УДК 330.46:519.86

КВАНТОВА ЕКОНОФІЗИКА КРИЗОВИХ СТАНІВ ФІНАНСОВИХ СИСТЕМ

СОЛОВЙОВ В. М.
доктор фізико-математичних наук

ШОКОТЬКО Л. М.

ЧЕРКАСИ

В останні роки для розуміння особливостей структури та динаміки сучасних складних систем як реальних (наприклад, живі організми), так і штучних (зокрема, фінансові ринки) все частіше застосовується інструментарій фундаментальних наук. Поєднання фізичних теорій та моделей до інтерпретації економічних закономірностей одержало назву еконофізики [1].

У даній роботі ми застосовуємо метод теорії випадкових матриць (ТВМ), який був вперше використаний у 1950 р. Е.Вігнером [2] при побудові квантової теорії ядра, до дослідження кризових явищ на фінансовому ринку.

Для застосування формалізму ТВМ до фінансового ринку (наприклад, фондового) спочатку обчислюються логарифмічні прибутковості акцій $i=1,\dots,N$ з лагом Δt: $G_i(t)=\ln S_i(t+\Delta t)-\ln S_i(t)$, де $S_i(t)$ позначає ціну акції *i*. Оскільки різні акції мають і різні рівні стандартних відхилень, перейдемо до нормалізованих прибутковостей: $g_i(t)\equiv\dfrac{G_i(t)-\langle G_i\rangle}{\sigma_i}$, де $\sigma_i\equiv\sqrt{\langle G_i^2\rangle-\langle G_i\rangle^2}$ – стандартне відхилення G_i, а $\langle\dots\rangle$ позначає середнє значення за період часу, що досліджується.

ТВМ порівнює властивості матриці взаємних кореляцій $C_{ij}\equiv\langle g_i(t)g_j(t)\rangle$, побудованої для нормалізованих прибутковостей цін активів групи компаній, за якими розраховується індекс фондового ринку з такими ж властивостями випадкової матриці крос-кореляцій *C*. У матричній нотації матриця *C* може бути виражена як $C=\dfrac{1}{L}GG^T$, де *G* – матриця розміру $N\times L$ з елементами $\{g_{im}=g_i(m\Delta t), i=1,\dots,N; m=0,\dots,L-1\}$ і G^T позначає транспонування *G*. Розглянемо випадкову кореляційну матрицю $R=\dfrac{1}{L}AA^T$, де *A* – матриця розміру $N\times L$, що містить *N* часових рядів із *L* випадкових елементів a_{im} з нульовим середнім і одиничним відхиленням, що означають взаємну некорельованість.

Статистичні властивості випадкових матриць типу *R* відомі. Зокрема, у наближенні $N\to\infty$, $L\to\infty$, такому, що $Q\equiv\dfrac{L}{N}(>1)$ фіксоване, показано аналітично, що функція розподілу щільності імовірності $P_{rm}(\lambda)$ власних значень λ випадкової матриці кореляції *R* визначається як $P_{rm}(\lambda)=\dfrac{Q}{2\pi}\dfrac{\sqrt{(\lambda_+-\lambda)(\lambda-\lambda_-)}}{\lambda}$ для λ в межах границь $\lambda_-\le\lambda_i\le\lambda_+$, де λ_- і λ_+ – найменше і найбільше власні значення *R*, відповідно, $\lambda_\pm=1+\dfrac{1}{Q}\pm2\sqrt{\dfrac{1}{Q}}$.

У якості бази даних було вибрано щоденні ціни акцій для групи з 27 основних компаній американського фондового ринку за даними індексу S&P 500 протягом періоду часу з 02.01.1970 р. по 30.06.2010 р. [3]. Досліджувались структурні і динамічні властивості матриці взаємних кореляцій цієї групи компаній за таким алгоритмом. Значення коефіцієнтів взаємної кореляції осереднювались для певних проміжків часу і для матриці знаходився спектр власних значень і відповідних власних векторів. Після цього вікно зміщувалось вздовж ряду з кроком $n\cdot\Delta t$, ($n=1,2,3,\dots$) і процедура повторювалась до повного вичерпування ряду. Таким чином ми можемо слідкувати за зміною з часом енергетичного спектру системи, виявляти особливості динаміки та співставити їх з характерними структурними змінами в системі.

Головна особливість ТВМ зводиться до можливості ідентифікувати випадкові (хаотичні) стани від колективних, самоорганізованих [4] і оцінити внесок останніх у кризові явища. Виявляється, що найбільше власне значення $\lambda_{\max}$ матриці C_{ij} розділено від інших певною зоною, ширина якої чутлива до кореляційних властивостей фондового ринку взагалі (рис.1). Останні ж, у свою чергу, чутливі до таких колективних станів ринку як кризові.

З рисунку 1 видно, відстань від максимального власного значення (верхнього на рисунку) помітно змінюється з часом. Наприклад, між точками 4000 і 5000 ця відстань збільшується майже в 3,5 рази, тоді як в околі точки 6000 вона практично не змінюється.

На рисунку 2 ми порівнюємо динаміку індексу S&P 500 з поведінкою $\lambda_{\max}$ і середнього значення коефіцієнта кореляції <C> матриці C_{ij}, розрахованих за алгоритмом рухомого вікна [5].

Рисунок 2 свідчить про те, що максимальне власне значення корельоване з середнім значенням коефіцієнта кореляції. Це значить, що, по-перше, саме воно відповідає за динаміку всієї системи, а, по-друге, його характерна динаміка вказує на можливість виявлення критичних колективних явищ, якими можуть бути фінансові кризи. На рисунку 2 стрілками відмічені відомі з останніх фінансових кризи: «Чорний понеділок» жовтня 1987 р., глобальна валютна криза («Азійський грип») кінця літа 1998 р., криза «дот-комів» (компаній нової економіки) весною 2001 р. і глобальна фінансова криза 2007-2009 рр., пік якої для фондового

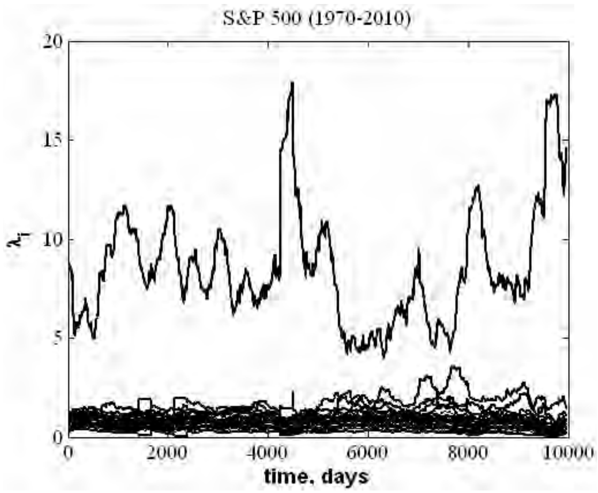

Рис. 1. Динаміка власних значень вихідної матриці, розрахованих для часового вікна в 250 днів з кроком Δt день

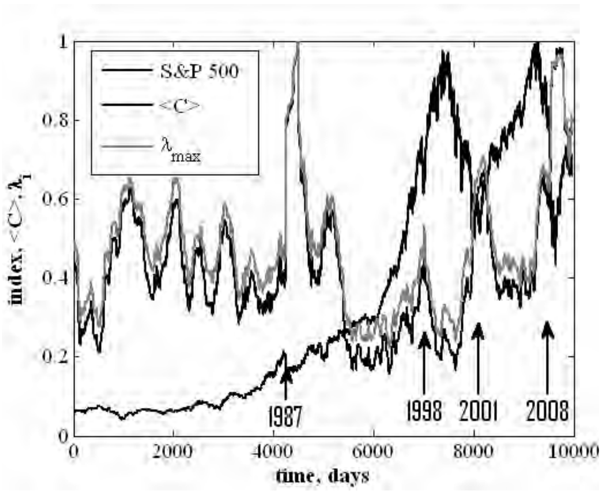

Рис. 2. Порівняльна динаміка індексу S&P 500, середнього значення коефіцієнта кореляції та максимального власного значення (Δt =1)

ринку прийшовся на вересень 2008 р. Відмітимо, що кризовий стан ринку проявляється через помітне зростання колективних властивостей ринку в цілому, що свідчить про його колективний характер.

Розрахунки проводились за допомогою спеціально розробленого у середовищі MatLab програмного забезпечення, інтерфейс якого представлений на рис. 3.

Показане на рис. 3 підменю дозволяє провести описаний аналіз спектральних властивостей кореляційної матриці, а також має деякі інші можливості, які будуть продемонстровані у наступних роботах.

Таким чином, нами показана можливість використання методів квантової теорії для дослідження властивостей фінансово-економічних систем. Встановлено, що помітне зростання максимального власного значення матриці взаємних кореляцій спостерігається саме у період, який передує кризовим станам. Цей факт дозволяє будувати передвісники кризових явищ. У подальшому цікавою є задача аналізу динаміки структурних змін компонентів власних векторів та порівняння з аналогічними результатами для інших методик [6]. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. Синергетичні та еконофізичні методи дослідження динамічних та структурних характеристик економічних систем: [Монографія] / Дербенцев В. Д., Сердюк О. А., Соловйов В. М., Шарапов О. Д.– Черкаси: Брама-Україна, 2010. – 300 с.

2. E. P. Wigner, Ann. Math. 53, 36 (1951)

3. http://finance.yahoo.com

4. Plerou V., Gopikrishnan P., Rosenow B., Amaral L.A.N., Guhr T., Stanley H.E. Random matrix approach to cross correlations in financial data // Phys.Rev.E – v.65, N 12., 2002.-P.356-373.

5. Соловйов В. М., Соловйова В. В. Кореляційні, спектральні та структурні властивості фондового ринку України // Науковий зб. Моделювання та інформаційні системи в економіці. Вип.72.- К.: КНЕУ, 2005. –С.75-86.

6. Bonanno G., Cardarelli G., Lillo F., Mantegna R.N. Topology of Correlation Based Minimal Spanning Trees in Real and Model Markets //e–print arXiv: cond–mat/0211546 v.1, 25 Nov 2002.

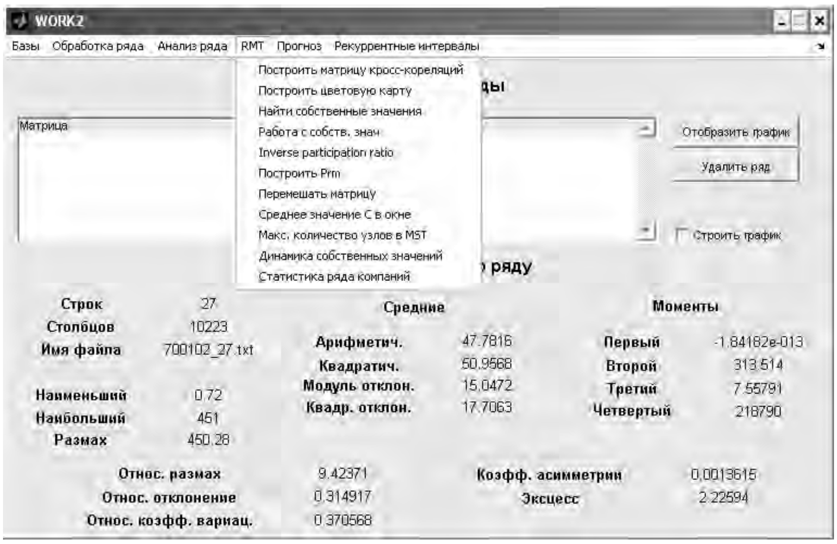

Рис. 3. Інтерфейс програмного комплексу, який реалізує теорію випадкових матриць (RMT) для завантаженої матриці.