

Міністерство освіти та науки України
Національна металургійна академія України

Теорія та методика
навчання математики,
фізики, інформатики

Збірник наукових праць
Випуск V

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ НМетАУ
2005

ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ ЇЇ ІСТОРИЧНОГО РОЗВИТКУ

П.І. Ульшин, Г.Є. Сипіна

м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Використання елементів історизму при вивченні математики є одним із важливих принципів навчального процесу. Цей принцип мав місце у всіх періодах вивчення математики і ніколи не втратить свого призначення. З цього приводу ще в 17 ст. дуже влучно помітив видатний німецький вчений Г. Лейбніц: “той, хто хотів би обмежитися сучасним без знання минулого, ніколи не зрозуміє сучасного” [2].

Прикладне значення математики дуже велике. А всебічний розвиток будь-якої науки неможливий без глибокого аналізу її історії. Історія математики має особливу привабливість. Задачі й теореми, доведені сотні й тисячі років тому, захоплюють своєю красою, витонченістю логічних міркувань, так само, як захоплювали всі попередні покоління.

На IV курсі спеціальності “математика та інформатика” вивчається курс історії математики. На лекціях студенти знайомляться з періодизацією розвитку цієї науки, зробленою академіком А.М. Колмогоровим.

Далі розглядається розвиток математики у кожному із чотирьох періодів. Звертається увага на суспільно-економічні відносини між країнами, розповідається про видатних вчених та їх відкриття, розглядаються характерні особливості, що відбуваються в математиці: кризи, застої, стрибки плодотворного розвитку.

На семінарських заняттях студенти на конкретних прикладах із задоволенням вивчають застосування методів: неподільних, вичерпування, вставок, луночок та інших. Досліджують властивості “золотого перерізу” різних видів, розв’язують цікаві класичні задачі нестандартними методами і т.д.

Серед елементів змісту при викладанні історії математики слід відмітити нумерації, символи і терміни, історичні задачі, цитати з математичних трактатів тощо. Вони можуть подаватися як вербалізовано (виклад лекції викладачем, виступ студента на семінарському занятті, усний контроль), так і матеріалізовано (тексти у книгах чи методичних розробках, схеми, діаграми). Наведемо кілька конкретних прикладів.

Маючи ще зі школи уявлення про римську нумерацію, кожен студент може прочитати число XXIV. Ознайомившись з правилом запису чисел за допомогою давньогрецької (іонійської) нумерації, студенти без особливих труднощів прочитають числа α , β , γ (1, 2, 3) та α (1000) і β (2000). Але щоб записати в іонійській нумерації число 444, їм потрібно звернутися до грецького алфавіту, матеріалізованого у вигляді таблиці (табл. 1).

Історичні задачі та спеціальні способи їх розв’язування дають можливість показати, як розвиток математики впливав на саму постановку задачі,

метод її розв'язання та власне розв'язки. Так, у Стародавній Греції за відсутності алгебраїчної символіки та уявлення про від'ємні числа подання і розв'язування квадратних рівнянь виконувалось за допомогою геометричних побудов. У такий спосіб знаходилися тільки додатні корені, а рівняння виду $x^2+c=bx$ і $x^2+bx=c$ вважались різними і мали різні способи розв'язування.

Таблиця 1.

α'	β'	γ'	δ'	ε'	ς'	ζ'	η'	θ'
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ι'	κ'	λ'	μ'	ν'	ξ'	ο'	π'	ρ'
10	20	30	40	50	60	70	80	90
σ'	τ'	υ'	φ'	χ'	ψ'	ω'	ϛ'	
100	200	300	400	500	600	700	800	900
α	β	γ	δ
1000	2000	3000						9000

Свою специфіку використання мають і матеріальні засоби навчання. Не традиційними засобами навчання для математики, але широко застосовними у процесі викладання її історії, є карти. Карти з історії різних часів мають стати невід'ємним атрибутом лекції з історії математики. За їх допомогою відбувається поєднання слухового й візуального сприйняття матеріалу, концентрується увага студентів не лише на хронологічній послідовності подій, а й на їх територіальних ознаках. Виникнення і взаємозв'язок багатьох подій в історії розвитку математики обумовлюється певною мірою територіальними й національними особливостями. Так, найбільшого розвитку в найдавніші часи математика набула в Єгипті (долина річки Ніл) та Вавилоні (долини річок Тигр та Євфрат). Про це писали грецькі історики, а Геродот ще й підкреслював, що саме розливи річки Ніл сприяли розвитку геометрії, бо з погляду оподаткування потрібно було знати, скільки землі втрачено під водою. Відомості про розвиток математики в Єгипті за 2000 р. до н.е. дійшли до нашого часу завдяки тому, що були записані на спеціально обробленому папірусі (трава, що росте на берегах річки Ніл). Цей матеріал учитель математики зможе пізніше використати в шкільній практиці :на позакласних заняттях з математики чи під час інтегрованих уроків. Прикладом може служити інтегрований урок з математики та історії в 6-му класі на тему “Математика в Стародавньому Єгипті”.

Знання, вміння і навички, одержані студентами при вивченні історії математики використовуються ними при написанні курсових, кваліфікаційних і магістерських робіт. В цих роботах певні поняття, символи, твердження описуються не „сухими” фазами означень, а з використанням їх історії виникнення. Це надає роботам більшої цінності.

Важливо, що історія математики розширює кругозір студентів у поглядах на використання відомих тверджень, методів, формул, цікавих задач тощо. В зв'язку з цим в їх свідомості закріплюються можливості для створення проблемних ситуацій, написання цікавих тем для наукових робіт школярам тощо.

Вчитель, який вмilo використовує цікаві історичні факти на уроках математики, як правило, завжди успішно проводить уроки, а учні добре засвоюють поданий ним матеріал.

В математиці є багато тверджень, задач, методів з легендарним минулим. Повідомлення учням про це обов'язково пробудить в них інтерес до вивчення цієї дисципліни.

Учні повинні твердо знати, що математика є продуктом творчої діяльності людського генія на протязі тисяч років, а не хитра вигадка “мудреця”. Кожна теорема – це узагальнення велетенського досвіду людства.

Правильно організоване включення історичного матеріалу на уроках математики дозволить показати учням зразки наукової принциповості, працелюбності, наполегливості й завзятості в роботі.

Розглянемо конкретні приклади з історії елементарної геометрії, які допоможуть “прикрасити”, “оживити” геометричні факти, вміщені в підручниках.

Життєві потреби поставили людину перед низкою питань, що стосуються форми оточуючих її предметів; обчислень, пов'язаних з вимірюванням земельних ділянок, будівельною роботою і т.п.

Обчислюючи об'єм призми і циліндра, єгипетські вчені множили площу основи S на висоту h , а для знаходження об'єму піраміди використовували формулу $V=(1/3)S\cdot h$.

Найвидатнішим досягненням єгипетської математики є правило знаходження об'єму правильної зрізаної чотирикутної піраміди. Це правило відповідає сучасній формулі

$$V = (1/3)\cdot h\cdot(a^2 + ab + b^2),$$

де h – висота піраміди, a і b – сторони нижньої і верхньої основ піраміди.

Порівняно з єгиптянами, вавілонські математики зробили крок уперед у розвитку геометрії. Квадрат і трикутник вавілоняни сприймали як абстрактні фігури, про прямокутник говорили – “те, що має довжину і ширину”, про трапецію – “лоб бика”, про круг – “вигин”, про сегмент – “поле півмісяця”, фігуру з двох конгруентних сегментів із спільною хордою – “око бика”. Термінів для понять: “точка”, “пряма”, “лінія”, “поверхня” “паралельність” ще не було. Вимірювання проводилось за допомогою мотузки.

Єгипетську та вавілонську математичну культури продовжували розвивати греки. Вони змогли привести в систему накопичені знання і, таким чином заклали початки геометрії як дедуктивної науки. Математика давньої Греції пройшла довгий та складний шлях розвитку, в якому відокремлюють три періоди в залежності від характеру знань.

1. Накопичення окремих математичних фактів та проблем (VI–V ст. до н.е.).

2. Систематизація отриманих знань (IV–III ст. до н.е.).

3. Період обчислювальної математики (III ст. до н.е. – VI ст.).

При формуванні в учнів наукового мислення можна використовувати не лише сучасні методи, а й методи, відомі з давніх часів.

Розв'язування цікавих задач давнини сучасними методами сприяє поглибленому засвоєнню навчального матеріалу.

Наприклад, Архімед у трактаті “Вимірювання круга” (III ст. до н.е.) при обчисленні периметрів вписаного і описаного 96-кутників встановив, що

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7} \quad [1].$$

Покажемо, як встановлюється цей проміжок.

Нехай l_k – сторона правильного k -кутника, l_{2k} – сторона правильного $2k$ -кутника. Подано довжину сторін l_{2k} через l_k (рис. 1). З прямокутних трикутників $ОМК$ та NMK маємо:

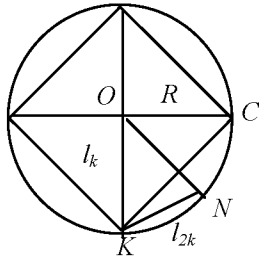


Рис. 1.

$$l_{2k} = \sqrt{KM^2 + MN^2},$$

$$\text{де } KM = l_k/2, \quad MN = R - \frac{1}{2}\sqrt{4R^2 - l_k^2}.$$

Перетворимо вираз під знаком кореня:

$$l_{2k} = \sqrt{2\sqrt{R^2} - R\sqrt{4R^2 - l_k^2}}. \quad (2)$$

При $r = 1$ маємо Так як $l_6 = R = 1$, то, використовуючи формулу (2) для l_{2k} , послідовно обчислюємо:

$$l_{2k} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - l_k^2}}.$$

$$l_{12} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - 1}} = \sqrt{2 - \sqrt{3}}, \quad l_{24} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}.$$

$$l_{48} = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$$

$$l_{48} = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}} \approx 0,06544... \approx \frac{223}{3408}$$

Для одиничного кола

$$\pi R = \pi, \quad 2\pi R > 96 \cdot l_{96}, \quad \pi > 48 \cdot l_{96} \quad \text{або} \quad \pi > 3\frac{10}{71}$$

Верхня межа обчислюється аналогічно.

Вивчення елементів історизму сприяє встановленню внутрішньопредметних зв'язків серед математичних дисциплін, розширенню розумового кругозору учнів та підвищенню їх загальної культури.

Література:

1. Ван дер Варден Б. Пробуждающаяся наука. – М.: Физматгиз, 1959.
2. Конфорович А.Г. Математика служить людині. – Київ: Рад. шк., 1984. – 192 с.