математике в школе: Сб. статей / Сост. Г.Д. Глейзер. – М., 1989.

ФІНАНСОВІ ЗАДАЧІ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Л.С. Шоферовська
м. Київ, Київський національний університет
імені Тараса Шевченка

Під час навчання в школі дитина отримує знання, які допомагають виходити зі складних ситуацій, створених життям. Майже кожен день людина в сучасних ринкових відношеннях зустрічається з різними фінансовими обчисленнями. Як же бути людині в повсякденному житті, якщо школа не підготує її до розв'язку фінансових проблем, які висуває життя? Тому досить важливим для повсякденного життя є здобуття вмінь проводити фінансові розрахунки. Це зумовлює необхідність звернути увагу на підвищення обізнаності сьогоденного суспільства в даній тематиці.

Фінансовій аналіз життєвих ситуацій, який проводиться під час розв'язання задач сприяє, з одного боку, розвитку математичного мислення на конкретних життєво-важливих ситуаціях, а з іншого боку – розвитку, поглибленню та вдосконаленню фінансових знань як результат математичних інтерпретацій фінансових понять. Викладач повинен дати своїм учням глибокі та міцні знання основних наук, дотримуючись мети розвитку вмінь орієнтуватися в умовах ринкової економіки. Звертаючи увагу на збільшення фінансових знань учнів при розв'язанні задач, можна виділити розвиток навичок аналізувати причинно-наслідкові зв'язки між фінансовими факторами та їх математичною інтерпретацією.

Саме завдяки цьому виникає потреба в збільшенні розгляду фінансових понять, задач, проблем, що несуть в собі як математичний, так і фінансово-економічний зміст. Все це можливо здійснити за допомогою шкільного курсу математики. Акцентування уваги на практичному застосуванні математичних операцій, використання математичного моделювання в житті сприяє підвищенню знань та зацікавленості учнів у навчанні.

Під математичною задачею з фінансовим змістом (фінансово-математична задача) розуміють задачу, фабула якої розкриває використання математики в фінансових дисциплінах, ознайомлює з застосуванням математичних понять, операцій та законів у фінансовій сфері життя.

Відповідно, кожна фінансово-математична задача, яка пропонується учням до розгляду, повинна відповідати загальним вимогам до навчальних задач, але для фінансово-математичних задач наряду з загальними вимогами висуваються наступні додаткові вимоги:

1) пізнавальна цінність задачі та її виховний вплив на учнів;

2) доступність для школярів використаного в задачі нематематичного матеріалу;

3) реальність описаної в умові задачі ситуації, числових даних, постановки питання та отриманого результату.

При формулюванні умов фінансово-математичних задач бажано ставити питання задачі таким чином, щоб для відповіді або для розв'язку необхідно було застосовувати характерну властивість використаного фінансового поняття. Крім того необхідно використовувати роз'яснення фінансових термінів або вводити їх в задачу таким чином, щоб їх зміст був зрозумілим з тексту задачі або самим словом.

Финансово-математичні задачі бувають різного типу. Перше ознайомлення може проходити при використанні задач – шаблонів, в яких фінансові дані можуть змінюватись в залежності від фінансового стану країни.

Завдяки використанню задач з недостачею даних або з зайвими даними, які ставлять учнів в ситуації характерні для життєвої практики, відбувається актуалізація досвіду, який мають учні, та знань фінансових операцій. Звичайно, що працюючи з такими задачами постає важливим надання додаткової інформації щодо тексту задачі або її відповіді.

Практика роботи зі задачами цієї тематики, показує що для досягнення мети фінансового розвитку школярів на уроках математики доцільно в роботі використовувати наступні принципи:

1) введення елементів знайомства, адаптовано до різних вікових груп, з основними економічними законами держави, а саме економічними положеннями Конституції України, основами оподаткування, розрахунковими операціями тощо;

2) використовувати документи фінансової діяльності країни,

відомих підприємств на уроках математики;

3) знайомити учнів за допомогою фабули задач з основними фінансовими проблемами шляхом оптимального звернення до одних і тих самих фактів та активізації знань, які використовуються за програмою шкільного курсу математики;

4) при розгляданні задач з фінансовою фабулою використовувати відповідну методику, яка дозволяє ефективно обчислити відповідь суто математичної задачі з поясненням фінансових термінів, які зустрічаються в тексті задачі;

5) виявляти фінансову залежність між фінансовими величинами, які відповідають реаліям сьогодення;

6) використовувати відповідний набір задач для розвитку та формування таких рис характеру, як бережливість, економність. Для розвитку пізнавально-оціночних рис характеру використовувати різні методичні прийоми та засоби.

Для реалізації сформульованих принципів фінансової освіти та виховання школярів на уроках математики є необхідним уточнення фінансових аспектів, які можуть бути розглянуті на уроках при роботі з фінансово-математичними задачами.

Виходячи з зазначених умов, система фінансових термінів, які можуть розглядатися на уроках математики охоплює таке коло питань:

1) основи формування бюджету Держави та власного бюджету родини;

2) готівкові та безготівкові розрахункові операції за отримані послуги, товари;

3) необхідність отримання прибутку;

4) основи оподаткування в Державі та їх значення;

5) нарахування заробітної плати;

6) розрахунок витрат;

7) фінансові операції фізичних та юридичних осіб у банківській системі;

8) операції з цінними паперами;

9) формування попиту на товари та фінансові розрахунки підприємств.

Освітлюючи різні аспекти з запропонованих тем, ми отримаємо широкий набір задач з фінансової тематики, який може бути запропонований до розгляду на уроках математики. Ці задачі рівномірно розподіляються майже за всіма темами шкільного програмного курсу математики.

Розглянемо звичайну фінансово-математичну задачу, яка сьогодні постає перед багатьма членами нашого суспільства - проблема грошового вкладу в банк. Ця тема може розглядатися на уроках математики починаючи вже з п'ятого класу загальноосвітньої школи, а, спрощуючи деякі данні, вже навіть і в початковій школі.

При вивченні в **п'ятому** класі теми "Відсоток" поняття самого відсотку може бути розкрито з фінансової точки зору як плата за використання грошових засобів однієї особи (кредитора) іншою особою (дебітором), яка виражається в сотій частині від початкової суми. При введенні такого означення відсотку може бути розглянута задача, в якій в ролі дебітора постає банк, а в ролі кредитора – вкладник:

"Вкладник поклав в банк 1200 гривень під 20 % річних. Яку суму він отримає через два роки, якщо відсотки банк нараховує 1 раз на рік?"

Розв'язання.

Зрозуміло, що для розв'язання даної задачі можна використати формулу складного відсотку, але в п'ятому класі введення цієї формули не буде сприйнято учнями, бо вони ще не мають базових знань, які необхідні для отримання формули складного відсотку. Тому розв'язування даної задачі може бути виконано за наступними етапами:

1). Знайдемо 20% від вкладу.

1200*0,2 =240 (грн.)

2). Яка сума буде на вкладі через 1 рік?

1200+240=1440 (грн.)

3). Знайдемо 20% від вкладу, який утворився через 1 рік.

1440*0.2=288 (грн.)

4). Знайдемо суму, яка буде на вкладі через 2 роки.

1440+288 = 1728 (грн.)

Відповідь: 1728 гривень.

Розв'язування цієї задачі показує учням схему роботи банку з депозитними вкладами фізичних осіб.

Вже в **шостому** класі ця проблема може бути розглянута, наприклад, при вивченні теми "Розв'язування задач за допомогою рівнянь” та запропонована задача:

“Яку загальну суму кредитор повинен покласти в три різні банки, щоб виконувались наступні умови: в банк "А" повинно бути покладено 45% від вкладу в банк "В", а сума вкладу в банк "В" становить 80% від вкладу в банк "С" , а в банк "С" він вклав суму, яка перевищує вклад в банк "А" на 6400 гривень?”

Розв’язання.

Для розв’язання введемо змінну x гривень – сума вкладу в банк "С". Тоді в банк "В" потрібно покласти $0,8x$ гривень, а в банк "А" – $0,36x$ гривень. Вклад в банк "С" перевищує вклад в банк "А" на $(x–0,36x)$гривень, що за умовою задачі дорівнює 6400 гривень. Отже,

$x – 0,36x = 6400$

$0,64x = 6400$

$x = 10000$ (грн.) – сума вкладу в банк "С".

Тоді вклад в банк "В" дорівнює 0,8*10000 = 8000 гривень, а вклад в банк "А" 0,36*10000 = 3600 гривень. Загальна сума, вкладена кредитором в банки, 3600+8000+10000 = 21600 гривень.

Відповідь: 21600 гривень.

Проводячи підсумковий аналіз такої задачі, треба звернути увагу на розподіл власного бюджету родини не лише по банкам, а також на різні сімейні потреби.

В **сьомому** класі в розгляд теми “Системи рівнянь” може бути включена наступна задача, яка також пов’язана з банківськими вкладами:

“Вкладник поклав до двох банків 1500 умовних одиниць. У першому дають 7% річних, а в другому – 10%. Через рік вкладник отримав прибуток 120 у.о. Яку суму гривень вкладник поклав до кожного банку, якщо на момент вкладу Національний банк України встановив курс 1 у.о.=5,5 грн.?”

Розв’язання.

Нехай до 1-ого банку вкладник поклав x у.о., а до другого – y у.о. Складемо перше рівняння: $x + y = 1500$.

З першого рахунку вкладник отримав прибуток $0,07x$ у.о., а з другого – $0,1y$ у.о. Складемо друге рівняння: $0,07x+0,1y = 120$.

Об’єднаємо ці рівняння в систему:

$$\begin{cases} x + y = 1500, \\ 0{,}07x = 0{,}1y = 120 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1500 - y \\ 0{,}07(1500 - y) + 0{,}1y = 120 \end{cases}$$

Розв'яжемо отримане рівняння з однією змінною:

0,07 * (1500 – y) + 0,1y = 120,

y = 500 (у.о.)

Тоді x = 1500–500 =1000 (у.о.)

Переведемо умовні одиниці в гривні: 500*5,5=2750 (грн.), 1000*5,5 = 5500 (грн.).

Відповідь: в перший банк - 2750 гривень, в другий -5500 гривень.

Робота може мати продовження запропонуванням підрахунку прибутку, якій можна отримати, якщо гроші не переводити в умовні одиниці, а покласти в банк в гривнях, та зробити відповідний порівняльний аналіз.

Ознайомлення в **восьмому** класі з розв'язуванням квадратних рівнянь дає можливість ускладнити задачу.

"На початку року в банк на рахунок було внесено 1640 гривень, а в кінці року було знято з рахунку 882 гривні. Через рік на рахунку виявилось 882 гривні. Скільки відсотків нараховує банк за збереження грошей на рахунку?"

Розв'язання.

Нехай x% – щорічні відсоткові нарахування. Тоді на кінець року банк нарахував [0,01x*1640] грн., а на рахунку стало [1640+0,01x*1640] грн., або [1640(1+0,01x)] грн.

На початку другого року вклад становив

[1640(1+0,01x)–882] грн.

На цю суму було нараховано [0,01x(1640(1+0,01x)–882)] грн. відсоткових грошей, а сума, яка була на рахунку на кінець другого року, становила

[(1640*(1+0,01x)–882)+0,01x(1640(1+0,01x)–882)] грн.,

або [(1640(1+0,01x)–882)(1+0,01x)] грн., що за умовою задачі дорівнює 882 грн.

Отримаємо рівняння:

(1640(1+0,01x)–882)(1+0,01x) = 882.

Введемо заміну y = 1+0,01x. Тоді рівняння має вигляд

$(1640y–882)y = 882$,

$1640y^2–882y–882 = 0$,

$820y^2–441y–441 = 0$.

Розв’язуючи отримане квадратне рівняння, знаходимо:

$$y_1 = \frac{441 - 1281}{1640} = -\frac{21}{41},$$

$$y_2 = \frac{441 + 1281}{1640} = \frac{861}{820}.$$

Повертаючись до змінної x, відмічаємо, що значення y_1 не задовольняє умову задачі. Тому $1+0{,}01x=\frac{861}{820}$, а x =5 (%).

Відповідь: 5%.

В **дев’ятому** класі сьогоднішня програма передбачає вивчення розділу “Елементи прикладної математики”. Одним з напрямків використання математики в житті і є фінансова математика. Тому при роботі з цим розділом доцільно показати школярам певні фінансові формули обчислення. Але повертаючись до питання роботи банків вже може бути запропонована логічно-ситуативна задача:

“Ви маєте суму в 1000 гривень. Банк надає 8 % річних, а акціонерне товариство випустило 8 привілейованих акцій вартістю 250 гривень кожна, з доходом на акції 10% річних від дивідендів, та 10 звичайних акцій вартістю 200 гривень кожна. На дивіденди всіх акцій виділено 800 гривень. Куди краще вкласти гроші:

а) в банк,

б) в привілейовані акції,

в) в звичайні акції?”

Розв’язання.

А) Якщо покласти гроші в банк, то за рік можна отримати 80 гривень.

Б) На всі привілейовані акції дивіденди складуть 8*10% = 80% від суми виділеної на дивіденди, тобто 640 грн. Одна привілейована акція дає прибутку в рік 640/8 = 80 грн.

Можна купити 1000 грн./250 грн. = 4 привілейовані акції та отримати за рік 4*80 = 320 грн.

в) На звичайні акції залишиться 800 - 640 = 160 грн. А одна акція в рік принесе 160/10=16 грн.

Можна купити 1000/200=5 звичайних акцій та отримати за них за рік 5*16 =80 грн.

Відповідь: в привілейовані акції.

Для розв’язування фінансово-математичних задач такого типу цілком досить знань курсу математики середньої школи, але різні поняття та терміни, які зустрічаються в задачах є, як правило, не звичними для шкільної програми та вимагають додаткового пояснення та обґрунтування. Інколи ж вони стають зрозумілими вже з тексту задач. Саме завдяки введенню нових знань розширюються знання учнів та демонструються можливості математичних досягнень.

Отже, пропонуючи учням задачі з фінансової тематики, вчитель має можливість навчити учнів не лише математичним законам та операціям, а й розширити світогляд учнів, надати навички оперувати математичними знаннями та підвищити зацікавленість учнів у вивченні математики.

ЛІТЕРАТУРА

1. Арнольд И.В. Принципы отбора и составления задач. // Вопросы методики математики. – 1946. – №6.
2. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
3. Штейн Г.А. Школа та ринок. – Донецьк, 1995. – 12 с.

ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ ДОМАШНІХ ЗАВДАНЬ

А.П. Шпак
м. Кривий Ріг, Середня школа №99

Невід'ємною складовою навчального процесу є домашні завдання. Добираючи їх, передбачаю різні цілі:

- *закріплення, вдосконалення умінь та навичок учнів;*
- *підготовку до активного сприймання нового матеріалу;*
- *формування загальнонавчальних умінь і навичок;*
- *розвиток творчих здібностей.*

Працюючи вдома, дитина продовжує вчитися, тепер уже самостійно, тож конче необхідно якнайраціональніше організувати цей процес, зокрема дібрати завдання так, щоб вони якомога більше відповідали пізнавальним можливостям і фізичним силам молодшого школяра.

Як цього досягти? Звичайно ж, передусім, диференціюванням домашніх завдань. На жаль, учителі рідко вдаються до нього. Здебільшого пропонують учням одні й ті ж вправи і задачі, не зважаючи на різний рівень готовності школярів до їх виконання. Коли ж дехто з класоводів і задає додому диференційовані завдання, то це швидше випадок, але не система, що ясна річ, не може істотно вплинути на якість навчання й розвитку молодших учнів. Я дійшла висновку, що тут найбільше важать 4 моменти:

1. Врахування загальної готовності дітей до навчальної діяльності, до засвоєння конкретного матеріалу (шляхом проведення короткочасних самостійних робіт).
2. Прогнозування й усунення труднощів, які можуть виникнути під час розв'язування вдома вправ і задач (шляхом усного інструктажу чи дозованої письмової допомоги, або й того, й іншого – для слабких учнів.)
3. Постійний аналіз навчального матеріалу, який дає змогу точно визначати мету завдання, час і обсяг – на сьогодні й на наступні дні.
4. Значно підвищить ефективність самостійної домашньої роботи учнів дотримання певних дидактичних вимог. Зокрема, класовод у кожному разі не повинен перевантажувати шко-

лярів, а задаючи якісь задачі чи приклади, має максимально конкретизувати послідовність їх виконання.

Спинюся більш докладно на окремих способах диференційованого підходу до організації навчальної роботи учнів удома.

Добираючи відповідний матеріал, слід прагнути охопити всі теоретичні питання, що розглядалися в класі (правила, способи виконання дій), а також всі види прикладів, практичних вправ. При цьому варто варіювати зміст завдань з тим, щоб учень міг одного разу вибрати тільки приклади, іншого – тільки задачі, ще іншого – і перше, і друге.

Звичайно, обов'язково забезпечую різний обсяг і ступінь складності пропонованого для роботи матеріалу.

Для дитини молодшого шкільного віку найдоступнішим є вибір завдання за обсягом.

Наприклад, з теми "Таблиця множення числа 3" пропоную учням додому один з двох варіантів.

I варіант		II варіант	
$3 \cdot 8 + 15$	$3 \cdot 2 + 24$	$3 \cdot 4 + 23$	$8 \cdot 3 - 12$
$3 \cdot 6 + 40$	$3 \cdot 7 + 45$	$3 \cdot 9 + 23$	$3 \cdot 6 - 14$

Оцінивши свої власні можливості, дитина добере посильний для себе варіант.

Такий спосіб диференціювання – найпростіший. Але треба працювати, як із слабкими, так і з сильними учнями.

Так на тему "Таблиця ділення на 9" можна запропонувати:

I варіант ***(для слабких)***

Обчислити значення виразів:

72 : 9　　63 : 9

81 : 9　　45 : 9

II варіант ***(для сильних)***

Постав знаки > чи < , щоб вийшли правильні нерівності.

81 : 9 … 8　　18 : 9… 12

72 : 9 … 9　　45 : 9 … 8

Однак, щоб дитина зрозуміла визначити ступінь складності завдання, її, цього треба навчити і тут без спеціальних вправ не обійтися.

Наприклад:

1. Скажи, не розв'язуючи, яка із задач складна.
2. Що треба повторити щоб розв'язати приклад

$$60 - 5; \quad 8 + 14$$

3. Розмістити приклади у порядку їх ускладнення:

86 – 27; 10 – 5; 27 – 5; 5 + 3; 29 + 37; 20 + 25.

Систематично працюючи над такого виду вправами, дитина навчиться порівнювати задачі і приклади, а від так – безпомилково визначати ступінь складності завдання.

Зайве, мабуть говорити, наскільки корисне таке вправляння для розвитку мислительних процесів школяра взагалі.

Отже, для підвищення ефективності домашніх завдань я раджу надавати дітям можливість вибору відповідних вправ.

Даю також групові домашні завдання.

Наприклад:

Групі з 2 - 4 учнів пропоную:

1. *Підготувати математичний диктант з певної теми для всього класу.*

2. *Скласти кілька простих задач різного виду для усної лічби на наступному уроці.*

Поступово, від класу до класу створюються дедалі кращі умови для організації групового виконання домашніх завдань.

Конструювання домашніх завдань за сторінкою підручника, над якою працювали на уроці, пропоную самостійно визначити собі домашнє завдання на повторення і закріплення з невиконаних вправ.

Тривалі за строком виконання домашні завдання. Така робота слугує розвитку самостійності, відповідальності, створює певні психологічні передумови для подорослішання.

Наприклад:

1. *Добери і розв'яжи кілька цікавих задач з дитячих журналів.*

2. *Розв'яжи задачі підвищеної складності.*

Періодичне звільнення від домашніх завдань.

У шкільній практиці нерідко буває, що за неслухняність, невиконання певної роботи учня карають … домашнім завданням. Треба ж навпаки: виховувати в кожної дитини бажання його отримати. Для цього на уроці корисно пропонувати школярам самостійно обґрунтувати необхідність такої додаткової роботи: створювати ситуації, коли дитина має змогу переконатися на власному досвіді, вдома легше досягти результату, якого не вдалося досягти в класі.

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ В КУРСАХ «ТЕОРІЯ ІМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА» ТА «ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ ДИНАМІКИ СУЦІЛЬНИХ СЕРЕДОВИЩ» І РОЗВ'ЯЗАННІ ДЕЯКИХ ЗАДАЧ ІНДУСТРІАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

І.М. Шпінарева
м. Одеса, Одеський державний екологічний університет

Значна частина задач математичної фізики та обчислювальної математики пов'язана з чисельним розв'язанням рівнянь в частинних похідних, які описують різноманітні процеси (конвективні, дифузійні тощо) [1]. При чисельному розв'язанні шуканих рівнянь часто використовуються різницеві схеми [2]. Але часто при розв'язанні достатньо простих диференційних рівнянь виникають значні труднощі, пов'язані з достатньо складними крайовими умовами, наприклад, при розв'язанні рівняння дифузії в області із складною межею (пористе середовище). Один з ефективних методів рішення вказаних проблем полягає у використанні клітинних автоматів (див.[3-6]). Ми розглянемо клітинний автомат (с так званим околом Марголуса), в якому правила [4] задані особливим чином (для трьохмірного автомата):

А) в якості клітини для клітинного автомату вибираються куби; кожна клітина може знаходитись в одному з двох станів: 1 – в неї є частинка; 0 – в неї її нема;

Б) масив клітин розбивають на блоки 2x2x2 двома засобами; на черговому кроці кожен із блоків повертається на $\pi/2$ (напрямок звороту вибирається за допомогою генератору випадкових чисел; випадковим чином вибирається також одна з трьох можливих осей звороту). Застосування двомірного автомату к моделюванню дифузійних процесів продемонструвало його високу ефективність. Тривимірний клітинний автомат до теперішнього моменту не тестувався.

Рівняння, яке описує його макроскопічну поведінку, одержується після застосування до нього методу усереднення.

За [6], прийнявши за одиницю часу крок кліткового автомату, а за одиницю довжини – розмір його клітини, та перебравши усі можливі сполучення поворотів блоків (з урахуванням напрямків переміщення), можна одержати, що за один крок частинка може переміститися уздовж кожної з координатних осей на відстань 0, 1 чи 2 з ймовірностями [4]:

$$P(\Delta x=0)=7/18,\ P(\Delta x=1)=7/18,\ P(\Delta x=2)=2/9.$$

При цьому імовірність попадання частинки у дану точку залежить тільки від положення у попередній момент часу. Рух частинки вздовж вісі x можна розглядати як випадкове блукання. Подібний рух, як відомо, описується рівнянням Смолуховського:

$$\rho(,\,|\ '+\Delta t,\, x'') = \int \rho(t, x|\ t', x')\ \rho(,x'|t'+\Delta t,\, x'')dx' \quad (1)$$

де $\rho(t,\ x)$ – густина імовірності знаходження частинки у даній точці в даний момент часу ($\rho(t,\ x|t',\ x')$ – густина відповідної умовної імовірності) t, x, і $t+\Delta t$, x – початкове та кінцеве, а t', x' – декотре проміжне положення частинки на інтервалі часу Δt. Рівняння Смолуховського має фізичне рішення, яке задовольняє диференційному рівнянню [4]:

$$\partial\rho/\partial t + \partial\,[A(x)\,\rho]/\partial x - \partial\,[B(x)\,\rho]/\partial x = 0 \text{ при } C_k = 0,$$

де моменти випадкової величини:

$A=\lim<(x-x')>/\Delta t$,

$B=\lim<(x-x')>/\Delta t \neq 0$,

$C_k(x)=\lim<(x-x')>/\Delta t$, k>3-

Далі приблизно можна прийняти:

$$\lim f(x)/\Delta t = f(x)|\ \Delta t=1$$

(тобто x розглядається як дискретна випадкова величина). Тоді $A(x)$ та $B(x)$ визначаються як:

$$A(x) = \sum \Delta x_i\, P(\Delta x_i),\ B(x) = \sum (\Delta x_i)\, P(\Delta x_i)$$

Рівняння закону зміни густини імовірності розподілу частинок (вісь x) має вигляд:

$$\partial\rho/\partial t = 23/18\ \rho''xx$$

Аналогічно для осей y, z. Для трьохмірного випадку маємо:

$$\partial u/\partial t=\partial/\partial t\ [<\rho(x)\ \rho(y)\ \rho(z)>] = 32\ \Delta<\rho(x)\ \rho(y)\ \rho(z)>= 23/18\ \Delta u. \quad (2)$$

Для тестування можливостей трьохмірного клітинного автомата чисельно розв’язана трьохмірна задача моделювання дифузії частинок, які знаходяться у початковий момент часу в малій області простору (початкові умові наближені до δ-функції). При цьому крива гладкої функції, що апроксимує розподіл частинок, з дуже доброю точністю співпадає з аналітичним розв’язком даної задачі. В роботі також розглянуті декотрі методичні питання викладення елементів теорії автоматів в курсах теорії ймовірностей та математичної статистики і обчислювальних методів динаміки суцільних середовищ.

Моделі клітинних автоматів можуть бути дуже корисні при застосуванні в розв'язанні декотрих задач сучасної індустріальної математики, зокрема, при побудові оптимальних схем фотоіонізаційного методу поділення ізотопів та ядерних ізомерів (див. [7–11]). Ключовим моментом розв'язання подібних задач є формулювання адекватної математичної моделі опису процесу іонізації високозбуджених атомних станів сильним низькочастотним електромагнітним полем. Умова, за якої іонізація відбувається згідно з дифузійним сценарієм, є така:

$$1/n^2 >> \omega > E\mathrm{n} > 1/n^4 \quad (3)$$

Кінетичне рівняння, що визначає зміну у часі розподілу атомних частинок по енергетичній вісі, має вигляд:

$$\begin{aligned} dN\big(E,t\big)/dt = -W_{em}(E \to E - щ)N(E,t) - W_{abs}(E \to E + щ)N(E,t) + \\ + W_{em}(E + щ \to E)N(E+,t) + W_{abs}(E - щ \to E)N(E - щ,t) \end{aligned} \quad (4)$$

де $N(E, t)$ – імовірність знаходження атому у стані з енергією E; W_{em}, W_{abs} – імовірності переходів в одиницю часу з випромінюванням або поглиненням фотону частоти ω. Диференційна форма різницевого рівняння (4):

$$\partial N(E,t)/\partial t = \partial/\partial E[щ\partial N(E,t)/\partial E]щ^2 \quad (5)$$

Початкова умова з врахуванням фізичного аспекту задачі, вибирається як:

$$N(E,0) = \delta(E - E_0)\,.$$

Знищенню дифузійного сценарію за рахунок порушення частотної умови (3) відповідає умова порівняння звертання в нуль потоку імовірності по енергетичній вісі при $E=E_0$:

$$\partial N/\partial E|_{E_0} = 0\,.$$

Функція $N(E, t)$ повинна мати різкий максимум при $E=E_0$, тобто електрон, значно віддалений від початкового стану з енергією E_0, швидко переходить у континуум. Це слідує з швидкого збільшення швидкості дифузії із зменшенням енергії зв'язку E. Повна імовірність у момент часу t визначається таким чином:

$$W(t) = 1 - \int_0^{E_0} N(E,t)dE \quad (6)$$

Моделювання процесу дифузії, що визначається рівнянням

(5) проводилося за допомогою описаного вище клітинного автомату. Як експериментальний приклад розглядався експеримент Коха та співр. (див. [9, 10]) з іонізації з високозбуджених станів атому водню з n~50 полем радіочастотного діапазону (з напруженістю поля E=100 В/см та частотою ω=9,9 ГГц). Чисельне моделювання за допомогою клітинного автомату показало, що основні характеристики процесу іонізації, включаючи величину імовірності іонізації, залежність імовірності від частоти, час дифузії тощо достатньо добре описуються моделлю клітинного автомату й знаходяться в адекватній згоді із статистичною природою дифузійного процесу. Наприклад, розрахований час дифузії складає 10^{-8} с, розраховане значення напруженості критичного поля складає, згідно з нашими оцінками, $E_{кр}$=11 В/см, що відповідає експерименту Коха й співр.: $E_{кр}$(експ.)=10 В/см, а також даним аналогічного розрахунку [8]: $E_{кр}$=13 В/см, результату квазікласичної моделі Делоне і співр. $E_{кр}$(теор.)=10 В/см (см. [9]). Розраховані нами значення імовірності іонізації (6) атому Н у високозбудженому стані для різних значень частоти $\omega_0 = \omega n_0^3$ порівнювалися з результатами більш точних квантових розрахунків (6) Кассаті й співр. та Глушкова й співр. (см.[10,11]) і за виключенням деяких значень знаходяться у доброму узгодженні.

Дана задача є той досить рідкий приклад, коли динаміка переходів в атомному спектрі визначається статистичними закономірностями. Ще більший інтерес представляє моделювання шуканих процесів у явищах, пов’язаних з селективним збудженням високих станів (в задачах лазерного поділення ізотопів, ядерних ізомерів, фотодисоціації молекул ІЧ полем з механізмом без зіткнень тощо.). В завершення відзначимо, що використання клітинних автоматів у рішенні цілого ряду задач математичної фізики, прикладної й індустріальної математики, гідродинаміки, стохастичної динаміки досі докладно і широко не проаналізовано, але шукане використання уявляється досить перспективним.

Література

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Устойчивость разностных схем. – М., 1973.
2. Тоффоли Т., Марголус Н. Машины клеточных автоматов. – М., 1991.
3. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. – К., 1962.
4. Малинецкий Г.Г., Степанцов М.Е. Клеточные автоматы для расчета некоторых газодинамических процессов // Журн. выч. мат. и мат. физики. – 1996. – Т. 36, №5. – С. 137–145.
5. Глушков А.В. Клеточные автоматы и их применения. – К.: ISSEP, 1996.
6. Амбросов С.В., Глушков А.В., Малиновська С.В. Тез. доп. Всеукраїнської наук.-мет. Конференції "Математика. Актуальні проблеми навчання, викладання і застосування у науковій та інженерній творчості". – Львів, 2000.
7. Glushkov A.V., Ambrosov S.V., Shpinareva I.M. et al , Resonances in Quantum Systems in strong external fields: Consistent Quantum Approach // Journal of Technical Physics. – 1997. – Vol. 38, N2 – -P. 215-218.
8. Игнатенко В.М., Шпинарева И.М., Ауров В.В. Стохастическая неустойчивость и диффузионная ионизация высоковозбужденных атомных систем в электромагнитном поле. Модели клеточных автоматов //Физика аэродисперсных систем. – 2001. – Т. 38. – С. 113–119.
9. Делоне Н.Б., Крайнов В.П. Атом в сильном световом поле. – М.: Атомиздат, 1984. – 230 с.
10. Benvenuto F., Casati G., Shepelyansky D.L. Rydberg Stabilization of atoms in strong fields: "magic"mountain in chaotic sea // Z. Phys. B. – 1994. – Vol. 94. – P. 481–486.
11. Glushkov A.V., Ambrosov S.V., Ignatenko V.M., Prepelitsa G.P. Stochastic instability of multioscillator systems and highly excited atoms in electromagnetic field and chaotic dynamics of diatomic molecules in resonance high-intensity IR field // Proc. V International Conf. On Atomic and Molecular Physics. – Berlin (Germany). – 2001. – P. A313.

МЕТОД ШТУЧНОГО БАЗИСУ В КУРСІ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Т.О. Ярхо
м. Харків, Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Відомо, що на початку розв'язання основної задачі лінійного програмування (ЛП) симплекс-методом варто вже мати первісний допустимий базисний розв'язок системи обмежень. Якщо яке-небудь рівняння системи не містить виділену базисну змінну, і підбір базисного розв'язку скрутний, звертаються до зручного методу відшукання допустимого базисного розв'язку, відомого як метод штучного базису [1], по суті що є двохетапним симплекс-методом [2].

У навчальних посібниках [1], [3] для студентів економічних спеціальностей вузів виклад цього методу неявно припускає невиродженість розв'язку допоміжної задачі ЛП. Випадок виродженого розв'язку не розглянутий. Крім того, у відомому посібнику [1] застосовується симплекс-алгоритм зі складанням таблиць, що, на наш погляд, трохи обмежує доступність викладу.

Випадок виродженого розв'язку згадується в монографії відомого американського фахівця [2] і обговорюється в навчальному посібнику для втузів [4], де симплекс-алгоритм також заснований на складанні таблиць. У методі відшукання допустимого базисного розв'язку досить повно і строго розглянутому в [4], все-таки відсутня необхідна чітка методика викладу.

У даній роботі пропонується лекція для студентів економічних спеціальностей університетів за зазначеною темою, що містить загальний підхід до викладу методу штучного базису у вигляді необхідних і достатніх умов існування допустимого, а потім базисного розв'язку, алгоритм реалізації методу, а також приклади розв'язання задач ЛП за розробленим алгоритмом у випадках невиродженого і виродженого розв'язків допоміжної задачі.

Знаходження первісного допустимого розв'язку за допомогою симплекс-методу

Нехай дана основна задача ЛП (1) – (2):

$$F=C_1x_1+C_2x_2+...+C_nx_n \to min, \tag{1}$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ ----------------- \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \\ \\ x_j \ge 0 \left(j = \overline{1,n} \right) \end{cases} \tag{2}$$

Помітимо, що завжди можна вважати усі $b_i \ge 0 \left(i = \overline{1,m} \right)$. У противному випадку відповідне рівняння помножається на (-1).

Поставимо допоміжну задачу. Для цього в кожне рівняння системи (2), що не має виділеної базисної змінної, введемо штучну базисну змінну α_i, рівну різниці правої і лівої частин рівняння. Складемо цільову функцію

$$f=\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_m$$

і будемо шукати $min\, f$ серед розв'язків нової системи обмежень. Припустимо, що має місце загальний випадок: жодне з рівнянь системи (2) не має виділеної базисної змінної. Тоді допоміжна задача має наступний вид (3) – (4):

$$f=\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_m \to min \tag{3}$$

$$\begin{cases} \text{б}_1 = b_1 - \left(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \right) \\ \text{б}_2 = b_2 - \left(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \right) \\ -------------------- \\ \text{б}_m = b_m - \left(a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \right) \\ \\ x_j \ge 0 \left(j = \overline{1,n} \right); \text{б}_i \ge 0 \left(i = \overline{1,m} \right) \end{cases} \tag{4}$$

Задачі (1)–(2) і (3)–(4) зв'язує наступна теорема.

Теорема. Система обмежень (2) має ***допустимий*** розв'язок тоді і тільки тоді, коли допоміжна задача (3)–(4) має оптимальний розв'язок, на якому f=0.

Доведення.

1. Нехай допоміжна задача (3)–(4) має оптимальний розв'язок

$$(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m, x_1, x_2, ..., x_n),$$

на якому досягається мінімум f, рівний 0. Це допустимий базисний розв'язок системи обмежень (4), отже

$$б_i \geq 0\left(i=\overline{1,m}\right), x_j \geq 0\left(j=\overline{1,n}\right).$$

Через те що $f=\sum_{i=1}^{m} б_i$, то f=0 тоді і тільки тоді, коли $б_i = 0\left(i=\overline{1,m}\right)$.

Отже, системі рівнянь (4) задовольняє набір (0, 0, ..., 0, x_1, x_2, ..., x_n), $x_j \geq 0\left(j=\overline{1,n}\right)$.

Це означає, що набір (x_1, x_2, ..., x_n), $x_j \geq 0\left(j=\overline{1,n}\right)$ задовольняє системі рівнянь (2). Таким чином, отримано допустимий розв'язок системи обмежень (2).

2. Навпаки, нехай існує допустимий розв'язок системи обмежень (2). Це набір (x_1, x_2, ..., x_n), $x_j \geq 0\left(j=\overline{1,n}\right)$, що звертає в 0 усі $б_i\left(i=\overline{1,m}\right)$ у системі рівнянь (4). Отже, набір

$$\left(\underbrace{0,0,\ldots,0}_{m},x_1,x_2,\ldots,x_n\right), \tag{5}$$

$x_j \geq 0\left(j=\overline{1,n}\right)$ задовольняє системі обмежень допоміжної задачі. Оскільки всі $б_i = 0\left(i=\overline{1,m}\right)$, то цільова функція $f=\sum_{i=1}^{m} б_i = 0$.

Через те що f≥0, то її мінімум є досягнутим. Отже (5) є оптимальним розв'язком допоміжної задачі, на якому f=0.

Доведена теорема вказує необхідні і достатні умови існування допустимого розв'язку системи обмежень вихідної задачі ЛП і дозволяє привести

Алгоритм знаходження допустимого розв'язку.

1. Симплекс-методом розв'язати допоміжну задачу (3)–(4).
2. Якщо *min f*=0, то всі $б_i = 0\left(i=\overline{1,m}\right)$, і отримані значення $x_j\left(j=\overline{1,n}\right)$, будуть складати допустимий розв'язок вихідної системи (2).
3. Якщо *min f*>0, то вихідна система (2) не має допустимих розв'язків (система несумісна в області невід'ємних значень невідомих).

Однак, для розв'язання вихідної задачі ЛП симплекс-методом необхідно мати первісний ***допустимий базисний*** розв'язок.

Сформульоване нижче твердження вказує шлях знаходження допустимого базисного розв'язку.

Твердження. Якщо мінімізацією допоміжної функції f (4) симплекс-методом знайдено допустимий розв'язок системи (2), і при цьому всі штучні базисні змінні α_i сталі вільними, то знайдений розв'язок одночасно є ***допустимим базисним*** розв'язком системи (2).

Дійсно, нехай $X^{\text{опт}}$ – оптимальний розв'язок допоміжної задачі (3)–(4). Тоді

$$X^{\text{опт}}=(0, 0, ..., 0, x_1, x_2, ..., x_n).$$

Це допустимий базисний розв'язок системи (4), у якому всі $б_i \left(i=\overline{1,m}\right)$, є вільними змінними. Тоді базисними можуть бути тільки m змінних з $x_j \left(j=\overline{1,n}\right)$. Як випливає з доведеної теореми, розв'язок $(x_1, x_2, ..., x_n)$ є допустимим розв'язком системи (2), у якому виділені m базисних змінних. Отже, це допустимий базисний розв'язок системи (2).

Таким чином, задача ЛП, у якій система обмежень не має виділених базисних змінних, може бути розв'язаною в два етапи (кожний з який заснований на симплексному методі), разом складаючих двохетапний симплекс-алгоритм. Перший етап алгоритму одночасно представляє можливість встановити сумісність системи обмежень даної задачі в області невід'ємних значень невідомих.

Двохетапний симплекс-алгоритм розв'язання задачі ЛП.

<u>Етап I</u>.

1. У рівняння системи обмежень (2) вихідної задачі ЛП, що не містять виділених базисних змінних, ввести штучні базисні змінні α_i.
2. Записати допоміжну цільову функцію f, що передбачає мінімізацію суми штучних базисних змінних при вихідних обмеженнях, видозмінених за рахунок введення штучних змінних.
3. Розв'язати поставлену допоміжну задачу ЛП симплекс-методом.

3.1 Якщо *min* $f>0$, то вихідна задача не має допустимих розв’язків. Закінчити процес обчислень.

3.2 Якщо *min* $f=0$, і всі штучні змінні α_i стали вільними, то вихідна задача має допустимий базисний розв’язок. Перейти до етапу II.

Етап II.

1. Оптимальний розв’язок допоміжної задачі, отриманий на етапі I, використовувати в якості першого допустимого базисного розв’язку вихідної задачі.
2. Систему обмежень останнього кроку етапу I розв’язання допоміжної задачі взяти як систему обмежень першого кроку етапу II розв’язання вихідної задачі.
3. Розв’язати симплекс-методом вихідну задачу з виділеними базисними змінними.

Приклад Розв’язати задачу ЛП:

$$F=5x_1-x_3 \to min,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ x_2 \quad + 2x_4 = 1 \\ x_j \geq 0 \left(j = \overline{1,4}\right) \end{cases}$$

Етап I.

1. Перше рівняння даної системи містить виділені базисні змінні x_1 і x_3, друге рівняння не містить виділених базисних змінних. Введемо в друге рівняння штучну базисну змінну α_1:

$$\begin{cases} x_1 = 3 - x_2 - 2x_3 + x_4 \\ б_1 = 1 - x_2 - 2x_4 \end{cases}$$

2. Запишемо нову цільову функцію f, що дорівнює сумі введених штучних змінних. У даному випадку

$$f=\alpha_1=1-x_2-2x_4.$$

3. Поставимо допоміжну задачу ЛП:

$$f=\alpha_1=1-x_2-2x_4 \to min,$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 - x_2 - 2x_3 + x_4 \\ б_1 = 1 - x_2 - 2x_4 \end{cases}$$

Розв’яжемо її симплекс-методом.

1 крок Базисні змінні: α_1, x_1.

Вільні змінні: x_2, x_3, x_4.

$$x_4 \uparrow$$

$$\left\{\begin{aligned} x_1 &= 3 - x_2 - 2x_3 + x_4 \\ б_1 &= 1 - x_2 - 2x_4 \end{aligned}\right. \left|\begin{array}{c} \infty \\ \hline \boxed{\left|1/2\right|} \end{array}\right.$$

$$f=1-x_2-2x_4 \rightarrow min.$$

Допустимий базисний розв’язок першого кроку

$$X^{(1)}=(1, 3, 0, 0, 0);\ \ f\Big|_{X^{(1)}}=1\ .$$

Через те, що у виразі f є від’ємні коефіцієнти при вільних змінних x_2, x_4, розв’язок $X^{(1)}$ не є оптимальним.

Вибираємо вільну змінну x_4 (при ній найбільший за модулем від’ємний коефіцієнт в f) і переводимо її в базисні змінні ($x_4 \uparrow$).

У першому рівнянні x_4 можна збільшувати до ∞ , а в другому до $\dfrac{1}{2}$ (ці значення записані поруч з відповідними рівняннями). Виділено мінімальне значення $\dfrac{1}{2}$. Штучна базисна змінна α_1 першою звернулася в 0 і стала вільною.

Знайдемо x_4 з другого рівняння. Виразимо x_1 і f через новий набір вільних змінних.

<u>2 крок</u>. Базисні змінні: x_1, x_4.

Вільні змінні: α_1, x_2, x_3.

$$\left\{\begin{aligned} x_4 &= \frac{1}{2} - \frac{x_2}{2} - \frac{б_1}{2} \\ x_1 &= 3 - x_2 - 2x_3 + \left(\frac{1}{2} - \frac{x_2}{2} - \frac{б_1}{2}\right) \end{aligned}\right.$$

$$f = 1 - x_2 - 2\left(\frac{1}{2} - \frac{x_2}{2} - \frac{б_1}{2}\right).$$

Помітимо, що у виразі цільової функції f перед вільною штучною змінною α_1 додатний коефіцієнт, отже, у базисні змінні вона не повернеться (штучні змінні по одній переходять у вільні). Оскільки штучні змінні виконують свою роль на етапі I, а на етапі II не беруть участь, вважаємо α_1=0 і надалі враховувати не будемо.

Таким чином, маємо

$$\begin{cases} x_4 = \frac{1}{2} - \frac{x_2}{2} \\ x_1 = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}x_2 - 2x_3 \end{cases}$$

f=0.

Допустимий базисний розв'язок 2-го кроку

$$X^{(2)} = \left(0, \frac{7}{2}, 0, 0, \frac{1}{2}\right)$$

є оптимальним розв'язком, на якому f=0. Таким чином,

$$X^{\text{опт}} = \left(0, \frac{7}{2}, 0, 0, \frac{1}{2}\right); \quad f\Big|_{X^{\text{опт}}} = 0.$$

Допоміжну задачу розв'язано.

Етап II.

Розв'язуємо вихідну задачу, узявши для першого кроку систему обмежень останнього кроку етапу I.

1 крок. Базисні змінні: x_1, x_4.

Вільні змінні: x_2, x_3.

$$x_3 \uparrow$$

$$\left.\begin{cases} x_4 = \frac{1}{2} - \frac{x_2}{2} \\ x_1 = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}x_2 - 2x_3 \end{cases}\right| \begin{array}{c} \underline{\infty} \\ \underline{\boxed{7/4}} \end{array}$$

$$F = 5x_1 - x_3 \to min.$$

Виразимо цільову функцію F через вільні змінні:

$$F = 5x_1 - x_3 = 5\left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}x_2 - 2x_3\right) - x_3 = \frac{35}{2} - \frac{15}{2}x_2 - 11x_3.$$

Допустимий базисний розв'язок $X^{(1)} = \left(\frac{7}{2}, 0, 0, \frac{1}{2}\right)$, на якому $F\Big|_{X^{(1)}} = \frac{35}{2}$ не є оптимальним.

Переведемо змінну x_3 в базисні ($x_3 \uparrow$). При цьому змінна x_1 перейде у вільні змінні.

2 крок. Базисні змінні: x_3, x_4.

Вільні змінні: x_1, x_2.

$$\begin{cases} x_3 = \dfrac{7}{4} - \dfrac{x_1}{2} - \dfrac{3}{4}x_2 \\ x_4 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{x_2}{2} \end{cases}$$

$$F = \frac{35}{2} - \frac{15}{2}x_2 - 11\left(\frac{7}{4} - \frac{x_1}{2} - \frac{3}{4}x_2\right) = \frac{70}{4} - \frac{77}{4} + \frac{11}{2}x_1 - \frac{30}{4}x_2 + \frac{33}{4}x_2 = -\frac{7}{4} + \frac{11}{2}x_1 + \frac{3}{4}x_2$$

Допустимий базисний розв'язок $X^{(2)} = \left(0,0,\frac{7}{4},\frac{1}{2}\right)$ є оптимальним, оскільки у виразі цільової функції F всі коефіцієнти при вільних змінних додатні. Таким чином,

$$X^{\text{опт}} = \left(0,0,\frac{7}{4},\frac{1}{2}\right),\ min\,F = F\big|_{X^{\text{опт}}} = -\frac{7}{4}.$$

Зауваження.

На практиці зустрічаються ситуації, коли в результаті виконання етапу I $min\,f$=0, однак не всі штучні базисні змінні α_i стали вільними (α_i залишилися в лівих частинах деяких рівнянь). Цей випадок відповідає виродженому допустимому базисному розв'язку допоміжної задачі (α_i=0 і α_i – базисна). Така ситуація можлива в наступних випадках:

1. Рівняння, що містить у лівій частині α_i, ***не містить*** у правій частині змінних x_j $\left(j=\overline{1,n}\right)$. Тоді це рівняння відкидають.

2. Рівняння, що містить у лівій частині α_i, ***містить*** у правій частині хоча б одну зі змінних x_j. Тоді це рівняння розв'язують відносно якої-небудь змінної x_j, а потім виключають цю змінну з інших рівнянь, щоб перевести α_i у вільні змінні.

Приклад Приведемо фрагмент розв'язку задачі ЛП в описаній ситуації. Нехай на деякому l-ому кроці мінімізації функції

$$f=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$$

допоміжної задачі досягнуто f=0, однак при цьому штучна змінна α_1 залишилася базисною.

l крок. Базисні змінні: α_1, x_2, x_4.

Вільні змінні: α_2, α_3, x_1, x_3, x_5.

$$\begin{cases} x_4 = 1 + \dfrac{x_1}{2} - \dfrac{x_3}{2} - \dfrac{3}{2}x_5 \\ x_2 = 4 - \dfrac{x_1}{2} - \dfrac{x_3}{2} - \dfrac{x_5}{2} \\ \alpha_1 = 0 - 10x_5 \end{cases}$$

$$f = 0 - 10x_5.$$

Допустимий базисний розв’язок

$$X^{(l)} = (0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 4,\ 0,\ 1,\ 0),\quad f\big|_{X^{(l)}} = 0.$$

Розв’яжемо третє рівняння системи відносно x_5. Змінна x_5 перейде в базисні, α_1 – у вільні.

(l+1) крок. Базисні змінні: x_2, x_4, x_5.

Вільні змінні: α_1, α_2, α_3, x_1, x_3.

$$\begin{cases} x_5 = \dfrac{\text{б}_1}{10} \\ x_4 = 1 + \dfrac{x_1}{2} - \dfrac{x_3}{2} - \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{\text{б}_1}{10} \\ x_2 = 4 - \dfrac{x_1}{2} - \dfrac{x_3}{2} - \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\text{б}_1}{10} \end{cases}$$

$$f = 0 - 10 \cdot \frac{\text{б}_1}{10}.$$

Вважаючи α_1=0, маємо

$$\begin{cases} x_5 = 0 \\ x_4 = 1 + \dfrac{x_1}{2} - \dfrac{x_3}{2} \\ x_2 = 4 - \dfrac{x_1}{2} - \dfrac{x_3}{2} \end{cases}$$

$$f = 0.$$

$X^{(l+1)}$=(0, 0, 0, 0, 4, 0, 1, 0) є оптимальним розв’язком, причому

$$f\big|_{X^{(l+1)}} = 0.$$

Допоміжна задача розв’язана. У лівій частині немає штучних базисних змінних.

На тему “Метод штучного базису” у курсі математичного програмування обсягом 36 лекційних годин приділяється 2 години.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кузнецов Ю.Н., Кузубов В.И., Волощенко А.Б. Математическое программирование. – М.: Высшая школа, 1986.
2. Таха Х. Введение в исследование операций. – Кн. 2. – М.: Мир, 1985.
3. Перельман М.А. Исследование операций в задачах автомобильного транспорта. – Харьков: Издательство ХГАДТУ, 1995.
4. Карпелевич Ф.И., Садовский Л.Е. Элементы линейной алгебры и линейного программирования. – М.: Наука, 1967.

Зміст

Наукове видання

Теорія та методика навчання

математики, фізики, інформатики

В 3-х томах

Том 1

Підп. до друку 04.04.2002	Формат 80x84 1/16.
Бумага офсетна №1	Зам. №4-0402
Ум. друк. арк. 23,40	Наклад 500 прим.

Видавничий відділ Національної металургійної академії України
КДПУ, 50086, Кривий Ріг-86, пр. Гагаріна, 54

E-mail: cc@kpi.dp.ua